

03071

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Unidad Académica de los Ciclos Profesionales y de Posgrado
del Colegio de Ciencias y Humanidades
Proyecto: Maestría de Educación Matemática

2
28

**La enseñanza de la Geometría en el Tronco Divisional de la
División de Ciencias y Artes para el Diseño
de la UAM-Xochimilco**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN EDUCACION EN MATEMATICAS**

P R E S E N T A

Iñiqui de Olaizola Arizmendi

1995

FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Indice

Introducción	1
I Planteamiento del problema	2
I.1 Enunciado del problema	2
I.2 Justificación	2
I.3 Antecedentes	3
I.4 Discusión	6
II Marco Teórico	8
II.1 Método empleado	8
II.2 Las geometrías y el diseño	10
II.2.1 Introducción	10
II.2.2 Una primera caracterización del diseño	10
II.2.3 Origen de los conceptos geométricos y de la práctica del diseño	11
II.2.4 Orden Clásico	14
II.2.5 El Renacimiento	19
II.2.5.1 Geometría Proyectiva	20
II.2.5.2 Geometría Analítica	21
II.2.6 Epoca Moderna	22
II.2.6.1 Nuevos desarrollos de la geometría	22
II.2.6.1.1 Geometrías no euclidianas	22
II.2.6.1.2 El Programa de Erlanger	23
II.2.6.1.3 La axiomática de Hilbert	24
II.2.6.1.4 Nuevas concepciones acerca del espacio	25
II.2.6.1.5 La Topología	26
II.2.6.1.6 Geometría Fractal	27
II.2.6.2 Desarrollo de los diseños	29
II.2.7 El Espacio: categoría fundamental de la relación geometría-diseño	35
II.2.8 Conclusión	40
II.3 Modelo Cognitivo	45

II.4 La enseñanza de la geometría	49
II.4.1 La Matemática Moderna y el Seminario de Royaumont	50
II.4.1.1 Crítica a la geometría de Euclides	51
II.4.1.2 Crítica a la enseñanza tradicional de la geometría	51
II.4.1.3 El rigor matemático	52
II.4.1.4 Propuestas curriculares y didácticas	53
II.4.2 El modelo de Van Hiele	54
II.4.3 La didáctica fenomenológica de Freudenthal	56
II.5 La enseñanza del diseño	58
II.6 El Tronco divisional de la División de Ciencias y Artes para el Diseño de la UAM-Xochimilco	63
II.6.1 El concepto de Objeto de Transformación	64
II.6.2 El sistema modular en la UAM-Xochimilco	67
II.6.3 El módulo Conocimiento y Sociedad	67
II.6.4 El Tronco Divisional	68
II.7 Conclusión	77
III La enseñanza de la geometría en el Tronco Divisional: una propuesta	78
IV Conclusiones	97
Bibliografía	99

Introducción

La Naturaleza es relaciones en el espacio.
La Geometría define relaciones en el espacio.
El Arte crea relaciones en el espacio.

M. Boles y R. Newman

En este trabajo se desarrolla una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría para el Tronco Divisional de la División de Ciencias y Artes para el Diseño de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Xochimilco.

El supuesto básico que anima a este trabajo es que el qué y el cómo a proponer en este programa está determinado fundamentalmente por: i) la práctica geométrica específica de los diseñadores como referente esencial de lo que deberá entenderse por enseñanza de la geometría para diseñadores y ii) el modelo pedagógico de la institución en la que se desarrollará el programa, y que constituye un marco de referencia fundamental para la organización de dicho programa.

En el apartado I se desarrollan con detalle estos supuestos y describimos el método seguido para realizar el análisis que sustente la propuesta didáctica.

En el apartado II se hace un análisis histórico epistemológico del diseño y de la geometría con el fin de determinar como ha evolucionado la práctica geométrica del diseño. Se hace también un análisis del modelo pedagógico de la UAM-Xochimilco y en particular del programa del Tronco Divisional destacando cuáles son los puntos de contacto con la enseñanza de geometría, conformando de esta manera el fundamento del programa.

En el apartado III se expone con detalle el programa propuesto.

Finalmente se presenta, a modo de conclusiones, una evaluación del presente trabajo haciendo especial énfasis en sus limitaciones.

I Planteamiento del problema

I.1 Enunciado del problema

Elaborar una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría en el Tronco Divisional de la División de Ciencias y Artes para el Diseño de la Unidad Xochimilco de la Universidad Autónoma Metropolitana.

I.2 Justificación

La matemática está íntimamente relacionada con un sin número de actividades. Aparece en casi todas las ciencias, es una parte integral del pensamiento científico y se ha convertido en un componente imprescindible de los avances contemporáneos en prácticamente todos los campos de la ciencia.

Por otra parte, los conceptos de la matemática se encuentran en gran parte de los niveles de la sociedad: datos numéricos, tasas de cambio, cambios de escala, evaluación de riesgo y los problemas de control son empleados en la toma de decisiones tanto en la vida cotidiana del individuo como en la acción de instituciones sociales, políticas, culturales, educativas, etc.

Esta creciente participación de la matemática en diversos campos se ve reflejada en los currícula de las universidades. En la gran mayoría de las licenciaturas se imparten cursos de matemáticas, por lo que la enseñanza de matemáticas a estudiantes de otras disciplinas es una necesidad social y también una problemática relativamente nueva en el campo educativo.

De acuerdo con A. G. Howson (1988) es posible resumir en los siguientes puntos las razones que impulsan la enseñanza de la matemática en otros campos disciplinares:

- Ahora más que nunca, y crecientemente, la matemática interactúa con otras ciencias y con actividades tecnológicas.
- Ciertos aspectos de la matemática, que han ido cambiando históricamente al igual que la cultura, son una parte integral de la cultura universal, por lo que debemos procurar que todos los individuos tengan acceso también a este importante componente cultural.
- La matemática como ciencia auxiliar es una actividad de vital importancia en las instituciones de educación superior.

- Las demandas explícitas para enseñar matemáticas como ciencia auxiliar son ya muy importantes y siguen aumentando. Además, según el campo de que se trate, la matemática puede ser indispensable o bien solo útil pero de importancia menor, marcando así diferencias importantes en contenidos y métodos.

En los últimos años se han desarrollado grupos de trabajo e investigaciones que buscan atacar ciertos aspectos de esta problemática. Sin embargo, la gran mayoría de los esfuerzos se ha destinado a la enseñanza de la matemática para ingenieros y físicos primordialmente y para ciencias biológicas y humanidades en menor cuantía.

La matemática, más específicamente la geometría, ha jugado un papel muy importante en las artes. La geometría surge como una reflexión acerca del espacio; las artes, como la pintura, la escultura y la arquitectura, tienen también como referente esencial el espacio. El orden que se observa en la naturaleza ha sido desde siempre una fuente inagotable de ideas y formas que se aplican en todas las expresiones del diseño.

Puesto que hasta el siglo pasado se pensaba que la geometría euclidiana era la descripción del espacio, su estudio fue siempre apreciado por artistas y diseñadores. La enseñanza de la geometría fue instituida desde hace más de dos mil años, cuando la tradición pitagórica la consideró como parte fundamental del pensamiento liberal.

Además del fuerte impacto que sobre la concepción del espacio trajo el descubrimiento de la geometrías no euclidianas, el vertiginoso desarrollo tecnológico que se ha venido observando desde la revolución industrial ha modificado profundamente el quehacer de los diseñadores, creando nuevos campos del diseño y creando también nuevas y mejores herramientas.

En las últimas décadas se ha incorporado el uso de computadoras en el proceso del diseño, modificando profundamente las formas de creación y experimentación formal y, en consecuencia, creando la necesidad de estrategias pedagógicas acordes con esta nueva realidad.

1.3 Antecedentes

En enero de 1975 la División de Ciencias y Artes para el Diseño (CyAD) inicia sus trabajos dentro de la unidad Xochimilco de la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM-X). La unidad Xochimilco es creada de acuerdo con un proyecto de universidad diferente, inspirado en las corrientes pedagógicas emergentes en esa década: la pedagogía de la

liberación de P. Freire, la pedagogía autogestionaria, los grupos operativos y la epistemología genética de J. Piaget.

En su diseño curricular se aparta de la concepción tradicional que entiende a la universidad como formadora de profesionales con perfiles definidos a partir de las necesidades del mercado de trabajo y, en su lugar, parte de la crítica a la relación entre el sistema productivo y las distintas profesiones para elaborar sus planes y programas.

Para alcanzar sus propósitos la UAM-X adopta el sistema modular. En él, el proceso de enseñanza aprendizaje se organiza en módulos que son unidades en sí mismas, puesto que contemplan la teoría y la práctica de un proceso definido por un problema concreto llamado objeto de transformación. También se plantea como objetivo la integración de las actividades de investigación, docencia y servicio en el módulo. Se abandona pues el sistema tradicional de la enseñanza por asignaturas.

Esto representa un enfoque radicalmente diferente al esquema tradicional de enseñanza aprendizaje y en particular en el campo del diseño. Hasta el surgimiento de la experiencia del Autogobierno en la Escuela de Arquitectura de la UNAM, la enseñanza del diseño se había hecho siempre por asignaturas. Los planes de estudio de la carrera de arquitectura de la UNAM, que sirvieron como modelo de los planes de otras universidades, han incluido siempre cursos de matemáticas. Tradicionalmente estos cursos han incluido temas de geometría y cálculo. En los últimos años se han ido incorporando otros tópicos matemáticos en las carreras de diseño, por ejemplo, teoría de grafos, álgebra lineal y transformaciones geométricas (Alsina, C. y Trillas, E., 1984)

Las nuevas estrategias pedagógicas planteaban, entre otros, el problema de la enseñanza de las matemáticas en ese nuevo contexto. Por diversas razones este problema nunca fue abordado de manera sistemática y la fuerza de la tradición impuso esencialmente los mismos cursos, simplemente transplantados al nuevo terreno educativo. Tanto en el Autogobierno como en la UAM-X se siguieron dando prácticamente los mismos cursos que antes.

Durante años se impartieron cursos de geometría analítica y cálculo diferencial e integral y, frecuentemente, se consideraba necesario hacer repases de álgebra y trigonometría. Todos ellos son temas que normalmente se cubren en el bachillerato. Es preciso reconocer que los cursos tipo propedéutico de geometría analítica y cálculo eran un rotundo fracaso, entre otras cosas, porque se trata de temas de escasa o nula significación para los alumnos que no encuentran ninguna aplicación y, la esperanza de que lo van a necesitar más adelante no convence a nadie. En algunos casos se contempla la elaboración de una investigación en una zona de estudio, generalmente alguna colonia de la zona metropolitana, lo que conduce al

diseño y aplicación de una encuesta así como el análisis de la información obtenida. En estos casos el apoyo de matemáticas se centraba en los temas estadísticos correspondientes y se lograba una real vinculación con los otros talleres que constituyen el módulo.

Esto no significa que no haya habido ninguna modificación en los programas de matemáticas e incluso algunos intentos de integración curricular horizontal, sino que nunca se pudieron incorporar plenamente los cursos al esquema modular y continuaron siendo cursos independientes. Por otra parte, este problema se presentó prácticamente en todas aquellas profesiones en las que concurren varias disciplinas y que por lo tanto demandan de quienes la ejercen, conocimientos básicos en las disciplinas auxiliares.

En el CyAD se ofrecen las licenciaturas de Arquitectura, Diseño Industrial, Diseño de la Comunicación Gráfica y Diseño de los Asentamientos Humanos. Los estudiantes que ingresan a cualquiera de estas licenciaturas cursan el Tronco Divisional (TD), constituido por dos trimestres que se estructuran en torno a los campos fundamentales del diseño y la interacción entre el diseño y su entorno.

Desde el inicio del CyAD se incluyeron cursos de matemáticas como parte del TD y se siguieron impartiendo hasta que en 1986, el Consejo Divisional acuerda eliminar estos cursos. Cinco años después la Comisión de Planes y Programas del TD hace una nueva propuesta del TD en la que se dice que "la calificación del módulo será integral, con base en 25% expresión, 20% teoría, 45% taller de diseño y 10% matemáticas". No se definen ni objetivos, ni contenidos: se habla solamente de matemáticas y del 10%. Existe, pues, una enorme confusión en cuanto a la enseñanza de las matemáticas en diseño. Por un lado hay una fuerte tradición de enseñanza de las matemáticas en este campo y al mismo tiempo es fácil encontrar elementos que apoyan la necesidad o, por lo menos, la conveniencia de contar con ciertos conceptos y métodos de la matemática en el quehacer del diseñador. Sin embargo no queda claro qué ni cómo organizar esta enseñanza.

La intención de este trabajo es precisamente aportar elementos que contribuyan a la solución de parte de este problema: hacer una propuesta de la enseñanza de la geometría en el TD. No se pretende analizar la enseñanza de la matemática para diseñadores, sino solamente uno de sus aspectos: la enseñanza de la geometría para estudiantes de las carreras arriba citadas que concurren en el TD. Por el modelo educativo de la UAM-X, la enseñanza de la geometría no debe verse como un curso independiente sino como parte del proceso de aprendizaje en el que se encuentran dichos alumnos: la reflexión sobre la relación entre el diseño y su contexto y un acercamiento a los fundamentos de los campos del diseño de cada licenciatura.

1.4 Discusión

Para hacer una propuesta didáctica es necesario responder a las preguntas: ¿qué enseñar?, es decir el problema de los contenidos, ¿cuándo enseñarlo?, que se refiere al problema de la secuenciación de los contenidos y ¿cómo enseñarlo? o bien, la estrategia pedagógica que se va a desarrollar.

La respuesta que se dé a cada una de estas preguntas estará fuertemente condicionada por dos aspectos fundamentales: i) la naturaleza del objeto de estudio y ii) la concepción que se tenga acerca del proceso de enseñanza aprendizaje. Ambos aspectos se encuentran inseparablemente relacionados.

En este trabajo se parte de la concepción de la matemática, y la geometría en particular, como algo más que un conjunto de conceptos, teorías y métodos: es ante todo una actividad. La matemática es una actividad que no puede separarse del contexto social y cultural del que es parte importante y, por lo tanto, adquiere formas específicas y particulares de expresión según el contexto en el que se desarrolle.

Sin duda, el significado que se le ha dado al proceso de matematización, y también al de hacer matemática, ha sido diferente según la época y la cultura. De forma análoga, la aplicación de, por ejemplo, la geometría adquiere una connotación diferente si es un ingeniero contemporáneo, un diseñador gráfico produciendo imágenes por computadora o un constructor medieval, quien la aplica.

Será necesario entonces comprender cual es la forma precisa en que los diseñadores incorporan los procesos de geometrización como parte de sus práctica profesional: cuales son los principales conceptos, métodos, principios y habilidades geométricos que se utilizan, y cómo son empleados, en la solución de problemas de diseño. En la medida en que podamos responder a estas cuestiones, estaremos en la posibilidad de articular una propuesta de enseñanza de la geometría coherente y significativa para los estudiantes de diseño. No se trata simplemente de encontrar qué contenidos matemáticos son empleados en los procesos de diseño sino además de conocer cuáles son los significados que los diseñadores les dan dentro de su quehacer.

Por otro lado, la organización de los contenidos y las actividades que se construyan para propiciar su aprendizaje deben ser acordes con el modelo educativo de la UAM-X. Será necesario entonces hacer explícito un modelo cognitivo congruente con el modelo pedagógico y también con la concepción de matemática, del diseño y su interrelación.

El sistema modular de la UAM-X se organiza en torno a objetos de transformación, sobre los que se articulan todas las actividades de enseñanza aprendizaje. Se entiende el proceso de enseñanza aprendizaje esencialmente como un trabajo de investigación en el que el docente se convierte en coordinador del trabajo colectivo. En el transcurso de este proceso de investigación es probable que el estudiante se vea en la necesidad de utilizar herramientas de diversas disciplinas dando origen a lo que en el documento Xochimilco se denominó *apoyo*, y se refiere básicamente a un cursillo sobre los contenidos específicos de dicha herramienta. Un ejemplo de ello es el diseño de un cursillo de estadística descriptiva tendiente a apoyar los trabajos de búsqueda de información de un tema en particular.

La propuesta curricular que se elabore puede tomar la forma del diseño de un apoyo en particular, o bien, incorporando contenidos y actividades como parte integral del trabajo modular. Esto último supone, necesariamente, una redefinición del objeto de transformación ya que se agregan nuevas líneas de análisis al proceso. Dicha redefinición, sin embargo, difícilmente supondrá un cambio radical de objeto de transformación, ya que estos están diseñados, a lo largo del curriculum, de acuerdo a las características de las prácticas profesionales del diseño, es decir, que los objetos de transformación, al menos para este trabajo, están dados: la redefinición del objeto de transformación es simplemente una manera enriquecedora de entenderlo.

El hecho de restringir nuestra propuesta didáctica al Tronco Divisional implica acotar el problema de la secuenciación a los límites de estos dos trimestres. No partimos del análisis de los perfiles de cada licenciatura, sino del "perfil" del egresado del Tronco Divisional quien posteriormente se insertará en alguna de las licenciaturas del CyAD y será precisamente la naturaleza de los objetos de transformación y los objetivos del Tronco Divisional quienes, en buena medida, condicionen la secuenciación de los contenidos.

Por último, la estrategia pedagógica adoptada estará determinada fundamentalmente por la naturaleza de la relación geometría y diseño, es decir, la forma en la que los diseñadores geometrizan y, por el otro lado, por el sistema pedagógico dentro del cual va operar la propuesta: el Sistema Modular de la UAM-X.

II MARCO TEÓRICO

II.1 Método empleado

El supuesto fundamental que anima a este trabajo es que la geometría no es solamente un conjunto de los elementos cualesquiera y sus relaciones organizadas a partir de un conjunto de axiomas (Behnke, et al, 1974). La geometría es una actividad que ha tenido distintas prácticas a lo largo de la historia y que, en particular, la forma en que la práctica geométrica ha sido desarrollada por los diseñadores ha adquirido características y significados específicos. Desde el punto de vista de la geometría axiomática, el significado de los elementos solo existe a partir de las relaciones que se establecen mediante axiomas y definiciones, mientras que para quienes diseñan, el significado social, cultural, religioso o estético de los conceptos geométricos es de la mayor importancia.

Por ello, nuestra primera tarea será precisamente dilucidar cómo se ha desarrollado históricamente la práctica del diseño, de tal suerte que podamos discernir cuáles son los conceptos, métodos y teorías geométricas más relevantes y el sentido específico que adquieren como práctica del diseño.

La naturaleza de este problema implica, necesariamente, un enfoque interdisciplinario en el que concurren diseñadores y educadores de matemáticas. Puesto que este trabajo no se desarrolla de manera colectiva sino por alguien ajeno al campo del diseño, las conclusiones a las que arribemos deberán considerarse solamente como una primera hipótesis de trabajo que deberá ser discutida por los profesores de diseño del Tronco Divisional.

Por lo tanto el análisis histórico de la práctica geométrica del diseño será realizada por un lego, quien deberá, parafraseando a Schwartz y Jacobs (1984), conocer qué es lo que sucede realmente en tal práctica profesional. Se plantea la dicotomía *interiorizado-exteriorizado* entre quien pretende reconstruir lo que *realmente sucede*, es decir alguien exteriorizado al fenómeno, a partir de la información que proporciona un interiorizado a dicho fenómeno.

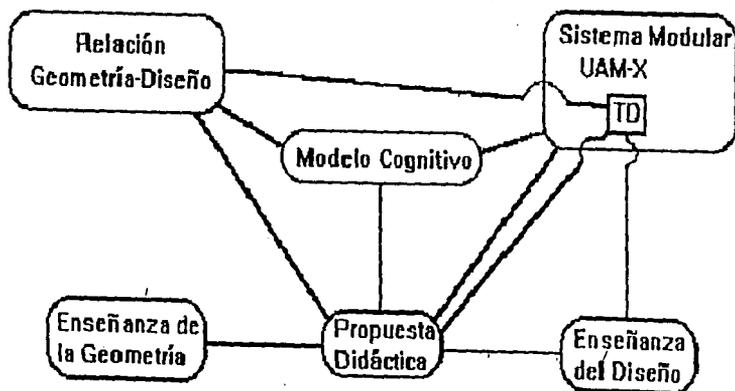
El problema pues es conocer las características fundamentales de un fenómeno *desde fuera*. Para ello existen básicamente dos caminos: o bien convertirse en un miembro del grupo dentro del cual se desarrolla tal fenómeno, en este caso convertirse en un diseñador, o bien, ubicar un grupo de personas que la comunidad considera como interiorizados al fenómeno. En este caso se optó por el segundo camino.

Para ubicar a aquellas personas que fueran consideradas como interiorizadas al fenómeno se consultaron principalmente dos fuentes: en primer lugar se consultó la bibliografía de los módulos que constituyen el Tronco Divisional, puesto que el hecho de haber seleccionado estos textos supone justamente un reconocimiento de que corresponden a aspectos fundamentales del diseño. Por otro lado se hizo una consulta entre profesores de las diversas licenciaturas del CyAD con el fin de formar un conjunto de referencias bibliográficas que, en opinión de la comunidad del diseño, comprendiera los elementos esenciales de la práctica del diseño a lo largo de la historia.

Siguiendo nuevamente a Schwartz y Jacobs (1984) se buscó encontrar en dichos textos la exposición de la reconstrucción, según las descripciones que hacen sus autores, en tanto interiorizados al fenómeno, de la forma en que se diseña así como de los significados y la importancia que su práctica tiene desde el punto de vista social y cultural.

La otra línea fundamental de nuestro trabajo consistió en el análisis del sistema modular de la UAM-X y, en particular, del programa del Tronco Divisional. La estrategia pedagógica está determinada, en buena medida, por el modelo educativo dentro del cual se insertará. Por otra parte, la definición del programa del Tronco Divisional implica una visión específica del diseño que debe ser incorporada al análisis de la relación geometría-diseño.

Otra fuente importante de influencia sobre la propuesta aquí desarrollada provino del análisis de las formas de enseñanza del diseño y su relación con la propuesta curricular del Tronco Divisional y, por otra parte, de la enseñanza de la geometría, como fundamentos de la estrategia pedagógica adoptada. Estas relaciones aparecen esquematizadas en la siguiente figura.



II.2 Las geometrías y el diseño

Uno de los problemas centrales que se le plantean al espíritu es el problema de la sucesión de formas. Cualquiera que sea la naturaleza última de la realidad (suponiendo que esta expresión tenga sentido), es innegable que nuestro universo no es un caos: en él discernimos seres, objetos, cosas que designamos con palabras. Esos seres o cosas son formas, estructuras dotadas de cierta estabilidad; ocupan cierta porción del espacio y duran cierto lapso... El objeto de toda ciencia consiste en prever esta evolución de las formas y si es posible explicarla.

René Thom

II.2.1 Introducción

Nos proponemos hacer un análisis epistemológico de la relación entre la geometría y el diseño con el fin de poder esclarecer las formas específicas en que la primera interviene en el proceso de diseño. Para ello intentaremos caracterizar cada uno de estos campos de conocimiento, su objeto y método, siguiendo una aproximación de carácter histórico.

II.2.2 Una primera caracterización del diseño

El diseño como práctica profesional, a excepción de la arquitectura que es anterior, aparece a partir de la producción industrial, aunque como actividad es muy antigua. Para los efectos de este trabajo se considerará como diseño solamente los campos profesionales de la arquitectura, el diseño industrial, el diseño gráfico y el diseño de los asentamientos humanos.

Tomaremos como primera aproximación la siguiente definición de diseño: "actividad proyectiva que introduce recursos estéticos en el producto" (Acha, 1990). Este autor agrega en su definición la característica de que los productos son creados en forma masiva por una industria que es directamente aplicable al diseño industrial y al diseño gráfico, parcialmente al diseño arquitectónico pero no al diseño de los asentamientos humanos.

Por actividad proyectiva entenderemos con B. Munari (1990) un método consistente en: i) enunciación del problema, ii) identificación de aspectos y funciones, iii) limitaciones (restricciones), iv) disponibilidad de tecnologías, v) creatividad y vi) modelización.

Por estética entenderemos "percepción sensorial...sensibilidad o sensorialidad, capacidad humana que es sinónimo de gusto"(Acha, 1990).

Utilizaremos el concepto de diseño como sinónimo de actividad proyectual y, en esa medida común a las distintas prácticas profesionales de los diseños. Discutiremos también las características específicas de cada una de las prácticas profesionales que nos interesan.

Para Maldonado (1977, p.13) "el diseño industrial es una actividad proyectual que consiste en determinar las propiedades formales de los objetos producidos industrialmente." Entendiendo por propiedades formales no solo las características exteriores sino, sobre todo, las relaciones funcionales y estructurales: las propiedades formales de un objeto son el resultado de la integración de factores funcionales, culturales, tecnológicos y económicos.

Dorfles (1968) considera que, además de la actividad proyectual, el diseñador industrial debe ser el planificador del proceso productivo y, puesto que la producción industrial correspondiente al diseño industrial se caracteriza por su carácter netamente iterativo, es decir, de producción en serie, esto significa que toda fase de la elaboración del producto se organice y controle de modo que permita examinar su continua y constante igualdad, sin desviarse de la serie.

F. P. Reyes (1977) define el diseño arquitectónico o arquitectura industrializada como aquella actividad que "tiene a su cargo la producción en serie de estructuras prefabricadas y de elementos modulares..." y por diseño gráfico como la actividad que "se ocupa de los objetos de dos dimensiones o planos, por ejemplo, tejidos y telas estampadas, carteles, libros, rótulos y señales".

El diseño de los asentamientos humanos o urbanismo ha sido siempre una actividad muy cercana a la arquitectura, comparte parte de su problemática y sus métodos, pero además tiene que ver con problemas y métodos de planeación urbana y regional.

Consideraremos pues al diseño como una actividad común a los campos profesionales arriba citados, consistente en una actividad proyectual tendiente a determinar las propiedades formales, incluyendo las relaciones funcionales y estructurales, de un objeto. Este objeto es el resultado de la integración de factores funcionales, culturales, tecnológicos y económicos.

En este sentido, como actividad el diseño ha existido desde hace miles de años, aunque la aparición de las prácticas profesionales específicas de algunos de ellos haya sido relativamente reciente.

II.2.3 Origen de los conceptos geométricos y de la práctica del diseño

La necesidad del hombre de comprender el orden cósmológico y del cual se siente parte lo ha llevado a reflexionar sobre su entorno. En todas las culturas, la categoría de espacio es

pieza fundamental de su cosmovisión. Persiguiendo los mismos fines prácticos, que de comunicación o simbólicos, el hombre ha observado y hecho representaciones del espacio que lo rodea. También ha fabricado espacios, en cierto sentido la finalidad del quehacer arquitectónico es precisamente delimitar espacios. Para ello ha tenido que observar, describir, medir y representar los espacios lo cual condujo a un proceso de abstracción de las formas, construyendo conceptos como los de superficie, línea, etc.

Sin embargo, en la naturaleza difícilmente se pueden advertir líneas auténticamente rectas ni triángulos o cuadrados perfectos y el hombre logró concebir estas figuras gradualmente gracias a que su observación de la naturaleza era activa, es decir que para satisfacer sus necesidades prácticas fabricaba objetos cada vez más regulares en su forma.

Al dar forma a los materiales, reconoció la forma como algo que se le imprime a la materia y que puede ser considerada en sí misma. Este proceso de abstracción se desarrolló durante muchas generaciones: el hombre tuvo que manufacturar un sinnúmero de objetos con bordes rectos, tensar miles de cuerdas, dibujar en el suelo otras tantas líneas rectas, antes de adquirir una noción clara de línea recta.

Así mismo, la necesidad creciente de comunicación lo condujo a la producción de signos auditivos y visuales. Comenzó tanto a indicar direcciones como a representar objetos por medio de marcas y figuras simples. Empezó, pues, a reconocer la forma de los objetos y a ser capaz de producir formas que, además, eran portadoras de significado. Este fue, sin duda, un momento clave en el desarrollo de la humanidad.

Las pinturas rupestres son un hermoso testimonio de ello. Es posible que hayan sido creadas con fines didácticos o como instrumento para la definición de una estrategia para la caza o bien, como una práctica ritual y mágica, es decir, con fines expresivos e instrumentales: la representación figurativa como forma simbólico-instrumental de la caza del animal.

Cuando el hombre se vuelve agricultor y sedentario, formando asentamientos estables, surgen razones, de índole económica y política, de contabilidad y control, que conducen a la invención de la escritura. Las pictografías, las pinturas rupestres que datan de 15000 a 10000 a.c., devienen en los principios del arte pictórico, que durante el paleolítico tuvo tendencia a simplificar y estilizar, es decir, a la abstracción. Aparecieron también los ideogramas, esto es, símbolos que representaban ideas o conceptos. Estos signos evolucionaron hasta los signos alfabéticos, pasando por la escritura cuneiforme de Mesopotamia y los jeroglíficos egipcios. Un caso aparte es el de caligrafías como la china, considerada como una forma de arte puramente visual y no un lenguaje alfabético. Los

carteles caligráficos chinos se llaman *logogramas* y son representación de palabras completas. Son, al mismo tiempo, vía de comunicación con los antepasados e instrumento de adivinación. Aparece otra vez un proceso de abstracción formal pero que al mismo tiempo la forma no es una mera forma geométrica ya que se trata de una forma portadora de significado.

Análogamente, surgieron de las actividades cotidianas la noción de magnitud geométrica como por ejemplo, longitud, área y volumen. La gente medía longitudes, determinaba distancias, estimaba el área de superficies y el volumen de los cuerpos, todo ello por motivos prácticos. Se vio obligado a resolver problemas relacionados con la obtención de la superficie de áreas de cultivo, lo mismo que del cálculo de capacidades de contenedores y almacenes.

Tal como lo reseña H. Eves (1969), los egipcios y los babilonios ya conocían hace más de cuatro mil años las soluciones a algunos de estos problemas pero no lograron sistematizar sus conocimientos. Su geometría era solamente una colección de reglas deducidas de la experiencia y difícilmente se podía distinguir de la aritmética: los problemas geométricos eran al mismo tiempo problemas de cálculo aritmético. Estos pueblos estaban familiarizados con las reglas generales para el cálculo del área de rectángulos, triángulos rectángulos e isósceles, algunos trapecios y el volumen de paralelepípedos rectangulares, prismas rectos con base trapezoidal y el cilindro recto (tomando $\pi = 3$).

Sus trabajos se caracterizaron por la extracción de relaciones abstractas y generales a partir de las relaciones geométricas concretas. Los problemas se ordenaron en grupos de problemas que admitían una solución mediante el mismo procedimiento general. Sin embargo, este razonamiento empírico basado en el tratamiento de casos especiales, la observación de coincidencias y el empleo de la analogía y la intuición, carecía de entendimiento real y de substancia lógica, por lo que sus logros fueron limitados. Si bien fueron capaces de establecer relaciones adecuadas para el cálculo de áreas y volúmenes, también cometieron errores: calculaban, por ejemplo, mediante fórmulas equivocadas el volumen de una pirámide truncada y el área de un trapecoide.

La arquitectura babilonia se vio limitada por carecer absolutamente de materiales como la piedra y la madera. Las torres o *zigurats* (montañas sagradas) son las obras más características de su arquitectura. Eran torres de significado simbólico, desde las que se observaban los astros, compuestas por cuerpos macizos superpuestos escalonadamente y cuya cima, donde se supone existía un observatorio astronómico, se coronaba con una cúpula.

La arquitectura egipcia es fundamentalmente religiosa, simbólica y busca sintetizar las formas de la naturaleza. Era monumental; sus casas y palacios no fueron diseñados para resistir el paso del tiempo y quedan pocos vestigios de ellas. Utilizaban arcilla, adobe, ladrillo y piedra pero la madera era escasa e inadecuada para construir estructuras importantes. Era una arquitectura basada en el muro y el pórtico adintelado y de gran riqueza ornamental.

II.2.4 Orden Clásico

Los griegos representan una ruptura epistemológica con relación a sus antecesores. Para los babilonios y egipcios la geometría era una actividad eminentemente empírica, orientada a la resolución de problemas prácticos y, para ello, empleaban el método de ensayo y error, aproximaciones y, a lo más, la clasificación de problemas. Los griegos enfocaron los problemas de una manera sistemática y racional. Fue precisamente por la utilización del razonamiento que los griegos transformaron de manera radical la naturaleza del conocimiento geométrico.

En el siglo VII a.c. Tales de Mileto, quien había vivido algún tiempo en Egipto y conocía los desarrollos geométricos de la época, comienza a utilizar métodos deductivos y sienta así las bases de la geometría griega. Tales de Mileto se dio cuenta que la experiencia en sí no es suficiente para establecer resultados generales y reconoció la necesidad de establecer las verdades geométricas mediante el razonamiento lógico-deductivo.

Los griegos afirmaron que la naturaleza estaba racional y matemáticamente diseñada y que la razón humana, con la ayuda de la matemática, era capaz de conocer ese diseño. Todos los fenómenos aparentes a los sentidos, por ejemplo, el movimiento de los planetas en el cielo, pueden hacerse corresponder con patrones precisos, coherentes e inteligibles.

Para los pitagóricos, el número era la esencia de toda substancia. Cualquier forma es un patrón de puntos discretos dispuestos, como pequeñas piedras, para construir la forma. Así pues, las formas se reducen a números. El 10 era un número ideal, por lo que el número de cuerpos celestes debía ser también 10, lo que los llevó a postular la existencia del décimo planeta, no observado, que llamaron Antikhton. Las notas musicales se definen a partir de proporciones en la longitud de las cuerdas cuyas vibraciones las generan.

El universo tenía por centro a una tierra esférica alrededor de la cual gira la bóveda celeste describiendo una circunferencia. Los radios de los planetas iban de acuerdo con las notas musicales de tal forma que su transitar por el universo constituye una sinfonía cósmica. Descubrieron que solamente existían cinco poliedros regulares, hoy conocidos

como sólidos platónicos, uno correspondiendo con el cosmos y los cuatro restantes con los cuatro elementos: tierra, agua, fuego y aire.

En el período de la Grecia Clásica el estudio de la geometría fue una de las principales preocupaciones. Platón identificaba al mundo de los cuerpos físicos con el de las formas geométricas. Un cuerpo físico no es más que una parte del espacio limitado por las superficies geométricas, que no contienen nada fuera del espacio vacío. Para él, la física se reduce a la geometría así como para los pitagóricos se reducía a la aritmética. La geometría se convirtió en una disciplina básica para el desarrollo del pensamiento lógico y racional en cualquier área del conocimiento.

Los griegos se percataron de que había ciertos hechos básicos, incontrovertibles, tan evidentes que eran aceptados sin necesidad de ninguna demostración, por ejemplo, entre dos puntos pasa una recta o dado un punto y una distancia es posible trazar una circunferencia. Aplicando los principios de la lógica podían deducirse todos los demás resultados geométricos a partir de estos hechos básicos, es decir, todo el conocimiento geométrico giraba alrededor de unos cuantos ejes.

Este descubrimiento tuvo una enorme importancia para los griegos, preocupados como estaban en comprender el secreto de la perfección y la armonía del universo y la naturaleza: crear una ciencia, partiendo de unos cuantos axiomas y demostrando todos los demás hechos mediante el razonamiento lógico-deductivo. La síntesis máxima, el todo abarcado desde lo más sencillo; todo coincide, todo está en armonía. Esta es la forma pura de la perfección, el lenguaje en que está escrito el universo.

La estructura de la geometría sistemática, tal como aparece en Los Elementos de Euclides, puede resumirse de la siguiente manera:

El punto de partida consiste en establecer definiciones de ciertos términos básicos. Por ejemplo, la noción de punto como aquello que no tiene dimensión alguna, la línea entendida como aquello que tiene longitud y no anchura, etc.

El segundo paso consiste en establecer los axiomas y postulados. Los primeros se refieren a lo que Euclides llama nociones comunes, por ejemplo, el todo es mayor que las partes y que puede ser aceptado como verdadero en diversos contextos, mientras que los postulados son referidos a un campo específico, en nuestro caso, la geometría, y son relaciones entre los términos básicos que se consideran evidentes en sí mismas. Es claro que ninguno de estos postulados puede ser demostrado a partir de los otros; si ello ocurriera dejarían de ser postulados

En tercer término todas las demás propiedades geométricas se deducen lógicamente de postulados y axiomas. Estas nuevas propiedades que se van generando reciben el nombre de teoremas.

La estructura y el método de la geometría euclidiana se constituyó en el modelo a seguir por las demás ciencias durante cientos de años y fue, también, elemento fundamental del *orden clásico* que produjeron los griegos.

El orden clásico se caracteriza por el establecimiento de unos elementos formales, que constituyen el léxico básico por medio del cual se expresa, y de un sistema de producción, de composición de nuevas formas, esto es, un conjunto de reglas sintácticas. El sistema de producción es un sistema basado en la proporción y que permite la coordinación modulada de las dimensiones, fijando relaciones estables entre ellas

Claramente inspirados en el orden euclídeo, creyeron encontrar la perfección estética en una proporción especial conocida hoy como la proporción áurea o proporción divina y que podemos definir como aquella que se establece al dividir un segmento de tal forma que la parte menor es a la mayor como ésta es al todo. Las obras arquitectónicas y artísticas de los griegos frecuentemente están diseñadas de acuerdo con esta proporción.

El diseño arquitectónico griego era simple. El mayor problema de estructura en la arquitectura concernía al soporte de techos y pisos en espacios abiertos y la entrada de la luz. Durante los periodos prehelénico y helénico mantuvieron la misma estructura y organización en sus construcciones, siempre dentro del ámbito de la simple adición.

La forma típica de un templo griego es descrita por H. Velázquez (1967) de la siguiente manera:

...el recinto para la estatua del dios que consiste en una cámara rectangular, el *naos*, y un vestíbulo de entrada en forma de pórtico con columnas, el *pronaos*. Este conjunto se eleva sobre una plataforma con gradería, el estilobato, y se techa a dos aguas, lo cual determina frontones triangulares en sus extremos. (p. 45)

Estos templos no eran habitados, el pueblo no entraba en ellos, adoraba a los dioses frente a sus puertas. Su identificación entre número y forma y de las proporciones con las notas musicales les llevó a considerar la arquitectura como una manifestación musical. H. Velázquez comenta que "los griegos empleaban la palabra sinfonía para la arquitectura y en las tardes doradas de Atenas, al contemplar el Partenón, decían: *escucha, el Partenón está cantando*.

Además de los templos, la arquitectura griega se distingue por la construcción de teatros, estadios con capacidad para 50,000 personas, las ágoras o plazas públicas y arquitectura funeraria de carácter monumental.

Hicieron modificaciones al alfabeto que heredaron de los fenicios. Cada signo fue diseñado de acuerdo con principios geométricos. El alfabeto fue construido sobre la base de un cuadrado perfecto. Distinguieron tres categorías de letras según fueron generadas por alguna de las formas elementales: rectángulo, triángulo y círculo.

Para los griegos el cosmos tenía un orden, cuya racionalidad se correspondía con la geometría euclidiana e hicieron el diseño de sus objetos inspirados en esta idea: obras arquitectónicas, esculturas, etc. de acuerdo con esos principios geométricos.

Con la invasión de los romanos, el desarrollo de la civilización griega se vio obstaculizado. La geometría no corrió con la suerte de otras disciplinas como las artes plásticas y la literatura que fueron absorbidas e impulsadas por los conquistadores. Los juristas romanos establecieron en el Código de Matemáticos y Hacedores del Mal, "se prohíbe aprender el arte de la geometría y tomar parte en ejercicios públicos". Aunque la geometría como disciplina teórica no fue atendida, sí fue aplicada con gran tino por arquitectos y constructores romanos quienes, al mejorar ciertos procesos constructivos lograron ampliar los horizontes de aplicación de los principios clásicos.

Los romanos asimilaron las enseñanzas de los griegos y les dieron un sentido más realista, buscando lo útil y lo eficaz, pero también con una marcada tendencia a lo monumental.

Sus construcciones de arcos y bóvedas se constituyeron en canon arquitectónico durante siglos. A diferencia de los griegos cuya preocupación fundamental era el aspecto plástico, la perfección formal, los romanos se interesaron especialmente en los problemas de la estructuración y modelado del espacio: partieron el espacio y lo delimitaron mediante una construcción que se convertía en su eco.

Algo similar ocurrió con la ascensión al poder por parte de la iglesia que no veía con buenos ojos las doctrinas griegas. Alrededor del año 400 d.c., San Agustín, obispo de Hippona en África, afirmaba que "el buen cristiano debe tener cuidado de los matemáticos y de todos aquellos que hacen profecías vanas. El peligro ya existe pues los matemáticos han hecho un pacto con el diablo para oscurecer el espíritu y confinar al hombre en el infierno" (M. Kline, 1992). Muchos cristianos quemaron libros, destruyendo todo lo que del conocimiento antiguo llegaba a sus manos. Algunos otros se preocuparon por atesorar las obras griegas en los conventos quedando así al margen del resto de la sociedad. Por estas razones la ciencia geométrica quedó prácticamente ignorada en Europa hasta el siglo XII.

San Agustín era la personificación de la posición dual que tomó la Iglesia frente al conocimiento griego: por un lado, lo negó, en la medida que era peligroso para la doctrina y, por el otro, lo atesoraba y lo ponía al servicio del cristianismo. En una línea similar a la de los pitagóricos, le atribuía un sentido teológico a los números. Según él, Dios hizo al mundo en medida, número y peso y la ignorancia del número nos impide comprender "las cosas que se establecen en las escrituras de manera figurativa y mística". El tres es la trinidad, es decir, Dios. Cuatro son los elementos por lo que $7 = 3+4$ representa la humanidad y $12 = 3 \times 4$ es el número de apóstoles, es decir, la Iglesia. Afirmó que Dios creó el Universo en seis días porque el seis es un número perfecto (igual a la suma de sus divisores propios) y que el seis seguiría siendo un número perfecto aún cuando no existiera la obra de Dios. Nuevamente, los conceptos matemáticos son portadores de significado, en este caso religioso.

La ciudad de Alejandría, capital de la cultura helénica, era famosa por el enorme acervo de obras griegas que mantenía en su biblioteca. Con la caída de Alejandría en manos de los árabes en el siglo VII d.c., éstos se apoderaron de muchas de las obras griegas y las tradujeron a su idioma. Aunque las contribuciones originales de los árabes fueron realmente pocas, lograron mantener durante cinco siglos la tradición geométrica y la aplicaron magistralmente en sus obras arquitectónicas, mosaicos, tapetes, etc.

Mientras tanto, la Europa medieval producto de la invasión de los bárbaros y bajo el control de la iglesia, estuvo al margen del conocimiento geométrico de los griegos hasta que por medio de sus continuos y a veces traumáticos contactos con los árabes (el comercio, invasiones, las cruzadas) fueron conociendo sus obras. Las ideas que en ellas encontraron causaron gran excitación y fueron rápidamente traducidas al latín. Sin embargo, estas obras no fueron difundidas, ya que la iglesia, la única capaz de realizar esta labor, se reservó el control no solo de este conocimiento sino de todo el saber en general. Las obras griegas traducidas fueron celosamente guardadas en las bibliotecas de los monasterios.

Durante los siglos XII y XIII se construyen las grandes catedrales góticas. La solución de nervios, transversales y diagonales, junto con los contrafuertes y arbotantes, que se le dio al problema de proporcionar techos de piedra a iglesias altas y anchas, significó un avance tecnológico importante. Las catedrales góticas también fueron trazadas de acuerdo con el orden clásico, sin que esto quiera decir que no haya diferencias profundas entre ambos estilos arquitectónicos. En la escuela de la catedral de Chartres se estudiaron los libros de Euclides y se convirtió en una de las escuelas de matemáticas más importantes de la época.

Las catedrales góticas eran pensadas como lo más divino sobre la tierra, como símbolo del Paraíso y, por lo tanto, debían incorporar todos los posibles atributos de la realidad

espiritual. Pretendían construir un pedazo de eternidad sobre la tierra. Para ello, introdujeron en sus diseños todos los números y símbolos apropiados posibles.

En la catedral de Chartres, las puertas se ubican entre las dos torres occidentales. Dos es el número de la dualidad, de la primera división de la Creación entre las cosas del espíritu y las cosas mundanas, entre la Esencia y la Substancia. Las torres tienen cuatro caras, que es el cuadrado de dos, y que en casi todas las culturas representa el mundo material. Así pues, los peregrinos entraban a la catedral desde el final, que simbolizaba lo mundano de donde provenían, y atravesaban las puertas cuya verdad debían aceptar para que lo demás tuviera significado. Procedía después a través de la nave, como un arca, y sobre el laberinto, como ejemplificación de su jornada, dirigiéndose hacia el Este. En el ábside, el diseño consiste, esencialmente, de tres capillas circulares. Tres es el número del espíritu y el círculo es la figura perfecta, sin principio ni fin, es el mismo Dios. Así pues, el peregrino se mueve de la dualidad de la existencia hacia la Trinidad y el Espíritu.

Las catedrales góticas son el resultado de la conjunción de las ideas de los clérigos acerca de los números y de la tradición geométrica de los constructores. Las consideraciones estéticas no parecen haber tenido ningún papel en el diseño de estos templos. El número y su significado eran la inspiración de los clérigos, mientras que la geometría y la medida guiaban la mano de los constructores. Nuevamente observamos que los conceptos matemáticos aparecen preñados de significado.

Otra aplicación práctica que se le dio a la geometría fue la elaboración de las cartas marinas. Los conceptos básicos de la geometría euclidiana eran fundamentales para el desarrollo de esta tarea.

II.2.5 El Renacimiento

En el siglo XII se fundan las primeras universidades y el conocimiento se socializa rápidamente. El conocimiento de los textos clásicos griegos acarrió transformaciones profundas en la sociedad europea. Surge lo que conocemos como el renacimiento.

Un elemento que tuvo gran importancia en el desarrollo y socialización de las nuevas ideas, fue el papel. Aunque los chinos ya lo habían utilizado desde el siglo II a.c. en la elaboración de libros didácticos, en Europa fue desconocido hasta que lo introdujeron los árabes. El papel era el elemento que faltaba para que proliferaran las técnicas de grabado. Se contaba con los elementos de impresión (madera, piedra, metal, etc.) y los agentes intermedios (tinta, color, etc.), pero faltaba un elemento apropiado para recibir la huellas. Al finalizar la Edad Media se incrementaron considerablemente los grabados por motivos

religiosos pero también debido a nuevas aplicaciones, como la impresión de cartas y otro tipo de juegos. En el siglo XIV existen en Italia ciudades como Padua, Treviso y Fabriano con casas dedicadas a la producción de papel y gremios de grabadores.

El hombre del renacimiento vuelve su mirada hacia la naturaleza y hacia si mismo. Se gesta así una nueva visión del mundo y un nuevo concepto del hombre que podríamos resumir en lo que Leonardo da Vinci llamaba "el hombre universal" para quién era necesario adentrarse en el conocimiento de todas las áreas del conocimiento humano: las bellas artes, anatomía, física, matemáticas, la naturaleza, las letras y la filosofía.

La arquitectura del Renacimiento tuvo como característica distintiva la cúpula suspendida, "sola en el espacio, vibrante y sorprendente como la aparición de un mundo". Sin embargo, no introdujo modificaciones importantes en los procedimientos constructivos.

El resurgimiento del viejo sueño griego de entender y dominar a la naturaleza se plasmó en el terreno de la pintura en el abandono de los temas religiosos y el afán de regresar al mundo de una forma más vital, más real, que expresase mejor la relación del hombre con la naturaleza. El hombre se interesó en representar el mundo tal y como él lo veía.

II.2.5.1 Geometría Proyectiva

El problema al que se enfrentó fue el de representar los sujetos y objetos en relación con su entorno, tal y como lo percibe el ojo humano. Las pinturas anteriores al siglo XV simplemente yuxtaponían los sujetos y los objetos sin tomar en cuenta sus relaciones espaciales. Esto las hace verse planas; en los cuadros no existe la sensación de profundidad. Ya en las vasijas griegas se reproducían figuras en distintos niveles, lo que indujo a pensar que se trataba de una forma de representar la profundidad en un espacio tridimensional, es decir, de los inicios de la geometría proyectiva. Sin embargo, en opinión de W.M. Ivins (1969) esta interpretación es incorrecta: " el arreglo en filas resulta ser un instrumento pictórico no para indicar profundidad visual sino para resguardar la conciencia táctil, i. e., el representar las cosas como son conocidas táctilmente" (p. 31).

Hubo necesidad de idear un método que permitiera determinar el tamaño y colocación de los elementos que constituyen la obra, de tal forma que permitiera la recreación de las relaciones espaciales de una manera realista. Apareció entonces lo que León Battista Alberti llamó *la costruzione legittima* y hoy conocemos con el nombre de perspectiva. Esta fue la contribución más importante de Europa renacentista al desarrollo de la geometría.

Este método lo podemos describir de la siguiente manera: cuando el artista mira un objeto, los rayos de luz que ésta refleja inciden en su ojo. Si se pusiera una pantalla

transparente entre el ojo del artista y el objeto, estos rayos cortarían la pantalla formando un conjunto de puntos, que es la imagen o proyección del objeto sobre la pantalla y es precisamente lo que el artista debería dibujar sobre el papel, para que así, quien mire la pintura, reciba la misma impresión de la forma del objeto que recibió el artista. Esta idea fue claramente ilustrada por Dürero en varios de sus cuadros, por ejemplo, El Diseñador y la Mujer Acostada y El Diseñador y el Laúd.

Fue Gérard Desargues en siglo XVI quien desarrolló en forma sistemática la teoría de la perspectiva geométrica. Sin embargo, sus trabajos pasaron desapercibidos debido, por un lado, a la terminología obscura que utilizó y por el otro, a la aparición del método analítico que acaparó la atención de los estudiosos de la geometría. Es hasta fines del siglo XIX cuando son nuevamente introducidas las reflexiones proyectivas a la geometría por conducto de Gaspard Monge y su geometría descriptiva y sobre todo, por el gran impulso que Jean Victor Poncelet le diera. Estos trabajos condujeron a clasificar las propiedades geométricas en dos categorías: las *propiedades métricas*, en las que intervienen medidas de distancias y ángulos, y las *propiedades descriptivas*, en las que lo importante es la relación de las posiciones de los elementos geométricos entre sí. Las propiedades descriptivas no se alteran cuando la figura es proyectada, mientras que las propiedades métricas si resultan alteradas en general por las proyecciones. El estudio de las propiedades descriptivas de las figuras geométricas se conoce como *geometría proyectiva*.

II.2.5.2 La geometría analítica.

En el siglo XVI se produjo un gran avance en el estudio de la geometría cuando René Descartes propuso un nuevo método geométrico basado en la algebrización de la geometría.

Las figuras geométricas pueden pensarse como conjuntos de puntos y los puntos pueden ser asociados a parejas ordenadas de números. Se establece así una correspondencia entre los puntos del plano y las parejas ordenadas de números reales y de paso, una relación entre las curvas en el plano y las ecuaciones con dos variables, de manera que para cada curva en el plano existe una ecuación de la forma $f(x,y)=0$, y a cada una de estas ecuaciones corresponde una curva o conjunto de puntos en el plano. Así mismo, se establece una correspondencia entre las propiedades algebraicas de $f(x,y)=0$ y las propiedades geométricas de la curva asociada. Así, la tarea de demostrar un teorema en geometría resulta equivalente al de demostrar su teorema correspondiente en álgebra.

II.2.6 Época Moderna

Los siglos XVII y XIX son testigos de transformaciones radicales de orden económico, social, político y cultural. La revolución industrial trastoca completamente la organización económica, surgen nuevos sujetos sociales y el poder cambia de manos, se consolidan los estados nacionales y el capitalismo se expande por todo el mundo. Ciencias como las matemáticas y la física muestran un desarrollo vertiginoso. Durante el siglo XIX se completa el sistema de la física clásica mientras que en la matemática se descubren otros tipos de geometrías y con ellos se le abre la puerta a nuevas y revolucionarias concepciones acerca del espacio.

II.2.6.1 Nuevos desarrollos de la geometría

Durante el siglo pasado se encontraron nuevos caminos para el desarrollo de la geometría. La geometría euclidiana dejó de ser la única geometría posible abriéndose así el camino a nuevas concepciones acerca del espacio y de la geometría.

II.2.6.1.1 Geometría no euclidianas

En la primera mitad del siglo XIX se produce una auténtica revolución en la geometría. El germen de este cambio apareció junto con los Elementos de Euclides: su quinto postulado no encajaba dentro de la axiomática griega con la misma naturalidad con la que lo hacían los otros postulados. Tal como lo expuso Euclides el postulado establecía:

Si una recta que corte a otras dos forma con éstas ángulos interiores del mismo lado de ella que sumados sean menores que dos rectos, las dos rectas, si se prolongan indefinidamente, se cortarán del lado en que dicha suma de ángulos sea menor que dos rectos

Este quinto postulado no parece ser, a primera vista, una *verdad evidente*. El mismo Euclides pospuso lo más posible la introducción del quinto postulado en su libro seguramente porque el mismo dudaba de él. Durante siglos este postulado fue motivo de profundas reflexiones. Se propusieron formas equivalentes pero que resultan mucho más claras. John Playfair, a fines del siglo XVII, propuso el postulado equivalente

Por un punto exterior a una recta solo pasa una paralela a ella.

que aunque resulta claro y evidente siguió siendo motivo de polémica. También se pensaba que podía ser demostrado a partir de los otros axiomas. Se intentaron muchas

demostraciones del quinto postulado pero fue hasta 1733 cuando se publica la primera investigación rigurosa de Girolamo Saccheri. Posteriormente, Gauss, Bolyai y Lobachevsky desarrollaron la idea de la independencia del quinto postulado, esto es, la imposibilidad de demostrarlo a partir de los demás postulados y procedieron a investigar su posible sustitución por alguna de las siguientes posibilidades: por un punto exterior a una reta pueden trazarse *únicamente una* (el caso euclidiano), o *mas de una*, o *ninguna paralela*.

El desarrollo de otras geometrías, igualmente coherentes que la geometría euclidiana, abrió una nueva concepción acerca del espacio y los postulados geométricos. La visión imperante, la kantiana, sostenía que el espacio era un sistema de referencia que existe intuitivamente en la mente humana y que los axiomas y postulados de la geometría euclidiana son juicios *a priori* impuestos en la mente, es decir, se trata de verdades que no provienen de nuestra experiencia. No es difícil imaginar el impacto que tuvo el descubrimiento de geometrías no euclidianas al acabar con el reinado indiscutible del sistema euclidiano, vigente por más de dos milenios y modelo para las ciencias. Abrió también la puerta a las mas variadas concepciones acerca del espacio y, en particular, desbrozó el camino para Einstein y su revolucionaria teoría de la relatividad y su concepción de un espacio curvo (no euclidiano) y de cuatro dimensiones. Rompió también con la idea de la *verdad absoluta* en las matemáticas.

II.2.6.1.2 El Programa de Erlanger

En 1872 Felix Klein presentó en la Facultad de Filosofía de la Universidad de Erlangen lo que posteriormente sería conocido como el Programa de Erlanger. La idea fundamental de Klein consiste en identificar el conjunto de automorfismos inyectivos de un conjunto dado que forman un grupo. A partir de esto es posible definir, por ejemplo, la geometría euclidiana métrica plana como el estudio de los *invariantes* (longitud, área, congruencia, punto medio, paralelismo, perpendicularidad, colinealidad, concurrencia de líneas, etc.) *bajo el grupo de isometrías planares* (productos de traslaciones, rotaciones y reflexiones) o bien, definir la geometría proyectiva plana como el estudio de los *invariantes* (razón cruzada, concurrencia de líneas, etc.) *bajo el grupo de transformaciones proyectivas*.

De manera general, F. Klein define una Geometría como el estudio de aquellas propiedades de un conjunto S que permanecen invariantes cuando los elementos de S son transformados por el grupo de transformaciones Γ . Dicha geometría puede denotarse mediante el símbolo $G(S, \Gamma)$.

Además de incluir a todas las geometrías conocidas hasta ese momento, esta definición permite construir una infinidad de geometrías de acuerdo con el siguiente esquema:

- Se elige el elemento fundamental de la geometría (punto, línea, círculo, esfera, etc.).
- Se define el espacio que forman estos elementos (todos los puntos de un plano, los puntos de una superficie esférica, todas las líneas de un plano, todos los círculos de un plano, todos los planos del espacio que pasan por un punto dado, etc.).
- Se determina el grupo de transformaciones que se aplican a los elementos del espacio.

II.2.6.1.3 La axiomática de Hilbert

El profesor David Hilbert impartió varias conferencias sobre los fundamentos de la geometría euclidiana en la Universidad de Gotinga. Estas conferencias fueron después publicadas en 1899 con el título de *Fundamentos de la Geometría*. En esta obra se propone un nuevo método para la organización de la geometría, el *método postulacional*.

Euclides distinguió entre axiomas, proposiciones como *dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí* que son verdaderas en diversos contextos y que se ubican en el campo de la lógica y postulados, que son proposiciones que son aceptadas como verdaderas y que se refieren a un contexto específico, la geometría euclidiana, en la que se acepta el postulado *todos los ángulos rectos son iguales*.

Para Hilbert no hay distinción entre unos y otros y propone reorganizar la geometría euclidiana plana -- que tal como aparece en los libros de Euclides contiene errores, como el usar supuestos de manera implícita -- a partir de 15 postulados y cinco términos primitivos.

Los términos primitivos son términos que no se definen y para el caso de la geometría euclidiana plana son: *punto*, *línea*, *en* (una relación entre punto y línea), *entre* (una relación entre un punto y un par de puntos) y *congruente* (una relación entre pares de puntos y entre los ángulos que son definidos en función de los términos primitivos).

En su obra, Hilbert, además de aportar una axiomatización correcta a la geometría euclidiana, logra, gracias a sus investigaciones sobre la independencia de los postulados por él propuestos, inaugurar el estudio de la geometría abstracta y darle un gran impulso a la organización hipotético deductiva de la matemática.

II.2.6.1.4 Nuevas concepciones acerca del espacio

Al abandonar la idea de que *la* geometría euclidiana era la descripción del espacio se abrió el camino para la exploración de descripciones del espacio más generales y, al mismo tiempo, estos desarrollos extendieron el concepto de espacio.

La geometría Riemanniana

Riemann generalizó el concepto de espacio de tal forma que incluye al espacio euclidiano y al de Lobatchevsky como casos especiales.

Para él, el espacio es solamente una variedad tridimensional, para la cual no es necesario desarrollar un sistema axiomático y resulta más conveniente utilizar una generalización del enfoque analítico cartesiano: la geometría del espacio, también llamada geometría intrínseca, se describe en términos de seis funciones que determinan los coeficientes métricos del elemento de línea y que se dan como funciones de las coordenadas.

El concepto de espacio abstracto

En 1906, M. Fréchet introdujo el concepto de espacio abstracto. Un espacio abstracto es un conjunto de objetos, generalmente llamados puntos, junto con un conjunto de relaciones entre ellos. El conjunto de relaciones determina la estructura del espacio

El hombre ya no se limitó más a describir el espacio sino que empezó a inventar y a crear nuevos espacios, con estructuras muy variadas y con dimensiones incluso mayores que tres. La idea de un espacio n -dimensional aparece asociada a Julius Plücker en 1885 cuando reconoce que, por ejemplo, pueden utilizarse cuatro variables para describir rectas y esferas en el espacio tridimensional. Así, por ejemplo, el conjunto de circunferencias en el plano, como espacio abstracto es tridimensional puesto que se necesita de tres variables para describir cada uno de sus elementos $\{(h,k,r) \ x^2 + y^2 = r^2 \}$.

Otra forma de definir un espacio n -dimensional es conservando como elemento fundamental al punto, pero dotando al espacio de una estructura multidimensional. Esto puede lograrse mediante el método sintético o utilizando el método analítico. En este último caso, simplemente se hacen corresponder los puntos del espacio con n -adas de números reales.

Con el método sintético hacemos:

- 1) Términos primitivos: punto y la relación "colineal".

2) Una *recta* (espacio puntual unidimensional) o **planicie-1**, consiste en los puntos que se obtienen si tomamos 2 puntos distintos, todos los puntos colineales con ellos y todos los puntos colineales con dos cualesquiera obtenidos por el procedimiento anterior.

Un *plano* (espacio puntual bidimensional) o **planicie-2**, consiste en los puntos que se obtienen si tomamos 3 puntos distintos, no todos en la misma recta, todos los puntos colineales con dos cualesquiera de ellos y todos los puntos colineales con dos cualesquiera obtenidos por el procedimiento anterior.

Un *espacio puntual tridimensional* o **planicie-3**, consiste en los puntos que se obtienen si tomamos 4 puntos distintos, no todos en el mismo plano, todos los puntos colineales con dos cualesquiera de ellos y todos los puntos colineales con dos cualesquiera obtenidos por el procedimiento anterior.

Un *espacio puntual n-dimensional* o **planicie-n**, consiste en los puntos que se obtienen si tomamos $n+1$ puntos distintos, no todos en la misma planicie ($n-1$), todos los puntos colineales con dos cualesquiera de ellos y todos los puntos colineales con dos cualesquiera obtenidos por el procedimiento anterior.

Se dice que un conjunto de puntos es independiente en un espacio puntual n -dimensional, si es imposible obtener todos los puntos a partir de un número menor de ellos, tomando esos puntos, los puntos colineales con cualesquiera dos de ellos y los puntos colineales con cualesquiera dos obtenidos por ese procedimiento. La *dimensión* del espacio está dada por uno menos que el número máximo de puntos independientes que contiene.

II.2.6.1.5 La topología

Henri Poincaré (1986) explicaba a principios de nuestro siglo cómo debía entenderse lo que él llamaba *análisis situs*, hoy topología,

Las geometrías distinguen con frecuencia dos clases de geometría que llaman métrica y proyectiva, respectivamente. La geometría métrica se funda en la noción de distancia, y en ella se consideran equivalentes dos figuras cuando son "iguales", en el sentido que los matemáticos dan a este vocablo. La geometría proyectiva está fundada en la noción de línea recta, y para que dos figuras sean consideradas equivalentes, no es necesario aquí que sean iguales, pues basta con que pueda pasarse de una a otra mediante una transformación proyectiva, es decir, que una de ellas se convierta en la otra mediante una proyección en perspectiva.

A esta última se le llama frecuentemente geometría cualitativa, en oposición a la primera, pues la cantidad y la medida tienen en ella un papel secundario, pero sin embargo no completamente nulo. El hecho de que una línea recta no sea algo puramente cualitativo se observa en que no sería posible constatar su rectitud sin hacer medidas o sin deslizar por ella ese instrumento llamado "regla", que es una especie de instrumento de medida.

Pero existe una tercera geometría puramente cualitativa, donde la cantidad está desterrada: se trata del análisis situs. En esta disciplina dos figuras son equivalentes siempre que pueda pasarse de una a otra mediante una deformación continua, cualquiera que sea -por otra parte- la ley de esta deformación, siempre y cuando se respete la continuidad del proceso. Así, un círculo es equivalente a una elipse y a cualquier curva cerrada, pero no puede serlo a un segmento de recta, porque el segmento no está cerrado. Una esfera es equivalente a una superficie convexa cualquiera, mas no a un arco, porque el arco tampoco está cerrado.

La proposición fundamental del análisis situs es la consideración de que el espacio es un continuo de tres dimensiones. El espacio es relativo. Con esto quiero decir que podemos ser transportados a otra región del espacio sin apercibirnos de ello (...) y que las tres dimensiones de todos los objetos podrían agrandarse en la misma proporción sin que pudiéramos saberlo, con tal que nuestros instrumentos de medida participen de la misma dilatación. Por otra parte, el espacio es amorfo, lo cual significa que no difiere del espacio que podría obtenerse por una deformación cualquiera.

La conclusión de que el espacio es relativo fue una fuente inspiradora de exploraciones formales muy diversas. Igualmente, la idea de las transformaciones continuas y la equivalencia topológica de formas como por ejemplo el cubo y la esfera, alentó el uso de formas redondas en la arquitectura y la escultura.

II.2.6.1.6 La Geometría Fractal

Si observamos con detenimiento muchas de las formas que aparecen en la naturaleza nos daremos cuenta de que, a pesar de su apariencia caprichosa e irregular, mantienen ciertos patrones similares. Los árboles, las montañas y las nubes muestran su irregularidad de una forma sorprendentemente ordenada. La naturaleza está llena de formas que se repiten a sí mismas dentro del mismo objeto pero en diferentes escalas. La forma de un pedazo de roca es similar a la de la montaña de la cual proviene. Las ramificaciones de las ramas de los árboles presentan frecuentemente los mismos patrones de ramificación que el tronco. Patrones similares de ramificación se advierten en el sistema circulatorio del hombre y en los mapas hidrológicos.

Benoit Mandelbrot, reconociendo que las herramientas matemáticas desarrolladas hasta el momento, la geometría euclidiana y el cálculo diferencial -símbolos ambos del orden perfecto- resultaban impotentes ante la infinita variedad e irregularidad de las formas naturales, dio a conocer en los años setenta, un lenguaje capaz de dar cuenta, de ordenar, el caos de las formas de la naturaleza: la Geometría Fractal

Ni las montañas son conos ni las nubes círculos. En realidad, suelen mostrar una estructura jerárquica compleja. Estructuras semejantes se encuentran al estudiar las variaciones de precios o la transmisión electrónica de información y la estabilidad de una gran cantidad de sistemas dinámicos.

Las medidas euclidianas son incapaces de describir la esencia de tales estructuras y es preciso reformular el concepto de dimensión. La métrica euclidiana considera que el punto tiene dimensión cero, la línea uno, el plano dos dimensiones y los cuerpos tres. La Geometría Fractal reconoce, y es capaz de construir, figuras geométricas con dimensión intermedia entre, por ejemplo una y dos dimensiones. Así, por ejemplo, la curva de Koch tiene, de acuerdo al concepto fractal de dimensión, 1.2618 de dimensión, esto es, está entre una línea y una superficie.

Figuras como la curva de Koch que se repiten a sí mismas en escalas cada vez menores se denominan autosimilares. La autosimilitud es una simetría con respecto a la escala. Corresponde a un orden más cercano a Leibnitz que a Platón. Un universo formado por mónadas que a su vez son, en sí mismas, universos. Un mundo barroco en el que cada motivo es tan complejo como la figura misma. Los fractales son manifestación del infinito.

La autosimilitud es un proceso de recursión que puede ser ilustrado por la imagen de Swift acerca de la mosca de la mosca de la mosca y así al infinito. Constituye también un método básico para generar fractales: la aplicación iterativa de un conjunto de transformaciones. Un ejemplo de ello es el triángulo de Sierpinski que se genera aplicando a cualquier conjunto no vacío de puntos en el plano, un conjunto de tres transformaciones contractivas.

El desarrollo de las computadoras facilitó enormemente el estudio de los sistemas dinámicos mediante el análisis numérico y sus manifestaciones gráficas. Por sistema dinámico se entiende un fenómeno que puede describirse mediante un conjunto de variables $\{x_i\}$ y una ley de transformación de la forma $x_i^{n+1} = F(x_i^n, t)$ donde t es el tiempo. Son de especial importancia aquellos puntos del espacio para los cuales el sistema es estable, esto es, que $\|F(x, t)\|$ permanece acotado cuando t tiende a infinito. Así, otro importante método para generar fractales consiste en pintar un mapa del comportamiento de un sistema

dinámico que, si utilizamos una computadora, significa iluminar cada pixel de la pantalla con un color según la rapidez con que el sistema diverja y negro en caso de que el sistema sea estable en ese punto del plano.

II.2.6.2 Desarrollo de los diseños

A mediados del siglo XIX y como resultado de la revolución industrial surge una nueva práctica profesional: los diseños. Surgen a partir de la nueva división técnica del trabajo estético especializado como respuesta a la necesidad de introducir recursos estéticos en los productos industriales. Siguiendo a J. Acha, definiremos los diseños como "actividades proyectivas que introducen recursos estéticos en los productos de la industria masiva". Entre ellos es posible distinguir los diseños gráfico, industrial y arquitectónico fundamentalmente.

El diseño gráfico se ocupa de los objetos de dos dimensiones o planos, por ejemplo, tejidos y telas estampadas, carteles, portadas de libros, rótulos y señales, etc. La especialización del sistema fabril dividió la comunicación gráfica en dos procesos diferentes: diseño y producción. La naturaleza de la comunicación visual experimentó una transformación profunda. Se expandió la escala de medidas tipográficas y el estilo de los tipos de letra. La invención de la fotografía y, más tarde, la de los medios para imprimir imágenes fotográficas ampliaron enormemente el significado de la información visual (Meggs, P., 1991).

Aunque el diseño gráfico aparece originalmente asociado a la producción y reproducción de imágenes y palabras bajo procesos mecánicos de impresión sobre materiales diversos, actualmente incorpora especialmente la producción de imágenes por medios audiovisuales mediante el uso de las computadoras.

Diversos autores, (Maldonado, 1977), (Dorfles, 1968), (Acha, 1990) ubican el origen del diseño industrial a mitad del siglo XIX, con la primera exposición universal organizada en el Palacio de Cristal de Londres. Los productos que ahí se exhibieron destacaron por una ausencia de tratamiento formal y estético y se planteó la necesidad de producir objetos que además de funcionales fueran estéticos.

Como ya se dijo, la nueva división técnica de los procesos de trabajo propició la aparición de los diseños como prácticas profesionales novedosas y que se oponían a las prácticas artesanales. La introducción de la maquinaria opone el trabajo del artesano, que es un trabajo creador, integral, al del obrero, que es incompleto; es tan sólo una parte del proceso de trabajo. Como resultado de esta oposición emerge el diseñador.

Una primera respuesta a la necesidad de producir industrialmente objetos que, además de ser funcionales, fueran estéticos, fue recurrir a los estilos históricos para darles un aspecto estético. El resultado fue una disociación entre forma y función: el aspecto estético era un añadido de flores, encajes y formas decorativas.

Como reacción a esta corriente, W. Morris entiende que el diseño, en lugar de imitar los estilos históricos, debe recrearlos y asimilarlos, utilizando para ello un nuevo lenguaje semiabstracto, basado en la línea curva y en las formas derivadas de la naturaleza (Reyes, F.P., 1977). Esta nueva concepción del diseño se ubica dentro lo que se conoce como el Modernismo.

W. Morris, buscando regresar a las formas de producción artesanal, planteó la necesidad de borrar las diferencias entre artes mayores (arquitectura, pintura, etc.) y artes menores (arquitectura doméstica, carpintería, cerámica, etc.). El Modernismo busca también la unificación de las artes, pero aceptando y utilizando el sistema de producción mecánica, aprovechando sus ventajas, por ejemplo, la utilización de nuevos materiales como el hierro, el vidrio y el hormigón.

A fines del siglo XIX con el crecimiento acelerado de los burgos, el urbanismo surge como el máximo problema de la arquitectura.

La arquitectura moderna (posterior a la primera guerra mundial) buscaba el racionalismo constructivo, funcionalismo de composición y realismo. Necesitaba un material capaz de dividir y contener el espacio mediante láminas suspendidas, un material con cuerpo de piedra, alma de acero, sólido y flexible, resistente y ligero: el cemento armado.

Este material, a diferencia del ladrillo o la piedra que sólo pueden ser sometidos a esfuerzos de compresión, se somete a esfuerzos flexionantes con secciones muy reducidas. El elemento fundamental pasa a ser el marco estructural (flexiones horizontales y verticales: postes, columnas, apoyos y volados) hecho con cemento armado. Los muros ya no trabajan, son simples divisiones. Otra característica importante de la arquitectura moderna es que los pisos y los techos constituyen un solo elemento que puede volarse sin apoyos en uno de sus extremos.

Después de la primera guerra mundial se funda la escuela de la Bauhaus, sin duda la más importante en el presente siglo, que encarna una nueva concepción coherente de los diseños. Bajo la dirección de W. Gropius (1919-1928) se caracteriza por: i) proponer la unidad entre arte y técnica, ii) admitir la esteticidad autónoma de las máquinas y ii) reelaborar el formalismo neoplasticista a partir del constructivismo y utilizar un nuevo criterio en la composición de la forma inspirado en la técnica (en lugar de la artesanía). En otra etapa de

esta escuela, bajo la dirección de Meyer (1928-1930) se distingue por una exaltación de: productivismo, antiesteticismo, realismo, colectivismo, materialismo.

La enseñanza del diseño es organizada de acuerdo con la estructura de los gremios de artesanos medievales, con su división en maestros, artesanos y aprendices. La arquitectura reúne y rige a las demás artes.

A partir de los años treinta se producen dos orientaciones en el campo del diseño industrial: i) el llamado *styling* que tiene su origen en la competencia monopolista de diferenciación del producto y ii) lo que Maldonado (1977) llama "el legendario estilo Bauhaus" que es impulsado por la salida de Alemania, provocada por la asunción al poder de los nazis, de diseñadores hacia diversas partes del mundo.

Probablemente el diseñador que haya aportado la postura más completa dentro del Modernismo haya sido Le Corbusier. Comparte la visión de la arquitectura como la práctica que aglutina a todos los diseños. Para él, la arquitectura cubre: "el arte de construir casas, palacios y templos; barcos, coches, vagones de tren y aeroplanos. Equipo doméstico e industrial y equipo de comercio. El arte de la tipografía tal como se utiliza al hacer revistas, periódicos y libros" (Le Corbusier, 1986, p. 9).

Dentro de la tradición moderna, Le Corbusier intenta organizar un sistema abierto, ilimitado y flexible, a partir de categorías de la percepción de la Gestalt y no un mero ejercicio intelectual:

La arquitectura no es un fenómeno sincrónico sino sucesivo, hecho de imágenes que se añaden unas a otras, cada una sucediéndose en el tiempo y el espacio, como música. Esto es importante, de hecho es capital y decisivo: las formas estrelladas del renacimiento produjeron una arquitectura ecléctica, intelectualizada, un espectáculo visto solamente en fragmentos de intención; el mismo fragmento repetido una y otra vez en los ejes de la estrella." (Le Corbusier, 1986, p.73)

Para la construcción de su sistema, Le Corbusier se da cuenta de que debe contar con un instrumento de medida de longitudes, superficies y volúmenes, análogo a la escala musical y en la forma en que contribuye, como herramienta de trabajo, al pensamiento musical. Puesto que de lo que se trata es de producir los objetos de los diferentes niveles del espacio existencial, el instrumento de medida debe ser referido al hombre mismo: el hombre como medida de todas las cosas.

El *Modulor*, nombre que dio al nuevo sistema de medida, es una escala de medidas, organizadas a partir de nuestra percepción visual y no táctil como es en el caso de los

sistemas métrico e inglés, que además permitiría unificar, coordinar y armonizar el trabajo, hasta entonces dividido por la existencia de esos dos sistemas de medición incompatibles.

El espacio que se va a describir, y a producir, está determinado por la forma en que el hombre ocupa el espacio existencial y de cómo es percibido por él. Para esto, las matemáticas nos proveen de una serie de enorme utilidad: la serie de Fibonacci:

El modulator es un instrumento de medición basado en el cuerpo humano y en las matemáticas. Un hombre con el brazo levantado provee, en los puntos que determinan su ocupación en el espacio -pie, plexus solar, cabeza, puntas de los dedos del brazo levantado-, tres intervalos que dan lugar a una serie de secciones áureas, llamada serie de Fibonacci. Por otro lado, las matemáticas ofrecen la más simple y también la más poderosa variación de un valor: la unidad sola, el doble de la unidad y las tres secciones áureas." (Le Corbusier, 1986, p. 55).

Para él, la utilización de los sistemas de medición imperantes en la construcción tanto de casas, templos o edificios como de objetos de uso doméstico, industrial o comercial, ha dislocado las relaciones del hombre con estos objetos. Esta es la razón de ser del Modulator: traer orden.

A fines de los años sesenta se da un movimiento en el diseño que aspira a construir una metodología científica y sistemática para el proceso del diseño. La aparición de las computadoras y de técnicas matemáticas como la investigación de operaciones y la teoría de grafos influyeron de manera importante en el quehacer del diseñador. El diseñador se concibe como un ente cibernético, que recopila información acerca de las necesidades del usuario, las constricciones reglamentarias, las condiciones del entorno, etc. y las traduce en una solución de diseño. Sin embargo, bien pronto se reconoce que no es posible *reducir* el proceso de diseño a estas técnicas, aunque no por ello dejan de ser herramientas útiles. Tal como lo expresó Broadvent en 1971:

Ya no es suficiente imponerle al diseñador técnicas procedentes de la I.O., ni de la Teoría de los Grafos; pueden inhibirle, o pueden resultar completamente ajenas a sus propósitos. El nuevo enfoque estará basado en una preocupación intensa por las necesidades de las personas; el diseñador se nutrirá de los recursos de la filosofía y la psicología de la percepción para poder definir estas necesidades ... Es muy probable que los nuevos métodos de diseño se parezcan mucho a lo que el diseñador cree que ya está haciendo ahora, pero existirá una diferencia: aprovechará las técnicas disponibles de la I.O., el análisis de sistemas, los ordenadores y las nuevas matemáticas, pero no estará dominado por ellas. El propio proceso determinará qué técnicas parecen más adecuadas.

Es posible advertir, en esta cita de Broadvent, el enorme impacto que tuvo, durante la década de los setentas, las llamadas Matemáticas Modernas; no sólo en las transformaciones curriculares que impulsaron sino en otros ámbitos, en particular, en el campo del diseño. La divulgación que se hiciera de, por ejemplo, los conceptos básicos de la topología llevó a la exploración de superficies y cuerpos, con objetivos estructurales (Frei Otto) o artísticos (M. C. Escher).

R. Leoz, siguiendo la tradición de Le Corbusier considera que la arquitectura está definida por la concurrencia de la matemática, las bellas artes, la vertiente tecnológica y la del conjunto de las ciencias políticas, económicas y sociales. Y, en la época moderna, la industrialización le impone la necesidad de la seriación y la estandarización de los elementos constructivos. Esto entraña el peligro de perder la vertiente de las bellas artes, deshumanizando las obras arquitectónicas pero, así como Claude Bragdon quiso encontrar en la geometría de las cuatro dimensiones el manantial de un nuevo lenguaje, R. Leoz, cree encontrar en la geometría de las redes y los ritmos espaciales la vía para sortear este peligro.

Dentro de esta corriente de los métodos del diseño hubo intentos de axiomatizar a la arquitectura (y al urbanismo) en los trabajos de Y. Friedman: el problema central es el de la separación del espacio en espacios cerrados y abiertos y el de sus correspondientes accesos.

Margarit y Buxadé encuentran en los esquemas de orden la fundamentación de la actividad de diseñar:

Parece evidente que la función ordenadora está en la misma base del quehacer arquitectónico y que, por otra parte, la síntesis y el análisis son los dos pilares de toda actividad ordenadora...El estudio o la investigación sistemática de los procesos analíticos y sintéticos de la arquitectura sería, según esto, la más inminente tarea a realizar, con vistas a una racionalización del diseño, a una cuantificación de toda una serie de variables que hasta hoy se han empleado intuitivamente. Se trataría, en suma, de la elaboración de una lógica del diseño que en realidad ya existe, o mejor, preexiste, ya que la intuición es, no una misteriosa facultad de la mente, sino los prolegómenos del análisis, el resultado de una metódica intervención de la experiencia" (1973, p. 15).

De esta forma, el conocimiento arquitectónico es el conocimiento de estructuras, que hacen desaparecer todo dualismo de función y forma. Estos autores consideran el proceso de conocimiento arquitectónico como uno de carácter hipotético experimental, esto es, un proceso mediante el cual el conocimiento arquitectónico es el resultado de una experiencia hipotética. En este intento de trasladar los métodos de las ciencias experimentales, los

autores introducen el "principio de incertidumbre de la arquitectura": el conocimiento exacto del espacio en un momento dado es un inobservable.

Sin embargo, unos años más tarde se reconoce que estos intentos de reducir a la práctica del diseño en una actividad axiomática son estériles. Se trata de una actividad enormemente compleja que supone estudiar factores que inciden en la vida humana, con todas sus manifestaciones individuales y sociales, con sus valores prácticos y espirituales.

En el caso de la arquitectura, por ejemplo, entre los factores que deben considerarse destacan:

- relación de la obra arquitectónica con el medio ambiente.
- formas y dimensiones con relación al uso.
- el edificio desde el punto de vista psicológico.
- la casa como hecho social:
 - * relaciones con el barrio, la ciudad, etc.
 - * actividades de trabajo que se desarrollan en ella.
 - * efectos sobre las relaciones vitales de sus habitantes.
- aspectos técnicos, constructivos y de funcionamiento, económicos.
- factores de orden espiritual (calidad artística). (Tedeschi, E., 1977)

En este contexto, la actividad del arquitecto, y podríamos añadir nosotros, del diseñador, es de coordinación y síntesis. El diseñador debe tener idea de los recursos espaciales y plásticos que le permitan realizar su diseño. E. Tedeschi lo expresa en los siguientes términos:

(...) puesto que hace falta coordinar y sintetizar elementos numerosos y dispares... la coordinación se realiza cuando todos los factores están ordenados de acuerdo con la influencia que puedan tener en el proyecto y con las relaciones que existen entre ellos... El orden que debe seguirse es en realidad un orden esencialmente crítico, que permita introducir en la elaboración del proyecto los datos que interesan de manera tal que cobren significado, orden, relación, pues de otro modo sólo quedaría un material inerte y sin vida" (1977, p. 19).

II.2.7 El Espacio: categoría fundamental de la relación geometría-diseño.

Tomar posesión del espacio es el primer gesto de los seres vivos, hombres, bestias, plantas y nubes, la manifestación fundamental de equilibrio y permanencia. La primera prueba de existencia es ocupar el espacio.

Arquitectura, escultura y pintura son, por definición, dependientes del espacio, atadas a la necesidad de interrelacionarse con el espacio, cada cual con sus propios medios. El punto esencial que deseo establecer es que la llave hacia la emoción estética es una función del espacio

Le Corbusier

Le Corbusier hace mención de dos características fundamentales del espacio. En primer lugar se trata de algo estrechamente ligado a nuestra existencia. Pero, además, en cuanto categoría fundamental de la existencia humana es un elemento presente en prácticamente todas las actividades del hombre y, en particular, de la arquitectura y el arte. El espacio es pues, una categoría fundamental de toda cosmovisión. La existencia misma del hombre se define y desarrolla a partir de la posesión del espacio. El hombre se caracteriza por ser capaz de adaptarse a su entorno pero, sobre todo, por su capacidad de modificarlo de acuerdo con sus necesidades.

El interés del hombre por el espacio tiene, pues, raíces existenciales. Necesita establecer relaciones vitales en el medio ambiente que le rodea para dotar de *sentido* y *orden* a un mundo de acontecimientos y acciones. Para ello es preciso comprender las relaciones espaciales y estructurarlas en un concepto de espacio. El hombre tiene una existencia espacial, interactúa con el medio ambiente y también reflexiona sobre las relaciones espaciales y la naturaleza y realidad del espacio en el que vive.

Distinguiremos con M. Bueno (1983) la existencia de cuatro universos: Natural o cosmológico, Racional o epistemológico, Cultural o antropológico y Vital o axiológico. El tránsito del primero al último indica un ascenso en la complejidad, la evolutividad y la comprensión. Esto es, el planteamiento generado en el universo cosmológico o mundo natural asciende al mundo epistemológico o mundo racional, incide en el universo antropológico o mundo cultural y culmina en el universo axiológico o mundo vital.

El universo cosmológico corresponde a objetos de la realidad conocida por antonomasia como *naturaleza*; comprende el conjunto de seres y objetos que normalmente llamamos *cosas*, y representan al mundo físico en calidad de objetos materiales.

El planteamiento cosmológico se registra en relación al ser y denota la existencia de un ser universal y esencial bajo la múltiple apariencia fenoménica que se brinda en seres particulares de la realidad. Tales de Mileto postuló que el ser del universo era el agua. Posteriormente se añadieron otros elementos (tierra, fuego, etc.) Actualmente se ha postulado que el ser del universo es la energía.

El universo epistemológico opone a la noción del ser-en-sí, la noción del ser-en-mí, es decir, del ser-contemplado-a-través-del-conocimiento. Independientemente del status ontológico que se atribuya al universo éste solo es accesible por intermediación del hombre que pretende conocerlo:

La afirmación del universo epistemológico y su contenido realista es la sucedánea del cosmológico y su contenido realista se desenvuelve al socaire del idealismo, señalando nueva ascensión al plano explicativo del realismo crítico que es en verdad una forma de idealismo, pues sólo el conocer es capaz de explicar al ser (...) de este modo, (el mundo intelectual) adquiere prioridad definitiva sobre el ser, captado y asimilado como experiencia del mundo natural (Bueno, M., 1983).

La noción de universo antropológico puede ser ilustrada mediante al aforismo protagórico: *el hombre es la medida de todas las cosas*. Considera al *anthropos* como creador de su propio universo: integra el conjunto de manifestaciones humanas que se reflejan en la naturaleza física pero también reflejan la propia naturaleza y la conducta del hombre, condicionado primordialmente por el pensamiento, de manera análoga a como éste condiciona al ser. Por medio del pensamiento nos percatamos de todo lo que existe; en ello radica el nexo entre los universos antropológico, epistemológico y ontológico.

Así como el ser no es más que una idea del ser, toda expresión de la naturaleza es una expresión de la naturaleza *humana*. Esto significa que el hombre es asequible a través de todas las cosas que el mismo produce por medio de las facultades que lo constituyen, externadas a través de actos y obras en que se manifiesta. De esta manera, el aforismo protagórico se invierte: *todas las cosas son la medida del hombre*.

El espacio, como parte del universo hereda los niveles que hemos distinguido en el último. Distinguiremos, con fines analíticos, tres tipos diferentes de espacio, que son correspondientes con los tipos universos arriba mencionados: Espacio Existencial, Espacio Cognoscitivo y Espacio Cultural.

- **Espacio Existencial.** El entorno espacial del hombre está constituido por objetos de diverso tipo, físicos, síquicos, sociales y culturales. Estos objetos se encuentran a distintos niveles: de las cosas, de la habitación, de la ciudad, del paisaje rural o campestre y nivel geográfico o cosmológico. Estos niveles del espacio existencial forman una totalidad estructurada que corresponde a la estructura existencial. Es, pues, una totalidad simultánea en que los niveles se influyen mutuamente para formar un campo complejo, dinámico. Por medio de la percepción son experimentadas partes de ese campo. Este campo no es continuo ni homogéneo, sino que contiene un conjunto de sistemas, que se recubren y penetran mutuamente, organizados alrededor de centros predominantes y de los caminos que los relacionan (Norberg-Shülz, 1975).
- **Espacio Cognoscitivo.** El hombre es capaz de pensar, representar y expresar la estructura de su mundo. Los movimientos del cuerpo humano, la manipulación de objetos, y las interacciones perceptuales que involucran patrones recurrentes, permiten ordenar y comprender nuestra experiencia. Es el funcionamiento de estas estructuras preconceptuales significativas de la experiencia, patrones esquemáticos y proyecciones figurativas, por medio de las cuales nuestra experiencia alcanza una organización y conexión significativas. Esto es lo que G. Lakoff y M. Johnson (1987) han llamado estructuras esquemáticas figurativas (EEF). El aparato cognoscitivo no se reduce a la estructura proposicional, aunque ésta ha desempeñado un papel fundamental, sino también está constituido por las EEF y lo que estos autores denominan mapeos metafóricos y metonímicos. Resulta pues artificial la supuesta separación entre espacio cognoscitivo y espacio expresivo, tal como lo propone Norberg-Shülz (1975).
- **Espacio Cultural.** La mayoría de los conceptos son definidos y entendidos dentro de marcos conceptuales que dependen de la naturaleza de la experiencia humana en cada cultura. El desarrollo del conocimiento siempre está determinado por el contexto cultural en el que se da. El conocimiento previo limita y estructura la adquisición del nuevo conocimiento. Además, los conceptos no surgen directamente de la experiencia sino que son estructurados por metáforas culturales dominantes, son, pues, experiencias gestálticas, totalidades estructuradas. Por otra parte, los espacios circundantes o habitados y los objetos son experimentados social y culturalmente, son también portadores de significado.

Estos tres tipos de espacio están relacionados de manera jerárquica: el tránsito del primero hacia el último implica pasar de lo concreto hacia lo abstracto, de la experiencia

hacia sus representaciones, mientras que los últimos niveles tienen una relación de control, determinación, sobre los primeros.

En el espacio existencial se desarrollan experiencias corporales, que no pueden reducirse a categorías proposicionales. Por ejemplo, las nociones basadas en orientaciones espaciales como arriba-abajo, dentro-fuera, cerca-lejos, nociones que emergen directamente de nuestra experiencia, de nuestra forma de vivir y experimentar el espacio.

Resulta de especial interés en una indagación sobre el espacio, lo que M. Johnson denomina el esquema de balance. Una de las experiencias básicas del hombre en el espacio es el balance. Cuando pierde, por ejemplo, el balance con respecto a la vertical y cae, experimenta lo importante que es el balance para sobrevivir. Esta es una actividad, algo que el hombre hace con el cuerpo que requiere el ordenamiento de fuerzas y pesos, relativos a algún punto, un eje o un plano. A su vez, esta experiencia corporal involucra esquemas que la hacen una experiencia de balance coherente, significativa y comprensible. De forma análoga, el esquema de balance es utilizado, como extensión metafórica, junto con otros esquemas para hacer coherentes y comprensivas otras experiencias, de tal suerte que podamos referirnos a conceptos como balance sistémico, balance psicológico o balance lógico. Es decir, este esquema de balance es incorporado a nuestro espacio cognoscitivo y nos ayuda a comprender y representar el espacio existencial.

Es así como el hombre primitivo va desarrollando esquemas espaciales como dentro-fuera, arriba-abajo, etc. Va ocupando, dominando, el espacio circundante a la cueva, que se convierte en el punto central, el lugar del cual se sale y al cual se regresa. Reconoce otros centros de atracción y los caminos que los conectan y, de esta manera, va estructurando las nociones que van formando la idea de un espacio mayor, continente del espacio inmediatamente experimentado y que constituye el nivel cosmológico del espacio existencial. Junto con otros, el esquema de balance le permitió hacer coherente y significativo este nivel, y siempre ha buscado reproducir en los otros niveles del espacio existencial el equilibrio y armonía que reconoció en el nivel cosmológico.

De esta manera, los distintos sistemas filosóficos y geométricos que pretenden dar cuenta del espacio son fuente de inspiración y de fundamentación de los objetos a nivel antropológico. Un valor que aparece en todas las culturas es el del equilibrio y la armonía con el entorno, con el mundo natural o cosmológico. Los objetos que el hombre produce, sus actitudes y significados no son ajenos a los sistemas filosóficos y geométricos que los sustentan.

Tal como lo han expuesto Johnson (1987) y Lakoff (1987), uno de los principios estructurantes del proceso cognitivo es lo que llaman mapeos metafóricos, entendidos éstos como esquemas figurativos de un dominio hacia una estructura correspondiente en otro dominio. Dichos autores advierten que, además de la estructura proposicional que implica toda actividad cognitiva, el individuo, en su proceso de construcción del conocimiento, utiliza otras importantes herramientas: estructuras esquemático figurativas, mapeos metafóricos y mapeos metonímicos.

Las metáforas son herramientas de utilidad doble: permiten trasladar propiedades de un dominio conocido a otro dominio por conocer y, al mismo tiempo, frecuentemente los puntos de discrepancia entre los dominios contribuye a redefinir ambos dominios.

Un ejemplo notabilísimo de empleo de la metáfora es la novela de Abbott *Flatland* publicada en 1884. El personaje principal de la novela, A. Square, es un ser de forma cuadrada que habita un mundo plano y que, bajo circunstancias que no vienen al caso, entra en contacto con un ser tridimensional de nombre A. Sphere. Este último, para ayudar al protagonista a comprender o imaginar un mundo tridimensional, recurre a un esquema metafórico, mismo que nos permite a nosotros, seres de un espacio tridimensional a imaginar uno de cuatro dimensiones. La explicación es más o menos la siguiente:

Comenzamos con un punto cuyo movimiento genera un segmento de recta determinado por dos puntos. Si ahora movemos la recta perpendicularmente a sí, obtenemos un cuadrado, determinado ahora por cuatro puntos. A. Sphere le pide a A. Square que imagine, o conceda la idea de, un movimiento del cuadrado perpendicular a sí, lo que obtenemos explica A. Sphere, es un cubo, determinado por ocho puntos.

Podemos nosotros extender este razonamiento e imaginar un movimiento del cubo perpendicular a sí para formar un *hipercubo*, determinado por 16 puntos.

¿Es posible hacer una representación de este objeto que hemos imaginado? ¿Es posible generar un dibujo, o es posible también un modelo tridimensional? Sin duda, las preguntas anteriores conducen a problemas interesantes, al mismo tiempo que sugieren vías para una experimentación formal nueva.

Claude Bragdon, en su búsqueda de un nuevo lenguaje capaz de crear arte ornamental acorde con las nuevas necesidades de su época, escribía en 1915:

La idea de una cuarta dimensión es acorde con la razón, por extraña que sea a la experiencia. Por medio de la geometría proyectiva es posible representar un poliedro (una figura tridimensional) en las dos dimensiones del plano. Por una

extensión del mismo método es no menos posible representar un poliedroide (una figura tetradimensional). Tales representaciones en proyecciones planas de sólidos e hipersólidos constituyen la materia prima de la Proyectiva Ornamental (p. 15).

La cuarta dimensión puede ser definida a grandes rasgos como una dirección en ángulo recto a cada una de las direcciones conocidas. Es un hiperespacio relacionado con nuestro espacio de tres dimensiones como la superficie de un sólido está relacionada con su volumen; es la interioridad del interior, el exterior de la externalidad. (p. 11)

Es precisamente la representación bidimensional de objetos tetradimensionales la fuente inagotable de motivos y patrones de la ornamentación. El método lo expone mediante el siguiente procedimiento:

En el plano sólo existen 3 puntos equidistantes, en el espacio tridimensional son cuatro los puntos equidistantes y cinco, que forman lo que llamamos un pentaedroide, en el espacio de cuatro dimensiones. No es posible -continúa Bragdon- construir el pentaedroide, formado por cinco tetraedros, en forma análoga a como el tetraedro está formado por cuatro triángulos, pero podemos representarlo mediante su proyección en el plano. Sólo tenemos que añadir otro punto y conectarlo mediante líneas con cada uno de los vértices de la proyección del tetraedro e, incluso, podemos arreglar los vértices de manera que coincidan con los de un pentágono.

II.2.8 Conclusiones

En un texto moderno (Behnke, et al, 1974) de geometría encontramos la siguiente definición:

Una geometría es:

- 1) Un conjunto (intuitivamente sus elementos *pueden* ser puntos, líneas, círculos, ángulos, etc.).
- 2) Relaciones entre esos elementos (las relaciones pueden ser de un argumento -X es un punto-, de dos argumentos -X incide en Y-, de tres argumentos -Y está entre X y Z, etc.).
- 3) Para cada geometría existe el llamado grupo automórfico, esto es, el conjunto de todos los mapeos del conjunto en sí mismo tales que las relaciones se conservan

El conjunto de elementos con los que se trabaja pueden, o no, ser conceptos relacionados con el espacio que percibimos: hacerlo así sería solamente una de las posibles interpretaciones. En efecto, los puntos 1) y 2) definen un lenguaje formal al que se le pueden asociar múltiples dominios o interpretaciones, mientras que el punto 3) le asocia una estructura algebraica.

Esta elegante y muy general definición de geometría fue el producto de más de dos milenios de desarrollos geométricos. Sin embargo no basta: por un lado, existen geometrías que no son abarcadas por esta definición (Freudenthal, 1983) y, por el otro, la geometría como descripción posible del espacio es de importancia fundamental para los fines de este trabajo.

Podemos distinguir tres etapas en el desarrollo de la relación geometría-diseño: 1) proceso de abstracción formal, caracterizado por el reconocimiento de la forma como una cualidad específica, que puede ser estudiada, transformada y producida por el hombre, 2) el orden clásico, dominada por la organización euclídea del espacio y la geometría y 3) el espacio relativo, en la que el espacio pierde su estatuto de categoría absoluta, abriendo con ello la experimentación de nuevas concepciones espaciales.

1) *El proceso de abstracción formal.* La geometría surge como una abstracción de nuestra experiencia del mundo visual (Gibson, 1974). Las primeras relaciones y propiedades geométricas se desarrollaron a partir de intuiciones táctilo-musculares y siempre motivadas por fines prácticos en cuanto a la definición del hombre y su entorno, el hombre y el espacio.

Las primeras ideas geométricas se van formando en el hombre como parte integrante de su forma de relacionarse e interactuar con su entorno, se incorporan a un pensamiento que es todavía fundamentalmente simbólico: el hombre de las cavernas creó en las paredes de las cuevas imágenes de los animales que cazaba, imágenes que cumplían, seguramente, funciones expresivas e instrumentales (Beattie, 1980). Pensaba que al ser capaz de capturar las imágenes iba a poder capturar también a los animales reales. ¡Una hermosa metáfora del poder de la abstracción!

La forma surge como resultado de una actividad que es al mismo tiempo mágica, de diseño y geométrica. El reconocimiento de la forma, la descripción formal de los objetos y la producción de formas son todas ellas manifestaciones de esa actividad. Las necesidades de producción de formas (el lenguaje, el arte, la construcción de utensilios y casas) se entremezclan con las necesidades simbólicas y expresivas de la magia y con la construcción de los primeros conceptos geométricos.

2) *El orden clásico.* A partir de los griegos, la geometría fue pensada como la descripción del espacio. El universo estaba dotado por una racionalidad cuya estructura era esencialmente geométrica. Dios era un geómetra. De esta forma el descubrimiento geométrico no era otra cosa que el descubrimiento del Plan Divino. Esto condujo a que en los espacios y objetos producidos por el hombre sistemáticamente se reflejaran las relaciones geométricas "divinas" o cósmicas, si se prefiere.

Puesto que la preocupación fundamental era ordenar el espacio, reflejar el orden cosmológico en sus obras, arquitectónicas, escultura, etc. y puesto que la geometría euclidiana era la descripción del espacio, geometría y diseño estaban íntimamente relacionadas. El orden clásico y el sistema euclidiano tenían una estructura común.

Pero el diseño implica la realización de las ideas formales y geométricas utilizando materiales específicos y mediante ciertos procedimientos constructivos que imponen ciertas restricciones a las posibles soluciones formales a un problema de diseño. De esta manera, el orden clásico fue desarrollado con manifestaciones diversas a lo largo de los siglos, con las obras de ingeniería de los romanos, o los estilos románico, gótico, renacentista y barroco; todos ellos comparten, a pesar de las diferencias que presentan entre sí, el fundamento de un espacio euclidiano, del orden clásico.

Las formas geométricas y la manera como éstas son utilizadas en la creación de objetos siguen siendo portadoras de significado. En primer lugar las leyes de la geometría son simplemente expresión de un orden cosmológico y, en consecuencia son simples manifestaciones de él.

3) *El espacio relativo.* Durante siglos la geometría mostró un desarrollo enorme dentro de lo que Kuhn llamó la ciencia normal: se obtuvieron nuevos resultados dentro de la geometría euclidiana, se hicieron generalizaciones (la geometría proyectiva) y se inventaron nuevos métodos (la geometría analítica) todo ello sin poner en duda el corazón de la geometría: los cinco postulados de Euclides. La aparición de las geometrías no-euclidianas significó una auténtica revolución científica que tuvo repercusiones enormes dentro y fuera de la matemática.

Una de ellas fue que durante el siglo XIX la pregunta ¿qué es el espacio? se convirtiera en el centro de la discusión. ¿Qué son los puntos, las líneas y los círculos? La respuesta que Hilbert dio a estas preguntas fue que estos conceptos están determinados implícitamente por los axiomas en los que ellos ocurren. Si existe algo en la naturaleza que satisface los axiomas es un problema de los físicos y no de los matemáticos. En efecto, a partir del surgimiento de las geometrías no-euclidianas, el problema del espacio matemático se reconoce como

diferente del problema del espacio físico. "Las matemáticas revelan los espacios posibles; la física decide cuál, entre ellos, corresponde al espacio físico" (Reichenbach, 1957, p.6). Esta tesis se formaliza en lo que se conoce como el Principio de la Relatividad Geométrica:

Dada una geometría G' a la que los instrumentos de medición se adecuan, podemos imaginar una fuerza universal F la cual afecta los instrumentos de tal manera que la verdadera geometría es una geometría arbitraria G , mientras que la desviación con respecto de G es debida a la deformación universal de los instrumentos de medición, de tal suerte que solamente $G+F$ es una hipótesis contrastable pero G sola no lo es. (Reichenbach, 1957, p. 33)

Como programa de investigación, la geometría moderna resultó muy fecundo. A diferencia de la geometría euclidiana en la que los teoremas son primero intuitivos y después es necesario encontrar su demostración, el método axiomático es un método de descubrimiento, tal como lo expresó Poincaré, "debemos ser capaces de insertar los axiomas geométricos en una máquina, la cual entonces producirá toda la geometría".

Como ya se vio, las nuevas concepciones espaciales produjeron una búsqueda formal más libre y creativa en los diversos campos del diseño.

Estas nuevas concepciones acerca del espacio tuvieron repercusión en los más diversos campos del conocimiento y, en general, en la cultura de la época. Se buscaron nuevas maneras de utilizar, expresar y repensar el espacio. Las nuevas herramientas geométricas resultaron, además, de enorme utilidad en la experimentación y construcción de formas y espacios.

La proyectiva ornamental de C. Bragdon y la arquitectura desarrollada por Frei Otto son claros ejemplos de la influencia de las nuevas concepciones geométricas y del espacio en el campo del diseño. Este último, para encontrar estructuras con la mínima cantidad de material experimentó con modelos a base de películas de jabón. Las fuerzas moleculares provocan que este material busque la forma mínima.

A mediados de los años setenta del presente siglo se produjo una nueva revolución en el campo de la geometría con la construcción de la Geometría Fractal por parte de Benoit Mandelbrot. A partir de una generalización del concepto de dimensión y la aplicación de conjuntos de transformaciones iterativas pudo construir un lenguaje capaz de describir fenómenos que hasta ese momento escapaban a cualquier intento de racionalización.

La vertiente tecnológica ha sido también un motor de cambio en las soluciones de diseño: ya sea por la introducción de nuevos métodos constructivos (el gótico) o por la introducción de nuevos materiales (el papel en las artes gráficas). Actualmente la introducción de las

computadoras ha modificado de manera importante el proceso de diseño. Por ejemplo, en el campo de la producción editorial, buena parte de los procesos de diseño se realizan con computadoras. Lo mismo sucede con el diseño arquitectónico e industrial, para los cuales una herramienta como el programa AutoCAD se ha convertido en una herramienta esencial. También en el caso del diseño de los asentamientos humanos, existe una cantidad y calidad de software que le dan una dimensión diferente a los problemas y soluciones de diseño en este campo.

Resumiendo lo hasta aquí expuesto diríamos que, en primer lugar, la relación geometría-diseño tiene un carácter instrumental. Por un lado, la geometría contribuye a resolver diversos problemas del diseño y por el otro, el diseño ha planteado problemas que han permitido el desarrollo de teorías geométricas y, aunque tal vez algunos matemáticos no estarían de acuerdo, las técnicas de representación de objetos que ofrece el diseño puede ayudar a comprender algunos conceptos geométricos.

Pero además la relación geometría-diseño se ubica en lo que Bueno llama los universos epistemológico y antropológico ya que, como lo hemos reseñado arriba, la geometría como ciencia del espacio contribuye a darle cierto sentido al espacio y este sentido es luego retomado y trabajado por el diseñador, quien imprime nuevos significados en los objetos que produce. Por citar un ejemplo más (Ponce de León, 1984); para el hombre mesoamericano la coordinación que existía entre el tiempo y el espacio era pieza fundamental de su cosmovisión y encontró su expresión en la arquitectura mediante la orientación de las pirámides en sus centros ceremoniales. Las formas geométricas de la arquitectura ceremonial mesoamericana son diseñadas de acuerdo con estos elementos fundamentales, tiempo y espacio, que rigen gran parte de la vida de estas culturas: el tiempo, lugar y trayectoria en que sucedían los eventos mitológicos determinó no solamente los sistemas calendáricos sino también la erección de los centros ceremoniales, como sitios geográficos-urbanísticos, que llegaron a ser un eficiente instrumento geométrico astronómico, para la medición del tiempo y el espacio.

II.3 Modelo Cognitivo

Concebimos el proceso de aprendizaje esencialmente como la actividad de construcción del conocimiento por parte de quien aprende. Tal como lo expone J. Kilpatrick (1987), asumir esta postura constructivista implica aceptar dos principios fundamentales con relación al proceso de conocimiento: 1) El conocimiento es construido activamente por el sujeto cognoscente y 2) conocer es un proceso adaptativo que organiza la propia experiencia. El problema de si se descubre un mundo pre existente o no corresponde más bien al terreno de la ontología

La postura que plantea que hay una realidad pre existente es la que Putnam (1981) llama realismo metafísico y equivale a suponer que hay una única descripción, verdadera y completa, de *la forma de ser del mundo*. En este sentido la verdad implica cierto tipo de correspondencia entre las palabras o los signos del pensamiento y las cosas externas.

En contraposición a esta postura asumiremos lo que este mismo autor llama la perspectiva internalista, dentro de la cual la pregunta *¿de qué objetos está constituido el mundo?* solo tiene sentido dentro de una teoría o descripción. Por ello, la verdad es un cierto tipo de aceptabilidad racional (idealizada), esto es, una especie de coherencia ideal de nuestras creencias, entre ellas y con relación a nuestras experiencias, en la medida que dichas experiencias están representadas en nuestro sistema de creencias.

Esto nos obliga a abandonar la tradición que atribuye a la racionalidad la propiedad de ser trascendental en el sentido que trasciende las limitaciones físicas de cualquier organismo y reconocer que "la naturaleza de un organismo pensante y la manera en que funciona en su medio ambiente son de interés para el estudio de la razón" (Lakoff, 1987). Es decir el pensamiento está encarnado (embodied) y las estructuras que usamos para organizar nuestros sistemas conceptuales surgen de la experiencia corporal y tienen sentido en función de ella.

Si bien es cierto que nuestro pensamiento tiene un importante componente proposicional, fundamentado en la teoría clásica de las categorías, no se reduce a este único componente. El pensamiento es imaginativo y, en aquellos conceptos que no están anclados directamente en la experiencia utilizamos metáforas, metonimias e imaginiería mental. Por otra parte, el pensamiento tiene características gestálticas y, por lo tanto, no es atomista; los conceptos son parte de estructuras que van más allá de la mera unión mediante reglas generales de bloques de construcción conceptuales.

Nuestra experiencia incluye todo lo que tiene que ver con experiencias reales o potenciales, tanto de organismos individuales como de comunidades de organismos. De hecho, gran parte de nuestra experiencia es mediada socialmente, por lo que así como reconocimos que el pensamiento está encarnado, debemos aceptar que también se encuentra mediado por estructuras sociales y culturales. Lakoff lo expresa en los siguientes términos:

La razón humana no es una instancia de la razón trascendental; crece de la naturaleza del organismo y de todo lo que contribuye a su experiencia individual y colectiva: su herencia genética, la naturaleza del entorno en el que vive, la forma en que funciona en ese entorno, la naturaleza de su funcionamiento social...

La matemática no es la excepción y no debe entenderse como un conocimiento trascendental. Es concebida como el estudio de las estructuras que utilizamos para comprender y razonar acerca de nuestra experiencia, estructuras que son inherentes en nuestra experiencia corporal preconceptual y que abstraemos por medio de las metáforas culturales dominantes. Es a través del funcionamiento, a nivel preconceptual, de estructuras significativas de experiencia, patrones esquemáticos y proyecciones figurativas, que nuestra experiencia alcanza conexiones y una organización significativa. Por lo tanto, la racionalidad abstracta de la matemática está basada en una racionalidad concreta. Abstraemos sobre bases experienciales, de manera tal que, aunque a veces parezca que operamos solo con estructuras a priori de la razón pura, en realidad nuestros actos de razonamiento no son totalmente independientes de la dimensión no proposicional de nuestra experiencia.

Lakoff (1987) distingue dos tipos fundamentales de estructuras en nuestras experiencias preconceptuales:

- 1) Estructura de nivel básico. Las categorías de nivel básico son definidas mediante la convergencia de nuestra percepción gestáltica, nuestra capacidad de movimiento corporal y nuestra habilidad de formar ricas imágenes mentales
- 2) Estructura esquemático-figurativa cinética. Los esquemas figurativos son estructuras relativamente simples que ocurren constantemente en nuestra experiencia corporal: contenedores, rutas, relaciones, fuerzas, balance y varias relaciones espaciales, como arriba-abajo, adelante-atrás, todo-parte, centro-periferia, etc.

A partir de estas estructuras surgen las estructuras conceptuales abstractas básicamente mediante dos mecanismos: proyecciones metafóricas del dominio físico a dominios

abstractos y por la proyección de las categorías del nivel básico hacia categorías superordinales y subordinadas.

La estructura del pensamiento está caracterizada por una variedad de *modelos cognitivos*. Estos modelos cognitivos son estructuras complejas con características gestálticas. Algunos de estos modelos cognitivos tienen que ver con categorías graduadas y otros que utilizan categorías clásicas, con límites rígidos y bien definidos. Algunos otros son metonímicos en cuanto que permiten que una parte de una categoría represente a la categoría como un todo.

De acuerdo con Lakoff (1987) nuestro sistema conceptual está constituido por cuatro tipos de estructuras: proposicionales, esquemático-figurativas (EF), metafóricas y metonímicas. Parte de los procesos de conocimiento se desarrollan de acuerdo con estructuras proposicionales, cuyo significado es expresable, conceptual y proposicionalmente, en términos literales. Sin embargo este contenido proposicional del conocimiento es posible gracias al conjunto de estructuras no proposicionales que emergen de nuestra experiencia.

Las estructuras (EF) son patrones dinámicos recurrentes de nuestras interacciones perceptuales y programas motores que le dan coherencia y estructura a nuestra experiencia. Son estructuras no proposicionales. Por ejemplo, el esquema de verticalidad emerge de nuestra tendencia a emplear una orientación arriba-abajo al seleccionar estructuras significativas de nuestra experiencia. Aprehendemos este esquema de verticalidad repetidamente en las miles de percepciones y actividades de nuestra quehacer cotidiano, como al percibir un árbol, estar de pie, subir y bajar escaleras, etc. Las estructuras (EF) desempeñan dos papeles: son conceptos que tienen una estructura que es directamente comprendida en sí misma y, por otro lado, son utilizadas metafóricamente para estructurar otros conceptos complejos.

Lakoff propone lo que llama la Hipótesis de la Espacialización de la Forma, de acuerdo con la cual, las estructuras (EF) son las que estructuran nuestra experiencia espacial y son mapeadas metafóricamente del espacio físico hacia el espacio conceptual: las estructuras (EF) (que estructuran el espacio) son mapeadas a las correspondientes configuraciones abstractas (que estructuran los conceptos).

Por ejemplo, las categorías son entendidas en términos de esquemas de contenedor; las estructuras jerárquicas son comprendidas en términos de esquemas todo-parte y arriba-abajo; las estructuras relacionales se entienden en términos de esquemas de enlaces; las estructuras radiales en términos de esquemas centro-periferia; las escalas lineales son comprendidas en términos de esquemas arriba-abajo y de orden lineal, etc.

Los conceptos metafóricos son comprendidos en términos de otros conceptos. Conceptualizamos un tipo de objeto o experiencia en términos de un tipo diferente de objeto o experiencia. La forma general de una metáfora *A es B* es una abreviatura de un mapeo de A en B. Este mapeo permite trasladar estructuras y funciones de A a B y además redefinir tanto A como B a partir de sus diferencias, de lo que no es A y lo que no es B.

Por último, las estructuras metonímicas generalmente son utilizadas junto con alguna de las anteriores. Fundamentalmente se trata de la substitución de una parte en lugar del todo. Esta substitución implica una selección de algunas de las características esenciales de la categoría hacia una categoría más general y, por ende, más fácil de ser utilizada en la aplicación de mapeos metafóricos.

II.4 La enseñanza de la geometría

"...nada será más eficazmente establecido, que el que los habitantes de nuestro hermoso estado estudien geometría. Sobre todo que la ciencia tiene efectos indirectos, que no son despreciables...como lo prueba la experiencia, en toda materia de estudio, quien ha estudiado geometría capta mucho más rápidamente".

Platón

La opinión que emitiera Platón fue durante mucho tiempo aceptada y la geometría se constituyó desde entonces en materia fundamental de la educación básica. El filósofo griego apoyaba su punto de vista en dos razones importantes: 1) la geometría es una ciencia que encuentra aplicación en una gran variedad de problemas y de áreas del conocimiento y 2) sus "efectos indirectos", el razonamiento geométrico prepara al intelecto para otras materias.

Con el paso del tiempo ha sido necesario revisar los argumentos platónicos. Por un lado, el desarrollo tecnológico ha modificado sustancialmente los problemas a los que se enfrenta el ciudadano del siglo XX comparándolos con los que enfrentaría el ciudadano libre de la utópica República ideada por Platón. Además, como demostró Thorndike a principios del presente siglo, los "efectos indirectos" no se dan de manera automática: las habilidades y conocimientos aprendidos en un área no se transfieren automáticamente a otros contextos.

Si algo puede caracterizar a la segunda mitad de nuestro siglo es la rapidez con la que se han dado los cambios científicos y tecnológicos, planteando con ello el reto de una sistemática revisión y actualización del proceso educativo. Es en este contexto que debemos revisar la forma de enseñar la geometría en todos los niveles del sistema educativo.

Como sucede en la enseñanza de cualquier disciplina, la estrategia pedagógica está definida, además de las influencias que sobre ella ejercen los avances en el campo de las ciencias de la educación, a partir de los paradigmas dominantes de dicha disciplina, evolucionando junto con ellos.

Según H. Vollrath (1988) podemos distinguir cinco fases en la enseñanza de la geometría. Estas fases están determinadas por el paradigma dominante de la geometría que sirve como sustento de su enseñanza:

Fase I Durante siglos los Elementos de Euclides fueron la única teoría geométrica que fundamentaba la enseñanza de la geometría.

Fase II La síntesis propuesta por F. Klein (1908) que permite agrupar y clasificar a las geometrías por los grupos de transformaciones que las caracterizan, sugiere la idea de organizar la enseñanza de la geometría mediante movimientos que se asocian a las transformaciones. Esta visión se desarrolló fundamentalmente en Alemania.

Fase III A raíz de los trabajos de Hilbert, el problema de la enseñanza de la geometría se traslada a la búsqueda de teorías axiomáticas, correctas pero al mismo tiempo accesibles para el aprendizaje de la geometría. Hacia 1930 se busca en los axiomas de D. Hilbert la base apropiada para elaborar los programas de geometría en el nivel medio. Otros autores, como Birkhoff y Maclane buscan axiomáticas alternativas, tratan de encontrar un conjunto sencillo e intuitivo de hechos sobre la distancia y los ángulos que sea suficiente para caracterizar la geometría plana.

Fase IV Como resultado del trabajo de quienes se dedican a la enseñanza de la matemática se deduce de la práctica educativa una teoría axiomática para la enseñanza de la geometría, por ejemplo, los trabajos de E. Moise.

Fase V La crítica de Freudenthal a este enfoque abre nuevas perspectivas a la enseñanza de la geometría. Freudenthal se opone a la reducción del conocimiento geométrico a su aspecto axiomático. Debe ser la totalidad del conocimiento geométrico, incluyendo ideas, conexiones con otros campos, aplicaciones y evaluaciones lo que determina la enseñanza de la geometría:

Existen muchos aspectos diferentes de nuestro mundo cultural bajo los cuales la geometría es de algún interés: e.g., la geometría como un inventario de teorías axiomáticas, la geometría como una reserva de estrategias para la resolución de problemas; la geometría como una teoría del espacio real; la geometría como una teoría de las acciones; la geometría como un resultado de la historia de la cultura; la geometría como una investigación de las formas (citado por Vollrath (1988))

II.4.1 La Matemática Moderna y el Seminario de Royaumont

A fines de la década de los 50 se produce una auténtica crisis en el campo de la Educación Matemática. De la crisis surge lo que se conoció como la matemática moderna y que tuvo una gran repercusión sobre la enseñanza de la geometría. Pero, lo que es más importante, es que desde entonces se constituyó una auténtica, activa y creciente comunidad científica en este campo del conocimiento. Entre los factores más importantes que hicieron estallar la crisis están:

- El lanzamiento del primer sputnik
- Disparidad creciente entre los requerimientos universitarios y el curriculum preuniversitario.
- El Seminario de Royaumont donde se discutieron temas centrales con relación a la enseñanza de la matemática y que marcó las pautas del movimiento de la matemática moderna. Entre los temas importantes que se discutieron con relación a la enseñanza de la geometría, podemos citar:

Crítica a la geometría de Euclides

Crítica a la enseñanza tradicional de la geometría

El rigor matemático

Propuestas curriculares y didácticas

II.4.1.1 Crítica a la geometría de Euclides

Las primeras 8 proposiciones encierran un sinfín de errores: las proposiciones "no se deducen" de los axiomas. La prueba de sus proposiciones requiere un número de axiomas mucho mayor, que Euclides emplea inconscientemente... Así pues, constituye en verdad un escándalo el que aún se le siga enseñando. (Russell, citado por Campos, A. 1981)

Fehr señala la necesidad de distinguir la geometría de Euclides que, en efecto, está llena de errores y la geometría euclídana, entendida como "un conjunto de puntos, una estructura y una métrica, que está en el corazón de las matemáticas". Según él la geometría de Euclides "puede ser relegada sin temor a los archivos para uso de los historiadores del mañana".

II.4.1.2 Crítica a la enseñanza tradicional de la geometría

Después de Euclides la geometría se anquilosa y se vuelve como una especie de testigo mudo por lo formal, de una buena formación académica. Posteriormente a la revolución francesa se le asigna a la geometría una doble tarea: enseñar a pensar y enseñar a aplicar; se

confecciona un programa sincrético del papel que tuvo la geometría en la civilización griega y del papel que a la misma se propone asignar a la universidad napoleónica.

En su participación en el seminario Freudenthal hace notar que los problemas más importantes de que se ocupa el matemático no son aquellos cuya respuesta es "verdadero" o "falso", sino los problemas de organización, la búsqueda de definiciones formales, que pueden ser buenas o malas, mejores o peores. Pero tal y como está la enseñanza, el alumno no aprende a formular definiciones, sino que se ve obligado a aceptar las que se le enuncian. Y, además, esto sucede a un nivel en el que el alumno no es capaz de comprender la utilidad que puede tener una definición para la organización de los conocimientos. El método tradicional consiste en ofrecer definiciones en un dominio en el que no se tiene ninguna experiencia, y esto se hace antes incluso de que el alumno haya sido capaz de captar el sentido de las definiciones formales, lo que es totalmente contrario a lo que podemos observar en la creación matemática.

Desde el punto de vista del estudiante, la instrucción geométrica se caracteriza por demostrar una gran cantidad de cosas que *no necesitan demostración*. Además, no se demuestra sino reduciendo una proposición a otra que aceptamos y los alumnos también hacen una reducción análoga, pero en lugar de remontarse hacia otras proposiciones, van directamente a su experiencia.

II.4.1.3 El rigor matemático

Según René Thom hay tres actitudes posibles con respecto al rigor matemático:

- 1) La concepción formalista. Una proposición es verdadera en un sistema formalizado (S) si puede ser deducida a partir de los axiomas de (S) mediante un número finito de operaciones válidas.
- 2) La concepción realista o platónica. Los entes matemáticos, en tanto que ideas platónicas, existen independientemente de nuestra mente. Una proposición es verdadera cuando expresa una relación efectivamente existente entre las ideas, es decir, una idea jerárquicamente superior que estructura un conjunto de ideas subordinadas a ella.
- 3) La concepción empirista o sociológica. Una demostración es considerada como rigurosa si los mejores especialistas en la materia no tienen nada que objetar.

Thom concluye que "no existe ninguna definición rigurosa del rigor"

Gattegno reconoce que el rigor es algo que el matemático ha ido construyendo a lo largo del desarrollo de su ciencia y que, en consecuencia, es una cualidad que no existe a priori sino que debe ser construida en el salón de clases: "...el rigor, si lo entendemos como ausencia de ambigüedad y de duda en la comunicación...Puesto que cada alumno no habla sino de lo que ve y experimenta mentalmente, podemos insistir, cuando el expresa su toma de conciencia, en la necesidad de comunicar a otros exactamente lo que siente. El maestro, un intermediario en clase, puede con frecuencia transformar una proposición de un alumno en una situación completamente diferente de aquella que el alumno cree describir." (citado por Campos, A., 1981)

II.4.1.4 Propuestas curriculares y didácticas

Una de las conclusiones del Seminario fue que para responder a la pregunta *¿qué enseñar?* debemos consultar al investigador, ya que "hay demasiado para comprender como para perder el tiempo...en temas de menor cuantía". Esta postura si bien pudo reducir el abismo entre la preparación que mostraban quienes ingresaban a la universidad a estudiar matemáticas y lo que de ellos se esperaba, resultó desastrosa para aquellos que no iban a dedicarse a esta ciencia.

Fehr hace la siguiente propuesta sobre la enseñanza de la geometría:

- El tratamiento actual de la geometría de Euclides debe desaparecer.
- El espacio euclidiano es importante y debe hallarse en el centro de la instrucción en geometría. Debe desarrollarse como un espacio aritmético, con estructura vectorial y métrica euclídea.
- Todo lo perteneciente a la geometría plana y espacial de Euclides debe ser aprendido informalmente en los primeros años de la escuela secundaria.
- En los nacientes programas de análisis para preuniversitarios y universitarios, una parte importante del estudio corresponde a espacios vectoriales y álgebra lineal. La escuela secundaria tiene la responsabilidad de preparar a los alumnos a mirar el espacio desde este punto de vista.

De la misma manera que las relaciones geométricas son experiencias mentales, el espacio es una relación construida a partir de un conjunto de otras relaciones y que tiene propiedades definidas, algunas veces como continente, pero también algunas veces como experiencia mental propia. Cuando el espacio es un conjunto organizado según ciertas

reglas, se le considera como relación y las propiedades de sus subconjuntos son precisamente de las relaciones particulares que forman la geometría.

Gattegno propone organizar la enseñanza de la geometría mediante un programa basado sobre la experiencia geométrica más bien que sobre el ideal formal que ha regido la enseñanza tradicional durante generaciones. La toma de conciencia geométrica se hace sobre relaciones asociadas todavía a la dinámica perceptiva y activa. Se trata de relaciones abstraídas empero de la dinámica vivida a través de la actitud perceptiva y activa. Según este pedagogo, la enseñanza de la geometría consiste en hacer que un tipo de experiencia particular se organice de una manera especial de modo que se convierta en una rama de la actividad intelectual del alumno. Por ejemplo, utilizar un compás para trazar circunferencias no es todavía una actividad intelectual, pero saber lo que se puede hacer con un compás en el plano, si lo es.

La geometría se desarrollará no en proposiciones más o menos complicadas, sino por la toma de conciencia de exigencias cada vez más precisas provenientes de lo que se ha puesto en las relaciones. De allí resultará el espacio matemático. No se debe partir del espacio matemático ni de los seres matemáticos, sino que debemos construir el uno y los otros por el proceso mismo de despejo, en las situaciones propuestas, de lo que es racional.

II.4.2 El modelo de Van Hiele

Entre los trabajos más influyentes en el campo de la enseñanza de la geometría se encuentra el desarrollado por los esposos Van Hiele. Observando las dificultades de los estudiantes para aprender geometría, los esposos Van Hiele construyeron un modelo que pretende explicar como es este proceso de aprendizaje, conocido como el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele. Distinguen cinco etapas o niveles. Cada nivel lleva asociado un tipo de lenguaje y un significado específico del vocabulario matemático. No es posible alterar la secuencia de los niveles. El tránsito entre ellos se da de manera continua y dicho tránsito implica hacer explícitos en el nuevo nivel los elementos que se encontraban solamente implícitos en el nivel anterior. Los niveles del modelo son:

Nivel 1 Reconocimiento. El estudiante percibe los objetos en su totalidad, como unidades; describe los objetos por su aspecto físico y los diferencia o clasifica en base a semejanzas o diferencias físicas globales entre ellos; no reconoce explícitamente los componentes y propiedades de los objetos.

Nivel 2 Análisis. Percibe los objetos como formados por partes y dotados de propiedades, aunque no identifica relaciones entre ellas; describe objetos de manera

informal, mediante el reconocimiento de sus componentes y propiedades pero no es capaz de hacer clasificaciones lógicas; deduce nuevas relaciones de manera informal a partir de la experimentación.

Nivel 3 Clasificación. Realiza clasificaciones lógicas y describe nuevas propiedades con base en propiedades o relaciones ya conocidas mediante razonamiento informal; describe de manera formal; comprende los pasos individuales de un razonamiento lógico pero de forma aislada y no comprende el encadenamiento de los pasos ni la estructura de la demostración; no es capaz de realizar deducciones formales y no comprende la estructura axiomática de la matemática.

Nivel 4 Deducción. Es capaz de realizar razonamientos lógico formales; comprende la estructura axiomática de las matemáticas; acepta la posibilidad de obtener el mismo resultado desde premisas distintas.

Nivel 5 Evaluación. Analizar, comparar y evaluar distintas axiomatizaciones geométricas.

Para lograr el tránsito de un nivel a otro plantean la necesidad de desarrollar cinco fases en el aprendizaje, que deben repetirse en cada uno de los niveles:

Fase 1 Información. Hay que generar la información pertinente al campo de investigación en el que se va a trabajar y sobre los problemas que se van a resolver.

Fase 2 Orientación Dirigida. Los estudiantes exploran el campo por medio del material suministrado por el profesor y está formado por bloques de actividades dirigidas al descubrimiento y aprendizaje de los conceptos y propiedades fundamentales.

Fase 3 Explicitación. Diálogo entre los alumnos y, eventualmente, el profesor para lograr que las experiencias adquiridas se unan a los símbolos lingüísticos precisos y que aprendan a expresarse con precisión.

Fase 4 Orientación Libre. Se trata de aplicar sus conocimientos a investigaciones posteriores. Asignación de tareas menos dirigidas y susceptibles de resolverse de diversas maneras.

Fase 5 Integración. El profesor trata de resumir en un todo el campo explorado por los estudiantes y de lograr que integren lo que acaban de aprender en la red de conocimientos relacionados con el campo que pudieran tener con antelación.

El modelo de Van Hiele ha sido en los últimos años inspiración de muchos trabajos de investigación y de propuestas didácticas. Sin embargo es preciso reconocer que solo pretende explicar parte del problema de la enseñanza de la geometría: el razonamiento geométrico. Además comparte la visión de la geometría como una actividad caracterizada fundamentalmente por las teorías axiomáticas. Tan es así que el último nivel en su modelo es precisamente el que se caracteriza por la evaluación de diversas axiomatizaciones.

Además, tal como lo expresó Freudenthal en el seminario de Royaumont

Las implicaciones sociales de la enseñanza han sufrido modificaciones importantes durante los últimos veinte o treinta años. La tarea del educador ha ido consistiendo cada vez más en la *iniciación a las actividades culturales* en lugar de una transmisión de las creaciones de los maestros, pero hoy día la ciencia está indisolublemente ligada a la invención creadora. Se está haciendo un esfuerzo para adoptar la enseñanza científica a esta nueva idea de la ciencia, lo que supone que todo aprendizaje debe comprender períodos de invención dirigida, es decir, la invención desde el punto de vista del que aprende (y no en el sentido objetivo).

El modelo van Hiele es susceptible de la crítica de Freudenthal: es al menos incompleto, en el sentido de que entiende la geometría solo como una axiomatización dejando de lado aspectos de la geometría que son de gran importancia. Además es un modelo que reduce el pensamiento geométrico exclusivamente a su dimensión proposicional.

II.4.3 La didáctica fenomenológica de Freudenthal

Según Freudenthal lo primero en la enseñanza de la matemática es la ubicación de un fenómeno que "ruega ser organizado" y que constituye el punto de partida para enseñar al estudiante a manipular estos medios de organización: se trata pues de trabajar con el fenómeno que puede llevar al estudiante a constituir el objeto mental que posteriormente será matematizado.

La fenomenología de un concepto matemático, de una estructura matemática o simplemente de una idea matemática significa, de acuerdo con este autor, describir el *noúmenon* en su relación con el *phainomena* del cual es la forma de organizar, indicando cual fenómeno se crea para organizar, y a cual puede ser extendido, como actúa sobre este fenómeno en cuanto forma de organización, y qué poder sobre este fenómeno nos proporciona.

En este enfoque, lo esencial es determinar un contexto en el cual se encuentran los fenómenos pertinentes para desarrollar el proceso de matematización. Con relación a la enseñanza de la geometría, Freudenthal define su postura en los siguientes términos:

(...) mi objetivo no es *la* geometría, tampoco un sistema de geometrías; antes de que yo pueda llegar al espacio o los espacios como objetos mentales, debo tratar con objetos mentales que son entendidos como objetos geométricos, están ubicados dentro del espacio. Como objetos geométricos serán colocados en el espacio en una etapa posterior, pero como objetos mentales están antes que todo en un contexto geométrico (Freudenthal, 1983, p. 227)

Ahora bien, ¿cómo determinar lo relevante de un contexto? En opinión de este autor lo fundamental es "la explicitación de ejemplos naturales, artesanales, manufacturados, reproducidos industrialmente, paradigmáticos". Se logra finalmente dominar un contexto cuando se reconocen, clasifican, reproducen materialmente y mentalmente y se nombran objetos mentales y procesos, haciendo conciencia y describiendo estas actividades.

II.5 La enseñanza del diseño

La enseñanza del diseño se ha venido realizando desde hace miles de años. Los conocimientos acerca de procesos constructivos, de geometría, las formas y sus significados, en general, los conocimientos relacionados con el oficio del diseñador han sido transmitidos de generación en generación. Los diseñadores, en la medida que constituían gremios, agrupaciones con prácticas productivas específicas generaban en el seno de dichas comunidades las formas de transmisión de las tradiciones del oficio y la manera de hacerlo era típicamente a través de la relación maestro-aprendiz.

Los antecedentes de la enseñanza institucionalizada del diseño en México se remontan al último cuarto del siglo XVII con la creación de la Escuela de Bellas Artes. Por la misma época se funda la Academia de San Carlos de la Nueva España. Desde la creación de estas escuelas hasta principios del presente siglo, la enseñanza del diseño se caracterizó por seguir una línea dominada por el academismo y recibió influencias de las escuelas española, italiana y francesa (Aguirre, J., 1984). El 26 de mayo de 1910 la escuela de Bellas Artes pasa a formar parte de la Real y Pontificia Universidad de México. En 1929 se divide en dos escuelas: La Nacional de Arquitectura y la Nacional de Artes Plásticas.

Este año marca una ruptura, tanto en las concepciones arquitectónicas como en las prácticas docentes. Las nuevas formas de entender estos procesos fueron impulsadas por el arq. José Villagrán. Este arquitecto se opone al academicismo y a su formalismo vacío y propone orientar la actividad arquitectónica mediante una nueva axiología que incorpora como valores fundamentales los valores de utilidad, lógicos, estéticos y sociales.

Aunque la geometría descriptiva se había venido enseñando como parte importante del oficio del diseñador, la matemática como materia básica no se establece sino hasta 1937, aunque aparecía de manera aplicada en los cursos de cálculo estructural. Bajo la corriente arquitectónica del constructivismo se impulsa la reflexión acerca de los sistemas, los procedimientos las matemáticas y el cálculo como factores importantes del proceso proyectual.

En 1949 se crean los cursos de Educación Plástica (superficie y volumen) surgidos de la influencia de la corriente bauhausiana. Esto marca el inicio de la enseñanza del Diseño Básico, que encuentra su culminación en el plan de estudios de 1967 en el que se introducen, dentro del área de diseño, tres cursos de diseño, uno de iniciación al taller de arquitectura y seis de taller de arquitectura, es decir, un total de diez cursos de diseño básico. Este paquete de cursos tiene como objetivo fundamental desarrollar la creatividad del alumno.

En 1954 la escuela de arquitectura pasa de la Academia de San Carlos a Ciudad Universitaria y el cambio de espacio es acompañado de una reorganización de las actividades académicas. En primer lugar, para ese entonces la matrícula había crecido enormemente hasta alrededor de 1200 estudiantes, mientras que en 1929 era de menos de 50 y en 1940 de poco menos de 200. Otro importante factor que influyó en los nuevos cambios fue el Primer Congreso de Enseñanza de la Arquitectura que se realizó en Chile en el año de 1953.

Los estudiantes se agruparon en talleres, ubicados en construcciones separadas. En los talleres se juntaban los estudiantes de todos los años, integrándose de manera vertical las actividades académicas, siendo la actividad profesional de la arquitectura el elemento integrador.

En el Plan de Estudios aprobado en 1967 se cambia de cursos anuales a cursos semestrales. Además se elimina el segundo curso de matemáticas que junto con los cinco cursos de cálculo estructural se venían impartiendo desde 1960. Aparece en este plan el Diseño como un concepto básico, con fines formativos y no necesariamente aplicado de manera directa a una práctica profesional en particular

En 1968 se funda la carrera de Diseño Industrial con tronco común con la carrera de arquitectura y compartiendo materias de diseño básico. Ya a partir de 1932 se había creado la carrera de Ingeniero Arquitecto en el Instituto Politécnico Nacional y la carrera de arquitecto en otras universidades como Guadalajara (1948), Puebla (1955), Universidad Iberoamericana (1955), Universidad Anahuac (1966). Todas ellas basaron sus planes de estudio en los de la UNAM.

En 1972, como producto de un conflicto político académico, la escuela de arquitectura de la UNAM se escinde en dos grupos. El primero de ellos, denominado *de la dirección o talleres de letra* se apega al plan de estudios vigente. El segundo grupo, que se denomina *autogobierno*, promueve una reforma radical a los planes y programas de estudio de la escuela y es aprobado finalmente por el Consejo Universitario en 1976.

La hipótesis básica del nuevo plan consiste en entender que el proceso de la enseñanza de la arquitectura se inicia por la conceptualización del problema, se continua en el diseño y se termina en la construcción del objeto, lo cual coincide con la realidad de la práctica profesional. Las materias que comprende el plan se agrupan en cuatro áreas de conocimiento: Teoría, Diseño, Técnica y Extensión Universitaria, esta última entendida como el desarrollo de un servicio social mediante la asesoría en la resolución de problemas arquitectónicos de comunidades de escasos recursos.

En el nuevo plan de estudios se señalan como alcances de conocimiento en el área de diseño durante el primer nivel:

- 1) Conocimiento introductorio de los ordenamientos y métodos de jerarquización de los elementos de un proceso de diseño simple y de amplio uso popular. Introducción al conocimiento de la metodología del diseño arquitectónico.
- 2) Capacidad de ordenar metodológicamente los componentes fundamentales del diseño de un objeto simple y de amplio uso popular. Conocimiento de algunos sistemas compositivos, de las relaciones volumétricas básicas de los cuerpos, fijos y en movimiento, de las relaciones entre las actividades y las funciones y requerimientos espaciales que estas actividades generan y de las interrelaciones entre los aspectos mencionados.

Salta inmediatamente a la vista la intención explícita de atender problemas populares, lo que supone una ruptura con respecto a la práctica profesional dominante del arquitecto asociada básicamente a la resolución de los problemas de las clases con mayores recursos económicos.

La enseñanza del Diseño Básico

La enseñanza tradicional del diseño pone énfasis en el oficio del diseñador como un ente creador de formas-objetos, pero ignora, o deja de lado, el carácter social de su práctica. Este método de enseñanza trae como resultado un diseñador totalmente alejado de la realidad, que crea formas como meros artefactos y que solo presentan un valor mercantil.

La Bauhaus continuó la tendencia de ignorar los procesos sociales que envolvían a los objetos. El objeto diseñado fue aislado como un fin en sí mismo, descrito al margen de un contexto y organizado mediante principios inherentes de eficiencia, en aras de facilitar su manufactura en serie.

La enseñanza del diseño básico en la mayoría de los centros educativos del país sigue estos mismos lineamientos, centrándose en el estudio de la forma, el color, etc., creando la visión del diseño como un acto de composición dictado por el sentimiento.

De acuerdo con A. León (1981), es posible distinguir dos métodos de enseñanza del diseño básico:

- 1) Organizado por asignaturas cuya integración pretende hacerse en los llamados *taller de diseño* o *taller de composición*. La enseñanza del diseño básico se imparte en cursos en los que se realizan trabajos alejados de la realidad.

2) Se plantea explícitamente el objetivo de comprometerse con las necesidades sociales y organizan la enseñanza del diseño en talleres integrales o en sistemas modulares, pretendiendo comprender la realidad de manera global.

La actividad de diseñar implica la construcción de un objeto tendiente a satisfacer alguna necesidad. El diseñador genera primero un objeto ideal en su mente (etapa de prefiguración). Esta primera imagen surge como un producto de un conocimiento previo, tanto de las demandas o necesidades a satisfacer, como de las características sociales, políticas, culturales y económicas del usuario.

Se pueden distinguir, al decir de H. Weber (León, A., 1981), dos modelos de educación en el campo de la profesión del arquitecto y, podemos agregar, en el campo del diseño en general. El primero está basado en una concepción epistemológica positivista y logicista. Concepción que se manifiesta de dos maneras, aparentemente distintas, pero esencialmente afines: el formalismo estético y el formalismo científicista. El formalismo estético se caracteriza por la reducción del diseño a la aplicación de "reglas apriorísticas que versan sobre ciertas "cosas" llamadas espacio, forma, estructura, luz y proporción, dando por sentado que tales conceptos humanos son universales, que no están sujetos a cambio y que son objetivamente reales. A su vez, el formalismo científicista se empeña en la búsqueda de principios universales de causalidad mecanicista a encontrar entre el hombre y su entorno. Esta línea de pensamiento tiene la pretensión de construir modelos "neutrales" de las interacciones entre el hombre y su medio ambiente.

Las imágenes producidas por ambos formalismos son el resultado de un proceso en el que se margina la realidad social, de tal suerte que dichas imágenes no constituyen más que un reflejo de las actitudes propias de un grupo de profesionales y de aquellos que tienen el poder de tomar decisiones.

El segundo modelo, enfrentado teóricamente al ya descrito, se sostiene sobre una epistemología dialéctica que parte del supuesto de que todo planteamiento elaborado por un grupo de personas con miras a explicarse la realidad para los propósitos del diseño, no pueden ser universales aplicables a todos los hombres.

Así pues, se niega la existencia de reglas a priori para el diseño de esas entidades artificiales conocidas como forma, espacio y estructura. Se niega así mismo la "neutralidad" de los modelos ya que las actividades mismas encaminadas a construir modelos de la realidad para los cuales va a diseñarse son afectadas y afectan a las realidades mismas que se toman en consideración. Se propone entonces cambiar la realidad mediante la actividad del diseño ya no para repetir simplemente lo que nos es conocido sino para encontrar una nueva

visión de las cosas. Esta concepción del diseño implica la necesidad de preparar a los estudiantes no solo como proyectistas, sino que es preciso formarlos para desarrollar actitudes, métodos y aptitudes que los capaciten para diseñar con otros en forma colectiva.

II.6 El Tronco Divisional de la División de Ciencias y Artes para el Diseño de la UAM-Xochimilco.

En diciembre de 1973 el Congreso de la Unión creó la Universidad Autónoma Metropolitana encomendándole tres objetivos principales: 1) impartir educación superior de licenciatura, maestría y doctorado, cursos de actualización y especialización, en sus modalidades escolar y extraescolar, procurando que la formación de profesionales corresponda a las necesidades de la sociedad; 2) organizar y desarrollar actividades de investigación humanística y científica, en atención, primordialmente, a los problemas nacionales y en relación con las condiciones de desenvolvimiento histórico; y 3) preservar y difundir la cultura.

La UAM se propone construir una estructura que favorezca el trabajo universitario integrado: docencia, investigación y difusión de la cultura son partes de un todo orgánico. Asimismo, se reconoce la importancia de la investigación interdisciplinaria y de la formación de profesionales educados en interpretaciones multi e interdisciplinarias.

El Dr. Ramón Villarreal presenta en el mes de junio de 1974 el "Anteproyecto para establecer la Unidad Sur de la Universidad Autónoma Metropolitana" posteriormente conocido como el *Documento Xochimilco*.

La propuesta del *Documento Xochimilco* consiste en orientar el trabajo de esta Unidad académica mediante una planeación integral, procurando la unificación de las funciones universitarias a través de la integración de las áreas de conocimiento existentes.

A diferencia de los planteamientos tradicionales, propone que el proceso de enseñanza aprendizaje gire en torno del estudiante -y no del maestro- y que es aquél quien debe formarse a sí mismo de manera activa y crítica; aún más, el aprendizaje deriva -afirma el *Documento Xochimilco*- de la participación del estudiante en la transformación de la realidad:

Esencial en esta concepción de una universidad crítica y actuante, es la de un estudiante que oriente su propia formación al intervenir en el proceso de transformación de la realidad. Surge de lo anterior la importancia que se le debe asignar en esta experiencia a las condiciones de la enseñanza. (...) El aprendizaje derivado de una participación en la transformación de la realidad lleva implícito el abordar simultáneamente la producción de conocimientos y la transmisión de los mismos, así como la aplicación de estos conocimientos a una realidad concreta...(Villarreal, 1974, p.8).

El elemento que permite la articulación de la docencia, la investigación y la aplicación del conocimiento y hace posible la interrelación de la universidad con la sociedad fue denominado por los autores del *Documento Xochimilco*, **objeto de transformación**.

Este concepto resulta central en la organización de las actividades universitarias. A través de este concepto fue posible implantar una concepción definida de las funciones de la universidad y sus vínculos correspondientes así como construir una interpretación particular de la interdisciplinariedad. Además, constituye el vínculo fundamental de la Universidad con la sociedad.

II.6.1 El concepto de Objeto de Transformación

El Consejo Académico acordó en la sesión 2.92, en abril de 1992, aprobar el documento Lineamientos para la presentación de planes y programas de estudio ante el Consejo Académico de la Unidad Xochimilco. En este documento, al que deben ajustarse todos los planes y programas, se ofrece la siguiente explicación de este concepto:

Objeto de transformación. Enunciado sintético de una situación o problema de la realidad que por sus características de vigencia, relevancia y pertinencia, ha sido incorporada al proceso de enseñanza aprendizaje para el desarrollo de un perfil profesional previamente establecidos.

El trabajo sobre problemas concretos propicia que los alumnos analicen la naturaleza histórica, social y cultural de todo problema del conocimiento y en consecuencia comprendan la necesidad de la participación de diversas disciplinas en su estudio y el compromiso de colaborar en su análisis y atención integral.

Es posible, de acuerdo con W. Beller (1987), distinguir al menos tres niveles en el concepto de Objeto de Transformación: un nivel epistemológico, un nivel pedagógico y otro social y aunque es posible, y necesario, distinguirlos se encuentran fuertemente interrelacionados.

Nivel epistemológico

La relación teoría-práctica, como expresión de la vinculación entre la investigación y la aplicación del conocimiento es un propósito fundamental del modelo Xochimilco. Otros modelos persiguen este mismo objetivo, pero la *manera* en que plantean la articulación teoría-práctica es diferente:

Se busca que el estudiante sea el artífice de su propia formación al intervenir en el proceso de transformación de la realidad. Se parte de un supuesto epistemológico: el hombre, al actuar prácticamente sobre los procesos, interviene en su comportamiento y lo transforma, modificando las condiciones en las cuales se desarrollan tales procesos. Al mismo tiempo, por medio de su actividad práctica, el hombre también se desarrolla, ampliando sus experiencias y penetrando en aquellas propiedades de los procesos que no se muestran de un modo aparente o inmediato. La base misma del conocimiento, como acción recíproca entre el sujeto cognoscente y el objeto cognoscible, se encuentra en la actividad práctica. Con su actividad práctica, el ser humano determina aspectos, propiedades y relaciones de los procesos de la realidad, y es inducido a realizar nuevas acciones, las cuales lo llevarán a hacer nuevos descubrimientos. Por otro lado, la teoría es un producto de la actividad práctica, puesto que la dimensión teórica del conocimiento parte de los resultados de la actividad práctica y vuelve a ella, ya sea para la comprobación de las aseveraciones teóricas o para su aplicación tecnológica. (Beller, W., 1987, p.24)

La propuesta, tal como aparece en el Documento Xochimilco conjuga la formulación epistemológica de la actividad práctica como productora de conocimiento y la hipótesis ontológica bungeana de la realidad como estructura dividida en sectores:

La superación de la clásica enseñanza por disciplinas, implica la creación de unidades basadas en un objeto e interrogantes sobre el mismo, donde se conjugan diversas ciencias y técnicas para dar respuestas científicas. Estas respuestas son conocimientos. El conocimiento -según Piaget- no es una copia de la realidad. Conocer un objeto, conocer un acontecimiento, no es solamente mirarlo y hacer de él una copia mental, una imagen. Conocer un objeto es actuar sobre él. Conocer es modificar, transformar el objeto y entender el proceso de su transformación y, como una consecuencia, entender la forma en que el objeto es construido. Una operación es, así, la esencia del conocimiento, una acción internalizada, la que modifica el objeto de conocimiento. (Villarreal, 1974, p.8)

Nivel pedagógico

Puesto que el conocimiento deriva de la actividad práctica, el aprendizaje implica la participación activa del estudiante en la transformación de la realidad. Esto significa que el estudiante deberá comprender la elección de un cierto objeto de transformación, esto es, la selección de un objeto sobre el cual se formulan algunas interrogantes y para el cual es ineludible la concurrencia de varias disciplinas. Se busca, pues, que el estudiante descubra nuevas relaciones entre los conocimientos ya establecidos y los utilice en la experiencia:

El estudiante deberá participar en dos niveles en este proceso de transformación de la realidad o de producción de conocimientos: en la búsqueda de información

empírica, a través del experimento y en la producción de conceptos a partir de los productos teórico-ideológicos ya existentes. (Villarreal, 1974, p.19)

Es importante agregar que el aprendizaje implica un proceso de ruptura con las nociones con las que el alumno se acerca inicialmente al objeto de transformación. Como dice Bachelard "se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza a la espiritualización." En el Documento Xochimilco se expresa de la siguiente manera:

"No se debe olvidar que en este proceso el estudiante debe hacer continuas rupturas con las concepciones no científicas y precientíficas que él tiene sobre la realidad que pretende transformar. Además, deberá deslindar los elementos no científicos existentes en el conocimiento que se presenta como científico. (Villarreal, 1974, p.17)

Nivel social

La dimensión social del objeto de transformación se pone de manifiesto desde su misma elección. La selección de un problema y no otro obedece a una concepción socialmente determinada. La selección misma entraña una perspectiva social y, por otro lado, el objeto seleccionado es parte de una realidad definida en un espacio social. La universidad se propone el estudio crítico de la realidad nacional y la formulación de alternativas viables para el fomento del desarrollo social. Este enfoque se establece en el Documento Xochimilco en los siguientes términos:

La universidad actual se encuentra en la encrucijada de diferentes fuerzas, no siempre coincidentes. Así, por un lado, una demanda creciente de individuos que pretenden ingresar a la educación superior, para transformarse en agentes activos del proceso de transformación de la sociedad mexicana. por otro lado, un requerimiento cada vez mayor de personal de alta formación por parte de diversas instituciones. A estas demandas cuantitativas se agrega la necesidad de un cambio cualitativo del personal formador a fin de que se cumpla con la expectativa de un mundo en continuo cambio y renovación. La universidad contemporánea está, asimismo, preocupada por un análisis de su articulación en la estructura social. Frente a esta problemática compleja y apremiante una alternativa promisoriosa es la reflexión crítica y la acción creadora. (Villarreal, 1974, p.7)

II.6.2 El sistema modular en la UAM Xochimilco

Los cursos se organizan, entonces, por módulos y cada módulo establece aquellos objetos de transformación comunes a diversas disciplinas y profesiones.

Esto plantea dos problemas centrales: "cómo se seleccionan estos objetos y cómo intervienen las diferentes ciencias y técnicas en el proceso de transformación. (Villarreal, 1974, p. 17)

Para enfrentar el primer problema es preciso reconocer ante todo las limitaciones sociales en cuanto a la definición de las carreras. Los módulos se "definirán por aquellos objetos de transformación comunes a diversas disciplinas y profesiones. Así, los módulos iniciales se relacionarán con un número mayor de disciplinas y carreras mientras los terminales se harán más específicos."

El segundo problema señalado se refiere al modo como intervienen las ciencias y técnicas en el proceso de transformación y para responder a él, el Documento Xochimilco recurre a la visión bungiiana en la que la realidad, tal como la conocemos hoy, no es un sólido bloque homogéneo, sino que se divide en varios niveles o sectores, caracterizado cada uno de ellos por un conjunto de propiedades y leyes propias. los principales niveles reconocidos hasta el momento parecen ser el físico, el biológico, el psicológico y el sociocultural. El objeto de transformación, teniendo en cuenta que la realidad es una estructura de varios niveles deberá ser explicado en función de ellos y las relaciones que guardan entre sí, asimismo se dará una atención especial a la explicación multinivel.

II.6.3 El módulo *Conocimiento y Sociedad*

Al ingresar a la UAM-X todos los alumnos, sin importar la carrera en la que están inscritos, cursan el primer módulo llamado *Conocimiento y Sociedad*. En él se persiguen dos objetivos: por un lado se trata de introducir al alumno en el sistema modular y hacerlo reflexionar sobre los nuevos roles que en él deben jugar alumnos y docentes; por el otro, el módulo propone como objeto de transformación la relación conocimiento-sociedad, se propone analizar los distintos tipos de conocimiento (científico, mágico, religioso, estético, etc.), cómo son producidos socialmente y cuál es su significado e impactos sociales; el alumno comprenderá el método científico y lo aplicará en la investigación que grupalmente desarrollará durante el curso.

II.6.4 El tronco divisional.

Después del primer trimestre los alumnos se agrupan en sus correspondientes divisiones y cursan dos módulos que constituyen el programa denominado tronco divisional (TD). Se trata de módulos que, en el caso del CyAD, agrupan a estudiantes de las carreras de arquitectura, diseño industrial, diseño gráfico y diseño de los asentamientos humanos.

Actualmente dicho programa está en proceso de rediseño, proceso que está siendo conducido por la Comisión de Planes y Programas de Estudio del Tronco Divisional (CPPETD) cuya propuesta comentaremos brevemente con el fin de ubicar el problema.

El objetivo propuesto para el TD es "introducir a los estudiantes en el conocimiento y manejo del proceso de diseño y habilitarlos en el uso de las herramientas básicas de los diferentes campos profesionales del Diseño"(CPPETD, 1993).

Se pretende que al final el tronco divisional, los estudiantes sean capaces de:

- Reconocer y saber ver los aspectos de diseño en las manifestaciones sociales y culturales.
- Identificar y manejar el diseño como un proceso global en el que los momentos pueden aparecer en distinto orden.
- Comenzar a producir el diseño como un lenguaje a partir de aspectos básicos de función, forma y estructura.
- Proponer soluciones de diseño con carácter social, a problemas sociales relevantes.
- Manejar las herramientas fundamentales de la expresión del diseño.
- Reconocer la relación que existe a nivel teórico y práctico entre las distintas carreras que se imparten en la División.

Se concibe el Diseño como una práctica en donde se articulan elementos teóricos, técnicos y expresivos. Dicha integración se logra a partir de la solución de problemas concretos de la realidad. Es importante agregar que los condicionantes sociales, así como la distribución de los productos de diseño son factores esenciales en el propio proceso de diseño.

Por las características propias del diseño, esta actividad profesional recibe influencias de conocimientos y habilidades técnicas de los campos científico, social y humanístico. La historia de los diseños está estrechamente relacionada con el desarrollo científico y tecnológico, entre otros motivos, por el papel que han jugado los diseños en la producción

de mercancías, bienes materiales y artefactos. Por ello, deberá ser un objetivo fundamental de los alumnos del TD reflexionar sobre esta interrelación entre diseño, ciencia y tecnología.

Se concibe al Diseño como una actividad de prefiguración formal que responde a necesidades reales demandadas socialmente; actividad que está inserta dentro de la división técnica del trabajo y por lo tanto requiere del uso de lenguajes expresivos para que sea posible su materialización. La Ciencia y la Técnica están presentes en esta materialización, de tal manera que el estudiante es capaz de conocer la relación de dependencia recíproca entre diseño, arte, ciencia y técnica.

Gran parte del trabajo de los diseñadores consiste en generar imágenes en respuesta a demandas sociales: objetos, mensajes y espacios son la materialización de esas imágenes. Así mismo, los productos del diseño son portadores y jerarquizadores de significados en proporción directa a su claridad formal, técnica y funcional; de esta manera los diseñadores inciden en la formación y transmisión de la cultura así como en el desarrollo de la conciencia social. (CPPETD, 1993)

En suma:

- El Tronco Divisional concibe al Diseño como una práctica en la que se articulan elementos teóricos, técnicos y expresivos.
- La integración de estos elementos es posible únicamente en la solución de problemas concretos.
- Las condicionantes sociales, técnicas y científicas, son parte del propio proceso de Diseño.
- El estudiante desarrolla una vocación de servicio al hacer suyo el compromiso que la Universidad tiene con los grandes problemas nacionales.

El TD está constituido por los módulos *Interacción Contexto-Diseño* y *Campos Fundamentales del Diseño*. Ambos se desarrollan en tres talleres interrelacionados entre sí: Taller de Teoría, Taller de Expresión Gráfica y Taller de Diseño. "En el taller de Teoría se conocerá al Diseño como práctica social ubicado en el contexto que lo condiciona. El taller de Expresión Gráfica, tiene como objetivo fundamental conocer el lenguaje inherente al Diseño y lograr una habilitación en el uso de los y técnicas de expresión. El Taller de Diseño es un espacio académico que unifica los conocimientos teóricos y prácticos en el ejercicio de diferentes problemas, para cuya solución se problematiza la enseñanza" (CPPETD, 1993).

Ambos módulos forman parte de una sola estructura que tiene como objeto de transformación:

El objeto de transformación en ambas u.e.a.s. es el estudio de la relación que existe entre la forma y la cultura material; entre el acto proyectual que conduce a la forma y el contexto sociocultural de la práctica del diseño.

Por cultura material se entiende el análisis de todo lo que tiene relación con el contexto económico, social y cultural del diseño. Esta relación primordial que es el objeto de transformación cambia de énfasis según la unidad de enseñanza aprendizaje de que se trate: en el TD1 el énfasis se hace en el estudio de la forma como parte integrante de la cultura material, mientras que en el TD2, el énfasis es la cultura material y su influencia sobre las diferentes prácticas profesionales del diseño, teniendo como referente a la forma.

Los objetivos generales de cada u.e.a. son:

TD1: Módulo Interacción Contexto Diseño

- capacitar al estudiante en el conocimiento del proceso de diseño y desarrollar habilidades que le permitan manejar las herramientas teóricas y formales básicas del diseño. Introducirlo en el conocimiento de los lenguajes de diseño y en la investigación para el diseño.
- Capacitar al alumno para que aplique el proceso de diseño y los conocimientos básicos adquiridos durante la u.e.a. anterior en la solución de problemas concretos, además de construir una visión global de su quehacer profesional y desarrollar una investigación en los campos profesionales del diseño.

TD2: Módulo Campos Fundamentales del Diseño

- Aplicar y desarrollar los conocimientos adquiridos en el TD1 en la solución de problemas concretos
- Adquirir una visión global de su quehacer profesional en el Area del Diseño
- Analizar problemas de Diseño con un enfoque social, que involucre la circulación y distribución de los objetos

A continuación aparecen dos cuadros que resumen los objetivos y contenidos de cada u.e.a. En negritas se muestran los contenidos que están directa o indirectamente relacionados con la geometría.

Módulo Interacción Contexto Diseño

Taller de Teoría	Objetivos	Taller de Diseño	Objetivos	Taller de Expresión	Objetivos
	Introducir al estudiante en los factores teóricos y metodológicos que se relacionan con los aspectos determinantes y condicionantes del diseño, relacionado con el contexto social, cultural y ambiental en el que está inmerso.		Analizar y comprender los conceptos de la forma, el espacio y la síntesis compositiva (bi y tridimensional) para su aplicación en el proceso de diseño.		<ul style="list-style-type: none"> * Introducir al estudiante en el uso de las técnicas expresivas comunes a los campos del diseño. * Introducir al alumno en los elementos básicos de la geometría descriptiva.
Unidades	Contenidos	Unidades	Contenidos	Unidades	Contenidos
1. Conceptualización del diseño.	<ul style="list-style-type: none"> * Plan de estudios del Tronco Divisional * Conceptualización del diseño como sistema de producción estética * Concepto de necesidad * Comunicación y percepción del diseño. 	1. La forma y sus categorías estructurales	<ul style="list-style-type: none"> * La forma en la naturaleza y en el mundo artificial y su relación con el diseño * Elementos primarios de la forma * Elementos de relación de la forma * Elementos de ordenamiento de la forma * Elementos visuales de la forma * Elementos de la metría 	1. Instrumentación	<ul style="list-style-type: none"> * Plan de estudios del Tronco Divisional * Cualidades expresivas del punto y la línea * Trazo de líneas rectas y curvas a mano alzada y con instrumentos * Uso del compás * Espacialidad en el campo bidimensional * Trazo del abecedario
2.. Condicionantes del diseño	<ul style="list-style-type: none"> * Condicionantes físicas y ambientales del diseño * Condicionantes socioeconómicas del diseño * Condicionantes ideológicas y culturales del diseño * Desarrollo científico y tecnológico 	2. La forma y la sintaxis compositiva bidimensional y tridimensional	Aplicación de los conceptos anteriormente aprendidos en ejercicios de composición bi y tridimensional, tanto abstractos como referidos a algún problema de diseño	2. Generación de la forma	<ul style="list-style-type: none"> * Trazo de redes * Generación de redes (representación bi y tridimensional) * Transformaciones y variaciones
3. Proceso de diseño	<ul style="list-style-type: none"> * Prefiguración y materialización del diseño Metodología del diseño 	3. Investigación y análisis del sitio a partir de las categorías estructurales de la forma	Análisis formal y conceptual del sitio seleccionado a partir de los objetos y/o productos del diseño	3. Geometría descriptiva	<ul style="list-style-type: none"> * trazo de figuras geométricas * Proyecciones usadas en dibujo técnico * Principios de geometría descriptiva * desarrollo de volúmenes básicos

Módulo Campos Fundamentales del Diseño

Taller de Teoría	Objetivos	Taller de Diseño	Objetivos	Taller de Expresión	Objetivos
	Introducir al estudiante en el manejo y aplicación de los factores teóricos y metodológicos del diseño relacionados con el desarrollo específico de su práctica profesional		<ul style="list-style-type: none"> * Realizar una investigación en un asentamiento humano para elaborar un diagnóstico de sus necesidades prioritarias * Dar respuesta a esas necesidades a través de propuestas de diseño por campo profesional 		<ul style="list-style-type: none"> * Aplicar las técnicas y medios expresivos de solución a problemas de diseño por campo profesional
Unidades	Contenidos	Unidades	Contenidos	Unidades	Contenidos
1. Diseño y prácticas profesionales	<ul style="list-style-type: none"> * Ubicación del diseñador en el contexto social y económico de México * Mercado de trabajo 	1. Investigación de campo	<ul style="list-style-type: none"> * Metodología de investigación * Marco físico-ambiental * Marco socioeconómico * Marco ideológico cultural 	1. Perspectiva	<ul style="list-style-type: none"> * Principios básicos del dibujo en perspectiva * Método de la planta en perspectiva * Perspectiva de un punto de fuga * Perspectiva de dos puntos de fuga
2. Desarrollo histórico de las prácticas profesionales	<ul style="list-style-type: none"> * El diseñador contemporáneo y sus antecedentes históricos * Análisis de obras relevantes por campo de diseño 	2. Definición del problema	<ul style="list-style-type: none"> * Elaboración del diagnóstico * Definición del problema prioritario * metodología por disciplina 	2. Color	<ul style="list-style-type: none"> * Teoría del color * Técnicas secas, húmedas y mixtas
3. Desarrollo histórico de las prácticas profesionales	Desarrollo y representación gráfica de la investigación	3. Primera imagen	<ul style="list-style-type: none"> * Programas de diseño * Análisis tipológico: formal, funcional, técnico y ambiental * Alternativas de solución * Selección de alternativas 	3. Representación por disciplina	<ul style="list-style-type: none"> * Lenguajes expresivos de las diferentes prácticas profesionales * Originales gráficos y <i>dummies</i> * Vistas principales y explosivos * Planos arquitectónicos * Planos urbanos

Veamos con detalle aquellos contenidos que hemos señalados como relacionados con la geometría:

Módulo Interacción Contexto Diseño

1. *Conceptualización del diseño como sistema de producción estética.* El programa plantea la necesidad de que el estudiante comprenda el diseño como una actividad social del hombre que interactúa con la cultura estética dentro del contexto en que se realiza. Para ello propone analizar los conceptos: diseño, arte, ciencia, tecnología y artesanía, así como las relaciones que se establecen entre ellos.

Comentario: la geometría aparece en cada una de estas actividades humanas con distinta importancia y especificidad de tal suerte que es importante conocer el papel que juega en la constitución de cada uno de estos conceptos así como de las relaciones que entre ellos se establecen.

2. *Concepto de necesidad.* Se entiende que los diseños responden a las necesidades humanas, las que a su vez derivan de las condiciones sociales y culturales.

Comentario: Hemos visto más arriba la enorme influencia que ha tenido la geometría en la formación de las cosmovisiones y en la cultura de diversos pueblos.

3. *Comunicación y percepción del diseño; el proceso de la comunicación.* Se señala la necesidad de comprender que los objetos y espacios diseñados son portadores de significado.

Comentario: Especialmente la geometría euclidiana ha estado asociada durante siglos a una gran cantidad variedad de significados. Ha sido considerada el lenguaje de Dios y las figuras que ella estudia han sido preñados de una gran cantidad de virtudes y valores (la circunferencia como manifestación de lo infinito, lo eterno, etc.)

4. *Condicionantes ideológicas y culturales del Diseño.* El programa se propone que el estudiante comprenda cómo los diseños responden a una base cultural y son portadores de significado, se busca también que confronte sus conocimientos con el análisis de objetos concretos.

Comentario: el mismo que en los comentarios a los puntos 1 y 2.

5. *Desarrollo científico y tecnológico.* Se destaca el aspecto del diseño como derivación estética de las tecnologías y se propone el análisis tecnológico de objetos así como la comparación de tecnologías en objetos del mismo tipo.

Comentario: Como ya se desarrolló antes, la geometría ha incidido en el desarrollo tecnológico y en las formas en las que el diseñador lo ha incorporado en su quehacer. Tal vez el ejemplo más claro y actual sea la aplicación de la geometría analítica en los procesos de CAD-CAM.

6. *Metodologías del diseño:* Se analiza el papel de distintas metodologías como formas de sistematizar el trabajo mental del diseñador.

Comentario: Entre los diversos intentos de sistematización del proceso de diseño, que suelen agruparse dentro del concepto genérico de *métodos del diseño* destaca el desarrollado por Y. Friedman, quien, inspirado en la organización axiomática de la geometría propone una axiomatización de los procesos de diseño arquitectónico y urbanísticos.

7. *La forma en la naturaleza y en el mundo artificial en relación con el diseño.* Se analiza los aspectos y características fundamentales de la forma en la naturaleza y en los productos creados por el hombre. Se plantea construir el concepto de forma y su clasificación en forma orgánica y forma geométrica.

Comentario: Creemos que esta dicotomía formas naturales vs formas geométricas debería revisarse críticamente, a la luz de los nuevos, y otros muy viejos, desarrollos geométricos (desde la proporción áurea hasta la geometría fractal).

8. *Elementos primarios de la forma.* Se propone que el estudiante comprenda las cualidades expresivas de los elementos primarios de la forma: punto, línea, plano y volumen.

Comentario: En este punto creemos que podría introducir una polaridad conceptual que puede resultar de gran riqueza: las cualidades expresivas de los elementos primarios de la forma, al estilo Kandinsky y la Bauhaus frente a los conceptos geométricos al estilo Euclides y Hilbert.

9. *Las Categorías Estructurales de la Forma.* El programa plantea conocer las nociones fundamentales de las categorías estructurales de la forma, tanto los elementos de relación (campo visual, fondo y figura, posición, cantidad, dirección, espacio y estructura) como los elementos de ordenamiento (ritmo, movimiento, simetría, jerarquía, equilibrio, tensión, profundidad y concentración) y los elementos de la métrica (tamaño, escala y proporción).

Comentario: Todos y cada uno de los conceptos aquí referidos tienen evidentes vínculos con la geometría.

10. *Composición bi y tridimensional.* Se trata de generar formas nuevas a partir de formas geométricas básicas (cuadrado, triángulo, círculo, etc.) tomando en cuenta las categorías estructurales de la forma.

Comentario: Sin duda una de las herramientas más poderosas para la composición a partir de formas geométricas básicas la constituye los procesos iterativos aplicados al CAD-CAM.

11. *Análisis formal de un objeto de diseño arquitectónico, industrial, y gráfico.* En cada caso se procura analizar la relación entre las condicionantes y determinantes, económicas, sociales, culturales, ideológicas y políticas) que generan el objeto de diseño.

Comentario: el mismo que en los comentarios a los puntos 1 y 2.

Módulo Campos Fundamentales del Diseño

12. *Perspectiva.* Se plantea conocer los principios básicos del dibujo en perspectiva, incluyendo el método de la planta y las perspectivas de uno y dos puntos de fuga.

Comentario: Creemos que, de acuerdo con los objetivos del Tronco Divisional, es importante considerar a la perspectiva como algo más que una técnica de representación de objetos, viéndola como un desarrollo del conocimiento geométrico que se da en una etapa histórica determinada.

13. *Desarrollo histórico de las prácticas profesionales del diseño.* Se propone analizar al diseñador contemporáneo a partir de sus antecedentes históricos y mediante el análisis de obras relevantes en el campo del diseño.

Comentario: Este punto constituye tanto el punto de partida como el de llegada en todo el Tronco Divisional: son las prácticas profesionales del diseñador, vistas como un desarrollo histórico, las que permiten articular los procesos de enseñanza aprendizaje. Sólo mediante la puesta en juego de todos los conceptos que se desarrollan en los programas, incluyendo los conceptos y métodos geométricos, que será posible un análisis cabal de los objetos de diseño.

II. 6 Conclusión

Hemos visto que los procesos de diseño, en sus diversos campos y también a lo largo de su desarrollo histórico, implican de una manera u otra una exploración del espacio. Se ha señalado también que la geometría surge, precisamente, como una reflexión acerca del espacio y es por ello, que el diseñador ha encontrado en ella a un auxiliar muy útil.

La exploración del espacio que realiza el diseñador no se reduce a una mera reflexión teórica sino que, partiendo de ella se propone crear, producir espacios. Es decir, se trata de una exploración que se materializa en objetos concretos que han sido diseñados para satisfacer alguna necesidad social. De esta manera, el espacio sobre el que trabaja el diseñador no se reduce ni al espacio físico ni al espacio matemático sino que se ubica en la esfera de lo social y de lo cultural.

Las formas y espacios que producen arquitectos, diseñadores industriales, etc. son conformadas tanto por sus propiedades matemáticas y físicas, como lo son también, por su función social, sus costos de producción y los significados que portan. Pero el objeto diseñado es más que la simple reunión de estos aspectos ya que no ocurren de manera aislada e independiente, sino que se encuentran estrechamente interrelacionados. Es por ello que el quehacer del diseñador constituye una forma específica de interdisciplina de los campos del conocimiento involucrados en el proceso de diseño.

En particular, si bien el diseñador desarrolla una práctica geométrica, ésta no es, no puede serlo, una mera traslación de una teoría matemática a otro campo: la geometría del diseñador está mediada por los materiales, la función social y los significados de las formas que él produce.

La exploración del espacio que hace el diseñador se desarrolla simultáneamente en dos niveles: un nivel racional, que tiene que ver con las propiedades físicas y matemáticas de las formas y que se manifiesta fundamentalmente mediante un lenguaje proposicional y analítico, y un nivel simbólico y expresivo relacionado con la cultura material y sus significados y que, para expresarse, utiliza un lenguaje metafórico, de imaginería y sintético.

La relación entre el diseño y la geometría podemos representarla mediante el siguiente diagrama. Ambos campos del conocimiento aparecen representados como dos conjuntos que comparten un área común que es la correspondiente a la categoría espacio. Las fronteras de ambos conjuntos están delimitadas mediante líneas punteadas indicando con ello que se trata de fronteras que no están claramente definidas, no solamente porque son fronteras que se

van modificando con el tiempo, sino por que resulta imposible categorizar, desde el punto de vista de la teoría clásica de las categorías (Lakoff y Johnson, 1987), ambos campos.



The diagram consists of three terms arranged horizontally: "DISEÑO" on the left, "espacio" in the center, and "GEOMETRÍA" on the right. Each term is enclosed in a faint, hand-drawn oval. A dashed line connects the top of the "DISEÑO" oval to the top of the "espacio" oval, and another dashed line connects the top of the "espacio" oval to the top of the "GEOMETRÍA" oval. The word "espacio" is enclosed in a small circle.

DISEÑO (espacio) GEOMETRÍA

La forma en que ambos campos concurren en la exploración del espacio se caracteriza por compartir problemas, métodos y técnicas. Los inicios de la geometría están estrechamente relacionados con actividades propias del diseño, como lo es el dar forma a objetos, es decir, cómo al verse ante el problema de fabricar un artefacto dándole la forma adecuada para ciertos fines, se propicia la reflexión teórica sobre la geometría.

Al desarrollarse y sistematizarse el estudio de la geometría hasta llegar a construir el edificio euclidiano, éste sirvió como plataforma de observación y exploración del espacio, aún en muchos otros campos del conocimiento así como de diferentes esferas culturales. Durante siglos el sistema euclidiano fue el soporte teórico de prácticamente todas las concepciones acerca del espacio y, en particular, se convirtió en un condicionante fundamental de la actividad del diseño.

Con la revolución de las geometrías no euclidianas y otros desarrollos geométricos, las concepciones acerca del espacio se han ido modificando, pero lo que no ha cambiado es que estas nuevas concepciones siguen constituyendo condicionantes del diseño. Es por ello que resulta difícil comprender el desarrollo del diseño sin tener una idea clara de las principales teorías geométricas y su desarrollo histórico.

Otra característica fundamental de la concurrencia de la geometría y el diseño en sus indagaciones sobre el espacio está dada por el uso de métodos y técnicas geométricas del que hace el diseño para la producción y experimentación con formas. Los artistas, artesanos y arquitectos griegos diseñaron sus obras aplicando las leyes de la geometría euclidiana, y lo mismo sucedió durante el medioevo. Posteriormente, los artistas del renacimiento plantearon la necesidad de desarrollar la geometría descriptiva, cuyo conocimiento sigue siendo esencial en la práctica de los diseñadores. Actualmente se ha hecho extensivo el uso de los métodos

analíticos y algebraicos. Estas aplicaciones se han desarrollado enormemente en las últimas décadas con la incorporación del CAD-CAM y también se han creado nuevas herramientas como la aplicación de transformaciones geométricas, el análisis de las propiedades topológicas de un objeto de diseño o la generación de imágenes mediante las técnicas de la geometría fractal.

En síntesis, son dos los aspectos esenciales de la práctica geométrica de los diseñadores: i) la geometría como condicionante del diseño y ii) el uso de métodos y herramientas en la producción de formas.

Existe un tercer aspecto de la práctica geométrica de los diseñadores que, aunque no es esencial, no deja de ser muy importante para este trabajo: el papel que ha jugado históricamente el diseño en el desarrollo de la geometría. Nos referimos tanto a los problemas que el diseño planteó y que contribuyeron al desarrollo de la geometría como al impulso que el proceso de diseño propicia la construcción de conceptos geométricos como, por ejemplo, cuando se experimenta con la construcción de objetos con cierto material se involucra una rica variedad de transformaciones geométricas.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría por parte de los diseñadores debe pues entenderse en este contexto. No se trata de que el diseñador aprenda ciertas teorías geométricas si no que aprenda y desarrolle una práctica geométrica con las características que hemos señalado. Con esto queda definido qué es lo que se enseñará, falta todavía el cómo.

Toda propuesta didáctica implica una cierta concepción acerca de cómo el individuo aprende. La propuesta didáctica que aquí se desarrolla está ubicada en un programa y una institución que en cierta medida determinan el concepto de aprendizaje que se adopte.

III La enseñanza de la geometría en el TD: una propuesta

Introducción

Geometría y Diseño son dos actividades que, a lo largo de la historia, han tenido como referente común al espacio. Ambas son formas distintas, pero complementarias, de representar, pensar y producir el espacio. El espacio es una categoría fundamental de todas las culturas puesto que, como dice Le Corbusier, la primera manifestación de existencia del hombre es ocupar el espacio. Así, pues, la noción de espacio y, por ende la geometría, ha sido siempre parte fundamental de la cultura de todos los pueblos. El hombre tradicionalmente ha buscado reproducir en los objetos por él producidos, el orden que ha encontrado en el universo. Son estos objetos parte integrante su cultura material.

De esta forma, la geometría debe ser considerada como un factor condicionante del Diseño en, al menos dos aspectos: cultural y técnico. En efecto, la geometría es también una herramienta para producir y experimentar formas, ofreciendo solamente ciertos tipos de soluciones formales a problemas de diseño. La intención de este programa es precisamente desarrollar estos dos aspectos fundamentales de la relación geometría diseño.

Sin duda se trata de una relación de gran complejidad y que ha ido modificándose a lo largo de la historia y que, seguramente, lo seguirá haciendo. Sin embargo, debido a que este programa se ubica en los primeros trimestres de la licenciatura se buscará tan solo una introducción a esta problemática. Por otra parte, no se trata de propiciar solamente una reflexión teórica acerca del tema sino que es igualmente importante la puesta en práctica de los conceptos generados, especialmente en la experimentación y producción de formas.

En este último punto resultan de especial relevancia tanto la experimentación con las propiedades de los materiales, en la medida en que es esto posible al inicio de la licenciatura y, sobre todo, el componente tecnológico, referido a las diversas técnicas de producción formal dentro de las que destaca el uso de la computadora.

Este programa está diseñado en principio para impartirse en dos cursos, correspondientes a los dos trimestres del tronco divisional, de cuatro horas semanales. Sin embargo, debido a la estrecha relación que tiene con los objetivos y contenidos que se plantean tanto en el Taller de Teoría como en el Taller de Expresión estos podrían perfectamente incorporarse a ellos. Y no solamente incorporarse ya que estamos conscientes de que esta es una propuesta

que deberá ser discutida por los profesores del Tronco Divisional, de manera que es susceptible de sufrir modificaciones y adecuaciones.

Objetivos

- Analizar la naturaleza de relación geometría-espacio-diseño de acuerdo con las principales etapas en el desarrollo de la geometría y el diseño.
- Analizar casos concretos de la relación geometría espacio-diseño en diversas culturas
- Utilizar herramientas geométricas en la producción de formas y en la solución de problemas de diseño.

Recomendaciones metodológicas y operativas

Si bien hemos destacado los dos aspectos fundamentales de la relación diseño geometría, a saber, la geometría como condicionante y como herramienta, y los hemos presentado por separado, esta separación obedece exclusivamente a una necesidad de la exposición: ambos aspectos aparecen de manera simultánea en el proceso del diseño. Creemos que es de la mayor importancia hacer énfasis en este punto durante el desarrollo del programa.

Otro punto fundamental es el lograr un adecuado balance entre las actividades proposicionales y las que son de carácter no proposicional, entre lo analítico y lo expresivo, reconociendo la importancia de ambas estrategias cognitivas. Esto implicará, además, recuperar la dimensión expresiva y simbólica de los contenidos proposicionales y, por otra parte, hacer el correspondiente análisis proposicional de las actividades expresivas.

Parte del programa se desarrolla exponiendo a los estudiantes ciertos temas. Creemos que la forma más eficiente de transmitir este tipo de información es mediante la elaboración de conferencias apoyadas con el material gráfico adecuado de manera que se pueden reunir a todos los estudiantes en el auditorio para tal efecto, pudiendo complementar con videos y material impreso y, especialmente, retomando el tema en cada grupo para la aclaración de dudas y la profundización que se desee.

Módulo: Interacción Contexto-Diseño (Unidades I - III)

Objetivos

- Analizar el papel de la geometría como condicionante del proceso de diseño.
- Conocer las herramientas euclidianas básicas para la producción de figuras planas.
- Conocer los sistemas de coordenadas básicos.

UNIDAD I Geometría, espacio y diseño en diversas culturas

Objetivos

- Conocer las principales características de la forma como la relación geometría-espacio-diseño se ha concretado históricamente y en diversas culturas.
- Realizar estudios de caso, esto es, analizar la forma en que dicha relación se manifiesta en ciertos objetos de diseños en algunas culturas.

Contenidos

1. Introducción: una visión panorámica de la relación geometría-espacio-diseño. Los orígenes de la geometría y el diseño. El paradigma euclidiano y su influencia cultural. El método analítico y sus aplicaciones en el campo del diseño. El desarrollo de las geometrías no euclidianas y su influencia sobre las nuevas exploraciones acerca del espacio. Topología y Geometría Fractal y sus aplicaciones en diseño.
2. Análisis de objetos de diseño provenientes de:
 - 2.1 Las culturas maya, tolteca y azteca
 - 2.2 La cultura egipcia
 - 2.3 La tradición occidental
 - 2.3.1 Grecia
 - 2.3.2 Edad Media
 - 2.3.3 Renacimiento
 - 2.3.4 Barroco

- 2.3.5 Edad Moderna
- 2.4 Las tradiciones orientales
 - 2.4.1 EL arte árabe
 - 2.4.2 La India
 - 2.4.3 China y Japón

Actividades (20 hrs.)

- I Conferencia 1 "Geometría y Diseño" 2 hrs. que desarrolle el punto 1 de los contenidos (Audiovisual).
- II Conferencia 2 " Estudios de caso: las cabezas colosales olmecas y el Partenón"
- III Los alumnos, organizados en equipos de dos o tres personas, realizarán un estudio de caso, análogo al presentado en la Conferencia 2. Elaboración de un documento de alrededor de 5 cuartillas más ilustraciones, en el que se discutan las nociones espaciales de una cultura en particular y su expresión en un objeto de diseño específico. Las 20 hrs de distribuirán a lo largo del trimestre y el trabajo se presentará al final. Durante cada semana el docente revisará los avances de cada trabajo: revisión bibliográfica, análisis del material y presentación del trabajo.
- IV Los alumnos harán una presentación de sus trabajos y se discutirán en el grupo.

Evaluación

Se evaluará la calidad del documento presentado así como de la exposición del tema. También se evaluará la exposición como solución a un problema de comunicación gráfica.

Bibliografía

- Alsina, F.J. Arte y antropología. Alianza Editorial, Madrid 1982.
- Aveni, A: Observadores del cielo en el México antiguo. Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1991, Caps. II y IV.
- Bachelard, G. La poética del espacio. Ed. Fondo de Cultura Económica, 2a. edición, México 1992.
- Boles, M. y Newman, R. The golden relationship: art, math & nature. Universal Patterns Book 1, Pithagorean Press, Massachusetts, 1992, pp x-xxi.
- _____ The golden relationship: art, math & nature. The surface

- plane Book 2, Pithagorean Press, Massachusets, 1992, pp x-xvii.
- Bragdon, C. Projective Ornament. Ed. Dover, N.Y. 1992.
- Broda, J. et al (editores) Arqueoastronomía y Etnoastronomía en Mesoamérica. Ed. Instituto de Investigaciones Históricas, UNAM, México 1991.
- Fuentes, B de la Los Hombres de Piedra Escultura Olmeca. Instituto de Investigaciones Estéticas, UNAM, México 1977.
- Gyhka, M. El número de oro. Ritos y ritmos pitagóricos en el desarrollo de la civilización occidental. Editorial Poseidón, Barcelona, 1984.
- Hambidge, J. The Elements of Dynamic Symmetry. ED. Dover, N.Y. 1967.
- Henríquez, R. introducción al estudio de la arquitectura occidental. UNAM 2ª edición, México 1988.
- Hildebrandt, S. y Tromba, A. Matemática y Formas Óptimas. ED. Prensa Científica, 1a. ed. Barcelona 1990.
- Hughes, R., M. La evolución del alfabeto. Introducción al arte de la caligrafía. UAM-X México 1989.
- Ivins, W.M. Art and geometry. A study in espace intuitions. Dover Publications, N.Y. 1964.
- Kline, M. Matemáticas para los estudiantes de Humanidades. Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1992, Caps I-II, VIII-IX y XXIV.
- Norberg-Schulz, C. Existencia, Espacio y Arquitectura. Ed. Blume, Barcelona 1975.
- Pacey, A. El laberinto del ingenio. Ed. Gustavo Gili, Barcelona 1974.
- Pedoe, B. La geometría en el arte. Editorial Gustavo Gili, colección Punto y Línea, Barcelona 1979, pp 89-108.
- Peterson, I. The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics. Ed. por Ivars Peterson, USA 1988.
- Romo Santos, C. "El Escorial, Imperio de la Geometría y del Número." en Educación

Matemática Vol. 4 No. 2 Agosto 1992 México.

Taton, R (coord.) La ciencia antigua y medieval. Ediciones Orbis, Barcelona 1988.

varios autores Saber ver. Lo contemporáneo del arte. No 11, jul-ago 1993, México.

UNIDAD II Geometría Euclidiana.

Objetivos:

- Conocer el sistema de la geometría euclidiana y su influencia en las demás ciencias y, en general, en la cultura.
- Conocer las principales construcciones con regla y compás.
- Comprender y aplicar los conceptos de semejanza y proporción en ejercicios formales.

Contenidos:

1. La geometría axiomática griega. Definiciones, axiomas, nociones comunes y teoremas. La demostración en la geometría. Construcción de un triángulo equilátero. Los conceptos de Congruencia y Proporción y su importancia en la geometría euclidiana. Implicaciones metodológicas y culturales de la geometría euclidiana.
2. Construcciones euclidianas
 - 2.1 Segmento congruente con otro.
 - 2.2 Ángulo congruente con otro.
 - 2.3 Bisección de ángulos y segmentos.
 - 2.4 Perpendiculares y paralelas a rectas dadas.
 - 2.5 División de un segmento en n partes iguales.
 - 2.6 División de un segmento en proporción áurea (Φ)
 - 2.7 División de un segmento en proporciones Φ .
 - 2.8 Construcción de rectángulos semejantes.
 - 2.9 Construcción de rectángulos áureos.
 - 2.10 Construcción de rectángulos dinámicos.
 - 2.11 Subdivisiones armónicas del cuadrado usando Φ

- 2.12 La estructura del rectángulo
- 2.13 Construcciones del pentágono.
- 2.14 Construcciones de triángulos: egipcio, armónico y El Laúd de Pitágoras.
- 2.15 Espirales
 - 2.15.1 Arquimedea.
 - 2.15.2 logaritmica
 - 2.15.3 Áurea.
 - 2.15.4 Tridimensionales (cónicas y cilíndricas).
 - 2.15.5 De Baravelle.
- 2.16 Redes.

Actividades (10 hrs.)

I Conferencia que presente el punto 1 de los contenidos de la Unidad. Audiovisual (2 hrs.)

II Los puntos 2.2-2.16 se desarrollarán en forma de taller. Cada sesión comenzará con la exposición de algunas de las construcciones. En las exposiciones se harán explícitos los conceptos geométricos que las sustentan. Durante el resto de la sesión los estudiantes bosquejarán los ejercicios de composición, basados en esas construcciones, que terminarán en sus casas:

Sesión 1 Contenidos 2.1-2.7: Líneas y ángulos. Dos ejercicios de composición, uno mezclando todas las construcciones y otro ejercicio libre.

Sesión 2 Contenidos 2.8-2.11: Rectángulos. 2 láminas libres.

Sesión 3 Contenidos 2.12-2.15 2 láminas libres.

Sesión 4 Contenidos 2.16: 2 láminas, una combinando todos los elementos y la otra libre.

Evaluación

Se tomará en cuenta: la calidad de la composición y la limpieza de los trazos

Bibliografía

Boles, M. y Newman, R. The golden relationship: art, math & nature. Universal Patterns Book 1, Pithagorean Press, Massachusetts, 1992, pp 1-203.

_____, The golden relationship: art, math & nature. The surface

- plane Book 2, Pithagorean Press, Massachusets, 1992.
- Eves, H. Estudio de la Geometrias. Ed. Uthea, México 1985, pp 1-34.
- _____, Great Moments in Mathematics. Editado por The Mathematical Association of America, USA 1983, vol I pp 62-82.
- Kline, M. Matemáticas para los estudiantes de Humanidades. Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1992, Caps VI y VIII.
- Pedoe, B. La geometría en el arte. Editorial Gustavo Gili, colección Punto y Línea, Barcelona 1979, pp 123-174.

UNIDAD III SISTEMAS DE COORDENADAS

Objetivos:

- Conocer el método cartesiano de algebraización de la geometría.
- Aplicar el sistema de coordenadas cartesianas en la descripción de los elementos geométricos básicos.
- Utilizar el sistema de coordenadas cartesianas para describir el arreglo de pixeles de una computadora y poder generar imágenes en ella.
- Conocer otros sistemas de coordenadas y sus equivalencias: coordenadas polares y esféricas.

Contenidos:

1. El método cartesiano: isomorfismo entre puntos en el espacio y ternas de números reales y, en consecuencia, entre figuras geométricas y ecuaciones algebraicas.
2. Sistema de coordenadas cartesianas.
 - 2.1 Descripción de puntos, rectas, planos y volúmenes mediante ecuaciones algebraicas.
 - 2.2 Descripción de puntos, rectas, planos y volúmenes mediante el programa AutoCAD.

- 2.3 Generación de familias de figuras geométricas utilizando algún software (Cónicas, Logo, etc.)
3. Sistema de coordenadas polares y su utilización en AutoCAD.
4. Sistema de coordenadas esféricas.

Actividades (14 hrs.)

Sesión 1: Se organizan equipos de 3 o 4 estudiantes. Se les entrega un documento que explica la correspondencia del Punto con las n -adas de números reales. Se le pide a cada equipo que codifique, utilizando esta idea, una descripción analítica del salón. La descripción debe incluir minimamente algunos elementos, como podrían ser: la puerta, el pizarrón, las ventanas, etc. Para ello, cada equipo tendrá que definir una métrica, utilizando exclusivamente los objetos que estén a la mano (NO se pueden usar cintas métricas)

Sesión 2: Se discuten los trabajos elaborados en la sesión anterior. Se formaliza el concepto de sistema de coordenadas cartesianas. Se utilizan intervalos para describir rectas, planos y volúmenes. Se introducen las instrucciones correspondientes en AutoCAD. Se inician ejercicios de composición utilizando estos elementos en AutoCAD.

Sesión 3: Se continúan los ejercicios de composición en la computadora.

Sesión 4: Se entrega un documento que explica brevemente la correspondencia curva-ecuación algebraica y se desarrolla el caso de la ecuación de la recta $y = mx + b$. Se investiga la relación entre los parámetros y la posición de la recta.

Sesiones 5 y 6: Trabajo en las computadoras haciendo composiciones con familias de curvas con la ayuda de algún software.

Sesión 7: Exposición del docente de los sistemas de coordenadas polares y esféricas. Se promueve la discusión grupal en torno a:

- 1) La equivalencia entre diversos sistemas de coordenadas.
- 2) Mapas: el problema de la proyección de la esfera en un plano.

Evaluación

Las sesiones 1 y 7 implican un proceso de reflexión y discusión por lo que se sugiere que se evalúe la participación de los estudiantes. Se les puede pedir que elaboren un pequeño reporte donde discutan las ventajas y limitaciones de cada sistema de coordenadas. Se evaluarán también las láminas que desarrollen y los trabajos en la computadora tomando en cuenta la utilización del potencial de cada sistema de coordenadas.

Bibliografía

- Aleksandrov, A.D. et al La matemática: su contenido, métodos y significado. Alianza Editorial, Madrid 1980, pp 225-230.
- Kline, M. Matemáticas para los estudiantes de Humanidades. Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1992, Cap XII.
- Martin, L. et al La estructura del espacio urbano. Ed. Gustavo Gili, Barcelona 1975, pp 51-85
- Pedoe, B. La geometría en el arte. Editorial Gustavo Gili, colección Punto y Línea, Barcelona 1979, pp 175-195.

Módulo: Campos Fundamentales del Diseño (Unidades IV - VIII)

Objetivos

- Aplicar los conceptos básicos de la geometría proyectiva en la representación y experimentación de figuras.
- Conocer las nuevas concepciones de espacio que se derivan de las geometrías no euclidianas.
- Aplicar transformaciones geométricas en la composición bidimensional de objetos.
- Discutir el concepto de medida en relación con el concepto de dimensión y como herramienta para la descripción de objetos.
- Familiarizarse con las nociones básicas de la Geometría Fractal.

Unidad IV Geometría Proyectiva

Objetivos:

- Identificar el origen de la perspectiva con las necesidades de los pintores del renacimiento.

- Conocer los conceptos básicos de la perspectiva.
- Conocer y experimentar con perspectivas falsas.
- Conocer los conceptos básicos de la geometría descriptiva.
- Conocer los principios básicos que llevan del objeto a sus proyecciones ortogonales y de éstas hacia el objeto.

Contenidos:

1. Teoría de la Perspectiva. Proyecciones cónicas. Punto de vista del observador y plano de proyección. Línea del horizonte y puntos de fuga. Perspectivas falsas: Escher y Ernst.
2. Proyecciones Ortogonales. Planos de proyección. Proyección de puntos, rectas, planos y cuerpos. Construcción de un objeto a partir de sus proyecciones ortogonales.

Actividades (6 hrs.)

- I Conferencia que presente cómo surge la perspectiva en los trabajos de los pintores del renacimiento; que explique los conceptos fundamentales y que ilustre perspectivas falsa. (2 hrs.)
- II Análisis colectivo de algunas perspectivas falsas. Construcción de una perspectiva falsa (1 lámina o un cuerpo trucado más la fotografía que muestre el punto de vista adecuado y, mediante un espejo, muestre el truco). (2 hrs.)
- III Presentación por parte del docente de los conceptos fundamentales de las proyecciones ortogonales. Construcción de un tapón (modelo tridimensional) para tres orificios distintos. (2 hrs.)

Evaluación

Se evaluarán los trabajos realizados por los estudiantes en las actividades II y III.

Bibliografía

- Bragdon, C. Projective Ornament. Ed. Dover, N.Y. 1992.
- Ernst, B. Adventures with impossible figures. Tarquin Publications, England 1986.
- Kline, M. Matemáticas para los estudiantes de Humanidades. Ed. Fondo de Cultura

Económica, México 1992, Cap VI y VIII.

Pedoe, B. La geometría en el arte. Editorial Gustavo Gili, colección Punto y Línea, Barcelona 1979, pp 123-174.

Unidad V Geometrías no euclidianas

Objetivos:

- Conocer cómo surgen las geometrías no euclidianas
- Analizar las implicaciones que tuvo, dentro y fuera de la geometría, el descubrimiento de las geometrías no euclidianas.
- Conocer las nuevas concepciones que surgieron acerca del espacio y sus repercusiones en el arte y el diseño.

Contenidos:

1. Consistencia lógica y el estudio del quinto postulado
2. Nuevas concepciones del espacio. El principio de incertidumbre de Reichenbach. Espacio curvo de Einstein. La noción de espacio abstracto. La "FLATLAND" de Abbot: cómo ve A. Square el paso por su mundo de una pirámide, una esfera, una dona etc.
3. Espacio esférico. Paseos por una superficie esférica. Triángulos cuyos ángulos suman más de dos rectos.
4. Proyectiva ornamental. La analogía de la representación de objetos tridimensionales en el plano como herramienta para investigar objetos en el hiperespacio.
5. Las exploraciones cubistas y surrealistas del espacio.

Actividades (8 hrs.)

I Conferencia Espacios No euclidianos. Contenidos 1-5

II Discusión de un documento que describa las experiencias de A. Square. Los estudiantes, organizados en pequeños equipos discutirán sobre las características de los objetos de diseños en un mundo bidimensional, esto es, como podrían organizarse sus urbes, su arquitectura, su comunicación gráfica, etc.

III Los alumnos elaborarán un audiovisual que muestre las concepciones espaciales que aparecen en el arte (cubismo, surrealismo, Escher, etc.)

Evaluación

Se evaluarán las actividades II y III.

Bibliografía

- Kline, M. Matemáticas para los estudiantes de Humanidades. Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1992, Cap VI y VIII.
- Pedoe, B. La geometría en el arte. Editorial Gustavo Gili, colección Punto y Línea, Barcelona 1979, pp 123-174.
- Peterson, I. The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics. Ed. por Ivars Peterson, USA 1988, pp 81-98.

Unidad VI Transformaciones geométricas

Objetivos:

- Conocer el concepto de transformación geométrica.
- Aplicar los conceptos de: simetría, transformación afín, conjunto iterativo de transformaciones y de transformación topológica en el análisis y experimentación de formas.

Contenidos:

1. Transformaciones afines
 - 1.1 Homotecias
 - 1.2 Traslaciones
 - 1.3 Rotaciones
 - 1.4 Conjunto iterativo de transformaciones afines
2. Simetrías
 - 2.1 Traslacional
 - 2.2 Rotacional

- 2.3 Central
- 2.4 Axial
- 2.5 Los 17 grupos de simetría
- 3. Transformaciones Topológicas. Propiedades topológicas. Tipos de variedades.

Actividades (20 hrs.)

Esta unidad se desarrolla en forma de Taller.

Sesiones 1 - 3. Se presenta el concepto de espacio abstracto y de transformación geométrica. Se presentan los conceptos de homotecia, traslación y rotación. Cada alumno deberá hacer un ejercicio de composición con cada una de estas transformaciones. Se estudiarán las diferentes composiciones de transformaciones. Deberá también hacer un ejercicio de composición utilizando una fotocopiadora. (4 hrs.)

Sesiones 4 - 8. Se presenta el concepto general de simetría y los distintos tipos de simetría bidimensional. Se muestran ejemplos tomados de objetos de diseño. Se estudiarán las diferentes composiciones de simetrías. Se elaborarán láminas con composiciones que utilicen los distintos tipos de simetría. Cada alumno deberá hacer una colección de ejemplos de simetría tomados de distintos objetos mediante fotografía o croquis.

Sesiones 9 y 10. Se discute una lectura expresamente diseñada en la que se presenten los conceptos topológicos fundamentales. Equipos de alumnos deberán elaborar un *reporte de exploración* (algunas cuartillas que describan las principales características de cada una de ellas, acompañadas de croquis ilustrativos de ellas, por ejemplo, una descripción de los dos tipos de recorridos circulares en un toro) de figuras como la banda de Moebius, la botella de Klein, un toro, etc.

Evaluación

Se evaluarán los trabajos desarrollados por los estudiantes en cada uno de los dos primeros bloques de sesiones teniendo en cuenta no solamente la aplicación de las transformaciones geométricas sino también las características fundamentales de la composición bidimensional. El tercer bloque es esencialmente de carácter exploratorio, experimental, por lo que debe evaluarse más el esfuerzo realizado y la variedad de las conjeturas examinadas que los resultados mismos, es decir, interesa más el proceso mismo de exploración que sus resultados concretos.

Bibliografía

Boles, M. y Newman, R. The golden relationship: art, math & nature. The surface plane Book 2, Pithagorean Press, Massachusetts, 1992, pp 26-77.

Hambidge, J. The Elements of Dynamic Symmetry. Ed. Dover, N. Y. 1967.

Peterson, I. The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics. Ed. por Ivars Peterson, USA 1988, pp 46-80.

Weyl, H. Simetría. Ed. McGraw-Hill, Madrid 1991.

Unidad VII Medida

Objetivos:

- Analizar el concepto euclidiano de medida y su relación con el concepto de dimensión.
- Comparar distintos tipos de sistemas de medida: decimal, inglés y el modulator de Le Corbusier, en la descripción de varios objetos.
- Conocer diversas generalizaciones del concepto de medida y el concepto de dimensión fractal.

Contenidos:

- 1 La métrica euclidiana. Medidas lineales, de superficie y volumétricas. Dimensiones del espacio euclídeo.
- 2 Los sistemas métricos: decimal, inglés y el modulator de Le Corbusier. Medidas tipográficas.
- 3 Métrica urbana y métricas reticulares.
- 4 Medida de Hausdorf. El concepto de dimensión fractal.

Actividades (6 hrs.)

Las tres sesiones se desarrollarán en forma de seminario durante las cuales, a partir de la presentación de los temas por parte de los estudiantes se harán discusiones grupales. Todo esto a partir de una bibliografía cuidadosamente seleccionada. Al

final de la unidad, cada estudiante presentará un breve ensayo, de 2 a 3 cuartillas, sobre los conceptos de dimensión y medida y sus implicaciones en el campo del diseño de interés para el estudiante.

Evaluación

Se evaluará la participación en las discusiones y la calidad del ensayo.

Bibliografía

González González, S. La escala. Cuadernos de arquitectura. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 1985.

Le Corbusier El modulator. Harvard University Press. USA 1986.

Peterson, I. The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics. Ed. por Ivars Peterson, USA 1988, pp 81-98.

Unidad VIII Geometría Fractal

Objetivos:

- Conocer los conceptos básicos de la Geometría Fractal
- Conocer el concepto de autosimilitud
- Familiarizarse con las transformaciones iterativas como herramientas para producir fractales
- Familiarizarse con los conceptos de sistema dinámico y conjuntos de Julia

Contenidos:

1. La autosimilitud en la naturaleza
2. Transformaciones iterativas.
3. Sistemas dinámicos y conjuntos de Julia.

Actividades (4 hrs.)

I Conferencia "Geometría Fractal"

II Experimentación con el programa Fractal. Generación de texturas mediante conjuntos iterativos de transformaciones afines.

Evaluación

Se evaluarán los trabajos realizados durante la actividad II.

Bibliografía

Barnsley, M. Fractals Everywhere. Ed Academic Press, USA 1988.

Boles, M. y Newman, R. The golden relationship: art, math & nature. Universal Patterns Book 1, Pithagorean Press, Massachusets, 1992.

_____, The golden relationship: art, math & nature. The surface plane Book 2, Pithagorean Press, Massachusets, 1992.

Olaizola, I. de. Programa Fractal. Depto. de Tecnología y Producción, CyAD, UAM-X, Documento interno, México 1992.

Peterson, I. The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics. Ed. por Ivars Peterson, USA 1988.

IV Conclusiones

Como ya se dijo antes, la idea fundamental de la propuesta que hemos desarrollado es que existe una práctica geométrica específica de los diseñadores y que es ésta práctica la que debe determinar lo que debemos entender por enseñanza de la geometría para diseñadores. Es por esto que el mayor esfuerzo que realizamos fue el de caracterizar dicha práctica. Para ello se revisó una extensa bibliografía que abarca los distintos campos del diseño que aquí interesan.

Sin embargo, la caracterización que hicimos, solamente puede ser considerada como una primera aproximación, que solo podrá ser más precisa a partir de su discusión y de la reflexión teórica por parte de quienes desarrollan dicha práctica: los diseñadores.

El modelo cognoscitivo que escogimos para sustentar nuestra propuesta, el modelo de Johnson y Lakoff, es un modelo más o menos reciente (1987) y que no ha tenido, todavía, una gran repercusión en el campo de la educación matemática, de modo que no se han desarrollado muchas experiencias que hayan sido inspirados en él, experiencias que nos podrían haber ayudado a desarrollar esta propuesta.

Por otra parte, creemos que el modelo cognitivo que asumimos destaca elementos que son de gran relevancia, en particular con relación al problema que nos ocupa. Las formas y esquemas que utilizamos para conocer no son parte de una razón trascendental, sino que están fuertemente ancladas en nuestra experiencia corporal. Dentro de las experiencias corporales, la dimensión espacial resulta de la mayor importancia.

El reconocimiento que hacen Johnson y Lakoff de la relevancia de los aspectos espaciales de nuestros esquemas cognitivos junto con el descubrimiento de esquemas que no son proposicionales, son los cimientos de la propuesta que hemos desarrollado. Esta última idea se contrapone frontalmente a una de las tradiciones más arraigadas en la enseñanza: la educación geométrica como prototipo de construcción de esquemas proposicionales.

Es importante señalar que los esquemas cognitivos proposicionales no se oponen a los no proposicionales, en el sentido de que sean excluyentes; se trata de esquemas que se entrelazan y complementan en el complejo proceso del conocimiento. Uno de los retos más importantes de la propuesta consiste precisamente en explicitar y trabajar ambos tipos de esquemas cognitivos. Creemos, pues, que una de las partes más delicadas de la puesta en operación de este programa radica en encontrar el adecuado balance entre las actividades analíticas, proposicionales, y aquellas que no lo son, que pertenecen al terreno de lo figurativo metafórico y simbólico, y construir sistemáticamente los puentes que hay entre unos esquemas y otros.

La propuesta fue desarrollada como una propuesta abierta, como una hipótesis de trabajo. Una propuesta que puede instrumentarse como un curso al interior del módulo y con evidentes relaciones con las áreas que lo integran, pero también pudiera adecuarse, total o parcialmente, a los contenidos y actividades de las otras áreas que componen el módulo.

Aunque ambas formas de operación del programa propuesto son, en principio, viables, sin duda, la operación del programa como un curso al interior del módulo enfrenta mayores dificultades, desde el punto de vista de los recursos materiales y humanos que se requieren y además porque supone un riesgo de fragmentación de las actividades académicas por parte de los estudiantes. Por otra parte, aunque los contenidos propuestos han sido esencialmente deducidos a partir de los objetivos que se plantean en el Tronco Divisional, es indudable que el proceso de su incorporación a los módulos requiere de un trabajo minucioso y delicada planeación.

Una debilidad importante de la propuesta es que no existe un texto que cubra los contenidos del programa. La bibliografía que proponemos para apoyar al programa es demasiado extensa y parte de ella está escrita en inglés, por lo que deberá contemplarse la necesidad de elaborar el material de apoyo adecuado al programa: textos, videos, programas de cómputo, etc. Parte de los textos propuestos podrían ser utilizados directamente por los estudiantes; otros tendrían que ser traducidos o ligeramente modificados, mientras que el resto de la bibliografía está diseñada más bien para apoyar el trabajo de los profesores y podría constituir un importante insumo para la elaboración de textos para los estudiantes. Al mismo tiempo, la bibliografía destinada a la primera unidad seguramente podría ser mejorada por los diseñadores.

BIBLIOGRAFIA

- Acha, J. Introducción a la teoría de los diseños. Editorial Trillas, México 1991.
- Aebli, H. Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Ed. Kapeluz, Buenos Aires, 1958.
- Aguirre, C. J. "La docencia de la arquitectura en México" en García Salgado, T. comp. Conferencias del bicentenario de la fundación de la Escuela de Pintura, Escultura y Arquitectura. Ed UNAM, México 1984.
- Aleksandrov, A.D. et al La matemática: su contenido, métodos y significado. Alianza Editorial, Madrid 1980.
- Alsina, F.J. Arte y antropología. Alianza Editorial, Madrid 1982.
- _____ et al Materiales para construir la geometría. Ed. Síntesis, Madrid 1991.
- _____ y Trillas, E. Lecciones de Algebra y Geometría. Curso para estudiantes de Arquitectura. Editorial Gustavo Gili, Barcelona 1984.
- Armon, U. y Leron, U. "Turtle goes to college: intrinsic representations and graphical integration" en International Journal of Mathematical Education in Science and Technology vol 22 No. 4, 1991.
- Arnheim, R. Arte y percepción visual. Alianza Editorial. Madrid 1979.
- _____, El pensamiento visual. Editorial Eudeba
- Aveni, A: Observadores del cielo en el México antiguo. Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1991.
- Azuela, A. "Arquitectura" en Rodríguez, F.P. coord. Las Artes Plásticas. Ed. UNAM, México 1077.
- Bachelard, G. La poética del espacio. Ed. Fondo de Cultura Económica, 2a. edición, México 1992.
- Baker, G. H. Le Corbusier. Análisis de la forma. Editorial Gustavo Gili. México 1990.
- Barnsley, M. Fractals Everywhere. Ed Academic Press, USA 1988.
- Behnke, H. et al. Fundamentals of Mathematics. Vol. II Geometry. MIT Press, USA 1974.

- Beller, W. El concepto de objeto de transformación en el proyecto académico de la UAM-X. Ed Universidad Autónoma Metropolitana, México 1987.
- Bishop, A (editor) "Mathematics Education and Culture" en Educational Studies in Mathematics, vol. 19 No. 2, 1988, Klumer Academic Publishers.
- Boles, M. y Newman, R. The golden relationship: art, math & nature. Universal Patterns Book 1, Pithagorean Press, Massachusets, 1992.
- _____, The golden relationship: art, math & nature. The surface plane Book 2, Pithagorean Press, Massachusets, 1992.
- Bracho, J. ¿En qué espacio vivimos?. Ed Fondo de Cultura Económica, México 1989.
- Bragdon, C. Projective Ornament. Ed. Dover, N.Y. 1992.
- Broda, J. et al (editores) Arqueoastronomía y Etnoastronomía en Mesoamérica. Ed. Instituto de Investigaciones Históricas, UNAM, México 1991.
- Bueno, M. "El universo axiológico" en DIANOIA. Anuario de Filosofía. Ed. UNAM y Fondo de Cultura Económica, México 1983.
- Campos, A. La educación geométrica. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá 1981.
- Carpenter, T. P. "Research in cognitive development" en Research in Mathematics Education. N.C.T.M., 1980.
- Coll, C. Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento. Ed. Paidós, 2a. edición, Barcelona 1991.
- Ching, Francis D. K. Arquitectura, forma espacio y orden. Editorial Gustavo Gili 1982.
- Díaz Barriga, A. "Un enfoque metodológico para la elaboración de programas escolares" en Perfiles Educativos. No. 10 Oct-Nov-Dic, México 1980.
- _____, et al. Práctica docente y diseño curricular. Ed por el CESU de la UNAM y la UAM-Xochimilco, México 1989.
- Dorfles, G. El diseño industrial y su estética. Editorial Labor. Barcelona 1968.
- Dondis, D. A. La sintaxis de la imagen. Introducción al alfabeto visual. Editorial Gustavo Gili, Barcelona 1990.
- Eves, H. Estudio de la Geometrias. Ed. Uthea, México 1985.
- _____, Great Moments in Mathematics. Editado por The Mathematical Association of America, USA 1983.

- Ernst, B. Adventures with imposible figures. Tarquin Publications, England 1986.
- Fonati, F. Principios elementales de la forma en arquitectura. Editorial Gustavo Gili, 1984
- Friedman, Y. Hacia una arquitectura científica. Alianza Editorial, Madrid 1973.
- Freudenthal, H. Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland 1983.
- Fuentes, B de la Los Hombres de Piedra. Escultura Olmeca. Instituto de Investigaciones Estéticas, UNAM, México 1977.
- Furlán, A. et al Aportaciones a la Didáctica de la Educación Siperior. ENEPI, UNAM, Mexico 1979.
- Fusco, R. De La idea de arquitectura. Colección Punto y Línea, Ed Gustavo Gilj, Barcelona 1976.
- Ghyka, M. The geometry of art and life. Dover Publications, NY, 1977.
- _____, Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes. Editorial Poseidón, 3a ed., Barcelona 1983.
- _____, El número de oro. Ritos y ritmos pitagóricos en el desarrollo de la civilización occidental. Editorial Poseidón, Barcelona, 1984.
- Gibson, J.J. La percepción en el mundo visual. Ediciones Infinito, Buenos Aires 1974.
- González González, S. La escala. Cuadernos de arquitectura. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 1985.
- Gutierrez,A. y Jaime,A. "El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometria. Un ejemplo: los giros." Rev. Educación Matemática. Vol 3 No. 2 México, Agosto 1991.
- Grevsmühl, V. "Mathematics and modern art: transformation geometry" en Mathematics Teaching No. 123 junio de 1988.
- Hall, E. T. La dimensión oculta. Enfoque antropológico del uso del espacio. Instituto de Estudios de Administración Local, Madrid 1973.
- Hambidge, J. The Elements of Dynamic Symmetry. ED. Dover, N.Y. 1967.
- Hauser, A. Historia social de la literatura y el arte. Ediciones Guadarrama, Madrid 1974.
- Hawk, M Geometría Descriptiva. Editorial McGraw Hill, 1970.

- Heidegger, M. "El arte y el espacio" en TEORIA. Anuario de Filosofía, 1982-1987. Año 3, No. 3. Ed. UNAM, México 1985.
- Henriquez, R. Introducción al estudio de la arquitectura occidental. UNAM 2ª edición, México 1988.
- Hildebrandt, S. y Tromba, A. Matemática y Formas Óptimas. ED. Prensa Científica, 1a. ed. Barcelona 1990.
- Howson, A.G. et al. "On the teaching of mathematics as a service subject" en Howson et al editores Mathematics as a Service Subject. Cambridge University Press, USA 1988.
- Hughes, R., M. La evolución del alfabeto. Introducción al arte de la caligrafía. UAM-X México 1989.
- Ivins, W.M. Art and geometry. A study in espace intuitions. Dover Publications, N.Y. 1964.
- Jammer, M. Conceptos de Espacio. Editorial Grijalbo, México 1970.
- Johnson, M. The body in the mind. The University of Chicago Press, USA, 1987.
- Kawaguchi, Y. "A Morphological Study of the Form of Nature" en Computer Graphics julio de 1982 pp 223-232.
- Kilpatrick, J. "What Constructivism might be in the Mathematics Education" en Bergeron, J. et al editores Psychology of Mathematics Education PME-XI. Montreal 1987.
- Kline, M. Matemáticas para los estudiantes de Humanidades. Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1992.
- Lafourcade, P.D. Planeamiento, conducción y evaluación en la enseñanza superior. Ed. Kapelusz Argentina 1974.
- Lakoff, G. Women, Fire, and Dangerous Things. What Categories Reveal about the Mind. The University of Chicago Press, USA 1987.
- Le Corbusier El modulator. Harvard University Press. USA 1986.
- _____ Hacia una arquitectura. Editorial Poseidón. Barcelona 1977.
- Leoz, R. Redes y ritmos espaciales. Ed. Blume, Madrid 1969.
- LeShan, L. y Margenau, H. El espacio de Einstein y el cielo de Van Gogh. Ed Gedisa,

- Barcelona 1982.
- Maldonado, T. El diseño industrial reconsiderado. Editorial Gustavo Gili, 2ª edición, Barcelona 1977.
- Margarit-Buxadé Introducción a una teoría del conocimiento de la arquitectura y del diseño. Ed. Blume 2a. ed. Barcelona 1973.
- Martin, L. et al La estructura del espacio urbano. Ed. Gustavo Gili, Barcelona 1975.
- Meggs, P.B. Historia del Diseño Gráfico. Ed. Trillas, México 1991.
- Moles, A. Teoría de los objetos. Editorial Gustavo Gili, España 1975.
- Munari, B. Diseño y Comunicación visual. Ed. Gustavo Gili, 10a. ed. Barcelona 1990.
- Norberg-Schulz, C. Existencia, Espacio y Arquitectura. Ed. Blume, Barcelona 1975.
- Not, L. Las pedagogías del conocimiento. Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1983.
- Panofsky E. La perspectiva como "forma simbólica". Editorial Tusquetes 2ª edición. Barcelona 1978
- Pacey, A. El laberinto del ingenio. Ed. Gustavo Gili, Barcelona 1974.
- Pedoe, B. La geometría en el arte. Editorial Gustavo Gili, colección Punto y Línea, Barcelona 1979.
- Peterson, I. The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics. Ed. por Ivars Peterson, USA 1988.
- Poincaré, H. "El espacio y el tiempo". en MATHESIS, Vol. II, No. 4 Nov. 1986, México.
- Raeder Helmut, P. La Geometría de la Forma. Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Xochimilco, México 1992.
- Reichenbach, H. The Philosophy of Space & Time. Ed. Dover, USA 1957.
- Reyes, F.P. "diseño industrial" en Rodríguez, I.P. coord. Las Artes Plásticas. Vol I. Ed. UNAM, México 1977.
- Rodríguez, G. M. Manual de Diseño Industrial. Editorial Gustavo Gili 2ª edición. México y UAM-A.
- Rodríguez, I.P. "Artes gráficas" en Rodríguez, I.P. coord. Las Artes Plásticas. Vol I. Ed. UNAM, México 1977.

- Romo Santos, C. "El Escorial, Imperio de la Geometría y del Número." en Educación Matemática Vol. 4 No. 2 Agosto 1992 México.
- Rowe, Ch. Geometría Descriptiva. Editorial CECSA, 1975.
- Rucker, R. Geometry, Relativity and the Fourth Dimension. Ed. Dover, NY 1977.
- Schwartz, H. y Jacobs, J. Sociología cualitativa. Método para la reconstrucción de la realidad. Ed. Trillas, México 1984.
- Seligman, J. (editor) Oskar Schlemmer Man. Teaching notes from de Bauhaus. Editado por Heimo Kuchling M.I.T. Press. Cambridge, Massachussets: 1971.
- Selle, G. Contribución a la teoría del diseño industrial. Editorial Gustavo Gili. Barcelona 1975.
- Somervell, E. A rythmic approach to mathematics. Ed. The National Council of Teachers of Mathematics, USA 1975.
- Summerson, J. El lenguaje clásico de la arquitectura. De L.B. Alberti a Le Corbusier. Editorial Gustavo Gili, colección Punto y Línea, Barcelona 1984.
- Smock, C.D. "Piaget's thinking about concepts and geometry". en L. Martin (ed.) Space and Geometry. Columbus, Ohio: ERIC, 1976.
- Taton, R. (coordinador) La ciencia antigua y medieval. Ediciones Orbis, Barcelona 1988.
- Thom, R. Estabilidad Estructural y Morfogénesis. Ed. Gedisa. Colección Límites de la Ciencia. Barcelona, 1987.
- Torre, C. M. de la Perspectiva Geométrica. UNAM, México 1982.
- Varios autores Saber ver. Lo contemporáneo del arte. Geometría y naturaleza y Arquitectura y naturaleza. No 11, jul-Ago 1993 México
- Velarde, H. Historia de la Arquitectura. Ed. Fondo de Cultura Económica, 5a. Ed., México 1967.
- Vollrath, H.J. "The role of mathematical background theories in Mathematical Education" en Steiner, H. y Vermandel, A. (editores) Foundations and methodology of the discipline mathematics education. Didactics of mathematics. Proceedings of the second time-conference 1988.
- Wentworth, D. T. El crecimiento y la forma. H. Blume Ediciones, Madrid 1980.
- Westphal, U. The Bauhaus. Gallery Books, NY 1991.

Weyl, H. Simetría. McGraw-Hill, Madrid 1991.

Williams, Christopher Los orígenes de la forma. Editorial Gustavo Gili Barcelona 1984

Wong, Wucius Fundamentos del diseño bi- y tri-dimensional. Editorial Gustavo Gili 7ª edición. Barcelona 1991.

Zapata, G. H. Arquitectura del Renacimiento. Universidad de Guadalajara, colección Fascículos Universitarios, México

Génesis de la Arquitectura Moderna. Universidad de Guadalajara, colección Fascículos Universitarios, México

Zimmermann, W. y Cunningham, S. (editores) Visualization in teaching and learning mathematics. Mathematical Association of America, USA 1991.