

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería

*Torsión en Sistemas Estructurales Simétricos por Efecto de la
Variación Espacial del Movimiento Sísmico del Terreno*

TESIS que para obtener el grado de **MAESTRO EN INGENIERIA** con especialidad en **ESTRUCTURAS** presenta:

Federico Barranco Cicilia

Asesor: Dr. Ernesto Heredia Zavoni

México D.F, 1995



DEPFI

T. UNAM

1 9 9 5

BAR

RESUMEN

Se analiza la respuesta torsional de sistemas estructurales simétricos inducida por la variación espacial del movimiento sísmico del terreno. Con base en la teoría de vibraciones aleatorias, se han desarrollado expresiones para evaluar las varianzas de las componentes dinámicas del desplazamiento y giro del sistema estructural. Los efectos de torsión se evalúan a través de una excentricidad estática equivalente, la cual es función de la desviación estándar del cortante basal y momento torsionante, y sus respectivos factores pico.

El movimiento sísmico del terreno se modela como un campo aleatorio heterogéneo, con media cero, estacionario y Gaussiano. Se incluye la variación espacial del movimiento del terreno por efectos de la pérdida de coherencia y cambios de fase del tren de ondas sísmicas, y las condiciones locales del suelo. En el caso de que los elementos estructurales de soporte son columnas con cimentaciones independientes y de pequeñas dimensiones se considera que el movimiento en la base de los apoyos es igual al de la superficie libre del terreno; mientras que para elementos resistentes con cimentación rígida de dimensión longitudinal del mismo orden de magnitud que las dimensiones en planta del sistema estructural, se modela la influencia de la interacción cinemática entre el suelo y la cimentación.

Se estudia la respuesta de tres sistemas estructurales simétricos que consisten de una losa rectangular rígida soportada por cuatro columnas, nueve columnas y cuatro muros perimetrales. Los resultados muestran que dependiendo del periodo del sistema, la relación de aspecto de la losa, de los tiempos que tardan las ondas sísmicas para cruzar la base del sistema y de las condiciones locales del suelo, las excentricidades desarrolladas pueden ser mayores que los valores de excentricidad accidental establecidos en los códigos de diseño.

ABSTRACT

The torsional response of symmetric structural systems due to spatial variation of earthquake ground motion is analyzed. Based on random vibrations theory, expressions are derived for evaluating the dynamic displacement and rotation variances. Torsional effects are assessed by means of an equivalent static eccentricity which can be expressed in terms of the base shear and torsional moment standard deviations, and their corresponding peak factors.

The earthquake ground motion is modeled as a heterogeneous, zero mean, Gaussian random field. Spatial variation of ground motion due to loss of coherence, wave passage effects and local soil conditions are considered. In the case where the supporting structural elements are columns on small foundations, the motion in the base of the support is assumed to be equal to the free-field ground motion, whereas for wall elements with rigid foundations as long as the plan dimensions of the structural system, the soil-foundation cinematic interaction effects are considered.

The response of three symmetric structural systems consisting of a rectangular rigid slab supported by four columns, nine columns and four walls around its perimeter is studied. The results show that depending on the system period, the slab aspect ratio, the travel times for seismic waves to cross the system base and the local soil conditions, the eccentricities developed can be greater than accidental eccentricities specified by seismic codes.

DEDICATORIAS

Dedico este trabajo a las personas que me han brindado todo lo que poseo. A mi madre, Gloria Cicilia Cortés, porque con gran cariño y dedicación me ha dado su vida y mi educación. A mi esposa, María Dolores Tamayo Flores, por el apoyo, la comprensión y todo el amor que me ha proporcionado desde el instante en que decidimos unir nuestras vidas. A mis hermanos, por los momentos de alegría que hemos pasado juntos y para que nuestra unión sea cada vez más grande; en especial a María Antonieta, quien empieza su formación profesional y muy pronto realizará sus sueños.

A la memoria de mi padre, Ambrosio Barranco Lozano, y de mi hermano Ambrosio.

A mi alma mater, el Instituto Politécnico Nacional.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar el más sincero agradecimiento a mi asesor el Dr. Ernesto Heredia Zavoni, por su invaluable enseñanza, sus aportaciones y guía en el desarrollo de este trabajo; también valoro su amistad y el tiempo que dedicó en la revisión continua de la tesis. Agradezco a los investigadores del Instituto de Ingeniería de la UNAM, Dr. Luis Esteva Maraboto, Dr. Roberto Gómez Martínez, Dra. Sonia Ruiz Gómez y Dr. Mario Ordaz Schroeder, la revisión crítica de la tesis, sus comentarios y sugerencias.

Fue importante el apoyo que me proporcionaron los ingenieros Jorge Silva Ballesteros y Oscar Valle Molina, y demás autoridades del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP), para llevar a cabo mis estudios de posgrado; gracias por haber creído en mi. A mis amigos y compañeros del IMP les agradezco su amistad, sus consejos y asesorías, especialmente a Jorge, Armando, Marcos, Arturo A.R., Gabriel, Jesús y Toño.

INDICE

	<i>pág.</i>	
Resumen	ii	
Abstract	iii	
Dedicatorias	iv	
Agradecimientos	v	
Indice de figuras	viii	
Indice de tablas	xi	
Capítulo 1	Introducción	1
Capítulo 2	Respuesta torsional de sistemas estructurales simétricos	5
2.1	Modelo estructural	5
2.2	Ecuaciones de movimiento	7
2.3	Solución de las ecuaciones de movimiento	12
2.4	Cortante basal y momento torsionante	15

		<i>pág</i>
2.5	Respuesta estocástica	17
2.6	Movimiento del terreno perfectamente correlacionado	23
2.7	Excentricidad equivalente	24
Capítulo 3	Variación espacial local del movimiento del terreno	27
3.1	Espectro de coherencia	27
3.2	Condiciones locales del suelo	29
3.3	Densidad espectral cruzada entre aceleraciones del terreno	32
3.4	Incidencia del tren de ondas sísmicas con cierto ángulo de inclinación ϕ	33
3.5	Interacción cinemática suelo-cimentación	37
Capítulo 4	Sistemas estructurales de estudio	42
4.1	Resultados	48
4.1.1	Incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y	48
4.1.2	Interacción cinemática suelo-cimentación	54
4.1.3	Incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación	55
4.1.4	Excentricidades normalizadas máximas y excentricidades accidentales	59
Conclusiones		86
Bibliografía		90

INDICE DE FIGURAS

	<i>pág.</i>	
2.1	Modelo estructural.	6
2.2	Modo de traslación del sistema estructural.	8
2.3	Modo de rotación del sistema estructural.	8
2.4	Excentricidad equivalente.	25
3.1	Funciones de densidad espectral de un solo lado para aceleración del terreno en suelos blandos y firmes.	31
3.2	Modelo estructural sometido a un tren de ondas sísmicas incidiendo con un ángulo de inclinación ϕ con respecto al eje X.	34
3.3	Aceleraciones del terreno en un instante de tiempo cualquiera, a lo largo de los ejes longitudinales de la base de dos muros paralelos al eje Y.	38
4.1	Sistemas estructurales de estudio: losa rígida sobre cuatro columnas (SE4), nueve columnas (SE9) y sobre cuatro muros perimetrales (SEM).	43
4.2	Sistema estructural SE9, con incidencia del tren de ondas sísmicas a un ángulo de inclinación ϕ , respecto al eje X.	46

	<i>pág.</i>
4.3	Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo blando, $\tau_{cb}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.03$. 61
4.4	Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo blando, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.03$. 62
4.5	Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo blando, $\tau_{cb}=0.10$ y $\tau_{pb}=0.03$. 63
4.6	Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo firme, $\tau_{cb}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.01$. 64
4.7	Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo firme, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.01$. 65
4.8	Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo firme, $\tau_{cb}=0.10$ y $\tau_{pb}=0.01$. 66
4.9	Coefficiente de correlación de respuesta, Γ_{ijv} , para suelo firme ($\tau_{pij}=0.01$). 67
4.10	Coefficiente de correlación de respuesta, Γ_{ijv} , para suelo blando ($\tau_{pij}=0.03$). 68
4.11	Excentricidades normalizadas obtenidas para el modelo SEM ($\lambda=0.5$ y $r=0.5$) con y sin considerar la interacción cinemática entre el suelo y la cimentación, para diferentes tiempos de tránsito de las ondas de corte. Suelos blandos ($\tau_{pb}=0.03$). 69
4.12	Excentricidades normalizadas obtenidas para el modelo SEM ($\lambda=0.5$ y $r=0.5$) con y sin considerar la interacción cinemática entre el suelo y la cimentación, para diferentes tiempos de tránsito de las ondas de corte. Suelos firmes ($\tau_{pb}=0.01$). 70

	<i>pág.</i>
4.13 Factores de FDE $\Lambda_{LiLj}(\omega)$ y funciones de densidad espectral de un solo lado de Kanai-Tajimi reducidas por el efecto de promediación, suelos blandos.	71
4.14 Factores de FDE $\Lambda_{LiLj}(\omega)$ y funciones de densidad espectral de un solo lado de Kanai-Tajimi reducidas por el efecto de promediación, suelos firmes.	72
4.15 Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo blando, $\tau_{cb}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.03$.	73
4.16 Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo blando, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.03$.	74
4.17 Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo blando, $\tau_{cb}=0.10$ y $\tau_{pb}=0.03$.	75
4.18 Variación del coeficiente de correlación de respuesta Γ_{ijv} , para suelo blando y diferentes valores de τ_{pb} .	76
4.19 Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo firme, $\tau_{cb}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.01$.	77
4.20 Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo firme, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.01$.	78
4.21 Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo firme, $\tau_{cb}=0.10$ y $\tau_{pb}=0.01$.	79
4.22 Variación del coeficiente de correlación de respuesta Γ_{ijv} , para suelo firme y diferentes valores τ_{pb} .	80

INDICE DE TABLAS

	<i>pág.</i>
3.1 Frecuencias y amortiguamientos característicos de suelos blandos y firmes.	30
4.1 Componentes dinámicos de las varianzas del desplazamiento lateral y giro del sistema estructural SE9 ($\lambda=1$ y $r=1$), para suelos blandos ($\tau_{pb}=0.03$) y diferentes índices de coherencia del movimiento del terreno.	81
4.2 Componentes dinámicos de las varianzas del desplazamiento lateral y giro del sistema estructural SE9 ($\lambda=1$ y $r=1$), para suelos firmes ($\tau_{pb}=0.01$) y diferentes índices de coherencia del movimiento del terreno.	82
4.3 Excentricidades pico considerando un cortante basal obtenido con movimiento uniforme del terreno, sistema estructural SE9 sobre suelo firme.	83

	<i>pág.</i>
4.4 Excentricidades pico considerando un cortante basal obtenido con movimiento uniforme del terreno, sistema estructural SEM sobre suelo blando.	84
4.5 Excentricidades pico considerando un cortante basal obtenido con movimiento uniforme del terreno, sistema estructural SEM sobre suelo firme.	85

Capítulo 1

INTRODUCCION

La respuesta torsional de sistemas estructurales sometidos a excitaciones sísmicas puede ser inducida por excentricidades inherentes a la geometría del sistema, por variación espacial del movimiento del terreno, o por una combinación de ambas, entre otros factores. Los efectos de excentricidades estructurales debidas a la diferencia en la posición de los centros de masa y de rigidez han sido estudiadas ampliamente (ver por ejemplo Chandler y Hutchinson, 1987; Hejal y Chopra, 1989; Chopra y Goel, 1991). Las normas de diseño sísmico de edificios sugieren que los efectos de torsión sean considerados a través de una fuerza lateral equivalente aplicada a una distancia e_d del centro de rigidez; donde e_d se denomina excentricidad de diseño. Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo D.D.F. 1987, especifican que la fuerza lateral debe ser aplicada a la excentricidad que resulte más desfavorable de las siguientes: $1.5e_s+0.1b$ o $e_s-0.1b$, en las que e_s es la distancia que separa a los centros de masa y de rigidez, y b es la dimensión en planta de la estructura en la

misma dirección en que se mide e_s , es decir, la dimensión perpendicular a la incidencia del tren de ondas sísmicas. El valor adicional de 0.1b se conoce como excentricidad accidental y se introduce para tomar en cuenta efectos de torsión en el sistema debidos, entre otras causas, a discrepancias entre las masas y rigideces de la estructura real y las consideradas en su análisis y diseño, así como a la variación espacial del movimiento sísmico del terreno entre los apoyos del sistema estructural. Otras normas de diseño como Uniform Building Code (UBC, 1994) y Applied Technology Council (ATC, 1978) establecen un valor de 5% de b. La excentricidad accidental es considerada tanto en edificaciones de configuración asimétrica como en aquellas de forma simétrica en planta; en el caso de estas últimas la excentricidad accidental corresponde a su excentricidad total de diseño. La respuesta estructural inducida por torsión accidental no se puede evaluar a través de las aproximaciones analíticas tradicionales, debido a que estos métodos estándares (estáticos y dinámicos) no predicen torsión en estructuras simétricas.

Durante un sismo los movimientos del terreno en los distintos puntos de soporte de un sistema estructural son diferentes debido, entre otros factores, a efectos de pérdida de coherencia de las ondas sísmicas por la heterogeneidad del medio en que viajan, a cambios de fase por la diferencia de tiempo en que llegan las ondas a cada apoyo, y a condiciones locales del suelo que modificarán la amplitud y contenido de frecuencias del tren de ondas sísmicas. Los registros de movimiento del suelo, obtenidos en arreglos densos de instrumentación sísmica, revelan la existencia de la variación del movimiento del terreno sobre distancias de ordenes de magnitud semejantes a los de las distancias entre apoyos de estructuras como puentes o líneas vitales (Tamura et. al., 1977; Tsuchida et. al., 1980; Bycroft, 1980; Bolt et. al., 1982; Harichandran y Vanmarcke, 1986). La variación espacial observada de tales movimientos puede tener implicaciones importantes en la respuesta sísmica de estructuras, incrementando considerablemente los esfuerzos y deformaciones (Heredia-Zavoni, 1993; Zerva et. al., 1988; Zerva, 1990; Harichandran y Wang, 1990). En el caso de sistemas con cimentaciones rígidas, la consideración de los efectos de la variación espacial del movimiento sísmico del terreno puede reducir la respuesta traslacional y en algunos casos incrementar la torsional (Luco y Wong, 1986).

En un trabajo pionero, Newmark (1969) estudió la respuesta torsional de edificios con planta simétrica sometidos a una onda plana que se propaga a lo largo de la base del edificio. La importancia de los efectos de torsión en sistemas estructurales simétricos, en los que

dichos efectos son inducidos por la variación espacial del movimiento sísmico del terreno, ha comenzado a ser estudiada recientemente. Hao (1991), analizó la respuesta de una losa rígida con múltiples apoyos sometida a excitaciones sísmicas espacialmente correlacionadas; concluyó que los métodos analíticos que consideran movimiento uniforme del terreno en todos los apoyos sobrestiman la respuesta traslacional y subestiman los efectos de rotación con respecto a las cantidades obtenidas en el sistema al considerar la variación de la excitación sísmica entre los puntos de soporte. De la Llera y Chopra (1994), realizaron un estudio para la evaluación de las disposiciones reglamentarias sobre torsión accidental basados en registros del movimiento de edificios con instrumentación sísmica; sus resultados muestran que los movimientos rotacionales de la base provocan entre 25% y 45% de la torsión accidental en las estructuras consideradas, y que los momentos de torsión accidentales especificados por UBC son suficientes para representar la torsión en los registros de movimiento. Hahn y Liu (1994) estudiaron la respuesta torsional de edificios asimétricos circulares apoyados sobre una cimentación rígida también de forma circular sometidos a ondas sísmicas de cortante propagándose verticalmente. En dicho estudio se presentan expresiones para el cálculo de excentricidades efectivas modificadas que difieren de las excentricidades de diseño propuestas en los códigos; dichas excentricidades resultan mayores que el 5% especificado por las normas de la UBC cuando la relación de frecuencias naturales de vibración torsional y lateral es menor que aproximadamente $\sqrt{2}$.

El presente estudio tiene por objeto desarrollar una metodología para el análisis de los efectos de torsión inducidos por variación espacial del movimiento sísmico del terreno en el caso de sistemas estructurales con distribución simétrica, en planta, de masa y rigidez. En el Capítulo 2 se deducen las ecuaciones de movimiento de los modos desacoplados de traslación y de rotación del modelo estructural sometido a diferentes aceleraciones del terreno en cada uno de sus apoyos. Con base en la teoría de vibraciones aleatorias se presentan expresiones para las varianzas del desplazamiento lateral y giro del sistema. Para evaluar la importancia de la respuesta torsional se propone como parámetro de estudio la excentricidad a la que habría que colocar el máximo cortante basal para producir el máximo giro del modelo estructural. Se obtiene una expresión para evaluar dicho parámetro en términos de las rigideces lateral y torsional de la estructura, de las desviaciones estándar del giro y traslación lateral dinámicos expresados en función de las desviaciones estándar de las respuestas de osciladores modales sometidos a las aceleraciones del terreno en los apoyos, y de los factores pico de las respuestas desacopladas de desplazamiento y rotación del sistema.

En el Capítulo 3 se modela el movimiento sísmico del terreno como un campo aleatorio heterogéneo, estacionario y gaussiano. Se presentan las funciones de densidad espectral para los diferentes movimientos del terreno y se describe el espectro de coherencia adoptado. Para tomar en cuenta el efecto de la interacción cinemática de la cimentación y el suelo se deduce una expresión para el espectro de coherencia de las aceleraciones promedio del terreno. En el Capítulo 4 se lleva a cabo un estudio paramétrico de sistemas estructurales que consisten de una losa rígida de forma rectangular soportada por columnas y muros perimetrales, considerando suelos blandos y firmes, diferentes valores de incoherencia y pérdida de fase en los movimientos del terreno, y algunos ángulos de inclinación de la incidencia del tren de ondas sísmicas. Los valores de excentricidad resultantes de la aplicación de la metodología propuesta se comparan con las especificaciones de algunos códigos de diseño por sismo. Finalmente, con base en los resultados obtenidos se presentan algunas conclusiones y recomendaciones.

Capítulo 2

RESPUESTA TORSIONAL DE SISTEMAS ESTRUCTURALES SIMETRICOS

2.1 Modelo estructural

El sistema estructural que se considera en este estudio consiste de una losa rígida apoyada en elementos estructurales como columnas y/o muros con rigidez lateral finita y masa despreciable (figura 2.1). La losa tiene masa M y momento polar de inercia I .

El sistema es simétrico con respecto a dos ejes ortogonales, X y Y , por lo que el centro de rigidez coincide con el centro de masas (CM). Los tres grados de libertad del sistema son los desplazamientos laterales del CM, $w(t)$ y $v(t)$ en las direcciones X y Y , respectivamente, y el giro $\theta(t)$ de la losa alrededor del eje vertical Z que pasa por el centro de masas.

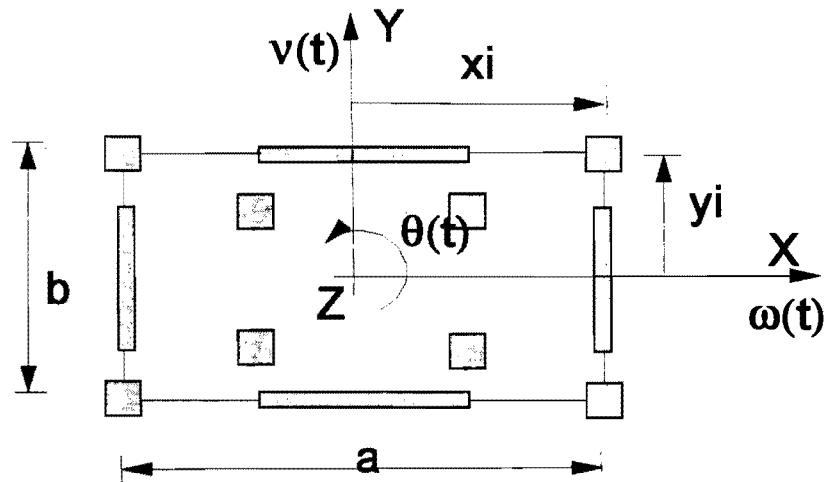


Figura 2.1. Modelo estructural

Sean N_X y N_Y el número de elementos de resistencia lateral en las direcciones X y Y, respectivamente, y k_{iX} , $i=1,2,\dots,N_X$, k_{jY} , $j=1,2,\dots,N_Y$ sus rigideces. En el caso de elementos muro se considera que sólo poseen rigidez significativa en la dirección paralela a su plano. Las rigideces laterales del sistema K_X y K_Y son

$$K_X = \sum_{i=1}^{N_X} k_{iX}, \quad K_Y = \sum_{j=1}^{N_Y} k_{jY}, \quad (2.1)$$

y la rigidez torsional resulta

$$K_\theta = \sum_{i=1}^{N_X} k_{iX} y_i^2 + \sum_{j=1}^{N_Y} k_{jY} x_j^2, \quad (2.2)$$

donde x_j y y_i denotan las distancias de los elementos resistentes al centro de masas.

Debido a la simetría del modelo estructural los movimientos de traslación $\omega(t)$, $v(t)$ y la rotación $\theta(t)$ de la losa no están acoplados y pueden ser analizados individualmente. En las deducciones que se presentan a continuación, se considerará únicamente el desplazamiento lateral $v(t)$ y el giro $\theta(t)$ de la losa. Las expresiones para el desplazamiento lateral $\omega(t)$, en la dirección X, son similares a las que se presentarán para el desplazamiento $v(t)$, en la dirección Y.

2.2 Ecuaciones de movimiento

Las frecuencias naturales de vibración de los modos desacoplados de traslación y rotación del sistema están dadas por

$$\omega_v = \sqrt{\frac{K_Y}{M}}, \quad \omega_\theta = \sqrt{\frac{K_\theta}{I}}. \quad (2.3)$$

Denotemos por $u_{iX}(t)$, $i=1, 2, \dots, N_X$ y $u_{jY}(t)$, $j= 1, 2, \dots, N_Y$ a los desplazamientos del terreno, en un instante de tiempo "t" cualquiera, en los apoyos de los elementos resistentes en las direcciones X y Y, respectivamente.

Debido a los movimientos relativos entre la traslación de la losa y los desplazamientos del terreno en los apoyos, se generan en los extremos superiores de cada elemento resistente las fuerzas f_{eY} y f_{cY} resultantes de sus propiedades de rigidez y amortiguamiento, respectivamente; mientras que en el centro de masas del sistema se produce la fuerza de

inercia f_I y el momento de inercia m_I (figuras 2.2 y 2.3). Para simplificar la notación, se omitirá el parámetro tiempo en las ecuaciones que se presentan a continuación.

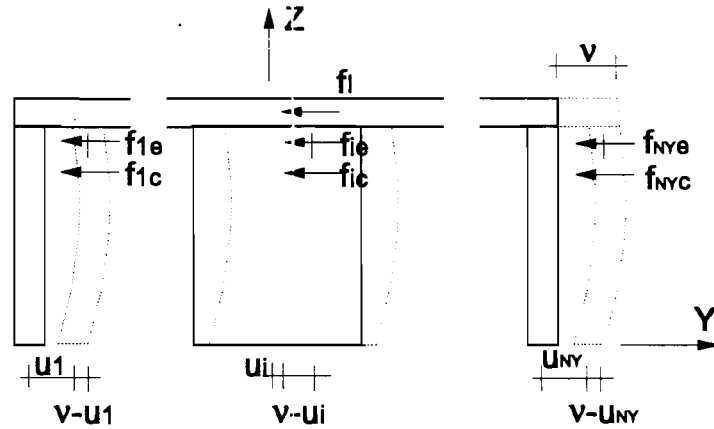


Figura 2.2. Modo de traslación del sistema estructural.

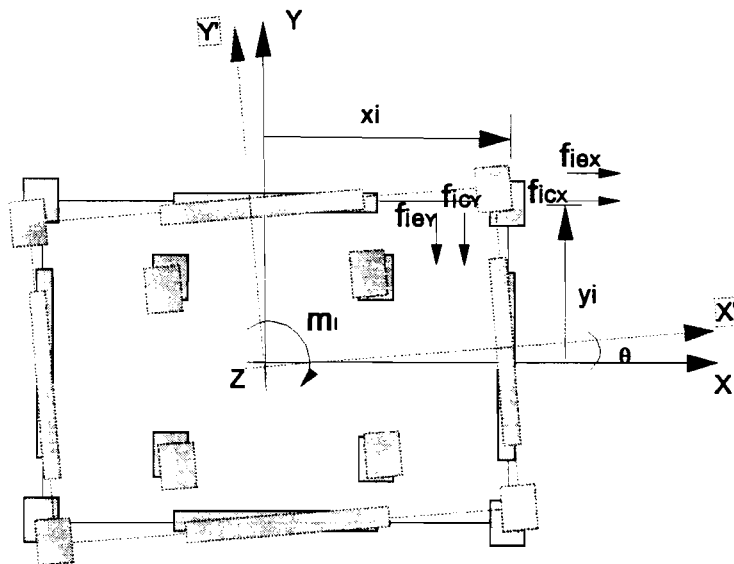


Figura 2.3. Modo de rotación del sistema estructural.

El desplazamiento relativo entre los extremos del i -ésimo elemento resistente debido a la traslación lateral de la losa en dirección Y es $(v-u_{iY})$, mientras que el desplazamiento adicional por el giro de la losa resulta $x_i\theta$, bajo la consideración de pequeños valores del ángulo θ . Para la dirección X , estos componentes de desplazamiento lateral son $(\omega-u_{iX})$ y $y_i\theta$, respectivamente. De lo anterior, las fuerzas en los elementos estructurales y en el centro de masas del sistema son:

$$f_I = M\ddot{v},$$

$$m_I = I\ddot{\theta},$$

$$f_{ieY} = k_{iY}(v + x_i\theta - u_{iY}),$$

$$f_{icY} = c_{iY}(\dot{v} + x_i\dot{\theta} - \dot{u}_{iY}), \quad (2.4)$$

$$f_{ieX} = k_{iX}(\omega + y_i\theta - u_{iX}),$$

$$f_{icX} = c_{iX}(\dot{\omega} + y_i\dot{\theta} - \dot{u}_{iX}),$$

donde c_{iX} , $i=1, 2, \dots, N_X$ y c_{jY} , $j=1, 2, \dots, N_Y$ son los coeficientes de amortiguamiento de los elementos resistentes en dirección X y Y , respectivamente, y

$$C_Y = \sum_{i=1}^{N_Y} c_{iY} \quad (2.5)$$

es el amortiguamiento lateral del sistema en dirección Y.

Estableciendo el equilibrio dinámico de fuerzas en dirección Y, $\sum f_Y = 0$,

$$M\ddot{v} + \sum_{i=1}^{N_Y} c_{iY} (\dot{v} + x_i \dot{\theta} - \dot{u}_{iY}) + \sum_{i=1}^{N_Y} k_{iY} (v + x_i \theta - u_{iY}) = 0, \quad (2.6)$$

desarrollando los productos y ordenando términos en la ecuación (2.6), se obtiene

$$M\ddot{v} + C_Y \dot{v} + K_Y v = \sum_{i=1}^{N_Y} c_{iY} \dot{u}_{iY} + \sum_{i=1}^{N_Y} k_{iY} u_{iY} \quad (2.7)$$

que es la ecuación de movimiento para el desplazamiento lateral del sistema considerando la variación espacial del movimiento del terreno en los apoyos.

La ecuación de movimiento para el giro θ se puede deducir estableciendo suma de momentos respecto al centro de masas del sistema,

$$\begin{aligned}
 I\ddot{\theta} + \sum_{i=1}^{N_X} c_{iX}(\dot{\omega} + y_i\dot{\theta} - \dot{u}_{iX})y_i + \sum_{j=1}^{N_Y} c_{jY}(\dot{v} + x_j\dot{\theta} - \dot{u}_{jY})x_j + \\
 \sum_{i=1}^{N_X} k_{iX}(\omega + y_i\theta - u_{iX})y_i + \sum_{j=1}^{N_Y} k_{jY}(v + x_j\theta - u_{jY})x_j = 0.
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Desarrollando los productos y ordenando términos en la ecuación (2.8), se obtiene

$$\begin{aligned}
 I\ddot{\theta} + C_\theta\dot{\theta} + K_\theta\theta = \sum_{i=1}^{N_X} c_{iX}\dot{u}_{iX}y_i + \sum_{j=1}^{N_Y} c_{jY}\dot{u}_{jY}x_j + \\
 \sum_{i=1}^{N_X} k_{iX}u_{iX}y_i + \sum_{j=1}^{N_Y} k_{jY}u_{jY}x_j
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

que es la ecuación de movimiento para el giro del sistema estructural. En la ecuación (2.9), C_θ es el amortiguamiento torsional del sistema,

$$C_\theta = \sum_{i=1}^{N_X} c_{iX}y_i^2 + \sum_{j=1}^{N_Y} c_{jY}x_j^2. \tag{2.10}$$

2.3 Solución de las ecuaciones de movimiento

Cuando una estructura es soportada por múltiples apoyos y tiene diferentes movimientos del terreno en cada uno de ellos, la respuesta del sistema se puede obtener mediante la superposición de aquellas componentes debidas a cada excitación. Los distintos movimientos en los apoyos de la estructura inducen componentes de respuesta pseudo-estáticas, los cuales deben ser considerados en adición a los componentes dinámicos (Clough y Penzien, 1993).

El desplazamiento lateral v y el giro θ de la losa se pueden expresar en términos de sus componentes pseudo-estáticas y dinámicas,

$$v = v^s + v^d \tag{2.11}$$

$$\theta = \theta^s + \theta^d.$$

Las componentes pseudo-estáticas representan el desplazamiento y giro de la losa debidos a movimientos estáticos en los apoyos y se obtienen por equilibrio haciendo nulos los términos asociados con las derivadas con respecto del tiempo en las ecuaciones (2.7) y (2.9),

$$v^s = \frac{1}{K_Y} \sum_{i=1}^{N_Y} k_{iY} u_{iY}, \tag{2.12}$$

$$\theta^s = \frac{1}{K_\theta} \left[\sum_{i=1}^{N_X} k_{iX} y_i u_{iX} + \sum_{j=1}^{N_Y} k_{jY} x_j u_{jY} \right] \quad (2.13)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.11), (2.12) y (2.13) en (2.7) y (2.9), según corresponda, obtenemos las siguientes expresiones para las componentes dinámicas de desplazamientos:

$$\ddot{v}^d + 2\xi_v \omega_v \dot{v}^d + \omega_v^2 v^d = -\frac{1}{K_Y} \sum_{i=1}^{N_Y} k_{iY} \ddot{u}_{iY} \quad (2.14)$$

$$\ddot{\theta}^d + 2\xi_\theta \omega_\theta \dot{\theta}^d + \omega_\theta^2 \theta^d = -\frac{1}{K_\theta} \left[\sum_{i=1}^{N_X} k_{iX} y_i \ddot{u}_{iX} + \sum_{j=1}^{N_Y} k_{jY} x_j \ddot{u}_{jY} \right] \quad (2.15)$$

donde ξ_v y ξ_θ son los coeficientes de amortiguamiento crítico para cada uno de los modos de vibración del sistema estructural. En las ecuaciones (2.14) y (2.15) se ha considerado que los coeficientes de amortiguamiento son proporcionales a la rigidez de los elementos resistentes; para otro tipo de amortiguamiento la contribución de los términos asociados con esta propiedad, en el lado derecho de las ecuaciones (2.7) y (2.9), es usualmente de pequeña magnitud en comparación con la contribución de los términos de rigidez y ,por lo tanto, se puede despreciar.

Sustituyendo las ecuaciones (2.12), (2.13), (2.14) y (2.15) en (2.11), el desplazamiento lateral v y el giro θ de la losa pueden ser escritos de la siguiente forma:

$$v = -\sum_{i=1}^{N_Y} a_{iv} U_i + \sum_{i=1}^{N_Y} a_{iv} Z_{iv} \quad (2.16)$$

$$\theta = -\sum_{i=1}^N a_{i\theta} U_i + \sum_{i=1}^N a_{i\theta} Z_{i\theta} \quad (2.17)$$

donde $N=N_X+N_Y$, y

$$a_{i\theta} = -\frac{k_{iY}}{K_Y}, \quad i = 1, 2, \dots, N_Y \quad (2.18)$$

$$a_{i\theta} = -\frac{k_{iX}}{K_\theta} y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_X \quad (2.19)$$

$$a_{N_X+i,\theta} = -\frac{k_{iY}}{K_\theta} x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_Y$$

$$U_i = u_{iX}, \quad i = 1, 2, \dots, N_X \quad (2.20)$$

$$U_{N_X+i} = u_{iY}, \quad i = 1, 2, \dots, N_Y$$

y $Z_{i\theta}$, $Z_{i\theta}$ son las respuestas de osciladores modales sometidos a la aceleración $-\ddot{U}_i$ en sus bases:

$$\ddot{Z}_{i\theta} + 2\xi_v \omega_v \dot{Z}_{i\theta} + \omega_v^2 Z_{i\theta} = \ddot{U}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_Y \quad (2.21)$$

$$\ddot{Z}_{j\theta} + 2\xi_{\theta}\omega_{\theta}\dot{Z}_{j\theta} + \omega_{\theta}^2 Z_{j\theta} = \ddot{U}_j, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.22)$$

Los coeficientes a_{iv} y $a_{i\theta}$ son los denominados coeficientes de influencia efectivos y representan el desplazamiento lateral y la rotación del sistema estructural cuando se aplica estáticamente un desplazamiento unitario en uno de los apoyos mientras los demás se mantienen fijos.

2.4 Cortante basal y momento torsionante

Debido a la consideración del movimiento del terreno en los apoyos en dos direcciones ortogonales, en el sistema estructural se desarrollan los cortantes basales $P_w(t)$, $P_v(t)$, en las direcciones X y Y, respectivamente, y el momento torsionante M_{θ} alrededor del centro de masas. El cortante basal $P_v(t)$ es la suma de las fuerzas f_{eY} que se originan en los elementos de resistencia; de la ecuación (2.4) se puede escribir

$$P_v(t) = \sum_{i=1}^{N_Y} k_{iY} (v + x_i \theta - u_{iY}), \quad (2.23)$$

utilizando (2.18) y (2.20),

$$P_v(t) = K_Y \left[v + \sum_{i=1}^{N_Y} a_{iv} U_i \right], \quad (2.24)$$

e introduciendo la ecuación (2.16), resulta

$$P_v(t) = K_Y \left[\sum_{i=1}^{N_Y} a_{iv} Z_{iv} \right], \quad (2.25)$$

$$P_v(t) = K_Y \cdot v^d.$$

Una expresión similar a (2.25) se puede escribir para el cortante basal en la dirección X, $P_\omega(t)$.

El momento torsor $M_\theta(t)$ se obtiene de la suma de momentos, respecto al centro de masas, que producen las fuerzas f_{eX} y f_{eY} en cada elemento resistente (últimos dos términos del lado derecho de la ecuación (2.9)), y de manera similar que para el cortante basal se obtiene la expresión para el momento torsional,

$$M_\theta(t) = K_\theta \left[\sum_{j=1}^N a_{j\theta} Z_{j\theta} \right], \quad (2.26)$$

$$M_\theta(t) = K_\theta \cdot \theta^d.$$

En las ecuaciones (2.25) y (2.26) se puede observar que $P_v(t)$ y $M_\theta(t)$, son directamente proporcionales a las componentes dinámicas del desplazamiento lateral y giro de la losa, respectivamente.

2.5 Respuesta estocástica

Supongamos que los movimientos del terreno en los apoyos de los elementos resistentes son procesos aleatorios, conjuntamente estacionarios, con media cero y con una duración lo suficientemente larga para que la respuesta del sistema estructural alcance su fase estacionaria. Utilizando los últimos términos del lado derecho de las ecuaciones (2.16) y (2.17), obtendremos la varianza de la componente dinámica de v , $\sigma_{v^d}^2$, y la respectiva de θ , $\sigma_{\theta^d}^2$. Inicialmente se determinará la varianza de la componente dinámica del desplazamiento lateral de la losa, $\sigma_{v^d}^2$, a partir de su función de autocorrelación $E[v^d(t+\tau)v^d(t)]$. Evaluando v^d en los instantes de tiempo t y $t+\tau$:

$$v^d(t) = \sum_{j=1}^{N_Y} a_{jv} Z_{jv}(t), \quad (2.27)$$

$$v^d(t+\tau) = \sum_{i=1}^{N_Y} a_{iv} Z_{iv}(t+\tau),$$

la función de autocorrelación de v^d se expresa como

$$E[v^d(t+\tau)v^d(t)] = \sum_{i=1}^{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} a_{iv} a_{jv} \left\{ E[Z_{iv}(t+\tau)Z_{jv}(t)] \right\}. \quad (2.28)$$

En la ecuación (2.21) la respuesta del j-ésimo oscilador del modo traslacional $Z_{jv}(t)$ sujeto a la excitación \ddot{U}_j en su base, se puede expresar a través de la integral de convolución

$$Z_{jv}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_v(\alpha) \ddot{U}_j(t - \alpha) d\alpha, \quad (2.29)$$

donde $h_v(\alpha)$ es la función de respuesta a impulsos unitarios del oscilador. El parámetro α puede interpretarse como el tiempo entre la ocurrencia de un impulso y el instante en que la respuesta correspondiente es calculada. Introduciendo la identidad (2.29) en la ecuación (2.28) y ordenando el argumento del valor esperado, se obtiene

$$E[v^d(t + \tau)v^d(t)] = \sum_{i=1}^{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} a_{iv} a_{jv} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_v(\alpha_2) \cdot h_v(\alpha_1) \cdot E[\ddot{U}_i(t + \tau - \alpha_2)\ddot{U}_j(t - \alpha_1)] d\alpha_2 d\alpha_1 \right\} \quad (2.30)$$

Expresando la función de correlación de las aceleraciones del terreno en términos de la densidad espectral $S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega)$,

$$E[\ddot{U}_i(t + \tau)\ddot{U}_j(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2.31)$$

donde $i = \sqrt{-1}$ es la base de los números imaginarios.

La ecuación (2.30) se puede escribir como sigue,

$$E[v^d(t+\tau)v^d(t)] = \sum_{i=1}^{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} a_{iv} a_{jv} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_v(\alpha_2) e^{-i\omega\alpha_2} d\alpha_2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h_v(\alpha_1) e^{i\omega\alpha_1} d\alpha_1 \cdot S_{\ddot{U}_i \ddot{U}_j}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \right\} \quad (2.32)$$

donde $\int_{-\infty}^{\infty} h_v(\alpha) e^{-i\omega\alpha} d\alpha = H_v(\omega)$ es la función de transferencia del oscilador modal. La función de autocorrelación del desplazamiento dinámico finalmente es:

$$E[v^d(t+\tau)v^d(t)] = B_{v^d v^d}(\tau) = \sum_{i=1}^{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} a_{iv} a_{jv} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \|H_v(\omega)\|^2 S_{\ddot{U}_i \ddot{U}_j}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \right\} \quad (2.33)$$

en la que $\|H_v(\omega)\|^2$ denota la norma cuadrada de la función de transferencia $H_v(\omega)$. Se puede demostrar que el valor esperado de la respuesta de un oscilador simple, $E[Y]$, sujeto a una excitación aleatoria por lo menos débilmente estacionaria se puede expresar como $E[Y] = \mu_Y = \mu_X H(0)$; μ_X es la media del proceso de excitación y $H(0)$ es la función de transferencia del oscilador modal valuada en $\omega=0$. De lo anterior se obtiene que la media de la componente dinámica del desplazamiento lateral de la losa $E[v^d] = \mu_{v^d} = 0$, y la varianza $\sigma_{v^d}^2$ se puede obtener de evaluar la función de correlación $B_{v^d v^d}(\tau)$ para $\tau=0$,

$$\sigma_{v^d}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{v^d v^d}(\omega) d\omega = B_{v^d v^d}(0),$$

$$\sigma_{v_d}^2 = \sum_{i=1}^{N_v} \sum_{j=1}^{N_v} a_{iv} a_{jv} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \|H_v(\omega)\|^2 \cdot S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) d\omega \right\}. \quad (2.34)$$

De manera similar se puede obtener la siguiente expresión para la varianza de la componente dinámica del giro de la losa, $\sigma_{\theta_d}^2$,

$$\sigma_{\theta_d}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{i\theta} a_{j\theta} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \|H_\theta(\omega)\|^2 \cdot S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) d\omega \right\}. \quad (2.35)$$

En las ecuaciones (2.34) y (2.35), $S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega)$ es la función de densidad espectral cruzada entre las aceleraciones del terreno, y $H_v(\omega)$, $H_\theta(\omega)$, son las funciones de transferencia de los modos de traslación y rotación del sistema estructural, respectivamente,

$$H_\beta(\omega) = \frac{1}{\omega_\beta^2 - \omega^2 + i2\xi_\beta \omega_\beta \omega}; \quad \beta = v, \theta. \quad (2.36)$$

La función de densidad espectral entre aceleraciones del terreno se puede escribir en términos de sus componentes real e imaginaria:

$$S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) = R_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) + iQ_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega), \quad (2.37)$$

donde $R_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega)$ es una función simétrica denominada el co-espectro y $Q_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega)$ es el espectro de cuadratura de configuración antisimétrica. Heredia-Zavoni y Vanmarcke (1994) han definido el siguiente parámetro espectral en función del co-espectro:

$$\Gamma_{ij\beta} = \frac{1}{\sigma_{Z_{i\beta}} \sigma_{Z_{j\beta}}} \int_{-\infty}^{\infty} \|H_{\beta}(\omega)\|^2 R_{\ddot{u}_i \ddot{u}_j}(\omega) d\omega. \quad (2.38)$$

donde $\sigma_{Z_{i\beta}}$ es la desviación estándar de la respuesta del oscilador correspondiente al modo β , sometido a la aceleración del terreno \ddot{u}_i ,

$$\sigma_{Z_{i\beta}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \|H_{\beta}(\omega)\|^2 S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_i}(\omega) d\omega. \quad (2.39)$$

Dado que el espectro de cuadratura es una función antisimétrica de la frecuencia, la covarianza entre las respuestas de un oscilador modal sometido a las aceleraciones \ddot{u}_i , \ddot{u}_j , en su base, está dada por el numerador en la definición del parámetro espectral $\Gamma_{ij\beta}$, de modo que este parámetro es el coeficiente de correlación cruzada entre las respuestas de dicho oscilador.

Introduciendo las ecuaciones (2.38) y (2.39) en (2.34) y (2.35), según corresponda, las varianzas $\sigma_{v_d}^2$ y $\sigma_{\theta_d}^2$ se pueden escribir como:

$$\sigma_{v_d}^2 = \sum_{i=1}^{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} a_{iv} a_{jv} \left[\Gamma_{ijv} \sigma_{Z_{iv}} \sigma_{Z_{jv}} \right], \quad (2.40)$$

$$\sigma_{\theta^d}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{i\theta} a_{j\theta} \left[\Gamma_{ij\theta} \sigma_{Z_{i\theta}} \sigma_{Z_{j\theta}} \right]. \quad (2.41)$$

Utilizando las ecuaciones (2.40) y (2.41) podemos obtener la varianza del cortante basal $P_v(t)$ (ecuación 2.25) y del momento torsionante $M_\theta(t)$ (ecuación 2.26),

$$\sigma_{P_v}^2 = K_Y^2 \cdot \sum_{i=1}^{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} a_{iv} a_{jv} \left[\Gamma_{ijv} \sigma_{Z_{iv}} \sigma_{Z_{jv}} \right] \quad (2.42)$$

$$\sigma_{M_\theta}^2 = K_\theta^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{i\theta} a_{j\theta} \left[\Gamma_{ij\theta} \sigma_{Z_{i\theta}} \sigma_{Z_{j\theta}} \right] \quad (2.43)$$

La ventaja principal de la metodología desarrollada es que en las ecuaciones (2.42) y (2.43) se han desacoplado las propiedades del sistema estructural y la modelación de la variación espacial del movimiento del terreno. El parámetro espectral puede ser calculado para un amplio rango de frecuencias y diferentes valores de amortiguamiento modal, dado que la ubicación de los apoyos del sistema estructural es conocida; así, se pueden obtener conjuntos de parámetros espectrales para diferentes modelos de variación espacial del movimiento del terreno que caractericen los posibles sismos en el sitio en que se ubique el sistema estructural (Heredia-Zavoni y Vanmarcke, 1994). Por otro lado, los coeficientes a_{iv} y $a_{i\theta}$ pueden calcularse para diferentes configuraciones y propiedades estructurales, y ser luego combinados mediante las ecuaciones (2.42) y (2.43) para obtener la varianza del cortante basal y el momento torsor inducidos al sistema estructural por efecto de la variación espacial del movimiento sísmico del terreno.

2.6 Movimiento del terreno perfectamente correlacionado

Ahora consideraremos el caso en que el movimiento del terreno, en cada dirección, es perfectamente correlacionado en todos los apoyos del sistema, lo cual es equivalente a considerar movimiento uniforme del terreno en los análisis deterministas convencionales. Si U_X y U_Y son los desplazamientos del terreno en las direcciones X y Y, respectivamente, y Z_θ la respuesta de un oscilador con propiedades dinámicas del modo rotacional, la ecuación (2.17) puede ser escrita como:

$$\theta = -U_X \sum_{i=1}^{N_X} a_{i\theta} - U_Y \sum_{j=1}^{N_Y} a_{j\theta} + Z_\theta \sum_{k=1}^N a_{k\theta}, \quad (2.44)$$

debido a la simetría del sistema estructural las sumatorias en la ecuación (2.44) son iguales a cero, lo que conduce, como se esperaba, a un giro nulo de la losa. De la expresión (2.16) las componentes seudo-estática y dinámica del desplazamiento lateral de la losa son iguales a:

$$v^s = \frac{U_Y}{K_Y} \sum_{i=1}^{N_Y} k_{iY} = U_Y, \quad (2.45)$$

$$v^d = -\frac{Y_0}{K_Y} \sum_{i=1}^{N_Y} k_{iY} = -Y_0, \quad (2.46)$$

donde Y_0 es la respuesta del oscilador modal con frecuencia natural ω_v y coeficiente de amortiguamiento ξ_v , sometido a la excitación en su base $-\ddot{U}_Y$,

$$\ddot{Y}_0 + 2\xi_v\omega_v\dot{Y}_0 + \omega_v^2 Y_0 = \ddot{U}_Y. \quad (2.47)$$

y cuya varianza se obtiene con la siguiente expresión:

$$\sigma_{Y_0}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \|H_v(\omega)\|^2 \cdot S_{\ddot{U}_Y\ddot{U}_Y}(\omega) d\omega. \quad (2.48)$$

Debido a que el movimiento del terreno en los apoyos estructurales es perfectamente correlacionado el parámetro espectral $\Gamma_{ijv}=1$, y considerando que $\sum_{i=1}^{N_Y} a_{iv} = -1$ (de ecuación 2.18), la varianza del cortante basal en la dirección Y (ecuación 2.42) resulta,

$$\sigma_{P_v}^2 = K_Y^2 \cdot \sigma_{Y_0}^2 \quad (2.49)$$

2.7 Excentricidad equivalente

El sistema de fuerzas $P_\omega(t)$, $P_v(t)$ y $M_\theta(t)$ es estáticamente equivalente a considerar $P_\omega(t)$ actuando en el centro de masas (CM) del sistema estructural y $P_v(t)$ a una excentricidad $e_X(t)$ medida sobre el eje X. El sistema también es equivalente a considerar $P_v(t)$ en el centro

de masas y $P_{\omega}(t)$ a una distancia $e_Y(t)$ de CM. El momento torsionante también puede ser balanceado por ambos cortantes basales localizados a ciertas excentricidades $e_X(t)$ y $e_Y(t)$. Sin embargo, los dos primeros casos son consistentes con procedimientos estándar en los que se analiza al sistema estructural de manera independiente para cada fuerza lateral.

Para evaluar la importancia de los efectos de torsión inducidos en sistemas estructurales simétricos por la variación espacial del movimiento sísmico del terreno, se ha elegido como parámetro de estudio la excentricidad $e(t) = M_{\theta}(t) / P_v(t)$ medida en la dirección perpendicular a la incidencia del cortante basal $P_v(t)$ (figura 2.4).

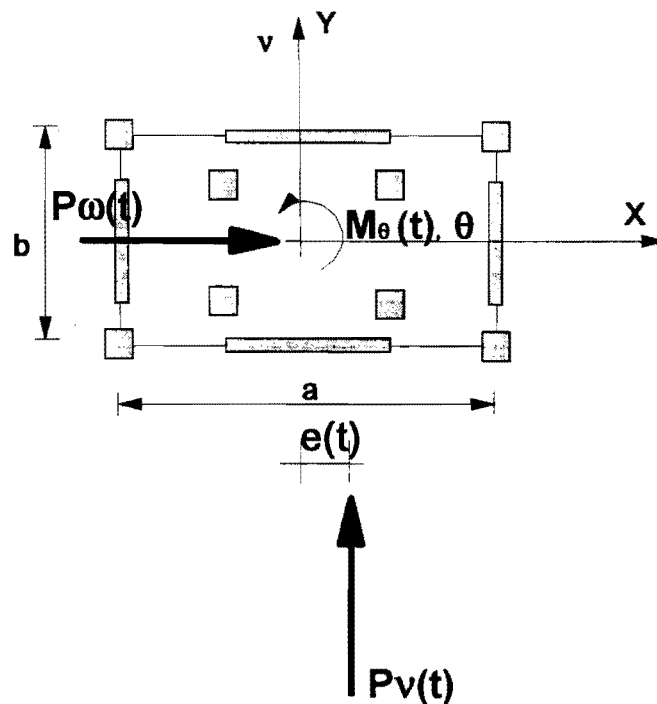


Figura 2.4. Excentricidad equivalente.

Sin embargo, esta definición no es muy útil debido a que la obtención de valores altos de excentricidad no implica necesariamente grandes efectos de torsión, ya que pueden deberse a valores muestrales pequeños del cortante basal. Por lo tanto, se definirá una excentricidad equivalente como la distancia a la que se debe colocar el máximo cortante basal medio para equilibrar el máximo momento torsor medio,

$$e = \frac{F_{M\theta} \sigma_{M\theta}}{F_{Pv} \sigma_{Pv}}, \quad (2.50)$$

donde $F_{M\theta}$ y F_{Pv} son los factores pico del momento torsor y cortante basal, y $\sigma_{M\theta}$ y σ_{Pv} son sus respectivas desviaciones estándar. Bajo la consideración de que el movimiento sísmico del terreno constituye un proceso Gaussiano, los factores pico se pueden obtener con la siguiente expresión (Davenport, 1964):

$$F_{\Psi} = \sqrt{2 \cdot \ln(2 \cdot \vartheta_0^*(\Psi) \cdot S)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \cdot \ln(2 \cdot \vartheta_0^*(\Psi) \cdot S)}}; \quad \Psi = P_v, M_{\theta} \quad (2.51)$$

donde $\vartheta_0^+(\Psi)$ denota la tasa de cruces de cero con pendiente positiva del proceso en el argumento y S es la duración de la respuesta estacionaria.

De (2.42) y (2.43) se puede deducir la siguiente ecuación para el cálculo de la excentricidad en términos de los parámetros espectrales; de las desviaciones estándar de las contribuciones dinámicas del giro y desplazamiento lateral de la losa, y de las rigideces lateral y torsional del sistema estructural:

$$e = \sqrt{\frac{F_{M\theta}^2 \cdot K_{\theta}^2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{i\theta} a_{j\theta} \Gamma_{ij\theta} \sigma_{Z_{i\theta}} \sigma_{Z_{j\theta}}}{F_{Pv}^2 \cdot K_Y^2 \cdot \sum_{i=1}^{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} a_{iv} a_{jv} \Gamma_{ijv} \sigma_{Z_{iv}} \sigma_{Z_{jv}}}}. \quad (2.52)$$

Capítulo 3

VARIACION ESPACIAL LOCAL DEL MOVIMIENTO DEL TERRENO

3.1 Espectro de coherencia

La variación espacial del movimiento sísmico del terreno que se considera en este estudio se debe a tres fenómenos. El primero es llamado efecto de paso de onda y se refiere a la diferencia en el tiempo en que llegan las ondas sísmicas a dos puntos diferentes; el segundo es el denominado efecto de incoherencia y es el resultado de la propagación de las ondas en medios heterogéneos complejos con numerosas reflexiones y refracciones, así como de la combinación de diferentes señales generadas a lo largo de la falla sísmica. El tercero es el efecto de las condiciones locales del suelo que está asociado con la amplificación y cambio del contenido de frecuencias de las ondas sísmicas por su paso a través de la estratigrafía del sitio. Estas variaciones en el movimiento del terreno de punto a punto se pueden caracterizar

mediante la función de densidad espectral cruzada entre las aceleraciones del terreno \ddot{U}_i y \ddot{U}_j en los puntos \bar{x}_i y \bar{x}_j , $S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega)$. El espectro de coherencia, $\gamma_{ij}(\omega)$, es una versión normalizada de esta función:

$$\gamma_{ij}(\omega) = \frac{S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega)}{\sqrt{S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_i}(\omega) \cdot S_{\ddot{U}_j\ddot{U}_j}(\omega)}} \quad (3.1)$$

El espectro de coherencia es una función compleja de parte real simétrica, parte imaginaria antisimétrica y su norma tiene como límites $-1.0 \leq \|\gamma_{ij}(\omega)\| \leq 1.0$. Con base a estudios teóricos y análisis de registros sísmicos se han propuesto diferentes modelos para el espectro de coherencia (por ejemplo Luco y Wong, 1986; Harichandran y Vanmarcke, 1986; Abrahamson y Schneider, 1991). En este estudio se utiliza la siguiente forma funcional de $\gamma_{ij}(\omega)$ (Der kiureghian y Neuenhofer, 1991),

$$\gamma_{ij}(\omega) = \exp \left[- \left(\frac{\eta \omega \|\bar{x}_{ij}\|}{v_s} \right)^2 \right] \cdot \exp \left[-i \frac{\omega (\bar{v} \cdot \bar{x}_{ij})}{\|\bar{v}\|^2} \right], \quad (3.2)$$

en la cual η es un parámetro adimensional con variación entre $0 \leq \eta \leq 0.5$ y es una medida del grado de incoherencia de los movimientos del terreno, \bar{x}_{ij} es el vector de posición relativa entre los puntos \bar{x}_i y \bar{x}_j en la superficie del terreno, v_s es la velocidad de propagación de las ondas de corte representativa del medio. y \bar{v} es el vector de velocidad aparente. El primer término exponencial en (3.2) está basado en la función de coherencia de ondas de corte propagándose a través de un medio aleatorio (Luco y Wong, 1986). El argumento del segundo término exponencial corresponde al espectro de fase y toma en cuenta la variación

espacial del movimiento debida al efecto de paso (Harichandran y Vanmarcke, 1986). Como se puede observar, en el modelo en (3.2) la incoherencia aumenta con el incremento de la frecuencia o la distancia entre \bar{x}_i y \bar{x}_j , y se considera que el espectro de fase es una función lineal de la frecuencia. Para ondas sísmicas coherentes y en fase $\gamma_{ij}(\omega)$ es igual a la unidad.

A partir del espectro de coherencia en (3.2) pueden ser definidos los siguientes parámetros:

$$\tau_{cij} = \frac{\eta \|\bar{x}_{ij}\|}{v_s}, \quad (3.3)$$

$$\tau_{pij} = \frac{\bar{v} \cdot \bar{x}_{ij}}{\|\bar{v}\|^2},$$

donde τ_{cij} y τ_{pij} son denominados como parámetro de pérdida de coherencia y parámetro de pérdida de fase, respectivamente, y pueden ser interpretados como los tiempos de viaje de las ondas de corte y del tren de ondas sísmicas (en la dirección de propagación) para pasar del punto \bar{x}_i al punto \bar{x}_j .

3.2 Condiciones locales del suelo

La variación de las condiciones locales del suelo puede ser modelada por la función de densidad espectral $S_{\ddot{U}_i \ddot{U}_i}(\omega)$ de la aceleración del terreno \ddot{U}_i , $i=1, 2, \dots, N$. El modelo modificado de Kanai-Tajimi (Clough y Penzien, 1993) es ampliamente utilizado para la función de densidad espectral de la aceleración del terreno,

$$S_{\ddot{u}_i \ddot{u}_i}(\omega) = \frac{\omega_{fi}^4 + 4\xi_{fi}^2 \omega_{fi}^2 \omega^2}{\left[\omega_{fi}^2 - \omega^2\right]^2 + 4\xi_{fi}^2 \omega_{fi}^2 \omega^2} \cdot \frac{\omega^4}{\left[\omega_{gi}^2 - \omega^2\right]^2 + 4\xi_{gi}^2 \omega_{gi}^2 \omega^2} \cdot G_{oi} \quad (3.4)$$

La función (3.4) es obtenida de un modelo en que una excitación de ruido blanco con intensidad G_{oi} en la roca basal, es filtrado a través de un estrato de suelo que actúa como un oscilador de un solo grado de libertad con frecuencia natural ω_{fi} y coeficiente de amortiguamiento ξ_{fi} ; ω_{gi} y ξ_{gi} son los parámetros de un segundo filtro que es introducido para asegurar una varianza finita del desplazamiento del terreno. Para valores de ω_{gi} mucho más pequeños que ω_{fi} , el segundo filtro tiene influencia únicamente en frecuencias bajas, debido a que este filtro se aproxima rápidamente a la unidad con el incremento de ω . Para $\omega \rightarrow 0$, la función de densidad espectral es del orden de ω^4 , lo cual implica una varianza finita para el desplazamiento del terreno. En la tabla 3.1 se muestran los valores de las frecuencias naturales y amortiguamientos característicos para sitios con suelo blando y firme (Der Kiureghian y Neuenhofer, 1991), y en la figura 3.1 se presentan las funciones de densidad espectral de un solo lado de la aceleración del terreno.

Tipo de suelo	ω_{fi} (rad/seg)	ξ_{fi}	ω_{gi} (rad/seg)	ξ_{gi}
Blando	5.0	0.20	0.50	0.60
Firme	15.0	0.60	1.50	0.60

Tabla 3.1. Frecuencias y amortiguamientos característicos de suelo blando y firme.

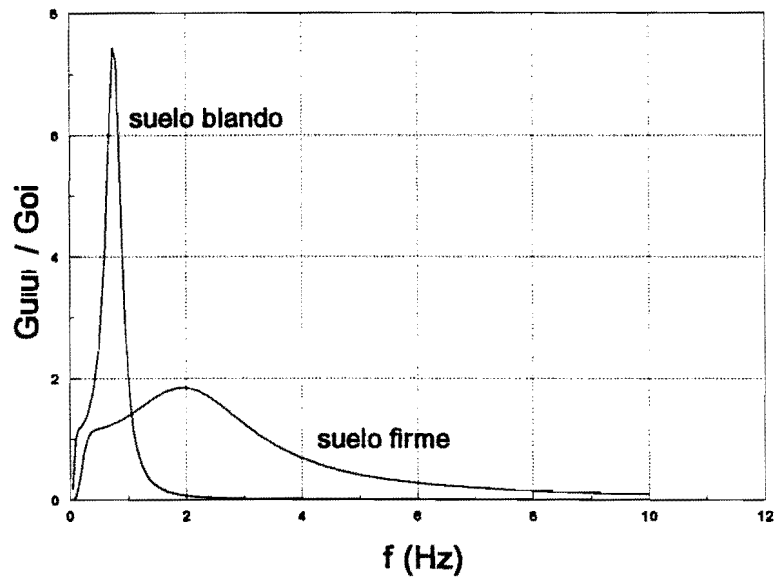


Figura 3.1. Funciones de densidad espectral de un solo lado para la aceleración del terreno en suelos blandos y firmes.

Como se observa en la figura 3.1 estos valores producen formas razonables de las funciones de densidad espectral de la aceleración del terreno para las dos condiciones de suelo. Para el caso de suelos blandos se obtiene un proceso de banda angosta con un periodo dominante de 1.25 seg y es representativa de sitios con depositos aluviales, tal como algunos suelos de la Ciudad de México. La forma espectral para terrenos firmes es de banda ancha y contiene contribuciones significativas de frecuencias altas.

En el presente estudio se considera que las direcciones epicentral y transversal de incidencia del tren de ondas sísmicas coinciden aproximadamente con las llamadas direcciones principales (Penzien y Watabe, 1975), por lo que los movimientos del terreno en ambas direcciones son estadísticamente independientes y que el factor de escala G_{oi} en (3.4) para la

segunda dirección es el 70% del correspondiente para la dirección epicentral. Si consideramos la incidencia del sismo paralela al eje Y, G_{oi} para $S_{\ddot{u}_i\ddot{u}_i}(\omega)$ en dirección X es 0.7 del respectivo para la función de densidad espectral de aceleración del terreno en la dirección Y.

3.3 Densidad espectral cruzada entre aceleraciones del terreno

La función de densidad espectral cruzada entre aceleraciones del terreno en los puntos \bar{x}_i y \bar{x}_j , $S_{\ddot{u}_i\ddot{u}_j}(\omega)$, se obtiene de la ecuación (3.1) una vez que el espectro de coherencia en (3.2) y las funciones de densidad espectral en (3.4) han sido especificadas, es decir,

$$S_{\ddot{u}_i\ddot{u}_j}(\omega) = \gamma_{ij}(\omega) \sqrt{S_{\ddot{u}_i\ddot{u}_i}(\omega) \cdot S_{\ddot{u}_j\ddot{u}_j}(\omega)}. \quad (3.5)$$

Nótese que el espectro de coherencia se utilizará independientemente del tipo de suelo. Algunos trabajos se están llevando a cabo para estudiar la influencia del tipo de suelo en el espectro de coherencia (Schneider, Abrahamsom y Steep, 1992). Una vez que se elaboren modelos para diferentes tipos de suelos, podrán ser usados de manera consistente con las funciones de densidad espectral correspondientes.

3.4 Incidencia del tren de ondas sísmicas con cierto ángulo de inclinación ϕ .

El eje principal de incidencia de un tren de ondas sísmicas sobre un sitio específico tiende, en cada intervalo de tiempo, a la dirección epicentral $\ddot{U}_E(t)$, particularmente para el intervalo de la fase de movimiento intenso (Penzien y Watabe, 1975). La componente horizontal de movimiento transversal $\ddot{U}_T(t)$ coincide entonces con el segundo eje principal.

Consideremos el modelo estructural que se muestra en la figura 3.2 sometido a un tren de ondas sísmicas que incide con un ángulo de inclinación, ϕ , respecto al eje X. Estamos interesados en obtener la función de densidad espectral cruzada entre las aceleraciones del terreno en los apoyos i y j. Inicialmente supondremos que la aceleración del terreno en el punto i es en dirección Y, y la correspondiente al punto j es paralela al eje X, las cuales se pueden expresar como una combinación de las componentes rectangulares de $\ddot{U}_E(t)$ y $\ddot{U}_T(t)$:

$$\ddot{U}_{Yi}(t) = \ddot{U}_{Ei}(t)\text{sen}\phi + \ddot{U}_{Ti}(t)\text{cos}\phi \quad (3.6)$$

$$\ddot{U}_{Xj}(t) = \ddot{U}_{Ej}(t)\text{cos}\phi - \ddot{U}_{Tj}(t)\text{sen}\phi \quad (3.7)$$

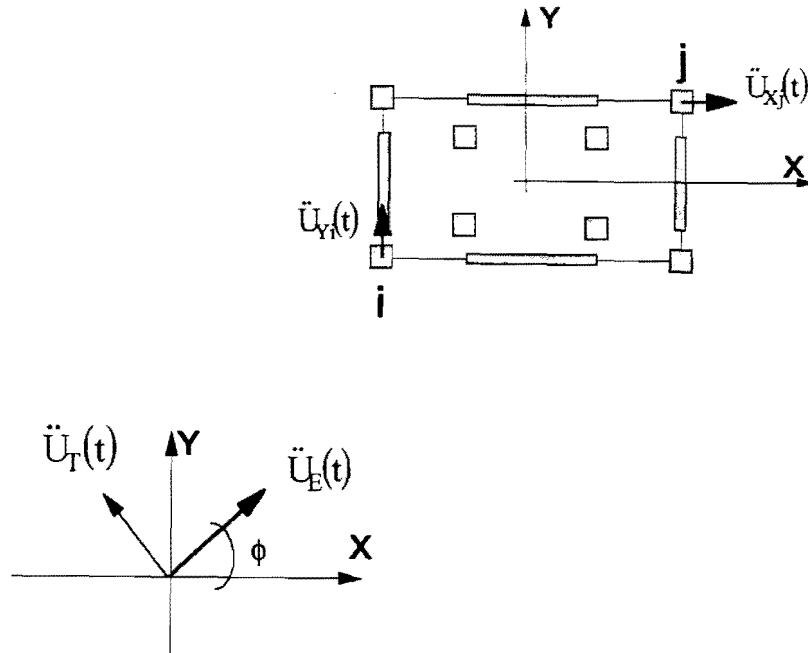


Figura 3.2. Modelo estructural sometido a un tren de ondas sísmicas incidiendo con un ángulo de inclinación ϕ con respecto al eje X.

La función de correlación entre las componentes de aceleración \ddot{U}_{Yi} y \ddot{U}_{Xj} es,

$$E[\ddot{U}_{Yi}(t)\ddot{U}_{Xj}(t+\tau)] = E[\ddot{U}_{Ei}(t)\ddot{U}_{Ej}(t+\tau)\text{sen}\phi \cdot \text{cos}\phi - \ddot{U}_{Ei}(t)\ddot{U}_{Tj}(t+\tau)\text{sen}^2\phi + \ddot{U}_{Ti}(t)\ddot{U}_{Ej}(t+\tau)\text{cos}^2\phi - \ddot{U}_{Ti}(t)\ddot{U}_{Tj}(t+\tau)\text{cos}\phi \cdot \text{sen}\phi]. \quad (3.8)$$

Debido a la independencia estadística entre movimientos en las direcciones principales

$$E[\ddot{U}_{Ei}(t)\ddot{U}_{Tj}(t+\tau)] = 0 \quad \text{y} \quad E[\ddot{U}_{Ti}(t)\ddot{U}_{Ej}(t+\tau)] = 0,$$

de modo que,

$$E[\ddot{U}_{Yi}(t)\ddot{U}_{Xj}(t+\tau)] = \text{sen}\phi \cos\phi \left\{ E[\ddot{U}_{Ei}(t)\ddot{U}_{Ej}(t+\tau)] - E[\ddot{U}_{Ti}(t)\ddot{U}_{Tj}(t+\tau)] \right\}. \quad (3.9)$$

En el lado derecho de la ecuación (3.9), los valores esperados corresponden a las funciones de correlación cruzada entre las componentes epicentral y transversal de la aceleración del terreno en los puntos i y j ,

$$E[\ddot{U}_{Yi}(t)\ddot{U}_{Xj}(t+\tau)] = \text{sen}\phi \cos\phi \left\{ R_{\ddot{U}_{Ei}\ddot{U}_{Ej}}(\tau) - R_{\ddot{U}_{Ti}\ddot{U}_{Tj}}(\tau) \right\}. \quad (3.10)$$

La función de densidad espectral cruzada se puede escribir de (3.10) como:

$$S_{\ddot{U}_{Yi}\ddot{U}_{Xj}}(\omega) = \text{sen}\phi \cos\phi \left\{ S_{\ddot{U}_{Ei}\ddot{U}_{Ej}}(\omega) - S_{\ddot{U}_{Ti}\ddot{U}_{Tj}}(\omega) \right\} \quad (3.11)$$

En lo que sigue se modelará $S_{\ddot{U}_{Ei}\ddot{U}_{Ej}}(\omega) = S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega)$. Suponiendo que los factores de escala G_{oi} y G_{oj} para $S_{\ddot{U}_{Ti}\ddot{U}_{Tj}}(\omega)$ son el 70% de los respectivos para $S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega)$, se obtiene

$$S_{\ddot{U}_{Yi}\ddot{U}_{Xj}}(\omega) = 0.3 \cdot \text{sen}\phi \cos\phi \cdot S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega). \quad (3.12)$$

Si la dirección epicentral de incidencia del tren de ondas sísmicas es paralela a cualquiera de los ejes X o Y, la función $S_{\ddot{U}_{Yi}\ddot{U}_{Xj}}(\omega)$ tiene un valor nulo.

Al considerar el movimiento del terreno en dirección Y para ambos apoyos, la ecuación (3.7) se transforma en

$$\ddot{U}_{Yj}(t) = \ddot{U}_{Ej}(t)\text{sen}\phi + \ddot{U}_{Tj}(t)\cos\phi \quad (3.13)$$

y de manera análoga se obtiene la siguiente función de densidad espectral

$$S_{\ddot{U}_{Yi}\ddot{U}_{Yj}}(\omega) = [\text{sen}^2\phi + 0.7\cos^2\phi] \cdot S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega). \quad (3.14)$$

En la ecuación (3.14) se puede observar que para la dirección epicentral de incidencia del sismo paralela al eje X, $\phi=0^\circ$, $S_{\ddot{U}_{Yi}\ddot{U}_{Yj}}(\omega) = 0.7 \cdot S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega)$.

Para el caso en que el movimiento del terreno en ambos apoyos es en dirección X, se obtiene

$$S_{\ddot{U}_{Xi}\ddot{U}_{Xj}}(\omega) = [0.7\text{sen}^2\phi + \cos^2\phi] \cdot S_{\ddot{U}_i\ddot{U}_j}(\omega). \quad (3.15)$$

3.5 Interacción cinemática suelo-cimentación.

Cuando una estructura es sometida a excitaciones dinámicas siempre interactúa con el suelo, provocando que el movimiento de la interface cimentación-suelo sea diferente al observado en la superficie del terreno. La naturaleza y cantidad de esta interacción depende de la rigidez del suelo y de las propiedades de masa y rigidez del sistema estructural. El efecto de interacción asociado con la rigidez de la estructura se conoce como interacción cinemática, mientras que aquel asociado con la masa se denomina interacción inercial. Consideraremos aquí solamente el caso de interacción cinemática.

Cuando los movimientos sísmicos de campo libre varían significativamente en el área donde se desplanta la estructura, éstos tenderán a uniformizarse si la cimentación es lo suficientemente rígida. Si las dimensiones de la cimentación son pequeñas comparadas con la longitud de la onda sísmica aparente, el sistema experimentará una interacción reducida con el suelo y su movimiento será básicamente el del campo libre. Pero si las dimensiones de la cimentación rígida son del mismo orden que la longitud de las ondas, entonces los movimientos resultantes tenderán al promedio de los movimientos sísmicos en el área (Clough y Penzien, 1993).

En el presente estudio se considera que para el caso en que los elementos de resistencia lateral de los modelos de estudio sean columnas, con cimentaciones independientes y de pequeñas dimensiones, el efecto de interacción suelo-cimentación es despreciable y por lo tanto el movimiento del terreno en la superficie es igual al movimiento en los apoyos. Sin embargo, en el caso en que los elementos resistentes sean muros, cuyas dimensiones longitudinales pueden ser del mismo orden de magnitud que las dimensiones de la losa rígida que soportan, es necesario tomar en cuenta la interacción suelo-cimentación. En este caso se utilizará la aceleración del terreno en el centro de gravedad de la base del muro suponiendo que ésta es igual al promedio de las aceleraciones a lo largo de su eje longitudinal. Por esto

nos interesará determinar la función de densidad espectral cruzada entre los procesos de aceleración del terreno promediados en dos muros cualesquiera.

Inicialmente consideraremos dos muros paralelos al eje Y, i y j, de dimensiones L_i y L_j , y de coordenadas de los centros de gravedad de sus bases $\bar{x}_i = (x_{0i}, y_{0i})$ y $\bar{x}_j = (x_{0j}, y_{0j})$, respectivamente. Sean $(x_k, y_k) = (x_{0i}, y_k)$ y $(x_j, y_j) = (x_{0j}, y_j)$ dos puntos cualesquiera sobre los ejes longitudinales de los muros i y j, respectivamente, y $\ddot{U}(x_{0i}, y_k, t_1)$, $\ddot{U}(x_{0j}, y_j, t_2)$ las aceleraciones del terreno en cualquier instante de tiempo, como se ilustra en la figura 3.3:

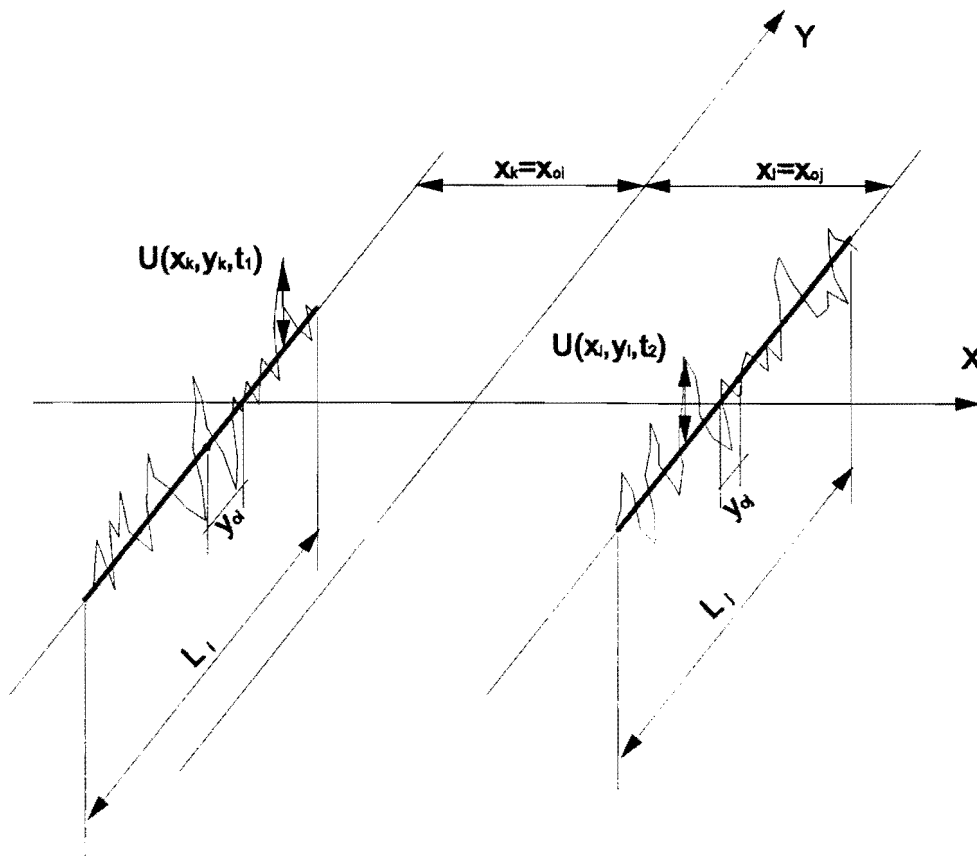


Figura 3.3. Aceleraciones del terreno en un instante de tiempo cualquiera, a lo largo de los ejes longitudinales de la base de dos muros paralelos al eje Y.

Los procesos de aceleración promedio, en el dominio del tiempo, en la base de los muros de longitud L_i y L_j están dados respectivamente por

$$\ddot{U}_{L_i}(x_{0i}, y_{0i}, t_1) = \frac{1}{L_i} \int_{y_{0i}-L_i/2}^{y_{0i}+L_i/2} \ddot{U}(x_{0i}, y_k, t_1) dy_k, \quad (3.16)$$

$$\ddot{U}_{L_j}(x_{0j}, y_{0j}, t_2) = \frac{1}{L_j} \int_{y_{0j}-L_j/2}^{y_{0j}+L_j/2} \ddot{U}(x_{0j}, y_l, t_2) dy_l. \quad (3.17)$$

Utilizando las ecuaciones (3.16) y (3.17) se obtiene la siguiente función de correlación entre los procesos promediados:

$$E\left[\ddot{U}_{L_i}(\bar{x}_i, t_1)\ddot{U}_{L_j}(\bar{x}_j, t_2)\right] = \frac{1}{L_i L_j} \int_{y_{0i}-L_i/2}^{y_{0i}+L_i/2} \int_{y_{0j}-L_j/2}^{y_{0j}+L_j/2} E\left[\ddot{U}(x_{0i}, y_k, t_1)\ddot{U}(x_{0j}, y_l, t_2)\right] dy_l dy_k \quad (3.18)$$

Las funciones de correlación y de densidad espectral de los procesos se relacionan a través de la transformada de línea de Wiener-Kchintchine,

$$E\left[\ddot{U}(x_{0i}, y_k, t_1)\ddot{U}(x_{0j}, y_l, t_2)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{U}_k \ddot{U}_l}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.19)$$

$$E\left[\ddot{U}_{L_i}(\bar{x}_i, t_1)\ddot{U}_{L_j}(\bar{x}_j, t_2)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{U}_{L_i}(\bar{x}_i)\ddot{U}_{L_j}(\bar{x}_j)}(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.20)$$

donde $\tau=t_1-t_2$ y $S_{\ddot{U}_k\ddot{U}_l}(\omega)$ es la densidad espectral cruzada entre las aceleraciones del terreno en los puntos k y l en los ejes longitudinales respectivos de cada muro. Utilizando (3.19), la ecuación (3.18) se puede escribir como

$$E\left[\ddot{U}_{L_i}(\bar{x}_i, t_1)\ddot{U}_{L_j}(\bar{x}_j, t_2)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} \cdot \frac{1}{L_i L_j} \int_{y_{0i}-L_i/2}^{y_{0i}+L_i/2} \int_{y_{0j}-L_j/2}^{y_{0j}+L_j/2} S_{\ddot{U}_k\ddot{U}_l}(\omega) dy_l dy_k \cdot d\omega \quad (3.21)$$

y relacionando las igualdades (3.20) y (3.21), se obtiene

$$S_{\ddot{U}_{L_i}(\bar{x}_i)\ddot{U}_{L_j}(\bar{x}_j)}(\omega) = \frac{1}{L_i L_j} \int_{y_{0i}-L_i/2}^{y_{0i}+L_i/2} \int_{y_{0j}-L_j/2}^{y_{0j}+L_j/2} S_{\ddot{U}_k\ddot{U}_l}(\omega) dy_l dy_k \quad (3.22)$$

que es la función de densidad espectral cruzada entre los promedios de las aceleraciones del terreno en las bases de dos muros paralelos al eje Y. Una expresión similar se puede deducir si los muros son paralelos al eje X. Para el caso en que el primer muro es paralelo al eje Y y el segundo al eje X, se obtiene la siguiente expresión:

$$S_{\ddot{U}_{L_i}(\bar{x}_i)\ddot{U}_{L_j}(\bar{x}_j)}(\omega) = \frac{1}{L_i L_j} \int_{y_{0i}-L_i/2}^{y_{0i}+L_i/2} \int_{x_{0j}-L_j/2}^{x_{0j}+L_j/2} S_{\ddot{U}_k\ddot{U}_l}(\omega) dx_l dy_k \quad (3.23)$$

De acuerdo a la ecuación (3.5) utilizada para obtener la función de densidad espectral cruzada entre las aceleraciones del terreno entre los puntos k y l , y debido a que las variables de integración en la expresión general (3.23) son las coordenadas de posición de dichos puntos sobre los ejes longitudinales de las bases de los muros i y j , la última ecuación se puede reescribir como

$$S_{\ddot{U}_{L_i}(\bar{x}_i)\ddot{U}_{L_j}(\bar{x}_j)}(\omega) = \sqrt{S_{\ddot{U}_k\ddot{U}_k}(\omega) \cdot S_{\ddot{U}_l\ddot{U}_l}(\omega)} \cdot \Lambda_{L_iL_j}(\omega), \quad (3.24)$$

donde

$$\Lambda_{L_iL_j}(\omega) = \frac{1}{L_iL_j} \int_{y_{0i}-L_i/2}^{y_{0i}+L_i/2} \int_{x_{0j}-L_j/2}^{x_{0j}+L_j/2} \gamma_{kl}(\omega) dx_l dy_k. \quad (3.25)$$

El coeficiente $\Lambda_{L_iL_j}(\omega)$ es función de la frecuencia y se denominará aquí como "factor de función de densidad espectral (FDE)", y será un indicador de la reducción de la función de densidad espectral de aceleración del terreno en los centros de gravedad de la base de los muros de longitud L_i y L_j por el efecto de promediación de intensidades. El factor de FDE es un coeficiente análogo a la función de varianza definida por Vanmarcke (1983) para evaluar la reducción de la varianza de un proceso aleatorio por efecto de la promediación de sus intensidades sobre un intervalo de tiempo.

Capítulo 4

SISTEMAS ESTRUCTURALES DE ESTUDIO

Los sistemas estructurales que se consideran como ejemplos de aplicación de la metodología desarrollada se muestran en la figura 4.1 y consisten de una losa rectangular rígida apoyada sobre: (1) cuatro columnas, (2) nueve columnas y (3) cuatro muros ubicados en el perímetro de la losa. Los casos de estudio se denominan como SE4, SE9 y SEM, respectivamente.

El comportamiento dinámico de estos sistemas depende de tres parámetros: (a) la relación de rigideces laterales en las direcciones X y Y, $\lambda=K_X/K_Y$, (b) la relación de aspecto de la losa, $r=b/a$, y (c) el periodo del modo de traslación lateral, T_v . Los análisis paramétricos de los tres modelos se realizan para valores de $\lambda=0.5$ y 1.0 , $r=0.5$ y 1.0 que representan sistemas estructurales de forma rectangular y cuadrada en planta, respectivamente, y para periodos T_v de 0.05seg a 10seg. Para todos los casos de estudio se consideran coeficientes

de amortiguamiento para los modos rotacional, ξ_{θ} , y de traslación, ξ_v , iguales al 5% del crítico.

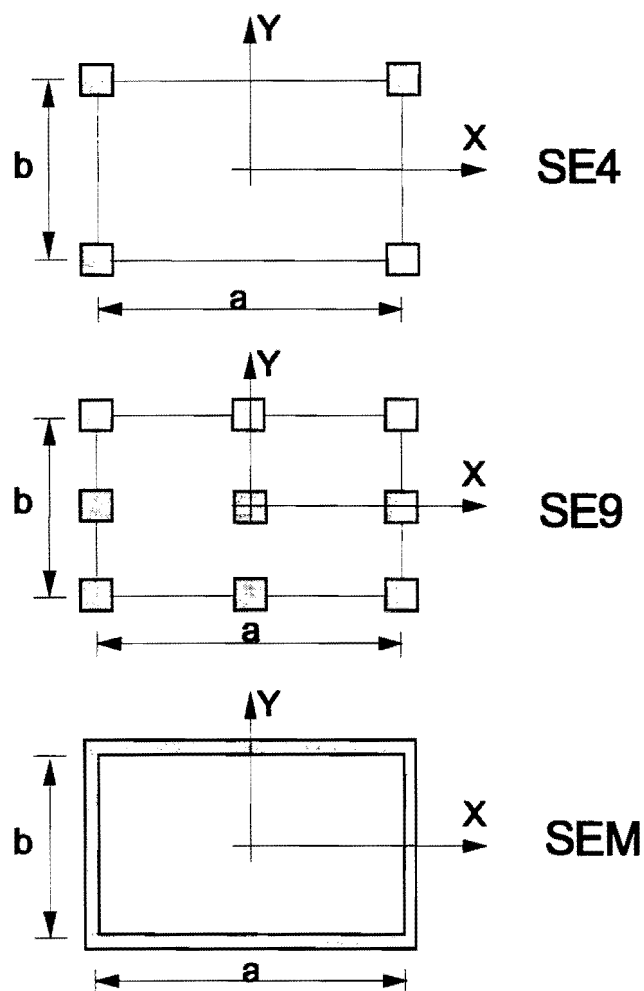


Figura 4.1. Sistemas estructurales de estudio: losa rígida sobre cuatro columnas (SE4), nueve columnas (SE9) y sobre cuatro muros perimetrales (SEM).

Para la evaluación de la excentricidad equivalente de acuerdo con la ecuación (2.52), es necesario calcular el cociente de la rigidez torsional, K_{θ} , entre la rigidez lateral en dirección Y , K_Y , de cada uno de los sistemas estructurales de estudio. De las ecuaciones (2.1) y (2.2), esta relación está dada por

$$\frac{K_{\theta}}{K_Y} = a^2 \left[\frac{r^2 \lambda}{N_X} \sum_{i=1}^{N_X} c_{y_i}^2 + \frac{1}{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} c_{x_j}^2 \right], \quad (4.1)$$

donde $c_{y_i} = y_i/b$ y $c_{x_j} = x_j/a$. De la ecuación (4.1) se obtiene que,

$$\frac{K_{\theta}}{K_Y} = \frac{a^2}{4} (1 + \lambda r^2) \quad (4.2)$$

para los sistemas SE4 y SEM, y

$$\frac{K_{\theta}}{K_Y} = \frac{a^2}{6} (1 + \lambda r^2) \quad (4.3)$$

para el sistema estructural SE9.

La relación de frecuencias circulares de vibración de los modos rotacional y de traslación lateral de la losa, $\Omega = \omega_{\theta}/\omega_v$, se obtiene de las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.3) y considerando el momento polar de inercia de la losa $I = Ma^2(1+r^2)/12$,

$$\Omega = \sqrt{\frac{\frac{r^2 \lambda}{N_X} \sum_{i=1}^{N_X} c_{y_i}^2 + \frac{1}{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} c_{x_j}^2}{(1+r^2)/12}} \quad (4.4)$$

El parámetro Ω también puede expresar la relación entre los periodos de traslación lateral y de rotación del sistema estructural, $\Omega=T_v/T_\theta$. Para los sistemas SE4 y SEM, la ecuación (4.4) resulta

$$\Omega = \sqrt{3 \frac{1 + \lambda r^2}{1 + r^2}}, \quad (4.5)$$

y para el modelo estructural SE9,

$$\Omega = \sqrt{2 \frac{1 + \lambda r^2}{1 + r^2}}. \quad (4.6)$$

Los sistemas estructurales se consideran sustentados en suelos blandos y firmes con periodos fundamentales de vibración de 1.25 seg y 0.4 seg, y amortiguamientos de 20% y 60%, respectivamente (tabla 3.1). Para evaluar la variación espacial del movimiento del terreno entre los apoyos de los elementos resistentes de cada modelo estructural, se han definido los siguientes parámetros de pérdida de coherencia y pérdida de fase, en función de la dimensión b de la losa.

$$\tau_{cb} = \frac{\eta b}{v_s} \quad \text{y} \quad \tau_{pb} = \frac{b}{\|\bar{v}\|}. \quad (4.7)$$

Los parámetros τ_{cb} y τ_{pb} tienen unidades de tiempo y pueden ser interpretados como los tiempos en que las ondas de corte con velocidad v_s/η y el tren de ondas sísmicas con velocidad aparente \bar{v} , cruzan la dimensión b del modelo estructural, respectivamente. A partir de estos parámetros se obtienen los valores de τ_{cij} y τ_{pij} , ecuación (3.3), del espectro

de coherencia del movimiento del terreno entre los apoyos i y j . Por ejemplo, si consideramos el modelo SE9 y un tren de ondas sísmicas incidiendo con un ángulo de inclinación ϕ respecto al eje X (figura 4.2),

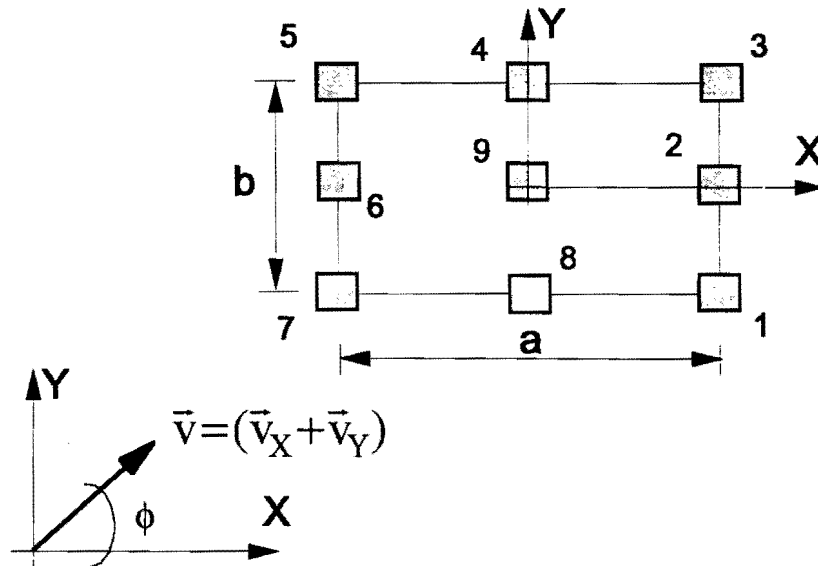


Figura 4.2. Sistema estructural SE9, con incidencia del tren de ondas sísmicas a un ángulo de inclinación ϕ respecto al eje X.

los parámetros en la ecuación (3.3) para los apoyos 1 y 5 resultan,

$$\tau_{c15} = \tau_{cb} \sqrt{\frac{1}{r^2} + 1}, \tag{4.8}$$

$$\tau_{p15} = \tau_{pb} \left(-\frac{1}{r} \cos \phi + \text{sen} \phi \right).$$

En el caso de incidencia del sismo paralela al eje Y, $\phi=90^\circ$, y entonces $\tau_{p15}=\tau_{pb}$. En los estudios paramétricos se consideran valores de $\tau_{cb}=0.02, 0.05$ y 0.10 , $\tau_{pb}=0.03$ para suelos blandos y $\tau_{pb}=0.01$ para suelos firmes. Estos valores de tiempos de cruce se definieron considerando estructuras con dimensiones típicas en planta y los siguientes valores medios:

- a) Velocidades de ondas de corte típicas para suelos blandos y firmes de 50m/seg y 100m/seg, respectivamente (Zeevaert, 1991).
- b) Velocidad aparente de propagación del tren de ondas sísmicas de 3000m/seg para suelos firmes y 1000m/seg para suelos blandos (Harichandran y Vanmarcke, 1986).
- c) Variación del factor de incoherencia η entre 0.1 y 0.5 (Luco y Wong, 1986).

En una primera fase de análisis se estudia la respuesta torsional de los tres sistemas estructurales sometidos a un sismo que incide paralelamente al eje Y. Después se evalúa el efecto de la promediación de las aceleraciones del terreno a lo largo de los ejes longitudinales de las bases de los muros, al considerar la interacción cinemática suelo-cimentación, en la respuesta del sistema estructural SEM. En la tercera fase de análisis se considera el efecto de la incidencia del tren de ondas sísmicas con ángulos de inclinación $\phi=0^\circ, 30^\circ$ y 60° respecto al eje X, para el caso del modelo SE9. Por último, las excentricidades normalizadas e/a para los modelos SE9 y SEM son obtenidas calculando el cortante basal máximo considerando movimiento del terreno con correlación perfecta para todos los apoyos, con el fin de comparar los resultados que se obtienen con los valores de excentricidad accidental establecidos en algunas Normas de Diseño por Sismo.

4.1 Resultados

4.1.1 Incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y.

En las figuras 4.3 a 4.8 se muestra la excentricidad "e" normalizada con respecto a la dimensión "a" del sistema estructural versus el periodo del modo de traslación T_v , para los tres sistemas estructurales de estudio y el caso de incidencia del sismo paralela al eje Y.

Los resultados obtenidos considerando suelos blandos se presentan en las figuras 4.3, 4.4 y 4.5 para valores de $\tau_{cb}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.03$, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.03$, y $\tau_{cb}=0.10$ y $\tau_{pb}=0.03$, respectivamente. En la figura 4.3 se observa que debido al valor reducido de incoherencia entre los movimientos del terreno, las excentricidades que se generan en los tres modelos de estudio son pequeñas, con valores máximos de hasta 6%. También se puede observar que el efecto de torsión es mayor en plantas rectangulares que en plantas cuadradas y que proporcionar el doble de rigidez lateral a los sistemas estructurales en el sentido de propagación de las ondas sísmicas, $\lambda=0.5$, no tiene un efecto significativo en la reducción de las excentricidades. Los valores máximos en plantas rectangulares se presentan en periodos próximos a 2seg para los sistemas SE4 y SEM y corresponden al 6%; para SE9 su valor máximo es de 4.8% en periodos cercanos a 0.2seg. Para modelos de forma cuadrada en planta, las máximas excentricidades son cercanas al 5% en periodos de 2seg para SE4 y SEM, y de 4.1% para estructuras rígidas con periodos cercanos a 0.2seg para SE9.

En la figura 4.4 se presentan los resultados para efectos de pérdida de coherencia mayores, $\tau_{cb}=0.05$, lo que equivale a aumentar las dimensiones del sistema, o a disminuir la velocidad de las ondas de corte, o a aumentar el factor de incoherencia η en el modelo del espectro de coherencia. Los gráficos muestran que el resultado de aumentar el efecto de pérdida de

coherencia es el de incrementar las excentricidades. Se puede observar que nuevamente el efecto de torsión es menor en plantas cuadradas que en rectangulares y que el cambio en la relación de rigideces laterales no introduce una variación significativa en los valores de excentricidad. Para los tres sistemas estructurales el parámetro de estudio tiene valores máximos en periodos cercanos a 2seg. Por ejemplo, para una planta rectangular ($r=0.5$) con relación de rigideces laterales $\lambda=0.5$ y para $T_v=2$ seg, la excentricidad es de 14.8% para SE4, de 10.2% para SE9 y 14.8% para SEM, siendo el efecto de torsión similar para los sistemas de cuatro columnas y muros perimetrales, y mayor que para el sistema SE9. Estas gráficas muestran también que para estructuras muy flexibles con periodos de vibración traslacional mayores de 5seg se desarrollan excentricidades menores que en el caso de estructuras rígidas y que para estas últimas con periodos menores a 0.3seg las excentricidades tienen poca variación.

Al incrementar aún más la pérdida de coherencia en los movimientos del terreno ($\tau_{cb}=0.10$) se obtienen, como podría esperarse, mayores efectos de torsión en todos los sistemas y para estructuras rígidas, digamos $T_v \leq 0.3$ seg, la excentricidad normalizada tiende a estabilizarse más rápidamente en el periodo. En la figura 4.5 se observa que las excentricidades máximas para SE4 y SEM son ahora alrededor de 25%, mientras que para SE9 es próxima a 20%, nuevamente para periodos cercanos a 2seg. Para plantas cuadradas los tres modelos desarrollan excentricidades iguales o menores a 10%, excepto para periodos próximos a 2seg con un valor máximo del 18% para SE4 y SEM y de 13% para SE9.

Como se observa en los resultados anteriores, para un modelo estructural específico los máximos efectos de torsión se pueden desarrollar tanto en estructuras flexibles como en estructuras rígidas, aún cuando en el último caso estos valores máximos son relativamente de pequeña magnitud. Los periodos de vibración lateral para los que resultan las excentricidades máximas dependen principalmente del índice de incoherencia y pérdida de fase en los movimientos sísmicos del terreno. Así, a medida que aumenta el tiempo de viaje de las ondas de corte τ_{cb} , las máximas excentricidades se presentan en periodos traslacionales alrededor de 2.2seg (SE4 y SEM) y 1.9seg (SE9). Estos valores corresponden a periodos del modo rotacional que son próximos al periodo característico de vibración del suelo (1.3seg). En la medida en que τ_{cb} se incrementa, la respuesta torsional de los sistemas se aproxima a aquella considerando movimientos del terreno en los apoyos estadísticamente

independientes. Consideremos la varianza de la componente dinámica del giro de la losa (ecuación 2.35) reescrita de la siguiente manera,

$$\sigma_{\theta^d}^2 = \sum_{i=1}^N a_{i\theta}^2 \sigma_{Z_{i\theta}}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{i\theta} a_{j\theta} \Gamma_{ij\theta} \sigma_{Z_{i\theta}} \sigma_{Z_{j\theta}} \quad (4.9)$$

Cuando $\tau_{cb} \rightarrow \infty$ el coeficiente de correlación $\Gamma_{ij\theta} \rightarrow 0$, los movimientos de los soportes tienden a ser estadísticamente independientes y, considerando condiciones uniformes del suelo en todos los apoyos, se obtiene

$$\sigma_{\theta^d}^2 \rightarrow \sigma_{Z_{\theta}}^2 \sum_{i=1}^N a_{i\theta}^2 \quad (4.10)$$

En la última ecuación se observa que el momento torsionante llega a ser proporcional a la varianza de la respuesta Z_{θ} de un oscilador modal con propiedades dinámicas del modo de rotación del modelo estructural sujeto a la aceleración del terreno en su base. Una expresión similar se puede obtener para la varianza del desplazamiento lateral dinámico. De la expresión 2.52 se obtiene entonces que la excentricidad se aproxima a un valor proporcional al cociente de las varianzas de las respuestas de los osciladores modales Z_{θ} y Z_v . Dado que la relación de frecuencias rotacional a traslacional, Ω , para los modelos analizados aquí siempre es mayor a la unidad (ecuaciones 4.4, 4.5 y 4.6) $\omega_{\theta} > \omega_v$, tal relación de varianzas modales alcanza su valor máximo cuando la frecuencia del modo de torsión es próxima a la frecuencia fundamental de la función de densidad espectral de aceleración del terreno. Por lo tanto, a medida que la pérdida de coherencia aumenta, los efectos de torsión adquieren su valor máximo en frecuencias torsionales localizadas en el rango de frecuencias características del suelo.

Cuando τ_{cb} y τ_{pb} decrecen a valores próximos a cero, los movimientos del terreno en los soportes tienden a ser perfectamente correlacionados y el parámetro espectral $\Gamma_{ij\theta} \rightarrow 1$. Para

este caso, la componente dinámica de la varianza del giro y por consiguiente el momento torsionante tienden a cero. Por otro lado, como $\Gamma_{ijv} \rightarrow 1$ la varianza del desplazamiento lateral dinámico se aproxima a la varianza del desplazamiento relativo de un oscilador simple con las propiedades del modo de traslación del sistema estructural (Capítulo 2, sección 6). Para sistemas rígidos con ω_v mucho mayor que la frecuencia dominante del suelo las varianzas anteriores son relativamente pequeñas. Como se observa en la figura 4.3, para valores pequeños de τ_{cb} se desarrollan excentricidades máximas en periodos cortos (menores de 0.5seg) que son del mismo orden de magnitud que aquellas para periodos cercanos a los periodos fundamentales del suelo. Estos resultados indican que para periodos cortos el cortante basal no únicamente es pequeño sino que decrece más rápidamente que el momento torsionante a medida que $\tau_{cb} \rightarrow 0$.

En las figuras 4.6, 4.7 y 4.8 se presentan los resultados obtenidos considerando suelos firmes para valores de $\tau_{cb}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.01$, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.01$, y $\tau_{cb}=0.10$ y $\tau_{pb}=0.01$, respectivamente. En la figura 4.6 se puede observar que aún para valores pequeños de incoherencia en los movimientos del terreno, en algunos casos la excentricidad normalizada tiene un valor relativamente importante. El efecto de torsión es mayor en plantas rectangulares que en plantas cuadradas para estructuras con periodos mayores a 0.125seg y para periodos menores a 0.125seg no existe una diferencia significativa. En el caso de los modelos SE4 y SEM se obtienen los valores máximos para estructuras con relación de rigideces laterales igual a 0.5: 13% para plantas cuadradas y 12% para plantas rectangulares, ambos para sistemas rígidos con periodos cercanos a 0.1seg. Para SE9 se presentan valores máximos de 13% para ambas formas en planta también con periodos de 0.1seg.

La respuesta torsional de los modelos de estudio considerando mayores efectos de incoherencia ($\tau_{cb}=0.05$) se presentan en la figura 4.7, en la que se observa un aumento generalizado de las excentricidades normalizadas. El efecto torsional es mayor en plantas rectangulares que en aquellas de forma cuadrada para periodos mayores de 0.3seg, y para periodos menores que este valor no existen variaciones significativas, excepto para el caso de SE4 y SEM con $\lambda=0.5$ en que existen diferencias del orden del 2%. El valor máximo se presenta para la planta rectangular del modelo SEM con mayor rigidez lateral en la dirección de propagación de las ondas sísmicas y es igual a 20% para $T_v=0.7$ seg. Los sistemas SE4 y SE9 desarrollan valores máximos de 19% para plantas rectangulares y periodo de 0.7seg, y 17.5% para plantas cuadradas y periodo de 0.1seg, respectivamente.

Considerando $\tau_{cb}=0.10$ las excentricidades se incrementan (figura 4.8), obteniéndose un comportamiento general muy similar al caso anterior. Los valores máximos son del orden de: (1) 24% para periodos cercanos a 1.0seg, modelo SE4 de planta rectangular, (2) 22% para un periodo de 0.15seg, modelo SE9 de planta cuadrada, y (3) 25.5% para periodos de aproximadamente 1.0seg, modelo SEM de planta rectangular. Los efectos de torsión son mayores para modelos rectangulares en periodos superiores a 0.5seg, y para estructuras rígidas con $T_v < 0.5$ seg las plantas cuadradas tienen valores de e/a superiores a aquellos de forma rectangular de hasta 4.5% para SE4 ($\lambda=0.5$), 3% para SE9 ($\lambda=0.5$) y 4% para SEM ($\lambda=0.5$).

En las figuras 4.6 a 4.8 se observa también que a medida que el grado de incoherencia entre los movimientos del terreno en los apoyos aumenta, las excentricidades máximas se presentan en periodos torsionales que se encuentran en el rango de periodos dominantes del suelo. Las excentricidades pico se presentan para estructuras rígidas con periodos traslacionales cortos, de 0.7seg a 0.9seg (SE4 y SEM) y de 0.6seg a 0.7seg (SE9), correspondiendo a periodos torsionales entre 0.4seg y 0.5seg que coinciden con el rango de periodos dominantes de este tipo de suelo. Por otro lado, al igual que para el caso de suelos blandos, cuando los movimientos en los apoyos tienden a tener mayores grados de correlación ($\tau_{cb} \rightarrow 0$), las excentricidades en sistemas rígidos (i.e. periodos menores a 0.3seg), aún cuando relativamente pequeñas, pueden ser mayores o del mismo orden de magnitud que aquellas para periodos rotacionales en el rango de los periodos dominantes del suelo.

Los resultados obtenidos para cada par de parámetros de pérdida de coherencia y pérdida de fase, τ_{cb} y τ_{pb} , se pueden utilizar para comparar la respuesta torsional de sistemas con diferente relación de aspecto r , tomando en cuenta que para los mismos valores de τ_{cb} y τ_{pb} la dimensión "b" de la losa es la misma para ambos modelos de estudio. Así, un sistema estructural con $r=0.5$ tendrá una dimensión "a" perpendicular a la incidencia del tren de ondas sísmicas, una vez mayor que aquellos modelos con relación de aspecto unitaria (forma cuadrada en planta). Bajo estas consideraciones, para cualquier rigidez lateral los modelos con planta rectangular tienen una mayor rigidez torsional (ecuaciones 4.2 y 4.3), pero la separación más grande entre sus apoyos indica mayores pérdidas de coherencia, y, por consiguiente, menor correlación entre los movimientos del terreno en sus apoyos. Cabe mencionar que, para una misma excitación, una mayor rigidez torsional implica un menor giro del sistema estructural. En el caso de los modelos de estudio sobre suelos blandos

(figuras 4.3, 4.4 y 4.5) los efectos de torsión son siempre mayores para sistemas rectangulares en planta que para aquellos de forma cuadrada; para suelos firmes, la respuesta estructural es similar a la anterior excepto para sistemas rígidos en los que las excentricidades son mayores para modelos de forma cuadrada. Estos resultados muestran la influencia de las condiciones locales del suelo puesto que el efecto de la pérdida de correlación entre los movimientos de los apoyos en la respuesta varía de manera diferente con el periodo de vibración de la estructura y con el tipo de suelo. Las figuras 4.9 y 4.10 muestran la variación del coeficiente de correlación de respuesta traslacional Γ_{ijv} con la frecuencia, para diferentes valores del tiempo de cruce τ_{cij} entre los apoyos i y j , y para condiciones de suelos blandos y firmes. Para efecto de comparar la variación de los coeficientes de correlación de respuesta al duplicar la distancia entre apoyos, las figuras 4.9 y 4.10 constan de los gráficos (a), (b) y (c) para valores de $\tau_{cij}=0.02$ y 0.04 , 0.05 y 0.10 , y 0.10 y 0.20 , respectivamente. En las figuras se observa que los coeficientes de correlación decrecen a medida que aumenta la distancia entre los apoyos (mayor incoherencia) y que esta pérdida de correlación no es uniforme con la frecuencia. Para suelos firmes (figura 4.9) se observa que cuando se duplica la distancia entre apoyos, se presenta un mayor índice de pérdida de correlación en el rango de pequeñas frecuencias en comparación con aquel para frecuencias altas. Por ejemplo, en la figura 4.9(c) se puede observar que cuando $\tau_{cij}=0.10$ la pérdida de correlación es poco significativa para frecuencias mayores a 4Hz comparada con aquella para frecuencias menores a 4Hz cuando la distancia entre apoyos es el doble y $\tau_{cij}=0.20$. Se puede notar también que el rango de frecuencias altas (periodos cortos) para los cuales la pérdida de correlación debida a grandes distancias entre los soportes llega a ser poco significativa con respecto a la presentada en frecuencias bajas, se incrementa con el aumento de τ_{cij} . Para $\tau_{cij}=0.02$ este rango inicia en frecuencias superiores a 10Hz (figura 4.9(a)), para $\tau_{cij}=0.05$ se presenta para frecuencias mayores a 7Hz (figura 4.9(b)) y para $\tau_{cij}=0.10$ el rango se amplía para frecuencias mayores a 4Hz (figura 4.9(c)). Así, los resultados para suelos firmes (figuras 4.6 a 4.8) indican que los efectos de torsión en sistemas estructurales de planta rectangular y cuadrada, dependen de su rigidez torsional si el periodo de vibración de los modelos es del orden de los periodos para los cuales la pérdida de correlación en los movimientos de los soportes debido a una mayor dimensión "a" es despreciable. Para el caso de estructuras sustentadas en suelos blandos la pérdida de correlación en los movimientos del terreno introducen mayores efectos torsionales en sistemas rectangulares, a pesar de la mayor rigidez rotacional que aquellos de forma cuadrada, debido a que la pérdida de correlación entre los movimientos del terreno en los

soportes son siempre significativos en todo el rango de frecuencias y se incrementa al aumentar la distancia entre apoyos (figura 4.10).

Comparando los resultados obtenidos para suelos blandos y firmes se puede notar que en el caso de estructuras flexibles sustentadas en suelos blandos se desarrollan excentricidades que son considerablemente mayores que para estructuras rígidas, mientras que para estructuras rígidas en suelos firmes se presentan los máximos efectos de torsión. En ambos casos, los valores más pequeños de excentricidad se presentan para el modelo de nueve columnas, debido a que la cercanía entre sus apoyos aumenta la correlación entre sus respectivos movimientos. El comportamiento torsional de los sistemas SE4 y SEM son muy similares entre sí para los casos analizados, ya que poseen la misma relación de rigideces K_{θ}/K_Y y el mismo número de puntos en que se consideran los movimientos del terreno.

4.1.2 Interacción cinemática suelo-cimentación.

En el caso en que los elementos resistentes del sistema estructural son muros se ha considerado la interacción cinemática entre el suelo y la cimentación. En el cálculo de la respuesta del modelo de estudio SEM (presentada anteriormente) se utilizó la aceleración del terreno en el centro de gravedad de la base de los muros suponiendo que ésta es igual al promedio de las aceleraciones a lo largo de sus ejes longitudinales (Capítulo 3, sección 5).

Para evaluar el efecto de la interacción entre el suelo y la estructura, se ha comparado la respuesta del modelo de estudio SEM con aquella obtenida considerando aceleraciones del terreno "puntuales" en los centros de gravedad de la base de los muros. En las figuras 4.11 y 4.12 se muestran las excentricidades normalizadas obtenidas para el caso estructural más desfavorable aquí analizado ($\lambda=0.5$ y $r=0.5$), y aquellas obtenidas sin considerar el promedio de las aceleraciones del terreno para valores de tiempo de tránsito de las ondas de corte $\tau_{cb}=0.02, 0.05, 0.10$ y para suelos blandos y firmes, respectivamente. En las figuras se puede observar que el efecto de considerar la interacción es el de reducir la respuesta torsional de

las estructuras, debido a que dicho efecto tiende a uniformizar los movimientos sísmicos del terreno en los apoyos. Esta reducción de la respuesta se presenta en todos los casos para estructuras rígidas con periodos cortos (frecuencias altas de vibración). A medida que aumenta el tiempo que tardan las ondas de corte para cruzar la dimensión de la estructura en la dirección de incidencia del sismo, el intervalo de periodos donde el efecto es significativo se incrementa y la impotancia de tal reducción es mayor. Para la condición de suelos blandos, el efecto de la promediación de las aceleraciones del terreno en la base de los muros es poco significativo.

En las figuras 4.13 y 4.14 se presentan los factores de FDE ($\Lambda_{LiLj}(\omega)$, ecuación 3.25) y las correspondientes funciones de densidad espectral de Kanai-Tajimi modificadas por el efecto de promediación, para un muro paralelo al eje Y de dimensión longitudinal "b". Las curvas se muestran para valores de pérdida de coherencia $\tau_{cb}=0.02, 0.05$ y 0.10 , y para condiciones de suelo blando ($\tau_{pb}=0.03$) y suelo firme ($\tau_{pb}=0.01$). Los gráficos de los factores $\Lambda_{LiLj}(\omega)$ muestran que el efecto de promediación es más significativo para frecuencias altas, y que el factor de FDE se reduce a medida que se incrementa el tiempo de cruce de las ondas de corte. Estos resultados tienen poca influencia en la función de densidad espectral de sitio para suelos blandos (figura 4.13) y por consiguiente en la respuesta torsional del modelo SEM; la frecuencia característica de este tipo de suelos no cambia de posición debido a que se localiza en la zona de frecuencias bajas donde el efecto de promediación es poco significativo. Para suelos firmes se tienen reducciones más importantes en el rango de frecuencias altas y ligeras modificaciones de su frecuencia característica a medida que aumenta la pérdida de coherencia (figura 4.14).

4.1.3 Incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ .

Los resultados de la tercera fase de análisis en que se estudia la respuesta torsional del modelo SE9 considerando incidencias del tren de ondas sísmicas para ángulos $\phi=0^\circ, 30^\circ$ y 60° con respecto al eje X, se presentan en las figuras 4.15 a 4.22. En las figuras 4.15 a 4.17

y 4.19 a 4.21 se muestran los gráficos de excentricidad normalizada medida en dirección paralela al eje X, e/a , versus el periodo de vibración del modo traslacional, T_v , para las tres incidencias del sismo. Con fines comparativos, en las gráficas se incluyen los resultados obtenidos en la primera etapa de análisis en la cual el sismo incide paralelamente al eje Y, ($\phi=90^\circ$). En las figuras 4.18 y 4.22 se muestra la variación del coeficiente de correlación Γ_{ijv} para diferentes valores de τ_{pb} y para suelos blandos y firmes, respectivamente. Cabe recordar que la excentricidad normalizada de estudio se obtiene a través del cortante basal en dirección Y del sistema, que dependerá únicamente del desplazamiento lateral de la losa debido a la componente del sismo en la misma dirección.

Los resultados para suelos blandos se presentan en las figuras 4.15, 4.16 y 4.17, para $\tau_{cb}=0.02$, 0.05 y 0.10, y $\tau_{pb}=0.03$, respectivamente. En la figura 4.15 se observa que la configuración de las curvas e/a vs. T_v para las tres incidencias del sismo es similar a la obtenida en la primera fase de análisis (incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y, $\phi=90^\circ$): todas las excentricidades tienen magnitudes relativamente pequeñas, el incremento de la rigidez en la dirección Y no contribuye a disminuir los valores de e/a ; y se desarrollan valores máximos en periodos próximos a 0.3seg y 2seg en plantas rectangulares y en 0.2seg en plantas cuadradas. La excentricidad máxima para estructuras de planta rectangular (figura 4.15a) se presenta para el caso de $\lambda=0.5$ y es igual a 6.4% para incidencia del sismo paralela al eje X, $\phi=0^\circ$, 6% para $\phi=30^\circ$ y de 5.2% para $\phi=60^\circ$. Las últimas cantidades comparadas contra el 4.8% obtenido para $\phi=90^\circ$ representan incrementos de 33%, 25% y 8%, respectivamente, indicando que se desarrollan los valores máximos para la incidencia del sismo en la misma dirección en que se miden las excentricidades. Los efectos de torsión inducidos al modelo con forma cuadrada en planta (figura 4.15b) tienen menores variaciones entre los diferentes ángulos de inclinación, obteniéndose para $\lambda=0.5$ y periodos cercanos a 0.2seg los máximos valores: 5.5% para $\phi=0^\circ$, 5.3% para $\phi=30^\circ$ y 4.5% para $\phi=60^\circ$, que representan incrementos de 31%, 26% y 7%, del máximo valor para $\phi=90^\circ$, respectivamente. Sin embargo, en este caso los altos porcentajes de incremento de la excentricidad normalizada que se presentan al disminuir el ángulo de incidencia del tren de ondas sísmicas pierden importancia dado que los valores del parámetro de estudio son pequeños.

En la figura 4.16 se observa que al considerar un mayor grado de incoherencia en los movimientos del terreno ($\tau_{cb}=0.05$) las excentricidades desarrolladas con los diferentes

valores de ϕ son muy similares, con pequeñas variaciones para estructuras rígidas con periodos menores a 0.4seg. Para plantas rectangulares y misma rigidez lateral en las direcciones X y Y se obtiene un valor máximo de 11.2% para $T_v=2$ seg y $\phi=0^\circ$, que es un incremento de 9% con respecto a $\phi=90^\circ$. En plantas cuadradas la excentricidad máxima es de 8.3% para el mismo periodo y ángulo de incidencia, en cuyo caso el incremento es del 18%. Para valores altos de incoherencia ($\tau_{cb}=0.10$) los resultados indican (figura 4.17) que los efectos de torsión no tienen variaciones significativas con los diferentes ángulos de incidencia del sismo, excepto para el caso de plantas cuadradas e igual rigidez lateral en las direcciones X y Y, donde se presenta un incremento máximo de 12% con respecto a los valores de e/a obtenidos con $\phi=90^\circ$ para estructuras rígidas con $T_v<0.4$ seg y la incidencia del sismo paralela al eje X.

En todos los casos de estudio se puede observar que a medida que se incrementa el ángulo de incidencia del tren de ondas sísmicas se reducen los valores de e/a; esto se debe a que se incrementa el cortante basal en dirección Y (por el respectivo aumento de la componente del sismo en la misma dirección), mientras que el momento torsionante inducido a la estructura presenta poca variación. Así, se tienen los máximos valores de excentricidad para $\phi=0^\circ$ (sismo paralelo al eje X), y los menores para la incidencia del sismo paralela al eje Y, $\phi=90^\circ$.

La variación en el ángulo de incidencia de un tren de ondas sísmicas modifica dentro del espectro de coherencia únicamente al parámetro de pérdida de fase (τ_{pij}), mientras que el tiempo de cruce de las ondas de corte (τ_{cij}) permanece constante. En la figura 4.18 se muestra la variación del coeficiente de correlación de respuesta Γ_{ijv} en suelos blandos con valores de $\tau_{pb}=0.002, 0.0075, 0.015, 0.03$ y 0.06 , para $\tau_{cb}=(a)0.02, (b)0.05$ y $(c)0.10$. Los valores límite de τ_{pb} corresponden al valor más pequeño y más grande de los parámetros de pérdida de fase entre los apoyos del sistema SE9 para los casos aquí analizados. En la figura 4.18a se observa que para un bajo nivel de incoherencia ($\tau_{cb}=0.02$) existen variaciones significativas entre las curvas del parámetro espectral Γ_{ijv} con diferente índice de pérdida de fase de los movimientos del terreno en los apoyos, mientras que a medida que τ_{cb} aumenta (figuras 4.18b y 4.18c) dichos cambios son más pequeños. Los resultados anteriores se reflejan directamente en los efectos de torsión inducidos al sistema estructural por la variación del ángulo de incidencia de la excitación previamente comentados: para movimientos del terreno altamente correlacionados se presentan cambios apreciables en las

excentricidades y para movimientos con menos correlación estas variaciones en el ángulo de incidencia no introducen cambios significativos de excentricidad.

En las figuras 4.19, 4.20 y 4.21 se presentan las excentricidades normalizadas para el caso de suelos firmes y valores de $\tau_{cb}=0.02$, 0.05 y 0.10, y $\tau_{pb}=0.01$, respectivamente. En los gráficos se puede observar que los resultados para $\phi=0^\circ$, 30° y 60° tienen la misma configuración que los obtenidos en la primera fase de análisis, donde las excentricidades son mayores para estructuras rígidas. La figura 4.19 muestra que aún para valores pequeños de incoherencia no existen diferencias significativas en los valores de e/a , salvo para $\lambda=1.0$ y $r=1.0$ en que se presentan pequeñas variaciones para estructuras rígidas con periodos menores a 0.4seg. El valor máximo de e/a se desarrolla para modelos de planta cuadrada ($\lambda=0.5$) y es igual al 14% para $\phi=0^\circ$, mientras que el máximo incremento con respecto al valor obtenido en la primer fase de análisis es de 18% pasando de 11.2% para $\phi=90^\circ$ a 13.2% para $\phi=0^\circ$ y corresponde a plantas cuadradas con relación de rigideces laterales igual a la unidad.

Para mayores incoherencias del movimiento del terreno (figuras 4.20 y 4.21), se obtiene una reducción generalizada entre los valores del parámetro de estudio obtenidos con los diferentes valores de ϕ , excepto para periodos menores a 0.5seg en los que se presentan incrementos del mismo orden o ligeramente mayores a los obtenidos para $\tau_{cb}=0.02$. El máximo valor de e/a y el máximo incremento se presentan para los mismos casos de la condición anterior: para $\tau_{cb}=0.05$ el valor máximo es de 19% y el máximo incremento es del 18%, y para $\tau_{cb}=0.10$ son de 23.8% y 20%, respectivamente.

A diferencia del sistema SE9 sobre suelo blando, en el caso de suelos firmes la variación de fase de los movimientos del terreno por el cambio del ángulo de incidencia no introduce cambios importantes del coeficiente de correlación de respuesta Γ_{ijv} , aún para pequeños valores de incoherencia (figura 4.22 a, b y c). Cabe mencionar que para movimientos del terreno con incoherencia reducida en suelos firmes, existe mayor variación de Γ_{ijv} para frecuencias superiores a 4Hz que en el caso de suelos blandos. Sin embargo los valores de Γ_{ijv} decrecen más rápido con el aumento de la frecuencia y tienen poca influencia en la respuesta estructural de los modelos analizados.

De los resultados obtenidos para suelos blandos y firmes se puede notar que: (a) en el caso de movimiento del terreno en suelos blandos con un alto grado de correlación se introducen variaciones significativas en los efectos de torsión inducidos por sismos con diferente ángulo de incidencia; sin embargo, estos efectos son de pequeña magnitud; en el caso de suelos firmes dichas variaciones no son significativas; (b) para efectos importantes de incoherencia, las excentricidades normalizadas para ambos casos no muestran variaciones significativas.

4.1.4 Excentricidades normalizadas máximas y excentricidades accidentales.

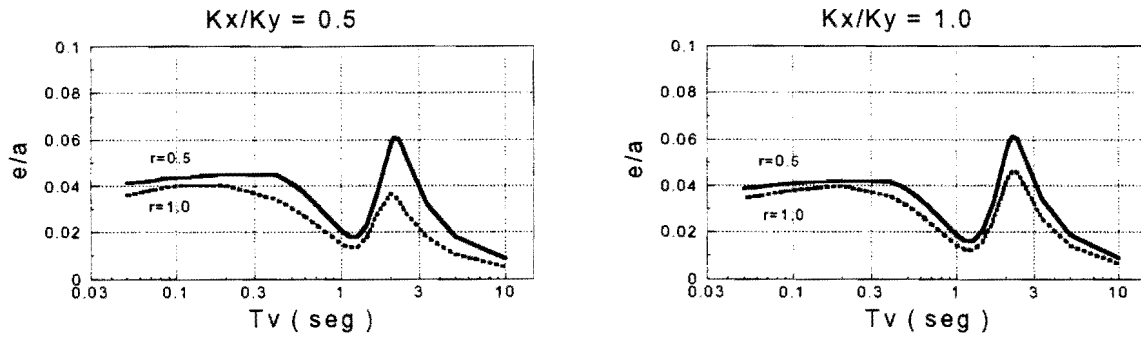
Las normas sísmicas de edificios sugieren que los momentos torsionantes de diseño sean considerados a través de un cortante basal equivalente aplicado a una distancia e_d del centro de rigidez, donde e_d es denominada excentricidad de diseño, y en el caso de sistemas estructurales simétricos corresponde únicamente a la excentricidad accidental especificada en dichos códigos. Por ejemplo, las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (D.D.F., México 1987) establecen un valor de excentricidad accidental de $0.1b$, donde b es la dimensión en planta del edificio perpendicular a la incidencia del sismo. Otros códigos como el Uniform Building Code (UBC, 1994) y el Applied Technology Council (ATC, 1978) recomiendan un valor de 5% de b .

Los valores máximos de excentricidad normalizada obtenidos en las anteriores etapas de estudio varían con las propiedades de rigidez y geometría de la estructura, además de las características de los suelos sobre las que se apoyan. En dichos análisis se obtuvieron valores máximos del orden de 26% (para el caso del modelo SEM con $\lambda=0.5$ y $r=0.5$, en ambas condiciones de suelo y $\tau_{cb}=0.10$). Sin embargo, cabe mencionar que el cortante basal en las normas de diseño se obtiene considerando movimiento uniforme del terreno en todos los apoyos estructurales.

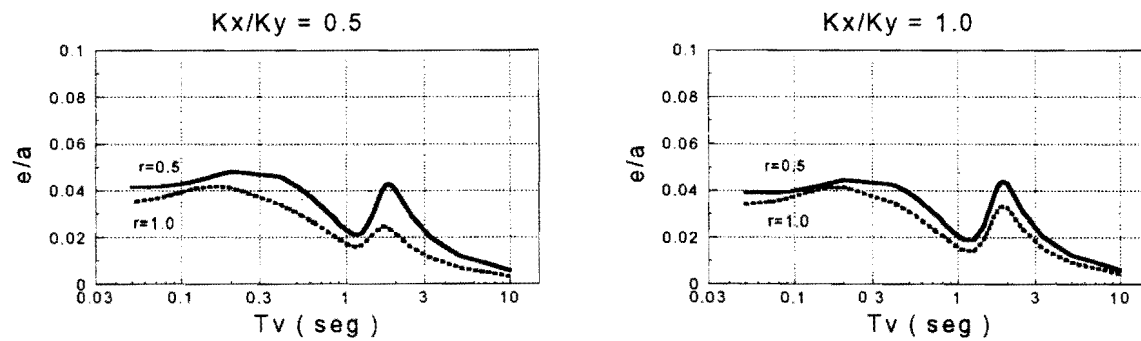
En las tablas 4.1 y 4.2 se muestran las varianzas del desplazamiento y giro dinámicos del sistema estructural SE9 (con relaciones $\lambda=1$ y $r=1$) para las condiciones de suelo blando y

firme, obtenidas para diferentes niveles de correlación en los movimientos del terreno. El cortante basal y el momento torsionante son proporcionales al desplazamiento lateral y giro del modelo estructural, respectivamente. En ambas tablas se puede observar que con la reducción del parámetro τ_{cb} , tendiendo a la condición de movimiento del terreno perfectamente correlacionado, los desplazamientos laterales aumentan y los giros de la losa se reducen, lo cual conducirá a menores excentricidades. Resultados similares también han sido obtenidos por Hao (1991) y Hahn y Liu (1994). Por lo tanto, para propósitos de comparación con las recomendaciones de los códigos de diseño las excentricidades normalizadas se calcularán a través de un cortante basal considerando movimiento del terreno perfectamente correlacionado (que en el análisis determinista equivale a movimiento uniforme en todos los apoyos), el cual balanceará al momento torsor debido a la variación espacial del movimiento sísmico del terreno. En las tablas 4.3 a 4.5 se muestran los valores pico que exceden el 5% de e/a para los sistemas SE9 y SEM. Se puede verificar que las excentricidades obtenidas ahora son menores a las calculadas en la primera fase de estudio donde tanto el cortante basal como el momento torsionante fueron evaluados considerando la variación espacial del movimiento del terreno. Las excentricidades desarrolladas exceden el valor de la excentricidad accidental de 5% establecido por UBC y ATC, y en algunos casos el 10% de las NTC para Diseño por Sismo del D.F. México. Por ejemplo, para sistemas rectangulares en planta soportados por columnas sobre suelo firme y con periodo torsional cercano al característico del suelo, se desarrollan excentricidades pico del orden de 13% y 14% para tiempos de tránsito de las ondas de corte $\tau_{cb}=0.05\text{seg}$ y 0.10seg , respectivamente; mientras que para sistemas rectangulares a base de muros y considerando $\tau_{cb}=0.05\text{seg}$ y 0.10seg , las excentricidades son del orden de 14% y 24% para suelo blando, y 17% y 19% para suelos firmes, respectivamente. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que las funciones de densidad espectral de aceleración del terreno utilizadas aquí no son necesariamente compatibles con los correspondientes espectros de diseño especificados en los códigos citados anteriormente.

Sistema estructural SE4



Sistema estructural SE9



Sistema estructural SEM

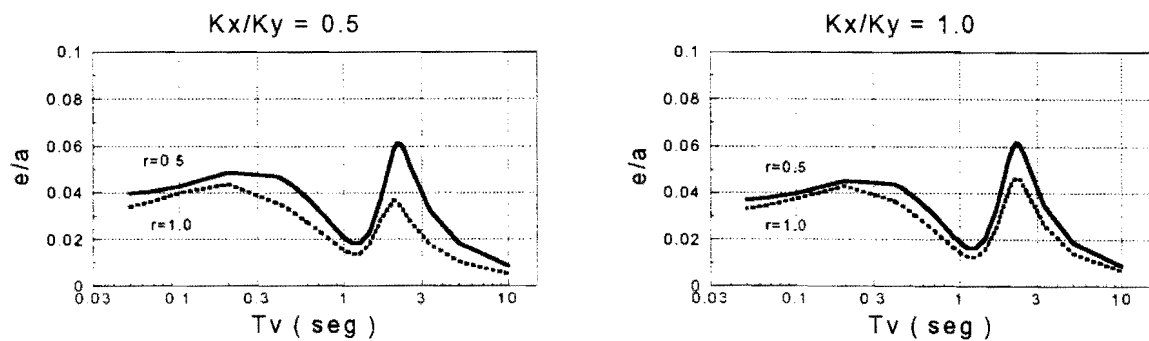
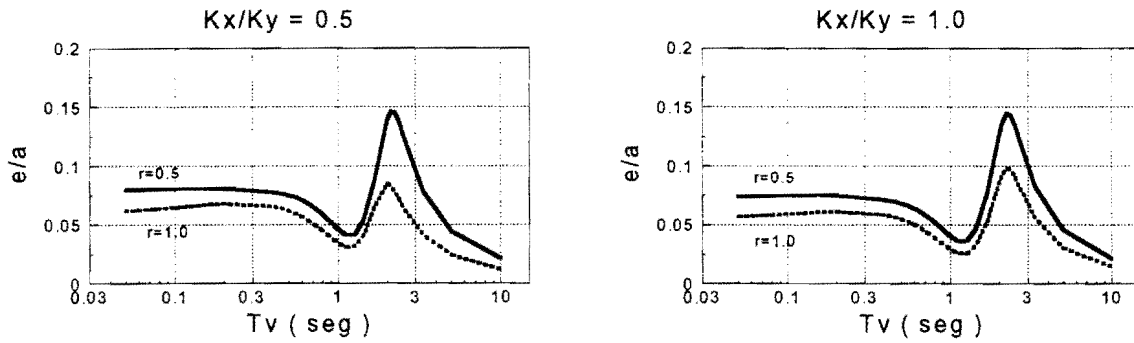
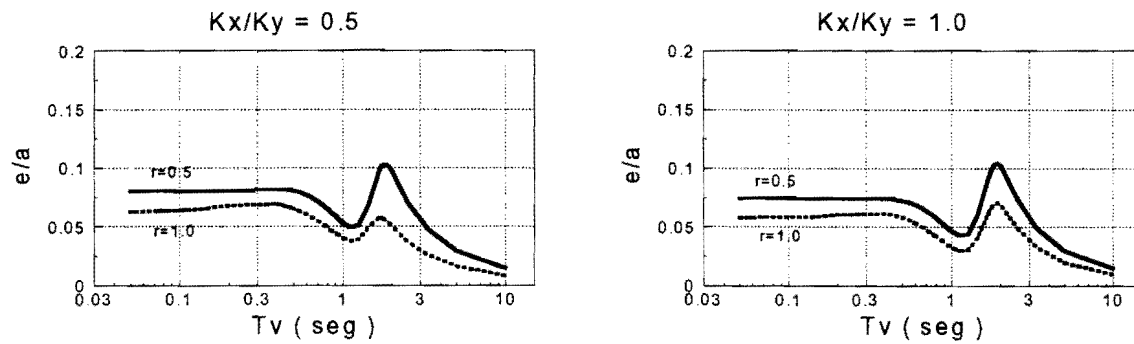


Figura 4.3. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo blando, $\tau_{cb}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.03$.

Sistema estructural SE4



Sistema estructural SE9



Sistema estructural SEM

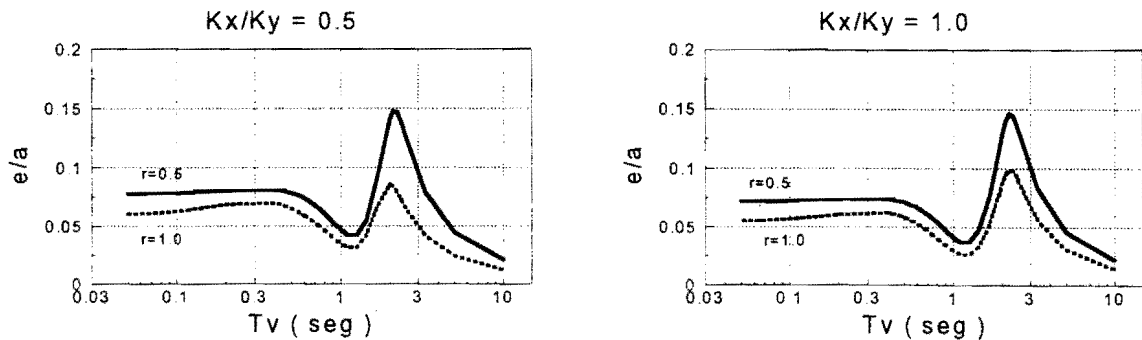
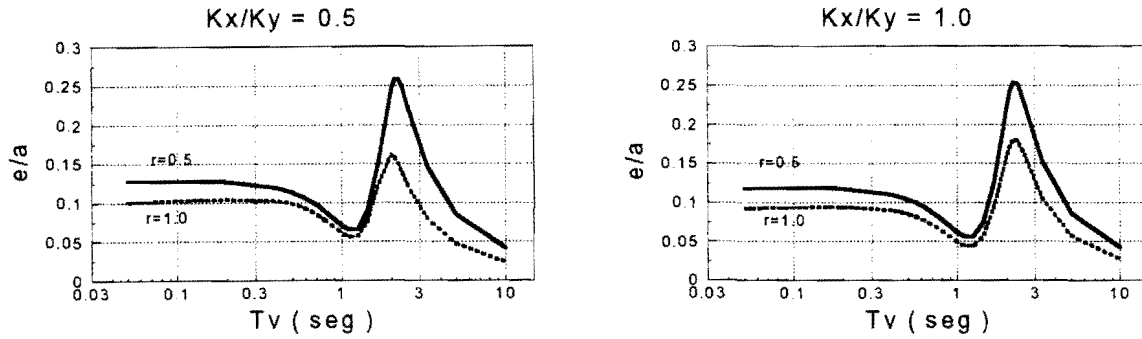
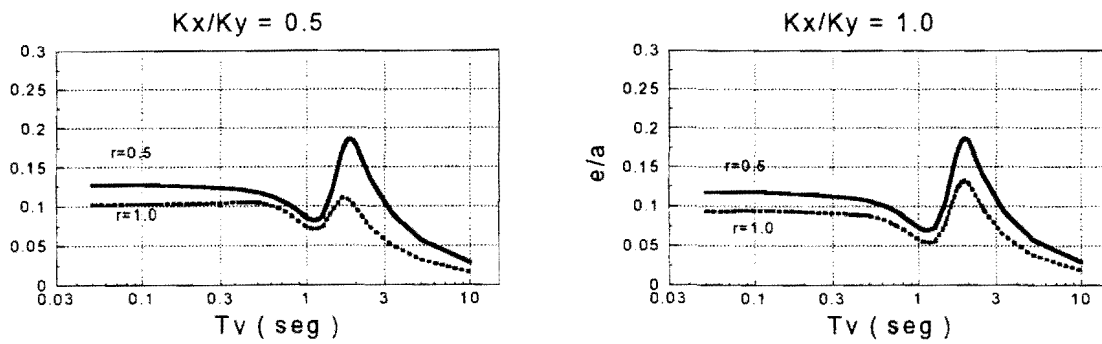


Figura 4.4. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo blando, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.03$.

Sistema estructural SE4



Sistema estructural SE9



Sistema estructural SEM

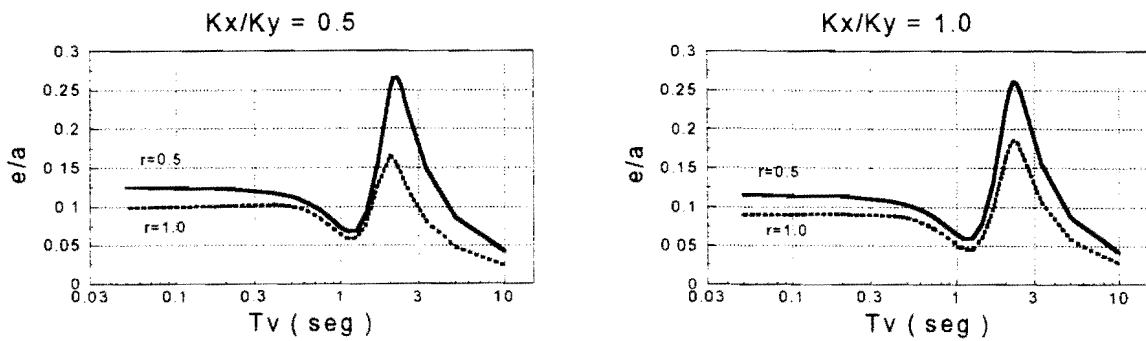
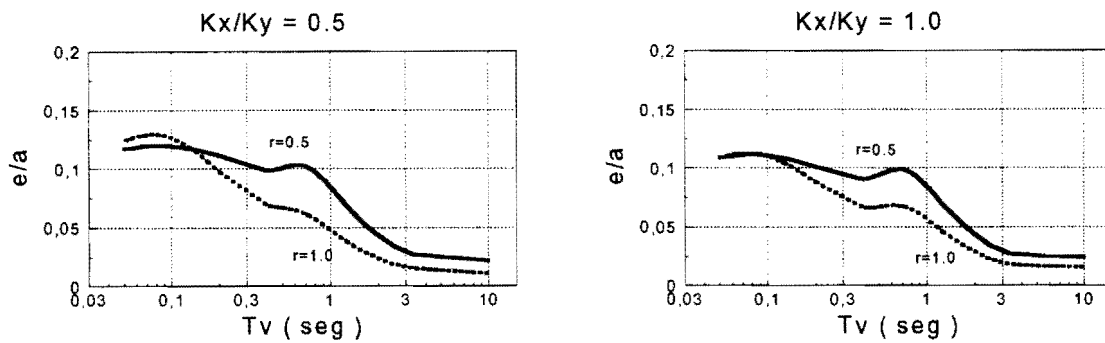
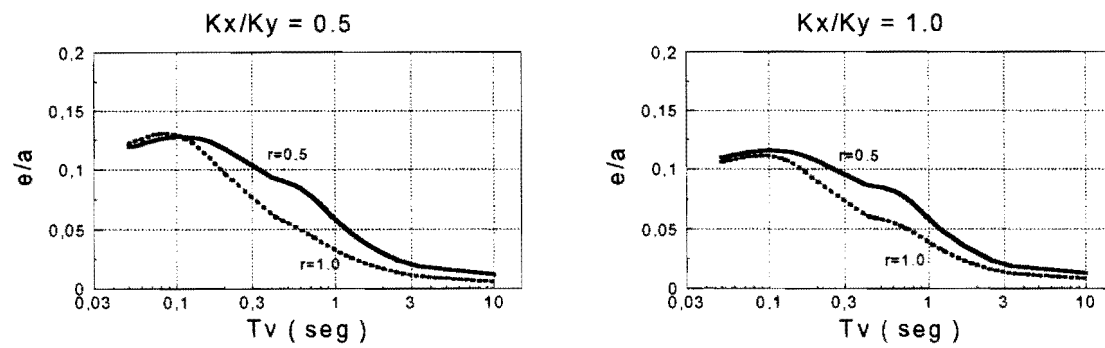


Figura 4.5. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo blando, $\tau_{cb}=0.10$ y $\tau_{pb}=0.03$.

Sistema estructural SE4



Sistema estructural SE9



Sistema estructural SEM

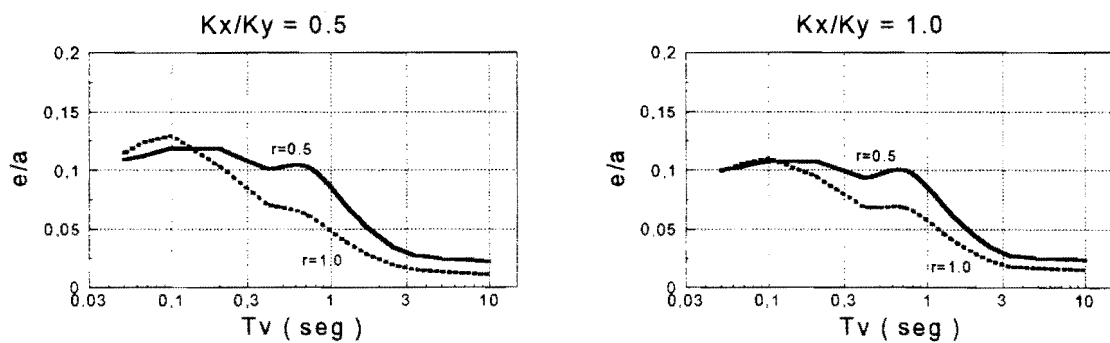
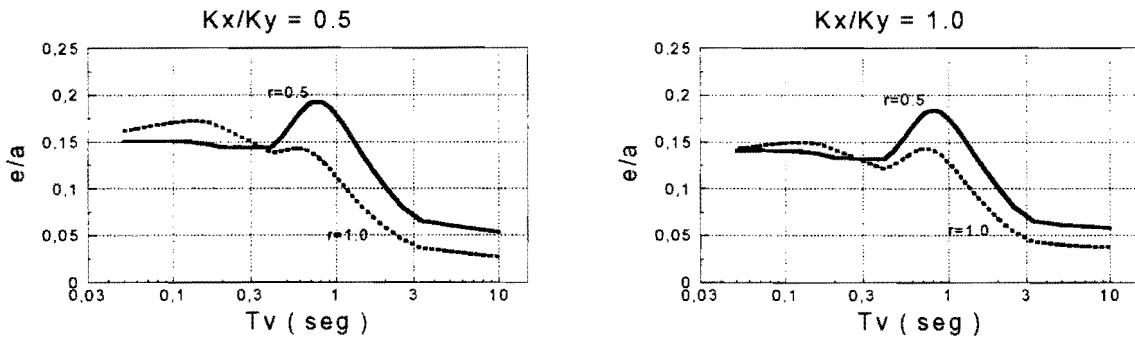
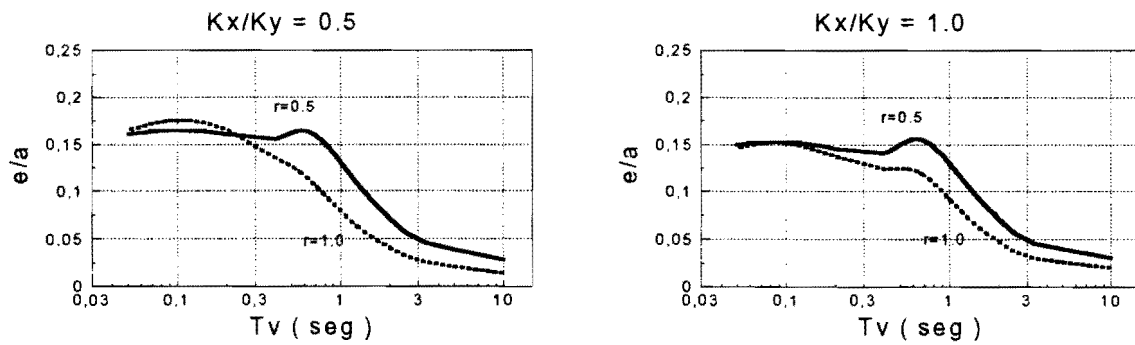


Figura 4.6. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo firme, $\tau_{cb}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.01$

Sistema estructural SE4



Sistema estructural SE9



Sistema estructural SEM

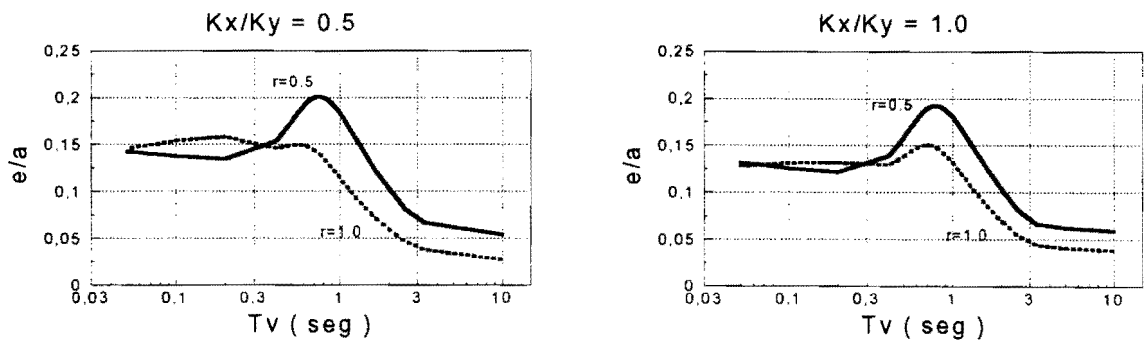
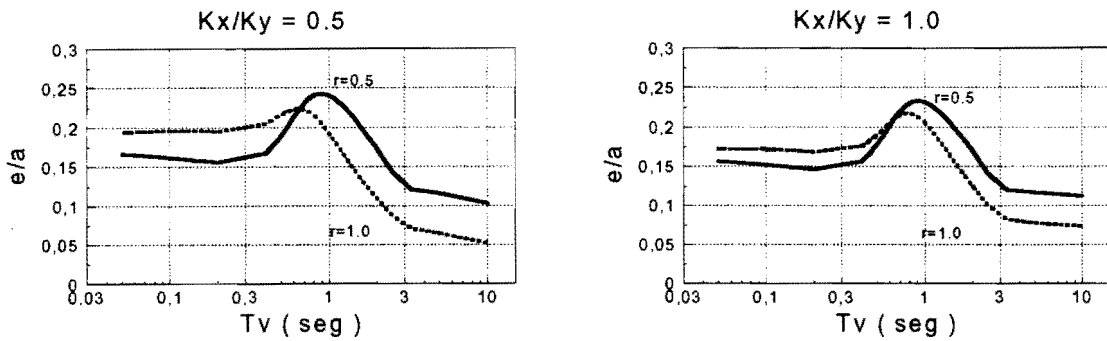
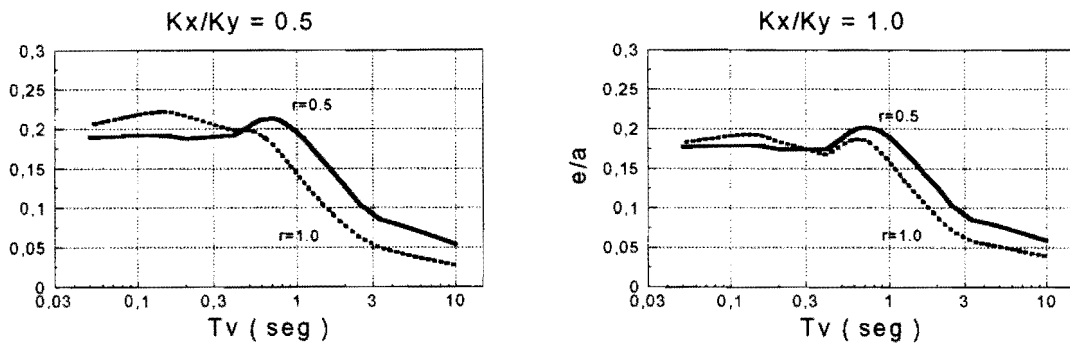


Figura 4.7. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo firme, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{ph}=0.01$.

Sistema estructural SE4



Sistema estructural SE9



Sistema estructural SEM

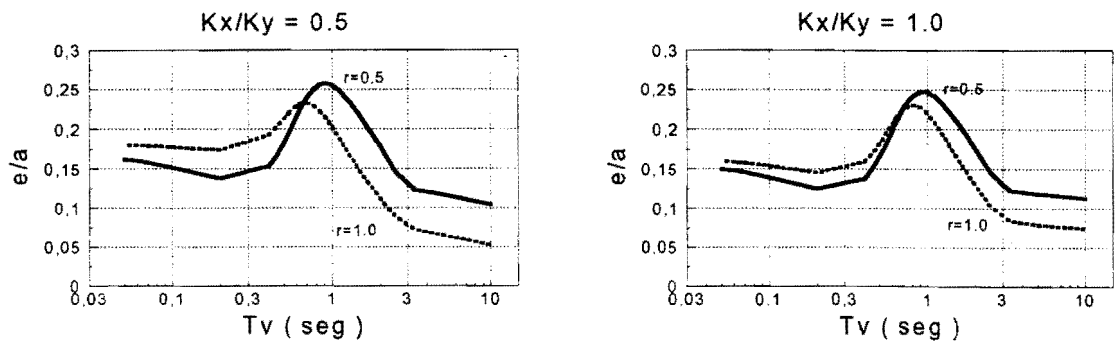


Figura 4.8. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para los 3 casos de estudio; incidencia del tren de ondas sísmicas paralela al eje Y; suelo firme, $\tau_{cb}=0.10$ y $\tau_{pb}=0.01$.

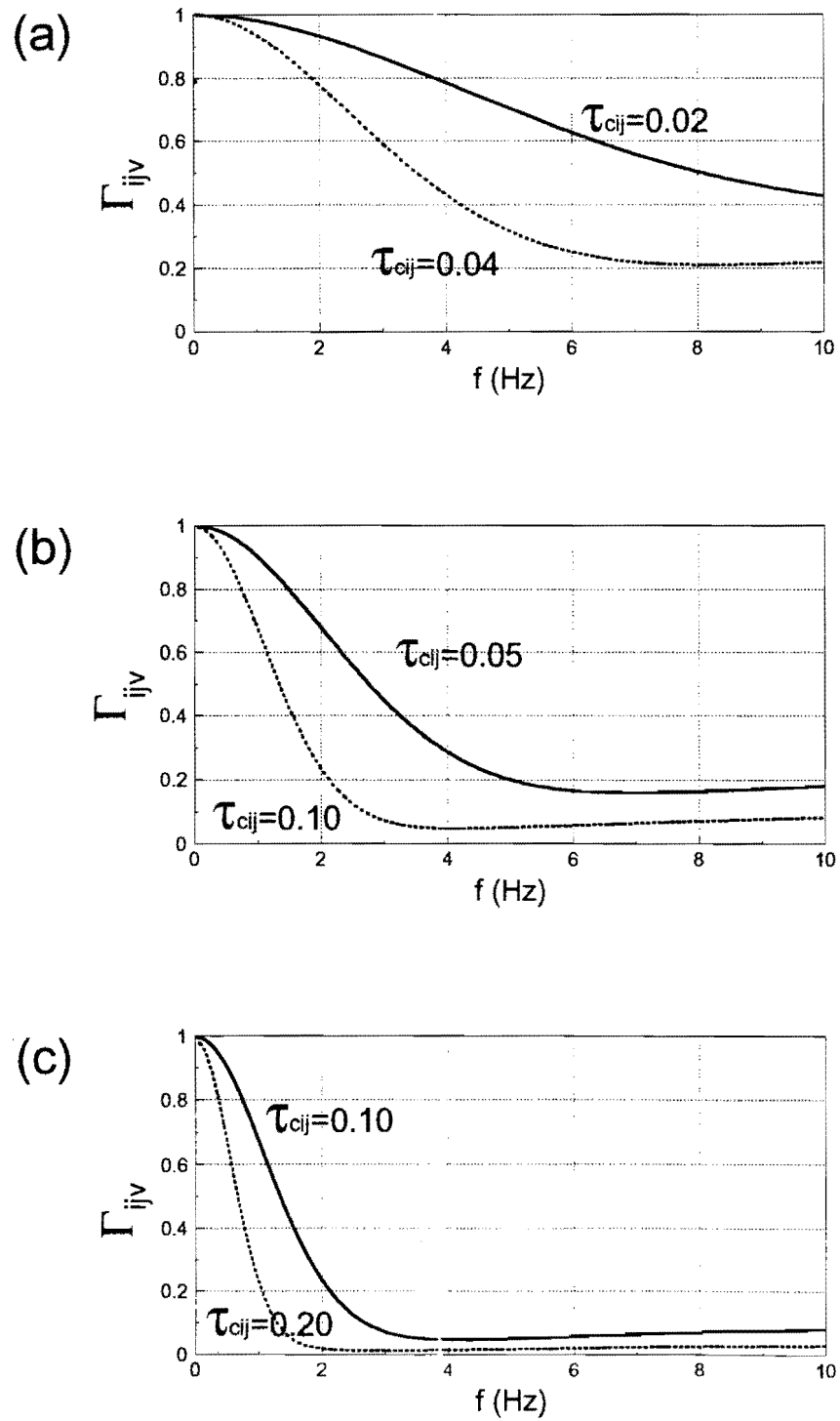


Figura 4.9. Coeficiente de correlación de respuesta Γ_{ijv} , para suelo firme ($\tau_{pij}=0.01$).

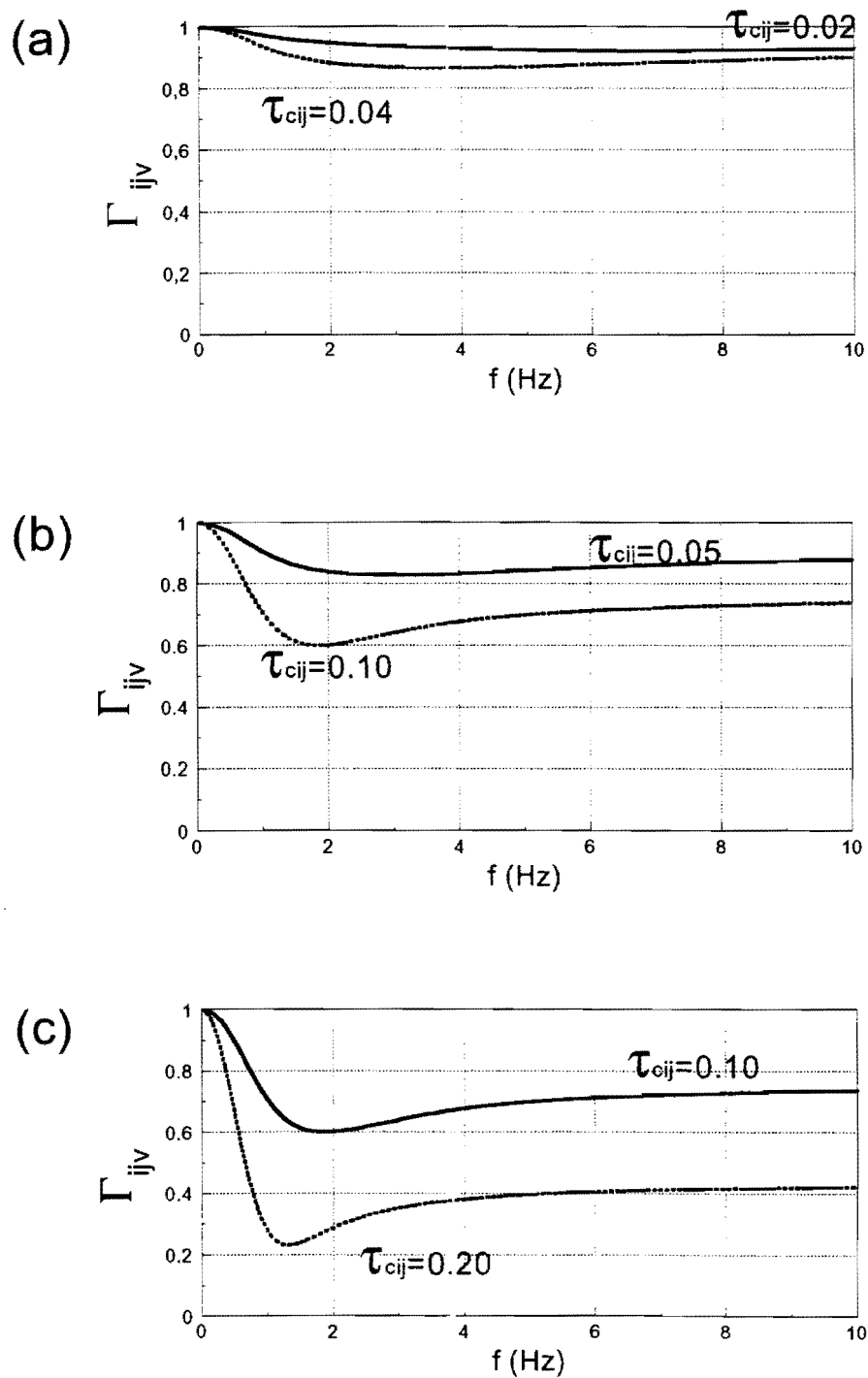


Figura 4.10. Coeficiente de correlación de respuesta Γ_{ijv} , para suelo blando ($\tau_{pij}=0.03$).

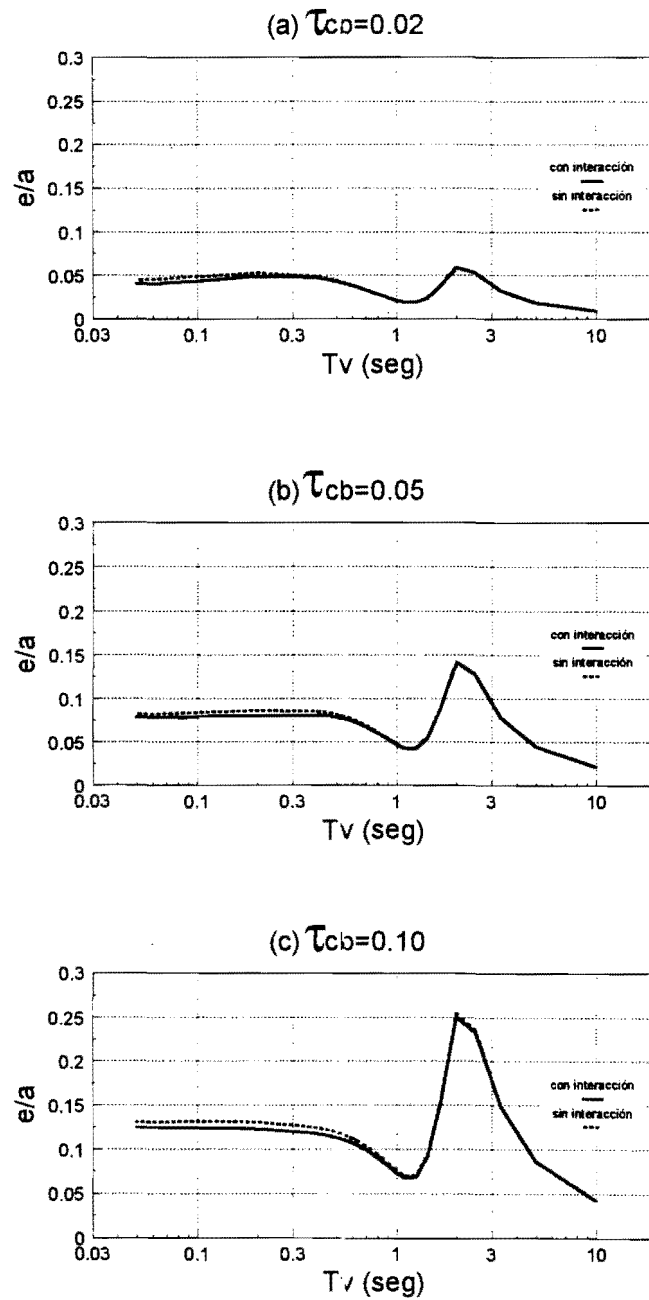


Figura 4.11. Excentricidades normalizadas obtenidas para el modelo SEM ($\lambda=0.5$ y $r=0.5$) con y sin considerar la interacción cinemática entre el suelo y la cimentación, para diferentes tiempos de tránsito de las ondas de corte. Suelos blandos ($\tau_{pb}=0.03$)

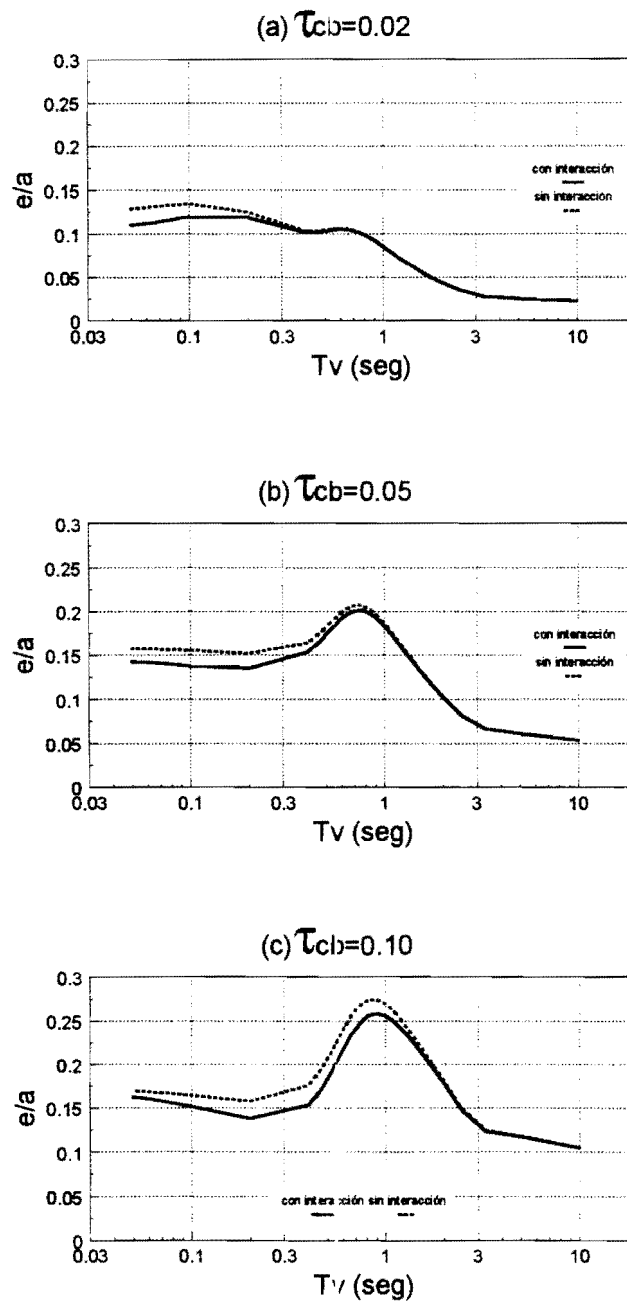


Figura 4.12. Excentricidades normalizadas obtenidas para el modelo SEM ($\lambda=0.5$ y $r=0.5$) con y sin considerar la interacción cinemática entre el suelo y la cimentación, para diferentes tiempos de tránsito de las ondas de corte. Suelos firmes ($\tau_{pb}=0.01$).

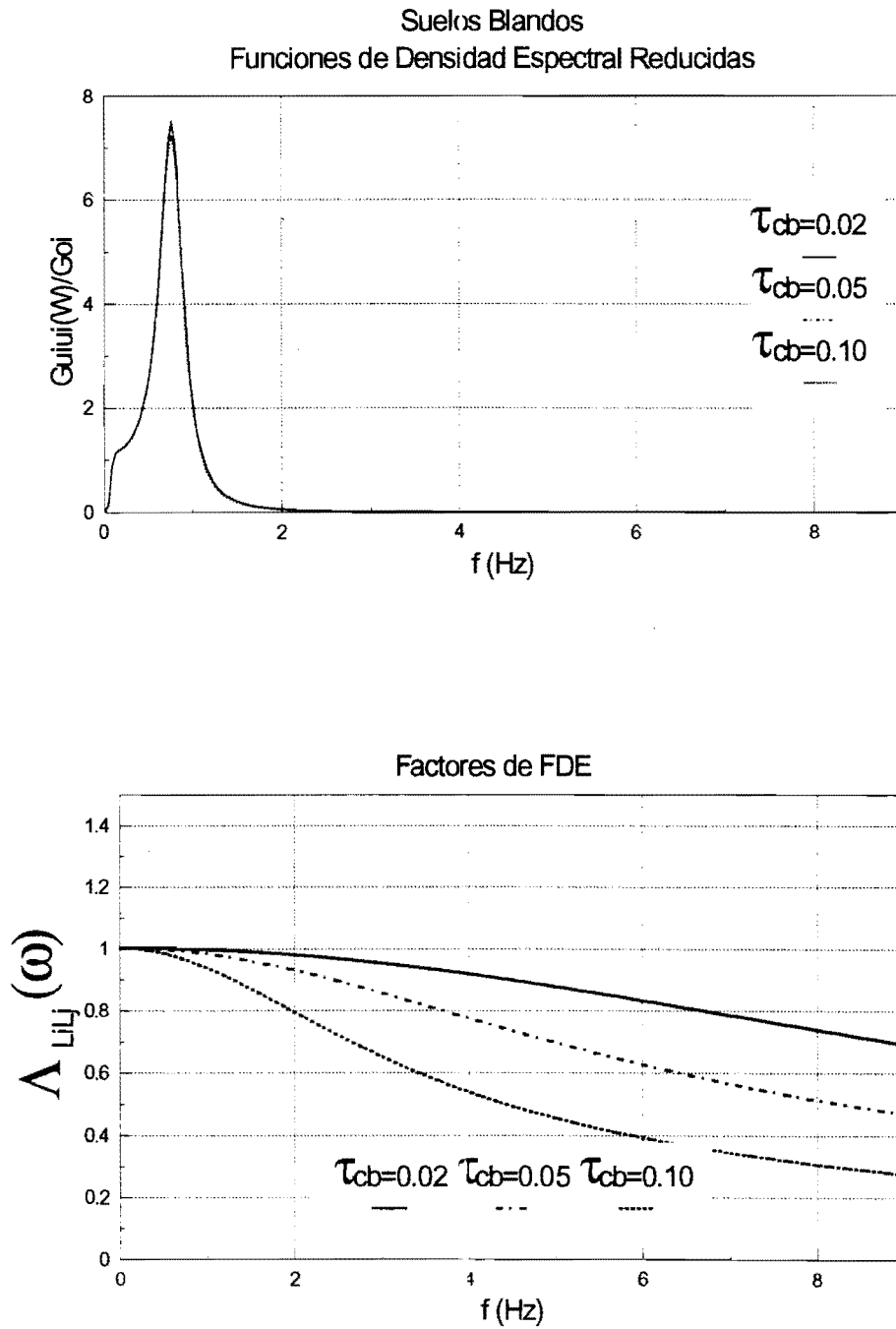


Figura 4.13 Factores de FDE $\Lambda_{Lij}(\omega)$ y funciones de densidad espectral de un solo lado de Kanai-Tajimi reducidas por el efecto de promediación, suelos blandos.

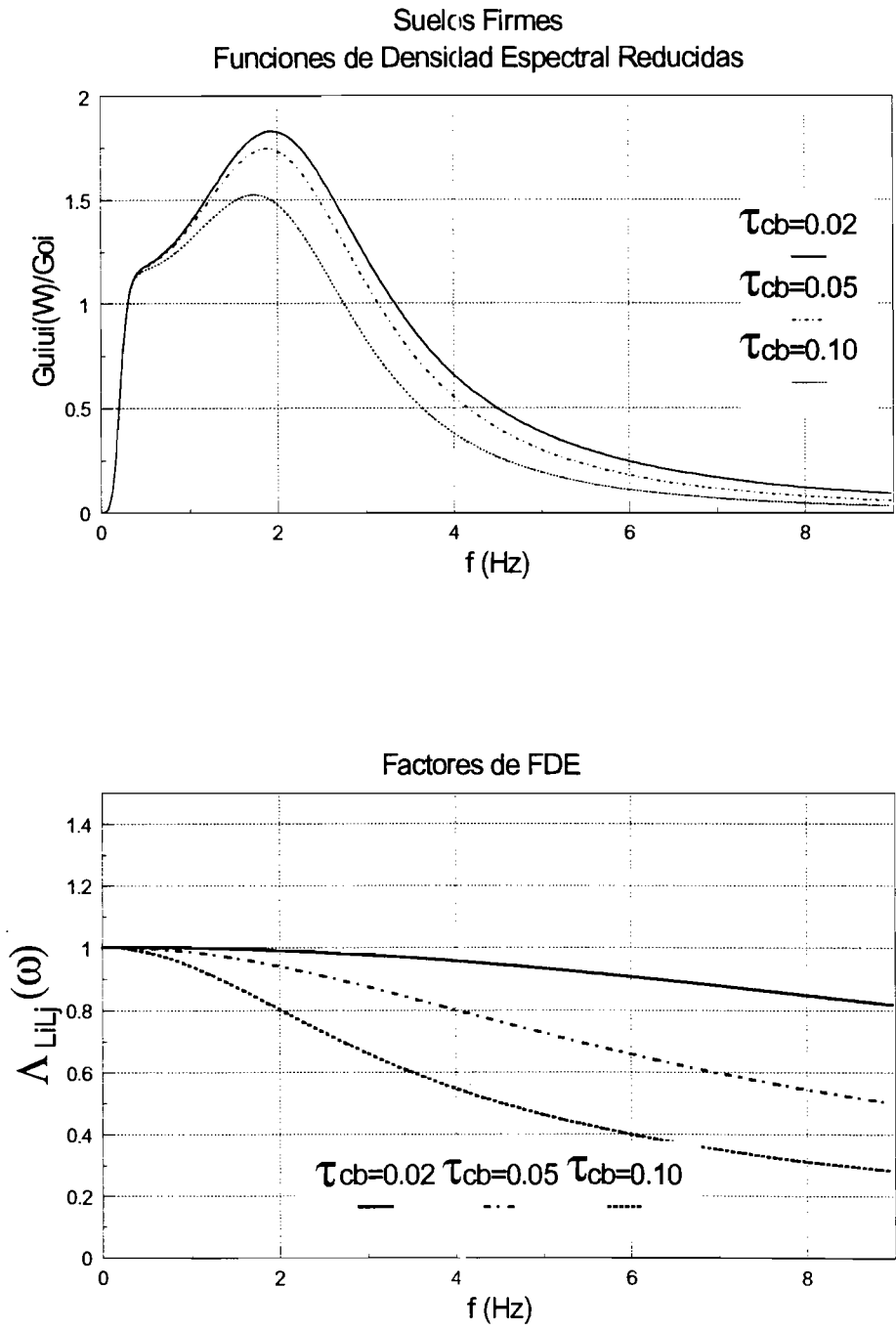
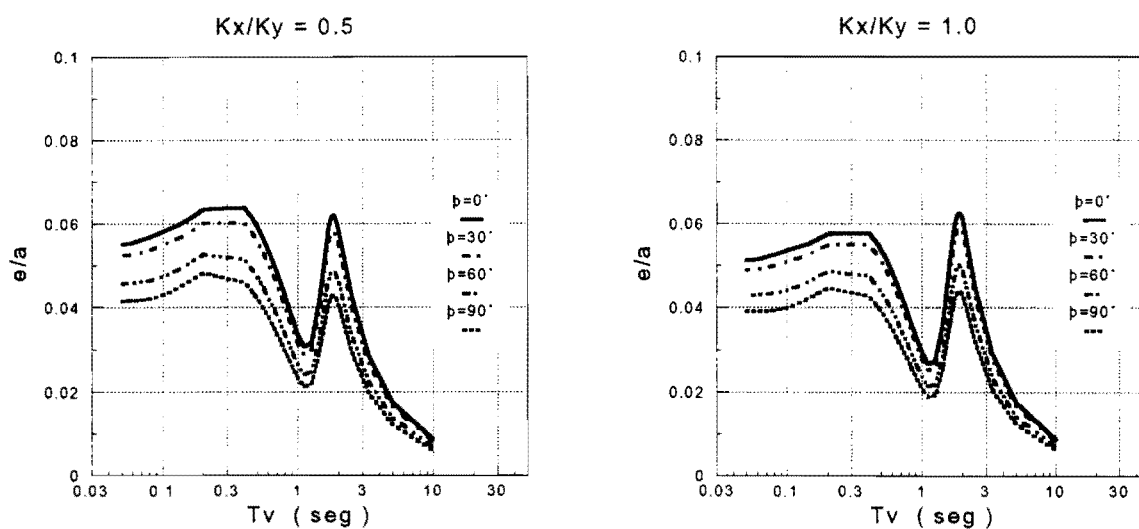


Figura 4.14 Factores de FDE $\Delta_{LiLj}(\omega)$ y funciones de densidad espectral de un solo lado de Kanai-Tajimi reducidas por el efecto de promediación, suelos firmes.

(a) $r = 0.5$



(b) $r = 1.0$

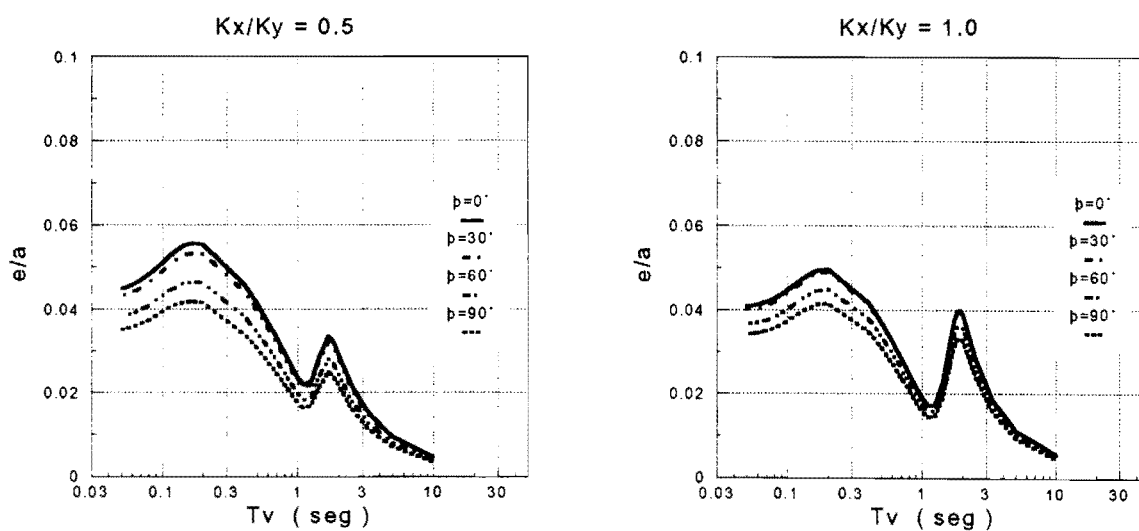
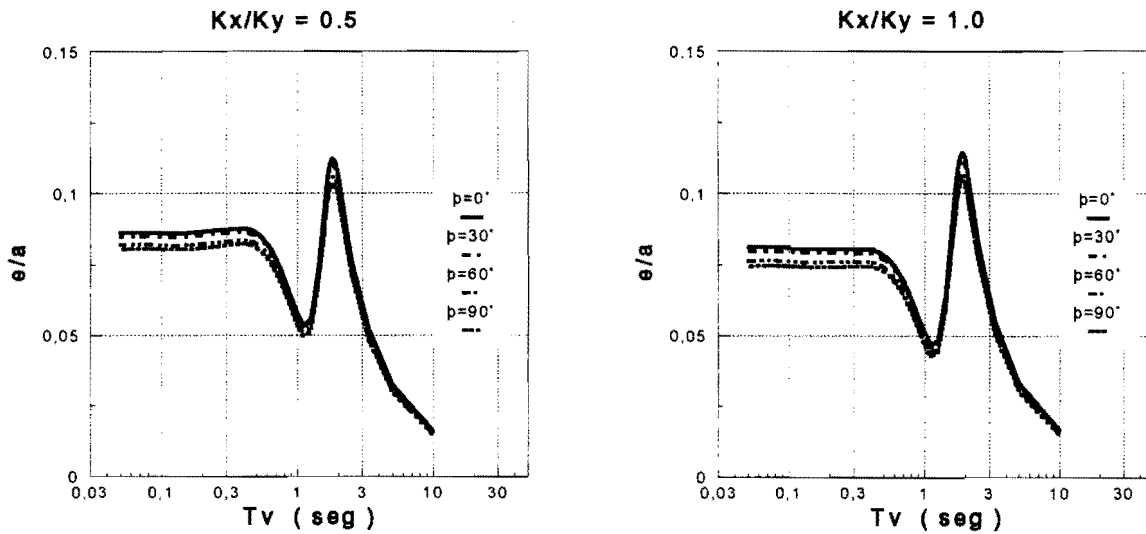


Figura 4.15. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo blando, $\tau_{cl}=0.02$ y $\tau_{pb}=0.03$.

(a) $r = 0.5$



(b) $r = 1.0$

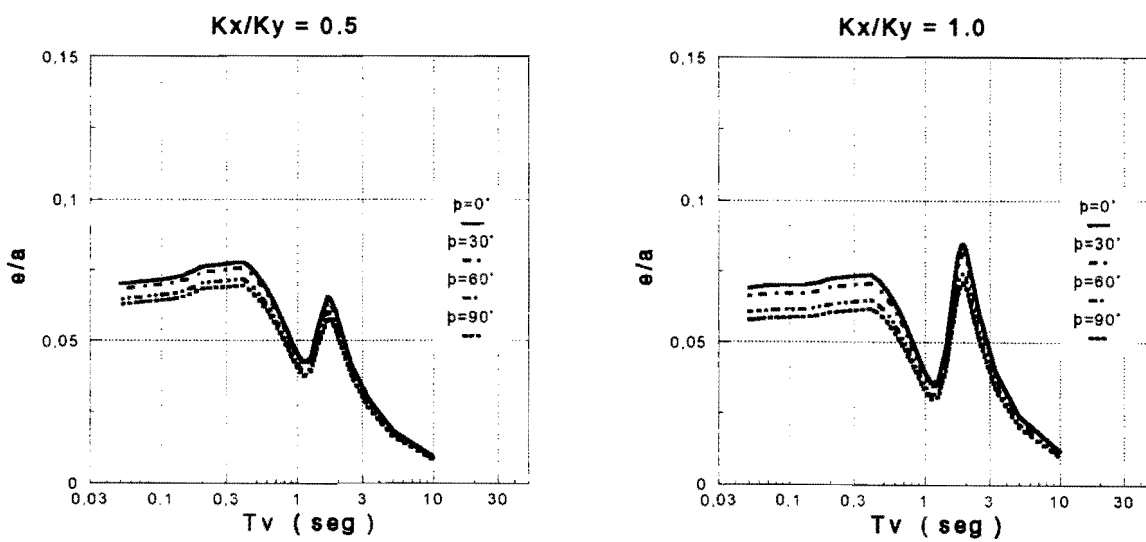
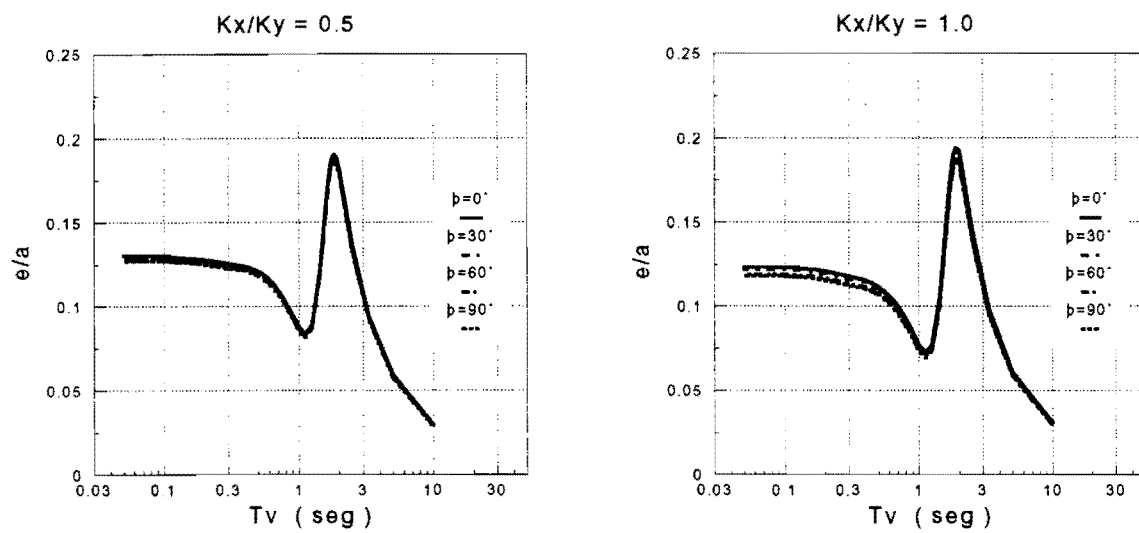


Figura 4.16. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo blando, $\tau_{ct}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.03$.

(a) $r = 0.5$



(b) $r = 1.0$

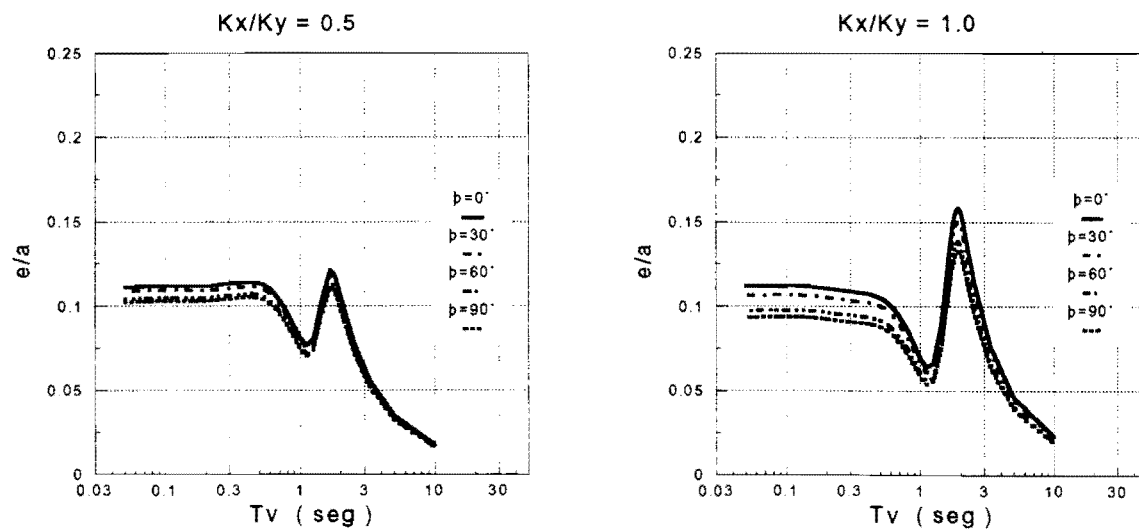


Figura 4.17. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo blando, $\tau_{ch}=0.10$ y $\tau_{ph}=0.03$.

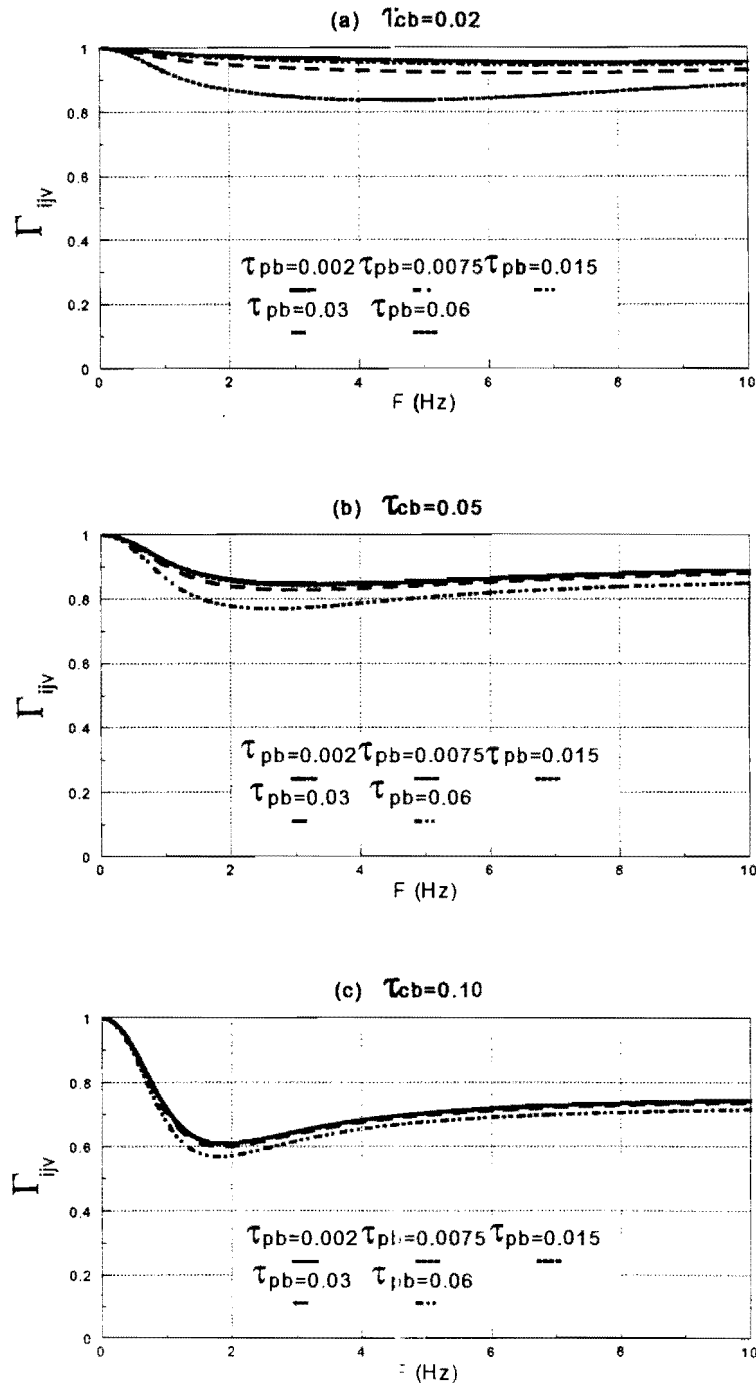
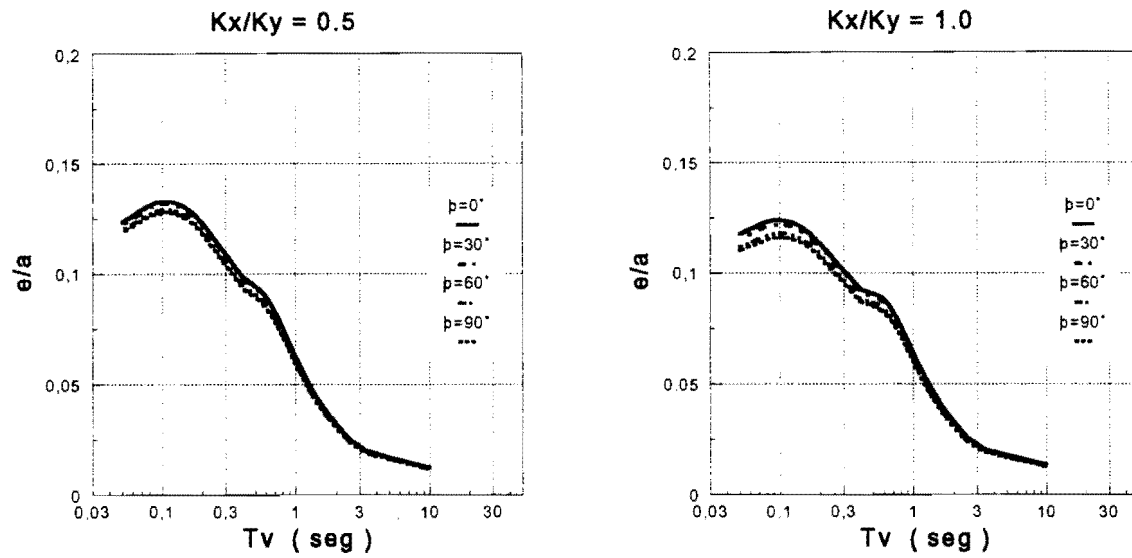


Figura 4.18. Variación del coeficiente de correlación de respuesta Γ_{ijv} , para suelo blando y diferentes valores de τ_{pb} .

(a) $r = 0.5$



(b) $r = 1.0$

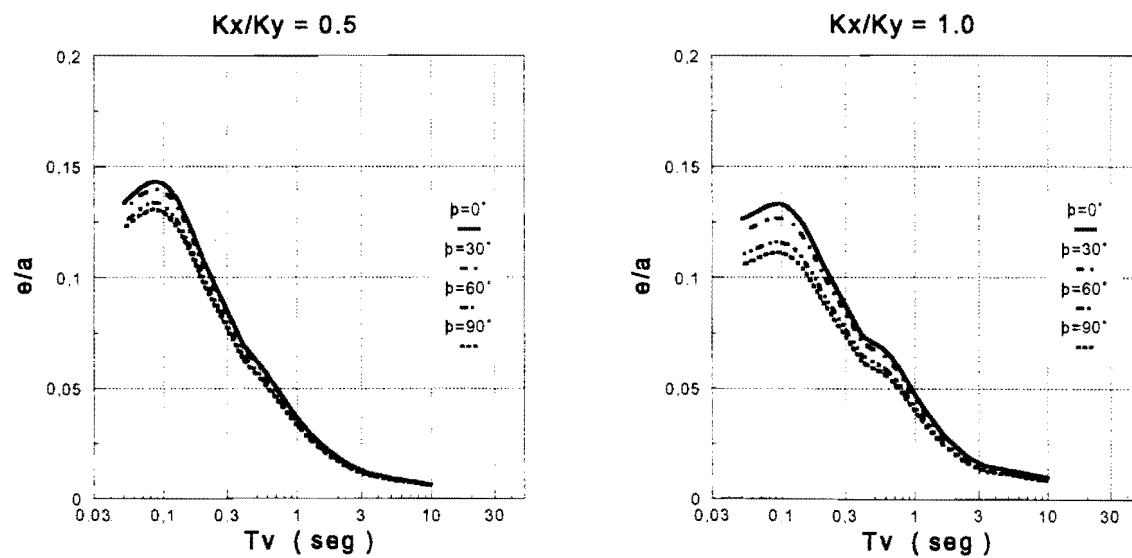
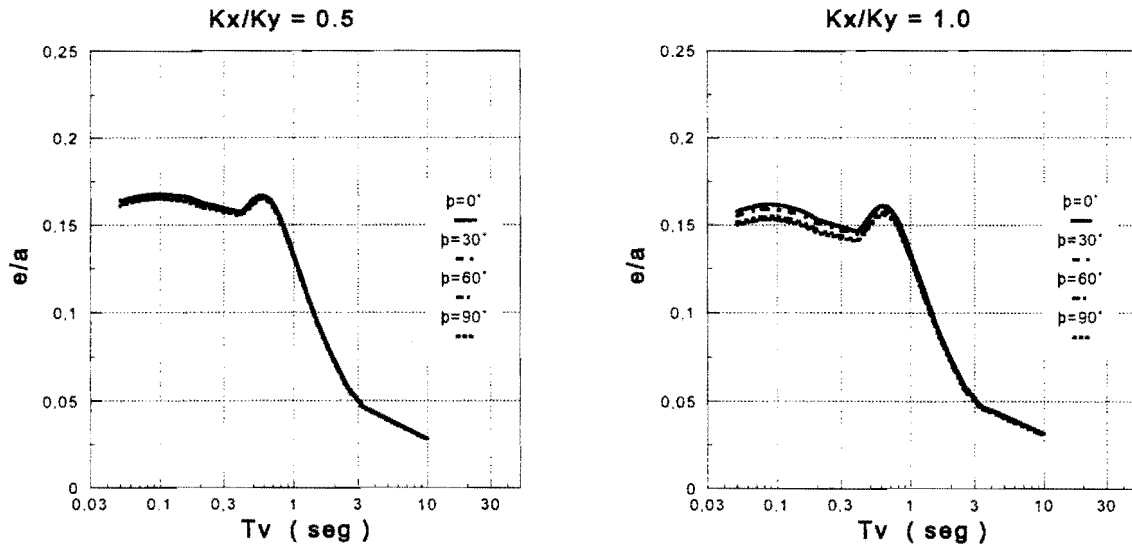


Figura 4.19. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo firme, $\tau_{cb} = 0.02$ y $\tau_{pb} = 0.01$.

(a) $r = 0.5$



(b) $r = 1.0$

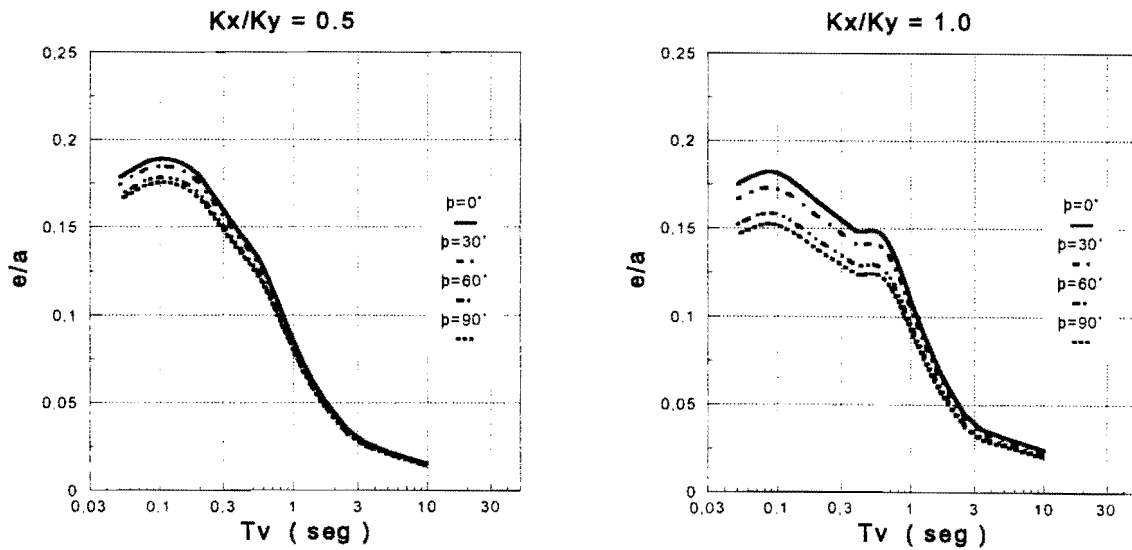
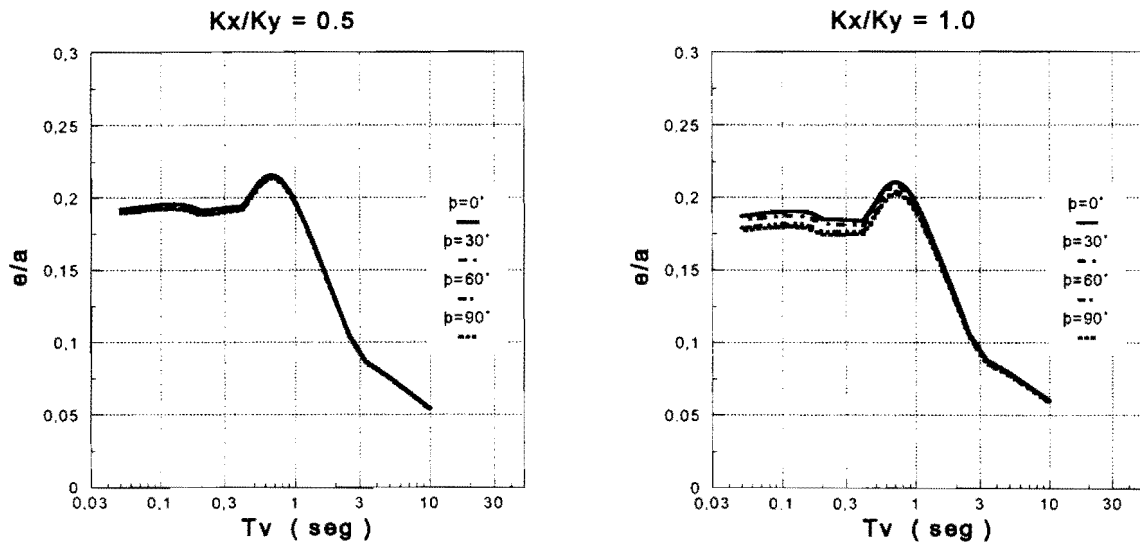


Figura 4.20. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo firme, $\tau_{cb}=0.05$ y $\tau_{pb}=0.01$.

(a) $r = 0.5$



(b) $r = 1.0$

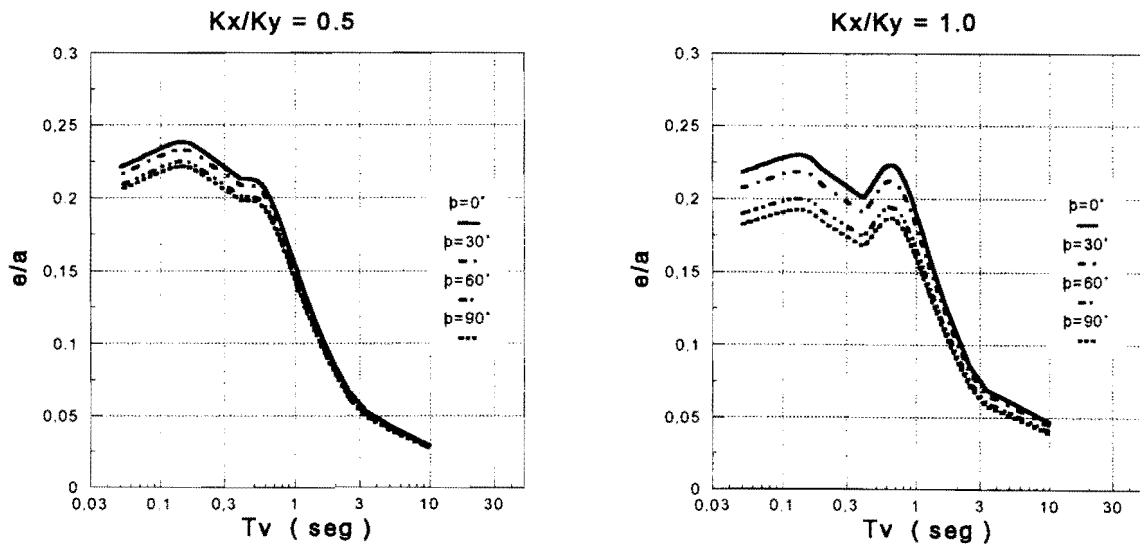


Figura 4.21. Excentricidad normalizada vs. periodo del modo traslacional para el modelo SE9; incidencia del tren de ondas sísmicas con diferentes ángulos de inclinación ϕ ; suelo firme, $\tau_{cb} = 0.10$ y $\tau_{pb} = 0.01$.



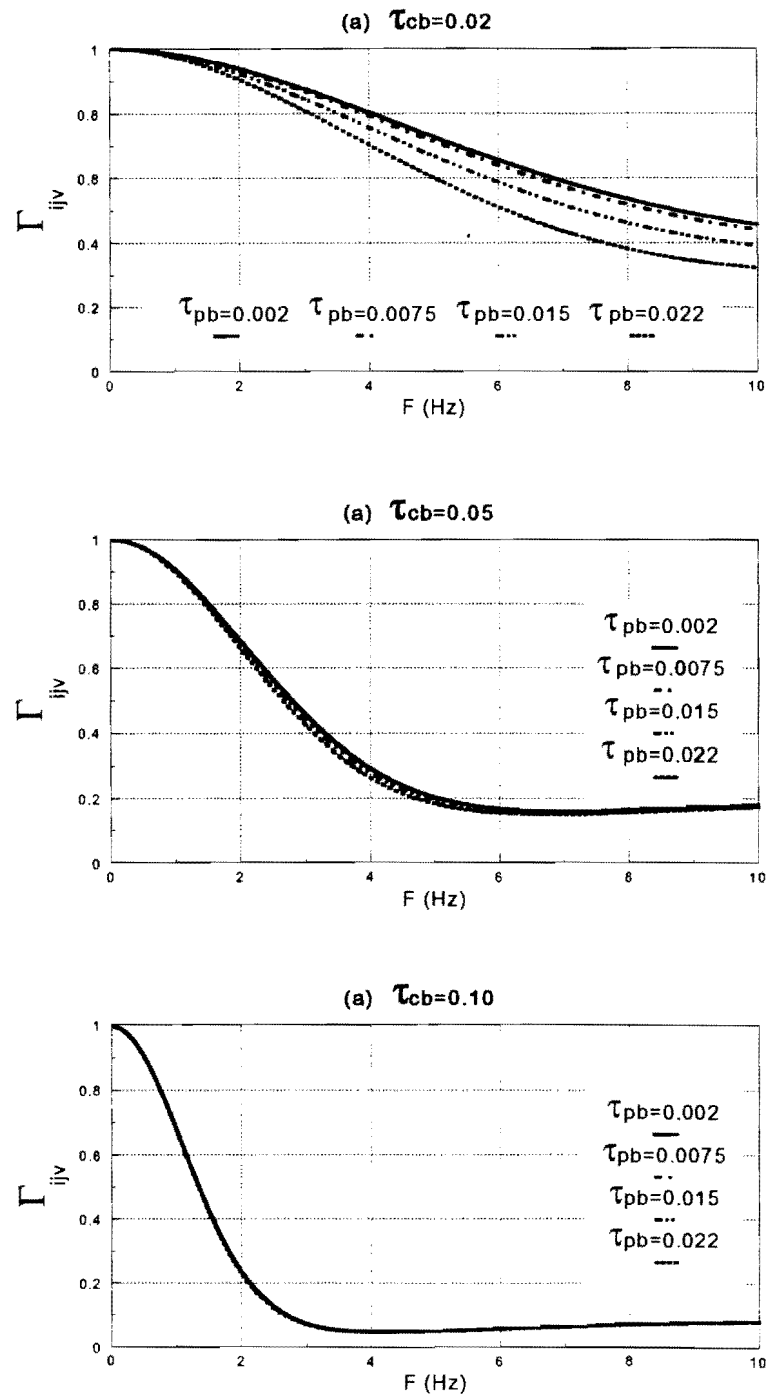


Figura 4.22. Variación del coeficiente de correlación de respuesta Γ_{ijv} , para suelo firme y diferentes valores de τ_{pb} .

τ_{cb} (seg)	T_v (seg)	$\sigma_{v,l}^2$	$\sigma_{\theta,d}^2$
1.0	10.0	7.86752	1.45169
	4.0	0.29807	0.13905
	1.0	1.45072E-03	3.36875E-04
	0.2	5.76630E-07	2.79699E-07
0.5	10.0	9.43706	0.57579
	4.0	0.57167	0.15108
	1.0	2.01135E-03	3.79902E-04
	0.2	9.75008E-07	3.32753E-07
0.25	10.0	9.92565	0.16772
	4.0	0.74031	7.44190E-02
	1.0	4.74210E-03	4.598310E-04
	0.2	1.89964E-06	3.52955E-07
0.1	10.0	10.07328	2.89163E-02
	4.0	0.80672	1.56221E-02
	1.0	9.7985E-03	3.08832E-04
	0.2	3.08469E-06	1.60463E-07
0.05	10.0	10.09497	7.7063E-03
	4.0	0.81732	4.29717E-03
	1.0	1.157927E-02	1.20123E-04
	0.2	3.52084E-06	7.29835E-08
0.02	10.0	10.10108	1.68518E-03
	4.0	0.820349	9.48391E-04
	1.0	1.21904E-02	2.97991E-05
	0.2	3.7783 E-06	3.67860E-08

Tabla 4.1. Componentes dinámicos de las varianzas del desplazamiento lateral y giro del sistema estructural SE9 ($\lambda=1$ y $r=1$), para suelos blandos ($\tau_{pb}=0.03$) y diferentes índices de coherencia del movimiento del terreno.

τ_{cb} (seg)	T_v (seg)	$\sigma_{v,d}^2$	$\sigma_{\theta,d}^2$
1.0	10.0	0.29517	0.19054
	4.0	0.15962	9.18636E-02
	1.0	1.21419E-03	1.27049E-03
	0.2	4.04772E-06	1.85503E-06
0.5	10.0	0.36827	8.31792E-02
	4.0	0.31570	0.10031
	1.0	1.48926E-03	1.28994E-03
	0.2	4.20324E-06	1.87229E-06
0.25	10.0	0.39559	2.58748E-02
	4.0	0.41394	4.28310E-02
	1.0	3.48777E-03	1.65394E-03
	0.2	4.66529E-06	1.90918E-06
0.1	10.0	0.40512	4.63009E-03
	4.0	0.45247	9.81960E-03
	1.0	8.049522E-03	1.73397E-03
	0.2	7.42276E-06	2.01931E-06
0.05	10.0	0.40666	1.20390E-03
	4.0	0.45861	2.58121E-03
	1.0	9.89259E-03	7.38180E-04
	0.2	1.55861E-05	2.38228E-06
0.02	10.0	0.40711	2.03949E-04
	4.0	0.46037	4.37301E-04
	1.0	1.05585E-02	1.46865E-04
	0.2	2.91256E-05	1.91133E-06

Tabla 4.2. Componentes dinámicos de las varianzas del desplazamiento lateral y giro del sistema estructural SE9 ($\lambda=1$ y $r=1$), para suelos firmes ($\tau_{pb}=0.01$) y diferentes índices de coherencia del movimiento del terreno.

T_v (seg)	λ	r	τ_{cb}	e/a (%)
0.11	0.5	0.5	0.02	8.8
0.08	0.5	1.0	0.02	9.7
0.11	1.0	0.5	0.02	7.9
0.09	1.0	1.0	0.02	8.4
0.09	0.5	0.5	0.05	8.1
0.10	0.5	1.0	0.05	9.5
0.6	1.0	0.5	0.05	13.0
0.09	1.0	1.0	0.05	8.3
0.66	0.5	0.5	0.10	13.8
0.14	0.5	1.0	0.10	9.6
0.71	1.0	0.5	0.10	13.6
0.62	1.0	1.0	0.10	14.3

Tabla 4.3. Excentricidades pico considerando un cortante basal obtenido con movimiento uniforme del terreno, sistema estructural SE9 sobre suelo firme.

T_v (seg)	λ	r	τ_{cb}	e/a (%)
2.10	0.5	0.5	0.05	14.4
2.00	0.5	1.0	0.05	8.5
2.22	1.0	0.5	0.05	14.3
2.22	1.0	1.0	0.05	9.8
2.22	0.5	0.5	0.10	24.4
2.00	0.5	1.0	0.10	15.9
2.22	1.0	0.5	0.10	24.0
2.22	1.0	1.0	0.10	18.1

Tabla 4.4. Excentricidades pico considerando un cortante basal obtenido con movimiento uniforme del terreno, sistema estructural SEM sobre suelo blando.

T_v (seg)	λ	r	τ_{cb}	e/a (%)
0.10	0.5	0.5	0.02	8.6
0.10	0.5	1.0	0.02	10.2
0.10	1.0	0.5	0.02	7.8
0.10	1.0	1.0	0.02	8.7
0.77	0.5	0.5	0.05	17.3
0.20	0.5	1.0	0.05	10.8
0.77	1.0	0.5	0.05	16.6
0.71	1.0	1.0	0.05	14.2
0.91	0.5	0.5	0.10	19.0
0.67	0.5	1.0	0.10	18.4
0.91	1.0	0.5	0.10	18.3
0.84	1.0	1.0	0.10	19.5

Tabla 4.5. Excentricidades pico considerando un cortante basal obtenido con movimiento uniforme del terreno, sistema estructural SEM sobre suelo firme.

CONCLUSIONES

Se ha estudiado la respuesta torsional de sistemas estructurales simétricos inducida por la variación espacial del movimiento sísmico del terreno. Se dedujeron las ecuaciones de movimiento de los modos desacoplados de traslación lateral y de rotación del modelo adoptado, se obtuvo la solución analítica de las mismas y expresiones para evaluar el momento torsionante y los cortantes basales en dos direcciones ortogonales. Con base en la teoría de vibraciones aleatorias se han desarrollado expresiones para evaluar las varianzas de las componentes dinámicas del desplazamiento y giro del sistema estructural, así como para el cortante basal y momento torsionante. Las varianzas de las componentes dinámicas de los grados de libertad considerados se han expresado en función de parámetros espectrales, los cuales se pueden interpretar como los coeficientes de correlación cruzada entre las respuestas de osciladores modales sujetos a la aceleración del terreno en sus bases. Se ha considerado como parámetro de estudio la excentricidad equivalente a la que tendría que

colocarse el máximo cortante basal medio para equilibrar al máximo momento torsor medio. La excentricidad se ha obtenido a través de las varianzas del cortante basal y momento torsionante, y sus respectivos factores pico.

El movimiento del terreno se ha modelado como un campo aleatorio heterogéneo, con media cero, estacionario y gaussiano. Los efectos de pérdida de coherencia y cambio de fase del tren de ondas sísmicas se han tomado en cuenta a través de un espectro de coherencia. Para modelar las condiciones locales de sitio se utilizaron funciones de densidad espectral modificadas de Kanai-Tajimi que dependen de la frecuencia natural de vibración y amortiguamiento característicos del suelo. En el caso de que los elementos estructurales de soporte son columnas con cimentaciones independientes y de pequeñas dimensiones se consideró que el movimiento en la base de los apoyos es el mismo al de la superficie libre del terreno. Para elementos resistentes con cimentación rígida de dimensión longitudinal del mismo orden de magnitud que las dimensiones en planta del sistema estructural, se ha modelado la influencia de la interacción cinemática entre el suelo y la cimentación considerando movimientos del terreno promedios en el centro de gravedad de las bases de dichos elementos.

Se consideraron como ejemplos de aplicación tres sistemas estructurales simétricos denominados SE4, SE9 y SEM, que consisten de una losa rígida rectangular soportada sobre cuatro columnas, nueve columnas y cuatro muros perimetrales, respectivamente. Se llevaron a cabo estudios paramétricos de los tres sistemas para diferentes valores de la relación de rigideces laterales, de su relación de aspecto y del periodo del modo de traslación, para condiciones de suelos blandos y firmes, y distintos tiempos de viaje de las ondas de corte y del tren de ondas sísmicas para cruzar la base de los modelos estructurales.

En la primera fase de análisis se estudió la respuesta estructural de los tres sistemas sometidos a un sismo que incide paralelamente al eje Y. Los resultados han mostrado la influencia en la respuesta torsional de las condiciones locales del sitio y los efectos de la incoherencia de los movimientos del terreno. La respuesta torsional se incrementa con el aumento de la incoherencia entre los movimientos de los apoyos, los valores de excentricidad máximos se localizan en periodos de vibración cercanos a los periodos característicos del suelo a medida que se pierde correlación y las excentricidades pico se desarrollan para estructuras rígidas sobre suelos firmes y en suelos blandos para sistemas

más flexibles. También se observó que proporcionar el doble de rigidez a los modelos de estudio en la dirección de incidencia de las ondas sísmicas no introduce una variación significativa en los valores de excentricidad, y que, dependiendo de las propiedades de rigidez y del índice de correlación de las excitaciones, los efectos de torsión no serán siempre mayores para sistemas de forma rectangular en planta.

En la segunda fase de análisis se revisó la interacción cinemática entre el suelo y la cimentación. Se obtuvo que el efecto de considerar la interacción es el de reducir la respuesta torsional debido a que la promediación de los movimientos del terreno tiende a incrementar la correlación entre éstos. La reducción de la respuesta es significativa solamente para estructuras rígidas de periodo corto.

De la tercera etapa de análisis, donde se estudió el comportamiento torsional del modelo SE9 ante la incidencia del sismo con diferentes ángulos de inclinación, se encontró que en el caso de movimiento del terreno en suelos blandos con un alto grado de correlación se introducen variaciones significativas de excentricidad, sin embargo estas cantidades son de pequeña magnitud; en el caso de suelos firmes dichas variaciones no son significativas. Para efectos importantes de incoherencia, las excentricidades normalizadas para ambos tipos de suelo no muestran variaciones significativas.

Finalmente, las excentricidades se determinaron adoptando la recomendación de los Códigos de Diseño de considerar movimiento uniforme del terreno en todos los apoyos para el cálculo de cortante basal, y se ha obtenido que dependiendo del periodo y relación de aspecto de la estructura, del tiempo que tardan las ondas sísmicas para cruzar la base del sistema y de las condiciones locales del sitio, las excentricidades desarrolladas pueden ser mayores que los valores de excentricidad accidental de 5% y 10% establecido en algunas Normas de Diseño por sismo.

Para evaluar la importancia de los efectos de torsión inducidos por variación espacial del movimiento sísmico del terreno en sistemas estructurales más complejos que los considerados en este estudio, es recomendable que en trabajos futuros se analice la respuesta de estructuras simétricas de múltiples niveles, así como de sistemas con distribución asimétrica de masa y rigidez, e incluir la rotación de sistemas con cimentación a base de losas rígidas. También sería de interés, realizar estudios para evaluar las recomendaciones de

diseño de códigos específicos, en los que se deben incluir densidades espectrales de aceleración del terreno compatibles con los espectros de diseño establecidos en las normas.

BIBLIOGRAFIA

Abrahamson, N.A., Schneider, J.F., and Stepp, J.C., 1991, **Empirical Spatial Coherency Functions for Application to Soil-Structure Interaction Analysis**, Earthquake Spectra 7, 1-28.

Applied Technology Council, 1978, **Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings**, ATC3-06, Palo Alto, California.

Bolt, B.A., Loh, C.H., Penzien, Y.B., Tsai, Y.B., and Yeh, Y.T., 1982, **Preliminary Report on the SMART1 Strong Motion Array in Taiwan**, Report no. UBC/EERC-82/13, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley CA.

Bycroft, G.N., 1980, **El Centro Differential Ground Motion Array**, U.S. Geological Survey, Open File Report 80-919.

Chandler, A.M., and Hutchinson, G.L., 1987, **Evaluation of Code Torsional Provisions by a Time History Approach**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 15, 491-516.

Chopra, A.K., and Goel, R.K., 1991, **Evaluations of Torsional Provisions in Seismic Codes**, ASCE Journal of Structural Engineering, 117(12), 3762-3782.

Clough, R.W., and Penzien, J., 1993, **Dynamics of Structures**, McGraw-Hill Inc.

Davenport, A.G., 1964, **Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Applications to Gust Loading**, Proc. Inst. Civ. Eng., 28, 187-196.

De la Llera, J.C., and Chopra, A.K., 1994, **Evaluation of Code Accidental Torsion Provisions from Building Records**, ASCE Journal of Structural Engineering, 120(2), 597-616.

Departamento del Distrito Federal, 1987, **Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo**, México.

Der Kiureghian, A., and Neuenhofer, A., 1991, **A Response Spectrum Method for Multiple-Support Seismic Excitations**, Report no. EERC-91/08, University of California, Berkeley.

Hahn, G.D., and Liu, X., 1994, **Torsional Response of Unsymmetric Buildings to Incoherent Ground Motions**, ASCE journal of Structural Engineering, 120(4), 1158-1181.

Hao, H., 1991, **Response of Multiply Supported Rigid Plate to Spatially Correlated Seismic Excitations**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 20, 881-838.

Harichandran, R., and Vanmarcke, E., 1986, **Space-Time Variation of Earthquake Ground Motion**, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 112, 154-174.

Harichandran, R., and Wang, W., 1990, **Response of Indeterminate Two-Span Beam to Spatially Varying Seismic Excitation**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 19, 173-187.

Hejal, R., and Chopra, A.K., 1989, **Earthquake Response of Torsionally Coupled, Frame Buildings**, ASCE Journal of Structural Engineering, 115(4), 834-851.

Hejal, R., and Chopra, A.K., 1989, **Lateral-Torsional Coupling in Earthquake Response of Frame Buildings**, ASCE Journal of Structural Engineering, 115(4), 852-867.

Heredia-Zavoni, E., 1993, **Structural Response to Spatially Varying Earthquake Ground Motion**, Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Engineering and Operations Research, Princeton University, Princeton.

Heredia-Zavoni, E., and Vanmarcke, E., 1994, **Seismic Random Vibration Analysis of Multi-Support Structural Systems**, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 120(5), 1107-1128.

Luco, J.E., and Wong, H.L., 1986, **Response of a Rigid Foundation to a Spatially Random Ground Motion**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 14, 891-908.

Newmark, N., 1969, **Torsion in Symmetrical Buildings**, Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering, A-3, 19-32, Chile.

Penzien, J., and Watabe, M., 1975, **Characteristics of 3-Dimensional Earthquake Ground Motions**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 3, 365-373.

Schneider, J.F., Abrahamson, N.A., and Stepp, J.C., 1992, **The Sapatial Variation of Earthquake Ground Motion and Effects of Local Site Conditions**, Proc. Tenth World Conference on Earthquake Engineering, Madrid, Spain.

Tamura, C., Noguchi, T., and Kato, K., 1977, **Earthquake Observations Along Measuring Lines of the Surface of Alluvial Soft Ground**, Proc. 6th World Conference on Earthquake Engineering, New Delhi, India, I, 389-394.

Tsuchida, H., Noda, S., Tsai, S., and Kurata, E., 1980, **Observation of Earthquake Response of Ground with Horizontal and Vertical Seismometer Arrays, 2th Report**, Proc. 7th World Conference on Earthquake Engineering, Istanbul, Turkey 2, 475-482.

Uniform Building Code, 1994, **International Conference of Building Officials**, Whittier, California.

Vanmarcke, E., 1983, **Random Fields: Analysis and Synthesis**, The MIT Press, Cambridge, Mass.

Zeevaert, L., 1991, **Interacción Suelo-Estructura de Cimentación**, Ed. Noriega-Limusa, México.

Zerva, A., 1990, **Response of Multi-Span Beams to Spatially Incoherent Seismic Ground Motions**, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19, 819-832.

Zerva, A., Ang, A. H-S., and Wen, Y.K., 1988, **Lifeline Response to Spatially Variable Ground Motions**, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16, 361-379.