

26  
ZEJ



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DETECCION DE LA POSICION  
DE HACES GAUSSIANOS PARA  
QUERATOPOGRAFIA LASER

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
F I L O S O F I A  
P R E S E N T A  
MARIA DE JESUS OROZCO ARELLANES



MEXICO, D. F.

1995



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE**  
Jefe de la División de Estudios Profesionales  
Facultad de Ciencias  
Presente

Los abajo firmantes, comunicamos a Usted, que habiendo revisado el trabajo de Tesis que realiz(ó)ron LA pasante(s) MARIA DE JESUS OROZCO ARELLANES

con número de cuenta 8504714-3 con el Título: "DETECCION DE LA POSICION DE HACES GAUSSIANOS PARA QUERATOPOGRAFIA LASER"

Otorgamos nuestro Voto Aprobatorio y consideramos que a la brevedad deberá presentar su Examen Profesional para obtener el título de FISICA

GRADO	NOMBRE(S)	APELLIDOS COMPLETOS	FIRMA
	DR. JOSE RUFINO DIAZ URIBE		
Director de Tesis	FIS. ESTEBAN AMANO TOYOMOTO		
	FIS. ELFEGO GUILLERMO RUIZ SCHNEIDER		
M. C.	AUGUSTO CABRERA MANUEL		
Suplente	FIS. ANDRES VALENTIN PORTA CONTRERAS		
Suplente			

**A MIS PADRES**

*Por su esfuerzo de toda la vida  
por sacarme adelante.*

**A MIS HERMANOS DAVID Y TOMAS**

*Por su constante preocupación por mi,  
por sus consejos y su apoyo.*

**A MIS HERMANOS CARLOS, EDITH Y MANUEL**

*Porque siempre me han ayudado cuando es  
necesario.*

*Deseo agradecer (por orden de aparición) a todas las personas que de alguna manera han influido en mi vida para lograr este trabajo:*

*En primer lugar a mis padres y hermanos por su esfuerzo (que muchas veces ha sido mayor que el mío) y su ayuda para que las cosas no sean tan difíciles, sin los cuales seguramente este trabajo no existiría.*

*A mis profesores, en especial al Lic. Genaro López Zayago por su apoyo y confianza, al Dr. Rufino Díaz por asesorar el trabajo y por su valioso apoyo académico; al Dr. Roberto Ortega por sus incansables esfuerzos por mejorar el laboratorio; a mis sinodales Fis. Elfecho Ruiz, Fis. Esteban Amano, M. C. Augusto Cabrera y Fis. Andrés Porta por la revisión del trabajo y sus comentarios.*

*A mis compañeros del Laboratorio de Óptica: Arturo Nogueira, Martha Rosete, Neil Bruce, Armando González, Fermín Granados, Eduardo González, Manuel Campos, José Luis Sosa y Gabriel Ramos; porque de todos ellos he aprendido algo nuevo.*

*Finalmente agradezco al Centro de Instrumentos el apoyo mediante sus instalaciones y una beca, también a Fundación UNAM mediante la beca otorgada.*

## INDICE

INTRODUCCION.	1
CAPITULO 1 La Queratopografía Láser y su Aplicación.	
1.1 Queratopografía Láser.	4
1.1.1 Deflectometría Láser.	6
1.2 El Queratopógrafo y su Funcionamiento.	7
1.3 Componentes Ópticas del Queratopógrafo.	8
1.3.1 Seguridad Ocular a la Exposición del Láser.	10
1.3.2 Planos de Detección.	13
1.4 Trayectoria del Haz en el Queratopógrafo.	13
1.5 Conclusiones.	16
CAPITULO 2 Métodos de Detección.	
2.1 Sensores de Luz.	18
2.2 Método del Detector de Posición.	19
2.2.1 Características del Detector.	19
2.2.2 Calibración del Detector.	21
2.2.3 Arreglo Experimental.	23
2.2.4 Adquisición de Datos.	25
2.3 Método de la Cámara CCD.	27
2.3.1 Características de la Cámara.	27
2.3.2 Calibración de la Cámara.	28
2.3.3 Arreglo Experimental.	29
2.3.4 Adquisición de Datos.	30
2.3.5 Tratamiento de los Datos.	30
2.4 Método de la Navaja.	32
2.4.1 Fundamentos Teóricos.	33
2.4.2 Arreglo Experimental.	35
2.4.3 Calibración.	37
Medición del Radio del Haz.	37
Haces Parcialmente Bloqueados.	38
2.4.4 Adquisición de Datos.	40

2.5 Método del Alambre Opaco.	41
2.5.1 Fundamentos Teóricos.	41
2.5.3 Conclusiones	44

### CAPITULO 3 Resultados Experimentales.

3.1 Barridos Parciales.	45
3.1.1 Detector de Posición.	45
3.1.2 Cámara CCD.	47
3.1.3 Método de la Navaja y del Alambre.	50
Aberraciones.	50
3.2 Barridos Totales.	51
3.2.1 Detector de Posición.	52
3.2.2 Cámara CCD.	54
3.3 Discusión.	57
3.3 Conclusiones Generales.	59

APENDICE A	61
APENDICE B	63
APENDICE C	64

### BIBLIOGRAFIA

## INTRODUCCION

Recientemente se han desarrollado diversas técnicas para la corrección de defectos visuales debidos a las deformaciones de la superficie corneal; el éxito de la corrección depende de la precisión con que se pueda medir dicha superficie; los métodos existentes tienen limitaciones en la precisión porque se basan en el análisis de la imagen que se forma en la córnea de algún objeto predeterminado; como por ejemplo el uso de una pantalla con anillos oscuros y claros colocado enfrente del ojo, la separación y forma de los anillos reflejados dependen de la curvatura de la córnea, se puede medir el radio de cada anillo y su separación y obtener información sobre la superficie corneal, pero cuando está muy deformada, los anillos reflejados no se distinguen y se hace muy difícil la medición de su radio.

En el Laboratorio de Optica Aplicada del Centro de Instrumentos se encuentra en investigación el desarrollo de un equipo que utiliza técnicas de la deflectometría láser para mapear la córnea, a este equipo se le denomina *queratopógrafo láser*; teóricamente resuelve algunos problemas de las técnicas convencionales en el mapeo corneal.

En las técnicas de deflectometría láser, se mide la desviación de un haz láser reflejado en una superficie de prueba; por ello, un elemento esencial en tales técnicas es el método de detección de la posición del haz. Estas técnicas son usadas comunmente en las pruebas de superficies ópticas, en las cuales el tiempo de exposición de la superficie a la luz del láser no tiene limitaciones; cuando la superficie de prueba es la córnea, se tiene limitado el tiempo de exposición por razones de seguridad ocular. Otro parámetro importante es el número de datos que son necesarios para hacer un mapeo preciso, como primera etapa, en este trabajo se consideró un tiempo de exposición de 1 segundo con 1000 datos medidos, aunque se considera que para un mapeo de alta precisión de una superficie de prueba, se requieren tomar alrededor de 10 000 mediciones en un tiempo de 0.1 segundo.

El trabajo de tesis consiste en estudiar diferentes métodos de detección para determinar de manera precisa la posición del haz láser que utiliza el queratopógrafo; en el caso de las técnicas de medición para la prueba de superficies ópticas, tanto el

sistema con que se pretende medir y la superficie a medir están estáticas, en cambio el queratopógrafo tiene movimientos relativamente rápidos, y se requiere que la detección del haz se haga cuando el queratopógrafo esté en funcionamiento. Los métodos a estudiar son: el uso de un detector de efecto lateral, una cámara CCD (Charge Coupled Device) y dos métodos en los que el haz se bloquea parcialmente: con un borde recto (navaja) o con un alambre.

La tesis se divide en tres capítulos: en el primero se describe cual es la técnica de la queratopografía láser, las componentes ópticas que componen al queratopógrafo y su funcionamiento general; se describen también, las normas de seguridad que se deben seguir cuando un haz de láser incide directamente sobre la córnea; finalmente considerando las restricciones debidas al sistema del queratopógrafo y a la superficie a medir, se dan las características teóricas que tiene el barrido utilizado.

En el segundo capítulo se hace una descripción general de las características de los distintos tipos de detectores que se pueden encontrar en el mercado, posteriormente se describe más específicamente cada uno de los métodos de detección, mencionando las características particulares del detector utilizado; la calibración de dicho detector y el arreglo necesario para la detección del haz. Se detectaron tanto barridos parciales (moviendo sólo una de las componentes que generan el barrido) para confirmar el adecuado funcionamiento de cada una de esas componentes; como barridos totales (moviendo ambas componentes).

En el tercero y último capítulo se analizan los resultados obtenidos con cada método mediante la comparación de los datos con el barrido teórico descrito en el primer capítulo, el cual se genera con las ecuaciones que describen el movimiento de un haz que atraviese el queratopógrafo. Se consideran las ventajas y desventajas de cada método y se concluye dando un breve resumen de los resultados obtenidos con cada uno.

Cabe mencionar que en este trabajo se evalúa, además, la precisión del barrido que utiliza el queratopógrafo; sin embargo, la precisión de la evaluación de una superficie depende mucho de la precisión del barrido utilizado (como se explica en el capítulo uno), y por las características del método de la queratopografía láser, el método de detección del haz final es el mismo que el utilizado para evaluar el

barrido. También es importante tomar en cuenta que la medición de los datos que proporcionan la información del barrido se debe hacer simultáneamente con el movimiento del queratopógrafo.

## CAPITULO I

### LA QUERATOPOGRAFIA LASER Y SU APLICACION

En éste capítulo se describe el método de la queratopografía láser, se explicarán las causas que la generaron y las ventajas que tiene sobre otros métodos de queratopografía. También se describe el funcionamiento de un sistema experimental que se construyó para su aplicación en queratopografía, las características de sus componentes ópticas, y finalmente se presenta la trayectoria (que llamaremos teórica) que describiría un haz que atravesara el sistema, el cual nos servirá de referencia para comprobar el funcionamiento del sistema.

#### 1.1 QUERATOPOGRAFIA LASER

Una córnea normal tiene su superficie transparente y, en general, su curvatura varía suavemente; cuando tiene algún defecto, las imágenes no se forman adecuadamente, lo que provoca una disminución en la visión; los defectos debidos a variaciones en la curvatura de la córnea se pueden corregir con cirugía; para realizarla, el cirujano requiere de conocer con precisión la superficie corneal. Al estudio de la forma de la córnea se le llama *keratopografía*; en particular, cuando se utiliza un haz láser para mapear la superficie de la córnea se le llama *keratopografía láser*.

Actualmente existe sólo un método probado a nivel clínico, éste se basa en el Disco de Plácido, en el cual se coloca una pantalla (en la que están dibujados varios anillos blancos y negros alternadamente) enfrente del ojo del paciente, en la imagen que se forma de estos anillos, debido a la superficie de la córnea, se puede medir el radio y la separación entre ellos, con lo cual se puede conocer la curvatura de la córnea, pero si la córnea está muy deformada, la imagen de los anillos también se deforma y no se pueden hacer mediciones, por lo que éste método sólo funciona con

deformaciones leves; en la figura 1 se muestra una fotografía de una córnea "normal" y otra muy deformada.



Figura 1. Disco de Plácido en una córnea: a) normal, b) deformada

La información obtenida mediante éstos métodos es suficiente para la corrección del defecto si éste no es muy grande; si la deformación es pronunciada, éste método puede no proporcionar la información correcta o inclusive, no proporcionar información cuantitativa. Existen todavía en investigación otros métodos: que hacen uso de la interferometría, la holografía o de la deflectometría láser [6].

La queratopografía láser se basa en el método de la deflectometría láser, desarrollado originalmente para pruebas ópticas: superficies y componentes ópticas; éste método mide el ángulo de deflexión de un haz de láser que incide sobre una superficie, la medición de dicho ángulo permite conocer la superficie. Este método surgió como una alternativa en los casos en los que la deformación de la córnea es muy pronunciada y los métodos convencionales no tienen suficiente precisión.

Con la deflectometría láser aplicada a la prueba de superficies, en el caso de esferas, se ha obtenido una precisión de hasta  $3\mu\text{m}$ ; pero al medir estas superficies, el barrido se hace dejando fijo el haz y moviendo la superficie de prueba, además el tiempo de exposición es ilimitado. En el caso de la queratopografía es el haz el que

se debe mover, además de que debe cumplir con ciertas normas de seguridad, ya que la luz de láser puede ocasionar daños internos en el ojo, esto limita la potencia del láser que se utiliza y el tiempo que la córnea está expuesta a dicha luz. Además, el ojo tiene por naturaleza, un movimiento continuo; todo esto hubo de considerarlo cuando se diseñó el método de barrido. Por otro lado, la función de la córnea es refractar la mayor parte de luz visible, por lo que la parte que se refleja en ella es muy pequeña (alrededor del 4% de la luz incidente), si el haz que se utiliza en el barrido debe ser de baja potencia, entonces el haz reflejado será muy débil, por lo que se requerirá de detectores muy sensibles para su detección.

### 1.1.1 DEFLECTOMETRIA LASER.

En las técnicas de deflectometría láser, cuando un haz incide en una superficie, se puede reflejar o refractar; después de incidir en la superficie, el haz no tiene (en general), la misma dirección, esta diferencia entre los ángulos de incidencia y de reflexión o de refracción es el llamado *ángulo de deflexión*, en el caso de la reflexión, si se conoce el ángulo de incidencia y el de deflexión, se puede conocer la geometría de la superficie haciendo uso de la ley de la reflexión.

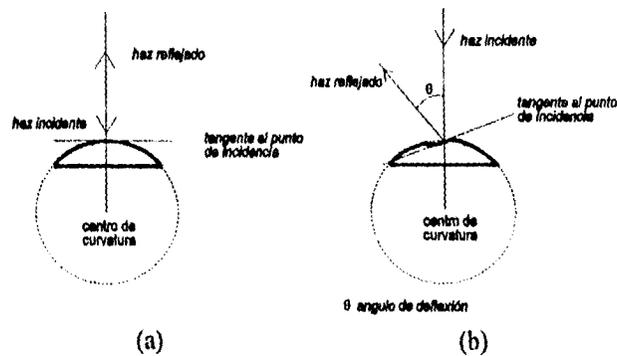


Figura 2. Diagrama de un haz incidiendo en una superficie a) esférica b) deformada

En la figura 2 se presenta un diagrama que ejemplifica lo que sucede con un haz que incide en una superficie curva, el ángulo de incidencia se toma con respecto a la normal del plano tangente a la superficie en el punto de incidencia del haz. En la

queratopografía láser los datos a partir de los cuales se evalúa la forma de la superficie corneal son los ángulos de incidencia y de reflexión.

### 1.2 EL QUERATOPOGRAFO Y SU FUNCIONAMIENTO.

El queratopógrafo es un sistema que sirve para conocer la superficie de la córnea; en el Centro de Instrumentos se construyó un sistema óptico experimental para este fin, en la figura 3 se muestra un esquema del arreglo, el cual se denominará el sistema del queratopógrafo.

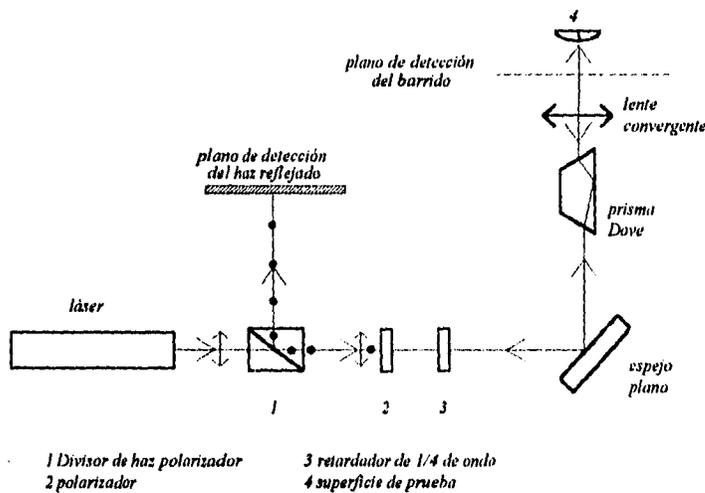


Figura 3. Arreglo óptico del queratopógrafo y ubicación de los planos de detección

El haz del láser, después de atravesar el divisor de haz, el polarizador y el retardador de  $\frac{1}{4}$  de onda, incide en el espejo plano, el cual lo desvía a  $90^\circ$  de su dirección de propagación original, después atraviesa el prisma Dove y finalmente la lente convergente; el espejo plano está montado en una platina de movimiento longitudinal y el prisma Dove sobre una montura que le permite girar. Estos dos movimientos simultáneos hacen que el haz que emerge del prisma describa una

trayectoria espiral. Esta trayectoria espiral es la que se denominará "el barrido del queratopógrafo", y es la que se utilizará para hacer que el haz del láser recorra la superficie corneal. Los movimientos del prisma y del espejo se explican con mayor detalle en la sección 1.4.

Para poder aplicar la técnica de la deflectometría láser, es necesario primero hacer mediciones de una superficie de prueba (una superficie sin deformaciones), esto se toma como referencia para comparar las mediciones de una superficie deformada. Como primera aproximación se puede pensar que la córnea normal es de forma esférica [6]; se toma entonces como superficie de prueba una esfera, el haz del barrido debe incidir, en cualquier punto, en forma casi perpendicular a dicha superficie, para esto es necesario colocar una lente convergente a la salida del prisma; la superficie de prueba se deberá colocar en tal forma que su centro de curvatura coincida con el foco de la lente, esto garantiza que el haz incidirá en forma normal en la superficie; a la parte del haz que se refleje lo denominaremos el haz reflejado.

El haz reflejado cruzará de nuevo por el queratopógrafo (pero en sentido contrario) hasta el divisor de haz, que lo desvía a  $90^\circ$  de su dirección de incidencia, hacia el plano en donde será detectado; en el caso ideal en el que no hay deformaciones, el haz debería incidir en el mismo punto sobre el plano de detección, aún cuando el queratopógrafo esté funcionando. Si la superficie tiene deformaciones, entonces el haz reflejado no cruza al queratopógrafo por la misma trayectoria que cuando lo atravesó por primera vez y como consecuencia, en el plano de detección ya no se tendrá un único punto de incidencia; a partir de la medición de la posición de estos puntos de incidencia sobre el plano de detección, se propone un modelo de la superficie que reproduzca los datos medidos [6].

### ***1.3 COMPONENTES OPTICAS DEL QUERATOPOGRAFO.***

Se utilizó un láser de He-Ne Spectra-Physics modelo 117A que puede estabilizarse en frecuencia y en intensidad; de acuerdo con el fabricante, cuando se usa el modo de estabilizado en frecuencia, la estabilidad en intensidad es  $\sim 1\%$ ;

cuando se usa el modo de estabilizado en intensidad, la estabilidad en intensidad aumenta a  $\pm 0.1\%$  ( durante 1 min) y  $\pm 0.4\%$  (en 1 hr); el diámetro de salida del haz es de 0.5 mm con una divergencia de 1.6 mrad y polarización lineal  $>1000:1$ ; la potencia de salida a 632.8 nm es  $>1.0$  mW. Este láser, al ser visible, facilita la alineación de todo el sistema, y la ventaja de usar un haz de láser es que se puede tratar como un rayo porque su divergencia es pequeña, en comparación con luz blanca por ejemplo.

El divisor de haz, tiene las siguientes características: transmitancia principal para polarización  $p > 98\%$ , para polarización  $s < 1\%$  (la figura 4 muestra un diagrama que define las polarizaciones  $p$  y  $s$ ), reflectancia principal para polarización  $s > 99\%$ , para polarización  $p < 2\%$ ; el haz de salida tiene pureza de polarización del 99% y del 98% para  $p$  y  $s$  respectivamente; con un error  $< 3'$  de arco. La principal ventaja de este divisor de haz es que evita que el haz reflejado en la superficie de prueba entre en la cavidad del láser desestabilizándolo, otra es que al evitar o disminuir las reflexiones o transmisiones se tiene más energía útil para la medición.

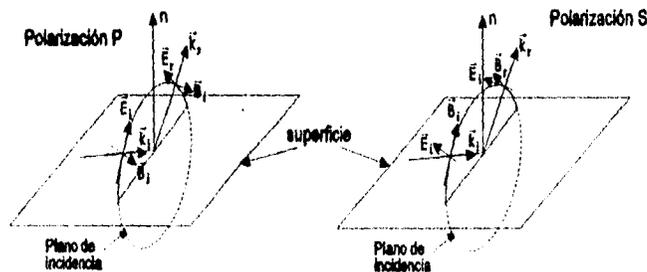


Figura 4. Polarización  $p$  y  $s$ .

El retardador de  $1/4$  de onda y el polarizador sirven para cambiar el estado de polarización del haz que se reflejó en la superficie de prueba con respecto al haz que llega directamente del láser. Cuando el haz reflejado en la superficie atraviesa el arreglo polarizador-retardador llega al divisor de haz con un eje de polarización perpendicular al eje del divisor, por lo que se desvía el 98% de la luz incidente a  $90^\circ$ , lo cual también permite que el plano de detección del haz no interfiera con el haz incidente.

La única función del espejo plano es que al moverlo, el haz que se refleja en él describe una trayectoria recta.

El prisma Dove está clasificado como prisma de reflexión total interna y se usa como un rotador de imagen; además tiene la característica de que la imagen que pasa a través de él, gira con el doble de la velocidad con la que rota el prisma. Entonces, si se hace girar al prisma, el haz transmitido describe una trayectoria circular (figura 5).

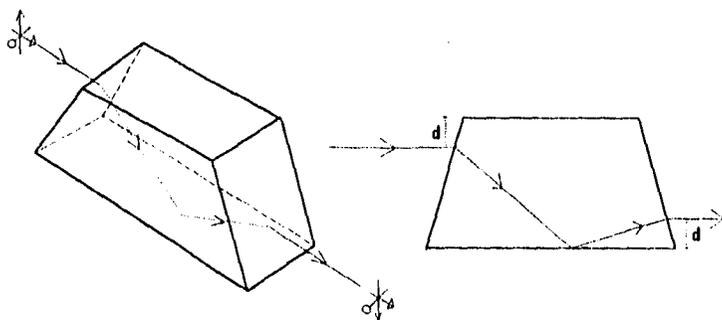


Figura 5. Trazo de rayos en un prisma Dove.

La lente usada es una lente convergente biconvexa con una distancia focal de 3.5 cm y diámetro de 3.7 cm, y como se mencionó antes, sirve para que el haz incida perpendicularmente a la superficie.

### 1.3.1 SEGURIDAD OCULAR A LA EXPOSICION DEL LASER.

Debido a que los láseres emiten luz coherente, altamente direccional, monocromática y que puede ser de alta potencia, existe el riesgo de producir daño o lesiones en la retina.

Una clasificación basada en la potencia del haz que ha hecho el *American National Standards Institute (ANSI)* [10] es la siguiente:

**Clase 1:** Láseres o sistemas láser que no presentan riesgos en condiciones de operación normal.

**Clase 2a:** Láseres o sistemas láser (con emisión en el visible) de baja potencia, que no son peligrosos si son vistos directamente por periodos menores de 1000 segundos (16 min).

**Clase 2:** Láseres o sistemas láser (con emisión en el visible) de baja potencia, cuya reacción normalmente no representa un riesgo, pero hay peligro si son vistos directamente por periodos largos.

**Clase 3a:** Láseres o sistemas láser que normalmente no presentan riesgo si son vistos momentáneamente con el ojo desnudo, pero son peligrosos si son vistos con óptica colectora de luz.

**Clase 3b:** Láseres o sistemas láser que son peligrosos si son vistos directamente, incluyendo haces reflejados especularmente (excepto reflexión difusa).

**Clase 4:** Láseres o sistemas láser que representan un peligro no solo de haces directos y reflejados especularmente sino también los reflejados difusamente.

De acuerdo al fabricante, el láser de He-Ne usado en el queratopógrafo es de tipo 3a; como detalle de nomenclatura vemos que mientras más grande es el número de la clasificación, mayor es el riesgo que representa.

En general, uno de los peligros que tienen los láseres, es la cantidad de energía que pueden depositar en una región, ésta energía está determinada por el diámetro del haz; en el caso del ojo, uno de los efectos del enfoque de imágenes es que, para radiación entre 400 y 780 nm de un haz, la imagen que se forma en la retina es de 10-20  $\mu\text{m}$  de diámetro, lo cual representa un aumento de aproximadamente 100,000 veces la irradiancia del haz incidente.

El límite en la exposición ocular para un tiempo de exposición comprendida entre 18  $\mu\text{s}$  y 450 s para un láser de He-Ne de clase 3a [10], está dado por la expresión:  $(1.8)t^{3/4} \text{ mJ} / \text{cm}^2$ ; con t en segundos.

Si se toma el tiempo de exposición de 1 segundo, el límite en la exposición permitida es de 1.8  $\text{mW} / \text{cm}^2$ . En el sistema descrito, se tiene que la potencia máxima para un haz que incida en la córnea es de aproximadamente 1  $\text{mW}$ , con un

radio de 0.6 mm. Aparentemente, el valor de la potencia del haz utilizado para el queratopógrafo supera al límite de seguridad, pero hay que tomar en cuenta que el haz pasa a través de algunos elementos ópticos antes de incidir en la córnea; esto produce un efecto de atenuación en la potencia del haz, de tal forma que el haz que emerge del prisma Dove (que es el que incidirá en la córnea) tiene una potencia del orden de 1 mW; además de esto, como el ojo debe colocarse de tal forma que el foco de la lente convergente coincida con el centro de curvatura de la córnea, el diámetro del haz que llega a la retina no es tan pequeño (figura 6). Por otra parte, el tiempo de exposición es el tiempo en que el haz recorre toda la superficie, lo cual es otro factor que reduce el peligro de daño interno.

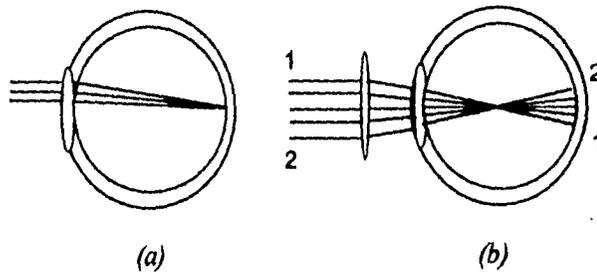


Figura 6. Diagrama de un haz que entra en el ojo (a) sin dirección preferencial (b) en dirección del centro de curvatura de la córnea.

La atenuación que producen las distintas componentes ópticas puede verse en la tabla 1, que muestra la potencia medida después de cada elemento óptico. La potencia del haz a la salida del prisma es menor a 1 mW, y todavía debe atravesar la lente convergente antes de incidir en la córnea.

TABLA I

ELEMENTO OPTICO	POTENCIA (mW)	ELEMENTO OPTICO	POTENCIA (mW)
LASER	$1.6722 \pm 3 \times 10^{-4}$	ESPEJO	$1.106 \pm 1 \times 10^{-3}$
DIVISOR DE HAZ	$1.530 \pm 2 \times 10^{-3}$	PRISMA	$0.9120 \pm 2 \times 10^{-3}$
RETARDADOR	$1.490 \pm 5 \times 10^{-3}$		

### **1.3.2 PLANOS DE DETECCION**

En el queratopógrafo vamos a distinguir dos planos de detección: al primero le llamaremos plano de detección del haz reflejado, que es el lugar donde estén situados el aparato o sistema de aparatos destinados a la detección del haz reflejado, ya sea en la córnea o en una superficie de prueba; esto a la salida del divisor de haz; con este sistema se tomarán los datos para hacer el mapeo de la superficie. Al otro lo llamaremos plano de detección del barrido, que está localizado a la salida del prisma Dove, para abreviar a este lo llamaremos únicamente plano de detección; aquí se colocan los instrumentos para la detección del haz del barrido, ya sea su posición o su intensidad, dependiendo del instrumento de detección será necesario colocar alguna componente óptica. En la figura 3 se especifican ambos planos.

### **1.4 TRAYECTORIA DEL HAZ EN EL QUERATOPOGRAFO**

El barrido básicamente está determinado por los movimientos del prisma y del espejo, esos movimientos se controlan mediante una tarjeta de control de motores (LAB 40) conectada a una computadora [1]. El esquema del arreglo se muestra en la figura 7; se ha elaborado un programa que controla la velocidad de los motores a través de la tarjeta para obtener una espiral con las siguientes características: el tiempo de barrido es de 1 segundo y el ancho máximo es de 9 mm (el radio de la córnea es, en promedio de 9-12 mm), con estas características se eligió una trayectoria de 10 espiras; para el análisis del barrido se obtuvieron datos de algunos puntos de la trayectoria.

En la figura 8 se muestra el sistema que mueve a las monturas del espejo y del prisma, para conocer cual es la trayectoria que describe un haz que atraviese estas componentes es necesario saber las ecuaciones de la trayectoria de las monturas: en el caso del espejo, el haz reflejado tiene el mismo comportamiento que un punto sobre el espejo, este tiene un movimiento oscilatorio longitudinal, cuya amplitud queda determinada por la biela y la manivela; el caso del prisma es más sencillo ya que sólo es un movimiento circular que depende únicamente de la velocidad angular de la montura.

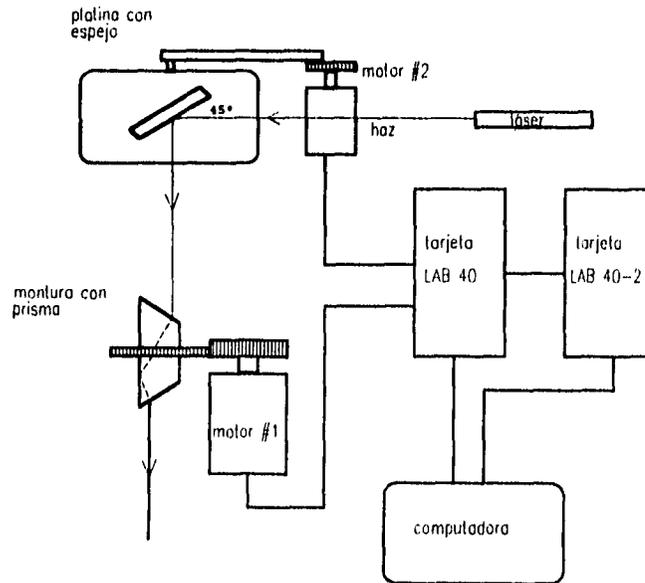


Figura 7. Diagrama del sistema de los motores que controlan el prisma Dove y el espejo plano.

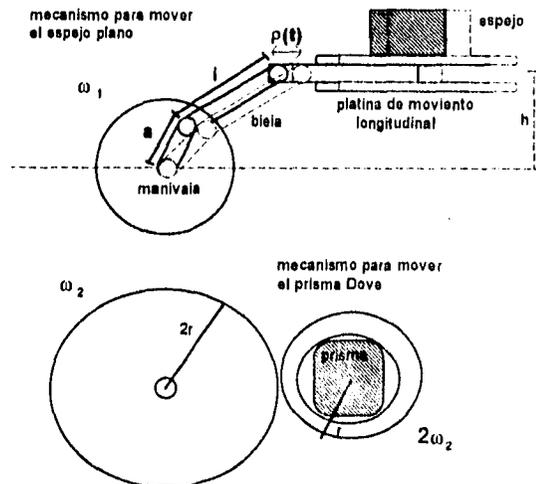


Figura 8. Esquema lateral de los sistemas mecánicos que mueven al prisma y al espejo.

Con estas consideraciones las ecuaciones que describen la trayectoria del barrido son las siguientes:

$$\rho(t) = a \cos(\omega_1 t) + \sqrt{l^2 - [h - a \sin(\omega_1 t)]^2} - \sqrt{l^2 - h^2} \quad (1)$$

$$v(t) = 4 \omega_2 t + v_0 \quad (2)$$

En donde  $\rho(t)$  es la distancia que ha recorrido el punto de unión entre la biela y la platina (con respecto al centro de la platina),  $h$  es la diferencia de alturas entre el centro de giro de la manivela y el punto de unión de la biela con la platina,  $a$  es el tamaño de la manivela y  $l$  la longitud de la biela.

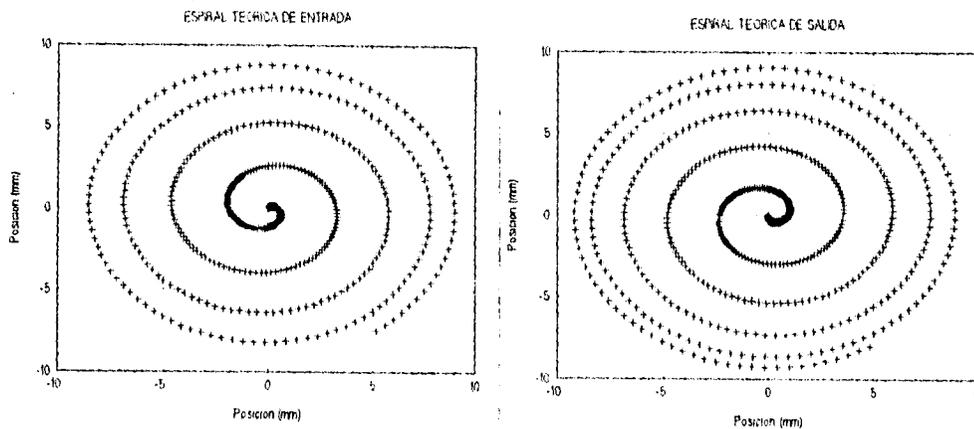
Se considera que cuando el haz incide en medio del prisma Dove (esto quiere decir que la platina del espejo se encuentra en la mitad de su movimiento total), la posición del haz que se detecta en el plano de detección del barrido define el origen de coordenadas para describir la trayectoria del haz.

Por otro lado, se ha calculado mediante las leyes de la óptica geométrica cuál es la trayectoria esperada para un haz que atraviese el sistema en funcionamiento. La trayectoria teórica correspondiente a las ecuaciones 1 y 2, se muestra en la figura 9 en donde se dió un tiempo de 1 segundo y se graficaron 1000 puntos.

Las ecuaciones (1) y (2) muestran que la distancia al origen, de un punto de la trayectoria del barrido, depende del tiempo; se ha llamado espiral de entrada a todos aquellos puntos para los cuales esta distancia es cada vez menor, y se define la espiral de salida a los puntos para los cuales la distancia al origen va aumentando con el tiempo. Esta división del barrido se hace para facilitar el análisis de los barridos, ya que un barrido completo es la superposición de estas dos espirales, lo cual implica que hay regiones en donde se cruzan los puntos del barrido.

Como se mencionó al inicio del capítulo, para determinar la forma de la superficie de prueba, es necesario conocer tanto el ángulo de incidencia como el de reflexión; conocer el ángulo de incidencia implica conocer la trayectoria del haz y la posición en la que incide sobre la superficie. En el caso de pruebas de superficies

ópticas esto no representa ningún problema porque una vez alineado el haz del láser, la superficie se coloca en tal posición que estos dos parámetros se conozcan.



*Figura 9. Barrido teórico (generado con la ecuaciones de movimiento).*

En el caso de la queratopografía láser, el haz no incide en el mismo punto durante el proceso de las mediciones, la precisión de la evaluación de la superficie depende de la precisión con que se realice y se conozca el barrido; por lo tanto, el barrido es una parte muy importante que hay que caracterizar. Pero, para la medición del barrido es necesario tener un método de detección del haz de salida.

### **1.5 CONCLUSIONES**

Hasta aquí, se ha dado una descripción física del queratopógrafo, y se han dado las características que debe tener el barrido (respetando las normas de seguridad); con esto se tiene un panorama de referencia de lo que es y como funciona el sistema del queratopógrafo, al cual nos referiremos posteriormente. La

trayectoria teórica da un patrón con el cual comparar los datos de un barrido real del queratopógrafo.

Es importante aclarar que los métodos de detección proporcionan información sobre el comportamiento del barrido real del queratopógrafo; lo cual es un indicador de su funcionamiento; por otro lado, los resultados obtenidos con cada método dan información sobre sus ventajas o desventajas.

En el siguiente capítulo se describen los distintos métodos de detección utilizados para la detección del barrido.

## **CAPITULO 2**

### **METODOS DE DETECCION**

En este capítulo se describen algunos tipos de detectores y los cuatro métodos utilizados para la detección del barrido. El primero es el uso de un detector de posición bidimensional; otro método es el uso de una cámara CCD; también se trabajó con otros dos métodos de detección: el de la navaja (borde recto) y el del alambre opaco, en éstos se aprovecha el hecho de que el haz del láser tiene un perfil gaussiano y midiendo la potencia del haz se puede calcular su posición; para los cuatro métodos se conecta el detector a la computadora que se encarga de controlar el movimiento de los motores.

Se presentan algunas gráficas representativas de cada uno de los métodos, ya sea de barridos parciales o totales, esto con el fin de tener una idea cualitativa del funcionamiento del queratopógrafo; el análisis cuantitativo se hace en el siguiente capítulo.

#### **2.1 SENSORES DE LUZ**

En general, un sensor de luz convierte una señal óptica luminosa en una señal eléctrica o térmica. Los sensores de luz se dividen en dos tipos: los térmicos y los cuánticos; los primeros absorben luz y la convierten en calor, lo cual produce un cambio en la temperatura, que es la señal que se mide, como por ejemplo: los calorímetros, las termopilas y los detectores piroeléctricos. Los cuánticos, en cambio, generan cargas como resultado de la absorción de fotones y muchos de ellos son de material semiconductor.

Los sensores cuánticos, a su vez, se dividen en tres grupos: los fotoemisivos, los fotoconductivos y los fotovoltáicos.

Los fotoemisivos tienen un material (preferentemente semiconductor) en una cápsula en la que en su interior se ha hecho vacío. Cuando el material absorbe fotones, libera electrones que son colectados y cuantificados.

Los fotoconductivos generan cargas libres que se acumulan, lo que incrementa la conductividad del semiconductor, esta conductividad se mide calculando el cambio resultante en el flujo de la corriente.

Los fotovoltaicos consisten en uniones de dos materiales semiconductores tipo p-n cuya barrera de potencial cambia con la absorción de fotones, el cambio en el voltaje es proporcional a la radiación absorbida.

Los detectores fotoemisivos son sensores de dimensiones grandes comparadas con los fotovoltaicos o los fotoconductivos (los dos últimos llamados sensores de estado sólido) y responden a luz en el intervalo del ultravioleta a una parte del visible; en cambio los de estado sólido responden a luz en el intervalo del cercano ultravioleta hasta el infrarrojo.

En comparación con los detectores térmicos, los cuánticos son más rápidos y uniformes en su respuesta, pero algunos necesitan un sistema de enfriamiento para conservar una respuesta adecuada y confiable [2].

## **2.2 METODO DEL DETECTOR DE POSICION.**

### **2.2.1 CARACTERISTICAS DEL DETECTOR.**

Los fotodiodos son sensores fotovoltaicos; básicamente se pueden ver como uniones de semiconductores bipolares que funcionan con polaridad inversa (el voltaje de alimentación para las distintas conexiones es el mismo); pueden ser de tipo p-n o p-i-n; en los primeros, uno de los materiales semiconductores es portador de cargas positivas y el otro de cargas negativas, son muy sensibles, fáciles de polarizar y de área pequeña, pero su tiempo de respuesta es lento ya que el ancho de la unión es muy pequeña. Para mejorar el tiempo de respuesta se

coloca una capa delgada de otro semiconductor que funciona como semi-aislante, dando origen a los fotodiodos tipo PIN que tienen un mejor tiempo de respuesta.

En ambos casos, cuando incide un haz en el detector, la corriente se fotogenera en el substrato n y los electrones se mueven a las regiones con mayor voltaje en el material (hacia la región del substrato p), en la figura 10 se muestra un arreglo para un fotodiodo tipo pin.

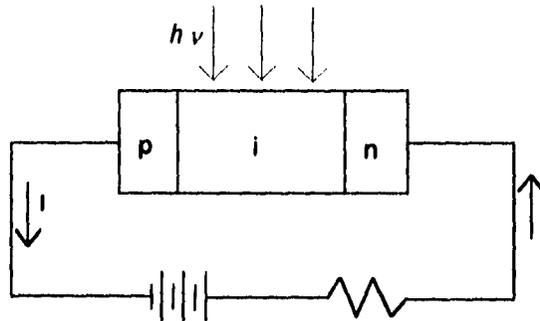


Figura 10. Arreglo de un fotodiodo tipo PIN

Los fotodiodos de efecto lateral utilizan un solo fotodiodo como detector, esto reduce las áreas "muertas" que existen al utilizar un arreglo de varios fotodiodos (como los de cuadrante), tienen cuatro conectores que envían la corriente fotogenerada a los amplificadores, la posición de incidencia se calcula dividiendo los electrones fotogenerados dentro del substrato de la región N de acuerdo a la siguiente relación:

$$x = \frac{A - C}{A + C} \quad y = \frac{B - D}{B + D}$$

Este detector localiza el centroide del haz incidente con respecto al centro geométrico del detector; la señal de salida son dos valores de voltaje, como se muestra en la figura 11; estos voltajes se relacionan con la posición real de incidencia del haz, no importando el ancho del mismo, mientras el haz completo incide en la región sensible. Las corrientes fotogeneradas por el detector son muy pequeñas ( $10\mu\text{A}$ ) por lo que es necesario amplificarlas [7].

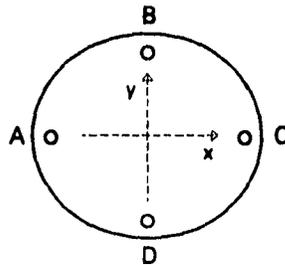


Figura 11. Esquema de un fotodiodo de efecto lateral y sus terminales para conexión

Se usó un detector UDT SC-50, este detector cuenta con un área activa de  $1260 \text{ mm}^2$  de forma circular con diámetro de 43 mm, con una respuesta típica de 0.25 A/W a 632.8 nm, con una resolución de  $5 \times 10^{-4}$  pulgadas y está constituido por fotodiodos tipo PIN que permiten un funcionamiento con bajo ruido para un área activa grande; según el fabricante, se tiene una relación lineal entre la señal de salida del detector y la posición en la que incide el haz; por lo que es necesario determinar cual es la región del detector que realmente es lineal y encontrar el factor de proporcionalidad entre los voltajes obtenidos y las posiciones de incidencia (referidas al centro geométrico del detector); el detector se coloca a la salida del prisma, en lo que se ha denominado el plano de detección del barrido.

Se usaron dos amplificadores UDT 301DIV, cada uno acoplado a cada eje del detector; tienen un intervalo de  $3 \mu\text{A}$ -2mA en la señal de entrada y con ganancia variable de 3-1000 k.

### 2.2.2 CALIBRACION DEL DETECTOR

Para encontrar la relación voltaje-posición primero se localizó el centro geométrico del detector (que es tomado como el origen de coordenadas) y cuando el haz incide en ese punto, se ajustan los amplificadores para que la señal de salida sea de 0V en ambos ejes, hecho esto se hace incidir al haz en una posición  $(x,y)$  referida al centro del detector y se toman los valores correspondientes  $(V_x, V_y)$  para esa posición; la siguiente posición  $(x',y')$  en donde  $x'$  está recorrido 2 mm con respecto al primer valor de  $x$  y el valor de  $y$  no se modifica, de esta forma se

tomaron 8 posiciones distintas para la misma posición en el eje  $y$ ; después se regresa al primer valor de  $x$  y se modifica ahora el valor de  $y$ , también en 2 mm con respecto al valor anterior y se repite el procedimiento, de tal forma que se tiene una malla de 80 posiciones  $(x,y)$  distintas, sobre el detector. Con los datos obtenidos se hacen gráficas del voltaje medido para un eje y la posición de incidencia en ese mismo eje, esto se muestra en las figuras 12 y 13.

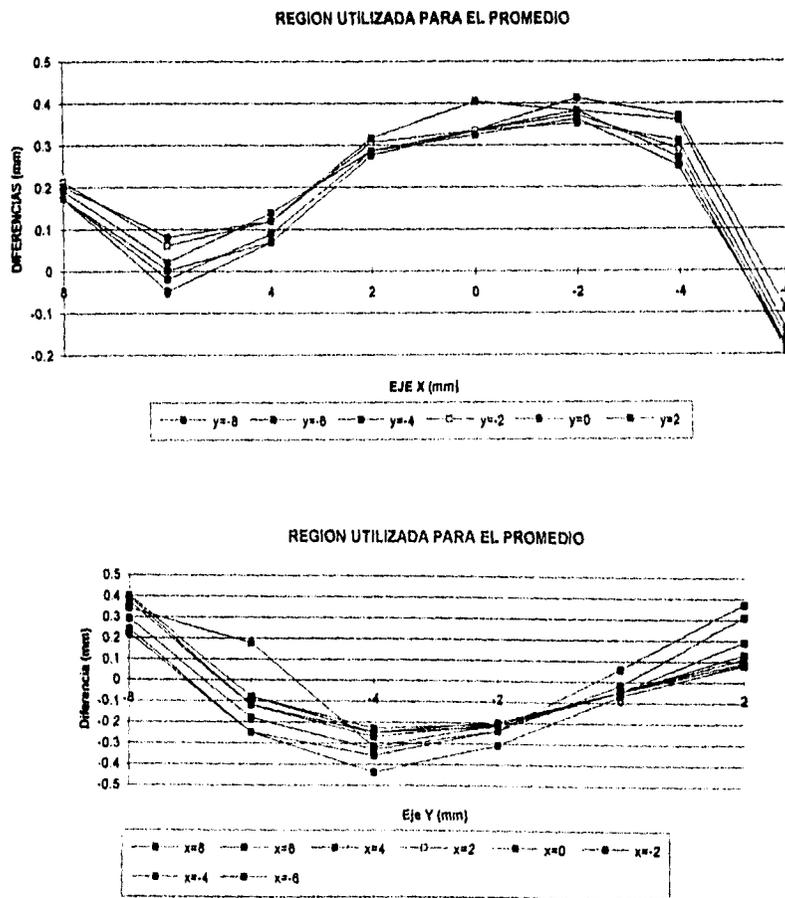


Figura 12. Datos del detector de posición en ambos ejes.

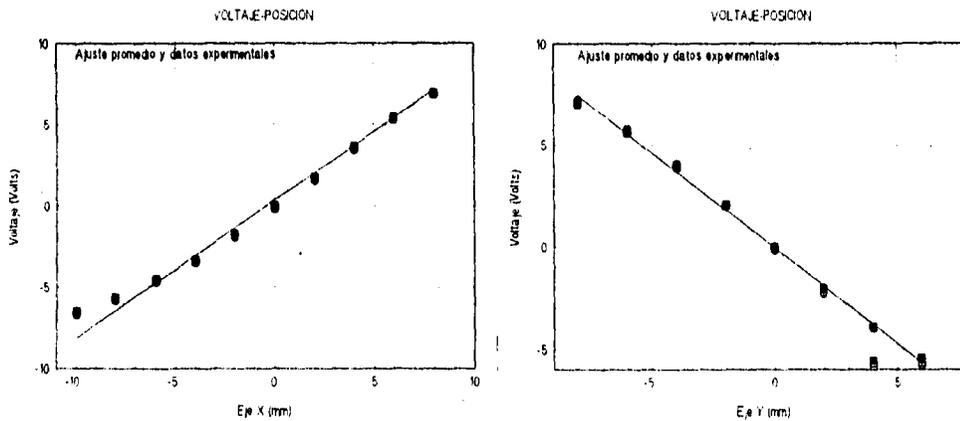


Figura 13. Datos del detector y el ajuste promedio

Se promedian los valores de las pendientes y las abscisas obtenidas de las distintas gráficas para tener una relación única para todo el detector, y con ella se transforman los valores de voltaje a las correspondientes posiciones: esto da las siguientes relaciones:

$$x = \frac{(V_x - 0.355)}{0.846} \pm 0.5 \qquad y = \frac{(V_y - 0.048)}{0.939} \pm 0.5$$

Las gráficas muestran que la relación es lineal en el centro del detector, como el fabricante reporta; pero la región lineal es pequeña (14 mm x 14 mm); esto implica que si el haz incide fuera de esta área, los datos obtenidos no serán confiables, por lo cual el área de trabajo sobre el detector está restringida.

### 2.2.3 ARREGLO EXPERIMENTAL.

Básicamente el arreglo experimental es el mostrado en la figura 3 del capítulo anterior, sólo que en este caso la función de la lente convergente es reducir el tamaño del barrido porque es más grande que el área del detector que tiene respuesta lineal: el ancho del barrido es de 18 mm y la parte del detector que

es lineal es un cuadrado de 14 mm por lado. La distancia entre el detector y la lente fue tal que la imagen del barrido tenía el tamaño requerido para que incidiera totalmente dentro del área lineal del detector.

Colocar una lente para disminuir el tamaño del barrido, implica que al transformar los valores de los voltajes obtenidos se tienen las posiciones del barrido disminuido (este efecto se muestra en la figura 14), a estos valores hay que aplicarles el factor correspondiente al aumento lateral de la imagen formada por la lente; este factor está dado por:

$$M_l = \frac{-x_i}{f}$$

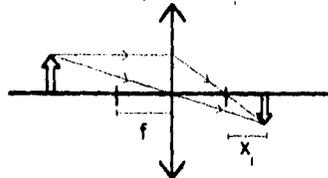


Figura 14. Aumento lateral debido a una lente convergente

en donde  $x_i$  es la distancia entre el foco de la lente y la imagen, y  $f$  es la distancia focal de la lente. En este caso se usó una lente convergente biconvexa con distancia focal de 12 cm, diámetro de 4 cm y se colocó el detector a una distancia de 3 cm. del foco. Entonces, se tiene que el tamaño real del barrido es cuatro veces el tamaño de la imagen.

La disposición de todos los elementos del sistema del queratopógrafo y la computadora se muestra en la figura 15.

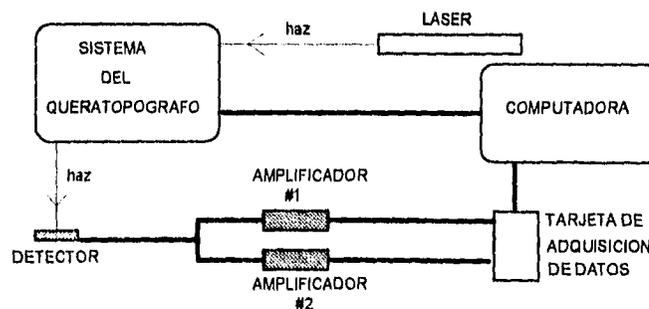


Figura 15. Arreglo experimental para medir el barrido del haz con el método del fotodetector

#### 2.2.4 ADQUISICION DE DATOS.

La adquisición de datos, como ya dijimos anteriormente, está controlada por la computadora, para todos los barridos toma un total de 1000 datos en intervalos de 1 ms, y comienza a adquirirlos cuando la velocidad de los motores es constante

Arreglado el sistema para la detección, y antes de proceder a capturar un barrido completo, se analiza parcialmente el movimiento del scanner: primero se deja fijo el prisma Dove y se obtienen datos para el movimiento del espejo; teóricamente se espera que esta gráfica sea una línea recta cuya inclinación dependa de la orientación del prisma. Posteriormente se deja fijo el espejo y se hace girar al prisma, la gráfica que se espera es un círculo, cuyo diámetro depende de la posición del espejo, si el espejo se encuentra en alguno de los extremos se obtienen círculos máximos de radio 9 mm, pero si el espejo está a la mitad del desplazamiento total, idealmente se debe obtener un punto.

Las trayectorias correspondientes se muestran en la figura 16. Una vez comprobado el funcionamiento, por separado, del prisma y del espejo, se procede a tomar un barrido completo (movimientos simultáneos) En este caso debe obtener una espiral que se cierra, llega al centro y después se abre.

El barrido se ha dividido en dos partes para analizarlo mejor: la primera es la espiral de entrada, la cual comprende el movimiento del haz desde uno de los extremos hasta el centro, y la segunda es la espiral de salida que es el movimiento del haz desde el centro hasta el extremo.

En la figura 17 se muestra el barrido experimental. Se puede observar que se comporta de acuerdo a lo esperado (trayectoria teórica), aunque en la parte inicial sean diferentes, esta diferencia va desapareciendo a lo largo del barrido. En el capítulo 3 se hace un análisis cuantitativo de la diferencia entre la espiral experimental y la teórica.

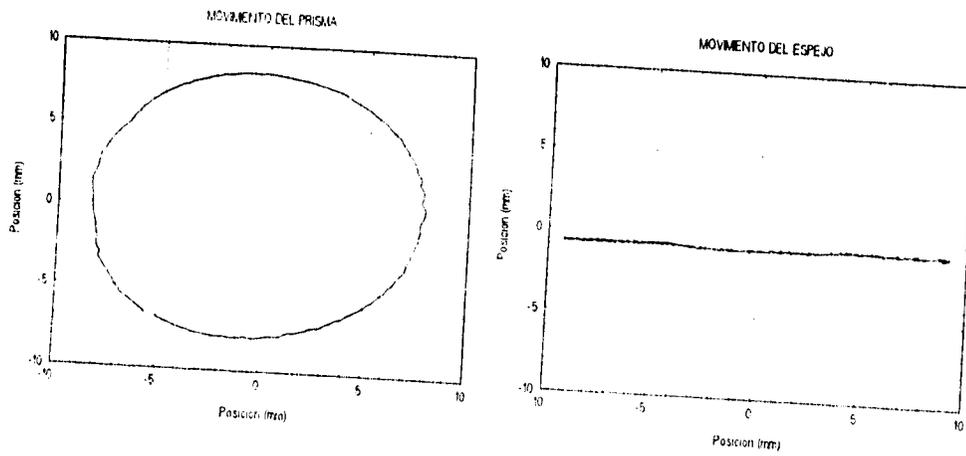


Figura 16. Desplazamiento del haz para movimientos del prisma y del espejo

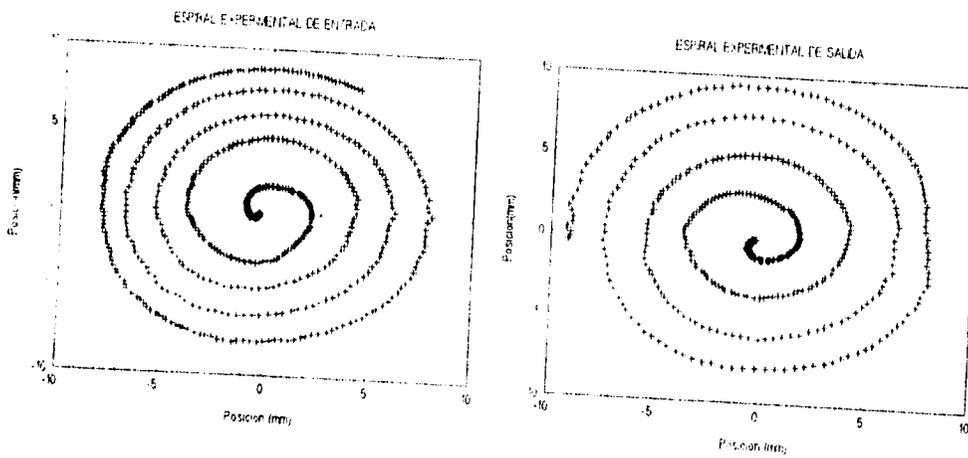


Figura 17. Barrido capturado con el detector de posición

## 2.3 METODO DE LA CAMARA CCD

### 2.3.1 CARACTERISTICAS DE LA CAMARA.

La cámara CCD (Charge Coupled Device) está clasificada como fotodetector de estado sólido; consta de un arreglo de unidades colectoras de carga, cada unidad cuenta con una fuente de potencial almacenado, por lo que es capaz de coleccionar cargas fotogeneradas, estas cargas se transportan hacia abajo del arreglo y son convertidas a un voltaje o corriente equivalente en la terminal de salida, en la figura 18 se puede observar un esquema del arreglo de fotodiodos que constituyen la cámara CCD. El material utilizado es semiconductor óxido-metálico (MOS), en donde la capa de óxido metálico está separada del semiconductor tipo p con una capa de  $SiO_2$  como capa semi-aislante. La capacitancia de cada unidad depende del voltaje entre la placa metálica y el semiconductor.

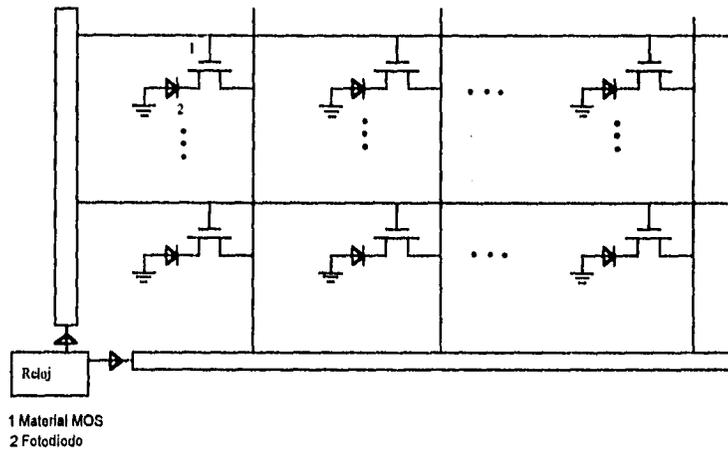


Figura 18. Esquema del arreglo de fotodiodos de una cámara CCD

En éste método se usó una cámara CCD LINXX, que está formada por un arreglo de 192 x 165 píxeles, distribuidos en una superficie cuadrada de 0.264 cm por lado y las imágenes tienen 256 niveles de gris (lo que corresponde a 8 bits para cada píxel); la imagen que se obtiene está compuesta de tantos puntos como píxeles tiene el arreglo, el sistema óptico de la cámara consiste en un doblete acromático, y diámetro de 1 cm con distancia focal de 2 cm. Una de las ventajas

de esta cámara es que se puede controlar el tiempo de exposición (desde 0.01 hasta 3999 segundos), con lo que se tiene una imagen de la luz integrada durante ese tiempo.

La imagen del barrido no ocupa todos los píxeles del arreglo, lo cual simplifica mucho el tiempo de computadora utilizado en analizar cada imagen, ya que el formato en el que están los datos es un formato especial del software de la cámara, hay que convertir cada imagen a un archivo con la posición de cada píxel y su nivel de gris.

### 2.3.2 CALIBRACION DE LA CAMARA

Para poder capturar la imagen del barrido se coloca una pantalla de proyección a la salida del prisma (figura 19), procurando que la imagen esté centrada con respecto a la imagen que se despliega en el monitor de la computadora; en este caso, el láser no se utilizó con la misma potencia que en el método anterior ya que la cámara usada en este método es mucho muy sensible, usar la misma potencia que con el detector de posición satura los píxeles y no se obtiene imagen alguna, entonces se tiene que disminuir la potencia del haz moviendo el polarizador; la potencia adecuada se eligió por la calidad de la imagen observada para un tiempo de exposición determinado; es decir, si el tiempo de exposición es de un segundo, se busca la potencia con la cual se obtenga una imagen clara de la trayectoria del haz sobre la pantalla.

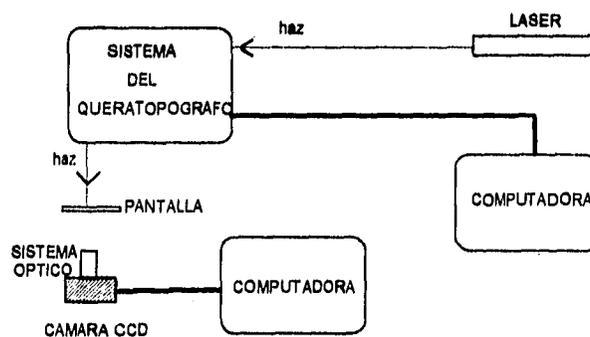


Figura 19. Arreglo experimental para la medición del barrido con el método de la cámara CCD

La cámara enfoca (en la parte central) una región cuadrada de 18x18 mm, esto se sabe de la medición directa de la región enfocada, la conversión a posiciones reales es más sencilla en este caso: Se cuentan los pixeles que cubren la longitud de uno de los lados del cuadro y entonces se determina la distancia real que hay entre los puntos sobre la pantalla que "ve" cada pixel, se encuentra que la relación es, para cada eje:

$$x = 17.24 \times 10^{-3} \text{ cm / pixel} \quad (1)$$

$$y = 14.7 \times 10^{-3} \text{ cm / pixel} \quad (2)$$

con lo que se obtiene una relación entre las dimensiones horizontales y verticales de:  $\frac{y}{x} = 0.8526$

En este caso, para la conversión a medidas reales no se consideró el efecto de la lente porque se tenía una imagen completa que nos da mayor información, tampoco se consideraron las aberraciones producidas por la lente debido a que la región que se enfocaba era muy pequeña comparada con todo el campo visual de la lente.

El barrido parcial, correspondiente al prisma, es muy importante para este método, porque con él se encuentra el punto que se toma como origen del sistema de referencia. Como ya se mencionó, este barrido parcial es un círculo, la imagen que obtenemos de él es un anillo, cuyo ancho es el ancho del haz; y cuyo centro se considera el origen de coordenadas.

### 2.3.3 ARREGLO EXPERIMENTAL.

Este es uno de los arreglos más sencillos con los que se trabajó, porque sólo se coloca la pantalla a la salida del prisma, se marca la región de 18x18 mm (que es el ancho máximo del barrido), la cámara CCD se coloca enfrente procurando que la región de trabajo quede centrada en su campo visual, esto se hace moviendo la cámara y enfocando la lente que tiene ajustada. El arreglo se muestra en la figura 19.

### 2.3.4 ADQUISICION DE DATOS.

Es importante hacer notar que, en el caso del detector de posición, se tiene un par de coordenadas para cada posición del haz (estrictamente es el centroide del haz); en este caso la imagen del haz que se observa es un círculo, en el cual los pixeles que corresponden al centro de la imagen tienen mayor intensidad (debido al perfil gaussiano del haz), por lo que se debe calcular el centroide de intensidad de esa imagen; si se considera que el diafragma de la cámara está abierto y que el haz se desplaza, la imagen de la trayectoria que sigue el haz será una franja; otro efecto de que la imagen sea la integración de luz en un tiempo determinado es que para mayor tiempo de exposición la imagen del haz será más extendida.

En la imagen que se obtiene de un barrido completo no se puede diferenciar entre la espiral de entrada y la de salida por que se superponen, debido a esto se tomaron imágenes separadas, esto es, se analizan las espirales de entrada y de salida de distintos barridos (cada imagen obtenida es parte de un barrido completo) a diferencia del detector de posición, en el que se tenían dos espirales por cada barrido completo. También con este método se toman primero barridos parciales de los movimientos del prisma y del espejo por separado.

### 2.3.5 TRATAMIENTO DE LOS DATOS.

El centroide del haz se calcula con la conocida expresión para el centro de masas; pero en este caso, usando las intensidades:

$$(x_c, y_c) = \left( \frac{\sum_1^n x_i I_i}{\sum_1^n I_i}, \frac{\sum_1^n y_i I_i}{\sum_1^n I_i} \right) \quad (3)$$

en donde hay  $n$  pixeles que tienen información;  $I$  es la intensidad de el  $i$ ésimo pixel (en un intervalo de 0-255);  $(x,y)$  es la posición en el arreglo de pixeles.

En el caso de las imágenes circulares es relativamente sencillo calcular el centroide del haz a lo largo de la circunferencia (figura 20), el problema es saber cual es el ancho del haz que se va a considerar: como la imagen es un anillo, el ancho del anillo es el ancho del haz; entonces debemos tomar un intervalo sobre la

circunferencia igual al ancho del anillo, esto se puede calcular mediante la expresión:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta R}{R_{\max}}$$

en donde  $\Delta R = R_{\max} - R_{\min}$

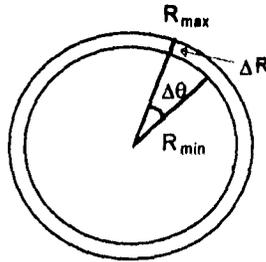


Figura 20. Esquema de la trayectoria del haz para el movimiento del prisma.

Entonces, tomando un  $\Delta\theta$  igual al encontrado con la expresión anterior, se puede calcular cual es el centroide de intensidad de los puntos que caigan dentro de ese intervalo, esto se hace variando en un grado el centro del intervalo así elegido, con esto se obtienen 360 puntos (centroides) para cada trayectoria del movimiento del prisma. Para las trayectorias del espejo se hace un procedimiento análogo. En la figura 21 se pueden ver las trayectorias del prisma y del espejo.

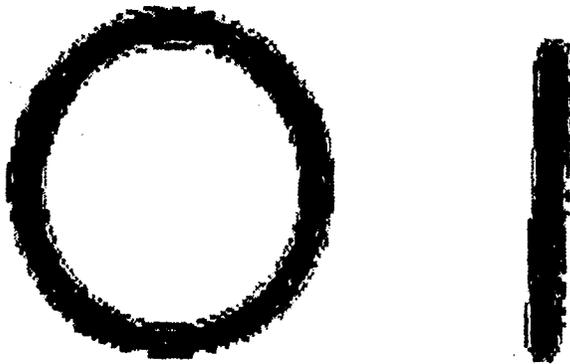


Figura 21. Recorrido del haz para los movimientos del prisma y del espejo

Después de esto, se procede a tomar imágenes de barridos parciales, es importante recordar que cada espiral corresponde a barridos distintos. El análisis de esos barridos se hizo en forma análoga a la descrita en el párrafo anterior, se obtienen los centroides de intensidad a lo largo de las espirales y esos centroides se comparan con la trayectoria teórica. La figura 22 muestra uno de estos barridos.



*Figura 22. Barrido capturado con la cámara CCD*

#### **2.4 METODO DE LA NAVAJA**

Como una alternativa para la localización más precisa del barrido, se puede hacer uso del método del borde recto o de la navaja [4]; dicho método determina la posición de haces gaussianos, como es el caso del haz de láser. El método consiste en bloquear parcialmente el haz con un borde recto ortogonal al eje  $x$ ; como consecuencia se disminuye la irradiancia del haz, la intensidad transmitida resultante es función de la posición relativa de la navaja y el centro del haz; por otra parte, si la irradiancia del haz sin bloquear y el radio se pueden medir se puede usar la ecuación que relaciona la irradiancia medida con la posición del haz respecto al borde recto.

### 2.4.1 FUNDAMENTOS TEORICOS.

La irradiancia de un haz gaussiano está dada por:

$$I(x, y) = I_0 e^{-2(x^2 + y^2)/r_0^2} \quad (4)$$

en donde  $I_0$  es la irradiancia máxima del haz en el centro de simetría; la potencia medida cuando se bloquea el haz con un borde recto paralelo al eje  $y$  y localizado a una distancia  $x$  del centro del haz está dada por:

$$P(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x', y') dx' dy' \quad (5)$$

en donde la zona opaca del borde recto es el semiplano  $x' > x$ .

Entonces, la ecuación que describe a la potencia del haz como función de la posición de su centro con respecto al borde recto es la siguiente

$$P(x, y) = \frac{1}{2} P_t \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}x}{r_0} \right) \right] \quad (6)$$

en donde  $P_t$  es la potencia total del haz sin bloquear,  $r_0$  es el radio del haz al punto  $x$  donde  $I(x) = I_0 / e^2$ ,  $x$  es la distancia del centro del haz con respecto al borde recto y  $\operatorname{erf}(x)$  es la función de error definida por:

$$\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t'^2} dt' \quad (7)$$

La ecuación 3 representa la potencia del haz como una función monótona de la posición  $x$ , por lo tanto, es posible invertirla, obteniéndose la ecuación correspondiente para la posición en función de la potencia:

$$x(P) = \left( r_0 / \sqrt{2} \right) \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{2P}{P_t} - 1 \right) \quad (8)$$

Es necesario señalar que con este método sólo es posible medir posiciones del haz tan grandes como el ancho del mismo.

La función inversa de la función de error se puede calcular mediante una aproximación en serie de potencias del argumento; en el caso en que el borde recto esté localizado justamente en el centro del haz o de que la distancia que lo separe de dicho centro sea pequeña, se puede hacer una aproximación lineal, en tal caso, la expresión se reduce a:

$$x(P) = r_0 \left( \frac{2P}{P_1} - 1 \right) \sqrt{\frac{\pi}{8}} \quad (9)$$

pero esta aproximación produce un error sistemático, el cual se puede evaluar: si se miden potencias cercanas a la mitad del valor de la potencia total, y la medición de la potencia tiene un error del 9.8%, la posición calculada con esta expresión y con el valor de la potencia medido, difiere en menos del 1% del valor exacto; si las potencias no son cercanas a la mitad del valor de la potencia total, la diferencia en los valores de las posiciones calculadas aumenta.

Para poder utilizar este método es necesario conocer el radio del haz y la potencia total del mismo; determinar la potencia del haz no es complicado [9], si el láser está estabilizado en potencia, o si se trabaja con un láser que ha estado funcionando por más de una hora; pero determinar el radio del haz es un trabajo cuidadoso y existen varios métodos por los cuales se puede hacer esto; en este caso utilizando la ecuación (6) también se puede determinar el radio del haz de una manera sencilla ya que sólo se tiene que medir la potencia del haz para posiciones del borde recto cercanos a la posición en donde se mide la mitad de la potencia total; tomando datos para hacer una gráfica de  $P$  vs.  $x$ , en puntos cercanos al centro del haz la pendiente ( $m$ ) está relacionada con el radio del haz de la siguiente forma:

$$r_0 = \left( \frac{P}{m} \right) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad (10)$$

La ventaja del método de la navaja es que no se requieren aparatos más complicados que un medidor de potencia, pero aunque el método sea sencillo si la precisión es poca, el método no es muy útil; analicemos entonces, con que precisión se puede conocer la posición de un haz.

El error en la posición a partir de las medidas de la potencia del haz está dado por la derivada de la ecuación 5:

$$x = \left( \frac{r_0}{P} \right) e^{(2x^2/r_0^2)\sqrt{\pi/2}} \delta P = \left[ \frac{2}{\pi} \left( \frac{r_0^2}{I_0^2} \right) \right] I(x)^{-1} \delta P \quad (11)$$

$$\text{donde } I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) dy = I_0 r_0 e^{-(2x^2/r_0^2)\sqrt{\pi/2}} \quad (12)$$

esta última expresión también describe un perfil gaussiano; esto quiere decir que el método es mejor si el borde está localizado en el centro del haz; esto se deriva del hecho de que en el centro del haz la potencia es máxima y como consecuencia, para variaciones pequeñas de la posición, la potencia del haz disminuye rápidamente. En este caso se tiene:

$$x_{(x=x_0)} = \left( \frac{r_0}{P} \right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \delta P \quad (13)$$

De la ecuación 8 se tiene que  $\delta x \rightarrow \infty$  cuando  $x \rightarrow \pm\infty$  lo cual también indica que el error crece considerablemente cuando el borde recto se encuentra lejos del centro del haz; si  $\delta P \rightarrow 0$ ,  $\delta x \rightarrow 0$ , análogamente si  $r_0$  es pequeño. Entonces, cuanto más preciso se pueda medir la potencia del haz y reducir el ancho del mismo (esto se puede hacer con una lente convergente, por ejemplo), se tendrán mejores resultados en la localización del haz, pero si se reduce el ancho del haz, eso implica que la distancia que se puede mover el haz con respecto al borde recto también es pequeña. A diferencia del detector de posición, la relación voltaje-posición en éste caso, no es tan directa, aunque las únicas mediciones que se hacen son las de la potencia del haz, y se requiere además que el haz sea gaussiano.

#### 2.4.2 ARREGLO EXPERIMENTAL

En este caso, las mediciones de la potencia sólo dan información sobre la posición del haz en una dirección, por lo que es necesario colocar dos bordes rectos en distintas direcciones: vertical y horizontal porque se requiere que las mediciones en las dos direcciones sean simultáneas, para esto se coloca un divisor

de haz a la salida del prisma Dove, y cada uno de los haces se bloquea parcialmente con una navaja.

Se usó un medidor de potencia digital Newport modelo 835, con un intervalo dinámico de 2nW-2W en escala completa, con una resolución del 0.05% a baja escala, y un medidor de potencia analógico también Newport modelo 820, con intervalo dinámico de 100nW-20mW, con resolución del 1% (para 1nW-1 $\mu$ W), calibrado en 488, 514 y 632.8 nm; el detector era modelo 818-UV Newport, de silicio con un área activa circular de 1cm<sup>2</sup> y un intervalo espectral de 250-1100 nm.

El arreglo se muestra en la figura 23; el borde recto es el borde de una navaja que está montada en una platina de movimiento longitudinal que permite desplazarla en dirección perpendicular a la orientación del borde, ya sea vertical u horizontalmente, se utilizaron un par de lentes biconvexas con distancia focal de 12 cm y diámetro de 4 cm. La función de estas lentes es reducir el ancho del haz para aumentar la precisión en los cálculos; por otra parte, el borde recto se coloca muy cerca del foco de la lente para evitar que el haz se bloquee completamente o que no alcance a bloquearse en algún punto de la trayectoria del barrido, cuando esto sucede no se tiene información sobre la posición del centro del haz con respecto al borde recto porque la potencia es constante.

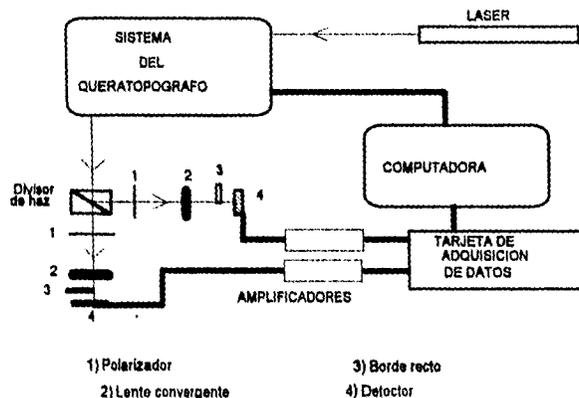


Figura 23. Arreglo experimental para medir el barrido del haz con el método de la navaja

La potencia del haz se tiene que ajustar de tal forma que la potencia máxima (el haz sin bloquear) y la mínima (completamente bloqueado) se midan sin necesidad de cambiar la escala de los medidores de potencia; este ajuste se hace colocando un polarizador entre el divisor de haz y la lente convergente.

Como el detector del medidor de potencia también es un fotodiodo con determinada área activa, cuando el espejo se mueve, el haz que se bloquea y que será medido, debe incidir dentro de ésta área del detector; por efecto de la lente convergente hay una distancia entre el borde recto y el detector a partir de la cual el haz ya no incide completamente durante todo el barrido dentro del área activa, por lo que el detector se debe colocar muy cerca del borde recto.

La señal de salida de los medidores de potencia es un valor de voltaje; los detectores se conectan a sus respectivos amplificadores y displays de potencia, y sus salidas analógicas se conectan a la tarjeta de adquisición de datos. Los datos obtenidos del haz bloqueado verticalmente son tomados en la dirección del eje  $x$ , y el otro haz da información de la posición del eje  $y$ .

#### 2.4.3 CALIBRACION.

Como se mencionó en la primera sección de éste método, se requiere conocer la potencia total del haz y su radio; la potencia se mide fácilmente: sólo se requiere hacerlo incidir en el detector del medidor de potencia. Conocer el radio del haz requiere un proceso más elaborado que se describe a continuación.

##### *Medición del radio del haz*

Con el arreglo descrito en la sección anterior, se hace pasar un haz y se mide la potencia total (el haz sin bloquear, pero el borde recto cerca de él), a continuación se desliza en intervalos de 0.1 mm el borde recto hasta bloquearlo totalmente y se toman las correspondientes potencias del haz parcialmente bloqueado. Se localiza la posición del borde recto a la cual se mide una potencia

de la mitad de la potencia total medida, esta posición se toma como el centro del haz , que es el origen relativo para medir las posiciones.

Se hizo una gráfica de potencia contra posición relativa (posición medida del borde recto menos posición del centro del haz), esto se muestra en la figura 24, y de acuerdo a la ecuación 10 considerando los puntos centrales, donde la aproximación lineal es mejor, se obtiene el radio del haz.

La medición del radio del haz es muy importante y se realiza siempre que hay algún cambio en él, debido a cambios de posición de las componentes ópticas.

#### *Haces parcialmente bloqueados*

Para hacer mediciones precisas de la potencia del haz, es importante que el arreglo no produzca muchos reflejos ya que el método es muy sensible a variaciones pequeñas de intensidad; las componentes ópticas que producían reflejos se colocan en tal forma que éstos no lleguen al detector.

Se mide el radio de cada uno de los haces que se bloquean y sus potencias totales, se colocan los bordes rectos muy cerca del foco de la lente convergente para que se cumplan las siguientes condiciones:

- a) Cuando el haz incida en el centro del prisma Dove, los haces deben quedar bloqueados exactamente a la mitad.
- b) Cuando se mueva el espejo plano de un extremo a otro, el haz debe quedar siempre sólo parcialmente bloqueado.
- c) Para cada posición extrema del espejo, si el prisma gira, el haz también debe quedar parcialmente bloqueado.

La posición para la cual se mide la mitad de la potencia total del haz se toma como el origen de las posiciones a partir de las cuales se mide la posición del centro del haz.

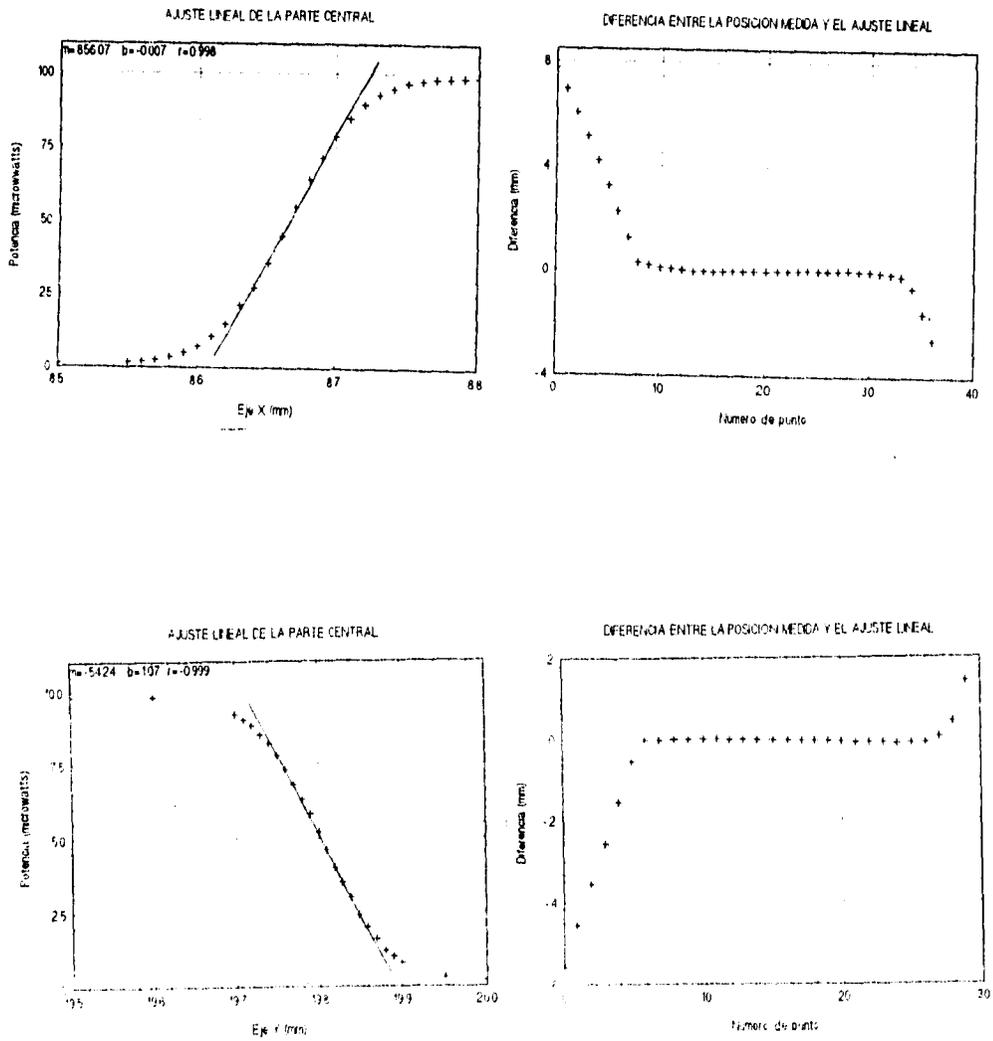


Figura 24. Variación de la potencia del haz para distintas posiciones del borde

#### 2.4.4 ADQUISICION DE DATOS

Al igual que en los métodos anteriores, primero se toman datos de los barridos parciales correspondientes a los movimientos independientes del espejo y del prisma.

Los datos capturados por la computadora son voltajes, que son convertidos a valores de potencia del haz mediante una relación de escala completa de acuerdo a la escala del medidor de potencia que se haya utilizado.

Los valores de la potencia del haz parcialmente bloqueado se convierten a posición (respecto al origen elegido anteriormente), mediante la ecuación 8, y considerando el radio del haz y la potencia total medidos en la calibración.

En la figura 26 se muestran los datos tomados para los barridos parciales, en estos datos no se ha considerado la reducción del tamaño de la imagen debida a la lente convergente.

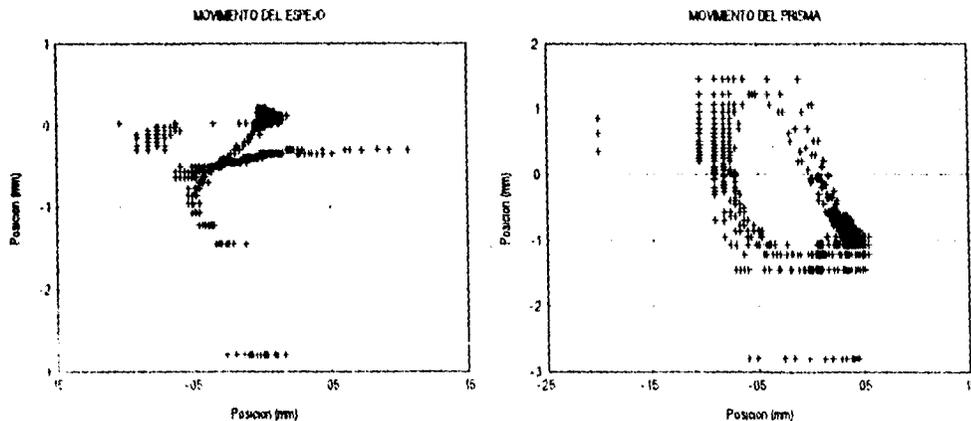


Figura 25. Datos obtenidos con el método de la navaja

## 2.5 METODO DEL ALAMBRE OPACO

Este método consiste también, en bloquear parcialmente el haz, pero en este caso se usa un alambre opaco, por lo tanto se produce una disminución en la irradiancia del mismo; el comportamiento de la variación de la irradiancia con la posición del centro del haz con respecto al centro del alambre es parecido al que se obtuvo con el borde recto. El arreglo experimental, la calibración y la adquisición de datos son semejantes a los descritos en el método anterior: en lugar del borde recto se coloca un alambre. La calibración, en este caso tiene una variante: además de la potencia y del radio del haz, es necesario también conocer el ancho del alambre, el cual se mide directamente.

### 2.5.1 FUNDAMENTOS TEORICOS

En el caso en que el haz atraviese una rendija, la potencia transmitida como función de la posición relativa del centro del haz con respecto al centro de la rendija es un perfil de tipo gaussiano, cuando el centro del haz coincide con el de la rendija se tiene un máximo en la potencia transmitida; la ecuación que describe este comportamiento es la siguiente:

$$P(x) = P_t \{2[\operatorname{erf}(u+\delta) - \operatorname{erf}(u-\delta)]\} \quad (14)$$

donde  $u = x/r_0$ ,  $\delta = \Delta/2r_0$ ,  $r_0 = r_s/\sqrt{2}$ ,  $\Delta$  es el ancho de la rendija y  $x$  es la posición del centro del haz relativa al centro del alambre,  $P_t$  es la potencia total y  $r_0$  es el radio del haz.

Si se sustituye la rendija por un alambre opaco, la gráfica de potencia vs posición también tiene un perfil gaussiano pero invertido, es decir, si en la rendija se tiene un máximo para la posición centrada, para el alambre se tiene un mínimo.

La ventaja de medir un mínimo cuando el centro del haz coincide con el centro del alambre, es que si el alambre está desplazado hacia la izquierda o derecha del centro del haz la irradiancia aumenta considerablemente cuanto más alejados se encuentren estos centros.

La relación entre la potencia del haz y la posición relativa del centro del haz respecto al centro del alambre está dada por:

$$P(x) = P_i \{1 - 2[\operatorname{erf}(u + \delta) - \operatorname{erf}(u - \delta)]\} \quad (15)$$

En ambos casos se tiene un punto crítico en la potencia para una posición bien determinada, es decir, se puede utilizar cualquiera de los dos para la detección del haz; se ha elegido el alambre opaco porque para el punto crítico (que es un mínimo), la sensibilidad de los aparatos es mejor para irradiancias pequeñas, con lo cual se hace más fácil la detección.

Este método tiene un parámetro más que el de la navaja, en éste caso el ancho del alambre es importante, ya que si éste es muy grueso comparado con el ancho del haz la curva que describe la potencia como función de la posición se hace más ancha justamente donde se localiza el mínimo, y si el alambre es muy delgado la variación de la potencia es poca y tampoco se puede localizar con precisión el haz; entonces, se tiene un valor óptimo del ancho del alambre con respecto al ancho del haz con el cual se obtienen los mejores resultados.

En la figura 26 se pueden observar varias curvas correspondientes al bloqueo, con alambres de distinto ancho, del haz del láser que tiene un radio de 0.06 mm.

La segunda derivada con respecto a la posición de la ecuación 2, proporciona información sobre la curvatura de la gráfica:

$$\frac{d^2 P}{dx^2} = \left(\frac{2P_i}{\sqrt{\pi}}\right) \left[ \left(\frac{x}{r_0} + \delta\right) e^{-((x-\Delta/2)/r_0)^2} - \left(\frac{x}{r_0} - \delta\right) e^{-((x+\Delta/2)/r_0)^2} \right] \quad (16)$$

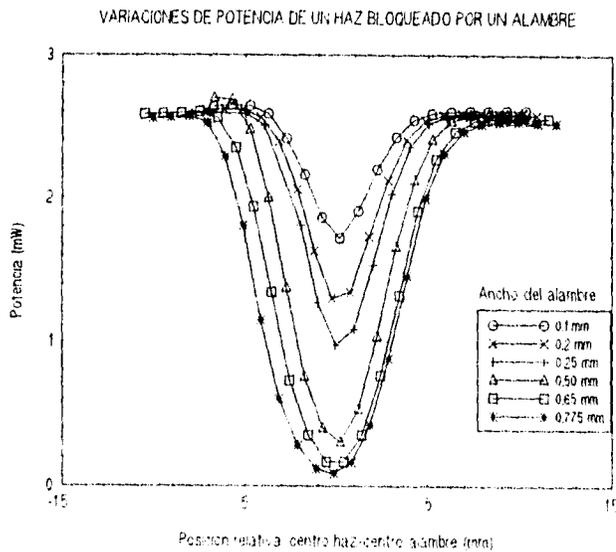
evaluada en el punto  $x=0$ , ya que es este punto el que indica que ancho es el adecuado con la ecuación:

$$\left(\frac{d^2 P}{dx^2}\right)_{x=0} = \frac{2P_i \delta}{\sqrt{\pi}} \left[ e^{-(\Delta/2r_0)^2} + e^{-\{\Delta/2r_0\}^2} \right]$$

$$= -\left(\frac{4P_0\delta}{\sqrt{\pi}}\right)e^{-(\Delta/r_0)^2} \quad (17)$$

$$\frac{d}{d\delta}\left(\frac{d^2P}{dx^2}\right) = -2r_0I_0\sqrt{\pi}e^{-\delta^2/4}\left(1 - \frac{2\delta^2}{4}\right) = 0 \quad (18)$$

lo cual da:  $\delta = \sqrt{2}$  o bien:  $\Delta = 2r_0$ .



**Figura 26.** Variaciones de la potencia del haz cuando se bloquea con un alambre opaco.

Si el alambre es el doble del radio donde  $l = l_0/e$ , la curvatura es máxima, lo cual indica que las mediciones de irradiancia son muy sensibles.

En el caso de la navaja se requiere que el radio del haz sea muy pequeño para obtener buenos resultados, la ventaja del método del alambre opaco es que para cualquier radio del haz se puede elegir un alambre del ancho adecuado. Por lo demás, éste método es muy parecido al anterior, dado un valor medido de la

potencia del haz, y con la ecuación 15, se obtiene la posición del centro del haz con respecto al centro del alambre.

## **2.6 CONCLUSIONES**

Se ha descrito la metodología seguida para la detección del barrido del haz generado con el queratopógrafo, para cada método se muestra una gráfica obtenida con los datos medidos; aunque las gráficas de los dos últimos métodos aparentemente no muestran un resultado cualitativo satisfactorio; en el siguiente capítulo se muestra el análisis de todas las gráficas obtenidas, a partir de este análisis se determinó si son o no adecuados para la detección del haz.

## **CAPITULO 3**

### **RESULTADOS EXPERIMENTALES**

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con los métodos usados para la detección del haz. En los casos en los que se tomaron datos para barridos parciales se espera que sean rectas o circunferencias; en el caso de los barridos totales, se compara la trayectoria experimental con el barrido teórico que se obtuvo mediante las ecuaciones 1 y 2 en el capítulo 1.

#### ***3.1 BARRIDOS PARCIALES.***

Los barridos parciales son generados cuando únicamente se mueve una de las dos componentes que generan el barrido, esto se hace para analizar en forma separada los movimientos que lo generan.

##### ***3.1.1 DETECTOR DE POSICION.***

Las características de la adquisición de los datos es que el tiempo de exposición también fué de 1 segundo, y se capturaron 1000 datos (como si se estuviera capturando un barrido total). Aunque en todos los barridos se capturaron 1000 puntos, en general, se grafica un número menor porque hay momentos del barrido (al principio o al final) en que el haz alcanza uno de los bordes del prisma, produciendo reflejos y alteraciones del haz que no producen datos confiables (como por ejemplo que se divida en dos), estos datos se excluyen.

En la figura 27 se presentan los datos obtenidos cuando solamente se mueve el espejo; en la primera gráfica se observa que el barrido es una línea recta, como se esperaba, pero un análisis más detallado muestra que el barrido no es

suave. Se hizo un ajuste por mínimos cuadrados, del cual se obtiene un coeficiente de correlación de  $-0.297$ ; como alternativa, se calculó el promedio para la posición en el eje  $y$ , y se obtuvo un promedio de  $-0.76$  mm, valor máximo de  $-0.60$  mm, valor mínimo de  $-0.95$  mm, y con una desviación estándar de  $0.07$ .

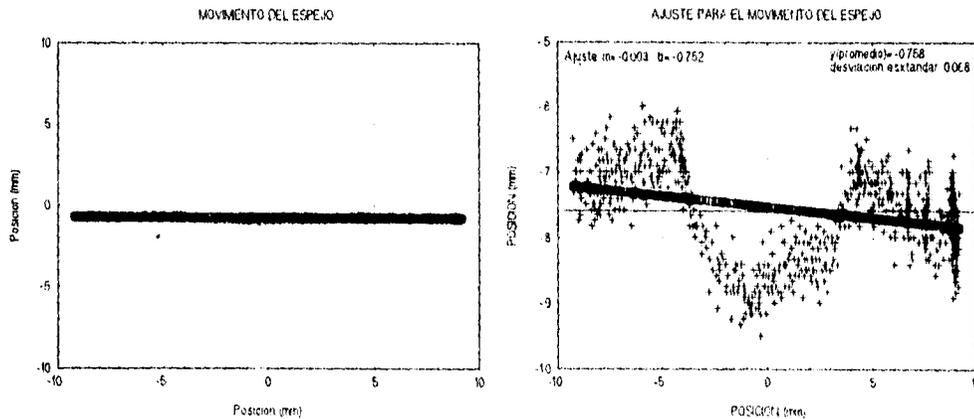


Figura 27. Datos del detector de posición para el movimiento del espejo.

En la figura 28 se muestra la trayectoria que sigue el haz si solamente se mueve el prisma. El espejo se dejó fijo en una posición en la que el haz incidiera cerca de uno de los extremos del prisma, en tal posición se obtiene un círculo máximo en el plano de detección del barrido; se presenta también una gráfica  $R$  vs  $\theta$  de los datos del barrido parcial, en éste tipo de gráficas se puede obtener información sobre el centro del círculo [12], si se obtiene una gráfica en la que se vea una variación senoidal del radio con respecto al ángulo, esto indica un descentramiento del círculo con respecto al centro de coordenadas. Una forma sencilla de calcular el nuevo centro es tomando el promedio de las coordenadas de los datos en ambos ejes, este valor promedio nos da la corrección para el reajuste del círculo.

De acuerdo a las ecuaciones del capítulo 1, si el prisma gira 5 veces, el haz lo hará 10, por lo tanto, en estas gráficas en las que aparentemente es un círculo, en realidad se están analizando 10 círculos superpuestos.

Se observa una variación del radio aproximadamente a  $220^\circ$ , a pesar de este pico, se obtiene un promedio del radio de 8.17 mm, valor máximo de 8.65 mm y mínimo de 7.88 mm, con una desviación estándar de 0.16.

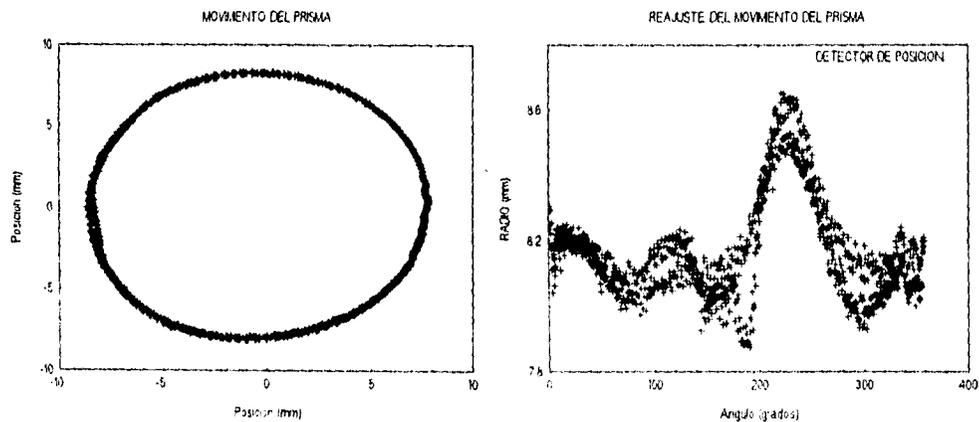


Figura 28. Datos del detector de posición para el movimiento de prisma.

### 3.1.2 CAMARA CCD.

Al igual que en el método anterior, cada barrido se tomó en un tiempo de exposición igual al utilizado en el barrido total (1 segundo); en este caso los datos que se grafican son los correspondientes a los centroides de intensidad calculados a partir de las imágenes capturadas.

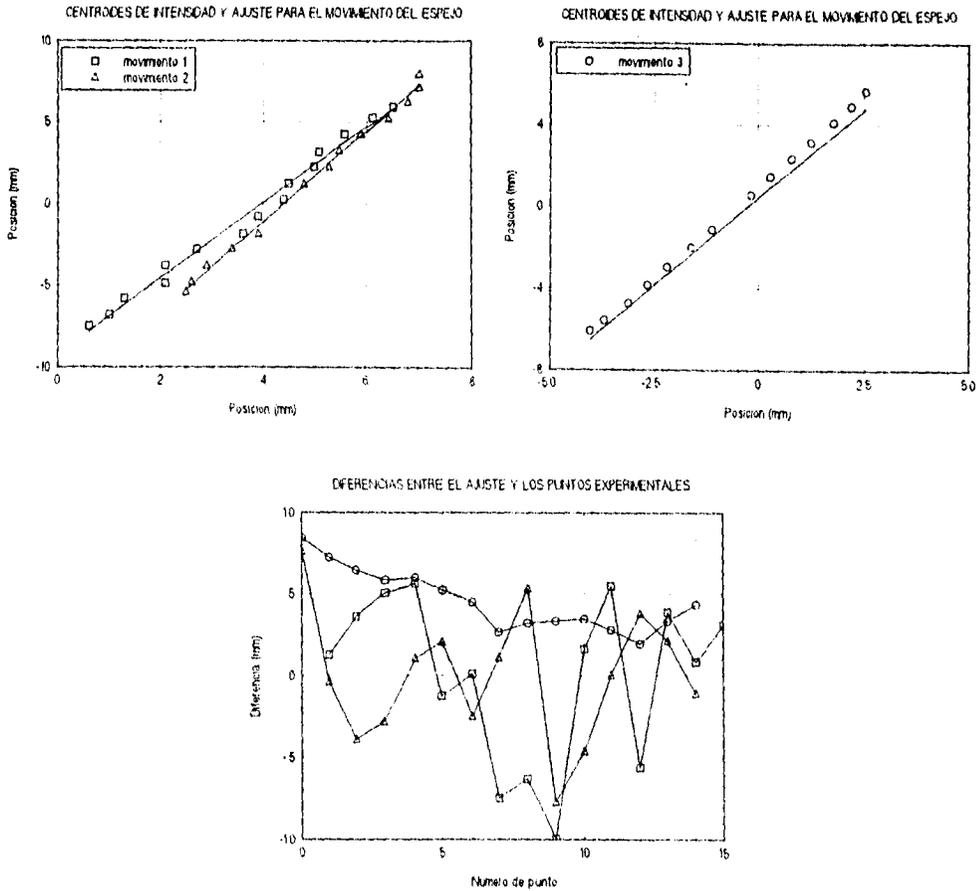


Figura 29. Datos de la cámara CCD para el movimiento del espejo.

En la figura 29 se presentan los resultados para el movimiento del espejo, donde el prisma se encuentra en tres posiciones distintas, esto genera en dos casos, una línea casi vertical y en el otro una línea a  $45^\circ$ ; la diferencia entre los movimientos 1 y 2 es que el prisma se rotó  $90^\circ$ . A estos puntos se les ajustó una recta por el método de mínimos cuadrados, y se calculó la variación de los datos experimentales con respecto al ajuste. los valores del ajuste son los siguientes:

	movimiento 1	movimiento 2	movimiento 3
pendiente	$23.1 \pm 0.6$	$28 \pm 2.3$	$1.72 \pm 0.06$
ordenada (mm)	$-9.2 \pm 0.03$	$-12.2 \pm 0.08$	$0.4 \pm 0.02$
coef. correlación	0.993	0.996	0.984

En la misma figura se presentan las variaciones del ajuste y los puntos experimentales para cada movimiento, y se encuentra que la diferencia máxima es de 0.8 mm.

En la figura 30 se presentan los datos para el movimiento del prisma; al igual que con el detector de posición, se tomó la posición del espejo para la que el haz incidía en uno de los extremos del prisma. Nuevamente se hicieron gráficas de  $R$  vs  $\theta$ , también en este caso fué necesario recentrar el círculo. En este caso el promedio del radio fué de 7.52 mm, el valor máximo de 7.60 mm y el mínimo de 7.46 mm, con desviación estándar de 0.02.

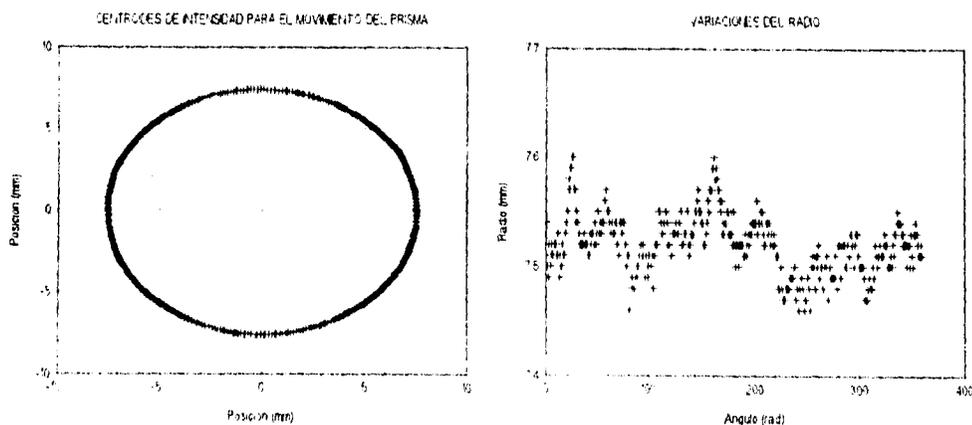


Figura 30. Datos de la cámara CCD para el movimiento del espejo.

### 3.1.3 METODO DE LA NAVAJA Y DEL ALAMBRE.

Como ya se ha mencionado, la detección de la posición del haz es muy sensible a las variaciones en su intensidad, por lo que se trató de evitar lo mejor posible los reflejos debidos a las componentes ópticas o las superficies de bloqueo. Los reflejos se localizaron moviendo manualmente las monturas del espejo y del prisma, pero aún así algunas de las intensidades eran mayores que la intensidad del haz sin bloquear (sobre todo en el inicio y final del barrido) y las ecuaciones no están definidas para valores mayores que la intensidad máxima, que corresponde precisamente a la intensidad del haz sin bloquear. Aunque estos datos no se tomaron en cuenta en el análisis del barrido, en la figura 25 se puede observar que los resultados que se obtiene con éstos métodos son muy distintos de los obtenidos con los métodos anteriores. Considerando que se han eliminado las contribuciones extremas debidas a los reflejos, otra posibilidad para tener este comportamiento, es que se está trabajando muy cerca del foco de la lente, que es en donde las aberraciones tienen mayor contribución.

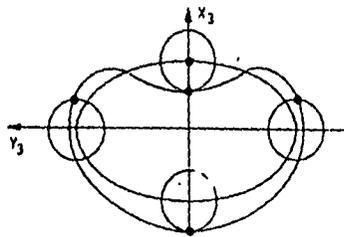
#### *Aberraciones.*

En la teoría paraxial se considera que el ángulo  $\varphi$  del rayo incidente con respecto a la normal de la superficie es suficientemente pequeño como para que la aproximación  $\text{sen}\varphi \approx \varphi$  sea válida, sin embargo, en un sistema real aparecen aberraciones debidas a los rayos que no cumplen la condición anterior y que contribuyen a la formación de la imagen; para describir esto se hace uso de una expansión en serie de la función seno:  $\text{sen } \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} \dots$

Se pueden describir las aberraciones considerando los dos primeros términos de la expansión, llamadas de primero y tercer orden; la primera es la aproximación paraxial; las de tercer orden son: esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión (llamadas también aberraciones monocromáticas). La más importante de estas aberraciones es la esférica porque afecta también a los rayos de objetos axiales, su efecto es que la posición del foco, para un rayo dado, depende de la altura (con respecto al eje óptico) a la que incidió sobre la superficie

que produce la imagen, como consecuencia se tiene una infinidad de puntos focales, llamada la zona cáustica.

En la figura 31 se muestra la imagen de un punto en presencia de las cinco aberraciones de tercer orden [5]; considerando que en los métodos de la navaja y del alambre, para reducir el tamaño del movimiento del haz, se trabajó muy cerca del foco (zona cáustica), las contribuciones de las aberraciones en esta zona son muy grandes. De los datos obtenidos para el movimiento del prisma (que por el efecto de la lente debía ser casi un punto) se ve un comportamiento similar con el caso en que están presentes todas las aberraciones.



*Figura 31. Imagen de un objeto puntual en la zona cáustica, considerando las cinco aberraciones de tercer orden [5].*

### **3.2 BARRIDOS TOTALES.**

A continuación analizaremos los barridos totales capturados con el detector de posición y con la cámara CCD, se presentan sendos casos ilustrativos de los datos del barrido experimental con la trayectoria teórica en la figura 32. Se analizan varios barridos tomados con cada uno de los métodos y posteriormente se comparan los resultados obtenidos.

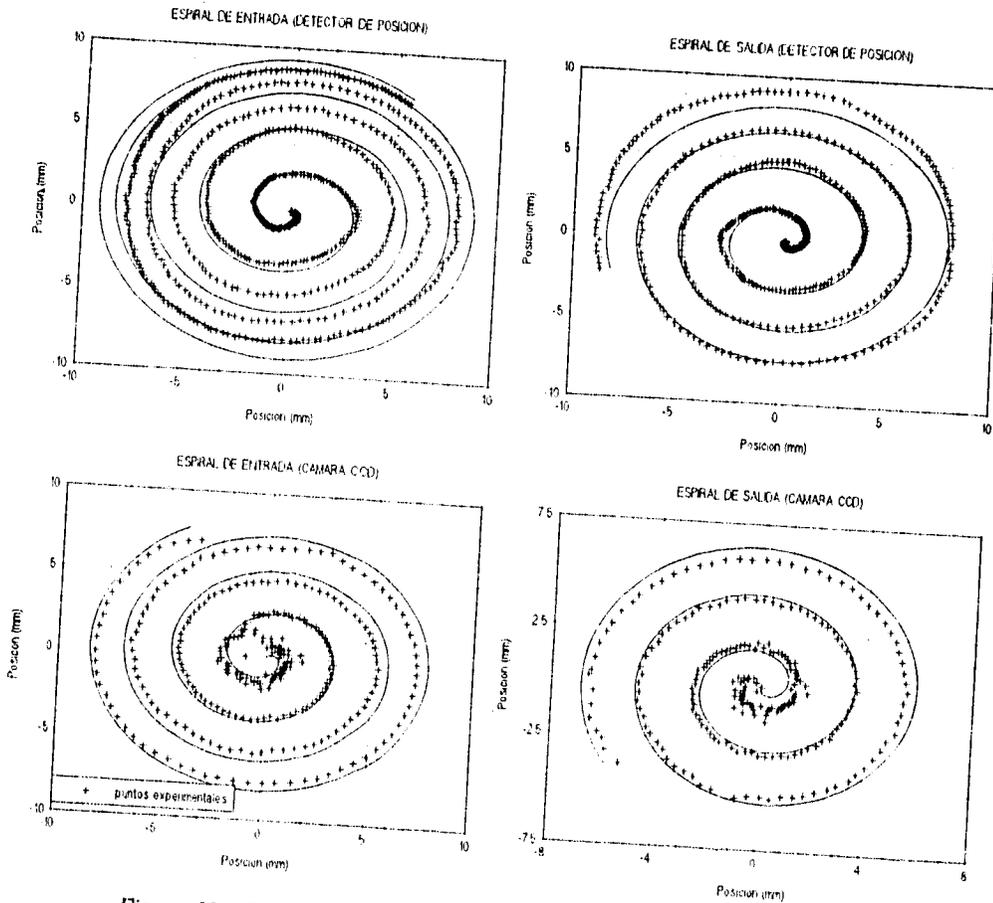


Figura 32. Trayectoria teórica superpuesta a los datos experimentales.

### 3.2.1 DETECTOR DE POSICION.

En la figura 33 se presentan las diferencias entre la trayectoria experimental y la teórica para varios barridos, esta diferencia se calculó de la siguiente manera: se tomó el primer punto de la espiral experimental y se buscó el punto más cercano de la espiral teórica. Un punto teórico se asoció con un único punto experimental.

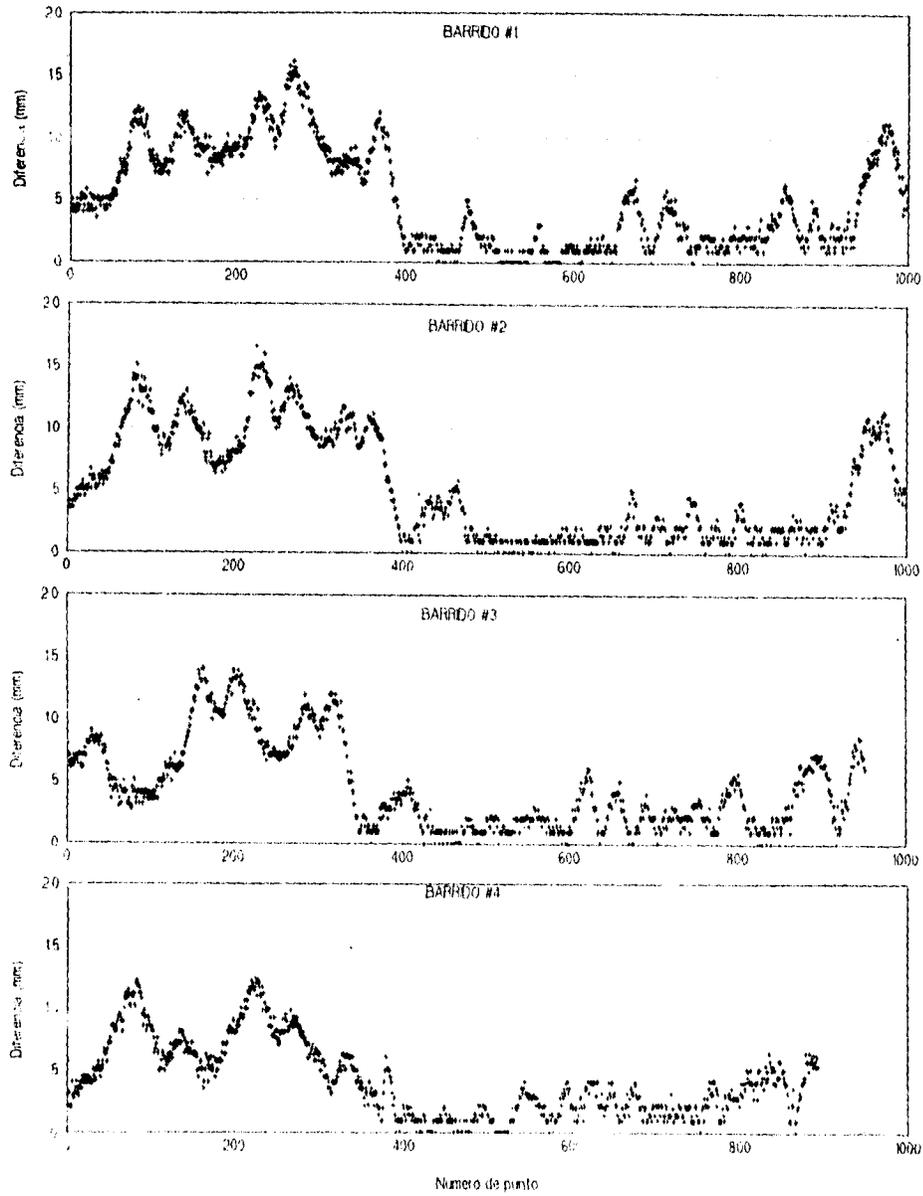


Figura 33. Diferencias entre la trayectoria teórica y los puntos experimentales capturados con el detector de posición.

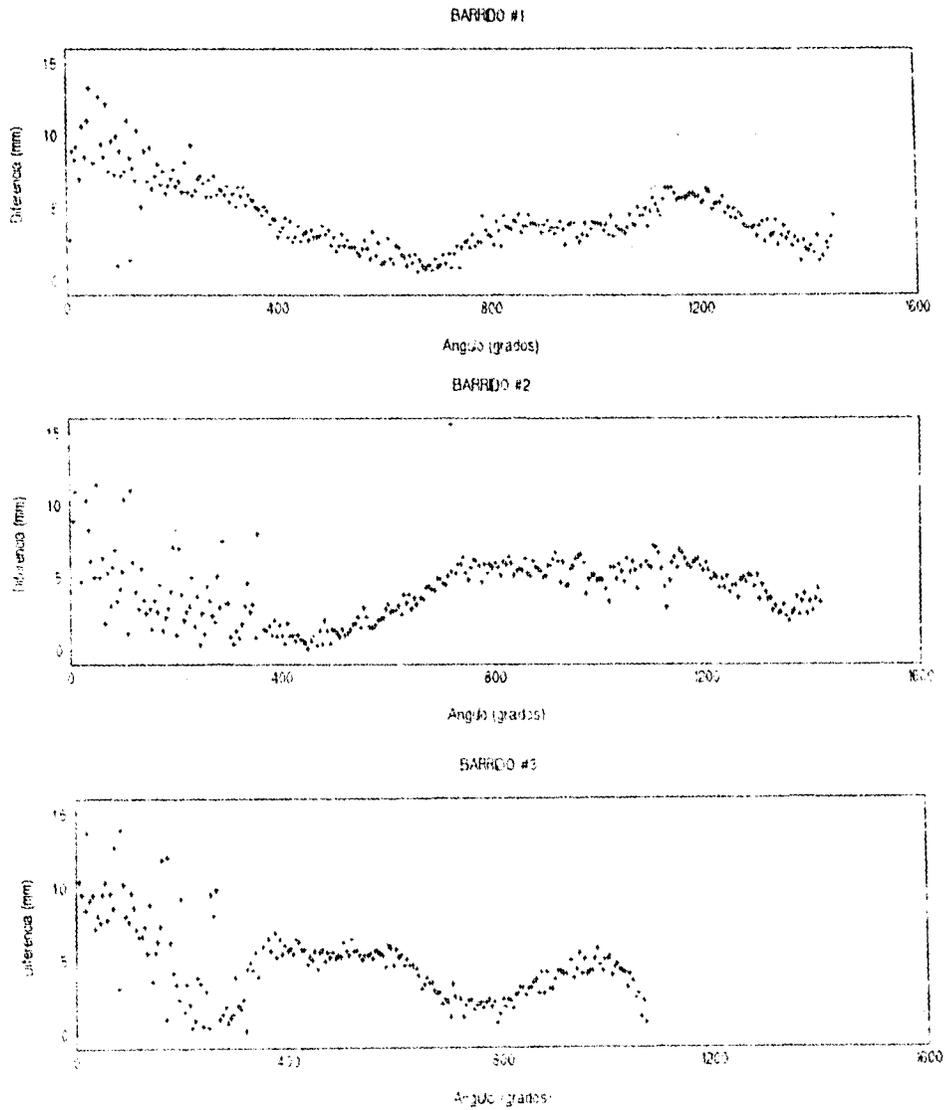
La diferencia entre cada barrido es que el prisma se giró  $45^\circ$  con respecto a la posición del barrido anterior; y para compararlo con el barrido teórico, cada barrido experimental se rotó en sentido contrario al desplazamiento del prisma.

Cada gráfica representa un barrido completo (espiral de entrada y de salida), y cada punto tiene una diferencia de 1 ms con respecto al anterior; en todos los casos, la espiral de entrada tiene una diferencia grande de la espiral teórica (primeros 400 puntos); sin embargo, la espiral de salida, se acerca más al barrido teórico (últimos 300 puntos). Los primeros 200 puntos representan la primera vuelta de la espiral, y después cada vuelta tiene 100 puntos. Para el barrido de entrada las diferencias son menores de 1.7 mm, y para el barrido de salida de 1.1 mm, llegando a ser menores a 0.5 mm en la parte central (entre 400 y 700 puntos).

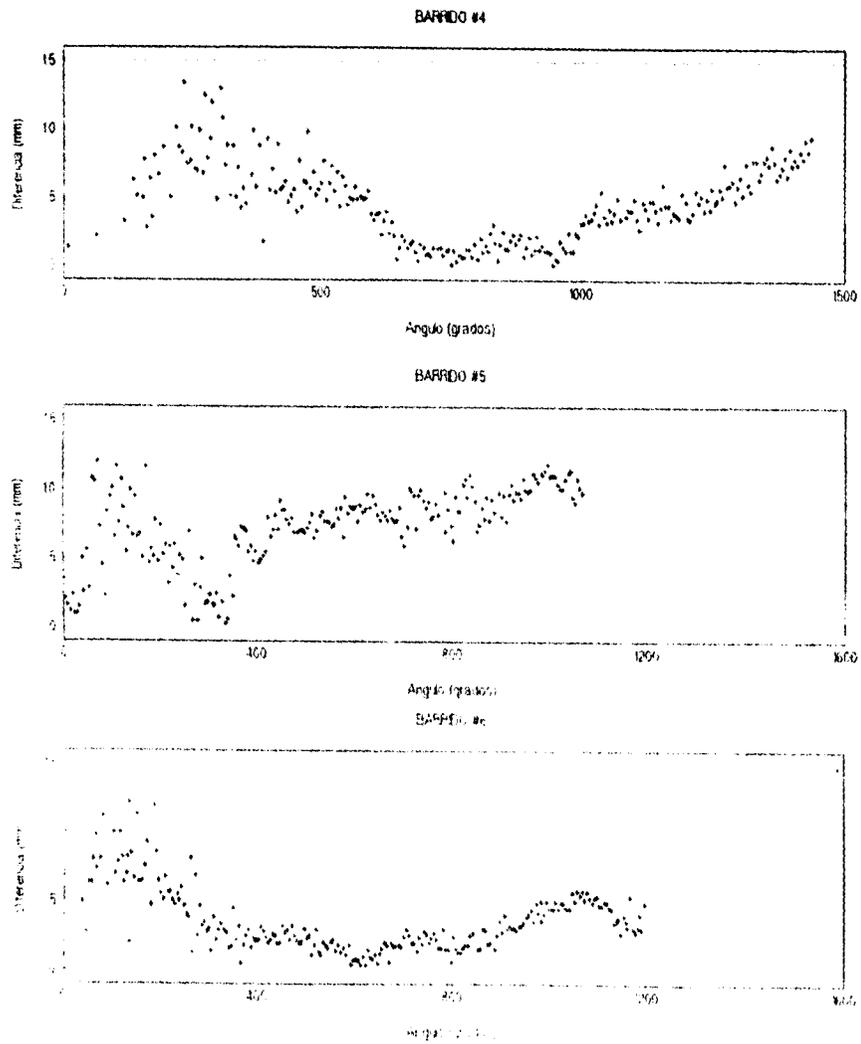
### 3.2.2 CAMARA CCD.

En este caso se hizo el mismo análisis que con el detector de posición, una vez calculados los centroides de intensidad de las espirales, para cada centroide se buscó el punto teórico más cercano. La figura 34 muestra las diferencias entre la trayectoria teórica y la experimental para los casos de espirales de entrada, la figura 35 muestra los casos de las espirales de salida.

En estos casos se grafica el ángulo correspondiente del punto experimental y la diferencia es la distancia al punto teórico más cercano, el ángulo asociado se consideró como  $\theta + n \times 360^\circ$ , donde  $\theta$  es el ángulo correspondiente al punto,  $n$  es el número de vuelta y  $\theta = 0^\circ$  corresponde al punto central. Esta asignación del ángulo se hizo de la misma forma tanto para las espirales de entrada como para las de salida, de tal forma que la parte central del barrido corresponde siempre a ángulos pequeños (menores de  $360^\circ$ ).



*Figura 34. Diferencias entre los datos tomados con la cámara CCD y el barrido teórico, para espirales de entrada.*



**Figura 35.** Diferencias entre los datos tomados con la cámara CCD y el barrido teórico, para espirales de salida.

En todos los casos analizados se encuentra que la diferencia entre la trayectoria experimental y la teórica es menor de 1.5 mm. Este método muestra que la diferencia entre las trayectorias es menor al comienzo y al final del barrido, y va aumentando conforme la espiral se acerca al centro; esto se debe a que en el centro la trayectoria es muy cerrada, lo cual implica que los pixeles que capturan la información reciben un mayor número de fotones que los que capturan las partes externas del barrido, dando una imagen extendida y burda en la parte central, lo que representa tener un solo centroide de intensidad para una parte grande de la trayectoria del haz.

### **3.3 DISCUSION.**

Se propusieron cuatro métodos para la detección del barrido del queratopógrafo, de los cuales se utilizaron tres de ellos para capturar barridos parciales (detector de posición, cámara CCD y bloqueo por un borde recto) y sólo con dos se capturaron barridos totales (detector de posición y cámara CCD); con el método del alambre opaco no fué posible obtener resultados debido, por una parte, a que la función que relaciona la posición del haz con su intensidad no es biunívoca; como el método nos da información sobre la posición del haz en una dirección, se requiere aplicar el método simultáneamente en dos direcciones perpendiculares, por otro lado, la dependencia entre la posición y la intensidad es muy fuerte (los reflejos que incidan en el detector causan mediciones erróneas) y se trabajó en una región en la que los efectos de las aberraciones son muy grandes.

Tanto en los barridos parciales como en los totales, con ambos métodos se obtuvieron resultados similares, lo cual indica que el comportamiento del barrido es como se esperaba.

En los barridos totales con el detector de posición se obtuvo una diferencia máxima con la trayectoria teórica de 1.7 mm en la parte externa del barrido, esto es que un punto detectado experimentalmente tiene un 19% de error con respecto al punto teórico; pero en la parte central la diferencia es menor de 0.5 mm (con lo

que se tiene un error menor del 10%) llegando hasta 0.2 mm; se considera que la primera vuelta del barrido (primeros 200 puntos) no es adecuada porque el haz aún se encuentra muy cerca del borde del prisma; los picos que se ven en el inicio de la tercera y última vuelta corresponden al pico que se observa en el caso del movimiento parcial del prisma.

Con la cámara CCD se obtienen mejores resultados en las partes externas del barrido que en la parte central, aunque en este caso la diferencia máxima a lo largo de todo el barrido es de 1.4 mm (~15% de error en la parte central y menos del 5% en las partes externas), pero en este caso se tiene un menor número de vueltas de la espiral además de que el número de datos no es tan grande.

Otro aspecto importante para los barridos totales es que, en ambos métodos, cada uno tenía condiciones iniciales distintas, esto indica que independientemente de las posiciones iniciales relativas del espejo y del prisma, el barrido es el mismo.

En cuanto a los métodos de detección, el uso del detector de posición bidimensional tiene la ventaja de que si un haz incide en su superficie activa, los datos que se obtienen son la posición del centroide del haz (con respecto al centro geométrico del detector); se pueden detectar haces débiles, ya que se puede variar la amplificación de la señal de salida; otra de las ventajas de usarlo es que su señal es continua, el número de datos adquiridos y el tiempo entre una medición y otra se pueden modificar mediante la tarjeta de adquisición de datos, dando con esto, una relación entre el número ordinal del dato y el momento en que fué capturado.

Las desventajas que tiene son debidas a las dimensiones del área activa y a la linealidad de la señal de salida (que en este caso es voltaje) y la posición de incidencia del haz; en este caso, parte del barrido incidía fuera de esta región y por eso fué necesario reducir su tamaño. Además de la calidad de la respuesta del detector se deben usar amplificadores para la señal de salida, lo cual requiere también de un buen funcionamiento.

La cámara CCD, en cambio, puede detectar el barrido en su tamaño real, no importa que tan grande sea, como la imagen que se obtiene es continua, los datos

medidos no dan el centroide del haz directamente, y se tiene que hacer un tratamiento más largo de los datos que en el caso anterior, se pueden detectar haces muy débiles durante tiempo de exposiciones muy cortos. Una consecuencia de la integración de luz en el tiempo de exposición es que se pierde la información temporal de la adquisición de los datos, y esto evita que se pueda detectar el barrido completo con una sola exposición, porque la espiral de salida cruza en algunos puntos a la espiral de entrada y entonces se tienen imágenes superpuestas que no se pueden separar.

En los casos del alambre y de la navaja se puede obtener la posición del haz con mejor precisión, y son métodos muy sencillos de utilizar ya que solo se requiere de un medidor de potencia por cada eje; pero tienen la desventaja de que la intensidad del haz es muy importante en los cálculos de la posición y dependen mucho de sus variaciones, si existen variaciones en la intensidad debidas a otras causas además del bloqueo (como por ejemplo los reflejos), la diferencia entre la posición calculada y la real es grande, cuanto más error se tenga al medir la intensidad. Otra desventaja es que el centro del haz no puede desplazarse mucho, porque si el bloqueo no se llega a dar, entonces no se tiene ninguna información sobre la posición del haz. Pero, por la precisión que se puede obtener con ellos, y considerando la posibilidad de adaptarlos adecuadamente, estos métodos serían muy útiles para el queratopógrafo, sobre todo por la sencillez de su aplicación

### **3.4 CONCLUSIONES GENERALES.**

De los cuatro métodos de detección de un haz láser analizados para su aplicación en un queratopógrafo, algunos de ellos ya se habían utilizado en la prueba de superficies ópticas y con ellos se obtenían resultados muy precisos; el aplicarlos al queratopógrafo imponía condiciones como la sensibilidad y su capacidad de respuesta: era necesario obtener un número grande de datos para un sistema en movimiento que hace que el haz no incida en el mismo punto sobre la superficie de prueba, esto se debe hacer en un tiempo corto para un haz de baja intensidad.

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

Con el detector de posición se pueden medir posiciones (en la parte central del barrido) con un error menor del 10%, en cambio en las partes el error es del 20%. La cámara CCD tiene una mejor precisión a lo largo de todo el barrido, ya que en general el error es menor del 15% (en la parte central), pero en las partes externas llega a ser menor del 5%.

El detector de posición permite obtener un número grande de datos mediante la tarjeta de adquisición (con información temporal), pero la superficie activa presenta una restricción en el movimiento del haz porque la relación voltaje-posición no es lineal en toda la superficie (actualmente en el mercado se pueden conseguir detectores de posición con mejores características que el usado en este trabajo); la cámara CCD es más fácil de adaptar al sistema que el detector; pero se obtienen pocos datos, se pierde información temporal debido a su tiempo de integración y se requieren más cálculos para obtener información sobre la trayectoria.

Los métodos del alambre opaco y de la navaja son muy precisos, pero se requiere aplicarlos en dos direcciones perpendiculares simultáneamente. Aunque son muy sencillos ya que no requieren de aparatos especiales para las mediciones (salvo una computadora personal), en estos dos casos, en éste trabajo no fué posible obtener resultados, pero esto no debería ser inconveniente para una posible modificación que permita aplicarlos al queratopógrafo, recordando que en el plano de detección del haz reflejado en la superficie se espera que el haz no tenga desplazamientos muy grandes.

Como se mencionó antes, este trabajo es parte de un proyecto de investigación, en el cual el siguiente paso es aplicar alguno de estos métodos para la caracterización de una superficie de prueba y posteriormente aplicarlo a la medición de córneas.

## APENDICE A

### TRATAMIENTO DE LAS IMAGENES DE CCD.

Las imágenes de la cámara CCD tiene un formato especial, en el cual la información de cada pixel ocupa 12 bits (una palabra y media), la información se ordena de la siguiente manera: a la primera palabra y media le corresponde al pixel de la esquina superior izquierda del arreglo, la segunda palabra y media al pixel contiguo de esa misma línea y así sucesivamente, cuando se llega al primer pixel de la siguiente línea, la información se coloca en la siguiente palabra y media que le corresponda, este proceso se sigue hasta acumular la información de todos los pixeles en un archivo de una sola línea.

La información necesaria para analizar las imágenes es la posición de los pixeles y su nivel de gris, pero el software de la cámara no permite obtener esta información, y el formato original no permite obtener esta información fácilmente, por lo que el formato del archivo de las imágenes se tuvo que cambiar, el software permite cambiar el formato de la cámara a un formato binario (PIF); éste archivo en binario posteriormente se cambió a otro en ASCII, mediante un programa hecho en BASIC llamado convierte, en el cual se tenía la posición que le correspondía a cada pixel en el arreglo y su nivel de gris.

El formato original de las imágenes tienen información de 31 680 pixeles, que es el número de pixeles real que tiene el arreglo; al cambiarlo al formato binario se añaden 30 784 pixeles (que no se encuentran en el arreglo real) sin información, lo cual hace un total de 64 264 pixeles. La información útil de cada imagen ocupa, en promedio 3000 pixeles, en la conversión del archivo binario al archivo en ASCII no se consideran los pixeles que no tienen información con lo que el archivo final es mucho menor que el original, lo cual permite un manejo más rápido de los archivos.

Se hizo otro programa llamado despliega que permitiera el manejo de la imagen original, la imagen desplegada en la pantalla tiene colores falsos, cada color indica un rango en el nivel de gris asociado con cada pixel, con esto se puede

eliminar el ruido que pueda tener la imagen y nos permite conocer el nivel máximo de esa imagen. Con este programa se puede marcar sobre la imagen desplegada en la pantalla una región; se puede crear otro archivo, que contenga solo a la región marcada o que la elimine, con esto se reduce considerablemente el tamaño del archivo, ya que no todos los pixeles tienen información útil sobre el barrido.

Este programa también permite encontrar el centro de la imágenes (en el caso de los barridos del prisma), ya que dibuja una circunferencia cuyo centro y radio pueden ajustarse de acuerdo a la imagen que se ve en la pantalla.

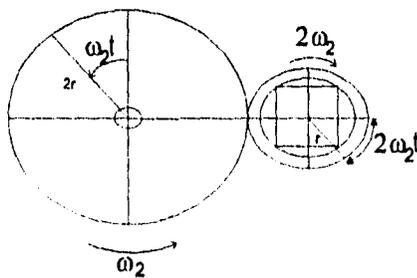
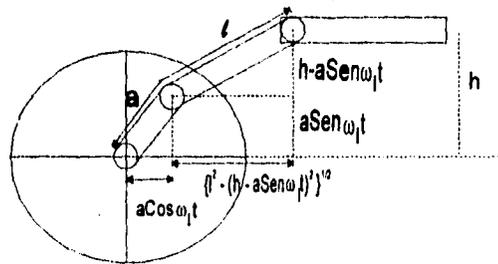
## APENDICE B

### ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE LOS MOTORES DEL PRISMA Y DEL ESPEJO.

En el capítulo 1 se mostraron las ecuaciones de movimiento de los engranes de los motores que mueven al prisma y al espejo; se muestra un esquema con los parámetros involucrados.

$$\rho(t) = a \cos(\omega_1 t) + \sqrt{l^2 - [h - a \operatorname{Sen}(\omega_1 t)]^2} - \sqrt{l^2 - h^2}$$

$$v(t) = 4 \omega_2 t + v_0$$



## APENDICE C

### ESPECIFICACIONES DE LOS APARATOS USADOS.

# PHOTODETECTORS

MODEL NUMBER	WAVELENGTH RANGE (nm)	DETECTOR TYPE	TYPICAL RESPONSE (1)		TYPICAL SENSITIVITY (2)		TYPICAL DARK CURRENT (3)		TYPICAL NOISE (4)		TYPICAL LINEARITY (5)		TYPICAL TIME RESPONSE (6)		TYPICAL CAPACITANCE (7)		TYPICAL RESISTANCE (8)		TYPICAL TEMPERATURE RANGE (9)		TYPICAL STORAGE RANGE (10)		FIELD OF VIEW (11)
			Bandwidth (Hz)	Gain (V/A)	Current (nA)	Power (mW)	Current (nA)	Power (mW)	Current (nA)	Power (mW)	Current (nA)	Power (mW)	Current (nA)	Power (mW)	Current (nA)	Power (mW)	Current (nA)	Power (mW)	Current (nA)	Power (mW)	Current (nA)	Power (mW)	
301-01	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-02	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-03	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-04	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-05	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-06	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-07	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-08	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-09	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-10	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-11	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-12	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-13	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-14	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-15	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-16	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-17	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-18	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-19	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
301-20	0.4-0.7	Si-PM	0.2	2	100	100	0.001	0.001	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

### Specifications for Model 301 DIV and 301 DIV-30

<p><b>Input current range</b>          1 mA to 3 mA          300 μA to 1 mA          100 μA to 300 μA          30 μA to 100 μA          10 μA to 30 μA          3 μA to 10 μA</p> <p><b>Range selector</b>          6-position rotary switch</p> <p><b>Detector bias</b>          Selectable 0 VDC (photovoltaic) or 15 VDC (photoconductive).</p> <p><b>Detector polarity</b>          Selectable common anode (LSC and SC series) or common cathode (SPOT series).</p> <p><b>Output voltage</b>          Sum          Position</p> <p><b>Output voltage range</b>          Sum          Position</p> <p><b>Output connectors</b>          BNC.</p>	<p><b>GAIN at sum output (V/A)</b>          3K          10K          30K          100K          300K          1000K</p> <p>GAIN × (10 + 1E)          (10 - 1E) ÷ 10V          (10 + 1E)</p>	<p><b>Frequency bandwidth</b>          Standard          Optional</p> <p><b>DC drift</b>          Noise, rms</p> <p><b>Output impedance</b>          Standard          30 kHz version</p> <p><b>Range indicators</b></p> <p><b>Output adjustments</b>          CAL</p> <p>ZERO</p> <p><b>Operating temperature</b></p> <p><b>Power requirements</b>          Standard Model (301DIV)          Optional Model (301DIV-30M)</p>	<p>DC to 5 kHz          DC to 30 kHz (Model 301DIV-30M U2).</p> <p>10 mV/C* for 10 V full scale.</p> <p>2 mV for 10 V full scale.</p> <p>&lt;1 ohm          100 ohm.</p> <p>1/100 signal level LEDs aid in setting range switch to proper value.</p> <p>Adjustable scale factor for position output.          Provides ±25 V zero offset.</p> <p>0 to 50°C.</p> <p>105 to 125 V 50/60 Hz, 5 watts.          210 to 250 V 50/60 Hz, 5 watts.</p>
--	---	---	---

## Laser Picowatt Digital Power Meter

Digital Display:	4 1/2 digit backlit LCD for reading and status indicators.
Power Range:	Seven decades from 2 nW to >2 W full scale. See sensor specifications.
Range Switching:	Autoranging or Manual
Conversion Period:	170 msec
Resolution:	0.005% (0.05% on lowest scale); 0.01 dB on dBm scale *
Zero Drift:	Less than $\pm 0.05\%$ of full scale
Recorder Output:	Inverted direct amplification of input current, $\pm 2$ full scale
Power:	105-125 V or 210-250 V (switch selected); 90-110 V optional, 50-60 Hz (jumper selection), 12 VA
Accessory Battery Pack:	Rechargeable batteries with 5 hours between charges
Case Dimensions:	8.5 x 3.5 x 10.5 in. deep

## Detector Specifications (when used with Model 835 Meter)

818-UV (UV Wavelengths)	
Wavelength Range	0.25-1.1 $\mu$ m <sup>1</sup>
Measurement Range	
w/o attenuator	5 pW-2 mW -83-+3 dBm 5 nW-2 W <sup>2</sup>
w/attenuator	-53 dlim-+33 dlim
Resolution	0.1 pW -100 dBm
Calibration Accuracy (NBS Traceable)	+8% (250-390 nm) $\pm 5\%$ (400-490 nm) $\pm 3\%$ (500-850 nm) $\pm 5\%$ (860-960 nm) $\pm 10\%$ (970-1100 nm) <sup>3</sup>
Housing	0.75" x 1.5" diam. (19 mm x 38 mm diam.)

Note: (1) Attenuator (O.D. 3 at 630 nm) and Model 814 (M-814) stand included. (2) Interpolated. (3) At 850 nm except as noted. (4) At 1300 nm; Model 814 (M-814) stand included. (5) At 514 nm. (6) 818-UV Responsivity - 50 mA/W at 100 nm, +100 mA/W at 254 nm. (7) Available Fall 1989. Cooling Fan required above 5 W. (Included).

## Analog Laser Power Meter

Resolution	1% of range (1 nW to 1 $\mu$ W)
Ranges	0.1, 1, 10, 100 $\mu$ W; 1, 10, 100 mW
Linearity	$\pm 1$ 1/2% of full scale
Repeatability	$\pm 1\%$ of full scale
Accuracy	4%
Calibrated Wavelengths	488.0, 514.5, 632.8 nm
Bandwidth	18 kHz on 0.1 $\mu$ W range 180 kHz all other ranges
Noise equivalent input	1 nW
Analog Output	-100 $\pm$ 0.5 mV full scale
Batteries	2 each, 12.6 V, Type TR-289
Case Size	6.5 x 10 x 4.5 in. (16.5 x 25.4 x 11.4 cm)

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Anaszkieicz, Pawel; Ascanio, Gabriel; Díaz, Rufino; "**Sistema de barrido y detección para queratopografía láser**"; Memorias del VI Congreso Nacional de instrumentación, Soc. Mex. Inst., Gto, Mex., Septiembre (1990).
- [2] Karim; Mohammad A., **Electro-Optical (Devices and Systems)**, PWS KENT Publishing Company, Boston Massachusetts (1990).
- [3] Díaz Uribe, José Rufino; **Pruebas ópticas por deflectometría láser**, Tesis de Doctorado Facultad de Ciencias UNAM, México (1990).
- [4] Díaz Uribe, J. R., Rosete Aguilar, Martha, Ortega Martínez, R; "**Position sensing of a gaussian beam with a power meter and a knife edge**"; Rev. Mex. de Fis. **39**, 484-492, (1993).
- [5] Ghatak, A. K., Thyagarajan, K; **Contemporary Optics**, Plenum Press (1978).
- [6] Granados Agustín, Fermín; **Evaluación de la topografía corneal por deflectometría láser**, Tesis de Lic. Facultad de Ciencias UNAM, México, (1993).
- [7] González, E., Granados, F, Díaz, R.; "**Amplificador para detector de posición de haces láser de baja potencia**", Instrumentación y Desarrollo, **3**, 136-139, (1993).
- [8] Hecht, Eugene and Zajac, Alfred; **Optics**, Addison-Wesley Publishing Company, New York (1973).
- [9] Khosroffian, J. M., Garetz, B. A.; "**Measurements of a gaussian laser beam diameter through the direct inversion of knife edge data**"; Appl. Op., **22**, 3406-3410 (1983).
- [10] Laser Institute of America, *Laser Safety Guide* prepared by Laser Safety Committe; sixth edition (1987).
- [11] O'Shea Donald; **Elements of Modern Optical Design**, Jhon Wiley & Sons, (1985).
- [12] Rosete Aguilar, Martha; **Prueba de superficies esféricas por reflexión de un haz láser**, Tesis de Lic., Facultad de Ciencias UNAM, México, (1989).