

129



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

ZES

**EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO  
DINAMICO USANDO EL RCDF-87**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:**

**INGENIERO CIVIL**

**P R E S E N T A :**

**JORGE BONIFACIO RAMIREZ ROMERO**



**MEXICO, D. F.**

**1995**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-175/92

Señor  
**JORGE B. RAMIREZ ROMERO**  
Presente.

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **ING. FERNANDO MONROY MIRANDA**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

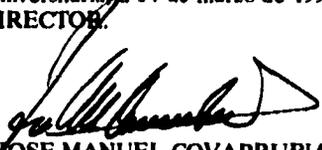
**"EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DINAMICO USANDO EL RCDF-87"**

- INTRODUCCION**
- I. ANTECEDENTES**
  - II. RESPUESTA DINAMICA DE LAS ESTRUCTURAS**
  - III. ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL RCDF-87 EN EL ANALISIS SISMICO**
  - IV. EJEMPLOS DE APLICACION**
  - V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria, a 14 de marzo de 1994.  
EL DIRECTOR.

  
ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS/RCR\*nlI

**A mi padre : Por la decisión de cambiar el rumbo.**

**A mi madre : Por el coraje con que enfrentó a la adversidad.**

**A mis hermanos :**

**Fernando, por su tenacidad y constancia.**

**Florentino, por su entereza de carácter.**

**Roberto, por superar las turbulencias.**

**Eloísa, por su nobleza incondicional.**

**Hermínio, por su determinación e iniciativa.**

**Adelina, por los años compartidos.**

**A Dios : Por energía, tiempo y espacio.**

**Al ingeniero Fernando Monroy Miranda, por la dirección  
y asesoramiento en el desarrollo de la presente tesis.**

## INDICE

<b>INTRODUCCION.....</b>	<b>1</b>
<b>1. ANTECEDENTES.....</b>	<b>4</b>
1.1 Origen de los temblores .....	5
1.2 Antecedentes del RCDY-87 .....	7
1.3 Conceptos básicos .....	8
1.3.1 Efectos de los sismos en las construcciones.....	8
1.3.2 Descripción gráfica del movimiento del terreno.....	8
1.3.3 Ecuaciones de movimiento .....	9
1.3.4 Leyes de Newton y Principio de D'Alembert .....	9
1.3.5 Grados de libertad .....	10
1.3.6 Amortiguamiento crítico .....	11
1.3.7 Modelo de la estructura real .....	12
1.3.8 Identificación de fuerzas y ecuación general de equilibrio dinámico....	13
<b>2. RESPUESTA DINAMICA DE LAS ESTRUCTURAS .....</b>	<b>14</b>
2.1 Estructuras de un grado de libertad .....	15
2.1.1 Ecuación de equilibrio dinámico .....	16
2.1.2 Vibración libre .....	16
2.1.3 Vibración libre con amortiguamiento .....	18
2.1.4 Vibración amortiguada ante una excitación sísmica .....	22
2.1.5 Espectro de diseño .....	26
2.2 Estructuras de varios grados de libertad .....	27
2.2.1 Ecuación de equilibrio dinámico .....	27
2.2.2 Frecuencias naturales de vibración y formas modales .....	28

2.3	Métodos iterativos para el cálculo de frecuencias y formas modales de vibrar .....	31
2.3.1	Método de Newmark .....	31
2.3.2	Método de Holzer .....	32
<b>3.</b>	<b>ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL RCDF-87 EN EL ANALISIS DINAMICO</b> ...	<b>33</b>
3.1	Método de análisis dinámico .....	34
3.2	Espectro de diseño .....	34
3.2.1	Coefficiente sísmico y ordenada espectral .....	34
3.2.2	Reducción por ductilidad .....	38
3.3	Combinación de los modos naturales .....	39
3.3.1	Coefficientes de participación .....	39
3.4	Respuesta total bajo la combinación de todos los modos .....	41
3.5	Interacción suelo-estructura .....	41
3.5.1	Modificación al espectro de diseño .....	41
3.5.2	Modificación al período fundamental de vibración .....	42
<b>4.</b>	<b>EJEMPLOS DE APLICACION</b> .....	<b>43</b>
4.1	Secuencia de cálculo .....	44
4.2	Ejemplo no. 1 .....	46
4.3	Ejemplo no. 2 .....	61
4.4	Ejemplo no. 3 .....	84
<b>5.</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>141</b>
	Bibliografía .....	144

## **INTRODUCCION**

## INTRODUCCION.

El desarrollo de la presente tesis está enfocada, principalmente, hacia la materia de Diseño Estructural impartida en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, teniendo como finalidad el de poder servir de apoyo a los alumnos que cursan ésta materia. Aún cuando el propósito consiste, básicamente, en contar con ejemplos de análisis sísmico dinámico de edificios, se creyó conveniente contar con una parte teórica en la que se sustenta el análisis dinámico.

El primer capítulo muestra un panorama general de lo que constituye el fenómeno sísmico, así como algunos conceptos básicos cuya comprensión será de utilidad en el desarrollo del capítulo dos.

El capítulo dos trata de la teoría de las vibraciones, analizando la respuesta de estructuras de uno y varios grados de libertad, para ello se inicia con el caso más simple de vibración (libre) hasta llegar a la vibración amortiguada ante una excitación sísmica. Para calcular las frecuencias y formas modales de vibración se incluyen los métodos de Newmark y Holzer.

El capítulo tres muestra los aspectos fundamentales del RCDF-87 en el análisis sísmico.

El capítulo cuatro contiene los ejemplos de análisis sísmico dinámico los cuales se desarrollan, hasta donde es posible, de una manera detallada, es decir, tratando en todo momento de visualizar cada uno de los pasos seguidos en el análisis.

El ejemplo número uno tiene como propósito inicial la comprensión del método de análisis dinámico, es por ello que se parte teniendo como datos a las rigideces de entrepiso totales. Por otra parte las frecuencias y formas modales se calcularon resolviendo la ecuación  $|K - M\omega^2| Z = 0$  y mediante los métodos iterativos de Newmark y Holzer, constatando que los valores que arrojan ambos procedimientos son aproximadamente iguales. Esto es importante dado que para estructuras de más de tres grados de libertad la solución de la ecuación  $|K - M\omega^2| Z = 0$  se complica, siendo más práctico para éstas los métodos de Newmark y Holzer.

El ejemplo número dos parte teniendo como datos a las rigideces de entrepiso, por marco y en dos direcciones.

El ejemplo número tres se trató, hasta donde fue posible, de un ejemplo real. Es una estructura metálica con muros de rigidez de concreto reforzado. Se tiene como punto de partida sólo las plantas, elevaciones, secciones, propiedades geométricas y mecánicas. Esto es, el análisis comprende desde la consideración de cargas hasta la obtención de los cortantes. Habrá, entonces, que calcular las rigideces de entrepiso mediante algún método. Para este caso se calcularon mediante el cociente de la fuerza cortante entre el desplazamiento ( $K=V/\delta$ ), para ello se realizó un análisis estructural con fuerzas obtenidas de la aplicación del análisis estático.

Las fuerzas laterales que proporciona el análisis estático fueron aplicadas a cada uno de los marcos del ejemplo para obtener los desplazamientos, donde éstos se obtuvieron con el apoyo del programa de computadora Super-stabs, y se empleó en la inteligencia de que este paso no es la finalidad principal.

Es conveniente decir que estas fuerzas cortantes y desplazamientos proporcionados por el análisis estático son sólo para calcular las rigideces, una vez calculadas éstas se continúa con el análisis dinámico.

Para fines didácticos, los ejemplos aquí presentados se analizan en todos sus modos de vibración, aún cuando según algunos criterios sólo se requiere para períodos mayores de 0.4 segundos y en ningún caso menos que los tres primeros modos.

## **CAPITULO 1: ANTECEDENTES.**

## CAPITULO 1 : ANTECEDENTES.

### 1.1 Origen de los temblores.

La tierra está constituida por regiones aproximadamente concéntricas, en que la litosfera es la región más externa y rodea a la tierra como una cáscara . La litosfera no forma una capa continua sino que está dividida en segmentos; a estas porciones de la litosfera, que parecen formar un enorme rompecabezas sobre la superficie de la tierra, se les llaman placas tectónicas.

Las placas estan en contacto y se desplazan entre sí, con movimientos relativos entre ellas. A veces se deslizan paralelamente sobre sus márgenes, pero otras veces una se sumerge por debajo de la otra, dando lugar al fenómeno de subducción. El movimiento de una placa bajo la otra no es continuo pues la fricción entre ambas evita que este desplazamiento así sea. De esta forma el esfuerzo se acumula hasta que alcanza un límite en que es mayor que la fuerza de fricción entre las placas, produciendose un desplazamiento súbito que produce las ondas sísmicas o vibraciones del terreno, que constituyen el temblor. La frontera o contacto entre ellas, en una zona de subducción, es una gigantesca línea de falla o sistemas de fallas.

México es un país altamente sísmico, donde ocurre en promedio un sismo, de magnitud mayor a 7.0, cada 2.5 años, debido a que su costa del pacífico está en el borde de una zona de subducción. En esta región la placa de cocos se sumerge bajo la placa de norteamérica, con una velocidad de 6.5 centímetros por año, descendiendo a través de segmentos frente a las costas de Jalisco, Colima, Michoacán, Guerrero y Oaxaca. Estos segmentos se mueven con cierta independencia y generan sismos característicos con magnitud del orden de 7.8 y 8.2 en rupturas con longitudes hasta de 200 kilómetros. El sismo ocurrido el 19 de septiembre de 1985, con magnitud de 8.2, fue originado por una falla de 150 kilómetros a lo largo de la trinchera de Acapulco. Usualmente cuando a ocurrido un temblor grande, las placas no alcanzan una posición de equilibrio inmediato por lo que, a lo largo de la zona de ruptura, las diferentes áreas se acomodan paulatinamente lo cual da origen a posteriores movimientos menores que el primer temblor.



eventualmente será liberada en forma de temblores. Suelen transcurrir muchos años antes de que se repita un sismo de magnitud importante en una misma brecha. En el caso de México, los periodos de recurrencia se han estimado entre 35 y 80 años. Estos resultados, aunados a la identificación de brechas o de quietud sísmica a lo largo de la zona de subducción de nuestro país, permiten hacer una evaluación del potencial sísmico a mediano plazo que pende sobre distintas regiones de la costa del pacífico mexicano.

## 1.2 Antecedentes del RCDF-87.

El primer reglamento de las construcciones en el país fue el del Distrito Federal de 1920. Le siguió el de 1942 como respuesta al crecimiento de la ciudad y al temblor de 1941, fue el primero en contener disposiciones para diseño sísmico, en el que se eximía de tal requisito a las construcciones hasta de 16 metros de altura. Para los años 50 cambió el estilo arquitectónico. Empezaron a proliferar los edificios con pocos muros y los proyectos más osados. Cuando ocurrió el temblor de 1957 había ya en la ciudad de México un número importante de construcciones muy vulnerables para las que, en efecto, era inadecuado el reglamento. Surgen las Normas de Emergencia, las que aunque sólo pedían análisis estático, era un documento avanzado que zonificaba el Distrito Federal y reconocía las características de los nuevos estilos arquitectónicos.

Los temblores que se sucedieron al de 1957 fueron moderados, esto refleja que en los reglamentos de 1966 y de 1976 no son más conservadores que las Normas de 1957. En estos dos últimos se introdujeron, entre otras cosas, el análisis dinámico modal y el tratamiento explícito de las reservas de capacidad englobadas bajo el concepto de ductilidad.

Hasta antes de septiembre de 1985 se consideraba que las normas de emergencia elaboradas en 1957 y la incorporación de normas constructivas, resultantes de investigaciones nacionales y extranjeras a consecuencia de los temblores de 1962 y 1964, cubrían las más severas contingencias de los movimientos telúricos. Sin embargo los macrosismos de septiembre de 1985 superaron en intensidad, regularidad y duración a todos los habidos en la ciudad de México. En cierta forma la historia de 1957 se repitió en 1985 pero a una

escala mucho mayor. Sin embargo, la magnitud de los daños en la ciudad de México no puede atribuirse a un nuevo estilo de construcciones, si al crecimiento de la ciudad y a la subestimación de que se había hecho de los temblores que aquí pueden ocurrir.

Los sismos ocurridos el 19 y 20 de septiembre, de inusitada intensidad y grandes efectos, determinaron entre otras cosas, la revisión del reglamento de construcciones vigente, 1976. Las normas del RCDF-87 se basan de nuevo en el análisis de los efectos de estos temblores y en las experiencias e investigaciones.

### **1.3 Conceptos básicos.**

#### **1.3.1 Efecto de los sismos en las construcciones.**

Durante un sismo el terreno se encuentra en movimiento por el paso de las ondas, las cuales al incidir en la base de un edificio le ocasiona una variación en su estado de equilibrio estático. Estas ondas al propagarse a través de la estructura induce oscilaciones en las masas de los diferentes niveles. El equilibrio se restablece después de un lapso de tiempo, durante el cual la energía cinética comunicada a las masas y la energía elástica de deformación absorbida por los miembros estructurales, es disipada por el amortiguamiento en forma de calor.

#### **1.3.2 Descripción gráfica del movimiento del terreno.**

Para fines de ingeniería, los instrumentos que más información directa proporcionan sobre los temblores son los acelerógrafos, los cuales graban en papel o cinta magnética la manera como evoluciona con el tiempo el movimiento del suelo, en términos de su aceleración. Las aceleraciones que provoca un sismo al terreno quedan registradas gráficamente en un acelerograma, figura 1.2, en dos direcciones horizontales ortogonales y una vertical. Las aceleraciones que producen daños en las estructuras son las horizontales, las aceleraciones verticales son de amplitud apreciable sólo en sitios cercanos al epicentro.

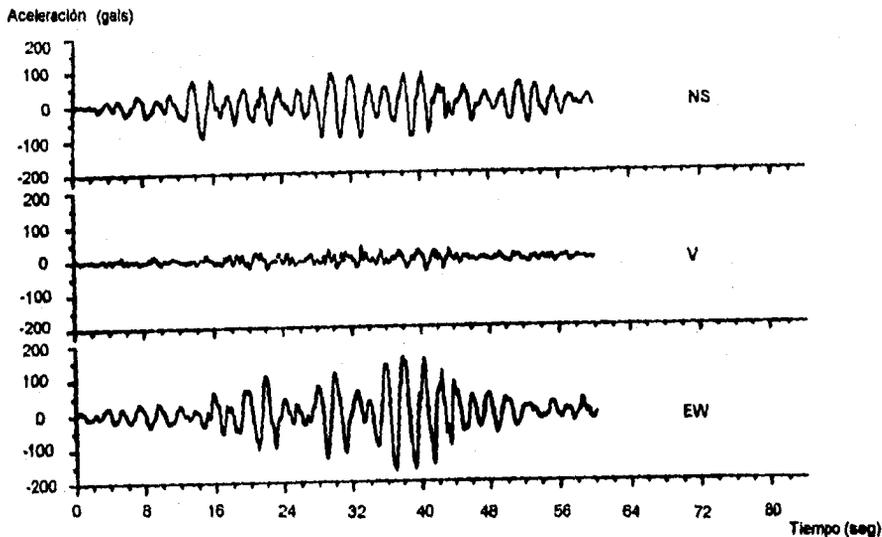


Figura 1.2 Acelerograma parcial del 19 de septiembre de 1985.

### 1.3.3 Ecuaciones de movimiento.

Las ecuaciones de movimiento de una estructura son establecidas a partir de las leyes de Isaac Newton, las que permiten determinar el estado dinámico del sistema, al obtener las relaciones que ligan a las aceleraciones con sus velocidades y desplazamientos. Las ecuaciones de movimiento de la estructura tienen que ser en número suficiente para tener en cuenta la influencia de todas las características de la resultante de fuerzas. Los problemas que se analizan en el capítulo siguiente quedan descritos por las ecuaciones de movimiento, las cuales tienen la forma de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con desplazamientos como variable dependiente y al tiempo como variable independiente.

### 1.3.4 Leyes de Newton y principio de D'Alembert.

1a. ley. "Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, este continuará en reposo o movimiento uniforme rectilíneo y de traslación".

Esta ley significa que el cuerpo tiene inercia, lo que lo hace oponerse a su estado de reposo o de movimiento.

2a. ley . "Si sobre un cuerpo actúa una fuerza, éste se acelera y la magnitud de esta aceleración es directamente proporcional a la masa del cuerpo, ( $F=ma$  )". Esta ley muestra que aunque el cuerpo no puede, por sí mismo, cambiar su estado sí influye en la manera en que tendrá lugar la aceleración, esto es, que la aceleración será siempre proporcional a la masa del cuerpo.

3a. ley. "Entre dos cuerpos existen acciones mutuas tales que la acción de uno sobre otro, es igual, colineal y opuesta entre ellos".

Esta ley, junto con la segunda, constituye la base del principio de D'Alembert.

Principio de D'Alembert.

D'Alembert sugirió que la segunda ley de Newton podría expresarse como:  $\sum F - ma = 0$ . Esto es, que una fuerza que es desarrollada por la masa del cuerpo, colineal con la sumatoria de fuerzas pero de dirección opuesta y de magnitud  $ma$ , podrá aplicarse al cuerpo para conducirlo al equilibrio.

### 1.3.5 Grados de libertad.

Una estructura de varios niveles se puede idealizar como un conjunto de masas ligadas entre sí por las columnas, representadas por su rigidez y cuya masa es despreciable. El número de grados de libertad de la estructura es el número de datos que es necesario fijar para definir una configuración cualquiera del sistema. Cada masa tiene tres grados de libertad que corresponden a dos desplazamientos en las direcciones  $xx$ ,  $yy$  y un posible desplazamiento angular alrededor del eje  $z$ . Al despreciar las deformaciones axiales en las columnas y los giros por torsión, el número de grados de libertad se reduce a un desplazamiento lineal por cada una de las masas.

Así la estructura de la figura 1.3 tiene un grado de libertad dado que, en cualquier instante, su posición puede definirse por una coordenada. De la misma forma, la figura 1.4 tiene dos grados de libertad ya que la posición de las masas puede definirse por dos coordenadas,  $X_1$  y  $X_2$ . En general, un edificio de  $n$  niveles tendrá  $n$  grados de libertad.



Figura 1.3 Estructura de un grado de libertad.

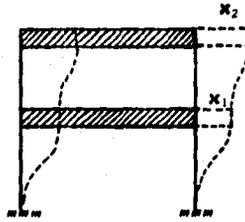


Figura 1.4 Estructura de dos grados de libertad.

### 1.3.6 Amortiguamiento crítico.

El amortiguamiento representa la disipación de energía que la estructura realiza, principalmente, debido a la fricción interna de los materiales y al rozamiento entre superficies de contacto entre los componentes de la construcción, es decir, entre el sistema estructural y los elementos no estructurales (muros divisorios y de fachada). De esta forma la estructura disipa parte de la energía que el sismo le induce y que constituye la energía que no se transforma en movimiento de la estructura sino que se disipa en forma de calor.

El amortiguamiento crítico está definido como el correspondiente para el cual el sistema, una vez desplazado, vuelve a su posición de equilibrio sin oscilar. Está definido de la siguiente manera:

$$C_{cr} = 2 (k/m)^{1/2}$$

donde :  $m$  = masa ;  $k$  = rigidez

Este amortiguamiento está definido en función de un amortiguamiento de tipo viscoso. Desde luego que el amortiguamiento externo e interno de los sistemas estructurales de las edificaciones no es exactamente de tipo viscoso, sin embargo, es adecuado suponer que el efecto de la resistencia de fricción es equivalente a este tipo de amortiguamiento. El amortiguamiento viscoso está caracterizado por el hecho de que la fuerza de fricción o de rozamiento es directamente proporcional a la velocidad del cuerpo en movimiento

$$F = c \dot{x}$$

donde  $c$  es una constante de amortiguamiento viscoso.

Lograr el amortiguamiento crítico en las edificaciones es prácticamente imposible. De ahí que para fines prácticos de la ingeniería sísmica, sólo se considera una fracción del amortiguamiento crítico,  $\xi$ , el cual toma valores alrededor del 10 por ciento del crítico ( $\xi = 0.1 C_{cr}$ ).

$$\xi = C/C_{cr} = C / [2(mk)^{1/2}]$$

### 1.3.7 Modelo de la estructura real e identificación de fuerzas.

Al estudiar el comportamiento de la estructura sujeta a una fuerza externa, es necesario establecer un modelo idealizado correspondiente a la estructura real. El modelo simple elegido debe ser tal que, dentro de la aproximación requerida, haga abordable el problema en forma analítica y permita su solución matemática.

Las características principales que determinan el comportamiento de la estructura bajo la acción de una fuerza externa son : la masa de los diversos elementos, la rigidez de los miembros estructurales y, la disipación de energía. El modelo deberá contener estas características básicas en su forma más simple.

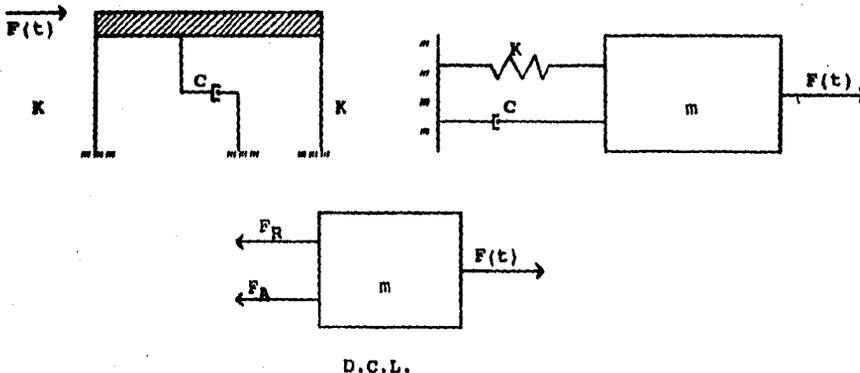


Figura 1.5 Sistema idealizado de un grado de libertad sujeta a una fuerza horizontal.

En el modelo de la figura 1.5 el peso de todos los elementos están representados en una sola masa concentrada  $m$ , todas las rigideces de los marcos de la

estructura son representados por un resorte K, todos los mecanismos disipadores de energía son concentrados en un elemento amortiguador C.

### 1.3.8 Definición de fuerzas y ecuación general de equilibrio.

La figura 1.5 muestra una estructura de un grado de libertad sometida a una fuerza externa  $F(t)$ , en la que se generan las siguientes fuerzas:

$F_I$ . Fuerza de inercia, que de acuerdo al principio de D'Alembert tiene como magnitud  $ma$ .

$$F_I = m \ddot{u}$$

$F_A$ . Fuerza de amortiguamiento, la cual trata de restablecer el equilibrio de la estructura en vibración. Su magnitud es proporcional a la velocidad de la masa, multiplicada por un factor de amortiguamiento.

$$F_A = c \dot{u}$$

$F_R$ . Fuerza elástica, que se desarrolla en el resorte y que es ejercida sobre la masa tendiendo a restituirla a su posición original. Su magnitud es proporcional al desplazamiento relativo de la masa con respecto al suelo, multiplicada por la constante del resorte K.

$$F_R = K u$$

$F(t)$ . Fuerza externa, que trata de inducir al desequilibrio.

Considerando a la estructura sometida a una fuerza externa, como se muestra en la figura 1.5, tomando en cuenta las fuerzas resistentes y, admitiendo el principio de D'Alembert, la ecuación de equilibrio dinámico es :

$$- F_A - F_R + F(t) = F_I$$

$$F_I + F_A + F_R = F(t)$$

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + K u = F(t) \text{ ----- 1.1}$$

## **CAPITULO II**

### **RESPUESTA DINAMICA DE LAS ESTRUCTURAS.**

## CAPITULO II : RESPUESTA DINAMICA DE LAS ESTRUCTURAS.

### 2.1 Estructuras de un grado de libertad.

En la figura 1.5 se consideró a una estructura sometida a una fuerza externa  $F(t)$ . Sin embargo para una estructura sometida a una excitación sísmica, la única fuerza externa tiene la forma de un movimiento al nivel del suelo, (fig. 2.1).

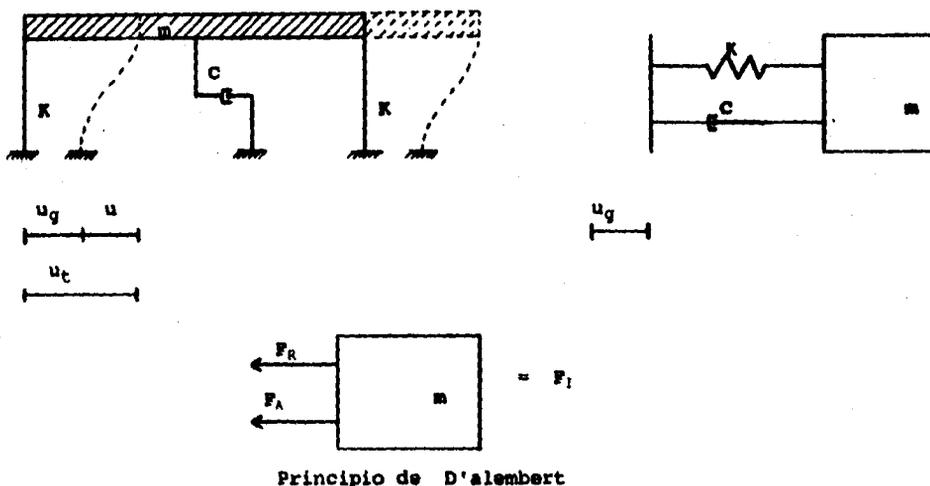


Fig. 2.1 Sistema de un grado de libertad sometida al movimiento del suelo.

El desplazamiento de la masa se debe a la fuerza de inercia generada por el movimiento del suelo que le llega a través de la rigidez de las columnas y de la acción del amortiguador. Se observa entonces que existe un desplazamiento relativo de la masa, debido a la deformación  $u$  de la estructura, y un desplazamiento absoluto o total  $u_T$ , donde  $u_T = u_g + u$ ,  $u_g$  es el desplazamiento debido al movimiento del suelo. Habrá entonces una aceleración relativa y una aceleración absoluta de la masa correspondientes a estos dos desplazamientos, es decir:

$$\ddot{u}_T = \ddot{u}_g + \ddot{u}$$

### 2.1.1 Ecuación de equilibrio dinámico.

Bajo las condiciones mencionadas, la ecuación 1.1 se reduce a:

$$- F_A - F_R = F_I \text{ ----- 2.1}$$

$$- c \dot{u} - k u = m \ddot{u}_t$$

$$- c \dot{u} - k u = m \ddot{u}_g + m \ddot{u}$$

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = - m \ddot{u}_g \text{ ----- 2.2}$$

que es la ecuación de equilibrio dinámico de una estructura de un grado de libertad sometida a una fuerza sísmica, donde  $- m \ddot{u}_g$  es la carga efectiva resultante del movimiento de la estructura por la aceleración del suelo.

Se procederá a realizar el análisis de la siguiente manera:

- Vibración libre
- Vibración Libre con amortiguamiento.
- Vibración amortiguada ante una excitación sísmica.

### 2.1.2 Vibración libre.

En este caso la fuerza perturbadora y la del amortiguamiento valen cero, lo que conduce a una vibración libre no amortiguada, la cual realmente no puede existir porque conduciría a un movimiento perpetuo, a pesar de ser cierto esto, los resultados obtenidos de esta condición son muy importantes. De esta forma la ecuación 2.2 se reduce a:

$$m \ddot{u} + k u = 0$$

dividiendo entre m y haciendo  $(k/m) = \omega^2$

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0 \text{ ----- 2.3}$$

donde  $\omega^2$  es la frecuencia circular o natural de vibración.

La ecuación 2.3 es una ecuación diferencial lineal de segundo orden cuya solución es:

$$u = A \text{ sen } \omega t + B \text{ cos } \omega t \text{ ----- 2.4}$$

la velocidad es:  $\dot{u} = A \omega \text{ cos } \omega t - B \omega \text{ sen } \omega t \text{ ----- 2.5}$

la aceleración es:  $\ddot{u} = -A \omega^2 \text{ sen } \omega t - B \omega^2 \text{ cos } \omega t$

las constantes de integración A y B se determinan a partir de las condiciones iniciales. Por ejemplo si la masa es desplazada una distancia  $u_0$  y se le ha dado

una velocidad inicial  $\dot{u}_0$  en un tiempo  $t = 0$ .

sustituyendo  $u = u_0$  ;  $t = 0$  en la ecuación 2.4

$$B = u_0$$

sustituyendo  $\dot{u} = \dot{u}_0$  ;  $t = 0$  en la ecuación 2.5

$$A = \dot{u}_0 / \omega$$

sustituyendo A Y B en la ecuación 2.4

$$u(t) = \dot{u}_0 / \omega \text{ sen } \omega t + u_0 \text{ cos } \omega t \text{ ----- 2.6}$$

La ecuación 2.6 es la solución del movimiento de la masa, ya sea para cuando se origine en un desplazamiento o en una velocidad iniciales o por ambas causas. Su

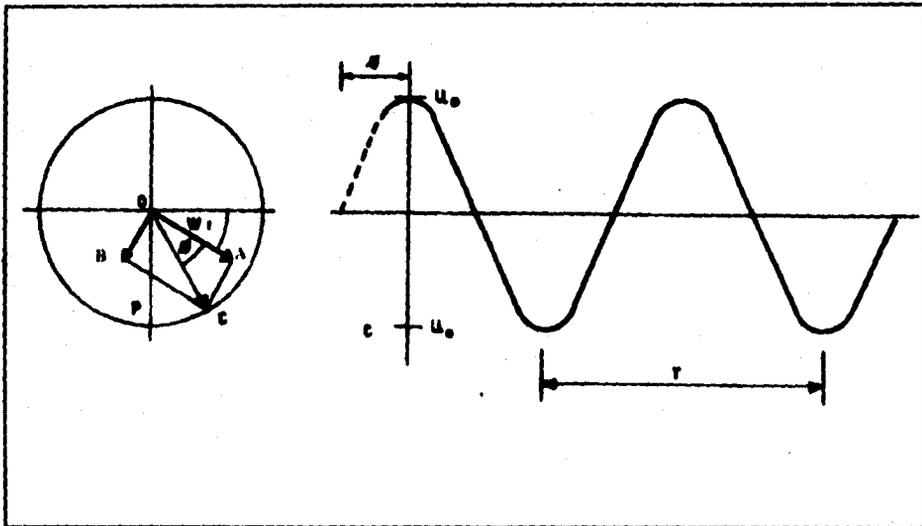


Figura 2.2 Vibración libre.

representación gráfica como función del tiempo se muestra en la figura 2.2

Otra forma de darle solución es mediante:

$$OP = OC \text{ sen } ( \omega t + \phi )$$

$$u = C \text{ sen } ( \omega t + \phi ) \text{ ----- 2.7}$$

donde :

$$C = ( A^2 + B^2 )^{1/2} ; \quad \phi = \text{tan}^{-1} ( B/A )$$

El desplazamiento máximo se llama amplitud de la vibración ( $u_0$ ). La velocidad angular  $\omega$  del punto c que describe el círculo auxiliar se llama Frecuencia Circular o Natural de vibración. El ángulo  $\phi$  se llama ángulo de fase ya que representa la cantidad según la cual la curva está desplazada a partir del origen cuando  $t=0$ . El tiempo en que se lleva acabo un ciclo se llama Periodo de

vibración y se define como :

$$2\pi = \omega T$$

$$T = 2\pi/\omega \quad \text{ó} \quad T = 2\pi (m/k)^{1/2}$$

Al número de ciclos realizados por unidad de tiempo se llama Frecuencia:

$$f = 1/T \quad ; \quad f = \omega/(2\pi)$$

### 2.1.3 Vibración libre con amortiguamiento.

Un análisis realista de las vibraciones debe incluir las fuerzas de fricción o de amortiguamiento.

Para este caso de vibración , la ecuación 2.2 queda como :

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = 0 \quad \text{-----} \quad 2.8$$

que es una ecuación diferencial lineal homogénea de segundo orden, cuya solución tiene la forma de :  $u = e^{\lambda t}$

primera y segunda derivada:

$$\dot{u} = \lambda e^{\lambda t} \quad ; \quad \ddot{u} = \lambda^2 e^{\lambda t}$$

sustituyendo en la ecuación 2.8

$$m \lambda^2 e^{\lambda t} + c \lambda e^{\lambda t} + k e^{\lambda t} = 0$$

$$e^{\lambda t} ( m \lambda^2 + c \lambda + k ) = 0$$

$$m \lambda^2 + c \lambda + k = 0$$

$$\lambda = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$$

las raíces de  $\lambda$  son:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad \text{-----} \quad 2.9$$

Definiendo al coeficiente de amortiguamiento crítico  $C_c$  como el valor de  $c$  que hace que el radical sea igual a cero

$$(C_c/2m)^2 - (k/m) = 0$$

donde

$$C_c = 2(k/m)^{1/2} = 2m\omega \quad \text{-----} \quad 2.10$$

La solución general de la ecuación 2.8 es una combinación lineal de

exponenciales que involucra las dos raíces  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  las cuales tienen tres posibles combinaciones dependiendo del valor de  $c$ .

si  $c > C_c$  ; las raíces son reales y corresponde a un sobreamortiguamiento y por tanto el movimiento es no vibratorio.

si  $c = C_c$  ; las raíces son iguales y corresponde a un caso con amortiguamiento crítico y el movimiento es no vibratorio.

si  $c < C_c$  ; las raíces son complejas y corresponden a un subamortiguamiento por lo que es un movimiento vibratorio y que, para nuestro análisis, es el que tiene mayor interés.

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm i\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$$

si

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \text{ ----- 2.11}$$

$$c/2m = \xi\omega$$

entonces :  $\lambda_{1,2} = \xi\omega \pm i\omega_d$

La solución general de la ecuación 2.8 contiene dos constantes arbitrarias :

$$u = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t}$$

$$u = A e^{(-\xi\omega + i\omega_d)t} + B e^{(-\xi\omega - i\omega_d)t}$$

$$u = e^{-\xi\omega t} (A e^{i\omega_d t} + B e^{-i\omega_d t})$$

usando la relación trigonométrica :

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \operatorname{sen} \alpha$$

$$e^{\pm i\omega_d t} = \cos \omega_d t \pm i \operatorname{sen} \omega_d t$$

$$u = e^{-\xi\omega t} (A \cos \omega_d t + B \operatorname{sen} \omega_d t) \text{ ----- 2.12}$$

o de forma semejante a la ecuación 2.7

$$u = C e^{-\xi\omega t} \cos(\omega_d t - \phi) \text{ ----- 2.13}$$

la ec. 2.12 ó 2.13 constituye la solución a la ecuación 2.8 para  $c$  menor de  $C_c$ .

El movimiento queda representado en la figura 2.3 y es un movimiento periódico con amplitud decreciente  $e^{-\xi\omega t}$ .

$A$  y  $B$ , ó  $C$  y  $\phi$ , son constantes determinadas a partir de las condiciones iniciales:

$$t = 0 ; \quad u = u_0 ; \quad \dot{u} = \dot{u}_0$$

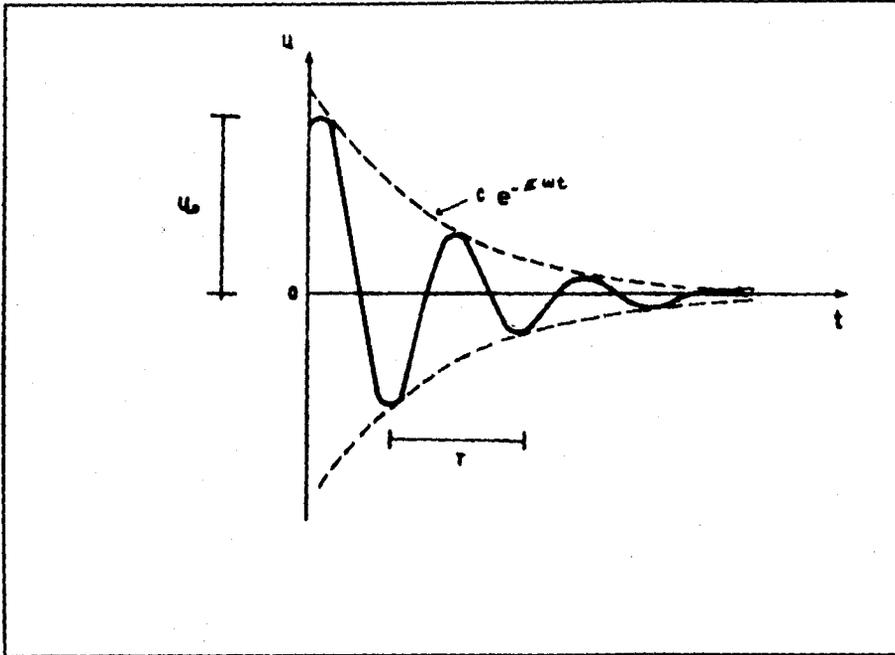


Figura 2.3 Vibración libre amortiguada.

sustituyendo  $t$  y  $u$  en la ecuación 2.12

$$u_0 = A$$

derivando la ecuación 2.12 y sustituyendo  $t$  y  $\dot{u}$

$$\dot{u} = e^{-\xi \omega t} (B \omega_a \cos \omega_a t - A \omega_a \text{sen } \omega_a t) - (A \cos \omega_a t + B \text{sen } \omega_a t) (\xi \omega e^{-\xi \omega t})$$

$$\dot{u}_0 = B \omega_a - A \xi \omega$$

$$\dot{u}_0 = B \omega_a - u_0 \xi \omega$$

$$B = (\dot{u}_0 + \xi \omega u_0) / \omega_a$$

sustituyendo  $A$  y  $B$  en la ecuación 2.12

$$u = e^{-\xi \omega t} \left[ \frac{\dot{u}_0 + \xi \omega u_0}{\omega_a} \text{sen } \omega_a t + u_0 \cos \omega_a t \right] \quad \text{----- 2.14}$$

que es la solución de la ecuación 2.8 para las condiciones iniciales donde :

$\omega_a$  = Frecuencia natural de vibración amortiguada.

$\omega$  = Frecuencia natural de vibración no amortiguada.

Aprovechando la ecuación 2.11 se obtiene la relación de las dos frecuencias :

$$\omega_a = \{ (k/m) - (c/2m)^2 \}^{1/2} ;$$

$$\omega_a = \omega ( 1 - \xi )^{1/2}$$

En la práctica y, para estructuras usuales, el amortiguamiento no excede del 10 por ciento del crítico (  $\xi = 0.1c_c$  )

$$\omega_a = \omega ( 1 - 0.1^2 )^{1/2}$$

$$\omega_a = 0.995\omega$$

$$\omega_a \approx \omega$$

lo que significa que la influencia del amortiguamiento en la frecuencia de vibración ( $\omega$ ) es pequeña. El efecto del amortiguamiento radica, esencialmente, en disminuir la amplitud de la vibración conforme avanza el tiempo.

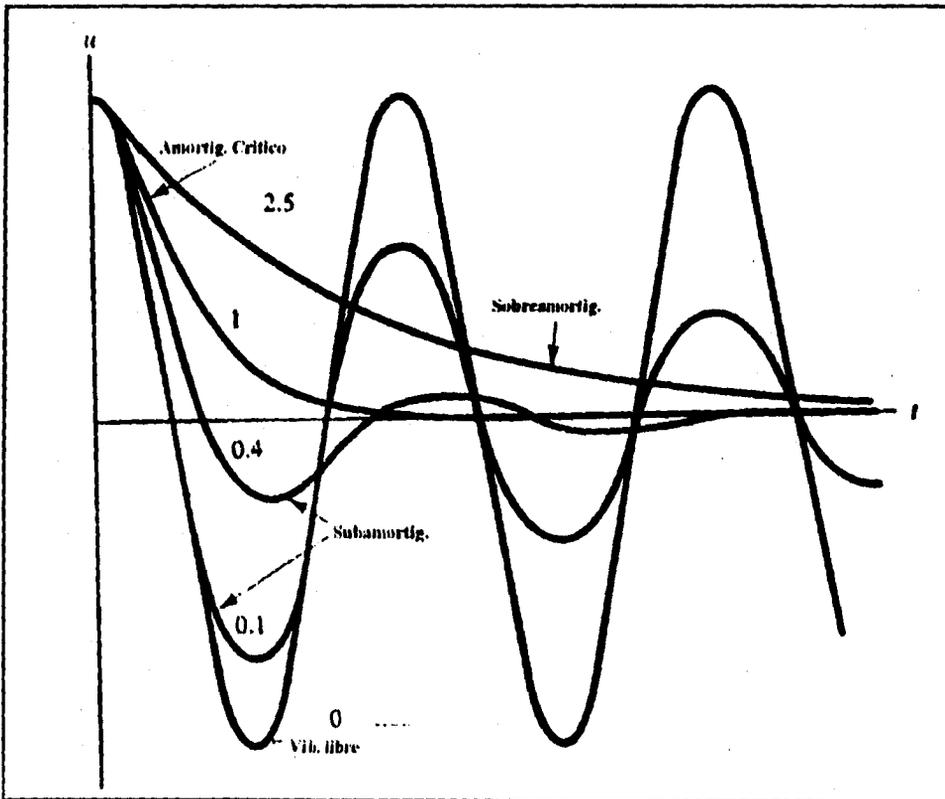


Figura 2.4 Vibración con distinto grado de amortiguamiento.

### 2.1.4 Vibración amortiguada ante una excitación sísmica.

Volviendo a la ecuación 2.2, que es la que define a este estado vibratorio.

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = -m \ddot{u}_g$$

dividiendo entre  $m$

$$\ddot{u} + (c/m) \dot{u} + (k/m) u = -\ddot{u}_g$$

si :

$$(k/m) = \omega^2$$

$$\xi = (c / Cc) = c / (2(km)^{1/2})$$

$$(km)^{1/2} = m (k/m)^{1/2} = m \omega$$

$$\xi = c / (2 m \omega) ; \quad c/m = 2 \omega \xi$$

entonces :

$$\ddot{u} + 2 \omega \xi \dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{u}_g \quad \text{-----} \quad 2.15$$

La ecuación 2.15 no puede analizarse en esta forma dado que la fuerza sísmica presenta un movimiento irregular, donde la historia de aceleraciones del terreno durante un sismo no puede expresarse mediante una función continua. Es por ello que es necesario hacer uso de técnicas de integración numérica.

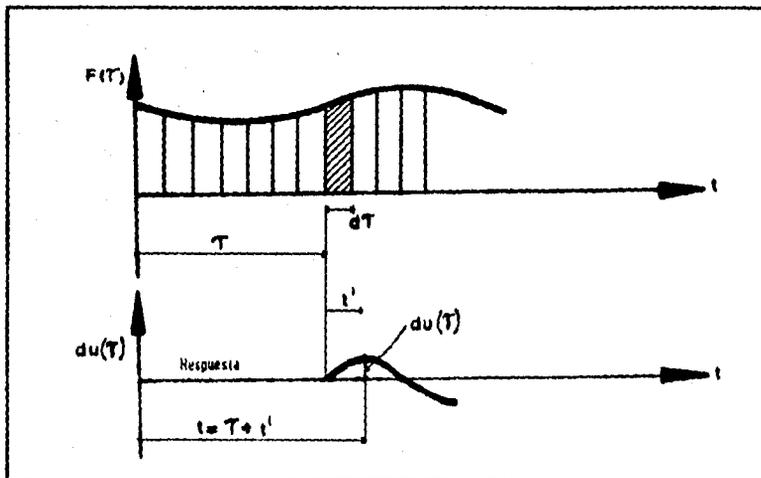


Figura 2.5 Respuesta de un sistema de un grado de libertad ante una carga impulsiva.

Apoyándose en el principio de impulso-momentum (ref. 9):

$$F = m a$$

$$\int F dt = \int m \ddot{u} dt = m (\dot{u}_2 - \dot{u}_1)$$

$$\int F dt = m \Delta \dot{u} \quad ; \quad \text{impulso} = \text{cantidad de movimiento}$$

La escala del tiempo tiene tres dominios diferentes : un primer dominio general  $t$ , un segundo que corresponde a partir del cual ocurre una fuerza  $F(t)$  y, un tercer dominio en el cual el tiempo  $\tau$  a transcurrido desde  $t=0$  hasta el momento en que ocurre un  $F(\tau)$  de corta duración (ref 10).  $F(t) = -m \ddot{u}_g$  que es la fuerza efectiva provocada por el movimiento del terreno.

Si  $F(t)$  se toma como una carga impulsiva aplicada durante un intervalo de tiempo infinitesimal  $d\tau$  y aplicando el principio de impulso-momentum:  $m \dot{u} = F(\tau) d\tau$

$$\dot{u} = \frac{F(\tau) d\tau}{m}$$

teniendo en cuenta las condiciones iniciales :  $\dot{u} = \dot{u}_0$  y  $u_0 = 0$  y que ahora la variable  $t$  se desarrolla en el dominio de  $t'$ . De la ecuación 2.14 y sustituyendo las condiciones iniciales se tiene:

$$u = e^{-\zeta \omega t} \frac{F(\tau) d\tau}{m \omega_d} \text{sen } \omega_d t'$$

si  $F(\tau) = -m \ddot{u}_g$  ;  $t' = (t-\tau)$  ;  $\omega_d = \omega$

$$u = - e^{-\zeta \omega (t-\tau)} \frac{\ddot{u}_g(\tau) d\tau}{\omega} \text{sen } \omega (t-\tau) \text{-----} 2.16$$

La ecuación 1.15 representa la vibración ante un impulso infinitesimal y, como se consideró a la aceleración del terreno como la suma de impulsos, habrá que integrar esta ecuación quedando como :

$$u(t) = - \frac{1}{\omega} \int_0^t e^{-\zeta \omega (t-\tau)} \ddot{u}_g(\tau) \text{sen } \omega (t-\tau) d\tau \text{-----} 2.17$$

esta ecuación se llama integral de Duhamel y representa las respuestas que experimenta una estructura de un grado de libertad con amortiguamiento al ser sometida a una excitación sísmica, proporcionando el desplazamiento  $u$  en un instante  $t$ , que para fines prácticos sólo tienen importancia los valores máximos absolutos.

Se observa , de la ecuación de la integral de Duhamel, que las respuestas dependen de la frecuencia natural  $\omega$ , del amortiguamiento  $\zeta$ , y de la definición del movimiento del terreno, el cual se obtiene de un acelerograma. Por lo que si

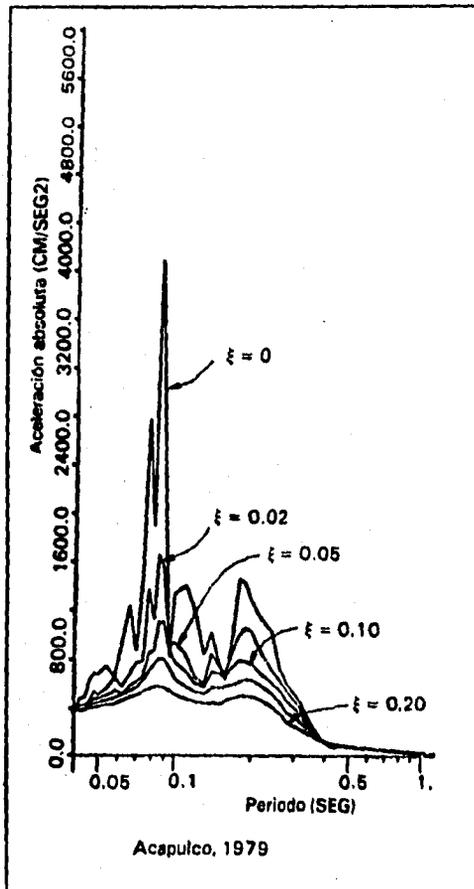


Figura 2.6 Espectro de aceleración del sismo de Acapulco, 1979.

El espectro de aceleraciones proporciona una medida directa de la fuerza de inercia máxima que se induce en el sistema al multiplicar la ordenada espectral por la masa :  $F = m S_A$  .

La respuesta se obtuvo mediante la integral de Duhamel debido a que el movimiento del terreno es irregular ante una excitación sísmica. Sin embargo para

se fija el amortiguamiento y se hace variar el período  $T$ , o de  $\omega$  que es lo mismo, desde cero hasta un valor muy alto comparado con los períodos de las estructuras comunes, y para cada sistema se determina la máxima respuesta, se puede trazar gráficas como la figura 2.6, que constituyen espectros de respuesta de aceleración para el movimiento en cuestión. En las abscisas se representa el período  $T$  y en las ordenadas una medida de su respuesta máxima ( sea aceleración, velocidad o desplazamiento máximos de la masa).

El espectro de la figura 2.6 es de aceleración, para un solo sismo, y está construido para diferentes amortiguamientos y constituye una representación de un sismo, la cual es muy valiosa para apreciar sus efectos en la estructura y, por tanto, puede emplearse como índice de la acción sísmica.

una aproximación se puede representar mediante un movimiento armónico de tipo:  
 $\ddot{u} = F_0 \text{ sen } \omega_n t$  (ref. 8 y 1).

donde:  $\omega_n$  = frecuencia de vibración del terreno.

$F_0$  = constante que define la amplitud de la aceleración del movimiento.

Bajo estas condiciones la ecuación 2.2 queda como:

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u = F_0 \text{ sen } \omega_n t \quad m \quad \text{-----} \quad 2.18$$

su solución consta de dos partes :

$$u = u_c + u_p$$

$$u = u \text{ complementaria} + u \text{ particular} \quad \text{-----} \quad 2.19$$

$$u_c = \text{movimiento libre amortiguado} \quad ; \quad u_p = x \text{ sen } (\omega t - \phi)$$

$$u_p = \frac{F_0/k}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega_n}{\omega})^2]^2 + (2\xi \frac{\omega_n}{\omega})^2}} \text{ sen } (\omega t - \phi)$$

$$\tan \phi = \frac{2\xi \frac{\omega_n}{\omega}}{1 - (\frac{\omega_n}{\omega})^2}$$

sustituyendo en 2.19

$$u = e^{-\xi \omega t} (A \cos \omega t + B \text{ sen } \omega t) + \frac{F_0/k}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega_n}{\omega})^2]^2 + (2\xi \frac{\omega_n}{\omega})^2}} \text{ sen } (\omega t - \phi) \quad \text{---} \quad 2.20$$

Factor de Amplificación :

$$\frac{x}{F_0/k} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega_n}{\omega})^2]^2 + (2\xi \frac{\omega_n}{\omega})^2}}$$

La relación entre el desplazamiento de la masa bajo los efectos dinámicos y el desplazamiento estático que produciría una fuerza constante de magnitud  $F_0$  se llama Factor de Amplificación. Este factor se expresa en términos de la razón de frecuencias  $\omega_n/\omega$  y de la fracción de amortiguamiento crítico  $\xi$ . En la figura 2.7 se ha graficado el factor de amplificación para distintos valores de amortiguamiento.

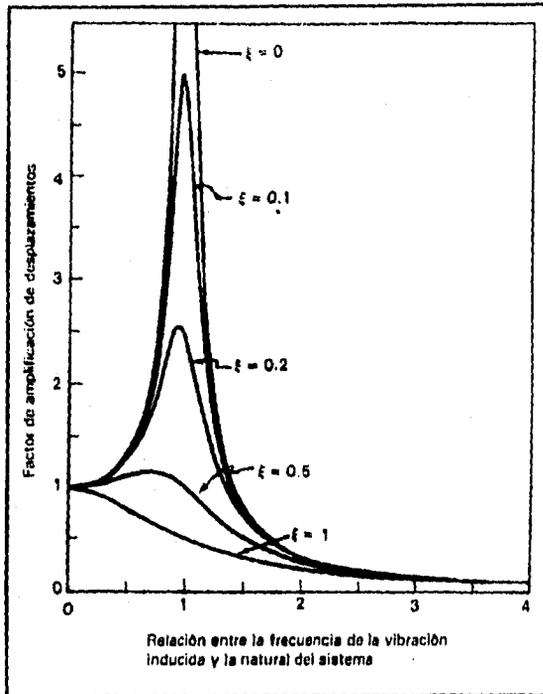


Figura 2.7 Factor de amplificación.

Se observa, entonces, que la amplitud puede mantenerse pequeña escogiendo un coeficiente de amortiguamiento grande o, manteniendo a la frecuencia natural de vibración de la estructura y a la frecuencia del terreno bastante alejadas.

#### 2.1.5 Espectro de diseño.

Una estructura no debe diseñarse para resistir un solo sismo, sino el probable conjunto de sismos que puedan afectarla en su vida útil. La estructura deberá diseñarse para la envolvente de los espectros de respuesta a diferentes sismos. Existen reglas para construir envolventes a partir de datos básicos del movimiento del terreno. Estas reglas consisten en multiplicar la aceleración, velocidad y desplazamiento máximo del terreno por constantes que se han obtenido

de la observación de un gran número de espectros de sismos reales, y en el que el valor de estas constantes dependen del grado de amortiguamiento del sistema. Un espectro así definido se llama espectro de diseño, y que en este caso el RCDF-87 lo proporciona.

## 2.2 Estructuras de varios grados de libertad.

Se procede ahora al tratamiento de estructuras de grados de libertad múltiples, las cuales se aproximan a la representación de una construcción real. Para una mejor comprensión del análisis nos apoyaremos en la figura 2.8, la cual representa un edificio de tres niveles.

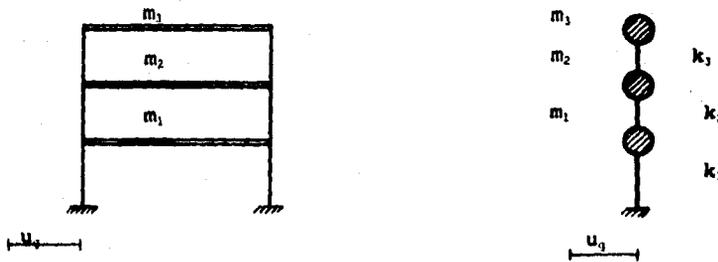
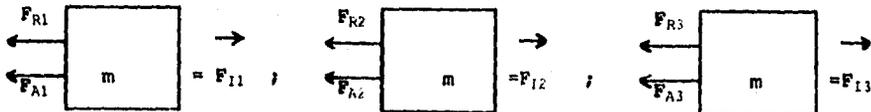


Figura 2.8 Sistema de tres grados de libertad sujeta al movimiento del suelo.

### 2.2.1 Ecuación de equilibrio dinámico.

Cada masa de un piso representa un grado de libertad con una ecuación de equilibrio dinámico cada una.



$$\begin{aligned}
 F_{I1} + F_{A1} + F_{R1} &= 0 & \text{-----} & \text{nivel 1} \\
 F_{I2} + F_{A2} + F_{R2} &= 0 & \text{-----} & \text{nivel 2} \\
 F_{I3} + F_{A3} + F_{R3} &= 0 & \text{-----} & \text{nivel 3}
 \end{aligned}$$

Fuerzas de inercia:

$$\begin{vmatrix} F_{I1} \\ F_{I2} \\ F_{I3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_1 & & \\ & m_2 & \\ & & m_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{vmatrix}$$

o más generalmente :  $F_I = M \ddot{U}$

donde

- $F_I$  = es el vector de fuerzas de inercia.
- $M$  = es la matriz diagonal de masas.
- $\ddot{U}$  = es el vector de aceleraciones totales.

Fuerza elástica (en las columnas).

$$\begin{bmatrix} F_{R1} \\ F_{R2} \\ F_{R3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

o más generalmente:  $F_R = K u$

donde

- $F_R$  = es el vector de fuerzas elásticas en cada entrepiso.
- $K$  = es la matriz de rigideces.
- $u$  = es el vector de desplazamientos.

De manera similar, las fuerzas de amortiguamiento se expresan como:  $F_A = C \dot{u}$   
donde

- $F_A$  = es el vector de amortiguamiento
- $\dot{u}$  = es el vector de velocidades
- $C$  = es la matriz de amortiguamiento.

en general no es práctico calcular  $C$  y el efecto del amortiguamiento se toma en cuenta en los espectros de diseño.

Una vez obtenidas las fuerzas, se obtiene la ecuación de equilibrio, la cual toma la misma forma que en un sistema de un grado de libertad con la diferencia que ahora se trata de una ecuación matricial.

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = - M \ddot{u}_g \text{ ----- 2.21}$$

que es la ecuación de equilibrio dinámico para sistemas de  $n$  grados de libertad bajo una excitación sísmica.

### 2.2.2 Frecuencias de vibración y formas modales.

Ante un impulso la estructura vibrará libremente adoptando una configuración de desplazamiento que se denomina forma modal y con una frecuencia natural de vibración ( $\omega$ ) peculiar en cada modo, existiendo tantos modos como número de grados de libertad. A los diferentes modos de vibrar se les conoce como modos naturales y al conjunto de desplazamientos que configuran un modo se conoce como forma del modo.

Se procede entonces a encontrar las frecuencias ( $\omega$ ) y formas modales, transformándose la ecuación 2.21 en :

$$M \ddot{u} + K u = 0 \text{ ----- 2.22}$$

si,  $u = z \text{ sen } \omega t$  ;  $\ddot{u} = -\omega^2 z \text{ sen } \omega t$  ;  $z =$  amplitud de la vibración.

sustituyendo en la ecuación 2.22

$$K z - \omega^2 M z = 0$$

$$\det | K - \omega^2 M | z = 0 \text{ ----- 2.23}$$

y para que  $z$  sea distinto de cero :

$$\det | K - \omega^2 M | = 0 \text{ ----- 2.24}$$

esta ecuación representa un problema de valores característicos. Desarrollando el determinante se obtiene una ecuación algebraica de  $n$  (número de grados de libertad) cuya incógnita es  $\omega^2$ . La solución de esta ecuación proporciona los  $n$  valores de  $\omega^2$ , que corresponden a los  $n$  periodos naturales de vibración.

#### 2.2.2.1 Vectores característicos.

A partir de cada valor de  $\omega^2$  y sustituyéndolo en la ecuación 2.23 se obtiene un sistema lineal homogéneo compatible e indeterminado, es decir, admite más de una solución. Fijando arbitrariamente el valor de alguna de las  $z_{ij}$  se obtienen las demás en función de ésta. Según esto, se tiene un número infinito de soluciones dado que infinito es el número de valores arbitrarios que se pueden asignar. Se tendrá un número infinito de vectores característicos  $Z_j$ , sin embargo la relación que guardan entre las  $z_{ij}$  es constante. Es por ello que al normalizar a todo ese número infinito de soluciones se tendrá siempre un mismo vector característico en todas ellas. Es decir, este único vector normalizado manifiesta la relación constante que se guarda en todos aquellos vectores no normalizados. La normalización no es otra cosa que establecer la relación de los  $z_{ij}$  en torno a la unidad, y esto se logra dividiendo a todos los vectores del vector  $Z_j$  entre un valor  $z_{ij}$ . Esta normalización se puede obtener desde la solución del sistema de ecuaciones que arroja la ecuación 2.23 tomando como valor arbitrario a la unidad, de esta forma todos los valores de los  $z_{ij}$  se obtienen en relación a la unidad. De esta forma:

$$Z_j = \begin{pmatrix} z_{1j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ z_{nj} \end{pmatrix}$$

donde  
 $Z_j =$  vector característico del modo  $j$   
 $z_{ij} =$  desplazamiento relativo de la masa  $i$  correspondiente al modo  $j$ .

A cada frecuencia de vibración  $\omega^2$  le corresponde un vector característico. Para la figura 2.8 se tiene :

$$Z_1 = \begin{vmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ z_{31} \end{vmatrix} ; \quad Z_2 = \begin{vmatrix} z_{12} \\ z_{22} \\ z_{32} \end{vmatrix} ; \quad Z_3 = \begin{vmatrix} z_{13} \\ z_{23} \\ z_{33} \end{vmatrix}$$

estos vectores característicos muestran la geometría de las formas de vibración en que sus valores muestran sólo la relación que guardan entre ellos. Los modos de vibración de la figura 2.8 son los siguientes:

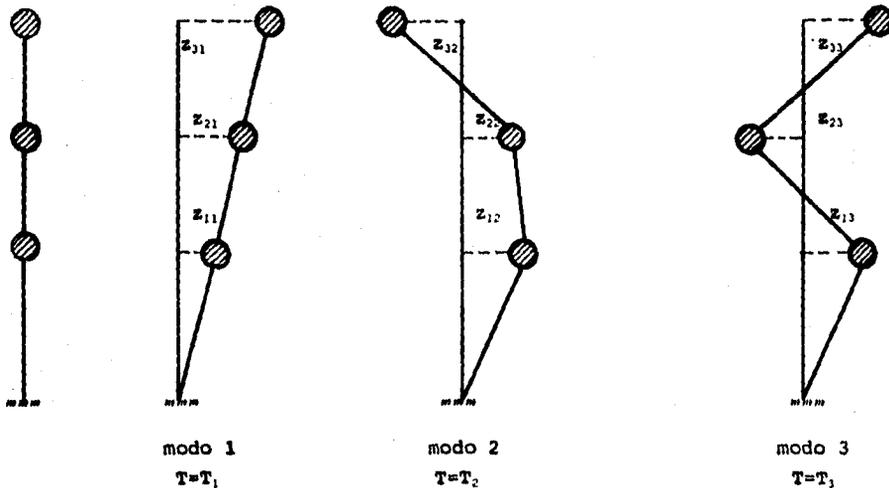


Figura 2.9 Modos de vibrar de la estructura de la figura 2.8.

Se insiste en que los valores numéricos  $z_{ij}$  son relativos. Sus amplitudes reales se encontrarán cuando se hagan intervenir junto con la acción sísmica, que en este caso será la aceleración espectral. Al primer modo se le llama fundamental y corresponde al valor del período máximo, se caracteriza porque la forma del modo no presenta ningún punto de inflexión. Al segundo y tercer modo se les conoce como modos superiores y en estos decrece el período  $T$  y el número de puntos de inflexión aumenta a uno y dos respectivamente.

La estructura de la figura 2.8 sirvió de base para el análisis, pero de manera semejante se puede generalizar para una estructura de  $n$  masas y  $n$  modos de vibrar.

### 2.3 Métodos iterativos para el cálculo de frecuencias naturales y formas modales.

La solución directa del sistema de ecuaciones planteada en el punto anterior empieza a complicarse para sistemas de más de tres grados de libertad. Por ello se presenta, de manera alternativa, métodos iterativos y que tienen una convergencia más o menos rápida.

#### 2.3.1 Método de Newmark.

Este método proporciona el modo fundamental de vibración.

Procedimiento :

1.- Se supone la forma del modo, o conjunto de deformaciones de la estructura. Es usual iniciar suponiendo valores iguales al número de orden del piso, de abajo hacia arriba.

2.- Se obtienen las fuerzas de inercia en cada masa correspondientes a la configuración supuesta.

$$F = m \omega^2 z$$

$$z = \text{deformación supuesta.}$$

como se desconoce  $\omega^2$ , las fuerzas de inercia se calculan en función de ella

$$(F/\omega^2) = m z$$

3.- Con las fuerzas de inercia se calculan las fuerzas cortantes en los resortes, también en función de  $\omega^2$ .

$$V/\omega^2$$

4.- A partir de las fuerzas cortantes y de las rigideces de entrepiso, se obtienen las deformaciones de entrepiso también divididas entre  $\omega^2$

$$(\Delta/\omega^2) = V/k$$

5.- Acumulando deformaciones de entrepiso, se determina una nueva configuración de los desplazamientos de las masas  $z/\omega^2$

$$\Delta \text{ total} = \sum \Delta \text{ relativo}$$

6.- Se obtiene  $\omega^2$  para cada masa como :

$$z / (z/\omega^2) = \text{deformación supuesta} / \text{def. acumulada} = \omega^2$$

Si la configuración  $z$  supuesta es la correcta, se obtendrá el mismo valor de  $\omega^2$  en todas las masas. En caso contrario se procederá a efectuar un nuevo ciclo con una nueva forma de modo proporcional a  $z/\omega^2$  hasta que se obtengan valores de

$\omega^2$  suficientemente parecidos en todas las masas.

### 2.3.2 Método de Holzer.

Este método proporciona los modos superiores de vibración.

Procedimiento:

- 1.- Se supone arbitrariamente un valor de  $\omega^2$  mayor que el del modo fundamental ( que ya ha sido obtenido por el método de Newmark).
- 2.- Se supone arbitrariamente la amplitud  $z_1$  del movimiento de la primera masa a partir del apoyo ( es conveniente suponer un valor unitario). Esta amplitud supuesta es también igual al desplazamiento  $\Delta_1$  del primer entrepiso.
- 3.- Se calcula la fuerza cortante en el primer resorte, y la fuerza de inercia en la primera masa.

$$V_1 = k_1 \Delta_1$$

$$F_1 = m_1 \omega^2 z_1$$

- 4.- Aplicando condiciones de equilibrio, se calculan la fuerza cortante en el segundo resorte.

$$V_2 = V_1 - F_1$$

- 5.- Se obtiene la deformación de este último.

$$\Delta_2 = F_2/k_2$$

- 6.-Se calcula la amplitud del desplazamiento de la segunda masa

$$z_2 = z_1 + \Delta_2$$

y la fuerza de inercia en la misma

$$F_2 = m_2 \omega^2 z_2$$

- 7.- Se repiten los pasos del 4 al 6 para la tercera masa.

- 8.-Se continúa el proceso hasta llegar hasta la última masa.

Si se satisface el equilibrio entre la fuerza cortante del último resorte y la fuerza de inercia de la última masa, la frecuencia escogida  $\omega^2$  y las amplitudes calculadas corresponden a un modo natural de vibración ( por lo general se obtendrá un pequeño residuo). Un cambio en el signo de los residuos correspondientes a dos valores de  $\omega^2$  indica que hay una frecuencia comprendida entre dichos valores.

## **CAPITULO III**

### **ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL RCDF-87**

#### **EN EL ANALISIS SISMICO DINAMICO.**

## **CAPITULO III : ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL RCDF-87 EN EL ANALISIS SISMICO.**

### **3.1 Método de análisis dinámico.**

El reglamento de construcciones del Distrito Federal propone dos métodos de análisis dinámico: Análisis Modal y análisis Paso a Paso. El método que se utilizará, y que es el más empleado en la práctica, es el análisis modal, llamado más correctamente análisis modal espectral, ya que implica conceptos de espectro de diseño. El análisis modal, deberá incluir el efecto de todos los modos naturales de vibración con período mayor o igual a 0.4 segundos, pero en ningún caso podrán considerarse menos que los tres primeros modos de traslación en cada dirección de análisis. Puede despreciarse el efecto torsional de excentricidades estáticas. En tal caso, el efecto de dichas excentricidades y de la excentricidad accidental se calculará mediante el procedimiento que especifica el análisis estático y superponerse.

### **3.2 Espectro de diseño.**

El espectro de diseño que proporciona el reglamento es un espectro de aceleraciones, ya que es el más utilizado.

#### **3.2.1 Coeficiente sísmico y ordenada espectral.**

El coeficiente sísmico, sirve de base en la construcción del espectro de diseño. Este coeficiente está definido en el artículo 206 del reglamento como el cociente de la fuerza horizontal, que debe considerarse que actúa en la base de la estructura por efecto del sismo, entre el peso de esta sobre dicho nivel.

$$C = (V/W)$$

El coeficiente sísmico varía según el riesgo sísmico del sitio, el tipo de suelo y, la importancia de la estructura. De esta manera el reglamento especifica coeficientes sísmicos de diseño mayores a medida que aumenta la profundidad de los estratos de suelo deformable que se encuentra en el sitio.





Las zonas en que tradicionalmente se ha dividido a la ciudad de México son:

Zona I. Constituye la zona firme.

Zona II. Es la zona de transición, en la que el estrato firme se encuentra aproximadamente a 20 metros de profundidad.

Zona III. Es la zona lacustre, en la que el suelo firme se encuentra a más de 20 metros de profundidad y que puede llegar a los 50 metros.

La evidencia de los efectos sísmicos en la ciudad de México (1985), y en otros lugares situados a distancias significativas de los epicentros, muestra que los daños han sido mucho más severos en zonas donde hay estratos profundos de terreno compresible, que donde el terreno es firme. Por esta razón el reglamento hace una subzonificación, y que se muestra en la figura 3.1.a

Los valores que el reglamento asigna a el coeficiente sísmico C para construcciones del grupo B (ver la clasificación de edificaciones en el artículo 174 del reglamento) son:

Zona	Coef. sísmico c
I	0.16
+II	0.32
III	0.40

+ para sitios fuera de la subzonificación.

Tabla 3.1

Para construcciones del grupo A, en las que la confiabilidad que se requiere es mayor, dado que las consecuencias de falla son particularmente graves, o para aquellas en que es vital que permanezcan funcionando después de un evento sísmico importante (hospitales, estación de bomberos, etc.), los valores de c deberán incrementarse en un 50 por ciento.

Para la parte sombreada de la zona II de la figura 3.1.a el valor del coeficiente sísmico c toma valores de: 0.4 para estructuras del grupo B y 0.6 para las del grupo A.

El reglamento, en sus Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo (NTC-sismo) especifica que cuando se aplique el análisis dinámico modal, se adopten

las siguientes hipótesis para el análisis de la estructura:

La ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 a &= (1 + 3T/T_a) c/4 && ; \text{ si } T \text{ es menor que } T_a \\
 a &= c && ; \text{ si } T \text{ está entre } T_a \text{ y } T_b \\
 a &= (T_b/T)^r c && ; \text{ si } T \text{ excede de } T_b
 \end{aligned}$$

donde

T es el período natural de interés.

T, T<sub>a</sub>, T<sub>b</sub> están expresados en segundos.

c es el coeficiente sísmico.

r es un exponente que depende de la zona en que se halla la estructura.

Los valores de T<sub>a</sub> y T<sub>b</sub> se dan en la siguiente tabla 3.2

Zona	T <sub>a</sub>	T <sub>b</sub>	r
I	0.2	0.6	1/2
+ II	0.3	1.5	2/3
++ III	0.6	3.9	1

+ Zona no sombreada de la figura 3.1.a

++ Esta y la parte sombreada de la zona II en la figura 3.1.a

Tabla 3.2

### 3.2.2 Reducción por ductilidad.

El reglamento permite reducir a la ordenada espectral por concepto de ductilidad Q', definido por un factor de comportamiento sísmico Q, que a su vez toma valores en función del tipo de estructuración y detalles de dimensionamiento que se hayan adoptado en la estructura ( NTC-sismo en su sección 5 ).

Las estructuras que satisfagan las condiciones de regularidad ( NTC-sismo en su sección 6 ) Q' se calcula como:

$$Q' = Q \quad ; \text{ si } T \text{ es mayor o igual a } T_a$$

$$Q' = 1 + (T/T_a)(Q-1) \quad ; \text{ si } T \text{ es menor que } T_a$$

en las estructuras que no cumplan las condiciones de regularidad, Q' se reducirá en un 20 por ciento. En la figura 3.2 se muestra el espectro (sin reducción) de

diseño para estructuras del grupo B, el cual incluye la influencia del amortiguamiento por lo que sólo se podrá reducir por concepto de ductilidad.

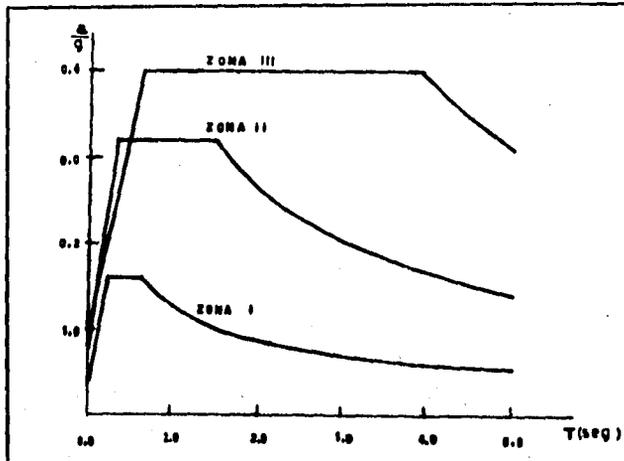


Figura 3.2 Espectro de diseño para estructuras del grupo B ( sin reducción).

### 3.3 Combinación de los modos naturales.

Una vez encontrados los distintos modos de vibrar que tiene una estructura, se procede a determinar la forma en que se combinan estos para conocer el comportamiento de la estructura ante una sollicitación específica.

Al excitar un edificio, cada modo responde como un sistema independiente de un grado de libertad. La respuesta total del edificio será la combinación de las respuestas independientes de cada uno de los modos, multiplicados por un coeficiente de participación.

#### 3.3.1 Coeficientes de participación.

Considerando el desplazamiento relativo de las masas  $i$ , respecto a la base de la estructura, como la suma de participaciones al desplazamiento de cada modo  $j$ , se tiene la siguiente expresión:

$$u_i(t) = \sum_j \phi_j(t) c_j z_{1j} \quad \text{-----} \quad 3.1$$

donde:

$$u_i(t) = \text{desplazamiento relativo de la masa } i \text{ en el instante } t$$

$\phi(t)$  = función que expresa la variación con respecto al tiempo de la participación del modo j. El valor máximo de  $\phi(t)$  para cada modo puede obtenerse del espectro de desplazamientos como la ordenada que corresponde a una estructura de un grado de libertad y de igual período que el modo j.

$c_{ij}$  = coeficiente de participación que define la escala a la que interviene el modo j en el movimiento.

$z_{ij}$  = amplitud del desplazamiento de la masa i en el modo j.

$\sum_j$  = expresa la suma sobre todos los modos de vibrar.

El valor del coeficiente c de participación se determina mediante la expresión siguiente (ref. 6)

$$c_n = \frac{\sum_i^n m_i z_{in}}{\sum_i^n m_i z_{in}^2} \text{-----} 3.2$$

sustituyendo la ec. 3.2 en la ec. 3.1

$$u_i(t) = \sum_j \phi_j(t) z_{ij} \frac{\sum_j m_j z_{ij}}{\sum_j m_j z_{ij}^2} \text{-----} 3.3$$

esta ecuación indica que el desplazamiento relativo en un instante t de la masa i, debido a la contribución del modo j, se obtiene como el producto de la amplitud de dicha masa en el modo j, a una escala arbitraria, por un coeficiente de participación,  $c_j$ , y por una función del tiempo,  $\phi_j(t)$ , que es la misma que proporciona el desplazamiento relativo de la masa de una estructura de un grado de libertad y de igual período que el modo en cuestión. El valor de  $u_i(t)$  es independiente de la escala que se adopte para los  $z_{ij}$ .

El espectro que el reglamento estipula es un espectro de aceleraciones, por lo que, partiendo de la ecuación 3.1 se llega a (ref. 6) :

$$u_{ij \text{ max.}} = S_{Aj} c_j \frac{z_{ij}}{\omega_j^2} \text{-----} 3.4$$

donde  $S_A$  es la ordenada del espectro de aceleración.

Teóricamente, la ecuación 3.3 resuelve el problema de análisis sísmico dinámico de las estructuras con varios grados de libertad, ya que permite obtener su configuración deformada en cualquier instante y, por tanto, los máximos elementos mecánicos en las secciones críticas.

### 3.4 Respuesta total bajo la combinación de todos los modos.

Una forma aproximada de obtener la respuesta máxima (cota superior) es sumando las respuestas máximas de todos los modos, mediante la expresión:

$$R = \sum_1 R_i \text{ ----- } 3.5$$

Sin embargo este valor es conservador ya que las respuestas máximas de todos los modos no son simultáneas, por tanto, la respuesta máxima total será menor que la suma de respuestas máximas de cada modo. Puede ser que por ello el reglamento especifique que la respuesta total de las estructuras elásticas se obtenga mediante la ecuación 3.6 :

$$R = ( \sum R_i^2 )^{1/2} \text{ ----- } 3.6$$

### 3.5 Interacción Suelo-Estructura.

El reglamento incluye un apéndice para la consideración de la interacción suelo-estructura en el análisis sísmico de edificios. Siendo este el primer reglamento que considera de manera explícita este concepto. Los efectos de interacción se cuantifican en función de un incremento en el período fundamental de vibración del edificio y mediante una corrección en los valores del coeficiente sísmico y de los períodos que marcan los quiebres en los espectros de diseño.

El reglamento, en sus NTC-sismo, dice textualmente " para diseño de estructuras ubicadas en las zonas II ó III será permisible tener en cuenta los efectos de los períodos dominantes del terreno en el sitio de interés y de la interacción suelo-estructura. Cuando así proceda se aplicará al cuerpo principal de las presentes normas técnicas complementarias las modificaciones que contiene el apéndice de las mismas".

#### 3.5.1 Modificación al espectro de diseño.

Para estructuras del grupo B, y que se encuentran fuera de la zona sombreada de la figura 3.1.a, se adoptará:

$$C = \frac{1.6 T_g}{4 + T_g^2}$$

para las estructuras del grupo A será 1.5 veces este valor. En estos sitios se tomará:

$$\begin{aligned}T_a &= 0.64 T_s && ; \text{ zona II} \\T_a &= 0.35 T_s && \text{ pero no menor de 0.64 seg. ; zona III} \\T_b &= 1.2 T_s && ; \text{ zonas II y III}\end{aligned}$$

$T_s$  es el período dominante del terreno y su valor se tomará de la figura A4.1 de las NTC-sismo.

Para estructuras dentro de la zona sombreada c,  $T_s$ ,  $T$  se calculan según sección 3.2.1

### 3.5.2 Corrección al período fundamental de vibración.

Como una aproximación a los efectos de interacción suelo-estructura será válido incrementar el período fundamental de vibración (calculado bajo la hipótesis de que la estructura se apoya en un suelo rígido) mediante la expresión

$$T_1 = ( T_0^2 + T_x^2 + T_r^2 )^{1/2} \text{ ----- 3.7}$$

$T_1$  = período fundamental de vibración de la estructura corregido por la interacción con el suelo.

$T_0$  = período fundamental del edificio si se apoyara sobre terreno rígido.

$T_x$  = período que tendría la estructura suponiendola infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse en la dirección en que se analiza.

$T_r$  = período fundamental que tendría el edificio suponiendo que sólo pudiera girar como cuerpo rígido alrededor de un eje horizontal que pasara por el centroide de la superficie de desplante del edificio y fuera perpendicular a la dirección en que se analiza.

Podrán en este caso desprejarse los efectos de la interacción en los períodos superiores de vibración del edificio.

Los valores de  $T_x$  y  $T_r$  pueden estimarse a partir de las expresiones dadas en las NTC-sismo (ref. 14,) en términos de las rigideces  $K_x$  y  $K_r$  (rigidez al desplazamiento horizontal y al giro, respectivamente) y de la inercia lateral y al volteo de la estructura.

Calculado el período fundamental modificado (ec. 3.7) se puede realizar el análisis, ya sea suponiendo el espectro modificado o con los espectros básicos sin modificar.

## **CAPITULO IV**

### **EJEMPLOS DE APLICACION.**

#### 4.1

#### SECUENCIA DE CALCULO.

1. Determinación de las intensidades de carga.
2. Cálculo de los pesos totales por planta, debidas a carga viva más carga muerta.
3. Cálculo de la masa en cada planta, obtenida como el cociente del peso entre la aceleración de la gravedad.

$$m = \frac{W}{g}$$

4. Obtener, por algún método, las rigideces de entrepiso de cada uno de los marcos de la estructura (formulas de wilbur, análisis estático y  $K= V/\delta$ ).
5. Obtener la rigidez total de cada uno de los entrepisos, mediante la suma de la rigideces de entrepiso de cada uno de los marcos, muros y contravientos.
6. Cálculo en cada modo de las frecuencias  $\omega$  y de los vectores característicos de vibración mediante alguno de los siguientes métodos :

-  $| K- M \omega^2 | Z = 0$

- Método de Newmark.

- Método de Holzer.

7. Determinar los períodos T de cada modo de vibración mediante :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

8. Determinación de los valores del espectro.
  - En función del tipo de terreno obtener el coeficiente sísmico c (tabla 3.1) y los valores de  $T_1$ ,  $T_b$ , r (tabla 3.2).
  - Calcular la aceleración espectral y reducción por ductilidad.
9. Cálculo de los coeficientes de participación de cada modo de vibración mediante (ec 3.2).

$$C = \frac{\sum_i^n m_i z_{in}}{\sum_i^n m_i z_{in}^2}$$

10. Cálculo de los desplazamientos máximos de cada masa y en cada modo según (ec 3.4):

$$U_{ij \text{ máx.}} = \frac{S_A C_j}{\omega_j^2} Z_{ij}$$

11. Cálculo de las fuerzas cortantes V en cada modo y para cada entrespacio mediante el producto de el desplazamiento relativo de los niveles que lo limitan por su rigidez.

$$V = \delta K$$

12. Cálculo de las respuestas totales debidas a la combinación de todos los modos, mediante la superposición de estos bajo el criterio de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los máximos (ec 3.6).

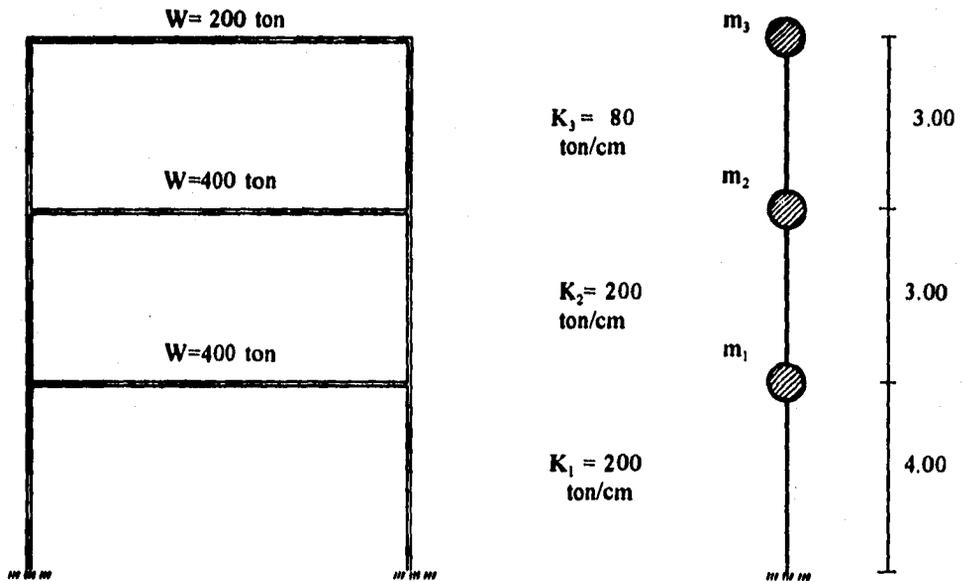
$$R = \sqrt{\sum R_j^2}$$

- Cálculo de desplazamientos.
- Cálculo de las fuerzas cortantes sísmicas.

4.2

### EJEMPLO NO. 1

Realizar el análisis sísmico dinámico de la siguiente estructura considerando que se trata de un edificio que pertenece al grupo A, cuyo desplante será en terreno firme y que es aplicable un factor de comportamiento sísmico  $Q$  igual a 4. La estructura es regular.



Edificio del grupo A

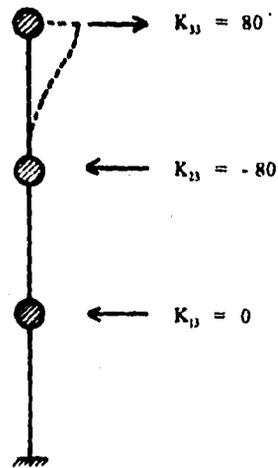
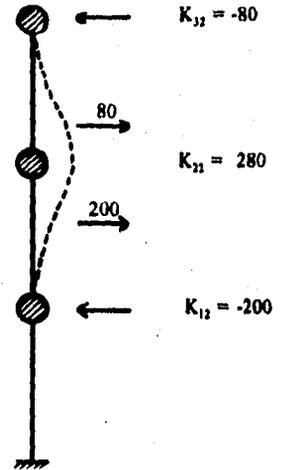
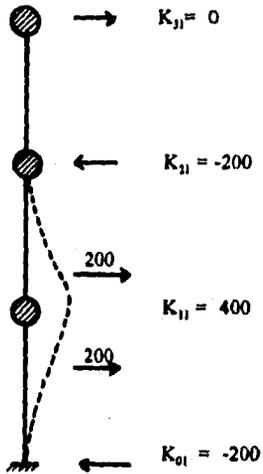
Zona I (terreno firme)

Factor de comportamiento sísmico  $Q = 4$

**1.1 Cálculo de la frecuencia  $\omega$  y de los vectores característicos  $z_n$  en cada modo de vibración.**

**1.1.1 Cálculo de  $\omega$  mediante  $|K - M \omega^2| = 0$  , (ecuación 2.24)**

- Matriz de rigideces.



$k_{ij}$  = Rigidez en el entrapiso j debida al entrapiso i

Matriz de rigideces

$$K = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 400 & -200 & 0 \\ -200 & 280 & -80 \\ 0 & -80 & 80 \end{vmatrix}$$

$$\text{factorizando } K = 80 \begin{vmatrix} 5.0 & -2.5 & 0.0 \\ -2.5 & 3.5 & -1.0 \\ 0.0 & -1.0 & 1.0 \end{vmatrix}$$

-Matriz de masas :

$$M = \begin{vmatrix} 0.40775 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.40775 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.2038 \end{vmatrix}$$

sustituyendo K y M en  $|K - M \omega^2| = 0$

$$80 \begin{vmatrix} 5.0 & -2.5 & 0.0 \\ -2.5 & 3.5 & -1.0 \\ 0.0 & -1.0 & 1.0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0.40775 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.40775 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.20387 \end{vmatrix} |\omega^2| = 0$$

$$80 \begin{vmatrix} 5 - 0.40775(\omega^2/80) & -2.5 & 0.0 \\ -2.5 & 3.5 - 0.40775(\omega^2/80) & -1.0 \\ 0.0 & -1.0 & 1 - 0.20387(\omega^2/80) \end{vmatrix} = 0$$

Haciendo  $(\omega^2/80) = x$  y resolviendo el determinante

$$\begin{aligned} & [(5 - 0.40775x)(3.5 - 0.40775x)(1 - 0.20387x) + (-2.5)(-1.0)(0) + (-2.5)(-1.0)(0)] \\ & - [(-1)(-1)(5 - 0.40775x) + (-2.5)(-2.5)(1 - 0.20387x)] = 0 \end{aligned}$$

Simplificando

$$6.25 - 5.35175X + 0.87286X^2 - 0.03389X^3 = 0$$

Resolviendo la ecuación de tercer grado anterior se obtienen 3 raíces :

$$X_1 = 1.524$$

$$X_2 = 7.035$$

$$X_3 = 17.196$$

$$(\omega^2 / 80) = X \quad ; \quad \omega^2 = 80X$$

$$\omega_1^2 = 121.92 \text{ rad/seg} \quad ; \quad \omega_1 = 11.041 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_2^2 = 562.80 \text{ rad/seg} \quad ; \quad \omega_2 = 23.723 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_3^2 = 1375.68 \text{ rad/seg} \quad ; \quad \omega_3 = 37.090 \text{ rad/seg}$$

1.1.2 Cálculo del vector característico  $Z_n$  en cada modo de vibración mediante

$$|K - M\omega^2| Z = 0, \text{ (ecuación 2.23)}$$

Primer modo ;  $\omega_1^2 = 121.92 \text{ rad/seg}$  ; sustituyendo en la ecuación :

$$\begin{vmatrix} 400 - (0.4077(121.92)) & -200 & 0 \\ -200 & 280 - (0.4077(121.92)) & -80 \\ 0 & -80 & 80 - (0.2038(121.92)) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ z_{31} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$350.2871 z_{11} - 200.00 z_{21} = 0$$

$$-200 z_{11} + 230.2871 z_{21} - 80.00 z_{31} = 0$$

$$-80.00 z_{21} + 55.1435 z_{31} = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones :

si  $z_{11} = 1.0$

$$z_{21} = 1.751$$

$$z_{31} = 2.541$$

$$Z_1 = \begin{vmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ z_{31} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1.00 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{vmatrix} \text{ vector característico del primer modo de vibración.}$$

Segundo modo ;  $\omega_2^2 = 562.80$  rad/seg

$$\begin{vmatrix} 400 - [0.4077(562.80)] & -200 & 0 \\ -200 & 280 - [0.4077(562.80)] & -80 \\ 0 & -80 & 80 - [0.2038(562.80)] \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z_{12} \\ z_{22} \\ z_{32} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} 170.5183 z_{12} - 200.00 z_{22} &= 0 \\ -200 z_{12} + 50.5183 z_{22} - 80.00 z_{32} &= 0 \\ -80.00 z_{22} - 34.7408 z_{32} &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones :

si  $z_{12} = 1.0$

$$z_{22} = 0.853$$

$$z_{32} = -1.964$$

$$z_2 = \begin{vmatrix} z_{12} \\ z_{22} \\ z_{32} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1.00 \\ 0.853 \\ -1.964 \end{vmatrix} \text{ vector característico del segundo modo de vibración.}$$

Tercer modo ;  $\omega_3^2 = 1375.68$  rad/seg

$$\begin{vmatrix} 400 - [0.4077(1375.6)] & -200 & 0 \\ -200 & 280 - [0.4077(1375.6)] & -80 \\ 0 & -80 & 80 - [0.2038(1375.6)] \end{vmatrix} \begin{vmatrix} z_{13} \\ z_{23} \\ z_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} -160.9335 z_{13} - 200.00 z_{23} &= 0 \\ -200 z_{13} - 280.933 z_{23} - 80.00 z_{33} &= 0 \\ -80.00 z_{23} - 200.466 z_{33} &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones :

si  $z_{13} = 1.0$

$$z_{23} = -0.804$$

$$z_{33} = 0.321$$

$$z_3 = \begin{bmatrix} z_{13} \\ z_{23} \\ z_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.00 \\ -0.804 \\ 0.321 \end{bmatrix} \text{ vector característico del tercer modo de vibración.}$$

Resumen

$$\omega_1^2 = 121.92 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_2^2 = 562.80 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_3^2 = 1375.68 \text{ rad/seg}$$

$$z_1 = \begin{bmatrix} 1.00 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{bmatrix}$$

$$z_2 = \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.853 \\ -1.964 \end{bmatrix}$$

$$z_3 = \begin{bmatrix} 1.00 \\ -0.804 \\ 0.321 \end{bmatrix}$$

## 1.2 Cálculo de la frecuencia $\omega$ y de los vectores característicos $z_n$ mediante el método de Newmark y Holzer.

### 1.2.1 Método de Newmark ( primer modo, o fundamental).

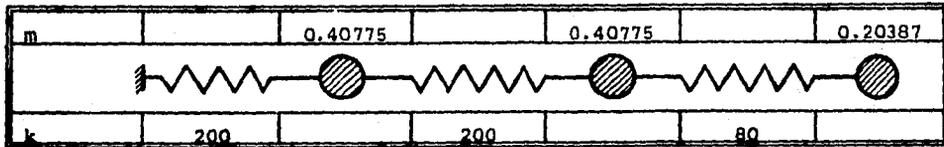
En el método de Newmark (tabla 1.1) las frecuencias de las tres masas en la primera iteración aún no son iguales, por lo que se continúa iterando. Para pasar a la siguiente iteración se procede con una forma de modo proporcional a  $z/\omega^2$ , manteniendo fija la frecuencia de la primera masa. Así, para pasar a la segunda iteración :

$$z/\omega^2 = 0.00917 \quad ; \quad \omega^2 = 109.051 \quad = \quad z = 1$$

$$z/\omega^2 = 0.0163 \quad ; \quad \omega^2 = 109.051 \quad = \quad z = 1.777$$

$$z/\omega^2 = 0.0239 \quad \omega^2 = 109.051 \quad = \quad z = 2.6106$$

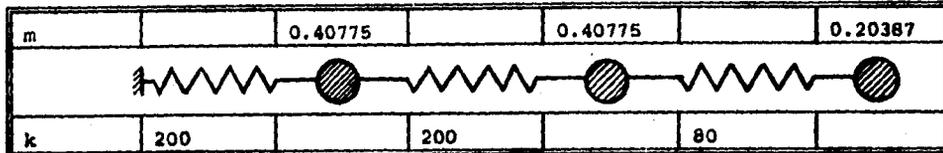
De esta manera se obtiene una nueva forma de modo  $z(1.0, 1.777, 2.6106)$  para iniciar la segunda iteración. Se continúa con el método hasta lograr que las frecuencias en las tres masas sean aproximadamente iguales.



z		1.00		2.00		3.00
$F/\omega^2$		0.40775		0.8155		0.61161
$V/\omega^2$	1.83486		1.42711		0.61161	
$\Delta/\omega^2$	0.00917		0.00713		0.00764	
$\Sigma/\omega^2$		0.00917		0.0163		0.02394
$\omega^2$		109.51		122.70		125.31
z		1.00		1.7775		2.61068
$F/\omega^2$		0.40775		0.72477		0.53224
$V/\omega^2$	1.66476		1.25701		0.53224	
$\Delta/\omega^2$	0.00832		0.00628		0.00665	
$\Sigma/\omega^2$		0.00832		0.0146		0.02125
$\omega^2$		120.19		121.74		122.85
z		1.00		1.75477		2.55403
$F/\omega^2$		0.40775		0.7155		0.52069
$V/\omega^2$	1.64394		1.23619		0.52069	
$\Delta/\omega^2$	0.00821		0.00618		0.00650	
$\Sigma/\omega^2$		0.00821		0.01439		0.02089
$\omega^2$		121.80		121.94		122.26
z		1.00		1.75270		2.5444
$F/\omega^2$		0.40775		0.71466		0.51872
$V/\omega^2$	1.64113		1.23338		0.51872	
$\Delta/\omega^2$	0.00820		0.00616		0.00648	
$\Sigma/\omega^2$		0.00820		0.01436		0.02084
$\omega^2$		121.95		122.00		122.00

Tabla 1.1 Método de Newmark.

1.2.2 Método de Holzer (modos 2 y 3).



$\omega_1^2 = 562.8$

n		1		0.8526		-1.9616
A	1		-0.1474		-2.8142	
V	200		-29.4817		-225.137	
F		229.4817		195.6560		-225.070

Residuo:  $V_5 - P_5$   
 $-225.137 - (-225.070) = -0.06$

$\omega_2^2 = 1375.7$

n		1		-0.8047		0.3259
A	1		-1.8047		1.1306	
V	200		-360.941		90.4481	
F		560.9416		-451.389		91.4032

Residuo:  $V_5 - P_5$   
 $90.448 - 91.403 = -0.95$

$\omega_3^2 = 1375.4$

n		1		-0.804		0.3219
A	1		-1.8040		1.1259	
V	200		-360.819		90.0794	
F		560.8193		-450.898		90.2616

Residuo:  $V_5 - P_5$   
 $90.0794 - (90.2616) = -0.18$

Tabla 1.2 Método de Holzer

En el método de Holzer las frecuencias son supuestas y éstas serán las correctas cuando el cortante del último entrepiso y la fuerza de inercia de la última masa son aproximadamente iguales, dando como residuo un valor cercano a cero, en caso contrario suponer otra frecuencia.

Resumen de los métodos de Newmark y Holzer:

$\omega_1^2 = 121.98 \text{ rad/seg}$

$\omega_2^2 = 562.80 \text{ rad/seg}$

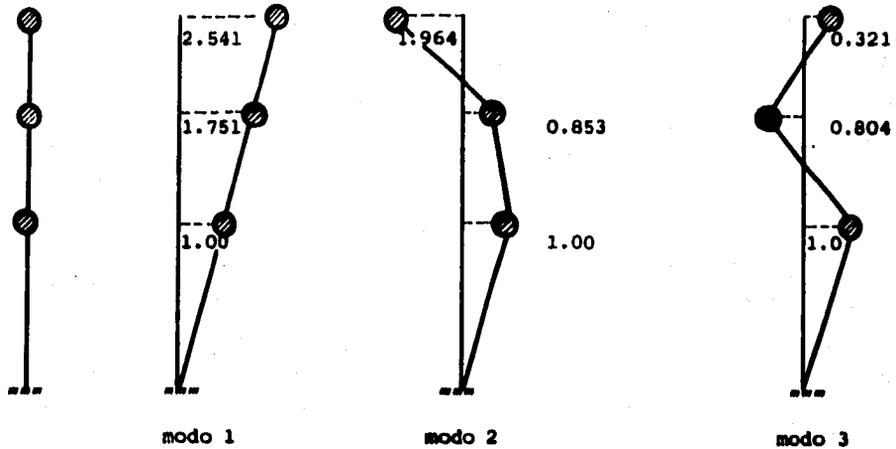
$\omega_3^2 = 1375.70 \text{ rad/seg}$

$$Z_1 = \begin{vmatrix} 1.00 \\ 1.754 \\ 2.544 \end{vmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{vmatrix} 1.00 \\ 0.8526 \\ -1.9616 \end{vmatrix}$$

$$Z_3 = \begin{vmatrix} 1.00 \\ -0.804 \\ 0.321 \end{vmatrix}$$

Al comparar los valores que proporciona  $|K-M\omega^2|Z=0$  con los que arrojan los métodos de Newmark y Holzer, se puede apreciar que son aproximadamente iguales.



Modos de vibración de la estructura del ejemplo no. 1

### 1.3 Cálculo de los periodos T de cada modo.

$$T = 2\pi / \omega$$

$$T_1 = 2\pi / 11.041 = 0.5690 \text{ seg.}$$

$$T_2 = 2\pi / 23.723 = 0.2648 \text{ seg.}$$

$$T_3 = 2\pi / 37.090 = 0.1694 \text{ seg.}$$

### 1.4 Determinación del espectro de diseño.

Datos que se requieren (de la tabla 3.2):

$$T_a = 0.2$$

$$T_b = 0.6$$

$$r = 1/2$$

Coficiente sísmico :

De la tabla 3.1

$c = 0.16$  pero por pertenecer el edificio al grupo A

$c = 0.16(1.50)$  ; 50 por ciento de incremento

$c = 0.24$

#### 1.4.1 Cálculo de la aceleración espectral $S_A$ y reducción por ductilidad $Q'$ .

##### Modo 1

$T_1 = 0.5690$  seg

como  $T_1 < T_b$   $a = c$

y como  $a$  está definida como fracción de  $g$ , la aceleración espectral de diseño  $S_A$  es:

$S_A = a g$

$S_A = 0.24 \times 981$

$S_A = 235.44$  cm/seg<sup>2</sup>

Reducción por ductilidad:

$Q = 4$

como  $T_1 > T_a$   $Q' = Q$

$(S_A / Q') = (235.44 / 4) = 58.86$  cm/seg<sup>2</sup>

##### Modo 2

$T_2 = 0.2648$  seg

como  $T_2 < T_b$   $a_2 = c = 0.24$

$S_A = a_2 g$

$S_A = 0.24 \times 981 = 235.44$  cm/seg<sup>2</sup>

Reducción por ductilidad

como  $T_2 > T_a$   $Q' = Q = 4$

$(S_A / Q') = (235.44 / 4) = 58.86$  cm/seg<sup>2</sup>

##### Modo 3

$T_3 = 0.1694$  seg

como  $T_3 < T_a$   $a_3 = (1 + 3T/T_a) c/4$

$a_3 = [1 + 3(0.1694/0.2)] (0.24/4) = 0.2124$  cm/seg<sup>2</sup>

$$S_A = a, g$$

$$S_A = 0.2124 \times 981 = 208.36 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad

$$\text{como } T_1 < T_a \quad \Rightarrow \quad Q' = 1 + (T_1/T_a)(Q-1)$$

$$Q' = 1 + (0.1694/0.2)(4-1) = 3.541$$

$$(S_A/Q') = (208.36/3.541) = 58.84 \text{ cm/seg}^2$$

### 1.5 Cálculo de los coeficientes de participación de cada modo mediante la ecuación 3.2

$$m_1 = 0.40775$$

$$m_2 = 0.40775$$

$$m_3 = 0.20387$$

Modo 1

$$z_{11} = 1.0$$

$$z_{21} = 1.751$$

$$z_{31} = 2.541$$

$$C_1 = \frac{(0.4077)(1.0) + (0.4077)(1.751) + (0.2038)(2.541)}{(0.4077)(1)^2 + (0.4077)(1.75)^2 + (0.2038)(2.541)^2} = \frac{1.639}{2.974} = 0.5513$$

Modo 2

$$z_{12} = 1.0$$

$$z_{22} = 0.853$$

$$z_{32} = -1.964$$

$$C_2 = \frac{(0.4077)(1) + (0.4077)(0.853) + (0.2038)(-1.964)}{(0.4077)(1)^2 + (0.4077)(0.853)^2 + (0.2038)(-1.964)^2} = \frac{0.3551}{1.4908} = 0.2381$$

Modo 3

$$z_{13} = 1.0$$

$$z_{23} = -0.804$$

$$z_{33} = 0.3212$$

$$C_3 = \frac{(0.4077)(1) + (0.4077)(-0.804) + (0.2038)(0.321)}{(0.4077)^2 + (0.4077)^2 + (0.2038)^2} = \frac{0.1453}{0.6923} = 0.210$$

### 1.6 Cálculo de los desplazamientos máximos en cada modo según ecuación 3.4

$$U_{ij\max} = \frac{S_j C_j}{\omega_j^2} Z_{ij}$$

Modo 1

$$U_1 = \frac{(58.86)(0.5513)}{121.92} \begin{bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2661 \\ 0.4660 \\ 0.6761 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 2

$$U_2 = \frac{(58.86)(0.2381)}{562.80} \begin{bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.964 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0249 \\ 0.0212 \\ -0.0489 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 3

$$U_3 = \frac{(58.84)(0.210)}{1375.68} \begin{bmatrix} 1.000 \\ -0.804 \\ 0.321 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0089 \\ -0.0071 \\ 0.0028 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

**1.7 Desplazamientos Relativos  $\delta_{ij}$  y Fuerza Cortante  $V_{ij}$  en cada uno de los modos.**

$ij =$  entrepiso  $i$  modo  $j$

Modo	Nivel Entr.	Despl. Máximo $U_{ij}$ cm	Despl. Relativo $\delta_{ij}$ cm	Rigidez K ton/cm	Cortante $V_{ij} = \delta K$ ton
1	3	0.6761	0.2101	80	16.81
	2	0.4660	0.200	200	40.00
	1	0.2661	0.2661	200	53.32
2	3	-0.0489	-0.0701	80	-5.61
	2	0.0212	-0.0037	200	-0.74
	1	0.0249	0.0249	200	4.98
3	3	0.0028	0.0099	80	0.79
	2	-0.0071	-0.0160	200	-3.20
	1	0.0089	0.0089	200	1.78

**1.8 RESPUESTA TOTAL debida a la COMBINACION de todos los modos.**

$$R = (\sum R_j^2)^{1/2}$$

**1.8.1 DESPLAZAMIENTOS Totales  $\Delta_i$  y Relativos  $\delta_i$  en cada nivel.**

$$\Delta_1 = \sqrt{U_{11}^2 + U_{12}^2 + U_{13}^2} ; \Delta_2 = \sqrt{U_{21}^2 + U_{22}^2 + U_{23}^2} ; \Delta_3 = \sqrt{U_{31}^2 + U_{32}^2 + U_{33}^2}$$

$$\delta_1 = \sqrt{\delta_{11}^2 + \delta_{12}^2 + \delta_{13}^2} ; \delta_2 = \sqrt{\delta_{21}^2 + \delta_{22}^2 + \delta_{23}^2} ; \delta_3 = \sqrt{\delta_{31}^2 + \delta_{32}^2 + \delta_{33}^2}$$

$$\Delta_1 = \sqrt{(0.2661)^2 + (0.0249)^2 + (0.0089)^2} = 0.2674 \text{ cm}$$

$$\Delta_2 = \sqrt{(0.4660)^2 + (0.0212)^2 + (-0.0071)^2} = 0.4665 \text{ cm}$$

$$\Delta_3 = \sqrt{(0.6761)^2 + (0.0489)^2 + (0.0028)^2} = 0.6778 \text{ cm}$$

$$\delta_1 = \sqrt{(0.2661)^2 + (0.0249)^2 + (0.0089)^2} = 0.2674 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = \sqrt{(0.20)^2 + (-0.0037)^2 + (-0.016)^2} = 0.2007 \text{ cm}$$

$$\delta_3 = \sqrt{(0.2101)^2 + (-0.0701)^2 + (0.0099)^2} = 0.2217 \text{ cm}$$

### 1.8.2 CORTANTES TOTALES $V_i$ en cada entrepiso.

$$V_1 = \sqrt{V_{11}^2 + V_{12}^2 + V_{13}^2} ; V_2 = \sqrt{V_{21}^2 + V_{22}^2 + V_{23}^2} ; V_3 = \sqrt{V_{31}^2 + V_{32}^2 + V_{33}^2}$$

$$V_1 = \sqrt{(53.22)^2 + (4.98)^2 + (1.78)^2} = 53.48 \text{ ton}$$

$$V_2 = \sqrt{(40.0)^2 + (-0.74)^2 + (-3.20)^2} = 40.13 \text{ ton}$$

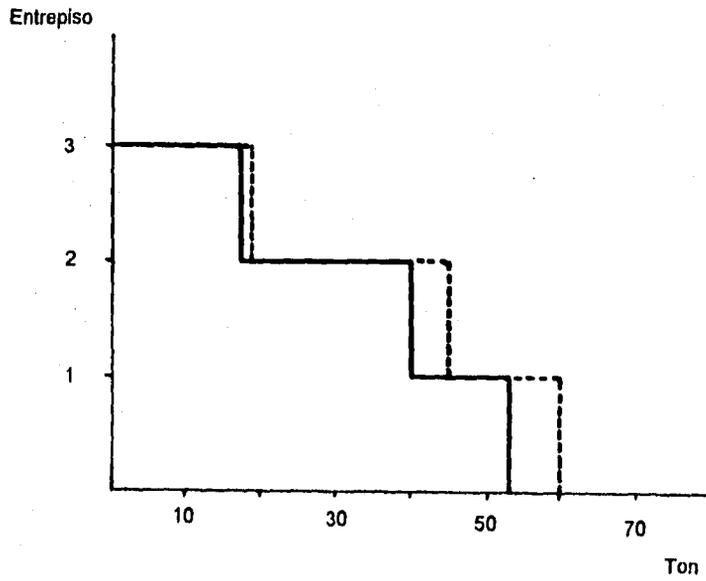
$$V_3 = \sqrt{(16.80)^2 + (-5.6)^2 + (0.79)^2} = 17.73 \text{ ton}$$

### VALORES FINALES DEL ANALISIS SISMICO DINAMICO DEL EJEMPLO NO. 1

Nivel- Entrepiso	Despl. Total $\Delta_i$ (cm)	Despl. Relat. $\delta_i$ (cm)	F. Cortante $V_i$ (ton)	F. Inercia $F_i$ (ton)
3	0.677	0.2217	17.73	17.73
2	0.466	0.2007	40.13	22.40
1	0.267	0.2674	53.48	13.35

Los desplazamientos corresponden a las fuerzas sismicas reducidas, los desplazamientos de diseño se obtienen multiplicando estos valores por Q para compararlos con los permisibles.

**BLOQUES DE CORTANTES : DINAMICO - ESTATICO**



————— **Análisis Dinámico.**

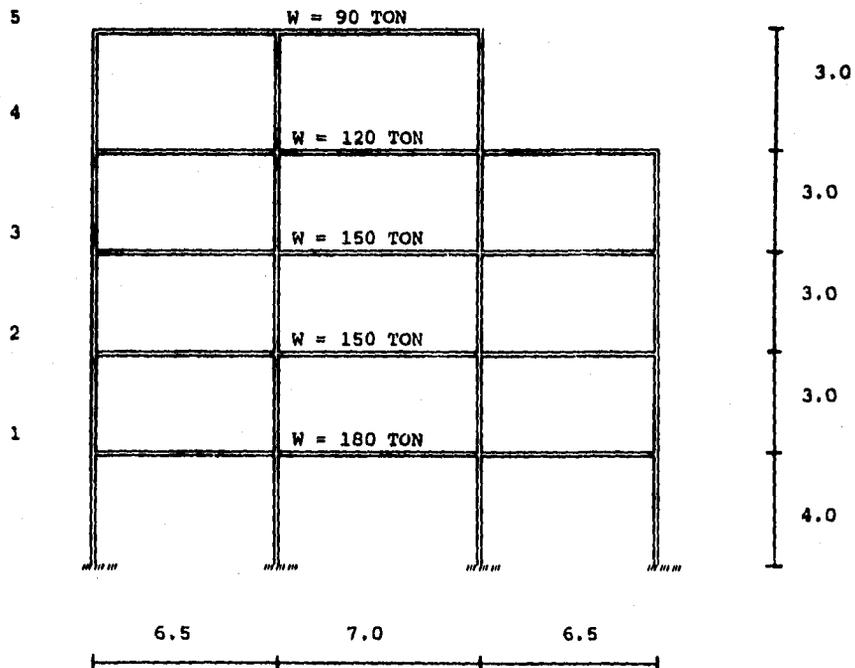
- - - - - **Análisis Estático**

4.3

EJEMPLO NO. 2

Para la siguiente estructura determinar los cortantes de entrepiso mediante un análisis sísmico dinámico modal, teniendo en cuenta que se encuentra en la zona III y que se clasifica como una estructura que pertenece al grupo A. Se tiene un factor de comportamiento  $Q$  igual a 4 en la dirección X y  $Q$  igual a 2 en la dirección Y.

Nivel



Nivel

K=24

1 AL 3

	K=12	
K=128	K=6 K=12	k=6 K=96
	K=20	

3.5

4.0

3.5

Nivel

K=16

4

	K=8	
K=108	K=6 K=8	k=6 K=86
	K=12	

3.5

4.0

3.5

Nivel

K=24

5

K=72	K=4 K=8	k=55
	K=12	

4.0

3.5

6.5

7.0

6.5

ANALISIS EN LA DIRECCION X

Nivel

5

$m = 0.0917 \text{ ton seg}^2/\text{cm}$

$K=44 \text{ ton/cm}$

4

$m = 0.1223 \text{ ton seg}^2/\text{cm}$

$K=44 \text{ ton/cm}$

3

$m = 0.1529 \text{ ton seg}^2/\text{cm}$

$K=68 \text{ ton/cm}$

2

$m = 0.1529 \text{ ton seg}^2/\text{cm}$

$K=68 \text{ ton/cm}$

1

$m = 0.1834 \text{ ton seg}^2/\text{cm}$

$K=68 \text{ ton/cm}$

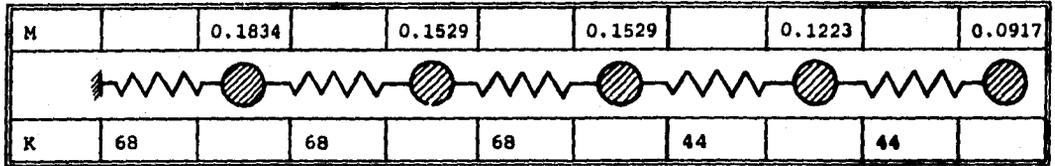


$Q = 4$

$m = W/g$

**2.1 Cálculo de  $\omega^2$  y formas modales  $Z_n$  en cada modo.**

**2.1.1 Primer modo (método de Newmark).**



z		1		2		3		4		5
F/ $\omega^2$		0.1834		0.3058		0.4587		0.4892		0.4585
V/ $\omega^2$	1.8956		1.7122		1.4064		0.9477		0.4585	
$\Delta/\omega^2$	0.0278		0.0251		0.0206		0.0215		0.0104	
z/ $\omega^2$		0.0278		0.0529		0.0735		0.0950		0.1054
$\omega^2$		35.97		37.80		40.81		42.10		47.43
z		1.00		1.9028		2.6437		3.4171		3.7912
F/ $\omega^2$		0.1834		0.2909		0.4042		0.4179		0.3476
V/ $\omega^2$	1.644		1.4606		1.1697		0.7655		0.3476	
$\Delta/\omega^2$	0.0241		0.0214		0.0172		0.0174		0.0079	
z/ $\omega^2$		0.0241		0.0455		0.0627		0.0801		0.088
$\omega^2$		41.50		41.81		42.16		42.66		43.08
z		1.00		1.8882		2.6020		3.3241		3.652
F/ $\omega^2$		0.1834		0.2887		0.3978		0.4065		0.3348
V/ $\omega^2$	1.6112		1.4278		1.1391		0.7413		0.3348	
$\Delta/\omega^2$	0.0236		0.0209		0.0167		0.0168		0.0076	
z/ $\omega^2$		0.0236		0.0445		0.0612		0.078		0.0856
$\omega^2$		42.37		42.43		42.51		42.72		42.66

Tabla 2.5 Cálculo de  $\omega^2$  y de  $Z_n$  del primer modo ( Newmark )

$\omega_1^2 = 42.53 \text{ rad/seg}$

$Z_1 = \begin{Bmatrix} 1.0000 \\ 1.8882 \\ 2.6020 \\ 3.3241 \\ 3.6520 \end{Bmatrix}$

2.1.2 Modos del 2 al 5 ( m. de Holzer).

M		0.1834		0.1529		0.1529		0.1223		0.0917		
$\omega^2$	K	68		68		68		44		44	Resid.	
272	Z		1.00		1.2664		0.7583		-0.7437		-1.6834	0.64
	A	1.00		0.2664		-0.5081		-1.5020		-0.9397		
	V	68		18.11		-34.55		-66.08		-41.34		
	F		49.88		52.66		31.53		-24.73		-41.98	
686	Z		1.00		0.1498		-0.9315		-0.3820		0.8959	-0.12
	A	1.00		-0.8502		-1.0813		0.5495		1.2779		
	V	68		-57.81		-73.52		24.17		56.228		
	F		125.81		15.71		-97.70		-32.05		56.356	
1094	Z		1.00		-0.9506		-0.5628		2.1761		-1.7021	0.11
	A	1.00		-1.9506		0.3878		2.7309		-3.8782		
	V	68		-132.64		26.36		120.51		-170.64		
	F		200.64		-159.00		-94.14		291.15		-170.75	
1470	Z		1.00		-1.9647		1.5646		-0.9734		0.4658	-0.53
	A	1.00		-2.9647		3.5293		-2.5380		1.4392		
	V	68		-201.60		239.99		-111.67		63.32		
	F		269.60		-441.58		351.66		-174.99		62.79	

Tabla 2.6 Cálculo de  $\omega^2$  y de  $Z_n$  de los modos 2o. al 5o. ( Holzer)

$\omega_2^2 = 272 \text{ rad/seg}$

$\omega_3^2 = 686 \text{ rad/seg}$

$\omega_4^2 = 1094 \text{ rad/seg}$

$\omega_5^2 = 1470 \text{ rad/seg}$

$$Z_2 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ 1.2664 \\ 0.7583 \\ -0.7437 \\ -1.6834 \end{vmatrix}$$

$$Z_3 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ 0.1498 \\ -0.9315 \\ -0.3820 \\ 0.8959 \end{vmatrix}$$

$$Z_4 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ -0.9506 \\ -0.5628 \\ 2.1761 \\ -1.7021 \end{vmatrix}$$

$$Z_5 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ -1.9647 \\ 1.5646 \\ -0.9734 \\ 0.4658 \end{vmatrix}$$

## 2.2 Cálculo de los periodos T de cada modo.

$$T = 2\pi / \omega$$

$$\begin{aligned} T_1 &= (2\pi / 6.521) = 0.9635 \text{ seg.} ; & T_4 &= (2\pi/33.07) = 0.190 \text{ seg} \\ T_2 &= (2\pi / 16.50) = 0.3808 \text{ seg.} ; & T_5 &= (2\pi/38.34) = 0.1638 \text{ seg} \\ T_3 &= (2\pi / 26.191) = 0.2398 \text{ seg.} \end{aligned}$$

## 2.3 Determinación del espectro de diseño.

Datos que se requieren : (tabla 3.2)

$$T_a = 0.6$$

$$T_b = 3.9$$

$$r = 1$$

Determinación del coeficiente sísmico c.

De la tabla 3.1

$$c = 0.40$$

$$c = 0.40(1.50) = 0.60 ; \text{ por pertenecer el edificio al grupo A}$$

### 2.3.1 Cálculo de la aceleración espectral y reducción por ductilidad.

Modo 1

$$T_1 = 0.9635 \text{ seg}$$

$$\text{como } T_a < T_1 < T_b \quad a = c$$

$$a = 0.6$$

$$S_A = a g$$

$$S_A = 0.6 \times 981 = 588.60 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$\text{como } T_1 > T_a \quad Q' = Q$$

$$S_A/Q' = (588.6/4) = 147.15 \text{ cm/seg}^2$$

Modo 2

$$T_2 < T_a \quad a = (1+3T_2/T_a)c/4$$

$$a = 0.4356$$

$$S_A = 0.4356 \times 981 = 427.32 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad.

$$\text{Como } T_2 < T_a$$

$$Q' = 1 + (T_2/T_3)(Q-1) = 1 + (0.3808/0.60)(4-1) = 2.904$$

$$(S_A / Q') = (427.32/2.904) = 147.14 \text{ cm/seg}^2$$

como  $T_3, T_4, T_5$ , son menores a  $T_2$ , Para los siguientes modos a y  $Q'$  se calculan como en el modo 2 .

**Modo 3**

$$a = [ 1 + ((3 \times 0.2398)/0.6) ] (0.6/4) = 0.3298 \text{ cm/seg}^2$$

$$S_A = 0.3298 \times 981 = 323.5 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$Q' = 1 + (0.2398/0.6)(4-1) = 2.2$$

$$(S_A/Q') = (323.5/2.2) = 147.04 \text{ cm/seg}^2$$

**Modo 4**

$$a = (1 + ((3 \times 0.190)/0.6)(0.6/4) = 0.2925 \text{ cm/seg}^2$$

$$S_A = 0.2925 \times 981 = 286.94 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$Q' = 1 + (0.190/0.6)(4-1) = 1.95$$

$$(S_A/Q') = (286.94/1.95) = 147.14 \text{ cm/seg}^2$$

**Modo 5**

$$a = (1 + ((3 \times 0.1638)/0.6)(0.6/4) = 0.2728 \text{ cm/seg}^2$$

$$S_A = 0.2728 \times 981 = 267.61 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$Q' = 1 + (0.1638/0.6)(4-1) = 1.82$$

$$(S_A/Q') = (267.61/1.82) = 147.03 \text{ cm/seg}^2$$

#### 2.4 Cálculo de los coeficientes de participación de cada modo mediante la ecuación 3.2

$$C_m = \frac{\sum m_i z_{in}}{\sum m_i z_{in}^2}$$

$$m_1 = 0.1834$$

$$m_2 = 0.1529$$

$$m_3 = 0.1529$$

$$m_4 = 0.1223$$

$$m_5 = 0.0917$$

**Modo 1**

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.8882 \\ 2.6020 \\ 3.3241 \\ 3.6520 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \frac{0.1834x1 + 0.1529x1.8882 + 0.1529x2.602 + 0.1223x3.3241 + 0.0917x3.6520}{0.1834x1^2 + 0.1529x1.8882^2 + 0.1529x2.602^2 + 0.1223x3.3241^2 + 0.0917x3.6520^2} = 0.3714$$

Modo 2

$$Z_2 = \begin{pmatrix} 1.0000 \\ 1.2664 \\ 0.7583 \\ -0.7437 \\ -1.6834 \end{pmatrix}$$

$$C_2 = \frac{0.1834x1 + 0.1529x1.2664 + 0.1529x0.7583 - 0.1223x0.7437 - 0.0917x1.6834}{0.1834x1^2 + 0.1529x1.2664^2 + 0.1529x0.7583^2 + 0.1223x0.7437^2 - 0.0917x1.6834^2} = 0.2934$$

Modo 3

$$Z_3 = \begin{pmatrix} 1.0000 \\ 0.1498 \\ -0.9315 \\ -0.3820 \\ 0.8959 \end{pmatrix}$$

$$C_3 = \frac{0.1834x1 + 0.1529x0.1498 - 0.1529x0.9315 - 0.1223x0.3820 + 0.0917x0.8959}{0.1834x1^2 + 0.1529x0.1489^2 - 0.1529x0.9315^2 + 0.1223x0.3820^2 + 0.0917x0.89^2} = 0.2416$$

Modo 4

$$Z_4 = \begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.9506 \\ -0.5628 \\ 2.1761 \\ -1.7021 \end{pmatrix}$$

$$C = 0.051$$

Modo 5

$$Z_5 = \begin{pmatrix} 1.0000 \\ -1.9647 \\ 1.5646 \\ -0.9734 \\ 0.4658 \end{pmatrix}$$

$$C = 0.035$$

## 2.5 Cálculo de los desplazamientos máximos en cada modo según ecuación 3.4

$$U_{ij} = \frac{S_{ij} C_j}{\omega_j^2} Z_{ij}$$

Modo 1

$$U_1 = \frac{147.15 \times 0.3714}{42.53} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.8882 \\ 2.6020 \\ 3.3241 \\ 3.6520 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2850 \\ 2.4263 \\ 3.3435 \\ 4.2714 \\ 4.6928 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 2

$$U_2 = \frac{147.14 \times 0.2934}{272} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.2664 \\ 0.7583 \\ -0.7437 \\ -1.6834 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1587 \\ 0.2009 \\ 0.1203 \\ -0.1180 \\ -0.2671 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 3

$$U_3 = \frac{147.04 \times 0.2416}{686} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.1498 \\ -0.9315 \\ -0.3820 \\ 0.8959 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0517 \\ 0.0077 \\ -0.0481 \\ -0.0197 \\ 0.0463 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 4

$$U_4 = \frac{147.14 \times 0.051}{1094} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.9506 \\ -0.5628 \\ 2.1761 \\ -1.7021 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0068 \\ -0.0064 \\ -0.0038 \\ 0.0148 \\ -0.0115 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 5

$$U_5 = \frac{147.03 \times 0.035}{1470} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.9647 \\ 1.5646 \\ -0.9734 \\ 0.4658 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0035 \\ -0.0068 \\ 0.0054 \\ -0.0034 \\ 0.0016 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

**2.6 Desplazamientos Relativos  $\delta_{ij}$  y Fuerza Cortante  $V_{ij}$  en cada uno de los modos.**

Modo	Nivel Entrepiso	Despl. Máximo $U_{ij}$ cm	Despl. Relativo $\delta_{ij}$ cm	Rigidez K ton/cm	F. Cortante $V_{ij} = \delta K$ ton
1	5	4.6928	0.4214	44	18.54
	4	4.2714	0.9279	44	40.82
	3	3.3435	0.9172	68	62.37
	2	2.4263	1.1413	68	77.60
	1	1.2850	1.2850	68	87.38
2	5	-0.2671	-0.1563	44	-6.87
	4	-0.1108	-0.2311	44	-10.16
	3	0.1203	-0.0806	68	-5.48
	2	0.2009	0.0422	68	2.87
	1	0.1587	0.1587	68	10.80
3	5	0.0463	0.0660	44	2.90
	4	-0.0197	0.0284	44	1.25
	3	-0.0481	-0.0558	68	-3.80
	2	0.0077	-0.0440	68	-3.00
	1	0.0517	0.0517	68	3.51
4	5	-0.0115	-0.0263	44	-1.15
	4	0.0148	0.0186	44	0.81
	3	-0.0038	0.0026	68	0.17
	2	-0.0064	-0.0132	68	-0.88
	1	0.0068	0.0068	68	0.46
5	5	0.0016	0.0050	44	0.22
	4	-0.0034	-0.0088	44	-0.38
	3	0.0054	0.0122	68	0.83
	2	-0.0068	-0.0103	68	-0.70
	1	0.0035	0.0035	68	0.23

**2.7 RESPUESTA TOTAL debida a la COMBINACION de todos los modos.**

$$R = (\sum R_j^2)^{1/2}$$

**2.7.1 DESPLAZAMIENTOS totales  $\Delta$  y Relativos  $\delta$ , en cada nivel.**

$$\Delta_1 = \sqrt{(1.2850)^2 + (0.1587)^2 + (0.0517)^2 + (0.0068)^2 + (0.0035)^2} = 1.29 \text{ cm}$$

$$\Delta_2 = \sqrt{(2.4263)^2 + (0.2009)^2 + (0.0077)^2 + (0.0064)^2 + (0.0068)^2} = 2.43 \text{ cm}$$

$$\Delta_3 = \sqrt{(3.3435)^2 + (0.1203)^2 + (0.0481)^2 + (0.0038)^2 + (0.0054)^2} = 3.34 \text{ cm}$$

$$\Delta_4 = \sqrt{(4.2714)^2 + (0.1108)^2 + (0.0197)^2 + (0.0148)^2 + (0.0034)^2} = 4.27 \text{ cm}$$

$$\Delta_5 = \sqrt{(4.6928)^2 + (0.2671)^2 + (0.0463)^2 + (0.0115)^2 + (0.0016)^2} = 4.70 \text{ cm}$$

$$\delta_1 = \sqrt{(1.2850)^2 + (0.1587)^2 + (0.0517)^2 + (0.0068)^2 + (0.0035)^2} = 1.2958 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = \sqrt{(1.1413)^2 + (0.0422)^2 + (0.0440)^2 + (0.0132)^2 + (0.0103)^2} = 1.1430 \text{ cm}$$

$$\delta_3 = \sqrt{(0.9172)^2 + (0.0806)^2 + (0.0558)^2 + (0.0026)^2 + (0.0122)^2} = 0.9225 \text{ cm}$$

$$\delta_4 = \sqrt{(0.9279)^2 + (0.2311)^2 + (0.0284)^2 + (0.0186)^2 + (0.0088)^2} = 0.9568 \text{ cm}$$

$$\delta_5 = \sqrt{(0.4214)^2 + (0.1563)^2 + (0.0660)^2 + (0.0263)^2 + (0.0050)^2} = 0.4551 \text{ cm}$$

### 2.7.2 CORTANTES TOTALES $V_i$ en cada entrepiso.

$$V_1 = \sqrt{(87.38)^2 + (10.80)^2 + (3.51)^2 + (0.46)^2 + (0.23)^2} = 88.11 \text{ ton}$$

$$V_2 = \sqrt{(77.60)^2 + (2.87)^2 + (3.0)^2 + (0.88)^2 + (0.70)^2} = 77.72 \text{ ton}$$

$$V_3 = \sqrt{(62.37)^2 + (5.46)^2 + (3.80)^2 + (0.17)^2 + (0.83)^2} = 62.73 \text{ ton}$$

$$V_4 = \sqrt{(40.82)^2 + (10.16)^2 + (1.25)^2 + (0.81)^2 + (0.38)^2} = 42.10 \text{ ton}$$

$$V_5 = \sqrt{(18.54)^2 + (6.87)^2 + (2.90)^2 + (1.15)^2 + (0.22)^2} = 20.01 \text{ ton}$$

### VALORES FINALES EN LA DIRECCION X

Direccion	Nivel Entrepiso	Despl. Total $\Delta_i$ (cm)	Despl. Relat $\delta_i$ (cm)	F. Cortante $V_i$ (ton)	F. Inercia $F_i$ (ton)
X	5	4.70	0.4551	20.01	20.01
	4	4.27	0.9568	42.10	22.09
	3	3.34	0.9225	62.73	20.63
	2	2.43	1.1430	77.72	14.94
	1	1.29	1.2958	88.11	10.39

Los desplazamientos corresponden a las fuerzas sísmicas reducidas, los desplazamientos de diseño se obtienen multiplicando estos valores por Q para compararlos con los permisibles.

# ANALISIS EN LA DIRECCION Y

Nivel

5

K= 131 ton/cm



m = 0.0917 ton seg<sup>2</sup>/cm

4

K= 206 ton/cm



m = 0.1223 ton seg<sup>2</sup>/cm

3

K= 236 ton/cm



m = 0.1529 ton seg<sup>2</sup>/cm

2

K= 236 ton/cm



m = 0.1529 ton seg<sup>2</sup>/cm

1

K= 236 ton/cm



m = 0.1834 ton seg<sup>2</sup>/cm

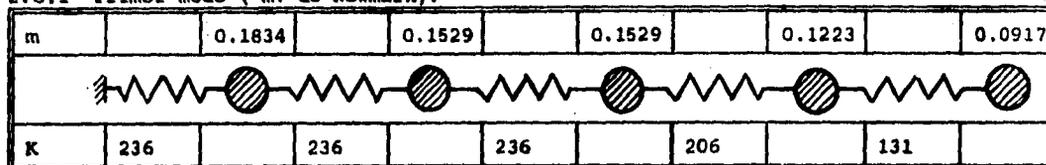


Q = 2

m=W/g

2.8 Cálculo de frecuencias  $\omega$  y de formas modales  $Z_n$ .

2.8.1 Primer modo (m. de Newmark).



z	1	2	3	4	5
$F/\omega^2$	0.1834	0.3058	0.4587	0.4892	0.4585
$V/\omega^2$	1.8956	1.7122	1.4064	0.9477	0.4585
$\Delta/\omega^2$	0.0080	0.0072	0.0059	0.0046	0.0035
$\varepsilon/\omega^2$	0.0080	0.0155	0.0215	0.0261	0.0296
$\omega^2$	124.53	128.61	139.53	153.25	168.91
z	1.00	1.9364	2.6767	3.2494	3.6852
$F/\omega$	0.1834	0.2960	0.4092	0.3974	0.3379
$V/\omega^2$	1.6239	1.4405	1.1445	0.7353	0.3379
$\Delta/\omega^2$	0.0068	0.0006	0.0048	0.0035	0.0025
$\varepsilon/\omega^2$	0.0068	0.0129	0.0178	0.0213	0.0239
$\omega^2$	147.00	149.10	150.20	151.90	153.80
z	1.00	1.908	2.6195	3.1428	3.5206
$F/\omega^2$	0.1834	0.2917	0.4005	0.3843	0.3228
$V/\omega^2$	1.5827	1.3993	1.1076	0.7071	0.3228
$\Delta/\omega^2$	0.0067	0.0059	0.0046	0.0034	0.0024
$\varepsilon/\omega^2$	0.0067	0.0126	0.0173	0.0207	0.0232
$\omega^2$	149.25	151.10	151.30	151.50	151.7
z	1.00	1.8835	2.5835	3.0954	3.4626
$F/\omega^2$	0.1834	0.2879	0.3950	0.3785	0.3175
$V/\omega^2$	1.5623	1.3789	1.091	0.6960	0.3175
$\Delta/\omega^2$	0.0066	0.0058	0.0046	0.0033	0.0024
$\varepsilon/\omega^2$	0.0061	0.0124	0.0170	0.0204	0.0228
$\omega^2$	151.28	151.28	151.34	151.43	151.46

Tabla 2.1 Cálculo de  $\omega^2$  y de  $Z_n$  del primer modo (Newmark)

2.8.2 Modos 2 al 5 ( m. de Holzer).

		0.1843		0.1529		0.1529		0.1223		0.0917	
$\omega^2$	K	236		236		236		206		131	Resid.
1020	Z		1.00		1.2076		0.6173		-0.5260		-1.8237
	A	1.00		0.2076		-0.5902		-1.1432		-1.2977	
	V	236		49.00		-139.30		-235.50		-170.00	0.50
	F		187.00		183.3		96.20		-65.6		-170.57
2285	Z		1.00		0.2245		-0.8831		-0.6544		1.1013
	A	1.00		-0.7754		-1.1076		0.2286		1.7557	
	V	236		-183.0		-261.40		47.10		230.00	-0.70
	F		419.0		78.40		-308.50		-182.90		230.70
3891	Z		1.00		-1.0237		-0.4669		1.5190		-0.8756
	A	1.00		-2.0237		0.5567		1.9859		-2.3946	
	V	236		-477.60		131.40		409.10		-313.7	-1.20
	F		713.60		-609.0		-277.70		722.80		-312.43
5391	Z		1.00		-2.1894		2.2682		-1.70		0.6183
	A	1.00		-3.1894		4.4576		-3.9689		2.3183	
	V	236		-752.70		1052.0		-817.60		303.70	-1.90
	F		988.70		-1804.7		1869.60		-1121.3		305.60

Tabla 2.2 Cálculo de  $\omega^2$  y de  $Z_n$  de los modos 2o. al 5o. ( Holzer)

$\omega_1^2 = 151.35 \text{ rad/seg}$

$$Z_1 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ 1.8835 \\ 2.5835 \\ 3.0954 \\ 3.4626 \end{vmatrix}$$

$\omega_2^2 = 1020 \text{ rad/seg}$

$$Z_2 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ 1.2076 \\ 0.6173 \\ -0.5260 \\ -1.8237 \end{vmatrix}$$

$\omega_3^2 = 2285 \text{ rad/seg}$

$$Z_3 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ 0.2245 \\ -0.8831 \\ -0.6544 \\ 1.1013 \end{vmatrix}$$

$\omega_4^2 = 3891 \text{ rad/seg}$

$$Z_4 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ -1.0237 \\ -0.4669 \\ 1.5190 \\ -0.8756 \end{vmatrix}$$

$\omega_5^2 = 5391 \text{ rad/seg}$

$$Z_5 = \begin{vmatrix} 1.0000 \\ -2.1894 \\ 2.2682 \\ -1.7000 \\ 0.6183 \end{vmatrix}$$

## 2.9 Cálculo de los períodos T de cada modo.

$$T = 2\pi / \omega$$

$$\begin{aligned} T_1 &= (2\pi / 12.302) = 0.5107 \text{ seg.} & ; & & T_4 &= (2\pi/62.377) = 0.1007 \text{ seg} \\ T_2 &= (2\pi / 31.937) = 0.1967 \text{ seg.} & ; & & T_5 &= (2\pi/73.423) = 0.0855 \text{ seg} \\ T_3 &= (2\pi / 47.801) = 0.1314 \text{ seg.} & & & & \end{aligned}$$

## 2.10 Determinación del espectro de diseño.

De la tabla 3.2

$$T_a = 0.6$$

$$T_b = 3.9$$

$$r = 1$$

Determinación del coeficiente sísmico c

De la tabla 3.1

$$c = 0.40$$

$$c = 0.40(1.50) = 0.60 \quad ; \text{ por pertenecer el edificio al grupo A}$$

### 2.10.1 Cálculo de la aceleración espectral y reducción por ductilidad.

Modo 1

$$T_1 = 0.5107 \text{ seg}$$

$$\text{como } T_1 < T_a = a = (1+3T_1/T_a)c/4$$

$$a = (1 + (3 \times 0.5107)/0.6)(0.6/4) = 0.5330$$

$$S_A = a g$$

$$S_A = 0.5330 \times 981 = 522.87 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$\text{como } T_1 < T_a = Q' = 1 + (T_1/T_a)(Q-1)$$

$$Q' = 1 + (0.5107/0.6)(2-1) = 1.851$$

$$S_A/Q' = (522.87/1.85) = 282.4 \text{ cm/seg}^2$$

como los períodos  $T_2, T_3, T_4, T_5$  son menores a  $T_1$ , la aceleración a y  $Q'$  se calculan de igual forma que en el modo 1.

Modo 2

$$a = (1 + (3 \times 0.1967)/0.6)(0.6/4) = 0.30$$

$$S_A = 0.30 \times 981 = 294.3 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad

$$Q' = (1 + (0.1967/0.6)(2-1)) = 1.32$$

$$(S_A / Q') = (294.3/1.32) = 223.0 \text{ cm/seg}^2$$

Modo 3

$$a = [1 + 3(0.1314/0.6)](0.6/4) = 0.248 \text{ cm/seg}^2$$

$$S_A = 0.248 \times 981 = 243.3 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$Q' = 1 + (0.1314/0.6)(2-1) = 1.22$$

$$(S_A/Q') = (243.3/1.22) = 200.0 \text{ cm/seg}^2$$

Modo 4

$$a = (1 + (3 \times 0.1007)/0.6)(0.6/4) = 0.225 \text{ cm/seg}^2$$

$$S_A = 0.225 \times 981 = 220.7 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$Q' = 1 + (0.1007/0.6)(2-1) = 1.16$$

$$(S_A/Q') = (220.7/1.16) = 190.20 \text{ cm/seg}^2$$

Modo 5

$$a = (1 + (3 \times 0.0855)/0.6)(0.6/4) = 0.214 \text{ cm/seg}^2$$

$$S_A = 0.214 \times 981 = 210.0 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$Q' = 1 + (0.0855/0.6)(2-1) = 1.14$$

$$(S_A/Q') = (210.0/1.14) = 184.2 \text{ cm/seg}^2$$

## 2.11 Cálculo de los coeficientes de participación de cada modo mediante la ecuación 3.2

$$C_n = \frac{\sum m_i z_{ij}}{\sum m_i z_{in}^2}$$

$$m_1 = 0.1834$$

$$m_4 = 0.1223$$

$$m_2 = 0.1529$$

$$m_5 = 0.0917$$

$$m_3 = 0.1529$$

Modo 1

$$z_1 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.8835 \\ 2.5835 \\ 3.0954 \\ 3.4626 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \frac{0.1834 \times 1 + 0.1529 \times 1.8835 + 0.1529 \times 2.5835 + 0.1223 \times 3.0954 + 0.0917 \times 3.4626}{0.1834 \times 1^2 + 0.1529 \times 1.8835^2 + 0.1529 \times 2.5835^2 + 0.1223 \times 3.0954^2 + 0.0917 \times 3.4626^2} = 0.388$$

Modo 2

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.2076 \\ 0.6173 \\ -0.5260 \\ -1.8237 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \frac{0.1834x1 + 0.1529x1.2076 + 0.1529x0.6173 - 0.1223x0.5260 - 0.091x1.8257}{0.1834x1^2 + 0.1529x1.2076^2 + 0.1529x0.6173^2 + 0.1223x0.5260^2 + 0.09x1.82^2} = 0.287$$

Modo 3

$$Z_3 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.2245 \\ -0.8831 \\ -0.6544 \\ 1.1013 \end{bmatrix}$$

$$C = (0.1036/0.4739) = 0.2186$$

Modo 4

$$Z_4 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.0237 \\ -0.4669 \\ 1.5190 \\ -0.8756 \end{bmatrix}$$

$$C = (0.0609/0.7294) = 0.0835$$

Modo 5

$$Z_5 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -2.1894 \\ 2.2682 \\ -1.700 \\ 0.6183 \end{bmatrix}$$

$$C = (0.0442/2.0914) = 0.0211$$

## 2. 12 Cálculo de los desplazamientos máximos $U_{ij}$ en cada modo según ecuación 3.4

$$U_{ij_{max}} = \frac{S_A C_1}{\omega_j^2} Z_{ij}$$

Modo 1

$$U_1 = \frac{(282.4)(0.3889)}{151.35} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.8835 \\ 2.5835 \\ 3.0954 \\ 3.4626 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7252 \\ 1.3666 \\ 1.8745 \\ 2.2460 \\ 2.5124 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 2

$$U_2 = \frac{(223.0)(0.2872)}{1020} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.2076 \\ 0.6173 \\ -0.5260 \\ -1.8237 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0627 \\ 0.0757 \\ 0.0387 \\ -0.0329 \\ -0.1143 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 3

$$U_3 = \frac{(200.0)(0.2186)}{2285} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.2245 \\ -0.8831 \\ -0.6544 \\ 1.1013 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0191 \\ 0.0042 \\ -0.0168 \\ -0.0124 \\ 0.0210 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 4

$$U_4 = \frac{190.20 \times 0.0835}{3891} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.0237 \\ -0.4669 \\ 1.5190 \\ -0.8756 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0040 \\ -0.0041 \\ -0.0018 \\ 0.0060 \\ -0.0035 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

Modo 5

$$U_5 = \frac{184.2 \times 0.0211}{5391} \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -2.1894 \\ 2.2682 \\ -1.7000 \\ 0.6183 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0007 \\ -0.0015 \\ 0.0016 \\ -0.0012 \\ 0.0004 \end{bmatrix} \text{ ( cm )}$$

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

**2.13 Desplazamientos Relativos  $\delta_{ij}$  y Fuerza Cortante  $V_{ij}$  en cada uno de los modos.**

modo	Nivel entrepiso	Despl. Máximo $U_{ij}$ cm	Despl. Relativo $\delta_{ij}$ cm	Rigidez K ton/cm	F. Cortante $V_{ij} = \delta K$ ton
1	5	2.5124	0.2664	131	34.90
	4	2.2460	0.3715	206	76.53
	3	1.8745	0.5079	236	119.86
	2	1.3666	0.6410	236	151.27
	1	0.7256	0.7256	236	171.24
2	5	-0.1143	-0.0814	131	-10.66
	4	-0.0329	-0.0716	206	-14.75
	3	0.0387	-0.0370	236	-8.73
	2	0.0757	0.0130	236	3.06
	1	0.0627	0.0627	236	14.80
3	5	0.0210	0.0334	131	4.37
	4	-0.0124	0.0044	206	0.90
	3	-0.0168	-0.0210	236	-4.95
	2	0.0042	-0.0145	236	-3.42
	1	0.0191	0.0191	236	4.50
4	5	-0.0035	-0.0095	131	-1.24
	4	0.0060	0.0078	206	1.60
	3	-0.0018	0.0022	236	0.52
	2	-0.0040	-0.0080	236	-1.88
	1	0.0040	0.0040	236	0.94
5	5	0.0004	0.0016	131	0.21
	4	-0.0012	-0.0028	206	-0.57
	3	0.0016	0.0031	236	0.73
	2	-0.0015	-0.0022	236	-0.52
	1	0.0007	0.0007	236	0.16

**2.14 RESPUESTA TOTAL debida a la COMBINACION de todos los modos.**

$$R = (\sum R_j^2)^{1/2}$$

**2.14.1 DESPLAZAMIENTOS totales  $\Delta_i$  y Relativos  $\delta_i$  en cada nivel.**

$$\Delta_1 = \sqrt{(0.7256)^2 + (0.0627)^2 + (0.0191)^2 + (0.004)^2 + (0.0007)^2} = 0.7285 \text{ cm}$$

$$\Delta_2 = \sqrt{(1.3666)^2 + (0.0757)^2 + (0.0042)^2 + (0.0040)^2 + (0.0015)^2} = 1.3687 \text{ cm}$$

$$\Delta_3 = \sqrt{(1.8745)^2 + (0.0387)^2 + (0.0168)^2 + (0.0018)^2 + (0.0016)^2} = 1.8750 \text{ cm}$$

$$\Delta_4 = \sqrt{(2.2460)^2 + (0.0329)^2 + (0.0124)^2 + (0.0060)^2 + (0.0012)^2} = 2.2462 \text{ cm}$$

$$\Delta_5 = \sqrt{(2.5124)^2 + (0.1143)^2 + (0.0210)^2 + (0.0035)^2 + (0.0004)^2} = 2.5150 \text{ cm}$$

$$\delta_1 = \sqrt{(0.7256)^2 + (0.0627)^2 + (0.0191)^2 + (0.0040)^2 + (0.0007)^2} = 0.7286 \text{ cm}$$

$$\delta_2 = \sqrt{(0.6410)^2 + (0.0130)^2 + (0.0145)^2 + (0.0080)^2 + (0.0022)^2} = 0.6413 \text{ cm}$$

$$\delta_3 = \sqrt{(0.5079)^2 + (0.0370)^2 + (0.0210)^2 + (0.0022)^2 + (0.0031)^2} = 0.5097 \text{ cm}$$

$$\delta_4 = \sqrt{(0.3715)^2 + (0.0716)^2 + (0.0044)^2 + (0.0078)^2 + (0.0028)^2} = 0.3784 \text{ cm}$$

$$\delta_5 = \sqrt{(0.2664)^2 + (0.0814)^2 + (0.0334)^2 + (0.0095)^2 + (0.0016)^2} = 0.2807 \text{ cm}$$

#### 2.14.2 CORTANTES TOTALES $V_i$ en cada entrepiso.

$$V_1 = \sqrt{(171.24)^2 + (14.80)^2 + (4.50)^2 + (0.94)^2 + (0.47)^2} = 172.0 \text{ ton}$$

$$V_2 = \sqrt{(151.27)^2 + (3.06)^2 + (3.42)^2 + (1.88)^2 + (0.14)^2} = 151.35 \text{ ton}$$

$$V_3 = \sqrt{(119.86)^2 + (8.73)^2 + (4.95)^2 + (0.52)^2 + (0.14)^2} = 120.28 \text{ ton}$$

$$V_4 = \sqrt{(76.53)^2 + (14.75)^2 + (0.90)^2 + (1.60)^2 + (0.14)^2} = 78.0 \text{ ton}$$

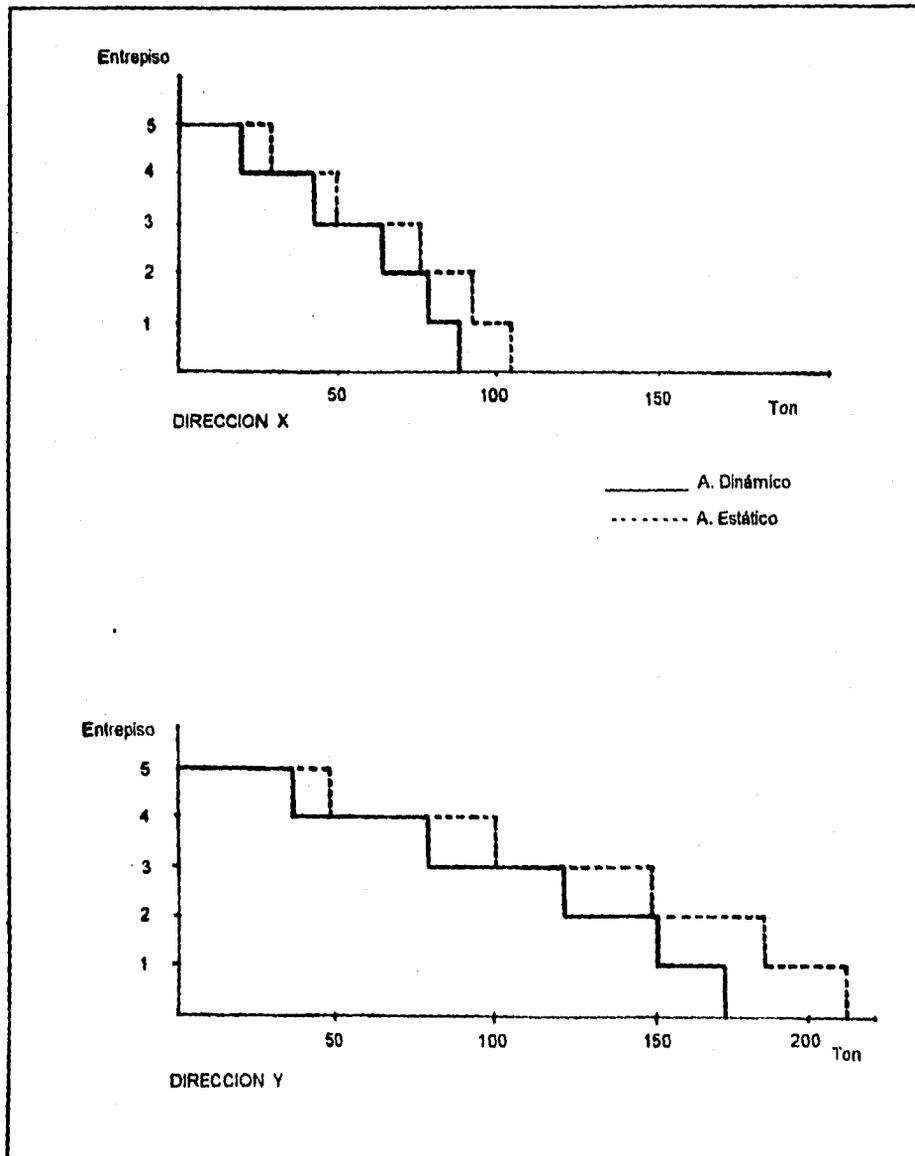
$$V_5 = \sqrt{(34.90)^2 + (10.66)^2 + (4.37)^2 + (0.32)^2 + (0.05)^2} = 36.75 \text{ ton}$$

**VALORES FINALES DEL ANALISIS SISMICO DINAMICO DEL EJEMPLO NO. 2**

Direccion	Nivel Entrepiso	Despl. Total $\Delta_i$ (cm)	Despl. Relat $\delta_i$ (cm)	F. Cortante $V_i$ (ton)	F. inercia $F_i$ (ton)
X	5	4.70	0.4551	20.01	20.01
	4	4.27	0.9568	42.10	22.09
	3	3.34	0.9225	62.73	20.63
	2	2.43	1.1430	77.72	14.94
	1	1.29	1.2958	88.11	10.39
Y	5	2.5150	0.2807	36.75	36.75
	4	2.2462	0.3784	78.00	41.25
	3	1.8750	0.5097	120.28	42.28
	2	1.3687	0.6413	151.35	31.07
	1	0.7285	0.7286	172.0	20.65

Los desplazamientos corresponden a las fuerzas sismicas reducidas, los desplazamientos de diseño se obtienen multiplicando estos valores por Q para compararlos con los permisibles.

## BLOQUES DE CORTANTES : DINAMICO-ESTATICO



Se realizará, para el siguiente ejemplo, el análisis sísmico dinámico modal. Las características del edificio se muestran a continuación.

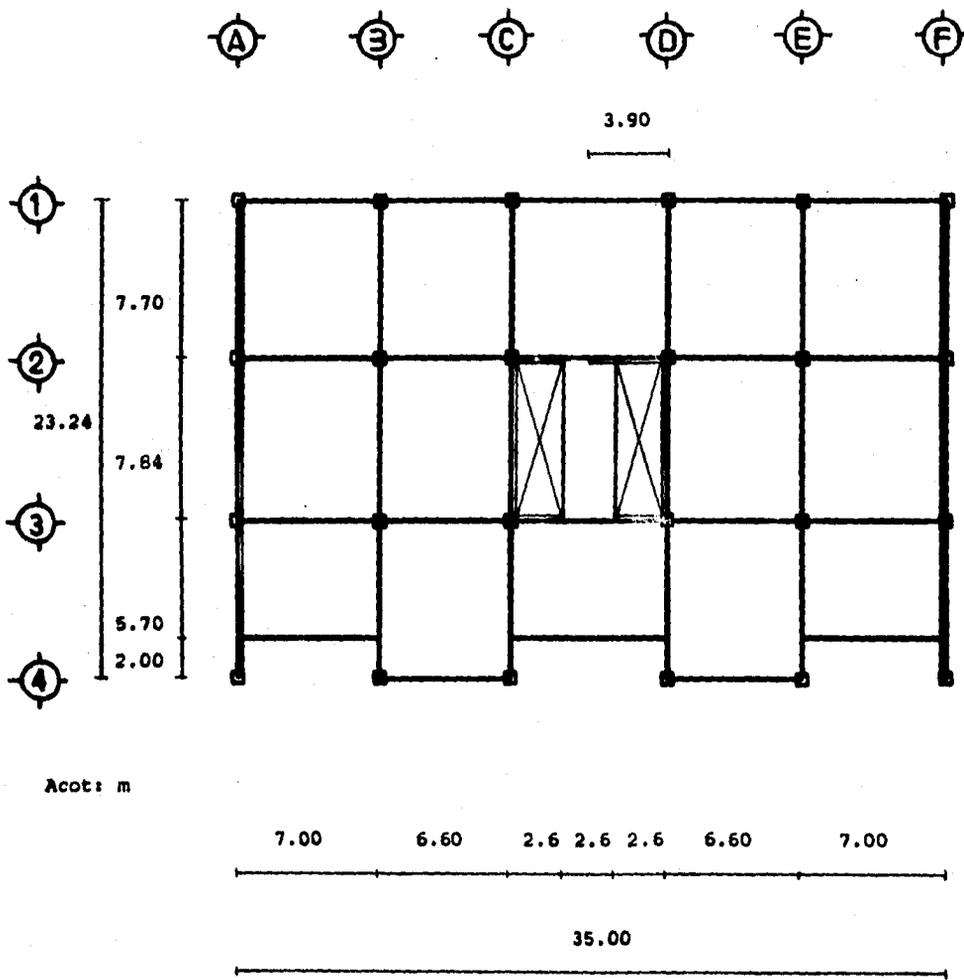
La estructuración es una combinación de :

- Trabes y columnas metálicas.
- Muros y columnas de concreto reforzado.
- Muros de tabique recocido.
- Losa maciza de concreto reforzado.

La estructura será para uso de oficinas.

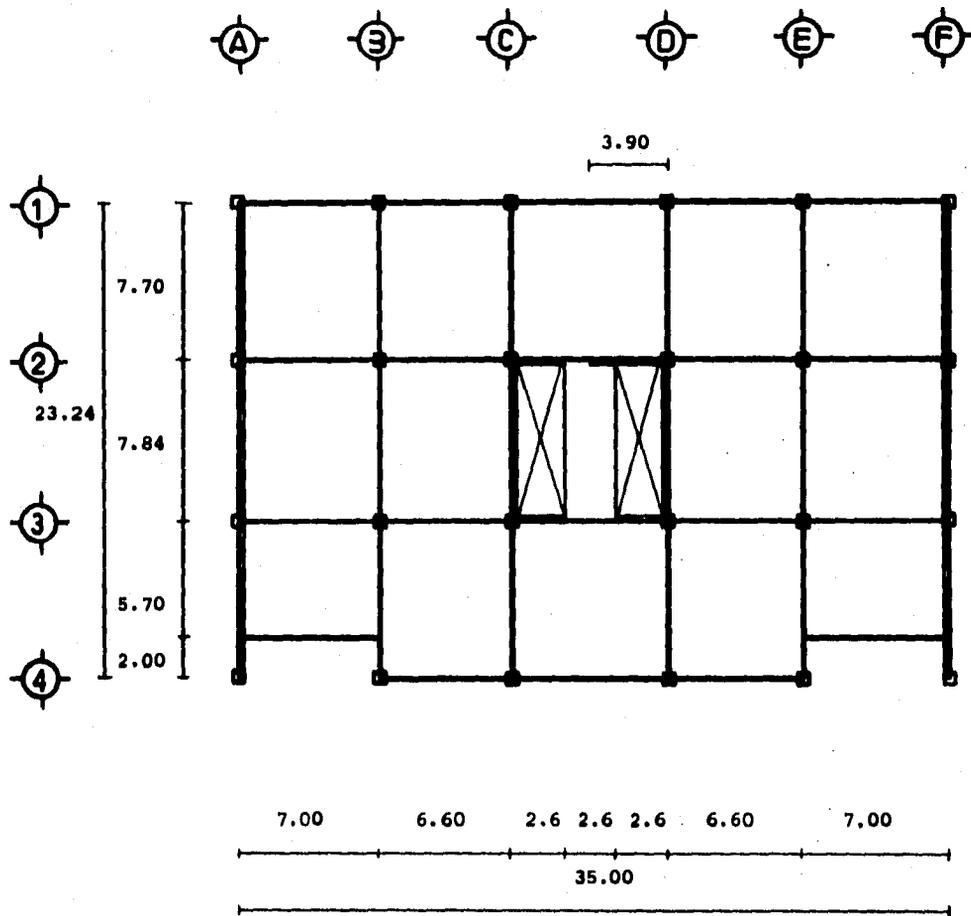
Se encuentra desplantada en terreno firme.

Se considera que la estructuración, los materiales y los detalles constructivos empleados, permiten asignar un factor de comportamiento sísmico  $Q$  igual a tres tanto en la dirección X como en la dirección Y.



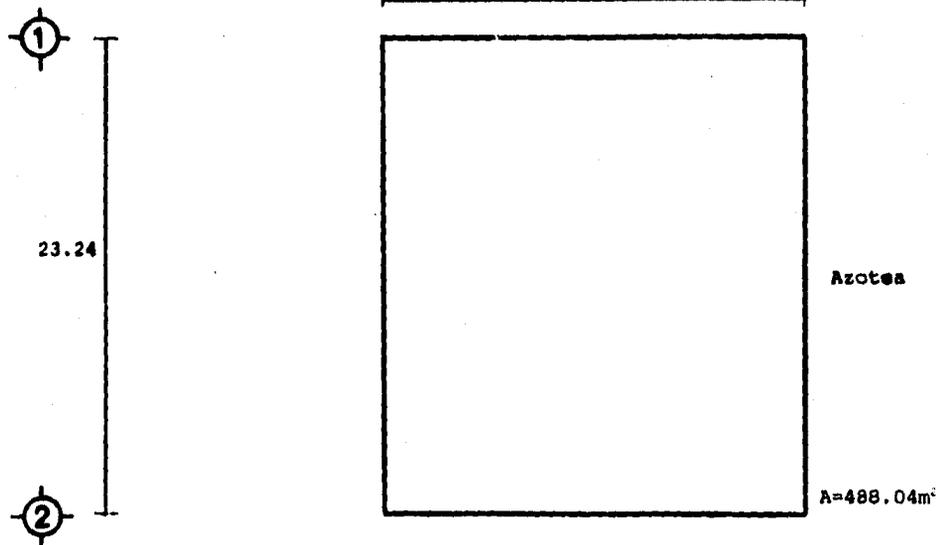
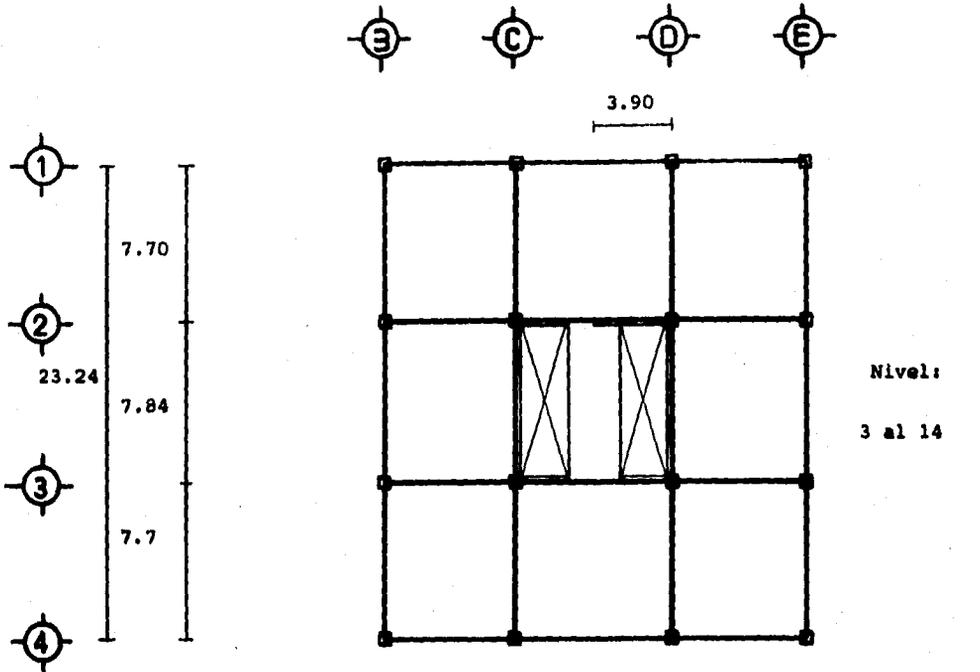
Planta: Nivel 1

$A_{\text{neta}} = 729.03 \text{ m}^2$

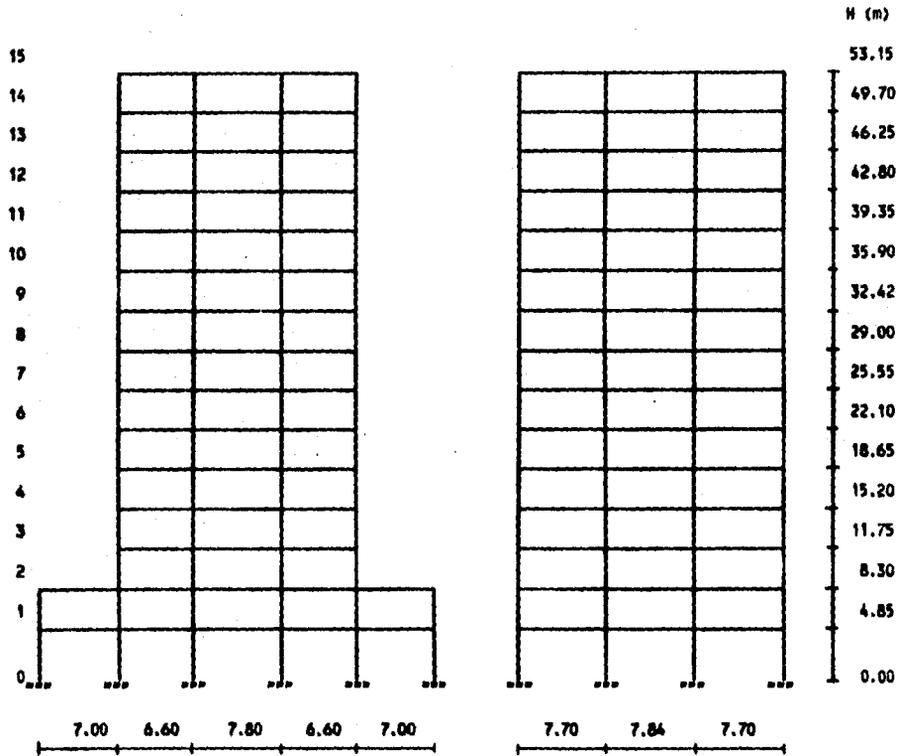


$A_{\text{neta}} = 744.63 \text{ m}^2$

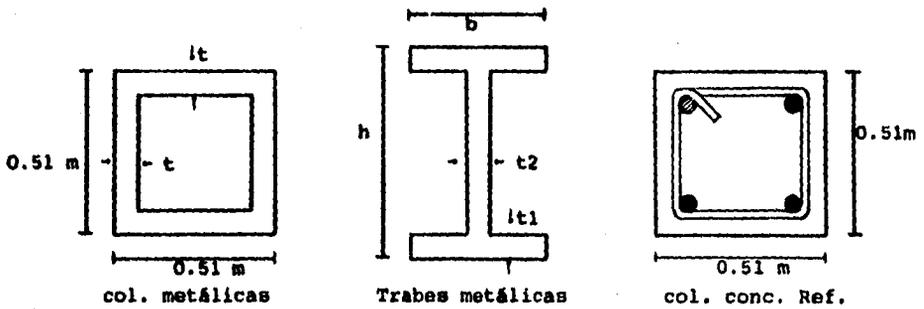
Planta : Nivel 2



**Elevaciones**  
nivel



**Secciones.**



Columnas Metálicas :  $t = 1 \frac{3}{4}$  " para niveles 1 al 10 (excepto ejes A y F).  
 $t = 1 \frac{1}{4}$  " para niveles 11 al 15.

Trabes Metálicas:

-principales

$h = 0.65\text{m}$  ;  $b = 0.30\text{m}$

$t_1 = 1 \frac{1}{2}$  " ;  $t_2 = 1/2$  " ; para niveles 1 al 10

$t_1 = 1 \frac{1}{4}$  " ;  $t_2 = 1/2$  " ; para niveles 11 al 15

-secundarias

$h = 0.65\text{m}$  ;  $b = 0.20\text{m}$

$t_1 = 1.5\text{cm}$  ;  $t_2 = 1/2$  "

Columnas Concreto Reforzado para ejes A Y F

Muros de rigidez : ( $t = 0.15\text{ m}$ )

-concreto reforzado : ejes 2y3 (partes del tramo C-D).  
ejes CyD (tramo 2-3).

-tabique recocido ejes A y F

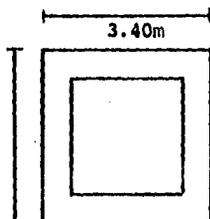
Muros de fachada:

$W=2600\text{ kg}$

Fachada Principal

(elemento prefabricado)

3.45m



; Demás vidrio fachadas : y canceleria

Propiedades mecánicas :

- Acero

$E = 2\ 040\ 000\ \text{kg/cm}^2$

$\mu = 0.25$

- Concreto

$E = 14\ 000\ (f'_c)^{1/2}$

$f'_c = 250\ \text{kg/cm}^2$

$E = 221\ 359\ \text{kg/cm}^2$

$G = 0.4E$

$G = 88\ 543\ \text{kg/cm}^2$

$\mu = 0.20$

- Tabique recocido

$E = 600\ f^*_m$

$f^*_m = 15\ \text{kg/cm}^2$

$E = 9\ 000\ \text{kg/cm}^2$

$G = 0.3E$

$G = 2\ 700\ \text{kg/cm}^2$

### 3.1 Cálculo de rigideces de entrepiso.

Se calcularán mediante  $K = V/4$ .

Parecerá contradictorio que para iniciar se requiera lo que precisamente se pretende obtener: cortantes y desplazamientos, sin embargo, sólo para obtener las rigideces, se contará con el apoyo del análisis estático.

#### 3.1.1 Intensidad de cargas.

	Planta Tipo kg/m <sup>2</sup>	Azotea kg/m <sup>2</sup>
<b>Carga Muerta</b>		
-Losa de concreto reforzado (0.13m x 2400 Kg/m <sup>3</sup> )....	312	312
-Plafón.....	40	40
-Loseta 30 x 30 .....	45	
-Enladrillado.....		30
-Mortero-cen-arena (0.03m x 2000 kg/m <sup>3</sup> ).....	60	60
-Relleno de tezontle (0.10m x 1200 kg/m <sup>3</sup> ) .....		120
-Muros divisorios.....	60	
-Sobrecarga reglamentaria.....	40	40
	<b>557</b>	<b>602</b>

-Peso de trabes y muros de fachada (por m<sup>2</sup> de losa) por nivel.

Nivel	Area de losa m <sup>2</sup>	T. Princ. kg/m <sup>2</sup>	T. Secun. Kg/m <sup>2</sup>	Muros fachada Kg/m <sup>2</sup>	Total Kg/m <sup>2</sup>
1	729.03	90.45	32.65	24.12	147.22
2	744.63	88.56	32.00	25.81	146.37
3 al 10	447.27	93.37	33.66	66.10	193.13
11 al 14	447.27	81.50	33.66	66.10	181.26
Azotea	488.04	74.69	30.85	30.29	135.83

	Planta Tipo kg/m <sup>2</sup>	Azotea kg/m <sup>2</sup>
Carga Viva.....	180	70

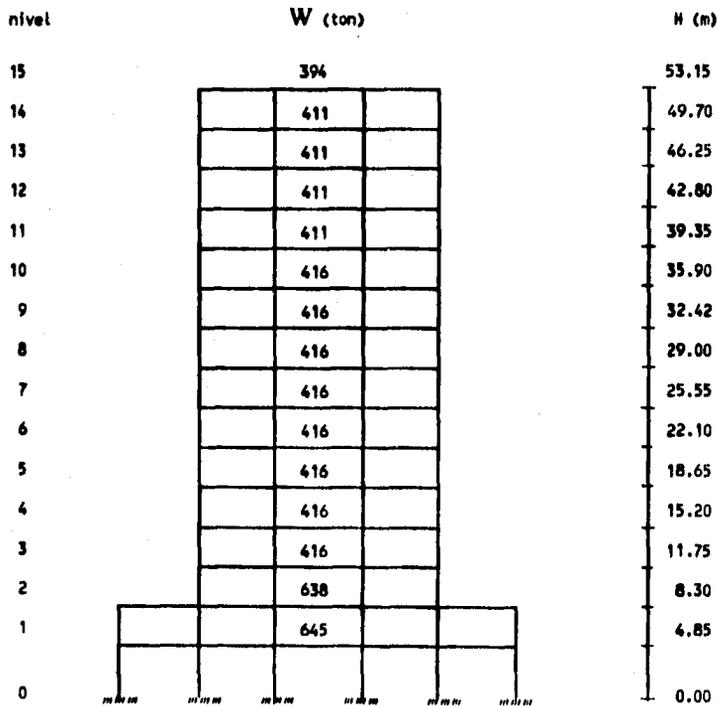
**Pesos totales por nivel**

Nivel	Area x (C.V. + C.M.) m <sup>2</sup> x (kg/m <sup>2</sup> )	Total Ton
1	729.03 x (180+557+147.22) .....	644.63
*2	(447.27 x (180+557+146.37))+(297.36 x (70+602+146.37))..	638.45
3 al 10	447.27 x (180+557+193.13) .....	416.02
11 al 14	447.27 x (180+557+181.26) .....	410.71
Azotea	488.04 x (70+602+135.83).....	394.25

\* Area oficinas = 447.27 m<sup>2</sup>

\* Area azotea = 297.36 m<sup>2</sup>

**Resumen pesos totales por nivel.**



### 3.1.2 Condiciones de regularidad.

Requisitos que debe cumplir para que se pueda considerar como una estructura regular:

- a). Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.

Existe simetría.

- b). La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5

$$(H/L \text{ menor}) = 53.15/23.24 = 2.28 ; \text{ sí cumple.}$$

- c). La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5

$$(\text{Largo} / \text{Ancho}) = 35/23.24 = 1.50 ; \text{ sí cumple.}$$

- d). En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la entrante o saliente.

Sí cumple.

- e). En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.

Sí cumple.

- f). No tiene aberturas en sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.

dirección x

$$\text{dimensión límite } 0.20(21.00) = 4.2$$

$$\text{dimensión del claro } 5.2, \text{ menor que } 4.2 = \text{ cumple.}$$

dirección y

$$\text{dimensión límite } 0.20(23.24) = 4.64$$

$$\text{dimensión del claro } 7.84, \text{ mayor que } 4.64 = \text{ no cumple}$$

$$\text{Área de abertura límite } 0.20(488.04) = 97.76 \text{ m}^2$$

$$\text{Área de abertura } 5.2(7.84) = 40.76 \text{ m}^2, \text{ menor que } 97.76 = \text{ sí cumple.}$$

Conclusión del inciso f : no cumple.

- g). El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.

Sí cumple.

h). Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.

Area nivel 1 < Area nivel 2

Area nivel 3 < Area nivel 2 pero también es menor del 70 % del nivel 2.

∴ No cumple.

i). Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas.

Sí cumple.

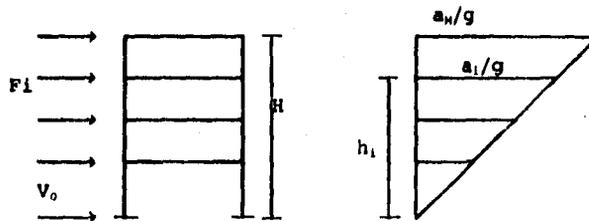
j). La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior.

Sí cumple. (comprobado al final del punto 3.1)

k). En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente,  $e_s$ , excede del 10 por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

**CONCLUSION :** La estructura no cumple con los requisitos f y h, por tanto se considera como una estructura no regular.

### 3.1.3 Análisis Estático.



$$a_i = a_H (h_i/H)$$

$$F_i = m_i a_i = (w_i/g) a_i$$

$$F_i = (w_i/g) (h_i/H) a_H$$

$$V_0 = \sum F_i$$

$$V_0 = (a_H / H) \sum (w_i h_i) / g$$

$$a_H = (V_0 H g) / (\sum w_i h_i)$$

$$F_i = [ (w_i h_i) / (\sum w_i h_i) ] V_0$$

Análisis Estático					
Nivel	h	W	$W_i h_i$	$F_i$	$V_i$
Entrepiso	(m)	(ton)	(ton-m)	(ton)	(ton)
15	53.15	394	20941.10	51.04	51.04
14	49.70	411	20426.70	49.78	100.82
13	46.25	411	19008.75	46.33	147.15
12	42.80	411	17590.80	42.87	190.02
11	39.35	411	16172.85	39.42	229.44
10	35.90	416	14934.40	36.40	265.84
9	32.45	416	13499.20	32.90	298.74
8	29.00	416	12064.00	29.40	328.14
7	25.55	416	10628.80	25.90	354.04
6	22.10	416	9193.60	22.40	376.44
5	18.65	416	7758.40	18.91	395.35
4	15.20	416	6323.20	15.41	410.76
3	11.75	416	4888.00	11.91	422.67
2	8.30	638	5295.40	12.90	435.57
1	4.85	645	3128.25	7.62	443.19
		6649	181853.45		

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} V_0$$

$$c/Q' = (0.16/2.40) = 0.066$$

$$V_0 = (c/Q') \sum W_i = 443.26$$

### 3.1.4 Obtención de los desplazamientos por marco y por nivel bajo la acción de las fuerzas de inercia que proporciona el análisis estático.

Las fuerzas laterales de inercia que proporciona el análisis estático se aplicaron a cada uno de los marcos, con sus respectivas características (con o sin muros) y propiedades, para obtener los desplazamientos por nivel. Para ello se empleó el programa para computadora super-etabs. A continuación se presentan

sólo los desplazamientos, ya que incluir todos los datos en este paso significaría tener un número muy grande de hojas, lo que ocasionaría perder el rumbo y propósito del ejemplo.

DESPLAZAMIENTOS DE CADA UNO DE LOS MARCOS							
Nivel	Marcos Ejes						
	1	2	3	4	A y F	B y E	C y D
	m	m	m	m	m	m	m
15	0.2711	0.1054	0.1369	0.3048	0.0016	0.3024	0.0931
14	0.2646	0.1005	0.1322	0.2976	0.0010	0.2963	0.0871
13	0.2554	0.0949	0.1265	0.2877		0.2872	0.0807
12	0.2433	0.0887	0.1197	0.2750		0.2750	0.0741
11	0.2287	0.0820	0.1120	0.2597		0.2601	0.0673
10	0.2121	0.0748	0.1033	0.2425		0.2430	0.0603
9	0.1942	0.0674	0.0941	0.2240		0.2246	0.0532
8	0.1747	0.0596	0.0841	0.2039		0.2043	0.0461
7	0.1537	0.0516	0.0736	0.1823		0.1824	0.0390
6	0.1313	0.0434	0.0626	0.1594		0.1590	0.0320
5	0.1079	0.0353	0.0513	0.1354		0.1343	0.0253
4	0.0838	0.0273	0.0399	0.1107		0.1086	0.0190
3	0.0597	0.0195	0.0287	0.0853		0.0822	0.0133
2	0.0382	0.0125	0.0183	0.0591		0.0553	0.0082
1	0.0207	0.0065	0.0096	0.0306		0.0283	0.0040

### 3.1.5 Cálculo de las rigideces por marco.

Rigideces de cada uno de los marcos.

Marco	Nivel Entrep.	Cortante V ton	Despl Total A m	Despl. Relat. $\delta$ m	Rigidez $K=V/\delta$ ton/cm
Eje 1	15	51.04	0.2711	0.0065	78.52
	14	100.82	0.2646	0.0092	109.58
	13	147.15	0.2554	0.0121	121.61
	12	190.02	0.2433	0.0146	130.15
	11	229.44	0.2287	0.0166	138.21
	10	265.84	0.2121	0.0179	148.51
	9	298.74	0.1942	0.0195	153.20
	8	328.14	0.1747	0.0210	156.25
	7	354.04	0.1537	0.0224	158.05
	6	376.44	0.1313	0.0234	160.87
	5	395.35	0.1079	0.0241	164.04
	4	410.76	0.0838	0.0241	170.43
	3	422.67	0.0597	0.0215	196.59
	2	435.57	0.0382	0.0175	248.89
	1	443.19	0.0207	0.0207	214.10
Eje 2	15	51.04	0.1054	0.0049	104.16
	14	100.82	0.1005	0.0056	180.03
	13	147.15	0.0949	0.0062	237.33
	12	190.02	0.0887	0.0067	283.61
	11	229.44	0.0820	0.0072	318.66
	10	265.84	0.0748	0.0074	359.24
	9	298.74	0.0674	0.0078	383.00
	8	328.14	0.0596	0.0080	410.17
	7	354.04	0.0516	0.0082	431.75
	6	376.44	0.0434	0.0081	464.74
	5	395.35	0.0353	0.0080	494.18
	4	410.76	0.0273	0.0078	526.61
	3	422.67	0.0195	0.0070	603.81
	2	435.57	0.0125	0.0060	725.95
	1	443.19	0.0065	0.0065	681.83

Marco	Nivel Entrep.	Cortante V ton	Despl. Total Δ m	Despl. Rel. δ m	Rigidez K=V/δ ton/cm
Eje 3	15	51.04	0.1369	0.0047	108.59
	14	100.82	0.1322	0.0057	176.87
	13	147.15	0.1265	0.0068	216.39
	12	190.02	0.1197	0.0077	246.77
	11	229.44	0.1120	0.0087	263.72
	10	265.84	0.1033	0.0092	288.95
	9	298.74	0.0941	0.0100	298.74
	8	328.14	0.0841	0.0105	312.51
	7	354.04	0.0736	0.0110	321.85
	6	376.44	0.0626	0.0113	333.13
	5	395.35	0.0513	0.0114	346.79
	4	410.76	0.0399	0.0112	366.75
	3	422.67	0.0287	0.0104	406.41
	2	435.57	0.0183	0.0087	500.65
	1	443.19	0.0096	0.0096	461.65
Eje 4	15	51.04	0.3048	0.0072	70.88
	14	100.82	0.2976	0.0099	101.83
	13	147.15	0.2877	0.0127	115.86
	12	190.02	0.2750	0.0153	124.19
	11	229.44	0.2597	0.0172	133.39
	10	265.84	0.2425	0.0185	143.69
	9	298.74	0.2240	0.0201	148.62
	8	328.14	0.2039	0.0216	151.91
	7	354.04	0.1823	0.0229	154.60
	6	376.44	0.1594	0.0240	156.85
	5	395.35	0.1354	0.0247	160.06
	4	410.76	0.1107	0.0254	161.71
	3	422.67	0.0853	0.0262	161.32
	2	435.57	0.0591	0.0285	152.83
	1	443.19	0.0306	0.0306	144.83
Ejes A y F	2	12.90	0.0016	0.0006	215.00
	1	20.52	0.0010	0.0010	205.20

Marco	Nivel Entrep.	Cortante V ton	Despl. Total $\Delta$ m	Despl. Rel. $\delta$ m	Rigidez $K=V/\delta$ ton/cm
Ejes B y E	15	51.04	0.3024	0.0061	83.67
	14	100.82	0.2963	0.0091	110.79
	13	147.15	0.2872	0.0122	120.61
	12	190.02	0.2750	0.0149	127.53
	11	229.44	0.2601	0.0171	134.17
	10	265.84	0.2430	0.0184	144.47
	9	298.74	0.2246	0.0203	147.16
	8	328.14	0.2043	0.0219	149.83
	7	354.04	0.1824	0.0234	151.29
	6	376.44	0.1520	0.0247	152.40
	5	395.35	0.1343	0.0257	153.83
	4	410.76	0.1086	0.0264	155.59
	3	422.67	0.0822	0.0269	157.12
	2	435.57	0.0553	0.0270	161.32
	1	443.19	0.0283	0.0283	156.60
Ejes C y D	15	51.04	0.0931	0.0060	85.06
	14	100.82	0.0871	0.0064	157.53
	13	147.15	0.0807	0.0066	222.95
	12	190.02	0.0741	0.0068	279.44
	11	229.44	0.0673	0.0070	327.77
	10	265.84	0.0603	0.0071	374.42
	9	298.74	0.0532	0.0071	420.76
	8	328.14	0.0461	0.0071	462.16
	7	354.04	0.0390	0.0070	505.77
	6	376.44	0.0320	0.0067	561.85
	5	395.35	0.0253	0.0063	627.53
	4	410.76	0.0190	0.0057	720.63
	3	422.67	0.0133	0.0051	828.76
	2	435.57	0.0082	0.0042	1037.07
	1	443.19	0.0040	0.0040	1108.00

### 3.1.6 Suma de rigideces en cada dirección.

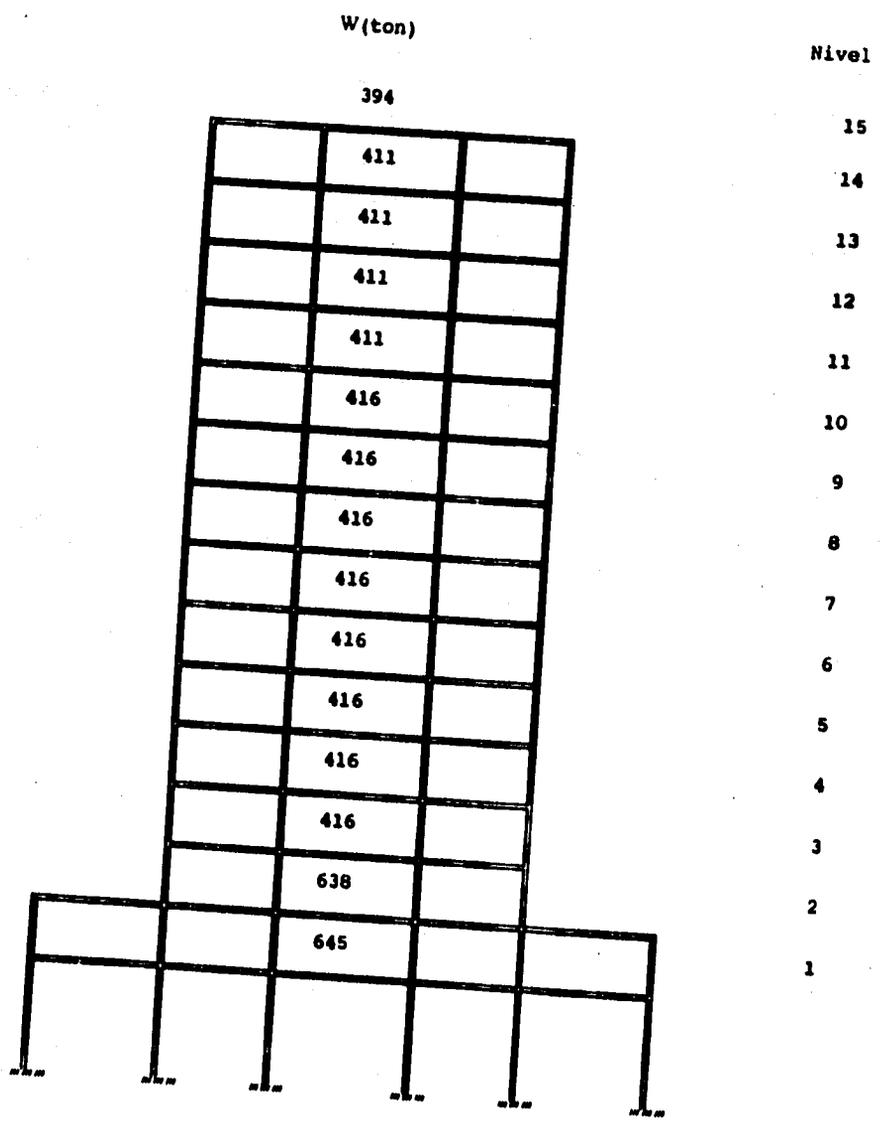
#### Dirección X

Entrepiso	Eje 1	Eje 2	Eje 3	Eje 4	Total (ton/cm)
15	78.52	104.16	108.59	70.88	362.15
14	109.58	180.03	176.87	101.83	568.31
13	121.61	237.33	216.39	115.86	691.19
12	130.15	283.61	246.77	124.19	784.72
11	138.21	318.66	263.72	133.39	853.98
10	148.51	359.24	288.95	143.69	940.39
9	153.20	383.00	298.74	148.62	983.56
8	156.25	410.17	312.51	151.91	1030.84
7	158.05	431.75	321.85	154.60	1066.25
6	160.87	464.74	333.13	156.85	1115.59
5	164.04	494.18	346.79	160.06	1165.07
4	170.43	526.61	366.75	161.71	1225.50
3	196.59	603.81	406.41	161.32	1368.13
2	248.89	725.95	500.65	152.83	1628.32
1	214.10	681.83	461.65	144.83	1502.41

#### Dirección Y.

Entrepiso	Eje A	Eje B	Eje C	Eje D	Eje E	Eje F	Total (ton/cm)
15		83.67	85.06	85.06	83.67		337.46
14		110.79	157.53	157.53	110.79		536.64
13		120.61	222.95	222.95	120.61		687.12
12		127.53	279.44	279.44	127.53		813.94
11		134.17	327.77	327.77	134.17		923.88
10		144.47	374.42	374.42	144.47		1037.78
9		147.16	420.76	420.76	147.17		1135.84
8		149.83	462.16	462.16	149.83		1223.98
7		151.29	505.77	505.77	151.29		1314.12
6		152.40	561.85	561.77	152.40		1428.50
5		153.83	627.53	627.53	153.83		1562.72
4		155.59	720.63	720.63	155.59		1752.44
3		157.12	828.76	828.76	157.12		1971.76
2	215.00	161.32	1037.07	1037.17	161.32	215.00	2826.78
1	205.20	156.60	1108.00	1108.00	156.60	205.20	2939.60

**3.2 ANALISIS DINAMICO EN LA DIRECCION X.**



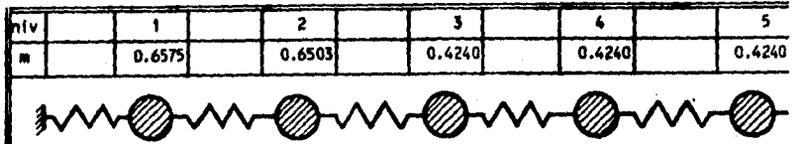
RIGIDECES ACUMULADAS Y MASAS CONCENTRADAS

Nivel-Entrepiso.	Rigidez ( ton/m )	Masa (ton seg <sup>2</sup> /cm)
15	362.15	0.4016
14	568.31	0.4189
13	691.19	0.4189
12	784.72	0.4189
11	853.98	0.4189
10	940.39	0.4240
9	983.56	0.4240
8	1030.84	0.4240
7	1066.25	0.4240
6	1115.59	0.4240
5	1165.07	0.4240
4	1225.50	0.4240
3	1368.13	0.4240
2	1628.32	0.6503
1	1502.41	0.6575

Q=3

m=W/g

3.2.1 Cálculo de las frecuencias  $\omega$  y vectores característicos  $z_n$  (Método de Holzer para todos los modos).



Nodo	$\omega^2$	k	1502.41	1628.32	1368.13	1255.30	1165.07	
1	28.68	z	1		1.9111	2.9694	4.1214	5.2902
		A	1	0.9111	1.0583	1.1520	1.1688	
		V	1502.41	1483.55	1447.90	1411.80	1361.68	
		F	18.8571	35.643	36.1089	50.1179	64.3303	
2	208.07	z	1		1.8387	2.6550	3.3792	3.8772
		A	1	0.8387	0.8163	0.7202	0.5020	
		V	1502.41	1365.60	1116.81	882.584	584.818	
		F	136.806	248.790	234.228	297.765	342.053	
3	522.72	z	1		1.7116	2.1333	2.2182	1.8856
		A	1	0.7116	0.4217	0.0849	-0.3326	
		V	1502.41	1158.72	576.904	104.098	-387.53	
		F	343.688	581.817	472.80	491.63	417.910	
4	945.30	z	1		1.5410	1.4924	0.9501	0.0528
		A	1	0.5410	-0.0485	-0.5423	-0.8973	
		V	1502.41	880.875	-66.404	-664.58	-1045.40	
		F	621.534	947.279	598.178	380.823	21.182	
5	1471.77	z	1		1.3284	0.7899	-0.2134	-1.1545
		A	1	0.3284	-0.5384	-1.0034	-0.9411	
		V	1502.41	534.721	-736.66	-1229.61	-1096.43	
		F	967.688	1271.38	492.946	-133.17	-720.44	
6	2121.31	z	1		1.0661	0.0698	-1.0936	-1.4732
7	2876.60	z	1		0.7611	-0.5639	-1.4819	-0.8962
8	3735.80	z	1		0.4142	-1.0185	-1.3015	0.1703
9	4617.80	z	1		0.0581	-1.1905	-0.6823	0.9988
10	5537.48	z	1		-0.3133	-1.0517	0.1389	1.1114
11	6394.82	z	1		-0.6595	-0.6300	0.7968	0.4433
12	7244.74	z	1		-1.0027	0.0666	1.0934	-0.7093
13	8188.91	z	1		-1.3839	1.1655	0.7095	-1.8846
14	9222.42	z	1		-1.8012	2.7607	-0.9552	-1.6579
15	10563.67	z	1		-2.3428	5.4423	-5.7571	4.5953

.....continuación ( forma horizontal)

niv		6		7		8		9		10
m		0.4240		0.4240		0.4240		0.4240		0.4240



k	1115.59		1066.25		1030.84		983.56		940.39	
z		8.4531		7.9483		8.6891		9.7270		10.6828
Δ	1.1629		1.1431		1.0928		1.0379		0.9998	
V	1297.35		1218.88		1126.50		1020.84		902.562	
F		78.4719		92.373		105.661		118.283		129.954
z		4.0948		3.9837		3.9278		2.7336		1.8445
Δ	0.2176		-0.1111		-0.4559		-0.7942		-1.0871	
V	242.765		-118.48		-449.93		-781.16		-1022.32	
F		361.250		351.448		311.228		241.162		145.257
z		1.1636		0.1663		0.9010		-1.8165		-2.3420
Δ	-0.7220		-0.9973		-1.0673		-0.9156		-0.5295	
V	-805.444		-1063.33		-1100.20		-900.523		-497.920	
F		257.8940		36.8820		-199.68		-402.602		-519.95
z		-0.9032		-1.5840		-1.6394		-1.0503		0.0134
Δ	-0.9561		-0.6608		-0.0754		0.5891		1.0638	
V	-1066.58		-704.56		-77.699		579.380		1000.35	
F		-362.019		-626.869		-657.083		-420.978		5.368
z		-1.4515		-0.9712		0.1549		1.2389		1.5478
Δ	-0.3370		0.5203		1.1261		1.0820		0.3109	
V	-375.98		534.778		1160.85		1064.19		292.345	
F		-930.764		-606.077		96.659		771.850		965.848
		De la	misma	manera	para	los	demás	modos :		
z		-0.6818		0.7213		1.5433		0.9935		-0.5318
z		0.6953		1.5651		0.6129		-1.1450		-1.4986
z		1.4656		0.6436		-1.1956		-1.1977		0.8174
z		1.0015		-0.8348		-1.1486		0.8090		1.1721
z		-0.2120		-1.1298		0.4942		1.0165		-0.9751
z		-1.0033		0.0345		1.0172		-0.7570		-0.4300
z		-0.6389		1.2754		-0.3431		-0.7507		1.4884
z		1.2717		0.4329		-1.8929		2.3516		-1.8917
z		3.4194		-3.8085		3.1622		-2.1038		1.1363
z		-3.0429		1.7677		-0.8909		0.4007		-0.1570

.....continuación ( forma horizontal)

niv		11		12		13		14		15
m		0.4189		0.4189		0.4189		0.4189		0.4016



k	853.96		784.72		691.19		568.31		362.15		Residuo
z		11.5915		12.3986		13.0994		13.6748		14.1241	0.04
A	0.9047		0.8071		0.7008		0.5754		0.4493		
V	772.608		633.343		484.391		327.014		162.724		
F		139.260		148.9570		157.376		164.289		162.680	
z		0.2793		-1.2396		-2.8077		-4.2843		-5.5703	-0.27
A	-1.3672		-1.5189		-1.5681		-1.4766		-1.2860		
V	-1167.58		-1191.92		-1083.88		-839.160		-465.738		
F		24.3439		-108.044		-244.720		-373.421		-465.459	
z		-2.3202		-1.6447		-0.3568		1.3471		3.2065	0.24
A	0.0258		0.6755		1.2880		1.7039		1.8593		
V	22.0332		-530.083		890.219		968.336		673.357		
F		-508.05		-360.136		-78.1167		294.9792		673.1162	
z		1.1785		1.8518		1.5552		0.1109		-2.2769	-0.34
A	1.1651		0.6732		-0.2966		-1.4443		-2.3877		
V	994.971		528.284		-204.985		-820.818		-864.722		
F		466.686		733.270		615.833		43.904		-864.375	
z		0.7591		-0.6956		-1.7266		-1.1075		1.7495	0.61
A	-0.7887		-1.454		-1.0311		0.6191		2.8570		
V	-673.501		-1141.50		-712.667		351.848		1034.665		
F		468.000		-428.833		1064.515		-682.817		1034.053	
	De la	misma	manera	para	los	demás	modos i				
z		-1.6513		-0.9997		1.0253		1.8850		-1.3912	-1.25
z		0.2524		1.7704		0.4073		-2.1141		0.9635	1.48
z		1.5203		-0.7467		-1.6299		1.7840		-0.5678	0.16
z		-1.1153		-0.8552		1.8336		-1.1373		0.2754	0.93
z		-0.4873		1.4841		-1.2583		0.5424		-0.1059	0.74
z		1.2953		-1.2489		0.7029		-0.2365		0.0385	0.60
z		-1.3967		0.8673		-0.3705		0.1025		-0.0141	-1.28
z		1.1268		-0.5140		0.1742		-0.0401		0.0035	4.00
z		-0.4992		0.1784		-0.0495		0.0097		-0.0006	-1.47
z		0.0523		-0.0147		0.0034		-0.0010		0.0042	2.94

Frecuencias  $\omega^2$  y vectores característicos Zn dirección X (resumen).

$\omega_1^2 = 28.68 \text{ rad/seg}$

$\omega_2^2 = 208.07 \text{ rad/seg}$

$\omega_3^2 = 522.72 \text{ rad/seg}$

$Z_1 =$	1.0000	$Z_2 =$	1.0000	$Z_3 =$	1.0000
	1.9111		1.8387		1.7116
	2.9694		2.6550		2.1333
	4.1214		3.3752		2.2182
	5.2902		3.8772		1.8856
	6.4531		4.0948		1.1636
	7.5963		3.9837		0.1663
	8.6891		3.5278		-0.9010
	9.7270		2.7336		-1.8165
	10.6868		1.6465		-2.3460
	11.5915		0.2793		-2.3202
	12.3986		-1.2396		-1.6447
	13.0994		-2.8077		-0.3568
	13.6748		-4.2842		1.3471
	14.1241		-5.5702		3.2065

$\omega_4^2 = 945.30 \text{ rad/seg}$

$\omega_5^2 = 1471.77 \text{ rad/seg}$

$\omega_6^2 = 2121.31 \text{ rad/seg}$

$Z_4 =$	1.0000	$Z_5 =$	1.0000	$Z_6 =$	1.0000
	1.5410		1.3284		1.0661
	1.4924		0.7899		0.0698
	0.9501		-0.2134		-1.0936
	0.0528		-1.1545		-1.4732
	-0.9032		-1.4915		-0.6818
	-1.5640		-0.9712		0.7213
	-1.6394		0.1549		1.5433
	-1.0503		1.2369		0.9935
	0.0134		1.5478		-0.5318
	1.1785		0.7591		-1.6513
	1.8518		-0.6956		-0.9997
	1.5552		-1.7266		1.0253
	0.1109		-1.1075		1.8850
	-2.2769		1.7495		-1.3912

$\omega_7^2 = 2876.6 \text{ rad/seg}$

$\omega_8^2 = 3735.8 \text{ rad/seg}$

$\omega_9^2 = 4617.8 \text{ rad/seg}$

$$z_7 = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.7611 \\ -0.5639 \\ -1.4819 \\ -0.8962 \\ 0.6953 \\ 1.5651 \\ 0.6129 \\ -1.1450 \\ -1.4986 \\ 0.2524 \\ 1.7704 \\ 0.4073 \\ -2.1141 \\ 0.9635 \end{bmatrix}$$

$$z_8 =$$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.4142 \\ -1.0185 \\ -1.3015 \\ 0.1703 \\ 1.4656 \\ 0.6436 \\ -1.1956 \\ -1.1977 \\ 0.8174 \\ 1.5203 \\ -0.7467 \\ -1.6299 \\ 1.7840 \\ -0.5678 \end{bmatrix}$$

$$z_9 =$$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.0581 \\ -1.1905 \\ -0.6823 \\ 0.9988 \\ 1.0015 \\ -0.8348 \\ -1.1486 \\ 0.8090 \\ 1.1721 \\ -1.1153 \\ -0.8552 \\ 1.8336 \\ -1.1373 \\ 0.2754 \end{bmatrix}$$

$\omega_{10}^2 = 5537.48 \text{ rad/seg}$

$\omega_{11}^2 = 6394.82 \text{ rad/seg}$

$\omega_{12}^2 = 7244.74 \text{ rad/seg}$

$$z_{10} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.3133 \\ -1.0517 \\ 0.1389 \\ 1.1114 \\ -0.2120 \\ -1.1298 \\ 0.4942 \\ 1.0165 \\ -0.9751 \\ -0.4873 \\ 1.4841 \\ -1.2583 \\ 0.5424 \\ -0.1059 \end{bmatrix}$$

$$z_{11} =$$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.6595 \\ -0.6300 \\ 0.7968 \\ 0.4433 \\ -1.0033 \\ 0.0345 \\ 1.0172 \\ -0.7570 \\ -0.4300 \\ 1.2953 \\ -1.2489 \\ 0.7029 \\ -0.2365 \\ 0.0385 \end{bmatrix}$$

$$z_{12} =$$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.0027 \\ 0.0666 \\ 1.0934 \\ -0.7093 \\ -0.6389 \\ 1.2754 \\ -0.5451 \\ -0.7507 \\ 1.4864 \\ -1.3967 \\ 0.8673 \\ -0.3705 \\ 0.1025 \\ -0.0141 \end{bmatrix}$$

$\omega_{13}^2 = 8188.91 \text{ rad/seg}$

$\omega_{14}^2 = 9222.42 \text{ rad/seg}$

$\omega_{15}^2 = 10563.67 \text{ rad/seg}$

$$z_{13} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.3839 \\ 1.1655 \\ 0.7095 \\ -1.8846 \\ 1.2717 \\ 0.4329 \\ -1.8929 \\ 2.3516 \\ -1.8917 \\ 1.1268 \\ -0.5140 \\ 0.1742 \\ -0.0401 \\ 0.0035 \end{bmatrix}$$

$$z_{14} =$$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.8012 \\ 2.7607 \\ -0.9552 \\ -1.6579 \\ 3.4194 \\ -3.8085 \\ 3.1622 \\ -2.1038 \\ 1.1365 \\ -0.4992 \\ 0.1784 \\ -0.0495 \\ 0.0097 \\ -0.0006 \end{bmatrix}$$

$$z_{15} =$$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 \\ -2.3428 \\ 5.4423 \\ -5.7571 \\ 4.5953 \\ -3.0429 \\ 1.7477 \\ -0.8909 \\ 0.4007 \\ -0.1570 \\ 0.0522 \\ -0.0147 \\ 0.0033 \\ -0.0005 \\ 0.0005 \end{bmatrix}$$

### 3.2.2 Cálculo de los períodos T de cada modo.

$$T = (2\pi) / \omega$$

$T_1 = (2\pi) / 5.3554 = 1.1732 \text{ seg}$	$T_8 = (2\pi) / 61.1212 = 0.1028 \text{ seg}$
$T_2 = (2\pi) / 14.4246 = 0.4356 \text{ seg}$	$T_9 = (2\pi) / 67.9544 = 0.0925 \text{ seg}$
$T_3 = (2\pi) / 22.8631 = 0.2748 \text{ seg}$	$T_{10} = (2\pi) / 74.4142 = 0.0844 \text{ seg}$
$T_4 = (2\pi) / 30.7457 = 0.2044 \text{ seg}$	$T_{11} = (2\pi) / 79.9676 = 0.0786 \text{ seg}$
$T_5 = (2\pi) / 38.3637 = 0.1638 \text{ seg}$	$T_{12} = (2\pi) / 85.1160 = 0.0738 \text{ seg}$
$T_6 = (2\pi) / 46.0577 = 0.1364 \text{ seg}$	$T_{13} = (2\pi) / 90.4926 = 0.0694 \text{ seg}$
$T_7 = (2\pi) / 53.6339 = 0.1171 \text{ seg}$	$T_{14} = (2\pi) / 96.0334 = 0.0654 \text{ seg}$
	$T_{15} = (2\pi) / 102.779 = 0.0611 \text{ seg}$

De acuerdo al RCDF-87 el análisis modal deberá incluir los efectos de todos los modos de vibración con periodo mayor o igual a 0.4 seg, pero en ningún caso podrán considerarse menos que los 3 primeros modos. Según esto, para este ejemplo se pueden tomar en cuenta sólo los tres primeros modos, ya que todos los demás tienen períodos menores a 0.4 seg. Sin embargo, para fines didácticos, se considerarán todos los modos de vibración.

### 3.2.3 Determinación de los valores del espectro.

De la tabla 3.1 y 3.2

$$c = 0.16 \quad (\text{coeficiente sísmico})$$

$$T_a = 0.2$$

$$T_b = 0.6$$

$$r = 1/2$$

#### 3.2.3.1 Cálculo de la aceleración espectral $S_a$ y reducción por ductilidad $Q'$ en cada uno de los modos

modo 1

$$T = 1.1732 \text{ seg}$$

$$\text{como } T > T_b \Rightarrow a = (T_b / T)^r c$$

$$a = (0.6 / 1.1732)^{1/2} (0.16) = 0.1144$$

$$S_a = ag = 0.1144 \times 981 = 112.23 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad.

$$\text{Como } T > T_a \Rightarrow Q' = 0.8Q ; Q' = 0.8 \times 3 = 2.4$$

$$S_a / Q' = 112.23 / 2.4 = 46.76 \text{ cm/seg}^2$$

modo 2

$$\begin{aligned} T &= 0.4356 \text{ seg} \\ \text{como } T_a \text{ ( } T \text{ ) } T_b &= a = c = 0.16 \\ S_A &= 0.16 \times 981 = 156.96 \text{ cm/seg}^2 \\ \text{Reducción por ductilidad:} \\ T \text{ ) } T_a &= Q' = 0.8Q \text{ ; } Q' = 0.8 \times 3 = 2.4 \\ S_A/Q' &= 156.96/2.4 = 65.40 \text{ cm/seg}^2 \end{aligned}$$

modo 3

$$\begin{aligned} T &= 0.2748 \text{ seg} \\ T_a \text{ ( } T \text{ ) } T_b &= a = c \\ S_A &= 156.96 \text{ cm/seg}^2 \\ \text{Reducción por ductilidad:} \\ T \text{ ) } T_a &= Q' = 0.8Q \\ S_A/Q' &= 156.96/2.4 = 65.40 \text{ cm/seg}^2 \end{aligned}$$

modo 4

$$\begin{aligned} T &= 0.2044 \text{ seg} \\ a &= c \\ S_A &= 156.96 \text{ cm/seg}^2 \\ \text{Reducción por ductilidad:} \\ T \text{ ) } T_a &= Q' = 0.8Q \\ S_A/Q' &= 156.96/2.4 = 65.40 \text{ cm/seg}^2 \end{aligned}$$

modo 5

$$\begin{aligned} T &= 0.1638 \text{ seg} \\ T \text{ ( } T_a &= a = (1 + 3T/T_a)(c/4) \\ a &= [1 + (3 \times 0.1638)/0.20] (0.16/4) = 0.1382 \\ S_A &= 0.1382 \times 981 = 135.57 \text{ cm/seg}^2 \\ \text{Reducción por ductilidad:} \\ T \text{ ( } T_a &= Q' = 0.8 [1 + (T/T_a)(Q-1)] \\ Q' &= 0.8 [1 + (0.1638/0.2)(3-2)] = 2.11 \\ S_A/Q' &= 135.57/2.11 = 64.25 \text{ cm/seg}^2 \end{aligned}$$

para los modos del 6 al 15 se procede de igual manera que el modo 5, ya que sus periodos T son menores a T<sub>a</sub>.

modo 6

$$\begin{aligned} T &= 0.1364 \text{ seg} \\ a &= 0.1218 \\ S_A &= 119.48 \text{ cm/seg}^2 \\ Q' &= 1.89 \\ S_A/Q' &= 63.22 \text{ cm/seg}^2 \end{aligned}$$

modo 7

$T = 0.1171 \text{ seg}$   
 $a = 0.1102$   
 $S_A = 108.10 \text{ cm/seg}^2$   
 $Q' = 1.73$   
 $S_A/Q' = 62.48 \text{ cm/seg}^2$

modo 8

$T = 0.1028 \text{ seg}$   
 $a = 0.1016$   
 $S_A = 99.67 \text{ cm/seg}^2$   
 $Q' = 1.62$   
 $S_A/Q' = 61.52 \text{ cm/seg}^2$

modo 9

$T = 0.0925 \text{ seg}$   
 $a = 0.0955$   
 $S_A = 93.68 \text{ cm/seg}^2$   
 $Q' = 1.54$   
 $S_A/Q' = 60.83 \text{ cm/seg}^2$

modo 10

$T = 0.0844 \text{ seg}$   
 $a = 0.0906$   
 $S_A = 88.87 \text{ cm/seg}^2$   
 $Q' = 1.47$   
 $S_A/Q' = 60.46 \text{ cm/seg}^2$

modo 11

$T = 0.0786$   
 $a = 0.0871$   
 $S_A = 85.44 \text{ cm/seg}^2$   
 $Q' = 1.42$   
 $S_A/Q' = 60.17 \text{ cm/seg}^2$

Modo 12

$T = 0.0738 \text{ seg}$   
 $a = 0.0842$   
 $S_A = 82.60$   
 $Q' = 1.39$   
 $S_A/Q' = 59.42 \text{ cm/seg}^2$

modo 13

$T = 0.0694 \text{ seg}$   
 $a = 0.0816$   
 $S_A = 80.04 \text{ cm/seg}^2$   
 $Q' = 1.35$   
 $S_A/Q' = 59.29 \text{ cm/seg}^2$

modo 14

$T = 0.0654 \text{ seg}$   
 $a = 0.0792$   
 $S_A = 77.69 \text{ cm/seg}^2$   
 $Q' = 1.32$   
 $S_A/Q' = 58.86 \text{ cm/seg}^2$

modo 15

$T = 0.0611 \text{ seg}$   
 $a = 0.0766$   
 $S_A = 75.14 \text{ cm/seg}^2$   
 $Q' = 1.28$   
 $S_A/Q' = 58.70 \text{ cm/seg}^2$

### 3.2.4 Cálculo de los coeficientes de participación de cada modo.

$$C_n = \frac{\sum m_i z_{in}}{\sum m_i z_{in}^2}$$

$C_1$	$= (52.3838/539.5256)$	$= 0.0971$
$C_2$	$= (7.2221/64.6095)$	$= 0.1118$
$C_3$	$= (2.8737/21.0795)$	$= 0.1363$
$C_4$	$= (1.5897/11.6390)$	$= 0.1366$
$C_5$	$= (1.0205/9.1077)$	$= 0.1120$
$C_6$	$= (0.7089/9.0591)$	$= 0.0783$
$C_7$	$= (0.5217/9.0058)$	$= 0.0579$
$C_8$	$= (0.4021/8.3007)$	$= 0.0484$
$C_9$	$= (0.3252/6.8292)$	$= 0.0476$
$C_{10}$	$= (0.2713/5.0404)$	$= 0.0538$
$C_{11}$	$= (0.2348/4.2357)$	$= 0.0554$
$C_{12}$	$= (0.2075/5.3922)$	$= 0.0385$
$C_{13}$	$= (0.1829/11.0006)$	$= 0.0166$
$C_{14}$	$= (0.1631/25.4414)$	$= 0.0064$
$C_{15}$	$= (0.1422/45.4291)$	$= 0.0031$

### 3.2.5 Cálculo de los desplazamientos máximos en cada modo.

$$U_{ijmax.} = \frac{S_A C_j}{\omega_j^2} Z_{ij}$$

modo 1

$$U_1 = \frac{46.76 \times 0.0971}{28.68}$$

1.0000	0.1583
1.9111	0.3026
2.9694	0.4701
4.1214	0.6525
5.2902	0.8375
6.4531	1.0216
7.5963	1.2026
8.6891	1.3756
9.7270	1.5399
10.6868	1.6919
11.5915	1.8351
12.3986	1.9629
13.0994	2.0738
13.6748	2.1649
14.1241	2.2360

[cm]

modo 2

$$U_2 = \frac{65.40 \times 0.1118}{208.07}$$

1.0000	0.0351
1.8387	0.0646
2.6550	0.0933
3.3752	0.1186
3.8772	0.1362
4.0948	0.1439
3.9837	0.1400
3.5278	0.1240
2.7336	0.0961
1.6465	0.0579
0.2793	0.0098
-1.2396	-0.0436
-2.8077	-0.0987
-4.2842	-0.1505
-5.5702	-0.1957

[cm]

modo 3

$$U_3 = \frac{65.40 \times 0.1363}{522.72}$$

$$\begin{array}{|l} 1.0000 \\ 1.7116 \\ 2.1333 \\ 2.2182 \\ 1.8856 \\ 1.1636 \\ 0.1663 \\ -0.9010 \\ -1.8165 \\ -2.3460 \\ -2.3202 \\ -1.6447 \\ -0.3568 \\ 1.3471 \\ 3.2065 \end{array} = \begin{array}{|l} 0.0171 \\ 0.0292 \\ 0.0364 \\ 0.0378 \\ 0.0322 \\ 0.0198 \\ 0.0028 \\ -0.0154 \\ -0.0310 \\ -0.0400 \\ -0.0396 \\ -0.0280 \\ -0.0061 \\ 0.0230 \\ 0.0547 \end{array} \quad [cm]$$

modo 4

$$U_4 = \frac{65.40 \times 0.1366}{945.30}$$

$$\begin{array}{|l} 1.0000 \\ 1.5410 \\ 1.4924 \\ 0.9501 \\ 0.0528 \\ -0.9032 \\ -1.5640 \\ -1.6394 \\ -1.0503 \\ 0.0134 \\ 1.1785 \\ 1.8518 \\ 1.5552 \\ 0.1109 \\ -2.2769 \end{array} = \begin{array}{|l} 0.0095 \\ 0.0146 \\ 0.0141 \\ 0.0090 \\ 0.0005 \\ -0.0085 \\ -0.0148 \\ -0.0155 \\ -0.0099 \\ 0.0001 \\ 0.0111 \\ 0.0175 \\ 0.0147 \\ 0.0010 \\ -0.0215 \end{array} \quad [cm]$$

De la misma manera de obtuvieron los desplazamientos para los modos del 5 al 15.

$U_5 =$	0.0049 0.0065 0.0039 -0.0010 -0.0056 -0.0073 -0.0047 0.0008 0.0060 0.0076 0.0037 -0.0034 -0.0084 -0.0054 0.0086	,	$U_6 =$	0.0023 0.0025 0.0002 -0.0026 -0.0034 -0.0016 0.0017 0.0036 0.0023 -0.0012 -0.0039 -0.0023 0.0024 0.0044 -0.0032	,	$U_7 =$	0.0013 0.0010 -0.0007 -0.0019 -0.0011 0.0009 0.0020 0.0008 -0.0014 -0.0019 0.0003 0.0022 0.0005 -0.0027 0.0012	,	$U_8 =$	0.0000 0.0003 -0.0008 -0.0010 0.0001 0.0012 0.0005 -0.0010 -0.0010 0.0007 0.0012 -0.0006 -0.0013 0.0014 -0.0005
---------	---	---	---------	---	---	---------	--	---	---------	---

$U_9 =$	0.0006 0.0000 -0.0007 -0.0004 0.0006 0.0006 -0.0005 -0.0007 0.0005 0.0007 -0.0007 -0.0005 0.0011 -0.0007 0.0002	,	$U_{10} =$	0.0006 -0.0002 -0.0006 0.0001 0.0007 -0.0001 -0.0007 0.0003 0.0006 -0.0006 -0.0003 0.0009 -0.0007 0.0003 -0.0001	,	$U_{11} =$	0.0005 -0.0003 -0.0003 0.0004 0.0002 -0.0005 0.0000 0.0005 -0.0004 -0.0002 0.0007 -0.0007 0.0004 -0.0001 0.0000	,	$U_{12} =$	0.0003 -0.0003 0.0000 0.0003 -0.0002 -0.0002 -0.0002 0.0005 -0.0004 0.0003 -0.0001 0.0000 -0.0000
---------	---	---	------------	--	---	------------	---	---	------------	---

$U_{13} =$	0.0001 -0.0002 0.0001 0.0001 -0.0002 0.0002 0.0001 -0.0002 0.0003 -0.0002 0.0001 -0.0001 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000	,	$U_{14} =$	0.0000 -0.0001 0.0001 0.0000 -0.0001 0.0001 -0.0002 0.0001 -0.0001 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000	,	$U_{15} =$	0.0000 0.0000 0.0001 -0.0001 0.0001 -0.0001 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
------------	---	---	------------	--	---	------------	--

### 3.2.6 Fuerza cortante $V_{ij}$ de entrepiso.

modo	Nivel Entr.	Despl. Máximo $U_{ij}$ (cm)	Desplaz. Relat. $\delta_{ij}$ (cm)	Rigidez K (ton/cm)	Cortante $V_{ij} = \delta K$ (ton)
1	15	2.2360	0.0711	362.15	25.75
	14	2.1649	0.0911	568.31	51.77
	13	2.0738	0.1109	691.19	76.65
	12	1.9629	0.1278	784.72	100.29
	11	1.8351	0.1432	853.98	122.29
	10	1.6919	0.1520	940.39	142.94
	9	1.5399	0.1643	983.56	161.60
	8	1.3756	0.1730	1030.84	178.34
	7	1.2026	0.1810	1066.25	193.00
	6	1.0216	0.1841	1115.59	205.38
	5	0.8375	0.1850	1165.07	215.54
	4	0.6525	0.1824	1225.50	223.53
	3	0.4701	0.1675	1368.13	229.16
	2	0.3026	0.1443	1628.32	234.97
	1	0.1583	0.1583	1502.41	237.83
2	15	-0.1957	-0.0452	362.15	-16.37
	14	-0.1505	-0.0518	568.31	-29.44
	13	-0.0987	-0.0551	691.19	-38.08
	12	-0.0436	-0.0534	784.72	-41.90
	11	0.0098	-0.0481	853.98	-41.08
	10	0.0579	-0.0382	940.39	-35.92
	9	0.0961	-0.0279	983.56	-27.44
	8	0.1240	-0.0160	1030.84	-16.50
	7	0.1400	-0.0039	1066.25	-4.16
	6	0.1439	0.0077	1115.59	8.60
	5	0.1362	0.0176	1165.07	20.50
	4	0.1186	0.0253	1225.50	31.00
	3	0.0933	0.0287	1368.13	39.27
	2	0.0646	0.0295	1628.32	48.04
	1	0.0351	0.0351	1502.41	52.73
3	15	0.0547	0.0317	362.15	11.48
	14	0.0230	0.0291	568.31	16.54
	13	-0.0061	0.0219	691.19	15.14
	12	-0.0280	0.0116	784.72	9.10
	11	-0.0396	0.0004	853.98	0.34
	10	-0.0400	-0.0090	940.39	-8.46
	9	-0.0310	-0.0156	983.56	-15.34
	8	-0.0154	-0.0812	1030.84	-18.76
	7	0.0028	-0.0170	1066.25	-18.13
	6	0.0198	-0.0124	1115.59	-13.83
	5	0.0322	-0.0056	1165.07	-6.52
	4	0.0378	0.0014	1225.50	1.72
	3	0.0364	0.0072	1368.13	9.85
	2	0.0292	0.0121	1628.32	19.70
	1	0.0171	0.0171	1502.41	25.70

modo	Nivel Entr.	Despl. Máximo Uij (cm)	Desplaz. Relat. $\delta_{ij}$ (cm)	Rigidéz K (ton/cm)	Cortante V Vij = $\delta K$ (ton)
4	15	-0.0215	-0.0225	362.15	-8.15
	14	0.0010	-0.0137	568.31	-7.79
	13	0.0147	-0.0028	691.19	-1.94
	12	0.0175	0.0064	784.72	5.02
	11	0.0111	0.0110	853.98	9.40
	10	0.0001	0.0100	940.39	9.40
	9	-0.0099	0.0056	983.56	5.51
	8	-0.0155	-0.0007	1030.84	-0.72
	7	-0.0148	-0.0063	1066.25	-6.72
	6	-0.0085	-0.0090	1115.59	-10.04
	5	0.0005	-0.0085	1165.07	-9.90
	4	0.0090	-0.0051	1225.50	-6.25
	3	0.0141	-0.0005	1368.13	-0.68
	2	0.0146	0.0051	1628.32	8.30
	1	0.0095	0.0095	1502.41	14.27
5	15	0.0086	0.0140	362.15	5.07
	14	-0.0054	0.0030	568.31	1.70
	13	-0.0084	-0.0050	691.19	-3.45
	12	-0.0034	-0.0071	784.72	-5.57
	11	0.0037	-0.0039	853.98	-3.33
	10	0.0076	0.0016	940.39	1.50
	9	0.0060	0.0052	983.56	5.11
	8	0.0080	0.0055	1030.84	5.67
	7	-0.0047	0.0026	1066.25	2.77
	6	-0.0073	-0.0017	1115.59	-1.90
	5	-0.0056	-0.0046	1165.07	-5.36
	4	-0.0010	-0.0049	1225.50	-6.00
	3	0.0039	-0.0026	1368.13	-3.56
	2	0.0065	0.0016	1628.32	2.60
	1	0.0049	0.0049	1502.41	7.36
6	15	-0.0032	-0.0076	362.15	-2.75
	14	0.0044	0.0020	568.31	1.14
	13	0.0024	0.0047	691.19	3.25
	12	-0.0023	0.0016	784.72	1.25
	11	-0.0039	-0.0027	853.98	-2.30
	10	-0.0012	-0.0035	940.39	-3.30
	9	0.0023	-0.0013	983.56	-1.28
	8	-0.0036	0.0019	1030.84	1.96
	7	0.0017	0.0033	1066.25	3.52
	6	-0.0016	0.0018	1115.59	2.01
	5	-0.0034	-0.0008	1165.07	-0.93
	4	-0.0026	-0.0028	1225.50	-3.43
	3	0.0002	-0.0023	1368.13	-3.15
	2	0.0025	0.0002	1628.32	0.32
	1	0.0023	0.0023	1502.41	3.45

De la misma forma se obtuvieron los cortantes  $V_{ij}$  para los modos 7 al 15.

Entrepiso						
$V_7 =$	15	;	$V_7 =$	$V_8 =$		
	14				1.41	-0.69
	13				-1.82	1.54
	12				-1.18	-0.48
	.				1.50	-1.41
	.				1.88	0.43
	.				-0.47	1.60
	.				-2.16	0.00
	.				-1.24	-1.55
	.				1.17	-0.75
	.				2.23	1.23
	.				0.93	1.28
	.				-1.47	-0.25
	.				-2.33	-1.50
	1				-0.49	-0.82
	1.95	1.20				

$V_9 =$	0.33	;	$V_{10} =$	$V_{11} =$		
	-1.02				-0.15	0.29
	1.11				0.57	0.00
	0.16				-1.11	-0.48
	-1.20				0.95	0.16
	0.19				0.26	0.60
	1.18				-1.13	-0.48
	-0.20				0.30	-0.48
	-1.17				1.03	0.50
	0.00				-0.64	0.54
	1.17				-0.90	-0.78
	0.37				0.70	-0.23
	-1.00				0.86	0.86
	-0.92				-0.55	0.00
	0.90				-1.30	-1.30
	0.90	0.75				

$V_{12} =$	0.00	;	$V_{13} =$	$V_{14} =$	$V_{15} =$			
	-0.06					0.00	0.00	0.00
	-0.14					0.00	0.00	0.00
	0.55					0.07	0.00	0.00
	-0.77					-0.16	0.00	0.00
	0.66					0.26	0.00	0.00
	0.00					-0.47	-0.10	0.00
	-0.62					0.50	-0.20	0.00
	0.64					-0.31	0.31	0.00
	0.00					-0.11	-0.32	0.00
	-0.58					0.45	0.22	0.11
	0.37					-0.35	-0.12	-0.22
	0.41					0.00	-0.12	0.23
	-0.98					0.41	0.27	-0.25
	0.45					-0.49	-0.16	0.14
	0.15	0.00	0.00					

**3.2.7 Respuestas TOTALES Debidas a la COMBINACION de todos los modos mediante:**

$$R = (\sum R_i^2)^{1/2}$$

**Desplazamientos Totales  $\Delta_i$ .**

$\Delta_{15} = (5.0385)^{1/2} = 2.2447$ cm
$\Delta_{14} = (4.7100)^{1/2} = 2.1703$ cm
$\Delta_{13} = (4.3107)^{1/2} = 2.0762$ cm
$\Delta_{12} = (3.8560)^{1/2} = 1.9637$ cm
$\Delta_{11} = (3.3694)^{1/2} = 1.8356$ cm
$\Delta_{10} = (2.8676)^{1/2} = 1.6934$ cm
$\Delta_9 = (2.3817)^{1/2} = 1.5433$ cm
$\Delta_8 = (1.9081)^{1/2} = 1.3814$ cm
$\Delta_7 = (1.4661)^{1/2} = 1.2108$ cm
$\Delta_6 = (1.0654)^{1/2} = 1.0322$ cm
$\Delta_5 = (0.7210)^{1/2} = 0.8491$ cm
$\Delta_4 = (0.4413)^{1/2} = 0.6643$ cm
$\Delta_3 = (0.2312)^{1/2} = 0.4809$ cm
$\Delta_2 = (0.0969)^{1/2} = 0.3112$ cm
$\Delta_1 = (0.0267)^{1/2} = 0.1634$ cm

**$\delta$  Desplazamientos Relativos.**

$\delta_{15} = (0.0088)^{1/2} = 0.0943$ cm
$\delta_{14} = (0.0121)^{1/2} = 0.1098$ cm
$\delta_{13} = (0.0159)^{1/2} = 0.1260$ cm
$\delta_{12} = (0.0194)^{1/2} = 0.1394$ cm
$\delta_{11} = (0.0230)^{1/2} = 0.1516$ cm
$\delta_{10} = (0.0248)^{1/2} = 0.1574$ cm
$\delta_9 = (0.0281)^{1/2} = 0.1676$ cm
$\delta_8 = (0.0305)^{1/2} = 0.1748$ cm
$\delta_7 = (0.0332)^{1/2} = 0.1821$ cm
$\delta_6 = (0.0342)^{1/2} = 0.1850$ cm
$\delta_5 = (0.0347)^{1/2} = 0.1862$ cm
$\delta_4 = (0.0340)^{1/2} = 0.1843$ cm
$\delta_3 = (0.0289)^{1/2} = 0.1701$ cm
$\delta_2 = (0.0219)^{1/2} = 0.1479$ cm
$\delta_1 = (0.0267)^{1/2} = 0.1634$ cm

**Cortantes  $V_i$ .**

$V_{15} = (1165.20)^{1/2} = 34.14$ ton
$V_{14} = (3892.34)^{1/2} = 62.39$ ton
$V_{13} = (7585.10)^{1/2} = 87.10$ ton
$V_{12} = (11959.81)^{1/2} = 109.36$ ton
$V_{11} = (16753.51)^{1/2} = 129.44$ ton
$V_{10} = (21900.15)^{1/2} = 147.99$ ton
$V_9 = (27167.61)^{1/2} = 164.83$ ton
$V_8 = (32471.72)^{1/2} = 180.20$ ton
$V_7 = (37664.76)^{1/2} = 194.07$ ton
$V_6 = (42562.83)^{1/2} = 206.31$ ton
$V_5 = (47052.80)^{1/2} = 216.92$ ton
$V_4 = (51020.50)^{1/2} = 225.88$ ton
$V_3 = (54176.33)^{1/2} = 232.76$ ton
$V_2 = (57988.68)^{1/2} = 240.81$ ton
$V_1 = (60281.41)^{1/2} = 245.52$ ton

**VALORES FINALES DEL ANALISIS DINAMICO EN LA DIRECCION X.**

Nivel o Entrepiso	Desplaz. Relativo $\delta$ (cm)	Desplaz. Total $\Delta$ (cm)	F. Cortante V (ton)	F. Inercia P (ton)
15	0.0943	2.2447	34.14	34.14
14	0.1098	2.1703	62.39	28.25
13	0.1260	2.0762	87.10	24.71
12	0.1394	1.9637	109.36	22.26
11	0.1516	1.8356	129.44	20.08
10	0.1574	1.6934	147.99	18.55
9	0.1676	1.5433	164.83	16.84
8	0.1748	1.3814	180.20	15.37
7	0.1821	1.2108	194.07	13.87
6	0.1850	1.0322	206.31	12.24
5	0.1862	0.8491	216.92	10.61
4	0.1843	0.6643	225.88	8.96
3	0.1701	0.4809	232.76	6.88
2	0.1479	0.3112	240.81	8.05
1	0.1674	0.1634	245.52	4.71

Los desplazamientos corresponden a las fuerzas sismicas reducidas, los desplazamientos de diseño se obtienen multiplicando estos valores por Q para compararlos con los permisibles.

3.3

**ANALISIS EN LA DIRECCION Y.**

W (ton)

394

Nivel

	411		15
	411		14
	411		13
	411		12
	416		11
	416		10
	416		9
	416		8
	416		7
	416		6
	416		5
	416		4
	416		3
	638		2
	645		1

RIGIDECES ACUMULADAS Y MASAS CONCENTRADAS

Nivel-Entrepiso	Rigidez ( ton/m )	Masa (ton seg <sup>2</sup> /cm
15	337.46	0.4016
14	536.64	0.4189
13	687.12	0.4189
12	813.94	0.4189
11	923.88	0.4189
10	1037.78	0.4240
9	1135.84	0.4240
8	1223.98	0.4240
7	1314.12	0.4240
6	1428.50	0.4240
5	1562.72	0.4240
4	1752.44	0.4240
3	1971.76	0.4240
2	2826.78	0.6503
1	2939.60	0.6575

Q=3

m = W/g

3.3.1 Cálculo de las frecuencias  $\omega$  y formas modales  $Z_n$  (m. de Holzer).

		niv	1	2	3	4	5	
		m	0.6575	0.6503	0.4240	0.4240	0.4240	
Modo	$\omega^2$	k	2939.60	2826.78	1971.76	1752.44	1562.72	
1	37.635	z	1	2.0312	3.4842	5.0875	6.8334	
		A	1	1.0312	1.4531	1.6032	1.7659	
		V	2939.60	2914.85	2865.14	2809.54	2728.36	
		F	24.745	47.710	55.599	61.181	109.041	
2	248.26	z	1	1.9822	3.2279	4.4357	5.4914	
		A	1	0.9822	1.2458	1.2078	1.0556	
		V	2939.60	2776.36	2456.36	2116.581	1649.66	
		F	163.231	320.007	339.779	466.914	578.033	
3	622.30	z	1	1.8952	2.7895	3.3758	3.4633	
		A	1	0.8952	0.8944	0.5863	0.0875	
		V	2939.60	2530.43	1763.49	1027.46	136.727	
		F	409.162	766.939	736.035	890.735	913.820	
4	1127.10	z	1	1.7778	2.2319	2.1343	1.3721	
		A	1	0.7778	0.4542	-0.0976	-0.7622	
		V	2939.60	2198.53	895.523	-171.092	-1191.0	
		F	741.068	1303.00	1066.61	1019.95	655.727	
5	1749.65	z	1	1.6329	1.5981	0.8823	-0.3392	
		A	1	0.6329	-0.0349	-0.7157	-1.2215	
		V	2939.60	1789.20	-68.759	-1254.29	-1908.8	
		F	1150.39	1857.96	1185.53	654.561	-251.607	
De la misma manera para los demás modos :								
6	2473.95	z	1	1.4645	0.9355	-0.2197	-1.3676	
7	3315.69	z	1	1.2687	0.2665	-1.0749	-1.6121	
8	4271.90	z	1	1.0463	-0.3615	-1.5718	-1.1073	
9	5339.96	z	1	0.7979	-0.8971	-1.6451	-0.1004	
10	6520.34	z	1	0.5233	-1.2854	-1.2927	0.9861	
11	7802.41	z	1	0.2251	-1.4651	-0.6010	1.6403	
12	9264.728	z	1	-0.1104	-1.3657	0.2766	1.4245	
13	10805.306	z	1	-0.4734	-0.8987	0.9722	0.2200	
14	12526.426	z	1	-0.8737	0.0496	0.9381	-1.2539	
15	15073.782	z	1	-1.4662	2.2873	-1.8314	1.0400	

.....continuación ( forma horizontal)

niv		6		7		8		9		10
m		0.4240		0.4240		0.4240		0.4240		0.4240



k	1428.50		1314.12		1223.98		1135.84		1037.78	
z		8.6670		10.5550		12.4444		14.3056		16.1226
A	1.8336		1.8880		1.8994		1.8612		1.8171	
V	2619.321		2481.020		2312.592		2114.014		1885.737	
F		138.301		168.428		198.577		228.277		257.272
z		6.2415		6.5371		6.3319		5.5025		4.0366
A	0.7502		0.3155		-0.2215		-0.8294		-1.4659	
V	1071.633		414.633		-275.578		-942.090		-1521.29	
F		656.999		690.211		646.512		579.205		424.900
z		2.9193		1.7418		0.1821		-1.6885		-3.2191
A	-0.5440		-1.1775		-1.6397		1.7907		-1.5306	
V	-777.092		-1547.37		-2006.97		-2033.92		-1588.39	
F		770.285		459.595		26.949		-445.530		-849.37
z		0.0793		-1.3549		-2.3657		-2.4596		-1.4298
A	-1.2928		-1.4342		-1.0108		-0.0939		1.0298	
V	-1846.77		-1884.68		-1237.20		-106.678		1068.735	
F		37.9059		-647.475		-1130.53		-1175.41		-683.26
z		-1.4993		-1.9140		-1.1992		0.3543		1.8013
A	-1.1601		-0.6147		0.7148		1.5535		1.4470	
V	-1657.24		-544.995		874.92		1764.54		1501.69	
F		1112.253		-1419.91		-889.628		262.851		1336.33
		De la	misma	manera	para	los	demás	modos :		
z		-1.6192		-0.6001		1.0082		1.8103		0.8584
z		-0.6133		1.1286		1.7025		0.2137		-1.7052
z		0.8049		1.7741		0.1893		-1.8202		-0.8427
z		1.7486		0.7458		-1.7104		-0.9478		1.9547
z		1.5705		-1.0982		-1.4829		1.7120		0.6481
z		0.2935		-1.9094		0.8862		1.3175		-2.4104
z		-1.2285		-0.4480		1.8247		-2.0233		1.4072
z		-1.3085		1.5918		-1.2526		0.7346		-0.3335
z		1.0101		-0.6114		0.3007		-0.1224		0.0411
z		-0.4719		0.1798		-0.0594		0.0170		-0.0042

.....continuación ( forma horizontal)

niv		11		12		13		14		15
m		0.4189		0.4189		0.4189		0.4189		0.4016
k	923.88		813.94		687.12		536.64		337.46	Residuo
z		17.8853		19.5396		21.0509		22.3676		23.4164
Δ	1.7626		1.6543		1.5113		1.3167		1.0489	0.02
V	1628.464		1346.49		1038.450		706.577		353.945	
F		281.9668		308.047		331.873		352.631		353.920
z		1.9300		-0.7076		-3.7250		-6.6667		-9.7465
Δ	-2.1065		-2.6377		-3.0174		-3.1416		-2.8798	-0.08
V	-1946.19		-2146.91		-2073.32		-1685.93		-971.821	
F		200.716		-73.591		-387.39		-714.108		-971.737
z		-4.019		-3.6398		-1.8097		1.4127		5.4457
Δ	-0.7999		0.3792		1.8301		3.2224		4.0330	0.02
V	-739.014		308.667		1257.492		1729.246		1360.990	
F		-1047.68		-948.824		-471.753		368.255		1360.967
z		0.4666		2.3484		2.9639		1.1443		-3.3506
Δ	1.8964		1.8818		0.6155		-1.8196		-4.4946	-0.25
V	1752.005		1531.706		422.910		-976.480		-1516.75	
F		220.298		1108.795		1399.391		540.2722		-1516.49
z		1.9803		0.4003		-1.8984		-2.2488		2.0781
Δ	0.1790		-1.5801		-2.2987		-0.3505		4.3269	-0.02
V	165.364		-1286.07		-1579.44		-188.071		1460.168	
F		1451.449		293.368		-1391.37		-1648.23		1460.194
De la misma manera para los demás modos :										
z		-1.1855		-1.9960		0.0543		2.5747		-1.3242 -0.06
z		-1.2659		1.3929		1.7269		-2.3151		0.7858 0.03
z		1.9076		0.8354		-2.6104		1.6822		-0.4121 0.20
z		0.4247		-2.4791		2.1519		-0.8884		0.1656 0.48
z		-2.4863		2.2993		-1.1718		0.3479		-0.0511 -0.89
z		2.0333		-1.0875		0.3887		-0.0886		0.0103 1.10
z		-0.7097		0.2642		-0.0711		0.0128		-0.0009 -1.45
z		0.1204		-0.0340		0.0073		-0.0011		0.0003 -0.90
z		-0.0114		0.0026		-0.0004		0.0001		0.0000 -0.05
z		0.0009		-0.0001		0.0000		0.0000		-0.0000 3.40

Frecuencias  $\omega^2$  y vectores característicos  $Z_n$  de cada modo dirección Y (resumen).

$\omega_1^2 = 37.63 \text{ rad/seg}$	$\omega_2^2 = 248.26 \text{ rad/seg}$	$\omega_3^2 = 622.30 \text{ rad/seg}$
$Z_1 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 2.0312 \\ 3.4842 \\ 5.0875 \\ 6.8334 \\ 8.6670 \\ 10.5550 \\ 12.4444 \\ 14.3056 \\ 16.1226 \\ 17.8853 \\ 19.5396 \\ 21.0509 \\ 22.3676 \\ 23.4164 \end{array}$	$Z_2 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 1.9822 \\ 3.2279 \\ 4.4357 \\ 5.4914 \\ 6.2415 \\ 6.5571 \\ 6.3319 \\ 5.5025 \\ 4.0366 \\ 1.9300 \\ -0.7076 \\ -3.7250 \\ -6.8667 \\ -9.7465 \end{array}$	$Z_3 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 1.8952 \\ 2.7895 \\ 3.3758 \\ 3.4633 \\ 2.9193 \\ 1.7418 \\ 0.1021 \\ -1.6885 \\ -3.2191 \\ -4.0190 \\ -3.6398 \\ -1.8097 \\ 1.4127 \\ 5.4457 \end{array}$

$\omega_4^2 = 1127.10 \text{ rad/seg}$	$\omega_5^2 = 1749.65 \text{ rad/seg}$	$\omega_6^2 = 2473.95 \text{ rad/seg}$
$Z_4 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 1.7778 \\ 2.2319 \\ 2.1343 \\ 1.3721 \\ 0.0793 \\ -1.3549 \\ -2.3657 \\ -2.4596 \\ -1.4298 \\ 0.4666 \\ 2.3484 \\ 2.9639 \\ 1.1443 \\ -3.3505 \end{array}$	$Z_5 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 1.6329 \\ 1.5981 \\ 0.8823 \\ -0.3392 \\ -1.4993 \\ -1.9140 \\ -1.1992 \\ 0.3543 \\ 1.8013 \\ 1.9803 \\ 0.4003 \\ -1.8984 \\ -2.2488 \\ 2.0781 \end{array}$	$Z_6 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 1.4645 \\ 0.9355 \\ -0.2197 \\ -1.3676 \\ -1.6192 \\ -0.6001 \\ 1.0082 \\ 1.8103 \\ 0.8584 \\ -1.1855 \\ -1.9960 \\ 0.0543 \\ 2.5747 \\ -1.3242 \end{array}$

$\omega_7^2 = 3315.69 \text{ rad/seg}$	$\omega_8^2 = 4271.90 \text{ rad/seg}$	$\omega_9^2 = 5339.96 \text{ rad/seg}$
$Z_7 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 1.2687 \\ 0.2665 \\ -1.0749 \\ -1.6121 \\ -0.6133 \\ 1.1286 \\ 1.7025 \\ 0.2137 \\ -1.7052 \\ -1.2659 \\ 1.3929 \\ 1.7269 \\ -2.3151 \\ 0.7858 \end{array}$	$Z_8 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 1.0463 \\ -0.3615 \\ -1.5718 \\ -1.1073 \\ 0.8049 \\ 1.7741 \\ 0.1893 \\ -1.8203 \\ -0.8427 \\ 1.9076 \\ 0.8354 \\ -2.6104 \\ 1.6822 \\ -0.4121 \end{array}$	$Z_9 = \begin{array}{ l} 1.0000 \\ 0.7979 \\ -0.8971 \\ -1.6451 \\ -0.1004 \\ 1.7486 \\ 0.7458 \\ -1.7104 \\ -0.9478 \\ 1.9547 \\ 0.4247 \\ -2.4791 \\ 2.1519 \\ -0.8884 \\ 0.1656 \end{array}$

$$\omega_{10}^2 = 6520.34 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_{11}^2 = 7802.41 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_{12}^2 = 9244.728 \text{ rad/seg}$$

$$Z_{10} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.5233 \\ -1.2854 \\ -1.2927 \\ 0.9861 \\ 1.5705 \\ -1.0982 \\ -1.4829 \\ 1.7120 \\ 0.6481 \\ -2.4863 \\ 2.2993 \\ -1.1718 \\ 0.3479 \\ -0.0511 \end{bmatrix}$$

;

$$Z_{11} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.2215 \\ -1.4651 \\ -0.6010 \\ 1.6403 \\ 0.2935 \\ -1.9094 \\ 0.8862 \\ 1.3175 \\ -2.4104 \\ 2.0333 \\ -1.0875 \\ 0.3887 \\ -0.0886 \\ 0.0103 \end{bmatrix}$$

;

$$Z_{12} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.1104 \\ -1.3657 \\ 0.2766 \\ -1.4245 \\ -1.2285 \\ -0.4480 \\ 1.8247 \\ -2.0233 \\ 1.4072 \\ -0.7097 \\ 0.2642 \\ -0.0711 \\ 0.0128 \\ -0.0009 \end{bmatrix}$$

$$\omega_{13}^2 = 10805.3065 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_{14}^2 = 12526.426 \text{ rad/seg}$$

$$\omega_{15}^2 = 15073.782 \text{ rad/seg}$$

$$Z_{13} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.4734 \\ -0.8987 \\ 0.9722 \\ 0.2200 \\ -1.3085 \\ 1.5918 \\ -1.2526 \\ 0.7346 \\ -0.3335 \\ 0.1204 \\ -0.0340 \\ 0.0073 \\ -0.0011 \\ 0.0003 \end{bmatrix}$$

;

$$Z_{14} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -0.8737 \\ 0.0496 \\ 0.9381 \\ -1.2539 \\ 1.0101 \\ -0.6114 \\ 0.3007 \\ -0.1224 \\ 0.0411 \\ -0.0114 \\ 0.0025 \\ -0.0004 \\ 0.0001 \\ -0.0000 \end{bmatrix}$$

;

$$Z_{15} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ -1.4662 \\ 2.2873 \\ 1.8314 \\ 1.0400 \\ -0.4719 \\ 0.1798 \\ -0.0594 \\ 0.0170 \\ -0.0042 \\ 0.0009 \\ -0.0001 \\ 0.0000 \\ -0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$$

### 3.3.2 Cálculo de los periodos T de cada modo.

$$T = (2\pi) / \omega$$

$$T_1 = 1.0242 \text{ seg}$$

$$T_2 = 0.3988 \text{ seg}$$

$$T_3 = 0.2519 \text{ seg}$$

$$T_4 = 0.1872 \text{ seg}$$

$$T_5 = 0.1502 \text{ seg}$$

$$T_6 = 0.1263 \text{ seg}$$

$$T_7 = 0.1091 \text{ seg}$$

$$T_8 = 0.0961 \text{ seg}$$

$$T_9 = 0.0860 \text{ seg}$$

$$T_{10} = 0.0778 \text{ seg}$$

$$T_{11} = 0.0711 \text{ seg}$$

$$T_{12} = 0.0653 \text{ seg}$$

$$T_{13} = 0.0604 \text{ seg}$$

$$T_{14} = 0.0561 \text{ seg}$$

$$T_{15} = 0.0512 \text{ seg}$$

De acuerdo al RCDF-87 en análisis modal deberá incluir los efectos de todos los modos de vibración con período mayor o igual a 0.4 seg, pero en ningún caso podrán considerarse menos que los 3 primeros modos. Según esto, para este ejemplo se pueden tomar en cuenta sólo los tres primeros modos, ya que todos los demás tienen períodos menores a 0.4 seg. Sin embargo, para fines didácticos, se considerarán todos los modos de vibración.

### 3.3.3 Determinación de los valores del espectro.

De la tabla 3.1 y 3.2

$$c = 0.16 \quad (\text{coeficiente sísmico})$$

$$T_a = 0.2$$

$$T_b = 0.6$$

$$r = 1/2$$

3.3.3.1 Cálculo de la aceleración espectral  $S_A$  y reducción por ductilidad  $Q'$  en cada uno de los modos.

modo 1

$$T = 1.0242 \text{ seg}$$

$$\text{como } T > T_b \Rightarrow a = (T_b / T)^r c$$

$$a = (0.6/1.0242)^{1/2} (0.16) = 0.1224$$

$$S_A = ag = 0.1224 \times 981 = 120.14 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad.

$$\text{Como } T > T_a \Rightarrow Q' = 0.8Q ; Q' = 0.8 \times 3 = 2.4$$

$$S_A/Q' = 120.14 / 2.4 = 50.06 \text{ cm/seg}^2$$

modo 2

$$T = 0.3988 \text{ seg}$$

$$\text{como } T_a < T < T_b \Rightarrow a = c = 0.16$$

$$S_A = 0.16 \times 981 = 156.96 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$T < T_a = Q' = 0.8Q ; Q' = 0.8 \times 3 = 2.4$$

$$S_A/Q' = 156.96/2.4 = 65.40 \text{ cm/seg}^2$$

modo 3

$$T = 0.2519 \text{ seg}$$

$$T_a < T < T_b = a = c = 0.16$$

$$S_A = 156.96 \text{ cm/seg}^2$$

Reducción por ductilidad:

$$T > T_a = Q' = 0.8Q = 2.4$$

$$S_A/Q' = 156.96/2.4 = 65.40 \text{ cm/seg}^2$$

modos 4 al 15

$$T < T_a = a = (1 + 3T/T_a)(c/4)$$

Reducción por ductilidad:

$$Q' = 0.8[1 + (T/T_a)(Q-1)]$$

modo 4

$$T = 0.1872 \text{ seg}$$

$$a = 0.1523$$

$$S_A = 149.40 \text{ cm/seg}^2$$

$$Q' = 2.29$$

$$S_A/Q' = 65.24 \text{ cm/seg}^2$$

modo 10

$$T = 0.0778 \text{ seg}$$

$$a = 0.0867$$

$$S_A = 85.05$$

$$Q' = 1.42$$

$$S_A/Q' = 59.90 \text{ cm/seg}^2$$

modo 5

$$T = 0.1502 \text{ seg}$$

$$a = 0.1301$$

$$S_A = 127.62 \text{ cm/seg}^2$$

$$Q' = 2.0$$

$$S_A/Q' = 63.81 \text{ cm/seg}^2$$

modo 11

$$T = 0.0711 \text{ seg}$$

$$a = 0.0827$$

$$S_A = 81.12 \text{ cm/seg}^2$$

$$Q' = 1.36$$

$$S_A/Q' = 59.65 \text{ cm/seg}^2$$

modo 6

$$\begin{aligned}T &= 0.1263 \text{ seg} \\a &= 0.1158 \\S_{\lambda} &= 113.60 \text{ cm/seg}^2 \\Q' &= 1.81 \\S_{\lambda}/Q' &= 62.76 \text{ cm/seg}^2\end{aligned}$$

modo 7

$$\begin{aligned}T &= 0.1091 \text{ seg} \\a &= 0.1055 \\S_{\lambda} &= 103.50 \text{ cm/seg}^2 \\Q' &= 1.67 \\S_{\lambda}/Q' &= 61.97 \text{ cm/seg}^2\end{aligned}$$

modo 8

$$\begin{aligned}T &= 0.0961 \text{ seg} \\a &= 0.0977 \\S_{\lambda} &= 95.84 \text{ cm/seg}^2 \\Q' &= 1.56 \\S_{\lambda}/Q' &= 61.43 \text{ cm/seg}^2\end{aligned}$$

modo 9

$$\begin{aligned}T &= 0.0860 \\a &= 0.0916 \\S_{\lambda} &= 89.86 \text{ cm/seg}^2 \\Q' &= 1.48 \\S_{\lambda}/Q' &= 60.72 \text{ cm/seg}^2\end{aligned}$$

modo 12

$$\begin{aligned}T &= 0.0653 \text{ seg} \\a &= 0.0792 \\S_{\lambda} &= 77.70 \text{ cm/seg}^2 \\Q' &= 1.32 \\S_{\lambda}/Q' &= 58.86 \text{ cm/seg}^2\end{aligned}$$

modo 13

$$\begin{aligned}T &= 0.0604 \text{ seg} \\a &= 0.0762 \\S_{\lambda} &= 74.75 \text{ cm/seg}^2 \\Q' &= 1.28 \\S_{\lambda}/Q' &= 58.40 \text{ cm/seg}^2\end{aligned}$$

modo 14

$$\begin{aligned}T &= 0.0561 \text{ seg} \\a &= 0.0737 \\S_{\lambda} &= 72.29 \text{ cm/seg}^2 \\Q' &= 1.24 \\S_{\lambda}/Q' &= 58.30 \text{ cm/seg}^2\end{aligned}$$

modo 15

$$\begin{aligned}T &= 0.0512 \text{ seg} \\a &= 0.0707 \\S_{\lambda} &= 69.35 \text{ cm/seg}^2 \\Q' &= 1.20 \\S_{\lambda}/Q' &= 57.80 \text{ cm/seg}^2\end{aligned}$$

### 3.3.4 Cálculo de los coeficientes de participación de cada modo.

$$C_m = \frac{\sum m_i z_{in}}{\sum m_i z_{in}^2}$$

$C_1 = (78.10/1290.35)$	$=$	$0.0605$
$C_2 = (11.8412/165.7362)$	$=$	$0.0714$
$C_3 = (4.7237/53.1504)$	$=$	$0.0889$
$C_4 = (2.6083/25.2780)$	$=$	$0.1032$
$C_5 = (1.6801/15.4705)$	$=$	$0.1086$
$C_6 = (1.1883/12.374)$	$=$	$0.0960$
$C_7 = (0.8866/11.7333)$	$=$	$0.0756$
$C_8 = (0.6881/12.2474)$	$=$	$0.0562$
$C_9 = (0.5505/12.2696)$	$=$	$0.0449$
$C_{10} = (0.4510/11.9984)$	$=$	$0.0376$
$C_{11} = (0.3743/10.3022)$	$=$	$0.0363$
$C_{12} = (0.3181/7.3036)$	$=$	$0.0436$
$C_{13} = (0.2721/4.3151)$	$=$	$0.0631$
$C_{14} = (0.2347/2.8313)$	$=$	$0.0829$
$C_{15} = (0.1950/6.2642)$	$=$	$0.0311$

### 3.3.5 Cálculo de los desplazamientos máximos $U_{ij}$ en cada modo.

modo 1

$$U_1 = \frac{50.06 \times 0.0605}{37.63} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 2.0312 \\ 3.4842 \\ 5.0875 \\ 6.8334 \\ 8.6670 \\ 10.5550 \\ 12.4444 \\ 14.3056 \\ 16.1226 \\ 17.8953 \\ 19.5396 \\ 21.0509 \\ 22.3676 \\ 23.4164 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0805 \\ 0.1635 \\ 0.2804 \\ 0.4095 \\ 0.5500 \\ 0.6976 \\ 0.8495 \\ 1.0016 \\ 1.1514 \\ 1.2976 \\ 1.4395 \\ 1.5726 \\ 1.6943 \\ 1.8002 \\ 1.8847 \end{bmatrix} \text{ [cm]}$$

modo 2

$$U_2 = \frac{65.40 \times 0.0714}{248.26} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.9822 \\ 3.2279 \\ 4.4357 \\ 5.4914 \\ 6.2415 \\ 6.5571 \\ 6.3319 \\ 5.5025 \\ 4.0366 \\ 1.9300 \\ -0.7076 \\ -3.7250 \\ -6.8667 \\ -9.7465 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0188 \\ 0.0373 \\ 0.0607 \\ 0.0834 \\ 0.1033 \\ 0.1174 \\ 0.1233 \\ 0.1191 \\ 0.1035 \\ 0.0759 \\ 0.0363 \\ -0.0133 \\ -0.0701 \\ -0.1292 \\ -0.1833 \end{bmatrix} \text{ [cm]}$$

modo 3

$$U_3 = \frac{65.40 \times 0.0889}{622.30} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.8952 \\ 2.7895 \\ 3.3758 \\ 3.4633 \\ 2.9193 \\ 1.7418 \\ 0.1021 \\ -1.6885 \\ -3.2191 \\ -4.0190 \\ -3.6398 \\ -1.8097 \\ 1.4127 \\ 5.4457 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0093 \\ 0.0177 \\ 0.0261 \\ 0.0315 \\ 0.0324 \\ 0.0273 \\ 0.0163 \\ 0.0010 \\ -0.0158 \\ -0.0301 \\ -0.0375 \\ -0.0340 \\ -0.0169 \\ 0.0132 \\ 0.0509 \end{bmatrix} \text{ [cm]}$$

modo 4

$$U_4 = \frac{65.24 \times 0.1032}{1127.10} = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 1.7778 \\ 2.2319 \\ 2.1343 \\ 1.3721 \\ 0.0793 \\ -1.3549 \\ -2.3657 \\ -2.4596 \\ -1.4298 \\ 0.4666 \\ 2.3484 \\ 2.9639 \\ 1.1443 \\ -3.3503 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0060 \\ 0.0106 \\ 0.0133 \\ 0.0127 \\ 0.0082 \\ 0.0005 \\ -0.0081 \\ -0.0141 \\ -0.0147 \\ 0.0085 \\ 0.0028 \\ 0.0140 \\ 0.0177 \\ 0.0068 \\ -0.0200 \end{bmatrix} \text{ [cm]}$$

De la misma manera de obtuvieron los desplazamientos para los modos del 5 al 15.

$U_5 =$	0.0040 0.0065 0.0063 0.0035 -0.0013 -0.0059 -0.0076 -0.0047 0.0014 0.0071 0.0078 0.0016 -0.0075 -0.0089 0.0082	;	$U_6 =$	0.0024 0.0036 0.0023 -0.0005 -0.0033 -0.0039 -0.0015 0.0025 0.0044 0.0021 -0.0029 -0.0049 0.0001 0.0063 -0.0032	;	$U_7 =$	0.0014 0.0018 0.0004 -0.0015 -0.0023 -0.0009 0.0016 0.0024 0.0003 -0.0024 -0.0018 0.0020 0.0024 -0.0033 0.0011	;	$U_8 =$	0.000 0.0008 -0.0003 -0.0013 -0.0009 0.0007 0.0014 0.0002 -0.0015 -0.0007 0.0015 0.0007 -0.0021 0.0014 -0.0003
---------	--	---	---------	---	---	---------	--	---	---------	--

$U_9 =$	0.0005 0.0004 -0.0005 -0.0008 -0.0001 0.0009 0.0004 -0.0009 -0.0005 0.0010 0.0002 -0.0013 0.0011 -0.0005 0.0001	;	$U_{10} =$	0.0003 0.0002 -0.0004 -0.0004 0.0003 0.0005 -0.0004 -0.0005 0.0006 0.0002 -0.0009 0.0008 -0.0004 0.0001 -0.0000	;	$U_{11} =$	0.0003 0.0001 -0.0004 -0.0002 0.0005 0.0001 -0.0005 0.0002 0.0004 -0.0007 0.0006 -0.0003 0.0001 -0.0000 0.0000	;	$U_{12} =$	0.0003 -0.0000 -0.0004 0.0001 0.0004 -0.0003 -0.0001 0.0005 -0.0006 0.0004 -0.0002 0.0001 -0.0000 0.0000 0.0000
---------	---	---	------------	---	---	------------	--	---	------------	---

$U_{13} =$	0.0003 -0.0002 -0.0003 0.0003 0.0001 -0.0004 0.0005 -0.0004 0.0003 -0.0001 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000	;	$U_{14} =$	0.0004 -0.0003 0.0000 0.0004 -0.0005 0.0004 -0.0002 0.0001 -0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000	;	$U_{15} =$	0.0001 -0.0002 0.0003 -0.0002 0.0001 -0.0001 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
------------	---	---	------------	--	---	------------	---

3.3.6 Fuerza cortante  $V_{ij}$  de entrepiso.

modo	Nivel Entr.	Despl. Máximo $U_{ij}$ (cm)	Desplaz. Relat. $\delta_{ij}$ (cm)	Rigidéz $K$ (ton/cm)	Cortante $V_{ij} = \delta K$ (ton)
1	15	1.8847	0.0845	337.46	28.52
	14	1.8002	0.1059	536.64	56.83
	13	1.6943	0.1217	687.12	83.62
	12	1.5726	0.1331	813.94	108.34
	11	1.4395	0.1419	923.88	131.10
	10	1.2976	0.1462	1037.78	151.72
	9	1.1514	0.1498	1135.84	170.15
	8	1.0016	0.1521	1223.98	186.17
	7	0.8495	0.1519	1314.12	199.62
	6	0.6976	0.1476	1428.50	210.85
	5	0.5500	0.1405	1562.72	219.56
	4	0.4095	0.1291	1752.44	226.24
	3	0.2804	0.1169	1971.76	230.50
	2	0.1635	0.0830	2826.78	234.62
	1	0.0805	0.0805	2939.60	236.64
2	15	-0.1833	-0.0541	337.46	-18.26
	14	-0.1292	-0.0591	536.64	-31.72
	13	-0.0701	-0.0568	687.12	-39.03
	12	-0.0133	-0.0496	813.94	-40.37
	11	0.0363	-0.0396	923.88	-36.59
	10	0.0759	-0.0276	1037.78	-28.64
	9	0.1035	-0.0156	1135.84	-17.72
	8	0.1191	-0.0042	1223.98	-5.14
	7	0.1233	0.0059	1314.12	7.45
	6	0.1174	0.0141	1428.50	20.15
	5	0.1033	0.0199	1562.72	31.10
	4	0.0834	0.0227	1752.44	39.78
	3	0.0607	0.0234	1971.76	46.14
	2	0.0373	0.0185	2826.78	52.30
	1	0.0188	0.0188	2939.60	55.26
3	15	0.0509	0.0377	337.46	12.72
	14	0.0132	0.0301	536.64	16.15
	13	-0.0169	0.0171	687.12	11.75
	12	-0.0340	0.0035	813.94	2.84
	11	-0.0375	-0.0074	923.88	-6.83
	10	-0.0301	-0.0143	1037.78	-14.84
	9	-0.0158	-0.0168	1135.84	-19.08
	8	0.0010	-0.0153	1223.98	-18.73
	7	0.0163	-0.0110	1314.12	-14.45
	6	0.0273	-0.0051	1428.50	-7.28
	5	0.0324	0.0009	1562.72	1.40
	4	0.0315	0.0054	1752.44	9.46
	3	0.0261	0.0084	1971.76	16.56
	2	0.0177	0.0084	2826.78	23.74
	1	0.0093	0.0093	2939.60	27.34

modo	Nivel Entr.	Despl. Máximo $U_{ij}$ (cm)	Desplaz. Relat. $\delta_{ij}$ (cm)	Rigidez K (ton/cm)	Cortante V $V_{ij} = \delta K$ (ton)
4	15	-0.0200	-0.0268	337.46	-9.04
	14	0.0068	0.0109	536.64	-5.85
	13	0.0177	0.0037	687.12	2.54
	12	0.0140	0.0112	813.94	9.11
	11	0.0028	0.0113	923.88	10.44
	10	-0.0085	0.0062	1037.78	6.43
	9	-0.0147	-0.0006	1135.84	-0.68
	8	-0.0141	-0.0066	1223.98	-8.08
	7	-0.0081	-0.0086	1314.12	-11.30
	6	0.0005	-0.0077	1428.50	-11.00
	5	0.0082	-0.0045	1562.72	-7.03
	4	0.0127	-0.0006	1752.44	-1.05
	3	0.0133	0.0027	1971.76	5.32
	2	0.0106	0.0046	2826.78	13.00
	1	0.0060	0.0060	2939.60	17.64
5	15	0.0082	0.0171	337.46	5.77
	14	-0.0089	-0.0014	536.64	-0.75
	13	-0.0075	-0.0091	687.12	-6.25
	12	0.0016	-0.0062	813.94	-5.04
	11	0.0078	0.0007	923.88	0.65
	10	0.0071	0.0057	1037.78	5.91
	9	0.0014	0.0061	1135.84	6.92
	8	-0.0047	0.0029	1223.98	3.55
	7	-0.0076	-0.0017	1314.12	-2.23
	6	-0.0059	-0.0046	1428.50	-6.57
	5	-0.0013	-0.0048	1562.72	-7.50
	4	0.0035	-0.0028	1752.44	-4.91
	3	0.0063	-0.0002	1971.76	-0.40
	2	0.0065	0.0025	2826.78	7.07
	1	0.0040	0.0040	2939.60	11.76
6	15	-0.0032	-0.0095	337.46	3.21
	14	0.0063	0.0062	536.64	3.33
	13	0.0001	0.0050	687.12	3.43
	12	-0.0049	-0.0020	813.94	-1.63
	11	-0.0029	-0.0050	923.88	-4.62
	10	0.0021	-0.0023	1037.78	-2.39
	9	0.0044	0.0019	1135.84	2.16
	8	0.0025	0.0040	1223.98	4.90
	7	-0.0015	0.0024	1314.12	3.15
	6	-0.0039	-0.0006	1428.50	-0.86
	5	-0.0033	-0.0028	1562.72	-4.38
	4	-0.0005	-0.0028	1752.44	-4.90
	3	0.0023	-0.0013	1971.76	-2.56
	2	0.0036	0.0012	2826.78	3.40
	1	0.0024	0.0024	2939.60	7.05

De la misma forma se obtuvieron los cortantes para los entrepisos del 7 al 15.

Entrepiso	$V_6$	$V_7$	$V_8$
15		1.48	-0.57
14		-3.05	1.87
13		0.28	-1.93
12		3.10	-0.65
.		0.55	2.03
.		-2.80	0.83
.		-2.38	-1.93
.		0.98	-1.47
.		3.29	1.00
.		2.00	2.29
.		-1.25	0.63
.		-3.33	-1.75
.		-2.76	-2.17
.		1.13	0.00
1		4.11	2.35

Entrepiso	$V_9$	$V_{10}$	$V_{11}$
15	0.20	-0.03	0.00
14	-0.86	0.27	-0.05
13	1.65	-0.82	0.28
12	-1.22	1.38	-0.73
11	-0.74	-1.01	1.20
10	1.56	-0.42	-1.14
9	0.45	1.25	0.23
8	-1.59	-0.12	0.86
7	-0.66	-1.18	-0.79
6	1.43	0.28	-0.57
5	1.09	1.10	1.10
4	-0.53	0.00	0.35
3	-1.77	-1.18	-0.98
2	-0.28	-0.28	-0.56
1	1.47	0.89	0.88

Entrepiso	$V_{12}$	$V_{13}$	$V_{14}$	$V_{15}$
15	0.00	0.00	0.00	0.00
14	0.00	0.00	0.00	0.00
13	-0.07	0.00	0.00	0.00
12	0.25	0.00	0.00	0.00
11	-0.56	0.09	0.00	0.00
10	1.04	-0.42	0.00	0.00
9	-1.25	0.80	0.00	0.00
8	0.74	-1.10	-0.11	0.00
7	0.27	1.18	0.37	0.00
6	-1.00	-0.72	-0.79	0.13
5	0.46	-0.31	1.29	-0.29
4	0.88	1.05	-1.41	0.47
3	-0.79	-0.20	0.70	-0.88
2	-0.85	-1.41	0.60	0.98
1	0.89	0.90	-1.98	-0.85
			1.18	0.30

### 3.3.7 Respuestas TOTALES debidas a la COMBINACION de todos los modos mediante

$$R = (\sum R_i^2)^{1/2}$$

#### Desplazamientos Totales $\Delta_i$

$\Delta_{15} = (3.5887)^{1/2} = 1.8944$ cm
$\Delta_{14} = (3.2570)^{1/2} = 1.8047$ cm
$\Delta_{13} = (2.8762)^{1/2} = 1.6959$ cm
$\Delta_{12} = (2.4746)^{1/2} = 1.5731$ cm
$\Delta_{11} = (2.0749)^{1/2} = 1.4405$ cm
$\Delta_{10} = (1.6906)^{1/2} = 1.3002$ cm
$\Delta_9 = (1.3370)^{1/2} = 1.1563$ cm
$\Delta_8 = (1.0176)^{1/2} = 1.0088$ cm
$\Delta_7 = (0.7372)^{1/2} = 0.8586$ cm
$\Delta_6 = (0.5012)^{1/2} = 0.7080$ cm
$\Delta_5 = (0.3140)^{1/2} = 0.5603$ cm
$\Delta_4 = (0.1758)^{1/2} = 0.4193$ cm
$\Delta_3 = (0.0832)^{1/2} = 0.2885$ cm
$\Delta_2 = (0.0286)^{1/2} = 0.1691$ cm
$\Delta_1 = (0.0070)^{1/2} = 0.0836$ cm

#### Desplazamientos Relativos $\delta_i$

$\delta_{15} = (0.0126)^{1/2} = 0.1123$ cm
$\delta_{14} = (0.0153)^{1/2} = 0.1235$ cm
$\delta_{13} = (0.0185)^{1/2} = 0.1359$ cm
$\delta_{12} = (0.0203)^{1/2} = 0.1424$ cm
$\delta_{11} = (0.0220)^{1/2} = 0.1481$ cm
$\delta_{10} = (0.0224)^{1/2} = 0.1498$ cm
$\delta_9 = (0.0230)^{1/2} = 0.1517$ cm
$\delta_8 = (0.0235)^{1/2} = 0.1532$ cm
$\delta_7 = (0.0233)^{1/2} = 0.1527$ cm
$\delta_6 = (0.0221)^{1/2} = 0.1487$ cm
$\delta_5 = (0.0202)^{1/2} = 0.1421$ cm
$\delta_4 = (0.0172)^{1/2} = 0.1313$ cm
$\delta_3 = (0.0143)^{1/2} = 0.1196$ cm
$\delta_2 = (0.0073)^{1/2} = 0.0856$ cm
$\delta_1 = (0.0070)^{1/2} = 0.0836$ cm

#### Cortantes $V_i$

$V_{15} = (1436.50)^{1/2} = 37.90$ ton
$V_{14} = (4556.11)^{1/2} = 67.50$ ton
$V_{13} = (8718.26)^{1/2} = 93.37$ ton
$V_{12} = (13500.43)^{1/2} = 116.19$ ton
$V_{11} = (18711.20)^{1/2} = 136.78$ ton
$V_{10} = (24155.11)^{1/2} = 155.42$ ton
$V_9 = (29760.33)^{1/2} = 172.51$ ton
$V_8 = (35146.70)^{1/2} = 187.47$ ton
$V_7 = (40275.98)^{1/2} = 200.69$ ton
$V_6 = (45096.60)^{1/2} = 212.36$ ton
$V_5 = (49308.70)^{1/2} = 222.05$ ton
$V_4 = (52923.40)^{1/2} = 230.05$ ton
$V_3 = (55588.20)^{1/2} = 235.77$ ton
$V_2 = (58585.06)^{1/2} = 242.04$ ton
$V_1 = (60328.03)^{1/2} = 245.61$ ton

**VALORES FINALES DEL ANALISIS DINAMICO EN LA DIRECCION Y.**

Nivel o entrepiso	Desplaz. Relativo $\delta$ (cm)	Desplaz. Total $\Delta$ (cm)	F. Cortante V (ton)	F. Inercia F (ton)
15	0.1123	1.8944	37.90	37.90
14	0.1235	1.8047	67.50	29.60
13	0.1359	1.6959	93.37	25.87
12	0.1424	1.5731	116.20	22.83
11	0.1481	1.4405	136.78	20.58
10	0.1498	1.3002	155.42	18.64
9	0.1517	1.1563	172.51	17.09
8	0.1532	1.0088	187.47	14.96
7	0.1527	0.8586	200.69	13.22
6	0.1487	0.7080	212.36	11.67
5	0.1421	0.5603	222.05	9.69
4	0.1313	0.4193	230.05	8.00
3	0.1196	0.2885	235.77	5.72
2	0.0856	0.1691	242.04	6.27
1	0.0835	0.0836	245.61	3.57

Los desplazamientos corresponden a las fuerzas sismicas reducidas, los desplazamientos de diseño se obtienen multiplicando estos valores por Q para compararlos con los permisibles.

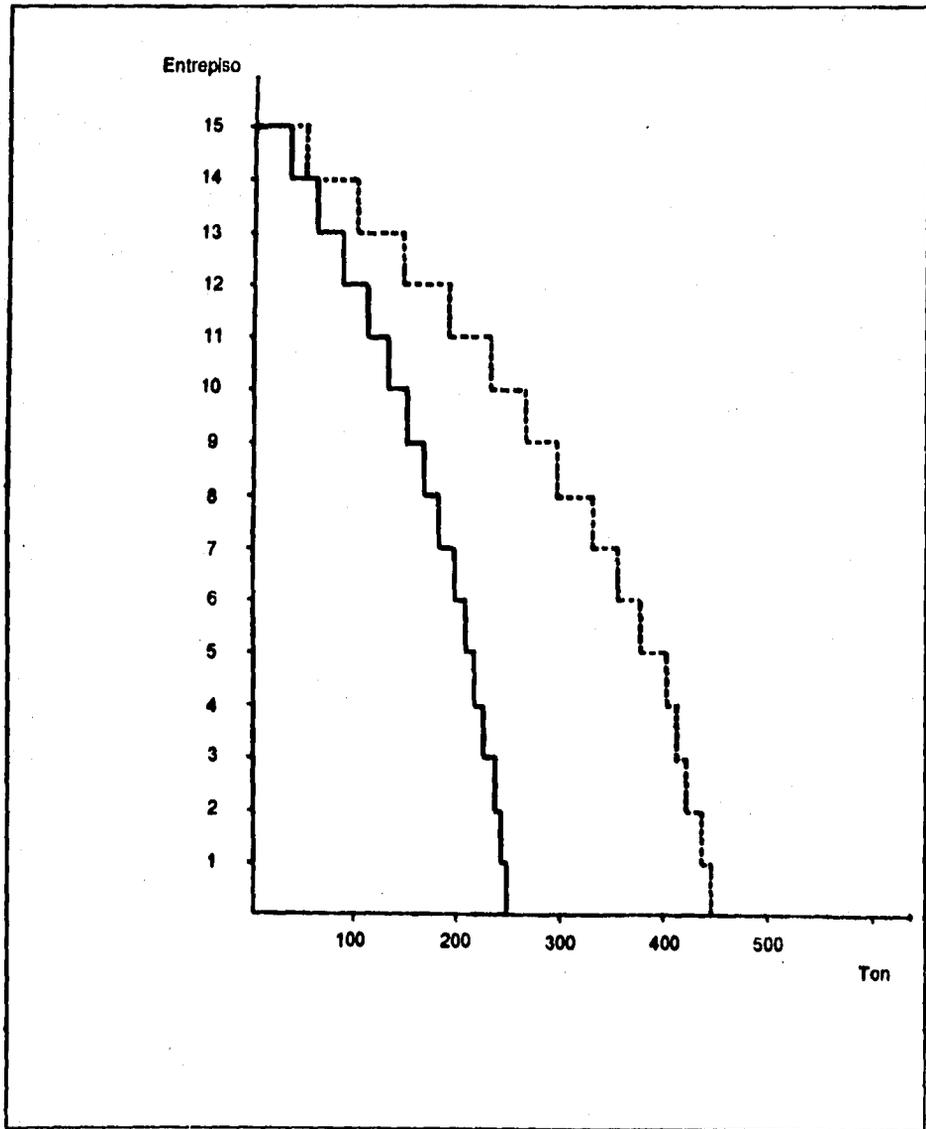
**VALORES FINALES DEL ANALISIS SISMICO DINAMICO MODAL**

**DEL EJEMPLO NO. 3**

<b>DIRECCION</b>	<b>Nivel o Entrepiso</b>	<b>Desplaz. Relat. <math>\delta</math> (cm)</b>	<b>Desplaz. Total <math>\Delta</math> (cm)</b>	<b>F. Cortante V (ton)</b>	<b>F. Inercia P (ton)</b>
<b>X</b>	15	0.0943	2.2447	34.14	34.14
	14	0.1098	2.1703	62.39	28.25
	13	0.1260	2.0762	87.10	24.71
	12	0.1394	1.9637	109.36	22.26
	11	0.1516	1.8356	129.44	20.08
	10	0.1574	1.6934	147.99	18.55
	9	0.1676	1.5433	164.83	16.84
	8	0.1748	1.3814	180.20	15.37
	7	0.1821	1.2108	194.07	13.87
	6	0.1850	1.0322	206.31	12.24
	5	0.1862	0.8491	216.92	10.61
	4	0.1843	0.6643	225.88	8.96
	3	0.1701	0.4809	232.76	6.88
	2	0.1479	0.3112	240.81	8.05
	1	0.1674	0.1634	245.52	4.70
<b>Y</b>	15	0.1123	1.8944	37.90	37.90
	14	0.1235	1.8047	67.50	29.60
	13	0.1359	1.6959	93.37	25.87
	12	0.1424	1.5731	116.20	22.83
	11	0.1481	1.4405	136.78	20.58
	10	0.1498	1.3002	155.42	18.64
	9	0.1517	1.1563	172.51	17.09
	8	0.1532	1.0088	187.47	14.96
	7	0.1527	0.8586	200.69	13.22
	6	0.1487	0.7080	212.36	11.67
	5	0.1421	0.5603	222.05	9.69
	4	0.1313	0.4193	230.05	8.00
	3	0.1196	0.2885	235.77	5.72
	2	0.0856	0.1691	242.04	6.27
	1	0.0835	0.0836	245.61	3.57

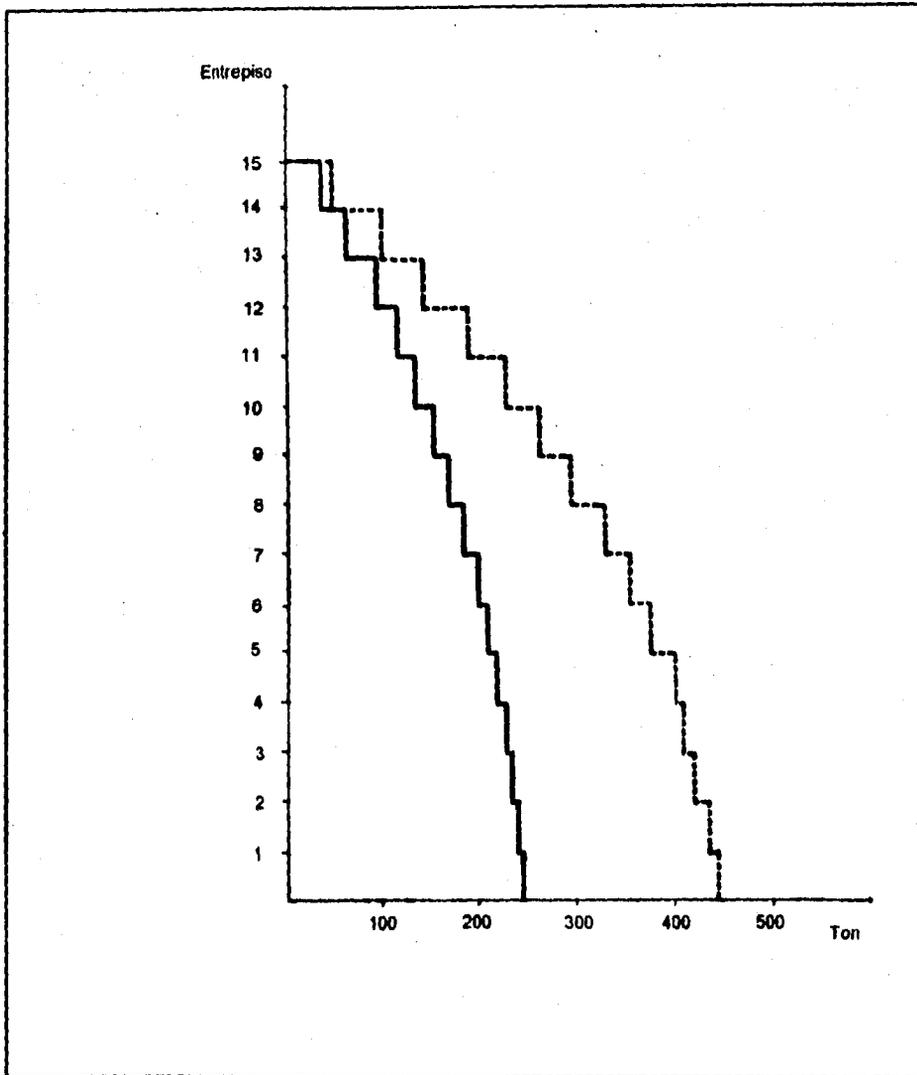
Los desplazamientos corresponden a las fuerzas sísmicas reducidas, los desplazamientos de diseño se obtienen multiplicando estos valores por Q para compararlos con los permisibles.

### BLOQUES DE CORTANTES : DINAMICO - ESTATICO



DIRECCION X.

————— Análisis Dinámico.  
- - - - - Análisis Estático.



DIRECCION Y

————— Análisis Dinámico.  
 - - - - - Análisis Estático.

## **CAPITULO V**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.**

## CAPITULO V : CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Con la exposición de los conceptos teóricos fundamentales y el desarrollo detallado de los ejemplos, se logra proporcionar al alumno un apoyo para la elaboración de los proyectos que se plantean en la materia de Diseño Estructural, pudiendo tomar este trabajo como una guía en el análisis dinámico, realizándolo de una manera sistemática e identificando cada uno de los pasos, además de inducir a una mejor comprensión del comportamiento de las estructuras ante las acciones sísmicas ,para con ello, ver cumplido el objetivo de esta tesis.

Se recomienda, sólo para comprobar la parte numérica, aplicar un programa de computadora para la obtención de las frecuencias, períodos, y formas de vibrar, y la utilización de alguna hoja de cálculo para la obtención de las participaciones, respuestas de cada modo, y respuesta total, con lo que se lograría un ahorro de tiempo.

El análisis mediante el RCDF-87 es para cumplir con los requisitos mínimos de seguridad, por lo que no limita a usar criterios más avanzados y adecuados de los mínimos reglamentarios. Las normas del reglamento son circunstanciales y pueden ser modificados con el tiempo, es decir, se ajustarán siempre a las necesidades vigentes. Sin embargo una vez comprendidos los principios en los que se basa el análisis dinámico, será más sencillo asimilar dichos cambios.

Aprovechando los ejemplos aquí desarrollados se pueden obtener algunas conclusiones que pudieran no ser generales.

Las fuerzas cortantes sísmicas con mayor influencia corresponden a los períodos mayores de 0.4 segundos o, en su caso, en los tres primeros modos de vibración. Para períodos fuera de este rango, las fuerzas cortantes empiezan a ser menos significativas. Esta puede ser una razón por la cual el RCDF-87 permite contemplar sólo los períodos mayores de 0.4 segundos y nunca menos que los tres primeros modos. Sin embargo para edificios muy esbeltos con ciertas características pueden tener en los niveles superiores una considerable

influencia los modos superiores.

La amplitud de la respuesta dinámica, ante una excitación sísmica, depende fundamentalmente, de la naturaleza del terreno, de los períodos naturales de vibración de la estructura y de su capacidad para absorber energía. Por otra parte, debido a que los movimientos generados en las estructuras producen efectos nocivos a la estabilidad de las mismas, y siendo el amortiguamiento una propiedad que permite disipar la energía sísmica absorbida, en cada ciclo, es deseable dar la máxima capacidad de disipación a todas las estructuras construidas en zonas de actividad sísmica. Infortunadamente esto se logra mediante grandes deformaciones estructurales que implican graves daños en los elementos no estructurales. Es por ello que es previsible que en un futuro se trate de incrementar en forma sustancial el amortiguamiento interno total, mediante amortiguadores de tipo viscoso colocados en posiciones apropiadas, empleando mecanismos racionales.

Los análisis, dinámico ó estático, son intentos por ganarle la carrera a los movimientos sísmicos para contrarrestar los efectos que inducen a las estructuras. La relación que guardan ambos métodos es que el análisis estático es, por lo general, más conservador que el análisis dinámico. Ambos métodos permiten evaluar las fuerzas sísmicas, sin embargo sólo el análisis dinámico muestra una configuración más real del comportamiento de las estructuras. Es importante recalcar que además de conocer y aplicar cuidadosamente los requisitos estipulados en el reglamento, se deben tener muy claros los conceptos sobre la naturaleza de las acciones sísmicas, de las características de los materiales y de los miembros y sistemas estructurales que definen la respuesta sísmica de los edificios.

## BIBLIOGRAFIA (Y REFERENCIAS).

1. Ferdinand P. Beer - E. Russell Johnston  
Mecánica Vectorial para Ingenieros (dinámica)  
5a. edición  
Mc Graw-Hill
2. R. C. Hibbeler  
Mecánica para Ingenieros  
CECSA  
México, 1989
3. Higdon Archie  
Ingeniería Mecánica Vol II (dinámica Vectorial)  
Prentice-Hall Hispanoamericana s. a.
4. Lane K. Branson  
Mecánica  
Fondo Educativo Interamericana s. a.
5. Próspero García - Carlos Lanza E.  
Ecuaciones Diferenciales y en Diferencias  
UNAM.  
México, 1984
6. Meli Piralla - Bazán Zurita  
Manual de diseño sísmico de edificios  
Limusa  
México, 1985
7. Newmark - E. Rosenblueth  
Fundamentos de Ingeniería Sísmica  
Diana  
México, 1976
8. Meli Piralla Roberto  
Diseño Estructural  
Limusa  
México, 1985

9. D. J. Dowrich  
Diseño de Estructuras Resistentes a Sismos  
Limusa  
México, 1984
10. Sarria Alberto  
Ingeniería Sísmica  
Ediciones Unilandes
11. Minoru Wakabayashi  
Diseño de Estructuras Sismorresistentes  
Mc Graw-Hill
12. Facultad de Ingeniería  
Oscar de Buen y López de Heredia  
Apuntes de Diseño Estructural  
UNAM.
13. Reglamento de Construcciones del D.F.  
Diario Oficial de la Federación  
México, 1987
14. Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo  
Departamento del Distrito Federal  
México, 1987
15. Secretaría General de Obras del Departamento del D.F.  
Manual de Exploración Geotécnica  
México, 1988
16. Facultad de Ingeniería  
Revista de Ingeniería  
Números: 3, 1985 ; 3, 1986 ; 2, 1987 ; 2, 1988 ; 1, 1989  
UNAM.