



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

5
ZED

FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION
EN POZOS DE GAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A

RAYMUNDO CESPEDES VANEGAS



DIRECTOR DE TESIS:

ING. ROBERTO PADILLA SIXTO

MEXICO, D. F.

1995

FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE INGENIERIA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION EN POZOS DE GAS

POR:

RAYMUNDO CESPEDES VANEGAS

DIRECTOR DE TESIS:

ING. ROBERTO PADILLA SIXTO

JURADO:

Presidente: M.I. Rafael Rodríguez Nieto
Vocal: Ing. Salvador Macías Herrera
Secretario: Ing. Roberto Padilla Sixto
Primer Suplente: Ing. Manuel Villamar Viguera
Segundo Suplente: Ing. Juan de la Cruz Clavel



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, D.F., SEPTIEMBRE DE 1995



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO

SR. RAYMUNDO CESPEDES VANEGAS
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Ing. Roberto Padilla Sixto, y que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

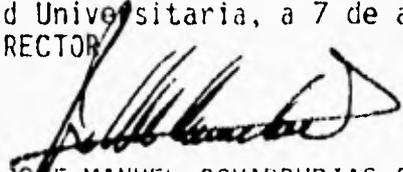
ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION EN POZOS DE GAS

- INTRODUCCION**
- I FUNDAMENTOS EN PRUEBAS DE PRESION**
- II PROPIEDADES DEL GAS NATURAL**
- III PRUEBAS DE PRESION EN POZOS DE GAS**
- IV EJEMPLOS DE APLICACION**
- V CONCLUSIONES**
- NOMENCLATURA**
- REFERENCIAS**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Ciudad Universitaria, a 7 de abril de 1995
EL DIRECTOR


ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

AGRADECIMIENTOS

A Dios

A quien debo todo lo que soy

A la UNAM

Y muy en especial a la Facultad de Ingeniería, institución tan querida y respetada que se constituyó para mí en una segunda casa, la cual me ha brindado una sólida formación y me ha preparado para ser un profesional comprometido con el desarrollo de México.

Al Ing. Roberto Padilla Sixto

Por ser una gran persona y darme la oportunidad de colaborar con él, así como por su apoyo y confianza depositada en mí.

A todos aquellos quienes hicieron posible, de alguna u otra forma, que este trabajo pudiera concretarse.

DEDICATORIAS

A mi madre: Ma. del Rosario Vanegas Ch.

Por que creo que hasta esto es poco comparado con todo lo que tu has hecho por mí. Gracias por tu infinito amor, por preocuparte en mí en aquellos momentos difíciles de mi vida. Gracias por el hogar que has formado, del cual me siento muy orgulloso.

A mi padre: Raymundo Céspedes M.

Gracias papá por tu inmensurable amor y apoyo, por enseñarme a valorar la vida y por tu ejemplo de coraje y de hombre que me has dado. Te admiro y espero algún día llegar a ser como tú.

A Myrna del Olmo M.

Gracias por tu infinito amor e incondicional apoyo, y por todos los momentos de alegría, tristeza e ilusiones compartidas. A nuestra bendición de Dios, nuestro hijo.

A mis hermanos: Guadalupe, Daniel y Napoleón

Gracias por sus palabras de aliento, por haber confiado en mí y por haber tenido la dicha de compartir con ustedes nuestro hogar.

LOS AMO

RAYMUNDO

DEDICATORIAS

A mi madre: Ma. del Rosario Vanegas Ch.

Por que creo que hasta esto es poco comparado con todo lo que tu has hecho por mí. Gracias por tu infinito amor, por preocuparte en mí en aquellos momentos difíciles de mi vida. Gracias por el hogar que has formado, del cual me siento muy orgulloso.

A mi padre: Raymundo Céspedes M.

Gracias papá por tu inmensurable amor y apoyo, por enseñarme a valorar la vida y por tu ejemplo de coraje y de hombre que me has dado. Te admiro y espero algún día llegar a ser como tú.

A Myrna del Olmo M.

Gracias por tu infinito amor e incondicional apoyo, y por todos los momentos de alegría, tristeza e ilusiones compartidas. A nuestra bendición de Dios, nuestro hijo.

A mis hermanos: Guadalupe, Daniel y Napoleón

Gracias por sus palabras de aliento, por haber confiado en mí y por haber tenido la dicha de compartir con ustedes nuestro hogar.

LOS AMO

RAYMUNDO

CONTENIDO

RESUMEN	i
INTRODUCCION	1
I. FUNDAMENTOS EN PRUEBAS DE PRESION	4
I.1 Tipos de Pruebas	5
I.2 Conceptos Básicos	14
I.3 Análisis Convencional de Pruebas de Presión	43
I.4 Análisis de Pruebas de Presión por Curvas Tipo	54
I.5 Diagnóstico de Flujo	62
I.6 Análisis Moderno de Pruebas de Presión	67
I.7 Análisis por Computadora	77
II. PROPIEDADES DEL GAS NATURAL	83
II.1 Composición del Gas Natural	83
II.2 Comportamiento de Fases	84
II.3 Gases Ideales	89
II.4 Gases Reales	93
II.5 Ecuación de Balance de Materia	112
III. PRUEBAS DE PRESION EN POZOS DE GAS	115
III.1 Ecuaciones de Flujo en Pozos de Gas	117
III.2 Cálculo de la Pseudopresión del Gas Real, $P_p(p)$	127
III.3 Flujo No-darciano	143
III.4 Análisis Semilogarítmico de Pruebas de Decremento de Presión	146
III.5 Análisis Semilogarítmico de Pruebas de Incremento de Presión	157

III.6 Pseudotiempo para Pruebas de Incremento de Presión	169
III.7 Pseudofunciones Normalizadas de Presión y de Tiempo	182
IV. EJEMPLOS DE APLICACION	192
<u>Análisis Semilogarítmico</u>	
Ejemplo 1. Prueba de Decremento de Presión	192
Ejemplo 2. Prueba de Incremento de Presión	203
Ejemplo 3. Prueba de Decremento de Presión - Dos Gastos	214
<u>Análisis por Computadora</u>	
Ejemplo 4. Prueba de Decremento de Presión	217
Ejemplo 5. Prueba de Incremento de Presión	226
V. CONCLUSIONES	234
NOMENCLATURA	235
REFERENCIAS	242

RESUMEN

El presente trabajo tiene dos propósitos, el primero es presentar en forma objetiva, concisa y actualizada, aspectos teórico-prácticos en análisis e interpretación de pruebas de presión, tomando como antecedentes desde las metodologías convencionales hasta técnicas basadas en el análisis con programas de cómputo, como pueden ser el ajuste automático por curvas tipo, regresión no lineal, etc. El segundo, que es el objetivo principal de este trabajo, es presentar de manera sencilla los aspectos teórico-prácticos más importantes, que el ingeniero de yacimientos debe conocer en cuanto al análisis e interpretación de pruebas de presión en pozos de gas. Para esto se muestran desde los procedimientos tradicionalmente usados hasta lo más reciente, como son el uso de las pseudofunciones normalizadas de presión y de tiempo.

Así, este trabajo condensa en el Capítulo I un panorama general de los fundamentos de pruebas de presión, características y conceptos relacionados. Por otra parte, se muestran en forma sencilla las técnicas de análisis "convencionales", análisis moderno y análisis por computadora, recalcando la importancia que ha tenido el constante desarrollo en "hardware" y "software" aplicado a este campo. En el Capítulo II, se expone en forma general la metodología de cálculo de las propiedades del gas, que son de gran importancia en el análisis de pruebas de presión. Es decir, se presenta lo referente a comportamiento de fases, gases ideales y gases reales, y por supuesto, la ecuación de balance de materia para yacimientos de gas. En el Capítulo III se describe la teoría correspondiente al flujo de gas a través de medios porosos; aspectos como el cálculo de la pseudopresión del gas real, $P_p(p)$, teoría de flujo no-darciano, y su influencia en el análisis de pruebas de presión. Se muestra también la teoría desarrollada para el análisis de pruebas de decremento y de incremento de presión. De igual manera se expone la teoría, aplicaciones y procedimiento de cálculo para el pseudotiempo del gas real, $t_w(p)$, para pruebas de incremento. Finalmente, se ilustran las pseudofunciones normalizadas de presión y tiempo (P_{p_n} y t_{p_n}), cuya principal ventaja sobre los anteriores es que linealizan completamente la ecuación para flujo de gas, con lo cual la mayoría de las soluciones para flujo de líquido ligeramente compresible puede ser aplicada directamente a problemas de flujo de gas. Por otro lado, en el Capítulo IV, se presentan algunos ejemplos de aplicación. En la primera parte, se ejemplifica de manera detallada el análisis semilogarítmico de pruebas de decremento y de incremento de presión, con observaciones al respecto; además un ejemplo para el cálculo del coeficiente de flujo no-laminar, λ . En la segunda parte, se ilustra un análisis global por computadora, realizado en un sistema especializado para el análisis de pruebas de presión (SAPPNEW vers. 5.4) desarrollado en el Instituto Mexicano del Petróleo, el cual incluye desde el análisis semilogarítmico, hasta el análisis mediante regresión no-lineal. Finalmente, en el Capítulo V se presentan conclusiones del presente trabajo, así como la nomenclatura correspondiente y las referencias más importantes empleadas en la elaboración del mismo.

INTRODUCCION

El constante crecimiento poblacional y económico en el mundo está directamente relacionado con el incremento total en la demanda energética. Para casi todas las naciones, tanto las que están en desarrollo como las desarrolladas, cuanto más grande es el producto nacional bruto per cápita, tanto mayor es el consumo individual de energía.

Las necesidades energéticas de todo el mundo se satisfacen primordialmente con tres combustibles fósiles: carbón, petróleo y gas natural. El carbón satisface un cierto porcentaje de la demanda energética nacional. Sin embargo los problemas ambientales ocasionados por el contenido de azufre del carbón han reducido su empleo en muchas zonas. El petróleo es ahora el combustible más utilizado a nivel mundial como fuente de energía, y se prevé que lo siga siendo por varias décadas. Si bien se cree que existen considerables yacimientos sin explotar, su disponibilidad depende de muchos factores, incluyendo los precios del mercado, otras fuente energéticas y la economía de la recuperación de recursos. Este ocupa el mayor porcentaje en las demandas nacional y mundial de energía. Por su parte, el gas natural es otra de las fuentes energéticas de gran demanda. La disponibilidad limitada de fuentes internas de gas, así como el elevado costo de importación, pueden limitar seriamente su empleo futuro. Como sucede con otros combustibles, existe una interrelación compleja de factores de interés nacional, incluyendo el ambiente, que determinan las disponibilidades presente y futura. Los factores económicos son de suma importancia en la búsqueda de nuevos yacimientos y en el suministro de equipo necesario para explotar los ya comprobados. Por ello, los incentivos económicos pueden estimular el descubrimiento y explotación de importantes reservas de gas natural.

De este modo, la demanda total de energía y la proporción de los sistemas energéticos han sido fuertemente influenciadas por la disponibilidad de los recursos y por el costo. En el futuro, el precio relativo de estos sistemas dependerá de la tecnología, la disponibilidad de los recursos, las exigencias de protección ambiental y de los factores políticos y económicos que pueden gravitar sobre la distribución de la riqueza natural. Por consiguiente, el desarrollo y mejoramiento en cada una de las etapas del sistema energético (que puede incluir, exploración, explotación, transformación, transporte, y finalmente, su empleo), son de gran importancia y utilidad en la obtención y uso de la energía.

Así, la habilidad para analizar el comportamiento y la predicción de pozos de gas y el entendimiento del comportamiento de yacimientos de gas, así como la caracterización de estos yacimientos con un razonable grado de exactitud son de gran importancia hoy en día en la industria de gas natural. Las pruebas de variación de presión y/o gasto, juegan un papel muy importante en los estudios integrales de yacimientos. Un análisis completo y la interpretación apropiada de resultados de una prueba de pozo permite determinar

características del sistema pozo-yacimiento, las cuales serán de gran utilidad en la caracterización de yacimientos, orientados directamente a la explotación, y por lo tanto, en la maximización de recuperación de hidrocarburos.

De lo anterior, la información obtenida de las pruebas de pozo puede ser aplicada al estudio detallado de estimación de reservas de gas de un yacimiento, las cuales pueden proporcionarnos una idea de la magnitud del mismo, y por lo tanto su implicación directa en el diseño de instalaciones superficiales de producción, existiendo una estrecha relación desde el punto de vista de ingeniería, así como de política de explotación y aspectos económicos.

De la caracterización realizada, parámetros tales como la capacidad de flujo (kh) nos dará una idea de que tan rápido un fluido puede moverse hacia el pozo. De aquí, éste es un parámetro que necesitamos conocer para el diseño del espaciamiento óptimo entre pozos, así como definir el número de éstos. Si la conductividad es baja, podrá ser necesario evaluar el costo-efectividad de una estimulación en cuanto a la productividad esperada. Por otra parte, la presión del yacimiento proporcionará un esquema o panorama de cuanta energía tiene el yacimiento, y nos permite predecir el tiempo que el yacimiento producirá con energía propia. Así también, la distribución de presiones en la vecindad del pozo, afectadas por procesos de perforación y producción, pueden ser relacionadas directamente al efecto de daño, lo cual recae en la reducción o incremento de la productividad de los pozos.

Por otra parte, las formaciones geológicas que contienen aceite, gas y agua son complejas, y pueden contener diferentes tipos de rocas, interfases estratigráficas, fallas, barreras y frentes de fluidos. Algunas de estas características pueden influenciar en el comportamiento de la presión transitoria a un alcance considerado y afectarán el comportamiento del yacimiento. A este respecto, podemos considerar los yacimientos de baja permeabilidad, los cuales son acumulaciones de hidrocarburos en formaciones que presentan permeabilidades menores a 1 milidarcy, en donde la mayor parte de estos yacimientos están asociados a yacimientos productores de gas, y el gas que producen se conoce como gas no convencional. Es decir, aquel gas localizado en un yacimiento con propiedades que evitan su recuperación por prácticas o métodos, a precios convencionales.

Las características principales de los yacimientos de gas de baja permeabilidad son: (1) Porosidad menor a 0.10, (2) Conexión deficiente entre los poros, lo cual dificulta el flujo de los hidrocarburos y (3) Saturación de agua alta, frecuentemente mayor a 0.50, reduciendo la permeabilidad efectiva a los hidrocarburos a un décimo de la permeabilidad absoluta de la formación.

Los pozos productores en yacimientos de baja permeabilidad presentan características diferentes en cuanto a producción con respecto a los pozos productores en yacimientos convencionales, en los cuales su producción se mantiene constante por cierto

tiempo. Por su parte, la presión de fondo en estos pozos alcanza un valor casi constante a pocas horas de haberse iniciado su producción.

Los yacimientos de baja permeabilidad han durado en explotación por muchos años. La explotación de este tipo de yacimientos está estrictamente relacionada con la estimulación que debe efectuarse en los pozos para que su producción sea rentable. La magnitud de las reservas de hidrocarburos recuperables de yacimientos de baja permeabilidad depende principalmente de dos factores; (a) precio de los hidrocarburos y (b) avances en la tecnología para la estimulación de pozos.

Para el análisis de pruebas en pozos de gas, los métodos de análisis más conocidos y ampliamente usados, son los presentados por Horner y Miller, Dyes y Hutchinson (MDH), los cuales constituyen las técnicas "convencionales" o "semilogarítmicas", que consisten básicamente en ajustar una línea recta a un grupo de datos en la gráfica semilogarítmica. Por lo anterior, con estas permeabilidades tan bajas de este tipo de yacimientos, el tiempo requerido para obtener la línea recta en una gráfica de Horner sería muy largo (meses e incluso años). Por lo tanto, la explotación de este tipo de yacimientos está relacionada con la estimulación que debe efectuarse en los pozos, para que su producción sea rentable.

La tecnología de estimulación de pozos terminados en yacimientos de baja permeabilidad está basada principalmente en lo que se conoce como fracturamiento hidráulico, el cual es un proceso que da como resultado la creación de una fractura en la formación productora, por medio de la inyección de fluidos y un agente sustentante a presiones elevadas, a través del pozo, de tal manera que venza el esfuerzo in-situ existente, resultando una ruptura de la formación. Esto proporciona un canal de flujo para que los fluidos fluyan con mayor facilidad hacia el pozo, aumentando consecuentemente la productividad del mismo, aún tomando en cuenta la alta movilidad del gas.

En la región norte de México se tienen este tipo de yacimientos en las áreas de Reynosa, Tamps., Monclova y Piedras Negras, Coah., productores de gas natural. También, dentro de esta categoría se tienen yacimientos productores de aceite en la formación Chicontepec.

Así, el presente trabajo conjunta de manera objetiva y actualizada la teoría y los aspectos más importantes en el análisis de pruebas de presión en pozos de gas, a fin de proporcionar al ingeniero y al futuro ingeniero, una referencia sobre esta área de ingeniería de yacimientos. Por otra parte, se pretende aportar a la formación académica del futuro ingeniero un punto de partida en el conocimiento para el mejor desarrollo en su preparación, así como su iniciación en la industria de gas natural.

I. FUNDAMENTOS EN PRUEBAS DE PRESIÓN

Información acerca de las condiciones del yacimiento evaluadas in-situ son de mucha importancia en los estudios de caracterización de yacimientos. El Ingeniero de Yacimientos, para predecir adecuadamente el comportamiento de un yacimiento y estimar producciones futuras se basa en los datos de presión y gasto medidos a condiciones de fondo o superficie del pozo. Así mismo, el Ingeniero de Producción, con el fin de conocer las condiciones de los pozos (sean productores o inyectores), así como el diseño de instalaciones superficiales de producción, etc. se basa en el análisis de datos de producción estabilizados. Mucha de esta información puede ser obtenida del análisis de pruebas de presión y producción.¹ En este trabajo, sólo se aborda el análisis de pruebas de presión, y en forma específica, en pozos de gas.

Las pruebas de presión consisten esencialmente en generar y registrar variaciones de presión en el fondo de uno o varios pozos durante un periodo de tiempo determinado. Estas variaciones de presión en el fondo, se generan modificando las condiciones de producción o inyección de un pozo.

El objetivo de realizar una prueba de presión es obtener información característica del sistema roca fluidos y de los mismos pozos, a partir de variaciones de presión registradas, las cuales representan la respuesta del yacimiento, y que a partir de un modelo de interpretación, es posible determinar los parámetros del yacimiento y del pozo tal como la capacidad de flujo, daño a la formación, presión promedio del yacimiento, volumen poroso, etc.

Este tipo de problema es conocido en matemáticas como *problema inverso*. Su solución envuelve la búsqueda de un sistema pozo-yacimiento teórico, cuya respuesta a la señal de entrada sea tan cercana como sea posible a aquella del yacimiento real. La respuesta del yacimiento teórico es calculada a condiciones específicas iniciales y de frontera (problema directo), que deben corresponder a los reales, cuando sean conocidos

El comportamiento principal de un modelo de interpretación es el modelo "básico", el cual caracteriza el comportamiento del yacimiento y puede ser: *Homogéneo, Doble Porosidad y Doble permeabilidad*.

Para que un modelo básico tenga aplicación práctica, debe asociarse con las "condiciones de frontera interna", tales como: *Almacenamiento del pozo, Daño, Fracturas y Penetración parcial*, y con las "condiciones de frontera externa": *Sin flujo a través de la frontera y Presión constante*.

Considerando estas condiciones, se obtienen todos los posibles modelos de interpretación de las pruebas de presión.

Por muchos años, los únicos modelos disponibles en la literatura suponían flujo radial en la formación y fueron únicamente válidos para interpretar datos de pruebas de presión a tiempos largos. Los métodos de interpretación más conocidos y ampliamente usados de esos modelos son aquellos publicados por Horner y Miller, Dyes y Hutchinson (MDH), los cuales constituyen las llamadas técnicas *convencionales* o *semilogarítmicas*, que consisten básicamente en ajustar una línea recta a regiones de datos. Posteriormente, surgió una técnica de análisis de datos de presión conocida como *curvas tipo*, que ajustan el grupo entero de datos en el proceso de diagnóstico del sistema pozo-yacimiento, identificación del régimen de flujo y evaluación de los parámetros.

En la década pasada, se desarrolló una técnica que combina los más poderosos aspectos de las dos mencionadas anteriormente, *la derivada de presión*. La utilización de la derivada de presión con respecto al tiempo, es matemáticamente satisfactoria, debido a que la derivada está directamente representada en un término de la ecuación de difusión, que es la ecuación que gobierna en los modelos de comportamiento de presión transitoria utilizados en el análisis de pruebas de presión.

En la actualidad, la calidad de la interpretación de pruebas de presión ha mejorado considerablemente debido a la disponibilidad de datos de presión precisos, provenientes de registradores electrónicos y al desarrollo de software que ayudan en el análisis.

1.1 Tipos de Pruebas

Existen distintas variantes para la realización de una prueba de presión. Las más comunes, tanto por el aspecto operativo como por el tratamiento matemático son las llamadas pruebas de decremento e incremento de presión; sin embargo, en la mayoría de los casos, el tipo de prueba a realizar dependerá del objetivo de la misma.

1.1.1 Pruebas de Decremento de Presión

Una prueba de decremento de presión es simplemente una serie de mediciones de la presión de fondo hechas durante un periodo de flujo en el cual se considera gasto constante.¹ El pozo se cierra antes de correr la prueba por un periodo de tiempo suficientemente grande que permita que la presión se estabilice. Las pruebas de decremento de presión pueden durar unas pocas horas o varios días, dependiendo de los objetivos de estudio. Para pruebas de decremento en las cuales no es posible mantener un gasto constante o donde el pozo no fue cerrado suficiente tiempo como para alcanzar la presión estática, se tienen disponibles en la literatura métodos de análisis que consideran un gasto variable.

Los objetivos fundamentales de una prueba de decremento son obtener la permeabilidad de la formación, y determinar el daño o estimulación inducidos en la

vecindad del agujero durante la perforación o terminación del pozo. Además, se puede determinar el volumen poroso del yacimiento. La figura 1.1 ilustra esquemáticamente la historia de producción y presión en una prueba de decremento.

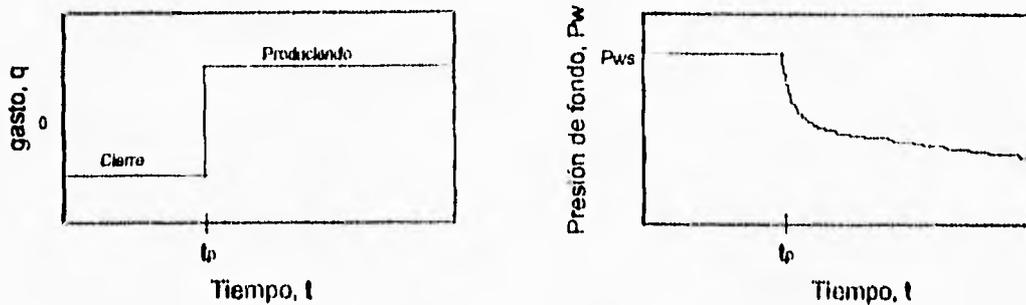


Figura 1.1 Historia de gasto y presión para una prueba de decremento de presión¹

1.1.2 Pruebas de Incremento de Presión

Las pruebas de incremento de presión son las más utilizadas en la industria petrolera. Una razón de su preferencia es que cuando el pozo es cerrado durante el régimen transitorio, la prueba de incremento posiblemente alcance la presión inicial del yacimiento, P_i . Por otra parte, si el pozo se cierra de forma tal que se alcance el periodo de flujo pseudoestacionario, entonces será posible determinar la presión promedio del yacimiento en el área de drena del pozo.¹

En este tipo de pruebas, el pozo se explota a gasto constante durante un cierto periodo, se introduce un registrador dentro del pozo y posteriormente éste se cierra. La presión se registra inmediatamente después del cierre como una función del tiempo durante el periodo de cierre.

Si fuera posible producir el pozo a gasto constante desde el instante de abrir a producción el pozo, entonces no habría restricciones a lo largo del tiempo de producción, t_p , antes del cierre del pozo. Sin embargo, cuando t_p es muy pequeño, el radio de investigación del periodo de incremento será muy pequeño y además la permeabilidad estimada sobre la base de la prueba de incremento representaría únicamente al yacimiento en la inmediaciones de agujero. Esto podría ser engañoso si la permeabilidad en las inmediaciones del agujero ha sido alterada durante la perforación o terminación del pozo.²

La figura 1.2 muestra esquemáticamente el comportamiento del gasto y de la presión durante una prueba de incremento.

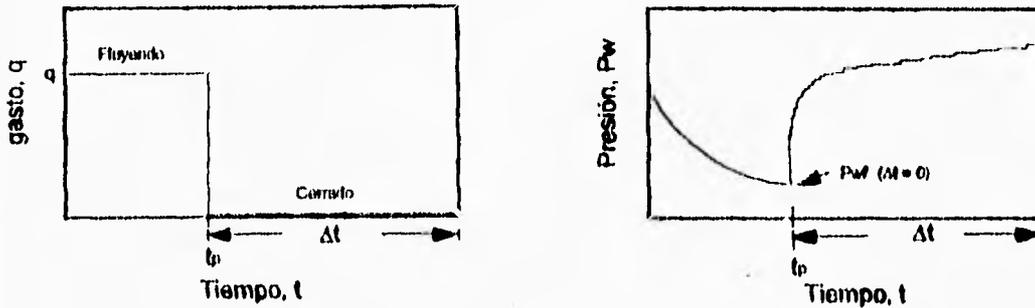


Figura 1.2 Historia de gasto y presión para una prueba de incremento de presión¹

1.1.3 Pruebas en Pozos Inyectores

Las pruebas en pozos inyectores tienen su aplicación en operaciones de mantenimiento de presión por inyección de agua o gas. En la mayoría de los casos los objetivos de un prueba en pozos inyectores son los mismos que para pruebas en pozos productores, es decir, la determinación de las propiedades del sistema pozo-yacimiento.

Pruebas de Inyectividad

En una prueba de inyectividad el pozo se cierra hasta que la presión se estabiliza y entonces se inicia la inyección a gasto constante mientras se graba la presión de fondo fluyendo, P_{wf} . Si el fluido inyectado tiene las mismas propiedades (densidad, viscosidad, y características mojantes) que los fluidos del yacimiento, entonces una prueba de inyectividad sería idéntica a una prueba de decremento de presión, excepto que el gasto constante sería negativo.²

Si la compresibilidad y las características mojantes del fluido inyectado son diferentes a las del fluido del yacimiento, una interfase o frente se formará entre ambos fluidos, y la permeabilidad del yacimiento para cada fluido será dependiente de su saturación, lo cual significa que la permeabilidad relativa jugará un papel muy importante.

La figura 1.3 muestra un gasto ideal y la respuesta de la presión para pruebas de inyectividad.

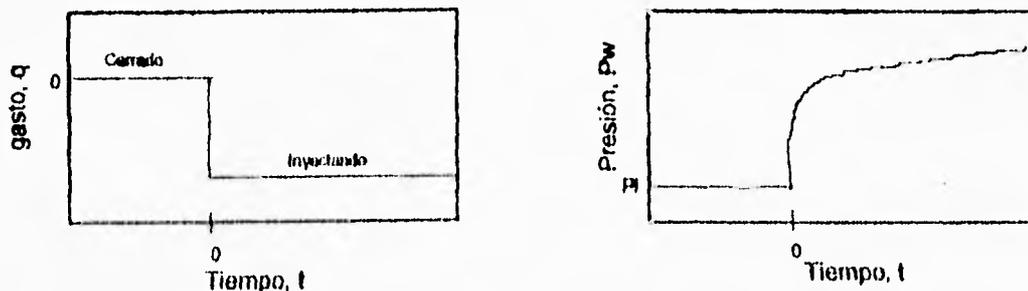


Figura 1.3 Historia del gasto y respuesta de la presión para una prueba de inyectividad¹

Pruebas Falloff

Una prueba Falloff, ilustrada en la figura 1.4 es análoga a una prueba de incremento en un pozo productor. Se realiza la inyección a gasto constante ($-q$) hasta que el pozo se cierra en el tiempo t_p . Los datos de presión tomados inmediatamente antes y durante el periodo de cierre son analizados como datos de incremento de presión.

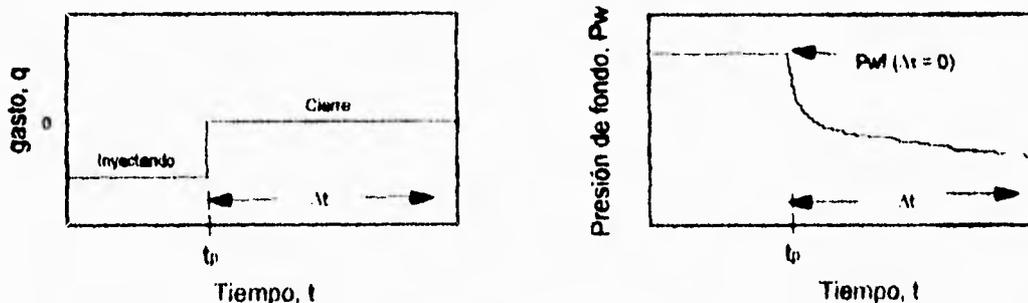


Figura 1.4 Historia del gasto y respuesta de la presión para una prueba falloff

Pruebas de Inyectividad "Step Rate"

Estas pruebas de inyectividad son hechas especialmente para determinar la presión a la cual una fractura puede ser inducida a la formación. En esta prueba, se inyecta agua a un gasto constante durante 30 minutos, al término de éste, el gasto es incrementado y

mantenido por periodos sucesivos, cada uno de los cuales tiene la misma duración. De seis a ocho periodos de gasto se utilizan normalmente. La presión observada al final de cada gasto de inyección es graficada contra el gasto correspondiente. Dicha gráfica muestra dos líneas rectas, donde la intersección de ambas será la presión de fractura de la formación.

1.1.4 Pruebas en pozos múltiples

Las pruebas en pozos múltiples son aquellas que involucran más de un pozo. Estas requieren al menos un pozo activo (productor o inyector) y al menos un pozo de observación (cerrado), figura 1.5.



Figura 1.5 Pozos activo y de observación en una prueba de interferencia o pulsos

En este tipo de pruebas, el gasto se registra en el pozo activo, mientras que la presión de fondo se registra en los pozos de observación. Estas pruebas tienen la ventaja de que investiga más de un yacimiento que en una prueba de un sólo pozo.

Pruebas de Interferencia

Cuando un pozo es cerrado y su presión es medida mientras otros pozos en el yacimiento están produciendo, la prueba es llamada de interferencia. El nombre viene del hecho de que la caída de presión causada por los pozos que están produciendo, en el pozo de observación cerrado "interfiere" con la presión en el pozo de observación. Este tipo de pruebas pueden dar información acerca de las propiedades del yacimiento las cuales no pueden ser obtenidas por pruebas convencionales de incremento o decremento de presión.

por pruebas convencionales de incremento o decremento de presión. Es decir, información relacionada a la conectividad del yacimiento, así como la determinación de las direcciones de los patrones de flujo del yacimiento, lo cual es realizado abriendo selectivamente pozos circundantes al pozo cerrado.²

La figura 1.6 muestra esquemáticamente la historia del gasto en el pozo activo y la respuesta de presión tanto para el pozo activo como para el pozo de observación.

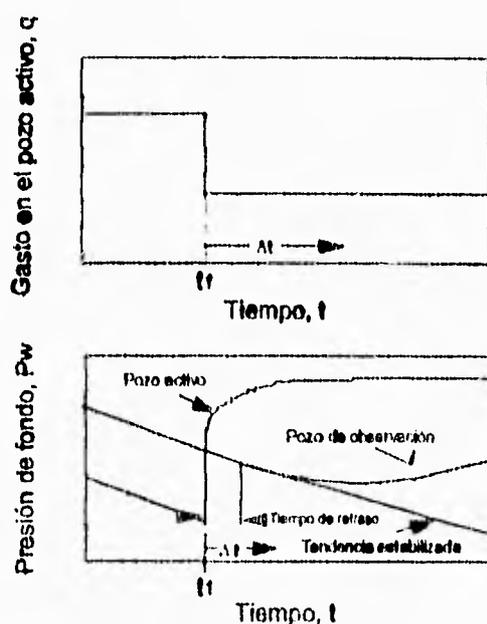


Figura 1.6 Ilustración esquemática de la historia del gasto y la respuesta de la presión para una prueba de interferencia¹

Pruebas de pulso

Las pruebas de pulso se utilizan para conocer la comunicación entre pozos y determinar la permeabilidad, porosidad y la compresibilidad total de la formación. Estas consisten en efectuar una serie de pulsos pequeños de gasto en el pozo activo. Los pulsos son generalmente periodos alternantes de producción (o inyección) y cierre con el mismo gasto durante cada periodo. La respuesta del pulso es medida en el pozo de observación. Debido a que los pulsos son de corta duración, las respuestas de presión son pequeñas, algunas veces menores que 0.01 psi. Por consiguiente, comúnmente son requeridos equipos especiales para medir la presión. La figura 1.7 ilustra esquemáticamente una prueba de pulsos para un sistema de dos pozos.

Aunque el tiempo de flujo y el tiempo de cierre son iguales en la figura 1.7, la prueba de pulso puede ser hecha con diferentes tiempos de flujo y de cierre. Sin embargo, todos los tiempo de flujo deben ser iguales, así como todos los tiempos de cierre.

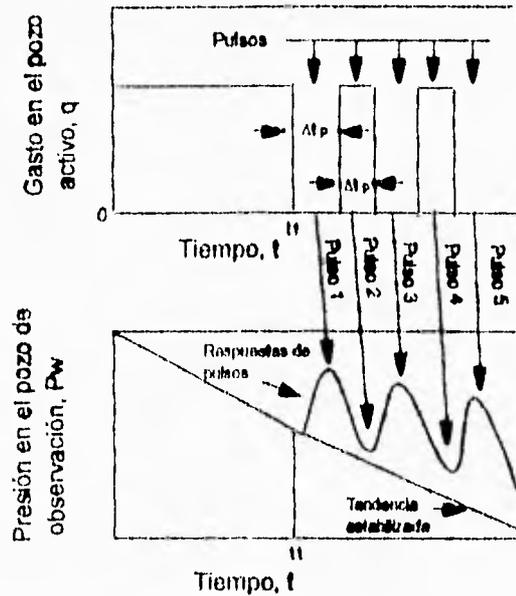


Figura 1.7 Historia del gasto (pulsos) y de la respuesta de presión para una prueba de pulsos¹

Hay dos características en la respuesta de presión en el pozo de observación que son usadas para el análisis de la prueba de pulso, las cuales son: el tiempo de retraso t_r , y la amplitud de la respuesta de la presión Δp . Estos se usan para calcular la permeabilidad, y el producto ϕC_v , etc., figura 1.8.

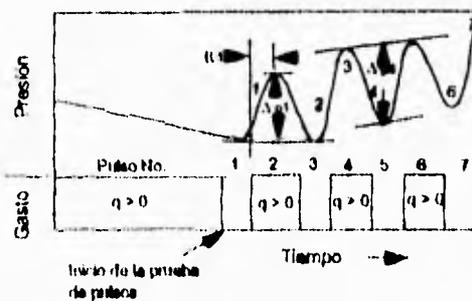


Figura 1.8 Historia de gasto y presión de una prueba de pulsos, mostrando la definición de tiempo de retraso (t_r) y la amplitud de la respuesta de la presión (Δp).¹

1.1.5 Pruebas de gasto múltiple

Una prueba de decremento requiere un gasto constante; sin embargo es imposible mantener un gasto constante el tiempo suficiente para completar una prueba de decremento. En tal situación, pruebas de gasto múltiple y técnicas de análisis son aplicables. Este tipo de pruebas pueden abarcar desde un pozo con gasto variable incontrolable, uno con una serie de gastos constantes, o para una prueba a presión de fondo constante con gasto cambiando continuamente.

Una prueba de gasto múltiple tiene la ventaja de proporcionar datos mientras la producción continúa. Esta tiende a minimizar cambios en el coeficiente de almacenamiento del pozo y los efectos de segregación, de modo que proporcione buenos resultados. La figura 1.9 muestra esquemáticamente este tipo de prueba, en la cual el gasto cambia continuamente, y es tratado como una serie de cambios discretos para los fines de análisis.

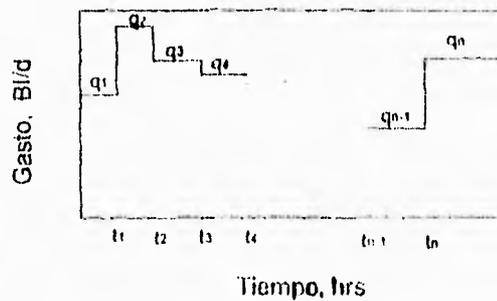


Figura 1.9 Representación esquemática de un gasto de producción variable¹

1.1.6 Pruebas de Formación (DST)

Una prueba DST (Drill Stem Test) es corrida normalmente en una zona de potencial indeterminado principalmente en pozos que están siendo perforados; aunque estas pruebas son corridas algunas veces en zonas productoras conocidas en pozos de desarrollo. Una prueba DST bien realizada proporcionará una muestra del fluido presente en el yacimiento, una indicación de los gastos, una medida de la presión estática y de la presión de fondo fluyendo, etc. Este tipo de pruebas ayudan a determinar la posibilidad de una producción comercial en virtud de los tipos de fluidos recuperados y de los gastos observados.

Las pruebas DST incluyen un periodo corto de producción (el periodo inicial de flujo), un periodo corto de cierre (el incremento inicial), un periodo largo de flujo (el segundo periodo de flujo) y un periodo largo de cierre (el incremento final). La figura 1.10 esquematiza la presión de una prueba DST para una prueba de dos ciclos.

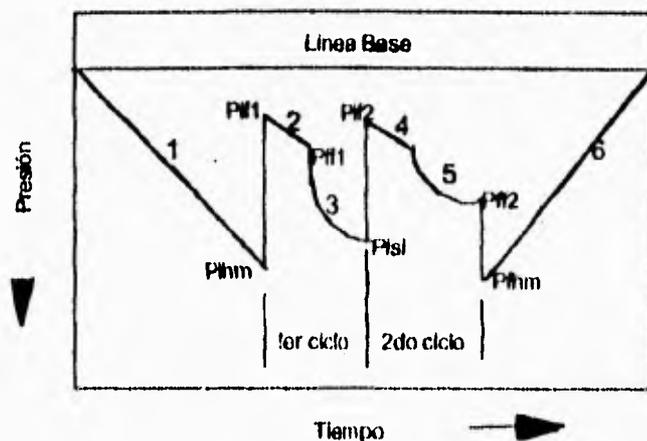


Fig. 1.10 Carta esquemática de una prueba DST¹

En donde: (1) Introducción del registrador, (2) Periodo inicial de flujo, (3) Periodo inicial de cierre, (4) Periodo final de flujo, (5) Periodo final de cierre, (6) Salida del registrador.

Una alternativa rápida y económica para una prueba DST, puede ser una prueba corrida con una herramienta de análisis de la formación mediante cable (DST mediante cable). Esta herramienta es bajada y situada enfrente de la formación que va a ser probada.

La interpretación de los datos de esta prueba son semicualitativos, así que la información obtenida por esta prueba es inferior a la obtenida por una prueba DST. Aunque la permeabilidad puede ser estimada mediante esta prueba, el grado de incertidumbre es alto, además que el factor de daño no puede ser estimado.

1.2 Conceptos Básicos

Una descripción matemática del flujo de fluidos en medios porosos puede ser obtenida a través de la combinación de los siguientes principios básicos: a) Principio de conservación de la masa, b) Ecuación de movimiento, y c) Ecuación de estado.¹

1.2.1 Ecuaciones básicas de flujo de fluidos

Ecuación de continuidad

En cualquier fenómeno de flujo (fluidos, calor, etc.) uno de los principios más útiles es el principio de la conservación de la masa. Este principio establece que una unidad física no se crea ni se destruye, sólo se transforma. Lo anterior se puede expresar por el siguiente balance:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Cantidad de masa} \\ \text{que entra} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Cantidad de masa} \\ \text{que sale} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Cantidad de masa} \\ \text{acumulada} \end{array} \right]$$

Comúnmente el flujo de fluidos hacia un pozo ocurre en forma radial. Considerando flujo en una sola fase fluyendo a través de un medio poroso y eligiendo un volumen elemental de referencia:

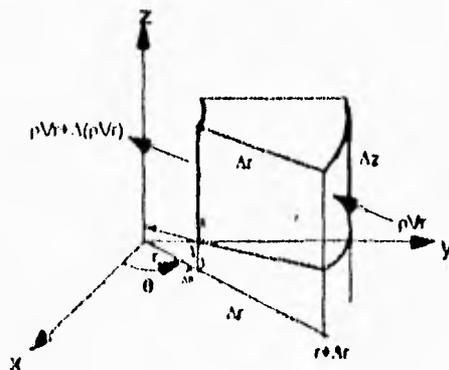


Figura 1.11 Volumen elemental de un sistema radial

Aplicando el principio de conservación de la masa para flujo en tres dimensiones r , z y θ , tenemos que:

$$\begin{aligned}
 & -\rho V_r r \Delta \theta \Delta z - \rho V_r \Delta r \Delta \theta \Delta z + \rho V_r r \Delta \theta \Delta z + \Delta(\rho V_r) r \Delta \theta \Delta z \\
 & = \left(\frac{\rho \phi|_{r+\Delta r} - \rho \phi|_r}{\Delta r} \right) r \Delta \theta \Delta r \Delta z
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Dividiendo entre $r \Delta \theta \Delta r \Delta z$ y tomando límites ($\Delta r \rightarrow 0$):

$$-\left(\frac{\rho V_r}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho V_r) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) \tag{1.2}$$

Rearreglando la ecuación (1.2) tenemos finalmente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho V_r) = -\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) \tag{1.3}$$

A la ecuación (1.3) se le conoce como la ecuación de continuidad para flujo monofásico.

Ecuación de Movimiento

La ley de Darcy establece que el flujo por unidad de área en cualquier punto en un medio poroso uniforme es proporcional al gradiente del potencial en la dirección de flujo:

$$v = -\frac{k\rho}{\mu} \nabla \Phi \tag{1.4}$$

Donde v es el gasto de flujo por unidad de área, Φ es el potencial de Hubbert, $\nabla \Phi$ es el gradiente del potencial en la dirección del flujo, μ es la viscosidad del fluido, k es la permeabilidad del medio poroso (constante) y ρ es la densidad del fluido. El signo menos en la ecuación indica que el fluido ocurre en dirección en que decrece el potencial.

El potencial de Hubbert se expresa como:

$$\Phi = \int \frac{\partial p}{\rho g} + gz \tag{1.5}$$

donde z es la altura y P_o es la presión en un plano arbitrario. Expresando la ecuación de Darcy para flujo radial, tomando en cuenta el potencial de Hubbert, se tiene la ecuación de movimiento:

$$v_r = -\frac{k\rho}{\mu} \frac{\partial}{\partial r} \int_{P_o}^P \frac{\partial p}{\rho} + gz$$

la cual se puede expresar como:

$$v_r = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{1.6}$$

Para representar la ecuación que modele el flujo de fluidos en medios porosos, se debe combinar la ecuación de Darcy, (1.6) con la ecuación de continuidad (1.3), resultando:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r\rho k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) \tag{1.7}$$

La ecuación diferencial final depende del tipo del fluido, la cual se puede modelar a través de la ecuación (1.7) en combinación con la ecuación de estado correspondiente.

Ecuación de Estado

Una ecuación de estado indica la variación de la densidad del fluido con respecto a la presión y a la temperatura. La compresibilidad isotérmica de un fluido se define como el cambio en volumen de un volumen unitario fluido por un cambio unitario en la presión:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P}$$

la cual puede ser escrita como:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \tag{1.8}$$

si c es constante, entonces la relación anterior puede ser integrada para proporcionar:

$$\rho = \rho_o e^{c(P-P_o)} \tag{1.9}$$

La ecuación anterior es la ecuación de estado para fluidos ligeramente compresibles.

Una importante clase de ecuaciones para el flujo de fluidos en una sola fase es la que describe el flujo de gas a través de medios porosos. La ecuación de estado para un gas ideal está dada por la ley de los gases ideales como:

$$PV = \frac{m}{M} RT \quad (1.10)$$

donde V es el volumen ocupado por una masa m de gas de peso M , R es la constante universal de los gases y T es la temperatura absoluta. Como $\rho = M/V$, de la ecuación 1.10 se puede obtener la densidad si sabemos que $n = m/M$, tal que:

$$\rho = \frac{M}{RT} P$$

y para el caso de flujo de gas real, el factor de desviación del gas es introducido, en donde $Z = V/V_r$, resultando de ésta manera la ecuación de estado para gases reales:

$$\rho = \frac{PM}{ZRT} \quad (1.11)$$

1.2.2. Ecuación de difusividad para flujo de gas, aceite y flujo multifásico

A continuación se presenta un esquema general en el establecimiento de la ecuación de difusión la cual modela el flujo de fluidos en medios porosos para los casos de flujo de líquidos, gas y flujo multifásico.

La derivación de esta ecuación envuelve varias suposiciones, las cuales se exponen a continuación:

- a) El yacimiento es circular con el pozo en el centro
- b) La permeabilidad a lo largo del yacimiento es constante
- c) La compresibilidad del fluido es constante
- d) El flujo es monofásico
- e) La viscosidad es constante
- f) Las fuerzas de gravedad son despreciables
- g) Flujo laminar en el yacimiento
- h) El pozo penetra totalmente la formación productora

Flujo de líquido

Combinando las ecuaciones (1.7) y (1.9) y tomando en cuenta las suposiciones d), e), f), g) se tiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + c \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \frac{\phi \mu c_i}{k} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.12)$$

Considerando ahora las suposiciones b) y c) y que $\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2$ es despreciable, la ecuación anterior se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_i}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.13)$$

La ecuación (1.13) es la ecuación de difusividad para flujo radial de fluidos ligeramente compresibles, en donde el término $\frac{k}{\phi \mu c_i}$ es llamado el coeficiente de difusividad hidráulico, η .

Flujo de Gas

Para la derivación de la ecuación de difusión para flujo de gas real, se toman en cuenta las suposiciones anteriormente expuestas, y la combinación de las ecuaciones (1.7) y (1.11):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{PM}{ZRT} \left(- \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right) = - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{PM\phi}{ZRT} \right)$$

simplificando tenemos, la ecuación de difusión para flujo de gas real:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{P}{\mu Z} r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{Z} \right) \quad (1.14)$$

Una versión de la ecuación anterior en la cual los términos de más alto orden son despreciados pueden ser también derivada. Esta ecuación es:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu Z}{k P} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{Z} \right)$$

Flujo Multifásico

En realidad, el espacio poroso de un yacimiento está ocupado por más de un fluido, y alguno de estos o todos los fluidos pueden presentarse a niveles de saturación tales que el flujo multifásico esté presente en el yacimiento.

En cualquier instante, un elemento del yacimiento contendrá un cierto volumen de aceite, de gas y agua, los cuales, cuando sean reducidos a condiciones estandar serán modificados como resultado de la solubilidad del gas en el aceite y agua y de la compresibilidad de cada fase. La relación del volumen del gas liberado de un volumen de aceite al volumen de aceite (ambos referidos a condiciones estandar) es el factor de solubilidad del gas, R_s . Similarmente, el factor de solubilidad del gas en el agua puede ser definido, y representado por R_{sw} .⁴

El uso de un factor de volumen de la formación es muy común para detectar los cambios de volumen, los cuales ocurren en cada fase, en la transición de las condiciones de presión y temperatura desde el yacimiento hasta la superficie. Estos factores de volumen están definidos para cada fase como:

$$B_o = \frac{\text{Volumen de aceite y gas disuelto @ C.Y.}}{\text{Volumen de aceite @ C.S.}}$$

$$B_g = \frac{\text{Volumen de gas @ C.Y.}}{\text{Volumen de gas @ C.S.}}$$

$$B_w = \frac{\text{Volumen de agua y gas disuelto @ C.Y.}}{\text{Volumen de agua @ C.S.}}$$

Las figuras 1.12 - 1.14 ilustran esquemáticamente el comportamiento de los factores de volumen para el aceite, gas y la relación de solubilidad, R_s , con respecto a la presión.

Además de estos conceptos, el parámetro de permeabilidad relativa debe ser introducido. Cuando tres fluidos inmiscibles (aceite, gas y agua) fluyen simultáneamente a través de un medio poroso, la permeabilidad de la roca para cada fase fluyente depende de la tensión interfacial entre los fluidos y el ángulo de contacto entre la roca y los fluidos. Las permeabilidades relativas para cada fase están definidas como la relación de la permeabilidad una fase a condiciones de saturación prevaleciente entre la permeabilidad absoluta.⁵

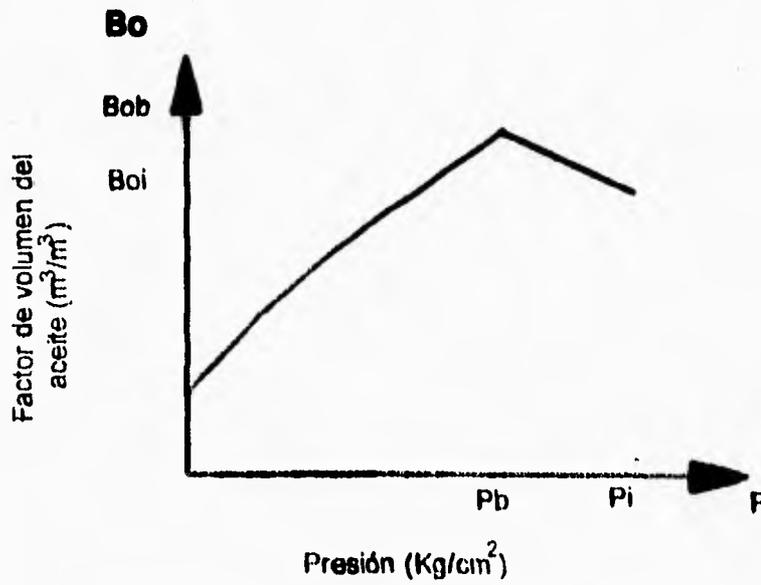


Figura 1.12 Variación del factor de volumen del aceite con la presión.⁴

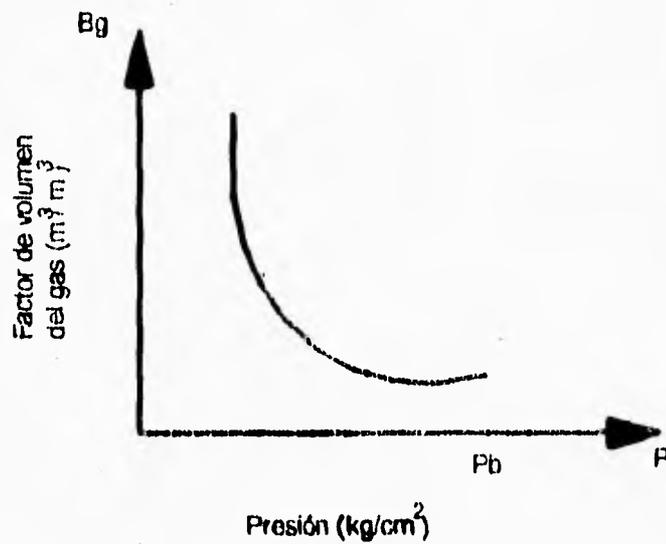


Figura 1.13 Variación del factor de volumen del gas con la presión.⁴

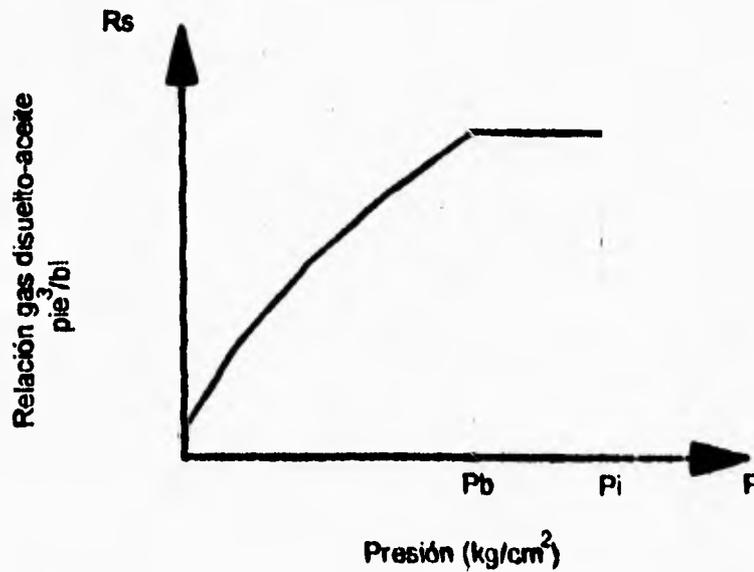


Figura 1.14 Variación de la relación gas disuelto-aceite con la presión.⁴

De éste modo se tiene, para aceite, gas y agua:

$$K_{ro} = \frac{K_o(S_g, S_w)}{K}$$

$$K_{rg} = \frac{K_g(S_o, S_w)}{K}$$

$$K_{rw} = \frac{K_w(S_o, S_g)}{K}$$

donde: $S_o + S_g + S_w = 1$

Cuando se tienen dos o más fluidos, se denomina permeabilidad efectiva, K_e , y tendrá un valor inferior a la permeabilidad absoluta. En la siguiente figura se ilustran las variaciones de las permeabilidades del aceite y del gas para una roca.

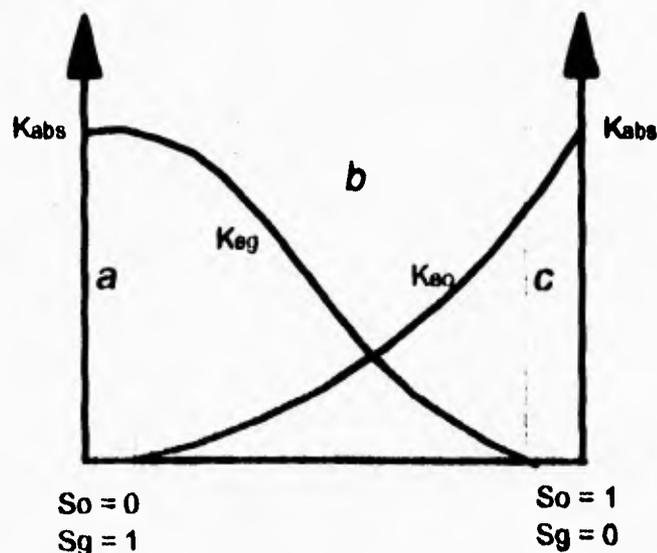


Figura 1.15 Variación de las permeabilidades relativas del aceite y del gas para una roca.⁵

De la figura anterior, en la zona (a) sólo fluye gas, en la zona (b) fluyen tanto el aceite como el gas, y en la zona (c) fluye aceite. En la presencia de estos dos fluidos, el aceite es el fluido mojante y el gas el no mojante. El valor mínimo de saturación del gas, al cual éste empieza a fluir se le denomina saturación crítica de gas, y el valor para el cual el gas ya no fluye se le denomina saturación residual. Así mismo, existe un valor de saturación crítica para aceite al cual éste comienza a fluir, y un valor de saturación residual donde ya no fluirá.

De la figura 1.15, se pueden señalar algunas características de las curvas de variación de permeabilidades para la roca:

- (1) El abatimiento del valor de K , para la curva K_{eo} , se debe fundamentalmente a que el fluido no mojante ocupará los poros mayores, es decir, los canales de flujo más importantes impidiendo que el fluido mojante se mueva por ellos.
- (2) El fluido mojante deja de fluir a un valor significativo, debido a que parte del fluido estará mojando la roca en los espacios más pequeños principalmente.
- (3) La permeabilidad efectiva del fluido no mojante permanece sin mayor variación, curva K_{eg} , debido a que el fluido mojante se irá a los poros más pequeños.
- (4) El fluido no mojante deja de fluir a valores de saturación pequeños.

En cualquier caso, la suma de los valores de la permeabilidad efectiva, $K_{ro} + K_{rk}$, será un valor menor a la permeabilidad absoluta.

Considerando un volumen unitario del yacimiento, donde hay una masa de aceite dada por $(\phi S_o / B_o)\rho_{os}$ y una masa de agua dada por $(\phi S_w / B_w)\rho_{ws}$, en donde ρ_{os} y ρ_{ws} son las densidades del aceite y del gas respectivamente a condiciones estandar. Así mismo, se tiene en el volumen unitario una masa de gas libre $(\phi S_g / B_g)\rho_{gs}$ y una masa de gas disuelto $(\phi R_o \rho_{go} S_o / B_o) + (\phi R_w \rho_{gw} S_w / B_w)$, por lo tanto, la masa total de gas por unidad de volumen del yacimiento (gas libre y gas disuelto) es:

$$\frac{\phi S_g}{B_g} \rho_{gs} + \frac{\phi R_o \rho_{go} S_o}{B_o} + \frac{\phi R_w \rho_{gw} S_w}{B_w} \quad (1.15)$$

Utilizando la ecuación de Darcy, podemos expresar el flujo radial de masa del aceite como:

$$\rho_o v_{ro} = - \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \rho_{og} \frac{\partial p_o}{\partial r}$$

para el agua:

$$\rho_w v_{rw} = - \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \rho_{ws} \frac{\partial p_w}{\partial r}$$

y para el gas se tiene:

$$\rho_g v_{rg} = - \frac{k_{rk}}{\mu_k B_k} \rho_{gs} \frac{\partial p_o}{\partial r} - \rho_{gs} \frac{R_o k_{ro}}{B_o \mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} - \rho_{gs} \frac{R_w k_{rw}}{B_w \mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial r}$$

Si despreciamos las diferencias capilares en el sistema y los efectos de gravedad, entonces se obtiene una ecuación de continuidad para cada fase, las cuales pueden ser escritas como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{K_m}{\mu_o B_o} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = - \frac{\phi}{K} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (1.16)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{k_{rk}}{\mu_k B_k} + \frac{R_o k_{ro}}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_g}{B_g} \right) + \frac{S_o R_o}{B_o} \quad (1.17)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = - \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_w}{B_w} \right) \quad (1.18)$$

Las suposiciones consideradas para el desarrollo de las ecuaciones anteriores se resumen a continuación:

- a) Yacimiento circular cerrado con un pozo penetrando totalmente en el centro.
- b) El medio poroso es uniforme e isotrópico
- c) Efectos de gravedad despreciables
- d) Compresibilidad de la roca despreciable
- e) Equilibrio entre las fases
- f) No hay almacenamiento en el pozo

Combinando las ecuaciones (1.16), (1.17) y (1.18) se obtiene la ecuación que modela el flujo multifásico, la cual es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi C_t}{\lambda} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.19)$$

donde C_t es la compresibilidad total del sistema y está dada por la ecuación:

$$C_t = S_o C_o + S_g C_g + S_w C_w + C_f$$

y el término λ es la suma de las movilidades de los fluidos, y está dada por:

$$\lambda = \frac{k_{ro}}{\mu_o} + \frac{k_{rg}}{\mu_g} + \frac{k_{rw}}{\mu_w}$$

1.2.3 Variables Adimensionales

En el análisis de pruebas de presión se hace uso de variables adimensionales las cuales tienen la ventaja de proporcionar soluciones del modelo en estudio en forma independiente de cualquier sistema en particular. Es una suposición inherente en la definición, que la permeabilidad, viscosidad, porosidad, factor de volumen de la formación y espesor son constantes.

La presión adimensional P_D está definida, en unidades de campo como:

$$P_D = \frac{kh\Delta P}{\alpha q \beta \mu} \quad (1.20)$$

donde $\alpha = 141.2$; y el tiempo adimensional está definido (también en unidades de campo) como:

$$t_D = \frac{\lambda k t}{\phi \mu C_r r_w^2} \quad (1.21)$$

donde $\lambda = 2.637 \times 10^{-4}$

Otra definición que es muy comúnmente usada es t_{DA} , el tiempo adimensional basado en el área de drenaje:

$$t_{DA} = \frac{\lambda k t}{\phi \mu C_r A} \quad (1.22)$$

donde A es el área del yacimiento. Claramente hay una relación directa entre t_D y t_{DA} , sustituyendo la ecuación (1.22) en la ecuación (1.21) obtenemos:

$$t_{DA} = t_D \frac{r_w^2}{A} \quad (1.23)$$

Por otra parte, se puede definir el radio adimensional, r_D , como:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (1.24)$$

El uso de las variables adimensionales nos permite generalizar las soluciones de la ecuación de difusividad, ya que el número de variables independientes es reducido significativamente.

Las variables adimensionales usadas en el análisis de pruebas de presión tienen las siguientes características:

- Son directamente proporcionales a las variables reales
- Están definidas de tal manera que la solución adimensional no contiene variables reales

1.2.4 Soluciones para flujo radial de fluidos ligeramente compresibles

La ecuación de difusividad relaciona la presión en espacio y tiempo en un sistema poroso con un fluido ligeramente compresible. La ecuación es aplicable a todos los sistemas porosos, sin embargo, la solución de la ecuación depende de las condiciones de frontera establecidas en el sistema.

Las suposiciones hechas en el desarrollo de la ecuación de difusión para flujo radial de fluidos ligeramente compresibles son resumidas a continuación:

- Flujo radial en el pozo, que produce a partir de una formación completamente abierta al flujo
- Medio poroso homogéneo e isotrópico
- Espesor uniforme en el medio
- Porosidad y permeabilidad constantes
- Fluido de compresibilidad pequeña y constante
- Viscosidad del fluido constante
- Gradientes de presión pequeños
- Fuerzas de gravedad y capilares despreciables

La ecuación de difusión para flujo radial cilíndrico, como ya se vio, puede ser escrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_v}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Las soluciones de esta ecuación son muy importantes en el desarrollo de modelos para el análisis de pruebas de presión. Tres casos básicos son de interés: (1) Yacimiento Infinito, es aquel en el cual se supone extensión radial infinita del yacimiento, (2) Yacimiento Cerrado, cuando se tiene un pozo localizado en el centro de un yacimiento circular, en cuya frontera exterior no existe flujo, $q = 0$ y (3) Yacimiento con frontera a presión constante, en este caso, se supone que el pozo está situado en el centro del yacimiento cuya presión permanece constante en su frontera exterior. La geometría y condiciones de frontera para estos tres casos se muestra en la figura 1.16.

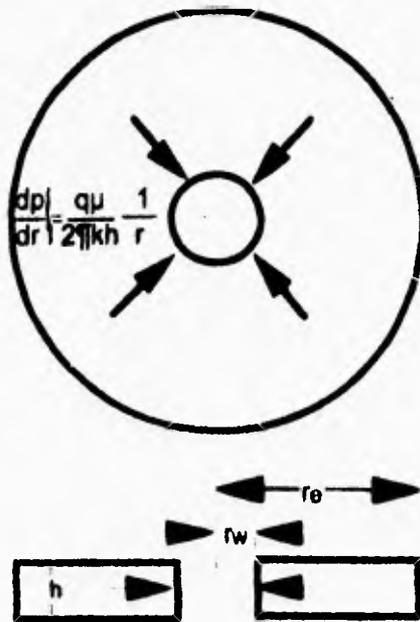


Fig. 1.16 Dibujo esquemático de la geometría y condiciones de frontera para flujo radial, a gasto constante.³

Yacimiento infinito: $P \rightarrow P_i$ como $r \rightarrow \infty$

Yacimiento circular cerrado: $\left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r_e} = 0$

Yacimiento a presión constante en su frontera exterior: $P = P_i$ a $r = r_e$

Para expresar la condición de gasto constante en el pozo ($r = r_w$), se hace uso de la ecuación de Darcy (suponiendo flujo laminar). De este modo, se tiene la siguiente condición en el gradiente de presión:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_w} = \frac{q\mu}{2\pi kh} \frac{1}{r}$$

Las soluciones para los tres casos señalados son expuestas a continuación.

(1) Solución para un yacimiento infinito

$$p(r,t) = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left\{ -\frac{1}{2} Ei \left(-\frac{\phi\mu C' r^2}{4kt} \right) \right\} \quad (1.25)$$

La ecuación (1.25) es conocida como la solución de "línea fuente" para flujo radial. La función Ei es conocida como la integral exponencial, y está definida como:

$$-Ei(-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du$$

para valores de $x < 0.01$, la integral exponencial puede ser aproximada por:

$$-Ei(-x) \cong -\ln(\gamma x) = \ln \frac{1}{x} - 0.5772$$

El símbolo γ es la constante de Euler, y es igual a 1.78. De este modo, para $\frac{4kt}{\phi\mu C' r^2} > 100$ la ecuación 1.25 puede escribirse como:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[\ln \frac{kt}{\phi\mu C' r^2} + 0.80907 \right] \quad (1.26)$$

A la ecuación (1.26) se le denomina aproximación logarítmica de la solución de línea fuente. La solución para el comportamiento de la presión en el pozo, ($r = r_w$), está dada por la expresión:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh} \left[\ln \frac{kt}{\phi\mu C' r_w^2} + 0.80907 \right] \quad (1.27)$$

Expresando la ecuación anterior en términos de variables adimensionales se tiene:

$$p_D = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right]$$

Para el pozo, $r_D = r_w / r_w = 1$, y por lo tanto la aproximación logarítmica está dada por:

$$P_i = \frac{1}{2} [\ln t_D + 0.80907] \quad (1.28)$$

donde P_i es la presión adimensional en el pozo, excluyendo el efecto de daño.

(2) Solución para un Yacimiento Cerrado

En este caso, la solución para el comportamiento de la presión en el pozo, para el caso de $r_e \gg r_w$ está dada por la expresión:

$$P_{wf} = P_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left\{ \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\alpha_n^2 t_D} J_1^2(\alpha_n r_{eD})}{\alpha_n^2 [J_1^2(\alpha_n r_{eD}) - J_1^2(\alpha_n)]} \right\} \quad (1.29)$$

donde:

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}, \quad t_{Dw} = \frac{kt}{\phi\mu C_v r_w^2}$$

y los valores α_n son las raíces de:

$$J_1(\alpha_n r_{eD}) - J_1(\alpha_n) = 0$$

A medida que n incrementa, los valores de α_n decrecen, y por lo tanto, para un valor dado de t_D , los exponentes decrecerán. Por otra parte, los términos de la función de Bessel son menores conforme n incrementa. De ésta manera, a medida que t_D crece, los términos de la serie serán cada vez más pequeños. Por lo tanto, finalmente se tiene la siguiente solución para tiempos largos:

$$P_{wf} = P_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[\frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right] \quad (1.30)$$

(3) Solución para un yacimiento con frontera externa a presión constante

En este caso, la solución para el comportamiento de la presión es:

$$P_{wf} = P_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[\ln r_{eD} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_n^2 t_D} J_0^2(\beta_n r_{eD})}{\beta_n^2 (J_1^2(\beta_n) - J_0^2(\beta_n r_{eD}))} \right] \quad (1.31)$$

Para t_1 grandes, la ecuación (1.31) se reduce a:

$$P_{wf} = P_i - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln r_{eD} \quad (1.32)$$

1.2.5 Periodos de Flujo

El comportamiento de la presión en un pozo produciendo a gasto constante se muestra en la figura 1.17, en la cual se pueden identificar tres periodos de flujo, transitorio, de transición y pseudo-estacionario.

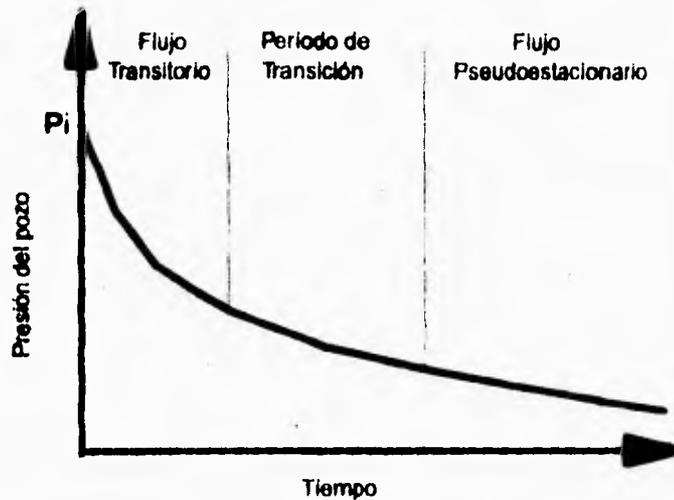


Fig. 1.17 Periodos de flujo en el comportamiento de la presión en un pozo que produce a gasto constante.

Durante el tiempo en el que el yacimiento actúa como sistema infinito, el flujo se encuentra en estado transitorio y la presión es una función del tiempo y la distancia. Durante el periodo transitorio, es válida la solución de línea fuente, ecuación (1.25).

Al final del periodo transitorio empiezan a sentirse los efectos de frontera, lo cual da origen al periodo de transición o transitorio tardío.

El periodo de flujo pseudo-estacionario ocurre cuando se han sentido todos los efectos de frontera, y la presión declina linealmente con el tiempo, es decir, $dp/dt = cte$.

Si se trata de un yacimiento con fronteras externas a presión constante, cuando se han sentido todos los efectos de frontera, ocurre el periodo de flujo estacionario, ec (1.32).

1.2.6 Principio de Superposición

El principio de superposición es una de las herramientas más poderosas para obtener soluciones de problemas complejos de flujo en yacimientos, sin resolver explícitamente las ecuaciones diferenciales envueltas. Matemáticamente, el principio de superposición establece que cualquier suma de soluciones individuales de una ecuación diferencial lineal de segundo orden es además una solución de la ecuación.⁶ Para el propósito de Ingeniería de yacimientos, se establece que la caída de presión total en cualquier punto del yacimiento es la suma de las caídas de presión en aquel punto causado por cada uno de los pozos en el yacimiento.

Superposición en espacio

Para ilustrar este concepto, consideremos la figura 1.18, la cual muestra tres pozos, A, B y C. Estos pozos han estado produciendo a gasto constante por un periodo de tiempo tal que estos son aún infinitos.

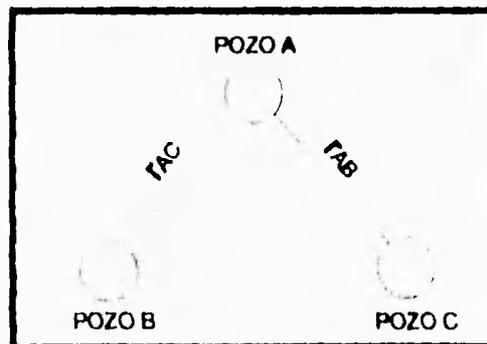


Fig. 1.18 Tres pozos en un yacimiento infinito⁶

La caída de presión en el pozo A se puede calcular determinando: (1) la caída de presión en éste mismo, causada por su producción en su radio, (2) la caída de presión en el pozo B causada por su producción en el radio, r_{AB} , y (3) la caída de presión en el pozo C causada por su producción en el radio r_{AC} y considerando que los pozos A y B no existen;

utilizando la función Ei para los tres casos. Sumando las tres caídas de presión, se obtendrá la caída de presión total en el pozo A causada por los gastos de producción de los tres pozos. Matemáticamente, en términos de Ei y aproximaciones logarítmicas, se tiene:

$$\begin{aligned} (P_i - P_{wf})_{total\ en\ A} = & -70.6 \frac{q_A B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{1688 \phi \mu C_i r_{w,A}^2}{kt} \right) - 2s \right] \\ & -70.6 \frac{q_B B \mu}{kh} Ei \left(\frac{-948 \phi \mu C_i r_{w,B}^2}{kt} \right) \\ & -70.6 \frac{q_C B \mu}{kh} Ei \left(\frac{-948 \phi \mu C_i r_{w,C}^2}{kt} \right) \end{aligned}$$

Principio de Superposición en tiempo

El principio de superposición también es aplicado para modelar pozos produciendo a gasto variable, por ejemplo, un cambio de gasto o una serie de cambios de gasto de tal manera que se pueda analizar el efecto de estos cambios.

La historia de gastos está ilustrada en la figura 1.19. Hay que notar que el pozo inicia la producción al gasto q_1 a partir del tiempo 0 al tiempo t_1 , en el tiempo t_1 , el gasto es cambiado a q_2 , y en el tiempo t_2 , el gasto es cambiado a q_3 . En tal situación, el principio de superposición nos ayuda a determinar la presión en el pozo a cualquier tiempo, $t > t_2$.

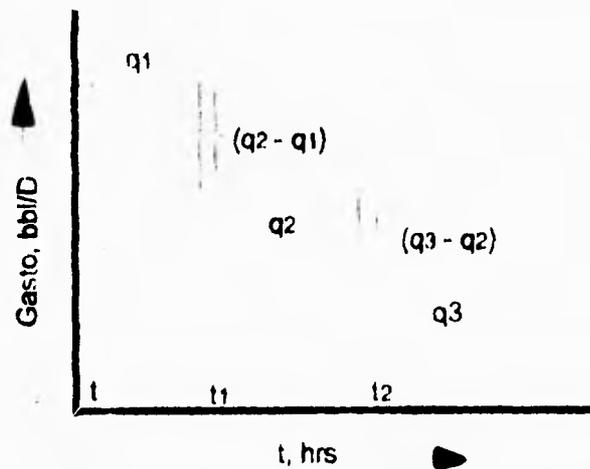


Fig. 1.19 Historia de gastos de un pozo⁶

En este caso, la caída de presión total estará en la misma posición en el yacimiento, por ejemplo, r_1 y r_2 , dados en el caso anterior, serán iguales a r_w ($r_1 = r_2 = r_w$).

De esta manera, la caída de presión total en el pozo, cuya historia de producción se muestra en la figura 1.19, será:

$$\begin{aligned}
 (P_i - P_{wf})_{total} &= (\Delta p_1) + (\Delta p_2) + (\Delta p_3) \\
 &= -70.6 \frac{q_1 B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{1688 \phi \mu C_i r_w^2}{kt} \right) - 2s \right] \\
 &\quad - 70.6 \frac{(q_2 - q_1) B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{1688 \phi \mu C_i r_w^2}{k(t-t_1)} \right) - 2s \right] \\
 &\quad - 70.6 \frac{(q_3 - q_2) B \mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{1688 \phi \mu C_i r_w^2}{k(t-t_2)} \right) - 2s \right]
 \end{aligned}
 \tag{1.33}$$

1.2.7 Factor de Daño y Eficiencia de Flujo

En muchos casos, se ha encontrado que la permeabilidad de la formación cerca del agujero es reducida como resultado de trabajos de perforación y terminación del pozo. La invasión de fluidos de perforación, dispersión de arcillas, presencia de enjarre o cemento, penetración parcial, perforación limitada, presencia de alta saturación de gas alrededor del pozo, etc. son algunos de los factores responsables de esta reducción de la permeabilidad.⁷ Por lo tanto, esta reducción puede ser tomada como una caída de presión adicional al gasto de producción. La zona de permeabilidad dañada reducida es conocida como zona de daño (skin), y el resultado de este efecto, como factor de daño, figura 1.20.

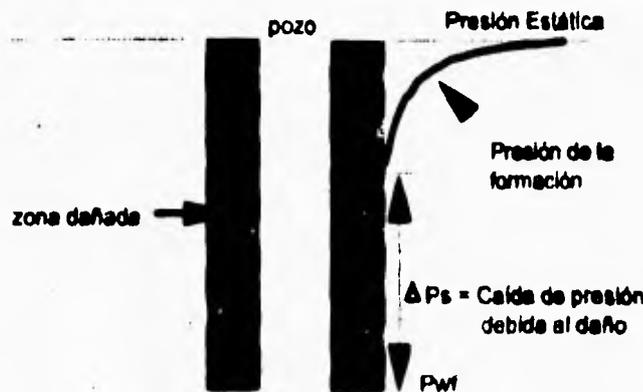


Fig. 1.20 Distribución de la presión en un pozo con daño.⁷

La caída de presión a través de la zona dañada es la diferencia entre la presión real del pozo cuando está fluyendo y la presión que tendría si no estuviera dañado.

El factor de daño es una variable adimensional para cuantificar la magnitud del efecto de daño, y puede ser expresado como:

$$\Delta p_s = \frac{141.2 q B \mu}{k h} s \quad (1.34)$$

así, de una prueba de presión, el factor de daño puede ser calculado mediante la siguiente ecuación:

$$s = 1.151 \left(\frac{P_{1hr} - P_{wf}}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu C_v r_w^2} \right) + 3.2275 \right) \quad (1.35)$$

donde $m = 162.6 q B \mu / k h$. La ecuación 1.34 puede ser simplificada sustituyendo el valor de m , resultando:

$$\Delta p_s = 0.87 m s \quad (1.36)$$

El radio de la zona de daño, r_s alrededor del pozo y la permeabilidad k_s en esta zona está relacionada al factor de daño s por:

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln \frac{r_s}{r_w} \quad (1.37)$$

De esta relación se puede observar que:

- $k_s < k$, $s > 0$, Pozo dañado
- $k_s = k$, $s = 0$, Pozo sin daño
- $k_s > k$, $s < 0$, Pozo estimulado (fracturamiento o acidificación)

Por otra parte, también se ha definido un radio efectivo del pozo, r_w' como aquel que el cual hace que la caída de presión calculada en un yacimiento ideal sea igual a aquella calculada en un yacimiento real con daño. De este modo:

$$r_w' = r_w e^{-s}$$

De la relación anterior observamos que, si:

- $s > 0$, $r_w' < r_w$
- $s < 0$, $r_w' > r_w$

Un buen indicador para decidir sobre la eficiencia con la cual ha sido perforado o terminado un pozo es proporcionado por la eficiencia de flujo, EF. Esta es definida como la relación de la producción real de un pozo entre su producción ideal, si no hubiera daño ($s = 0$).

$$EF = \frac{J_R}{J_I}$$

en donde $J_R = q / (\bar{P} - P_{wf} - \Delta p_s)$, obteniéndose:

$$EF = \frac{\bar{P} - P_{wf} - \Delta p_s}{\bar{P} - P_{wf}} \quad (1.38)$$

donde:
 \bar{P} = Presión promedio del área de drene, psia
 P_{wf} = Presión de fondo fluyendo, psia
 Δp_s = Caída de presión por daño, psia

La eficiencia de flujo es conocida también como la relación de productividad, relación de condición y el factor de terminación. Para EF tenemos que, si:

- $s > 0$, EF < 1
- $s = 0$, EF = 1
- $s < 0$, EF > 1

1.2.8 Almacenamiento

El almacenamiento o llenado del pozo es un efecto que altera el comportamiento de la presión durante los tiempos cortos. Cuando se cierra un pozo en la superficie, el fluido de la formación continúa fluyendo hacia éste durante algún tiempo. Cuando el pozo se abre en la superficie, el flujo inicial se debe a los fluidos almacenados en el agujero y posteriormente proviene de la formación.⁸

El almacenamiento del pozo puede originarse por compresión o expansión de fluidos y por cambio de nivel de líquido en el pozo. Cualquiera que sea el caso, puede definirse un coeficiente de almacenamiento como:

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta p} \quad (1.39)$$

donde: C = Constante de almacenamiento del pozo, bbl/psi (MCF/psi, en el caso de pozos de gas)
 ΔV = Cambio en volumen de fluido en el pozo, bbl
 ΔP = Cambio en la presión de fondo fluyendo, psi.

En forma adimensional, la ecuación (1.39) puede ser expresada como:

$$C_D = \frac{0.894 C}{\phi C_w h r_w^2} \quad (1.40)$$

El valor del coeficiente de almacenamiento puede ser estimado basado sobre la configuración de la terminación. Para un coeficiente de almacenamiento por compresión o expansión de fluidos se tiene que $C = C_w/V_w$, donde V_w es el volumen del pozo y C_w es la compresibilidad del fluido en el pozo. Para un coeficiente de almacenamiento por cambio de nivel de líquido se tiene que $C = V_u/(\rho/144)$, donde V_u es el volumen del pozo por unidad de longitud, bbl/pie y ρ es la densidad del fluido en el pozo, lb_m/pie^3 .

A tiempos cortos, como el gasto de producción se debe principalmente a los fluidos almacenados en el pozo, se tiene en términos adimensionales que :

$$P_D = \frac{t_D}{C_D} \quad (1.41)$$

de donde se observa que P_D y t_D son proporcionales, y por lo tanto, una gráfica log-log de P_D vs. t_D dará una línea recta de pendiente unitaria, figura, 1.21.

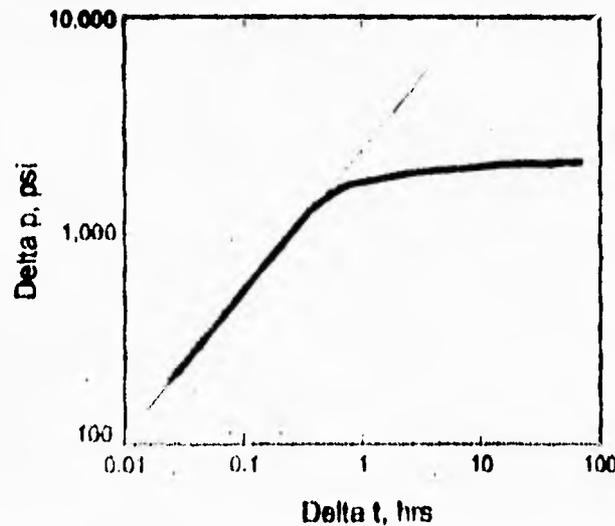


Fig. 1.21 Gráfica doble logarítmica de Presión vs. Tiempo, mostrando una línea recta de pendiente unitaria.

El tiempo en el cual han cesado los efectos de almacenamiento, es decir, cuando $C_D = 0$, puede calcularse con:

$$t_D = (60 + 3.5s)C_D \quad (1.42)$$

Por otra parte, el tiempo afectado por el almacenamiento es independiente de parámetros tales como ϕ , r_w y C . Por otra parte, se puede establecer que el tiempo de influencia del almacenamiento, es inversamente proporcional a la capacidad de flujo (kh):

$$t = \frac{3385C(60 + 3.5s)\mu}{kh} \quad (1.43)$$

De la ecuación anterior, se puede notar que para pozos con alta kh , se tendrá una t pequeña, y viceversa. Finalmente, es importante hacer notar que el efecto de almacenamiento es independiente del gasto q .

1.2.9 Pozos Fracturados

La mayoría de los nuevos pozos de aceite y gas están fracturados hidráulicamente como una parte de la rutina de su terminación. En dicho proceso de fracturamiento hidráulico, el objetivo es la producción de una fractura vertical simple que penetre completamente el espesor de la formación productora y la cual se extienda a cierta distancia a partir del pozo. En otros tipos de yacimientos (por ejemplo en pozos geotérmicos) dichas fracturas pueden ocurrir naturalmente y pueden ser intersectadas por el pozo durante su perforación.⁸

La permeabilidad de la fractura es mucho más grande que la permeabilidad de la formación, y en consecuencia, esto influye significativamente en la respuesta de una prueba de presión. Para la interpretación de estas pruebas deben considerarse los efectos de la fractura. Frecuentemente las pruebas en pozos fracturados son conducidas específicamente para determinar propiedades de las fracturas de modo que la efectividad de éstas pueda mediante una estimulación ser evaluada.

El caso más común es el de una fractura vertical x_f , penetrando completamente la formación, figura 1.22.

Para los propósitos de análisis en pozos fracturados, se hace uso de un tiempo adimensional t_{Dxf} , basado en la longitud de la fractura, x_f , y el cual puede ser relacionado con el tiempo adimensional t_D como:

$$t_{Dxf} = t_D \frac{r_w^2}{x_f^2} \quad (1.43)$$

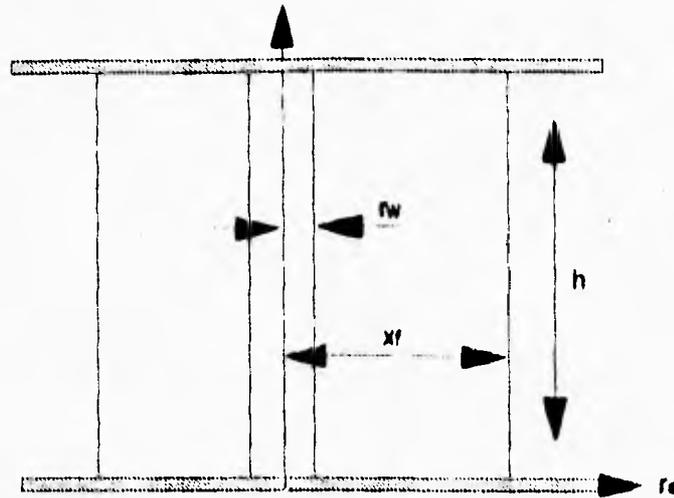


Fig. 1.22 Fractura vertical de longitud x_f , penetrando completamente la formación.⁹

En el análisis de pruebas de pozos, tres principales tipos de fracturas son comúnmente consideradas: (a) Fracturas de conductividad finita, (b) Fracturas de conductividad infinita, y (c) Fracturas con flujo uniforme.

Fracturas de conductividad finita

La figura 1.23 muestra el comportamiento de un pozo con una fractura de conductividad finita. El caso I representa el comportamiento de un fractura de baja conductividad $(k_f h_f)_D = 0.1$; el caso II considera una fractura de alta conductividad, $(k_f h_f)_D = 500$, donde k_f y h_f son la permeabilidad y el ancho de la fractura, respectivamente

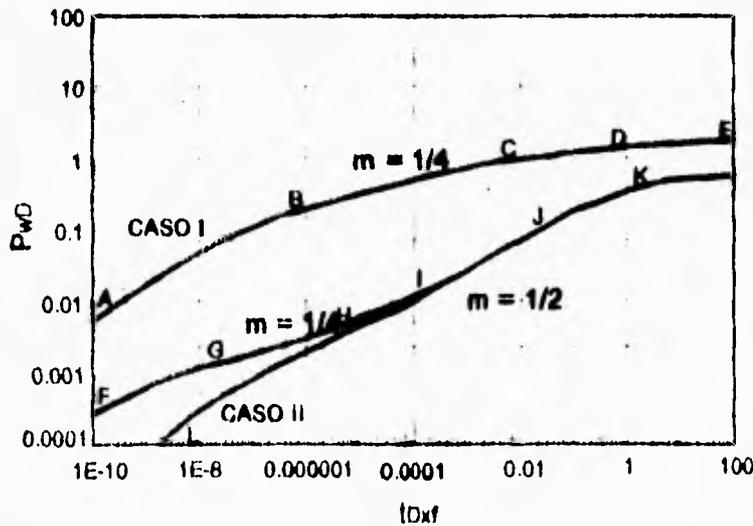


Fig.1.23 Gráfica log-log de casos típicos para pozos fracturados⁹

Un análisis de la figura 1.23 muestra que el comportamiento transitorio de un pozo con una fractura vertical de conductividad finita incluye varios periodos de flujo. Inicialmente, hay un flujo lineal en la fractura, caracterizado por una línea recta de pendiente $1/2$; después de un periodo de flujo de transición, el sistema puede o no exhibir un periodo de flujo bilineal, indicado por una línea recta de pendiente $1/4$. A medida que el tiempo se incrementa, un periodo de flujo lineal en la formación puede aparecer. Eventualmente, en todos los casos, el sistema alcanza un periodo de flujo pseudo-radial, figura 1.24.⁹

Los puntos A, F y I, en la figura 1.23 representan el final del periodo de flujo lineal en la fractura. El periodo de flujo bilineal está definido por los segmentos B-C y G-H; éste comportamiento no está presente cuando la fractura tiene una alta capacidad de almacenamiento y alta capacidad de flujo (curva inferior del caso II). El periodo de flujo lineal en la formación es mostrado por la línea recta de pendiente $1/2$ entre los puntos I y J, y solo se presenta en fracturas de alta conductividad $(k_f h_f)D > 300$. Los puntos D y K muestran el inicio del periodo de flujo pseudo-radial.

Es importante hacer énfasis en el concepto de periodo de flujo bilineal, el cual es llamado así debido a que se presentan dos flujos lineales simultáneamente. Uno de estos es un flujo lineal incompresible en la fractura, y el otro es un flujo lineal compresible, en la formación, como se muestra en la figura 1.24(b). Un flujo bilineal existe, siempre que la mayoría de los fluidos que entran al pozo provengan de la formación y que los efectos de la fractura no hayan afectado aún el comportamiento del pozo.

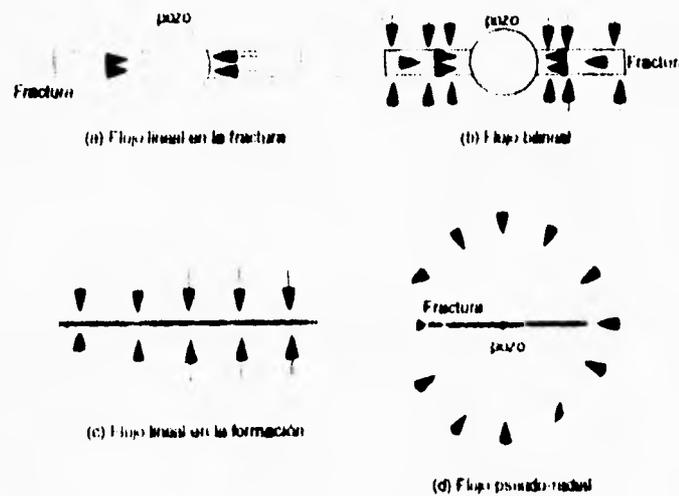


Fig. 1.24 Periodos de flujo para un pozo verticalmente fracturado⁹

Fracturas de conductividad infinita

Si el producto $(k_f b_f) > 500$, entonces la conductividad de la fractura puede considerarse como infinita. Tales conductividades tan elevadas son posibles en la práctica, especialmente en formaciones con baja permeabilidad. Una respuesta de la fractura con conductividad infinita está caracterizada exactamente por una respuesta de flujo lineal.

Fractura con flujo uniforme

Una de las soluciones para un problema de pozo fracturado fue suponer que el flujo estaba uniformemente distribuido en toda la longitud de la fractura. Esta fue una conveniencia matemática, ya que es conocido que la distribución a lo largo de la fractura está lejos de ser uniforme, pero es suposición adecuada.

1.2.10 Comportamiento doble porosidad

Debido a la difusividad natural de transmisión de la presión, muchos yacimientos se comportan realmente como si fueran homogéneos. Sin embargo, hay yacimientos que tienen porosidad primaria y porosidad secundaria. Estos efectos en la presión son conocidos como *comportamiento doble porosidad*, y son comúnmente vistos en yacimientos naturalmente fracturados.⁸

En un yacimiento con doble porosidad, una "matriz" porosa de baja transmisibilidad (porosidad primaria) está adyacente a un medio continuo de alta transmisibilidad (porosidad secundaria), figura 1.25.

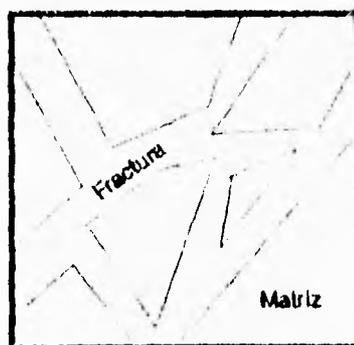


Fig.1.25 Yacimiento doble porosidad

En vista de que ahora se tienen dos medios interconectados, se deben definir las propiedades de cada uno. La permeabilidad, porosidad y compresibilidad total del sistema son k_m, ϕ_m, C_{im} , mientras que para la fractura son: k_f, ϕ_f, C_{if} . En sistemas naturalmente fracturados, la porosidad de la fractura puede ser muy baja, ya que el volumen de la fractura es comúnmente una pequeñísima parte del total, mientras que su permeabilidad es mucho mayor que la permeabilidad de la matriz; la compresibilidad de la fractura, es también más grande que la compresibilidad de la matriz debido al efecto de expansión por los cambios de presión en la fractura.

Basado en un desarrollo matemático de las ecuaciones de flujo en yacimientos de doble porosidad, el tiempo y presión adimensional normales son modificados. La presión adimensional está basada en la transmisibilidad de la fractura, mientras que el tiempo está basado en la capacidad de almacenamiento (fractura más matriz):

$$P_D = \frac{k_f h}{141.2 q B \mu} \Delta p \quad (1.44)$$

$$t_D = \frac{2.637 \times 10^{-4} k_f t}{(\phi_f C_{if} + \phi_m C_{im}) \mu r_w^2} \quad (1.45)$$

Los efectos de doble porosidad son descritos en términos de dos parámetros que relacionan las propiedades primarias y secundarias. El primero de estos es la razón de almacenamiento, ω que relaciona la cantidad de volumen poroso asociado a la fractura del volumen total:

$$\omega = \frac{\phi_f C_{if}}{\phi_f C_{if} + \phi_m C_{im}} \quad (1.47)$$

El segundo parámetro es dependiente de la razón de transmisibilidad del sistema matriz-fractura:

$$\lambda = \alpha \frac{k_m}{k_f} r_w^2 \quad (1.48)$$

donde α es un factor geométrico que depende del flujo interporoso entre la matriz y las fracturas, y está dado por la relación:

$$\alpha = \frac{a}{x'}.$$

donde a es el área superficial de los bloques de la matriz, los cuales pueden ser cubos o esferas, V es el volumen de la matriz y x es la longitud característica.

Debido a las dos "porosidades" separadas en el yacimiento, el sistema de doble porosidad tiene una respuesta que puede mostrar las características de ambas. La porosidad secundaria (fracturas), teniendo mayor transmisibilidad y estando conectada al pozo responde primero. La porosidad primaria no fluye directamente hacia el interior del pozo y es de más baja transmisibilidad, por consecuencia, responde mucho más tarde. El efecto combinado de las dos, proporciona dos líneas rectas semilogarítmicas separadas, figura 1.26. La separación entre las líneas rectas depende de ω , y el tiempo en el cual ocurre la transición entre ellas depende de λ .

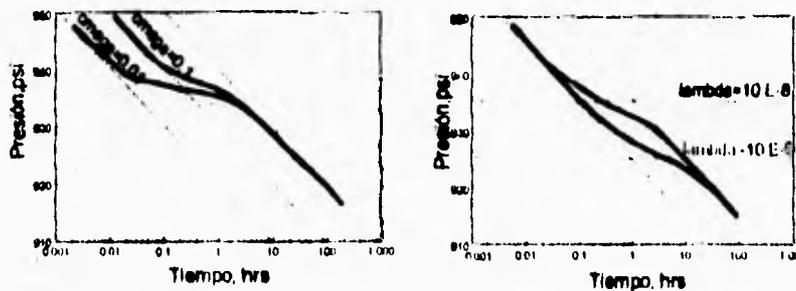


Fig. 1.26 Respuesta de un sistema doble-porosidad

I.3 Análisis Convencional de Pruebas de Presión

El análisis semilogarítmico es una técnica comúnmente usada en los análisis de pruebas de presión. Es llamada así debido a que utiliza un método gráfico en el cual se grafican valores de presión vs. logaritmo del tiempo.

A partir de datos leídos de esta gráfica y con las ecuaciones correspondientes es posible determinar parámetros del sistema pozo-yacimiento, tal como la permeabilidad y el daño, entre otros. A continuación se exponen brevemente los métodos más comunes de análisis semilogarítmico.

I.3.1 Análisis de Pruebas de Decremento de Presión

Las técnicas de análisis están basadas en las soluciones para flujo radial de líquido ligeramente compresible.¹⁰ Estos métodos son aplicables durante los diferentes regímenes de flujo en la prueba de decremento, figura 1.27.

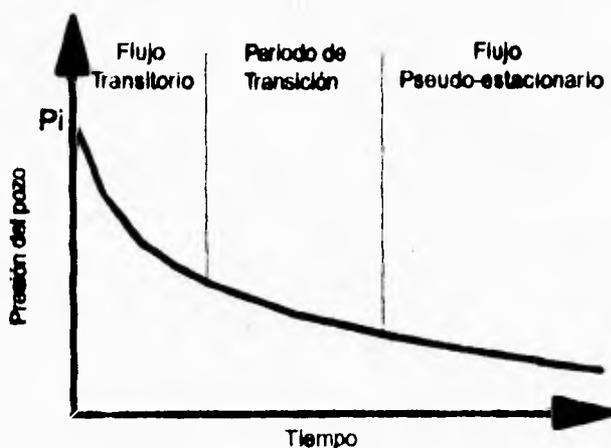


Fig. 1.27 Periodos de flujo en el comportamiento de la presión para una prueba de decremento de presión.¹⁰

El comportamiento de la presión en un yacimiento infinito, incluyendo el efecto de daño, está dado por la ecuación:

$$P_{wf} = P_i - \frac{70.6qB\mu}{kh} \left[E_i \left(-\frac{\phi\mu C_i r_w^2}{0.0015 kt} \right) + 2s \right] \quad (1.49)$$

Esta expresión es válida también para describir el comportamiento de un yacimiento cerrado durante el periodo de flujo transitorio antes de que se sientan los efectos de frontera. La ecuación (1.49) puede ser aproximada por:

$$P_{wf} = P_i - \frac{162.6qB\mu}{kh} \left[\log \frac{kt}{\phi\mu C_r r_w^2} - 3.2275 + 0.87s \right] \quad (1.50)$$

La ecuación anterior indica que durante el periodo de flujo transitorio de una prueba de decremento, una gráfica de P_{wf} vs. $\log t$ debe ser lineal. Esto se ilustra esquemáticamente en la figura 1.28, la cual es conocida como gráfica MDH o de Miller-Dyes-Hutchinson, de donde el producto kh (capacidad de flujo) puede ser determinado con:

$$kh = \frac{162.6qB\mu}{m} \quad (1.51)$$

donde m es la pendiente de la línea recta semilogarítmica.

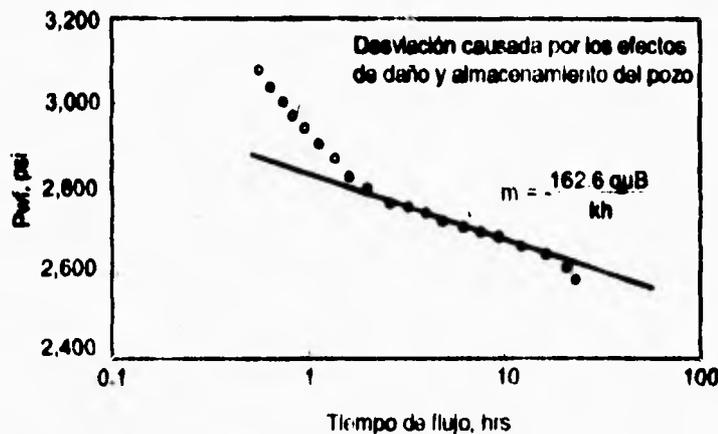


Fig. 1.28 Gráfica semilogarítmica de datos de decremento de presión para un pozo con almacenamiento y daño.¹⁰

Utilizando el valor de la presión leída en la línea recta al tiempo de 1 hr, se puede determinar el factor de daño a través de la ecuación:

$$s = 1.15 \left[\frac{P_{1hr} - P_i}{-m} - \log \left(\frac{k}{\phi\mu C_r r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad (1.52)$$

Si el valor de P_{1hr} no cae dentro de la línea recta semilog, ésta debe ser extrapolada.

Al final del periodo de flujo transitorio, para el caso mostrado, se empiezan a sentir los efectos de frontera, esto es visto durante las pruebas de decremento de presión a condiciones de periodo de transición, para el cual, el comportamiento de la presión está representado por la ecuación:

$$\log(p_{wf} - \hat{p}) = \log\left(118.6 \frac{qB\mu}{kh}\right) - 0.00168 \frac{kt}{\phi\mu C_r r_e^2} \quad (1.53)$$

donde \hat{p} es la presión de fondo fluyendo, durante el régimen de flujo pseudo-estacionario. De la ecuación anterior, se observa que una gráfica de $\log(p_{wf} - \hat{p})$ vs. $\log t$ debe ser lineal, con una pendiente $m = \frac{0.00168k}{\phi\mu C_r r_e^2}$ y ordenada al origen $b = \frac{118.6qB\mu}{kh}$.

Esta gráfica será lineal si el valor de \hat{p} es conocido. Sin embargo es común realizar una gráfica de ensaye y error usando valores supuestos de \hat{p} . El valor que proporcione la mejor línea recta, será tomado como el correcto valor de \hat{p} , figura 1.29.

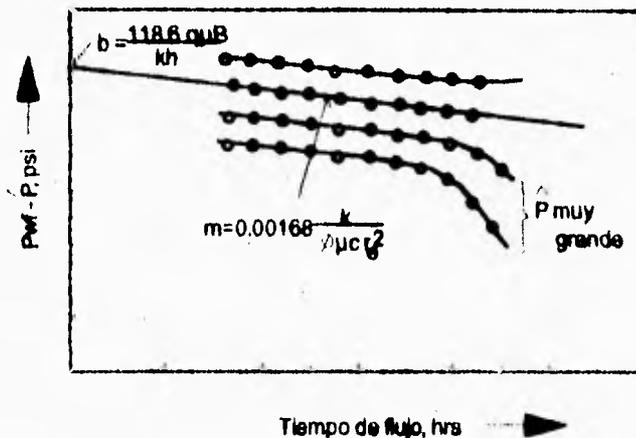


Fig. 1.29 Gráfica semilogarítmica para una prueba de decremento de presión para condiciones de flujo en transición.¹⁰

Una vez que ha sido determinado el valor de \hat{p} , pueden ser determinados: la capacidad de flujo, kh , del valor de la ordenada al origen:

$$kh = \frac{118.6qB\mu}{b} \quad (1.54)$$

y el factor de daño con la ecuación:

$$s = 0.84 \left[\frac{\bar{P} - \hat{P}}{b} \right] - \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{3}{4} \quad (1.55)$$

donde \bar{P} es la presión media del yacimiento.

Si una prueba de decremento de presión es corrida por suficiente periodo de tiempo, el régimen de flujo pseudo-estacionario será alcanzado, a dichas pruebas se les conoce como *pruebas límite de yacimiento*. En éste caso, el comportamiento de la presión está representado por la ecuación:

$$P_{wf} = m^* t + P_{int} \quad (1.56)$$

donde:

$$m^* = - \frac{0.23395qB}{\phi C_A hA} \quad (1.57)$$

donde A es el área de drene; y

$$P_{int} = P_i - \frac{70.6qB\mu}{kh} \left[\ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \ln \left(\frac{2.2458}{C_A} \right) + 2s \right] \quad (1.58)$$

La ecuación (1.56) indica que una gráfica cartesiana de P_{wf} vs t debe dar una línea recta durante el periodo de régimen pseudo-estacionario, con pendiente m^* , dada por la ecuación (1.57) y ordenada al origen P_{int} , dada por la ecuación (1.58). La pendiente puede ser usada para estimar el volumen poroso asociado al yacimiento:

$$\phi hA = - \frac{0.23395qB}{C_A m^*} \quad (1.59)$$

donde el volumen está en (pies³). Si el producto ϕh es conocido, el área de drene puede ser estimada. Por otra parte, si hay datos de presión disponibles tanto del periodo de flujo transitorio como del pseudo-estacionario, será posible estimar la forma del área de drene. Finalmente, el factor de forma C_A es calculado con la ecuación:

$$C_A = 5.456 \frac{m}{m^*} \exp \left[2.303 (P_{thr} - P_{int}) / m \right]$$

donde m y P_{thr} son determinados de la gráfica semilogarítmica y m^* y P_{int} de la gráfica cartesiana.

1.3.2 Análisis de Pruebas de Incremento de Presión

En una prueba de incremento de presión, la presión de cierre puede ser expresada usando el principio de superposición para un pozo que está produciendo a gasto constante q hasta el tiempo t_p , y a un gasto igual a cero después de este tiempo. A cualquier tiempo después del cierre, se tiene que:¹⁰

$$P_{ws} = P_i - \frac{141.2qB\mu}{kh} \left\{ P_D(t_p + \Delta t)_D - P_D(\Delta t)_D \right\} \quad (1.60)$$

Durante el comportamiento infinito del yacimiento, después de que los efectos de almacenamiento han disminuido y suponiendo que no hay fracturas inducidas de importancia, la presión adimensional, P_D , en la ecuación (1.60) puede ser reemplazada por la aproximación logarítmica de la solución de línea fuente, expresada por la ecuación (1.28), la cual es aplicable cuando $t_D > 100$, ocurriendo para la mayoría de los sistemas no fracturados. Utilizando la ecuación (1.28) y la definición de t_D , la ecuación (1.60) puede escribirse como:

$$P_{ws} = P_i - m \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad (1.61)$$

donde: Δt = tiempo de cierre, hrs
 t_p = tiempo de producción antes del cierre, hrs

La ecuación anterior describe una línea recta semilogarítmica de pendiente m , de donde la capacidad de flujo kh puede estimarse mediante la ecuación (1.51).

La gráfica P_{ws} vs. $\log \left[(t_p + \Delta t) / \Delta t \right]$ es conocida como la gráfica de Horner. La figura 1.30 es una gráfica de Horner para datos de una prueba de incremento de presión. La porción de la línea recta de la gráfica puede ser extrapolada a $(t_p + \Delta t) / \Delta t = 1$ para obtener P_i . Esta es una aproximación exacta únicamente para periodos de producción cortos. Sin embargo, el valor de presión extrapolado es útil para estimar la presión promedio del yacimiento, \bar{P} .

El factor de daño puede ser calculado con la ecuación:

$$s = 1.151 \left(\frac{P_{1hr} - P_{wf}}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi\mu c_v r_w^2} \right) + 3.2275 \right) \quad (1.62)$$

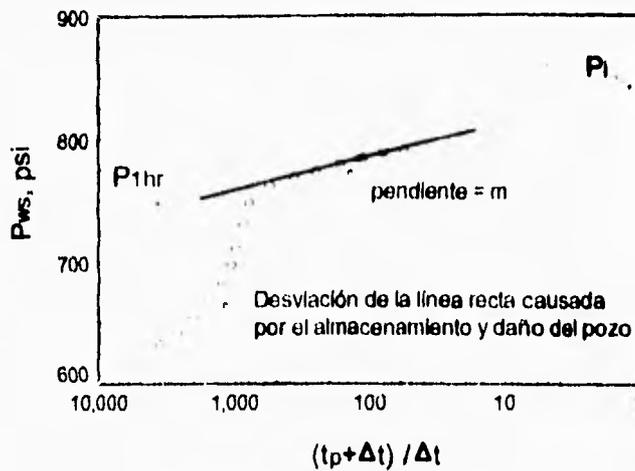


Fig. 1.30 Gráfica de Horner de datos de incremento de presión mostrando los efectos de almacenamiento y daño del pozo.¹⁰

El valor de P_{1hr} debe ser tomado de la línea recta semilogarítmica de la gráfica de Horner, la cual si no cayera sobre dicho valor debería ser extrapolada; y P_{wf} es la presión de fondo al tiempo de cierre, $\Delta t = 0$.

El valor de t_p (tiempo de producción) puede ser calculado mediante la ecuación:

$$t_p = \frac{24V_p}{q} \quad (1.63)$$

donde t_p está en hrs; V_p es el volumen de la producción acumulada, en bls y q es el gasto, en bl/día. Finalmente, la caída de presión en la zona dañada puede calcularse con la ecuación (1.36).

El análisis de datos obtenidos de la gráfica de Horner de una prueba de incremento de presión puede ser usada para estimar la permeabilidad y el daño del pozo en yacimientos cerrados al igual que para yacimientos infinitos ya que los efectos de frontera se sienten únicamente a tiempos largos. Como se expuso anteriormente, para yacimientos infinitos, el valor de P_1 puede ser obtenido extrapolando la línea recta semilogarítmica. Para yacimientos cerrados, éste valor no es una buena estimación de P_1 y generalmente ha sido llamada "presión falsa" o "presión estrella", P^* . Usando éste concepto, la ecuación (1.61) puede ser escrita como:

$$P_{ws} = P^* - m \log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) \quad (1.64)$$

Un método alternativo para el análisis de pruebas de incremento de presión es el método Miller-Dyes-Hutchinson, el cual se basa en la solución de ecuaciones para yacimientos cerrados. Cuando el tiempo de cierre del pozo es muy pequeño comparado con el tiempo de producción, es decir, $\Delta t \ll t_p$, entonces en este caso, $t_p + \Delta t \cong t_p$, y por lo tanto se tendrá:

$$\log\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}\right) \cong \log t_p - \log \Delta t \quad (1.65)$$

sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación (1.64) se tiene finalmente:

$$P_{ws} = P_{thr} + m \log \Delta t \quad (1.66)$$

Esta ecuación representa una línea recta al graficar P_{ws} vs. $\log \Delta t$, donde m es la pendiente. La permeabilidad y el factor de daño pueden ser calculados con las ecuaciones (1.51) y (1.62), respectivamente.

Una prueba de incremento de presión puede ser usada para determinar la presión promedio del yacimiento, la cual es utilizada para calcular las propiedades de la roca y de los fluidos del yacimiento.

Existen varios métodos para estimar la presión promedio del yacimiento, la desventaja de estos es que se requiere conocer la forma y el área de drenaje, aunque en la mayoría de los casos, estos son supuestos. Se presentan a continuación dos de los métodos más comúnmente usados.

Método Matthews-Brons-Hazebrook (MBH)

Este método utiliza la presión estrella, P^* , obtenida de la línea recta extrapolada de la gráfica de Horne y MDH. Así mismo, utiliza curvas para pozos situados en distintas posiciones en áreas de drenaje de distintas formas, calculadas mediante la técnica de imágenes y el principio de superposición. Estas curvas son gráficas de P_{DMBH} vs $\log t_{DA}$, figuras 1.31a - 1.31f, donde:

$$t_{DA} = \frac{6.237 \times 10^{-4} k t_p}{\phi \mu C_r A} \quad (1.67)$$

y la \bar{P} se obtiene mediante la ecuación:

$$\bar{P} = P^* - \frac{m}{2.303} P_{DMBH} \quad (1.68)$$

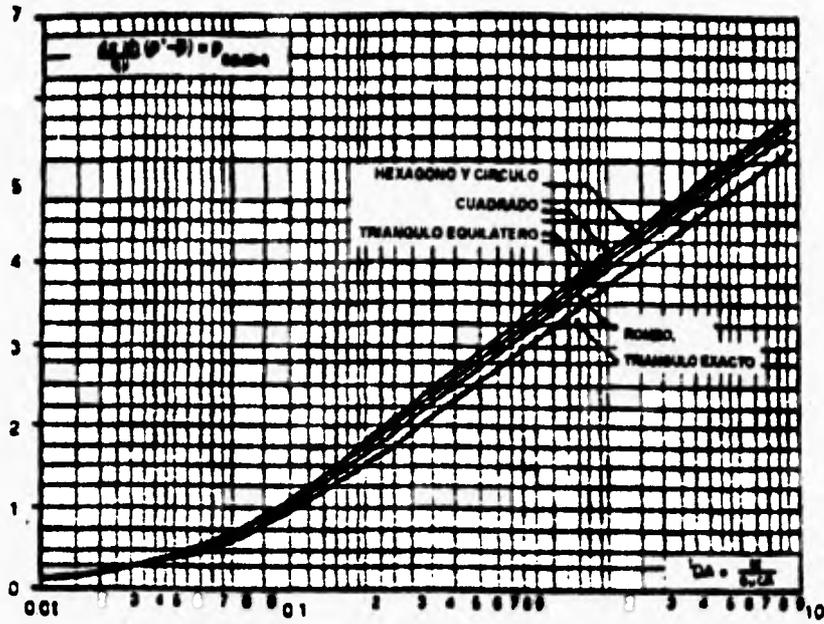


Fig. 1.31a Curvas MBH para un pozo en el centro de un área de drenaje de forma regular⁶

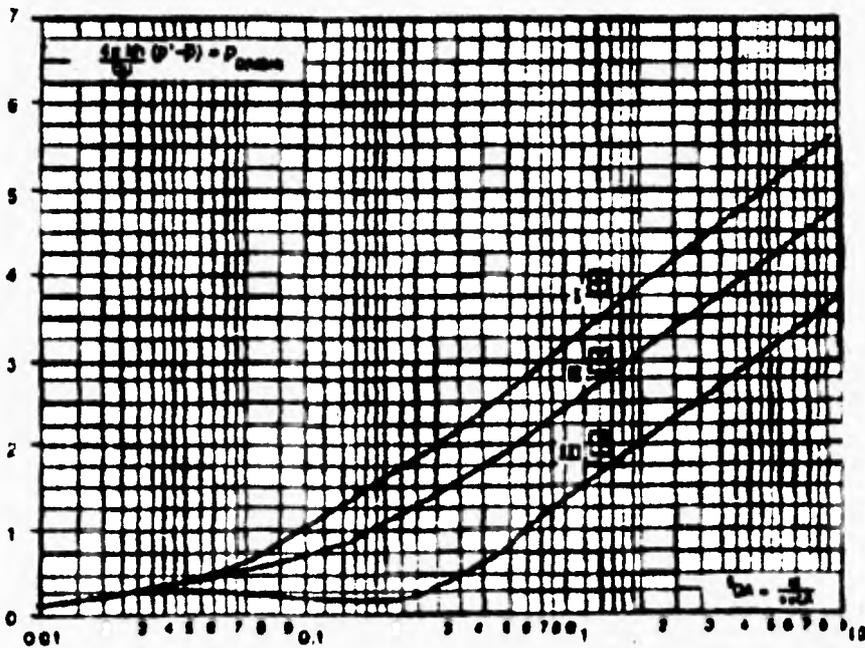


Fig. 1.31b Curvas MBH para un pozo situado en un cuadrado⁶

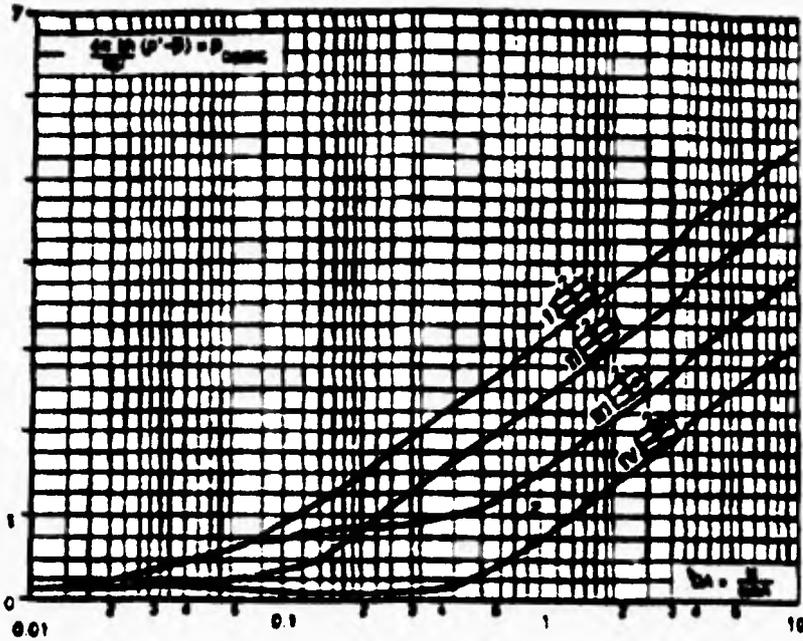


Fig. 1.31c Curvas MBH para un pozo situado en un rectángulo 2:1⁶

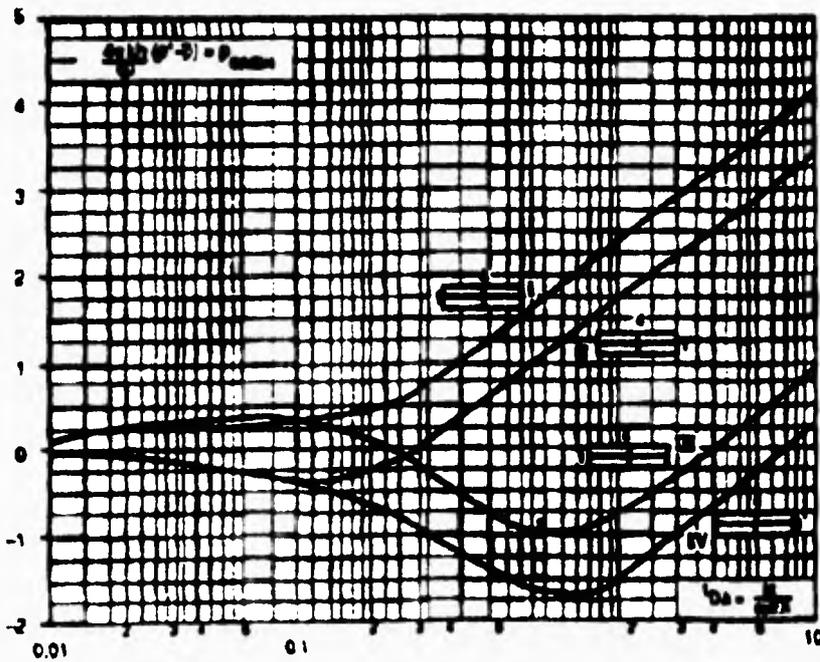


Fig. 1.31d Curvas MBH para un pozo situado en un rectángulo 4:1⁶

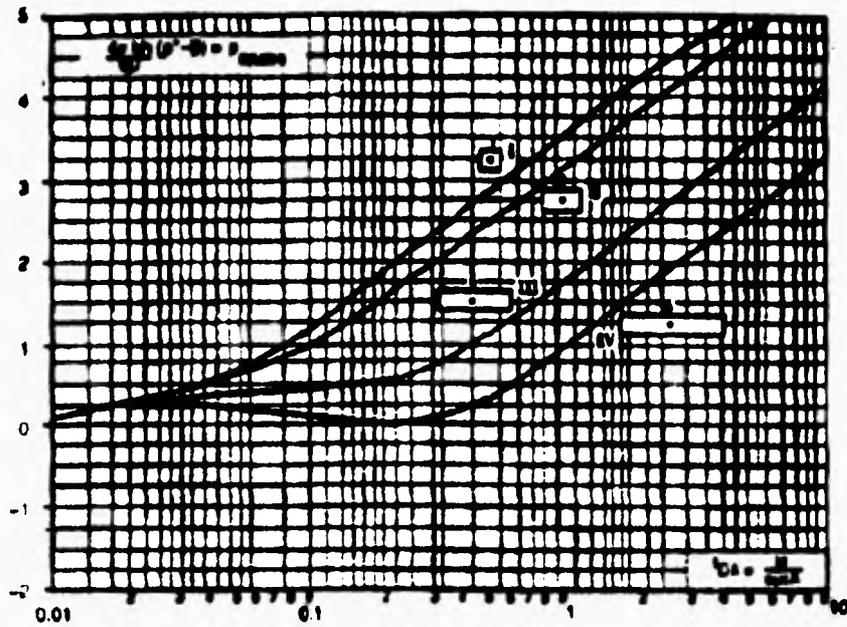


Fig. 1.31e Curvas MBH para un pozo situado en varias geometrías rectangulares⁶

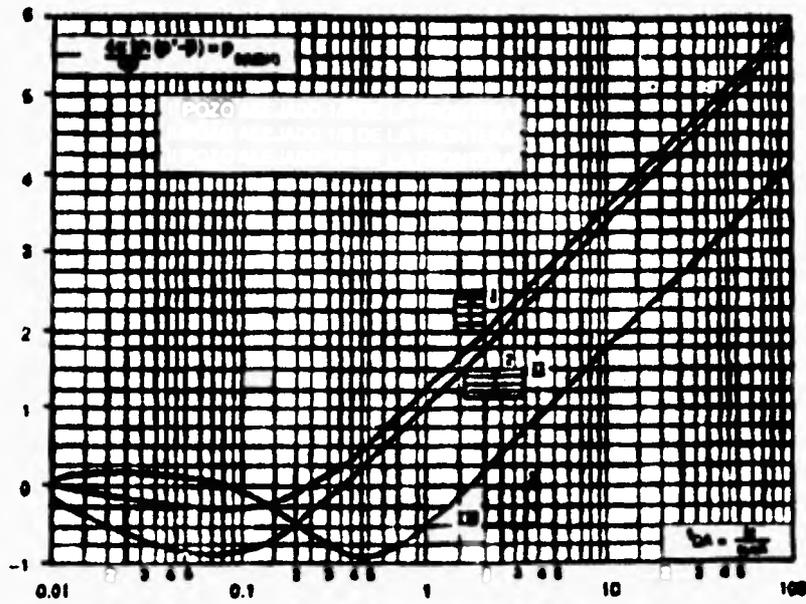


Fig. 1.31f Curvas MBH para un pozo situado en una geometría cuadrada y rectangular⁶

Método Miller-Dyes-Hutchinson (MDH)

Este método también usa la gráfica MDH, pero está limitado a estimar la presión promedio en áreas de drenaje cerradas circulares o cuadradas y para pozos que se encuentran en régimen pseudo-estacionario antes del cierre. Las siguientes ecuaciones y la figura 1.32 son utilizadas para estimar la presión promedio:

$$\Delta p_{MDH} = \Delta p_D \left(\frac{r_w^2}{A} \right) = \frac{2.637 \times 10^{-4} k \Delta t}{\phi \mu c_v A} \quad (1.69)$$

$$\bar{p} = p_{ws} + \frac{m p'_{MDH}(\Delta p_{MDH})}{1.1513} \quad (1.70)$$

donde Δt , en la ecuación (1.69) y p_{ws} , en la ecuación (1.70) son leídos de la porción recta de la gráfica MDH, y p'_{MDH} es obtenido de la figura 1.32 para el valor calculado en la ecuación (1.69).

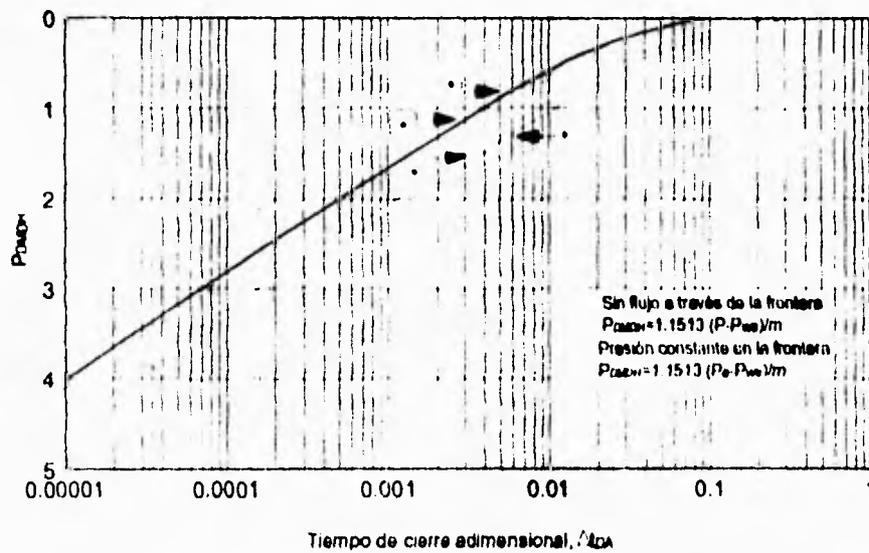


Fig. 1.32 Presiones adimensionales MDH para áreas de drenaje circulares y cuadradas.¹⁰

1.4 Análisis de Pruebas de Presión utilizando Curvas Tipo

Al igual que los métodos semilogarítmicos, las curvas tipo son utilizadas para caracterizar el sistema pozo-yacimiento. La mayoría de las curvas fueron generadas a partir de modelos establecidos para una diversidad de condiciones iniciales y de frontera, por ejemplo, curvas tipo para yacimientos homogéneos infinitos, las cuales pueden incluir almacenamiento y daño; para yacimientos doble porosidad, pozos fracturados de conductividad finita, etc.

Las técnicas de ajuste por curvas tipo tienen una ventaja sobre las técnicas convencionales, ya que estas permiten la interpretación de la prueba aún cuando el almacenamiento del pozo distorsiona la mayoría de los datos de la prueba.

Fundamentalmente, una curva tipo es una familia de curvas representada en una gráfica log-log de presión adimensional, P_D versus tiempo adimensional, t_D . Algunas de estas soluciones son analíticas, otras están basadas en aproximaciones de diferencias finitas generadas por simuladores de yacimientos. Además, la mayoría de las curvas tipo suponen flujo de fluido ligeramente compresible, fluyendo a gasto constante.

Curva Tipo Ramey

Además de las suposiciones señaladas anteriormente, las curvas tipo Ramey¹¹, suponen una homogeneidad suficiente tal que la ecuación de difusión se adecua al modelo de flujo del yacimiento, presión uniforme en el área de drena del pozo antes de la producción en un yacimiento infinito, y almacenamiento y daño del pozo. La curva tipo Ramey ilustrada en la figura 1.33, tiene dos parámetros que la distinguen de cualquier otra, el factor de daño, s y el coeficiente de almacenamiento adimensional, C_D .

Una característica de la curva tipo Ramey es que el almacenamiento del pozo deja de influenciar en los datos de la prueba de decremento de presión, cuando la curva de datos de la prueba es idéntica a la curva tipo para $C_D = 0$.

El procedimiento de análisis por medio de las curvas tipo Ramey se resume a continuación:

- 1) Graficar $\Delta p = (P_i - P_{wf})$ vs t (prueba de decremento) o $\Delta p = (P_{ws} - P_{wf})$ vs $\Delta t_c = \Delta t / (1 + \Delta t / t_p)$ (prueba de incremento de presión) sobre un papel transparente, utilizando la malla de la figura 1.33, de esta manera, la curva de datos y la curva tipo tendrán la misma escala. Para pruebas de incremento de presión, si $\Delta t = 0.1 t_p$, entonces $\Delta t = \Delta t_c$ y por lo tanto graficar Δp vs Δt .

2) Si los datos de prueba presentan una línea de pendiente unitaria a tiempos cortos, utilizar ésta línea y la siguiente ecuación para estimar la constante de almacenamiento del pozo:

$$C = \frac{qB \Delta t}{24 \Delta p} \quad (1.71)$$

si la línea recta de pendiente unitaria no está presente, éste parámetro debe calcularse con las ecuaciones correspondientes según sea el caso (coeficiente de almacenamiento por compresión o expansión de fluidos o por cambio de nivel de líquido).

3) Utilizando el valor de C , calcular el coeficiente adimensional de almacenamiento, ecuación (1.40).

4) Deslizar el papel transparente de la curva de datos, manteniendo los ejes paralelos, hasta que ésta curva se ajuste a una curva tipo.

5) Elegir un punto de ajuste (punto pivote) y registrar sus coordenadas sobre ambas curvas $(\Delta p, \Delta t, P_D, t_D)_{MP}$, donde el subíndice MP indica punto de ajuste (Match Point). Además, el ajuste aportará un valor de C_D , el cual debe ser cercano al calculado en el paso 3.

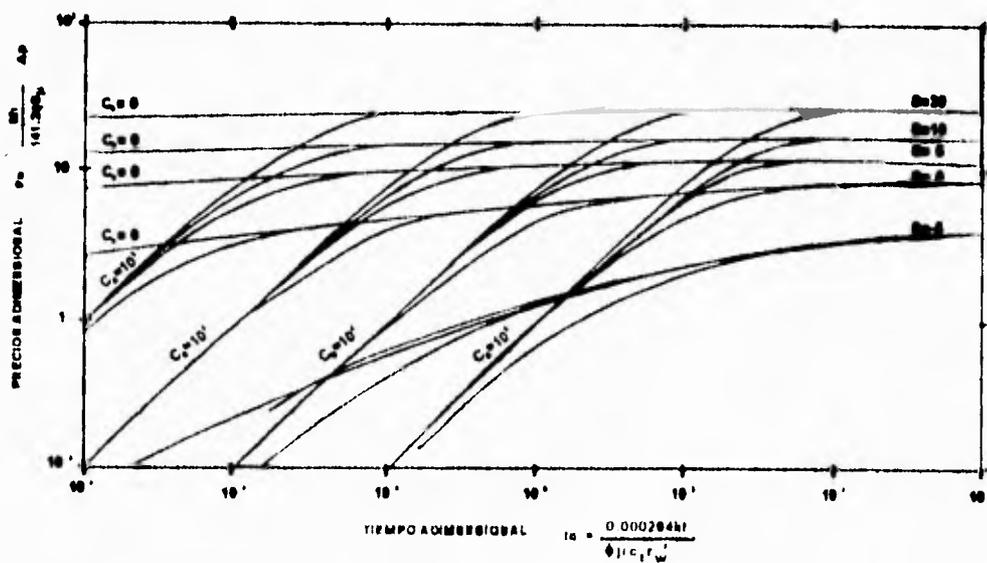


Fig. 1.33 Curva Tipo Ramey¹¹

6) La permeabilidad es estimada utilizando los puntos de ajuste y la siguiente ecuación:

$$k = 141.2 \frac{qB\mu (P_D)_{MP}}{h (\Delta p)_{MP}} \quad (1.72)$$

y el valor del producto ϕC_i , mediante la ecuación:

$$\phi C_i = \left(\frac{2.637 \times 10^{-4} k}{\mu r_w^2} \right) \frac{(\Delta t)_{MP}}{(t_D)_{MP}} \quad (1.73)$$

7) Finalmente, del ajuste también se puede obtener el factor de daño, s .

Curvas Tipo Mckinley

Mckinley¹² propuso curvas tipo con el objetivo principal de caracterizar el daño en pruebas de incremento o decremento de presión en las cuales el almacenamiento distorsiona la mayoría o todos los datos, haciendo ésta caracterización posible con pruebas de relativamente corta duración figura 1.34. Además, mostró que la transmisibilidad de la formación puede ser calculada directamente de los datos de incremento de presión

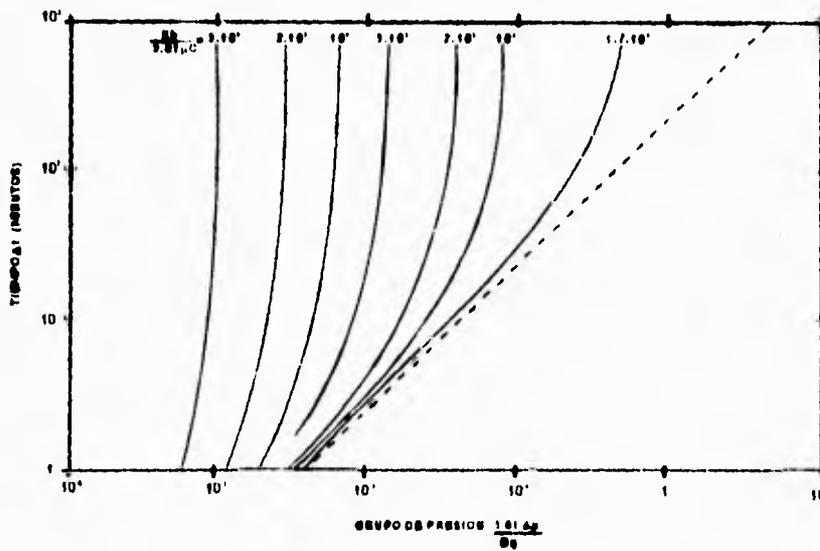


Fig. 1.34 Curva Tipo Mckinley¹²

El procedimiento de ajuste es similar al anteriormente expuesto, y los parámetros obtenidos de dicho ajuste son: Δt , Δp , $\left(\frac{5.615 \Delta p C'}{qB}\right)$ y $\left(\frac{kh/\mu}{5.615 C'}\right)$; finalmente se calculan las siguientes propiedades:

1. Constante de almacenamiento del pozo:

$$C' = \frac{(5.615 \Delta p C' / qB)_{MP}}{(\Delta p)_{MP}} \times \frac{qB}{5.615} \quad (1.73)$$

2. Determinar la permeabilidad alterada cercana al pozo, utilizando $\{(kh/\mu) / 5.615 C'\}$ y C' , obtenido en el paso anterior. Posteriormente calcular la transmisibilidad cercana al pozo

$$\left(\frac{kh}{\mu}\right)_w = \left(\frac{kh/\mu}{5.615 C'}\right) \times 5.615 C' \quad (1.74)$$

3. Si la curva de datos a tiempos cortos tiende hacia afuera (indicando que la transmisibilidad de la formación es diferente a la transmisibilidad cercana al pozo), hay que deslizar la gráfica de datos horizontalmente para encontrar otra curva tipo que se ajuste mejor a los tiempos largos, obteniendo otro valor de $\{(kh/\mu) / 5.615 C'\}$, y posteriormente, calcular la transmisibilidad de la formación:

$$\left(\frac{kh}{\mu}\right)_f = \left(\frac{kh/\mu}{5.615 C'}\right)_f \times 5.615 C' \quad (1.75)$$

Curvas Tipo Earlougher-Kersch

Earlougher y Kersch¹ presentan una técnica para el análisis de pruebas de presión de corta duración. Este método se aplica a pruebas de incremento, decremento, falloff e inyectividad, cuando el almacenamiento del pozo es de consideración. Este método no debe ser utilizado si la prueba puede ser analizada por métodos convencionales.

Las curvas tipo presentadas por Earlougher y Kersch son válidas únicamente si el coeficiente de almacenamiento del pozo permanece constante a lo largo de la prueba. Estas curvas incluyen las siguientes ventajas:

a) Hay únicamente una familia de curvas.

b) El ajuste es esencialmente en una dimensión. La mayoría de los ajustes son realizados con desplazamientos horizontales.

c) Permiten estimar el factor de daño.

d) Comprenden los efectos de porosidad, compresibilidad y radio del pozo.

La transmisibilidad de la formación, (kh/μ) es comúnmente corregido por un factor de 2 ó 3; el cálculo del factor de daño es cualitativo, indicando el grado aproximado de daño. La figura 1.35 muestra las curva tipo Earlougher-Kersch.

El procedimiento de ajuste es similar como el descrito anteriormente, sólo que en éste caso, los datos de prueba se grafican como: $\Delta p / \Delta t$ (psi/hr) en la ordenada vs. Δt (hr). Se calcula el coeficiente de almacenamiento con las ecuaciones correspondientes.

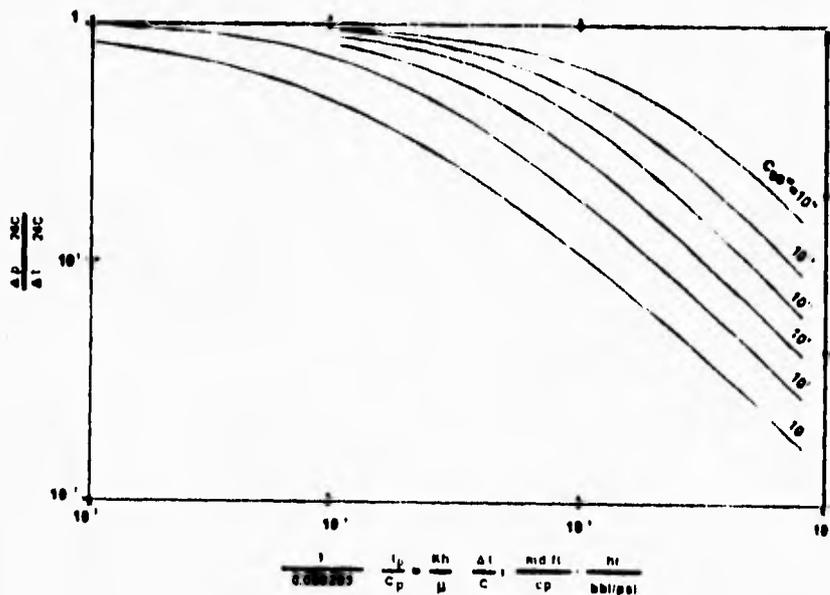


Fig. 1.35 Curva Tipo Earlougher-Kersch¹³

Los parámetros de ajuste para éste caso son:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_{MP}, (\Delta t)_{MP}, (C_D e^{2s})_{MP}, \left(\frac{\Delta p}{\Delta t} \frac{24C'}{qB}\right)_{MP} \text{ y } \left(\frac{kh \Delta t}{\mu C'}\right)_{MP}$$

Calcular la transmisibilidad de la formación con la ecuación:

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{C' \left(\frac{kh \Delta t}{\mu C'}\right)_{MP}}{(\Delta t)_{MP}} \quad (1.76)$$

y el factor de daño con la ecuación:

$$s = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\phi C' k r_w^2 (C_D e^{2s})_{MP}}{0.89359 C'} \right) \quad (1.77)$$

Curvas Tipo Gringarten

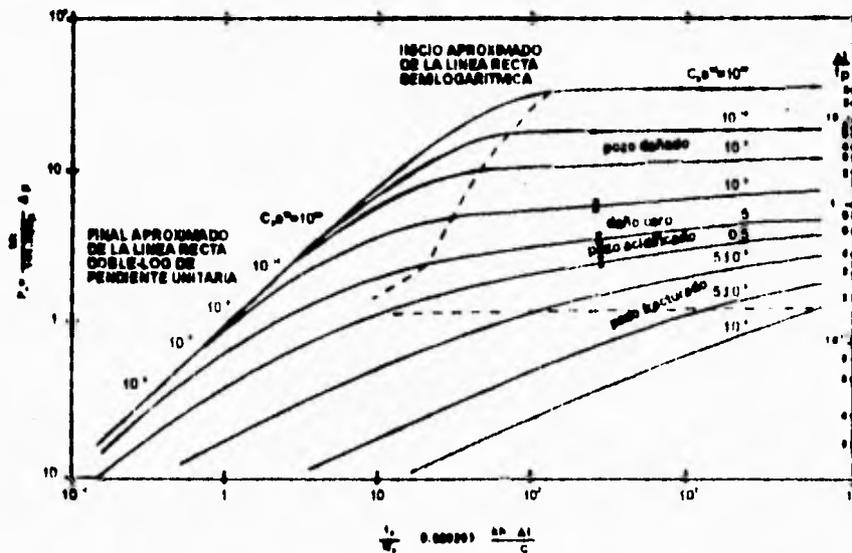


Fig. 1.36 Curva Tipo Gringarten para un pozo con daño y almacenamiento en un yacimiento infinito¹⁴

Esta curva tipo es una gráfica log-log de P_D vs t_D/C_D , figura 1.36, donde:¹⁴

$$\frac{t_D}{C_D} = \frac{0.000295 kh \Delta t}{\mu C'} \quad (1.78)$$

y en la cual cada curva está etiquetada por un valor del grupo adimensional:

$$C_D e^{2s} = \frac{0.894 C' e^{2s}}{\phi h C_i r_w^2} \quad (1.79)$$

La característica principal de esta curva tipo es que todas las curvas, excepto para valores muy bajos de $C_D e^{2s}$, se inician en una misma línea recta de pendiente unitaria que corresponde al periodo de almacenamiento, lo cual facilita el ajuste de curvas. Además, están indicados los rangos de $C_D e^{2s}$ para varias condiciones de pozo, (dañado, sin daño y acidificado o fracturado).

Curvas tipo para pozos verticalmente fracturados

Esta curva tipo es una gráfica log-log de $(P_{WD} / (k_f h_f)_{fD})$ vs. $(t_{Dxf} / (k_f h_f)_{fD}^2)$, figura 1.37. La principal característica de esta gráfica es que para todos los valores de $(k_f h_f)_{fD}$ el comportamiento tanto del flujo bilineal (pendiente 1.4) como del flujo lineal en la formación (pendiente 1/2) está dado por una sola curva.⁹ En esta figura, la línea discontinua indica el inicio aproximado del periodo de flujo pseudo-radial (línea recta semilogarítmica).

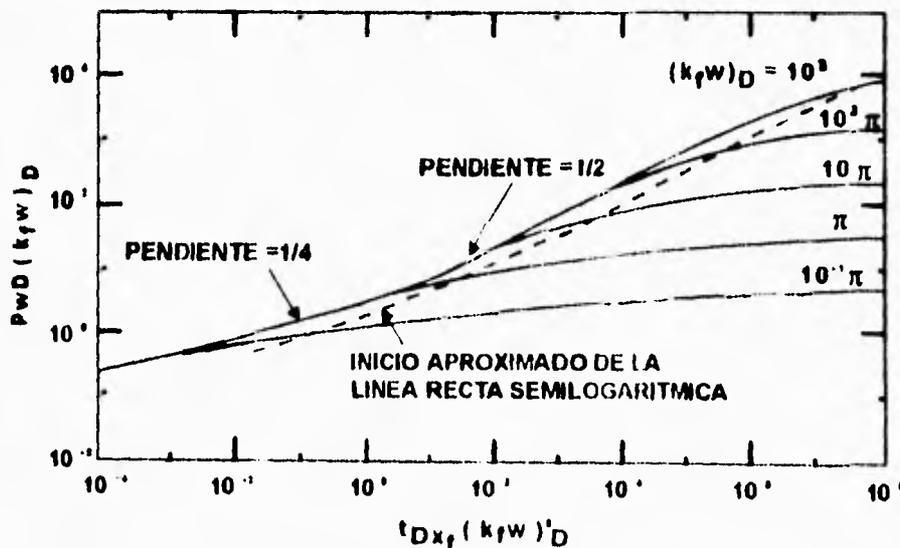


Fig. 1.37 Curva Tipo para pozos verticalmente fracturados⁹

La figura 1.37 puede ser usada para analizar datos de presión para un pozo fracturado. La curva de datos de presión debe situarse en una gráfica de Δp vs. $\log t$, la cual es ajustada a una curva tipo; del punto pivote se obtienen los siguientes valores:

$$(\Delta p)_{MP}, \left[P_{wD} \cdot (k_f b_f)_D \right]_{MP}, (t)_{MP}, \left[t_{Dw} \cdot (k_f b_f)_D^2 \right]_{MP}$$

así como los siguientes parámetros:

- Conductividad de la fractura adimensional: $\left[(k_f b_f)_D \right]_{MP}$
- Conductividad de la fractura: $k_f b_f = k x_f \left[(k_f b_f)_D \right]_{MP}$
- Final del flujo bilineal: $(t_{bfl})_{MP}$
- Inicio del flujo lineal en la formación: $(t_{bll})_{MP}$
- Inicio de la línea recta semilogarítmica: $(t_{bssl})_{MP}$

y finalmente, estimar las siguientes propiedades:

Permeabilidad de la formación:

$$k = \frac{\alpha \mu B \mu \left[P_{wD} \cdot (k_f b_f)_D \right]_{MP}}{h (\Delta p)_{MP} \left[(k_f b_f)_D \right]_{MP}} \quad (1.80)$$

Longitud de la fractura:

$$x_f = \left[\frac{\beta k(t)_{MP} \left[(k_f b_f)_D \right]_{MP}^2}{\phi \mu c_i \left[t_{Dw} \cdot (k_f b_f)_D^2 \right]_{MP}} \right]^{1/2} \quad (1.81)$$

donde α y β son constantes de conversión.

1.5 Diagnóstico de Flujo

Al analizarse una prueba, siempre es posible obtener una línea recta a través de algunos puntos de alguna gráfica de interpretación específica, y ésta línea recta no siempre será la correcta por el tipo de flujo en consideración. Tal situación hace necesario encontrar el tipo de flujo que domina una prueba, antes de realizar su análisis, esto es, se debe tener un proceso de identificación del régimen de flujo en cada interpretación de pruebas de presión.¹⁵

La gráfica log-log de Δp vs. t ha sido usada para detectar los efectos de almacenamiento, flujo lineal y flujo bilineal; sin embargo, cuando un valor incorrecto de la presión inicial es usado, dicha gráfica no puede ser usada en el diagnóstico del tipo de flujo. Una combinación de la gráfica log-log de Δp vs. t y una gráfica log-log de $(t(d\Delta p/dt))$ vs. t es una excelente herramienta para identificar regimenes de flujo.

Para datos dominados por el almacenamiento del pozo, ésta gráfica exhibe una línea recta de pendiente unitaria, como se muestra en la figura 1.38. Si hay un error en el valor de la presión inicial, la curva Δp se aproximará a la línea recta de pendiente unitaria desde abajo o arriba, dependiendo del signo de error de P_i .

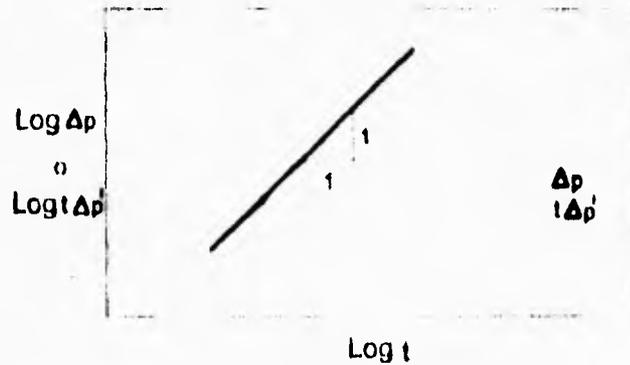


Fig. 1.38 Gráfica log-log para identificar el almacenamiento del pozo

La caída de presión observada durante el periodo de almacenamiento es:

$$\Delta p = C_1 + \Delta p_{\text{error}}$$

y la función de la derivada de presión es:

$$t \frac{d\Delta p}{dt} = C_1 t$$

donde C_1 depende del gasto y de la capacidad de flujo de la formación.

Para flujo lineal, el comportamiento de la caída de presión está dado por:

$$\Delta p = C_1 \sqrt{t} + \Delta p_{daño} + \Delta p_{emir}$$

la función de la derivada de presión es:

$$t \frac{d\Delta p}{dt} = \frac{C_1}{2} \sqrt{t}$$

ésta ecuación da una línea recta de pendiente $\frac{1}{2}$ en una gráfica log-log, figura 1.39. La curva de la caída de presión cae por debajo de la curva de la derivada de presión, la distancia entre ambas curvas es de $\log 2$.

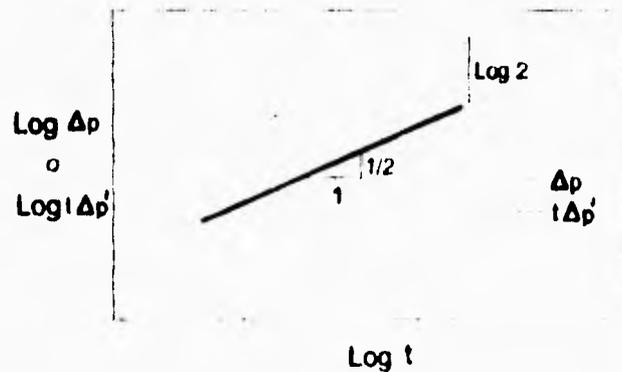


Fig.1.39 Gráfica log-log para identificar flujo lineal

El comportamiento de flujo lineal es exhibido por pozos intersectados por fracturas de alta conductividad o por pozos produciendo en yacimientos alargados.

Para flujo bilineal es:

$$\Delta p = C_1 \sqrt[4]{t} + \Delta p_{daño} + \Delta p_{emir}$$

de aquí, la función de la derivada de presión es:

$$t \frac{d\Delta p}{dt} = \frac{C_1}{4} \sqrt{t}$$

La figura 1.40 muestra una gráfica log-log para flujo bilineal, la curva de presión y la de la derivada de presión exhiben una pendiente igual a 1/4, separadas a una distancia de log 4.

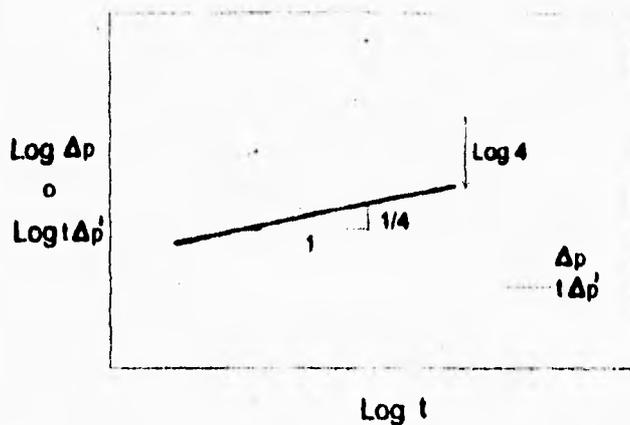


Fig. 140. Gráfica log-log para identificar flujo bilineal.

En el caso de flujo radial, la caída de presión puede ser expresada como:

$$\Delta p = C_1 \ln t + C_2 + \Delta p_{duto} + \Delta p_{cmr}$$

donde C_2 depende del gasto y del coeficiente de difusividad hidráulico. La función de la derivada de presión está dada entonces por una constante:

$$t \frac{d\Delta p}{dt} = C_1$$

Esto significa que una gráfica log-log muestra una línea horizontal, figura, 1.41.



Fig. 1.41 Gráfica log-log para identificar flujo radial.

La caída de presión para flujo esférico es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del tiempo:

$$\Delta p = C_1 - \frac{C_2}{\sqrt{t}}$$

por lo tanto, en una gráfica log-log la curva de la derivada de la presión es una línea recta de pendiente igual a $-1/2$, figura 1.42. Este tipo de flujo se presenta cuando existe penetración parcial del pozo.

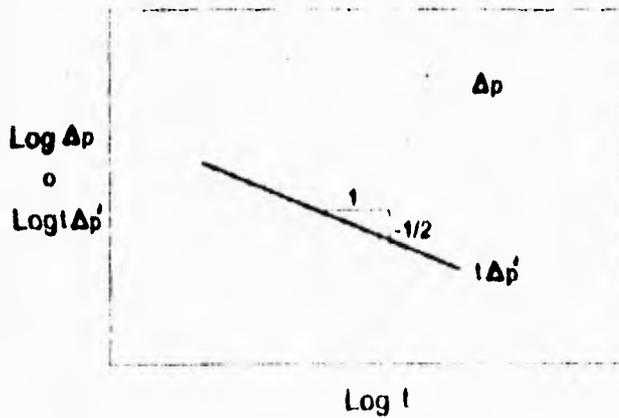


Fig. 1.42 Gráfica log-log para identificar flujo esférico.

Finalmente, para flujo en régimen pseudo-estacionario, el comportamiento de la presión es:

$$\Delta p = C_1 t + C_2 + \Delta p_{\text{skin}} + \Delta p_{\text{emr}}$$

y la función de la derivada de presión es:

$$t \frac{d\Delta p}{dt} = C_1 t$$

La figura 1.43 presenta una gráfica log-log, donde la función de la derivada de presión es una línea recta de pendiente unitaria, y la línea para Δp es una curva cóncava ascendente que se aproxima a la línea de la derivada de presión.

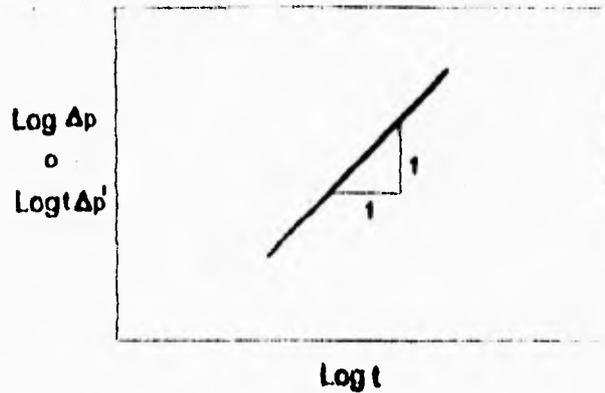


Fig. 1.43 Gráfica log-log para identificar flujo en régimen pseudo-estacionario.

En resumen, la función de la derivada de presión para cualquier tipo de régimen puede ser expresado como:

$$t \frac{d\Delta p}{dt} = C_1 t^n$$

donde C_1 es una constante que depende del gasto y de las condiciones del yacimiento, y n tiene diferentes valores dependiendo del régimen de flujo:

Almacenamiento del pozo	$n = 1$
Flujo lineal	$n = 1/2$
Flujo bilineal	$n = 1/4$
Flujo radial	$n = 0$
Flujo esférico	$n = -1/2$
Flujo en régimen pseudo-est.	$n = 1$

La figura 1.44 presenta un resumen de la gráfica log-log de la función de la derivada de la presión para diferentes tipos de flujo.

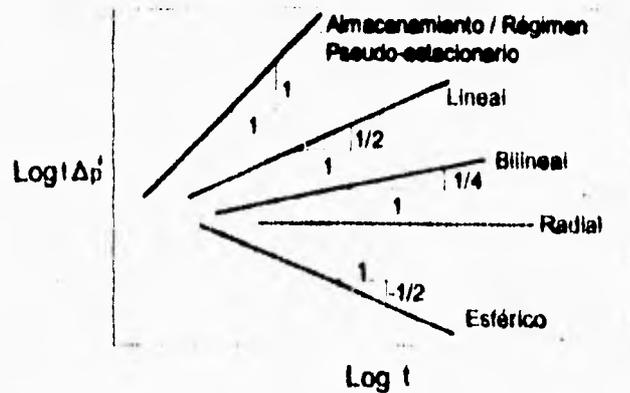


Fig. 1.44 Gráfica log-log de $t d \Delta p / dt$ para diferentes regímenes de flujo.

Debe guardarse en mente que el proceso de diagnóstico de flujo es realizado a través de la función influencia, esto es, la respuesta de presión por unidad de gasto.

1.6 Análisis moderno de pruebas de presión

1.6.1 Curvas tipo de la derivada de presión.

Las curvas tipo log-log de presión adimensional, P_{WD} , vs. tiempo adimensional, t_D , con parámetros tales como almacenamiento del pozo y daño, han sido una poderosa herramienta en el análisis de pruebas de presión; en particular, han ayudado a identificar características del comportamiento del yacimiento.

Las curvas tipo de la derivada de presión no aportan ninguna información extra del yacimiento que está siendo probado; solo que estas nos ayudan a observar la respuesta verdadera, ocultada en algunos casos, en la respuesta de la presión. En otras palabras, las curvas tipo de la derivada de presión pueden ser construidas como un "lente de aumento" revelando las características identificables en la respuesta de un yacimiento. Por lo tanto, la derivada se convierte en una poderosa herramienta en la identificación del régimen de flujo cuando hay suficientes datos obtenidos más allá del periodo dominado por el almacenamiento.¹⁶

Cálculo de la derivada

El interés principal cuando se realiza el cálculo de la derivada de presión de una prueba, es el poder visualizar las características de flujo durante la prueba y así mismo suavizar la señal afectada por el ruido. En datos de pruebas de presión siempre estará presente algo o mucho de ruido a causa de la resolución del aparato de medición, circuitos electrónicos, vibraciones etc.¹⁷

Se han desarrollado varios métodos para calcular la derivada de datos de pruebas de presión. Se exponen brevemente dos de los algoritmos que han mostrado mejor resolución en los valores calculados: 1) Algoritmo de diferenciación de Bourdet, y 2) Algoritmo de diferencias centrales; no dejando de mencionar técnicas como: Splines, Promedio móvil y el Algoritmo de Lagrange. Señalando que para pruebas de incremento la derivada del tiempo de superposición es lo más correcto.

El algoritmo de diferenciación de Bourdet consiste en tomar un punto antes y un punto después del punto de interés, se calculan las derivadas correspondientes a diferencias hacia atrás y adelante con las parejas (j-1, j) y (j, j+1). Se ponderan con los intervalos de tiempo posterior y anterior y se dividen por el intervalo de tiempo total:

$$\left. \frac{dp}{dt} \right|_j = \frac{\frac{\Delta p_j - \Delta p_{j-1}}{\Delta t_j - \Delta t_{j-1}} (\Delta t_{j+1} - \Delta t_j) + \frac{\Delta p_{j+1} - \Delta p_j}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_j} (\Delta t_j - \Delta t_{j-1})}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}} \quad (1.82)$$

Los efectos de ruido se reducen al escoger los puntos antes y después, lo suficientemente distanciados del punto de interés. Cuando se usan puntos consecutivos para el cálculo de la derivada, la curva es demasiado dispersa y no puede ser usada para el análisis, sin embargo, si se hacen demasiado distantes, la curva original será suavizada.

En la figura 1.45 se muestra esquemáticamente el algoritmo propuesto por Bourdet, donde el parámetro L varía de 0 (suavizamiento nulo) hasta 0.5 (caso extremo) y el cual está expresado en diferentes escalas de tiempo.

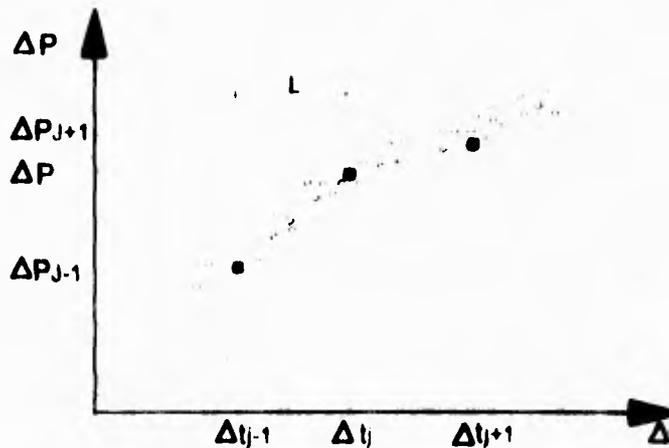


Fig. 1.45 Representación esquemática del algoritmo de Bourdet para el cálculo de la derivada¹⁷

Por otra parte, en la figura 1.46 se muestra el concepto de diferencias centrales, de tal manera que:

$$\begin{aligned} \Delta f(x) &= f(x + \Delta x / 2) - f(x - \Delta x / 2) \\ \Delta^2 f(x) &= \Delta f(x + \Delta x / 2) - \Delta f(x - \Delta x / 2) \\ \Delta^3 f(x) &= \Delta^2 f(x + \Delta x / 2) - \Delta^2 f(x - \Delta x / 2) \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \Delta^n f(x) &= \Delta^{n-1} f(x + \Delta x / 2) - \Delta^{n-1} f(x - \Delta x / 2) \end{aligned}$$

donde $\Delta f(x)$ se denomina la primera diferencia central; $\Delta^2 f(x)$ es la segunda diferencia central, etc. El algoritmo se basa en el concepto de diferencias centrales ponderando con el tiempo promedio. Esta ponderación se realiza multiplicando el cociente de la diferencia central por el promedio de los tiempos anterior, posterior y del punto de interés:

$$\left. \frac{dp}{dt} \right|_j = \overline{\Delta t}_3 = \left[\frac{\Delta p_{j+1} - \Delta p_{j-1}}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}} \right] \sum_{i=j-1}^{j+1} \frac{\Delta t_i}{3} \tag{1.83}$$

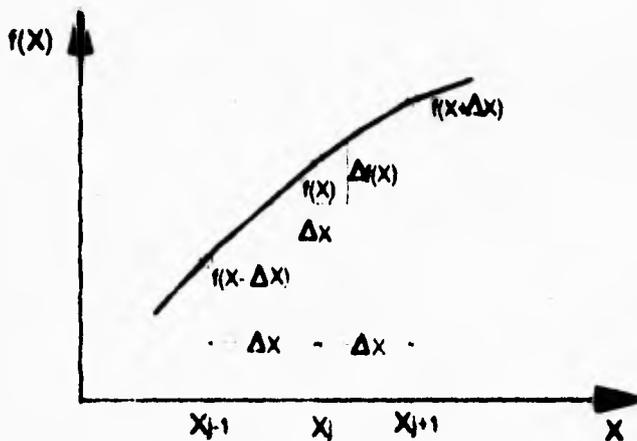


Fig. 1.46 Representación esquemática del algoritmo de Diferencias Centrales para el cálculo de la derivada.¹⁷

La Derivada en el análisis e interpretación de pruebas de presión

Para yacimientos infinitos, el comportamiento más frecuentemente encontrado es el de un pozo con almacenamiento y daño, existiendo dos regímenes de flujo predominantes:

1) almacenamiento del pozo, y 2) flujo radial infinito, los cuales pueden ser diferenciables.¹⁸

Durante el almacenamiento del pozo, $P_D = t_D / C_D$, se tiene entonces:

$$\frac{d(P_D)}{d(t_D / C_D)} = P_D' = 1 \quad (1.84)$$

Durante el periodo de flujo radial infinito en una formación homogénea, cuando $P = 0.5 (\ln(t_D / C_D) + 0.80907 + \ln(C_D e^{2s}))$, se tiene:

$$\frac{d(P_D)}{d(t_D / C_D)} = P_D' = \frac{0.5}{t_D / C_D} \quad (1.85)$$

donde P_D y t_D son las definiciones vistas al inicio del capítulo.

Por lo tanto, para tiempos cortos y para tiempos largos, todos los comportamientos de P_D' son idénticos e independientes de $C_D e^{2s}$. La curva tipo correspondiente a estas relaciones está mostrada en la figura 1.47. A tiempos cortos, todas las curvas se unen en una línea recta correspondiente a $P_D' = 1$. A tiempos largos, las curvas se unen en una línea recta de pendiente -1, correspondiente a $P_D' = 0.5 / (t_D / C_D)$. Entre estas dos asíntotas, a tiempos intermedios, cada curva $C_D e^{2s}$ produce una forma específica. Cada curva está rotulada por el grupo adimensional $C_D e^{2s}$, el cual define la forma de las curvas:

$$C_D e^{2s} = 0.8936 C_D e^{2s} / \phi C' h r_w^2 \quad (1.86)$$

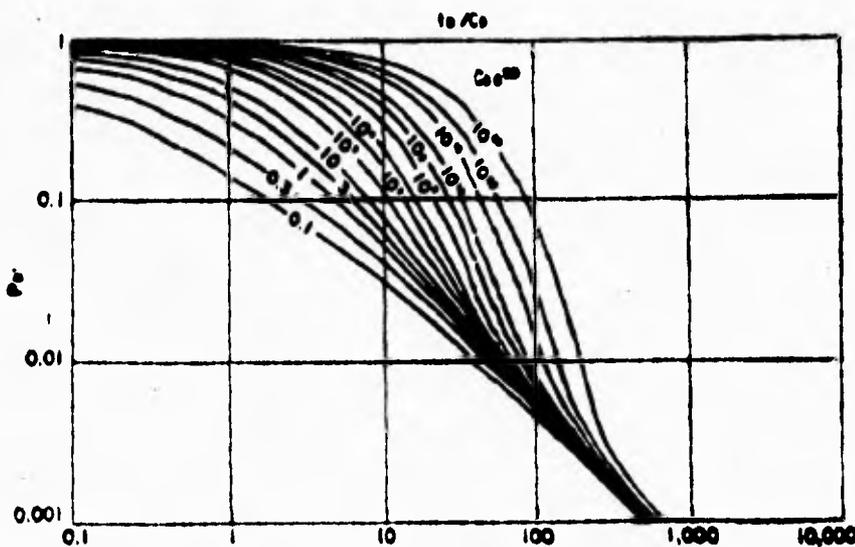


Fig. 1.47 Comportamiento de la derivada para pozos con almacenamiento y daño en un yacimiento homogéneo¹⁸

Sin embargo, desde un punto de vista práctico se encontró que era preferible graficar las curvas como $P_D(t_D/C_D)$ vs t_D/C_D , como se muestra en la figura 1.48:

$$P_D'(t_D/C_D) = \frac{\Delta t \Delta p' kh}{141.2 q/3\mu} \quad (1.87)$$

Esta gráfica fue preferida debido a que:

- Los grupos adimensionales de la presión y del tiempo en ambos ejes son constantes con la curva tipo Gringarten, figura, 1.36.
- Las curvas se ajustan mejor dentro de una escala log-log de 3x 5 ciclos.

Para este caso, cuando el flujo radial infinito es alcanzado, a tiempos largos, las curvas de la diferencial de presión son idénticas (horizontales al valor de $P_D'(t_D/C_D) = 0.5$), y en particular son independientes del factor de daño, lo cual significa que el efecto de daño es únicamente manifestado en la curvatura entre la línea recta debida al almacenamiento del pozo y la línea recta debida al flujo radial infinito.

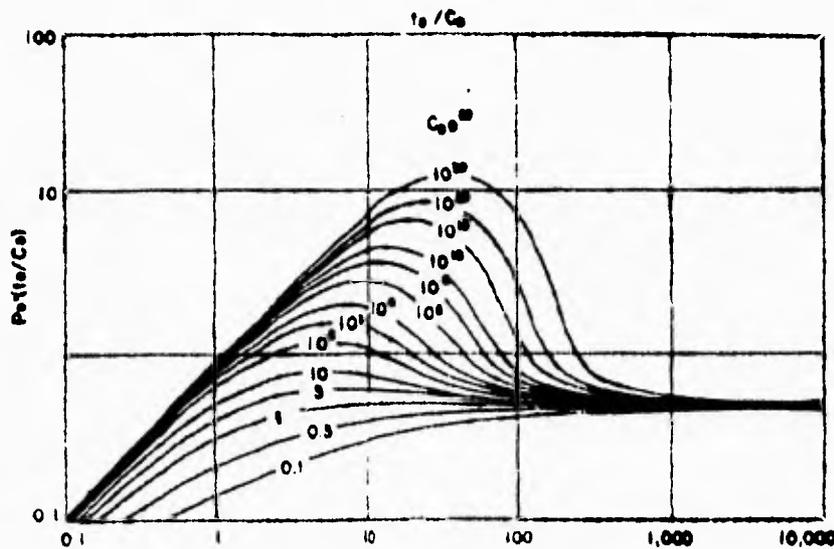


Fig. 1.48 Comportamiento de $P_D'(t_D/C_D)$ vs. t_D/C_D para pozos con almacenamiento y daño en un yacimiento homogéneo¹⁸

En aplicaciones prácticas de la derivada, ha sido demostrado que los datos de esta porción de la curva no siempre están bien definidos; como resultado, la figura 1.49 permite ajustar simultáneamente el cambio de presión, Δp , y la diferencial, $\Delta t(\Delta p')$ ya que están graficadas a la misma escala.

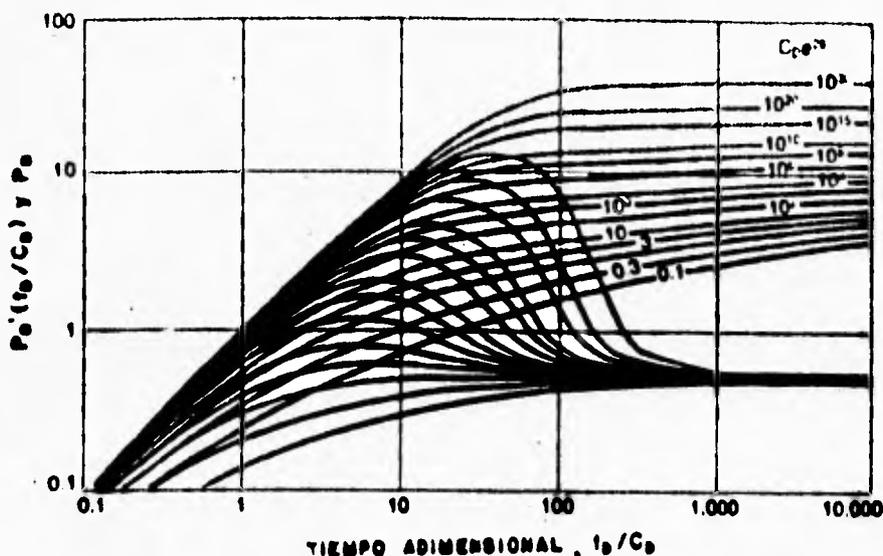


Fig. 1.49 Curva Tipo combinada de $P_D'(t_D/C_D)$ y P_D vs. t_D/C_D ¹⁸

Del ajuste de los datos de presión, se pueden obtener los parámetros:

$$k = 141.2 \frac{qB\mu (P_D / \Delta P)_{MP}}{h} \quad (1.88)$$

$$c' = 0.000295 \frac{kh}{\mu [(t_D / C_D) \Delta t]_{MP}} \quad (1.89)$$

$$C_D = 0.8936 \frac{c'}{\phi h C_{r_w}^2} \quad (1.90)$$

$$s = 0.5 \ln \left[\frac{(C_D e^{2s})_{MP}}{C_D} \right] \quad (1.91)$$

1.6.2 Convolución

Aunque las raíces de las pruebas de presión transitoria radican en el monitoreo de la presión, el análisis de pruebas de presión ha tenido avances significativos en los últimos años, con la introducción de la medición del gasto de flujo en el fondo del pozo. Los datos obtenidos de una prueba de presión deben ser obtenidos, siempre que sea posible, en el régimen de flujo transitorio, ya que los parámetros del sistema pozo-yacimiento calculados en este periodo son más confiables. Durante este periodo, el pozo debería producir a gasto constante, o a un gasto cero si se trata de una prueba de incremento de presión. Debido a la compresibilidad del fluido en la tubería de producción (efectos de almacenamiento del pozo), se toma mucho tiempo alcanzar este régimen de flujo. Además, los efectos de frontera pueden iniciar antes de que cesen los efectos de almacenamiento. Tomando en cuenta el régimen de flujo mencionado anteriormente, una prueba puede dividirse en tres periodos de acuerdo con el fenómeno que esté afectando la presión. Estos tres periodos son:¹⁹

- **Tiempos Cortos.** Los efectos combinados de almacenamiento del pozo, daño y pseudodaño (el cual incluye penetración parcial, acidificación, fracturas, flujo no-darciano y permeabilidad reducida debido a la saturación de gas alrededor del pozo) dominan el comportamiento de la presión. La estratificación y doble porosidad pueden afectar también la presión del pozo durante este periodo.
- **Tiempos Intermedios.** Durante este periodo, es establecido el flujo radial. Convencionalmente, las técnicas semilogarítmicas se utilizan para determinar los parámetros del sistema.
- **Tiempos Tardíos.** Durante este periodo, los efectos de frontera son los que dominan la prueba. Empiezan a distorsionar la línea recta semilogarítmica.

Algunas veces la separación entre estos periodos es imposible y por lo tanto las técnicas semilogarítmicas no pueden ser utilizadas. Las técnicas de análisis por curvas tipo fueron introducidas para superar este problema; sin embargo, todas las curvas tipo presentadas fueron desarrolladas bajo la suposición de que la compresibilidad del fluido (densidad) en la tubería y en el espacio anular permanecían constantes durante la prueba. A tiempos cortos, particularmente para pruebas de incremento, la presión después del cierre se incrementa rápidamente; por lo tanto, la compresibilidad del fluido en el pozo es comúnmente más grande que la compresibilidad de éste en el yacimiento. Debido a que la presión en el pozo está en función de la profundidad, la compresibilidad del fluido en la cabeza del pozo puede ser 10 o incluso 100 veces más grande que la compresibilidad del fluido en el fondo. De aquí, que la suposición de que el coeficiente de almacenamiento es constante durante el decremento, y particularmente durante el incremento, puede no ser correcto.

Una gran cantidad de trabajos sobre pruebas de gasto múltiple se han realizado durante las últimas décadas. Sin embargo, estos son básicamente decrementos secuenciales a gasto constante; únicamente la presión es medida y el gasto se supone constante durante la prueba. Todos estos trabajos tratan con el problema directo. En otras palabras, la solución a gasto constante (función influencia o de respuesta unitaria) es convolucionada (superpuesta) con la condición de frontera interna dependiente del tiempo para obtener soluciones para la ecuación de difusividad. Este proceso es llamado "convolución".

La integral de convolución, fue presentada por van Everdingen y Hurts para el caso de un pozo a presión de fondo con un gasto de flujo variando continuamente, como:

$$P_{wb} = \int_0^{t_D} q_D'(\tau) P_D(t_D - \tau) d\tau \quad (1.92a)$$

ó

$$P_{wb} = \int_0^{t_D} q_D(\tau) P_D''(t_D - \tau) d\tau + s q_D(t_D) \quad (1.92b)$$

donde P_{wb} y t_D están definidos por las ecuaciones (1.20) y (1.21) respectivamente.

Aunque P_D se supone como una solución a gasto constante sin efectos de almacenamiento, matemática y físicamente esta puede ser una solución de un caso de almacenamiento constante. En la práctica, P_D siempre será afectado por el fluido del pozo que ocupa el volumen por debajo del medidor de flujo a menos que el gasto en la cara del pozo sea medido a través de la perforaciones. Sin embargo, este volumen será pequeño para la mayoría de los pozos, debido a que el medidor de flujo y de presión respectivamente, son colocados normalmente justo arriba de las perforaciones.

La manera más simple de resolver la integral de convolución es suponer una función P_D . Esta función podría ser una solución de línea fuente, solución para una fractura de conductividad finita, etc., para un caso de gasto o presión constante. La función P_D escogida puede ser convolucionada con q_D (gasto en la cara del pozo) utilizando la integral de convolución (ecs. 1.92a o 1.92b) para modificar la función de tiempo o P_{wb} . Por ejemplo, la convolución (superposición) de un gasto variable con la aproximación logarítmica para la función P_D y la presión del pozo es comúnmente usada para el análisis de gasto múltiple. La misma técnica puede ser usada para el análisis de pruebas de incremento o decremento con datos de gasto de flujo medidos en la cara del pozo.

Usando la aproximación logarítmica para P_D en la ecuación (1.92a) el cambio en la presión medida en unidades de campo puede ser expresada como:

$$\Delta P_{wb} = m \int_0^{t_D} q_D'(\tau) [\log(t - \tau) + s] d\tau \quad (1.93)$$

donde:

$$\Delta P_{wf} = P_i - P_{wf}$$

$$\bar{s} = 0.87s + \log\left(\frac{k}{\phi\mu C_r r_w^2}\right) - 3.2275$$

$$q_D = \frac{q_w}{qB}$$

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh}$$

Por lo tanto, la ecuación (1.93) puede ser escrita como:

$$\frac{\Delta P_{wf}}{q_D} = \frac{m \int_0^t q'_D(\tau) \log(t - \tau) d\tau}{q_D} + b \quad (1.94)$$

donde $b = sm$.

Cualquier técnica de integración, como la suma de Riemman, puede ser utilizada para evaluar la integral dada en la ecuación (1.94). Una gráfica del lado izquierdo vs. el primer término del lado derecho de la ecuación (1.94) dará una línea recta de pendiente m y ordenada al origen b , a partir de la cual, los parámetros del sistema pueden ser estimados. La mayor ventaja de las pruebas a gasto variable continuo (gasto medido justo arriba del intervalo perforado) sobre las técnicas convencionales es que los efectos de almacenamiento del pozo son minimizados.

1.6.2 Deconvolución

Cuando el modelo del yacimiento, P_D , en la ecuación (1.92), aún permanece desconocido, se tendrá entonces que determinar dicho modelo y posteriormente sus parámetros. El método de deconvolución nos permite identificar el modelo del yacimiento, siempre que las mediciones de la presión y del gasto de flujo estén disponibles. Por lo tanto la deconvolución envuelve el cálculo del modelo de presión P_{SD} , a partir de la presión y del gasto del pozo.²⁰

Si la deconvolución es realizada con éxito con datos de campo, el cálculo de presión mostrará una característica única: identificar el modelo del yacimiento, la cual viene del hecho de que la presión calculada representa la presión equivalente a gasto constante en la cara del pozo. La figura 1.50 ilustra mejor el concepto de deconvolución, donde la presión medida y la presión deconvolucionada están esquematizadas para un caso de yacimiento homogéneo.

Linealizando la integral de convolución, ec. (1.92) se obtiene la siguiente expresión para el modelo de presión, P_{wD} :

$$P_{wD}(t_{Dn+1/2}) = \frac{P_{wD}(t_{Dn+1}) - sum}{q_D(t_{Dn+1} - t_{Dn})} \quad (1.95)$$

donde

$$sum = P_{wD}(t_{Dn+1/2}) [q_D(t_{Dn+1} - t_{Dn}) - q_D(t_{Dn+1} - t_{Dn+1})]$$

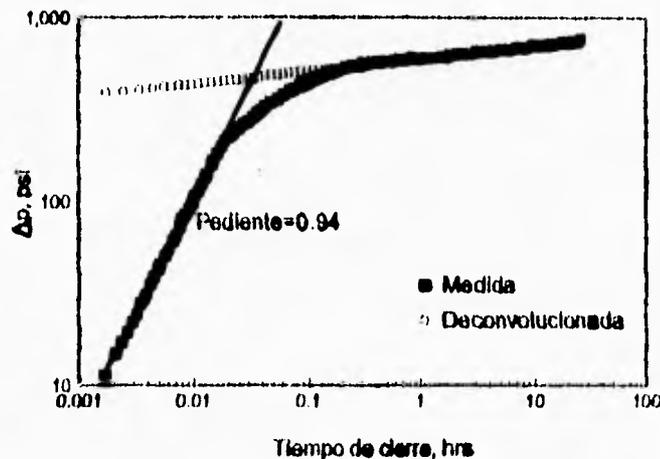


Fig. 1.50 Comparación de presiones medida y deconvolucionada.²⁰

La figura 1.50 muestra la presión deconvolucionada calculada con la ecuación (1.95). Una vez que es obtenida, se puede identificar el modelo graficando los datos tiempo-presión en varias formas, las cuales incluyen, gráficas para flujo lineal, bilineal, radial, esférico, etc. Si el comportamiento de la presión deconvolucionada en una gráfica dada (modelo), muestra una línea recta y el modelo está acorde con la terminación y geología, la identificación del modelo está terminada. Posteriormente, la presión deconvolucionada es usada para estimar los parámetros del yacimiento, directamente de la gráfica. En principio, la presión deconvolucionada y su derivada pueden ser utilizadas para identificar el modelo del yacimiento de una manera similar que para la presión del pozo, sin embargo, el nivel de ruido en los datos de campo no siempre permiten obtener las derivadas de la presión deconvolucionada.

I.7 Análisis por computadora

El uso de las computadoras para el análisis de pruebas de presión es ahora una práctica común en la Industria Petrolera. La combinación de la habilidad para adquirir sensibilidad y exactitud en los datos de presión y el fácil acceso a las técnicas de análisis de pruebas asistido por computadora permiten al Ingeniero aplicar métodos sofisticados para el análisis de pruebas de presión.²¹

En la década pasada, hubo un desarrollo rápido y significativo en la tecnología de pruebas de presión y análisis de datos. Como tal, esta tecnología fácilmente contribuyó a una adquisición de datos apoyada por las computadoras. El desarrollo de poderosas tecnologías en *Hardware* y *Software* de las microcomputadoras ha tenido un profundo impacto en todos los aspectos de la tecnología de pruebas de presión.

Un análisis completo de pruebas de presión, posterior a la adquisición de datos, requiere varios pasos: (1) Preparación de datos, (2) Identificación del modelo, (3) Cálculo de los parámetros del modelo, (4) Validación del modelo de interpretación, y (5) Presentación de resultados. Información adicional, tal como datos geológicos y geofísicos son de gran utilidad para un análisis confiable. Un paquete completo de análisis de pruebas de presión asistido por computadora debe de contar con todos los requerimientos anteriormente mencionados. Aunque el Ingeniero hace y continuará haciendo decisiones claves durante el proceso de análisis, un programa de cómputo bien diseñado podrá ayudar al Ingeniero a hacer la correcta decisión. Además, el análisis asistido por computadora ofrece numerosas ventajas sobre las interpretaciones manuales de análisis de pruebas de presión, algunas de estas son:

- 1) La productividad del Ingeniero es incrementada significativamente, al procesar: (a) un gran número de datos registrados, (b) las transformaciones de varios datos, por ejemplo, la derivada y varias funciones de tiempo y presión, (c) la generación de varias gráficas requeridas para el análisis, etc.
- 2) La calidad del análisis es mejorada mediante un análisis de datos más completo y el uso de métodos más sofisticados, tal como la regresión no-lineal. El análisis de datos de sistemas geológicos complejos y la incorporación de datos de gasto variable es también posible.
- 3) La calidad de las pruebas de presión es mejorada mediante un buen diseño de prueba antes de correrla y la capacidad de monitorearla mientras está en proceso.

La primer interpretación de datos de análisis de pruebas de presión asistido por computadora fue hecha por Gringarten, quien desarrollo un programa de cómputo que usaba curvas tipo log-log para la identificación del modelo, desarrollado para el análisis de Horner. El segundo gran desarrollo fue la aplicación de la regresión no-lineal en el espacio

de Laplace, por Rosa y Horne. Su aproximación evitó un ajuste por ensaye y error de los datos de campo con los datos del simulador del modelo, y proporcionó una medida cuantitativa de los resultados. los intervalos de confianza.²²

1.7.1 Regresión no-lineal

Durante las décadas de los 70 y 80, técnicas matemáticas y numéricas han proporcionado nuevas soluciones a una amplia variedad de configuraciones de yacimientos, tal como yacimientos naturalmente fracturados, estratificados, etc. La complejidad de estos modelos y un gran número de parámetros que estos contienen limitaron el análisis por medio de métodos gráficos convencionales. En el proceso de búsqueda de un método que ajustara un gran número de incógnitas se llegó a la técnica de regresión no lineal.²³

En investigaciones iniciales, se demostró que la regresión no-lineal era capaz no solamente de ajustar modelos del yacimiento con un gran número de parámetros, como pueden ser tres en yacimientos homogéneos o cinco en yacimientos naturalmente fracturados, sino además proporcionaba varias ventajas sobre el ajuste manual gráfico. Una de las más importantes fue el uso de intervalos de confianza, así como la aplicación de esta técnica a respuestas del yacimiento que resultaban de impulsos complejos (gasto variable).

Dentro de los objetivos básicos de la interpretación de pruebas de presión, principalmente cuando se va a ajustar un modelo matemático a una respuesta observada del yacimiento, es necesario primero, decidir por dicho modelo matemático.

Una vez que el modelo apropiado del yacimiento ha sido escogido, los parámetros desconocidos del yacimiento, tales como la permeabilidad, daño, longitud de una fractura, radio de drenaje, etc., pueden ser estimados ajustando la respuesta del modelo a la respuesta observada. En un análisis tradicional, esto es hecho ajustando una parte de la respuesta, por ejemplo, ajustando la porción de la línea recta semilog en la gráfica de Horner o MDH, o ajustando la respuesta entera mediante curvas tipo. En un análisis asistido por computadora, el ajuste se realiza por la máquina ya sea a través de curvas tipo o utilizando regresión no lineal. El ajuste por curvas tipo, ejecuta un algoritmo de correlación que determina la curva tipo con menor diferencia entre los datos de prueba y los de la curva tipo. La regresión no-lineal es capaz de ajustar un modelo a una variación compleja de datos, y ésta es una de sus más importantes ventajas sobre las técnicas convencionales y las de ajuste por curvas tipo.

En lugar de graficar el ajuste sobre un papel, la regresión no lineal ajusta los datos de presión transitoria directamente al modelo matemático. En esta técnica, el objetivo es minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre los parámetros medidos $P_m(x_i)$ y los datos calculados del modelo, $P_c(\vec{\alpha}, x_i)$. Los parámetros desconocidos del yacimiento pueden ser, k , s , ω , λ , C , r_w , etc., son reevaluados hasta que la función objetivo no pueda

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

ser más pequeña, aunque inicialmente se requiere una estimación de los parámetros incógnitas, ya sea numéricamente si se conoce una estimación de los parámetros, o bien en forma gráfica a través del ajuste de puntos y líneas sobre la gráfica doble-log que proporcionan en forma sencilla una estimación de los valores iniciales para los diferentes modelos seleccionados. Refiriendo estos parámetros como un vector de incógnitas, $\vec{\alpha}$, entonces la minimización sobre n datos medidos de presión puede ser usualmente establecida en términos de los cuadrados de la diferencia de presión:

$$\text{Min}_{\vec{\alpha}} E = \sum_{i=1}^n [P_{med}(x_i) - P_{calc}(\vec{\alpha}, x_i)]^2 \quad (1.96)$$

Los dos métodos más utilizados para minimizar la función objetivo, son el método de Newton y el método de Padmanabhan, el cual utiliza la teoría del Control Óptimo.

La aproximación usada en el método de Newton es expandir la suma de los cuadrados de E en una serie de Taylor a un valor estimado de E^0 , obtenido a una solución particular $\vec{\alpha}^0$ y truncar las series después de los términos cuadráticos:

$$E^* = E|_{\vec{\alpha}^0} + \sum_{k=1}^n (\alpha_k - \alpha_k^0) \frac{\partial E}{\partial \alpha_k} \Big|_{\vec{\alpha}^0} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (\alpha_j - \alpha_j^0)(\alpha_k - \alpha_k^0) \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \Big|_{\vec{\alpha}^0} \quad (1.97)$$

Aquí, E^* es la aproximación de Newton al valor de E . Para determinar el mínimo de E^* con respecto a $(\alpha - \alpha^0)$ de la primera solución, E^* es diferenciado con respecto a $(\alpha_j - \alpha_j^0)$, el cual será llamado β_j :

$$\frac{\partial E^*}{\partial \beta_j} = \frac{\partial E}{\partial \alpha_j} \Big|_{\vec{\alpha}^0} + \sum_{k=1}^n \beta_k \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \quad \text{para } j = 1, n \quad (1.98)$$

A un valor estacionario, estas derivadas serán cero, por lo tanto las n ecuaciones normales para β son:

$$\sum_{k=1}^n \beta_k \frac{\partial^2 E}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \Big|_{\vec{\alpha}^0} = - \frac{\partial E}{\partial \alpha_j} \Big|_{\vec{\alpha}^0} \quad \text{para } j = 1, n \quad (1.99)$$

en donde la ecuación anterior representa un sistema de ecuaciones lineales en términos de β , la cual puede ser escrita como:

$$[H^0] \vec{\beta} = \vec{\mu} \quad (1.100)$$

donde H es una matriz Hessiana y $\bar{\mu}$ es el gradiente de L . Una vez que $\bar{\beta}$ ha sido encontrada mediante la ecuación (1.100), un nuevo grupo de valores de parámetros desconocidos puede calcularse:

$$\bar{\alpha}_j^1 = \bar{\alpha}_j^0 + \rho \bar{\beta}_j \quad \text{para } j = 1, n$$

una vez que los parámetros son calculados, el procedimiento se vuelve iterativo, cada vez con nuevos valores hasta que la convergencia es alcanzada.

En el análisis automatizado de pruebas de presión se han desarrollado varios métodos para superar problemas como la no convergencia del proceso al mínimo de la función objetivo y que la matriz Hessiana esté mal condicionada.²⁴

Método Steepest Descent

Este método reemplaza $[H^0]$ en la ecuación (1.100) por la matriz identidad $[I]$ multiplicando por un escalar λ . De este modo, la cantidad por la cual α_j es cambiada en cada iteración es directamente proporcional al gradiente de L con respecto a ese parámetro. Este método es muy simple, converge lentamente y algunas veces requiere de cientos de iteraciones para converger (en sistema de cómputo convencionales, se lleva horas el proceso).

Método de Gauss

Este método trata las segundas derivadas como si éstas fueran cero, lo cual hace que $[H^0]$ sea definida positivamente, por lo tanto ya no es necesario calcular la segunda derivada, lo cual reduce los cálculos.

Método de Marquadt

Este método es una modificación que puede ser hecha ya sea con el método de Gauss o con el método de Newton. En el método de Marquadt, una constante λ es sumada a cada uno de los elementos de la solución de la matriz H . Esto incrementa el tamaño de los eigen valores en la matriz modificada. En el caso del método de Newton, el tamaño de λ puede ser escogido tal que cualquier eigen valor negativo de la matriz H se vuelva positivo, asegurando de ésta manera la definitividad positiva. En el caso del método de Gauss, los eigen valores son siempre no negativos; sin embargo, la adición del parámetro de Marquadt asegura que los valores de cero o casi cero no ocurrirán, previniendo la singularidad computacional de la matriz.

Método de Newton-Greenstadt

Este método es otra manera de garantizar la definitividad positiva de la matriz Hessiana; realizando una descomposición espectral de H , revela la presencia de eigen valores negativos o cero, el procedimiento de Greenstadt simplemente reemplaza todos los elementos diagonales negativos por su valor absoluto y todos los valores pequeños son reemplazados por infinitos. En la modificación de Barua de éste método (llamado método Barua-Greenstadt) los eigen valores menores que un número positivo pequeño dado, son reemplazados por un número positivo grande. Esta modificación hace a H una matriz definida positivamente y bien condicionada, lo cual resuelve los dos tipos de problemas simultáneamente.

Factorización de Cholesky y Factorización modificada de Cholesky

La factorización de Cholesky es otra manera de superar las dificultades que pueden ocurrir en la estimación no-lineal de mínimos cuadrados. La factorización está definida como:

$$H = LDL^T = LD^{1/2} D^{1/2} L^T$$

donde L es una matriz triangular unitaria, y D es una matriz diagonal con todos sus elementos diagonales positivos. Esta factorización está definida únicamente para matrices positivas simétricamente definidas, y cuando se resuelve un sistema de ecuaciones con éste método, la estabilidad numérica está garantizada por que los elementos de $LD^{1/2}$ son sujetos a un límite de h_{ii} .²⁵

Posteriormente se propuso una modificación a la factorización de Cholesky para matrices positivas simétricamente definidas. Esta modificación aproxima a H a una matriz positiva definida relacionada como sigue:

$$H = LD^T = H + R$$

donde R es una matriz diagonal no negativa. Aunque la factorización de Cholesky puede prevenir la singularidad computacional y la indefinitividad positiva del coeficiente de la matriz H , algunos problemas pueden ocurrir bajo las siguientes condiciones:

- Suposiciones iniciales muy lejanas de la real
- Insuficiencia de datos
- Parámetros mal definidos

Las dificultades de convergencia pueden ser reducidas considerablemente, reemplazando los elementos de las diagonales muy pequeños de la factorización por un valor grande y positivo en las primeras iteraciones, lo cual previene el rápido cambio de los parámetros correspondientes y sus parámetros altamente relacionados.

Método de Newton-Greenstadt

Este método es otra manera de garantizar la definitividad positiva de la matriz Hessiana; realizando una descomposición espectral de H , revela la presencia de eigen valores negativos o cero, el procedimiento de Greenstadt simplemente reemplaza todos los elementos diagonales negativos por su valor absoluto y todos los valores pequeños son reemplazados por infinitos. En la modificación de Barua de éste método (llamado método Barua-Greenstadt) los eigen valores menores que un número positivo pequeño dado, son reemplazados por un número positivo grande. Esta modificación hace a H una matriz definida positivamente y bien condicionada, lo cual resuelve los dos tipos de problemas simultáneamente.

Factorización de Cholesky y Factorización modificada de Cholesky

La factorización de Cholesky es otra manera de superar las dificultades que pueden ocurrir en la estimación no-lineal de mínimos cuadrados. La factorización está definida como:

$$H = LDL^T = LD^{1/2} D^{1/2} L^T$$

donde L es una matriz triangular unitaria, y D es una matriz diagonal con todos sus elementos diagonales positivos. Esta factorización está definida únicamente para matrices positivas simétricamente definidas, y cuando se resuelve un sistema de ecuaciones con éste método, la estabilidad numérica está garantizada por que los elementos de $LD^{1/2}$ son sujetos a un límite de hii .²⁵

Posteriormente se propuso una modificación a la factorización de Cholesky para matrices positivas simétricamente definidas. Esta modificación aproxima a H a una matriz positiva definida relacionada como sigue:

$$H = LD^T = H + R$$

donde R es una matriz diagonal no negativa. Aunque la factorización de Cholesky puede prevenir la singularidad computacional y la indefinitividad positiva del coeficiente de la matriz H , algunos problemas pueden ocurrir bajo las siguientes condiciones:

- Suposiciones iniciales muy lejanas de la real
- Insuficiencia de datos
- Parámetros mal definidos

Las dificultades de convergencia pueden ser reducidas considerablemente, reemplazando los elementos de las diagonales muy pequeños de la factorización por un valor grande y positivo en las primeras iteraciones, lo cual previene el rápido cambio de los parámetros correspondientes y sus parámetros altamente relacionados

Aproximación LAV (Mínimo Valor Absoluto)

Recientemente se propuso un algoritmo más poderoso que los anteriores para ser aplicado en el análisis automatizado de pruebas de presión. Su robustez radica en el hecho de que la técnica puede ser mejor manipulada en casos en los cuales no siguen la distribución Gaussiana comúnmente asumida.²⁶

Este método consiste en la estimación no-lineal del parámetro que usa el LAV (Least Absolute Value - Mínimo Valor Absoluto) como criterio de minimización.

Minimizando la suma de los cuadrados, la regresión no-lineal se convierte en susceptible de datos que puedan estar significativamente erróneos y los cuales incrementan la desproporcionalidad de la función objetivo comparada con otros puntos. Este método minimiza la suma de los valores absolutos de la desviación de la respuesta observada, de la respuesta ajustada o prefijada del modelo matemático del yacimiento.²⁷

$$\text{Min } E = \sum_{i=1}^n |P_{\text{med}}(x_i) - P_{\text{calc}}(\bar{\alpha} - x_i)|$$

Una de las grandes ventajas de la aproximación LAV es que no requiere del juicio subjetivo del análisis, sean o no descartadas las observaciones extremas.

Esta técnica está basada en la expansión de la función modelo en una serie de Taylor superior a los términos de primer orden. Esto genera un nuevo problema el cual es resuelto iterativamente después de ser transformada en una estimación de múltiple regresión no-lineal del parámetro. El procedimiento se convierte entonces en una secuencia de problemas de múltiple regresión lineal, los cuales son resueltos usando el criterio LAV.

Otra ventaja de este procedimiento es que no requiere el cálculo de las segundas derivadas de la función modelo. Además, como las ecuaciones de condición son resueltas, en lugar de las llamadas ecuaciones normales, el método evita la exacerbación innecesaria del mal condicionamiento de la matriz diseño.

Una de las más útiles características de la regresión no-lineal es que permite la inspección de la calidad de los parámetros estimados, a través de los intervalos de confianza, en lugar de proporcionar solo el mejor ajuste de los parámetros.

Los intervalos de confianza son: la correlación entre parámetros, y el número de datos relacionados con el número de incógnitas.

II. PROPIEDADES DEL GAS NATURAL

El gas natural es una mezcla de gases hidrocarburos e impurezas. Los gases hidrocarburos normalmente encontrados en el gas natural son el metano, etano y propano, que constituyen el 80 - 90 % del volumen del gas, el porcentaje restante lo forman el butano, pentano y pequeñas cantidades de hexanos, heptanos, octanos y gases pesados. Las impurezas encontradas en el gas natural incluyen bióxido de carbono, sulfuro de hidrógeno, nitrógeno, vapor de agua e hidrocarburos. Desde un punto de vista práctico, un gas es definido como un fluido homogéneo de baja densidad y viscosidad, el cual no tiene un volumen definido, pero se expande para ocupar completamente el recipiente en el cual se encuentra.

En este capítulo se exponen aquellas propiedades físicas del gas natural que son importantes en la solución de problemas asociados con el comportamiento de pozos de gas, producción y transmisión de gas, las cuales pueden ser determinadas directamente, ya sea por mediciones o por cálculos a partir de propiedades químicas conocidas del gas, o mediante correlaciones preestablecidas para cada propiedad.

II.1 Composición del gas natural

No hay una composición específica que pueda ser referida al gas natural, ya que cada volumen de gas producido tiene su propia composición, además cada corriente producida de un yacimiento de gas puede cambiar a medida que el yacimiento es agotado. La tabla 2.1 muestra composiciones típicas de muestras de gas. El pozo 1 es productor de gas asociado con aceite; los pozos 2 y 3 son productores de gas no-asociado con baja y alta presión, respectivamente.²⁸

Tabla 2.1 Análisis típico del gas natural²⁸

Formula Química	Componente	Pozo 1 %Mol gas-aceite	Pozo 2 %Mol gas húmedo	Pozo 3 %Mol gas seco
CH ₄	Metano	27.52	71.01	91.25
C ₂ H ₆	Etano	16.34	13.09	3.61
C ₃ H ₈	Propano	29.18	7.91	1.37
C ₄ H ₁₀	Isobutano	5.37	1.68	0.31
C ₄ H ₁₀	n-Butano	17.18	2.09	0.44
C ₅ H ₁₂	Isopentano	2.18	1.17	0.16
C ₅ H ₁₂	n-Pentano	1.72	1.22	0.17
C ₆ H ₁₄	Hexano	0.47	1.02	0.27
C ₇ H ₁₆ +	Heptano	0.04	0.81	2.42
Total		100.00	100.00	100.00

La producción de muchos pozos contendrá pequeñas cantidades de componentes no-hidrocarburos como: Dióxido de Carbono (CO_2), Sulfuro de Hidrógeno (H_2S) y Nitrógeno (N_2). El análisis composicional de los gases es obtenido por destilación a bajas temperaturas, análisis cromatográfico o espectrometría de masa.

De la tabla anterior, se puede observar que desde el punto de vista composicional, se considerará como gas seco aquel que contenga un porcentaje no menor de 88% de Metano (CH_4).

II.2 Comportamiento de Fases

Los yacimientos de gas han sido caracterizados de diferente manera, pero la mayoría sobre la base de la relación gas-aceite (RGA) obtenida en la superficie. Usando este método, cualquier pozo (o campo) que produzca una RGA por arriba de 100,000 $\text{pie}^3/\text{bl.}$, es considerado como un pozo de gas; uno produciendo una RGA de 5,000 a 100,000 $\text{pie}^3/\text{bl.}$, será un pozo de gas y condensado; y un pozo produciendo una RGA de cero a varios miles de $\text{pie}^3/\text{bl.}$, será un pozo de aceite. En la práctica, relaciones gas-aceite similares han sido obtenidas de yacimientos conteniendo una variedad de composiciones del fluido hidrocarburo, en un amplio rango de temperaturas y presiones del yacimiento, produciendo por métodos artificiales o naturales. Esto ha generado confusiones desde el punto de vista práctico y legal sobre la naturaleza de los yacimientos de gas, por lo tanto la clasificación anterior puede ser inadecuada.

Los yacimientos de gas (y todos en general) pueden ser definidos teniendo como base su presión y temperatura iniciales. Dicha definición se realiza mediante el análisis de un diagrama de fase presión-temperatura, el cual muestra los efectos de los cambios de presión y temperatura sobre el estado físico del sistema hidrocarburo.

Se define una fase a la parte de un sistema físicamente homogénea, separada por otras fases físicamente definidas.²⁹ En el estudio de la mezcla de hidrocarburos, normalmente se consideran fases líquida y gaseosa.

El diagrama de fases muestra los siguientes elementos, figura 2.1: *curva envolvente de fases*, que resulta de unir las curvas de puntos de burbujeo y de rocío que exhibe la mezcla a diferentes presiones y temperaturas, curvas que se unen en el denominado punto crítico; *curva de burbujeo*, se define como el lugar geométrico de los puntos de presión y temperatura por los cuales se forma la primera burbuja de gas al pasar de la región líquida a la región de dos fases; *curva de rocío*, se define como el lugar geométrico de los puntos presión y temperatura en los cuales se forma la primera gota de líquido al pasar de la fase gaseosa a la región de líquidos; *punto crítico*, en este punto, las propiedades intensivas de la fase líquida y gaseosa son idénticas, dichas propiedades son independientes de la cantidad de materia presente (densidad, volumen específico y factor de compresibilidad,

por ejemplo). La envolvente de fases divide el diagrama en tres regiones: la primera llamada región de líquidos, situada fuera de la envolvente de fases y a la izquierda de la isoterma crítica, la segunda llamada región de gases, situada fuera de la envolvente de fases y a la derecha de la isoterma crítica, y la última encerrada por la envolvente de fases, también llamada región de dos fases; en ésta región se encuentran todas las combinaciones de presión y temperatura en la que la mezcla de hidrocarburos puede permanecer en dos fases en equilibrio, existiendo dentro de ella las llamadas curvas de calidad, que indican el porcentaje total de hidrocarburos que se encuentran en estado líquido. La presión y temperatura representadas por éste punto son llamadas temperatura crítica, T_c , y presión crítica, P_c . La máxima temperatura a la cual pueden coexistir en equilibrio las dos fases se denomina *Cricondenterna*, de igual manera, la máxima presión a la cual pueden coexistir las dos fases en equilibrio se denomina *Cricondenbar*.

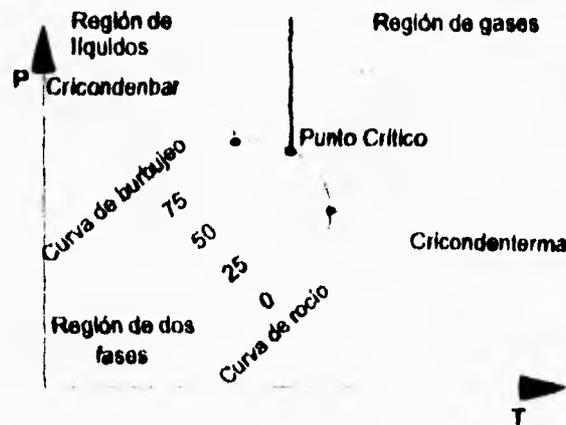


Fig. 2.1 Diagrama de fases presión-temperatura²⁰

Para la construcción de un diagrama de fases se requiere una muestra representativa de los fluidos del yacimiento, la cual será colocada en una celda de análisis PVT a las condiciones de presión y temperatura del yacimiento.

Para simular las condiciones del yacimiento se mantendrá la temperatura constante y el depresionamiento se logrará aumentando lentamente el volumen de la celda, después de realizar algunos depresionamientos, se observa que aparece la primera burbuja de gas. A ésta presión se le llama presión de saturación, de ebullición o de burbujeo (P_b), su ubicación en el diagrama de fases será exactamente en la curva de burbujeo. Si se continúa aumentando el volumen, se notará que la presión sigue declinando, pero a un ritmo bastante menor, debido a la presencia de la fase gaseosa. La expansión continúa hasta el momento en que sólo queda una gota de líquido, ésta presión corresponde a la presión de rocío o de condensación (P_d), y su ubicación se localizará en la curva de rocío. Al procedimiento anterior se le conoce como *separación flash*. Si la secuencia anterior se repite para diferentes temperaturas y se sitúan los resultados en una gráfica P-T, se obtendrá el diagrama de fases.

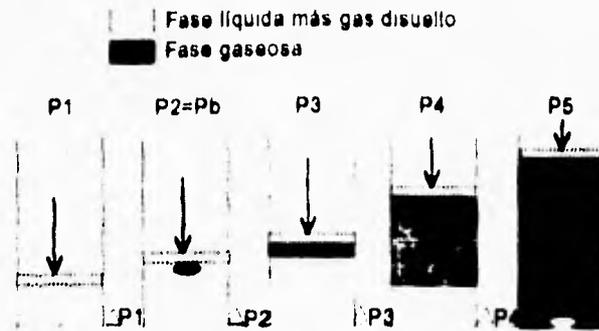


Fig. 2.2 Representación esquemática de la expansión isotérmica de los fluidos del yacimiento.²⁹

Cada mezcla de hidrocarburos encontrada en el yacimiento tendrá un diagrama de fases característico, el cual permanecerá constante mientras se tenga la misma proporción de componentes de la mezcla, la cual puede ser alterada debido a la extracción preferencial de fluidos o a la inyección de alguno de ellos.

De acuerdo a lo anterior, las diferentes acumulaciones de hidrocarburos pueden clasificarse de acuerdo con la posición que tomen sus fluidos en el diagrama de fases y a la línea que describe la evolución de los mismos desde el yacimiento hasta la superficie durante la explotación. A continuación se hace una breve explicación para los yacimientos más comúnmente encontrados en función de su diagrama de fases.

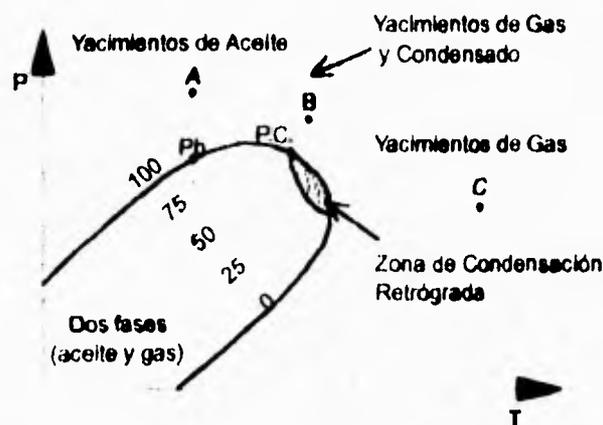


Fig. 2.3 Diagrama de fases de una mezcla de hidrocarburos.²⁹

Yacimientos de Aceite

Considérese un yacimiento de condiciones iniciales (punto A, fig. 2.3). Los fluidos de este tipo de yacimientos estarán en fase líquida. Los yacimientos de aceite pueden clasificarse en dos categorías, dependiendo de su posición con respecto al punto crítico: (1) Yacimientos de aceite y gas disuelto de bajo encogimiento, los cuales están alejados del punto crítico; los fluidos de este tipo de yacimientos presentan bajas RGA, altas densidades relativas y bajos factores de volumen; (2) Yacimientos de aceite y gas disuelto de alto encogimiento o volátiles, los cuales se encuentran cercanos al punto crítico. Los fluidos de éste tipo de yacimientos presentan altas RGA, bajas densidades relativas y altos factores de volumen. La denominación de volátiles se deriva de la característica particular de que la temperatura del yacimiento es cercana a la temperatura crítica de la mezcla de hidrocarburos y que cambios de pequeña magnitud en la presión y temperatura producen modificaciones importantes en los volúmenes de líquido y gas coexistentes, reflejando altos valores de B_o .

Los yacimientos de aceite también pueden clasificarse de acuerdo a su presión inicial en: Yacimientos de aceite bajosaturados, si $P_i > P_b$; Yacimientos de aceite saturado, si $P_i = P_b$; y Yacimientos de aceite saturado con casquete de gas inicial, si su $P_i < P_b$.

Yacimientos de Gas y Condensado

Este tipo de yacimientos se presenta cuando la temperatura del mismo cae entre la temperatura crítica de la mezcla de hidrocarburos y la crincondenterma de dicha mezcla, punto B, fig. 2.3. Si la presión del yacimiento es superior a la presión de rocío, los fluidos se encontraran en estado gaseoso. Los fluidos que penetren al pozo, en su camino hasta el tanque de almacenamiento, sufrirán una fuerte reducción tanto en temperatura como en presión, y entrarán rápidamente a la región de dos fases.

Cuando en el yacimiento se produce una reducción isotérmica de la presión y se cruza la presión de rocío, se entra a la región de dos fases, ocurriendo el fenómeno de condensación retrógrada. Recibe éste nombre debido a que al bajar la presión ocurre una condensación, cuando lo que normalmente se espera es una vaporización, figura 2.4.

A medida que disminuye la presión a una temperatura constante, después del punto A, disminuye la atracción de los componentes ligeros y pesados, ya que los primeros se van separando. Conforme esto ocurre, la atracción de las moléculas de los componentes pesados es más efectiva, formándose así el líquido. El fenómeno continua hasta el punto B, en el cual se ha condensado la máxima cantidad de líquido. Si se sigue disminuyendo la presión, las moléculas del componente pesado comenzaran a vaporizarse, originando que las moléculas abandonen la fase líquida por completo, y toda la mezcla sea de nuevo gas, punto C.

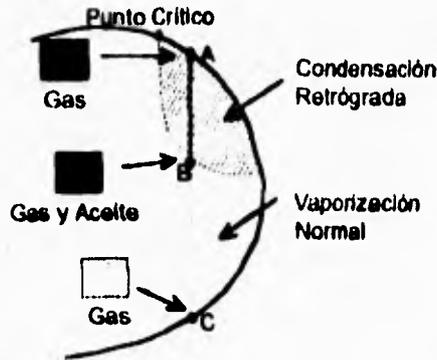


Fig. 2.4 Representación del fenómeno de Condensación Retrógrada.²⁹

Yacimientos de Gas

Considérese un yacimiento de condiciones iniciales (punto C), figura 2.3. En este yacimiento los fluidos estarán en la fase gaseosa, ya que su temperatura excede la temperatura crítica. Como la temperatura inicial del yacimiento es además, mayor que la cricondenterma, dicha fase gaseosa se conservará durante toda la vida productora del yacimiento. A éste tipo de yacimientos se les denomina **Yacimientos de Gas**.

Aunque los fluidos remanentes del yacimiento permanecen en la fase gaseosa, los hidrocarburos producidos enterarán en la región de dos fases, ya que la presión y temperatura declinan en la tubería de producción, como se muestra en la trayectoria CCI de la figura 2.5a. Por lo tanto se tendrá producción de gas y líquido condensado, aún cuando el fluido en el yacimiento sea sólo gas. Aquellos yacimientos cuya producción tiene un porcentaje considerable de licuables (condensados) se les llama **Yacimiento de gas húmedo**. En la figura 2.5b se presenta un diagrama de fases para el fluido de un yacimiento con características similares al anterior, pero cuya trayectoria de producción no entra en la región de dos fases. A este tipo de yacimientos se les clasifica como **Yacimientos de gas seco**.

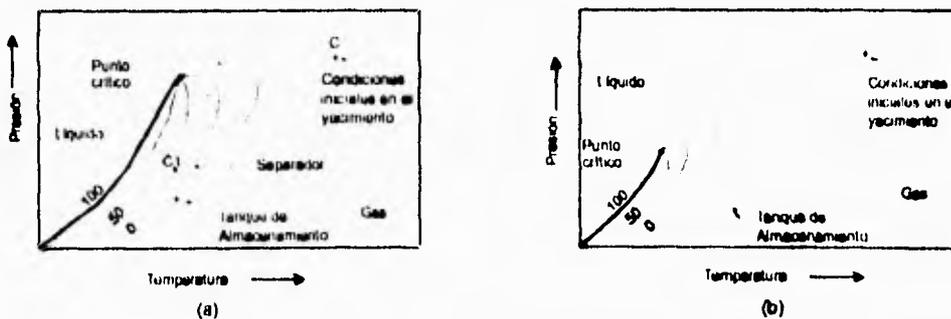


Fig. 2.5 Diagrama de fases para un fluido en un yacimiento de gas: (a) húmedo, (b) seco.²⁹

II.3 Gases ideales

Un gas ideal es un fluido en el cual el volumen ocupado por las moléculas es insignificante con respecto al volumen ocupado por el total del fluido, donde no hay fuerzas de atracción o repulsión entre las moléculas o entre las moléculas y las paredes del contenedor, y todas las colisiones de las moléculas son perfectamente elásticas.³⁰

A bajas presiones, la mayoría de los gases se comportan como un gas ideal. Por otra parte, bajo distribuciones de presiones normales, el gas natural sigue la leyes del gas ideal, sin embargo cuando la presión del gas se incrementa, una amplia variación ocurrirá entre los volúmenes real e ideal del gas.

La *ley de Boyle* establece que bajo condiciones de temperatura constante, el volumen del gas varía inversamente con la presión, ésta es escrita como:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad \text{ó} \quad P_1V_1 = P_2V_2$$

$$PV = \text{cte.}$$

La *ley de Charles* en primera instancia establece que: (a) bajo condiciones de presión constante, el volumen del gas varía directamente con la temperatura absoluta:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

y (2) bajo condiciones de volumen constante, la presión absoluta varía directamente con la temperatura absoluta:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Así mismo, la *ley de Avogadro* establece que bajo las mismas condiciones de presión y temperatura, volúmenes semejantes de todos los gases ideales contendrán el mismo número de moléculas, lo cual fue demostrado y se llegó a la conclusión de que hay 2.733×10^{26} moléculas en una libra-mol de cualquier gas.

Finalmente, la ecuación de estado de un gas ideal puede ser obtenida de una combinación de la ley de Boyle, Charles y Avogadro, de donde:

$$PV = nRT \tag{2.1}$$

donde: P = Presión absoluta (psia)
 V = Volumen (pie³)
 T = Temperatura absoluta (°R)
 n = Número de moles (lb/mole)
 R = Constante universal de los gases = 10.732 (psia pie³/lb-mol °R)

El valor de R depende de las unidades en que se esté trabajando. A continuación, la tabla 2.2 presenta diferentes valores para R en diferentes unidades.

Tabla 2.2 Valores de la constante universal de los gases R³⁰

Unidades	Valor
atm, cc/g-mole, °R	82.06
atm, litro/g-mole, °R	0.08206
BTU/lb-mole, °R	1.978
psia, pie ³ /lb-mole, °R	10.732
atm, pie ³ /lb-mole, °R	0.730
kwh/lb-mole, °K	0.001049
hp-hr/lb-mole, °K	0.00078
atm, pie ³ /lb-mole, °K	1.3145
mm Hg, litro/g-mole, °K	62.37
pulg Hg, pie/lb-mole, °R	21.85
cal/g-mole, °K	1.987
atm, pie ³ /lb-mole, °K	1.314

El desarrollo de la teoría cinética-molecular de los gases dio a las leyes del gas una base teórica, ya que éste establece que un gas está compuesto por un gran número de moléculas.

Teniendo en cuenta que el número de libras-mol de un gas es igual a la misma cantidad del gas dividida por su peso molecular, la ley del gas ideal puede ser expresada como:

$$PV = \frac{m}{M} RT \quad (2.2)$$

donde: m = masa del gas (lb)
 M = peso molecular del gas (lb_m/lb-mole)

Mezcla de gases

Los Ingenieros Petroleros están interesados comúnmente en el comportamiento de mezcla de gases y raramente tratan con componentes puros. Debido a que el gas natural es una mezcla de componentes hidrocarburos, el total de las propiedades físicas y químicas pueden ser determinadas a partir de propiedades físicas de los componentes individuales en la mezcla.

La composición de una mezcla de gas natural puede ser expresada en términos de Fracción mole, Fracción volumen y Fracción de peso.

La fracción mole de un componente en particular, componente *i*, está definida como:

$$y_i = \frac{n_i}{\sum_i n_i}$$

donde: y_i = Fracción mole del componente *i* en la mezcla,
 n_i = Número de moles del componente *i*,
 $\sum n_i$ = Número total de moles de todos los componentes de la mezcla.

La fracción volumen está definida como:

$$v_i = \frac{V_i}{\sum_i v_i}$$

donde: v_i = Fracción volumen del componente *i*,
 V_i = Volumen ocupado por el componente *i* a condiciones estándar
 $\sum v_i$ = Volumen total de la mezcla a condiciones estándar

La fracción peso está definida por:

$$w_i = \frac{W_i}{\sum_i w_i}$$

donde: w_i = Fracción peso del componente *i*,
 W_i = Peso del componente *i* en la fase gas,
 $\sum w_i$ = Peso total de la mezcla

Por otra parte, es muy importante el estudio del comportamiento volumétrico y la evaluación de las propiedades básicas de mezclas de gas natural, las cuales están expresadas en términos de los siguientes parámetros:

Peso molecular aparente

El peso molecular aparente de una mezcla de gas es una pseudo-propiedad de la mezcla y está definida como:

$$Mw_a = \sum y_i Mw_i$$

donde: Mw_a = Peso molecular aparente de la mezcla (lb/lb-mole)
 y_i = Fracción mole del componente i (fracc.)
 Mw_i = Peso molecular del componente i (lb/lb-mole)

Densidad

La densidad está definida como la masa por unidad de volumen de la sustancia:

$$\rho_g = \frac{m}{V}$$

combinando la relación anterior con la ecuación (2.2) se tiene:

$$\rho_g = \frac{P Mw_a}{RT} \quad (2.3)$$

donde: ρ_g = Densidad de la mezcla de gas (lb/pie³)
 Mw_a = Peso molecular aparente (lb/lb-mole)

Densidad relativa

La densidad relativa está definida como la relación de la densidad del gas a la del aire. Ambas densidades deben estar tomadas a la misma temperatura y presión:

$$\gamma_g = \frac{\rho_g}{\rho_{aire}}$$

combinando la relación anterior con la ecuación (2.2), la densidad relativa es expresada entonces como:

$$\gamma_g = \frac{P M w_a}{RT} = \frac{M w_a}{M w_{air}} = \frac{M w_a}{28.96} \quad (2.4)$$

II.4 Gases reales

Básicamente, la magnitud de las desviaciones de los gases reales de la ley del gas ideal aumenta con el incremento de la presión y temperatura, y varía ampliamente con la composición del gas. Los gases reales se comportan diferente a los gases ideales. La razón de éste hecho es que la ley del gas ideal fue derivada bajo la suposición de que el volumen de moléculas es insignificante y que no existe atracción ni repulsión entre estas, lo cual no es el caso para gases reales.³¹

Numerosas ecuaciones de estado han sido desarrolladas para relacionar las variables P-V-T para gases reales con datos experimentales. Principalmente, para expresar una relación más exacta entre dichas variables, un factor de corrección llamado factor de compresibilidad, factor de desviación del gas o simplemente factor Z, el cual es una cantidad adimensional definida como la relación del volumen real al volumen ideal del mismo número de moles a las mismas condiciones de presión y temperatura $Z = V_r / V_i$, donde V_r es el volumen real y V_i el volumen ideal del gas respectivamente, debe ser introducido en la ecuación (2.1) para estimar la desviación de los gases reales de la idealidad. Esta ecuación será entonces la ecuación de estado del gas real:

$$PV = ZnRT \quad (2.5)$$

Para un gas ideal, el factor de compresibilidad es igual a 1; para un gas real, el factor de compresibilidad es mayor o menor que 1, dependiendo de la presión, temperatura y composición del gas.

En este caso, la densidad del gas real estará dada por la ecuación:

$$\rho_g = \frac{P M w_a}{ZRT} \quad (2.6)$$

II.4.1 Teorema de los estados correspondientes

En 1873 van der Waals propuso el teorema de los estados correspondientes. Antes de establecer el teorema, se definen los siguientes términos:

Presión crítica, es aquella presión ejercida por un gas cuando está en equilibrio con la fase líquida, a la temperatura crítica. También puede ser definida como la presión de saturación correspondiente a la temperatura crítica.

Temperatura crítica, es aquella temperatura arriba de la cual un gas no puede ser licuado por la única aplicación de la presión (un sólo componente, gas).

Volumen crítico, es el volumen de una libra-masa de gas a la presión y temperatura crítica.

La presión, temperatura y volumen reducidos, son las relaciones de presión, temperatura y volumen real a la presión, temperatura y volumen críticos respectivamente:

$$T_r = \frac{T}{T_c} \quad (2.7)$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} \quad (2.8)$$

$$V_r = \frac{V}{V_c} \quad (2.9)$$

Las características físicas de una sustancia están controladas por su proximidad relativa de cualquier punto al punto crítico. Si la presión relativa a la presión crítica y la temperatura relativa a la temperatura crítica son las mismas para dos diferentes sustancias, entonces las sustancias están en estados correspondientes, y cualquier otra propiedad, como la densidad relativa y la densidad crítica, serán las mismas para ambas sustancias.

11.4.2 Determinación del factor de compresibilidad Z

Determinación Experimental

Una cantidad de gas (n moles) es colocada dentro de un cilindro, donde el volumen de éste puede ser alterado por el movimiento de un pistón. El contenedor es mantenido a una temperatura constante T a lo largo del experimento. Si V_0 es el volumen de gas a una atmósfera de presión, 14.7, entonces, aplicando la ecuación de gas ideal (2.1), se tiene $14.7 V_0 = nRT$, ya que $Z = 1$ a presión atmosférica. A cualquier presión más alta, P , para el cual el volumen de gas correspondiente es V , entonces $PV = ZnRT$. Dividiendo estas ecuaciones da $Z = PV / 14.7 V_0$.

Variando P y midiendo V , la función isotérmica $Z(p)$ puede ser obtenida. Este método es el más satisfactorio en la obtención de Z , sin embargo, el tiempo y costo involucrados no están garantizados, ya que hay métodos confiables para el cálculo directo de Z .

Correlación del factor de compresibilidad Z de Standing y Katz

En 1941 Standing y Katz³² presentaron una gráfica para el factor de compresibilidad Z , basada en mezclas binarias y datos de vapor hidrocarburo saturado. La figura 2.6 es una correlación del factor Z como una función de presión y temperatura reducida, la cual se ha convertido en un método ampliamente usado en la Industria Petrolera. Esta correlación requiere la composición del gas, o la densidad relativa del gas.

Para utilizar la correlación de Standing y Katz, es necesario, primeramente, tomar en cuenta la composición del gas y determinar la presión y temperatura pseudocríticas, estas últimas propuestas por Kay³³, o determinar el peso molecular de la mezcla. Las pseudopropiedades están dadas como:

$$\text{Presión pseudocrítica, } P_{pc} = \sum_i y_i P_{c_i} \quad (2.10)$$

$$\text{Temperatura pseudocrítica, } T_{pc} = \sum_i y_i T_{c_i} \quad (2.11)$$

$$\text{Peso molecular aparente, } M_{w_a} = \sum_i y_i M_i \quad (2.12)$$

donde: y_i = Fracción mole de un componente i en estado gaseoso,
 P_{c_i} = Presión crítica del componente i ,
 T_{c_i} = Temperatura crítica del componente i

Posteriormente, se determinan las propiedades pseudorreducidas, las cuales están definidas como la razón de las propiedades de la mezcla a las propiedades pseudo-críticas de la mezcla:

$$P_{pr} = \frac{P}{P_{pc}} \quad (2.13)$$

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}} \quad (2.14)$$

Con estos dos parámetros, puede ser utilizada la gráfica de Standing y Katz para determinar el factor de compresibilidad Z . Esta gráfica es aplicable a la mayoría de los

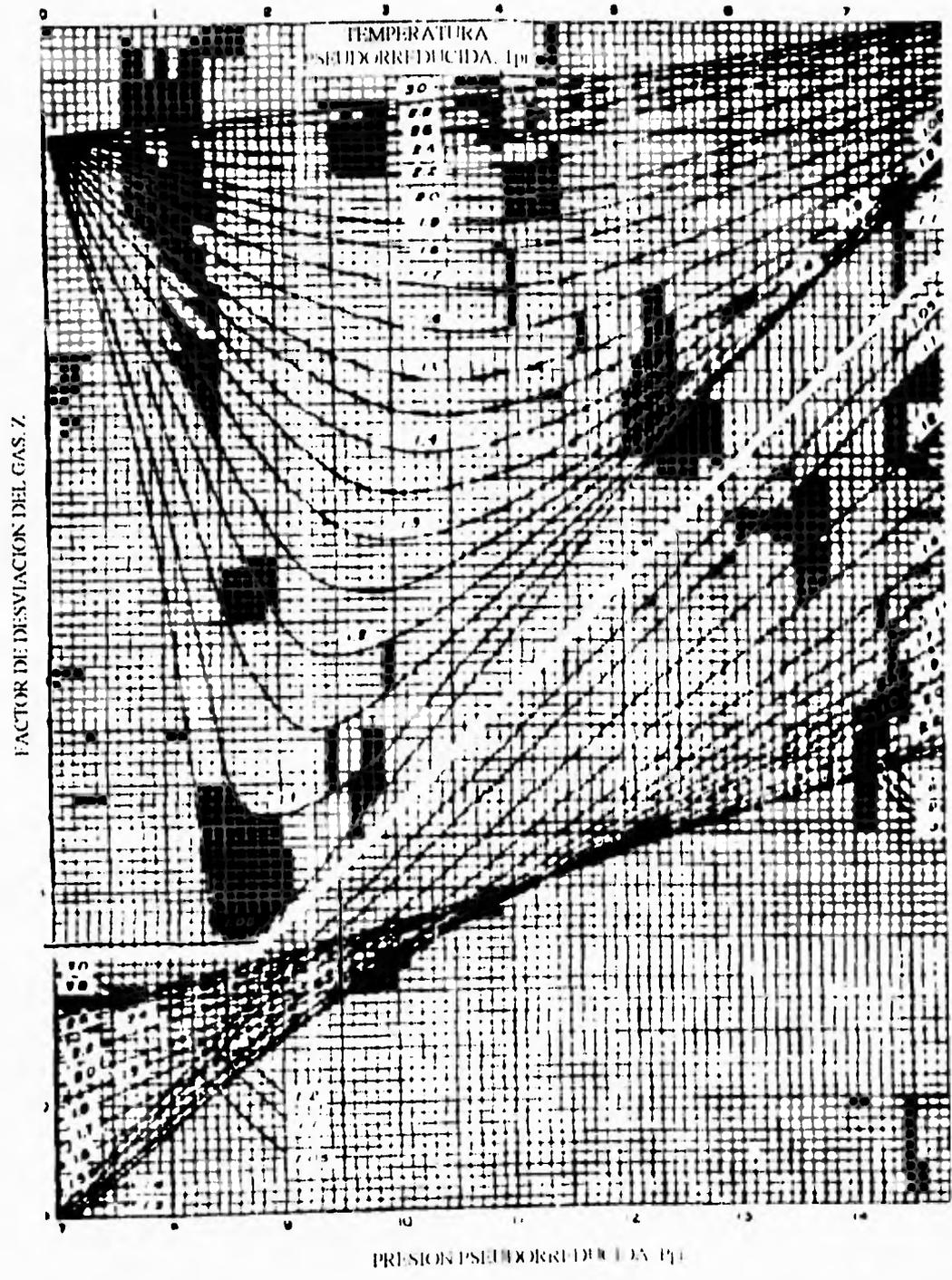


Fig. 2.6 Factor de desviación del gas natural en función de la presión y temperatura pseudorreducidas³²

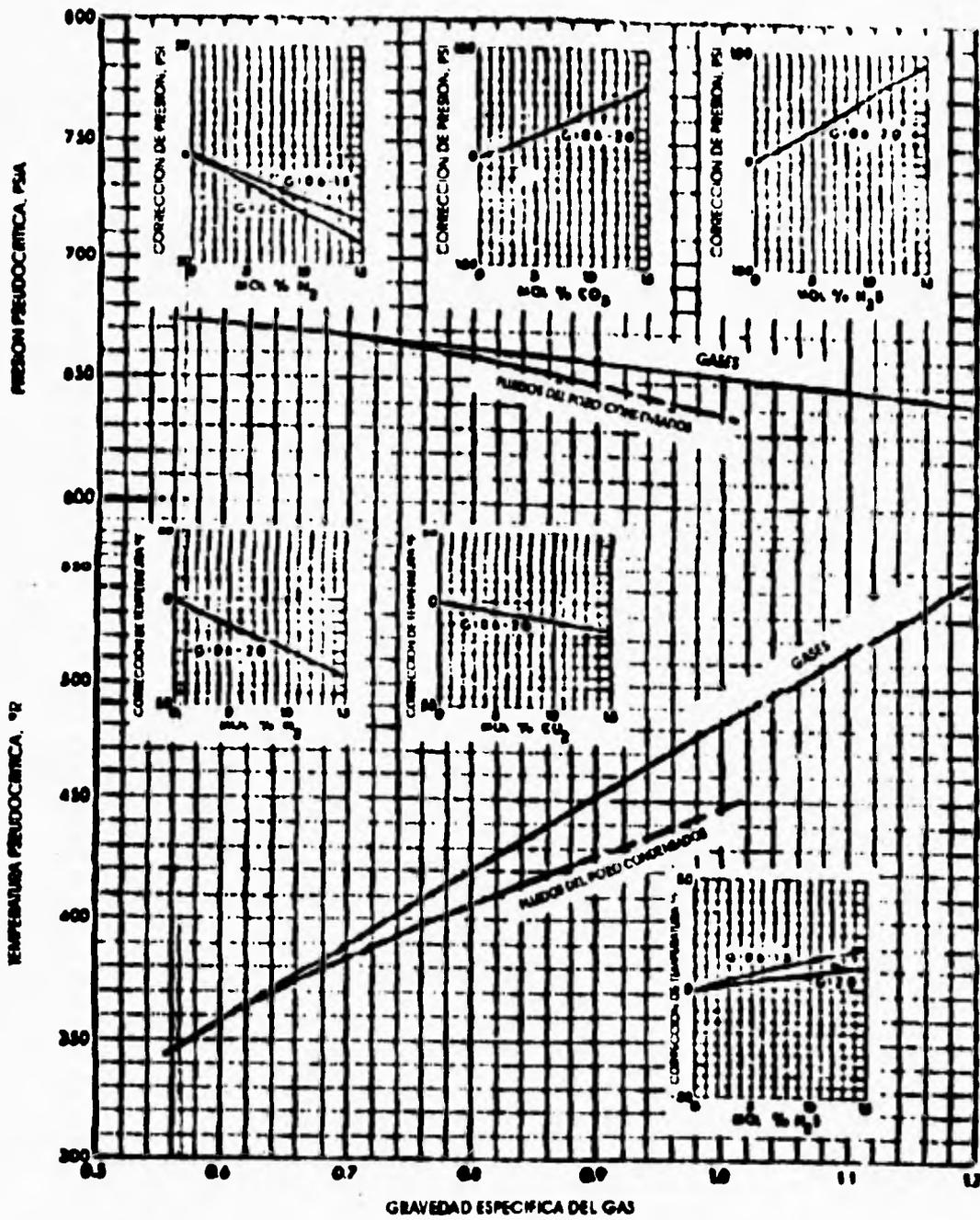


Fig. 2.7 Propiedades pseudocríticas para gases³³

gases encontrados en los yacimientos, y provee una predicción satisfactoria para todos los cálculos de Ingeniería.

En los casos donde la composición del gas no se tiene disponible, las propiedades pseudo-críticas pueden ser calculadas a través de la densidad relativa del gas. Brown³⁴ et.al. (1948) presentó un método gráfico para una aproximación conveniente de la presión y temperaturas pseudo-críticas para gases cuando se conoce únicamente la densidad relativa del gas. Dicha gráfica se presenta en la figura 2.7. Standing expresó esta correlación gráfica en forma de correlación como:

Caso 1: Sistemas de gas natural

$$T_{pc} = 168 + 325\gamma_r - 12.5\gamma_r^2 \quad (2.15)$$

$$P_{pc} = 677 + 15\gamma_r - 37.5\gamma_r^2 \quad (2.16)$$

Caso 2: Sistemas condensados:

$$T_{pc} = 187 + 330\gamma_r - 71.5\gamma_r^2 \quad (2.17)$$

$$P_{pc} = 706 - 51.7\gamma_r - 11.1\gamma_r^2 \quad (2.18)$$

donde: T_{pc} = Temperatura pseudocrítica (°R)
 P_{pc} = Presión pseudocrítica (psia)
 γ_r = Densidad relativa de la mezcla de gas.

Las concentraciones permisibles de gases amargos y compuestos no-hidrocarburos para las ecuaciones anteriores son 3% H₂S, 5% N₂, o una impureza total de 7%.

Cálculo directo del factor de compresibilidad Z

La correlación del factor Z de Standing y Katz es muy confiable y ha sido usada con gran seguridad por la industria por varias décadas. Sin embargo, varias correlaciones empíricas han sido desarrolladas, las cuales fueron hechas únicamente para reproducir los valores de Z de la gráfica de Standing y Katz. Sus rangos de aplicabilidad son aquellos de la gráfica original.

Método de Papay

Papay³⁵ propuso la siguiente ecuación simplificada para calcular el factor de compresibilidad:

$$Z = 1 - \frac{P_{pr}}{T_{pr}} \left[0.36748758 - 0.04188423 \left(\frac{P_{pr}}{T_{pr}} \right) \right] \quad (2.19)$$

donde: P_{pr} = Presión pseudo-crítica
 T_{pr} = Temperatura pseudo-crítica

Método Hall-Yarborough

Hall y Yarborough³⁶ presentaron una ecuación que representa exactamente la gráfica de Standing y Katz. La expresión está basada en la ecuación de estado de Starling-Carnahan. Los coeficientes de la correlación fueron determinados ajustando ésta a los datos tomados de la gráfica de Standing y Katz. Hall y Yarborough propusieron la siguiente ecuación:

$$Z = \left[\frac{0.06125 P_{pr} t}{Y} \right] \text{EXP} \left[-1.2(1-t)^2 \right] \quad (2.20)$$

donde: P_{pr} = Presión pseudo-reducida
 t = Temperatura recíproca pseudo-reducida (T_{pc}/T)
 Y = Densidad reducida, la cual puede ser obtenida como la solución de la ecuación:

$$f(Y) = -0.06125 P_{pr} t \text{EXP} \left[-1.2(1-t)^2 \right] + \frac{Y + Y^2 + Y^3 + Y^4}{(1-Y)^3} - (14.76t - 9.76t^2 + 4.58t^3)Y^2 + (90.7t - 242.2t^2 + 42.4t^3) Y^{(2.18+2.82t)} = 0 \quad (2.21)$$

Esta ecuación no-lineal puede ser resuelta convenientemente para la densidad relativa y usando la técnica de iteración de Newton-Raphson. El procedimiento de cálculo de la ecuación (2.21) es como sigue:

(1) Hacer una suposición inicial del parámetro desconocido, Y^K , donde K es un contador. Una apropiada suposición inicial está dada por la relación:

$$Y^K = 0.06125 P_{pr} t \text{EXP} \left[-1.2(1-t)^2 \right] \quad (2.22)$$

(2) Sustituir el valor inicial en la ecuación (2.21) y evaluar la función no-lineal, la cual tendrá un valor diferente de cero para $f(Y^K)$.

(3) Se estima un nuevo valor de Y , por ejemplo, Y^{K+1} , mediante la siguiente expresión:

$$Y^{k+1} = Y^k - \frac{f(Y^k)}{f'(Y^k)}$$

donde $f'(Y^k)$ es obtenida evaluando la derivada de la ecuación (2.21) a Y^k , ó:

$$f'(Y) = \frac{1 + 4Y + 4Y^2 - 4Y^3 + Y^4}{(1 - Y)^4} - (29.52t - 19.52t^2 + 9.16t^3)Y + (2.18 + 2.82t)(90.7t - 242.2t^2 + 42.2t^3)Y^{(1.18+2.82t)} \quad (2.23)$$

(4) Se repiten los pasos (1) a (3) n veces, hasta que el error (por ejemplo: $Y^n - Y^{n-1}$) llegue a ser más pequeño que la tolerancia preestablecida, por ejemplo: 10^{-12} .

(5) El correcto valor de Y es usado para evaluar la ecuación y determinar el factor de compresibilidad Z .

Hall y Yarborough señalaron que éste método no es recomendado cuando se tienen temperaturas pseudo-reducidas menores que 1.

Método Dranchuk-Purvis-Robinson

Dranchuk, Purvis y Robinson³⁷ desarrollaron una correlación basada en la ecuación de estado de Benedict-Webb-Rubin. Los ocho coeficientes de la ecuación propuesta fueron optimizados ajustando la ecuación a 1500 datos de la gráfica de Standing y Katz. La ecuación tiene la siguiente forma:

$$Z = \left[A_1 + \frac{A_2}{T_{pr}} + \frac{A_3}{T_{pr}^3} \right] \rho_r + \left[A_4 + \frac{A_5}{T_{pr}} \right] \rho_r^2 + \left[\frac{A_5 A_6}{T_{pr}} \right] \rho_r^5 + \left[\frac{A_7}{T_{pr}^3} \rho_r^2 (1 - A_8 \rho_r^2) \text{EXP}(-A_8 \rho_r^2) \right] \quad (2.24)$$

donde ρ_r es la densidad reducida del gas, y está definida por la ecuación:

$$\rho_r = \frac{0.27 P_{pr}}{Z T_{pr}} \quad (2.25)$$

y los coeficientes de A_1 hasta A_8 tienen los siguientes valores:

$$\begin{array}{ll}
 A_1 = 0.31506237 & A_5 = -0.61232032 \\
 A_2 = -1.0467099 & A_6 = -0.10488813 \\
 A_3 = -0.57832729 & A_7 = 0.68157001 \\
 A_4 = 0.53530771 & A_8 = 0.68446549
 \end{array}$$

La determinación del factor Z es un proceso iterativo. Una suposición inicial apropiada de la solución está dada por la ecuación:

$$\rho_r = \frac{0.27 Ppr}{Tpr}$$

sustituyendo el valor obtenido en la ecuación anterior en la ecuación (2.24) se obtendrá un valor de Z , el cual es sustituido en la ecuación (2.25) para obtener un nuevo valor de ρ_r , el proceso se repite hasta que el valor de Z cumpla una cierta tolerancia, generalmente igual o menor a 10^{-4} .

Método Hankinson-Thomas-Phillips

Hankinson, Thomas y Phillips³⁸ correlacionaron los factores de compresibilidad para gases naturales como una función de la temperatura y presión pseudo-reducidas, usando la ecuación de estado Benedict-Webb-Rubin. La ecuación propuesta está expresada en términos del factor de compresibilidad:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{Z} - 1 + \left[A_4 Tpr - A_2 - \frac{A_6}{Tpr^2} \right] \left(\frac{Ppr}{Z^2 Tpr^2} \right) + (A_3 Tpr - A_1) \left(\frac{Ppr^2}{Z^3 Tpr^3} \right) \\
 + \frac{A_1 A_5 A_7 Ppr^5}{Z^6 Tpr^6} \left[1 + \frac{A_8 Ppr^2}{Z^2 Tpr^2} \right] \text{EXI} \left[-\frac{A_8 Ppr^2}{Z^2 Tpr^2} \right] = 0
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

La exactitud de la representación de los datos es mejorada considerablemente apartando estos en dos regiones, una región para presiones reducidas menores que 5.0 y una región para presiones reducidas entre 5.0 y 10.0. De ésta manera, dos grupos de coeficientes son obtenidos, uno para cada rango de presión, tabla 2.3.

Esta correlación propuesta es usada únicamente para temperaturas reducidas superiores a 1.1.

Tabla 2.3 Coeficientes para la ecuación (2.26)

Coeficientes	Ppr de 0.4 a 5.0	Ppr de 5 a 15
A1	0.001290236	0.0014507882
A2	0.381930005	0.37922269
A3	0.022199287	0.024181399
A4	0.12215481	0.11812287
A5	-0.15674794	0.037905663
A6	0.027271364	0.19845016
A7	0.023834219	0.048911693
A8	0.43617780	0.0631425417

II.4.3 Efecto de componentes no-hidrocarburos

El gas natural frecuentemente contiene otros materiales aparte de componentes hidrocarburos, tal como Nitrógeno, (N₂), Dióxido de Carbono, (CO₂), y Sulfuro de Hidrógeno, (H₂S). Los gases hidrocarburos están clasificados como dulces o amargos dependiendo de la cantidad de sulfuro de hidrógeno que contengan. Un gas es clasificado como gas amargo si éste contiene un grano de H₂S por cada 100 pies³. Cuando se tienen altas concentraciones de componentes no hidrocarburos en mezclas de gas, se pueden generar errores del 10% en el factor de compresibilidad.

Método de corrección por componentes no-hidrocarburos Witcher-Aziz

Witcher y Aziz³⁹ desarrollaron un procedimiento de cálculo para estimar las diferencias en el comportamiento de mezcla de gases con contenido H₂O y CO₂. Este método permite el uso de la gráfica de Standing y Katz, utilizando un factor de ajuste de la temperatura pseudo-crítica, el cual es una función de la concentración de H₂S y CO₂ en el gas amargo. Este factor de corrección es usado para ajustar la temperatura y presión pseudo-críticas de acuerdo con las siguientes ecuaciones:

$$T_{pc}' = T_{pc} - \epsilon \tag{2.27}$$

$$P_{pc}' = \frac{P_{pc} T_{pc}'}{T_{pc} + B(1-B)\epsilon} \tag{2.28}$$

donde:
 T_{pc} = Temperatura pseudo-crítica (°R)
 P_{pc} = Presión pseudo-crítica (psia)
 T_{pc}' = Temperatura pseudo-crítica corregida (°R)

P_{pc}' = Presión pseudo-crítica corregida, psia
 B = Fracción mole de H_2S en la mezcla de gas
 ϵ = Factor de ajuste de la temperatura pseudo-crítica, definida por la ecuación:

$$\epsilon = 120(A^{0.9} - A^{1.6}) + 15(B^{0.5} - B^4) \quad (2.29)$$

donde el coeficiente A es la suma de la fracción mole de H_2S y CO_2 en la mezcla de gas:

$$A = Y_{H_2S} + Y_{CO_2}$$

Los pasos para calcular el factor Z utilizando el factor de ajuste para corregir por componentes no-hidrocarburos son:

- (1) Calcular las propiedades pseudo-críticas de la mezcla de gas, con las ecuaciones 2.15 y 2.16 ó 2.17 y 2.18.
- (2) Calcular el factor de ajuste ϵ con la ecuación 2.29.
- (3) Ajustar P_{pc} y T_{pc} calculadas, mediante las ecuaciones 2.27 y 2.28.
- (4) Calcular las propiedades pseudorreducidas con las ecuaciones 2.13 y 2.14
- (5) Obtener el factor de compresibilidad Z, de la figura 2.6.

Método Carr-Kobayashi-Burrows

Carr, Kobayashi y Burrows⁴⁰ propusieron un método simplificado para ajustar las propiedades pseudo-críticas de los gases naturales cuando se encuentran presentes componentes no-hidrocarburos. El método puede ser usado cuando la composición del gas no se conozca. El procedimiento es como sigue:

- (1) Conociendo el valor de γ_g , calcular las propiedades pseudo-críticas, de la figura 2.7 o con las ecuaciones 2.15 y 2.16.
- (2) Ajustar las propiedades pseudo-críticas usando las siguientes expresiones:

$$T_{pc}' = T_{pc} - 80Y_{CO_2} + 130Y_{H_2S} - 250Y_{N_2} \quad (2.30)$$

$$P_{pc}' = P_{pc} + 440Y_{CO_2} + 600Y_{H_2S} - 170Y_{N_2} \quad (2.31)$$

donde: $T_{pc}' =$ Temperatura pseudo-crítica ajustada ($^{\circ}R$)
 $T_{pc} =$ Temperatura pseudo-crítica no ajustada ($^{\circ}R$)
 $P_{pc}' =$ Presión pseudo-crítica ajustada (psia)
 $P_{pc} =$ Presión pseudo-crítica no ajustada (psia)
 $Y_{CO_2} =$ Fracción mole de CO_2
 $Y_{H_2S} =$ Fracción mole de H_2S
 $Y_{N_2} =$ Fracción mole de N_2

(3) Usar la presión y temperatura pseudo-críticas ajustadas para calcular las propiedades pseudo-reducidas.

(4) Obtener el factor de compresibilidad Z de la figura 2.6

III.4.4 Compresibilidad del gas natural

Tener en cuenta la variación de la compresibilidad del fluido con respecto a la presión y temperatura es esencial en la realización de muchos cálculos en Ingeniería de Yacimientos. Para la fase líquida, la compresibilidad es pequeña y constante; por el contrario, para la fase gaseosa este argumento no es válido.³¹

Por definición, la compresibilidad isotérmica del gas es el cambio en volumen de un volumen unitario, por un cambio unitario en la presión:

$$C_g = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \quad (2.32)$$

donde C_g es la compresibilidad isotérmica del gas ($psia^{-1}$).

A partir de la ecuación de estado para gases reales, $PV = ZnRT$, despejamos V :

$$V = \frac{ZnRT}{P} \quad (2.33)$$

derivamos respecto a la presión, desarrollamos y obtenemos la compresibilidad isotérmica del gas real dada por:

$$C_g = \frac{1}{P} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial P} \quad (2.34)$$

Para el caso de gas ideal, $Z = 1$, y $\partial Z / \partial P = 0$, por lo tanto:

$$C'_k = \frac{1}{p} \quad (2.35)$$

La ecuación (2.34) puede ser expresada en términos de la presión y temperatura pseudo-reducidas, sustituyendo P por $(P_{pc} P_{pr})$:

$$C'_k = \frac{1}{P_{pr} P_{pc}} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial (P_{pr} P_{pc})} \right)_{T_{pr}}$$

multiplicando la ecuación anterior por P_{pc} , resulta:

$$C'_r = C'_k P_{pc} = \frac{1}{P_{pr}} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial P_{pr}} \right)_{T_{pr}} \quad (2.35)$$

donde C'_r es llamado compresibilidad isotérmica pseudo-reducida.

Trube⁴¹ presentó gráficas a partir de las cuales la compresibilidad isotérmica del gas puede ser obtenida, figuras 2.8 y 2.9. Estas gráficas dan la compresibilidad isotérmica pseudo-reducida del gas como una función de la presión y temperatura pseudo-reducidas.

Un método alternativo para determinar la compresibilidad del gas es mediante la siguiente ecuación:

$$C'_k = \frac{1}{P_{pc} P_{pr} \left[1 + \frac{\rho_r}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \rho_r} \right]} \quad (2.36)$$

donde:

$$\frac{\partial Z}{\partial \rho_r} = \frac{1}{\rho_r T_{pr}} \left[5a\rho_r^5 + 2b\rho_r^2 + c\rho_r + 2e\rho_r^2 (1 + f\rho_r^2 - f^2\rho_r^4) \exp(-f\rho_r^2) \right]$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= 0.06423 \\ b &= 0.5353 T_{pr} - 0.6123 \\ c &= 0.3151 T_{pr} - 1.0467 - 0.5783 / T_{pr}^2 \\ e &= 0.6816 / T_{pr}^2 \\ f &= 0.6845 \\ \rho_r &= 0.27 P_{pr} / T_{pr} \end{aligned}$$

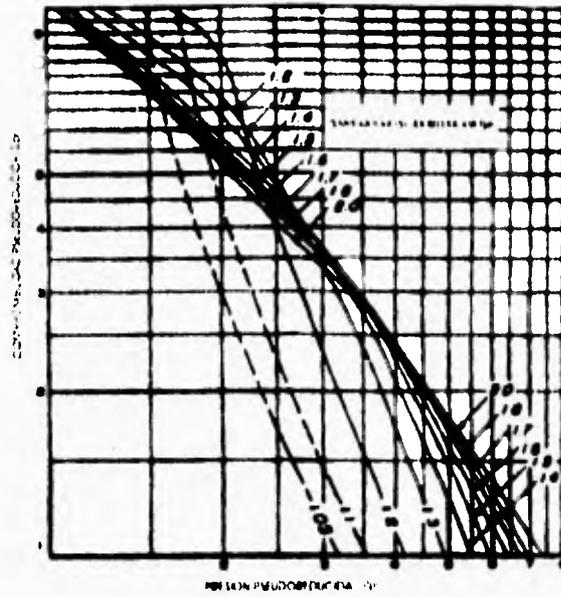


Fig. 2.8 Correlación de compresibilidad pseudorreducida para gases naturales⁴¹

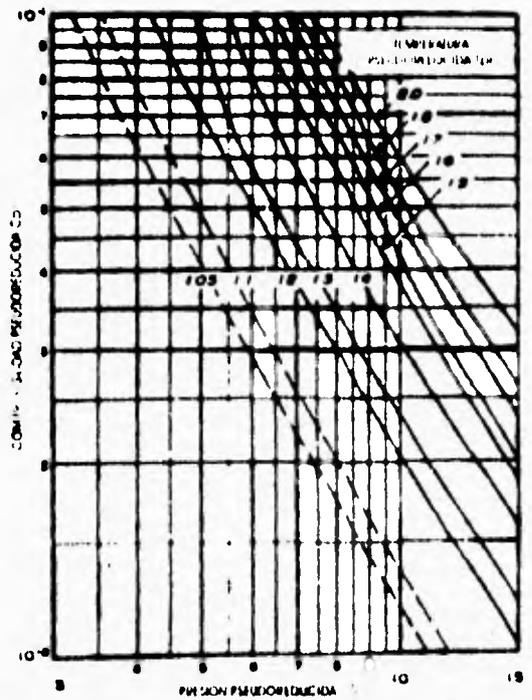


Fig. 2.9 Correlación de compresibilidad pseudorreducida para gases naturales⁴¹

II.4.5 Viscosidad del gas natural

El coeficiente de la viscosidad es una medida de la resistencia al flujo ejercida por un fluido. La viscosidad dinámica o absoluta, μ , de un fluido Newtoniano es definida como la relación del esfuerzo de corte por unidad de área al gradiente de velocidad. La viscosidad dinámica está usualmente dada en unidades de centipoise, equivalente a 1 gr-masa / 100 cm-seg ó 6.72×10^{-4} lb_m / pie-seg.

Por otra parte, la viscosidad cinemática está definida como

$$\text{Viscosidad cinemática, } \nu = \frac{\text{Viscosidad dinámica, } \mu}{\text{Densidad, } \rho_g}$$

donde ν está dado en centistokes, equivalente a 1 cm²/100 seg.³¹

La única manera exacta de medir la viscosidad de un gas es experimentalmente. Sin embargo, dicha determinación es lenta y difícil. Comúnmente, el Ingeniero Petrolero hace uso de correlaciones empíricas.

Como todas las propiedades intensivas, la viscosidad del gas natural es completamente descrita por la siguiente función:

$$\mu_g = (P, t, y_i)$$

estableciendo que la viscosidad del gas, μ_g , está en función de la presión, temperatura y la composición. En la literatura se presentan algunos métodos para determinar la viscosidad del gas, tales como:

Método Carr-Kobayashi-Burrows

Carr, Kobayashi y Burrows⁴⁰ desarrollaron correlaciones gráficas para estimar la viscosidad del gas natural como una función de la presión, temperatura y gravedad específica del gas. El procedimiento de cálculo es como sigue:

- (1) Calcular la presión y temperatura pseudo-críticas, y el peso molecular aparente a partir de la gravedad específica. Si componentes no-hidrocarburos (CO₂, H₂S y N₂) están presentes en el gas en concentraciones mayores a 5%, deberán hacerse correcciones a las propiedades pseudo-críticas.
- (2) Obtener la viscosidad del gas natural a una atmósfera a partir de la temperatura de interés y de la gravedad específica o del peso molecular aparente, de la figura 2.10. La

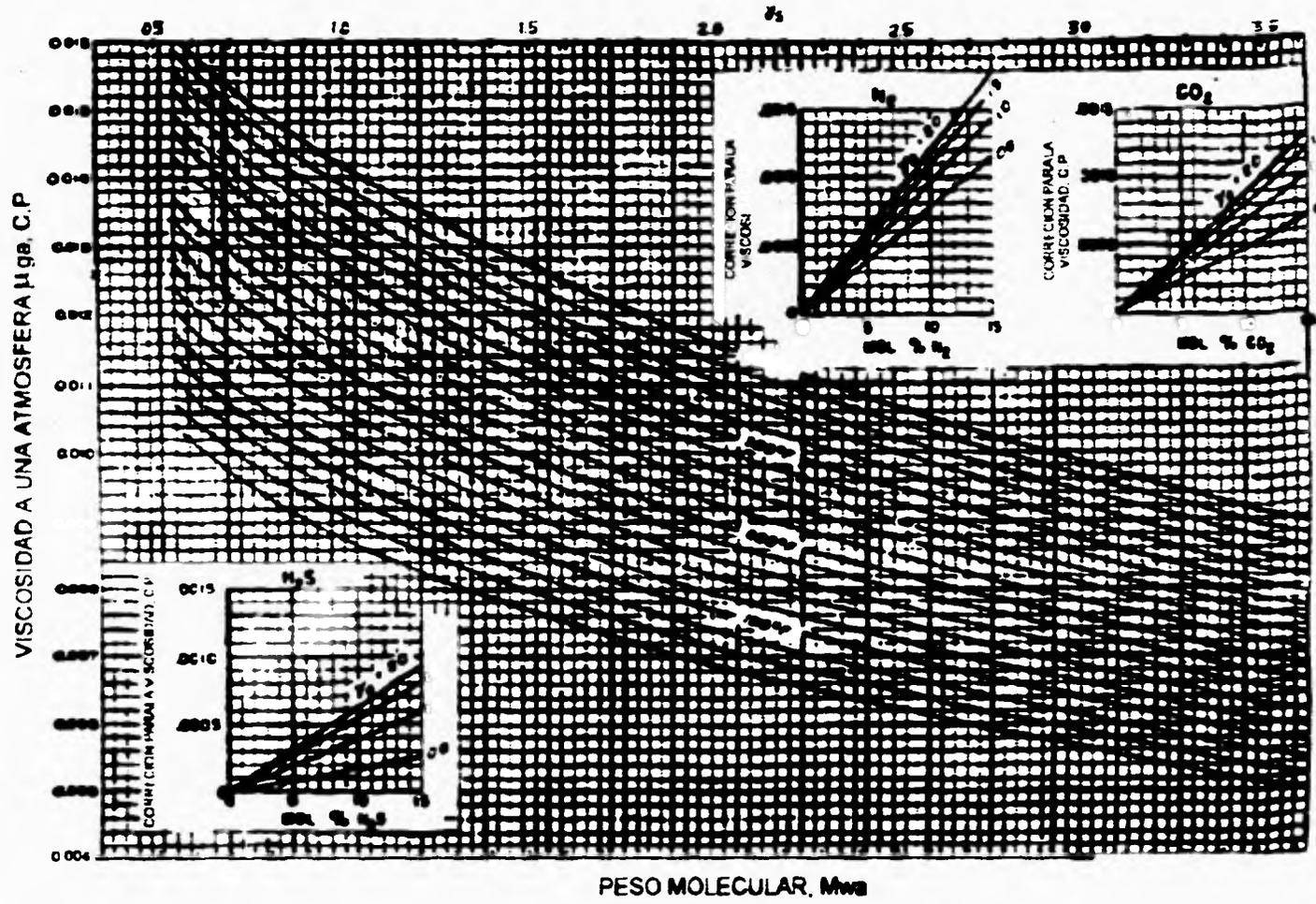


Fig. 2.10 Viscosidad de los gases naturales a 1 atm.⁴⁰

viscosidad, denotada como μ_{ga} debe ser corregida por la presencia de componentes no-hidrocarburos, haciendo uso de los pequeños recuadros. Los componentes no-hidrocarburos tienden a incrementar la viscosidad del gas natural; éste efecto puede ser expresado matemáticamente por la siguiente relación:

$$\mu_x = (\mu_{ga})_{NO-CORR} + (\Delta\mu)_{N_2} + (\Delta\mu)_{CO_2} + (\Delta\mu)_{H_2S}$$

donde: μ_x = Viscosidad del gas corregida, a una atmósfera de presión y temperatura del yacimiento (cp)

$(\Delta\mu)_{N_2}$ = Corrección para la viscosidad debido a N_2

$(\Delta\mu)_{CO_2}$ = Corrección para la viscosidad debido a CO_2

$(\Delta\mu)_{H_2S}$ = Corrección para la viscosidad debido a H_2S

$\mu_{ga NO-CORR}$ = Viscosidad del gas no corregida (cp)

(3) Calcular la presión y temperatura pseudo-reducidas

(4) Obtener la relación de viscosidad μ_x / μ_{ga} de la figura 2.11. El término μ_x representa la viscosidad del gas a las condiciones requeridas.

(5) La viscosidad del gas, μ_x , a la presión y temperaturas de interés es calculada multiplicando la viscosidad a una atmósfera y temperatura del yacimiento, paso (2) por la relación de viscosidad, paso (4).

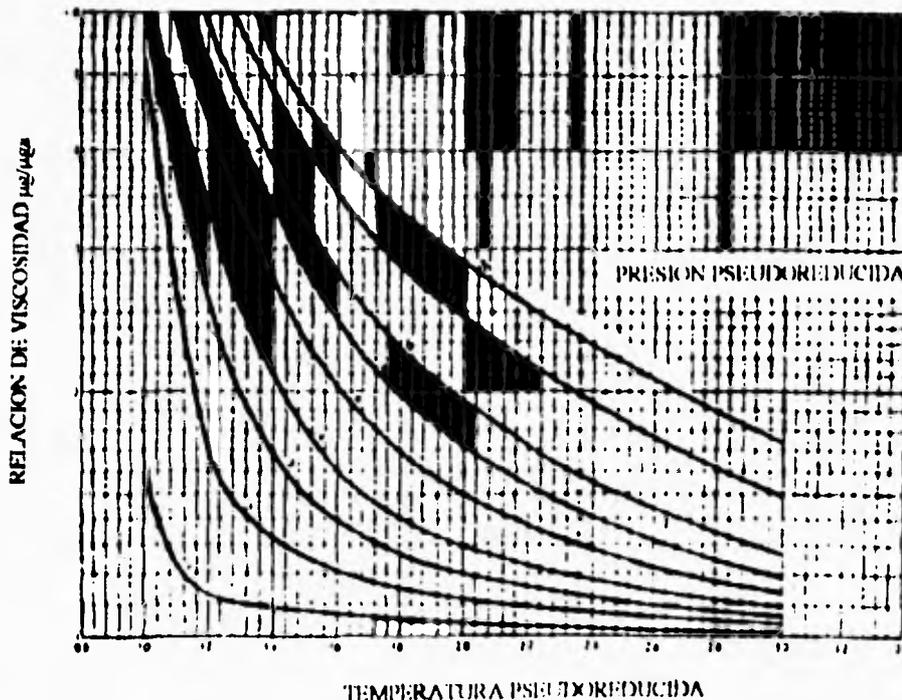


Fig. 2.11 Relación de viscosidad⁴⁰

Método Lee-González-Eakin

Lee, González y Eakin⁴² presentaron una relación semi-empírica para calcular la viscosidad del gas natural. Los autores expresaron la viscosidad en términos de la temperatura del yacimiento, la densidad del gas y el peso molecular. La ecuación propuesta es:

$$\mu_x = 10^{-4} K EXT \left[X \left(\frac{\rho_x}{62.4} \right)^Y \right] \quad (2.37)$$

donde: $K = \frac{(9.4 + 0.02 Mwa) T^{1.5}}{209 + 19 Mwa + T} \quad (2.38)$

$$X = 3.5 + \frac{986}{T} + 0.01 Mwa \quad (2.39)$$

$$Y = 2.4 - 0.2 X \quad (2.40)$$

y donde: ρ_x = Densidad del gas a presión y temperatura del yacimiento (lb/pie³)
 T = Temperatura del yacimiento (°R)
 Mwa = Peso molecular aparente de la mezcla

Este método no puede ser usado para gases amargos.

Método Dean-Stiel

Dean y Stiel⁴³ propusieron las siguientes expresiones matemáticas para calcular la viscosidad del gas natural a presión atmosférica y temperatura del yacimiento:

$$\mu_1 = 34(10^{-5}) \frac{(T_{pr})^{8.0}}{\xi_m} \quad \text{para } T_{pr} < 1.5 \quad (2.41)$$

$$\mu_1 = \frac{166.8(10^{-5}) [0.1338 T_{pr} - 0.0932]^{5.0}}{\xi_m} \quad \text{para } T_{pr} > 1.5 \quad (2.42)$$

donde ξ_m es el parámetro de viscosidad de la mezcla de gas y está definida por la siguiente ecuación:

$$\xi_m = 5.4402 \frac{(T_{pc})^{1.0}}{(Mwa)^5 (P_{pc})^{2.3}} \quad (2.43)$$

Dean y Stiel recomendaron la siguiente ecuación para calcular la viscosidad del gas natural:

$$\mu_g = \mu_1 + \frac{10.8(10^{-5}) \{ \text{EXP}(1.439 \rho_r) - \text{EXP}(-1.111 \rho_r^{1.888}) \}}{\xi_m} \quad (2.44)$$

donde: μ_g = Viscosidad del gas a presión y temperatura del yacimiento (cp)
 μ_1 = Viscosidad del gas a presión atmosférica y temperatura del yac. (cp)
 ρ_r = Densidad reducida del gas, ec. (2.25)

II 4.6 Factor de Volumen del gas

El factor de volumen del gas de formación es usado para relacionar el volumen de gas medido a condiciones de yacimiento, al volumen de gas medido a condiciones estándar (60 °F y 14.7 psia). El factor de volumen del gas es definido como el volumen ocupado por una cierta cantidad de gas a condiciones del yacimiento, dividida por el mismo volumen a condiciones estándar. Esta relación puede ser expresada como:

$$B_g = \frac{V_{cy}}{V_{cs}} \quad (2.45)$$

donde: B_g = Factor de volumen del gas ($\text{pie}^3_{cy}/\text{pie}^3_{cs}$)
 V_{cy} = Volumen de gas medido a condiciones de yacimiento (pie^3_{cy})
 V_{cs} = Volumen de gas medido a condiciones estándar (pie^3_{cs})

Aplicando la ecuación de estado para gases reales (2.5), la relación anterior resultará:

$$B_g = \frac{\frac{Z_n RT}{P}}{Z_{cs} n R T_{cs}} = \frac{P_{cs} ZI}{T_{cs} P}$$

donde: Z_{cs} = Factor de compresibilidad a condiciones estándar = 1.0
 P_{cs}, T_{cs} = Presión y Temperatura a condiciones estándar, 14.7 y 60°F, de donde:

$$B_g = 0.02827 \frac{ZI}{P} \left[\frac{P_{cs}^3}{P_{cs}^3} \right] \quad (2.46)$$

El recíproco del factor de volumen del gas es llamado *factor de expansión del gas*, y está definido por:

$$E_g = 35.37 \frac{P}{ZT} \left[\frac{p_{ic}^3_{cs}}{p_{ic}^3_{cy}} \right] \quad (2.47)$$

II.5 Ecuación de Balance de Materia

Aunque no es el objetivo de este capítulo aspectos de Balance de Materia en yacimientos de gas, es importante mencionar en forma condensada aspectos generales, ya que con esto se puede dar una idea de su importancia en el comportamiento de yacimientos, lo cual puede requerir de alguna manera todo un estudio especializado.

La ecuación de balance de materia, para cualquier sistema hidrocarburo, es simplemente un balance de volumen que relaciona la producción total a la diferencia entre el volumen inicial de hidrocarburos en el yacimiento y el volumen actual. El balance de materia para yacimientos de gas, puede ser usado para determinar:⁴⁴

- El tamaño del yacimiento
- El volumen acumulado de gas producido
- El volumen original de gas en el yacimiento

Para un yacimiento volumétrico de gas, el balance de materia puede ser expresado mediante factores volumétricos, figura 2.12.



Fig. 2.12 Representación esquemática de un volumen poroso ocupado por gas antes y después de iniciada la explotación.⁴⁴

$$V_{pg} = V_r \phi (1 - S_w) = G B_g \quad (2.48)$$

$$V_{pg} = V_r \phi (1 - S_w) = (G - G_p) B_g \quad (2.49)$$

donde:

- V_{pg} = Volumen poroso ocupado por gas (pie^3, m^3)
- V = Volumen de roca (pie^3, m^3)
- ϕ = Porosidad (fracción)
- S_w = Saturación de agua (fracción)
- G = Volumen original de gas a cond. estándar (pie^3, m^3)
- G_p = Volumen acumulado de gas producido a cond. estándar (pie^3, m^3)
- B_{gi} = Factor de volumen del gas a condiciones iniciales ($\text{pie}^3_{cs}/\text{pie}^3_{cx}$)
- B_g = Factor de volumen del gas ($\text{pie}^3_{cs}/\text{pie}^3_{cx}$)

El balance de materia, expresado a condiciones estándar, para un volumen dado de producción, G_p , y la consecuente caída de presión del yacimiento $\Delta P = P_i - P$, es entonces de la ecuación (2.49):

Producción = Volumen de gas inicial, @ C.S. - Gas no-producido

$$G_p = G - (V_{pg})/B_g$$

$$G_p = G - (GB_{gi})/B_g$$

la cual puede ser expresada como:

$$\frac{G_p}{G} = 1 - \frac{B_{gi}}{B_g} \quad (2.50)$$

o, usando la ecuación (2.46), como:

$$\frac{P}{Z} = \frac{P_i}{Z_i} \left(1 - \frac{G_p}{G} \right) \quad (2.51)$$

La razón G_p/G es la recuperación fraccional de gas a cualquier etapa de la producción; si el factor de volumen del gas, B_g , en la ecuación (2.50) es evaluado a la posible presión de abandono (fijada de acuerdo a las políticas adoptadas por la empresa), entonces el correspondiente valor de G_p/G será el factor de recuperación.

En la mayoría de los casos, el balance de materia para un agotamiento de un yacimiento de gas puede ser descrito utilizando la ecuación (2.51). Esta ecuación indica que hay una relación lineal entre P/Z y la recuperación fraccional G_p/G , o la producción acumulativa G_p , como se muestra en la figura 2.13 (a) y (b) respectivamente. Estas figuras ilustran una de las técnicas básicas en Ingeniería de Yacimientos, la cual es, tratar de reducir cualquier ecuación, no importa que tan compleja sea, a la ecuación de una línea recta, por la simple razón de que las funciones lineales pueden ser fácilmente extrapoladas, a diferencia de las funciones no-lineales. Por lo tanto una gráfica de P vs. G_p/G o G_p ,

tendría menos utilidad que la representada por la figura 2.13, ya que ambas serían no-lineales.

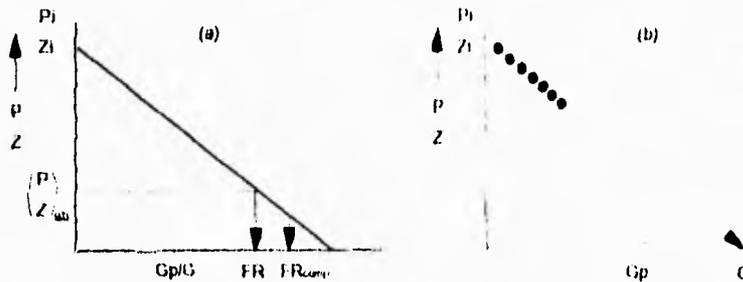


Fig. 2.13 Representación gráfica del balance de materia para un yacimiento volumétrico de gas.⁴⁴

La figura 2.13(a) muestra como el factor de recuperación (FR) puede ser determinado conociendo la ordenada al origen, al valor $(P/Z)_{ab}$ correspondiente a la presión de abandono. Esta presión es fijada en gran parte por la naturaleza del contrato de compra-venta de gas, la cual usualmente establece que el gas debe ser vendido a un cierto gasto constante y a una presión de superficie constante, la cual es la presión del punto de entrega: el gasoducto. Una vez que la presión en el yacimiento ha caído a un nivel en el cual es menor que la suma de las caídas de presión requeridas para transportar el gas del yacimiento al gasoducto, entonces el gasto de producción ya no podrá ser mantenido. Estas caídas de presión incluyen, el decremento de presión en cada pozo, el cual es la diferencia entre la presión promedio del yacimiento y la presión de fondo fluyendo, causando el flujo de gas en el pozo; la caída de presión requerida para el flujo vertical hacia la superficie; y la caída de presión en el procesamiento y transporte del gas hasta punto de entrega. Como resultado, los yacimientos de gas frecuentemente son abandonados a altas presiones. Sin embargo, la recuperación puede ser incrementada produciendo el gas a presiones mucho menores y comprimiendo éste en la superficie para dar el factor de recuperación comprimido $(FR)_{comp}$, como se muestra en la figura 2.13(a). En este caso, el costo de las compresoras más su costo de operación deben ser compensados por el incremento en la recuperación del gas.

La figura 2.13(b) ilustra una técnica importante en la Ingeniería de Yacimientos, la "predicción". Los puntos en la figura, unidos por la línea continua, representan la historia del yacimiento. Esto es, para valores registrados de producción acumulativa, las presiones han sido registrados también en los pozos productores. Debido a que los valores graficados de P/Z vs. Gp representan una línea recta, el Ingeniero puede pensar que el yacimiento tiene un comportamiento genérico y procede a extrapolar la línea recta para predecir el comportamiento futuro. En este caso la predicción sería, estimar la declinación de la presión como una función de la producción; en particular, la extrapolación a la abscisa daría el valor de el volumen original de gas, G , a condiciones estándar.

III. PRUEBAS DE PRESIÓN EN POZOS DE GAS

El análisis de pruebas de presión en pozos de gas es más complejo que en pozos de aceite por el hecho de que las propiedades del gas están fuertemente influenciadas por la presión, de aquí que las ecuaciones que gobiernan el flujo de gas en medios porosos sean no-lineales. Debido a que todas las soluciones derivadas para el análisis de pruebas de presión para fluidos ligeramente compresibles están basadas en la ecuación de difusión (1.13), pareciera ser que estas no son aplicables al análisis de pruebas en pozos de gas. Sin embargo, mediante el desarrollo de varias alternativas de análisis, específicamente el uso de la pseudopresión y del pseudotiempo en lugar de la presión y el tiempo, la mayoría de las soluciones para fluido ligeramente compresible pueden ser modificadas para aplicarlas al análisis de pruebas de presión en pozos de gas.

El primer paso hacia la solución de problemas de flujo de gas es su expresión en términos matemáticos mediante el uso de tres ecuaciones fundamentales: (a) Ecuación de continuidad, (b) Ecuación de movimiento y c) Ecuación de estado. Las ecuaciones anteriores se combinan para obtener la ecuación de difusión para flujo de gas a través de medios porosos. Dichas ecuaciones se presentan en ésta sección, para finalmente llegar a las ecuaciones de flujo en pozos de gas.⁴⁵

Ecuación de continuidad

Aplicando el principio de conservación de masa, basado en un volumen elemental de referencia de un medio poroso para flujo radial-cilíndrico, (fig. 1.11) se obtiene la ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_r) = - \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) \quad (3.1)$$

El término izquierdo de la ecuación anterior representa la diferencia en la masa del fluido que entra y que sale del volumen elemental de referencia. El término del lado derecho de la ecuación representa la acumulación de fluido en los poros, y es igual a cero, para condiciones de flujo en régimen pseudo-estacionario.

Ecuación de movimiento

La ecuación de movimiento expresada por la ecuación de Darcy en términos del potencial de Hubbert es:

$$v = - \frac{k\rho}{\mu} \nabla \Phi \quad (3.2)$$

donde: v = Flujo por unidad de área
 Φ = Potencial de Hubbert
 k = Permeabilidad del medio (md)
 ρ = Densidad del fluido (lb_m/pie³)
 μ = Viscosidad del fluido (cp)

Expresando la ecuación anterior para flujo radial, y sustituyendo el potencial de Hubbert, dado por la ecuación:

$$\Phi = \int \frac{k}{r_0 \rho} \partial p + gz$$

obtenemos la siguiente ecuación de movimiento para flujo de fluidos:

$$v_r = - \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{3.3}$$

En el flujo de gas del yacimiento al pozo, a medida que la velocidad se incrementa conforme se acerca al pozo, se observan desviaciones de la ecuación de Darcy. Varios autores atribuyeron esto al flujo turbulento: Fancher y Lewis,⁴⁶ Elenbaas y Katz,⁴⁷ Cornell y Katz,⁴⁸ o a los efectos de inercia Hubbert,⁴⁹ Lloupeurt.⁵⁰ La explicación más aceptada Wright,⁵¹ es que, a medida que la velocidad se incrementa, la desviación inicial es debido a los efectos de inercia, seguida por los efectos de turbulencia a alta velocidad de flujo. Aunque para el caso de flujo de líquido ligeramente compresible y también para condiciones de flujo multifásico en la vecindad del pozo, se tienen efectos inerciales de flujo no-darciano.⁵²

La transición del flujo puramente laminar al flujo completamente turbulento cubre un amplio rango de gastos. Este rango, para flujo horizontal en régimen estacionario, es representado adecuadamente por la ecuación cuadrática propuesta por Forchheimer (1901):

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{k} v + \beta \rho v^2 \tag{3.4}$$

donde β es el factor de resistencia inercial, el cual es una constante, característica de un medio poroso. Este depende de la porosidad, tortuosidad, permeabilidad, forma y distribución del tamaño del pozo.

La ecuación (3.4) que incorpora los efectos de flujo laminar, inercial y turbulento, es una ecuación general de movimiento para flujo en régimen estacionario. Esta puede ser escrita como:

$$v_x = -\delta \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.5)$$

donde $\delta = 1 / (1 + \beta \rho k v / \mu)$, es el factor de corrección por flujo laminar, inercial y turbulento.

Cuando $\delta = 1.0$, la ecuación (3.5) es equivalente a la ecuación de Darcy. En un medio anisótropo, δ es diferente en las direcciones x, y, z . La ecuación anterior puede ser expresada en coordenadas radiales para modelar el flujo de fluidos a través de un medio poroso, donde los efectos gravitacionales pueden ser ignorados, como:

$$v_r = -\frac{k_r}{\mu} \delta \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.6)$$

Ecuación de estado

Para cálculos de Ingeniería, la forma más práctica de la ecuación de estado para un gas real está dada por la ecuación:

$$\rho = \frac{PMwa}{ZRT} \quad (3.7)$$

Por otra parte, también se considera la compresibilidad isotérmica del gas real, dada por la ecuación:

$$C_x = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \frac{\partial p}{\partial Z}$$

III.1 Ecuaciones de flujo en pozos de gas

Combinando las ecuaciones de continuidad y de movimiento obtenemos:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho \frac{k}{\mu} \delta_r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (3.8)$$

Esta forma general relaciona la densidad, porosidad, viscosidad, permeabilidad, factor de turbulencia, efectos inerciales, tiempo, distancia y presión. Sustituyendo la ecuación de estado para gas real se obtiene la ecuación que describe el flujo de gas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{PMk}{ZRT} \frac{k}{\mu} r \delta_r \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{PM\phi}{ZRT} \right) \quad (3.9)$$

la cual, para condiciones isotérmicas (T=etc.) puede ser simplificada como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{P}{\mu Z} r \delta_r \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\phi}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{Z} \right) \quad (3.10)$$

Las ecuaciones de flujo pueden ser resueltas únicamente por técnicas numéricas. Sin embargo, tomando en cuenta algunas suposiciones, estas ecuaciones pueden ser linealizadas, y para ciertas condiciones de frontera, resueltas analíticamente. Dichas suposiciones son:

- (a) Condiciones isotérmicas
- (b) Efectos gravitacionales despreciables
- (c) Flujo en una sola fase
- (d) El medio es homogéneo, isotrópico e incompresible
- (e) Flujo laminar, $\delta=1$
- (f) La permeabilidad es independiente de la presión

III.1.1 Ecuación de flujo de gas en términos de presión, (p)

Por tratarse de un gas, como un fluido altamente compresible, y aplicando las suposiciones anteriores, la ecuación (3.10) puede ser escrita como:

$$\frac{k}{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{P}{\mu Z} r \frac{\partial p}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{Z} \right) \quad (3.11)$$

desarrollando el término del lado derecho de la ecuación obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{Z} \right) = \frac{P}{Z} \frac{\partial p}{\partial t} \left[\frac{1}{P} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial P} \right] \quad (3.12)$$

sustituyendo la ecuación para la compresibilidad isotérmica del gas en la ecuación anterior obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{Z} \right) = c \frac{P}{Z} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.13)$$

las ecuaciones 3.11 y 3.13 pueden ser combinadas y arregladas para obtener:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left[\ln \left(\frac{\mu Z}{P} \right) \right] \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.14)$$

Dos suposiciones pueden ser tomadas en cuenta en ésta etapa para una simplificación adicional a la ecuación (3.14):

1. Los gradientes de presión se suponen pequeños. Esto significa que $(\partial p/\partial r)^2 \rightarrow 0$, por lo tanto la ecuación (3.14) se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c'}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.15)$$

la cual es la misma ecuación que para un fluido ligeramente compresible.

2. La cantidad $P/\mu Z$ se supone constante. Bajo esta condición, la ecuación (3.14) se reduce a la ecuación (3.15).

III.1.2 Ecuación de flujo de gas en términos de presión cuadrada, (p^2)

La ecuación (3.11) puede ser expandida en diferentes formas. En particular, notando que:

$$pr \, dp/dr = \frac{1}{2} r \, dp^2/dr \quad \text{y} \quad p \, dp = \frac{1}{2} dp^2$$

Las ecuaciones 3.11 y 3.13 pueden ser combinadas y arregladas para dar:⁵³

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial p^2} [\ln(\mu Z)] \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right)^2 = \frac{\phi \mu c'}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (3.16)$$

Para éste caso, se toman en cuenta tres suposiciones adicionales con el fin de simplificar la ecuación (3.16) y llegar así a la ecuación de flujo de gas en términos de p^2 :

1. El producto μZ se supone constante, entonces la ecuación (3.16) se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c'}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (3.17)$$

2. Los gradientes de presión de segundo grado se suponen pequeños, es decir, $(r \partial p^2/\partial r)^2 \rightarrow 0$, y la ecuación se reduce nuevamente a la ecuación (3.17).

3. $Z = 1$ y μ_x constante e independiente de la presión. Bajo estas condiciones, la ecuación (3.16) se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t}$$

III.1.3 Ecuación de flujo de gas en términos de Pseudopresión, $Pp(p)$.

La viscosidad μ , la compresibilidad C_g y el factor de compresibilidad Z del gas real son funciones fuertemente influenciadas por la presión, y no es correcto aplicar las suposiciones correspondientes a fluidos ligeramente compresibles en la derivación de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el flujo de gas. Sin embargo, si el gas es tratado obedeciendo las ecuaciones de gas real:

$$PV = ZnRT$$

entonces la ecuación diferencial puede ser linealizada (aproximadamente) por la definición de una variable denominada *Pseudopresión del gas real*, definida por Al-Hussayni, Ramey y Crawford⁵³ y Al-Hussayni y Ramey.⁵⁴ La pseudopresión del gas real es definida como:

$$Pp(p) = 2 \int_{P_b}^p \frac{p}{\mu Z} dp \quad (3.18)$$

o $m(p)$ en algunos casos, donde la presión base P_b es una presión arbitraria, comúnmente la presión más baja del grupo de presiones de interés de la prueba.

Esta definición de la pseudopresión del gas real resulta en la ecuación que gobierna el flujo de gas como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Pp(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu C}{k} \frac{\partial Pp(p)}{\partial t} \quad (3.19)$$

Esta ecuación es lineal con respecto a $Pp(p)$, excepto por el hecho de que los términos $(\phi \mu C/k)$ son funciones aún de la presión (y por lo tanto de la pseudopresión). En la práctica, la no-linealidad restante no es usualmente de consecuencia, y es frecuentemente permisible tratar la ecuación como lineal, sustituyendo los valores de viscosidad y compresibilidad definidas a la presión inicial del yacimiento (o a la más alta presión medida durante la prueba, si la presión inicial del yacimiento no se conoce).

La utilización de este concepto de pseudopresión del gas real, tiene ventajas muy importantes sobre la utilización de la presión o presión cuadrada. Primero, los gradientes de presión que habían sido ignorados bajo la suposición de que estos eran pequeños en cualquier sistema de flujo, está fuertemente manipulado. La omisión de estos términos genera serios errores en la estimación de las distribuciones de presión. Segundo, las ecuaciones de flujo en términos de la pseudopresión del gas real evitan la necesidad de

seleccionar una presión promedio para evaluar μ y Z . Tercero, la pseudopresión del gas real puede ser determinada numéricamente en términos de la presión y temperatura pseudoreducidas partir de correlaciones de propiedades físicas. Sin embargo, $Pp(p)$ fue determinada por integración numérica y se obtuvieron tablas y gráficas de donde se puede obtener fácilmente estos valores.

Por otra parte, si la variación de la permeabilidad es conocida, otra definición de pseudopresión, introduciendo k , puede ser usada:

$$Pp(p)' = 2 \int_{p_w}^p k \frac{p}{\mu Z} dp$$

por lo tanto, una ecuación similar a la (3.19) resultarían:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Pp(p)'}{\partial r} \right) = \phi \mu c \cdot \frac{\partial Pp(p)'}{\partial t}$$

En el cálculo de $Pp(p)'$ no únicamente las propiedades del gas μ y Z son requeridas, sino también el parámetro k del yacimiento debe ser conocido, como función de la presión.

III.1.4 Ecuación general de flujo

Las ecuaciones para la *presión*, *presión cuadrada* y *pseudopresión* pueden ser representadas en una ecuación general de la forma:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial t} \tag{3.20}$$

donde ψ y η tienen las siguientes interpretaciones para los diferentes casos:

	ψ	η
Presión	p	$k / \overline{\phi \mu c}$
Presión cuadrada	p^2	$k / \overline{\phi \mu c}$
Pseudopresión	$Pp(p)$	$k / \phi \mu c_i$

Los casos de presión y presión cuadrada usan propiedades del gas evaluadas a una presión promedio aritmética,⁵⁵ o una presión promedio igual a la raíz cuadrada del promedio de la suma de las presiones cuadradas⁵⁶ mientras que el caso de la pseudopresión utiliza propiedades evaluadas a las condiciones iniciales de producción o inyección.⁵⁷

La ecuación (3.20) puede ser expresada en términos de coordenadas rectangulares, cilíndricas o esféricas. Para éste caso, se considera flujo en una dimensión en la dirección r en coordenadas cilíndricas.

Flujo lineal

Como se menciona en el capítulo 1, comúnmente existen fracturas en el yacimiento, ya sean naturales o causadas por un fracturamiento hidráulico en la vecindad del pozo; en tales casos, el flujo hacia la fractura es lineal, esto es, las líneas de flujo son paralelas y el área transversal de flujo es constante. El flujo lineal, ilustrado en la figura 3.1a es representado por la siguiente ecuación en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3.21)$$

Flujo Radial

En Ingeniería Petrolera, el yacimiento es comúnmente idealizado, considerando que este es circular y de espesor constante h , con un pozo abierto completamente en el intervalo productor. El flujo es considerado en dirección radial únicamente, es decir, las líneas de flujo convergen hacia un punto central en cada plano, y el área transversal del flujo decrece a medida que el punto central es alcanzado. esto es ilustrado por la figura 3.1b y representado por la siguiente ecuación en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3.22)$$

Flujo Esférico

Para yacimientos con un espesor h muy grande, donde el pozo no penetró completamente la formación productora, ocurre flujo esférico, representado por la ecuación:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3.23)$$

El flujo esférico implica flujo en todas direcciones hacia un punto común, figura 3.1c.

La ecuación (3.20) puede ser expresada en términos de coordenadas rectangulares, cilíndricas o esféricas. Para éste caso, se considera flujo en una dimensión en la dirección r en coordenadas cilíndricas.

Flujo lineal

Como se menciona en el capítulo 1, comúnmente existen fracturas en el yacimiento, ya sean naturales o causadas por un fracturamiento hidráulico en la vecindad del pozo; en tales casos, el flujo hacia la fractura es lineal, esto es, las líneas de flujo son paralelas y el área transversal de flujo es constante. El flujo lineal, ilustrado en la figura 3.1a es representado por la siguiente ecuación en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3.21)$$

Flujo Radial

En Ingeniería Petrolera, el yacimiento es comúnmente idealizado, considerando que este es circular y de espesor constante h , con un pozo abierto completamente en el intervalo productor. El flujo es considerado en dirección radial únicamente, es decir, las líneas de flujo convergen hacia un punto central en cada plano, y el área transversal del flujo decrece a medida que el punto central es alcanzado, esto es ilustrado por la figura 3.1b y representado por la siguiente ecuación en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3.22)$$

Flujo Esférico

Para yacimientos con un espesor h muy grande, donde el pozo no penetró completamente la formación productora, ocurre flujo esférico, representado por la ecuación:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3.23)$$

El flujo esférico implica flujo en todas direcciones hacia un punto común, figura 3.1c.

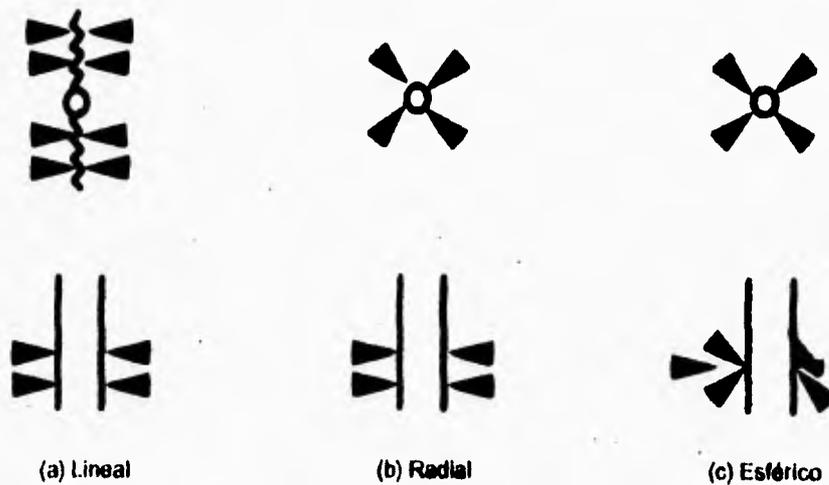


Fig. 3.1 Geometrías de flujo

III.1.5 Forma adimensional de la ecuación de difusión para flujo radial

De acuerdo con la ecuación (3.15), que gobierna el flujo de fluidos en forma radial en un medio poroso:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c'}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

y con las siguientes Condiciones de Frontera:

a) Interna: El gasto q , en el pozo es constante:

$$\frac{q}{2\pi r h} \Big|_w = \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_w \quad \text{para } t \geq 0$$

esto es, a condiciones estándar:

$$r \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=w} = \frac{q_{cs} \mu}{2\pi k h} \frac{P_{cs} T \bar{Z}}{P T_{cs}}$$

b) Externa: A cualquier tiempo, la presión en la frontera externa es la misma que la presión inicial, P_i :

$$P \rightarrow P_i \text{ a medida que } r \rightarrow \infty \quad \text{para } \forall t$$

c) Inicial: Inicialmente, la presión a lo largo del yacimiento es uniforme:

$$P = P_i \quad \text{a } t = 0 \quad \text{para } \forall r$$

Definiendo las siguientes variables adimensionales:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \tag{3.24}$$

$$q_D = \frac{1}{P_i} \frac{q_{cs} \mu}{2\pi k h} \frac{P_a T \bar{Z}}{P T_a} \tag{3.25}$$

$$P_D = \frac{P}{P_i q_D} \tag{3.26}$$

$$\Delta P_D = \frac{P_i - P}{P_i q_D} \tag{3.27}$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu C_r r_w^2} \tag{3.28}$$

Por lo tanto, la ecuación (3.15) puede ser expresada en términos adimensionales como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left[r_D \frac{\partial}{\partial r_D} (\Delta P_D) \right] = \frac{\partial}{\partial t_D} (\Delta P_D) \tag{3.29}$$

con las siguientes Condiciones de Frontera:

a) Interna: $r_D \frac{\partial}{\partial r_D} (\Delta P_D) \Big|_{r_D=1} = 1 \quad \text{para } t_D > 0$

b) Externa: $\Delta P_D \rightarrow 0 \text{ a medida que } r_D \rightarrow \infty \quad \text{para } \forall t_D$

c) Inicial: $\Delta P_D = 0 \text{ a } t_D = 0 \quad \text{para } \forall r_D$

Los términos adimensionales están definidos en la tabla 3.1 para varios modelos de flujo. Se observa que en dicha tabla, t_D y q_D tienen los coeficientes λ y γ , respectivamente. Estos factores toman diferentes valores para diferentes sistemas de unidades, tabla 3.2.

Tabla 3.1 Definición de variables en términos de p , p^2 y $Pp(p)$

Variables Adimensionales	Geometría de flujo	P	P^2	$Pp(p)$
x_D	Lineal	$\frac{x}{x_f}$	$\frac{x}{x_f}$	$\frac{x}{x_f}$
r_D	Radial / Esférico	$\frac{r}{r_D}$	$\frac{r}{r_D}$	$\frac{r}{r_D}$
t_D	Lineal	$\frac{\lambda kt}{\phi \mu C r_f^2}$	$\frac{\lambda kt}{\phi \mu C r_f^2}$	$\frac{\lambda kt}{\phi \mu C r_f^2}$
t_D	Radial / Esférico	$\frac{\lambda kt}{\phi \mu C w_f^2}$	$\frac{\lambda kt}{\phi \mu C r_f^2}$	$\frac{\lambda kt}{\phi \mu C r_f^2}$
P_D		$\frac{P}{P_i q_D}$	$\frac{P^2}{P_i^2 q_D}$	$\frac{Pp(p)}{Pp(p_i) q_D}$
ΔP_D		$\frac{P_i - P}{P_i q_D}$	$\frac{P_i^2 - P^2}{P_i^2 q_D}$	$\frac{Pp(p_i) - Pp(p)}{Pp(p_i) - q_D}$
q_D	Lineal / Radial	$\frac{\gamma Z_i \Gamma q_{cs} \mu}{P k h P_i}$	$\frac{\gamma Z_i q_{cs} \mu}{k h P_i^2}$	$\frac{\gamma \Gamma q_{cs}}{k h Pp(p_i)}$
q_D	Esférico	$\frac{\gamma Z_i q_{cs} \mu}{P k r P_i}$	$\frac{\gamma Z_i q_{cs} \mu}{k r P_i^2}$	$\frac{\gamma \Gamma q_{cs}}{k r Pp(p_i)}$

Tabla 3.2 Valores de los coeficientes usados en los términos adimensionales

Unidades	Geometría de Flujo	P	P ²	Pp(p)
Darcy λ	Lineal/Radial /Esférico	1	1	1
γ	Lineal	Pcs Tcs	2Pcs Tcs	2Pcs Tcs
γ	Radial / Esférico	1 Pcs 2π Tcs	1 Pcs π Tcs	1 Pcs π Tcs
Campo λ	Lineal/Radial /Esférico	2.637x10 ⁻⁴	2.637x10 ⁻⁴	2.637x10 ⁻⁴
γ	Lineal (14.65 psia, 520°R)	445.2	890.3	890.3
	Radial / Esférico (14.65/510)	708.5	1417	1417
γ	Lineal (14.7 psia, 520°R)	446.7	893.3	893.3
	Radial / Esférico (14.7/520)	711	1422	1422
Métricas λ	Lineal / Radial / Esférico	3.601	3.601	3.601
γ	Lineal (101.325 kPa, 288°K)	9.624x10 ⁻²	1.925x10 ⁻¹	1.925x10 ⁻¹
γ	Radial / Esférico (101.325/288)	1.532x10 ⁻²	3.064x10 ⁻²	3.064x10 ⁻²

III.2 Cálculo de la pseudopresión del gas real, $Pp(p)$

Para calcular las pseudopresiones de un conjunto de datos de presión, es necesario evaluar la integral expresada por la ecuación (3.18), expresada por:

$$Pp(p) = 2 \int_{p_0}^p \frac{p}{\mu Z} dp$$

En todos los problemas donde se requiera evaluar la función $Pp(p)$, es necesario realizar una gráfica de $Pp(p)$ vs P para un rango de presiones mayor y menor de los límites de los datos de presión y así poder obtener fácilmente el valor de la pseudopresión interpolando al valor de presión. Para un gas dado, la curva $Pp(p)$ vs P es válida para la temperatura para la cual fue desarrollada, sin embargo, los yacimientos de gas presentan un comportamiento isotérmico, y la composición de sus fluidos no varía significativamente de pozo a pozo. En tal caso, una sola curva de $Pp(p)$ vs P puede ser utilizada para todo el yacimiento. Sin embargo, cuando la temperatura o la composición del gas de un yacimiento en particular no sea uniforme a lo largo de éste, entonces será necesario una curva para cada pozo en particular.

Para obtener la conversión de P a $Pp(p)$ para cualquier gas a una temperatura dada, los valores de $2P \mu Z$ son calculados para diferentes valores de P , donde μ y Z son determinados para cada valor de P . Posteriormente, $2P \mu Z$ es graficado contra la presión, y el área bajo la curva, a partir de una presión de referencia, P_0 , a P , será el valor de $Pp(p)$ correspondiente a la presión de interés, P . Lo anterior puede ser realizado mediante una simple integración numérica, ya sea utilizando la regla de Simpson, o la regla trapezoidal. Esta última, que es la más comúnmente usada, está dada por la siguiente expresión:⁵⁸

$$\int_a^b f(x) dx \cong \frac{h-a}{2n} \left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n) \right]$$

de donde para el cálculo de la pseudopresión, aplicando la expresión anterior tenemos que:

$$Pp(p) = 2 \sum_{i=2}^n \frac{1}{2} \left[\left(\frac{P}{\mu Z} \right)_{i-1} + \left(\frac{P}{\mu Z} \right)_i \right] (P_i - P_{i-1}) \quad (3.30)$$

El procedimiento de cálculo es mostrado en el ejemplo III.1, y es aplicable a cualquier tipo de gas (dulce o amargo).

Por otra parte, Al-Hussainy et al.,⁵³ expresaron la ecuación (3.19) en términos de la presión y temperatura pseudorreducidas, la cual está dada por la siguiente ecuación:

$$I \equiv \frac{\mu_{gi} p(p)}{2(P_{pc}^2) T_{pr}} = \int_{0.2}^{p_{pr}} \frac{p_{pr} dp_{pr}}{T_{pr} \frac{\mu_x}{\mu_{xi}} (p_{pr}) Z(p_{pr})} \quad (3.31)$$

donde μ_x/μ_{xi} es la relación de viscosidades propuesta por Carr et.al.,⁴⁰ y el factor de compresibilidad Z está dado por la correlación de Standing y Katz,³² ambas propiedades como una función de la presión y temperatura pseudoreducidas.

La figura 3.2 presenta valores de la integral como una función de la presión y temperatura pseudoreducida. Las integrales fueron evaluadas mediante la regla trapezoidal en un programa de cómputo, escogiéndose como límite inferior de la integral, 0.2, y utilizando isotermas para la temperatura pseudoreducida de 1.05 a 3.0. Estos valores están presentados además en la tabla 3.3. Una interpolación entre las curvas o entre los valores presentados en la tabla puede ser realizada para obtener el valor de la integral, y posteriormente el valor de $p(p)$ para la presión de interés, p . El uso de la figura 3.2 o de la tabla 3.3 está limitado para gases conteniendo una gran cantidad de contaminantes.

El concepto de la pseudopresión del gas real -o potencial del gas real- es general, y no está limitado a usar los valores de $p(p)$ determinados a través del uso de la gráfica 3.2 o de la tabla 3.3.

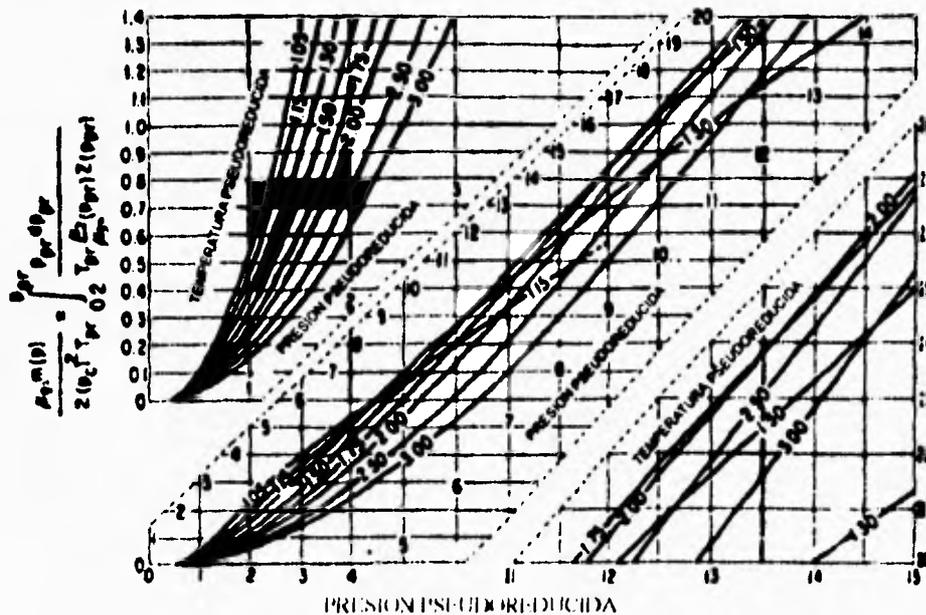


Fig. 3.2 Integrales de pseudopresión vs. pseudopresión reducida del gas real⁵³

Tabla 3.3 - $\frac{\mu_{ga} P_r(p)}{2(P_{pc})^2 T_{pr}} = \int_{0.2}^{P_{pr}} \frac{P_{pr} dP_{pr}}{T_{pr}(\mu_x / \mu_{ga})(P_{pr})Z(P_{pr})}$

Presión Pseudorreducida	1.05	1.15	1.30	1.50	1.75	2.00
0.30	0.0237	0.0229	0.0198	0.0170	0.0148	0.0126
0.40	0.0423	0.0453	0.0477	0.0409	0.0348	0.0303
0.50	0.1102	0.0971	0.0839	0.0716	0.0609	0.0530
0.60	0.1698	0.1483	0.1283	0.1091	0.0927	0.0807
0.70	0.2418	0.2105	0.1810	0.1532	0.1303	0.1132
0.80	0.3264	0.2835	0.2419	0.2037	0.1734	0.1505
0.90	0.4236	0.3678	0.3111	0.2608	0.2221	0.1927
1.00	0.5326	0.4631	0.3889	0.3244	0.2763	0.2397
1.10	0.6546	0.5691	0.4755	0.3954	0.3358	0.2913
1.20	0.7903	0.6855	0.5707	0.4734	0.4004	0.3483
1.30	0.9484	0.8126	0.6734	0.5579	0.4702	0.4098
1.40	1.1444	0.9503	0.7838	0.6484	0.5452	0.4738
1.50	1.3671	1.0980	0.9020	0.7449	0.6255	0.5461
1.60	1.5828	1.2546	1.0277	0.8473	0.7114	0.6209
1.70	1.7924	1.4191	1.1606	0.9538	0.8023	0.7001
1.80	1.9939	1.5883	1.3001	1.0703	0.8983	0.7840
1.90	2.1926	1.7595	1.4457	1.1906	0.9988	0.8724
2.00	2.3821	1.9321	1.5966	1.3164	1.1042	0.9653
2.10	2.5649	2.1071	1.7526	1.4474	1.2144	1.0624
2.20	2.7424	2.2841	1.9138	1.5838	1.3298	1.1634
2.30	2.9147	2.4619	2.0791	1.7253	1.4498	1.2687
2.40	3.0825	2.6399	2.2473	1.8712	1.5744	1.3777
2.50	3.2464	2.8172	2.4186	2.0214	1.7034	1.4904
2.60	3.4066	2.9937	2.5935	2.1758	1.8370	1.6068
2.70	3.5633	3.1683	2.7710	2.3341	1.9751	1.7268
2.80	3.7169	3.3403	2.9504	2.4957	2.1169	1.8504
2.90	3.8679	3.5094	3.1320	2.6612	2.2626	1.9778
3.00	4.0165	3.6766	3.3153	2.8308	2.4123	2.1091
3.25	4.3788	4.0876	3.7771	3.2685	2.8038	2.4536
3.50	4.7278	4.4874	4.2400	3.7223	3.2178	2.8178
3.75	5.0653	4.8766	4.7052	4.1897	3.6304	3.2016
4.00	5.3938	5.2579	5.1693	4.6678	4.0497	3.6049
4.25	5.7164	5.6367	5.6277	5.1539	4.4638	4.0268
4.50	6.0276	6.0088	6.0822	5.6459	4.8804	4.4663
4.75	6.3367	6.3697	6.5308	6.1412	5.2980	4.9203
5.00	6.6368	6.7235	6.9714	6.6377	5.7134	5.3860
5.25	—	7.0706	7.4044	7.1355	6.1252	5.8621
5.50	—	7.4124	7.8304	7.6343	6.5326	6.3472
5.75	—	7.7495	8.2497	8.1338	6.9449	6.8412
6.00	—	8.0821	8.6632	8.6336	7.3622	7.3442
6.25	—	8.4099	9.0711	9.1326	7.7836	7.8551
6.50	—	8.7330	9.4731	9.6297	8.2083	8.3739
6.75	—	9.0520	9.8703	10.1249	8.6364	8.8993
7.00	—	9.3670	10.2635	10.6185	9.0685	9.4298
7.25	—	9.6786	10.6531	11.1091	9.4973	9.9647
7.50	—	9.9876	11.0398	11.5957	9.9279	10.5034
7.75	—	10.2936	11.4223	12.0794	10.3587	11.0452
8.00	—	10.5963	11.7998	12.5615	10.7897	11.5897
8.25	—	10.8961	12.1731	13.0416	11.2211	12.1377
8.50	—	11.1935	12.5433	13.5194	11.6532	12.6897
8.75	—	—	12.9102	13.9939	12.0858	13.2440
9.00	—	—	13.2735	14.4644	12.5187	13.7993
9.25	—	—	13.6340	14.9322	12.9513	14.3558
9.50	—	—	13.9925	15.3980	13.3834	14.9128
9.75	—	—	14.3483	15.8609	13.8146	15.4700
10.00	—	—	14.7011	16.3205	14.2447	16.0274
10.50	—	—	15.3996	17.2313	15.1630	17.1462
11.00	—	—	16.0892	18.1318	16.0790	18.2662
11.50	—	—	16.7703	19.0212	16.9900	19.3831
12.00	—	—	17.4427	19.8976	17.8957	20.5120
12.50	—	—	18.1069	20.7640	18.7958	21.6335
13.00	—	—	18.7642	21.6238	19.6904	22.7136
13.50	—	—	19.4147	22.4762	20.5794	23.8144
14.00	—	—	20.0588	23.3216	21.4626	24.9037
14.50	—	—	20.6976	24.1596	22.3400	25.9948
15.00	—	—	21.3318	24.9921	23.2116	27.0862

Pseudopresión del gas real con impurezas

Para evaluar los gases naturales conteniendo impurezas, es necesario hacer correcciones a la viscosidad, μ_g , y al factor de compresibilidad, Z . Así que, reescribiendo la ecuación (3.31) se tiene:⁵⁹

$$I_c \equiv \frac{\tilde{\mu}_{ga} P p(p)}{2(P p c^2) T_{pr}} = \int_{1.0}^{p_r} \frac{p_{pr} dp_{pr}}{\mu_g T_{pr} Z_c(p_{pr})} \quad (3.32)$$

donde $\tilde{\mu}_{ga}$ y Z_c representan los valores corregidos. El límite inferior de la integral es 1.0, debido a que no existen correlaciones del factor Z para presiones pseudoreducidas menores que 1.0. Por la misma razón, las tablas presentadas están restringidas en el rango de 1.10 a 2.00.

Mediante el uso de las tablas 3.4a - 3.4e, las correcciones a la viscosidad a presión atmosférica deben hacerse empleando la relación:

$$\mu_{ga} = \mu_{ga} + \mu_c$$

donde μ_c es la cantidad de corrección, y μ_{ga} está dada como una función de la gravedad específica del gas y de la temperatura. Los valores de μ_c pueden ser obtenidos de la misma fuente, si el gas contiene Nitrógeno, N_2 , Dióxido de carbono, CO_2 y Sulfuro de Hidrógeno, H_2S . La magnitud de μ_c depende de la gravedad específica del gas y de la concentración del constituyente.

El factor de desviación Z , fue corregido usando las correlaciones de Robinson mediante la relación:⁶⁰

$$Z_c(p_{pr}) = Z(p_{pr}) / \beta$$

donde β es un factor de corrección y $Z_c(p_{pr})$ es el valor de Z corregido. Ellos presentan varias curvas de β para varias combinaciones de Nitrógeno, Dióxido de Carbono y Sulfuro de Hidrógeno, en función de T_{pr} , con p_{pr} como parámetro. La cantidad $Z(p_{pr})$ fue obtenida de la correlación de Standing y Katz.³²

La integral en la ecuación (3.32) fue evaluada mediante integración numérica utilizando la regla trapezoidal. Para éste propósito, las curvas μ_g , μ_{ga} , $Z(p_{pr})$ y β fueron ajustadas e interpoladas utilizando splines cúbicos. Las tablas 3.4a - 3.4e dan valores de la integral expresada por la ecuación (3.32).

Tabla 3.4a

90% metano más hidrógeno y 10 % dióxido de carbono mas sulfuro de hidrógeno

Presión Pseudorreducida	Valores de la integral para temperaturas pseudorreducidas de						
	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	2.00
1.00	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.10	.1074	.0763	.0640	.0766	.0650	.0563	.0500
1.20	.2254	.2013	.1754	.1604	.1359	.1174	.1066
1.30	.3542	.3145	.2742	.2509	.2130	.1844	.1674
1.40	.4939	.4354	.3803	.3474	.2941	.2565	.2331
1.50	.6440	.5634	.4931	.4498	.3846	.3313	.3034
1.60	.8022	.6979	.6119	.5578	.4781	.4062	.3700
1.70	.9640	.8381	.7362	.6714	.5766	.4834	.4560
1.80	1.1246	.9833	.8642	.7907	.6803	.5659	.5397
1.90	1.2828	1.1332	1.0015	.9157	.7891	.6554	.6266
2.00	1.4340	1.2873	1.1415	1.0461	.9030	.7536	.7174
2.10	1.5911	1.4452	1.2958	1.1820	1.0219	.8587	.8122
2.20	1.7431	1.6061	1.4340	1.3233	1.1457	.9687	.9111
2.30	1.8941	1.7689	1.5855	1.4696	1.2741	1.0831	1.0140
2.40	2.0440	1.9328	1.7402	1.6206	1.4071	1.2013	1.1208
2.50	2.1928	2.0974	1.8980	1.7757	1.5445	1.3235	1.2316
2.60	2.3406	2.2628	2.0588	1.9342	1.6862	1.4499	1.3462
2.70	2.4875	2.4284	2.2221	2.0957	1.8319	1.5803	1.4644
2.80	2.6331	2.5936	2.3676	2.2596	1.9816	1.7147	1.5863
2.90	2.7774	2.7581	2.5549	2.4257	2.1349	1.8528	1.7116
3.00	2.9201	2.9216	2.7237	2.5938	2.2917	1.9944	1.8404
3.10	3.0615	3.0839	2.8936	2.7639	2.4519	2.1400	1.9724
3.20	3.2015	3.2451	3.0644	2.9358	2.6150	2.2887	2.1077
3.30	3.3401	3.4053	3.2357	3.1096	2.7811	2.4407	2.2461
3.40	3.4774	3.5642	3.4075	3.2849	2.9499	2.5950	2.3875
3.50	3.6135	3.7220	3.5795	3.4615	3.1214	2.7539	2.5320
3.60	3.7484	3.8786	3.7518	3.6393	3.2955	2.9150	2.6795
3.70	3.8824	4.0340	3.9241	3.8179	3.4721	3.0784	2.8302
3.80	4.0155	4.1983	4.0966	3.9974	3.6512	3.2452	2.9838
3.90	4.1479	4.3415	4.2689	4.1774	3.8326	3.4142	3.1405
4.00	4.2795	4.4936	4.4410	4.3578	4.0163	3.5856	3.3001
4.10	4.4103	4.6448	4.6124	4.5387	4.2019	3.7592	3.4625
4.20	4.5401	4.7952	4.7843	4.7200	4.3893	3.9350	3.6275
4.30	4.6698	4.9449	4.9554	4.9017	4.5784	4.1128	3.7951
4.40	4.7967	5.0939	5.1260	5.0836	4.7688	4.2924	3.9651
4.50	4.9236	5.2427	5.2559	5.2657	4.9607	4.4739	4.1374
4.60	5.0497	5.3898	5.4651	5.4478	5.1537	4.6570	4.3119
4.70	5.1750	5.5367	5.6336	5.6300	5.3477	4.8417	4.4885
4.80	5.2996	5.6830	5.8012	5.8121	5.5427	5.0276	4.6672
4.90	5.4235	5.8288	5.9680	5.9941	5.7385	5.2153	4.8479
5.00	5.5467	5.9739	6.1340	6.1754	5.9350	5.4041	5.0304
5.10	5.6693	6.1183	6.2991	6.3576	6.1322	5.5943	5.2147
5.20	5.7911	6.2618	6.4634	6.5390	6.3301	5.7858	5.4009
5.30	5.9123	6.4045	6.6269	6.7203	6.5286	5.9786	5.5888
5.40	6.0329	6.5464	6.7896	6.9013	6.7276	6.1726	5.7785
5.50	6.1528	6.6875	6.9515	7.0820	6.9272	6.3678	5.9698
5.60	6.2722	6.8277	7.1121	7.2624	7.1272	6.5641	6.1626
5.70	6.3910	6.9672	7.2729	7.4424	7.3275	6.7614	6.3570
5.80	6.5093	7.1060	7.4324	7.6221	7.5282	6.9596	6.5526
5.90	6.6271	7.2441	7.5912	7.8014	7.7292	7.1588	6.7500
6.00	6.7443	7.3814	7.7493	7.9802	7.9305	7.3588	6.9487
6.10	6.8611	7.5181	7.9065	8.1507	8.1321	7.5595	7.1486
6.20	6.9775	7.6542	8.0631	8.3367	8.3340	7.7608	7.3499
6.30	7.0935	7.7899	8.2189	8.5143	8.5363	7.9626	7.5525
6.40	7.2091	7.9250	8.3739	8.6914	8.7389	8.1648	7.7562
6.50	7.3244	8.0596	8.5283	8.8680	8.9418	8.3676	7.9612

Tabla 3.4b

80% metano más hidrógeno y 20 % dióxido de carbono mas sulfuro de hidrógeno

Presión Pseudorreducida	Valores de la integral para temperaturas pseudorreducidas de						
	1.10	1.20	1.30	1.40	1.60	1.80	2.00
1.00	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.10	.1065	.0958	.0837	.0764	.0646	.0560	.0505
1.20	.2233	.2004	.1749	.1598	.1352	.1170	.1059
1.30	.3506	.3131	.2734	.2499	.2118	.1834	.1662
1.40	.4886	.4334	.3791	.3461	.2945	.2551	.2314
1.50	.6367	.5610	.4916	.4441	.3826	.3294	.3012
1.60	.7924	.6949	.6100	.5556	.4757	.4039	.3752
1.70	.9579	.8346	.7340	.6687	.5737	.4805	.4534
1.80	1.1079	.9792	.8635	.7874	.6767	.5625	.5357
1.90	1.2618	1.1284	.9985	.9116	.7847	.6514	.6220
2.00	1.4122	1.2820	1.1361	1.0413	.8978	.7487	.7122
2.10	1.5684	1.4394	1.2819	1.1762	1.0157	.8529	.8065
2.20	1.7079	1.6001	1.4295	1.3163	1.1314	.9621	.9047
2.30	1.8540	1.7631	1.5804	1.4612	1.2657	1.0755	1.0069
2.40	2.0009	1.9274	1.7343	1.6105	1.3976	1.1928	1.1129
2.50	2.1462	2.0926	1.8912	1.7639	1.5338	1.3141	1.2278
2.60	2.2909	2.2582	2.0510	1.9205	1.6742	1.4393	1.3364
2.70	2.4348	2.4237	2.2132	2.0799	1.8185	1.5685	1.4537
2.80	2.5778	2.5887	2.3775	2.2418	1.9666	1.7015	1.5744
2.90	2.7196	2.7525	2.5435	2.4058	2.1182	1.8361	1.6987
3.00	2.8602	2.9150	2.7108	2.5717	2.2733	1.9783	1.8262
3.10	2.9995	3.0763	2.8792	2.7395	2.4315	2.1219	1.9571
3.20	3.1376	3.2365	3.0485	2.9091	2.5928	2.2688	2.0910
3.30	3.2744	3.3957	3.2184	3.0804	2.7568	2.4190	2.2281
3.40	3.4100	3.5537	3.3886	3.2532	2.9234	2.5722	2.3681
3.50	3.5444	3.7105	3.5591	3.4273	3.0926	2.7285	2.5112
3.60	3.6779	3.8662	3.7298	3.6023	3.2644	2.8876	2.6572
3.70	3.8104	4.0207	3.9007	3.7783	3.4385	3.0494	2.8063
3.80	3.9422	4.1742	4.0716	3.9549	3.6151	3.2139	2.9583
3.90	4.0732	4.3266	4.2424	4.1320	3.7939	3.3809	3.1133
4.00	4.2036	4.4779	4.4130	4.3095	3.9748	3.5502	3.2712
4.10	4.3333	4.6284	4.5832	4.4874	4.1576	3.7218	3.4318
4.20	4.4619	4.7781	4.7532	4.6656	4.3423	3.8956	3.5952
4.30	4.5895	4.9271	4.9226	4.8442	4.5286	4.0713	3.7611
4.40	4.7163	5.0754	5.0915	5.0230	4.7164	4.2490	3.9295
4.50	4.8422	5.2231	5.2597	5.2019	4.9056	4.4285	4.1002
4.60	4.9673	5.3702	5.4271	5.3808	5.0960	4.6097	4.2733
4.70	5.0914	5.5167	5.5937	5.5597	5.2875	4.7926	4.4485
4.80	5.2152	5.6625	5.7594	5.7385	5.4801	4.9769	4.6258
4.90	5.3382	5.8078	5.9243	5.9171	5.6734	5.1626	4.8052
5.00	5.4605	5.9525	6.0883	6.0956	5.8676	5.3497	4.9864
5.10	5.5822	6.0966	6.2514	6.2739	6.0625	5.5381	5.1695
5.20	5.7032	6.2398	6.4138	6.4521	6.2581	5.7279	5.3544
5.30	5.8236	6.3821	6.5754	6.6303	6.4544	5.9169	5.5409
5.40	5.9433	6.5237	6.7363	6.8083	6.6513	6.1112	5.7291
5.50	6.0625	6.6645	6.8964	6.9862	6.8487	6.3047	5.9189
5.60	6.1812	6.8045	7.0558	7.1639	7.0466	6.4992	6.1101
5.70	6.2993	6.9438	7.2144	7.3414	7.2449	6.6947	6.3028
5.80	6.4169	7.0823	7.3724	7.5187	7.4436	6.8912	6.4968
5.90	6.5340	7.2201	7.5296	7.6957	7.6427	7.0886	6.6922
6.00	6.6506	7.3572	7.6862	7.8724	7.8421	7.2869	6.8889
6.10	6.7667	7.4937	7.8420	8.0487	8.0418	7.4858	7.0869
6.20	6.8826	7.6297	7.9971	8.2246	8.2419	7.6854	7.2863
6.30	6.9980	7.7652	8.1515	8.4001	8.4424	7.8856	7.4871
6.40	7.1131	7.9002	8.3052	8.5751	8.6432	8.0863	7.6891
6.50	7.2279	8.0346	8.4582	8.7496	8.8442	8.2874	7.8924

Tabla 3.4c

70% metano más hidrógeno y 30 % dióxido de carbono mas sulfuro de hidrógeno

Presión Pseudorreducida	Valores de la integral para temperaturas pseudorreducidas de						
	1.10	1.20	1.30	1.40	1.60	1.80	2.00
1.00	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.10	.1049	.0951	.0831	.0750	.0642	.0557	.0503
1.20	.2200	.1989	.1736	.1586	.1344	.1164	.1054
1.30	.3457	.3108	.2714	.2480	.2105	.1825	.1655
1.40	.4820	.4303	.3765	.3434	.2926	.2539	.2305
1.50	.6282	.5571	.4883	.4445	.3799	.3278	.3001
1.60	.7816	.6901	.6059	.5511	.4722	.4020	.3738
1.70	.9369	.8287	.7290	.6632	.5693	.4782	.4517
1.80	1.0895	.9720	.8577	.7808	.6713	.5598	.5336
1.90	1.2342	1.1198	.9916	.9039	.7784	.6483	.6194
2.00	1.3824	1.2716	1.1302	1.0322	.8903	.7451	.7091
2.10	1.5241	1.4270	1.2728	1.1656	1.0071	.8488	.8028
2.20	1.6654	1.5853	1.4189	1.3045	1.1285	.9573	.9001
2.30	1.8063	1.7454	1.5681	1.4480	1.2546	1.0701	1.0014
2.40	1.9466	1.9065	1.7200	1.5960	1.3851	1.1867	1.1065
2.50	2.0864	2.0681	1.8748	1.7479	1.5198	1.3071	1.2154
2.60	2.2258	2.2302	2.0324	1.9030	1.6587	1.4315	1.3281
2.70	2.3648	2.3921	2.1923	2.0606	1.8014	1.5599	1.4443
2.80	2.5030	2.5534	2.3541	2.2206	1.9478	1.6920	1.5641
2.90	2.6404	2.7137	2.5176	2.3825	2.0978	1.8277	1.6874
3.00	2.7768	2.8726	2.6823	2.5462	2.2511	1.9670	1.8140
3.10	2.9122	3.0302	2.8480	2.7116	2.4075	2.1096	1.9438
3.20	3.0464	3.1869	3.0146	2.8790	2.5669	2.2555	2.0768
3.30	3.1794	3.3424	3.1817	3.0481	2.7290	2.4046	2.2128
3.40	3.3113	3.4968	3.3493	3.2187	2.8938	2.5568	2.3518
3.50	3.4420	3.6500	3.5170	3.3906	3.0612	2.7119	2.4937
3.60	3.5719	3.8020	3.6849	3.5637	3.2310	2.8698	2.6386
3.70	3.7009	3.9529	3.8530	3.7376	3.4033	3.0303	2.7864
3.80	3.8292	4.1027	4.0211	3.9123	3.5779	3.1935	2.9372
3.90	3.9568	4.2514	4.1891	4.0876	3.7548	3.3590	3.0909
4.00	4.0839	4.3991	4.3568	4.2633	3.9338	3.5269	3.2475
4.10	4.2103	4.5460	4.5243	4.4394	4.1148	3.6970	3.4068
4.20	4.3357	4.6922	4.6915	4.6159	4.2976	3.8693	3.5687
4.30	4.4603	4.8379	4.8583	4.7927	4.4820	4.0436	3.7331
4.40	4.5841	4.9830	5.0246	4.9697	4.6681	4.2198	3.9000
4.50	4.7071	5.1276	5.1903	5.1468	4.8555	4.3977	4.0692
4.60	4.8294	5.2717	5.3552	5.3230	5.0441	4.5774	4.2406
4.70	4.9511	5.4154	5.5195	5.5010	5.2340	4.7587	4.4142
4.80	5.0721	5.5585	5.6829	5.6780	5.4248	4.9414	4.5898
4.90	5.1925	5.7012	5.8456	5.8549	5.6165	5.1256	4.7674
5.00	5.3123	5.8435	6.0074	6.0315	5.8091	5.3111	4.9468
5.10	5.4317	5.9852	6.1685	6.2080	6.0023	5.4979	5.1281
5.20	5.5505	6.1261	6.3288	6.3845	6.1963	5.6861	5.3112
5.30	5.6688	6.2664	6.4884	6.5608	6.3909	5.8756	5.4959
5.40	5.7866	6.4060	6.6474	6.7370	6.5861	6.0664	5.6823
5.50	5.9040	6.5448	6.8056	6.9130	6.7818	6.2583	5.8703
5.60	6.0210	6.6831	6.9632	7.0888	6.9779	6.4512	6.0598
5.70	6.1376	6.8207	7.1201	7.2644	7.1744	6.6453	6.2508
5.80	6.2538	6.9576	7.2764	7.4397	7.3712	6.8402	6.4432
5.90	6.3696	7.0939	7.4319	7.6148	7.5684	7.0361	6.6369
6.00	6.4851	7.2297	7.5868	7.7895	7.7658	7.2329	6.8319
6.10	6.6002	7.3649	7.7411	7.9639	7.9636	7.4303	7.0284
6.20	6.7150	7.4997	7.8947	8.1379	8.1619	7.6284	7.2261
6.30	6.8295	7.6341	8.0477	8.3115	8.3605	7.8271	7.4252
6.40	6.9437	7.7681	8.2001	8.4846	8.5596	8.0263	7.6257
6.50	7.0577	7.9017	8.3519	8.6572	8.7589	8.2260	7.8273

Tabla 3.4d

60% metano más hidrógeno y 40 % dióxido de carbono mas sulfuro de hidrógeno

Presión Pseudorreducida	Valores de la integral para temperaturas pseudorreducidas de						
	1,10	1,20	1,30	1,40	1,60	1,80	2,00
1.00	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.10	.1038	.0942	.0824	.0756	.0641	.0556	.0502
1.20	.2169	.1970	.1729	.1583	.1341	.1161	.1052
1.30	.3395	.3079	.2704	.2475	.2100	.1820	.1651
1.40	.4716	.4265	.3751	.3426	.2918	.2532	.2299
1.50	.6123	.5522	.4866	.4435	.3789	.3268	.2992
1.60	.7592	.6842	.6039	.5497	.4707	.4007	.3728
1.70	.9074	.8216	.7268	.6615	.5675	.4767	.4504
1.80	1.0527	.9635	.8553	.7790	.6691	.5579	.5320
1.90	1.1940	1.1097	.9892	.9019	.7757	.6461	.6176
2.00	1.3305	1.2597	1.1277	1.0301	.8872	.7425	.7071
2.10	1.4648	1.4134	1.2703	1.1636	1.0035	.8459	.8004
2.20	1.5995	1.5702	1.4164	1.3021	1.1245	.9539	.8977
2.30	1.7346	1.7291	1.5656	1.4454	1.2500	1.0662	.9988
2.40	1.8698	1.8893	1.7175	1.5930	1.3799	1.1823	1.1037
2.50	2.0051	2.0503	1.8722	1.7444	1.5140	1.3021	1.2124
2.60	2.1405	2.2120	2.0298	1.8989	1.6522	1.4260	1.3247
2.70	2.2758	2.3738	2.1897	2.0561	1.7942	1.5537	1.4405
2.80	2.4108	2.5352	2.3516	2.2157	1.9399	1.6851	1.5598
2.90	2.5455	2.6950	2.5152	2.3772	2.0890	1.8201	1.6824
3.00	2.6795	2.8553	2.6801	2.5404	2.2414	1.9585	1.8084
3.10	2.8128	3.0137	2.8461	2.7054	2.3969	2.1003	1.9374
3.20	2.9450	3.1711	3.0129	2.8723	2.5553	2.2455	2.0696
3.30	3.0763	3.3274	3.1804	3.0408	2.7164	2.3938	2.2048
3.40	3.2065	3.4826	3.3483	3.2108	2.8802	2.5451	2.3430
3.50	3.3357	3.6366	3.5166	3.3820	3.0464	2.6993	2.4841
3.60	3.4641	3.7895	3.6851	3.5543	3.2150	2.8564	2.6281
3.70	3.5919	3.9412	3.8538	3.7274	3.3860	3.0161	2.7751
3.80	3.7190	4.0919	4.0225	3.9012	3.5594	3.1784	2.9251
3.90	3.8456	4.2415	4.1914	4.0755	3.7349	3.3432	3.0779
4.00	3.9717	4.3901	4.3599	4.2502	3.9124	3.5103	3.2336
4.10	4.0971	4.5378	4.5282	4.4253	4.0919	3.6795	3.3920
4.20	4.2216	4.6846	4.6959	4.6007	4.2733	3.8509	3.5529
4.30	4.3451	4.8306	4.8630	4.7765	4.4563	4.0243	3.7163
4.40	4.4676	4.9758	5.0293	4.9525	4.6408	4.1995	3.8820
4.50	4.5894	5.1203	5.1944	5.1285	4.8268	4.3765	4.0500
4.60	4.7103	5.2640	5.3594	5.3046	5.0140	4.5551	4.2202
4.70	4.8305	5.4070	5.5230	5.4807	5.2023	4.7353	4.3924
4.80	4.9500	5.5493	5.6856	5.6566	5.3917	4.9170	4.5666
4.90	5.0688	5.6909	5.8472	5.8325	5.5820	5.1000	4.7426
5.00	5.1870	5.8319	6.0077	6.0081	5.7731	5.2843	4.9205
5.10	5.3047	5.9722	6.1674	6.1836	5.9649	5.4699	5.1001
5.20	5.4219	6.1118	6.3265	6.3591	6.1575	5.6569	5.2816
5.30	5.5388	6.2504	6.4850	6.5345	6.3508	5.8450	5.4647
5.40	5.6552	6.3892	6.6424	6.7098	6.5447	6.0341	5.6494
5.50	5.7713	6.5269	6.8001	6.8850	6.7391	6.2249	5.8356
5.60	5.8871	6.6641	6.9567	7.0600	6.9339	6.4164	6.0234
5.70	6.0026	6.8008	7.1128	7.2349	7.1293	6.6090	6.2126
5.80	6.1177	6.9366	7.2682	7.4096	7.3250	6.8025	6.4032
5.90	6.2326	7.0720	7.4231	7.5840	7.5210	6.9968	6.5951
6.00	6.3472	7.2069	7.5774	7.7582	7.7175	7.1919	6.7884
6.10	6.4616	7.3414	7.7312	7.9320	7.9142	7.3874	6.9830
6.20	6.5757	7.4755	7.8843	8.1055	8.1113	7.5843	7.1790
6.30	6.6895	7.6092	8.0369	8.2787	8.3087	7.7813	7.3763
6.40	6.8032	7.7428	8.1889	8.4514	8.5064	7.9789	7.5750
6.50	6.9166	7.8752	8.3404	8.6237	8.7043	8.1770	7.7750

Tabla 3.4e

50% metano más hidrógeno y 50 % dióxido de carbono mas sulfuro de hidrógeno

Presión Pseudorreducida	Valores de la integral para temperaturas pseudorreducidas de						
	1.10	1.20	1.30	1.40	1.60	1.80	2.00
1.00	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1.10	.1041	.0947	.0831	.0757	.0639	.0554	.0500
1.20	.2174	.1978	.1735	.1533	.1337	.1158	.1049
1.30	.3398	.3088	.2711	.2475	.2094	.1816	.1647
1.40	.4715	.4270	.3750	.3427	.2909	.2524	.2293
1.50	.6114	.5520	.4872	.4436	.3776	.3261	.2986
1.60	.7574	.6836	.6044	.5498	.4691	.3998	.3720
1.70	.9047	.8193	.7270	.6617	.5654	.4756	.4494
1.80	1.0473	.9500	.8553	.7791	.6666	.5665	.5308
1.90	1.1896	1.1049	.9886	.9021	.7727	.6444	.6160
2.00	1.3258	1.2535	1.1270	1.0304	.8837	.7403	.7051
2.10	1.4599	1.4057	1.2622	1.1639	.9995	.8431	.7979
2.20	1.5949	1.5614	1.4150	1.3024	1.1200	.9506	.8946
2.30	1.7309	1.7195	1.5639	1.4456	1.2450	1.0623	.9951
2.40	1.8676	1.8792	1.7156	1.5931	1.3745	1.1777	1.0994
2.50	2.0046	2.0398	1.8701	1.7443	1.5082	1.2969	1.2075
2.60	2.1415	2.2011	2.0275	1.8968	1.6440	1.4201	1.3192
2.70	2.2781	2.3626	2.1871	2.0558	1.7877	1.5471	1.4344
2.80	2.4142	2.5238	2.3488	2.2152	1.9330	1.6778	1.5532
2.90	2.5498	2.6841	2.5121	2.3766	2.0818	1.8122	1.6753
3.00	2.6846	2.8433	2.6767	2.5396	2.2339	1.9500	1.8007
3.10	2.8185	3.0015	2.8424	2.7045	2.3891	2.0912	1.9293
3.20	2.9512	3.1587	3.0090	2.8713	2.5471	2.2356	2.0609
3.30	3.0829	3.3148	3.1762	3.0397	2.7078	2.3830	2.1955
3.40	3.2134	3.4699	3.3440	3.2096	2.8711	2.5335	2.3329
3.50	3.3429	3.6238	3.5122	3.3808	3.0369	2.6868	2.4732
3.60	3.4714	3.7767	3.6806	3.5531	3.2050	2.8429	2.6164
3.70	3.5992	3.9284	3.8493	3.7263	3.3755	3.0016	2.7625
3.80	3.7263	4.0791	4.0161	3.9001	3.5482	3.1627	2.9114
3.90	3.8528	4.2288	4.1866	4.0746	3.7231	3.3265	3.0632
4.00	3.9788	4.3775	4.3555	4.2494	3.9000	3.4920	3.2177
4.10	4.1040	4.5253	4.5232	4.4246	4.0789	3.6600	3.3748
4.20	4.2294	4.6722	4.6918	4.6003	4.2596	3.8301	3.5346
4.30	4.3520	4.8184	4.8592	4.7762	4.4420	4.0022	3.6969
4.40	4.4748	4.9639	5.0258	4.9524	4.6260	4.1762	3.8616
4.50	4.5968	5.1067	5.1917	5.1287	4.8114	4.3521	4.0286
4.60	4.7182	5.2427	5.3567	5.3051	4.9982	4.5294	4.1978
4.70	4.8389	5.3961	5.5202	5.4814	5.1861	4.7082	4.3691
4.80	4.9590	5.5389	5.6639	5.6577	5.3751	4.8891	4.5425
4.90	5.0785	5.6810	5.8461	5.8339	5.5651	5.0714	4.7178
5.00	5.1976	5.8224	6.0072	6.0099	5.7559	5.2548	4.8950
5.10	5.3161	5.9633	6.1676	6.1858	5.9475	5.4395	5.0740
5.20	5.4342	6.1035	6.3273	6.3615	6.1398	5.6256	5.2548
5.30	5.5518	6.2430	6.4863	6.5372	6.3328	5.8130	5.4372
5.40	5.6691	6.3820	6.6446	6.7128	6.5263	6.0017	5.6213
5.50	5.7860	6.5207	6.8023	6.8882	6.7204	6.1915	5.8069
5.60	5.9025	6.6580	6.9596	7.0634	6.9150	6.3824	5.9940
5.70	6.0187	6.7952	7.1158	7.2383	7.1099	6.5744	6.1826
5.80	6.1345	6.9318	7.2716	7.4131	7.3053	6.7673	6.3726
5.90	6.2501	7.0673	7.4268	7.5875	7.5010	6.9612	6.5639
6.00	6.3654	7.2033	7.5813	7.7617	7.6970	7.1559	6.7565
6.10	6.4803	7.3383	7.7352	7.9355	7.8934	7.3513	6.9505
6.20	6.5949	7.4729	7.8885	8.1090	8.0901	7.5474	7.1459
6.30	6.7093	7.6070	8.0411	8.2821	8.2873	7.7441	7.3427
6.40	6.8233	7.7406	8.1930	8.4548	8.4848	7.9414	7.5408
6.50	6.9371	7.8733	8.3444	8.6271	8.6825	8.1391	7.7402

Para ilustrar el uso de las tablas, se presenta el siguiente ejemplo: calcular $P_p(p)$ para un gas amargo, cuyos datos principales se muestran a continuación:

P = 1500 psia	H ₂ S = 14.38%
T = 100°F	CO ₂ = 0.30%
P _{pc} = 765 psia	M _{wa} = 18.904
T _{pc} = 392 °F	γ _{ga} = 0.652

Calculando las propiedades pseudoreducidas así como la fracción mol de los componentes no-hidrocarburos:

$$P_{pr} = P / P_{pc} = 1500 / 765 = 1.96$$

$$T_{pr} = T / T_{pc} = 560 / 392 = 1.42$$

$$Y_{N-HCS} = Y_{H_2S} + Y_{CO_2} = 14.38 + 0.30 = 14.68\%$$

por lo tanto se utiliza la tabla 3.4b - 80% Metano más Hidrógeno y 20% Dióxido de Carbono más Sulfuro de Hidrógeno.

Por otra parte, de la figura 2.10 obtenemos μ_{ga} y μ_c

$$\mu_{ga} = 0.00110 \text{ y } \mu_c = 0.0003$$

por lo tanto,

$$\mu_{ga} = 0.0110 + 0.0003 = 0.0113 \text{ cp}$$

De la figura 3.4b obtenemos los valores de la integral en la ecuación (3.32):

P _{pr} = 1.90	I _{pr} = 1.40	I _c = 0.9116
P _{pr} = 1.90	I _{pr} = 1.60	I _c = 0.7847

interpolando se tiene: I_{pr} = 1.42 I_c = 0.89891

P _{pr} = 2.0	I _{pr} = 1.40	I _c = 1.0413
P _{pr} = 2.0	I _{pr} = 1.60	I _c = 0.8978

interpolando se tiene: I_{pr} = 1.42 I_c = 1.02695

por lo tanto, para 14.68% de impurezas, se tiene:

$$P_{pr} = 1.96 \quad I_c = 0.975734$$

El valor correcto de $P_p(p)$ para la ecuación (3.32) es:

$$\begin{aligned} P_p(p) &= (0.975784) (2) (765)^2 (1.42) / (0.0113) \\ &= 143.508978 \times 10^6 \text{ psi}^2 / \text{cp} \end{aligned}$$

En comparación, el valor obtenido mediante la utilización de la tabla propuesta por Al-Hussayni et.al.⁵³, es 177.5×10^6 , una diferencia del 21%.

Cálculo semianalítico de la pseudopresión del gas real

Una de las mayores ventajas del uso del concepto de la pseudopresión del gas real es que permite seleccionar las correlaciones de las propiedades del gas tanto para μ como para Z , antes de realizar la integración numérica. Las desventajas, son que ésta requiere un gran número de cálculos de μ y Z para construir la tabla p vs. μZ vs. presión, que debe ser realizada en un proceso de integración numérica, y que la magnitud de error inherente a la integración es desconocida y depende del número de datos utilizados en la integración.

La aproximación semianalítica envuelve entonces la solución de la integral de $P_p(p)$, definida por la ecuación (3.18). Si la viscosidad y el factor de compresibilidad en dicha ecuación son determinados mediante correlaciones establecidas, la ecuación de pseudopresión del gas real puede ser resuelta analíticamente y obtener una solución exacta (para las correlaciones escogidas) de $P_p(p)$.⁶¹

Partiendo de la pseudopresión del gas real, con una presión cero para el límite inferior de la integral, se define:

$$P_p(p)_0^p = 2 \int_0^p \frac{p}{\mu Z} dp \quad (3.33)$$

Utilizando la ecuación de estado para gases reales, podemos calcular la densidad del gas como:

$$\rho = \frac{PM}{ZRT} \quad (3.34)$$

y

$$\rho_c = \frac{P_c M}{Z_c RT_c} \quad (3.35)$$

donde Dranchuk et.al.³⁷ supone que el factor de compresibilidad crítico del gas es 0.27 y

$$\rho_r = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (3.36)$$

despejando ρ de la ecuación anterior y sustituyéndola en la ecuación (3.34) se tiene:

$$\frac{P}{Z} = (\rho_r \rho_c) \left(\frac{RT}{M} \right) \quad (3.37)$$

derivando la ecuación anterior, tenemos:

$$dP = \left(\frac{ZRT\rho_c}{M} \right) d\rho_r + \left(\frac{\rho_c \rho_r RT}{M} \right) dZ \quad (3.38)$$

Con la correlación de Dranchuk para el factor de compresibilidad Z,

$$Z = \frac{1}{T_{pr}} \left[A\rho_r^5 + B\rho_r^2 + C\rho_r + D + E\rho_r^2(1 + F\rho_r^2)e^{(-F\rho_r^2)} \right] \quad (3.39)$$

y derivando con respecto a ρ_r , se tiene:

$$dZ = \frac{1}{T_{pr}} \left[5A\rho_r^4 + 2B\rho_r + C + 2E\rho_r(1 + F\rho_r^2)e^{(-F\rho_r^2)} + 2EF\rho_r^3e^{(-F\rho_r^2)} - 2EF^2\rho_r^5(1 + F\rho_r^2)e^{(-F\rho_r^2)} \right] d\rho_r \quad (3.40)$$

sustituyendo las ecuaciones 3.39 y 3.40 en la ecuación 3.38 obtenemos:

$$dP = \left(\frac{RT\rho_c}{T_{pr}M} \right) \left[6A\rho_r^5 + 3B\rho_r^2 + 2C\rho_r + D + 3E\rho_r^2 \right. \\ \left. \times (1 + F\rho_r^2)e^{(-F\rho_r^2)} - 2EF^2\rho_r^6e^{(-F\rho_r^2)} \right] d\rho_r \quad (3.41)$$

La correlación para la viscosidad de Lee et al.⁴² para gases naturales puede ser escrita como:

$$\mu = C_1 e^{H(\rho_r, P)} \quad (3.42)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.37, 3.41 y 3.42 en la definición de $P_p(p)$ (ec. 3.33), la pseudopresión del gas real estará expresada como:

$$P_p(p)_0^p = \left(\frac{2}{GI'pr} \right) \left(\frac{\rho_c RT'}{M} \right)^2 \int_0^p \left[6A\rho_r^6 + 3B\rho_r^4 + 2C(\rho_r^2 + D)\rho_r + 3E\rho_r^4(1 + F\rho_r^2)e^{(-F\rho_r^2)} - 2HJ^2\rho_r^7 e^{(-F\rho_r^2)} \right] e^{-u(\rho_r)}' dp_r \quad (3.43)$$

Si los términos exponenciales son sustituidos por sus series e integradas, la ecuación (3.43) puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} P_p(p)_0^p = & \left(\frac{2}{GI'pr} \right) \left(\frac{\rho_c RT'}{M} \right)^2 \left\{ \frac{6A\rho_r^7}{7} \left[1 + 7 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nH}}{(nH+7)n!} \right] \right. \\ & + \frac{3B\rho_r^4}{4} \left[1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nH}}{(nH+4)n!} \right] + \frac{2C\rho_r^3}{3} \left[1 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nH}}{(nH+3)n!} \right] + \frac{D\rho_r^2}{2} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nH}}{(nH+2)n!} \right] \\ & + \frac{3E\rho_r^4}{4} \left[1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nH}}{(nH+4)n!} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (-F)^m (\rho_c \rho_r)^{nH} \rho_r^{2m}}{(nH+2m+4)n!m!} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-F)^n \rho_r^{2n}}{(2n+4)n!} \right] \\ & + \frac{EJ^2\rho_r^6}{2} \left[1 + 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nH}}{(nH+6)n!} + 6 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (-F)^m (\rho_c \rho_r)^{nH} \rho_r^{2m}}{(nH+2m+6)n!m!} + 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-F)^n \rho_r^{2n}}{(2n+6)n!} \right] \\ & \left. - \frac{EJ^2\rho_r^8}{4} \left[1 + 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nH}}{(nH+8)n!} + 8 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (-F)^m (\rho_c \rho_r)^{nH} \rho_r^{2m}}{(nH+2m+8)n!m!} + 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-F)^n \rho_r^{2n}}{(2n+8)n!} \right] \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(3.44)$$

Si bien, la ecuación anterior parece superponerse al principio, esta es una simple solución algebraica para la pseudopresión del gas real que utiliza las correlaciones para las propiedades del gas de Dranchuk y Lee, respectivamente.

Este método semianalítico para estimar la pseudopresión del gas real es bastante apto para ser introducido en un programa de cómputo, y tiene las siguientes características:

Sustituyendo las ecuaciones 3.37, 3.41 y 3.42 en la definición de $P_p(p)$ (ec. 3.33), la pseudopresión del gas real estará expresada como:

$$P_p(p)_0^p = \left(\frac{2}{G' T_{pr}} \right) \left(\frac{\rho_c R T}{M} \right)^2 \int_0^{p_r} \left[6A \rho_r^6 + 3B \rho_r^3 + 2C (\rho_r^2 + D) \rho_r + 3E \rho_r^3 (1 + F \rho_r^2) e^{(-F \rho_r^2)} - 2E' F^2 \rho_r^7 e^{(-F \rho_r^2)} \right] e^{-H(\rho_c \rho_r)^W} d\rho_r \quad (3.43)$$

Si los términos exponenciales son sustituidos por sus series e integradas, la ecuación (3.43) puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} P_p(p)_0^p = & \left(\frac{2}{G' T_{pr}} \right) \left(\frac{\rho_c R T}{M} \right)^2 \left\{ \frac{6A \rho_r^7}{7} \left[1 + 7 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nW}}{(nW+7)n!} \right] \right. \\ & + \frac{3B \rho_r^4}{4} \left[1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nW}}{(nW+4)n!} \right] + \frac{2C \rho_r^3}{3} \left[1 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nW}}{(nW+3)n!} \right] + \frac{D \rho_r^2}{2} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nW}}{(nW+2)n!} \right] \\ & + \frac{3E \rho_r^4}{4} \left[1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nW}}{(nW+4)n!} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (-F)^m (\rho_c \rho_r)^{nW} \rho_r^{2m}}{(nW+2m+4)n!m!} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-F)^n \rho_r^{2n}}{(2n+4)n!} \right] \\ & + \frac{E' F \rho_r^6}{2} \left[1 + 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nW}}{(nW+6)n!} + 6 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (-F)^m (\rho_c \rho_r)^{nW} \rho_r^{2m}}{(nW+2m+6)n!m!} + 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-F)^n \rho_r^{2n}}{(2n+6)n!} \right] \\ & \left. - \frac{E' F^2 \rho_r^8}{4} \left[1 + 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (\rho_c \rho_r)^{nW}}{(nW+8)n!} + 8 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-H)^n (-F)^m (\rho_c \rho_r)^{nW} \rho_r^{2m}}{(nW+2m+8)n!m!} + 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-F)^n \rho_r^{2n}}{(2n+8)n!} \right] \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(3.44)$$

Si bien, la ecuación anterior parece superponerse al principio, esta es una simple solución algebraica para la pseudopresión del gas real que utiliza las correlaciones para las propiedades del gas de Dranchuk y Lee, respectivamente.

Este método semianalítico para estimar la pseudopresión del gas real es bastante apto para ser introducido en un programa de cómputo, y tiene las siguientes características:

- 1) La ecuación (3.44) proporciona una solución exacta de la pseudopresión del gas real utilizando las correlaciones descritas. No hay necesidad de interpolar o integrar.
- 2) Es únicamente una solución con una ecuación. No se requiere el cálculo de la viscosidad ni del factor de compresibilidad, ya que estos están implícitos en el desarrollo de la ecuación.
- 3) El método es válido para gases dulces o amargos.
- 4) Valores de $P_p(p)$ pueden ser convertidos a cualquier presión base de integración.
- 5) El método está limitado a temperaturas del yacimiento entre 60 y 460°F, y presiones del yacimiento entre 14.7 y 10,000 psia, los cuales son los rangos de la correlación de Lee para la viscosidad del gas.

La pseudopresión del gas real puede ser calculado como sigue:

- a) Registrar datos para P , P_{pc} , T , T_{pc} , M y Z (evaluada a P y T). Los valores de P_{pc} y T_{pc} deben ser corregidos para gases amargos.
- b) Calcular la densidad, ρ , la densidad reducida, ρ_r y la densidad crítica, ρ_c , con las ecuaciones 3.34, 3.35 y 3.36, respectivamente.
- c) Calcular las constantes $A - J$ para la ecuación 3.44 de las siguientes definiciones dadas por:

$$A = 0.06423$$

$$B = 0.5353/T_{pr} - 0.6123$$

$$C = 0.3151/T_{pr} - 1.0467 - 0.5783/T_{pr}^2$$

$$D = T_{pr}$$

$$E = 0.6816/T_{pr}^2$$

$$F = 0.6845$$

$$G = \frac{(9.4 + 0.02M)T^{1.5}}{(209 + 19M + T) \cdot 10^4}$$

$$H = (3.5 + 986/T + 0.01M)(0.016018)^J$$

$$J = 1.7 - 197.2/T - 0.002M$$

- d) Calcular los términos de la sumatoria en la ecuación (3.44). Incluyendo de 10 a 15 términos en cada sumatoria generará errores del orden de $\pm 10^{-12}$
- e) Calcular $P_p(p)$ con la ecuación (3.44).

EJEMPLO III.1 Cálculo de la pseudopresión

Calcular el valor de la pseudopresión para un grupo de valores de presión de un yacimiento conteniendo gas seco de densidad relativa $\gamma_g = 0.61$ a una temperatura de 120°F . Las propiedades del gas en función de la presión están dadas en la siguiente tabla:

Tabla 3.5 Propiedades del gas en función de la presión

Presión (psi)	Z	μ_g (cp)
0	1.000	--
400	0.955	0.0118
800	0.914	0.0125
1200	0.879	0.0134
1600	0.853	0.0145
2000	0.838	0.156

Utilizando la regla trapezoidal para la integración numérica de la ecuación (3.18), y seleccionando como presión base $P_o = 0$:

- Para $p = 400$ psi

$$\begin{aligned}
 P_p(400) &= 2 \int_{P_o}^p \frac{p}{\mu Z} dp = 2 \frac{\left[\left(\frac{p}{\mu Z} \right)_0 + \left(\frac{p}{\mu Z} \right)_{400} \right]}{2} (400 - 0) \\
 &= 2 \frac{(0 + 35495.6)}{2} (200) \\
 &= 14.20 \times 10^6 \text{ psi}^2 / \text{cp}
 \end{aligned}$$

- Para $p = 800$ psi

$$\begin{aligned}
 P_p(800) &= P_p(400) + 2 \frac{\left[\left(\frac{p}{\mu Z} \right)_{400} + \left(\frac{p}{\mu Z} \right)_{800} \right]}{2} (800 - 400) \\
 &= 14.20 \times 10^6 + 2 \frac{(35495.6 + 70021.88)}{2} (400) \\
 &= 56.43 \times 10^6 \text{ psi}^2 / \text{cp}
 \end{aligned}$$

Procediendo en forma similar para cada grupo de valores, podemos elaborar entonces la tabla 3.6. Estos resultados se grafican en coordenadas cartesianas para obtener la curva $P_p(p)$ vs. P , figura 3.3.

Tabla 3.6

Presión (psi)	Pseudopresión (psi^2/cp)
0	0.0
400	14.20×10^6
800	56.43×10^6
1200	125.20×10^6
1600	217.78×10^6
2000	330.74×10^6

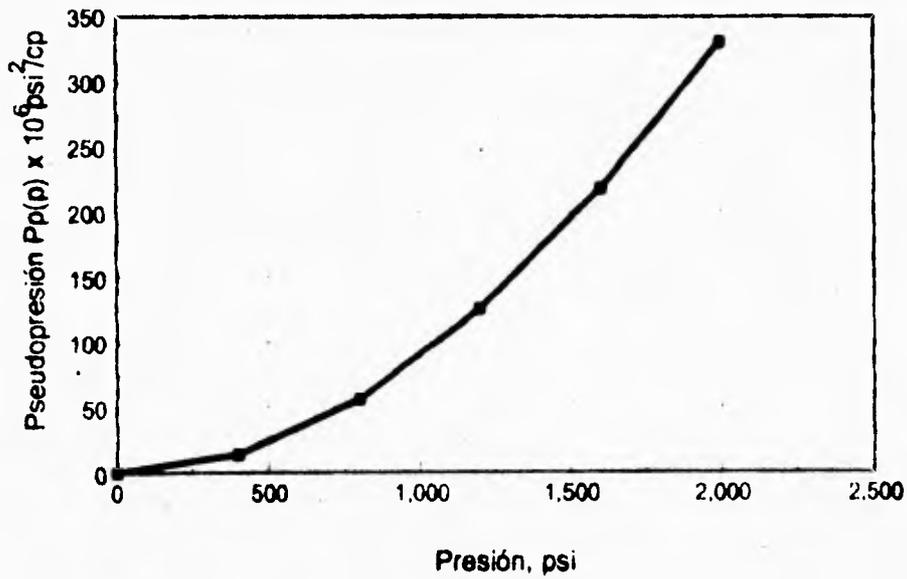


Fig. 3.3 $P_p(p)$ vs P para el gas del ejemplo 3.1

III.3 Flujo No-Darciano

Para flujo horizontal de fluidos a través de medios porosos a gastos bajos y moderados, la caída de presión en la dirección de flujo es proporcional a la velocidad del fluido. El establecimiento matemático de esta relación es la ley de Darcy, la cual para flujo radial es:⁶²

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu}{k} v \quad (3.45)$$

donde $v = q / 2\pi rh$. Cuando se tienen altos gastos, además del componente de fuerza viscosa representado por la ecuación de Darcy, hay además una fuerza inercial actuando debido a las aceleraciones de las partículas de fluido a través de los espacios porosos. Bajo estas circunstancias, la ecuación de flujo apropiada es la propuesta por Forchheimer⁶³, la cual está expresada como:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu}{k} + \beta \rho v^2 \quad (3.46)$$

En la ecuación anterior, el primer término del lado derecho de la ecuación es el componente Darciano o viscoso, mientras que el segundo es el componente no-darciano o inercial. En este último término, β es el coeficiente de resistencia inercial y como se muestra en el siguiente análisis dimensional, tiene unidades L^{-1} :

$$\frac{\partial p}{\partial r} \left[\frac{ML}{T^2 L^2} \right] \left[\frac{1}{L} \right] = [\beta] \rho \left[\frac{M}{L^3} \right] v^2 \left[\frac{L^2}{T^2} \right]$$

$$\beta = L^{-1}$$

El componente no-darciano en la ecuación (3.46) es despreciable a bajas velocidades de flujo y es generalmente omitido para las ecuaciones de flujo de líquido, aunque en la vecindad del pozo, el efecto de alta velocidad puede ser muy importante también para flujo de líquido multifásico. Sin embargo, para un decremento de presión, la velocidad del gas es al menos, una orden mayor en magnitud que para aceite, debido a la baja viscosidad del gas, y el componente de flujo no-darciano es por lo tanto incluido siempre en las ecuaciones que describen el flujo de gas real a través de medios porosos.

Debido a esto, es necesario utilizar la ecuación de Forchheimer, en lugar de la ecuación de Darcy en la derivación de la ecuación de difusión para flujo de gas real, como se expuso en la sección III.1. Afortunadamente, incluso para gas, el componente de flujo no-darciano en la ecuación (3.46) es significativo únicamente en la región restringida para altos gastos de flujo, cerca del pozo.

Por lo tanto, el flujo no-darciano es convencionalmente incluido en las ecuaciones de flujo como un factor de daño adicional (daño dependiente del gasto), esto es, como una perturbación independiente del tiempo que afecta las soluciones de la ecuación de difusión, de la misma manera que el daño s . La ecuación de Forchheimer fue derivada originalmente para flujo de fluidos en tuberías, donde a altos gastos de flujo, hay una transición del flujo laminar al flujo turbulento. En flujo de fluidos en medios porosos, sin embargo, para casos prácticos en Ingeniería de Yacimientos, el flujo macroscópico es siempre laminar de acuerdo con las ideas clásicas de dinámica de fluidos. Lo que es referido al componente no-laminar, no corresponde con las ideas clásicas de flujo turbulento pero, como se mencionó anteriormente, éste es debido a las aceleraciones y desaceleraciones de las partículas de fluido fluyendo a través de medios porosos.

En el flujo laminar o viscoso, caracterizado por la ecuación de Darcy, la energía cinética de la partícula es reversiblemente intercambiada con la energía de la presión durante el proceso de aceleración y desaceleración.⁴⁴ A la velocidad donde la caída de presión es mayor con respecto a ésta, la energía cinética es irreversiblemente intercambiada. La naturaleza de ésta irreversibilidad puede ser únicamente debido al consumo extra de energía de movimiento del fluido, por ejemplo, un movimiento extra superior al que ocurre en el flujo laminar. Algunos investigadores se refieren a éste fenómeno como efecto cinético y concluyen que el movimiento extra de fluido es causado principalmente por los efectos inerciales en el proceso de desaceleración y muy probablemente, en la ausencia de turbulencia. Este fenómeno ha sido referido por algunos autores como flujo no-darciano. Si se asigna un movimiento extra de fluido como la causa de pérdida extra de presión, entonces el término de "flujo turbulento" es justificado, ya que en el flujo turbulento real en tuberías hay un consumo extra de energía, lo cual es significativo para el Ingeniero. De aquí, muchos investigadores usan el término "flujo turbulento" simplemente para designar una condición de velocidad tal que los incrementos en la caída de presión (para líquidos) o la diferencia de presiones (en términos de P , P^2 y P/p), para gases) es mayor que el incremento en el gasto.

Para determinar experimentalmente β , se mide primero la permeabilidad absoluta de cada una de las muestras de núcleo y después se aplica una serie de incrementos de presión a través de cada muestra, fluyendo aire a través de un extremo del núcleo a varios incrementos de gasto. Conociendo el gasto de flujo y la presión diferencial a través del núcleo, el coeficiente inercial de resistencia puede ser determinado directamente utilizando una forma lineal de la ecuación de Forchheimer (ec. 3.46). Los resultados se presentan como se muestra en la figura 3.4, en la cual β es graficado como una función de la permeabilidad absoluta sobre el rango entero de las muestras de núcleo probadas. Una relación entre β y k es usualmente derivada como:

$$\beta = \frac{\text{constante}}{k^a} \quad (3.47)$$

donde el exponente a es una constante.

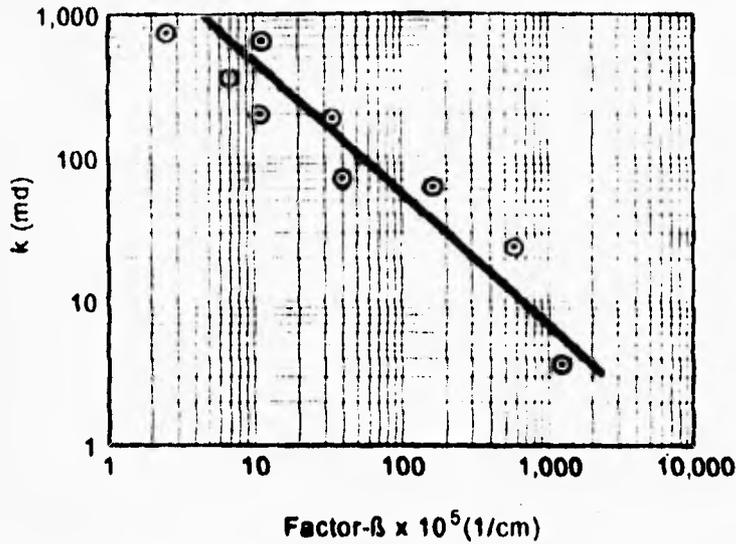


Fig. 3.4 Relación determinada en laboratorio entre el factor- β y la permeabilidad absoluta, k .

Para los resultados experimentales mostrados en la figura 3.4, la relación es:

$$\beta = \frac{2.73 \times 10^{10}}{k^{1.1045}}$$

donde k está en mD y β en pies^{-1} . Teniendo en cuenta que el rango de variación de porosidad en las muestras no es demasiado grande, la variación de β con respecto a ϕ puede ser ignorado en comparación con la variación de β con la permeabilidad absoluta, k .

Debido a que la velocidad del flujo de gas se incrementa en un sistema de flujo radial a medida que el pozo es alcanzado (incluso por gastos de producción constantes), el flujo inercial-turbulento (IT) es más pronunciado cerca del pozo y resulta en una caída de presión adicional, similar al daño, excepto que ésta no es constante, ya que varía directamente con el gasto, por lo tanto, el flujo IT puede ser tratado como un daño adicional dependiente del gasto. $(\Delta P)_{IT} = Dq$, donde D es el coeficiente de flujo no-laminar (1/MSCF/D). Consecuentemente, para flujo de gas en un yacimiento, la caída de presión en el pozo está dada por:

$$\Delta P_D \Big|_w = P_l + s + Dq_{cs} \tag{3.48}$$

de donde el factor de daño aparente, s' está dado por:

$$s' = (\Delta P)_s + (\Delta P)_{IT} + s + Dq_{cs} \quad (3.49)$$

Es importante destacar esto y calcular cada efecto separadamente; aunque $(\Delta P)_s$ puede ser disminuida por estimulación, $(\Delta P)_{IT}$ persistirá, incluso después de la estimulación, ya que depende del gasto.

El coeficiente de flujo IT puede ser determinado realizando una prueba de incremento o decremento de presión con un mínimo de dos gasto de flujo separados; resolviendo simultáneamente un sistema de ecuaciones, es posible calcular el factor de daño s y el coeficiente de flujo IT, D :

$$s'_1 = s + Dq_1$$

$$s'_2 = s + Dq_2$$

En el siguiente capítulo se presenta un ejemplo que ilustra el cálculo del daño, s y del coeficiente de flujo no-laminar, D , mediante una prueba de decremento de dos gastos.

III.4 Análisis de pruebas de decremento de presión

Una prueba de decremento de presión consta en medir la presión de fondo fluyendo continuamente, durante un periodo de flujo a gasto constante. El propósito de la prueba es determinar las características del sistema pozo-yacimiento que afectaran el comportamiento del flujo, tales como la permeabilidad, k , el factor de daño, s , etc.

El análisis de datos de decremento puede realizarse en términos de presión, presión cuadrada y pseudopresión. Aziz⁶⁵ propuso un método para seleccionar alguna de estas tres opciones de análisis de las pruebas de decremento de presión en pozos de gas. El propone una gráfica de valores de $Pp(pr)$ vs. Ppr para varios valores de lpr , figura 3.5 y otra gráfica de $Pp(pr)$ vs. Ppr^2 también para varios valores de lpr , figura 3.6

El proceso de selección para elegir entre p , p^2 y $Pp(p)$ es el siguiente:

- 1) Para el valor conocido de lpr , seleccionar de la figura 3.5 la curva correspondiente $Pp(pr)$ vs. Ppr (curva I), así como de la figura 3.6 la curva $Pp(pr)$ vs. Ppr^2 (curva II).
- 2) Determinar las presiones inicial y final de interés y convertirlas a los valores correspondiente de Ppr .

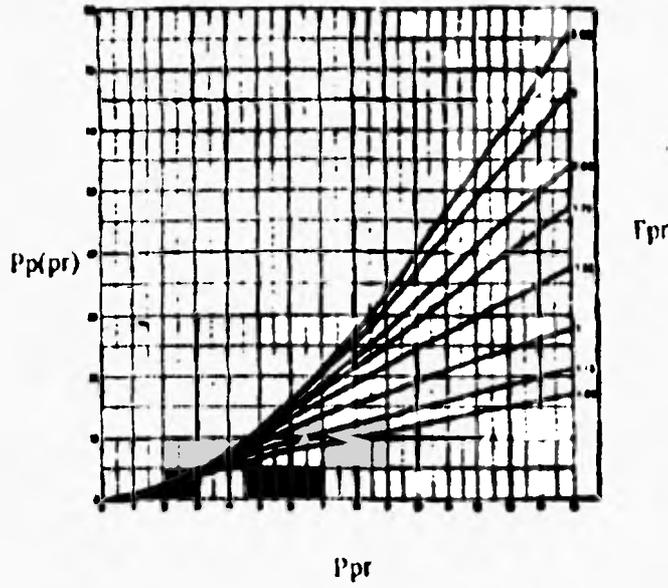


Fig. 3.5 Variación de la pseudopresión pseudorreducida con la presión y temperatura pseudorreducidas⁴⁰

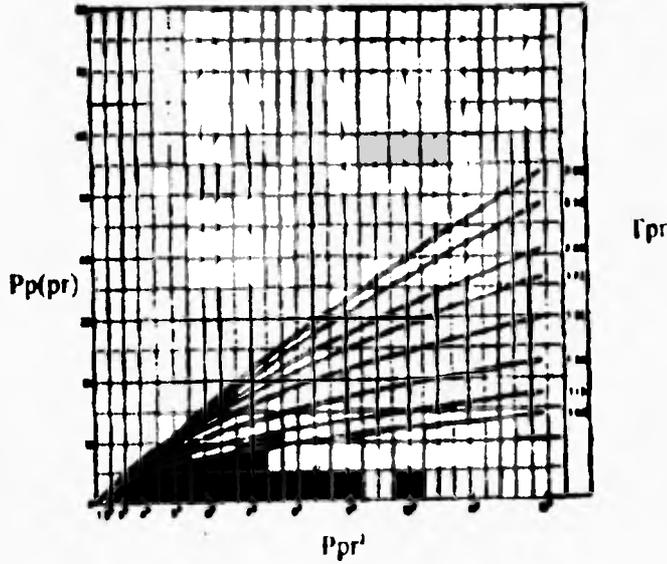


Fig. 3.6 Variación de la pseudopresión pseudorreducida con la presión y temperatura pseudorreducidas⁴⁰

3) Marcar estos valores sobre cada curva, y en éste intervalo, escoger aquella curva que mejor se ajuste a una línea recta.

Si la curva I es escogida, el análisis debe ser realizado en términos de p .

Si la curva II es seleccionada, el análisis debe ser realizado en términos de p^2 .

Si ambas curvas generan líneas rectas aceptables, el análisis puede ser realizado con cualquiera de las dos variables.

Si ninguna de las dos curvas proporciona una buena línea recta en el rango de presiones, entonces se deberá utilizar la función $Pp(p)$.

III.4.1 Comportamiento de la presión

El comportamiento de la presión de fondo fluyendo, P_{wf} , tomando en cuenta las suposiciones a- c de la sección III.1, es esquematizado en la figura 3.7:

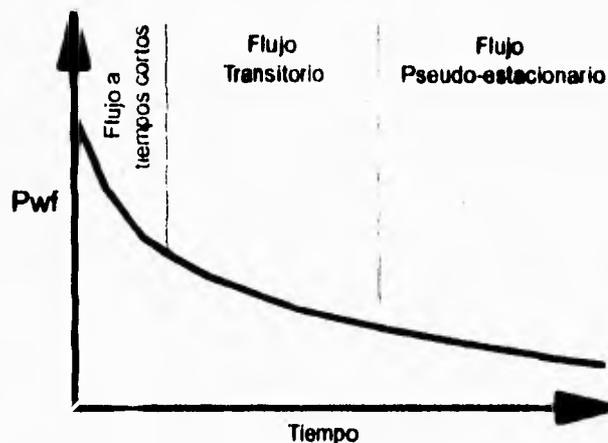


Fig. 3.6 Comportamiento del decremento de presión.

Se puede observar que inicialmente, durante el flujo a tiempos cortos, el efecto que domina el flujo es el almacenamiento del pozo. La porción de la curva bajo flujo transitorio representa la duración del flujo durante el cual los datos de tiempo y presión graficados exhiben una línea recta en coordenadas semilogarítmicas. Durante éste periodo, el yacimiento se comporta como infinito, y los efectos de frontera aún no se han sentido. La última porción de la curva representa la duración de los efectos de frontera sobre el flujo (pseudoeestacionario).

Los datos de producción a tiempos cortos, en particular, están afectados por el almacenamiento del pozo, daño y por el flujo lineal a través de las fracturas (para pozos fracturados). Comúnmente, en el análisis de pruebas, los datos de éste periodo de flujo son ignorados, y el análisis se concentra en los periodos de flujo transitorio y pseudoestacionario.

En el contexto de pruebas de decremento, los datos a tiempos cortos pueden ser analizados para determinar el inicio del periodo de flujo transitorio. La estimación de la capacidad de flujo, kh , y el factor de daño, s , puede ser realizado mediante el técnica de ajuste por curvas tipo, la figura 1.35 desarrollada por Earlouguer y Kersh,¹³ es aplicable para analizar los datos de producción a tiempos cortos. Aunque la ordenada en la curva tipo está dada en términos de P , estas pueden ser modificadas para el caso de P^2 o $Pp(p)$.

Por otra parte, si una prueba de decremento de presión a gasto constante es corrida por suficiente tiempo, los efectos de frontera serán los que dominen el comportamiento de flujo. La presión empieza a declinar al mismo gasto en cualquier punto el yacimiento, de aquí el nombre de régimen de flujo pseudoestacionario.

Una gráfica de P_{wf} vs t en coordenadas cartesianas dará una línea recta, de la cual el volumen poroso del yacimiento ocupado por gas y el límite del yacimiento puede ser calculado.

III.4.2 Análisis en términos de P .

(a) Flujo transitorio

Los datos obtenidos de un prueba de decremento deben ser obtenidos, siempre que sea posible, dentro del periodo de flujo transitorio ya que los parámetros obtenidos en ésta etapa son más confiables que aquellos obtenidos a tiempos cortos, debido a que estos últimos están afectados por el almacenamiento y daño del pozo, como ya se mencionó.

Para flujo transitorio, las ecuaciones 3.48 y 3.49 pueden ser combinadas para obtener

$$\Delta P_D|_w = Pt + s' \quad (3.50)$$

a su vez, Pt está dado por la ecuación (1.28), la cual, sustituida en la ecuación anterior resulta:

$$\Delta P_D|_w = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907) + s' \quad (3.51)$$

Sustituyendo los términos adimensionales de la tabla 3.1 y 3.2, correspondientes a P para flujo radial (en unidades de campo), obtenemos:

$$P_i - P_{wf} = \frac{P_i \gamma z T q_{cs} \bar{\mu}}{2 P kh} \left[\ln \left(\frac{\lambda k t}{\phi \mu C_i r_w^2} \right) + 0.80907 + 2 s' \right]$$

sustituyendo valores y reorganizando términos, obtenemos la ecuación para el análisis de pruebas de presión en pozos de gas, dada por la expresión:

$$P_i - P_{wf} = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z T}{2 P kh} \left[\log t + \log \left(\frac{k}{\phi \mu C_i r_w^2} \right) - 3.2275 + 0.869 s' \right] \quad (3.52)$$

Las variables μ , z y C_i son evaluadas a una presión promedio aritmética⁵⁵, o a una presión promedio dada por la siguiente ecuación:⁵⁶

$$\bar{P} = \sqrt{\frac{1}{2} (P_i^2 + P_{wf}^2)}$$

Una gráfica de P_{wf} vs $\log t$ dará una línea recta de pendiente m , por lo tanto:

$$kh = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z T}{2 P m} \quad (3.53)$$

Obteniendo el valor de P_{wf} a $t = 1$ hr, de la línea recta extrapolada, y sustituyendo estos valores en la ecuación (3.52), se obtiene la expresión para calcular el factor de daño aparente, s' :

$$s' = s + Dq_{cs} = 1.15 \left[\frac{P_{wf(1hr)} - P_{i(t=0)}}{-m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu C_i r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad (3.54)$$

La caída de presión debida al daño puede ser estimada mediante la expresión:

$$(\Delta P)_s = 0.869 m s$$

por otra parte, la caída de presión debida al flujo no-laminar se obtiene mediante:

$$(\Delta P)_{JF} = 0.869 m Dq_{cs}$$

por lo tanto, la caída de presión total estará dada por la ecuación:

$$(\Delta P)_s = 0.869 m (s+1)q_{cs} = 0.869 ms' \quad (3.55)$$

Finalmente, la eficiencia de flujo (EF) puede ser determinada mediante la ecuación:

$$EF = \frac{P_{i(t=0)} - P_{wf} - (\Delta P)_s}{P_{i(t=0)} - P_{wf}} \quad (3.56)$$

(b) Flujo pseudoestacionario

Para flujo en régimen estacionario, P_i puede ser expresado por la ecuación (1.30), la cual sustituida en la ecuación (3.52) resulta:

$$\Delta P_D \Big|_w = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} + s' \quad (3.57)$$

donde: $r_{eD} = r_e / r_w$, radio adimensional

Sustituyendo los términos adimensionales dados en la tabla 3.1, en la ecuación anterior y resolviendo obtenemos:

$$P_i - P_{wf} = \frac{2\lambda\gamma q_{cs} \bar{z}T'}{\phi r_e^2 h C_i P} + \frac{\gamma q_{cs} \bar{\mu} \bar{z}T'}{Pkh} \left[\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} + s' \right]$$

Introduciendo el valor de la constante π en el numerador y denominador del primer término del segundo miembro de la ecuación, a fin de que $\pi\phi r_e h$ represente el volumen de poros ocupado por gas, y sustituyendo los valores de las variables dados en la tabla 3.2, obtenemos la ecuación para pruebas de decremento en pozos de gas en régimen de flujo pseudoestacionario en términos de P , expresada por:

$$P_i - P_{wf} = \frac{1.178 q_{cs} \bar{z}T'}{Vp C_i P} t + 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} \bar{z}T'}{Pkh} \left[\log \left(\frac{0.472 r_e}{r_w} \right) + 0.434 s' \right] \quad (3.58)$$

Una gráfica de P_{wf} vs. t en coordenadas cartesianas mostrará una línea recta de pendiente m'' ; finalmente, el volumen de poros ocupado por gas se obtiene de la siguiente ecuación:

$$Vp = \pi\phi r_e^2 h = \frac{1.178 q_{cs} \bar{z}T'}{C_i P m''} \quad (3.59)$$

III.4.3 Análisis en términos de presión cuadrada, P^2

(a) Flujo transitorio

Este caso es semejante al anterior; partiendo de la ecuación (3.51) y sustituyendo los valores correspondientes a P^2 (en unidades de campo), se obtiene la ecuación para el análisis en términos de presión cuadrada:

$$P_i^2 - P_{wf}^2 = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z' l'}{kh} \left[\log t + \log \left(\frac{k}{\phi \mu C_i r_w^2} \right) - 3.2275 + 0.869 s' \right] \quad (3.60)$$

En este caso, una gráfica de P_{wf}^2 vs. $\log t$ dará una línea recta de pendiente m , y el producto kh podrá ser calculado de la ecuación:

$$kh = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z' l'}{m} \quad (3.61)$$

El factor de daño aparente puede ser calculado mediante la ecuación:

$$s' = s + 1) q_{cs} = 1.151 \left[\frac{P_{wf}^2(t_{hr}) - P_{i(t=0)}^2}{-m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu C_i r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad (3.62)$$

Así mismo, la caída de presión por daño se obtiene de la ecuación:

$$(\Delta P^2)_d = 0.869 ms \quad (3.63)$$

y la eficiencia de flujo mediante:

$$F.F. = \frac{P_{i(t=0)}^2 - P_{wf}^2 - (\Delta P^2)_d}{P_{i(t=0)}^2 - P_{wf}^2} \quad (3.64)$$

(b) Flujo pseudoestacionario

La ecuación de análisis para éste periodo de flujo se obtiene de manera similar que el caso anterior, por lo tanto en términos de P^2 se tiene:

$$P_i^2 - P_{wf}^2 = \frac{2.356 q_{cs} \bar{\mu} z' l'}{V p C_i} t + 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z' l'}{kh} \left[\log \left(\frac{0.472 r_e}{r_w} \right) + 0.434 \right] \quad (3.65)$$

Así mismo, una gráfica de P_{wf}^2 vs. t en coordenadas cartesianas mostrará una línea recta de pendiente m'' , por lo tanto:

$$Vp = 2.356 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z' l'}{C_1 m''} \quad (3.66)$$

III.4.4 Análisis en términos de $Pp(p)$

En ésta sección se considerarán pruebas de decremento de presión a gasto múltiple, además de pruebas a un sólo gasto considerando la aplicabilidad de la pseudopresión del gas real, $Pp(p)$, a estos casos, sin embargo las ecuaciones vistas anteriormente son aplicables a pruebas de gasto múltiple.

(a) Flujo transitorio

Pruebas de un solo gasto

Los datos obtenidos de la prueba pueden ser analizados de manera análoga a los casos anteriores; de éste modo, la ecuación para el análisis de pruebas de decremento de presión en pozos de gas en términos de la pseudopresión del gas real, $Pp(p)$ está dada por:

$$Pp(p_i) - Pp(p_{wf}) = 1637 \frac{q_{cs} T'}{kh} \left[\log t + \log \left(\frac{k}{\phi \mu_i C_1 r_w^2} \right) - 3.2275 + 0.869 s' \right] \quad (3.67)$$

Se puede observar que en la ecuación anterior no aparecen las variables μ ni z , como en los casos anteriores. Por otra parte, las variables μ_i y C_1 , están evaluadas a condiciones iniciales de producción, lo que hace el análisis de la prueba más fácil y eficiente mediante la utilización de la función $Pp(p)$.

Una gráfica de $Pp(p_{wf})$ vs $\log t$ mostrará una línea recta de pendiente m , por lo tanto:

$$kh = 1637 \frac{q_{cs} T'}{m} \quad (3.68)$$

El factor de daño aparente puede ser calculado con la ecuación:

$$s' = s + Dq_{cs} = 1.15 \left[\frac{Pp(p_{wf(t=1)}) - Pp(p_{i=0})}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu_i C_1 r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad (3.69)$$

La caída de presión total está dada por la ecuación:

$$\Delta Pp(p)_s = 0.869 m (s + Dq_{cs}) = 0.869 ms' \quad (3.70)$$

La eficiencia de flujo, EF, puede ser determinada mediante la expresión:

$$EF = \frac{Pp(p_{i,t=0}) - Pp(p_{wf}) - \Delta Pp(p)_s}{Pp(p_{i,t=0}) - Pp(p_{wf})} \quad (3.71)$$

Pruebas de gasto múltiple

Una prueba de gasto múltiple consiste de una secuencia de diferentes gastos de flujo constantes, sin ningún periodo de cierre intermedio. Una prueba de dos gastos es la forma más simple de una prueba de gasto múltiple. Esta consiste en un pozo fluyendo a gasto constante q_1 , por un periodo de tiempo t_1 , después es cambiado a un gasto q_2 . Antes de que el gasto se cambie, el medidor de presión es bajado dentro del pozo para grabar la presión de fondo fluyendo. Es importante hacer notar que la duración del primer tiempo de flujo, t_1 , debe ser lo suficientemente largo para asegurar que se está en régimen de flujo transitorio.

El comportamiento de la presión de una prueba de dos gastos es ilustrada en la figura 3.8. El análisis de dichas pruebas permitirá obtener kh , s y D , si la presión inicial P_i , se tiene disponible, de lo contrario, se obtendrá kh , s' y P_i .

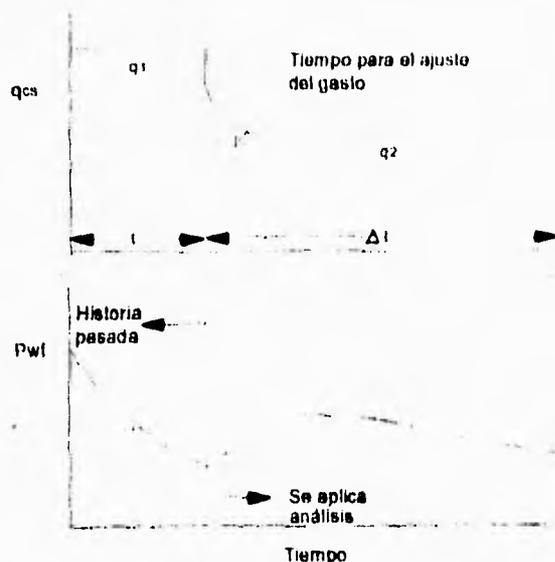


Fig. 3.8 Comportamiento de la presión y del gasto para una prueba de dos gastos

Durante el primer periodo de flujo, el decremento de pseudopresión en el pozo está dado por la ecuación (3.67), en donde, q_{es} y s' son sustituidos por q_1 y s'_1 respectivamente. Por otra parte, durante el segundo periodo de flujo, el decremento de pseudopresión en el pozo está dado por la suma del decremento debido al efecto continuo del primer gasto y del decremento debido al efecto superpuesto del cambio en el gasto. El principio de superposición en tiempo, puede ser aplicado para dar, a cualquier tiempo durante el segundo periodo de flujo, la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 Pp(p_i) - Pp(p_{wf}) = & 1637 \frac{q_1 T}{kh} \left[\log(t_1 + t_2) + \log\left(\frac{k}{\phi \mu_i C' r_w^2}\right) - 3.2275 \right] \\
 & + 1637 \frac{(q_2 - q_1) T}{kh} \left[\log t_2 + \log\left(\frac{k}{\phi \mu_i C' r_w^2}\right) - 3.2275 \right] \\
 & + 1637 \frac{q_2 T}{kh} [0.869 s'_2]
 \end{aligned}$$

para finalmente obtener la ecuación en términos de pseudopresión para una prueba de dos gastos:

$$\begin{aligned}
 Pp(p_i) - Pp(p_{wf}) = & 1637 \frac{q_1 T}{kh} \left[\log\left(\frac{t_1 + t_2}{t_2}\right) + \frac{q_2}{q_1} \log t_2 \right] \\
 & + 1637 \frac{q_2 T}{kh} \left[\log\left(\frac{k}{\phi \mu_i C' r_w^2}\right) - 3.2275 + 0.869 s'_2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.72}$$

Una gráfica de $Pp(p_{wf})$ vs. $\log(t_1 + t_2 / t_2) + q_2/q_1 \log t_2$ resultará una línea recta de pendiente m , por lo tanto:

$$kh = 1637 \frac{q_1 T}{m} \tag{3.73}$$

El factor de daño aparente asociado al primer gasto de la prueba q_1 , puede ser calculado mediante la ecuación:

$$s'_1 = 1.15 \left[\frac{Pp(p_{wf0}) - Pp(p_{i=0})}{m} - \log\left(\frac{k t_1}{\phi \mu_i C' r_w^2}\right) - 3.2275 \right]$$

El factor de daño aparente asociado al segundo gasto de la prueba, q_2 , se obtiene de la ecuación:

$$s'_2 = \frac{q_1}{q_2} s'_1 - \frac{Pp(p_{wf0}) - Pp(p_{wf1hr})q_1}{0.869mq_2} + \frac{(q_1 - q_2)}{0.869mq_2} \left[\log \left(\frac{k}{\phi \mu_i C_t r_w^2} \right) - 3.2275 \right]$$

donde: $Pp(p_{i(t=0)})$ = Pseudopresión inicial al tiempo de cierre, psi^2/cp ; la cual en general es igual a la presión inicial del yacimiento, P_i
 $Pp(p_{wf(t)})$ = Pseudopresión de fondo fluyendo al tiempo de cambio del gasto q_1 al gasto q_2 , psi^2/cp
 $Pp(p_{wf1hr})$ = Pseudopresión de fondo fluyendo a $t = 1\text{hr}$

El factor de daño s , y el coeficiente de flujo inercial turbulento D , pueden ser determinados con los valores s'_1 y s'_2 anteriores.

(b) Flujo pseudoestacionario

Existen varios análisis de pruebas de presión que utilizan datos del flujo en régimen pseudoestacionario, una de estas es la llamada *prueba límite del yacimiento*. Si una prueba de decremento de un solo gasto se continúa por un tiempo suficientemente largo, una desviación de la línea recta semilog será observada, sin embargo, éste deberá continuarse hasta que sea evidente que ésta desviación no se convierta en otra línea recta semilog, la cual indicaría una falla y no el límite del yacimiento. La frontera del yacimiento es alcanzada cuando en una gráfica de $Pp(p_{wf})$ vs t en coordenadas cartesianas da una línea recta cuya pendiente es función del gasto y del tamaño del yacimiento.

Durante el régimen de flujo pseudoestacionario, la pseudopresión en el pozo está dada por la ecuación:

$$Pp(p_i) - Pp(p_{wf}) = \frac{2.356q_{cs}T}{\pi\phi\mu_i C_t r_e^2 h} + 3275 \frac{q_{cs}T}{kh} \left[\log \left(\frac{0.472r_e}{r_w} \right) + \frac{s'}{2.303} \right] \quad (3.74)$$

Una gráfica de $Pp(p_{wf})$ vs t en coordenadas cartesianas dará una línea recta de pendiente m'' , de donde:

$$Vp = \frac{2.356q_{cs}T}{\mu_i C_t m''}$$

donde Vp = Volumen de gas en el yacimiento (MMscf)

$$\therefore Vp \times 10^6 = \pi\phi h r_e^2$$

Ya que el producto ϕh puede ser estimado de registros, r_e puede ser calculado.

III.5 Análisis de pruebas de incremento de presión

Operacionalmente las pruebas de incremento de presión son las más simples de todas las pruebas. Estas consisten en el cierre del pozo que está siendo probado y subsecuentemente el monitoreo del incremento de la presión en la cabeza o en el fondo del pozo.

Para analizar pruebas de incremento de presión en pozos de aceite se gráfica P_{ws} vs $\log (tp + \Delta t / \Delta t)$ usando la gráfica de Horner, P_{ws} vs. Δt utilizando el método MDH y $\log \Delta p$ vs $\log \Delta t$ utilizando una gráfica doble-log, para ajuste por curvas tipo. Para analizar pruebas de incremento de presión en pozos de gas, las ordenadas de las gráficas anteriormente mencionadas pueden ser convertidas a P_{ws} , P_{ws}^2 o $Pp(p)$. Ahora, cuando se debe utilizar cierto valor de presión? La regla de "dedo" es:

- (1) Usar P_{ws} si la presión del yacimiento es menor que 2000 psi
- (2) Usar P_{ws}^2 si la presión del yacimiento es mayor que 3500 psi
- (3) Usar $Pp(p_{wy})$ si la opción (1) y (2) no son válidas.

El análisis de pruebas con las ecuaciones erróneas para el rango de presiones puede generar significantes errores. Wattenbarger y Ramey⁵⁷ propusieron una gráfica del producto $\mu_g Z$ vs P_{ws} , como se muestra en la figura 3.9.

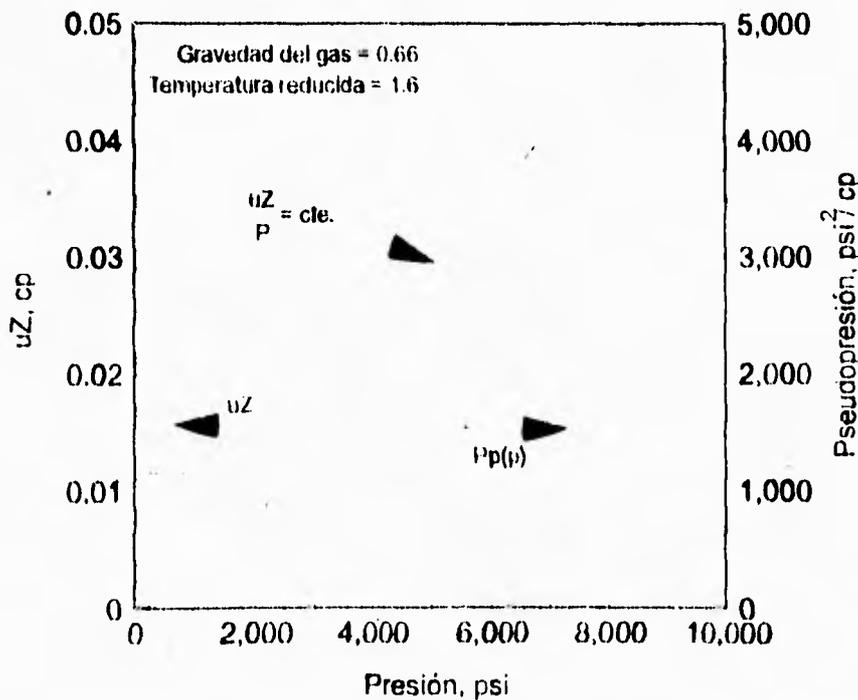


Fig. 3.8 Variación de $Pp(p)$ y uZ con respecto a la presión.⁵⁷

- (1) Si la variación del producto $\mu_g Z$ con la presión es pequeña, utilizar P_{ws}^2
- (2) Si la variación del producto $\mu_g Z$ con la presión es lineal, utilizar P_{ws}
- (3) Si ninguna de las dos opciones anteriores es aplicable, entonces utilizar $P_p(p_{ws})$.

Una prueba de incremento de presión siempre está precedida por una de decremento, y por lo tanto, los datos de la prueba de incremento de presión están afectados directamente por éste decremento. Idealmente, el decremento empieza a partir de una condición estabilizada del yacimiento, representada generalmente por la presión inicial del yacimiento, P_i . Al tiempo t , el pozo es cerrado y el incremento de presión continua por un tiempo Δt .

III.5.1 Comportamiento de la presión

El comportamiento de la presión en una prueba de incremento de presión está representada por la figura 3.10.

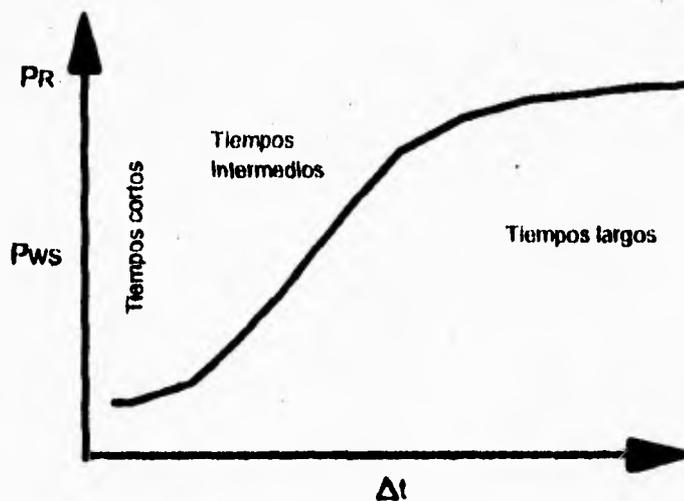


Fig. 3.9 Comportamiento del incremento de presión.

La porción de la gráfica correspondientes a tiempos cortos, refleja el almacenamiento del pozo y los efectos del daño aparente. Como se menciono en la sección anterior, estos datos son comúnmente ignorados para el analisis.

Los datos que caen sobre la región media, constituyen la parte más importante de las pruebas de incremento. Las gráficas de Horner y MDH utilizan estos datos para obtener la línea recta semilogarítmica, de donde el producto kh es determinado.

Los datos correspondientes a tiempos tardíos, son marcados por la desviación de la línea recta semilog de la región media. la desviación refleja los efectos de frontera. Si el periodo de cierre es lo suficientemente largo, la presión final alcanzada será la presión estabilizada de cierre.

III.5.2 Análisis en términos de P

(a) Yacimientos infinitos

Durante el periodo de decremento, la presión de fondo fluyendo, P_{wf} está dada por la ecuación 3.52 (sección III.4.2); si el pozo es cerrado al tiempo t_p , y se permite un incremento de presión por un tiempo Δt , el efecto de cierre puede ser obtenido por la superposición de dos efectos. Durante el periodo de cierre, la presión estática del yacimiento está dada por la suma del efecto continuo del gasto de decremento, q_{cs} , y el efecto superpuesto del cambio en el gasto ($0 - q_{cs}$), y está representado por:

$$P_i - P_{ws} = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z' T'}{2Pkh} \left[\log(tp + \Delta t) + \log\left(\frac{k}{\phi \mu C' r_w^2}\right) - 3.2275 \right] + 1637 \frac{(0 - q_{cs}) \bar{\mu} z' T'}{2Pkh} \left[\log \Delta t + \log\left(\frac{k}{\phi \mu C' r_w^2}\right) - 3.2275 \right] \quad (3.75)$$

El primer término del segundo miembro de la ecuación anterior representa el efecto debido al decremento a un gasto, q_{cs} , para un tiempo $(t_p + \Delta t)$. El segundo término es el efecto del cambio en el gasto de q_{cs} a 0 para un tiempo Δt . Combinando estos términos y simplificando la ecuación se obtiene:

$$P_i - P_{ws} = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z' T'}{2Pkh} \log\left(\frac{tp + \Delta t}{\Delta t}\right) \quad (3.76)$$

De lo anterior, una gráfica de P_{ws} vs. $\log(tp + \Delta t / \Delta t)$ en coordenadas semilogarítmicas (gráfica de Horner) mostrará una línea recta de pendiente m , de donde:

$$kh = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z' T'}{2Pm} \quad (3.77)$$

Una gráfica típica de incremento de presión se muestra en la figura 3.11a. Comúnmente, se utiliza una gráfica como la mostrada en la figura 3.11b, en la cual el eje del tiempo incrementa de izquierda a derecha.

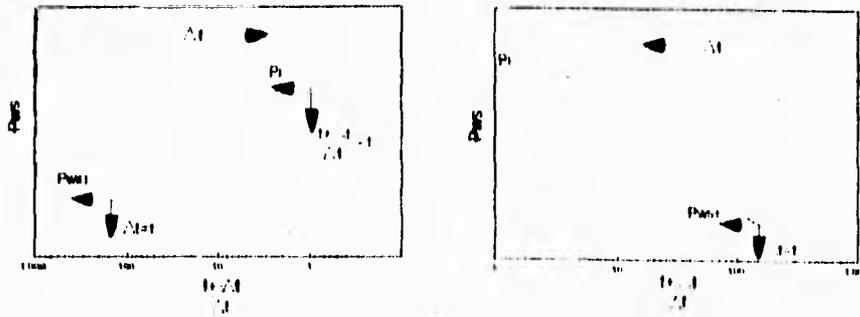


Fig. 3.11 Gráfica semilog de incremento de presión en un yacimiento infinito.

Definiendo P_{wfo} como la presión justo antes del cierre, la ecuación 3.52 (sección III.4.2) puede escribirse como:

$$P_i - P_{wfo} = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z T'}{r' k h} \left[\log t + \log \left(\frac{k}{\phi \mu C' r_w^2} \right) - 3.2275 + 0.869 s' \right] \quad (3.78)$$

restando la ecuación 3.77 de la ecuación anterior se obtiene:

$$P_{ws} - P_{wfo} = m \left[\log \frac{tp + \Delta t}{\Delta t} + \log \left(\frac{k}{\phi \mu C' r_w^2} \right) - 3.2275 + 0.869 s' \right] \quad (3.79)$$

Definiendo P_{ws1hr} como la presión al tiempo $\Delta t = 1$ hora, y suponiendo que $(tp + \Delta t / \Delta t) \approx 1$, la ecuación (3.79) puede ser simplificada a:

$$s' = s + Dq_{cs} = 1.15 \left[\frac{P_{ws1hr} - P_{wfo}}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu C' r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad (3.80)$$

El valor de P_{ws1hr} debe ser obtenido de la línea recta extrapolada de la gráfica de Horner. De la ecuación anterior se puede obtener el factor de daño aparente. No hay manera de separar s' en sus componentes s y Dq en una prueba de incremento a un solo gasto; para determinar estos parámetros es necesario otra prueba de incremento de presión a un gasto diferente y posteriormente resolver simultáneamente un sistema de ecuaciones, como se indicó anteriormente.

(b) Yacimientos limitados

Cuando los efectos de frontera son significantes, la ecuación (3.76) ya no es aplicable. La ecuación para pruebas de incremento en pozos de gas para $t_p \gg \Delta t$ está dada por la ecuación:

$$P_i - P_{ws} = 1637 \frac{q_{sc} \bar{\mu} z'}{2Pkh} \left[\log \frac{tp + \Delta t}{\Delta t} + \frac{4\pi t_{DA}}{2.303} - \frac{F}{2.303} \right] \quad (3.81)$$

en donde: $t_{DA} = \frac{2.637 \times 10^{-4} k tp}{\phi \mu c_v A}$, tiempo adimensional, basado en el área de drenaje A .

F = Función de la presión adimensional para $tp \gg \Delta t$, $F|_t \approx 0$,
 $\therefore F|_{tp+\Delta t} \approx F|_t$

F fue evaluada para varias geometrias rectangulares y localizaciones de pozos⁶⁰. Los valores de F se muestran en la tabla 3.7.

La ecuación (3.81), la cual aplica para pequeños valores de Δt , muestra que una gráfica de P_{ws} vs. $\log (tp + \Delta t / \Delta t)$ proporcionará una línea recta de pendiente m . Sin embargo, a diferencia del yacimiento infinito, la extrapolación a $(tp + \Delta t / \Delta t) = 1$ no resulta en un valor de P_i . El valor extrapolado es llamado entonces presión falsa o presión estrella, P^* . En la figura 3.12 se muestra una gráfica típica para un incremento de presión en yacimientos limitados.

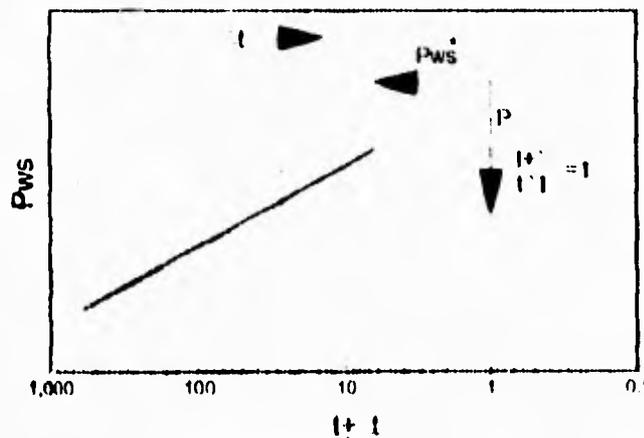


Fig. 3.12 Gráfica semilog de incremento de presión en un yacimiento limitado

Presión promedio del yacimiento

La presión promedio de un yacimiento limitado puede ser calculada utilizando valores de presión P^* obtenida de la gráfica de Horner:

$$P_i - P^* = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z T'}{2Pkh} \left[\frac{4\pi t_{DM}}{2.303} - \frac{F'}{2.303} \right] \quad (3.82)$$

En un yacimiento infinito, P_R es igual a la presión inicial del yacimiento, P_i . Para un pozo en un yacimiento limitado, P_R es la presión media del yacimiento, y está relacionada a la presión inicial de la formación por un balance de materia de la siguiente manera:

$$P_i - \bar{P}_R = 2.637 \times 10^{-4} \frac{q_{cs} \bar{\mu} z T'}{2Pkh} \left(\frac{4\pi t_{DM}}{2.303} \right) \quad (3.83)$$

restando la ecuación (3.82) de la ecuación anterior resulta:

$$P^* - \bar{P}_R = m \frac{F'}{2.303}$$

ó

$$\bar{P}_R = P^* - m \frac{F'}{2.303} \quad (3.84)$$

La ecuación anterior puede ser utilizada para calcular la presión promedio de un yacimiento limitado.

Método Miller-Dyes-Hutchinson, MDH

Un método alternativo para el análisis de pruebas de incremento de presión es el método MDH. Cuando el periodo de decremento, anterior al incremento, es muy largo y se extiende hasta el régimen de flujo pseudoestacionario, éste método podrá ser utilizado, el cual propone realizar una gráfica de P_{ws} vs. $\log \Delta t$ cuyo resultado será una línea recta seguida por una desviación debida a los datos de presión a tiempos largos. La pendiente de ésta línea es m , la misma que para la gráfica de Horner.

La ecuación (3.76) puede ser expresada para tiempos de cierre pequeños en comparación con el tiempo de producción, es decir, $t_p \gg \Delta t$:

$$P_i - P_{ws} = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z T'}{2Pkh} [\log t - \log \Delta t] \quad (3.85)$$

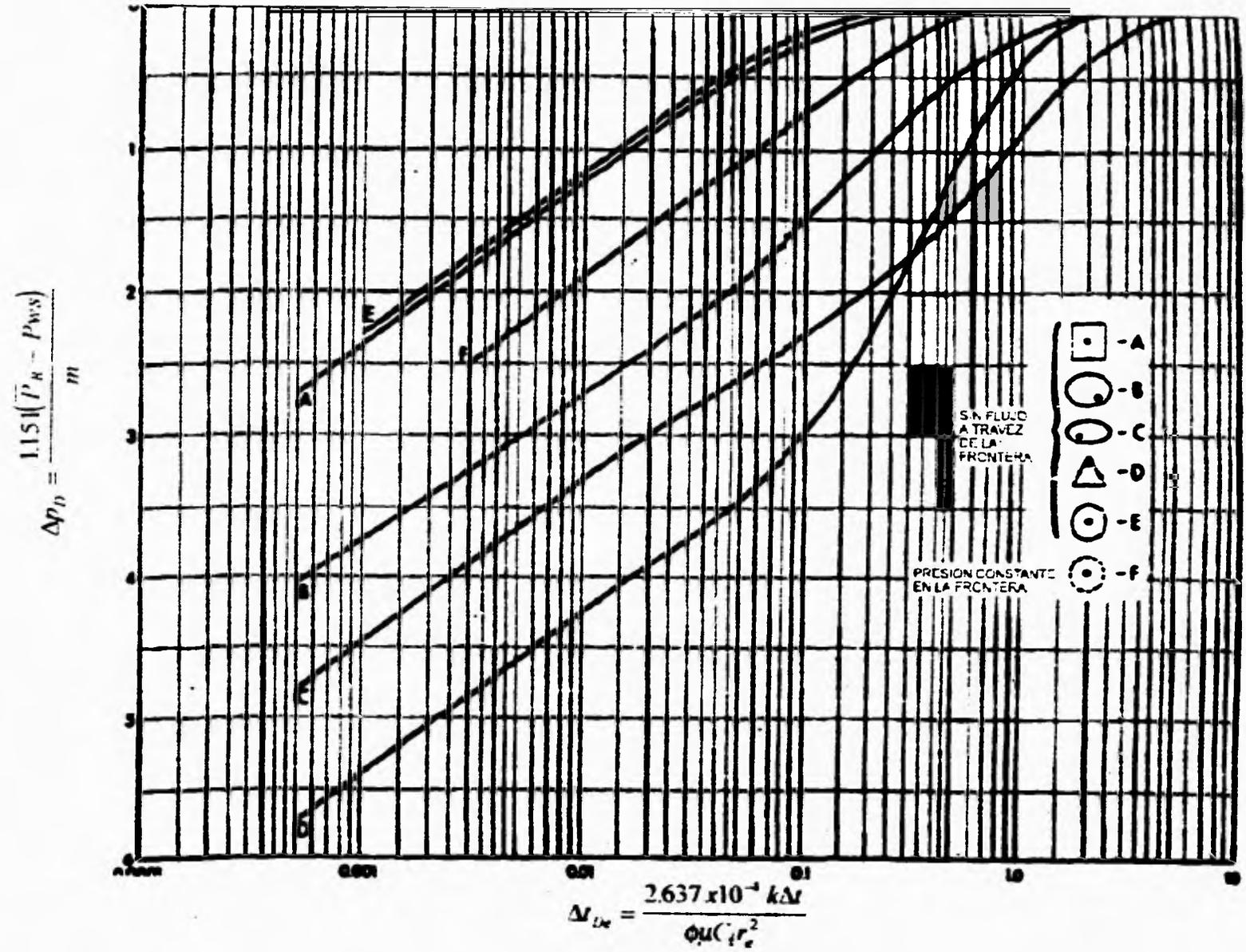


Fig. 1.13 Presiones adimensionales MDH

De aquí, una gráfica de P_{ws} vs. Δt en coordenadas semilogarítmicas resultará una línea recta de pendiente m , de donde el producto kh puede ser obtenido. El factor de daño se calcula con la ecuación (3.80).

Para obtener la presión promedio del yacimiento, \bar{P}_R , se calcula el valor de t_{1D} a cualquier tiempo de cierre Δt mediante la ecuación:

$$\Delta t_{1D} = \frac{2.637 \times 10^{-4} k \Delta t}{\phi \mu c_r r_w^2} \quad (3.86)$$

donde: $r_e^2 = A/\pi$, para geometrías no-circulares

Por lo tanto, la presión promedio del yacimiento es calculada con la ecuación:

$$\bar{P}_R = P_{ws} + \frac{m}{1.151} \Delta P_D \quad (3.87)$$

donde: ΔP_D es obtenido de la figura 3.13 seleccionando la curva correspondiente a partir del valor de Δt_{1D} calculado con la ecuación (3.86)
 m = pendiente de la porción de línea recta de la gráfica MDH

III.5.3 Análisis en términos de P^2

La derivación de las ecuaciones correspondientes al análisis de pruebas de incremento de presión es semejante al caso anterior, sustituyéndose las variables y coeficientes correspondientes a P^2 , así como para $Pp(p)$, vista más adelante.

(a) Yacimientos infinitos

La ecuación de incremento para el análisis de pruebas, en unidades de campo está dada por:

$$P_i^2 - P_{ws}^2 = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} \bar{z} T}{kh} \log \left(\frac{tp + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad (3.88)$$

Una gráfica de P_{ws}^2 vs. $\log (tp + \Delta t / \Delta t)$ resultará una línea recta de pendiente m , por lo tanto, las siguientes ecuaciones pueden ser utilizadas para calcular las propiedades del yacimiento:

La capacidad de flujo del pozo:

$$kh = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z T}{m} \quad (3.89)$$

de donde la permeabilidad del yacimiento puede ser estimada. Por otra parte, el factor de daño aparente se estima mediante la ecuación:

$$s' = s + Dq_{cs} = \left[\frac{P_{ws}^2 - P_{wf0}^2}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu C_r r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad (3.90)$$

La caída de presión debida al daño, se obtiene mediante:

$$(\Delta P)_{s'}^2 = 0.869 ms' \quad (3.91)$$

Finalmente, la eficiencia de flujo se obtiene de:

$$F/F' = \frac{J_{real}}{J_{ideal}} = \frac{P^{*2} - P_{wf0}^2 - (\Delta P)_{s'}^2}{P^{*2} - P_{wf0}^2} \quad (3.92)$$

donde P^* es la presión falsa o estrella, obtenida de la porción de línea recta de la gráfica de Horner cuando $(p + \Delta t / \Delta t) = 1$.

(b) Yacimientos limitados

La ecuación de incremento de presión en yacimientos limitados está dada por:

$$P_i^2 - P_{ws}^2 = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} z T}{kh} \left[\log \frac{tp + \Delta t}{\Delta t} + \frac{4\pi t_{DA}}{2.303} - \frac{F'}{2.303} \right] \quad (3.93)$$

donde: t_{DA} = tiempo adimensional basado en el área de drene, dado anteriormente
 F' = Función de la presión adimensional (MBH), tabla 3.7.

La ecuación para obtener la presión promedio del yacimiento está dada por:

$$\bar{P}_R^2 = P^{*2} - m \frac{F'}{2.303} \quad (3.94)$$

Método MDH

La ecuación para determinar la presión promedio del yacimiento mediante este método es:

$$\bar{p}_R^2 = p_{ws}^2 + \frac{m}{1.151} \Delta p_D \quad (3.95)$$

donde: m = pendiente de la porción de línea recta, gráfica MDH
 Δp_D = de la gráfica 3.13, de acuerdo a la curva seleccionada y el valor de Δt_{De} calculado (ec. 3.86).

III.5.4 Análisis en términos de $Pp(p)$

(a) Yacimientos infinitos

La ecuación de incremento para el análisis de pruebas de presión en pozos de gas en yacimientos infinitos en términos de $Pp(p)$ es:

$$Pp(p_i) - Pp(p_{ws}) = 1637 \frac{q_{cs} T}{kh} \left[\log \frac{(p + \Delta t)}{\Delta t} \right] \quad (3.96)$$

Una gráfica de $Pp(p_{ws})$ vs $\log (p + \Delta t / \Delta t)$ muestra una línea recta de pendiente m , por lo tanto, las ecuaciones para determinar las propiedades del yacimiento son:

La capacidad de flujo del pozo:

$$kh = 1637 \frac{q_{cs} T}{m} \quad (3.97)$$

de donde se puede obtener la permeabilidad del yacimiento. El factor de daño aparente se obtiene mediante la ecuación:

$$s' = s + Dq_{cs} = 1.15 \left[\frac{Pp(p_{ws1hr}) - Pp(p_{wf0})}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu_i c_{ii} r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad (3.98)$$

La caída de presión debida al daño:

$$\Delta Pp(p)_s = 0.869 ms' \quad (3.99)$$

Finalmente, la eficiencia de flujo se obtiene de la ecuación:

$$EF = \frac{Pp(p^*) - Pp(p_{wf0}) - \Delta Pp(p)}{Pp(p^*) - Pp(p_{wf0})} \quad (3.100)$$

(b) Yacimientos limitados

La ecuación de incremento de presión para yacimientos limitados en términos de $Pp(p)$ está dada por:

$$Pp(p_i) - Pp(p_{ws}) = 1637 \frac{q_{cs} T'}{kh} \left[\log \frac{tp + \Delta t}{\Delta t} + \frac{4\pi t_{DA}}{2.303} - \frac{F'}{2.303} \right] \quad (3.101)$$

donde: t_{DA} = tiempo adimensional basado en el área de drene, dado anteriormente.
 Es importante recalcar, que en éste caso, las variables μ y C' deben ser evaluadas a condiciones iniciales de producción.
 F' = Función de la presión adimensional (MBH), tabla 3.7

La presión promedio del yacimiento puede ser estimada mediante la ecuación:

$$Pp(\bar{p}_R) = Pp(p^*) - m \frac{F'}{2.303} \quad (3.102)$$

Método MDH

Para determinar la presión promedio del yacimiento se utiliza la ecuación:

$$Pp(\bar{p}) = Pp(p_{ws}) + \frac{m}{1.151} \Delta P'_{D'} \quad (3.103)$$

donde: m = pendiente de la línea recta, gráfica MDH
 $\Delta P'_{D'}$ = de la figura 3.13, de acuerdo a la curva seleccionada y del valor de Δt_{10} obtenido (ec 3.86). En éste caso, las variables μ y C' deben ser evaluadas también a condiciones iniciales de producción.

Análogamente al caso de las pruebas de decremento de presión, la utilización de la pseudopresión del gas real, $Pp(p)$, evita la necesidad de calcular las propiedades del gas a condiciones promedio, lo que facilita el análisis de pruebas de incremento de presión, además de proporcionar resultados más confiables de los parámetros del sistema pozo-yacimiento.

III.6 Pseudotiempo para pruebas de incremento

La ecuación que describe el flujo de fluidos ligeramente compresibles puede ser fácilmente linealizada ignorando los términos que envuelven gradientes de presión cuadrados, la cual ha sido resuelta analíticamente para diferentes condiciones de frontera. Desde 1970, las curvas tipo basadas en estas soluciones analíticas han sido usadas para analizar pruebas de presión. Para poder usar estas mismas curvas tipo para el análisis de pruebas de presión en pozos de gas, la ecuación debe ser linealizada para darle la forma de la ecuación de difusión.

La ecuación de flujo para gases reales, puede ser parcialmente linealizada mediante el uso de la pseudopresión del gas real (ec. 3.18):

$$Pp(p) = 2 \int_{p_0}^p \frac{p}{\mu z} dp$$

por lo tanto, la ecuación de difusión para flujo radial de gas en términos de $Pp(p)$ está dada por la ecuación (3.19):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Pp(p)}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu C_i}{k} \frac{\partial Pp(p)}{\partial t}$$

De la ecuación anterior, si el producto $\phi \mu C_i$ es constante con la presión, la linealización por la introducción de $Pp(p)$ es exacta.

Para decrementos de presión largos, el producto $\phi \mu C_i$ puede variar en una magnitud mayor. Por lo tanto, la ecuación de difusión para gases reales debe ser linealizada. Esto puede ser realizado mediante la introducción del *pseudotiempo del gas real*, definido por Agarwal:⁶⁷

$$\tilde{t}_a(t) = \int_0^t \frac{1}{\tilde{\mu}(t) \tilde{C}_i(t)} dt \tag{3.104}$$

donde $\tilde{\mu}$ y \tilde{C}_i están en función del tiempo, en lugar de que estén en función de la presión. Si $\tilde{t}_a(t)$ es redefinida como función de presión, se tiene que:

$$t_a(p) = \int_{p_0}^p \frac{[dt / dp]}{\mu(p) C_i(p)} dp \tag{3.105}$$

donde las variables μ y C_i son ahora, funciones de la presión. Esta nueva función es referida como el pseudotiempo del gas real.

Si se supone que el tiempo y la presión varían linealmente entre sí, es decir, $dt/dp \approx \Delta t/\Delta p$, para pequeños incrementos de tiempo, la ecuación (3.105) puede ser aproximada como:

$$t_a(p) \cong \sum_{i=1}^n \frac{(t_i - t_{i-1})}{(P_i - P_{i-1})} \int_{P_0}^{P_i} \frac{dp}{\mu(p)C_i(p)} \quad (3.106)$$

por lo tanto, la ecuación anterior puede ser escrita como:

$$t_a(p) \cong \sum_{i=1}^n \frac{(t_i - t_{i-1})}{(P_i - P_{i-1})} [I(P_i) - I(P_{i-1})] \quad (3.107)$$

en donde la integral $I(p)$ es expresada por:

$$I(p) = \int_{P_0}^p \frac{dp}{\mu(p)C_i(p)} \quad (3.108)$$

la cual puede ser evaluada previamente utilizando μ y C_i como función de la presión. En la ecuación anterior, P_0 es una presión base y P es la máxima presión de interés.

La integral anterior expresada en forma gráfica o tabular, puede ser utilizada junto con la ecuación (3.107) para calcular el pseudotiempo del gas real, $t_a(p)$. Comúnmente, es más fácil que se tenga el valor de C_g como una función de la presión en lugar de C_i , por lo tanto, las siguientes relaciones podrán ser utilizadas:

$$C_i = S_g C_g + S_o C_o + S_w C_w + C_f$$

Para un pozo de gas, C_i es normalmente aproximado por:

$$C_i \approx S_g C_g$$

III.6.1 Uso de las curvas tipo para sistemas líquidos en pozos de gas

En el análisis de datos de decremento de presión en pozos de gas, mediante curvas tipo para sistemas líquidos, debe usarse la diferencia de presión en términos de pseudopresión del gas real, $Pp(p)$:

$$\Delta Pp(p) = Pp(p_i) - Pp(p_{wf})$$

En el análisis de incremento de presión, utilizando curvas tipo para decremento, debe ser impuesta una restricción más, que el tiempo de producción, t_p , anterior al cierre sea significativamente mayor que el tiempo de cierre, Δt , esto es, $(t_p + \Delta t) / \Delta t \approx t_p$. Esto es aplicable a pozos de aceite y gas. En el caso de pruebas de incremento de presión en pozos de gas, $Pp(p)$, está definida como:

$$\Delta Pp(p) = Pp(p_{ws}) - Pp(p_{wf})$$

Debido a que las curvas tipo están basadas en datos de decremento de presión para sistemas líquidos, podría parecer que estas no son aplicables al análisis de datos de incremento y decremento de presión en pozos de gas. Agarwal⁶⁷ señaló que las curvas tipo pueden ser usadas en una manera aproximada para analizar una variedad de problemas de incremento y decremento de presión en pozos de gas, siempre que se consideren ciertas restricciones y se realicen algunas modificaciones.

Para usar las curvas tipo para pruebas de decremento en pozos de gas, se recomienda que la caída de pseudopresión del gas real sea usada en la definición de presión adimensional:

$$P_{wb} = \frac{kh \Delta Pp(p)}{1422 qT}$$

Para usar curvas tipo en pruebas de incremento de presión en pozos de gas se deben tomar en cuenta las siguientes consideraciones (con respecto al tiempo de producción):

(a) Si el tiempo de producción, t_p , anterior al cierre es relativamente corto, tal que éste afecte la presión debido al subsecuente incremento, las curvas tipo no deben ser usadas. Al tener un tiempo de producción corto, las curvas tipo para pruebas de decremento estarán restringidas para que los datos de incremento de presión se ajusten, ya que estos mostrarán una curva insuficiente para la estimación de propiedades de la formación.

(b) Si el tiempo de producción anterior al cierre es significativamente mayor, esto es $t_p \gg \Delta t$, de manera que éste no afecte la presión transitoria debida al incremento de presión, las curvas tipo para pruebas de decremento podrán ser usadas para analizar pruebas de incremento de presión en pozos de gas.

La gran diferencia entre las curvas resultantes de una prueba de incremento y una prueba de decremento en pozos de gas es debido a las variaciones del producto (μC_g) o (μC_l) en función de la presión. La figura 3.14 muestra una gráfica de (μC_g) vs P para un incremento de presión. Se puede observar que las variaciones del producto (μC_g) son mucho más grandes en el rango de presiones bajas (por ejemplo, 2000 psi) que aquellas en el rango de presiones altas (arriba de 3000 psi), lo que indica que durante el incremento de presión, los cambios en el valor de (μC_g) serán más severos a bajas presiones que a altas presiones.

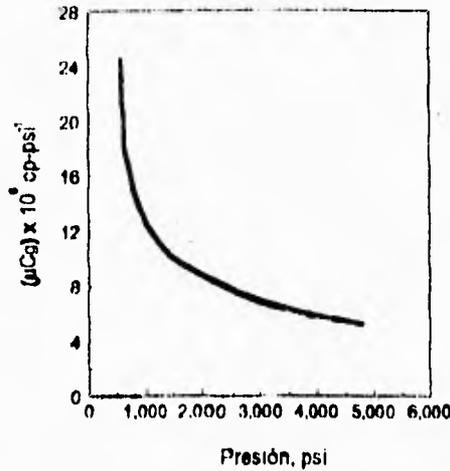


Fig.3.14 Variación de (μC_g) en función de la presión.

III.6.2 Aplicación del pseudo-tiempo del gas real

El uso del pseudo-tiempo en lugar del tiempo real, puede mejorar la interpretación de la prueba de incremento de presión.⁶⁸

La figura 3.15 es una gráfica log-log de un periodo de incremento de presión para una prueba DST, de $\Delta P p(p) = P p(p_w) - P p(p_{wf})$ vs Δt_e , donde éste último es conocido como el tiempo efectivo, definido por Agarwal,⁶⁹ y expresado por la relación:

$$\Delta t_e = \frac{\Delta t}{tp + \Delta t} \quad (3.109)$$

y una gráfica de $\Delta P p(p)$ vs $t_a(p)$. Como es característico de una prueba DST en pozos de gas de baja permeabilidad, los datos están distorsionados por el almacenamiento; por ende, el análisis semilog no es posible, y el análisis por curvas tipo proporciona la única manera de estimar las propiedades del yacimiento.

La gráfica $\Delta P p(p)$ vs Δt_e parece radicar en una línea recta de pendiente unitaria, por lo tanto no puede ser usada para el análisis. Por otra parte, la gráfica $\Delta P p(p)$ vs $t_a(p)$ muestra no solamente que la gráfica $\Delta P p(p)$ vs Δt_e es incorrecta, sino que, la prueba si puede ser interpretada. Los datos a tiempos largos se desvían lo suficiente de la línea recta de pendiente unitaria para tener la posibilidad de un ajuste por curvas tipo. Por lo consiguiente, será posible encontrar un punto de ajuste para estimar la permeabilidad de la formación y el factor de daño.

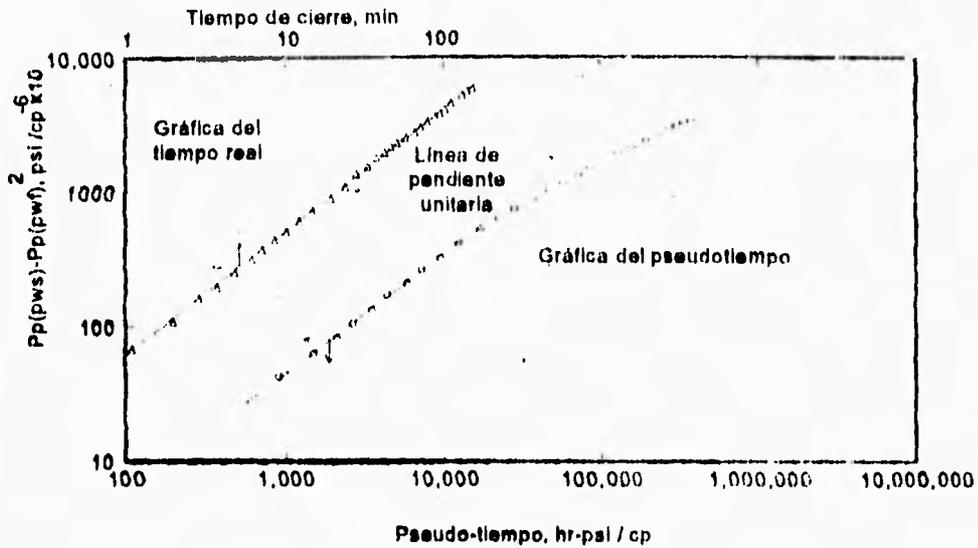


Fig. 3.15 Gráfica log-log para una prueba DST⁶⁶

La figura 3.16 es una gráfica log-log de una prueba de incremento de presión de 64 hrs. en un pozo de gas de baja permeabilidad. La gráfica $\Delta P_p(p)$ vs Δt_c tiene un periodo extendido (200 a 800 min.) con una pendiente más grande que la máxima pendiente unitaria teórica, sugiriendo que el cambio en la constante de almacenamiento del pozo está influyendo significativamente en los datos de la prueba. Además, los datos no se ajustan a una curva tipo en un amplio lapso de tiempo, incluso si se aproximan todos los datos arriba de un tiempo de cierre de 800 min. Por lo tanto, el análisis por curvas tipo sería muy difícil

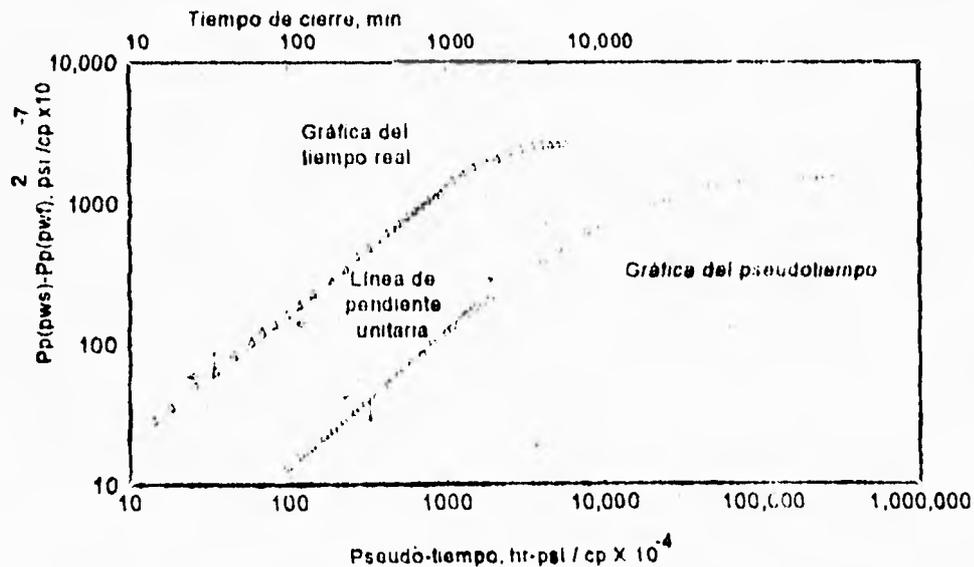


Fig. 3.16 Gráfica log-log para una prueba de incremento de presión de larga duración.⁶⁶

o imposible. Los mismos datos graficados como $\Delta P(p)$ vs $t_d(p)$ tienen una forma convencional; la pendiente nunca excede la unidad, y lo que es de importancia, los datos a tiempos largos están bien ajustados por una curva tipo para un pozo dañado moderadamente, por lo que puede localizarse un punto de ajuste y consecuentemente, estimar la permeabilidad de la formación y el factor de daño del pozo.

En resumen, los dos ejemplos mostrados ilustran el uso del pseudo-tiempo del gas real $t_d(p)$ como un mejor método de análisis en lugar de utilizar el tiempo real, el cual puede hacer de una prueba no interpretable, interpretable.

III.6.3 Procedimiento de análisis

El procedimiento para el análisis de pruebas de presión en pozos de gas, aplicando el concepto del pseudo-tiempo del gas real $t_d(p)$, es el siguiente:

- (1) Preparar una tabla de propiedades del gas (μ , C_g y/o C_l).
- (2) Calcular la pseudopresión del gas real, $Pp(p)$ y la integral $I(p)$ para cada valor de P_{ws} , así como una gráfica de éstas en coordenadas cartesianas.
- (3) Tabular los datos de incremento de presión Δt y P_{ws} . Utilizando la figura $Pp(p)$ vs P , convertir P_{ws} a $Pp(p_{ws})$ y calcular:

$$\Delta P(p) = Pp(p_{ws}) - Pp(p_{ws, \Delta t=0})$$

- (4) Con la figura $I(p)$ vs P y la ecuación (3.107) obtener $t_d(p)$.
- (5) Graficar $\Delta P(p)$ vs $t_d(p)$ en coordenadas doble-logarítmicas sobre un papel transparente con las mismas escalas que la gráfica de curvas tipo. Deslizar el papel transparente hasta que la curva de datos se ajuste a una de las curvas tipo. Sin embargo, actualmente existe software especializado en pruebas de presión en el cual el procedimiento de ajuste de curvas tipo en forma manual es sustituido por procedimientos de ajuste automático, ya sea por curvas tipo o por regresión no-lineal.

- (6) Se registran los valores de las coordenadas de ambas curvas:

$$Pp(p_D), \Delta P(p) \text{ y } t_{1D}/C_{1D}, t_d(p)$$

así como C_{1D}^{2s} .

(7) Se calcula el coeficiente adimensional de almacenamiento del pozo, tomando un punto de la línea recta de pendiente unitaria, que tiene como característica $t_{u1}/C_{1D} Pp(p_{11}) = 1$, con la ecuación:

$$C_{De} = \frac{13.26 q P_{cs} T \left(\frac{t_u(p)}{Pp(p)} \right)_{MP}}{\phi_g h r_w^2 T_{cs}} \quad (3.110)$$

(8) Del punto de ajuste (MP) se calcula la permeabilidad de la formación:

$$k = \frac{1422 q T \left(\frac{Pp(p_D)}{\Delta P p(p)} \right)_{MP}}{h} \quad (3.111)$$

(9) Cuando no se tiene la línea recta de pendiente unitaria, C_{1D} se puede obtener de la siguiente ecuación:

$$C_{De} = \frac{2.637 \times 10^{-4} k \left(\frac{t_u(p)}{t_D / C_{De}} \right)}{\phi_g r_w^2} \quad (3.112)$$

(10) Del parámetro de ajuste C_{1D}^{2s} , se puede obtener el daño:

$$s = (1/2) \ln (C_{1D}^{2s} / C_{1D})$$

Si se trata de un pozo de gas verticalmente fracturado, el procedimiento de análisis es igual al anterior; para éste caso, puede utilizarse las curvas tipo Cinco Ley,⁹ para pozos fracturados, figura 1.37. Los puntos de ajuste serán:

$$Pp(p_D), \Delta P p(p) \text{ y } t_{Dsf}, t_u(p) \quad (3.113)$$

Una vez obtenido el ajuste, se estiman las propiedades de la formación y finalmente se determina la longitud de la fractura con la ecuación:

$$x_f = \sqrt{\frac{2.637 \times 10^{-4} k \left(\frac{t_u(p)}{t_{Dsf}} \right)_{MP}}{\phi}} \quad (3.114)$$

En lo que respecta a la porosidad ϕ , en la ecuación anterior debe de considerarse:

- Si el producto μC_v en el pseudo-tiempo está basado en la compresibilidad total del sistema, que para pozos de gas es aproximadamente $C_v \approx S_g (\mu C_g)$, entonces la porosidad ϕ debe ser la porosidad total.

- Si la compresibilidad del gas, C_g , es utilizada en lugar de C_i , entonces la porosidad ϕ debe ser remplazada por ϕS_g .

III.6.4 Cálculo del pseudo-tiempo del gas real

Debido a que la ecuación (3.107) contiene la integral $I(p)$ dada por la ecuación (3.108), el cálculo puede ser realizado evaluando inicialmente $I(p)$ mediante integración numérica de la ecuación, utilizando la regla trapezoidal o de Simpson; posteriormente, los valores de $I(p)$ tabulados se utilizan junto con la ecuación (3.107) para obtener el pseudo-tiempo del gas real $t_a(p)$ con los datos de tiempo-presión de la prueba.

Ejemplo III.2: Prueba de incremento de presión

Datos Generales: $q_g = 1100 \text{ Mscf/D}$ $\phi = 0.077$
 $t_p = 49 \text{ hrs}$ $C_{ti} = 1.26 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$
 $h = 8 \text{ pies}$ $\gamma_g = 0.7$
 $T = 708 \text{ }^\circ\text{R}$ $S_g = 0.8$
 $r_w = 0.2 \text{ pies}$

Los datos de tiempo-presión de la prueba se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 3.8

Δt (hrs)	P_{ws} (psi)
0.0	2292.4
0.133	2453.1
0.233	2532.0
0.517	2723.6
0.767	2833.3
1.017	2955.3
1.233	3037.8
1.733	3194.0
2.533	3347.7
3.483	3422.1
4.500	3453.8
6.017	3458.3
9.000	9485.8
11.983	3501.0
14.983	3510.1
18.017	3516.2
25.017	3529.2
45.033	3552.1
65.017	3562.6

Por otra parte, en la tabla 3.9 se tienen las propiedades del gas en función de la presión a intervalos de 400 psi, hasta 4000 psi, a fin de calcular la ecuación de $I(p)$ mediante la regla trapezoidal. El factor de compresibilidad del gas Z , fue calculado con el método de Dranchuk-Purvis-Robinson;³⁷ la viscosidad del gas μ_g , mediante el método Lee et.al⁴² y la compresibilidad del gas C_g , con la ecuación 2.36.

Tabla 3.9 Propiedades del gas en función de la presión

P psi	Z	μ cp	C_g psi⁻¹	C_1 psi⁻¹
400	0.96973	0.01399	0.002571	0.002057
800	0.94350	0.01445	0.001311	0.001048
1200	0.92248	0.01507	0.000882	0.000705
1600	0.90771	0.01583	0.000659	0.000527
2000	0.89984	0.01672	0.000519	0.000415
2400	0.89893	0.01770	0.000420	0.000336
2800	0.90451	0.01875	0.000346	0.000277
3200	0.91572	0.01984	0.000287	0.000230
3600	0.93164	0.02097	0.000240	0.000192
4000	0.95133	0.02210	0.000202	0.000161

Aplicando la regla trapezoidal para la integración numérica de la ecuación (3.107), utilizando como $P_o = 0$, obtenemos para cada valor de P_{ws} de interés:

- $P = 400$ psi

$$\begin{aligned}
 I(p) &= \int_0^p \frac{1}{r_o \mu(p) C_g(p)} dp = \left[\frac{\left(\frac{1}{\mu(0)C_g(0)} \right) + \left(\frac{1}{\mu(400)C_g(400)} \right)}{2} \right] (400 - 0) \\
 &= \left[\frac{0 + 34749.45}{2} \right] (400) \\
 &= 6.9494 \cdot 10^9 \text{ (psi}^2 \text{ / cp)}
 \end{aligned}$$

- $P = 800$ psi

$$\begin{aligned}
 I(p) &= 6.9494 \times 10^6 + \left[\frac{\left(\frac{1}{\mu(400)c'(400)} \right) + \left(\frac{1}{\mu(800)c'(800)} \right)}{2} \right] (800 - 400) \\
 &= 6.9494 \times 10^6 + \left[\frac{3.4749.45 + 65947.61}{2} \right] (400) \\
 &= 27.087 \times 10^6 \text{ (psi}^2 \text{ / cp)}
 \end{aligned}$$

Procediendo en forma similar para cada grupo de valores, obtenemos $I(p)$ para cada valor de presión de interés, P_{int} , como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 3.10

Presión (psi)	$I(p) \times 10^6$ (psi ² /cp)
400	6.9494
800	27.087
1200	59.070
1600	101.79
2000	154.50
2400	216.85
2800	288.92
3200	371.19
3600	464.47
4000	569.96

Los resultados anteriores pueden graficarse en coordenadas cartesianas para obtener la curva $I(p)$ vs P , figura 3.17. Por otra parte, es de gran utilidad preparar también una gráfica de $Pp(p)$ vs P de los datos de la prueba de presión. Por lo tanto, estas gráficas preparadas para un yacimiento específico pueden ser utilizadas en conjunto como una gráfica "maestra" para futuros pozos en el yacimiento.

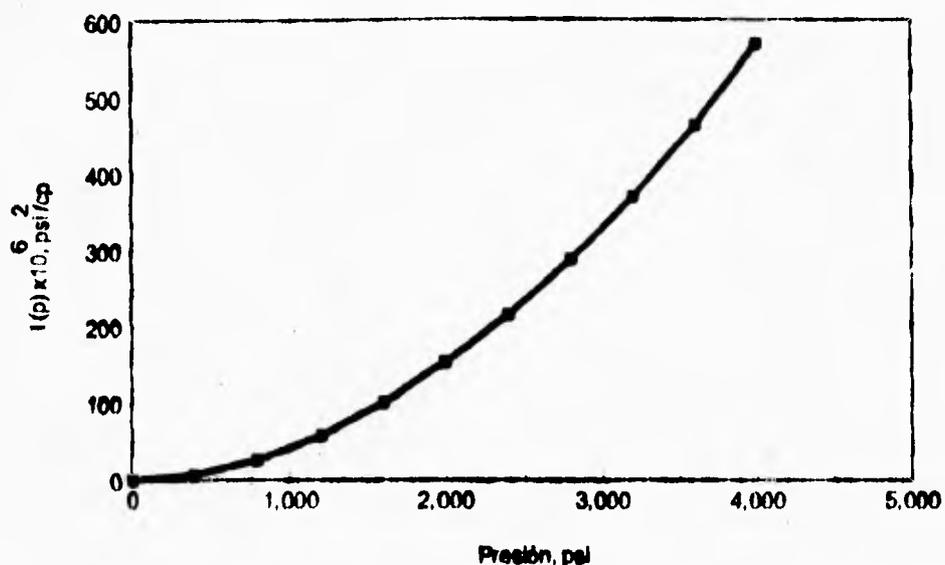


Fig. 3.17 Gráfica P vs I(p).

Mediante el método de interpolación de Newton (o Lagrange) obtenemos los valores de $I(p)$ para cada valor de presión de la prueba, los cuales son mostrados en la siguiente tabla.

Tabla 3.11

P_{ws} , psi	$I(p) \times 10^6$, psi^2/cp
2292.4	199.1
2453.1	225.9
2532.0	239.5
2723.6	274.4
2833.3	295.4
2955.3	319.6
3037.8	336.6
3194.0	369.9
3347.7	404.3
3422.1	421.6
3453.8	429.0
3458.3	430.1
3485.8	436.7
3501.0	440.3
3510.1	442.5
3516.2	444.0
3529.2	447.1
3552.1	452.7
3562.6	455.3

Los valores de $l(p)$ tabulados se utilizan junto con la ecuación (3.107) para obtener el pseudo-tiempo del gas real, $t_a(p)$, como se muestra a continuación:

$$t_a(p) \cong \sum_{j=1}^n \frac{(t_j - t_{j-1})}{(P_j - P_{j-1})} [l(P_j) - l(P_{j-1})]$$

• $\Delta t = 0.133$ hrs, $P = 2422.2$ psi, $l(p) = 225.9 \times 10^6$ psi²/cp:

$$\begin{aligned} t_a(p) &= \frac{0.133 - 0}{2453.1 - 2292.4} (225.9 \times 10^6 - 199.1 \times 10^6) \\ &= 0.0221 \times 10^6 \text{ (hr - psi / cp)} \end{aligned}$$

• $\Delta t = 0.233$ hrs, $P = 2532$ psi, $l(p) = 239.5 \times 10^6$ psi²/cp:

$$\begin{aligned} t_a(p) &= 0.0221 \times 10^6 + \left[\frac{0.233 - 0.133}{2532 - 2453.1} (239.5 \times 10^6 - 225.9 \times 10^6) \right] \\ &= 0.0394 \times 10^6 \text{ (hr - psi / cp)} \end{aligned}$$

• $\Delta t = 0.517$ hrs, $P = 2723.6$ psi, $l(p) = 274.4 \times 10^6$ psi²/cp:

$$\begin{aligned} t_a(p) &= 0.0394 \times 10^6 + \left[\frac{0.517 - 0.233}{2723.6 - 2532} (274.4 \times 10^6 - 239.5 \times 10^6) \right] \\ &= 0.0911 \times 10^6 \text{ (hr - psi / cp)} \end{aligned}$$

• $\Delta t = 0.767$ hrs, $P = 2833.3$ psi, $l(p) = 295.4 \times 10^6$ psi²/cp:

$$\begin{aligned} t_a(p) &= 0.0911 \times 10^6 + \left[\frac{0.767 - 0.517}{2833.3 - 2723.6} (295.4 \times 10^6 - 274.4 \times 10^6) \right] \\ &= 0.1389 \times 10^6 \text{ (hr - psi / cp)} \end{aligned}$$

Procediendo en forma similar para cada grupo de valores, obtenemos el pseudo-tiempo del gas real, $t_a(p)$ para los datos tiempo-presión de la prueba.

Tabla 3.12

Δt (hrs)	P_{ws} (psi)	$t_u(p) \times 10^6$ (hr-psi/cp)
0	2292.4	0.00
0.133	2453.1	0.0221
0.233	2532.0	0.0394
0.517	2723.6	0.0911
0.767	2833.3	0.1389
1.017	2955.3	0.1890
1.233	3037.8	0.2335
1.733	3194.0	0.3401
2.533	3347.7	0.5191
3.483	3422.1	0.7400
4.500	3453.8	0.9774
6.017	3458.3	0.1348
9.000	3485.8	2.0640
11.983	3501.0	2.7710
14.983	3510.1	3.4960
18.017	3516.2	4.2420
25.017	3529.2	5.9110
45.033	3552.1	10.810
65.017	3562.6	15.750

Como se puede observar, la utilización de los conceptos de pseudopresión, $Pp(p)$, ec. 3.18, así como de pseudotiempo, $t_u(p)$, ecuación 3.107, son excelentes herramientas en el análisis de pruebas de presión, ya que además de las ventajas expuestas para el caso de la pseudopresión, la utilización de las curvas tipo desarrolladas para fluidos ligeramente compresibles pueden ser usadas en el análisis de pruebas en pozos de gas utilizando la pseudopresión y el pseudotiempo, cuyos resultados pueden ser útiles en el análisis cualitativo y cuantitativo. Sin embargo, los resultados numéricos obtenidos para cualquier juego de datos no proporcionará resultados en unidades de presión y tiempo, ya que $Pp(p)$ (psi²/cp) y $t_u(p)$ (hr-psi/cp) no linealizan totalmente el problema de flujo de gas.

III.7 Pseudofunciones Normalizadas

El análisis de pruebas en pozos de gas presenta dos problemas adicionales comparado con un sistema líquido. Estos están caracterizados por la no-linealidad de la ecuación de difusión y el efecto de daño dependiente del gasto.

La no-linealidad de la ecuación ha sido reconocida como uno de los principales problemas en el análisis de pruebas de presión en pozos de gas. La introducción de la pseudopresión del gas real linealiza parcialmente la ecuación de difusión, y la ecuación resultante parece tener suficiente exactitud en muchos casos.

Por otra parte, Lee y Holditch⁶⁸ mostraron que la introducción de la pseudopresión, definida por Al-Hussainy⁵³ y del pseudotiempo, definida por Agarwal⁶⁷ resulta una linealización "efectiva", más no una linealización completa.

Si se supone que la linealización efectiva es aceptable para muchos casos prácticos, entonces se puede convertir la ecuación de flujo resultante en forma idéntica a la ecuación para flujo de líquido, tratando el efecto de flujo no-darciano, como un daño. Esto se logra "normalizando" la pseudopresión y el pseudotiempo, e introduciendo estas en la ecuación de difusión. Como consecuencia, las soluciones para flujo de líquido pueden ser directamente aplicadas a muchos problemas de flujo de gas.

III.7.1 Pseudofunciones normalizadas de presión y tiempo

La pseudopresión del gas real definida por Al-Hussainy está dada por la ecuación (3.18) como:

$$Pp(p) = 2 \int_{p_i}^p \frac{p}{\mu(p)z(p)} dp$$

La ecuación anterior puede ser normalizada escogiendo las variables a condiciones iniciales del yacimiento, esto es:⁷⁰

$$Pp_n = \frac{\mu_i z_i}{2P_i} Pp(p) \tag{3.115}$$

si sustituimos la ecuación (3.18) en la ecuación (3.115) tenemos:

$$Pp_n = P_i + \frac{\mu_i z_i}{P_i} \int_{p_i}^p \frac{p}{\mu(p)z(p)} dp \tag{3.116}$$

donde Pp_n es definida como la *pseudopresión normalizada del gas real* en unidades de presión (psi).

Además, Pp_n puede ser expresada en función de la densidad, es decir:

$$Pp_n = \frac{\mu_i}{\rho_i} \int_{p_i}^p \frac{\rho(p)}{\mu(p)} dp \quad (3.117)$$

por lo tanto, la ecuación (3.117) puede ser escrita como:

$$Pp_n = P_i + \frac{\mu_i}{\rho_i} \int_{p_i}^p \frac{\rho(p)}{\mu(p)} dp \quad (3.118)$$

Esta ecuación es la definición para la transformación de $Pp(p)$ a Pp_n . La ventaja de esta formulación es que los datos de presión de la prueba y los valores de la pseudopresión normalizada, calculada para cada presión, tienen aproximadamente el mismo valor numérico.

Fácilmente puede observarse la ventaja de ésta normalización, notando que las unidades de presión (psi) son conservadas, dando una idea más objetiva del problema. Esto es ilustrado en el siguiente análisis dimensional de la ecuación (3.118):

$P = \text{lb}/\text{pg}^2$	expresado en términos dimensionales:	F/L^2
$\mu = \text{lb}/\text{pie}\cdot\text{seg}$	" "	$M/L\cdot T$
$\rho = \text{lb}_m/\text{pie}^3$	" "	M/L^3

por lo tanto:

$$Pp_n = \frac{F}{L^2} + \frac{L\cdot T}{M} \left[\frac{M}{L^3} \right] \frac{F}{L^2} = \frac{F}{L^2}; \text{ (unidades de presión)}$$

El pseudotiempo del gas real, definido por Agarwal, está dado por la ecuación (3.104) como:

$$t_a = \int_0^t \frac{1}{\mu C_i} dt$$

Escogiendo las variables a condiciones iniciales del yacimiento, la ecuación anterior puede ser normalizada,⁷¹ resultando:

$$p_n = \mu_i C_{ii} \int_0^t \frac{1}{\mu C_i} dt \quad (3.119)$$

La conveniencia práctica de esta normalización es que la unidad de tiempo es conservada y por lo tanto evita el manejo de las unidades abstractas del pseudotiempo. Esto es ilustrado en el siguiente análisis dimensional; considerando las variables citadas anteriormente, así como la compresibilidad total del sistema, dada por C_i psi⁻¹ y expresada en términos dimensionales como 1/(F/L²), se tiene:

$$p_n = \frac{M}{L} \frac{1}{L-T} \frac{1}{F} \left[\frac{1}{\frac{M}{L-T} \frac{1}{F}} \right] T = T; \text{ (unidades de tiempo)}$$

III.7.2 Variables Adimensionales

La pseudopresión adimensional puede ser definida como:

$$pp_D = \frac{\pi k h T_{cs}}{q_{cs} P_{cs}} (pp(p_i) - pp(p_{wf})) \quad (3.120)$$

combinando las ecuaciones 3.115 y la de estado del gas real, dada como $p = PM / ZRT$ con la ecuación 3.120 obtenemos la pseudo-presión normalizada adimensional:

$$pp_{nd} = \frac{2\pi k h p_i}{\rho_{cs} q_{cs} \mu_i} (pp_m - pp_{wf}) \quad (3.121)$$

En la ecuación anterior, $(\rho_{cs} q_{cs})$ representan el gasto másico de gas, el cual se supone constante en el pozo. Debido a que un decremento de presión grande asociado está asociado con grandes cambios de temperatura en el pozo, la respuesta del medidor de flujo debe ser corregida para la densidad cambiante del fluido. Esta corrección es necesaria siempre que la presión y el gasto en el fondo del pozo estén siendo analizadas simultáneamente, y es realizada multiplicando la respuesta del medidor de presión por el recíproco del factor del volumen del gas, es decir, el factor de expansión del gas, E_g .

Sabiendo que $\beta_{gi} = \rho_{cs} / \rho_i$, la ecuación (3.121) puede escribirse (en unidades de campo) como:

$$pp_{nD} = \frac{kh}{141.2 \mu_i \beta_{gi} q_{cs}} (pp_m - pp_{nwf}) \quad (3.122)$$

Observando la ecuación anterior se puede concluir que ésta idéntica a la ecuación de presión adimensional para sistemas líquidos, ec. (1.20)

Análogamente, el pseudotiempo normalizado adimensional (en unidades de campo) puede ser expresado por:

$$tp_{nD} = \frac{2.637 \times 10^{-4} k tp_n}{\phi \mu_i C_n r_w^2} \quad (3.123)$$

también similar a la ecuación de tiempo adimensional para sistemas líquidos, ec. (1.21).

Por lo tanto, empleando las ecuaciones 3.122 y 3.123 en la ecuación de difusión para flujo de gas real, resulta una ecuación equivalente a la ecuación de difusión para sistemas líquidos. La ventaja de esta formulación es que las soluciones existentes para problemas de flujo de fluidos ligeramente compresibles, pueden ser aplicadas directamente, sin modificar las constantes de la ecuación, a problemas de flujo de gas, siempre que el gasto de gas sea convertido a (Barriles/Día).

III.7.3 Cálculo de las pseudofunciones normalizadas

Para mostrar el cálculo de las pseudofunciones normalizadas, se considera el siguiente ejemplo: Un pozo de gas en un yacimiento cerrado fue producido a un gasto de 2000 Mscf/D por 90 días. La presión inicial del yacimiento antes de la prueba de incremento de presión fue de 3000 psi. Los datos generales se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} P_i &= 3000 \text{ psi} \\ q_g &= 2000 \text{ Mscf/D} \\ t_p &= 2160 \text{ hrs} \\ h &= 10 \text{ pies} \\ T &= 660 \text{ }^\circ\text{R} \\ r_w &= .365 \text{ pies} \\ \phi &= 0.19 \\ C_{ti} &= 2.35 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1} \\ \gamma_g &= 0.7 \\ S_g &= 0.8 \end{aligned}$$

En la siguiente tabla, se muestran los datos de tiempo-presión de la prueba:

Tabla 3.13

Δt (hrs)	P_{ws} (psi)
0	2430
0.045	2542
0.081	2600
0.137	2650
0.239	2692
0.456	2726
1.029	2756
2.745	2785
7.894	2814
23.337	2843
69.672	2872
189.672	2896
309.600	2907
429.600	2913
549.600	2917
669.600	2920
789.600	2921
909.600	2922

Por otra parte, se muestran las propiedades del gas en función de la presión, (tabla 3.14), ya que estas se utilizan tanto en el cálculo de las pseudofunciones ($Pp(p)$ y $t_u(p)$) como de las pseudofunciones normalizadas (Ppn y tpn).

Tabla 3.14

P_{ws} (psi)	Z	ρ (lb _m /pie ³)	μ_g (cp)	C_g $\times 10^{-4}$ (psi ⁻¹)	C_1 $\times 10^{-4}$ (psi ⁻¹)
2430	0.8605	8.0834	0.01736	4.2505	3.4005
2452	0.8614	8.4470	0.01771	4.0147	3.2117
2600	0.8621	8.6324	0.01789	3.8990	3.1192
2650	0.8629	8.7907	0.01805	3.8025	3.0420
2692	0.8636	8.9224	0.01818	3.7238	2.9790
2726	0.8641	9.0282	0.01829	3.6614	2.9291
2756	0.8649	9.1210	0.01838	3.6074	2.8860
2785	0.8655	9.2101	0.01848	3.5562	2.8450

Pruebas de presión en pozos de gas

2814	0.8662	9.2987	0.01857	3.5057	2.8046
2843	0.8669	9.3868	0.01867	3.4562	2.7649
2872	0.8677	9.4743	0.01876	3.4074	2.7259
2896	0.8683	9.5463	0.01884	3.3677	2.6941
2907	0.8686	9.5791	0.01887	3.3496	2.6797
2913	0.8688	9.5970	0.01889	3.3398	2.6719
2917	0.8689	9.6091	0.01891	3.3333	2.6667
2920	0.8690	9.6180	0.01891	3.3285	2.6628
2921	0.8690	9.6210	0.01892	3.3268	2.6615
2922	0.8691	9.6240	0.01892	3.3252	2.6602

Calculamos la pseudopresión del gas real $Pp(p_{ws})$, determinando primeramente el valor de $Pp(p)$ para valores de presión de 400 a 4000 psi a intervalos de 400 psi, evaluando la ecuación (3.18) mediante integración numérica por la regla trapezoidal. De los valores obtenidos aplicamos un método de interpolación (Lagrange, por ejemplo), para determinar el valor de $Pp(p)$ para cada valor de presión de interés. Dicho cálculo puede ser también realizado mediante la interpolación de los valores tabulados obtenidos por Al-Hussainy⁴⁰, (tabla 3.3), o por Zana y Thomas⁵⁹, (tabla 3.4), si el gas contiene impurezas. Además, por el método semianalítico propuesto por Klins-Bitterge⁶¹.

Tabla 3.15 Pseudopresión del gas real, $Pp(p)$.

P_{ws} (psi)	$Pp(p_{ws}) \times 10^6$ (psi ² /cp)
2430	431.4
2542	467.5
2600	486.6
2650	503.1
2692	517.2
2726	528.6
2756	538.8
2785	548.7
2814	558.6
2843	568.5
2872	578.5
2896	586.8
2907	590.6
2913	592.7
2917	594.1
2920	595.2
2921	595.5
2922	595.8

Por otra parte, determinamos el pseudotiempo del gas real, $t_a(p)$, para los datos de tiempo-presión de la prueba, calculando inicialmente la integral $I(p)$ y posteriormente $t_a(p)$ con la ecuación (3.107), al igual que en el ejemplo de la sección anterior. La siguiente tabla, muestra los valores de $I(p)$ y $t_a(p)$ para los datos tiempo-presión.

Tabla 3.16 Pseudotiempo del gas real, $t_a(p)$

Δt (hrs)	P_{ws} (psi)	$I(p) \times 10^6$ psi ² /cp	$t_a(p) \times 10^6$ hr-psi/cp
0	2430	223.5	0
0.045	2542	242.5	76.68×10^2
0.081	2600	252.6	13.97×10^3
0.137	2650	261.5	23.99×10^3
0.239	2692	269.0	42.08×10^3
0.456	2726	275.2	81.78×10^3
1.029	2756	280.8	18.86×10^4
2.745	2785	286.1	50.23×10^4
7.893	2814	291.6	14.79×10^5
23.337	2843	297.1	44.08×10^5
69.677	2872	302.6	13.20×10^6
189.672	2896	307.2	36.20×10^6
309.600	2907	309.4	60.18×10^6
429.600	2913	310.5	82.18×10^6
549.600	2917	311.3	10.62×10^7
669.600	2920	311.9	13.02×10^7
789.600	2921	312.1	15.42×10^7
909.600	2922	312.3	17.82×10^7

Calculamos la pseudopresión normalizada del gas, para cada valor de presión, evaluando la ecuación (3.116), dada por:

$$Pp_n = P_i + \frac{\mu_i Z_i}{P_i} \int_{P_i}^P \frac{p}{\mu(p) Z(p)} dp$$

tomando los valores de las propiedades del gas real (μ y Z) de la tabla 3.13 tenemos:

- P = 2430 psi

$$Pp_n = 3000 + \frac{(0.01911)(0.8714)}{3000} \times \left[\frac{(0.01911)(0.8714) \cdot 3000 + (0.01736)(0.8605) \cdot 2430}{2} \right] (2430 - 3000)$$

$$= 2456.72 \text{ (psi)}$$

- P = 2542 psi

$$Pp_n = 3000 + 5.551 \times 10^{-6} \times \left[\frac{180153.627 + 166621.849}{2} \right] (2542 - 3000)$$

$$= 2558.40 \text{ (psi)}$$

- P = 2600 psi

$$Pp_n = 3000 + 5.551 \times 10^{-6} \times \left[\frac{180153.627 + 168548.376}{2} \right] (2600 - 3000)$$

$$= 2612.18 \text{ (psi)}$$

- P = 2650

$$Pp_n = 3000 + 5.551 \times 10^{-6} \times \left[\frac{180153.627 + 170125.353}{2} \right] (2650 - 3000)$$

$$= 2659.12 \text{ (psi)}$$

Procediendo de manera similar para todo el grupo de valores, obtenemos la pseudopresión normalizada del gas real.

Por otra parte, calculamos el pseudotiempo normalizado del gas real, evaluando la ecuación (3.119) dada por:

$$tp_n = \mu_o C_{T_o} \int_0^t \frac{1}{\mu(p) C_T(p)} dt$$

en éste caso, tomando los valores de μ y C_T de la tabla 3.13 y el valor del pseudotiempo, de la tabla 3.15, calculamos tp_n :

Pruebas de presión en pozos de gas

- $\Delta t = 0.0$ hrs y $P = 2430$ psi
 $tp_n = [(0.01911)(0.8714)(0.00)]$
 $= 0$ hrs

- $\Delta t = 0.0452$ y $P = 2542$ psi
 $tp_n = [(0.01911)(0.8714)(76.68 \times 10^2)]$
 $= 0.0392$ hrs

- $\Delta t = 0.0814$ hrs y $P = 2600$ psi
 $tp_n = [(0.01911)(0.8714)(13.97 \times 10^3)]$
 $= 0.0715$ hrs

- $\Delta t = 0.1377$ y $P = 2650$ psi
 $tp_n = [(0.01911)(0.8714)(23.990 \times 10^3)]$
 $= 0.123$ hrs

Procediendo de manera similar para todos los grupos de valores, obtenemos el pseudotiempo del gas real normalizado. Finalmente, la pseudopresión y el pseudotiempo normalizados se tabulan junto con la presión, tiempo y pseudopresión, pseudotiempo.

Tabla 3.17

Δt (hrs)	$t_n(p)$ (hrs-psi/ep)	tp_n (hrs)	P (psi)	$Pp(p) \times 10^6$ (psi ² /ep)	Pp_n (psi)
0	0	0	2430	431.4	2456.72
0.045	76.68×10^2	0.039	2542	467.5	2558.40
0.081	13.97×10^3	0.071	2600	486.6	2612.18
0.137	23.99×10^3	0.122	2650	503.1	2659.12
0.239	42.08×10^3	0.215	2692	517.2	2698.92
0.456	81.78×10^3	0.419	2726	528.6	2731.39
1.028	18.86×10^4	0.966	2756	538.8	2760.22
2.745	50.23×10^4	2.573	2785	548.7	2788.23
7.893	14.79×10^5	7.578	2814	558.6	2816.39
23.337	44.08×10^5	22.586	2843	568.5	2844.68
69.672	13.20×10^6	67.634	2872	578.5	2873.10
189.672	36.20×10^6	185.48	2896	586.8	2896.72
309.600	60.18×10^6	308.35	2907	590.6	2907.57
429.600	82.18×10^6	421.08	2913	592.7	2913.50
549.600	10.62×10^7	544.15	2917	594.1	2917.45
669.600	13.02×10^7	667.12	2920	595.2	2920.42
789.600	15.42×10^7	790.09	2921	595.5	2921.41
909.600	17.82×10^7	913.07	2922	595.8	2922.40

Finalmente, se puede observar que la utilización de las pseudofunciones del gas real, $P_p(p)$ y $t_a(p)$ proporciona grandes ventajas con respecto a la utilización de la presión y del tiempo real, como la linealización de la ecuación de difusión, la posibilidad de realizar el análisis sin necesidad de calcular una presión promedio para evaluar las propiedades del gas y la utilización de las curvas tipo desarrolladas para fluidos ligeramente compresibles; sin embargo, utilizando las pseudofunciones normalizadas se tendrá una mayor linealización de la ecuación de difusión y las soluciones para líquidos podrán ser usadas para problemas de flujo de gas, además de que se conservan las unidades del tiempo y de la presión (como se puede observar de la tabla) dando una idea más objetiva del problema, siendo ésta una gran ventaja sobre la pseudopresión y el pseudotiempo del gas real.

IV. EJEMPLOS DE APLICACION

En este capítulo se presentan cinco ejemplos de análisis e interpretación de pruebas de presión en pozos de gas; en la primera parte se muestra el procedimiento de análisis convencional o semilogarítmico considerando una prueba de decremento y una prueba de incremento de presión; detallando las ecuaciones usadas tanto para P , P^2 , $Pp(p)$ y Pp_0 . Así mismo, se muestran las gráficas semilogarítmicas con sus resultados para el análisis. Posteriormente, se expone un ejemplo para el cálculo de el factor de daño, s' , así como del coeficiente de flujo no-laminar, D , mediante una prueba de decremento de dos gastos. En la segunda parte, se realiza un análisis global de dos pruebas, una de decremento y otra de incremento de presión; utilizando par tal efecto el sistema SAPPNI:W²⁶ vers. 5.4, desarrollado en el Instituto Mexicano del Petróleo. El estudio incluye el análisis semilogarítmico, diagnóstico de flujo mediante la utilización de la derivada de presión, y la utilización del concepto de regresión no-lineal para el análisis de la prueba de presión y con esto presentar los parámetros que caracterizan el sistema pozo-yacimiento.

Análisis Semilogarítmico

Ejemplo 1. Prueba de Decremento de Presión

Una prueba de decremento de presión se llevo a cabo en un pozo de gas, cuyos datos están mostrados en la tabla 4.1. La información general correspondiente está dada a continuación:

Presión inicial	$P_i = 3733$ psi
Porosidad	$\phi = 0.17$
Espesor de la formación	$h = 13$ pies
Temperatura	$T = 205^\circ\text{F} = 665^\circ\text{R}$
Radio del pozo	$r_w = 0.276$ pies
Gasto	$q_g = 1210$ Mscf/D
Factor de compresibilidad	$Z_1 = 0.9271$
Viscosidad del gas	$\mu_g = 0.0204$ cp
Compresibilidad total de la formación	$C_{11} = 1.5 \times 10^{-4}$ psi ⁻¹
Gravedad específica del gas	$\gamma_g = 0.65$
Saturación de gas	$S_g = 0.67$

Tabla 4.1 Datos y resultados para la prueba de decremento de presión

tiempo (hrs)	P_{wf} (psi)	P_{wf}^2 $\times 10^6$ (psi ²)	$Pp(p)$ $\times 10^6$ (psi ² /cp)	Pp_n (psi)
0.0	3733	13.93	895.4	3733.0
0.2	3672	13.48	871.7	3672.1
0.4	3622	13.11	852.4	3622.5
0.62	3570	12.74	832.4	3571.1
1.00	3500	12.25	805.6	3502.3
2.0	3398	11.54	766.9	3403.1
3.0	3353	11.24	750.0	3359.7
5.0	3312	10.96	734.7	3320.4
7.0	3293	10.84	727.6	3302.2
9.6	3291	10.83	726.8	3300.3
12.0	3290	10.82	726.4	3299.4
16.8	3287	10.80	725.3	3296.5
33.6	3282	10.77	723.5	3291.8
50.0	3279	10.75	722.3	3288.9
72.0	3276	10.73	721.2	3286.0
96.0	3274	10.71	720.5	3284.1

Determinar:

1. La capacidad de flujo kh y la permeabilidad de la formación, k
2. Factor de daño aparente, s'
3. Caída de presión debida al daño, $(\Delta P)'$
4. Eficiencia de flujo, EF
5. Radio de investigación al final de la prueba, $t = 96$ hrs, r_i
6. Radio efectivo del pozo, r_w

Haciendo uso de los siguientes esquemas de análisis:

- (a) Presión, P_{wf}
- (b) Presión cuadrada, P_{wf}^2
- (c) Pseudopresión, $Pp(p)$
- (d) Pseudopresión normalizada, Pp_n

Solución

Utilizando la aproximación propuesta por Carter⁵⁶, la presión promedio puede obtenerse de la siguiente relación:

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \sqrt{\frac{1}{2}(P_i^2 + P_w^2)} = \sqrt{\frac{1}{2}(3733^2 + 3274^2)} \\ &= 3511 \text{ psi}\end{aligned}$$

Con la \bar{P} obtenida, y haciendo uso de la ec. 2.24 determinamos el factor de compresibilidad del gas Z a esta presión promedio, donde las propiedades pseudocríticas y pseudoreducidas (ecs. 2.10 - 2.14 respectivamente), requeridas para el cálculo de Z son:

$$\begin{aligned}P_{pc} &= 670 \text{ psi} & P_{pr} &= 5.2403 \\ T_{pc} &= 375 \text{ }^\circ\text{R} & T_{pr} &= 1.7733\end{aligned}$$

obteniéndose:

$$Z = 0.9161$$

Por otra parte, se calcula la viscosidad del gas, utilizando las ecs. 2.37 - 2.40, calculándose para esto la densidad del gas dada por la ecuación 2.6, y el peso molecular aparente, ec. 2.4, de donde se tiene:

$$M_{wa} = 18.824 \text{ lb/lb-mole}$$

$$\rho_g = 10.1106 \text{ lb}_m/\text{pie}^3$$

$$\mu_g = 0.0198 \text{ cp}$$

Además, determinamos la compresibilidad del gas, resolviendo la ecuación 2.36, para obtener:

$$C_g = 2.5 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$$

Por lo tanto, sabiendo que la saturación del gas es 0.67, obtenemos la compresibilidad total del sistema:

$$C_t = 1.6 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$$

(a) Análisis en términos de P_{wf}

En la curva de la figura 4.1, se muestra el comportamiento de P_{wf} vs. $\log t$. De la porción recta de la curva, se obtiene la pendiente y la presión a 1 hr:

$$m = -16 \text{ (psi/ciclo)} \quad \text{y} \quad P_{wf \text{ 1hr}} = 3310 \text{ psi}$$

1. Capacidad de flujo y permeabilidad.

$$kh = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} Z T'}{2 P_m} = 1637 \frac{(1210)(0.0198)(0.9161)(665)}{2(3511)(16)} = 212.65 \text{ (md - pie)}$$

$$\therefore k = 212.65 / 13 = 16.35 \text{ (md)}$$

2. Cálculo de daño.

$$s' = s + Dq_{cs} = 1.151 \left(\frac{P_{wf \text{ 1hr}} - P_{i(t=0)}}{-m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_i r_w^2} \right) + 3.2275 \right)$$

$$= 1.151 \left(\frac{3310 - 3733}{-16} - \log \left(\frac{16.35}{(0.17)(0.0198)(1.6 \times 10^{-4})(0.276^2)} \right) + 3.2275 \right)$$

$$s' = 24.24 > 0$$

3. Cálculo de la caída de presión por daño.

$$(\Delta p)_s = 0.87 m s' = 0.87(16)(24.24) = 337.49 \text{ (psi)}$$

4. Cálculo de la Eficiencia de Flujo

$$E:F = \frac{P_{i(t=0)} - P_{wf} - (\Delta p)_s}{P_{i(t=0)} - P_{wf}} = \frac{3733 - 3274 - 337.49}{3733 - 3274}$$

$$= 0.2647 < 1$$

5. Cálculo del radio de investigación.

$$r_i = \left(\frac{kt}{948 \phi \mu c_i} \right)^{0.5} = \left(\frac{(16.35)(96)}{948(0.17)(0.0198)(1.6 \times 10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$= 1753.36 \text{ pies}$$

6. Radio efectivo del pozo

$$r_w' = r_w e^{-s'} = 0.276 e^{-24.24} = 1 \times 10^{-10} \text{ pies}$$

$$\therefore r_w' \lll r_w$$

(b) Análisis en términos de P_{wf}^2

En la curva de la figura 4.2, se muestra el comportamiento de P_{wf}^2 vs. $\log t$. De la porción recta de la curva, se obtiene:

$$m = -0.11 \times 10^6 \text{ (psi}^2/\text{ciclo)} \quad \text{y} \quad P_{wf}^2_{thr} = 10.95 \times 10^6 \text{ psi}^2$$

$$1. \quad kh = 1637 \frac{q_{cs} \overline{\mu Z T'}}{m} = 1637 \frac{(1210)(0.0198)(0.9161)(665)}{0.11 \times 10^6} = 217.20 \text{ md pie}$$

$$\therefore k = 217.20 / 13 = 16.70 \text{ md}$$

$$2. \quad s' = s + Dq_{cs} = 1.15 \left(\frac{P_{wf}^2_{thr} - P_{wf}^2_{it=0}}{-m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_r r_w^2} \right) + 3.2275 \right)$$

$$= 1.15 \left(\frac{10.95 - 13.93}{-0.11} - \log \left(\frac{16.70}{(0.17)(0.0198)(1.6 \times 10^{-4})(0.276^2)} \right) + 3.2275 \right)$$

$$s' = 24.98 > 0$$

$$3. \quad (\Delta p^2)_s = 0.87ms' = 0.87(0.11 \times 10^6)(24.98) = 2.391 \times 10^6 \text{ psi}^2$$

$$4. \quad EF = \frac{P_{wf}^2_{it=0} - P_{wf}^2 - (\Delta p^2)_s}{P_{wf}^2_{it=0} - P_{wf}^2} = \frac{13.93 - 10.71 - 2.391}{13.93 - 10.71}$$

$$= 0.2577 < 1$$

$$5. \quad r_i = \left(\frac{kt}{948 \phi \mu c_r} \right)^{0.5} = \left(\frac{(16.70)(96)}{948(0.17)(0.0198)(1.6 \times 10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$= 1772.03 \text{ pies}$$

$$6. \quad r_w' = r_w e^{-s} = 0.276 e^{-24.98} = 1 \times 10^{-10} \text{ pies}$$

$$\therefore r_w' \ll \ll r_w$$

(c) Análisis en términos de $Pp(p)$

La pseudopresión del gas real es determinada para cada valor de presión de interés, mediante integración numérica dentro de un rango de presiones determinadas (por ejemplo: de 0 a 4000 psi), obteniéndose la curva $Pp(p)$ vs P , figura 4.3.

En la curva de la figura 4.4, se muestra el comportamiento de $Pp(p_{wf})$ vs. $\log t$. De la porción recta de la curva, se obtiene:

$$m = -6 \times 10^6 \text{ psi}^2/\text{cp/ciclo} \quad \text{y} \quad Pp(p_{wf})_{thr} = 732 \times 10^6 \text{ psi}^2/\text{cp}$$

$$1. \quad kh = 1637 \frac{q_{cs} T}{m} = 1637 \frac{(1210)(665)}{6 \times 10^6} = 219.53 \text{ md-pie}$$

$$\therefore k = 219.53 / 13 = 16.88 \text{ md}$$

$$2. \quad s' = s + Dq_{cs} = 1.15 \left[\frac{Pp(p_{wf})_{thr} - Pp(p_{i-m})}{-m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu_i c_u r_w^2} \right) + 3.2275 \right]$$

$$= 1.15 \left[\frac{732 - 895.4}{-6} - \log \left(\frac{16.88}{(0.17)(0.0204)(1.5 \times 10^{-4})(0.276^2)} \right) + 3.2275 \right]$$

$$s' = 25.00 > 0$$

$$3. \quad \Delta Pp(p)_s = 0.87ms' = 0.87(6 \times 10^6)(25.00)$$

$$= 131.168 \times 10^6 \text{ psi}^2/\text{cp}; \text{ de la gráfica 4.3, la presión correspondiente es}$$

$$\Delta Pp(p)_s = 1300 \text{ psi}$$

$$4. \quad LF = \frac{Pp(p_{i-m}) - Pp(p_{wf}) - \Delta Pp(p)_s}{Pp(p_{i-m}) - Pp(p_{wf})} = \frac{895.4 - 732 - 131.68}{895.4 - 732}$$

$$= 0.1972 < 1$$

$$5. \quad r_i = \left(\frac{kt}{948\phi\mu_i c_u} \right)^{0.5} = \left(\frac{(16.88)(96)}{948(0.17)(0.0204)(1.5 \times 10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$= 1812.72 \text{ pies}$$

$$6. \quad r_w' = r_w e^{-s'} = 0.276 e^{-25.00} = 1 \times 10^{-10} \text{ pies}$$

$$\therefore r_w' \lll r_w$$

(d) En términos de P_{pn}

En la figura 4.5 se muestra el comportamiento de P_{pn} vs. $\log t$. De la porción recta de la curva se obtiene:

$$m = -15 \text{ psi/ciclo} \quad \text{y} \quad P_{pn \text{ thr}} = 3317 \text{ psi}$$

En este caso, la capacidad de flujo, kh , se obtiene de la solución correspondiente a sistemas líquidos, dada por la ecuación:

$$kh = -162.6 \frac{q B_{gi} \mu_{gi}}{-m}$$

Calculamos el factor de volumen del gas a condiciones iniciales de producción con la ecuación 2.46:

$$B_{gi} = 0.02827 Z_i T / P_i = 0.02827 (0.9271)(665) / (3733)$$

$$B_{gi} = 4.670 \times 10^{-3} \text{ pie}^3_{\text{sc}}/\text{pie}^3_{\text{cs}}$$

Además, convertimos el gasto de gas en MMscf/D a bl/D:

$$q = q_g / 5.615 = 1\,210\,000 / 5.615$$

$$q = 215\,494 \text{ bl / D}$$

$$1. \quad kh = -162.6 \frac{q B_{gi} \mu_{gi}}{-m} = -162.6 \frac{(215494)(4.67 \times 10^{-3})(0.0204)}{-15} = 221.72 \text{ md} - \text{pie}$$

$$\therefore k = 221.72 / 13 = 17.05 \text{ md}$$

$$2. \quad s' = s + 1)q_{gs} = 1.151 \left(\frac{P_{pn \text{ thr}} - P_{pn(t=0)}}{-m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu_i C_h r_w^2} \right) + 3.2275 \right)$$

$$= 1.151 \left(\frac{3317 - 3733}{-15} - \log \left(\frac{17.05}{(0.17)(0.0204)(1.5 \times 10^{-4})(0.276^2)} \right) + 3.2275 \right)$$

$$s' = 25.69 > 0$$

$$3. \quad (\Delta P_{pn})_s = 0.87ms' = 0.87(15)(25.69) = 335.25 \text{ psi}$$

(d) En términos de P_{pn}

En la figura 4.5 se muestra el comportamiento de P_{pn} vs. $\log t$. De la porción recta de la curva se obtiene:

$$m = -15 \text{ psi/ciclo} \quad \text{y} \quad P_{pn \text{ thr}} = 3317 \text{ psi}$$

En éste caso, la capacidad de flujo, kh , se obtiene de la solución correspondiente a sistemas líquidos, dada por la ecuación:

$$kh = -162.6 \frac{q B_{gi} \mu_{gi}}{-m}$$

Calculamos el factor de volumen del gas a condiciones iniciales de producción con la ecuación 2.46:

$$B_{gi} = 0.02827 Z_i T / P_i = 0.02827 (0.9271)(665) / (3733)$$

$$B_{gi} = 4.670 \times 10^{-3} \text{ pie}^3_{\text{cy}} / \text{pie}^3_{\text{cs}}$$

Además, convertimos el gasto de gas en MMscf/D a bl/D:

$$q = q_g / 5.615 = 1\,210\,000 / 5.615$$

$$q = 215\,494 \text{ bl / D}$$

$$1. \quad kh = -162.6 \frac{q B_{gi} \mu_{gi}}{-m} = -162.6 \frac{(215494)(4.67 \times 10^{-3})(0.0204)}{-15} = 221.72 \text{ md - pie}$$

$$\therefore k = 221.72 / 13 = 17.05 \text{ md}$$

$$2. \quad s' = s + 1)q_{sc} = 1.15 \left[\frac{P_{pn \text{ thr}} - P_{pn(t=0)}}{-m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu_i C_n r_w^2} \right) + 3.2275 \right]$$

$$= 1.15 \left[\frac{3317 - 3733}{-15} - \log \left(\frac{17.05}{(0.17)(0.0204)(1.5 \times 10^{-4})(0.276^2)} \right) + 3.2275 \right]$$

$$s' = 25.69 > 0$$

$$3. \quad (\Delta P_{pn})_s = 0.87ms' = 0.87(15)(25.69) = 335.25 \text{ psi}$$

$$4. \quad |E| = \frac{P_{pn}(t=0) - P_{pn}(t_{final}) - (\Delta P_{pn})_s}{P_{pn}(t=0) - P_{pn}(t_{final})} = \frac{3733 - 3284.17 - 335.25}{3733 - 3284.17} \\ = 0.2530 < 1$$

$$5. \quad r_s = \left(\frac{kt}{948\phi\mu_r c_{r,u}} \right)^{0.5} = \left(\frac{(17.05)(96)}{948(0.17)(0.0204)(1.5 \times 10^{-4})} \right)^{0.5} \\ = 1821.83 \text{ pies}$$

$$6. \quad r_w' = r_w e^{-s} = 0.276 e^{-25.69} = 1 \times 10^{-10} \text{ pies}$$

$\therefore r_w' \lll r_w$

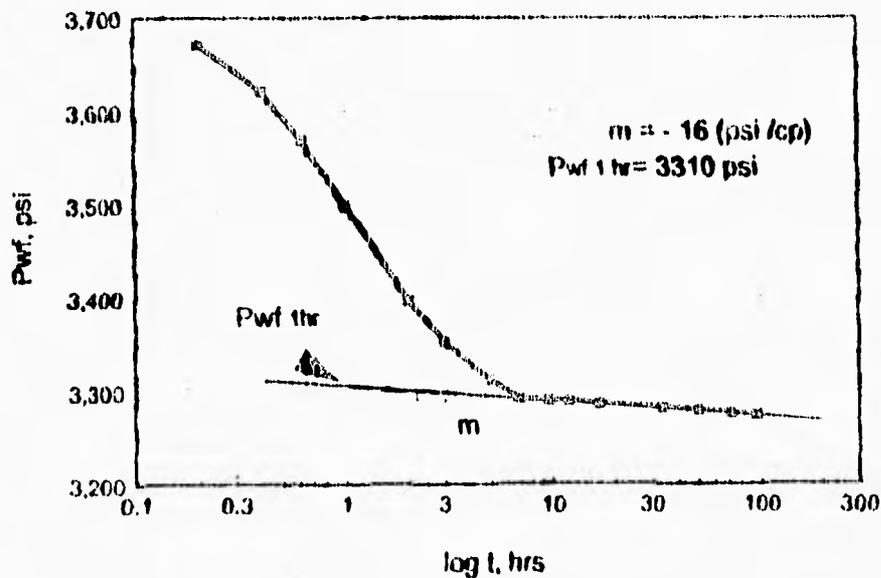


Fig. 4.1 Gráfica Pwf vs log t

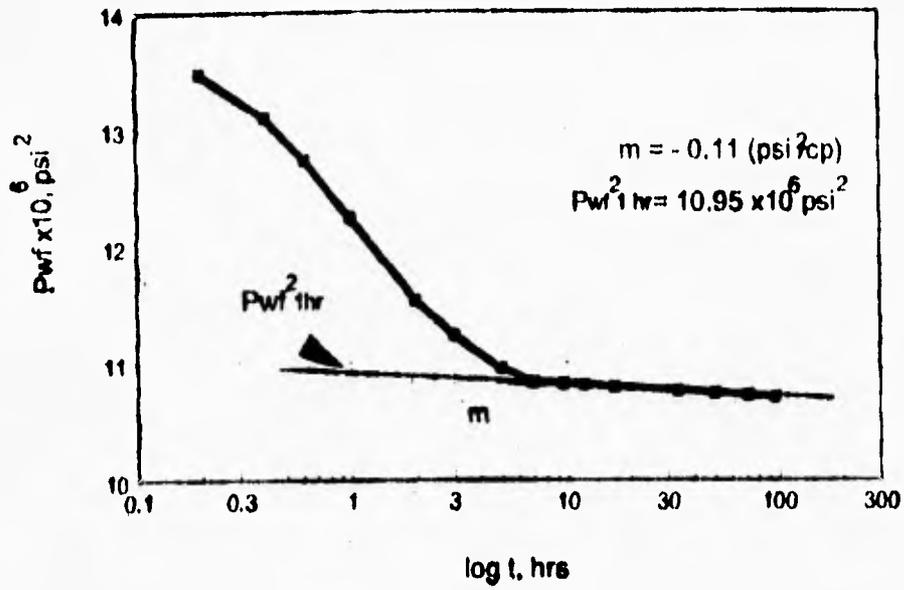


Fig. 4.2 Gráfica Pwf^2 vs log t

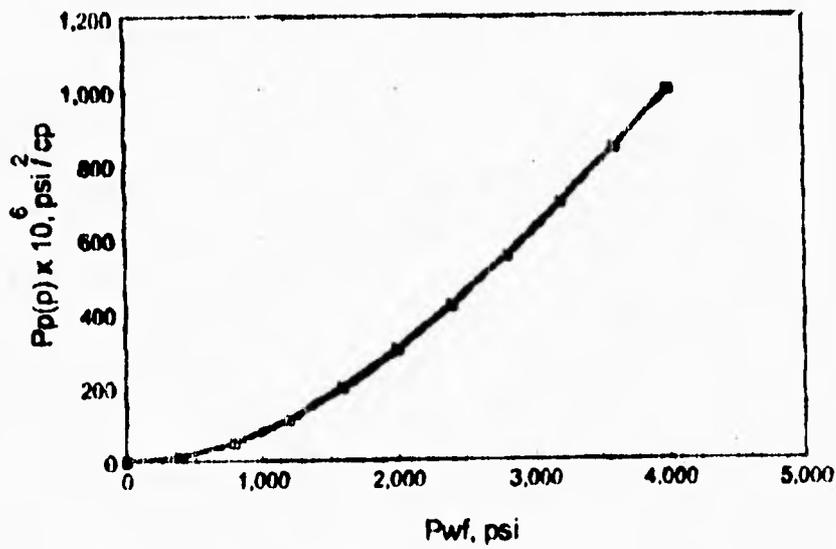


Fig. 4.3 Pwf vs $Pp(p)$

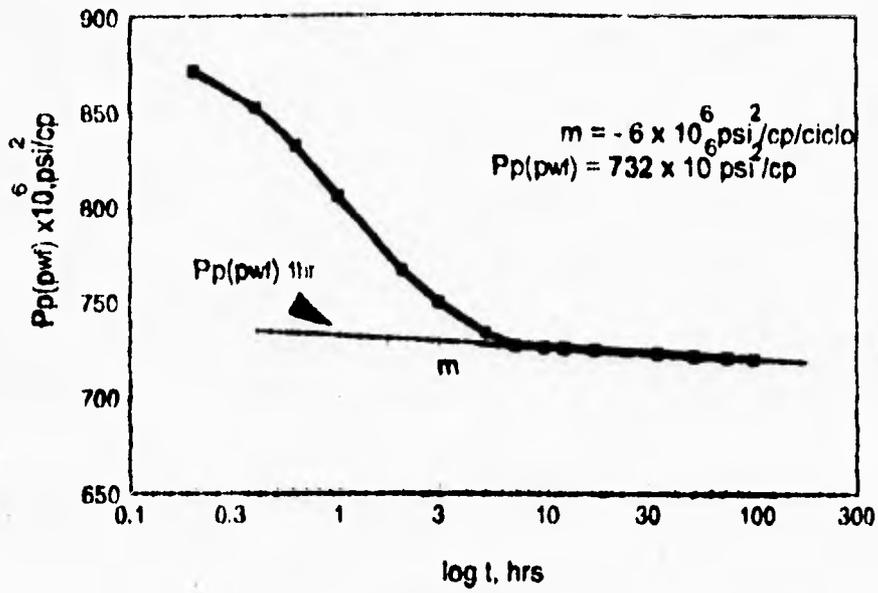


Fig. 4.4 Gráfica $P_p(\text{pwf})$ vs $\log t$

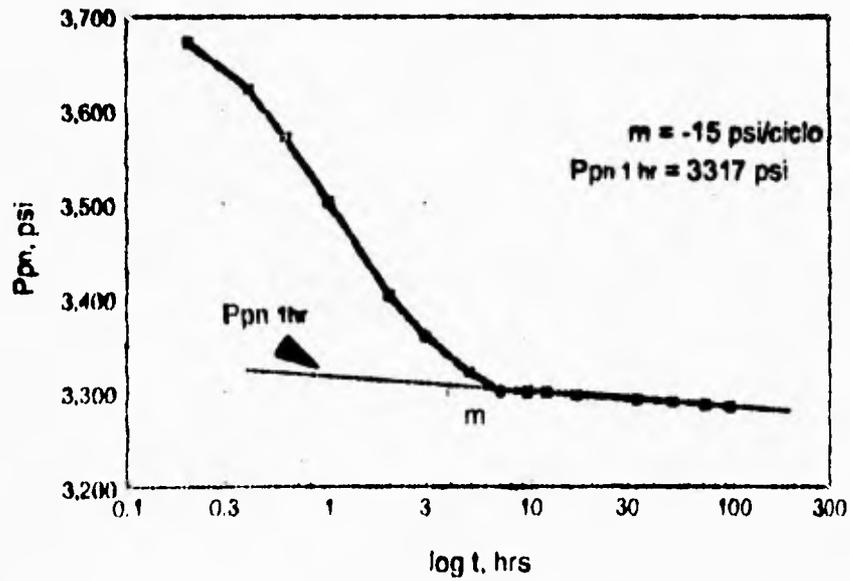


Fig. 4.5 Gráfica P_{pn} vs $\log t$

Análisis de resultados:

Una comparación de los parámetros estimados en términos de P_{wf} , P_{wf}^2 , $Pp(p)$ y Pp_n así como los resultados de literatura (en términos de $Pp(p)$) está dada en la tabla 4.2. En general, las cuatro opciones de análisis se acercan a los resultados reales; sin embargo, notando los resultados obtenidos mediante la utilización de $Pp(p)$ y Pp_n , se puede concluir que estos son más confiables en vista que toman en cuenta la variación de las propiedades como función de presión y que a su vez evitan el cálculo de una presión promedio para determinar las propiedades del gas, (lo cual es un problema serio). El valor del factor de daño aparente (en los cuatro casos) es mayor a 0, indicando que el pozo está considerablemente dañado, de donde gran parte del daño total aparente puede ser debido a la alta velocidad del gas y al efecto de la reducción en la permeabilidad en la vecindad del pozo k_s , tomando en cuenta que la permeabilidad de la formación es baja, $k \approx 17$ md. Esto concuerda con el resultado obtenido de la eficiencia de flujo, EF, cuyos valores son menores a la unidad, lo cual es muy común en pozos con problemas de productividad, además, apoyado con el radio efectivo del pozo, r_w' , cuyos resultados son extremadamente pequeños. Lo anterior puede llevarnos a considerar sin temor a equivocarse en una estimulación al pozo para mejorar las condiciones de daño y por lo tanto su productividad. Por otra parte, en lo que respecta a la caída de presión debida al daño, los valores no pueden compararse entre sí, ya que los análisis para ΔP_s tienen diferentes unidades; sin embargo, una comparación entre P_{wf} y Pp_n puede realizarse, observándose que los valores obtenidos son aproximadamente iguales, con lo cual se puede concluir que la utilización de Pp_n es muy eficiente.

Tabla 4.2 Resultados comparativos

	P_{wf} (psi)	P_{wf}^2 (psi ²)	$Pp(p)$ (psi ² /cp)	Pp_n (psi)	Referencia con $Pp(p)$ (psi ² /cp)
k (md)	16.35	16.70	16.88	17.05	17.00
s'	24.24	24.98	25.00	25.69	25.31
ΔP_s (psi)	337.49	2.391×10^5	131.168×10^6	335.25	115.7×10^6
EF	0.2647	0.2577	0.1972	0.2530	-
r_i (pies)	1753.36	1772.03	1812.72	1821.83	-
r_w' (pies)	1×10^{-10}	1×10^{-10}	1×10^{-10}	1×10^{-10}	-

Ejemplo 2. Prueba de Incremento de Presión

Una prueba de incremento de presión se llevo a cabo en un pozo de gas, cuyos datos están mostrados en la tabla 4.3. La información correspondiente está dada a continuación:

$$\begin{aligned}
 P_i &= 3732 \text{ psi} \\
 t_p &= 120.53 \text{ hrs} \\
 \phi &= 0.10 \\
 h &= 20 \text{ pies} \\
 T &= 673^\circ\text{R} \\
 r_w &= 0.29 \text{ pies} \\
 q_g &= 5650 \text{ Mscf/D} \\
 Z_i &= 0.9211 \\
 \mu_i &= 0.0208 \text{ cp} \\
 C_{ii} &= 2.2 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1} \\
 \gamma_g &= 0.68 \\
 S_g &= 0.8
 \end{aligned}$$

Determinar:

1. La capacidad de flujo, kh y la permeabilidad de la formación, k
2. Factor de daño aparente, s'
3. Caída de presión debida al daño, $\Delta P_s'$
4. Eficiencia de flujo, EF
5. Radio de investigación, r_i , a $\Delta t = 49.87 \text{ hrs}$
6. Radio efectivo del pozo, r_w'

(a) P_{ws}

(b) P_{ws}^2

(c) $Pp(p)$

(d) Pp_n

El cálculo de la pseudopresión, $Pp(p)$ y de la pseudopresión normalizada Pp_n , del gas real es realizado de la misma manera como se indica en la sección correspondiente. En este ejemplo, se anotan los resultados correspondientes a cada valor de presión, P_{ws} , tabla 4.3.

Tabla 4.3 Datos y resultados para la prueba de incremento de presión

Δt (hrs)	$\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$	P_{ws} (psi)	P_{ws}^2 $\times 10^6$ (psi ²)	$P_p(p)$ $\times 10^6$ (psi ² /cp)	P_{p_i} (psi)
0.0	0.0	3295	10.85	710.6	3303.43
0.53	228.42	3296	10.86	711.0	3304.39
1.60	142.7	3385	11.45	743.3	3390.10
2.13	62.59	3511	12.32	793.1	3511.77
2.67	46.14	3547	12.58	802.8	3548.34
3.20	38.67	3562	12.68	808.3	3563.13
3.73	33.31	3573	12.76	812.4	3573.98
4.27	29.23	3582	12.83	815.7	3582.87
4.80	26.11	3591	12.89	819.1	3591.76
5.33	23.61	3599	12.95	822.0	3599.68
5.87	21.53	3605	12.99	824.3	3605.62
6.40	19.83	3609	13.02	825.7	3609.58
6.93	18.39	3614	13.06	827.6	3614.53
7.47	17.14	3619	13.09	829.5	3619.48
8.00	16.07	3623	13.12	831.0	3623.45
9.07	14.29	3630	13.17	833.6	3630.39
9.87	13.21	3634	13.20	835.1	3634.36
10.93	12.03	3640	13.24	837.3	3640.32
12.00	11.04	3644	13.27	838.8	3644.29
13.60	9.86	3650	13.32	841.0	3650.25
14.67	9.22	3654	13.35	842.5	3654.23
16.53	8.29	3660	13.39	844.7	3660.19
18.67	7.46	3664	13.42	846.2	3664.17
21.33	6.65	3668	13.45	847.7	3668.15
24.53	5.91	3672	13.48	849.2	3672.13
29.33	5.11	3676	13.51	850.7	3676.12
35.73	4.37	3684	13.57	853.7	3684.08
45.87	3.63	3688	13.60	855.2	3688.07
49.87	3.42	3691	13.62	856.3	3691.06

Solución:

Determinamos el factor de compresibilidad Z , a condiciones de presión promedio. Utilizando la aproximación propuesta por Carr⁵⁶, la presión promedio puede obtenerse de la siguiente relación:

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \sqrt{\frac{1}{2}(P_i^2 + P_{ws}^2)} = \sqrt{\frac{1}{2}(3732^2 + 3295^2)} \\ &= 3520.28 \text{ psi}\end{aligned}$$

Utilizando el método Dranchuk-Purvis-Robinson, ec. 2.24 determinamos el factor de compresibilidad del gas Z a ésta presión promedio, donde las propiedades pseudo-críticas y pseudo-reducidas (ecs. 2.10 - 2.14) respectivamente, requeridas en el cálculo de Z son:

$$\begin{array}{ll} P_{pc} = 669 \text{ psi} & P_{pr} = 5.2620 \\ T_{pc} = 384 \text{ }^\circ\text{R} & T_{pr} = 1.7526 \end{array}$$

obteniéndose:

$$Z = 0.9109$$

Por otra parte, al igual que para el ejemplo 1 de decremento de presión, se calcula:

$$M_{wa} = 19.692 \text{ lb/lb-mole}$$

$$\rho_g = 10.538 \text{ lb}_m/\text{pic}^3$$

$$\mu_g = 0.0202 \text{ cp}$$

La compresibilidad del gas con la ecuación 2.36:

$$C_g = 3 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$$

Finalmente, sabiendo que la saturación de las es de 0.8, obtenemos la compresibilidad total del sistema:

$$C_t = 2.4 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$$

(a) Análisis en términos de P_{ws}

En la figura 4.6, se muestra el comportamiento de P_{ws} vs. $\log(tp + \Delta t) / \Delta t$. De la porción recta de la curva, se obtiene:

$$m = 81 \text{ (psi/ciclo)}$$

$$P_{ws \text{ thr}} = 3570 \text{ psi}$$

$$p^* = 3734 \text{ psi}$$

$$1. \quad kh = 1637 \frac{q_{cs} \bar{\mu} Z'}{2 P_m} = 1637 \frac{(5650)(0.0202)(0.9109)(673)}{2(3520.28)(81)} = 201.63 \text{ md-ft}$$

$$\therefore k = 201.63 / 20 = 10.8 \text{ md}$$

$$2. \quad s' = s + Dq_{cs} = 1.15 \left(\frac{P_{ws \text{ thr}} - P_{wf0}}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu C_r r_w^2} \right) + 3.2275 \right)$$

$$= 1.15 \left(\frac{3570 - 3295}{81} - \log \left(\frac{10.08}{(0.10)(0.0202)(2.4 \times 10^{-4})(0.29^2)} \right) + 3.2275 \right)$$

$$s' = -2.03 < 0$$

$$3. \quad (\Delta p)_s = 0.87 m s' = 0.87(81)(-2.03) = -143.47 \text{ psi}$$

$$4. \quad EIP' = \frac{P_{ws}^* - P_{wf0} - (\Delta p)_s}{P_{ws}^* - P_{wf0}} = \frac{3734 - 3295 - (-143.47)}{3734 - 3295}$$

$$= 1.32 > 1$$

$$5. \quad r_i = \left(\frac{k \Delta t}{948 \phi \mu C_r} \right)^{0.5} = \left(\frac{(10.08)(49.87)}{948(0.10)(0.0202)(2.4 \times 10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$= 1045 \text{ pies}$$

$$6. \quad r_w' = r_w e^{s'} = 0.29 e^{(-2.03)} = 2.20 \text{ pies}$$

$$\therefore r_w' \gg r_w$$

(b) Análisis en términos de P_{ws}^2

En figura 4.7, se muestra el comportamiento de P_{ws}^2 vs. $\log(p_i - \Delta t) / \Delta t$. De la porción recta de la curva, se obtiene:

$$m = 0.57 \times 10^6 \text{ (psi}^2/\text{ciclo)}$$

$$P_{ws}^2_{1hr} = 12.73 \times 10^6 \text{ psi}^2$$

$$p_*^2 = 13.92 \times 10^6 \text{ psi}^2$$

$$1. \quad kh = 1637 \frac{q_{cs} \overline{\mu Z T'}}{m} = 1637 \frac{(5650)(0.0202)(0.9109)(673)}{0.57 \times 10^6} = 201.73 \text{ md - pie}$$

$$\therefore k = 201.73 / 20 = 10.08 \text{ md}$$

$$2. \quad s' = s + Dq_{cs} = 1.151 \left(\frac{P_{ws}^2_{1hr} - P_{wf0}^2}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 3.2275 \right)$$

$$= 1.151 \left(\frac{12.73 - 10.85}{0.57} - \log \left(\frac{10.08}{(0.10)(0.0202)(2.4 \times 10^{-4})(0.29^2)} \right) + 3.2275 \right)$$

$$s' = -2.14 < 0$$

$$3. \quad (\Delta p^2)_s = 0.87ms' = 0.87(0.57 \times 10^6)(-2.14) = -1.061 \times 10^6 \text{ psi}^2$$

$$4. \quad I/I' = \frac{P_{ws}^2 - P_{wf0}^2 - (\Delta p^2)_s}{P_{ws}^2 - P_{wf0}^2} = \frac{13.92 - 10.85 - (-1.061)}{13.92 - 10.85}$$

$$= 1.34 > 1$$

$$5. \quad r_i = \left(\frac{k \Delta t}{948 \phi \mu c_t} \right)^{0.5} = \left(\frac{(10.08)(49.87)}{948(0.10)(0.0202)(2.4 \times 10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$= 1043.77 \text{ pies}$$

$$6. \quad r_w' = r_w e^{s'} = 0.29 e^{(-2.14)} = 2.46 \text{ pies}$$

$$\therefore r_w' \gg r_w$$

c) Análisis en términos de $Pp(p)$

La pseudopresión del gas real es determinada para cada valor de presión de interés, mediante integración numérica dentro de un rango de presiones determinadas (de 0 a 4000 psi), obteniéndose la curva $Pp(p)$ vs P , figura 4.8.

En la figura 4.9, se muestra el comportamiento de $Pp(p_{ws})$ vs. $\log((p_i - \Delta t) / \Delta t)$. De la porción recta de la curva, se obtiene:

$$m = 30.5 \times 10^6 \text{ (psi}^2\text{/cp/ciclo)}$$

$$Pp(p_{ws})_{thr} = 811 \times 10^6 \text{ psi}^2\text{/cp}$$

$$Pp(p_{ws})^* = 872 \times 10^6 \text{ psi}^2\text{/cp}$$

$$1. \quad kh = 1637 \frac{q_{cs} T'}{m} = 1637 \frac{(5650)(673)}{30.5 \times 10^6} = 204.085 \text{ md - pie}$$

$$\therefore k = 204.085 / 20 = 10.20 \text{ md}$$

$$2. \quad s' = s + Dq_{cs} = 1.151 \left(\frac{Pp(p_{ws,thr}) - Pp(p_{wf0})}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi \mu_i c_u r_w^2} \right) + 3.2275 \right)$$

$$= 1.151 \left(\frac{811 - 710.4}{30.5} - \log \left(\frac{10.20}{(0.10)(0.0208)(2.2 \times 10^{-4})(0.29^2)} \right) + 3.2275 \right)$$

$$s' = -2.19 < 0$$

$$3. \Delta Pp(p)_s = 0.87ms' = 0.87(30.5 \times 10^6)(-2.19) \\ = -58.152 \times 10^6 \text{ psi}^2 \text{ cp, de la gráfica 4.8, la presión correspondiente es} \\ = -865 \text{ psi}$$

$$4. \quad EI' = \frac{Pp(p_{ws})^* - Pp(p_{wf0}) - \Delta Pp(p)_s}{Pp(p_{ws})^* - Pp(p_{wf0})} = \frac{872 - 710.6 - (-58.152)}{872 - 710.6} \\ = 1.36 > 1$$

$$5. \quad r_i = \left(\frac{k\Delta t}{948\phi\mu_i C_{ii}} \right)^{0.5} = \left(\frac{(10.20)(49.87)}{948(0.10)(0.0208)(2.2 \times 10^{-4})} \right)^{0.5}$$

$$= 1082.86 \text{ pies}$$

$$6. \quad r_w' = r_w e^{-s} = 0.29 e^{-(2.19)} = 2.59 \text{ pies}$$

$$\therefore r_w' = r_w$$

(d) Análisis en términos de P_{pn}

En la figura 4.10 se muestra el comportamiento de P_{pn} vs. $\log (tp - \Delta t) / \Delta t$. De la porción recta de la curva se obtiene:

$$m = 78 \text{ (psi/ciclo)}$$

$$P_{pn} |_{tw} = 3565 \text{ psi}$$

$$P_{pn}^* = 3732 \text{ psi}$$

Además:

$$B_{gi} = 4.7 \times 10^{-3} \text{ pie}^3_{cs} / \text{pie}^3_{cs}$$

$$y \quad q = 1\,006\,230 \text{ bl / D}$$

$$1. \quad kh = -162.6 \frac{q B_{gi} \mu_{gi}}{-m} = -162.6 \frac{(1\,006\,230)(4.7 \times 10^{-3})(0.0208)}{-78} = 205.06 \text{ md-pie}$$

$$\therefore k = 205.06 / 20 = 10.25 \text{ md}$$

$$2. \quad s' = s + Dq_{cs} = 1.15 \left[\frac{P_{pn}|_{hr} - P_{pn}|_{w/o}}{m} - \log \left(\frac{k}{\phi\mu_i C_{ii} r_w^2} \right) + 3.2275 \right]$$

$$= 1.15 \left[\frac{3565 - 3303.43}{78} - \log \left(\frac{10.25}{(0.10)(0.0208)(2.2 \times 10^{-4})(0.29^2)} \right) + 3.2275 \right]$$

$$s' = -2.12 < 0$$

$$3. (\Delta P_p)_s = 0.87 m s' = 0.87(78)(-2.12) = -144.06 \text{ psi}$$

$$4. EI' = \frac{P_{pn}^* - P_{pn_{wf0}} - (\Delta P_p)_s}{P_{pn}^* - P_{pn_{wf0}}} = \frac{3732 - 3303.43 - (-144.06)}{3732 - 3303.43} = 1.33 > 1$$

$$5. r_i = \left(\frac{k \Delta t}{948 \phi \mu_i c_n} \right)^{0.5} = \left(\frac{(10.20)(49.87)}{948(0.10)(0.0208)(2.2 \times 10^{-4})} \right)^{0.5} = 1085.5 \text{ pies}$$

$$6. r_w' = r_w e^{s'} = 0.29 e^{(-2.12)} = 2.41 \text{ pies}$$

$$\therefore r_w' \gg r_w$$

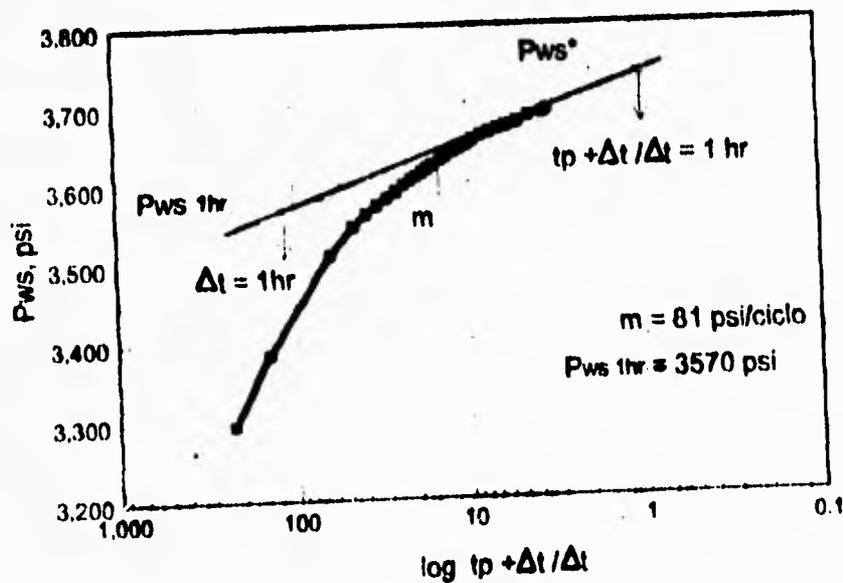


Fig. 4.6 Gráfica P_{ws} vs $\log tp + \Delta t / \Delta t$

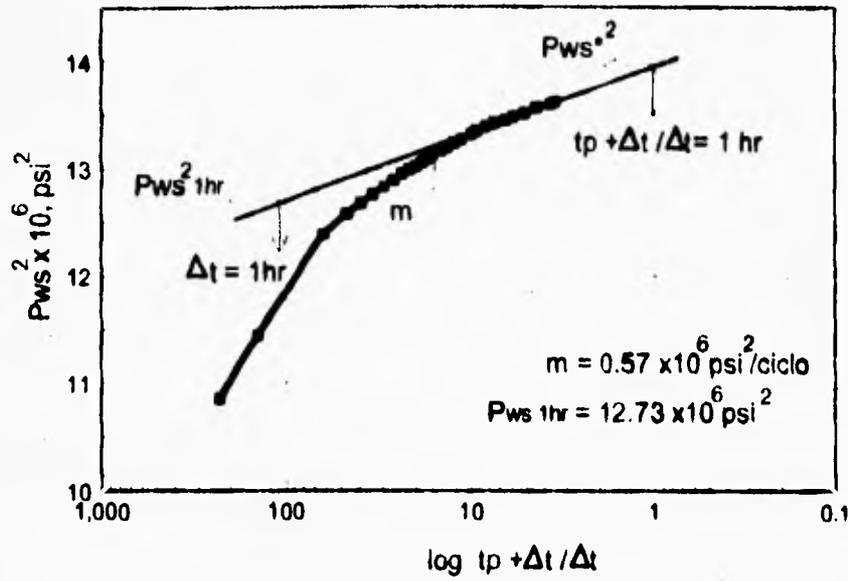


Fig. 4.7 Gráfica Pws^2 vs $\log tp + \Delta t / \Delta t$

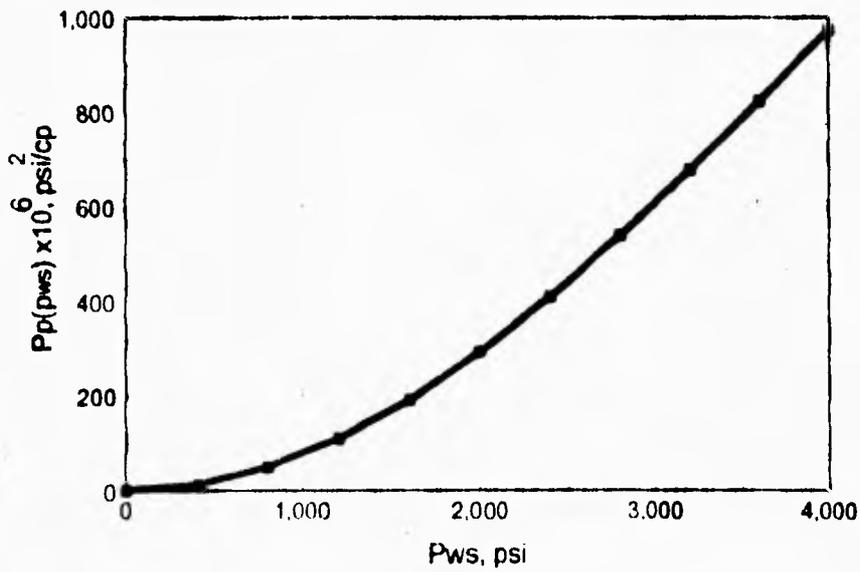


Fig. 4.8 Gráfica $Pp(pws)$ vs Pws

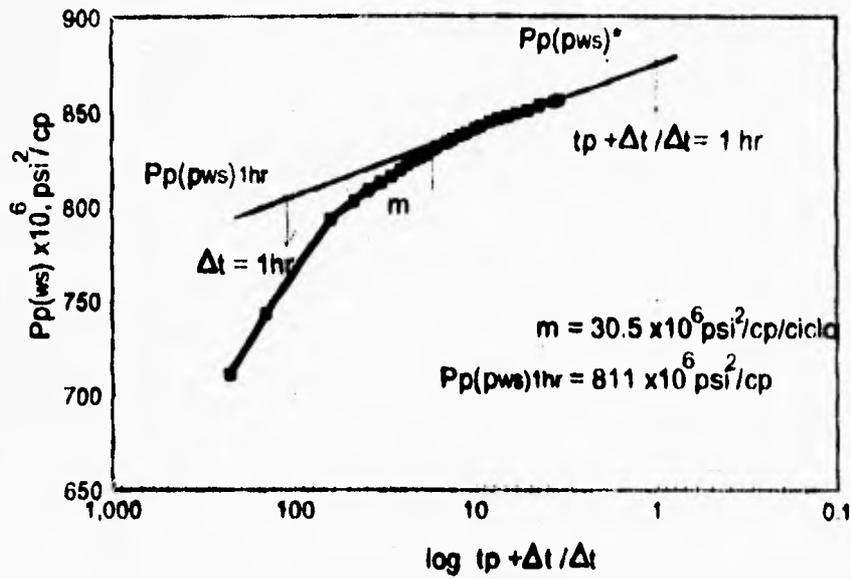


Fig. 4.9 Gráfica $Pp(ws)$ vs $\log tp + \Delta t / \Delta t$

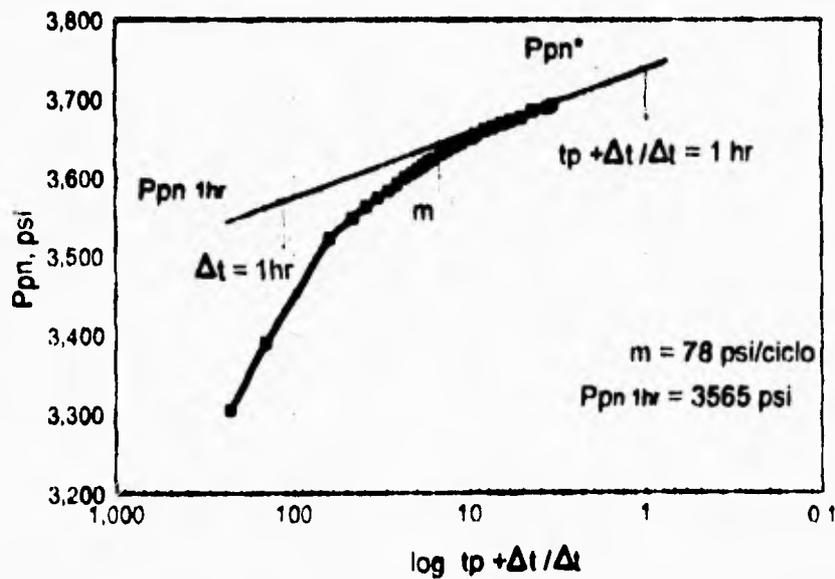


Fig. 4.10 Gráfica Ppn vs $\log tp + \Delta t / \Delta t$

Análisis de resultados:

En la tabla 4.3 se resumen los resultados obtenidos mediante P_{ws} , P_{ws}^2 , $Pp(p)$ y Pp_n . En general, todos los resultados son buenos, ya que se aproximan a los reales. Sin embargo, como en el ejemplo anterior, los resultados obtenidos mediante la utilización de $Pp(p)$ y Pp_n , son más confiables, ya que los resultados que arrojan son más cercanos que los obtenidos por las otras dos opciones, además de sus ventajas inherentes sobre estas últimas. En los resultados obtenidos para el factor de daño aparente s' , se observa que estos son menores que cero, lo que indica que el pozo está fluyendo bajo condiciones óptimas, lo que a su vez se refleja en la eficiencia de flujo, EF, que es mayor a la unidad, indicando, para este caso, que el pozo está produciendo a un 132 - 136 % de lo que produciría si no estuviese dañado. Lo anterior puede validarse además a través de radio efectivo del pozo, r_w' , siendo éste mayor que el radio del pozo, r_w . Por otra parte, como en el ejemplo anterior, no es posible comparar el parámetro de la caída de presión por daño entre los cuatro resultados, pero una comparación entre P_{ws} y Pp_n , muestra la utilidad de Pp_n , mostrando las ventajas que da esta pseudofunción. Finalmente, el radio de investigación indica la distancia a través de la cual la presión transitoria se ha movido dentro de la formación a partir del pozo, aportando una idea de hasta donde llegó la transmisión de la presión y que longitud del yacimiento está representado por las propiedades determinadas. En este contexto, los valores obtenidos a través de las pseudofunciones son cercanos al valor original, en especial el valor obtenido de la pseudopresión $Pp(p)$, reforzando de ésta manera su dominio sobre las otros dos esquemas de análisis.

Tabla 4.4 Resultados comparativos

	P_{ws} (psi)	P_{ws}^2 (psi ²)	$Pp(p)$ (psi ² /cp)	Pp_n (psi)	Referencia con $Pp(p)$ (psi ² /cp)
k (md)	10.08	10.08	10.20	10.25	10.2
s'	-2.03	-2.14	-2.19	-2.12	-2.2
ΔP_s (psi)	-143.47	-1.061×10^6	-58.152×10^6	-144.06	-
EF	1.32	1.34	1.36	1.33	-
r_i (pies)	1045	1043.77	1082.86	1085.5	1082
r_w' (pies)	2.20	2.46	2.59	2.41	-

Ejemplo 3. Prueba de decremento de presión de dos gastos

Una prueba de decremento/incremento/decremento de presión fue corrida en un pozo de gas; durante el primer periodo de flujo el gasto fue de 40 000 Mscf/D durante 3 hrs, cerrando posteriormente el pozo por un espacio de 8 hrs, inmediatamente después, se produjo nuevamente por 3 hrs, a un gasto de 60 000 Mscf/D. Las presiones registradas durante las pruebas de decremento se muestran en la siguiente tabla. De las pruebas de flujo, determinar k , s_1' , s_2' , s y D .

Tabla 4.5

t (hrs)	Primer decremento $q_1 = 40\ 000\ \text{Mscf/D}$			Segundo decremento $q_2 = 60\ 000\ \text{Mscf/D}$		
	P_{wf} (psi)	$Pp(p)$ $\times 10^6 (\text{psi}^2/\text{cp})$	Pp_n (psi)	P_{wf} (psi)	$Pp(p)$ $\times 10^6 (\text{psi}^2/\text{cp})$	Pp_n (psi)
0.75	3602	830.45	3595.25	3076	648.10	3062.91
1.00	3596	828.38	3589.15	3066	645.16	3052.90
1.25	3591	826.65	3584.17	3059	642.75	3045.90
1.50	3587	825.27	3580.00	3053	640.66	3039.91
1.75	3583	823.88	3575.94	3048	638.93	3034.91
2.00	3580	822.85	3572.89	3043	637.21	3029.92
2.25	3577	821.81	3569.84	3038	635.48	3024.93
2.50	3575	821.00	3567.81	3036	634.79	3022.93
3.00	3570	819.40	3562.72	3029	632.37	3015.95

Se grafican los valores de $Pp(p)$ vs $\log t$, así como Pp_n vs $\log t$ para cada decremento, figura 4.11, y a continuación se realiza el análisis semilogarítmico, de la manera como se mostró en los ejemplos 1 y 2, obteniéndose:

Tabla 4.6

Gasto Mscf/D	$Pp(p) \times 10^6 (\text{psi}^2/\text{cp})$		$Pp_n (\text{psi})$	
	k (md)	s'	k (md)	s'
40 000	45	9.9	46	9.5
60 000	43	11.9	45	11.6

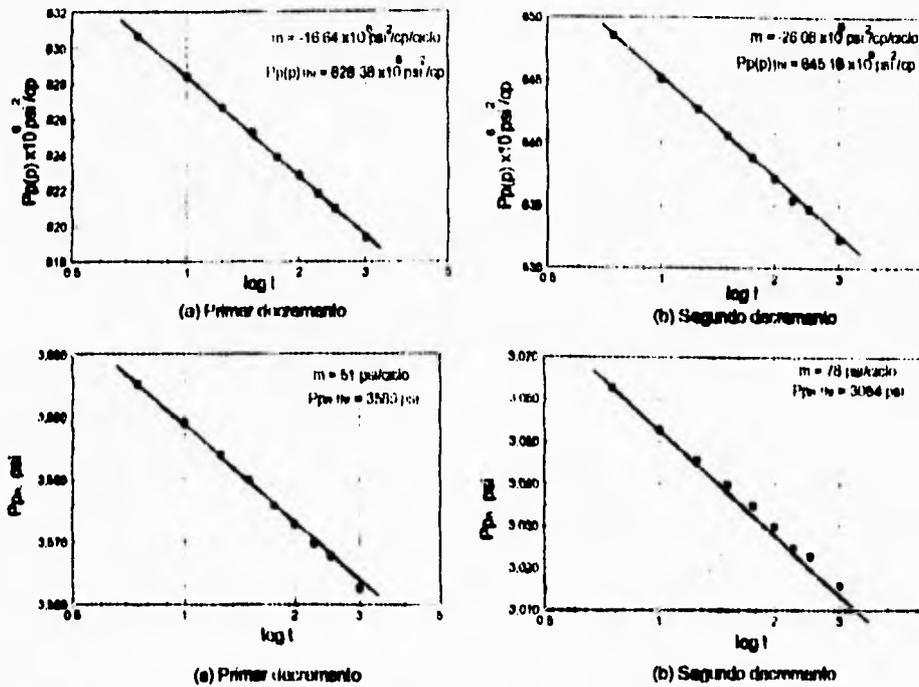


Fig. 4.11 Gráficas de $Pp(p)$ y Ppn vs $\log t$ respectivamente, para los periodos de flujo.

Los valores de permeabilidad mostrados en la tabla 4.6 se calcularon utilizando la ecuación (3.68 usando $Pp(p)$, y 1.51 usando Ppn) tanto para q_1 como q_2 , y el daño total aparente se calculó con la ecuación (3.69 y 1.52, respectivamente) tanto para s_1' como s_2' . Finalmente, puede ser determinado el valor del factor de daño, s , así como del coeficiente de flujo no-laminar, D , para $Pp(p)$, resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$s_1' = 9.9 = s + 40\,000 D$$

$$s_2' = 11.9 = s + 60\,000 D$$

obteniéndose:

$$s = 5.9; \quad D = 1.0 \times 10^{-4} \text{ l/Mscf/D}$$

y para Ppn , se tiene:

$$s_1' = 9.5 = s + 40\,000 D$$

$$s_2' = 11.6 = s + 60\,000 D$$

resultando:

$$s = 5.6; \quad D = 1.0 \times 10^{-4} \text{ l/Mscf/D}$$

De los resultados obtenidos, el pozo tiene un daño de 5.6 - 5.9, lo que significa que existe un daño de consideración, lo cual hace pensar en la factibilidad de una estimulación para nulificar el daño y aumentar su productividad. Por otro lado, el valor del coeficiente no-laminar, D , nos indica un efecto de flujo no-darciano de magnitud considerable por el efecto de altos gastos de producción en la vecindad del pozo. En otras palabras, para un gasto de 60 000 Mscf/D, la caída de presión por flujo no-darciano será mayor que para un gasto de 40 000 Mscf/D mostrándose que s' es dependiente del gasto, y por lo tanto éste incrementará, a gastos cada vez mayores.

Alternativamente, tanto s como D , pueden ser determinados graficando q vs s' , obteniéndose una línea recta, donde la pendiente de ésta es el valor del coeficiente de flujo no-laminar, D , y la ordenada al origen de la recta es el valor del daño mecánico, s ; como puede observarse en la siguiente figura 4.12

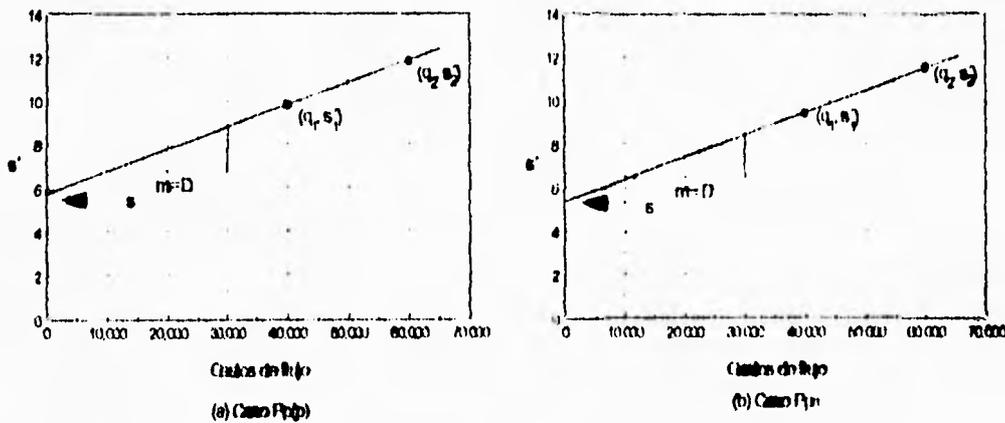


Fig. 4.12 Gráficas q vs s'

Análisis por computadora

En este capítulo se presentan dos ejemplos de análisis de pruebas de presión, una prueba de decremento y una de incremento, mediante la utilización de un sistema especializado en el análisis de pruebas de presión llamado SAPPNI:W²⁶ ver 5.4. Este sistema puede manejar una gran diversidad de modelos tanto para pozos de aceite como para pozos de gas. Además está constituido con todos los procedimientos necesarios para llevar a cabo el análisis de una prueba de pozo asistido por computadora. Así mismo, cuenta con diversas técnicas que van desde los métodos convencionales hasta las técnicas más modernas de análisis automatizado para pruebas de presión.

Inicialmente, se introducen los datos generales del sistema pozo-yacimiento como pueden ser gasto, presión inicial ($t = 0$), radio del pozo, viscosidad del fluido, espesor del intervalo perforado, tiempo de producción (pruebas de incremento), etc. Posteriormente, se introducen los datos de tiempo-presión de la prueba. Si se tratase de pozos de gas, que es lo que nos respecta, se transforman los datos tiempo-presión a su correspondiente pseudopresión o pseudopresión y pseudotiempo normalizados. Después, se grafican los datos anteriores para detectar cualquier anomalía, identificar el tipo de prueba, etc.; se procede a realizar el análisis, graficando la presión y la derivada de presión con respecto al tiempo (Diagnóstico de flujo), a fin de observar su comportamiento y así poder identificar los periodos de flujo presentes durante la prueba, que permitan la selección del modelo más adecuado a los datos medidos. A continuación se procede a realizar el análisis de la prueba, inicialmente mediante un análisis semilogarítmico, utilizando el método MDII para pruebas de decremento y el método de Horner para pruebas de incremento. Finalmente se lleva a cabo el análisis mediante regresión no-lineal.

Ejemplo 4. Prueba de Decremento de Presión

Una prueba de decremento de presión a gasto constante fue corrida en un pozo de gas, del cual se presentan a continuación los datos generales:

$$\begin{aligned}
 P_i &= 3000 \text{ psi} \\
 q_g &= 1000 \text{ Mscf/D} \\
 \phi &= 0.19 \\
 B_g &= 0.0052 \text{ pie}^3_{\text{sc}}/\text{pie}^3_{\text{cs}} \\
 \mu_{gi} &= 0.01911 \text{ cp} \\
 T &= 200 \text{ }^\circ\text{F} \\
 r_w &= 0.365 \text{ pies} \\
 h &= 10 \text{ pies} \\
 \gamma_g &= 0.7 \\
 C_{ti} &= 2.35 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}
 \end{aligned}$$

En tabla 4.7, se presentan los datos de prueba:

Tabla 4.7

t (hrs)	P_{wf} (psi)
0	3000
0.024	2964
0.096	2920
0.244	2890
0.686	2866
2.015	2848
6.00	2833
17.96	2817
53.82	2802
161	2786
281	2777
401	2771
521	2766
641	2763
761	2760
881	2757

Análisis de resultados:

En la figura 4.13 se observa el comportamiento de la presión con respecto al tiempo. Se puede observar que esta prueba no presenta problema alguno en los datos tiempo-presión, aunque cualquier efecto se verá más claramente en la gráfica de diagnóstico de flujo.

En la figura 4.14 se presenta una gráfica doblelogarítmica o de diagnóstico de flujo, de la cual podemos observar, apoyándonos en la curva de la derivada de presión ($d\Delta p/dt$ vs t), que el inicio de la línea recta semilogarítmica es aproximadamente a 1 hora de haber iniciado la prueba. Esto es ilustrado mediante el ajuste de la línea recta de pendiente igual a 0, sobre la porción de la curva de la derivada de presión correspondiente a flujo radial, que a su vez indica el inicio de la línea recta semilogarítmica. Por otra parte, se observa sobre dicha curva, que se alcanzan los efectos de frontera, ilustrado en la última porción de la curva, sugiriendo que se trata de un yacimiento cerrado. En este caso, probablemente la presencia de alguna falla origine esta respuesta. También, al inicio de la prueba se observa

efecto de almacenamiento con una duración muy corta. Se puede decir que la importancia del uso de la derivada de presión es de gran utilidad en el diagnóstico de flujo, ya que permite una mejor visualización del comportamiento de flujo en base a la respuesta de presión durante la prueba, lo cual permite también identificar los regímenes de flujo que pudieran existir. En este caso, se necesita un parámetro de derivación para el cálculo de la derivada, la cual controla el número de puntos que intervienen en dicho cálculo. Para esta prueba se utilizó un parámetro de 0.1 (en un rango de 0 a 1.0), ya que la prueba no presentaba problemas mayores, es decir, se tiene un mínimo de ruido en la respuesta de presión. Con este parámetro se logra suavizar la curva de la derivada, la cual puede estar afectada por el ruido originado por la resolución del aparato de medición, vibraciones, etc. Sin embargo, si se llegase a escoger un valor muy alto, podría enmascarse la respuesta verdadera del sistema pozo-yacimiento, lo cual se vería manifestado en la respuesta de la derivada (muy suavizada).

En la figura 4.15 se tiene la gráfica MDH de Pp_n vs $\log t$, para el análisis semilogarítmico de la prueba de decremento de presión. Como se puede observar, se hace uso de la pseudopresión normalizada del gas real. Este ajuste se realiza en conjunción con la gráfica de anterior, sobre la porción de línea recta correspondiente a flujo radial, a fin de obtener mejores resultados, ya que la curva de la derivada de presión - como se mencionó anteriormente - nos proporciona información sobre el inicio y fin de los periodos de flujo, evitándose un ajuste incorrecto dado que este es por apreciación cualitativa del analista. Así mismo, se observa que al final de la curva de datos de la gráfica semilogarítmica, existe una ligera declinación de dicha curva, constatando lo visualizado en la gráfica de diagnóstico de flujo, de que se trataba de un yacimiento con una frontera. Los resultados obtenidos son $k = 9.97$ y $s' = -1.09 < 0$, que comparados con los resultados obtenidos de la referencia, parecen concordar, principalmente la permeabilidad, cuyo valor es de $k = 9.66$. A este respecto podemos concluir que el análisis realizado en el presente trabajo con el uso del sistema SAPPNEW es más certero, ya que este fue realizado en conjunción con la gráfica de diagnóstico de flujo, mientras que en literatura fue basado únicamente en la gráfica MDH, lo cual genera incertidumbre en el ajuste.

La figura 4.16, presenta ajuste automático de la prueba de decremento de presión mediante regresión no-lineal. Para este caso, se escogió un modelo de yacimiento cerrado, de acuerdo a las observaciones anteriores. Esta gráfica tiene por ordenada y absisa, $\log \Delta Pp_n$ y $\log t$ respectivamente; tomando en cuenta el valor de la pseudopresión normalizada, se esperan resultados más confiables, dadas las ventajas implícitas que conlleva el uso de Pp_n , con lo cual se pueden aplicar directamente las soluciones para flujo de fluidos ligeramente compresibles. Además utilizando esta técnica, los resultados serán consecuencia cuantitativa de un cálculo realizado por la computadora, y no de la apreciación cualitativa del analista. Así pues, el ajuste gráfico obtenido es bastante aceptable, concordando con el ajuste tanto en la curva de presión como en la derivada. Los

resultados obtenidos, también son cercanos a los de referencia. Aunque el valor de la permeabilidad, k , se aleja ligeramente del valor teórico, en el valor correspondiente al factor de daño aparente ocurre lo contrario. Un valor de gran interés obtenido en el ajuste automático, es el radio de drenaje del yacimiento, el cual es 2344.77 pies, aportándonos una idea de la magnitud del mismo. Estos tres parámetros obtenidos aportan gran credibilidad, ya que son el resultado de un proceso matemático, y no de ajuste cualitativo. Por otra parte, estos se pueden constatar a través del análisis de los intervalos de confianza, los cuales nos dan una idea más clara de su certidumbre, de acuerdo a los valores arrojados por dichos intervalos (de cuanto fue el mínimo y en que parámetro).

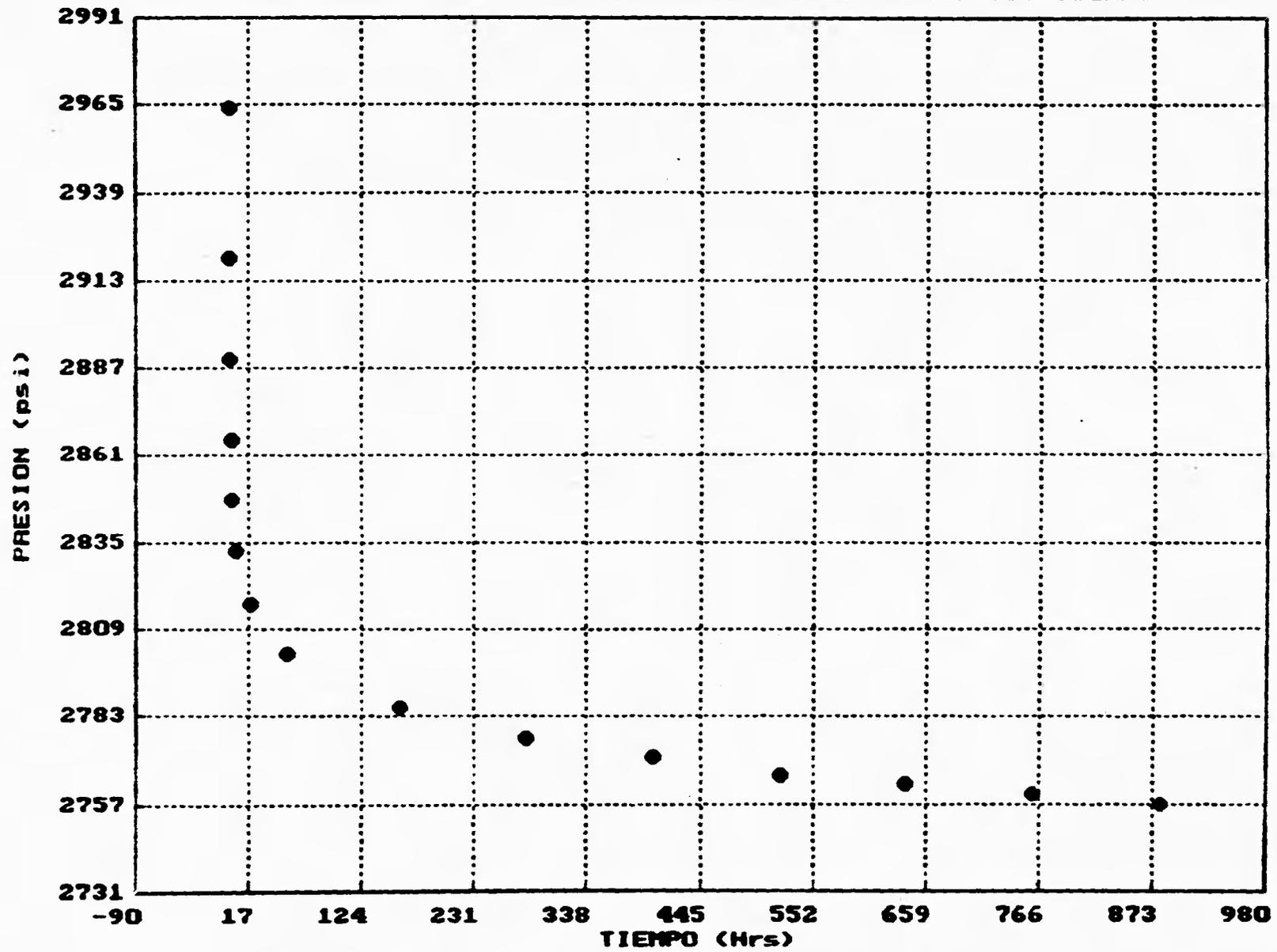
Finalmente, en la figura 4.17 se tiene el ajuste teórico (simulado) contra datos reales de presión (P_{pm} vs $\log t$), mostrando un ajuste aceptable, y validando los resultados obtenidos.

Tabla 4.8 Resultados

Parámetro	Literatura	Análisis Semi-log	Regresión no-lineal
k (md)	9.66	9.97	10.09
s'	-0.21	-1.09	-0.9698

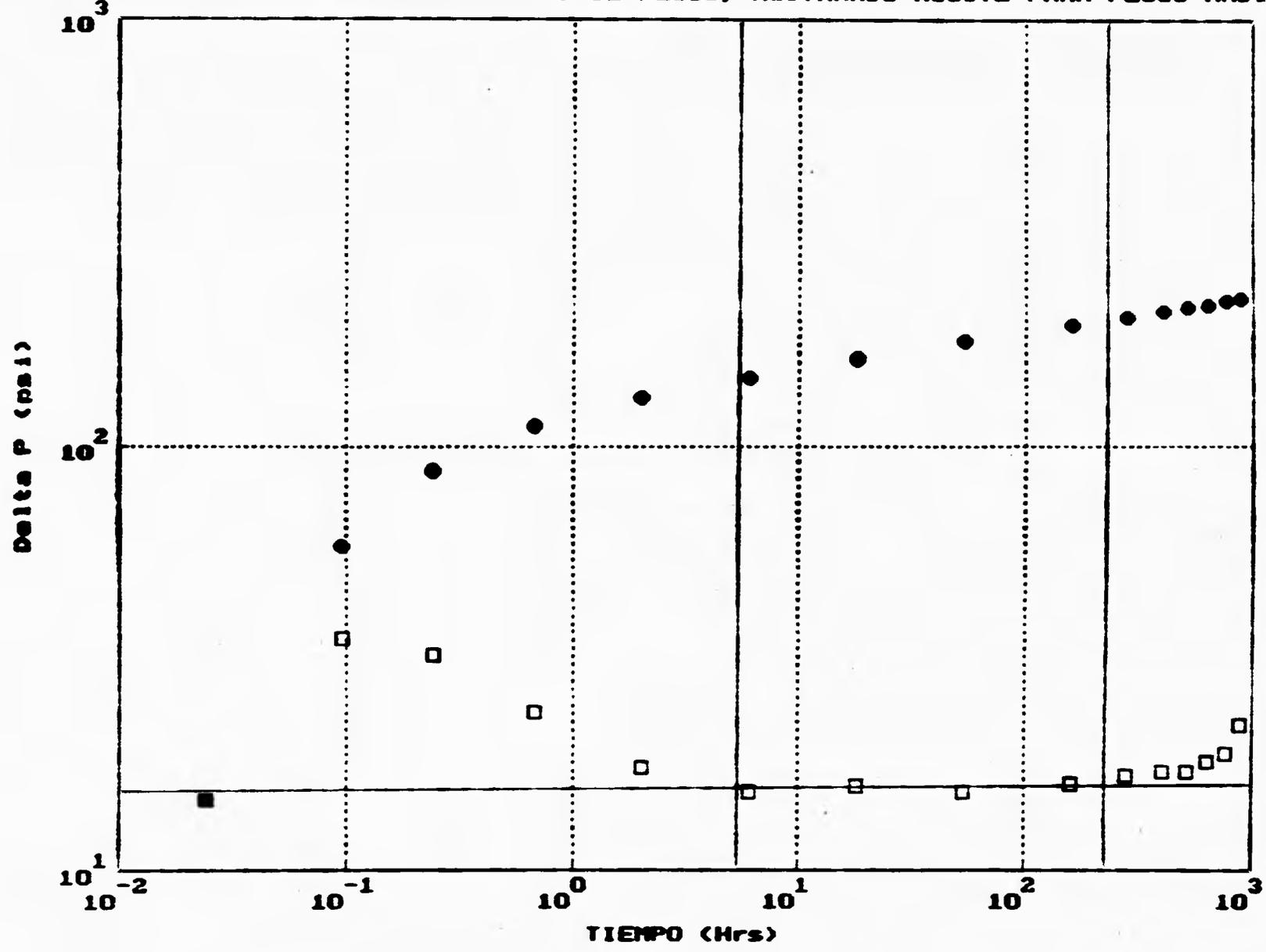
De los resultados obtenidos tanto en el análisis semilogarítmico como a través de regresión no-lineal, se puede concluir que la permeabilidad obtenida, siendo ésta del orden de 10 md, es muy buena para yacimientos de gas. Lo anterior es apoyado por el resultado obtenido para el factor de daño aparente, el cual es menor que cero, indicando que el pozo no está dañado y que está produciendo en óptimas condiciones.

FIG.4.15 GRAFICA CARTESIANA DE PRESION (Puf) US. TIEMPO



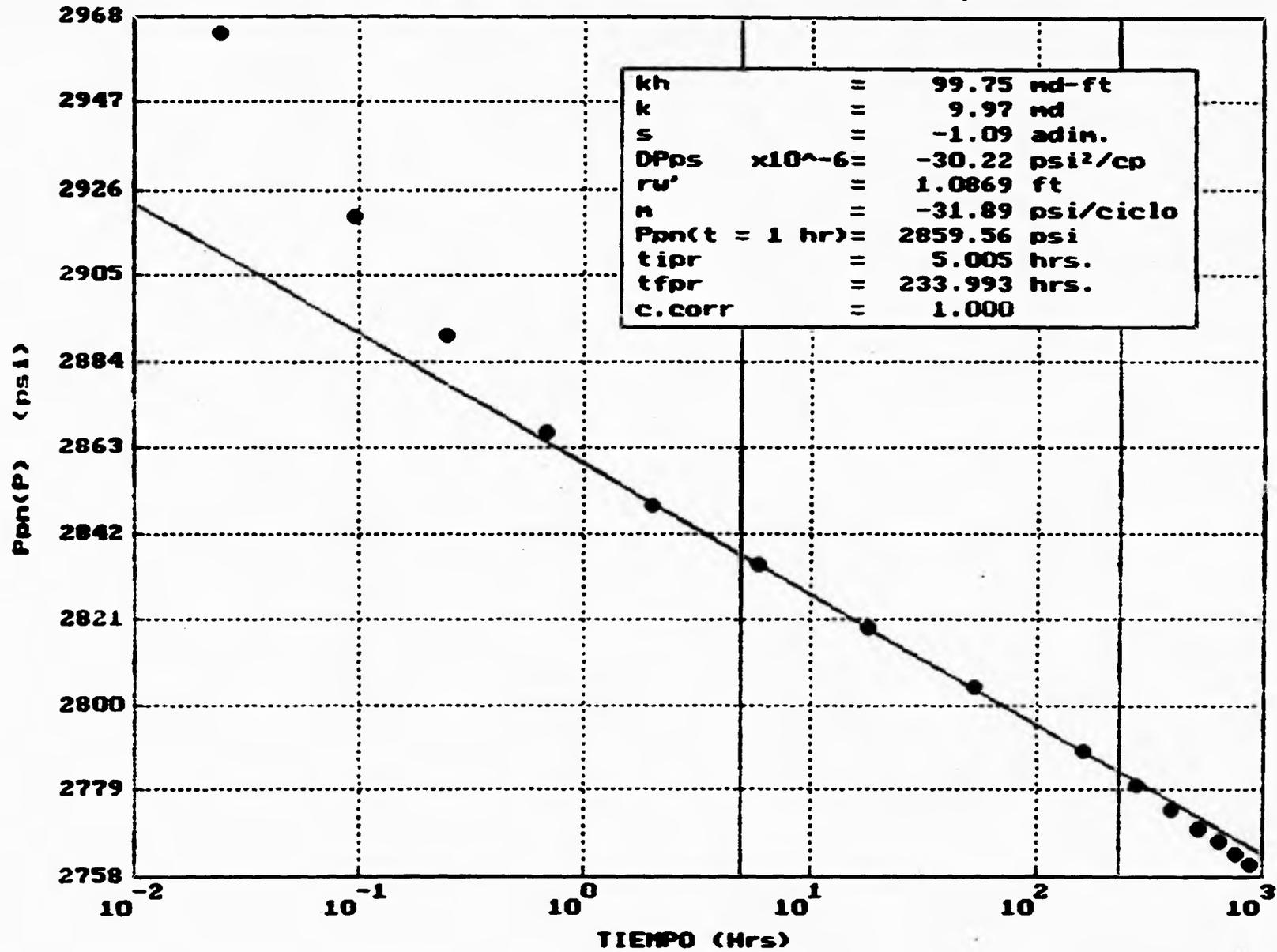
Ejemplos de aplicación

FIG.4.14 GRAFICA DE DIAGNOSTICO DE FLUJO, MOSTRANDO AJUSTE PARA FLUJO RADIAL



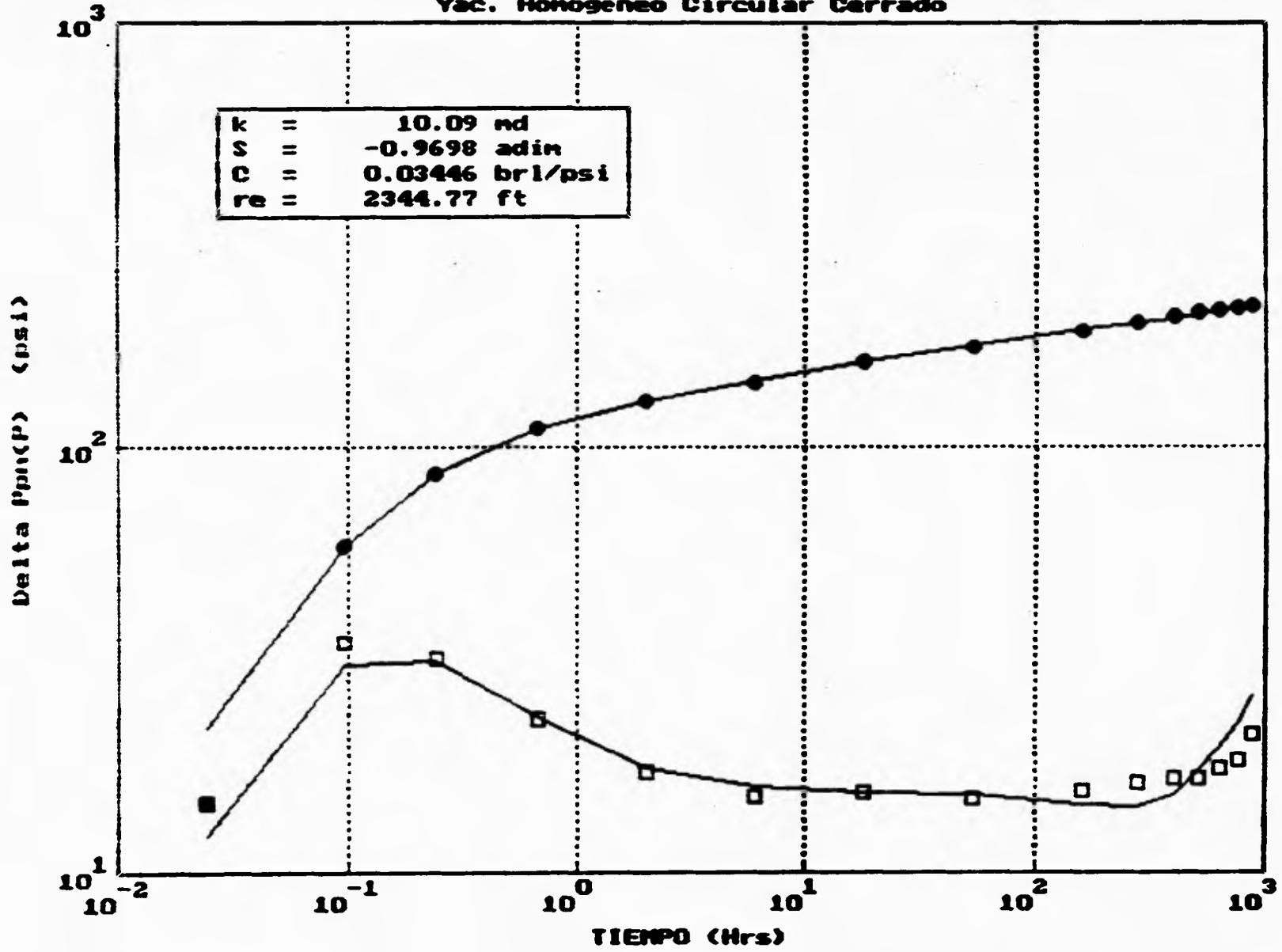
Ejemplos de aplicación

FIG.4.15 GRAFICA MDH EN TERMINOS Ppn



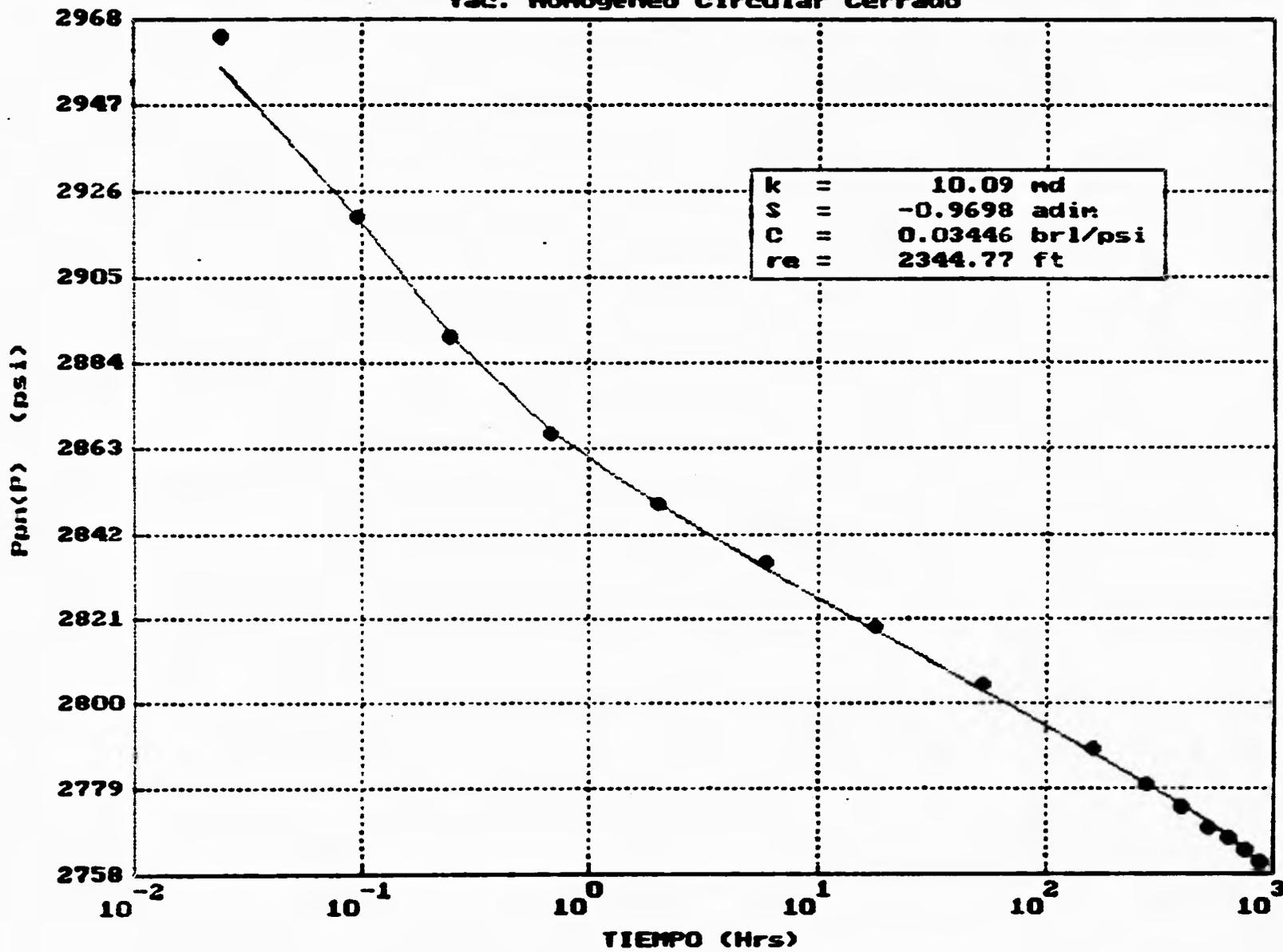
Ejemplos de aplicación

**FIG.4.16 REGRESION NO-LINEAL A LOS DATOS DE PRESION
Yac. Homogéneo Circular Cerrado**



Ejemplos de aplicación

FIG.4.17 AJUSTE TEORICO (SIMULADO) CONTRA DATOS REALES
Yac. Homogéneo Circular Cerrado



Ejemplos de aplicación

Ejemplo 5. Prueba de Incremento de Presión

Una prueba de incremento de presión es considerada para este caso. Los datos generales están dados a continuación:

- $P_i = 6500$ psi
- $q_g = 190$ Mscf/D
- $\phi = 0.075$
- $T = 202$ °F
- $h = 25$ pies
- $r_w = 0.25$ pies
- $\mu_R = 0.282$ cp
- $C_{ii} = 8.28 \times 10^{-5}$ psi⁻¹
- $B_g = 0.0032$
- $\gamma_R = 0.65$
- $t_p = 1200$ hrs

Tabla 4.9 Datos de prueba

Δt (hrs)	P_{ws} (psi)	Δt (hrs)	P_{ws} (psi)
0	707	32.3	4760
0.0720	720	35.0	4961
0.288	759	38.0	5158
0.936	872	41.4	5348
2.23	1088	45.6	5530
3.58	1304	50.6	5702
4.97	1521	57.2	5861
6.41	1739	66.6	6001
7.92	1957	81.6	6118
9.46	2176	110	6210
11.0	2395	181	6283
12.7	2615	301	6334
14.4	2834	421	6363
16.1	3054	541	6383
17.8	3272	661	6397
19.6	3491	781	6408
21.5	3707	901	6417
23.4	3922	1021	6424
25.4	4136	1141	6429
27.6	4346	1200	6432
29.9	4556		

En la figura 4.18 se observa el comportamiento de la presión con respecto al tiempo, no presentando anomalía alguna en los datos

En la figura 4.19 se presenta una gráfica doble log de diagnóstico de flujo de la cual podemos observar, apoyándonos en la curva de la derivada de presión ($d\Delta P(p)/dt$ vs ta) que el inicio de la línea recta semilogarítmica para este caso es aproximadamente a 600 horas de haber iniciado la prueba (régimen de flujo radial), ilustrado por el ajuste de la línea recta de pendiente 0. Esta prueba presenta una característica muy importante, ya que tiene un tiempo de producción, t_p , igual al tiempo de cierre, Δt . Por esta razón, la derivada de presión debe realizarse con respecto al tiempo de superposición, y no con respecto al logaritmo natural del tiempo, como en casos de decrementos. El tiempo de producción, t_p , tiene una marcada influencia en la tendencia de la derivada, por lo que un valor incorrecto podría generar resultados totalmente erróneos. Además se debe de considerar que en este caso, $t_p = \Delta t$, saliéndose de la regla de $t_p = 10 \Delta t$, para considerar un incremento en donde el tiempo de producción no tiene efecto en la tendencia de presión, con lo cual el análisis MDH es totalmente válido. Como en este caso, $t_p = \Delta t = 1200$, el análisis se restringe a Horner. Si no se efectúa esta consideración, la respuesta de la curva de la derivada de la presión, para este caso, ilustraría un comportamiento típico para flujo esférico. Por otra parte, de acuerdo al comportamiento resultante se observa que se trata de un yacimiento infinito. En este caso el parámetro de derivación fue tomado de 0.1 (en un rango de 0 a 1.0)

En la figura 4.20 se tiene la gráfica de Horner de Pp_n vs $\log \Delta ta$ ($t_p + \Delta ta$), para el análisis semilogarítmico de la prueba de incremento de presión, donde a través del ajuste, se obtienen buenos resultados. Este ajuste se realiza también en conjunción con la gráfica de diagnóstico de flujo a fin de obtener resultados más confiables. Hay que tomar en cuenta, que debido a que es una prueba de incremento de presión, se utiliza además de la pseudopresión normalizada, el pseudotiempo normalizado, haciendo aún más confiables los resultados por las ventajas implícitas en su utilización. Un parámetro de gran importancia, es la pseudopresión normalizada "falsa" o "estrella", Pp_n^* , cuyo resultado es 6502.17 psi, aportando de esta manera una idea del valor de la presión inicial del yacimiento, siendo en este caso de 6500 psi; con lo cual, si no se conociera este valor de entrada, el método de presión "falsa" nos proporcionaría un valor razonable de P_i . La eficiencia de flujo, EF, obtenida es de 0.32 \approx 1, indicando que el pozo está produciendo a un 32% de lo que produciría si no estuviese dañado; esto sugiere que una estimulación al pozo para incrementar su productividad sería conveniente. Lo anterior puede constatarse con el resultado del radio efectivo del pozo r_{we} , el cual es mucho menor a r_w . Los resultados de los dos parámetros anteriores validan el resultado obtenido para el daño, siendo éste de 16.77 \gg 0, indicando que el pozo tiene un daño de consideración.

En la figura 4.21, se tiene el ajuste automático de la prueba de incremento de presión mediante regresión no-lineal. Para este caso, se escogió un modelo de yacimiento infinito, de acuerdo a las observaciones anteriores. Hay que recalcar que se hace uso de las

pseudofunciones normalizadas cuyas unidades de presión y tiempo son conservadas, (psi) y (hrs), respectivamente, dando una idea más objetiva del problema. El ajuste es bastante aceptable, de donde resultados estimados son muy cercanos a los obtenidos mediante análisis semilogarítmico; la permeabilidad, cuyo valor es de 0.08648, ilustra una característica típica de un yacimiento de baja permeabilidad asociado a un yacimiento de gas; por otra parte, el daño tiene un valor de $15.3 > 0$, indicando que el pozo está dañado, y que una estimación para nulificar el daño y consecuentemente aumentar su productividad sería de gran utilidad. De los resultados obtenidos, basados en la regresión no-lineal, podemos observar que, aunque el valor de la permeabilidad es muy similar al de literatura, ($k = 0.0983$), el daño estimado en el presente trabajo se aparta bastante ($s = 19.6$); a este respecto podemos concluir que los resultados obtenidos en este trabajo pueden ser más veraces que los de referencia por las siguientes razones:

(a) El ajuste fue realizado mediante análisis semilogarítmico, apoyado de una gráfica doble log de diagnóstico de flujo para determinar de manera más confiable el inicio de la línea recta semilogarítmica. Ratificando los resultados a través del ajuste mediante regresión no-lineal, cuyos resultados son consecuencia de un proceso matemático.

(b) El ajuste realizado por los autores, fue hecho mediante curvas tipo Gringarten¹⁴, donde a pesar de ser un método aceptable, siempre existe la duda de la exactitud del mismo, dado que este es visual, y está restringido para un número limitado de curvas

(c) En los datos de referencia, no se afectan los datos de la derivada de la presión por efectos de tiempo de producción.

(d) En este trabajo se realiza el cálculo de la derivada con respecto al tiempo de superposición, lo cual es totalmente válido para pruebas de incremento, con lo cual se evita el enmascaramiento de la respuesta del sistema.

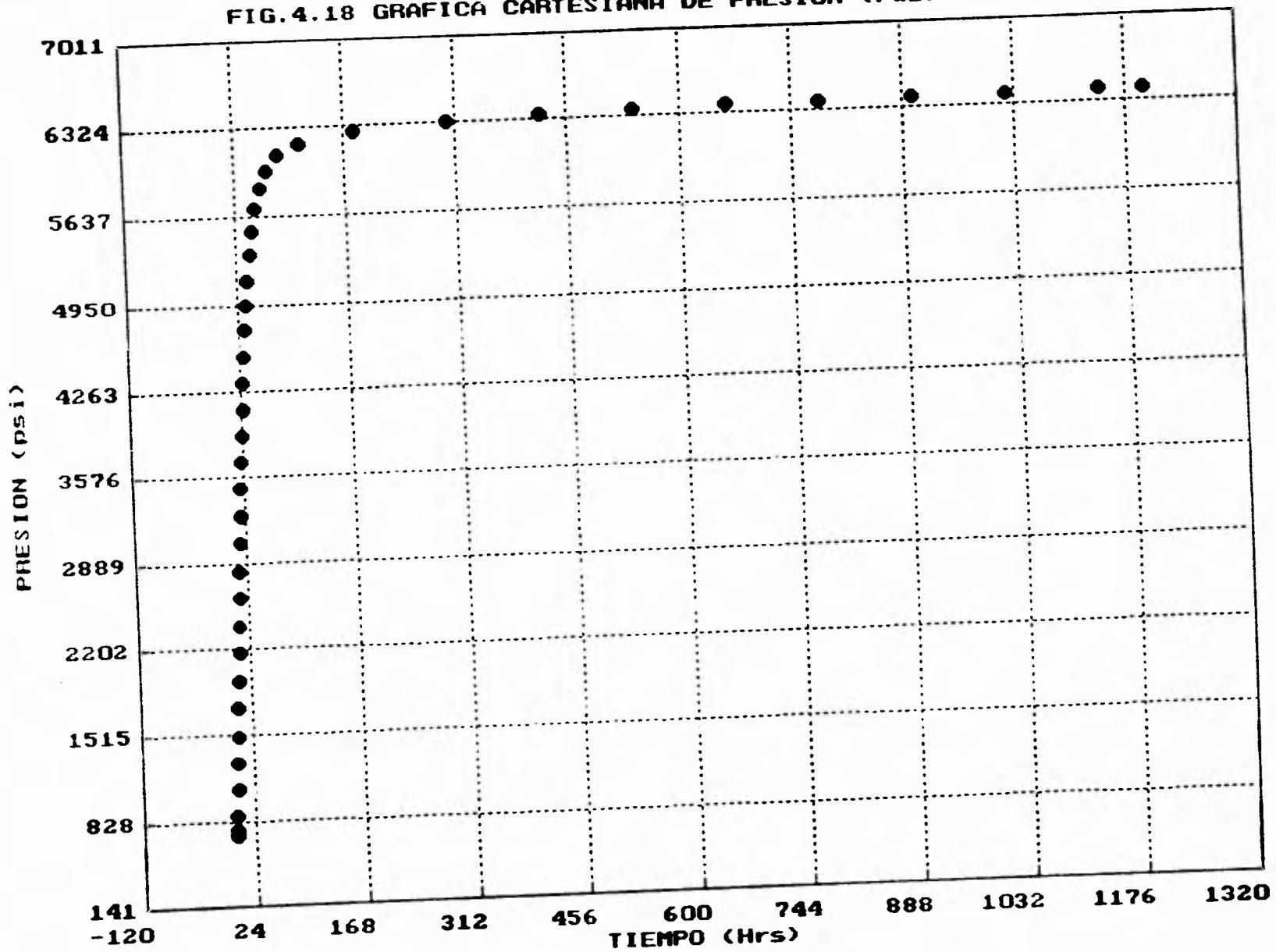
(e) Así mismo, en el presente trabajo se utilizan las pseudofunciones normalizadas de presión y tiempo, teniéndose mayor confiabilidad en los resultados por las ventajas implícitas, mientras que en literatura utilizan pseudofunciones de presión y tiempo.

(f) Los resultados sintéticos de literatura pueden no ser veraces.

(e) La prueba se analizó en otro sistema especializado AUTOMATE⁷², arrojando resultados consistentes a los obtenidos en el sistema SAPPNEW ver 5.4, lo cual apoya los resultados obtenidos para esta prueba de incremento.

Finalmente, en la figura 4.22 se tiene el ajuste simulado para la curva de presión en la gráfica de Horner (utilizando las pseudofunciones normalizadas); mostrando un ajuste excelente y validando el ajuste realizado mediante regresión no-lineal.

FIG. 4.18 GRAFICA CARTESIANA DE PRESION (Pus) US. TIEMPO



Ejemplos de aplicación

FIG.4.19 GRAFICA DE DIAGNOSTICO DE FLUJO (FLUJO RADIAL)

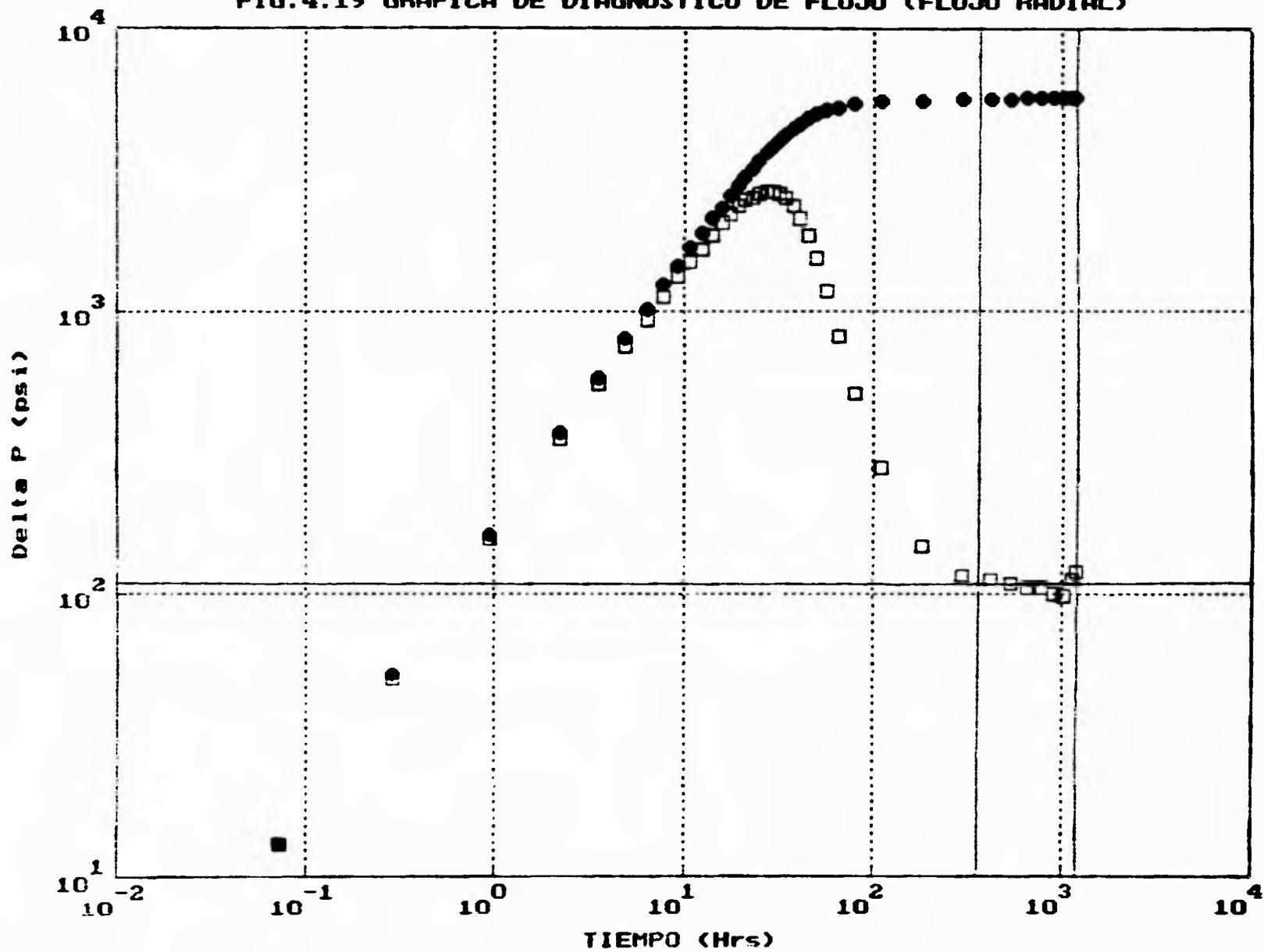
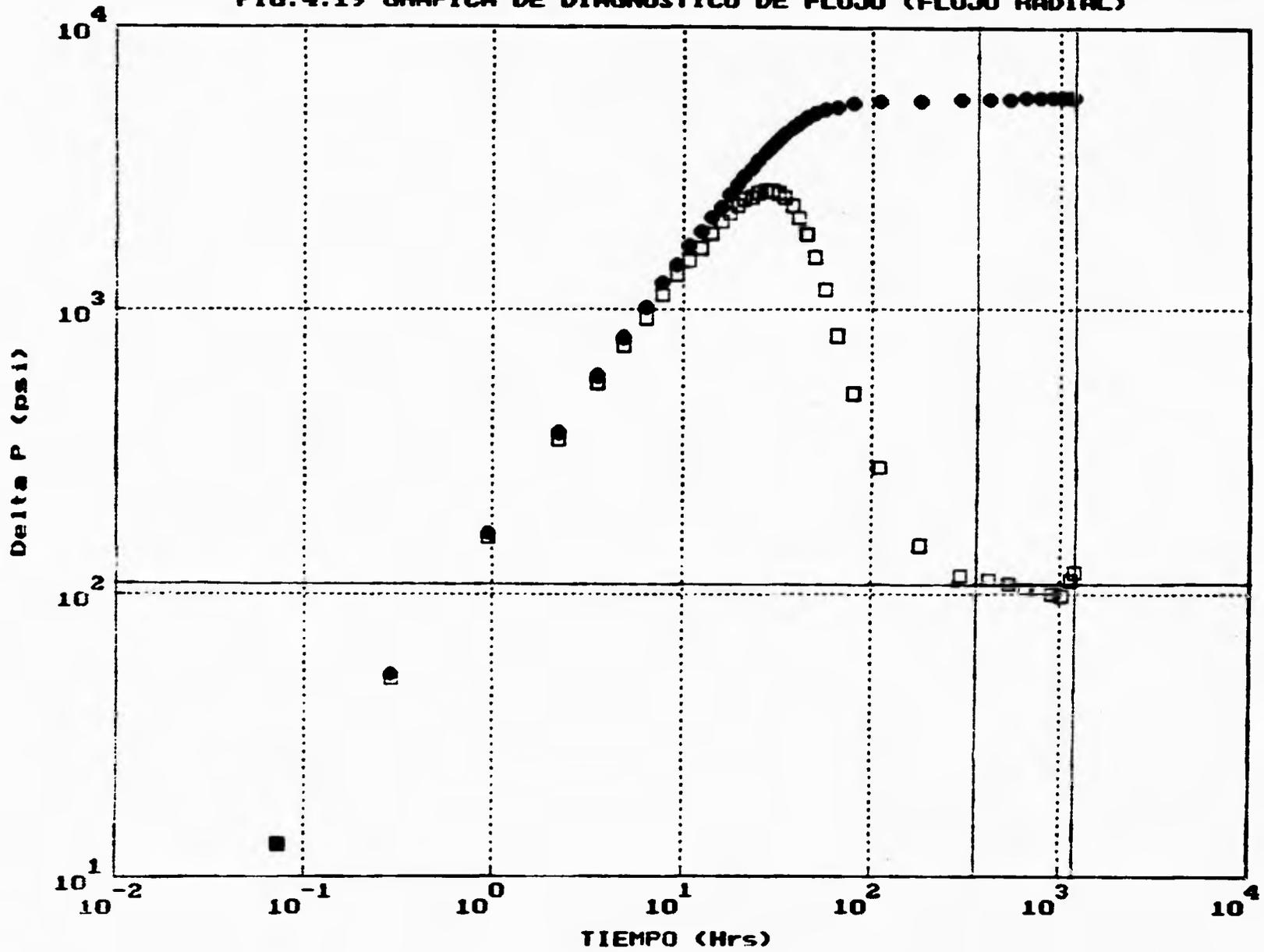
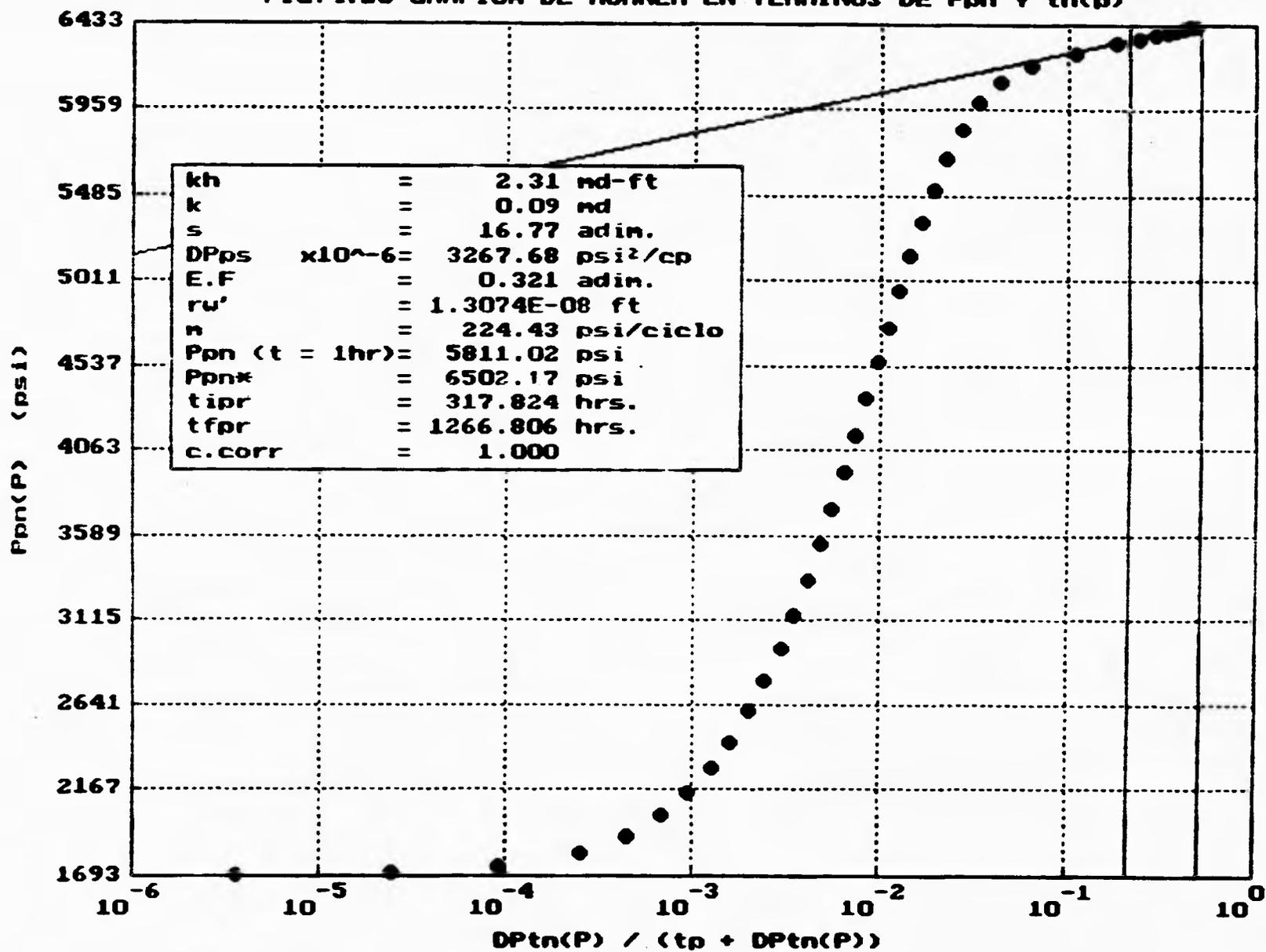


FIG.4.19 GRAFICA DE DIAGNOSTICO DE FLUJO (FLUJO RADIAL)



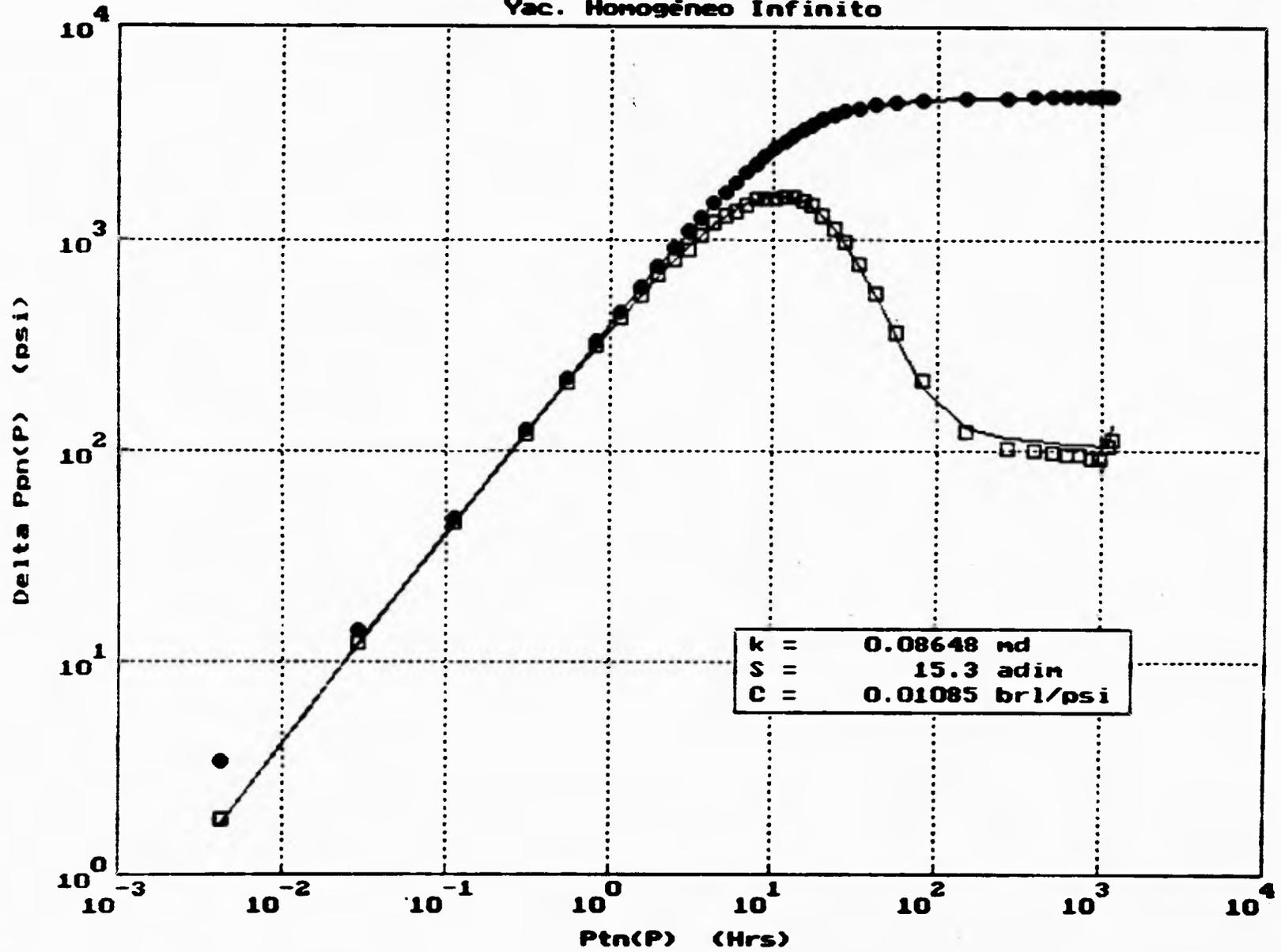
Ejemplos de aplicación

FIG.4.20 GRAFICA DE HORNER EN TERMINOS DE Ppn Y tn(p)



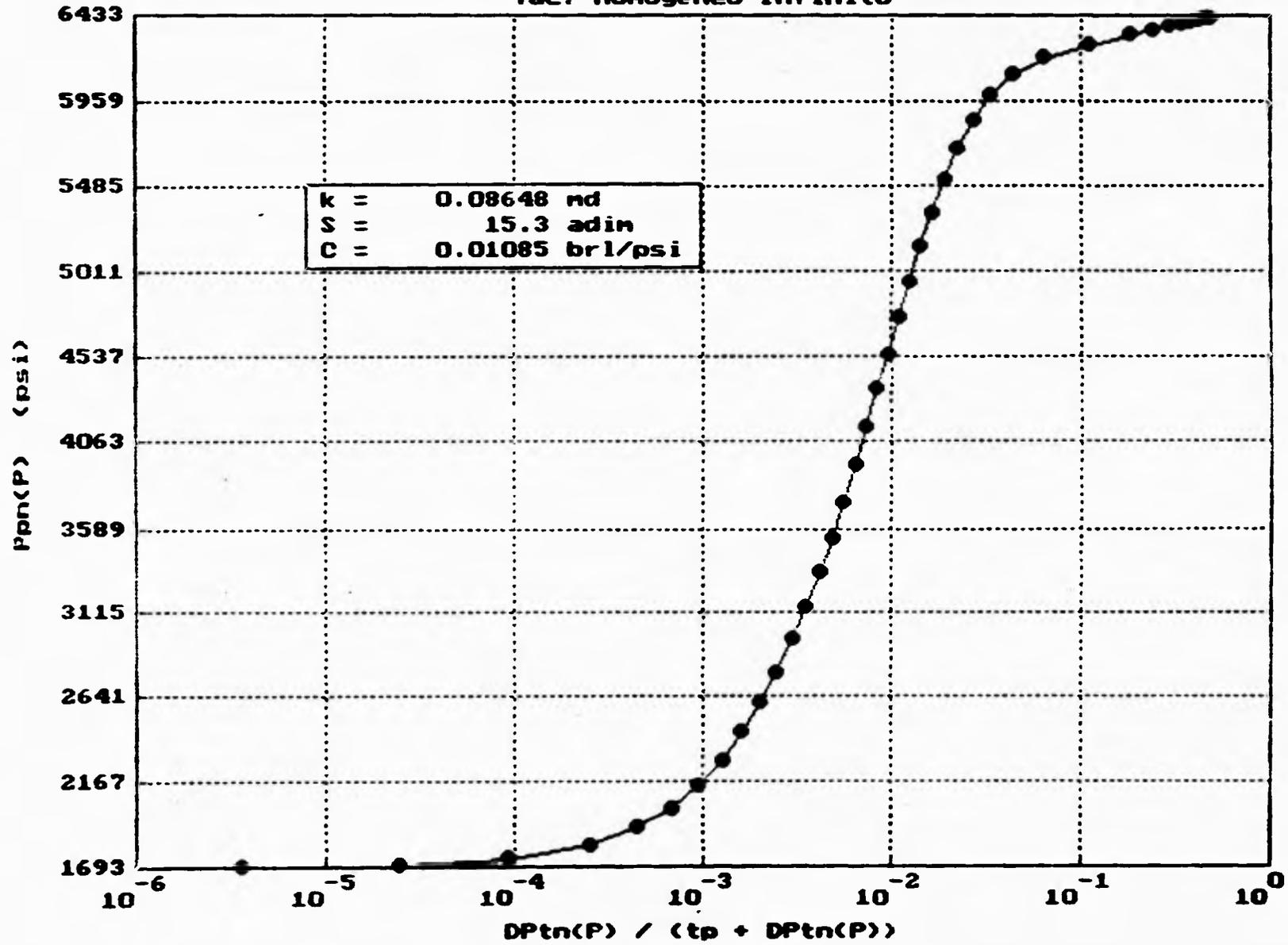
Ejemplos de aplicación

FIG.4.21 REGRESION NO-LINEAL A LAS PSEUDOFUNCIONES NORMALIZADAS
Yac. Homogéneo Infinito



Ejemplos de aplicación

FIG.4.22 AJUSTE SIMULADO (TEORICO) CONTRA PSEUDOFUNCIONES DE PRESION Y TIEMP
Yac. Homogéneo Infinito



V. CONCLUSIONES

- A través de la realización de este estudio se observó la gran importancia que tiene la correcta realización del análisis y la interpretación de pruebas de presión, debido a su estrecha vinculación en la caracterización integral de yacimientos y por lo tanto en su explotación. Dicho proceso debe ser de calidad, a fin de poder determinar con mayor certidumbre las características del sistema pozo-yacimiento, y así elaborar junto con áreas geológico-geofísicas una mejor caracterización del yacimiento, lo cual tiene su efecto en proporcionar alternativas de explotación acordes con las condiciones dinámicas y estáticas del yacimiento en estudio, que recaerán directamente en la optimización de la producción y así poder obtener los máximos beneficios económicos.
- Además del objetivo principal de este trabajo, que es el análisis de pruebas de presión en pozos de gas, se presenta una proyección muy esquematizada, pero consistente, que involucra de alguna forma la parte básica en la teoría y la práctica de pruebas de presión, mostrando los aspectos más modernos, en cuanto a técnicas de análisis se refiere.
- Para yacimientos de gas, existe la problemática de que las propiedades del mismo están fuertemente influenciadas por la presión y temperatura, lo cual hace el problema aún más difícil. Sin embargo, a través de la aplicación de un proceso adecuado, estas propiedades se pueden determinar de manera confiable. De esta forma y con la aplicación de las pseudofunciones normalizadas del gas real, se logrará un mejor análisis e interpretación de la prueba en pozos de gas.
- Otro aspecto importante que se debe señalar es que la constante evolución de los procesos de análisis e interpretación en pruebas de presión, como lo puede ser el ajuste automático por curvas tipo o por regresión no-lineal, la introducción de nuevos esquemas de análisis, la consideración de las pseudofunciones normalizadas de presión y de tiempo en el caso de pozos de gas, así como el continuo desarrollo en *software* aplicado a este campo y el mejoramiento en la resolución en los aparatos de medición, han venido a proporcionar una manera más confiable y veraz para analizar e interpretar una prueba de presión. Es importante mencionar que con el trabajo conjunto con otras disciplinas especializadas (lo cual se ha venido dando en los últimos años), se puede lograr una mejor caracterización integral de yacimientos, y poder así, llegar a la optimización de la política de explotación y por ende la máxima recuperación de hidrocarburos.

NOMENCLATURA

- a Area superficial de los bloques de la matriz, pies²
- A Area de drene, pies²
- b_f Ancho de la fractura, pies
- B Factor de volumen, bl_{cv}/bl_{cs}
- B Fracción mole de H₂S en la mezcla de gas, ec 2.28
- B_g Factor de volumen del gas, pie³_{cv}/pie³_{cs}
- B_o Factor de volumen del aceite, bl_{cv}/bl_{cs}
- B_{ob} Factor de volumen del aceite evaluado a la presión de saturación P_b, bl_{cv}/bl_{cs}
- B_{oi} Factor de volumen del aceite a condiciones iniciales de producción, bl_{cv}/bl_{cs}
- B_w Factor de volumen del agua, bl_{cv}/bl_{cs}
- c Compresibilidad, psia⁻¹
- C Coeficiente de almacenamiento, bl/psia (Mscf/psia en pozos de gas), ec. 1.39
- C_A Factor de forma
- C_D Coeficiente adimensional de almacenamiento
- C_f Compresibilidad de la formación, psia⁻¹
- C_g Compresibilidad isotérmica del gas real, psia⁻¹
- C_r Compresibilidad isotérmica del gas real pseudoreducida
- C_t Compresibilidad total de la formación, psia⁻¹
- C_t Compresibilidad total del sistema a condiciones promedio, psia⁻¹
- C_t Compresibilidad total del sistema en función del tiempo, psia⁻¹
- C_{tf} Compresibilidad total de la fractura, psia⁻¹
- C_{ti} Compresibilidad total del sistema a condiciones iniciales de producción, psia⁻¹
- C_{tm} Compresibilidad total de la matriz, psia⁻¹
- C_w Compresibilidad del fluido en el pozo, psia⁻¹
- C₁ Constante que depende del gasto y de la capacidad de flujo de la formación
- C₂ Constante que depende del gasto y del coeficiente de difusividad hidráulico

D	Coefficiente de flujo inercial-turbulento, l/Mscf/D
e	Exponencial
E	Función objetivo
E*	Aproximación de Newton al valor de E, ec. 1.97
E_g	Factor de expansión del gas, pie³_{cs}/pie³_{cy}
E_{gi}	Factor de expansión del gas a condiciones iniciales de producción, pie³_{cy} / pie³_{cs}
Ei	Integral exponencial
EF	Eficiencia de flujo, fracción, (%)
F	Función de presión adimensional MBH
G	Volumen original de gas a condiciones estándar, pie³, m³
h	Espesor del intervalo productor, pies
I	Integral de pseudopresión, ec.3.31
Ic	Integral de pseudopresión para gases con impurezas, ec. 3.32
J	Índice de productividad, bl/D-psia, (m³/d-kPa)
J_R	Índice de productividad real del pozo, bl/D-psia, (m³/d-kPa)
J_i	Índice de productividad ideal del pozo, bl/D-psia, (m³/d-kPa)
J₁	Función de Bessel
k	Permeabilidad de la formación, md
k_{abs}	Permeabilidad absoluta, md
k_fb_f	Conductividad de la fractura, md-pie
k_fb_{fD}	Conductividad adimensional de la fractura
k_{cg}	Permeabilidad efectiva al gas, md
k_{co}	Permeabilidad efectiva al aceite, md
k_f	Permeabilidad de la fractura, md
k_g	Permeabilidad al gas, md
kh	Capacidad de flujo, md-pies
kh/μ	Transmisibilidad de la formación, md-pie/cp
k_m	Permeabilidad de la matriz, md

k_o	Permeabilidad al aceite, md
k_s	Permeabilidad de la zona dañada, md
k_{rg}	Permeabilidad relativa al gas, md
k_{ro}	Permeabilidad relativa al aceite, md
k_{rw}	Permeabilidad relativa al agua, md
k_w	Permeabilidad al agua, md
m	Masa de gas, lb
m	\pm pendiente de la porción de línea recta de una gráfica semilog de datos de presión transitoria, psia/ciclo
$m(p)$	Pseudopresión del gas real, psia ² /cp
m''	Pendiente de la porción de línea recta para pruebas de decremento de presión en régimen de flujo pseudoestacionario, de una gráfica cartesiana, psia/ciclo
M	Peso molecular del gas, lb _m /lb-mole
M_{wa}	Peso molecular aparente, lb/lb-mole
n	Número de libras-mole de una gas
P	Presión, psia, (kg/cm ²)
P_b	Presión de saturación, psia, (kg/cm ²)
P_c	Presión crítica, psia, (kg/cm ²)
P_{cs}	Presión estándar, 14.7 psia
P_d	Presión de rocío, psia, (kg/cm ²)
P_D	Presión adimensional
P_{DMBH}	Presión adimensional, MBH
P_i	Presión inicial del yacimiento, psia, (kg/cm ²)
P_{int}	P_{thr} sobre la línea recta extrapolada de la gráfica cartesiana, psia, (kg/cm ²)
P_{pc}	Presión pseudocrítica, psia, (kg/cm ²)
P_{pc}'	Presión pseudocrítica corregida, psia, (kg/cm ²), ec. 2.28
P_{pD}	Pseudopresión adimensional
P_{pD}	Pseudopresión adimensional, psia, (kg/cm ²)

k_o	Permeabilidad al aceite, md
k_s	Permeabilidad de la zona dañada, md
k_{rg}	Permeabilidad relativa al gas, md
k_{ro}	Permeabilidad relativa al aceite, md
k_{rw}	Permeabilidad relativa al agua, md
k_w	Permeabilidad al agua, md
m	Masa de gas, lb
m	\pm pendiente de la porción de línea recta de una gráfica semilog de datos de presión transitoria, psia/ciclo
$m(p)$	Pseudopresión del gas real, psia ² /cp
m''	Pendiente de la porción de línea recta para pruebas de decremento de presión en régimen de flujo pseudoestacionario, de una gráfica cartesiana, psia/ciclo
M	Peso molecular del gas, lb _m /lb-mole
M_{wa}	Peso molecular aparente, lb/lb-mole
n	Número de libras-mole de una gas
P	Presión, psia, (kg/cm ²)
P_b	Presión de saturación, psia, (kg/cm ²)
P_c	Presión crítica, psia, (kg/cm ²)
P_{cs}	Presión estándar, 14.7 psia
P_d	Presión de rocío, psia, (kg/cm ²)
P_D	Presión adimensional
P_{DMMH}	Presión adimensional, MBH
P_i	Presión inicial del yacimiento, psia, (kg/cm ²)
P_{int}	P_{th} sobre la línea recta extrapolada de la gráfica cartesiana, psia, (kg/cm ²)
P_{pc}	Presión pseudocrítica, psia, (kg/cm ²)
P_{pc}^*	Presión pseudocrítica corregida, psia, (kg/cm ²), ec. 2.28
P_{pD}	Pseudopresión adimensional
P_{p_i}	Pseudopresión adimensional, psia, (kg/cm ²)

- P_{pnl} Pseudopresión normalizada adimensional
- P_{pr} Presión pseudorreducida
- $P_p(p)$ Pseudopresión del gas real, $psia^2/cp$
- $P_p(p)'$ Pseudopresión del gas real cuando la permeabilidad, k , es conocida, $psia^2/cp$
- P_r Presión reducida
- P_R Presión estabilizada del yacimiento durante el cierre, $psia$, (kg/cm^2)
- P_{sd} Presión de la formación adimensional, incluyendo daño.
- P_t Presión adimensional en el pozo, excluyendo el efecto de daño, ec. 1.28
- P_w Presión de fondo, $psia$, (kg/cm^2)
- P_{wf} Presión de fondo fluyendo, $psia$, (kg/cm^2)
- P_{ws} Presión de fondo estática, $psia$, (kg/cm^2)
- P_{1hr} Presión sobre la línea recta semilogarítmica extrapolada a 1 hr, $psia$, (kg/cm^2)
- P^* Presión falsa o presión estrella, obtenida cuando la porción de la línea recta de la gráfica P_{ws} vs $\log(t_p + \Delta t/\Delta t)$ es extrapolada a $(t_p + \Delta t/\Delta t) = 1$, $psia$, (kg/cm^2)
- P Presión media del yacimiento, $psia$, (kg/cm^2)
- P Presión de fondo fluyendo durante el régimen pseudoestacionario, $psia$, (kg/cm^2)
- q Gasto, bl/d, (Mscf/d para gas)
- r Radio, pies
- r_D Radio adimensional
- r_e Radio externo, pies
- r_{eD} Radio adimensional externo
- r_s Radio de la zona dañada
- r_w Radio del pozo, pies
- r_w Radio efectivo del pozo, pies
- R Constante universal de los gases
- RGA Relación instantánea gas-aceite, pie^3/bl
- R_s Relación de solubilidad del gas en el aceite, pie^3/bl
- R_{sw} Relación de solubilidad del gas en el agua, pie^3/bl

s	Factor de daño, adim
s'	Factor de daño aparente, adim
S_o	Saturación de aceite, fracción
S_g	Saturación de gas, fracción
S_w	Saturación de agua, fracción
t	Tiempo, hrs
t_h(p)	Pseudotiempo del gas real en función de la presión, hr-psia/cp
t_h(p)_D	Pseudotiempo adimensional
t_h(t)	Pseudotiempo del gas real, hr-psia/cp
t_D	Tiempo adimensional
t_{DA}	Tiempo adimensional basado en el área de drenaje
t_{Dxf}	Tiempo adimensional basado en la longitud de la fractura
t_i	Tiempo de retraso, hrs
t_p	Tiempo de producción, hrs
tp_n	Pseudotiempo normalizado del gas real, hrs
tp_{nD}	Pseudotiempo normalizado del gas real adimensional
T	Temperatura absoluta, °R
T_c	Temperatura crítica, °R
T_{cs}	Temperatura estándar, 520 °R
T_{pc}	Temperatura pseudocrítica, °R
T_{pc'}	Temperatura pseudocrítica corregida, °R, ec. 2.27
T_{pr}	Temperatura pseudoreducida
T_r	Temperatura reducida
V	Volumen, bls, pie³
V_c	Volumen crítico, bls, pie³
V_p	Volumen de la producción acumulada, bls; volumen poroso ocupado por gas, secc.
	III.4
V_{pg}	Volumen poroso ocupado por gas, pie³, m³

V_r	Volumen reducido
V_w	Volumen del pozo, bls, pie ³
V_o	Volumen del pozo por unidad de longitud, lb-pie
x_f	Longitud de la fractura, pies
Y	Densidad reducida del gas, ec. 2.20
Z	Factor de compresibilidad del gas, adim
Z_c	Factor de compresibilidad del gas corregido, ec. 3.32; factor de compresibilidad crítico, ec. 3.35
α_n	Raíces de la ecuación $J_1(\alpha_n r_{e1}) - J_1(\alpha_n) = 0$
β	Factor de resistencia inercial, pies ⁻¹
$\ddot{\beta}$	Cambio en el parámetro desconocido, ec. 1.100
δ	Factor de corrección por flujos laminar, inercial y turbulento
ε	Factor de ajuste de la temperatura pseudocrítica, ec. 2.28
ϕ	Porosidad, fracción
ϕ_m	Porosidad de la matriz, fracción
ϕ_f	Porosidad de la fractura, fracción
γ	Constante de Euler, igual a 1.78
γ_g	Densidad relativa del gas, adim
η	Coefficiente de difusividad hidráulico, md-psi/cp
λ	Razón de transmisibilidad del sistema, adim
λt	Movilidad de fluidos, md/cp
μ	Viscosidad, cp
μ_g	Viscosidad del gas, cp
μ_{gu}	Viscosidad del gas a 1 atmósfera, cp
μ_i	Viscosidad a condiciones iniciales de producción, cp

μ	Viscosidad a condiciones promedio. cp
μ_1	Viscosidad del gas a 1 atmósfera, cp, ec. 2.41 y 2.42
μ	Gradiente de E, ec. 1.100
μ_{ga}	Viscosidad corregida del gas a 1 atmósfera, ec. 3.32
ρ_c	Densidad crítica, lb _m /pie ³
ρ_g	Densidad del gas, lb _m /pie ³
ρ_r	Densidad reducida del gas
v	Flujo por unidad de masa (Ley de Darcy)
ν	Viscosidad cinemática, centistokes = 1 cm ² /100 seg
τ	Variable de integración dummy
ω	Razón de almacenamiento, adim
ξ	Parámetro de viscosidad de la mezcla de gas, ec. 2.42 y 2.42
Δt	Tiempo de cierre, hrs
Δp	Caída de presión, psia
Δp_s	Caída de presión debida al daño, psia
Δp_a	Caída de presión debida al daño aparente, psia
ΔV	Cambio en volumen de fluido en el pozo, bls
Φ	Potencial de Hubbert
$\nabla\Phi$	Gradiente del potencial de Hubbert

REFERENCIAS

1. Earlougher, R.C., Jr.: *Advances in Well Test Analysis*. Society of Petroleum Engineers Monograph 5, Dallas TX, (1977).
2. Sabet, M.A.: *Well Test Analysis*, Gulf Publishing Company, Houston, Texas (1991).
3. Matthews, C.S. and Russell, D.G.: *Pressure Buildup and Flow Test in Wells*, Monographs Series, Society of Petroleum Engineers of AIME: Dallas (1967).
4. González H.S. y De la Garza, C.N: *Apuntes de Fisicoquímica y Termodinámica de los Hidrocarburos*, Facultad Ingeniería, UNAM 1984.
5. Rodríguez, R.: *Apuntes de Principios de Mecánica de Yacimientos*, Facultad de Ingeniería, UNAM.
6. Mian, M.A.: *Petroleum Engineering Handbook for the Practicing Engineer*, Pennwell Publishing Company, Tulsa, Oklahoma (1992).
7. Lee, J.: *Well Testing*, SPE Textbook Series, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas, Texas (1982)
8. Horne, R.N.: *Modern Well Test Analysis - A Computer-Aided Approach*, Petroway, Inc. Palo Alto, Cal. (1990)
9. Cinco, L.H. and Samaniego, V.F.: "Transient Pressure Analysis for Fractured Wells," *Journal of Petroleum Technology* (September 1981)
10. Rodríguez, R., Osorno, J.A., Rayón R., y Valderrabano, A.: *Apuntes de Evaluación de la Producción*, Facultad de Ingeniería, UNAM.
11. Ramey, H.J. Jr.: "Short - Time Well Test Data Interpretation in the Presence of Skin Effect and Wellbore Storage," *Journal of Petroleum Technology* (January 1970); Trans AIME 249
12. McKinley, R. M.: "Wellbore Transmissibility from Afterflow - Dominated Pressure Buildup Data," *Journal of Petroleum Technology* (July 1971).
13. Earlougher, R.C., Jr. and Kersch, K.M.: "Analysis of Short-Time Transient Test Data by Type Curve Matching," *Journal of Petroleum Technology* (July 1974).

14. Gringarten, A.C., Bordet, D.P., Landel, P.A and Kniazeff, V.: "A Comparison Between Different Skin and Wellbore Storage Type Curves for Early - Time Transient Analysis" SPE paper 8205 (September 1979).
15. Cinco, L.H. : "Well Test Analysis," DEPEI - UNAM
16. Bourdet, D., Ayoub, J.A and Pirard, M.: "Use of Pressure Derivate in Well Test Interpretation," SPE 12777 (April 1984).
17. Gutierrez, J.A.: Análisis de Pruebas de Presión Utilizando la Derivada de la Presión, Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM (Noviembre 1992).
18. Bourdet, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A. and Pirard, M.: "A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis", World Oil (May 1983).
19. Kuchuk, F. J. and Ayesteran L.: "Analysis of Simultaneously Measured Pressure and Sandface Flow Rate in Transient Well Testing," Journal of Petroleum Technology (February 1985)
20. Stanislav, J.F. and Kabir, C.S.: Pressure Transient Analysis, Prentice-Hall Englewood Cliffs, New Jersey, 1990
21. Buhidma, I. M., Chu, W. C and Singh, P. K.: "The Use of Computers in Pressure Transient Analysis," SPE paper 24730 (October 1992).
22. Ramey, H. J., Jr.: "Advances in Practical Well-Test Analysis," Journal of Petroleum Technology (June 1992).
23. Horne, R.N.: "Advances in Computer - Aided Well Test Interpretation," SPE paper 24731 (October 1992).
24. Barua, J., Horne, R.N., Grennstadt, J.L. and Lopez, L.: "Improved Estimation Algorithms for Automated Type Curve Analysis of Well Test," SPEFE (March 1988).
25. Nanba, Y. and Horne, R.N.: "An Improved Regression Algorithm for Automated Well Test Analysis," SPE paper 18161 (October 1988).
26. Padilla, S.R., Roldán, C.J. y Hernández, H.J.: "SAPPNEW ver 5.4 - Nuevo Sistema de Análisis de Pruebas de Presión", Instituto Mexicano del Petróleo, Junio 1995.
27. Rosa, A.J. and Horne, R.N.: "Automated Well Test Analysis Using Robust (LAV) Nonlinear Parameter Estimation" SPE paper 22679 (October 1991).

28. Ikoku, C.U.: **Natural Gas Reservoir Engineering**, John Wiley and Sons Inc., New York (1981).
29. Garaicochea, F. y Bashbush, J.: **Apuntes de Comportamiento de Yacimientos**, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1984.
30. McCain, W.D.: **The Properties of Petroleum Fluids**, Petroleum Pub. Co. 1973
31. Ahmed, M.: **Hydrocarbon Phase Behavior**, Gulf Publishing Company, Houston, Texas (1991).
32. Standing, M.B. and Katz, D.L.: "Density of Natural Gases," **Trans AIME** 146, (1942)
33. Kay, W.B.: "Density of Hydrocarbon Gases and Vapor," **Industrial and Engineering Chemistry**, Vol. 28, 1936
34. Brown, et.al.: "Natural Gasoline and Volatile Hydrocarbons," Tulsa, NGAA, 1948
35. Papay, J.: "A Termeléstecnológiai Parameterek Valtozasa a Gazlelepk Muvelese Soran," **OGIL MUSZ**, Tud. Kuzl., Budapest, 1968.
36. Hall, K.R. and Yarborough, L.: "A New Equation-of-State for Z-Factor Calculations," **Oil and Gas Journal** (June 18, 1973).
37. Dranchuk, P.M., Purvis, R.A. and Robinson, D.B.: "Computer Calculations of Natural Gas Compressibility Factors Using the Standing and Katz Correlation," **Technical Series No. IP 74-008** Inst. of Petroleum, London (1974).
38. Hankinson, R. W., Thomas, L. K. y Phillips, K.A.: "Predict Natural Gas Properties," **Hydrocarbon Processing** (April 1969).
39. Wichert, E. and Aziz, K.: "Calculations of Z's Factor for Sour Gases," **Hydrocarbon Processing**, Vol. 51, No. 5, 1972.
40. Carr, N., Kobayashi, R. and Burrows, D.: "Viscosity of Hydrocarbon Gases Under Pressure," **Trans AIME**, Vol. 201, 1954.
41. Trube, A.S.: "Compressibility of Natural Gases," **Trans AIME**, Vol. 210, 1957.
42. Lee, A.I., Gonzalez, M.H. and Eakin, B.E.: "The Viscosity of Natural Gases," **Journal of Petroleum Technology** (August 1966); **Trans AIME** 237.

43. Dean, D.E, and Stiel, L.I.: "The Viscosity of Non - Polar Gas Mixtures at Moderate and High Pressures," AIChE Journal, Vol. 4, 1958.
44. Craft, B.C, and Hawkins, M.F.: "Applied Petroleum Reservoir Engineering," Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1959).
45. Theory and Practice of the Testing of Gas Wells, third edition, Alberta Energy Resources Conservation Board. Alberta, Canada (1975).
46. Fancher, G.H. and Lewis, J.A.: " Flow of Simple Fluids through Porous Materials," Ind. Eng. Chem. (1933), 25
47. Elenbas, J.R. and Katz, D.L.: " A Radial Turbulent Flow Formula," Trans. AIME: 174 (1948)
48. Cornell, D. and Katz, D.L.: "Flow of Gases through Consolidated Porous Media," Ind. Eng. Chem. (1953), 45
49. Hubbert, M.: "Darcy's Law and the Field Equations of Flow of Underground Fluids," Trans AIME 207, 1956.
50. Houpeurt, A.: "On the Flow of Gases in Porous Media," Reune de l' Institut Francais du Petrole, (1959), XIV (11).
51. Wright, D.E.: "Nonlinear Flow through Granular Media," J. Hydraul. Div. Amer. Soc. Civ. Eng. Proceedings, (1968), 94, (HY4).
52. Camacho V.R., Padilla, S.R., and Vazquez, C.M.: " Inflow Performance Relationship with Inertial Effects in the Reservoir," SPE 25481, Production Operation Symposium Symposium, held in Oklahoma City, Ok, USA. (March 1993).
53. Al-Hussainy, R., Ramey H.J. Jr., and Crawford, P.B.: "The Flow of Real Gases Through Porous Media," Journal of Petroleum Technology (May 1966), Trans AIME: 237.
54. Al-Hussainy, R., and Ramey H.J. Jr.: " Application of Real Gas Flow Theory to Well Testing and Deliverability Forecasting," Journal of Petroleum Technology (May 1966)
55. Russell, D.G., Goodrich, J.H., Perry, G.E. and Bruskotter, J.F.: " Methods for Predicting Gas Well Performance", Journal of petroleum Technology (January 1966).
56. Carter, R.D.: " Solutions of Unsteady-State Radial Gas Flow ", Journal of Petroleum Technology (May 1962)

57. Wattenbarger, R.A. and Ramey H.J. Jr.: "Gas Well Testing with Turbulence, Damage and Wellbore Storage", *Journal of Petroleum Technology* (August 1968).
58. Swokowski, E. W.: *Cálculo con Geometría Analítica*, Grupo Editorial Iberoamérica, México, D.F. 1987.
59. Zana, E.T, and Thomas, G.W.: "Some Effects of Contaminants on Real Gas Flow", *Journal of Petroleum Technology* (September 1970).
60. Robinson, D.B., Macrygeorgos, C.A. and Govier, G.W.: "The Volumetric Behavior of Natural Gases Containing Hydrogen Sulfide and Carbon Dioxide," *Petroleum Transactions, AIME*, Vol. 219 (1960).
61. Klings, M. A. and Biterge, M. B.: "A Semianalytical Approach to Pseudopressure Calculations," *Journal of Petroleum Technology* (April 1987).
62. Dake, L.P.: "Fundamentals of Reservoir Engineering," Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam (1978).
63. Forchheimer, Ph.: *Zeits V. deutsch Ing.* (1901) 45, 1782.
64. Tek, M.R, Coats, K.H. and Katz, D.L.: "The Effect of Turbulence on Flow of Natural Gas Through Porous Reservoirs", *Journal of Petroleum Technology* (July 1962).
65. Aziz, K., Mattar, L., Ko, S. and Brar, G.S.: "Use of Pressure, Pressure - Squared or Pseudo - Pressure in the Analysis of Transient Pressure Drawdown Data from Gas Wells," *The Journal of Canadian Petroleum Technology* (April-June 1976).
66. Earlougher, R. C., Jr., Ramey, H. J., Jr., Miller, F. G, and Mueller, T.D.: "Pressure Distributions in Rectangular Reservoirs," *Journal of Petroleum Technology* (February 1968) *Trans AIME*, 243.
67. Agarwal, R. G.: "Real Gas Pseudo-Time - A New Function for Pressure Buildup Analysis of MHF Gas Wells," *SPE paper 8279* (Las Vegas, Nevada, 1979).
68. Lee, W.J., and Holditch, S.A.: "Application of Pseudotime to Buildup Test Analysis of Low-Permeability Gas Wells with Long Duration Wellbore Storage Distortion," *Journal of Petroleum Technology* (December 1982).
69. Agarwal, R. G.: "A New Method to Account for Producing Time Effects when Drawdown Type Curves are Used to Analyze Pressure Buildup and Other Test Data," *SPE paper 9289* (Dallas, Texas, 1980).

70. Meunier, D. F., Kabir, C. S. and Wittman, M. J.: "Gas Well Test Analysis: Use of Normalized Pseudovariabes," SPEFE (December 1987).
71. Meunier, D. F., Kabir, C. S. and Wittman, M. J. "Gas Well Test Analysis: Use of Normalized Pressure and Time Functions," SPE 13082 (Houston, Texas, 1984).
72. AUTOMATE - Munro Garrett International, V.09. 1994.