

23
24
2020
2021
2022
2023
2024

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ACATLAN**



**“UN PROCEDIMIENTO PARA APLICAR
FILTRAJES SELECTIVOS EN
IMAGENES DIGITALES”**

**TRABAJO INDIVIDUAL DE
INVESTIGACION (TESIS)**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN MATEMATICAS
APLICADAS Y COMPUTACION**

PRESENTA:

J. GUADALUPE RODRIGUEZ GARCIA

NAUCALPAN, EDO. DE MEXICO

1995

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIA:

A QUIEN ME ENSEÑÓ QUE TODO SE LOGRA
CON TRABAJO Y EMPEÑO:
MI MADRE †

A QUIEN SIEMPRE ME HA ENSEÑADO
A TOMAR EL CAMINO CORRECTO:
MI PADRE

A ESA BOLA DE LOCOS QUE SIEMPRE
HAN CREIDO EN MÍ:
MIS HERMANOS
EN ESPECIAL A PAULINA

A QUIENES ME HAN APOYADO Y
ME HAN INSPIRADO

A TODOS ELLOS GRACIAS...

AGRDECIMIENTOS:

Al Doctor Jorge Lira Chávez, por la guía y apoyo otorgados para la realización de éste trabajo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por todo lo que me ha dado.

INTRODUCCIÓN	1
Efectos atmosféricos en el proceso de captura de una imagen satelital	1
Absorción atmosférica	3
El espectro electromagnético	4
Reflectancia espectral de escenas	4
Fuentes de distorsión radiométrica	6
Otros sistemas de imágenes digitales	13
CAPÍTULO I	15
Teoría	15
Filtros vía transformada de Fourier	19
Filtros selectivos	25
CAPÍTULO II	28
Parte de SANDI	28
Interfas gráfica	28
Seleccionar una imagen	29
Paletas	30
Escalas	31
Fin	31
Zona de captura	32
Zona de despliegue	32
Zona de opciones temporales	32
Seleccionar un punto	32
Mensajes de error	37
Precauciones	38
Aplicación de filtros	39

CAPÍTULO III	40
Aplicaciones y resultados	40
CONCLUSIONES	55
APÉNDICE A	57
APÉNDICE B	62
BIBLIOGRAFÍA	64

INTRODUCCIÓN

La información visual juega un papel primordial en la comunicación y orientación humana. Se ha estimado que alrededor del 75% de toda la información recibida por el hombre es de origen visual. Por tanto, no es sorprendente que con el avance del procesamiento electrónico de datos, surga el deseo por el análisis, procesamiento y adquisición de imágenes por medio de una computadora digital; cuando una computadora recibe y usa información visual, se llama a esto **procesamiento y reconocimiento de imágenes digitales** (Wahl, 1987).

Muchas técnicas para el procesamiento de imágenes han sido desarrolladas explotadas o aplicadas en las últimas dos décadas (Lim, 1990; Jain, 1989), el acelerado avance en ésta área está dirigido principalmente por la disponibilidad de **hardware** para el examen y despliegue de imágenes a bajo costo y la relativa facilidad para usar una computadora. Sin embargo, ciertas técnicas para el procesamiento en computadora han contribuido también en este desarrollo, sin la popularización del algoritmo de la **transformada de Fourier** por Cooley y Tokey en 1965, la transformación y procesamiento de imágenes probablemente hubiera quedado en el dominio de la óptica. También la carrera espacial brindó un impulso importante al procesamiento de imágenes. Las imágenes tenían que ser de una calidad de transmisión adecuada, para dar ésta calidad, el video tenía que ser examinado, digitizado, codificado y transmitido. La corrección y diversas técnicas de restauración tuvieron que ser acopladas a las estaciones terrestres para dar la calidad deseada a las imágenes provenientes de satélites y sondas espaciales (Hall, 1979).

Desde los primeros intentos, el procesamiento de imágenes se ha desarrollado como un amplia disciplina científica que interactúa cercanamente con diversos tópicos tal como la óptica, reconocimiento de patrones, inteligencia artificial, visión computacional y robótica (Wahl, 1987).

Efectos atmosféricos en el proceso de captura de una imagen satelital

La atmósfera es el medio a través del cual la energía electromagnética viaja desde el sol hacia la escena terrestre y desde ésta hacia el sensor (fig. I.1).

La atmósfera transmite, absorbe y dispersa dicha energía. La energía transmitida pasa a través de la atmósfera y alcanza el sensor. La energía absorbida calienta la atmósfera o es reemitida con sus características espectrales alteradas.

La dispersión atmosférica resulta cuando la dirección de la energía es impredeciblemente cambiada, en el momento de encontrar partículas atmosféricas. El resultado de la dispersión de la luz debido a las partículas y moléculas es una imagen borrosa y con baja calidad en su claridad, si bien este efecto es relativamente pequeño. Los efectos de la dispersión son más notables en la longitud de onda del visible e infrarrojo. Hay tres principales tipos de dispersión: Rayleigh, Mie y no-selectivo.

La dispersión Rayleigh, la más común, ocurre cuando la luz incidente encuentra partículas o moléculas cuyo tamaño es del orden de la longitud de onda del fotón. Ésta es la responsable de hacer que el cielo parezca azul; a longitud de onda más corta, mayor la cantidad de dispersión.

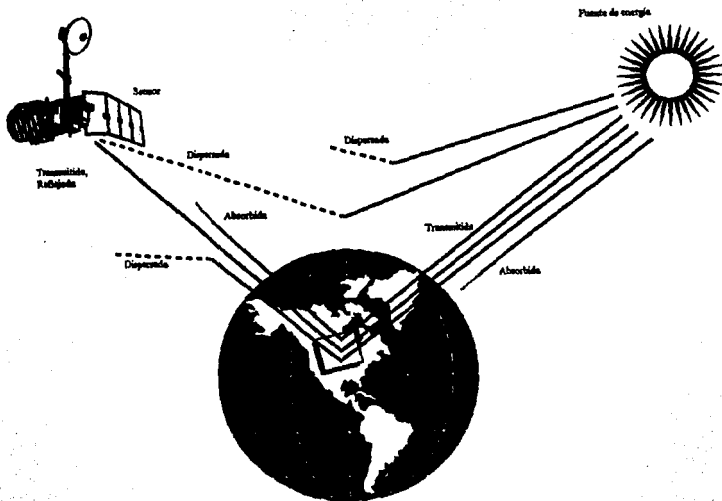


Figura 1.1 Esquema de la obtención de una imagen digital.

La dispersión Mie ocurre cuando la longitud de onda de la luz incidente es comparable al tamaño de las partículas o moléculas encontradas. Vapor de agua, gases y polvo, son los principales dispersores en la atmósfera. Este tipo de dispersión tiende a influir en las longitudes de onda más largas. La dispersión Mie es significativa cuando el cielo está ligeramente nublado.

La dispersión no-selectiva afecta todas las longitudes de onda, infrarrojo cercano y medio, casi de igual manera. La dispersión no-selectiva ocurre cuando las partículas atmosféricas que causan la dispersión (tal como las gotas de agua y el polvo) son mucho más grandes que la longitud de onda de la energía que interactúa con ellas. Debido a que iguales cantidades de luz visible roja, azul y verde es dispersada, las nubes y neblina parecen blancas.

La energía puede ser dispersada fuera o dentro del campo visual del sensor. La energía dispersada dentro del campo de vista del sensor es referida como "ruido".

Absorción atmosférica (Valley, 1965).

Los constituyentes moleculares de la atmósfera absorben radiación solar. Cada una de las especies moleculares tiene su propio espectro de absorción peculiar (regiones de longitud de onda que serán absorbidas). Esta energía solar absorbida es retenida como energía interna o re-emitada en otra región de longitud de onda. Ozono, vapor de agua, bióxido de carbono y metano son los absorbentes primarios de energía. Oxígeno y nitrógeno, los gases más abundantes en la atmósfera son los que menos energía absorben.

La energía con longitud de onda menor a $0.3\mu\text{m}$ (rayos x y gamma) es completamente absorbida por el ozono en la región superior de la atmósfera. Los rayos ultravioleta son absorbidos en gran

parte, sólo las micro-ondas y las longitudes de onda más largas son capaces de penetrar la atmósfera con poca absorción.

Los rayos visibles de luz y longitud de onda infrarrojo son generalmente transmitidos a través de la atmósfera. Esas regiones de longitud de onda de alta transmisión, llamadas "ventanas atmosféricas" son regiones del espectro propicias para adquirir datos por medio de la percepción remota.

El espectro electromagnético (Lillesand y Kiefer, 1987).

El espectro electromagnético es un continuo de todas las ondas electromagnéticas arregladas de acuerdo a su frecuencia y a su longitud de onda. La energía electromagnética viaja a través del espacio vacío en ondas a 299,702.458 kilómetros por segundo, conocida ésta como la velocidad de la luz. La longitud de onda es la distancia de cresta a cresta. La frecuencia es el número de crestas que pasan en un punto dado en un segundo. El espectro está dividido en regiones, basadas en el rango de la longitud de onda, desde los rayos gamma, los cuales pueden tener longitudes de onda de 10^{-6} μm o menos, hasta las ondas largas de radio, cuyas longitudes de onda pueden ser de muchos kilómetros (fig I.2).

La luz visible está compuesta por un rango de longitudes de onda desde 0.4 (azul) hasta 0.7 (rojo) μm . Esta angosta porción del espectro es el rango total de energía electromagnética para la cual el ojo humano es sensitivo.

Reflectancia espectral de escenas (Lillesand y Kiefer, 1987)

La reflectancia espectral es la porción de energía incidente que es reflejada para una longitud de onda dada. Las curvas de reflectancia espectral, muestran la reflectancia de sólidos,

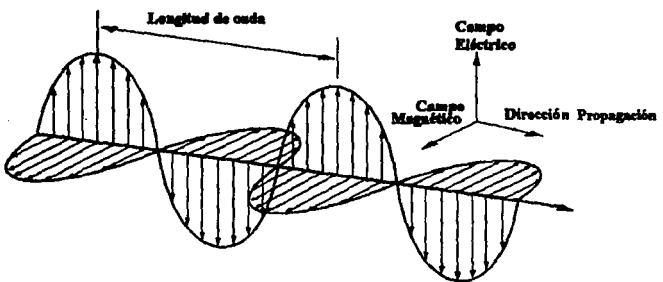
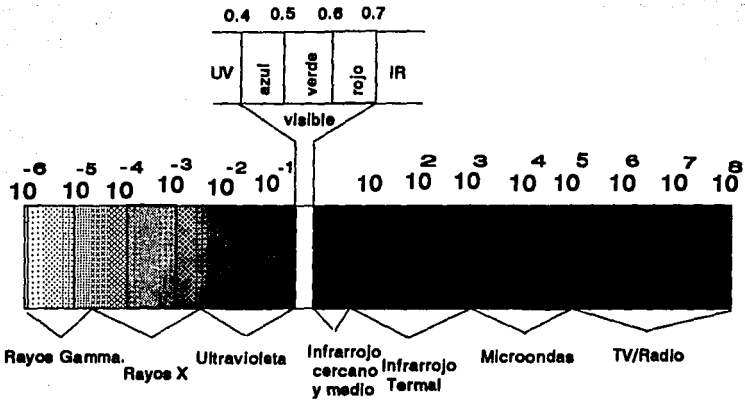


Figura 1.2 El espectro electromagnético

vegetación y agua como una función de la longitud de onda (fig. I.3).

La fracción de longitud de onda reflejada en una particular longitud de onda varía de acuerdo con las diferentes características de la tierra y la reflectancia de cada una de éstas varía a diferentes longitudes de onda. Así dos características que son indistinguibles en un rango espectral, pueden ser diferentes en otra longitud de onda.

Sólidos: la textura de los sólidos, la aspereza de la superficie, la presencia de humedad, óxido y materia orgánica pueden reducir la reflectancia del sólido en la región del visible.

Vegetación: La curva de la reflectancia espectral para la vegetación normalmente muestra picos y valles. La reflectancia es dictaminada por el pigmento en las hojas de las plantas. La clorofila absorbe fuertemente la energía en las longitudes de onda de $0.45\mu\text{m}$ y $0.67\mu\text{m}$. La vegetación sana parece verde debido a la relativamente alta reflexión de energía en el verde, por las hojas de las plantas y por la alta absorción de rojo y azul.

Agua: En las longitudes de onda del visible, la energía que llega al sensor desde un cuerpo de agua puede ser reflejada por la superficie de la misma, por partículas en el agua o desde el fondo de ésta si es clara y superficial. El agua conteniendo una gran cantidad de sedimentos suspendidos normalmente tiene una reflectancia más alta que el agua clara en la misma zona geográfica.

Los materiales más comunes suspendidos en el agua son clorofila y sedimentos no-orgánicos. Un incremento en la clorofila tiende a decrementar la reflectancia del agua en longitudes de onda en el azul e incrementar la reflectancia en la longitud de onda

del verde.

Las bandas visibles poseen información de la turbulencia del agua, barometría, corrientes, y colocación de sedimentos. Debido a que el agua absorbe energía en la longitud de onda infrarroja, las bandas infrarrojas son usadas para localizar y delinear cuerpos de agua.

Fuentes de distorsión radiométrica

Cuando una imagen es captada por los sensores, ésta puede contener errores en la geometría y en el valor de brillantez de los *pixels*. Este segundo tipo de error es conocido como error radiométrico y puede ser resultado de defectos en el sensor o por interferencia de la atmósfera. Errores en la geometría de la imagen pueden aparecer por muchas causas, el movimiento relativo entre el receptor del satélite y la tierra, pueden provocar errores de naturaleza "torcida" en la imagen; la no-linealidad en el sensor, la curvatura de la tierra y también variaciones incontroladas en la posición y altitud de la plataforma del sensor son factores que intervienen también en la distorsión geométrica.

Los mecanismos que afectan los valores de brillantez de los *pixels* en una imagen pueden ser provocados por dos tipos de distorsión radiométrica. Primero, la distribución relativa a la brillantez sobre una imagen en una banda puede ser diferente a la escena base. Segundo la brillantez relativa de un sólo *pixel* de una banda a otra puede ser distorsionada, comparada con el caracter espectral de reflectancia de la región correspondiente en la escena. Los dos tipos de distorsión pueden resultar debido a la presencia de la atmósfera como medio de transmisión a través del cual la radiación debe viajar desde la fuentes hasta el sensor y puede ser resultado también de defectos en los instrumentos.

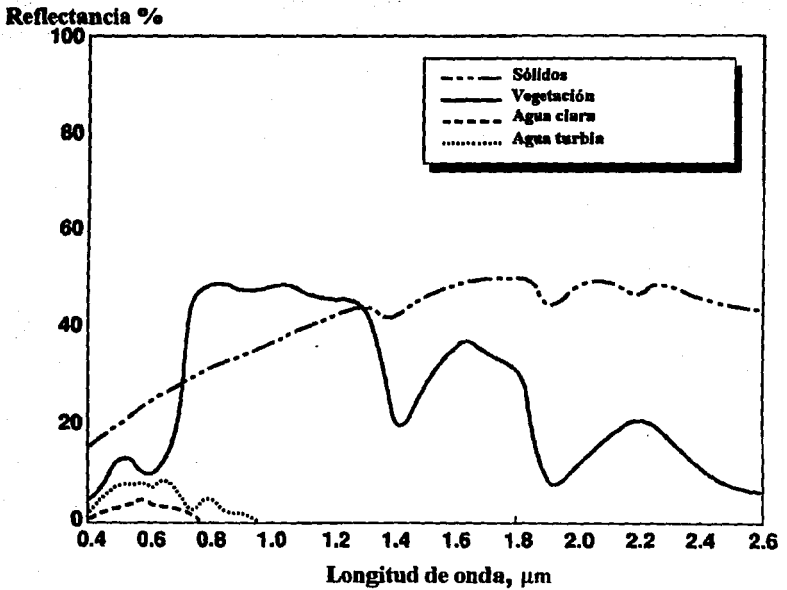


Figura 1.3 Reflectancia espectral de objetos en una escena.

En la ausencia de atmósfera la señal medida por el sensor sería una función del nivel de energía representada en el *pixel* y de las propiedades espectrales de éste. Sin embargo la presencia de la atmósfera puede modificar significativamente esta señal medida (ver figura I.1).

Como resultado de la dispersión causada por la atmósfera los detalles finos de una imagen pueden ser oscurecidos. Consecuentemente es importante que en las aplicaciones donde se es dependiente en sobremanera de la resolución disponible en el sensor, tal como en estudios urbanos, se corrijan en lo posible tales efectos.

Debido a que las dispersiones Rayleigh y Mie son dependientes de la longitud de onda, los efectos de la atmósfera serán diferentes en las diferentes bandas operados por un sensor. Esto conduce a una pérdida en la calibración del conjunto de brillantez asociado a un *pixel*.

Otro tipo de error radiométrico dentro de una banda y entre bandas puede ser causado por el diseño y operación del sensor. El más significativo de esos errores está relacionado al sistema detector. Un detector ideal de radiación debería tener una transferencia característica (radiación de entrada, señal de salida) (fig. I.4). Esta transferencia debería ser lineal así que habría un incremento o decremento de la señal de acuerdo con el nivel de radiación detectado.

Los sensores reales tienen algún grado de no-linealidad y también dan una pequeña señal de salida aun cuando no haya sido detectada ninguna radiación. Históricamente este error es conocido como corriente oscura y es relacionada al ruido electrónico residual en el sistema a una temperatura superior al cero absoluto (desplazamiento). La línea que describe el comportamiento de la señal de acuerdo con la radiación es

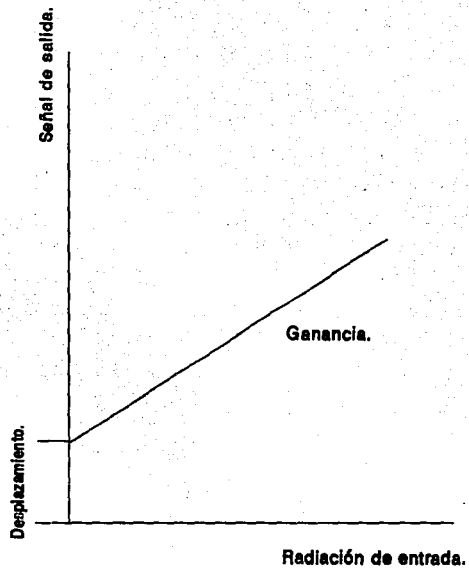


Figura 1.4 Transferencia característica de un detector de radiación.

llamada transferencia de ganancia o simplemente ganancia.

La mayoría de los sensores remotos tienen más de un detector. Por ejemplo en el caso del Landsat MSS tiene 6 por banda, el Landsat TM tiene 16 por banda, ver tabla I.1. Cada uno de esos detectores tendrá una función de transferencia ligeramente diferente de la descrita por su ganancia y desplazamiento (fig. I.5).

En el caso de detectores como los del TM y MSS esos desbalances estropean la imagen a lo largo de la dirección de captura (Richards, 1986).

El trabajo que aquí se presenta se avoca a la restauración de imágenes **degradadas** por alguna forma de error radiométrico a través de un filtro de carácter selectivo, vía transformada de Fourier.

También se implantó para formar parte del Sistema de Análisis Digital de Imágenes SANDI (Lira y Landgrave, 1992), dentro del módulo de filtros en el dominio de las frecuencias, que se desarrolla en el Instituto de Geofísica de la UNAM en la Sección de Percepción Remota.

Después de expuesto lo anterior cabría aclarar cuándo se considera que una imagen está degradada.

Cualquier imagen registrada en algún dispositivo de medida ha sido formada siempre en la presencia de fuentes de degradación. En la mayoría de las ocasiones, la degradación es tan pequeña que resulta despreciable. Una imagen se encuentra degradada cuando no satisface la idea preconcebida de imagen ideal que se hace en relación a la transformación general: imagen -----> imagen (Lira, 1994).

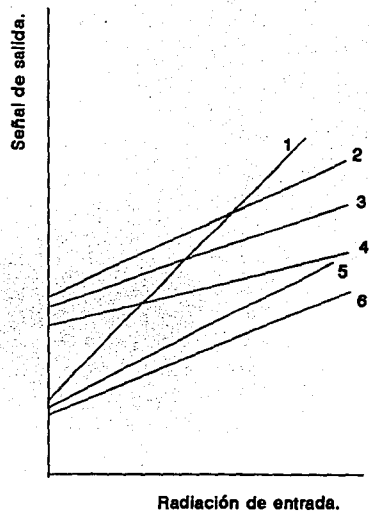


Figura 1.5 Transferencia característica de un detector de 6 bandas.

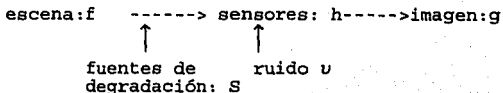
Plataforma	Skylab	Landsat 1, 2	Landsat 3	Landsat 4, 5	Spot 1, 2
Dato					
Fecha de lanzamiento	Febrero, 1973	Julio, 1972 y Enero, 1975	Marzo, 1975	Julio, 1982 y Marzo, 1984	Noviembre, 1985
Altura promedio sobre la Tierra	435 km	920 km	912 km	700 km	822 km
Periodo de la órbita	93 minutos	103 minutos	103 minutos	90 minutos	101 minutos
Periodo de cobertura	Irregular	18 días	18 días	16 días	26 días
Tamaño del elemento de resolución	Variable y comparable a los Landsat 1 y 2	57 x 79 m ²	57 x 59 m ² y 238 x 238 m ² para la 5a. banda	30 x 30 m ² y 120 x 120 m ² para la 6a. banda	20 x 20 m ² y 10 x 10 m ² para la 4a. banda
Tamaño de la imagen	Variable	185 x 185 km ²	185 x 185 km ²	185 x 185 km ²	60 x 60 km ²
Bandas espectrales	13 bandas espectrales entre 0.4 y 12.5 um	1) 0.5-0.6 um 2) 0.6-0.7 3) 0.7-0.8 4) 0.8-1.1	1) 0.5-0.6 um 2) 0.6-0.7 3) 0.7-0.8 4) 0.8-1.1 5) 10.4-12.6	1) 0.45-0.52 um 2) 0.52-0.60 3) 0.63-0.69 4) 0.76-0.90 5) 1.55-1.75 6) 10.4-12.5 7) 2.08-2.35	1) 0.50-0.59 um 2) 0.61-0.69 3) 0.79-0.90 4) 0.51-0.73

Plataforma	Nimbus 7	Goes 7	NOAA 11	Seasat	ERS-1
Dato					
Fecha de lanzamiento	Octubre, 1978	Septiembre, 1989	Diciembre, 1989	Junio, 1978	Mayo, 1991
Altura promedio sobre la tierra	955 km	35.773 km	854 km	790 km	785 km
Periodo de la órbita	107 minutos	24 horas	102 minutos	100 minutos	100 minutos
Periodo de cobertura		30 minutos	4 días		3 días
Tamaño del elemento de resolución	825 x 825 m ²	900 x 900 m ² , para la 1a. banda 3.6 x 3.6 km ² , para la 2a. banda	0.5 x 0.5 km ² , para la 1a. banda 1.0 x 1.0 km ² , para bandas 2-5	25 x 25 m ²	30 x 30 m ²
Tamaño de la imagen	1.566 x 1.566 km ²	18.000 x 20.000 km ²	2.940 x 2.940 km ²	100 x 100 km ²	80 x 80 km ²
Bandas espectrales	1) 0.43-0.45 um 2) 0.51-0.53 3) 0.54-0.56 4) 0.66-0.68 5) 0.70-0.80 6) 10.5-12.5	1) 0.45-0.70 um 2) 3.0-14.0	1) 0.58-0.68 um 2) 0.73-1.10 3) 3.55-3.93 4) 10.3-11.3 5) 11.5-12.5	25 cm (banda L)	5.7 cm (banda C)

Tabla I.1 Sensores y plataformas espaciales Empleados en percepción remota

En una degradación se tiene siempre un fenómeno físico de interferencia al proceso de generación de una imagen a partir de una escena. Una degradación impone un cierto orden a la formación de la imagen que no es adecuado ni para interpretación visual, ni para análisis digital ulterior.

El valor subjetivo plasmado en el ideal de una imagen a la cual se desea que tienda la imagen degradada es en realidad un mecanismo de generación y registro de imágenes suponiendo condiciones óptimas de no-interferencia externa, de eficiencia de los sensores y de la escena misma. Debido a que en ciertas ocasiones estas condiciones no se satisfacen ni aun aproximadamente, la imagen resultante presenta un aspecto que no va con el ideal preconcebido teniéndose entonces un efecto de degradación. En este caso la información capturada no se ajusta al esquema de referencia adecuado (está modificada) y ocurre también pérdida de información con respecto a la que se tendría de haber existido las condiciones óptimas mencionadas. Hay que mencionar también que las degradaciones se tienen básicamente en la captura de la escena, en la transformación imagen -----> imagen rara vez se tienen estos problemas, es aquí donde se conoce la función de transferencia, en cambio en la transformación escena -----> imagen, es necesario modelar, estimar o medir la función de respuesta al impulso, agregándose a esto el hecho de que casi siempre se tiene ruido aditivo o multiplicativo. Esquemáticamente se puede resumir lo anterior :
(Lira, 1994)



El esquema anterior se puede expresar matemáticamente en la siguiente ecuación para modelar una señal continua: (Rosenfeld y Kak, 1982 vol 1)

$$g'(x, y) = \iint h(x-x', y-y') f(x', y') dx' dy' + r(x, y) \quad (I.1)$$

donde f es la señal original correspondiente a la radiación proveniente de la escena original, g es la imagen obtenida relativa a f , h es la función de transferencia característica del sensor y r es el ruido aleatorio que está presente en la imagen g .

Para que esta ecuación describa exactamente el proceso de captura de una imagen se ha de asumir invariancia frente a traslaciones espacio, es decir, que las características de la imagen sean independientes de las coordenadas espaciales x, y ; y linealidad en el proceso de formación de la misma. La ecuación correspondiente para el dominio de la frecuencia espacial es: (Whal, 1987)

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + R(u, v) \quad (I.2)$$

Donde $G(u, v)$ es la transformada de Fourier correspondiente a la imagen, $H(u, v)$ se le conoce como la función de la modulación de transferencia, $F(u, v)$ es la transformada de Fourier de $f(x, y)$ y $R(u, v)$ representa la distribución de frecuencias del ruido presente en la imagen.

En el dominio de las frecuencias, al reordenar los cuadrantes de la transformada de Fourier, se obtiene el espectro de frecuencias de tal forma que el lóbulo central (frecuencias bajas) queda localizado en el centro del sistema de

coordenadas que genera el espacio de frecuencias. Las frecuencias altas o lóbulos de orden mayor estarán localizados a diferentes distancias y posiciones con respecto al origen de dicho sistema, a mayor distancia mayor frecuencia. Al desplegar en una pantalla de alta resolución el espectro de frecuencias arreglado de esta manera, se obtiene una apreciación global del contenido de frecuencias en la imagen digital. Entonces con un sistema computacional adecuado se marca en la pantalla, con ayuda de un cursor, la región de frecuencias que se desea eliminar de la imagen original. Esto se hace delineando una zona donde se encuentra el contenido de las frecuencias de interés, la zona generalmente tiene algún tipo de simetría: un círculo, una elipse o un rectángulo, centrados en el punto de frecuencia que se desea eliminar. El borde de ésta zona se define por las frecuencias de corte ω_1, ω_2 (Lira, 1994). Esta es en forma básica la filosofía con la cual trabajan los filtros en el presente trabajo; de los filtros en el dominio del espacio de frecuencias hablaremos con mayor detalle en el capítulo 1.

Respecto a filtros de tipo selectivo se han diseñado, la mayoría en el dominio de la imagen, algunos filtros que adaptan las diferencias de valor de gris entre el pixel a ser filtrado y los pixels vecinos a él. Si la diferencia es mayor que un criterio preestablecido, el nivel de gris del pixel es actualizado; de otra manera permanece sin cambios. Después de que los niveles de grises han sido ajustados, una convolución es entonces aplicada para completar el proceso de restauración (Pan, 1992).

Imme (1991) describe también un filtro de tipo selectivo en el dominio de la imagen, en donde se toma ésta como un arreglo de números, es decir:

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f_{0,0} & \dots & f_{n,0} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{0,m} & \dots & f_{n,m} \end{bmatrix}$$

y una ventana de 3×3 , $\omega(x, y)$, utilizada por la función filtro

$$\omega(x, y) = \begin{bmatrix} f_{x-1, y-1} & \dots & f_{x+1, y-1} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{x-1, y+1} & \dots & f_{x+1, y+1} \end{bmatrix}$$

Así un pixel $f(x, y)$ puede ser definido como ruido si y sólo si ese pixel es un máximo o un mínimo dentro de $\omega(x, y)$. Cuando un pixel es identificado como ruido entonces su valor es reemplazado por el siguiente más bajo (en el caso de un máximo) o por el siguiente más alto (en caso de un mínimo) del valor encontrado entre los vecinos dentro de la ventana.

Pan (1989), utiliza un filtro de tipo selectivo, (filtro punto), que emplea para remover puntos en el dominio de la frecuencia que estén relacionados con el ruido periódico en el dominio de la imagen. La ecuación que utiliza como función de transferencia es:

$$H(u, v) = 1.0 - \exp[-r^2 / 2\sigma^2] \quad (I.3)$$

donde $r = [(u-u')^2 + (v-v')^2]^{1/2}$, (u', v') es el punto a ser removido y σ es la desviación estándar de la distribución Gaussiana.

Lo que Pan no deja claro es si las coordenadas (u, v) , es la posición del centro del espectro o, como aquí se usa, es la posición del punto dentro de la ventana el cual se multiplica por la función de transferencia.

Como puede apreciarse, los filtros presentados están en el dominio de la imagen, y es que la literatura sobre filtros selectivos es escasa y sobre filtros selectivos en el dominio de las frecuencias es aun más escasa.

En el capítulo 1, como ya se mencionó, se presentan los diferentes filtros vía transformada de Fourier, sin ser una exposición profunda ya que escaparía al objetivo del presente trabajo, si el lector tiene interés en estos filtros puede consultar las referencias que se mencionan al final, en las que se hace una exposición extensa del tema. También se analizan los filtros que se utilizan aquí y se dan algunas de las aplicaciones que podemos encontrar en los filtros selectivos.

En el capítulo 2 se presenta la implementación de los filtros, así como una explicación del medio ambiente de aplicación del programa.

En el capítulo 3 se presentan las aplicaciones de los filtros selectivos, así como ejemplos de imágenes con y sin filtraje, comparando los resultados obtenidos con las imágenes originales.

Finalmente presentamos las conclusiones obtenidas en el análisis de resultados.

Otros sistemas de análisis de imágenes digitales.

Algunos paquetes comerciales son: PCI, IPLIB, MIPS, ITEX, Visilog, Image Pro, ERDAS y DRAGON, que trabajan en varias plataformas y sistemas computacionales. Algunos otros paquetes están publicados en la literatura con diferentes capacidades y medios de operación (Lira, 1992): (Bernstein y Ferneyhough, 1975; Warthon y Turner, 1981; Landy et al., 1984; Harrington et

al., 1986; Bryant, 1990) incluyendo algoritmos para gráficas y procesamiento de imágenes (Paulis, 1982). Algunos de ellos especializados hacia una tarea específica (Warthon y Turner, 1981; Bryant, 1990) y otros hacia un campo definido como la Percepción Remota (Bernstein y Ferneyhough, 1975; Landy et al., 1984), un sistema experto (Schowengerdt y Wang, 1984), o para educación (Sader y Winne, 1991).

En cuanto al sistema empleado en este trabajo:

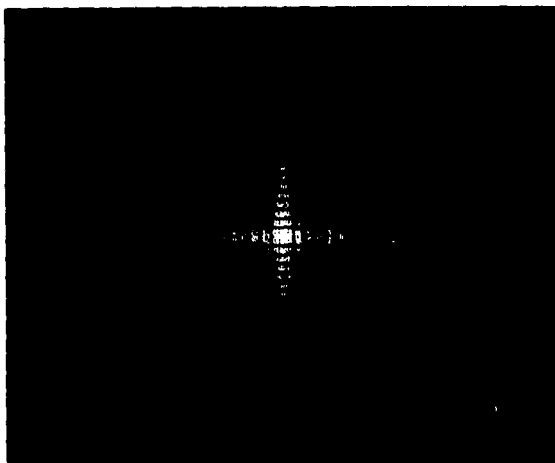
SANDI (Lira, 1994) es un sistema modular de propósito general, operado por menús, fácilmente transportable bajo M.S. DOS. 6.0, expandible y totalmente escrito en Turbo Pascal 7.0, cuyo principal objetivo es apoyar las actividades de investigación y desarrollo en al área de análisis digital de imágenes, aun cuando también es empleado para actividades educacionales. El sistema presenta las siguientes características: 1.- Diseño funcional, 2.- Estructurado en cuanto a tareas de realces y reconocimiento de patrones, 3.- Operación amigable, 4.- Fácil actualización y 5.- SANDI es una plataforma que soporta nuevos desarrollos, probar métodos y algoritmos en el área de análisis de imágenes en general (Lira, 1994).

CAPITULO I

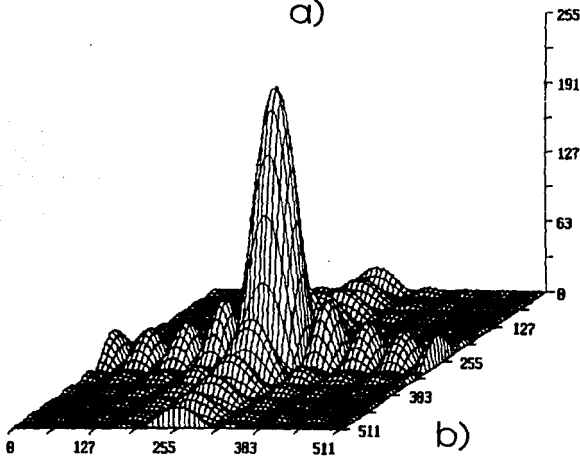
TEORÍA

El filtrado de imágenes en el dominio de las frecuencias, está basado en la manipulación de los componentes de las frecuencias contenidas en la imagen. Al modificar los componentes de frecuencia de una imagen, las características presentes en ésta pueden ser resaltadas y bien toda la imagen puede ser realzada. Para encontrar las frecuencias espaciales contenidas en una imagen se usa la transformada discreta de Fourier (*DTF*). La *DTF* es la descomposición de una imagen empleando una base de funciones seno y coseno, representando la frecuencia y amplitud de cada una de ellas.

Los componentes en el espectro de frecuencia de una imagen representan la composición de la imagen original en términos de componentes de frecuencia espacial, a lo largo de los ejes x y y . La frecuencia espacial es análoga a la frecuencia de una señal en el tiempo. Una señal senoidal con frecuencia alta alterna rápidamente, mientras que una señal de frecuencia baja cambia lentamente en el tiempo. Similarmente, una imagen con frecuencia espacial alta, digamos en dirección horizontal, exhibe cambios frecuentes de brillantez. Una imagen está compuesta de una colección de componentes de frecuencia espacial de diferente intensidad y frecuencia y eso es lo que la *DTF* determina (figura 1.1). El pixel en el centro del espectro tiene frecuencia cero en ambas direcciones, de ahí en adelante los pixeles en las direcciones horizontal y vertical representan componentes con frecuencia que se incrementan en $1/k$, donde el tamaño original de la imagen es $k \times k$.



a)



b)

Figura 1.1 Aspecto de la transformada de Fourier de una imagen, a) en dos dimensiones, b) en tres dimensiones.

Si consideramos una imagen como una matriz $[f]$ de $M \times N$ elementos

$$f = \begin{bmatrix} f_{0,0} & \dots & f_{0,n-1} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{m-1,0} & \dots & f_{m-1,n-1} \end{bmatrix}$$

donde cada elemento (número) en el arreglo representa el nivel de gris que tiene la imagen en ese punto.

Una transformación discreta general de la matriz $[f]$ es también una matriz de $M \times N$, definida como el producto de tres matrices

$$F = [P][f][Q] \quad (1.1)$$

donde P y Q son matrices *no singulares* de $M \times M$ y $N \times N$ respectivamente. La transformación específica es determinada¹ por la forma en que las matrices P y Q están definidas. La transformación F , la cual es una matriz de $M \times N$, puede ser escrita también como:

¹) Una matriz posee inversa si su determinante es diferente de cero, tal matriz es llamada *no-singular*.

2) Una matriz real cuadrada T es llamada *simétrica* si $T = T^t$, donde T^t es la traspuesta de T . T es llamada *ortogonal* si $T^t T = I$, donde I es la matriz identidad. Por lo tanto para una matriz cuadrada que es simétrica y ortogonal, $T^{-1} = T$.

3) Una matriz cuadrada compleja C es llamada *Hermitiana* si $C^{*t} = C$, donde C^* es obtenida al tomar el conjugado complejo de cada elemento de C . Es llamada *unitaria* si $C^{*t} C = I$. Por lo tanto, para una matriz cuadrada compleja que es *Hermitiana* y *unitaria* $C^{-1} = C$.

$$F(u, v) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} P(u, m) f(m, n) Q(n, v) \quad (1.2)$$

para $u = 0, 1, \dots, M-1$; $v = 0, 1, \dots, N-1$.

Debido a que las matrices de transformación P y Q son no-singulares, sus inversas están definidas de manera única. Sea P^{-1} la inversa de P y Q^{-1} la de Q . Multiplicando ambos lados de (1.1) primero en la izquierda por P^{-1} y después en la derecha por Q^{-1} , obtenemos :

$$[f] = [P^{-1}] [F] [Q^{-1}] \quad (1.3)$$

esto define la transformada inversa de (1.1), y decimos que $[f]$ es la transformada *inversa* de F .

Si una matriz cuadrada real no-singular es ortogonal y simétrica, entonces su inversa es igual a ella misma. Por lo tanto las matrices P y Q son reales, simétricas y ortogonales, entonces las relaciones de transformación (1.1) y (1.3) se vuelven:

$$F = [P] [f] [Q], \quad [f] = [P] [F] [Q] \quad (1.4)$$

Sea $\phi_{1,j}$ una matriz de transformación de $J \times J$ elementos, cuyo (m, n) -ésimo elemento está dado por

$$\begin{aligned} & (1/J) \exp[-j(2\pi/J)mn] \\ & m, n = 0, 1, 2, \dots, J-1. \end{aligned} \quad (1.5)$$

con $P = \phi_{N,N}$ y $Q = \phi_{M,M}$

La transformación discreta de Fourier de una matriz $[f]$ está dada entonces por

$$F = [P] [f] [Q]$$

y explícitamente por:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \exp \left[-j2\pi \left(\frac{mu}{M} + \frac{nv}{N} \right) \right] \quad (1.6)$$

para $u = 0, 1, \dots, M-1$, $v = 0, 1, \dots, N-1$. La matriz F definida como en (1.6) es la transformada discreta de Fourier de una matriz $[f]$.

La matriz inversa de $\phi_{J,J}$ es también de $J \times J$ elementos, y su (m, n) -ésimo elemento está dado por

$$\exp [j(2\pi/J)mn] \quad (1.7)$$

Si multiplicamos las dos matrices $\phi_{J,J}$ y $\phi_{J,J}^{-1}$ y por la relación de ortogonalidad se tiene:

$$\sum_{m=0}^{J-1} \exp \left[\frac{-j2\pi}{J} km \right] \exp \left[\frac{j2\pi}{J} mn \right] = \begin{cases} J, & k = n \\ 0, & k \neq n \end{cases} \quad (1.8)$$

Debido a que $P = \phi_{N,N}$ y $Q = \phi_{N,N}$, entonces $P^{-1} = Q^{-1}$ y $Q^{-1} = \phi_{N,N}$. La transformación inversa dada en (1.3) es:

$$f(m, n) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp \left[j2\pi \left(\frac{mu}{M} + \frac{nv}{N} \right) \right] \quad (1.9)$$

con $m = 0, 1, \dots, M-1$ y $n = 0, 1, \dots, N-1$.

Así (1.6) y (1.9) forman el par de transformadas discretas de Fourier.

La ecuación (1.6) puede ser reescrita como:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \exp[-j2\pi mu/M] \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \exp[-j2\pi nv/N] \quad (1.10)$$

El término en el lado derecho de la ecuación anterior es una transformada discreta de Fourier unidimensional.

$$f'(m, v) = \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n) \exp[-j2\pi nv/N] \quad (1.11)$$

De hecho es la transformada unidimensional del m-ésimo renglón de pixels de la imagen. El resultado de esta operación es que los renglones de la imagen son reemplazados por su transformada de Fourier.

Ahora aplicando la transformada sobre las columnas:

$$f(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} f(m, v) \exp[-j2\pi mu/M] \quad (1.12)$$

que es la transformada discreta de la n-ésima columna de la imagen después de haber hecho la transformada por renglones.

Así para calcular la transformada bi-dimensional de una imagen, sólo es necesario transformar cada renglón individualmente para generar una imagen intermedia y después transformar ésta última por columnas para obtener la imagen resultante.

Filtros vía Transformada de Fourier.

El concepto de filtrar una imagen en el dominio de las frecuencias es manipular sus componentes de frecuencias para efectos de realce. El tipo de realce depende de la clase de filtro implementado. Por ejemplo si los componentes de las frecuencias altas de una imagen son atenuados la imagen

resultante tiende a ser suavizada o borrosa. De otra forma si las frecuencias altas de una imagen son resaltadas el resultado de la operación del filtro es una imagen con rasgos o bordes agudizados.

La figura 1.2 muestra los cuatro tipos de filtros ideales² en una dimensión, el filtro pasa-bajas se muestra en la figura 1.2a, este filtro pasa todas las frecuencias sin modificar desde cero hasta alguna frecuencia establecida (frecuencia de corte) ω_c . Las frecuencias que estén por arriba de esta frecuencia de corte son igualadas a cero. El filtro dual al pasa-bajas, es el filtro pasa-altas, mostrado en la figura 1.2b. Este filtro elimina o iguala a cero todas las frecuencias desde cero hasta la frecuencia de corte. Las frecuencias que estén por encima de ésta se dejan intactas.

En la figura 1.2c se muestra el filtro pasa-banda, éste pasa, sin modificar, todas las frecuencias comprendidas entre la frecuencia de corte ω_l y ω_h , y todas las demás son igualadas a cero. El último filtro mostrado en la figura 1.2d es el filtro ideal notch, o elimina banda, éste, elimina todas las frecuencias comprendidas entre ω_l y ω_h , y deja todas las demás sin modificar. Las ecuaciones correspondientes para los cuatro tipos de filtros son:

² Estos filtros se llaman así por la idea original en su diseño, que consiste en crear una función de transferencia que idealmente elimine un cierto contenido de frecuencias en la imagen original. Por ideal se entiende que a partir de una cierta frecuencia predeterminada, frecuencia de corte, todas las frecuencias espaciales son eliminadas.

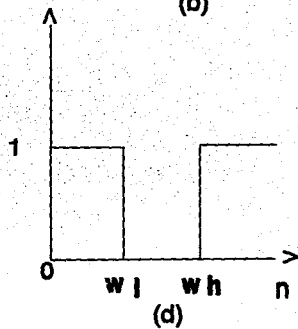
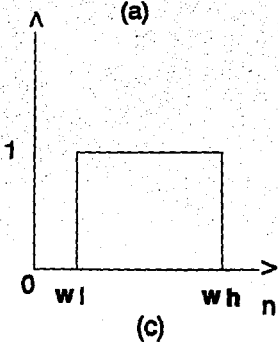
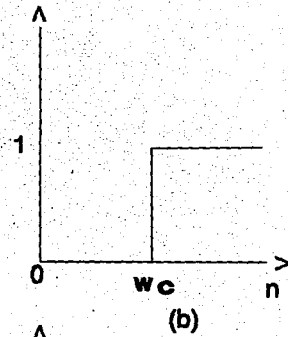
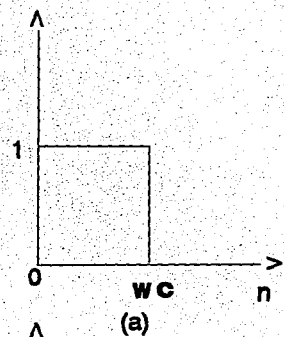


Figura 1.2 Los 4 tipos de filtros ideales a) Pasa bajas, b) Pasa altas, c) Pasa banda, d)Notch o elimina banda.

$$H^{pb}(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{para } \omega \leq \omega_c \\ 0 & \text{para } \omega > \omega_c \end{cases}, \text{ filtro pasa bajas} \quad (1.13)$$

$$H^{pa}(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{para } \omega \leq \omega_c \\ 1 & \text{para } \omega > \omega_c \end{cases}, \text{ filtro pasa altas} \quad (1.14)$$

$$H^{pbn}(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{para } \omega_1 \leq \omega \leq \omega_h \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1.15)$$

$$H^n(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{para } \omega_1 \leq \omega \leq \omega_h \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1.16)$$

donde H se le conoce con "kernel" o núcleo de la transformación.

El uso de estos filtros en dos dimensiones se puede hacer de dos formas. La primera es simplemente aplicar el filtro ideal unidimensional deseado en alguna de las dos direcciones y enseguida aplicar ese mismo filtro en la dirección restante, esto se podría hacer cuando el núcleo de la transformación fuera separable. De esta forma se tiene la ecuación:

$$H(\omega_1, \omega_2) = F(\omega_1) \cdot F(\omega_2) \quad (1.17)$$

o en forma más general:

$$H(\omega_1, \omega_2) = F(\omega_1) \cdot G(\omega_2) \quad (1.18)$$

donde F es un tipo de filtro aplicado a las frecuencias en la dirección ω_1 y G es un filtro diferente aplicado a las frecuencias en la dirección ω_2 . Los filtros descritos en la ecuación 1.17 pueden ser iguales o diferentes dependiendo de la aplicación.

La segunda forma es usar un sólo filtro unidimensional y aplicarlo radialmente a todas las frecuencias de la imagen. Primero una distancia radial desde la frecuencia cero debe ser

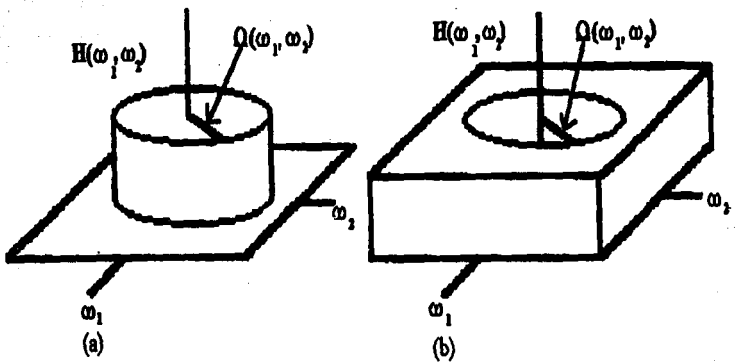


Figura 1.3 Filtros de simetría circular a) pasa bajas.
b) Pasa altas

calculada de la siguiente forma:

$$\Omega(\omega_1, \omega_2) = [\omega_1^2 + \omega_2^2]^{1/2} \quad (1.19)$$

El filtro radial bi-dimensional se vuelve entonces:

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = H_1[\Omega(\omega_1, \omega_2)] \quad (1.20)$$

Este tipo de filtro se le conoce como *filtro de simetría circular* y es generado a partir de un filtro $H_1[\Omega(\omega_1, \omega_2)]$.

En la figura 1.3 se muestra el efecto de convertir los filtros ideales uni-dimensionales pasa altas y pasa bajas a dos dimensiones usando el filtro radial.

Los 4 tipos de filtros ideales en términos de frecuencia radial están dados por:

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Omega(\omega_1, \omega_2) \leq \omega_0 \\ 0 & \text{si } \Omega(\omega_1, \omega_2) > \omega_0 \end{cases} \quad \text{filtro pasa bajas} \quad (1.21)$$

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 0 & \text{si } \Omega(\omega_1, \omega_2) \leq \omega_0 \\ 1 & \text{si } \Omega(\omega_1, \omega_2) > \omega_0 \end{cases} \quad \text{filtro pasa altas} \quad (1.22)$$

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega_1 \leq \Omega(\omega_1, \omega_2) \leq \omega_h \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{filtro pasa banda} \quad (1.23)$$

$$H(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 0 & \text{si } \omega_1 \leq \Omega(\omega_1, \omega_2) \leq \omega_h \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{filtro notch} \quad (1.24)$$

los núcleos de estos, por 1.19, son no separables, como el anterior.

Sin embargo los filtros ideales provocan que se introduzcan artefactos en la imagen filtrada debido a la existencia de puntos de inflexión donde no existe la derivada, como se puede apreciar en la figura 1.2. Los artefactos que se introducen en este filtro son patrones espaciales que no son propios de la imagen sino que se agregan a esta en el proceso de filtraje. Siempre que la función H tenga puntos de inflexión con derivada no definida, se introducen artefactos en la imagen filtrada. Por tanto se recomienda el uso de funciones de transferencia (funciones filtro) con perfiles continuos y suaves donde la derivada esté siempre definida.

Con fundamento en lo recientemente mencionado no es recomendable la utilización del filtro ideal ya que los artefactos mencionados conducen necesariamente a conclusiones erróneas en el análisis de imágenes digitales.

El objetivo es entonces diseñar la forma analítica de H de tal manera que no tenga discontinuidades ni inflexiones y que el cambio del valor máximo de H al valor mínimo sea lo más rápido posible, con esto se trata de evitar que la función de transferencia presente oscilaciones con lóbulos positivos y negativos y, más bien, buscando un lóbulo central con decaimiento asintótico hacia el valor cero.

Una manera de construir una función de transferencia con cambio gradual en el espacio de frecuencias es emplear funciones exponenciales. Algunas de estas funciones de transferencia son:

Filtro Butterworth Pasa Bajas:

$$H_{pb}^{but}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{1 + [\Omega(\omega_1, \omega_2)/\omega_0]^{2n}} \quad , \quad \omega_1, \omega_2 \leq \omega_m \quad (1.25)$$

donde ω_m es el máximo contenido de frecuencias de la imagen y

el exponente $2n$ es el orden del filtro que en este caso siempre es par. La variable Ω está definida por (1.20) y ω_0 es una frecuencia de referencia que puede ser tomada como la frecuencia de corte.

El cociente $\Omega(\omega_1, \omega_2)/\omega_0$, es menor que uno cuando $\Omega < \omega_0$, igual a uno cuando $\Omega = \omega_0$ y mayor a uno cuando $\Omega > \omega_0$. Debido a esto, para una ω_0 dada, se tiene que $H_{pb}^{but} \rightarrow 1$ cuando $n \rightarrow \infty$ para $\Omega < \omega_0$; $H_{pb}^{but} \rightarrow 1/2$ cuando $n \rightarrow \infty$ para $\Omega = \omega_0$ y $H_{pb}^{but} \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$ para $\Omega > \omega_0$.

Es decir el filtro Butterworth tiende al filtro ideal, cuando $n \rightarrow \infty$. El orden n del filtro es un factor de convergencia hacia valores cercanos al cero, a medida que se incrementa n , la banda de transición se reduce y el valor máximo de H_{pb}^{but} pasa a cero más rápido, en la figura 1.4 se ha graficado la función H para el filtro de Butterworth tomando a n como un parámetro con un conjunto selecto de valores.

A medida que n se incrementa y tiende a infinito, la aparición de artefactos en la imagen filtrada es cada vez más acentuada.

Filtro exponencial Pasa Bajas:

$$H_{pb}^{exp} = \exp\left[-\Omega(\omega_1, \omega_2)/\omega_0\right]^{2n}, \quad \omega_1, \omega_2 \leq \omega_m \quad (1.26)$$

donde n es el orden del filtro y determina también la banda de transición del mismo, al igual que en Butterworth, n es un número natural.

Cuando $\Omega = \omega_0$ y $n \rightarrow \infty$, se tiene que $H_{pb}^{exp} \rightarrow 0$, cuando $\Omega > \omega_0$ y $n \rightarrow \infty$ se tiene que $H_{pb}^{exp} \rightarrow \infty$ y cuando $\Omega < \omega_0$ y $n \rightarrow \infty$ se tiene que $H_{pb}^{exp} \rightarrow 1$. Es decir el filtro exponencial, tiende al filtro ideal cuando $n \rightarrow \infty$, con un grado de convergencia mayor que el de Butterworth, la frecuencia de corte se establece en forma

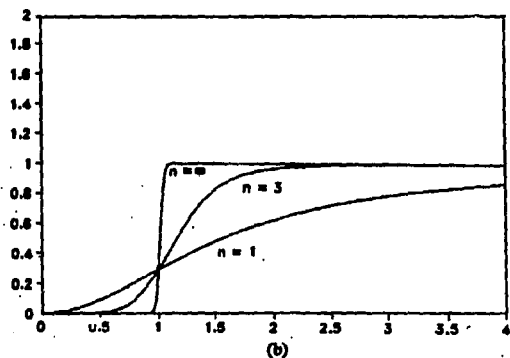
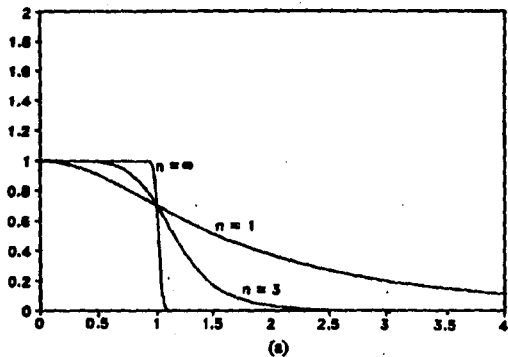


Figura 1.4 Función del filtro Butterwoth para diferentes valores de n , a) pasa bajas, b) pasa altas

similar a la de Butterworth.

Filtro Butterworth Pasa Altas:

$$H_{pa}^{but}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{1 + [\omega_0/\Omega(\omega_1, \omega_2)]^{2n}}, \quad \omega_1, \omega_2 \leq \omega_m \quad (1.27)$$

La función H_{pa}^{but} comienza en cero para $\Omega = 0$ y alcanza la mitad de su valor cuando $\Omega = \omega_0$ y cuando $n \rightarrow \infty$, tiende al filtro ideal pasa altas.

Filtro Exponencial Pasa Altas.

$$H_{pa}^{exp}(\omega_1, \omega_2) = \exp\left[-\omega_0/\Omega(\omega_1, \omega_2)\right]^{2n}, \quad \omega_1, \omega_2 \leq \omega_m \quad (1.28)$$

si $\Omega \rightarrow 0$, entonces $H_{pa}^{exp} \rightarrow 0$, si $\Omega \rightarrow \infty$, entonces $H_{pa}^{exp} \rightarrow 1$, con lo que la función H_{pa}^{exp} tiende al filtro ideal pasa altas.

Filtros selectivos.

Como ya se indicó en la introducción, las frecuencias altas o lóbulos de orden mayor están localizados a diferentes distancias y posiciones con respecto al centro del espectro de frecuencias ya ordenado, a mayor distancia mayor frecuencia.

Cuando la imagen original contiene estructuras espaciales o ruido, en el espacio de frecuencias aparecen lóbulos bien definidos cuyas posiciones relativas, son indicadoras de algunas propiedades geométricas de tales estructuras o del ruido. De esta manera al eliminar las frecuencias asociadas a estos lóbulos y sus vecindades cercanas, se suprimen los rasgos relativos a esas estructuras o ruido. Así el filtraje se aplica

a toda la vecindad que contenga al lóbulo a ser filtrado; por lo tanto se tiene un filtro de aplicación específica o selectiva.

Es decir cuando en una imagen tenemos un lóbulo, este visto a perfil presenta una forma como la que se aprecia en la figura 1.5a. Este lóbulo está bien localizado en el espectro de Fourier y los que tenemos que hacer es multiplicar ese lóbulo y su vecindad por una función de transferencia (figura 1.5) que nulifique al lóbulo haciendo que las frecuencias asociadas a este se atenúen y por tanto la altura del lóbulo sea disminuida (figura 1.5c).

La idea es que al aplicar la transformada inversa de Fourier las características geométricas de la imagen asociadas con ese lóbulo sean atenuadas o incluso erradicadas.

La frecuencia de corte que se emplea está directamente relacionada con la amplitud de la campana de la función de transferencia, a mayor frecuencia de corte, mayor la amplitud de la campana y por tanto el número de pixels filtrados es mayor, en el espacio de frecuencias lo cual se aprecia en el espectro de frecuencias de la imagen filtrada como ventana que varía en tamaño en función de la frecuencia de corte.

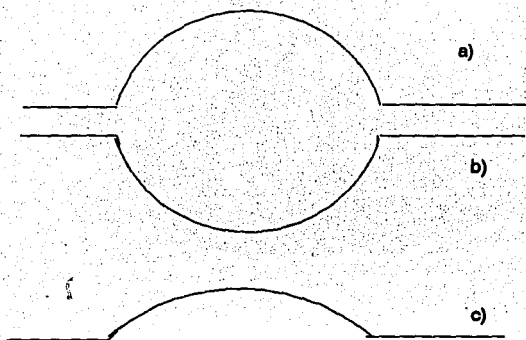
Los filtros empleados en este trabajo son dos: el Butterworth Pasa Altas, ya visto, y un filtro de corte Gaussiano definido por: (Pan 1989)

$$H(\omega_1, \omega_2) = 1 - \exp\left[-\Omega^2/2\sigma^2\right] \quad (1.29)$$

donde Ω está definida como:

$$\Omega(\omega_1, \omega_2) = [(\omega_1 - \omega_1')^2 + (\omega_2 - \omega_2')^2]^{1/2} \quad (1.30)$$

donde (ω_1, ω_2) es la frecuencia del punto a ser removido y la



- a) Perfil del lóbulo localizado en el espectro de Fourier.
- b) Forma de la función de transferencia por la que se multiplica el lóbulo en el espectro.
- c) Resultado que se espera con el lóbulo disminuido.

Figura 1.5 Representación gráfica de la aplicación de un filtro selectivo.

distancia que se mide es la distancia que hay desde el centro de lóbulo a cada uno de los pixeles con frecuencia (ω'_1, ω'_2) dentro de la vecindad (ventana) en la que se va a aplicar el filtro.

La diferencia que hay con respecto a la distancia radial dada en (1.19) es que en aquella la distancia se mide desde el centro del espacio de frecuencias hasta el punto de coordenadas (ω_1, ω_2) .

El parámetro σ es la desviación estándar de la distribución Gaussiana, en este trabajo está directamente relacionada con la frecuencia de corte, que indica la amplitud de la campana.

La distancia calculada por (1.30) es también la que se usa en el filtro de Butterworth, es decir adecuamos el filtro Butterworth para que en lugar de ser un filtro de corte radial, sea un filtro de tipo selectivo.

Como puede apreciarse a partir de (1.30), a medida que la distancia del pixel al centro de la ventana disminuye, el valor de la función de transferencia tiende a cero y cuando estamos en el centro de la ventana la función de transferencia vale uno para los dos filtros.

CAPITULO II

DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA.

Parte de SANDI.

Como se mencionó en la introducción, este trabajo se realizó para formar parte del Sistema de Análisis Digital de Imágenes (SANDI) desarrollado por Jorge Lira y Rosario Landgrave en el Instituto de Geofísica de la UNAM (Lira y Landgrave, 1992).

El algoritmo para aplicar filtros selectivos se ubica dentro de la sección de Procesamientos y Realces, dentro del Módulo de Realces Geométricos, en la opción Filtros en el Dominio de las Frecuencias (figura 2.1).

Interfase gráfica.

En la figura 2.2 se muestra la pantalla inicial del programa, como puede apreciarse, todo el programa se maneja por medio del ratón y el teclado.

La resolución que se utiliza es de 640 pixels en forma horizontal por 480 en forma vertical, con una disposición de 16 colores.

En la parte superior (figura 2.2) se tiene un menú con las siguientes opciones principales:

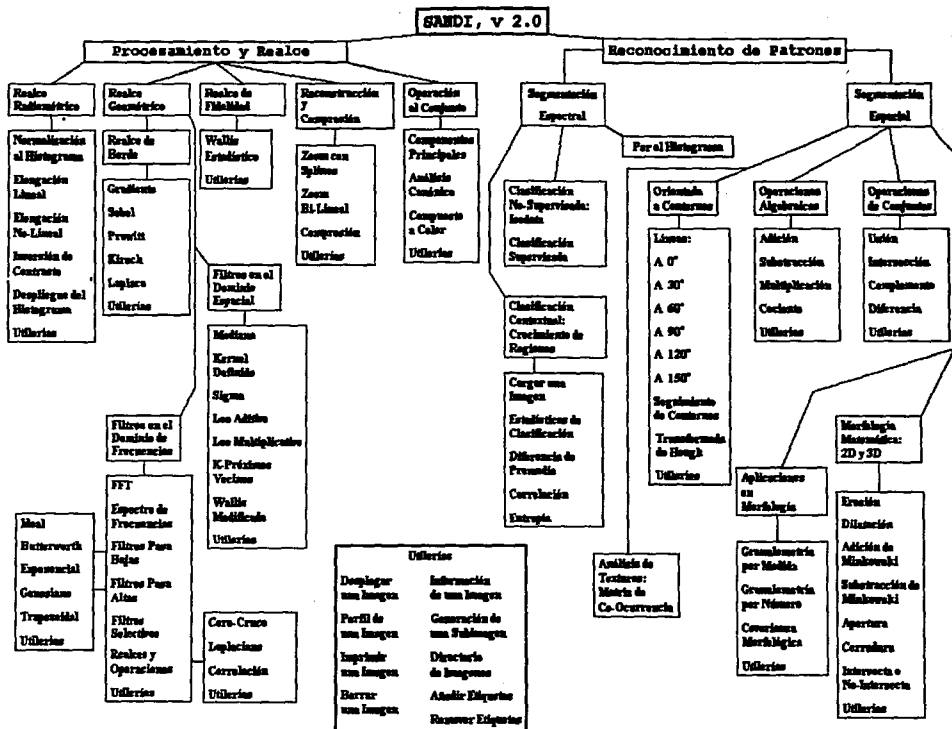


Figura 3.1 Ubicación de los filtros selectivos en el esquema general de SANDI

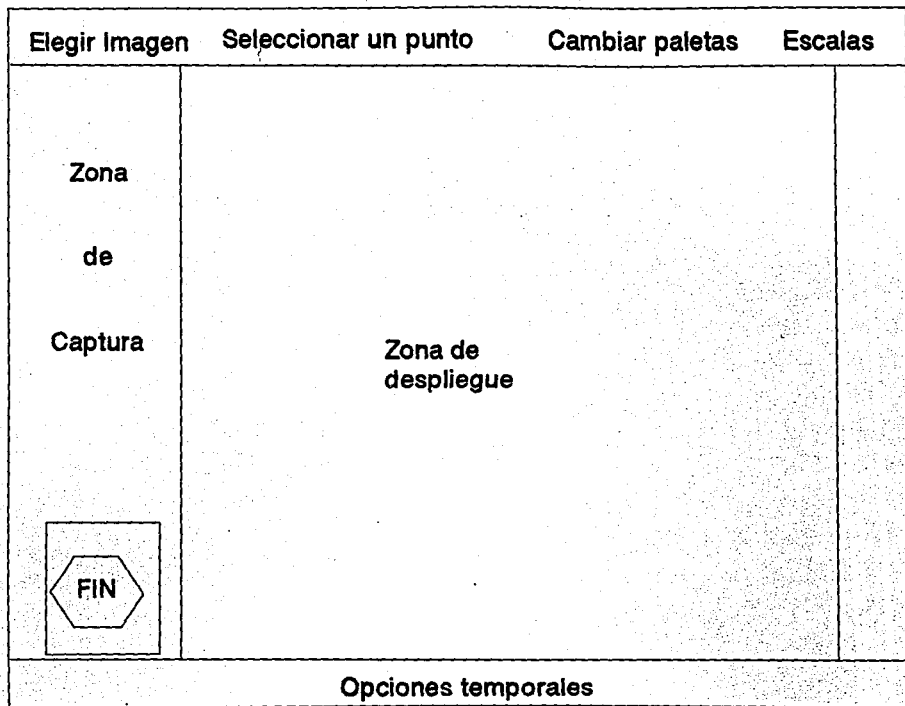


Figura 2.2 Pantalla inicial del programa.

Seleccionar una imagen.

Seleccionar un punto.

Paletas.

Escalas.

Salida.

De las cuales la segunda no es de acceso directo, es decir esta opción está disponible después de haber seleccionado una imagen con la primera. Todas las opciones, al ser seleccionadas con el ratón, se oscurecen (remarcan) y así permanecen hasta que termina su ejecución. Cuando una opción está activa las demás quedan bloqueadas, esto quiere decir que sólo es posible elegir una opción a la vez.

Aparte se tienen otras tres secciones de la pantalla que tienen utilidad en el programa:

Zona de captura.

Zona de despliegue.

Opciones temporales.

Estas secciones serán explicadas más adelante.

A continuación se describen en detalle las opciones principales mencionadas arriba:

Seleccionar una imagen.

Al elegir esta opción aparecen de forma inmediata en la zona de despliegue todas las imágenes y espectros de Fourier que se encuentren en el directorio C:\SANDI\IMAGES.

De acuerdo a la convención que se usa en SANDI los archivos con extensión PDI son archivos de Procesamiento Digital de Imágenes, si bien otras extensiones son posibles. Siguiendo la misma convención los archivos AMP son espectros de frecuencias,

la transformada de Fourier de una imagen, y podemos ver cualquiera de los dos tipos de archivos en la zona de despliegue. Pero los archivos en los que se debe aplicar los filtros son los archivos que tienen extensión AMP, si bien esto se realiza internamente en los algoritmos correspondientes.

Para seleccionar una imagen, se ubica el ratón sobre el nombre del archivo deseado y se selecciona con el botón izquierdo. Si se quiere salir de esta opción sin seleccionar imagen alguna, sólo es necesario pulsar el botón derecho del ratón, como se indica mediante el dibujo que aparece en la zona de opciones temporales.

El número máximo de nombres de archivos que aparecen en la zona de despliegue es de 100, si el número de archivos que hay en el directorio de imágenes es mayor, entonces el directorio se presenta por medio de páginas, en cuyo caso para seleccionar la página deseada se utilizan las teclas PGDOWN y PGUP, una vez ubicada la página con el archivo deseado se debe oprimir ENTER y entonces poder seleccionar al archivo, tal como se indica en la zona de opciones temporales.

Paletas.

La opción PALETAS sirve para cambiar el color de la paleta del monitor.

Al ser seleccionada esta opción, se despliega un cuadro con las paletas disponibles que son:

- Gris.
- Gris claro.
- Gris oscuro.
- Gris invertido.
- Gris log.
- Azul.

- Verde.
- Rojo.
- Violeta.
- Cyan.
- Brillantes (colores brillantes).
- Color original.

Nuevamente, con el ratón podemos seleccionar el tipo de paleta que deseemos, si queremos salir de este menú sin cambiar la paleta, es posible elegir la que se tenga o presionar el botón derecho del ratón.

Con el cambio de paletas es posible distinguir detalles de la imagen que en la paleta original o que en otras paletas no se verían.

Escalas

La opción de ESCALAS, sirve para desplegar las imágenes en tamaño normal o amplificado, nuevamente aparece un recuadro con éstas dos opciones.

La opción *normal* despliega la imagen ocupando un pixel de pantalla con un pixel de la imagen (default).

La opción *amplificado* despliega la imagen en proporción de 4 pixels por pantalla por un pixel de la imagen. Lo cual quiere decir que el tamaño de la imagen, para efectos de despliegue, es del doble. El tipo de despliegue no afecta de manera alguna la sensibilidad del ratón, sobre todo al seleccionar los puntos de la imagen.

FIN.

La opción FIN, se encarga de terminar la ejecución del programa. Esta opción, al igual que las demás permanece

inactiva cuando alguna de las otras está activa.

Zona de Captura.

Esta zona de la pantalla se utiliza para proporcionar al programa los datos que necesita, como son: *frecuencia de corte*, *orden del filtro* -en su caso-, y el *valor mínimo que la función filtro* debe tomar, todos esto dentro de un recuadro azul. **Los datos deben ser tecleados con dos decimales de significancia.**

Zona de despliegue.

Como ya se mencionó, la ZONA DE DESPLIEGUE sirve para mostrar el directorio de las imágenes, pero también se utiliza para desplegar la imagen previamente seleccionada. En esta zona también se despliegan los mensajes de error del programa y otras dos ventanas (de datos y de proceso). El tamaño de esta zona es de 512 pixels de manera horizontal por 440 de forma vertical, (x,y) respectivamente.

Zona de opciones temporales.

En esta zona, como su nombre lo indica, aparecen opciones que se pueden seleccionar, dependiendo de la opción principal previamente seleccionada.

Seleccionar un punto.

La opción más importante, es la de SELECCIONAR UN PUNTO, (figura 2.3), donde, previamente seleccionada una imagen, podemos elegir esta opción, si escogemos ésta sin haber seleccionado una imagen, aparecerá en la pantalla un mensaje de error.

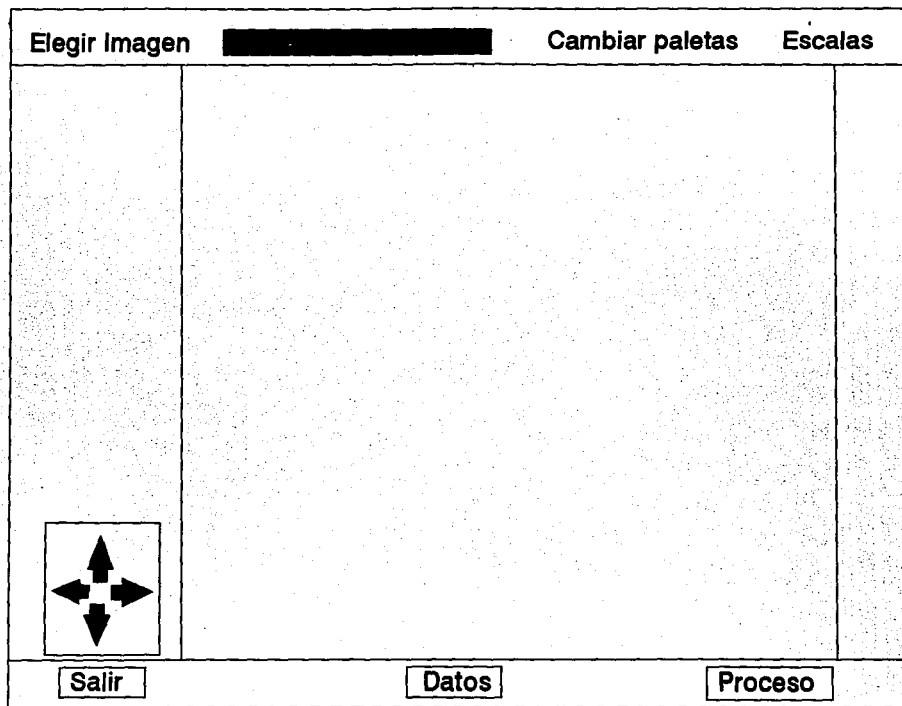


Figura 2.3 Pantalla inicial de la opción seleccionar un punto.

Si el tamaño de la imagen en despliegue normal o amplificado es mayor que la zona de despliegue, en forma vertical, horizontal o en ambas, entonces en el lugar de la opción *fin*, aparece un cuadro con flechas, si la imagen desplegada no es mayor, no aparece este cuadro.

Este cuadro con flechas sirve para hacer *scroll* (desplazamiento) sobre la imagen, es decir "mover la pantalla sobre la imagen", de tal manera que se pueda observar toda la imagen. Es importante mencionar, por razones de explicación del uso de las flechas, que la primera parte que se ve de la imagen es la parte superior izquierda de la misma en una ventana de 512 columnas por 440 renglones (figura 2.4a).

Si posicionamos el cursor sobre la flecha → la parte que se verá de la imagen es la parte superior derecha (figura 2.4b).

La flecha ↓ como se puede implicar, mueve la pantalla hacia abajo en la imagen (figura 2.4c).

Las flechas ↑ y ← cuando la pantallas se ubica sobre la primera parte desplegada y aún no se ha hecho *scroll* sobre la imagen, no pueden ser utilizadas, pero una vez que que la pantalla se ha movido a través de la imagen, si se pueden emplear.

Las flechas pueden seleccionarse mientras el movimiento de la pantalla sea posible, es decir que si estamos al inicio de la imagen sólo podemos seleccionar las flechas → ↓ y cuando estamos al final de la imagen, sólo podemos usar las flechas ← ↑ en cualquier otra parte de la imagen es factible emplear las cuatro flechas.

En la zona de opciones temporales aparece una cuadro que dice DATOS, si ya hemos seleccionado algún(os) punto(s) de la imagen y elegimos la opción *datos*, aparece un cuadro en donde se

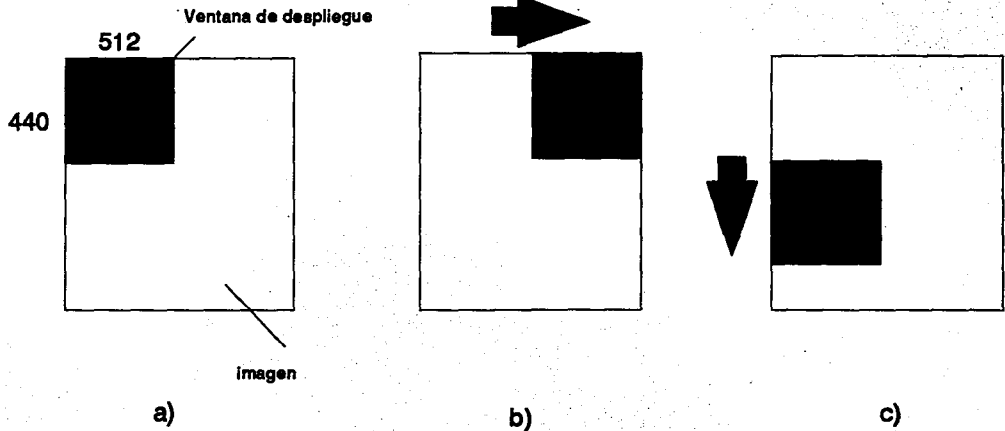


Figura 2.4 Movimientos de la pantalla al utilizar las flechas.

PTO	X1R	Y1R	X2R	Y2R	X1M	Y1M	X2M	Y2M	Wo	FIL	MIN
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----

Figura 2.5 Cuadro en el que se despliegan los datos de los puntos seleccionados.

muestran los datos de cada uno de los puntos previamente seleccionados (figura 2.5), en este momento es importante mencionar que se pueden seleccionar hasta 20 puntos a la vez.

Una vez que se ha seleccionado un punto de la imagen, se calculan las coordenadas del simétrico a él; inmediatamente en la zona de captura, se nos pide que se seleccione el tipo de filtro que se aplicará a la vecindad del mismo, enseguida se nos pide la frecuencia de corte, que tiene que ser un número entre 0 y 1, de otra manera el programa no lo acepta y volverá a pedir la frecuencia de corte. Después de proporcionar ésta debemos teclear el orden del filtro, solo si seleccionamos para el punto en cuestión el filtro de Butterworth, es un número entero entre 1 y 5, y nuevamente, si el número no cumple con esta restricción el programa pedirá otro orden para la función de transferencia. El último dato que debemos teclear es el valor mínimo que puede tomar la función filtro, es un número real entre 0 y 1, con el mismo efecto que los anteriores sino se cumple cumple con las restricciones para este dato.

Si elegimos la opción datos sin haber seleccionado previamente ningún punto, el programa hace notar que no hay puntos seleccionados aún.

En el cuadro de datos se aprecian los siguientes elementos:

PTO: es un número consecutivo que indica el orden en que fueron seleccionados los puntos.

X1R y Y1R: indican las posiciones absolutas del punto dentro de la imagen, es decir su número de columna y renglón que tiene el punto dentro del archivo.

X2R y Y2R: es la posición del punto simétrico al seleccionado y cuyas coordenadas son X1R, Y1R, como se puede apreciar en la figura 1.1, el espectro de frecuencias es simétrico respecto al

centro de la imagen, una vez que los cuadrantes han sido arreglados.

X1M y Y1M: son las coordenadas con respecto al centro del espectro reordenado, es decir, son las coordenadas mapeadas del punto, viéndose el espectro como un plano cartesiano de cuatro cuadrantes.

X2M y Y2M: como es claro, son las coordenadas del punto reflejo de punto seleccionado pero ahora en relación al centro del espectro.

Wo: muestra la frecuencia de corte para cada uno de los puntos.

FIL: indica el filtro seleccionado para cada uno de los puntos, 1) para el filtro de corte Gaussiano, 2) para el filtro de Butterworth.

MIN: es el valor mínimo que la función de transferencia puede tomar.

Al pie del cuadro de datos se pregunta si todos los datos están correctos. Se debe seleccionar alguna de las dos cajas que aparecen delante de la pregunta. Si todos los datos están bien, se elige la opción SI y el cuadro de datos desaparece.

Si algún(os) de los datos no están correctos se selecciona la caja NO, se pregunta enseguida en qué punto no están bien, debiéndose dar el número correspondiente que aparece en PTO. Una vez hecho lo anterior aparece en la pantalla la sección de la imagen en la cual se encuentra el punto y encerrado en un cuadro aquel cuyos datos se desean cambiar. La opción de borrar los datos de un punto no está contemplada, pero si se eligió un punto y no se desea modificarlo, se debe dar 1 como valor mínimo de la función de transferencia. Lo que se puede hacer también es seleccionar otro punto en lugar del que no esté

correcto.

El siguiente módulo en la zona de opciones temporales es la de PROCESO, la que arranca el algoritmo de aplicación de los filtros en los puntos seleccionados.

Una vez que se arranca el proceso de aplicación de los filtros, aparece un recuadro de proceso con el nombre de la imagen que se está procesando (figura 2.6) en el que se pide el nombre que llevará la imagen resultante del proceso.

Si se desea salir de este recuadro sin arrancar el proceso sólo es necesario oprimir ESCAPE y el recuadro desaparece.

Una vez que se arranca el proceso, en el recuadro aparece el número de punto que se está procesando y el tamaño de la ventana asociada a este punto; los filtros se van aplicando de acuerdo al orden en que fueron seleccionados los puntos, se aplica el filtro en la ventana calculada para ese punto y en la ventana calculada para el punto simétrico, que tiene el mismo tamaño. Es decir, para cada punto seleccionado se aplican dos veces el mismo filtro, al punto seleccionado, y su ventana asociada y al punto simétrico a éste.

Una vez que el proceso ha terminado el recuadro de proceso desaparece.

La última opción en ésta zona es la de SALIR, que ocasiona que salgamos de la opción SELECCIONAR UN PUNTO y podamos activar cualquiera de las principales, pero si elegimos aquella opción, todos los datos seleccionados previamente desaparecen. Aparece el recuadro con la opción FIN.

PROCESANDO IMAGEN:

NOMBRE DE SALIDA =>
ESC para Salir

CALCULANDO
VENTANA No:
TAMAÑO _X_

Figura 2.6 Cuadro de arranque del proceso para aplicar los filtros

Mensajes de error.

Si elegimos la opción SELECCIONAR UN PUNTO sin haber seleccionado previamente alguna imagen, se marca un error, indicando que no hay imagen seleccionadas, se debe oprimir ESCAPE.

Cuando tratamos de elegir una imagen y nos salimos de la zona de selección, la computadora emite un sonido y ubica el ratón sobre el nombre de archivo más cercano.

Si el número de imágenes es mayor que los que caben en la zona de despliegue, los archivos se presentan por páginas, para seleccionar aquella deseada se debe oprimir <ENTER> cuando se esté en dicha página.

Si se trata de seleccionar un punto que esté fuera de la imagen, se hace notar que éste no se encuentra dentro de la imagen mediante una ventana de color rojo que aparece en la zona de despliegue, acompañada de un sonido de la computadora.

Si elegimos la opción temporal DATOS y no hemos seleccionado ningún punto, se nos hace notar con una ventana parecida a la de la opción, en la que se indica que no hay datos aún.

Cuando rebasamos el tope de puntos seleccionados (20), aparece una ventana de color rojo en la zona de despliegue, que nos indica que sólo se permite un máximo de 20 puntos.

En el recuadro de datos, cuando seleccionamos la caja NO, el programa pregunta en qué punto no están correctos los datos, si se teclea un número de punto que no hayamos seleccionado aún, el programa indica que éste no ha sido seleccionado todavía.

Si al elegir la opción PROCESO aún no hay puntos seleccionados, se indica con un recuadro parecido al de la

opción y donde se dice que no hay puntos seleccionados.

Cuando se arranca el proceso de filtrado, se necesitan dos archivos de datos, generados al obtener la transformada de Fourier de la imagen, con extensión TFR (parte real) y TFI (parte imaginaria) para obtener la transformada inversa, si alguno de los dos archivos no se encuentra en el directorio C:\SANDI\IMAGES\TEMPO, se activa una ventana indicando que archivo hace falta y el proceso se detiene.

Precauciones.

Todos los datos proporcionados desde el teclado se trabajan sólo con dos decimales significativos, por lo que no es necesario teclear más dígitos.

Si la imagen seleccionada tiene un tamaño mayor a 1024x1024, aparece en la pantalla un mensaje que indica que no se puede trabajar con esa imagen. Esto es porque cuando el programa se desarrolló, se soportaban imágenes de tamaño hasta de 1024x1024.

Las imágenes deben ser cuadradas con tamaño de orden 2^n (con n entero entre 7 y 10: 128 a 1024 pixels por lado), debido esto a la implementación en SANDI de la transformada rápida de Fourier.

Se requieren los siguientes directorios:

C:\SANDI\IMAGES.- Para imágenes.

C:\SANDI\IMAGES\LABELS.- Para etiquetas de las imágenes.

C:\SANDI\IMAGES\TEMPO.- Para los archivos TFR y TFI.

Una vez arrancado el proceso, se aplican los filtros a los puntos seleccionados y se aplica la transformada inversa de Fourier, si queremos detener al proceso sólo se puede detener con CONTROL-BREAK.

Aplicación de los filtros

El espectro de Fourier de una imagen, por razones de simplicidad, puede verse como una matriz de valores reales, (fig 2.7).

Una imagen filtrada g está formada por la convolución de una imagen f y un operador invariante h (ver apéndice b).

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) \quad (2.1)$$

Para el dominio de la frecuencia espacial (2.1) se convierte en:

$$G(u,v) = F(u,v) H(u,v) \quad (2.2)$$

Lo que tenemos en el espectro de Fourier es $F(u,v)$, que es la transformada de Fourier de la imagen.

Cuando escogemos un punto, lo que hacemos en realidad, es seleccionar uno de los elementos de la matriz y cuando calculamos el tamaño de la ventana, estamos incluyendo en el proceso de filtraje a los elementos cercanos al punto, que están dentro del tamaño de la ventana.

Los valores que están dentro de la ventana los multiplicamos por la función filtro $H(u,v)$, y obtenemos así el espectro modificado.

El siguiente paso es obtener la transformada inversa de Fourier del espectro de frecuencias:

$$g(x,y) = F^{-1}[F(u,v) H(u,v)] \quad (2.3)$$

Obteniendo de este modo la imagen filtrada.

CAPITULO III

APLICACIONES Y RESULTADOS

Se presentan a continuación las imágenes a las que se aplicaron los filtrajes de tipo selectivo.

En todos los casos las coordenadas de los puntos son las coordenadas absolutas del punto dentro de la imagen.

La primera imagen que se filtró se muestra en la figura 3.1 y el respectivo espectro de frecuencias se presenta en la figura 3.2. Es una imagen sintética de 256 X 256 pixels, por imagen sintética se quiere decir que la imagen se creó en el Laboratorio de Percepción Remota únicamente para fines demostrativos del presente trabajo.

Como puede apreciarse en el perfil de la imagen (figura 3.3) los valores de los píxeles varían en un patrón bien definido y en el espectro de frecuencias este patrón se refleja en los puntos brillantes que se ven en la figura 3.2 y como puede apreciarse también en el perfil del espectro en la figura 3.4.

La imagen que se generó al aplicarle el filtraje es la que se presenta en la figura 3.5, cuyo espectro es el que se aprecia en la figura 3.6.

Los datos con los que se obtuvo esta imagen son:

Punto	Coordenadas	Frecuencia de corte	Filtro	Orden
1	128,113	0.2	Gaussiano	
2	128,81	0.2	Gaussiano	
3	128,49	0.12	Butterworth	1
4	128,17	0.12	Butterworth	1

El tamaño de las ventanas en todos los casos es de 5 X 5

Como puede apreciarse el patrón de barras de la imagen original se transforma en un patrón donde las barras son más delgadas pero en mayor número, el incremento en el número de barras trae como consecuencia que se incremente el número de lóbulos en el espectro (figura 3.6).

El perfil vertical de la imagen filtrada se aprecia en la figura 3.7 y el perfil del espectro de la misma se aprecia en la figura 3.8

Como puede observarse el patrón básico se conserva, es decir barras horizontales, pero el número de lóbulos se incrementa de 4 a 8.

La imagen resultante se obtiene porque al aplicar el filtraje los lóbulos en el espectro original (figura 3.2) tienen una frecuencia mucho mayor que el resto de la imagen, el nuevo espectro obtenido, con más lóbulos además de los anteriores, corresponden a la nueva distribución del bandeo que abarca también al bandeo anterior y por lo tanto los lóbulos

anteriores se mantiene, aunque atenuados.

La siguiente imagen que se filtró, es también una imagen sintética de 256 X 256 pixels (figura 3.9) como puede apreciarse en el perfil (figura 3.11) los valores de los pixels en la imagen varían muy poco entre sí, el espectro de esta imagen se muestra en la figura 3.10, también tiene unos lóbulos muy claros, como en la imagen anterior, y el perfil del espectro (figura 3.12) los muestra claramente, esta imagen es de hecho muy parecida a la anterior.

La imagen que se obtuvo al filtrar los lóbulos se muestra en la figura 3.13, el respectivo espectro de Fourier se encuentra en la figura 3.14, los datos con los que se obtuvo esta imagen son los siguientes:

Punto	Coordenadas	Frecuencia de Corte	Filtro
1	128,33	0.1	Gaussiano
2	128,65	0.1	Gaussiano
3	128.95	0.1	Gaussiano

En los tres casos la ventana calculada fue de 5 X 5.

La imagen que se obtuvo se muestra en la figura 3.13, como puede apreciarse, el patrón original de valores tiene una distribución más uniforme y la variación de valores no es tan grande como en la imagen anterior, por lo tanto al aplicarle el filtraje no aparecen frecuencias que no fueran evidentes en el espectro original lo único que se logró fue una redistribución del bandeo así que no aparecen más lóbulos como en el ejemplo anterior (figuras 3.14, 3.16), lo único que hace el proceso de filtraje es rebajar el tamaño de los lóbulos (véase con detenimiento la figura 3.16 y compárese con el perfil del espectro original figura 3.12), tratando de acotarlos al mismo tamaño, esto provoca que la distribución del bandeo en la imagen resultante sea más uniforme (figura 3.13), como se puede

ver en el perfil de la imagen (figura 3.15), la variación de valores que se aprecia en el perfil es por razones de la implementación de la transformada inversa de Fourier, pero si se aprecia en su conjunto la distribución de valores de los pixels, aunque más amplia, está mejor distribuida.

La última imagen sintética con la que se hicieron pruebas es la que se presenta en la figura 3.17, el respectivo espectro de Fourier se muestra en la figura 3.18. Al igual que las dos imágenes anteriores ésta también es de 256 X 256 pixels y de barras horizontales, pero como se puede apreciar en la figura 3.19, el cambio de un valor mínimo a un valor máximo no se da directamente como en la primera imagen, sino que se pasa por pixels intermedios con valores intermedios, esto se refleja en el espectro de Fourier, como se puede apreciar en el perfil (figura 3.20), donde se observa que se tiene un patrón de continuidad, salvo en los puntos correspondientes a los lóbulos, donde la frecuencia se dispara, en respuesta a que el patrón de la imagen original son barras, (en forma general, cuando se tiene una degradación en forma de bandeo horizontal en la imagen, esta se refleja en el eje vertical del espectro de Fourier, como lóbulos donde la frecuencia se dispara, para bandeos verticales, los lóbulos aparecen en el eje horizontal del espectro de Fourier).

En la figura 3.18 se presenta el espectro de Fourier, como puede observarse, todo el eje vertical del mismo se encuentra realzado, en otra frecuencia con respecto al resto del espectro, donde se refleja el patrón de frecuencias de la figura 3.20 del que se habla arriba.

En la figura 3.21 se muestra el resultado de filtrar la imagen, esta se obtuvo con los siguientes datos:

Punto	Coordenadas	Frecuencia de Corte	Filtro
1	128,33	0.9	Gaussiano
2	128,65	0.9	Gaussiano
3	128,97	0.9	Gaussiano

El tamaño calculado de las ventanas en esta imagen es de 5 X 5, en este espectro, a diferencia de los anteriores, se puede apreciar parte de la ventana, sobre el eje vertical en forma de manchas oscuras.

Como puede apreciarse en la figura 3.21, y en el perfil (figura 3.23), la distribución de valores de los pixels se hizo casi uniforme, por lo que la imagen se ve casi pareja en cuanto a la distribución de barras, de igual forma que al caso anterior al aplicar el filtraje no aparecen lóbulos que no fueran evidentes en el espectro original, como se mencionó anteriormente, la distribución de valores de los pixels en la imagen original no cambia tan bruscamente como en el primer caso, por lo que se obtiene un patrón de valores con una mejor distribución en la imagen resultante.

Las imágenes hasta ahora analizadas son imágenes sintéticas, es decir, fueron creadas en el Laboratorio de Percepción Remota del Instituto de Geofísica de la UNAM.

Dichas imágenes fueron producidas de tal manera que produjeran un espectro de Fourier que tuviera lóbulos muy bien definidos, en las cuales se pudiera apreciar claramente el efecto del filtraje sobre los lóbulos y sobre la imagen misma.

Las siguientes imágenes que se presentan fueron tomadas por algún sensor (sensor satelital o cámara de rayos X), por lo que ahora la aplicación de filtrajes es en un caso real.

La primera imagen que se presenta es la parte de una tomografía (figura 3.25), en ella se puede apreciar parte del cráneo y el

cerebro, así como algunos números y letras. En el perfil de la imagen (figuras 3.27 y 3.28) el cráneo se reconoce por el pico que se ve entre los pixels 41 y 61.

En el espectro de esta imagen (figura 3.26) se aprecian 4 lóbulos claramente distinguibles, uno en cada cuadrante, de los cuales únicamente se seleccionan dos, las coordenadas de estos lóbulos son:

Lóbulo 1 (57,68)

Lóbulo 3 (201,68)

Además junto a estos lóbulos se aprecia a un lado de ellos dos lóbulos más pequeños, cuyas coordenadas son:

Lóbulo 2 (46, 68)

Lóbulo 4 (212, 68)

Y se presenta además otro lóbulo en la posición (153,133).

Los lóbulos se enumeraron conforme se fueron seleccionando.

Los lóbulos se observan claramente en la figura 3.31, en la figuras 3.29 y 3.30 se aprecian los lóbulos del segundo y tercer cuadrante que son el reflejo de aquellos del primer y cuarto cuadrante.

La imagen que se obtuvo se muestra en la figura 3.32, ésta se obtuvo con los siguientes datos:

Punto	Coordenadas	Frecuencia de Corte	Filtro	Orden
1	57,68	0.85	Butterworth	3
2	46,68	0.35	Butterworth	3
3	201,68	0.85	Butterworth	3
4	212,68	0.35	Butterworth	3
5	153,133	0.6	Butterworth	3

Las frecuencias de corte se escogieron así por que como puede apreciarse en el perfil (figura 3.13) los puntos 1 y 3 tienen valores de frecuencia que sobresalen demasiado en comparación con sus vecinos por lo cual aplicamos una frecuencia de corte más amplia, para tratar de abarcar más frecuencias cercanas, ya que como se recordará mientras mayor sea la frecuencia de corte, más frecuencias se abarcan.

Por esa misma razón los puntos 2 y 4 se filtraron con una frecuencia de corte más pequeña.

En el punto restante se uso una frecuencia de corte intermedia, ya que este lóbulo no sobresalía tanto como los lóbulos anteriores, pero además se encuentra en una zona donde las frecuencias inmediatas tiene casi el mismo valor.

Las ventanas calculadas fueron: para los puntos 1 y 3 de 5×5 , para el punto 2 de 35×35 , para el punto 4 de 17×17 y para el punto 5 de 5×5 .

La imagen resultante se aprecia mas brillante debido a que en su proceso de formación a partir de un espectro (transformada inversa), el valor de cada pixel se elonga a un valor entre 1 y 256.

Salvo esa diferencia, solo se aprecian artefactos generados en la parte inferior izquierda de la imagen, en forma parecida a rayas paralelas al cráneo.

No se aprecia una diferencia importante, por que como se puede observar en las perfiles originales (figuras 3.29, 3.30 y 3.31), la media de los valores es muy baja, de hecho hay valores cercanos al cero, entonces los valores calculados en el filtraje no sobresalen demasiado de la tendencia en valores de las demás frecuencias.

La siguiente imagen (figura 3.39) es parte de una imagen mayor en la que se observa parte de tierra y parte de agua, en esta imagen se apreciaba mejor la distorsión en la parte del agua, por lo que tomamos una parte del agua para estudio.

Esta imagen tiene un tamaño de 128 x 128 pixels, como se puede observar el patrón de distorsión es un bandeo horizontal como en las imágenes sintéticas presentadas anteriormente, además es posible ver la presencia de ruido coherente sobre toda la imagen, por la forma borrosa en que se ve la misma.

El espectro de Fourier de esta imagen se presenta en la figura 3.40, se observa que hay muchos lóbulos que se destacan en el espectro. En el perfil vertical del espectro de Fourier, (figura 3.42) sobre el eje vertical, se tiene una gran cantidad de lóbulos bien definidos, todos ellos asociados al bandeo. Además se tienen fuera del eje vertical otros lóbulos asociados al ruido coherente. El bandeo se ve claramente en el perfil de la imagen (figura 3.41), donde se le puede apreciar en una especie de picos y valles, pero las diferencias que hay entre un pico y otro y entre un valle y otro se debe al ruido coherente.

La imagen resultante se muestra en la figura 3.43. Esta imagen se obtuvo con los siguientes datos:

Punto	Coordenadas	Frecuencia de Corte	Filtro
1	64,2	0.2	Gaussiano
2	64,6	0.2	Gaussiano
3	64,18	0.2	Gaussiano
4	64,35	0.2	Gaussiano
5	64,45	0.2	Gaussiano
6	64,53	0.2	Gaussiano
7	64,57	0.2	Gaussiano
8	64,61	0.2	Gaussiano

9	64,63	0.2	Gaussiano
10	71,2	0.2	Gaussiano
11	71,3	0.2	Gaussiano
12	71,63	0.2	Gaussiano
13	75,5	0.2	Gaussiano
14	75,60	0.2	Gaussiano
15	75,64	0.2	Gaussiano
16	86,2	0.2	Gaussiano
17	86,64	0.2	Gaussiano
18	86,67	0.2	Gaussiano
19	92,3	0.2	Gaussiano

Como puede observarse en la imagen resultante y en un perfil de ésta (figuras 3.43 y 3.45) el patrón del bandeo tiende a desaparecer, pero el ruido coherente permanece, el cual se observa en el espectro como una serie de puntos distribuidos aleatoriamente.

En el perfil del espectro (figura 3.46) los valles que se observan corresponden a las ventanas de los lóbulos que fueron filtrados. Los pequeños lóbulos que se aprecian en las crestas de los picos corresponden al ruido coherente que aun se conserva.

En la imagen resultante, en la parte superior izquierda, se observa una especie de mancha, que no se tenía en la imagen original, estas manchas se llaman artefactos y son generadas al aplicar filtrajes con funciones de transferencia parecidas al filtro ideal.

En la forma como se viene realizando hasta ahora el filtraje, hacer igual a cero el valor de la frecuencia cuando nos encontramos en el centro de la ventana (exactamente en el lóbulo a filtrar), y si hay una gran diferencia entre el nuevo valor de la frecuencia y entre las frecuencias circundantes a ella, se generan dichos artefactos, esto se aprecia claramente

en la figura 3.21 (la franja más oscura en la parte superior de la imagen). Igualmente en la figura 3.32 se presenta un artefacto de estos en la parte inferior izquierda y en la figura 3.43 se tiene un artefacto en la parte superior izquierda de la imagen.

Hasta aquí el objetivo principal de aplicación del filtraje se había logrado parcialmente debido a la generación de los mencionados artefactos.

Para minimizar este problema lo que se hizo fue introducir un nuevo parámetro (el valor mínimo que la función de transferencia puede tomar, MIN en el capítulo 2), que sirviera como límite para el valor mínimo que la función de transferencia podía tomar y así evitar los artefactos.

Las funciones de transferencia originales están dadas por (1.27) y (1.29), con la introducción del nuevo parámetro las funciones de transferencia quedaron:

$$H_{pa}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{1 + [(\omega_0/\Omega(\omega_1, \omega_2))]^{2n} + \text{MIN}} \quad \omega_1, \omega_2 \leq \omega_m \quad (3.2)$$

$$H(\omega_1, \omega_2) = 1 - (1 - \text{MIN}) \exp[-\Omega^2 / 2\sigma^2] \quad (3.2)$$

La ventaja que se tiene con este nuevo parámetro es que funciona como un "porcentaje" en el que se desea reducir el lóbulo, por ejemplo si este es cero se tiene un porcentaje como en los casos anteriores, si es uno el valor del lóbulo no se reduce, si es 0.5 el lóbulo se reduce a la mitad.

Con estas nuevas funciones de transferencia se presentan alternativas interesantes, por ejemplo hacer que el valor mínimo de la función sea igual a la media de las frecuencias vecinas, sin tomar en cuenta el valor de la frecuencia del lóbulo.

Los resultados obtenidos con estas nuevas funciones de transferencia se muestran a continuación.

En la primera imagen que se presenta (figura 3.47) se aprecia una parte de tierra (la parte más brillante) y una parte (la más oscura) de agua. Es una imagen de 256 X 256 pixels en la que se aprecia un error radiométrico en forma de bandeo, sobre todo en la parte que corresponde al agua.

En el espectro de Fourier (figura 3.48) se puede apreciar una diagonal entre el segundo y cuarto cuadrante, en general este tipo de diagonal aparece en el espectro cuando en la imagen hay ejes o líneas, por ejemplo calles o drenajes.

Como puede suponerse por las imágenes que ya se han presentado, el bandeo que se presenta en el agua genera lóbulos en el eje vertical del espectro de Fourier (figura 3.50), en el que se observa una gran cantidad de lóbulos casi del mismo tamaño; el patrón del bandeo en la imagen se puede apreciar en la figura 3.49. La parte de la gráfica en la que se tienen valores bajos es la que corresponde al agua y en ella se aprecia el bandeo, la parte en la que se tiene valores altos corresponde a la zona de tierra.

La primera imagen (figura 3.51) que se obtuvo como resultado se generó con los siguientes datos:

Punto	Coordenadas	Frecuencia de Corte	Filtro	Mínimo
1	128,20	0.5	Gaussiano	0.1
2	128,19	0.5	Gaussiano	0.1
3	128,105	0.5	Gaussiano	0.1
4	128,121	0.5	Gaussiano	0.1

El tamaño de las ventanas es de 5 X 5.

Las ventanas correspondientes a estos lóbulos se aprecian en el espectro de Fourier (figura 3.52), como leves manchas oscuras en el eje vertical, y en el perfil del espectro (figura 3.54), donde se ve claramente la forma de las campanas pertenecientes a cada lóbulo; como se aprecia en la figura 3.53 el patrón del bandeo en el agua ya no está tan definido como en la imagen original (figura 3.49), mientras que el perfil correspondiente a la parte de tierra se mantiene igual.

En la imagen resultante, se generaron muchos artefactos, sobre todo en la parte inferior de la imagen y en el extremo derecho de la misma. El artefacto que aparece en la parte inferior de la imagen se observa claramente en el perfil de la misma (figura 3.53), en la parte final de la gráfica.

Estos artefactos se generaron por que se proporcionó un valor mínimo muy pequeño para la función de transferencia (0.1).

En la figura 3.55 se muestra otra imagen resultante de la misma imagen original, esta se obtuvo filtrando los mismo lóbulos, pero modificando el valor mínimo y la frecuencia de corte de acuerdo a los siguientes parámetros:

Frecuencia de corte: 0.2.

Valor mínimo: 0.5

Filtro : Gaussiano

Con estos parámetros de filtraje la cantidad de artefactos generados se redujo notablemente, en el espectro de Fourier (figura 3.56) no se ven los manchones oscuros correspondientes a las ventanas, en tanto que en el perfil del espectro (figura 3.58) no se aprecia gran diferencia entre la profundidad de la campana del lóbulo filtrado y el valor de las frecuencias cercanas. En el perfil de la imagen (figura 3.57) se observa que el bandeo tiende a desaparecer y en su lugar se presenta ahora más el ruido aleatorio (los pequeños picos) en el perfil,

mientras que al final de la gráfica se tiene todavía un artefacto, visible también en la imagen.

La siguiente imagen (figura 3.59) presenta un bandeo diagonalizado, esta tiene un tamaño de 256 X 256 pixels, y es una imagen del puerto de Tampico, en la que se identifican parte del puerto, a la izquierda de la imagen, las manchas oscuras dentro de la parte que corresponde a la tierra son lagunas y la franja más brillante dentro del mar corresponde a un pequeño malecón.

El bandeo se puede apreciar en las figuras 3.61 y 3.62 (más en ésta última) mediante pequeñas líneas horizontales en la parte que corresponde al mar en la imagen. Esta vez se muestran los perfiles vertical y horizontal ya que el bandeo es diagonalizado.

También se muestran ambos perfiles del espectro de Fourier (figuras 3.63 y 3.64), en ambos hay un gran número de lóbulos, que corresponden al bandeo y el ruido coherente presente en la imagen como una serie de puntos esparcidos aleatoriamente sobre la imagen.

La primera imagen que se obtuvo se muestra en la figura 3.65 ésta se generó con los siguientes datos:

Punto	Coordenadas	frecuencia de Corte	Filtro	Mínimo
1	128,122	0.25	Gaussiano	0.1
2	128,83	0.25	Gaussiano	0.1
3	128,117	0.25	Gaussiano	0.1
4	128,74	0.25	Gaussiano	0.1
5	131,128	0.25	Gaussiano	0.1

En todos los casos las ventanas fueron de 5 X 5, en el espectro (figura 3.66) las manchas oscuras en el eje vertical cerca del centro corresponden a la ventana de los lóbulos 1 y 3, la

ventana correspondiente al lóbulo 5 se aprecia mejor en la figura 3.70.

Como puede observarse en la imagen resultante y en los perfiles de la imagen (figuras 3.67 y 3.68) el valor de los pixels que corresponden al mar se incrementaron considerablemente, lo cual hace que el mar sea vea más brillante y se pierda la diferencia entre el mar y la tierra, esto se generó porque, como se explicó en capítulo 1, mientras más nos alejamos del centro más alta es la frecuencia, y como filtramos lóbulos que están muy cerca del centro (ver figuras 3.66, 3.69 y 3.70) eliminamos frecuencias bajas en ambas direcciones lo que ocasiona, dado que se dio un valor mínimo muy pequeño, que se creen artefactos para esas frecuencias bajas (todas las que corresponden a la parte del mar en la imagen) haciendo que el valor de los pixels en la imagen se disparen, es decir se puede tomar toda la parte del mar y la de las lagunas como un gran artefacto, el bandeo por consecuencia desaparece.

Como puede suponerse en la siguiente imagen (figura 3.71), obtenida de la misma original, se utilizó un valor mínimo mayor, esta imagen se obtuvo con los siguientes datos filtrándose los mismo lóbulos:

Filtro Gaussiano.

Frecuencia de Corte: 0.35

Valor mínimo para la función de transferencia: 0.9

Como puede observarse el bandeo casi desaparece, compárense los perfiles de esta imagen (figuras 3.73 y 3.74) con los perfiles de la imagen original (figuras 3.61 y 3.62), se puede apreciar que el bandeo casi desaparece.

En el espectro de frecuencias no se notan las ventanas de los lóbulos filtrados debido a que el valor mínimo de la función de

transferecncia es elevado: 0.9, es decir, el tamaño del lóbulo es un 90% del original, si se observa con detenimiento, en las figuras 3.75 y 3.76 y se comparan con las figuras 3.63 y 3.64 se observará que, en efecto, el tamaño de los lóbulo disminuye un poco.

Esta pequeña disminución en el tamaño del lóbulo bastó para reducir el bandeo y evitar la generación de artefactos en la parte que corresponde a la imagen, además se hace más nítido el cambio de agua a tierra.

Estas son todas las imágenes que se presentan, cabe mencionar que se obtuvieron en realidad una cantidad mucho mayor de imágenes, pero solo se presentan aquí aquellas que reflejan de una mejor manera el objetivo del presente trabajo, así como imágenes que presentaron un resultado inesperado.

CONCLUSIONES

Se listan a continuación las conclusiones del presente trabajo:

-Los filtros selectivos pueden ser utilizados para eliminar el error radiométrico en la imagen, mediante la manipulación de los lóbulos en el espectro de Fourier asociados a dicho error, dejando poco afectadas las demás frecuencias.

-El tipo de distorsión en que mejor trabajó el filtraje selectivo fue en la eliminación del ruido periódico, el ruido coherente lo eliminó en menor proporción.

-Es mucho mayor la rapidez en la aplicación de este tipo de filtro, comparada con los filtros de simetría circular, porque mientras en éste el filtro es aplicado a todas las frecuencias que estén por debajo, encima o iguales (según el tipo de filtro) a una frecuencia de corte dada, aquí únicamente se aplica el filtro a unas cuantas frecuencias, dependiendo del tamaño de la ventana, con lo que el número de operaciones computacionales necesarias disminuye notablemente. Lo que hace lento el proceso de aplicación del filtraje es la implementación de la transformada de Fourier en SANDI.

-Cuando en el espectro de Fourier se tengan demasiados lóbulos, por la excesiva presencia de ruido en la imagen es más conveniente aplicar filtraje de simetría circular, para abarcar una mayor cantidad de lóbulos.

-Con respecto a la aparición de artefactos, estos se ubican cerca de las orillas de las imágenes, por el llamado efecto

eje, esto podría ser reducido filtrando una imagen más grande y luego obtener la subimagen que nos interese.

-Otra forma posible de reducir la aparición de este tipo de artefactos podría ser mediante la aplicación de un filtraje más "inteligente", que una vez seleccionado el lóbulo y calculada la ventana correspondiente, se obtuviera la media de las frecuencias incluidas en ésta (excepto la del lóbulo seleccionado) y tomarla como el valor mínimo de la función de transferencia.

-Finalmente, al aplicar un filtraje se está eliminando información de la imagen original, así que el concepto de lo que es una buena imagen, es más bien subjetivo y depende de la experiencia del observador y del uso que se la vaya a dar a la imagen.

APENDICE A

Transformada discreta de Fourier.

Para discretizar una transformada es necesario muestrear la función $h(t)$.

La función muestreada puede ser escrita como:

$$\begin{aligned}h(t)\Delta_0(t) &= h(t)\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(kT)\delta(t - kT)\end{aligned}\quad (A1)$$

donde $\Delta_0(t)$ es la función de muestreo en el dominio del tiempo y $\delta(t - kT)$ es la función impulso.

La función muestreada tiene una longitud infinita, por lo que es necesario truncaarla.

La función se trunca al multiplicarla por una función rectangular:

$$\begin{aligned}x(t) &= 1 && \frac{T}{2} < t < T_0 \frac{T}{2} \\ &= 0 && \text{en otro caso}\end{aligned}\quad (A2)$$

donde T_0 es la longitud de la función de truncamiento, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 h(t) \Delta_0(t) x(t) &= \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(kT) \delta(t - kT) \right] x(t) \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t - kT)
 \end{aligned} \tag{A3}$$

donde se asume que hay N funciones impulso equidistantes dentro del intervalo de truncamiento, $N = T_0 / T$.

Finalmente es necesario muestrear la transformada de Fourier de A3. En el dominio del tiempo es equivalente a convolucionar la función truncada y muestreada (A3) y la función en el dominio del tiempo:

$$\Delta_1(t) = T_0 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(t - rT_0) \tag{A4}$$

de aquí:

$$\begin{aligned}
 [h(t) \Delta_0(t) x(t)] * \Delta_1(t) &= \left[\sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t - kT) \right] * \left[T_0 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(t - rT_0) \right] \\
 &= \dots + T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t + T_0 - kT) \\
 &\quad + T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t - kT) \tag{A5} \\
 &\quad + T_0 \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t - T_0 - kT) + \dots
 \end{aligned}$$

A(5) es periódica con periodo T_0 , y puede ser escrita como:

$$\tilde{h}(t) = T_0 \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t - kT - rT_0) \right] \tag{A6}$$

$\tilde{h}(t)$ es una aproximación a la función $h(t)$

La transformada de Fourier de una función periódica $h(t)$ es una secuencia de impulsos equidistantes:

$$H\left(\frac{n}{T_0}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \delta(f - nf_0), \quad f_0 = 1/T_0 \quad A(7)$$

donde

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0-T/2} h(t) \exp[-j2\pi nt/T_0] dt \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad A(8)$$

sustituyendo A(8) en A(7) obtenemos:

$$\alpha_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0-T/2} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t - kT - rT_0) \exp[-j2\pi nt/T_0] dt$$

La integración es sólo sobre un periodo:

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0-T/2} \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \delta(t - kT) \exp[-j2\pi nt/T_0] dt \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \int_{-T_0/2}^{T_0-T/2} \exp[-j2\pi nt/T_0] \delta(t - kT) dt \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \exp[-j2\pi knT/T_0] \end{aligned} \quad A(9)$$

debido a que $T_0 = NT$, A(9) se puede escribir como:

$$\alpha_n = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \exp[-j2\pi kn/N] \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad A(10)$$

y la transformada de Fourier de A(6) es:

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

$$H\left(-\frac{r}{NT}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \exp[-j2\pi kn/N] \quad A(11)$$

sin embargo hay únicamente N valores complejos distintos y haciendo $n = r$ donde r es un entero arbitrario:

$$\begin{aligned} H\left(-\frac{r+n}{NT}\right) &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \exp[-j2\pi k(r+N)/N] \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \exp[-j2\pi kr/N] \\ &= H\left(-\frac{r}{NT}\right) \end{aligned} \quad A(14)$$

Por lo tanto hay H $\frac{r}{NT}$ valores distintos en los cuales A(11) puede ser evaluado; $H\left(-\frac{r}{NT}\right)$ es periódica con un periodo de N muestras.

La transformada de Fourier puede ser escrita equivalentemente como:

$$H\left(-\frac{r}{NT}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} h(kT) \exp[-j2\pi nk/N] \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad A(15)$$

$H\left(-\frac{r}{NT}\right)$ es periódica con un periodo de N muestras.

A(15) es la transformada discreta de Fourier, esta expresión relaciona N muestras de tiempo y N muestras de frecuencia. La transformada discreta de Fourier es un caso especial de la transformada continua. Se asume que las N muestras de la función original $h(t)$ constituyen un periodo de una función periódica, la transformada de Fourier de esta función periódica está dada por N muestras calculadas por A(15).

$\mathcal{F}\left(\frac{n}{NT}\right)$ es utilizada para indicar que la transformada discreta de Fourier es una aproximación de la transformada continua.

Normalmente A(15) se escribe como:

$$G\left(-\frac{n}{NT}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} g(kT) \exp[-j2\pi nk/N] \quad n=0,1,2,\dots,N-1 \quad A(16)$$

La transformada discreta inversa de Fourier está dada por:

$$g(kT) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} G\left(-\frac{n}{NT}\right) \exp[j2\pi nk/N] \quad k=0,1,2,\dots,N-1 \quad A(17)$$

APENDICE B

El fundamento de las técnicas de restauración de imágenes en el dominio de la frecuencia es el teorema de la convolución.

Sea $g(x,y)$ una imagen formada por la convolución de una imagen $f(x,y)$ y un operador de posición invariante $h(x,y)$ ³:

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) \quad B(1)$$

Entonces a partir del teorema de convolución⁴ se tiene la siguiente relación en el dominio de la frecuencia:

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) \quad B(2)$$

donde G , H y F son las transformadas de Fourier de g , h y f respectivamente. La transformada $h(u,v)$ es llamada también la función de transferencia del proceso.

3

Un operador de posición invariante es aquel cuyo resultado depende sólo del valor $f(x,y)$ en un punto dado en la imagen y no de la posición del punto.

4

Teorema de convolución

Si $h(t)$ tiene transformada de Fourier $H(f)$ y $x(t)$ tiene transformada de Fourier $X(f)$ entonces $h(t)*x(t)$ tiene transformada de Fourier $H(f)X(f)$.

En aplicaciones de realce de imágenes, $f(x,y)$ ya está dada y el objetivo, después de obtener $F(u,v)$, es seleccionar $H(u,v)$, así que la imagen dada por:

$$g(x,y) = \mathcal{F}^{-1}[H(u,v)F(u,v)] \quad B(3)$$

donde \mathcal{F}^{-1} es la transformada inversa de Fourier, exhibe algunas características resaltadas de $f(x,y)$, por ejemplo, las líneas en $f(x,y)$ pueden ser acentuadas al usar la función $H(u,v)$ que enfatiza los componentes de frecuencia alta de $F(u,v)$.

BILIOGRAFIA:

Borland (1992). *Pascal 7.0 Language Guide*.

Borland (1992). *Pascal 7.0 Programmer's Reference*.

Borland (1992). *Pascal 7.0 User's Guide*.

Ronald N. Bracewell (1978). *The Fourier Transform and Its Applications*, Second Edition, McGraw Hill Electrical and Electronic Engineering Series.

E. Oran Brigham. *The Fast Fourier Transform*, Prentice Hall Inc.

Michael Cannon, Alex Lehar, Fred Preston (1983). Background Pattern Removal By Power Spectral Filtering, *Applied Optics*, Vol. 22, No. 6, pp. 777-779.

Richard F. Ferraro (1990). *Programmer's Guide to the EGA and VGA Cards*, Second Edition, Addison Wesley.

Rafael C. Gonzalez, Paul Wintz (1987). *Digital Image Processing*, Second Edition, Addison Wesley.

Ernest L. Hall (1979). *Computer Image Processing and Recognition*, Academic Press Inc.

M. Imme (1991). Note, A Noise Peak Elimination Filter, *CVGIP, Graphic Models and Image Processing*, Vol. 53, No. 2, pp. 204-211.

Anil K. Jain (1989). *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice Hall Information and System Sciences Series.

Lillesand T. M., Kiefer R. W. (1987), *Remote Sensing and Image Interpretation*, Second Edition, John Wiley and Sons, Inc.

Jae S. Lim (1990). *Two Dimensional Signal and Image Processing*, Prentice Hall Signal Processing Series.

Jorge Lira (1993). *La percepción Remota: Nuestros Ojos Desde el Espacio*, Colección La Ciencia Desde México No 33, Fondo de Cultura Económica.

Jorge Lira, Rosario Landgrave (1992). *Sistema de Análisis Digital de Imágenes V 2.0*, Revista Selper, Vol. 8.

Harley R Myler, Arthur R Weeks (1993). *Computer Imaging Recipes in C*, PTR. Prentice Hall.

Jeng-Jong Pan, Chein-I Chang (1992). Destripping of Landsat MSS Images by Filtering Techniques, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 58, No. 10, pp. 1417-1423.

Jeng-Jong Pan (1989). Spectral Analysis and Filtering Techniques in Digital Spatial Data Processing, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 55, No. 8, pp 1203-1207.

William K. Pratt (1991). *Digital Image Processing*, Second Edition, Wiley Interscience.

Jonh A. Richards (1986). *Remote Sensing Digital Image Analysis: An Introduction*, Springer Verlag.

Azriel Rosenfeld, Avinash C. Kak (1982). *Digital Picture Processing*, Volume 1, Academic Press.

Azriel Rosenfeld, Avinash C. Kak (1982). *Digital Picture Processing*, Volume 2, Academic Press.

Ram Srinivasan, Michael Cannon, James White (1988). Landsat Data Destriping Using Power Spectral Filtering, *Optical Engineering*, Vol. 27, No. 11, pp. 939-943.

Valley, S. L.(1965). *Handbook of Geophysics and Space Environments*, Berford: Air Force Cambridge Research Lab.

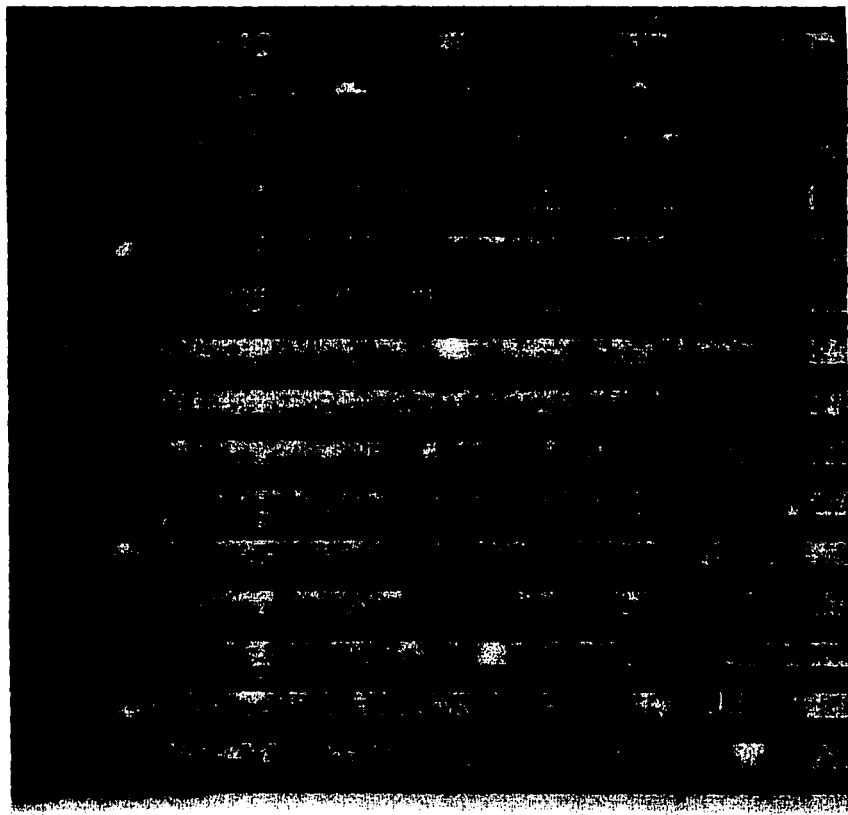


Figura 3.1.- Imagen original de 256X256 pixels (barras horizontales).

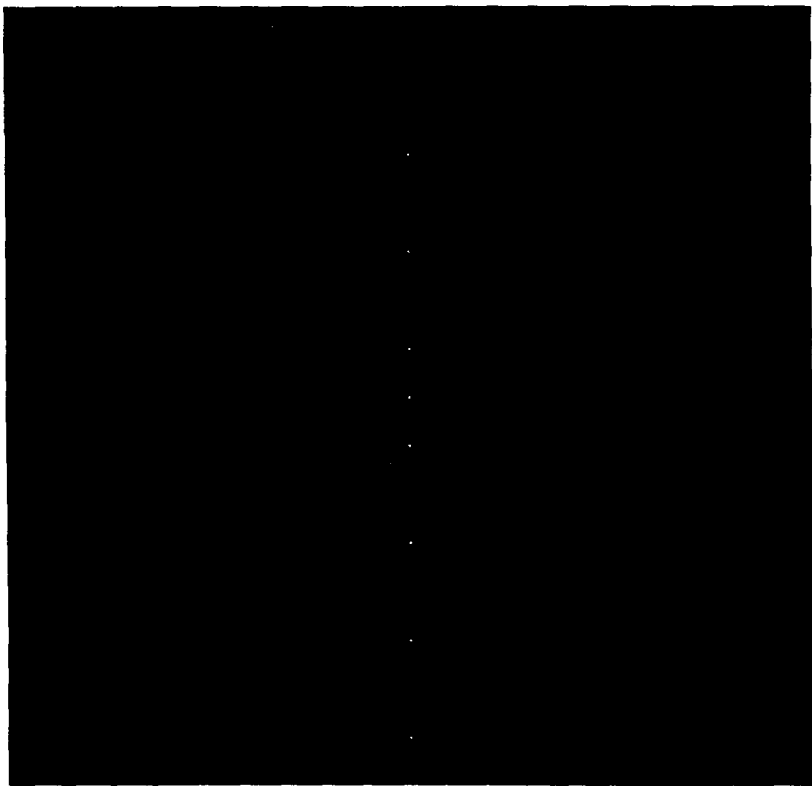


Figura 3.2 .- Espectro de frecuencia de imagen de la figura 3.1.

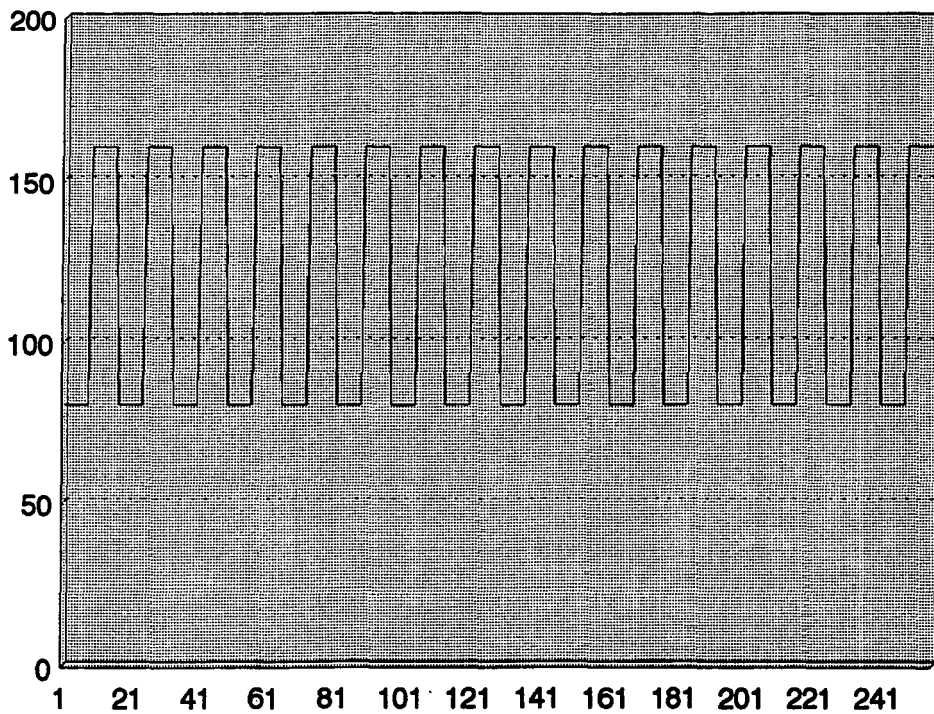


Figura 3.3.- Perfil de la imagen de la figura 3.1

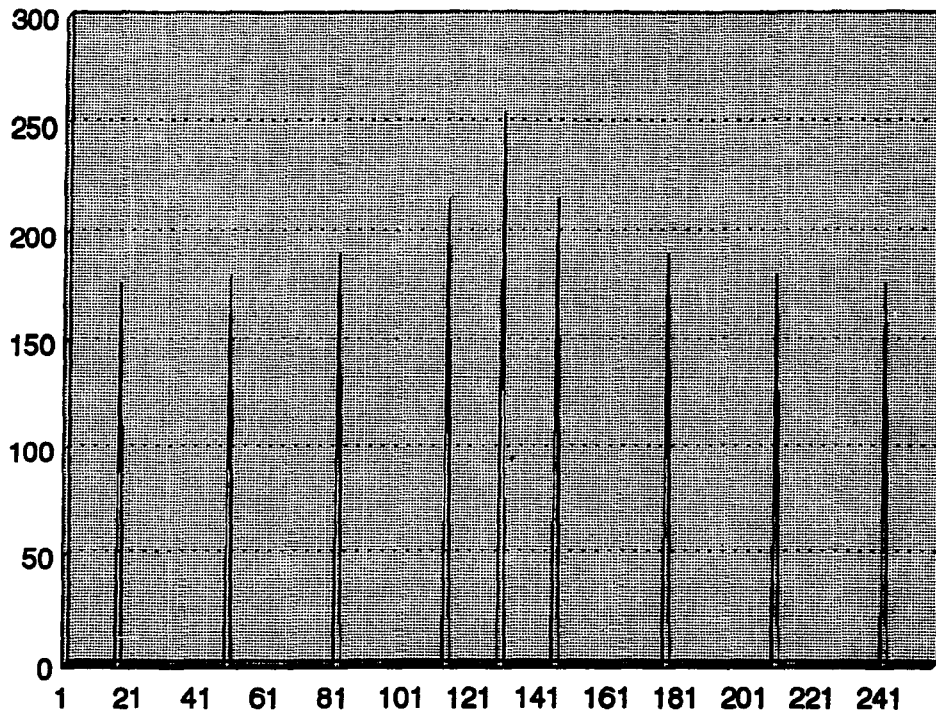


Figura 3.4.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.1

Figura 3.5.- Imagen resultante obtenida a partir de la imagen de la figura 3.1

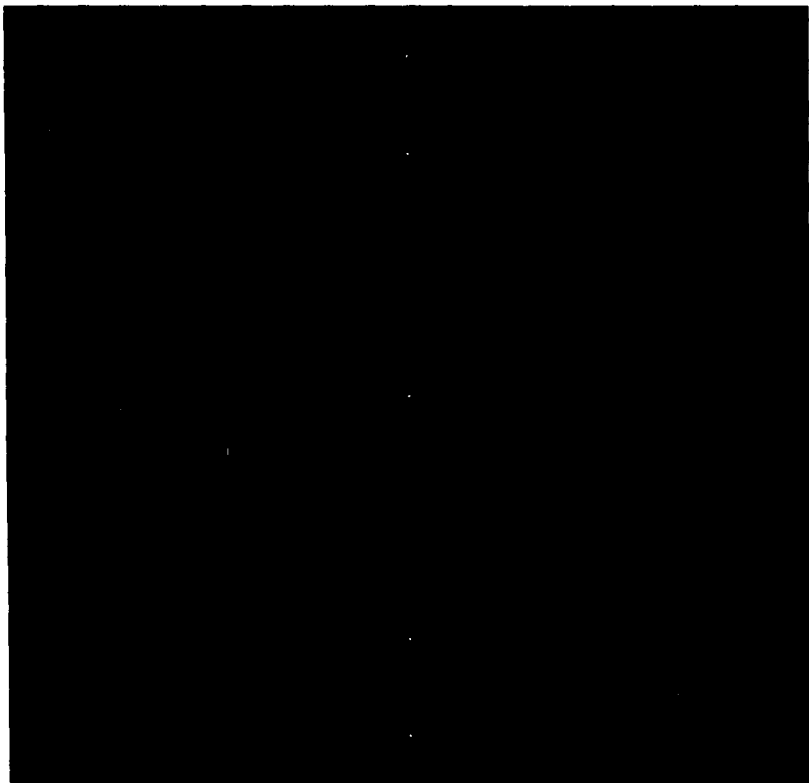


Figura 3.6 .- Espectro de la imagen
resultante presentada en la figura 3.5

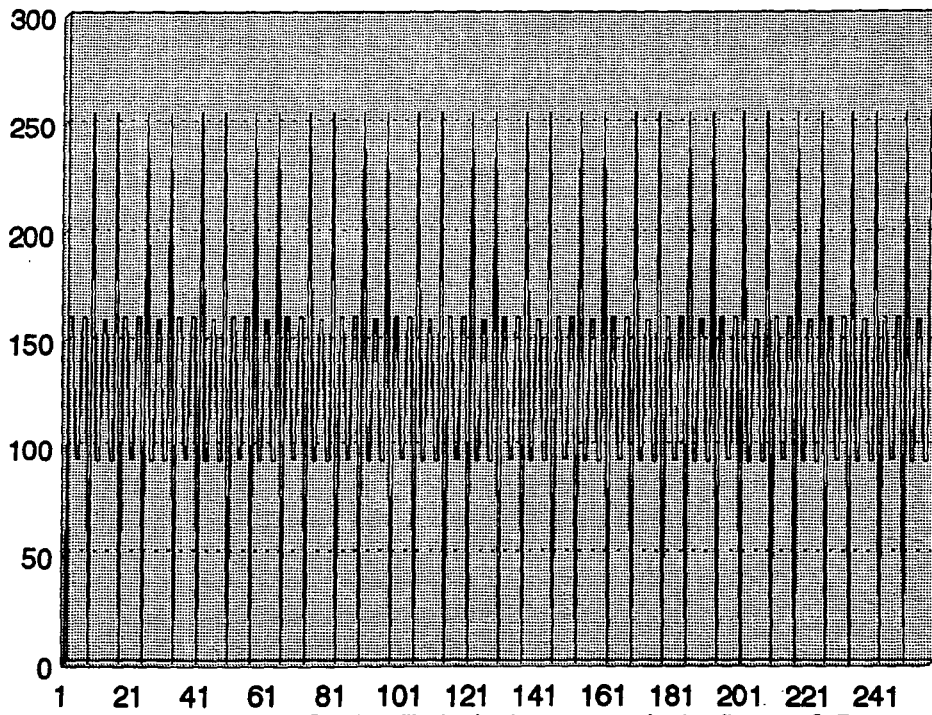


Figura 3.7.- Perfil de la imagen de la figura 3.5

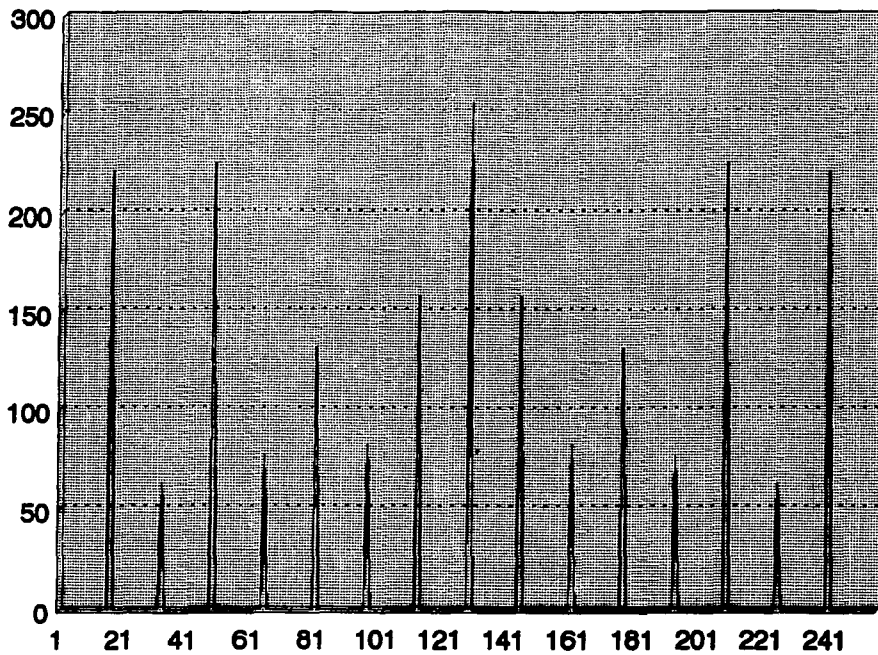


Figura 3.8.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.5

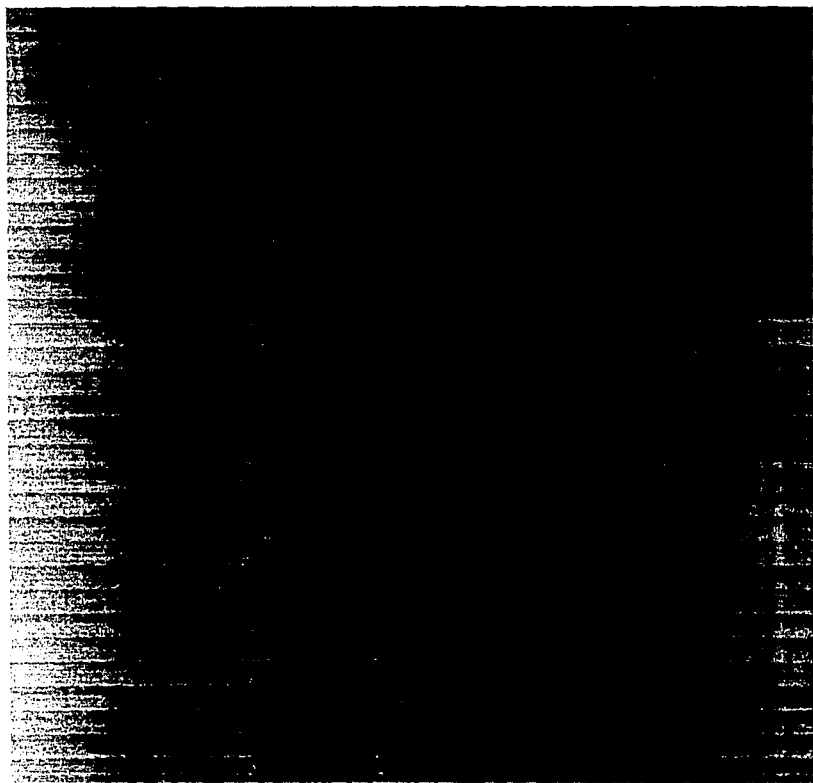


Figura 3.9 .- Imagen original de 256X256 pixels (barras horizontales).

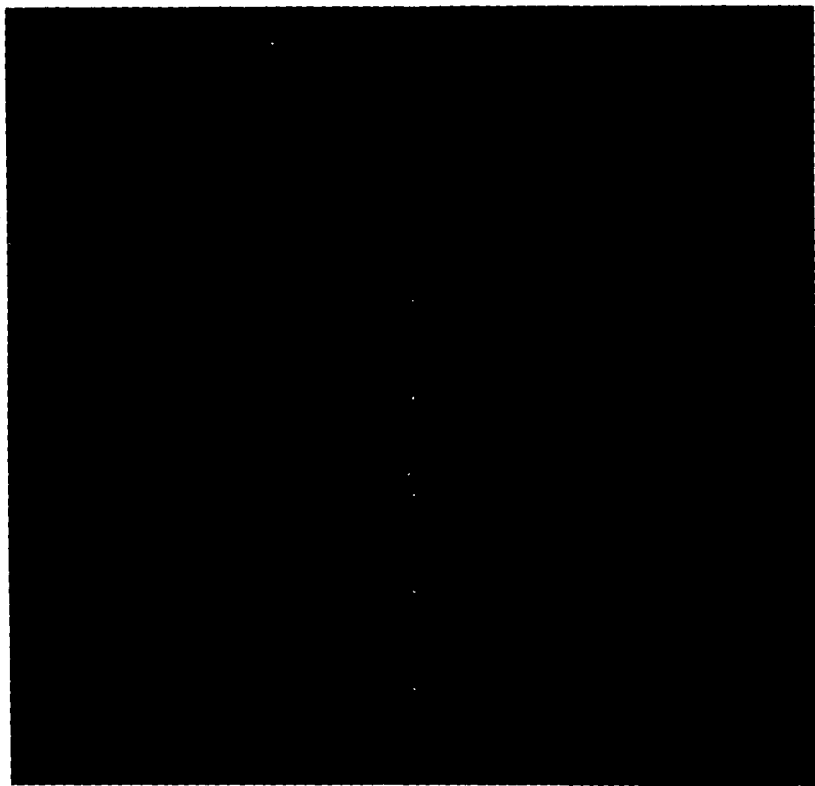


Figura 3.10 .- Espectro de frecuencias de la imagen de la figura 3.9

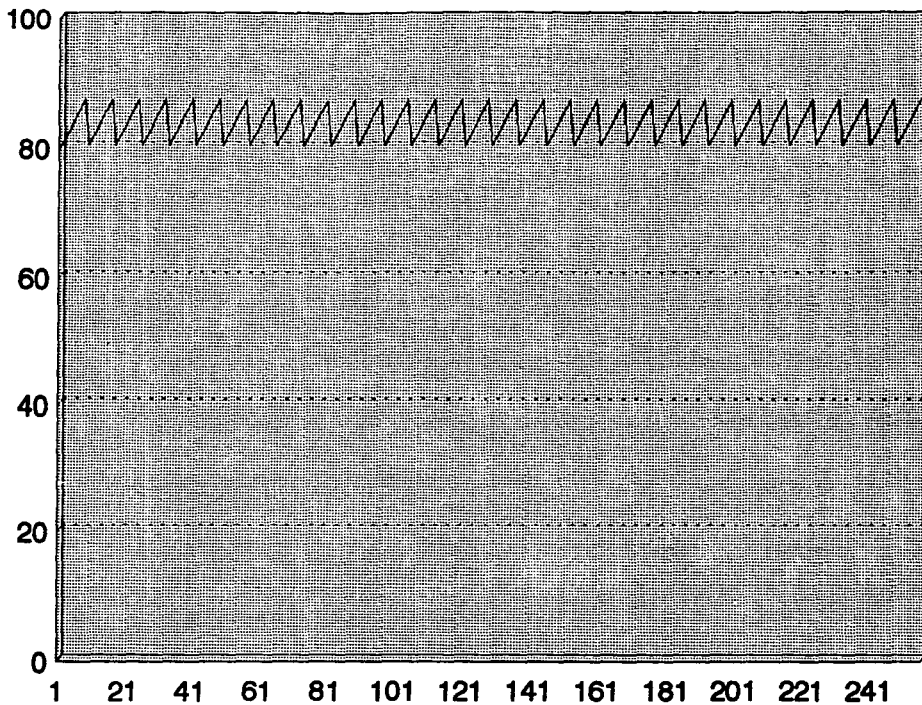


Figura 3.11.- Perfil de la imagen de la figura 3.9.

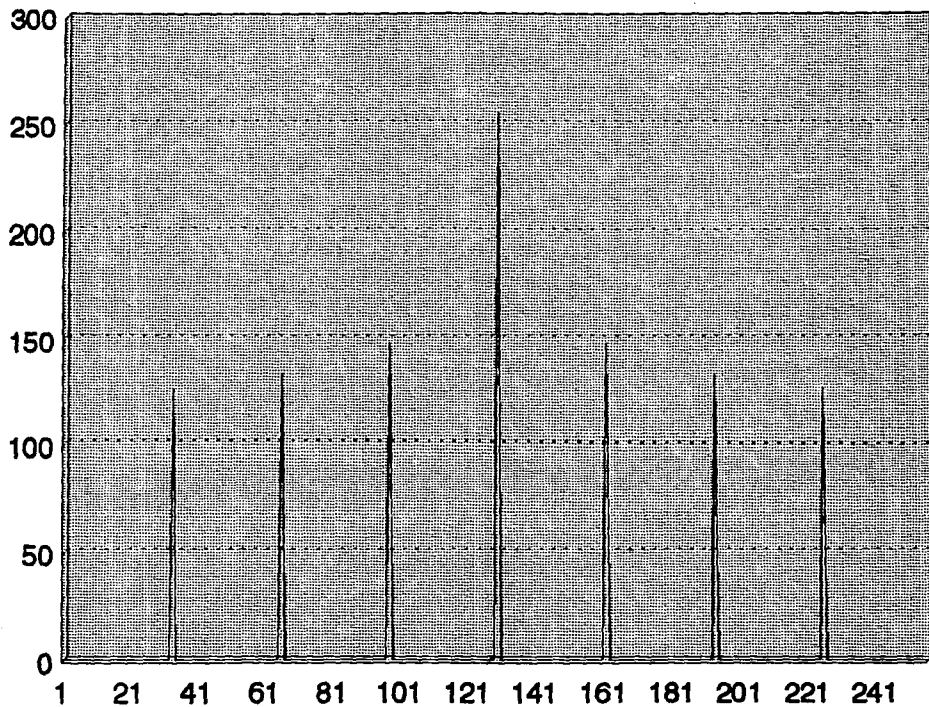


Figura 3.12.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.9

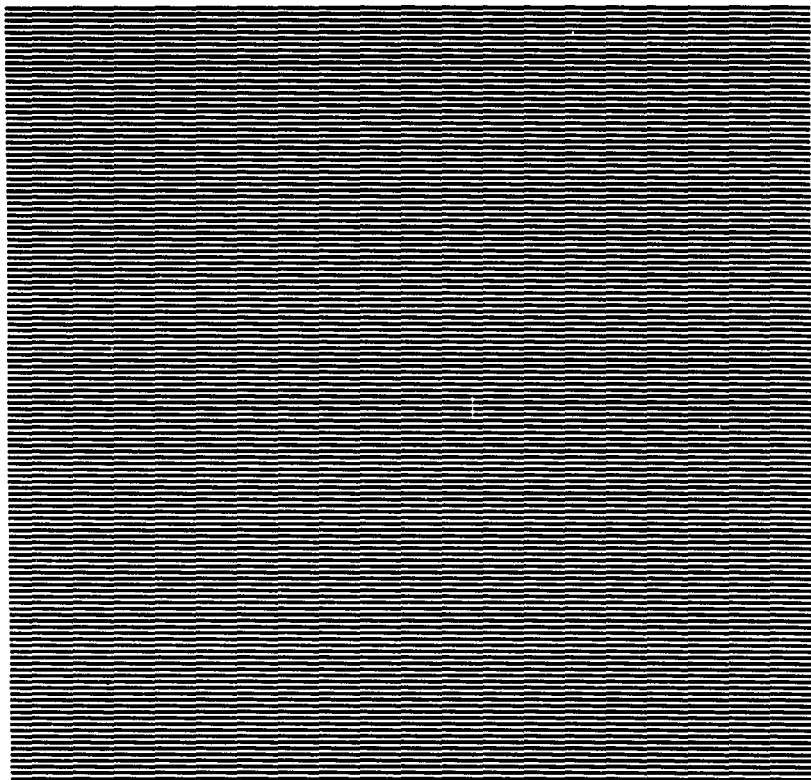


Figura 3.13 Imagen resultante, obtenida a partir de la imagen de la figura 3.9



Figura 3.14 .- espectro de la imagen
resultante presentada en la figura 3.13

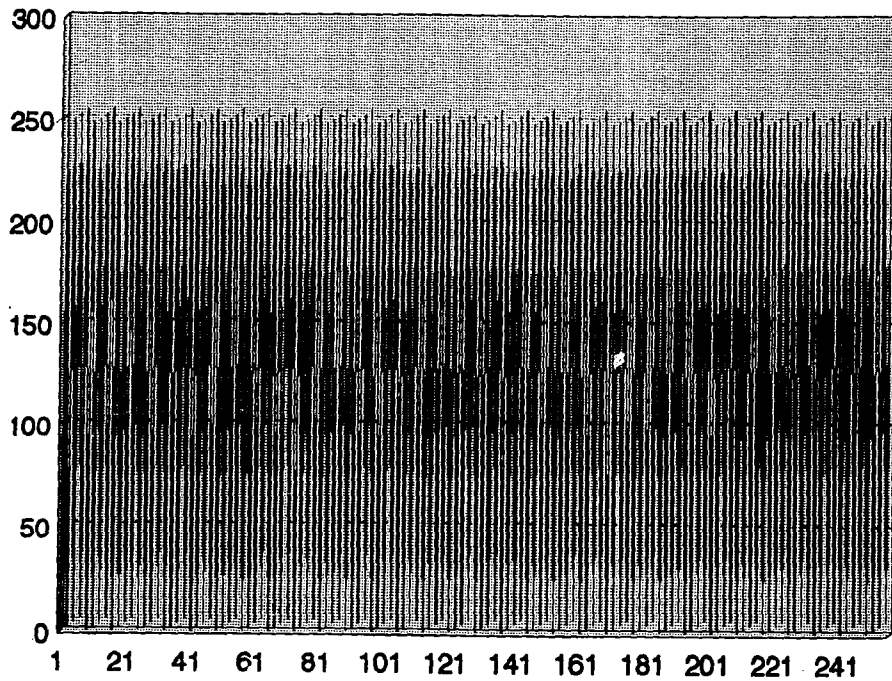


Figura 3.15.- Perfil de la imagen de la figura 3.13

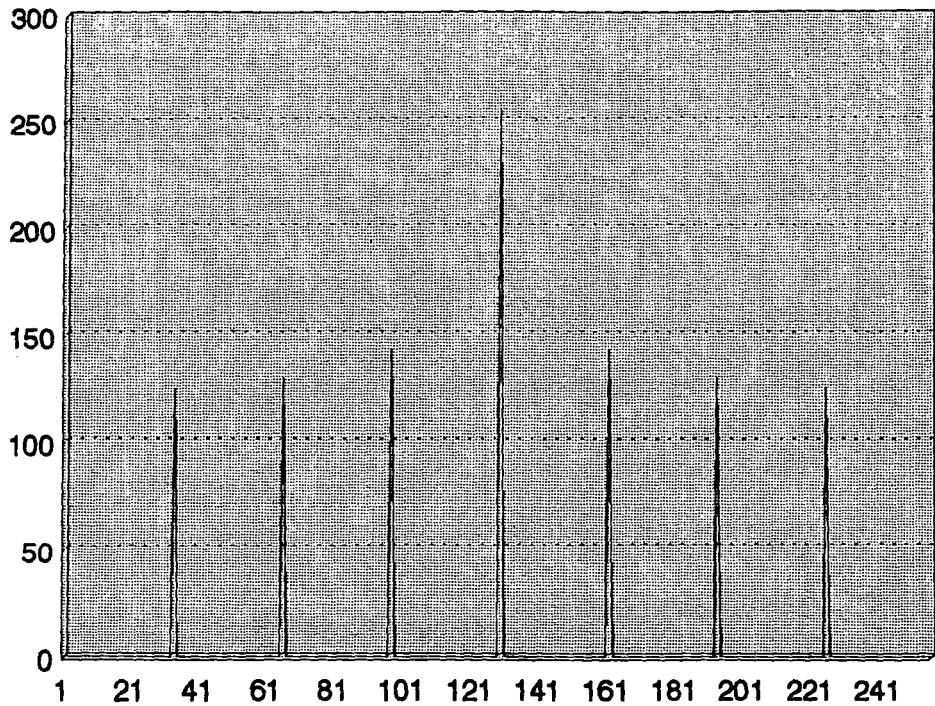


Figura 3.16.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.13

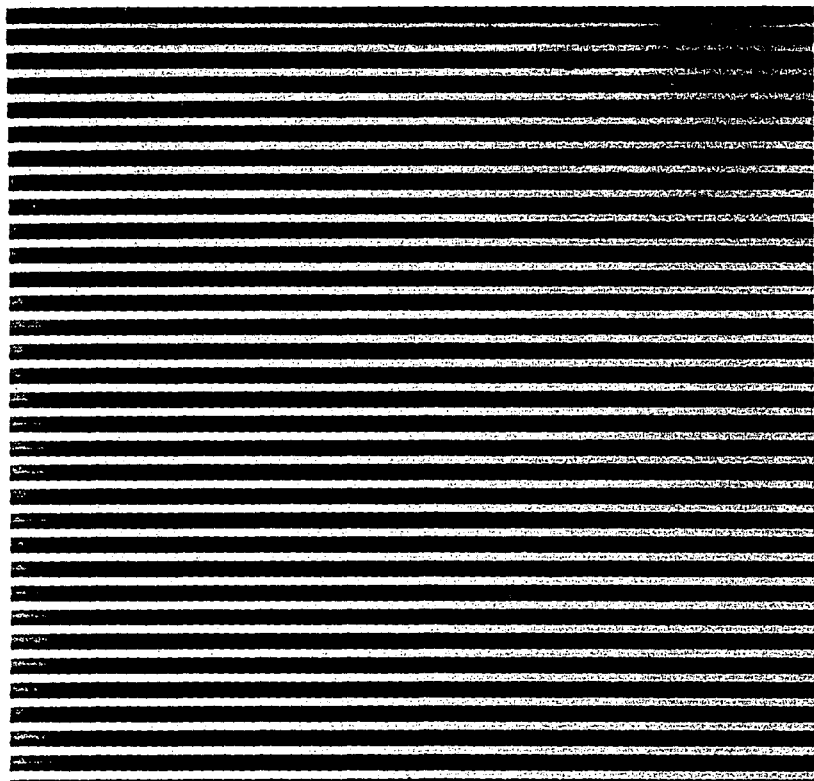


Figura 3.17 .- Imagen original de 256X256 pixels (barras horizontales).

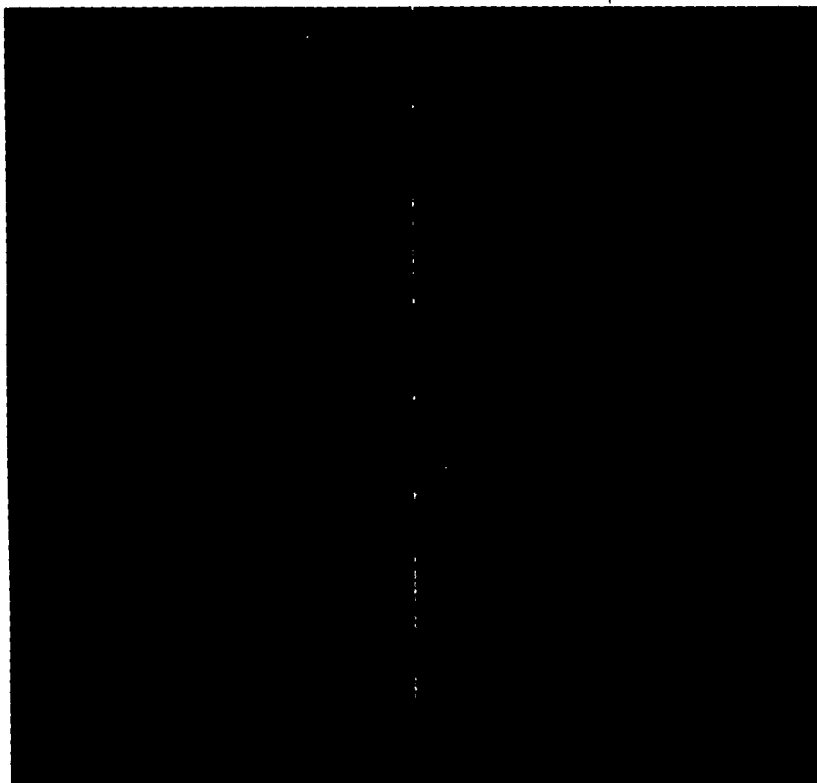


Figura 3.18 .- Espectro de frecuencias de la imagen de la figura 3.17.

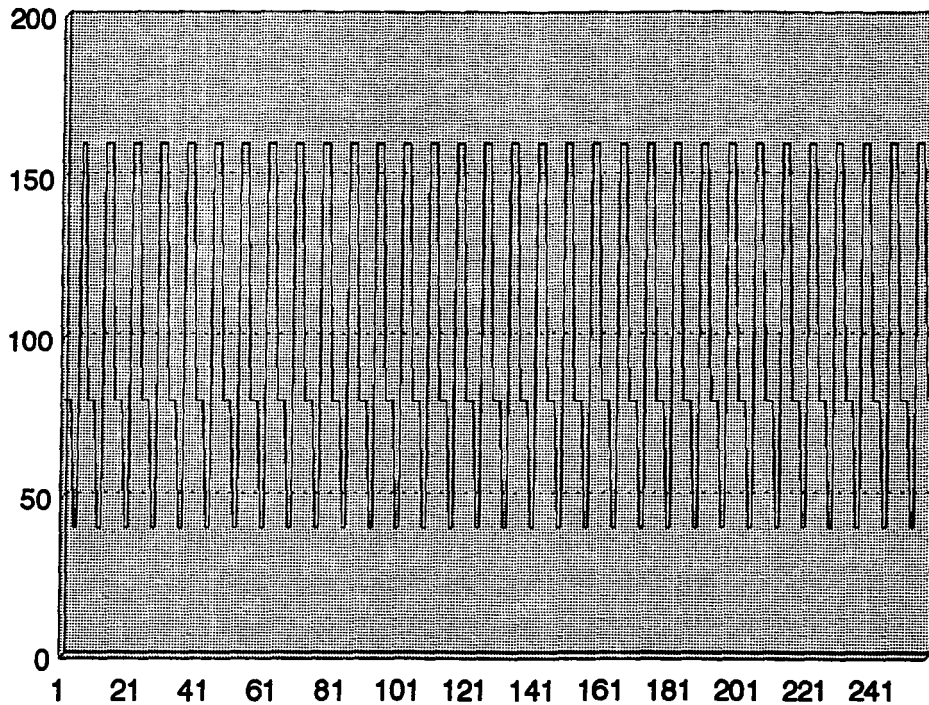


Figura 3.19.- Perfil de la imagen de la figura 3.17

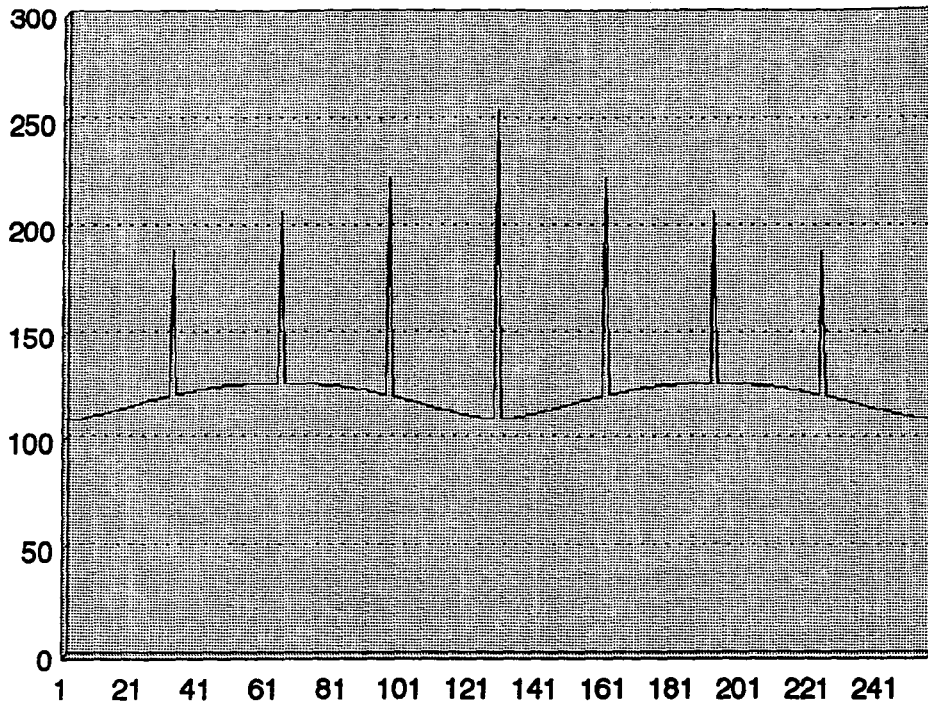


Figura 3.20.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.17

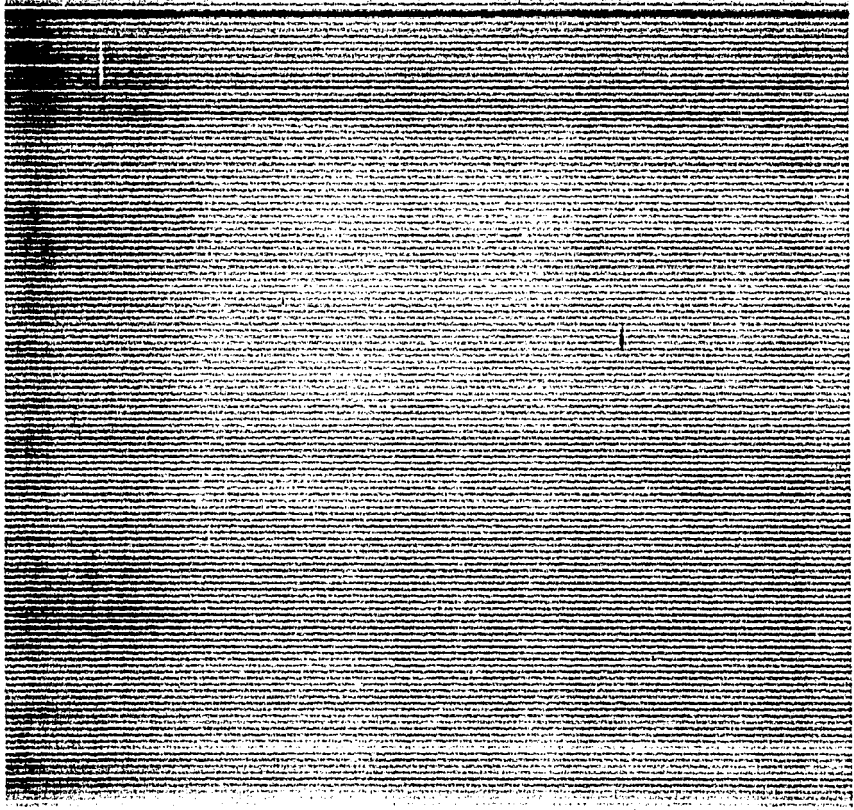


Figura 3.21 .- Imagen resultante a partir de la imagen de la figura 3.17

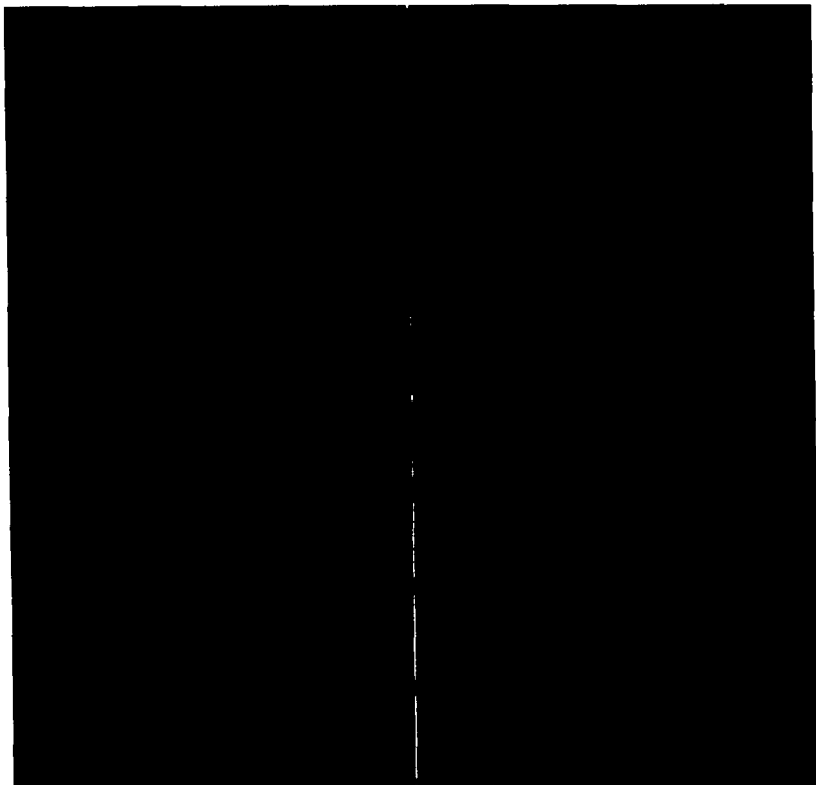


Figura 3.22 .- Espectro de la imagen
resultante presentada en la figura 3.21.

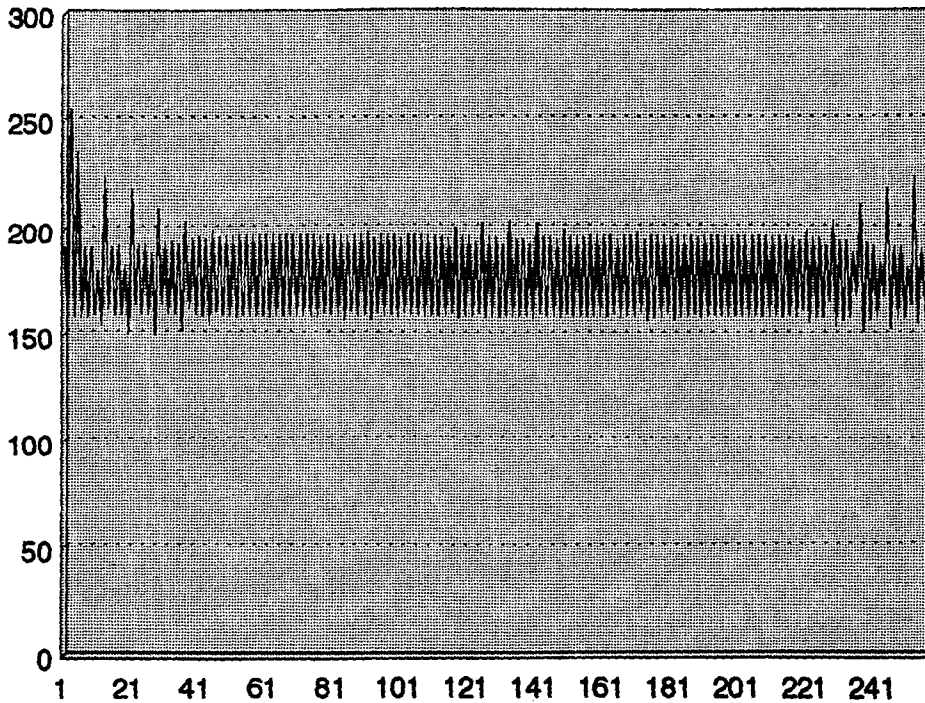


Figura 3.23.- Perfil de la imagen de la figura 3.21

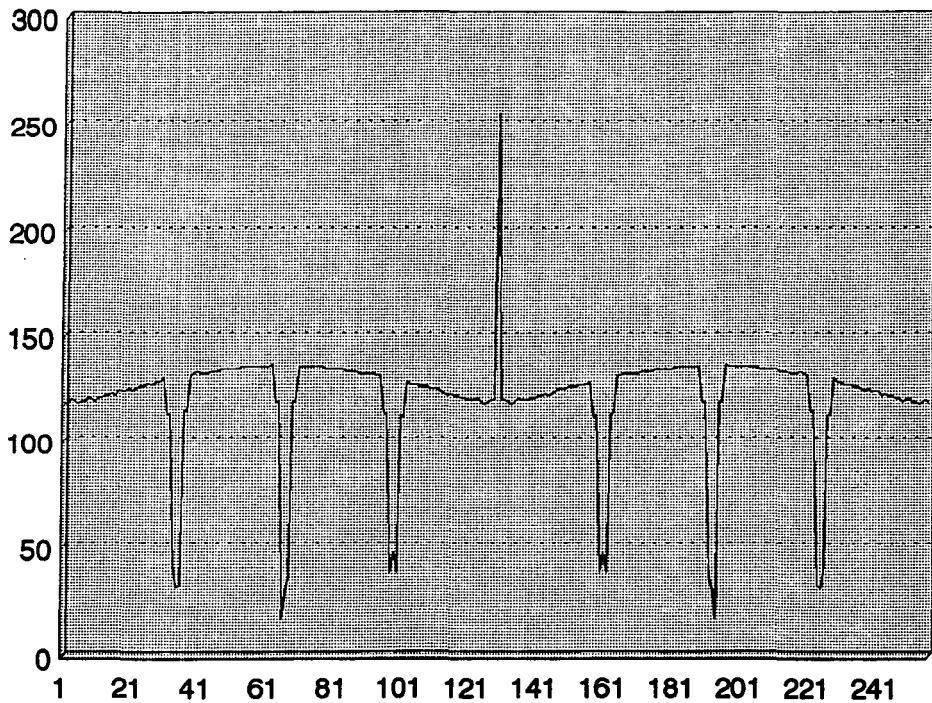


Figura 3.24.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.21



Figura 3.25 .- Imagen original de 256X256 pixels (tomografía).

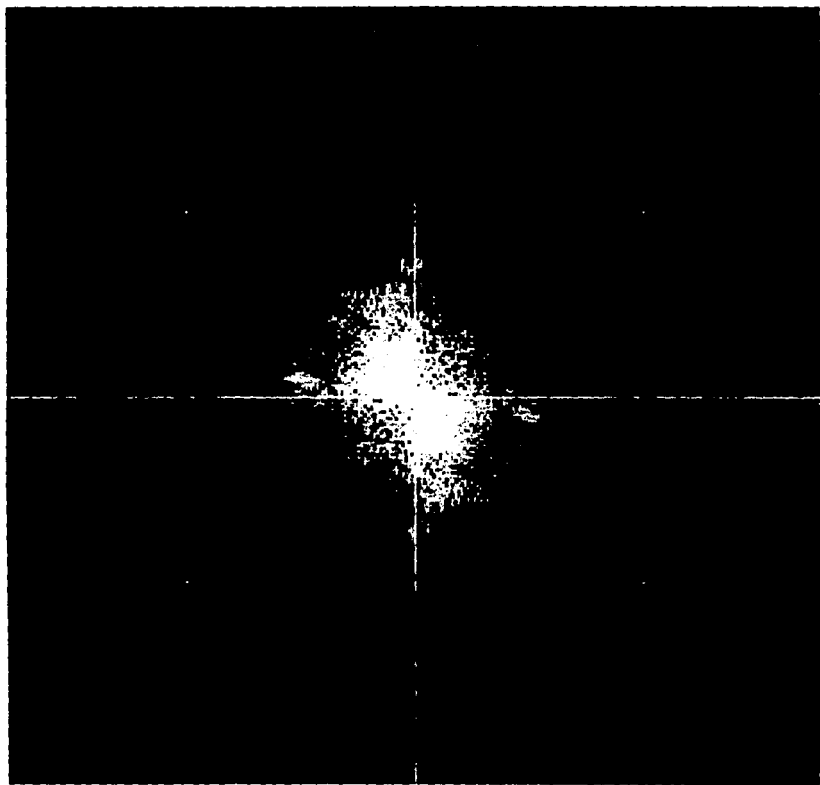


Figura 3.26 .- Espectro de frecuencias de la imagen de la figura 3.25.

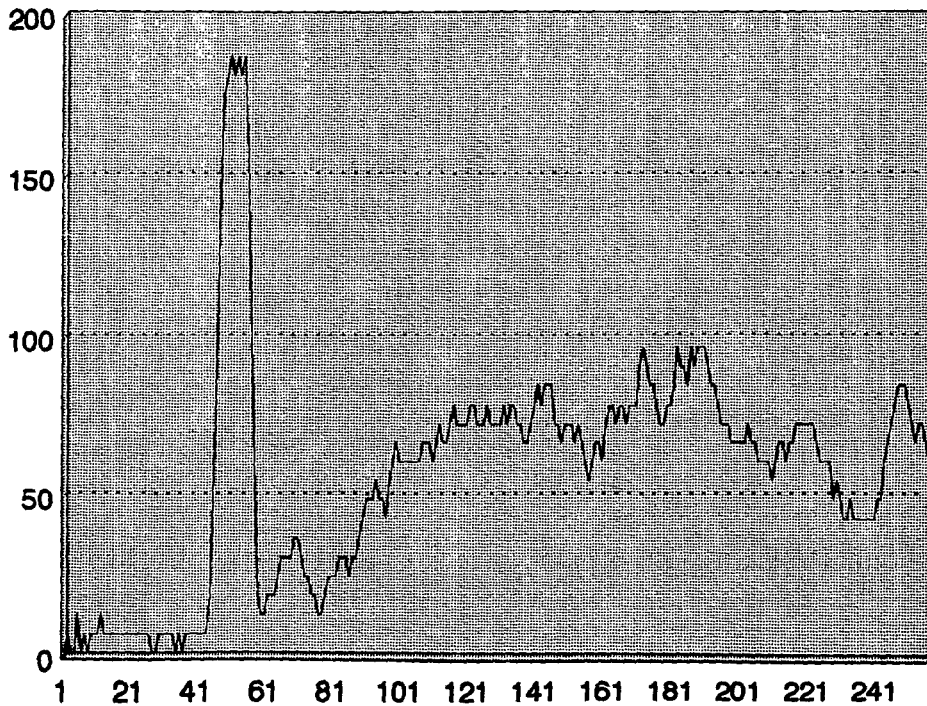


Figura 3.27.- Perfil horizontal de la imagen de la figura 3.25

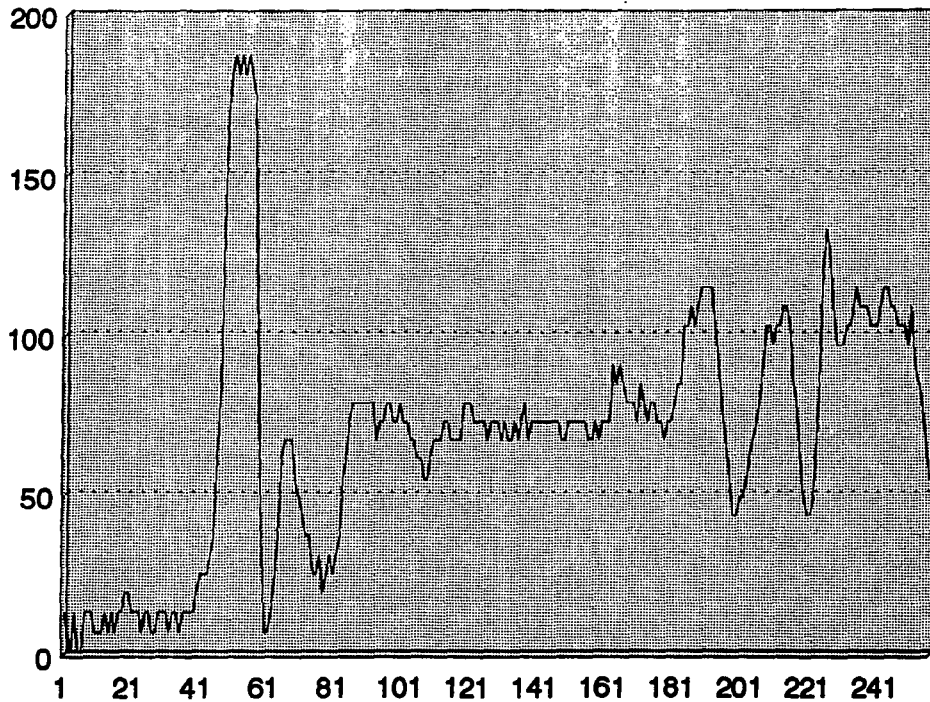


Figura 3.28.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.25

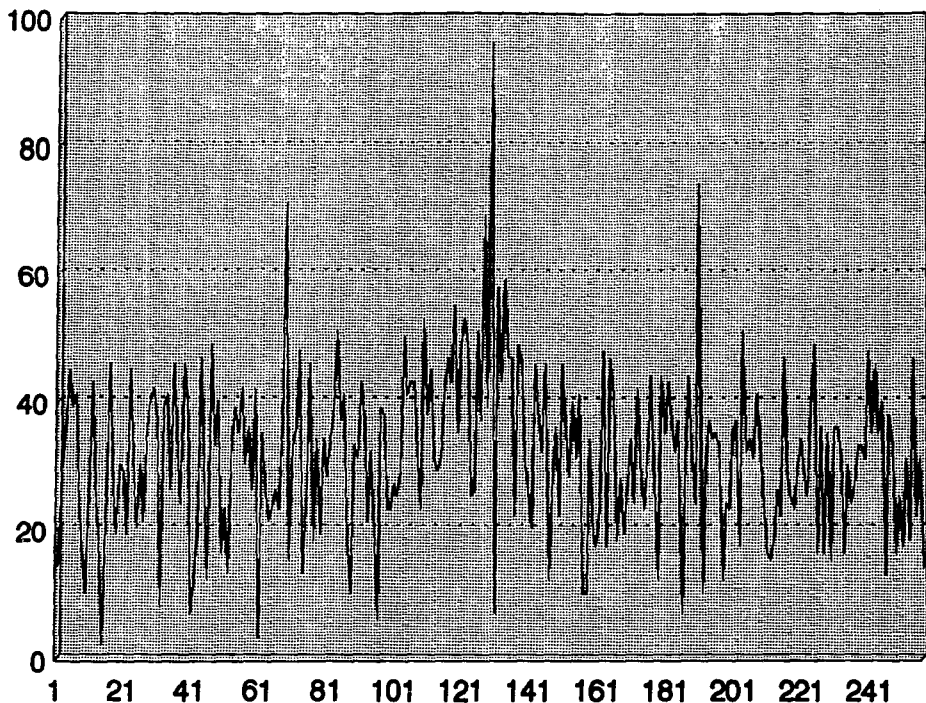


Figura 3.29.- Perfil de la columna 46 del espectro de la imagen de la figura 3.25

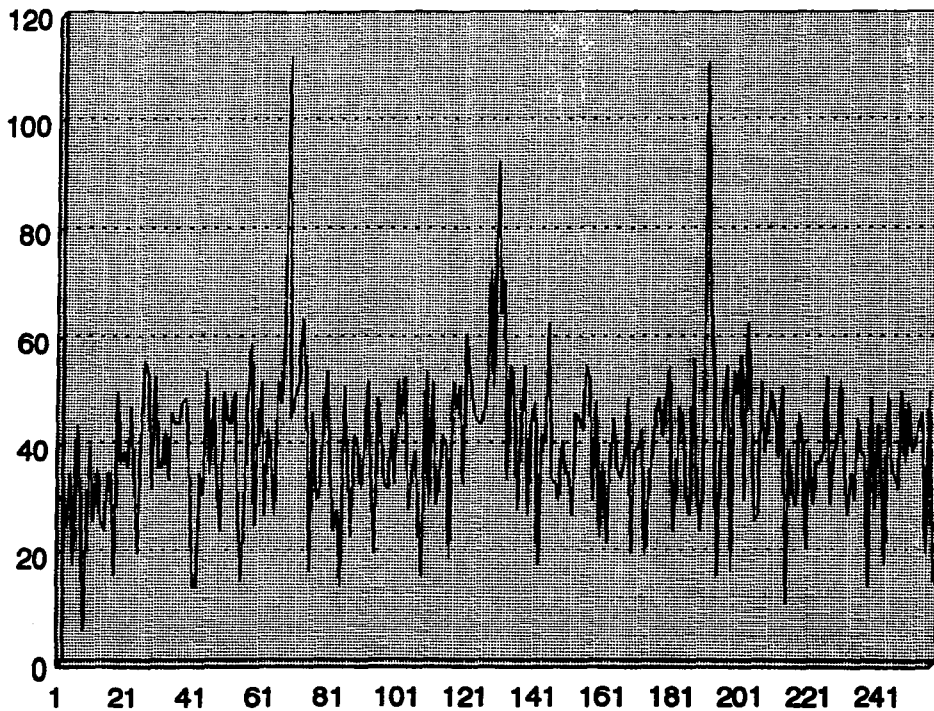


Figura 3.30.- Perfil de la columna 57, del espectro de la imagen 3.25.

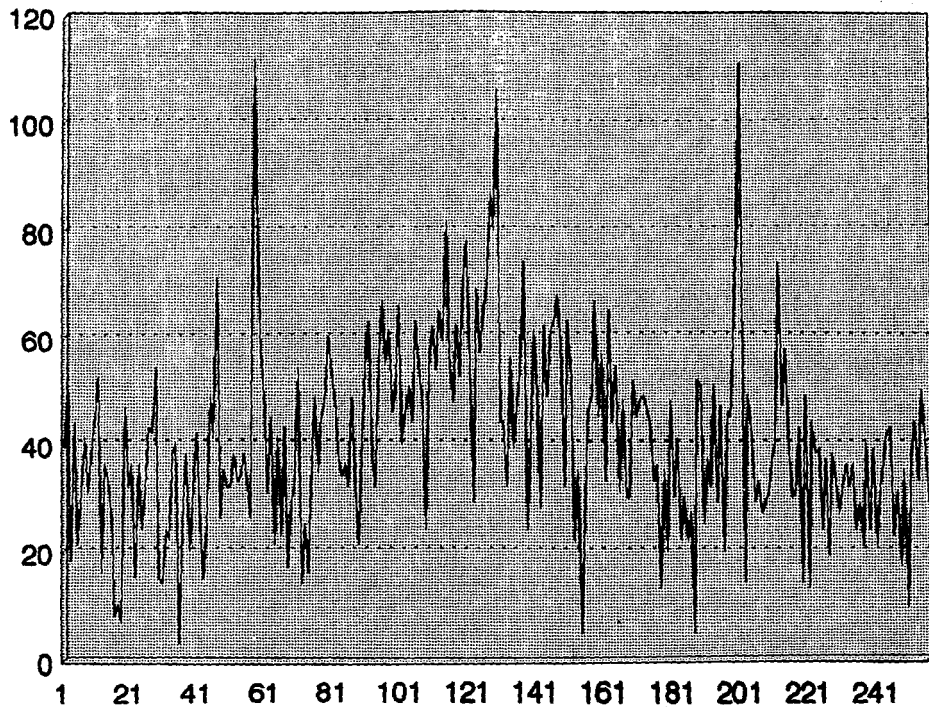


Figura 3.31.- Perfil del renglón 68 del espectro de la imagen de la figura 3.25



Figura 3.32 .- Imagen resultante, obtenida a partir de la imagen de la figura 3.25.



Figura 3.33 .- Espectro de la imagen presentada en la figura 3.32

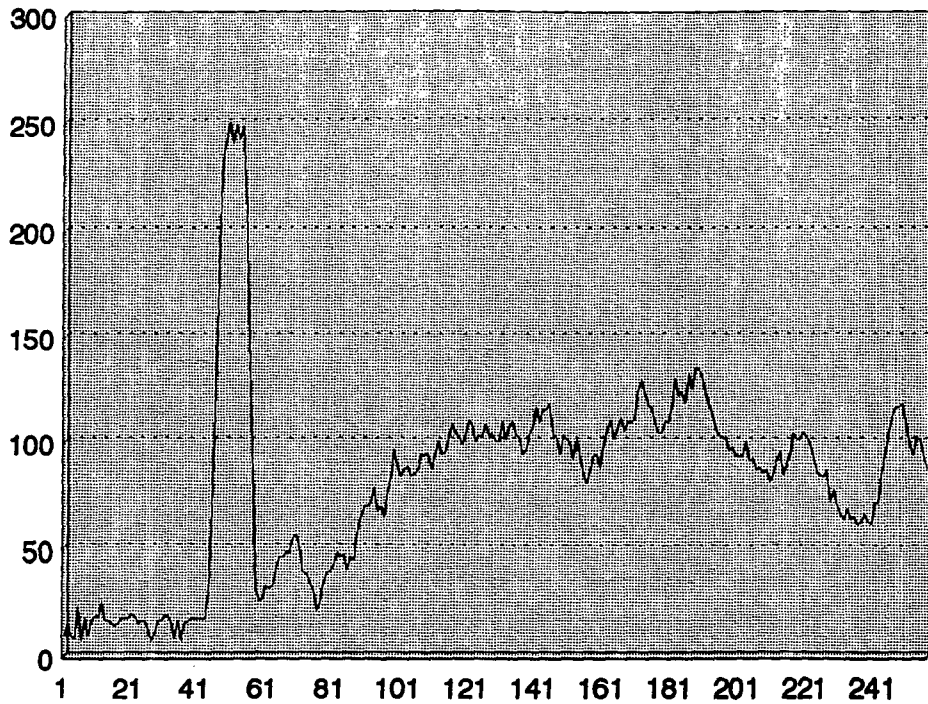


Figura 3.34.- Perfil horizontal de la imagen de la figura 3.32

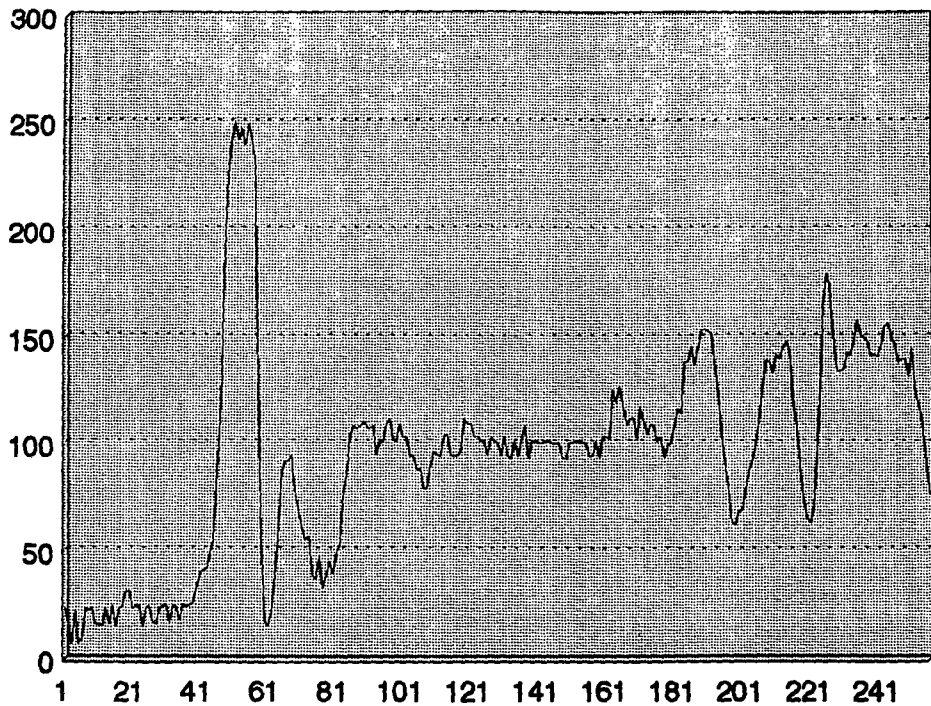


Figura 3.35.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.32

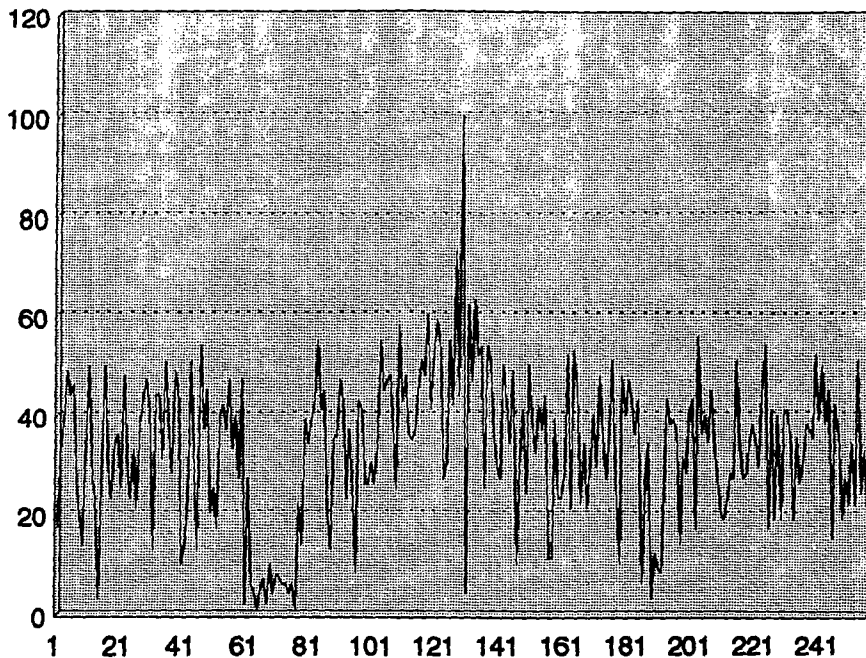


Figura 3.36.- Perfil de la columna 46 del espectro de la imagen de la figura 3.32

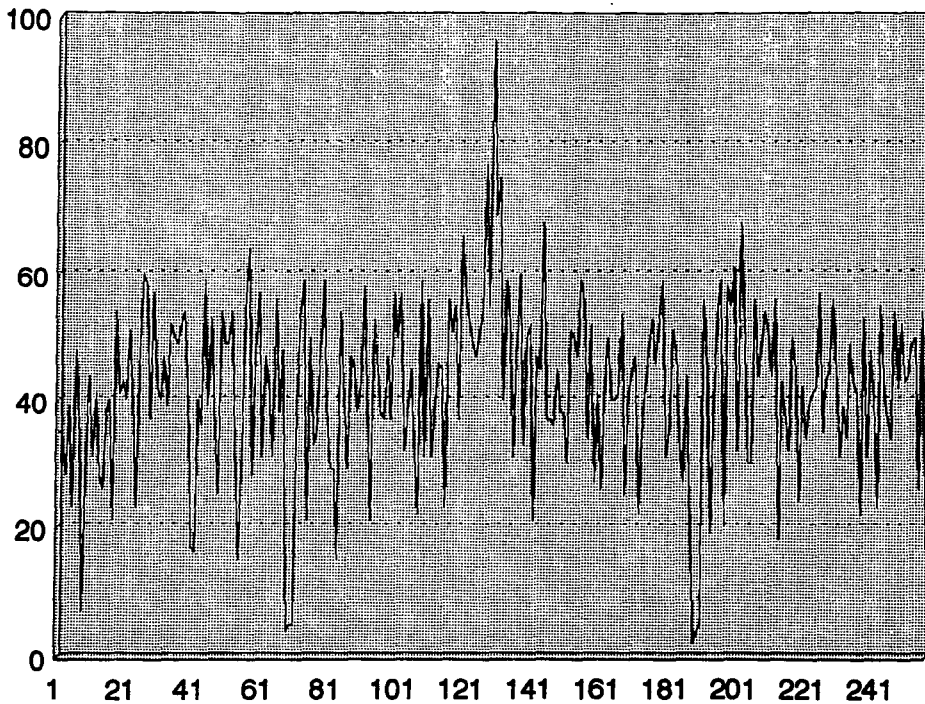


Figura 3.37.- Perfil de la columna 57 del espectro de la imagen de la figura 3.32

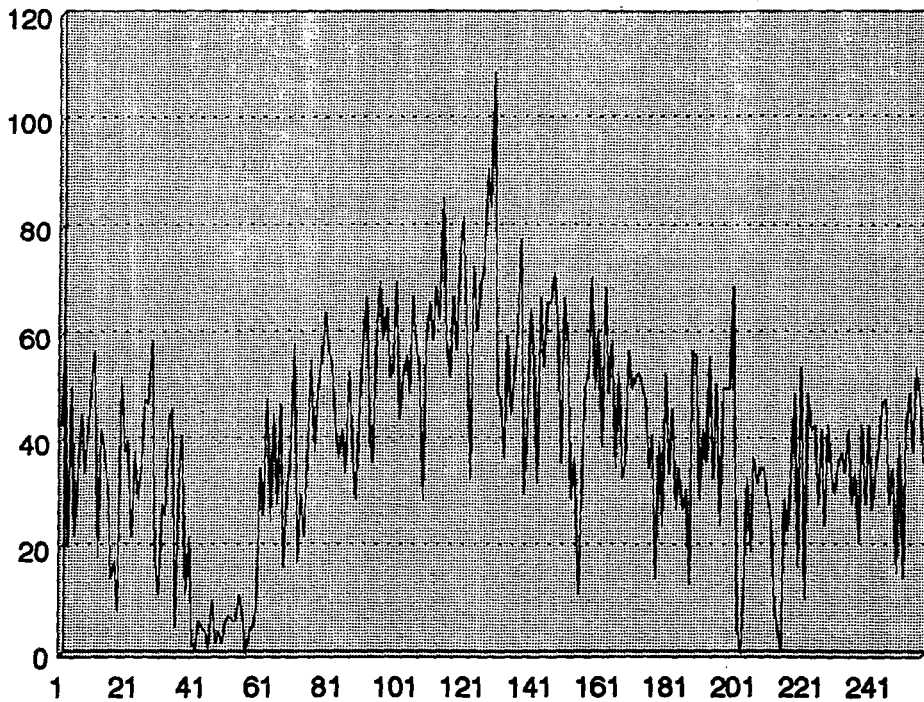


Figura 3.38.- Perfil del renglón 68 del espectro
de la imagen de la figura 3.32



Figura 3.39 .- Imagen original de 128X128 pixels (una porción de mar).



Figura 3.40 .- Espectro de frecuencias de la imagen de la figura 3,39.

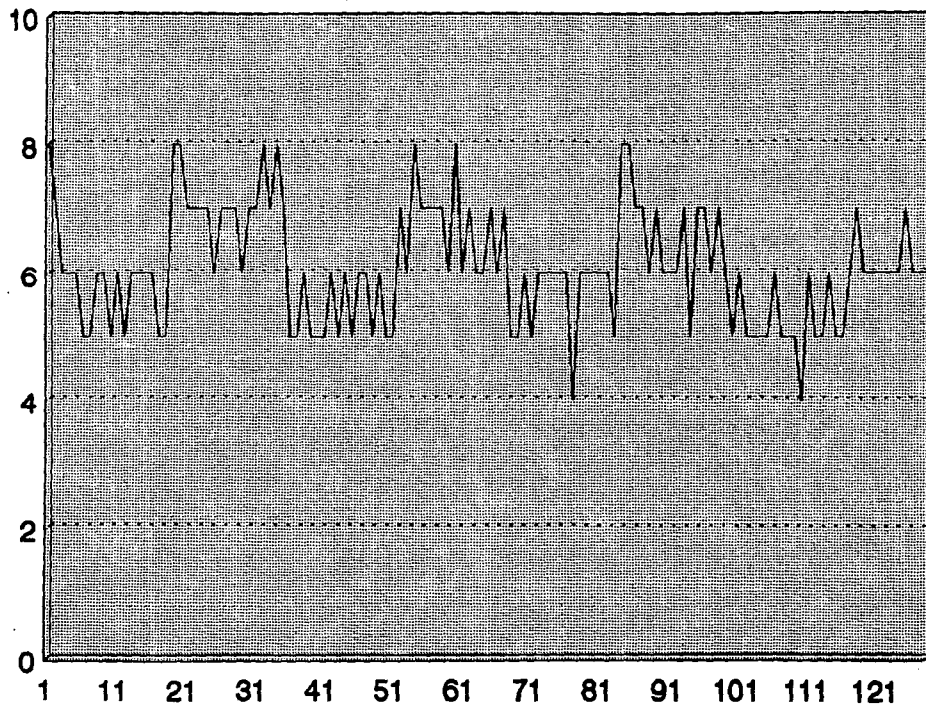


Figura 3.41.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.39

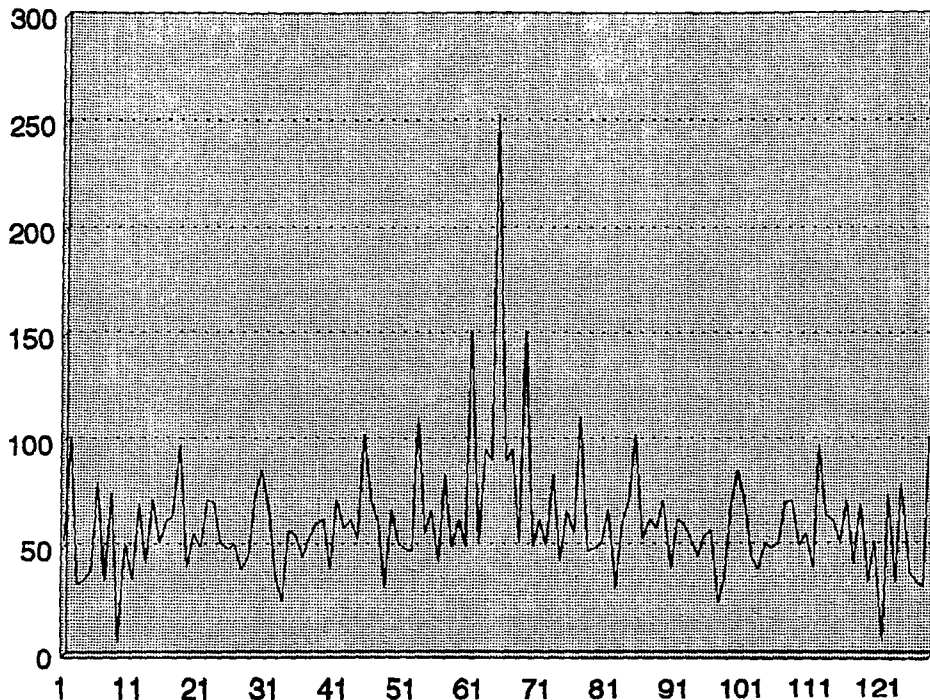


Figura 3.42.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.39

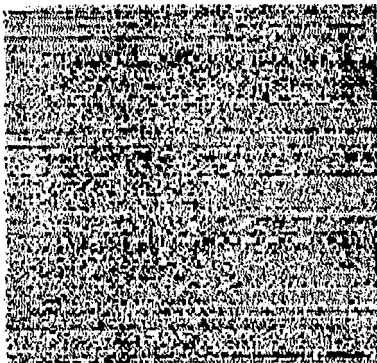


Figura 3.43 .- Imagen resultante, obtenida a partir de la imagen en la figura 3.39

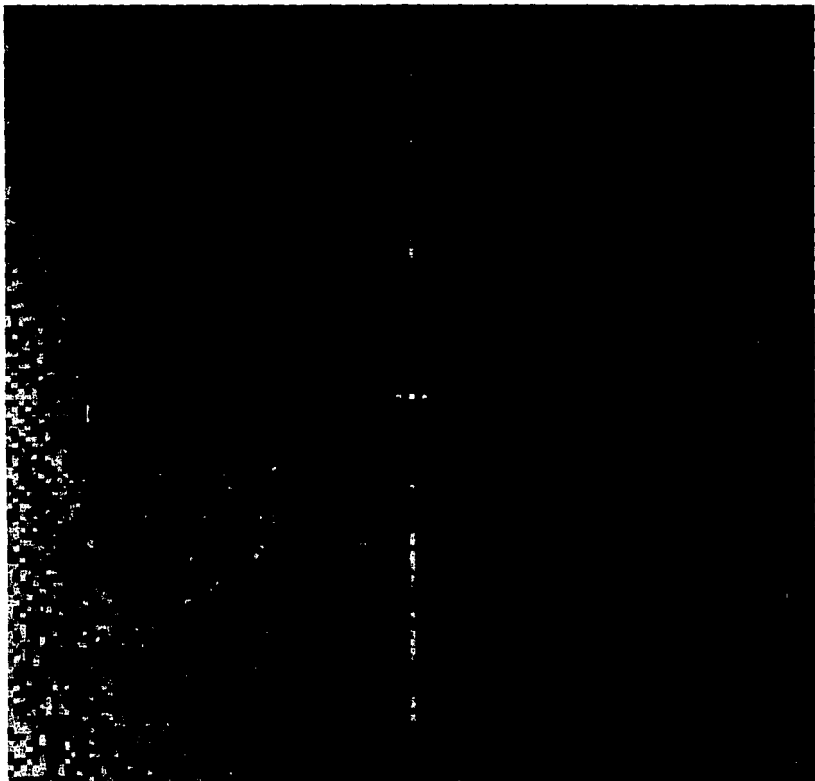


Figura 3.44 .- Espectro de la imagen resultante presentada en la figura 3.43.

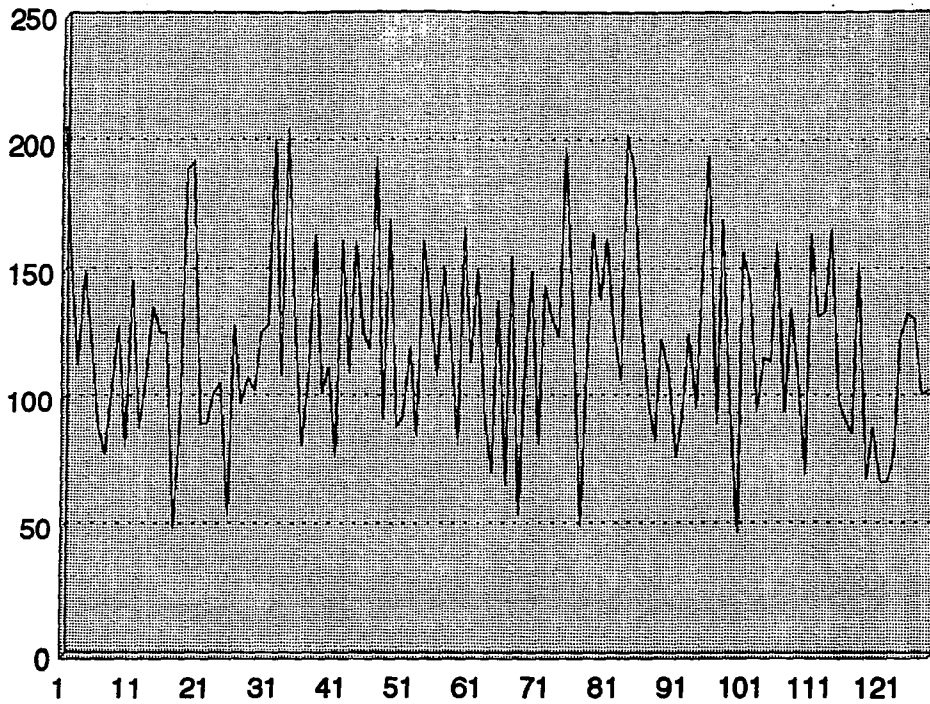


Figura 3.45.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.43

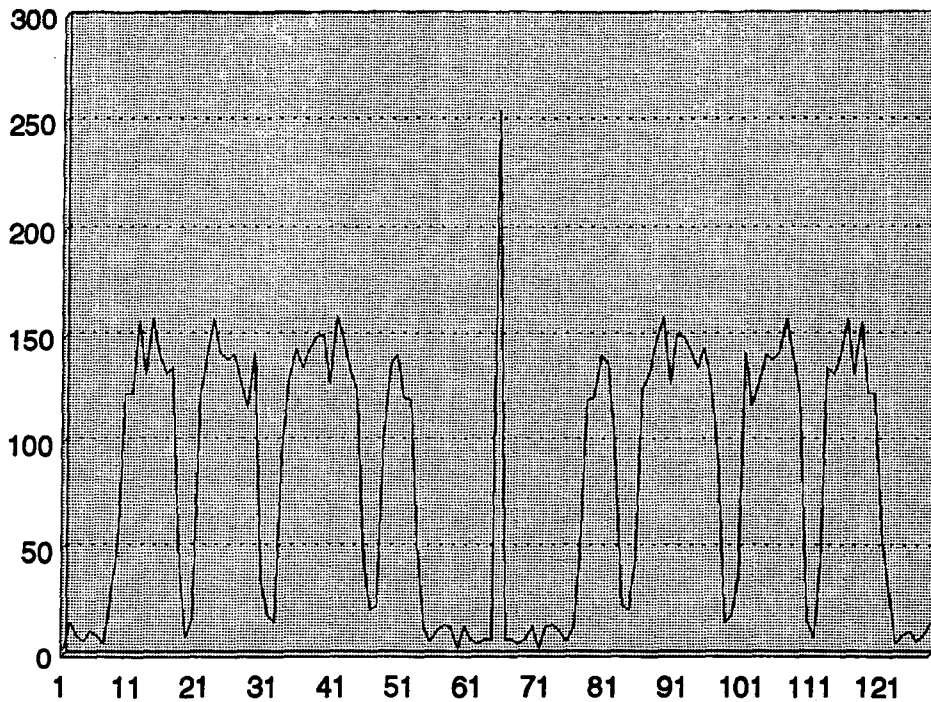


Figura 3.46.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.43

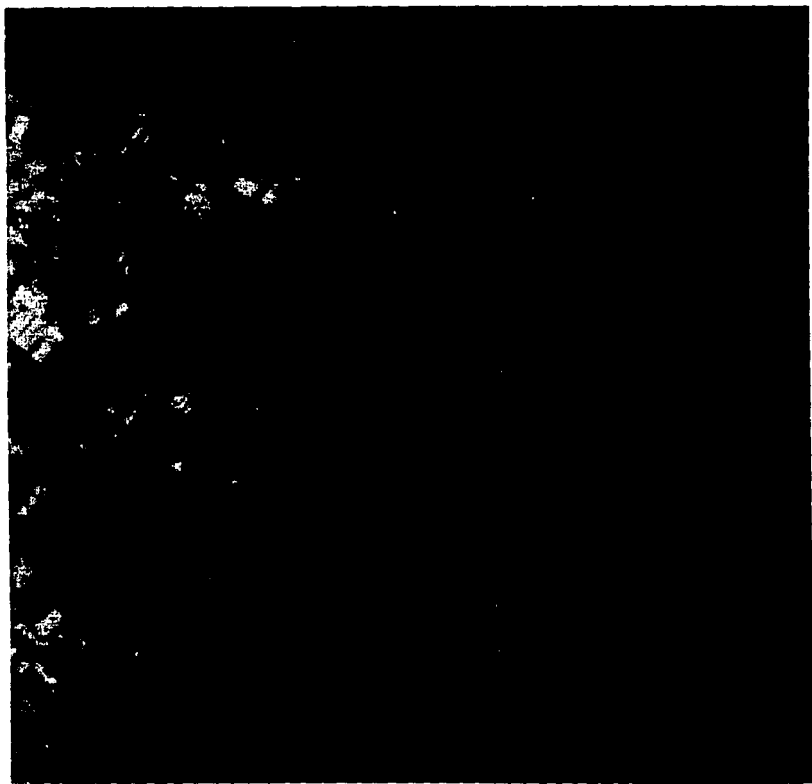


Figura 3.47 :- Imagen original de 256X256 pixels, tierra y mar con bandeo horizontal

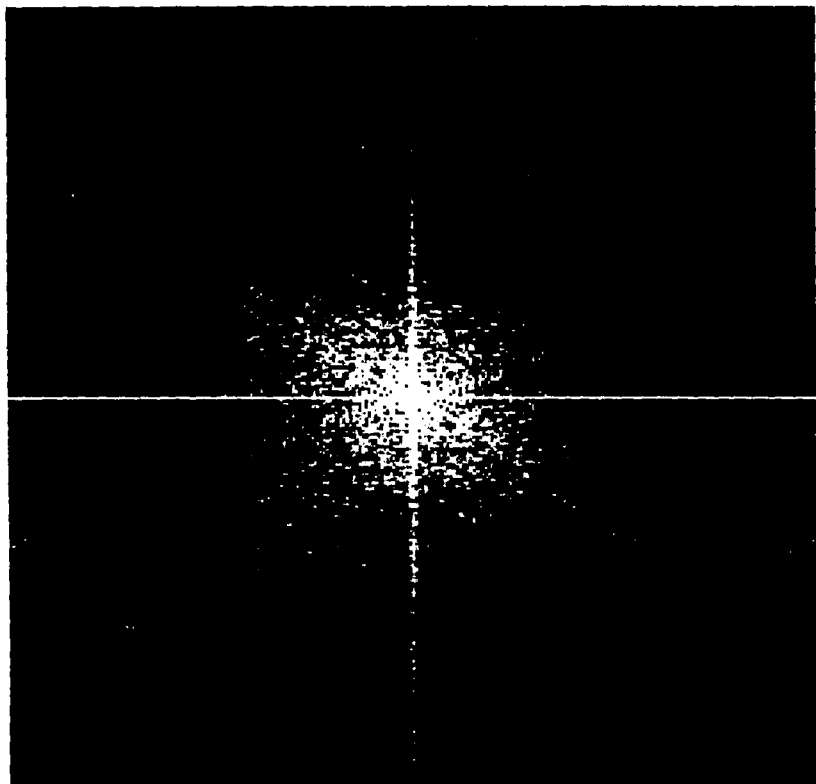


Figura 3.48 .- Espectro de frecuencias de la imagen presentada en la figura 3.47.

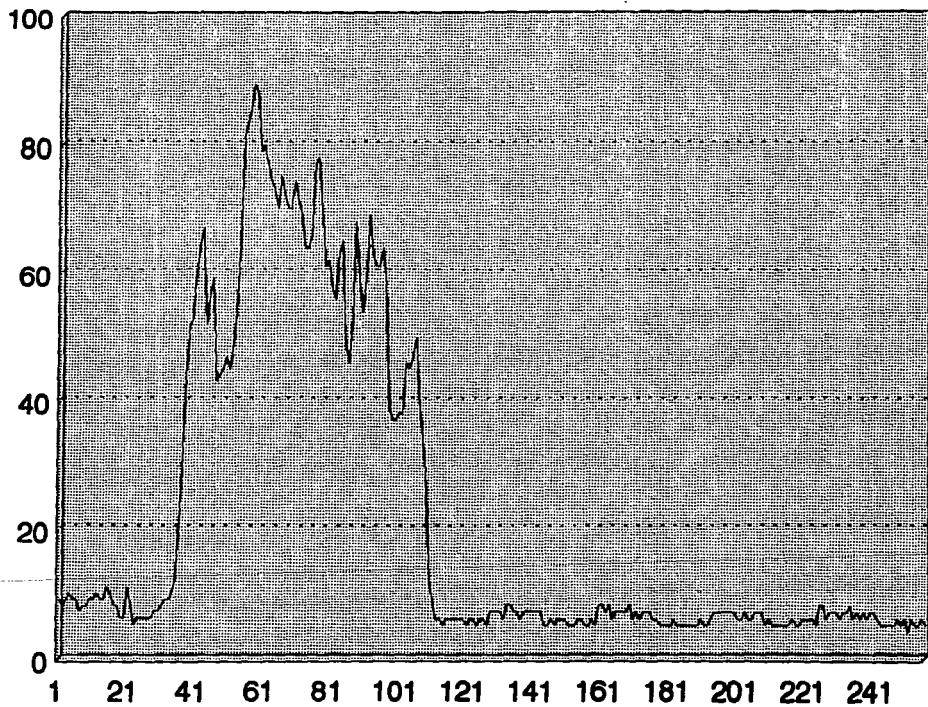


Figura 3.49.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.47

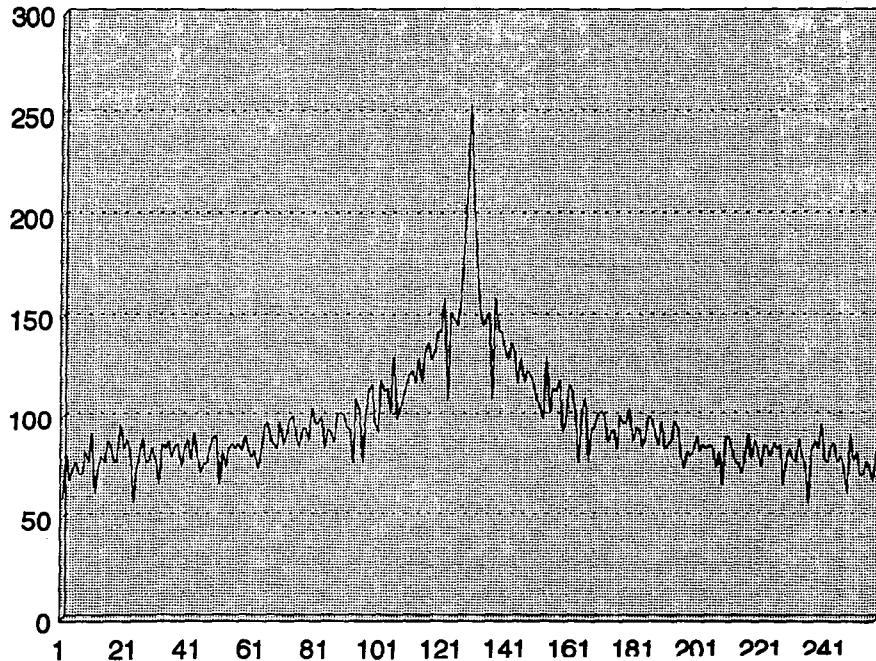


Figura 3.50.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.47

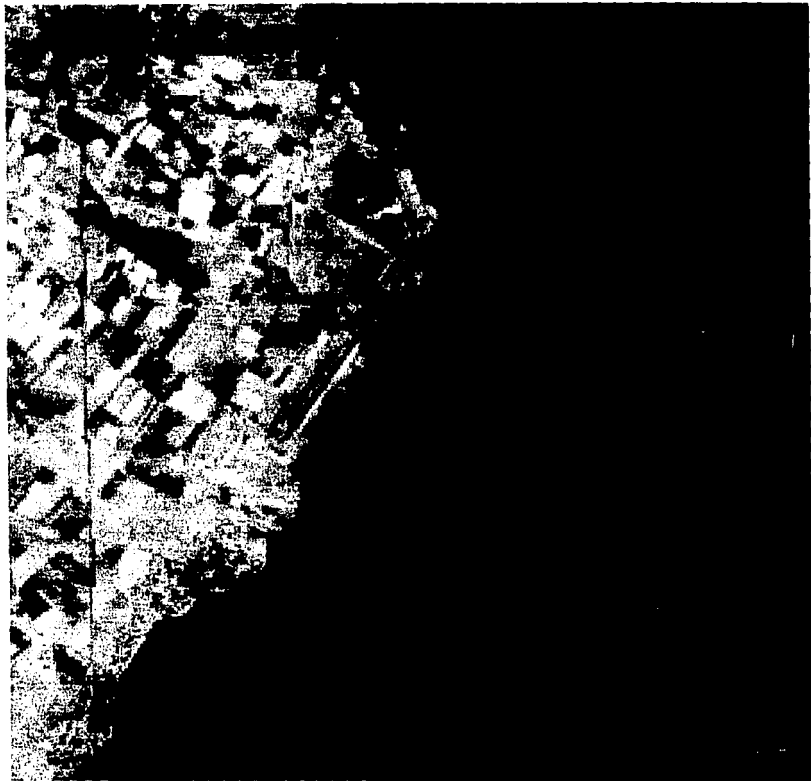


Figura 3.51 .- Imagen resultante, obtenida a partir de la figura 3.47.

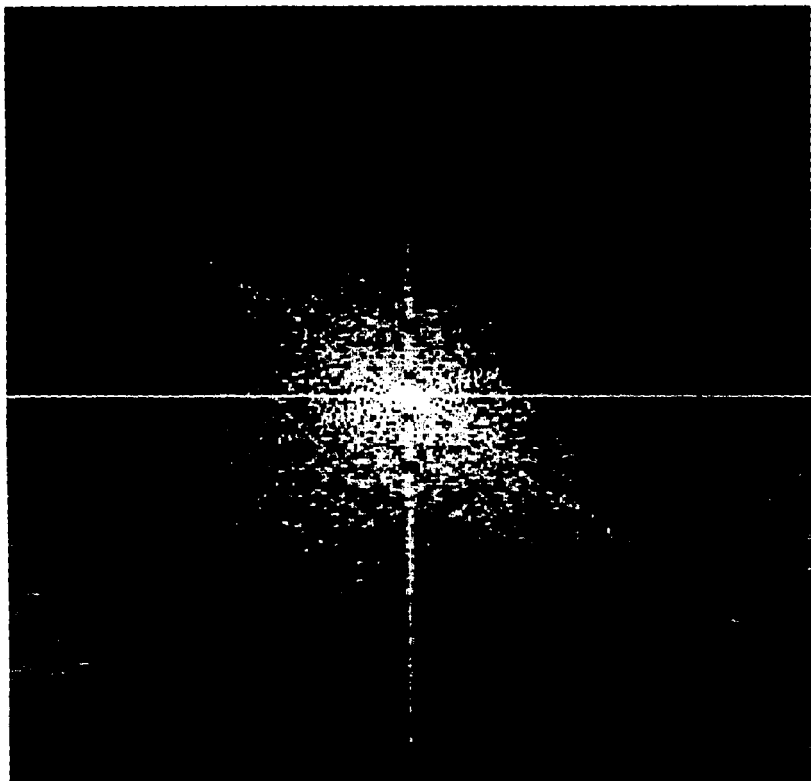


Figura 3.52 .- Espectro de la imagen resultante presentada en la figura 3.51.

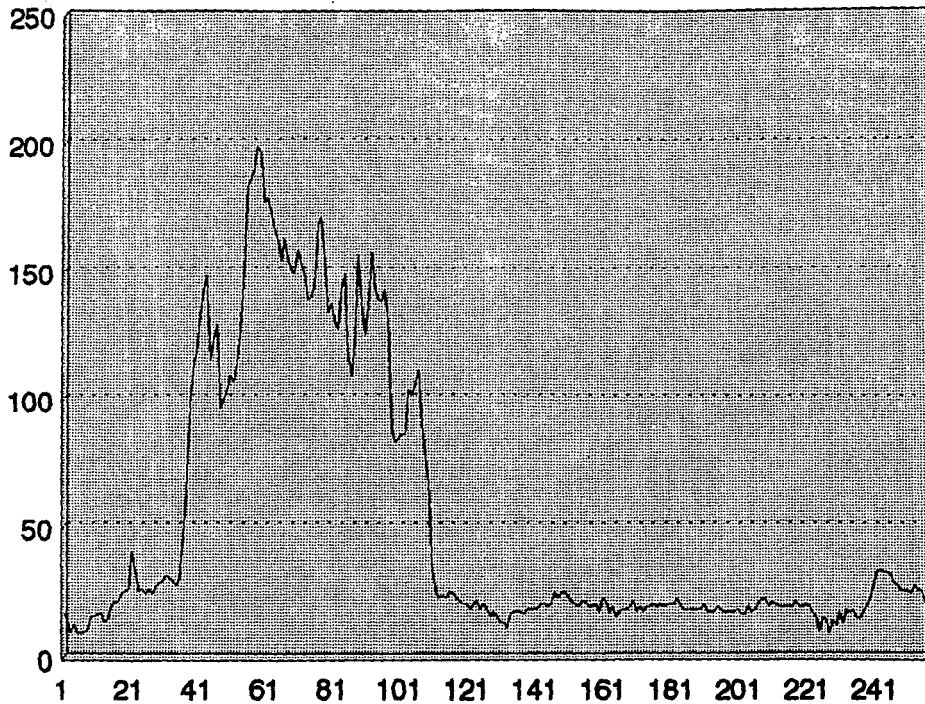


Figura 3.53.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.51

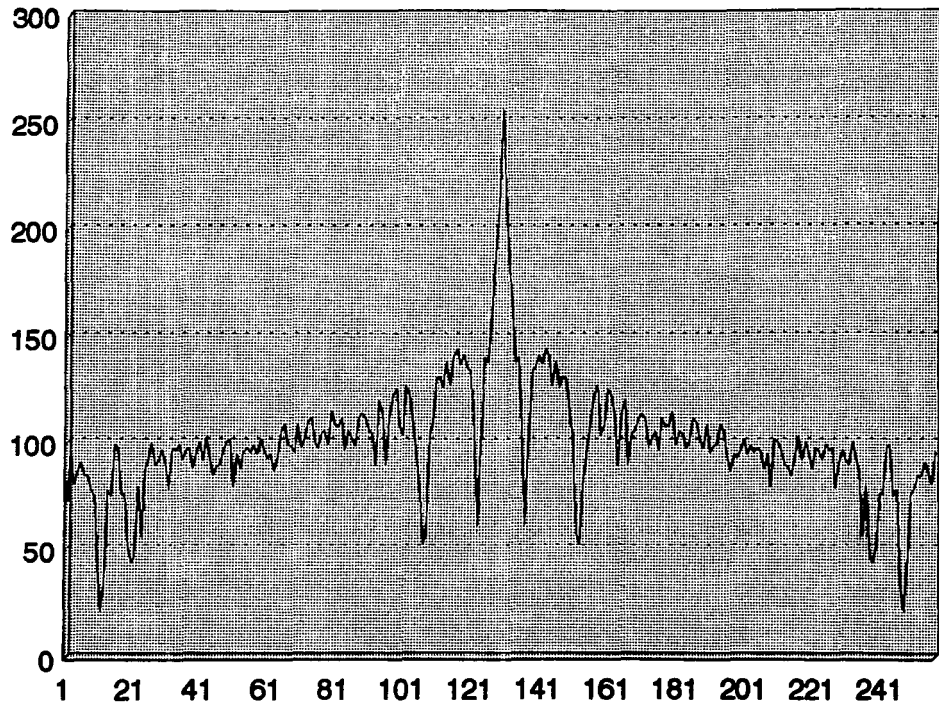


Figura 3.54.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.51

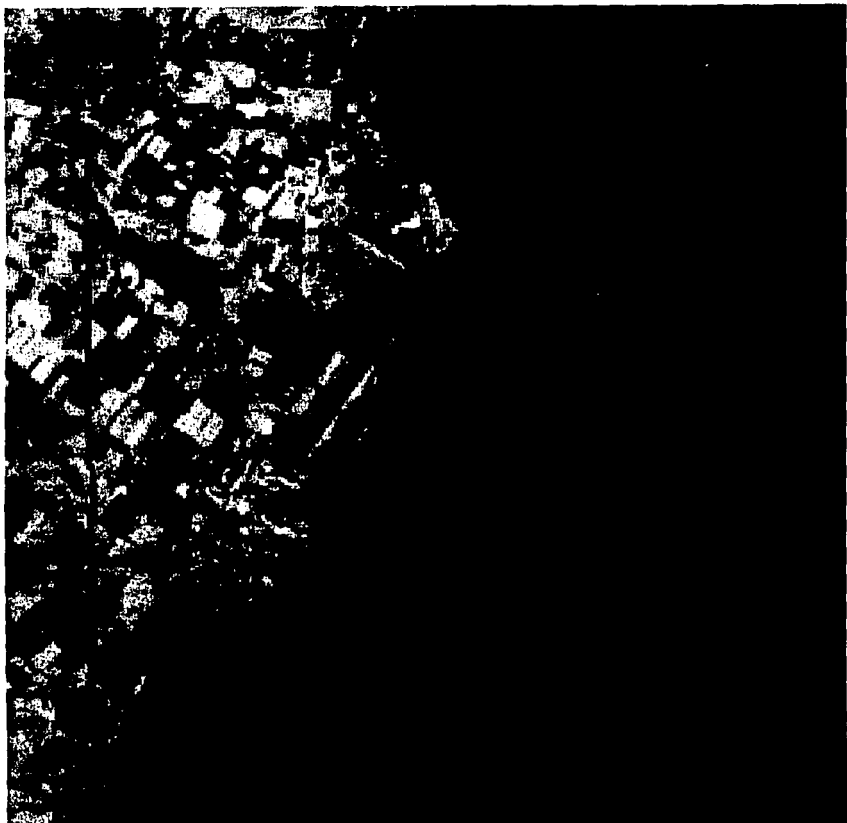


Figura 3.55 .- Imagen resultante, obtenida a partir de la imagen de la figura 3.47.

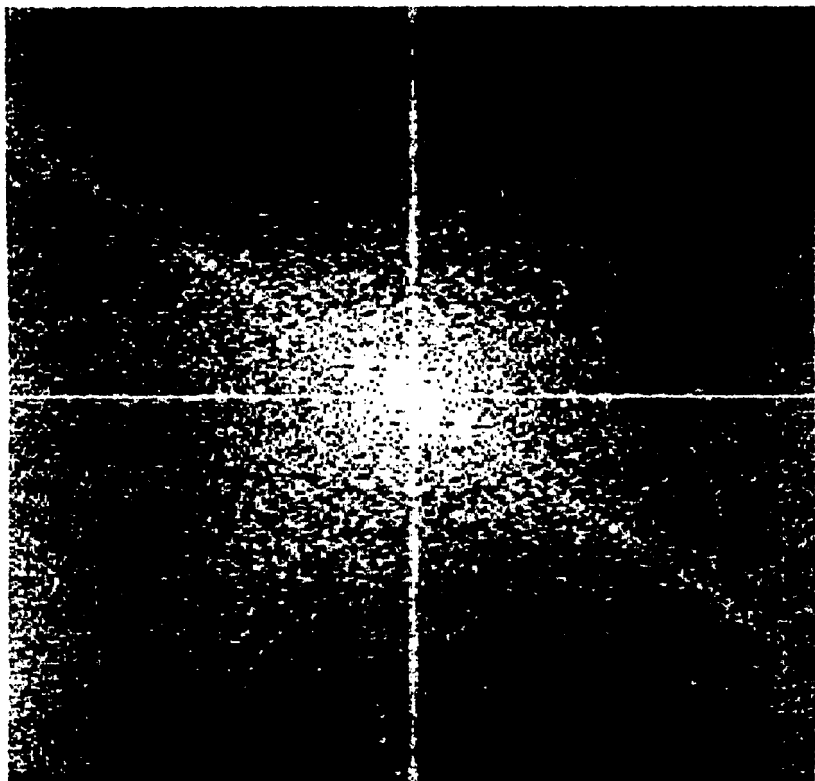


Figura 3.56 .- Espectro de la imagen resultante presentada en la figura 3.55.

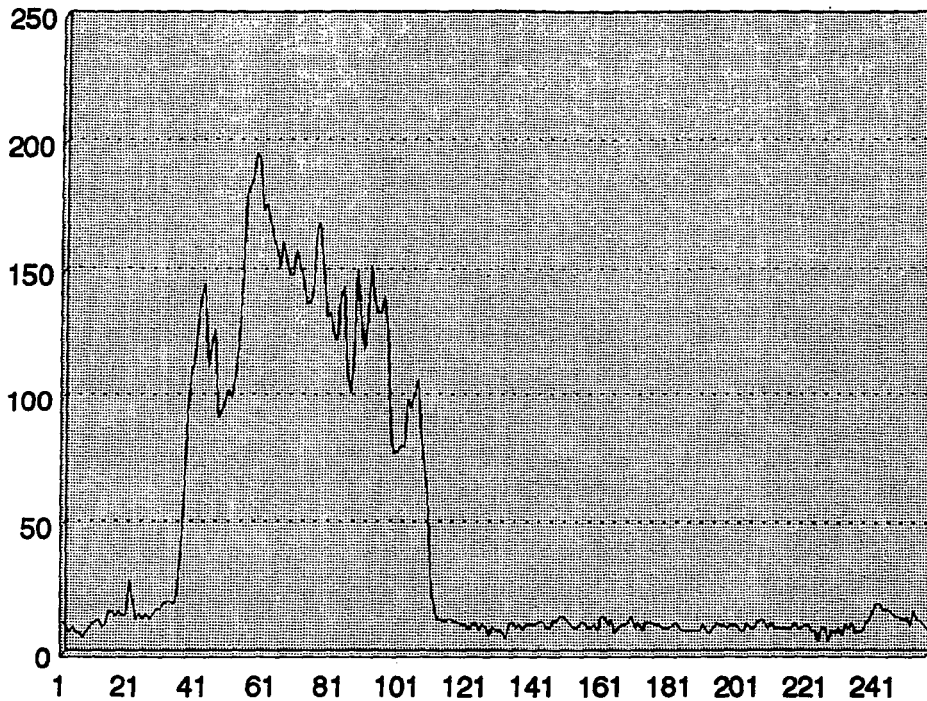


Figura 3.57.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.55

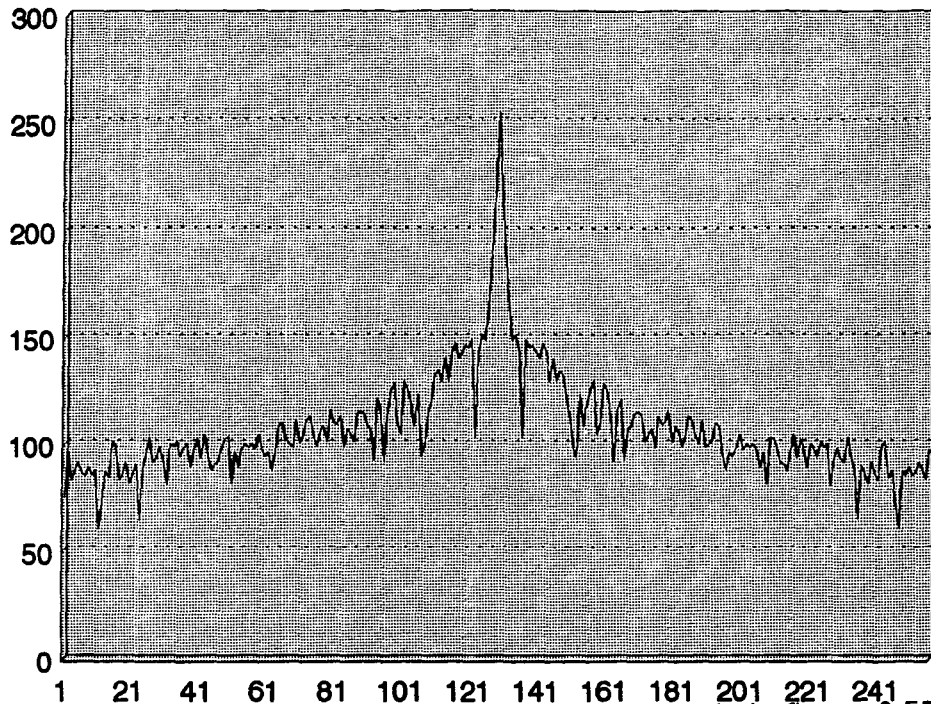


Figura 3.58.- Perfil del espectro de la imagen de la figura 3.55

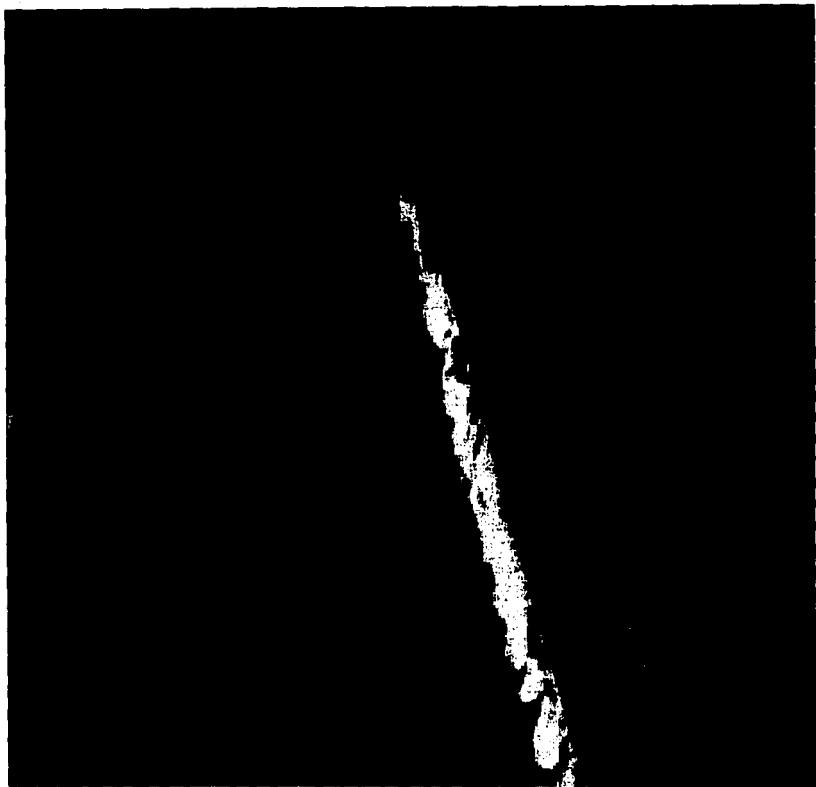


Figura 3.59 .- Imagen original de 256X256
pixels, puerto de Tampico, tierra y mar,
bando diagonalizado

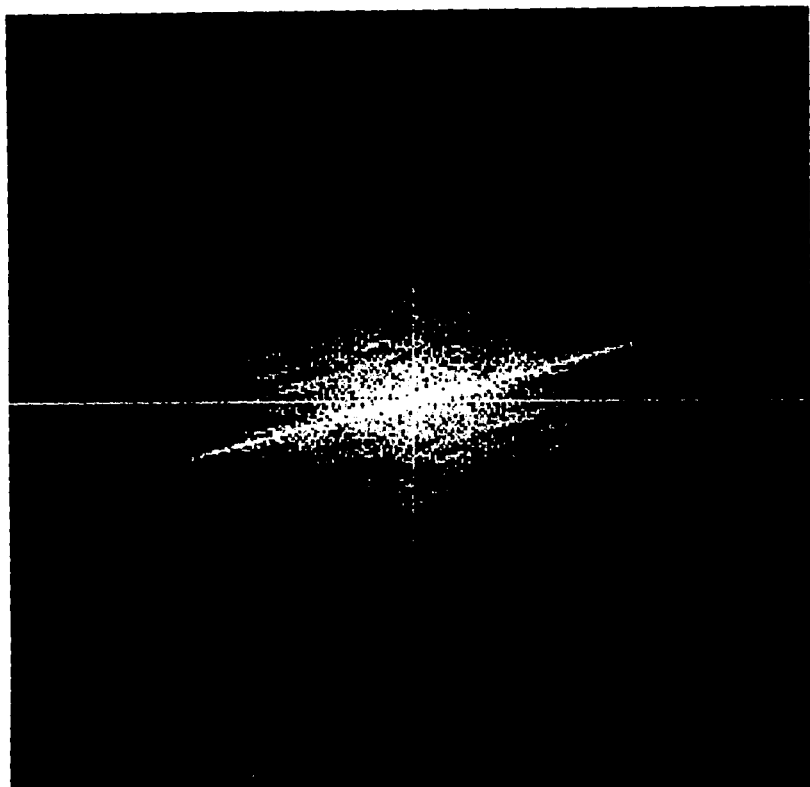


Figura 3.60 .- Espectro de frecuencias de la imagen presentada en la figura 3.59.

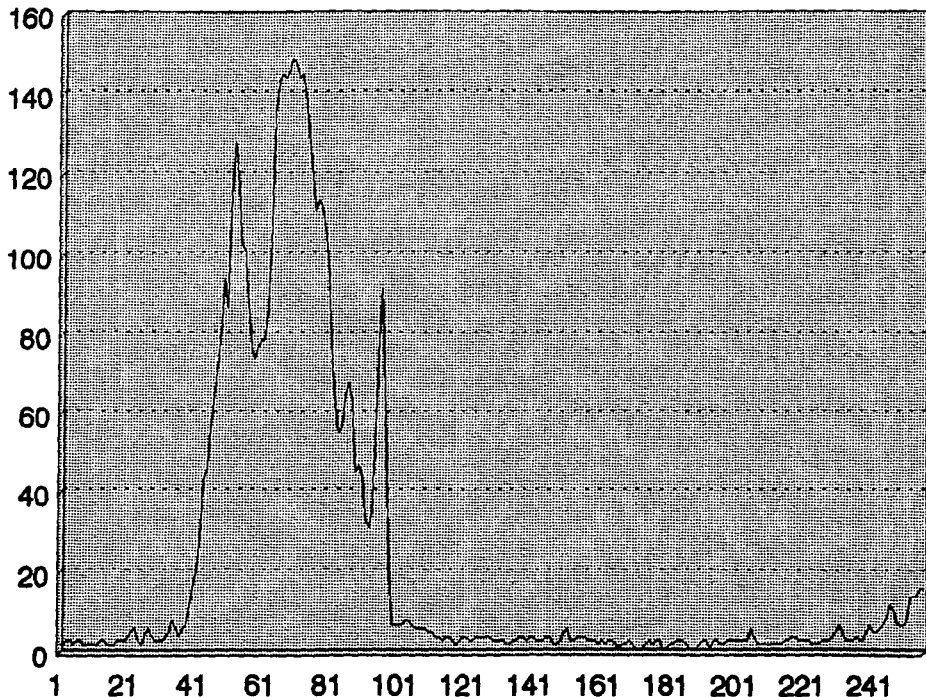


Figura 3.61.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.59

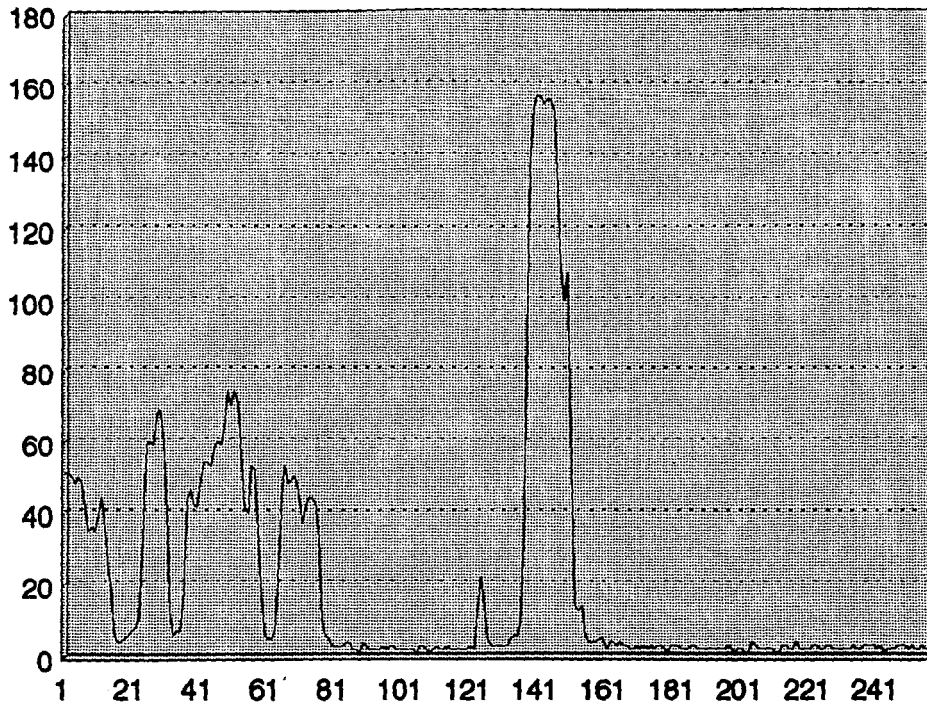


Figura 3.62.- Perfil horizontal de la imagen de la figura 3.59

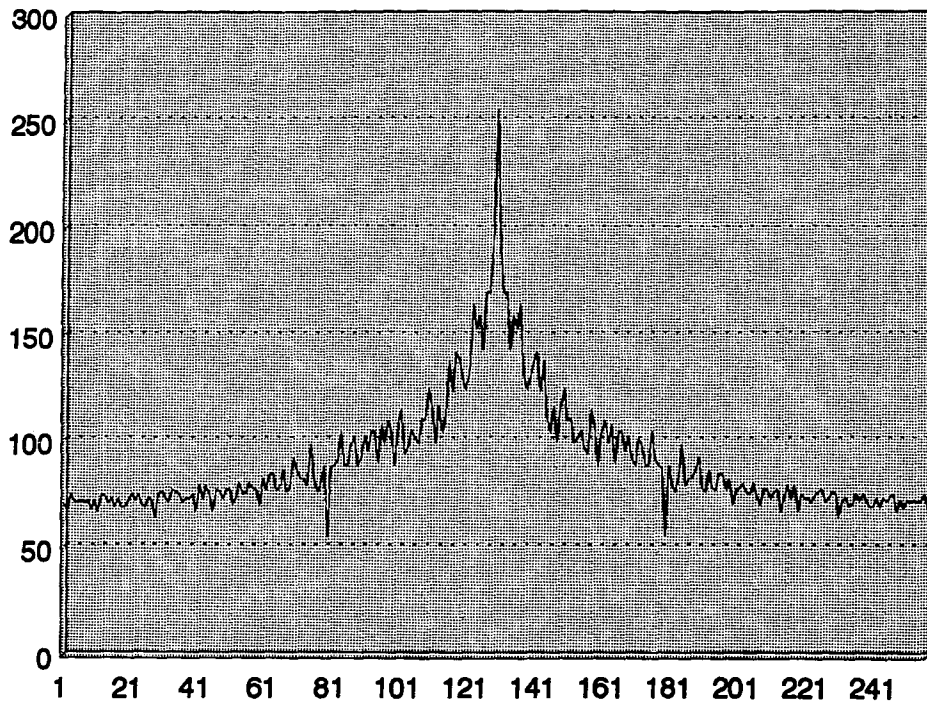


Figura 3.63.- Perfil vertical del espectro de la imagen de la figura 3.59

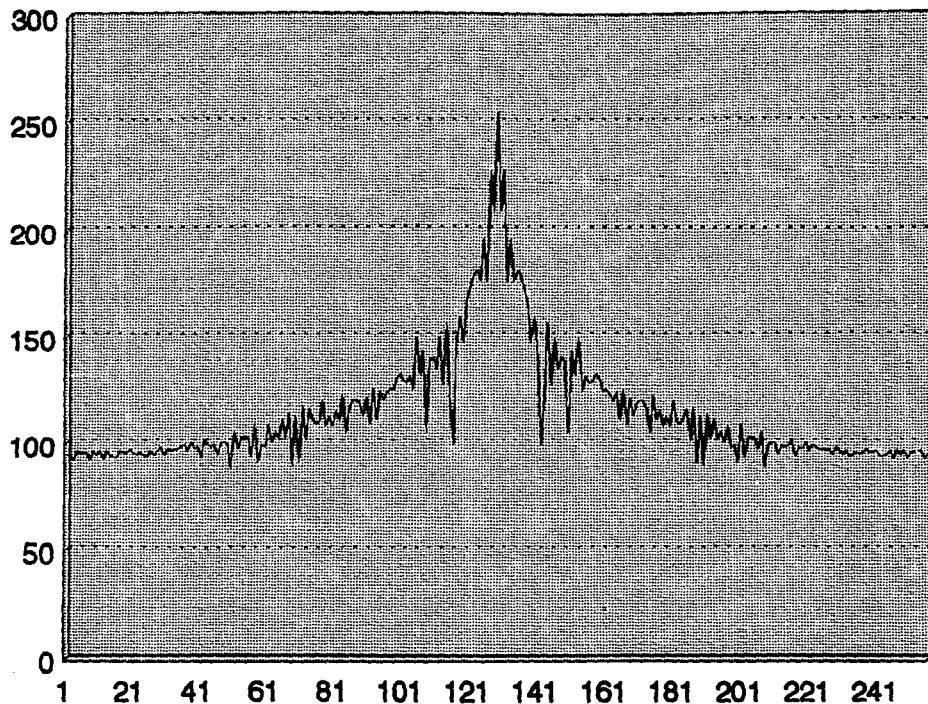


Figura 3.64.- Perfil horizontal del espectro de la imagen de la figura 3.59

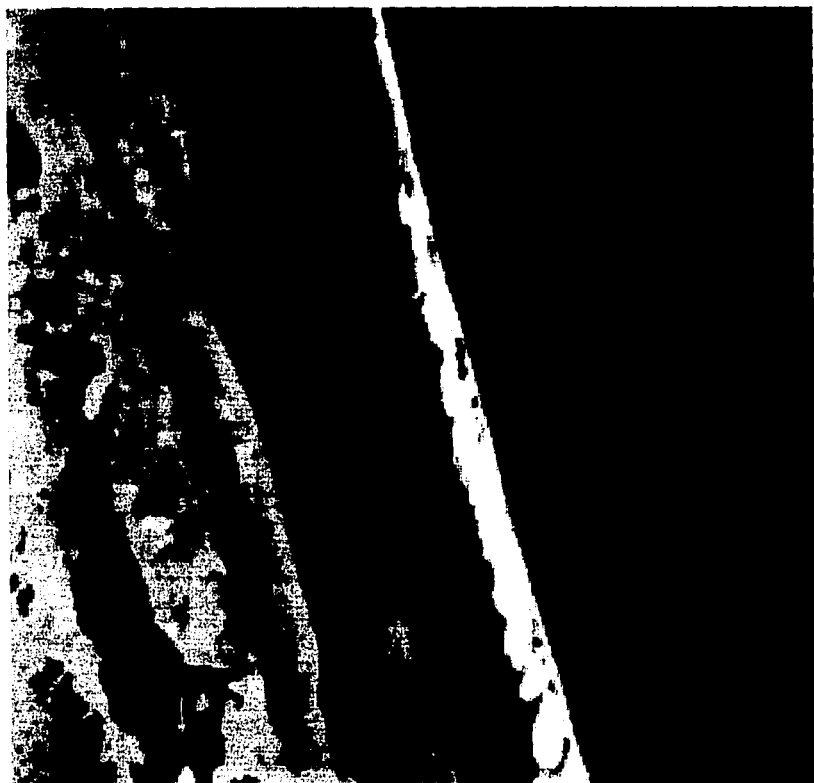


Figura 3.65 Imagen resultante obtenida a partir de la imagen presentada en la figura 3.59.

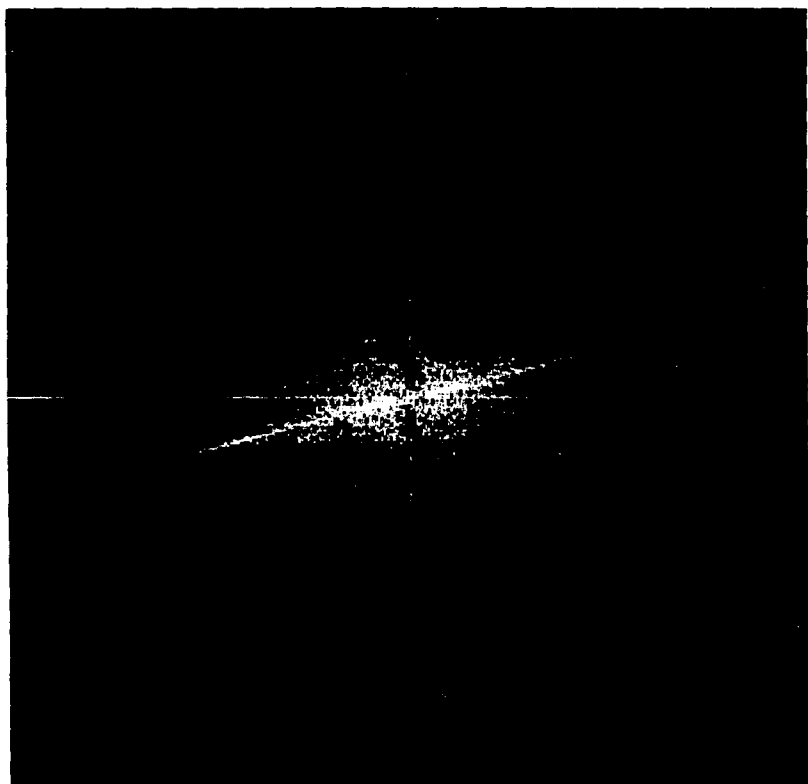


Figura 3.66 .- Espectro de la imagen presentada en la figura 3.65

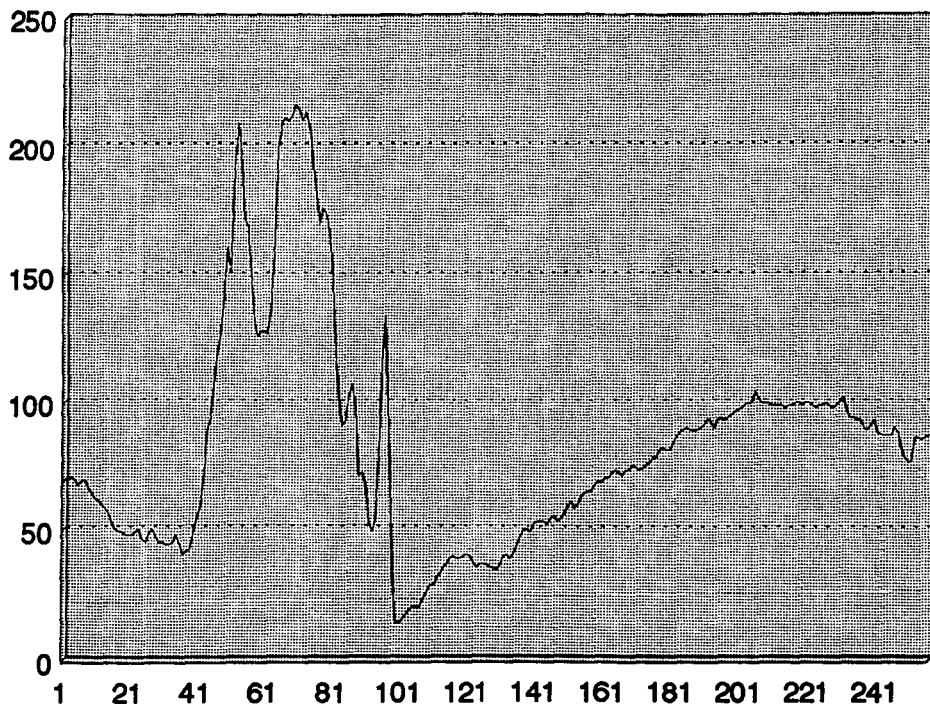


Figura 3.67.- Perfil vertical de la imagen de la figura 3.65

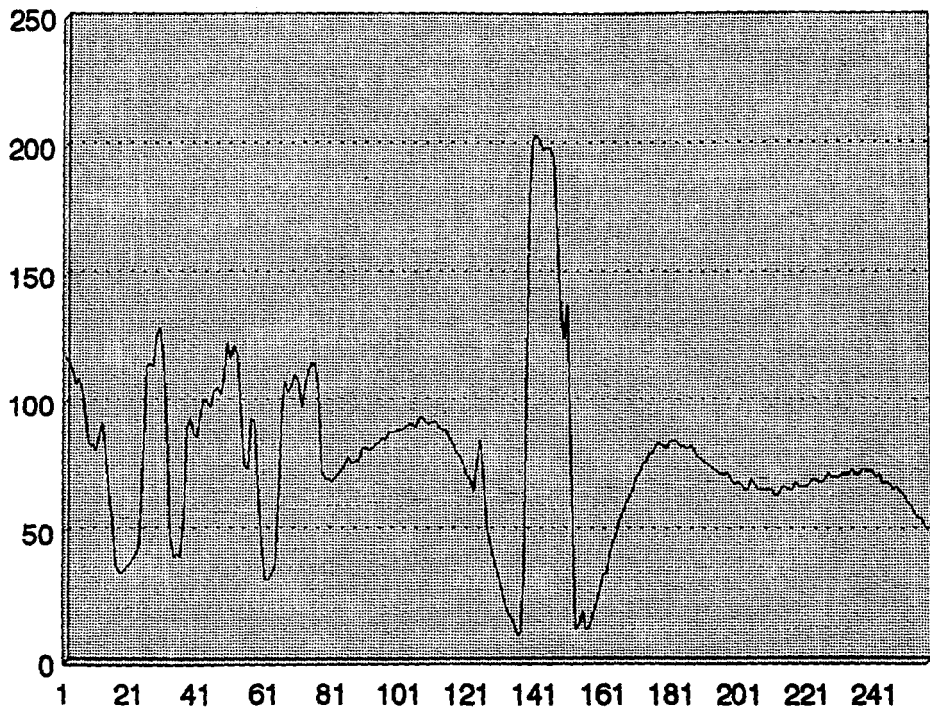


Figura 3.68.- Perfil horizontal de la imagen de la figura 3.65

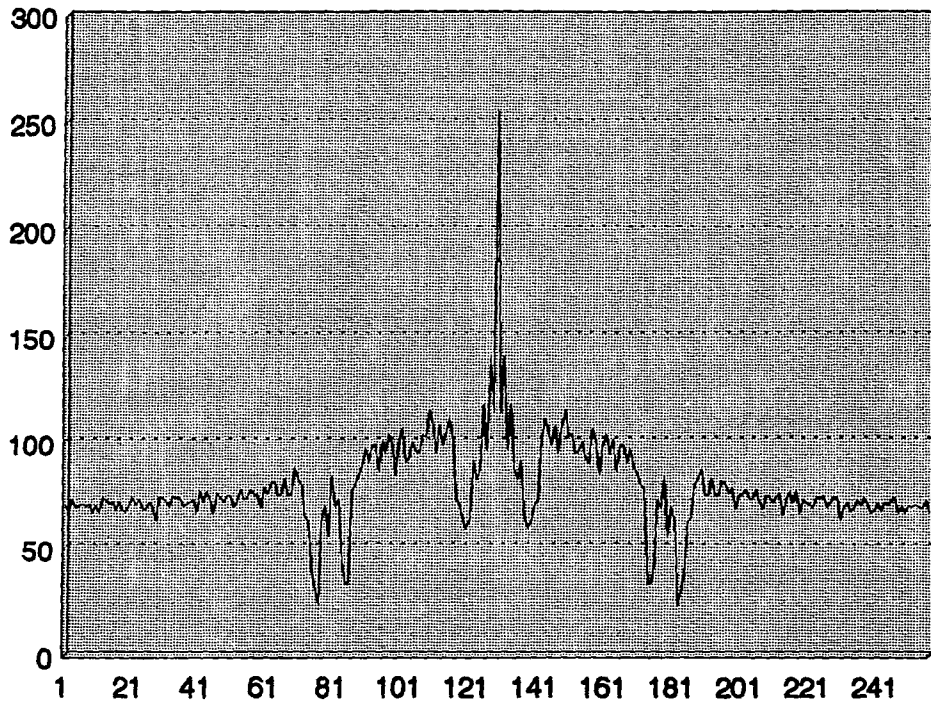


Figura 3.69.- Perfil vertical del espectro de la imagen de la figura 3.65

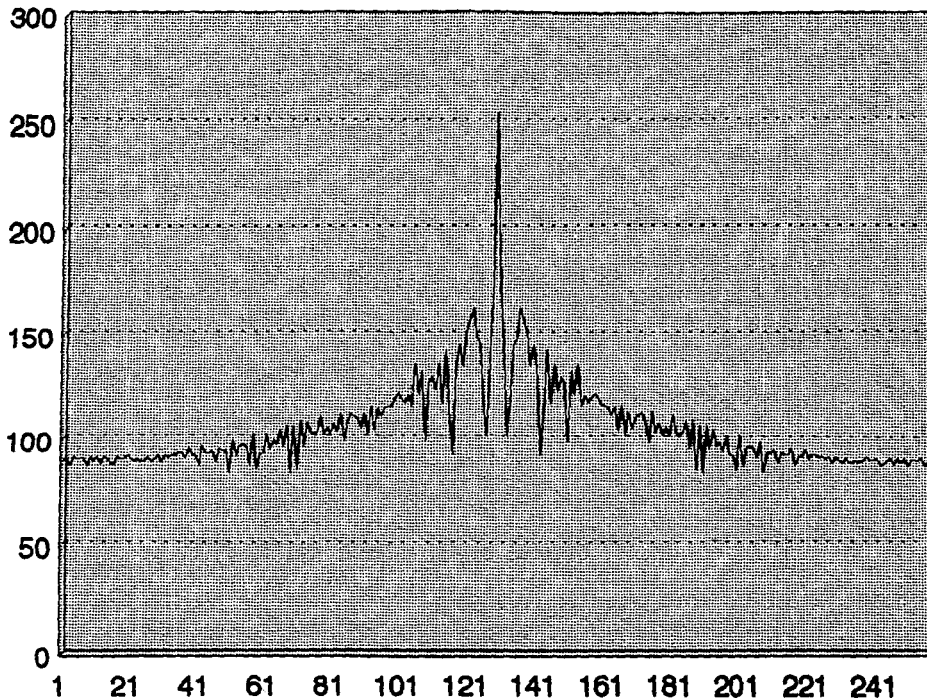


Figura 3.70.- Perfil horizontal del espectro de la imagen de la figura 3.65

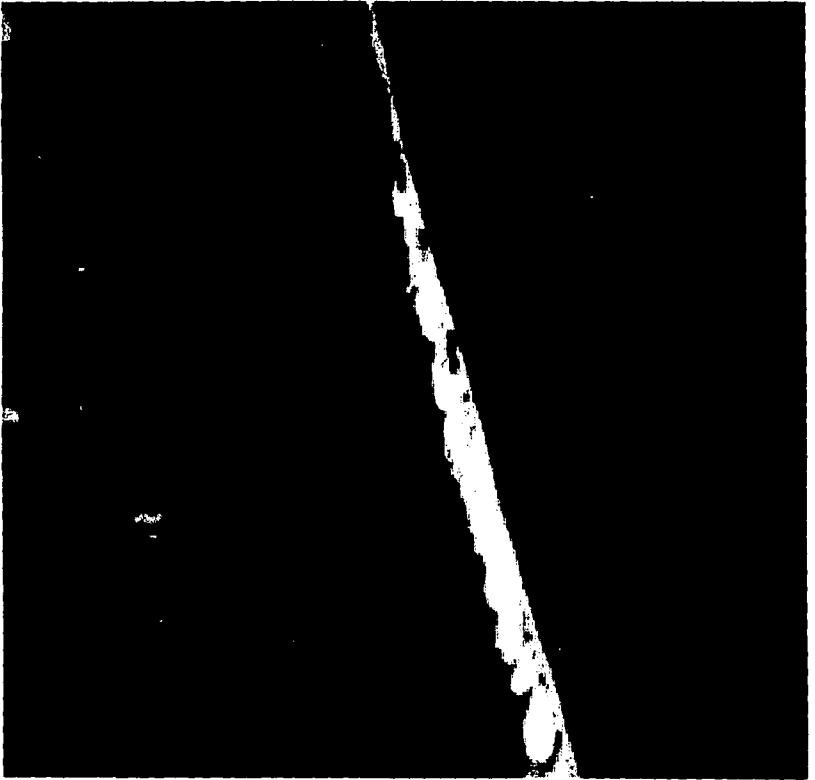


Figura 3.71 .- Imagen resultante, obtenida a partir de la imagen de la figura 3.59.

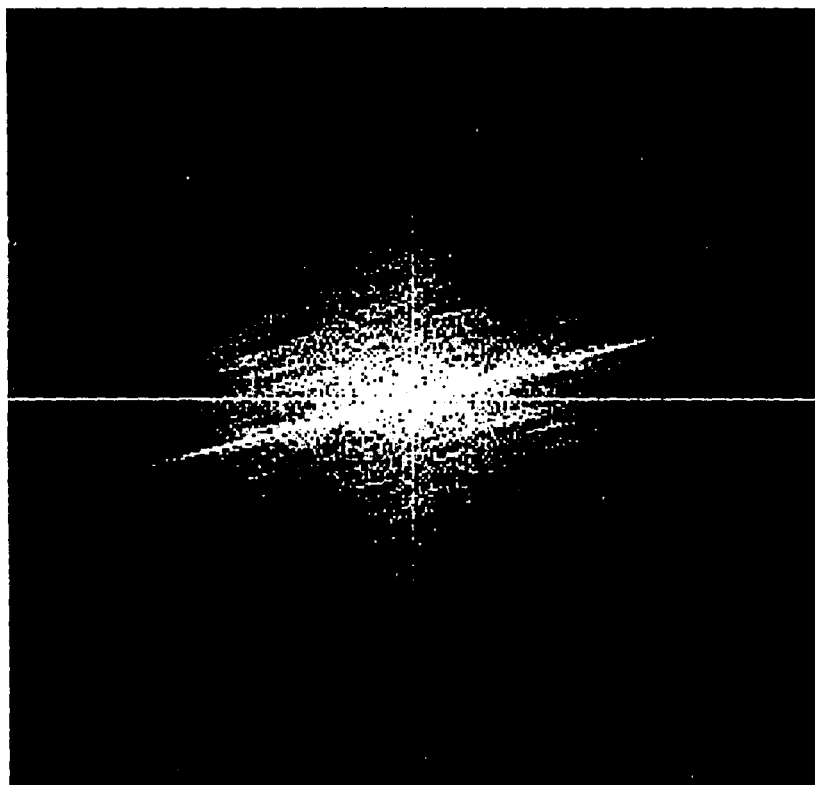


Figura 3.72 .- Espectro de la imagen de la figura 3.71.

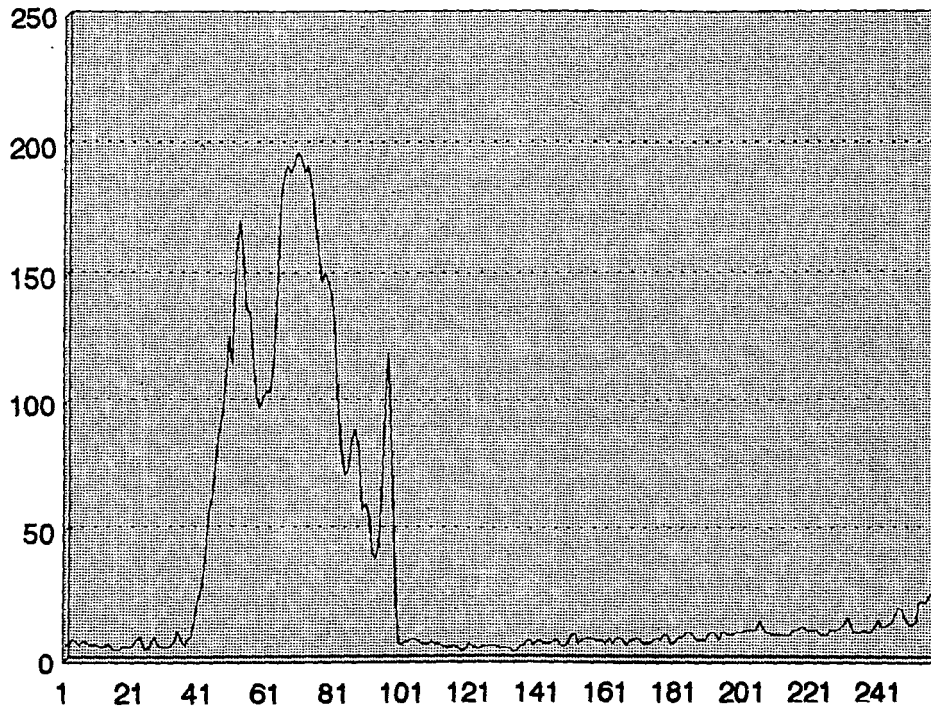


Figura 3.73.- Perfil vertical de la imagen de la imagen de la figura 3.71

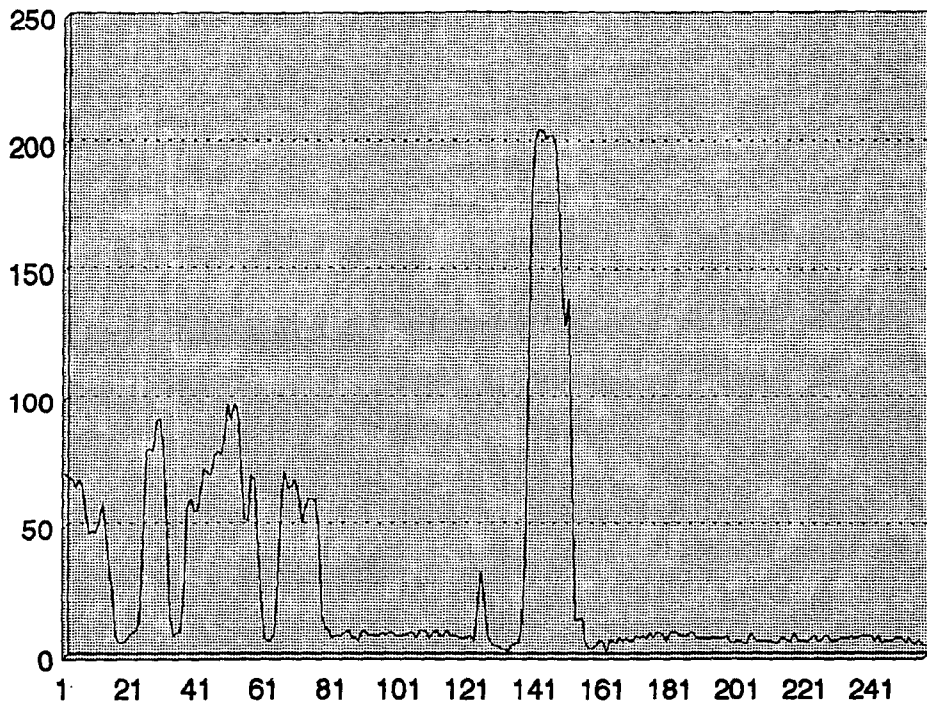


Figura 3.74.- Perfil horizontal de la imagen de la figura 3.71

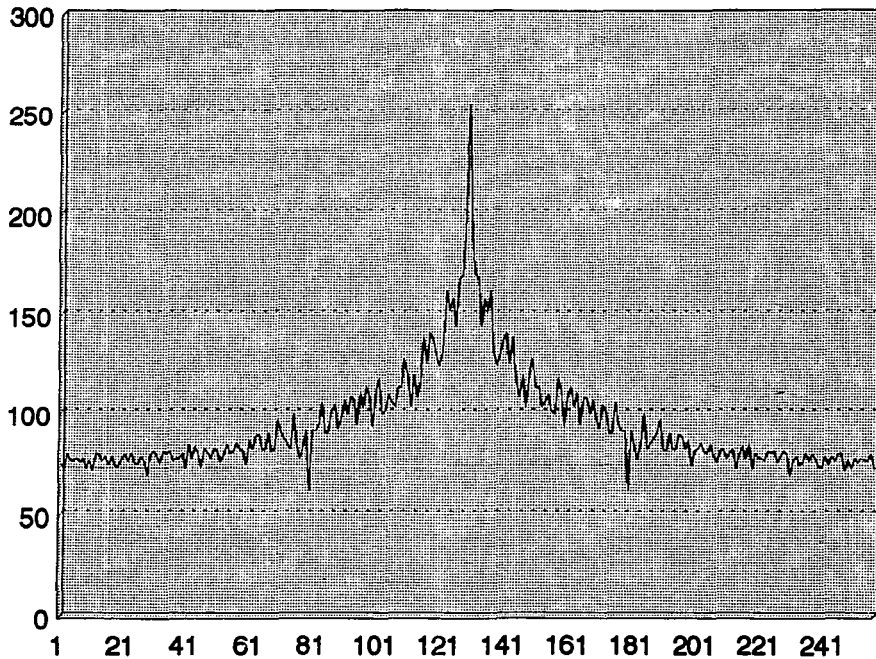


Figura 3.75.- Perfil vertical del espectro de la imagen de la figura 3.71

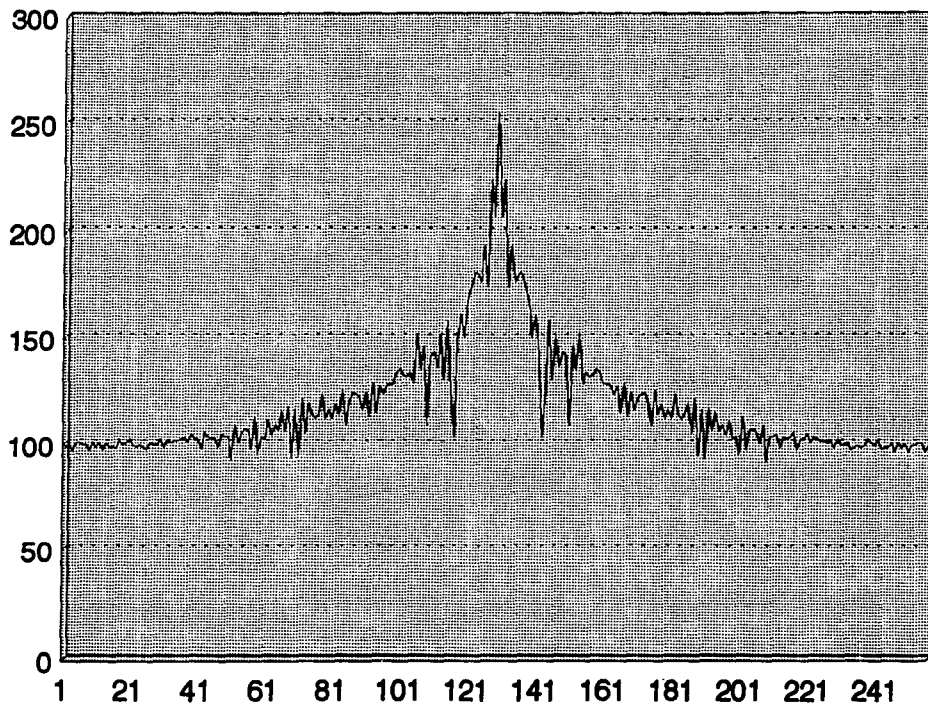


Figura 3.76.- Perfil horizontal del espectro de la imagen de la figura 3.71