

30  
2ej.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

AJUSTES NUMERICOS A DATOS DE  
LA RADIACION DIFUSA

T E S I S  
PARA OBTENER EL TITULO DE:  
F I S I C O  
P R E S E N T A:

EFRAIN MONTUZY GONZALEZ



FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION COMUNAL



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F.

SEPTIEMBRE, 1994



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE**  
Jefe de la División de Estudios Profesionales  
Facultad de Ciencias  
Presente

Los abajo firmantes, comunicamos a Usted, que habiendo revisado el trabajo de Tesis que realiz(ó)ron El pasante(s) EFRAIN MONTUY GONZALEZ

con número de cuenta 7326846-0 con el Título:

"AJUSTES NUMERICOS A DATOS DE LA RADIACION DIFUSA"

Otorgamos nuestro Voto **Aprobatorio** y consideramos que a la brevedad deberá presentar su Examen Profesional para obtener el título de FISICO

GRADO	NOMBRE(S)	APELLIDOS COMPLETOS	FIRMA
DR. Director de Tesis	LUIS FELIPE DEL CASTILLO	DAVILA	
M. EN C.	RENÉ MANUEL GARDUÑO LOPEZ		
DR.	AMANDO LEYVA CONTRERAS		
M. EN C.	PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE		
Suplente	M. EN C.	AGUSTÍN MIHLIA VELAZQUEZ	
Suplente			

**A MI MADRE.**

**A MI PADRE Y HERMANOS**

**A MIS VERDADEROS AMIGOS**

**TESIS DIRIGIDA POR EL DR. LUIS FELIPE DEL CASTILLO**

# INDICE

	PAGINA
INTRODUCCION . . . . .	1
RESUMEN DEL TRABAJO . . . . .	2
UTILIDAD DEL TRABAJO . . . . .	4
 <b>C A P I T U L O   I</b>	
LA RADIACION PROVENIENTE DEL SOL . . . . .	7
1.- ABSORCION Y DISPERSION . . . . .	9
2.- RADIACION DIRECTA . . . . .	11
3.- RADIACION DIFUSA . . . . .	12
 <b>C A P I T U L O   II</b>	
1.- DISPERSION DE RAYLEIGH . . . . .	16
2.- DISPERSION DE MIE . . . . .	23
 <b>C A P I T U L O   III</b>	
ANTECEDENTES DE MODELOS EMPIRICOS . . . . .	35
1.- MODELO DE LAWRENCE-MORRIS . . . . .	35
2.- MODELO DE STEVEN . . . . .	36
3.- MODELO DE HOOPER Y BRUNGUER . . . . .	38
4.- MODELO DE MARTHUR . . . . .	39
5.- MODELO DE LIU-JORDAN . . . . .	42

## CAPITULO IV

AJUSTES NUMERICOS A DATOS DE LA RADIACION DIFUSA . . . . .	44
1.- CAPTURA DE DATOS . . . . .	44
2.- ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS DATOS . . . . .	53
3.- AJUSTE NUMERICO DE LOS DATOS . . . . .	61
CONCLUSION Y COMENTARIOS . . . . .	71
APENDICE A . . . . .	73
APENDICE B . . . . .	75
BIBLIOGRAFIA . . . . .	78

## INTRODUCCION

El interés por conocer la distribución de radiación solar difusa en el domo atmosférico surge debido al gran número de aplicaciones prácticas realizadas por algunas disciplinas como: La agroclimatología que realiza estudios del tipo ambiente cultivo y lleva a cabo estudios en relación con el crecimiento y desarrollo de las plantas; la helioarquitectura, que diseña dispositivos colectores de energía solar, así como estudios en la calefacción de espacios interiores con energía proveniente del sol.

Todo lo anterior es sólo una pequeña muestra del cúmulo de las existentes prácticas de la energía solar para cuya aplicación se precisa estimar la carga tanto de radiación solar directa como de radiación difusa que inciden no sólo sobre superficies horizontales, o inclinadas, sino también en superficies curvas.

Para aprovechar la energía solar que incide sobre la superficie terrestre, hay que tener en cuenta una serie de consideraciones. Antes que nada, el hecho de que no toda la radiación solar que intercepta la tierra llega hasta su superficie, por cuanto una parte es absorbida por la atmósfera, otra regresa al espacio por el efecto de las nubes el polvo y los gases con lo que sólo una parte incide en forma directa y difusa.

El otro problema es el de cómo medir esta radiación incidente y cómo determinar sus componentes difusa y directa. Claramente, se han diseñado



dispositivos (piranómetros y pirheliómetros, etc.) para medir la radiación.

Ya mencionamos que no toda la radiación que incide sobre el planeta llega hasta su superficie, por lo que se requiere dar una descripción teórica de la dispersión y absorción. Como la atmósfera es muy cambiante y son muchos los factores que intervienen en su conformación, es necesario conocer tanto el aspecto teórico como es la dispersión molecular de Rayleigh y de Mie, como los modelos empíricos propuestos para ciertas condiciones específicas. concerniente a la absorción y a la dispersión.

Los problemas mencionados son sólo una pequeña parte de los que se presentan cuando se trabaja en el campo de la captación y análisis de la energía solar. Para salvar estos obstáculos, es necesario como ya se mencionó conocer el aspecto teórico como los trabajos empíricos relacionados con la absorción y dispersión de la radiación; con el objeto de estructurar un método de análisis que nos permita proponer las ecuaciones necesarias, destinadas a determinar la distribución de la radiación en el domo atmosférico y la intensidad con la que incide sobre cualquier superficie.

#### **RESUMEN DEL TRABAJO.**

En el capítulo I, se ofrece un bosquejo general del patrón de la radiación solar fuera de la atmósfera terrestre, así como de los principales componentes; se examinan las transformaciones que experimenta a su paso esa

radiación; se presentan algunos parámetros, como la sección transversal de masa de los constituyentes atmosféricos, y se señala en que forma se llevan a cabo esas transformaciones; se hace también la distinción entre radiación directa y difusa. Se Proporcionan algunos datos de los cálculos teóricos realizados por Kondratyev, K. Ya. (ref. 8) lo cual muestra cómo el espectro de un cielo, fuertemente nuboso, difiere del limpio, más abundante en radiación de onda corta.

En el capítulo II se exponen las bases teóricas de Rayleigh y de Mie referentes a la dispersión molecular de la radiación solar; el primero para partículas de radio menor que la longitud de onda de la radiación incidente, y la segunda, cuando la partículas dispersoras tienen radios mayores que la longitud de onda.

En el capítulo III, se revisan ciertos modelos empíricos en los que se definen algunos parámetros relativos a la distribución angular de la radiación difusa, así como algunas técnicas para su investigación. En estos modelos se puede apreciar las dificultades que surgen al tratar de modelar con precisión y que se deben a los numerosos factores que intervienen en la atmósfera.

En la primera parte del capítulo IV se exhibe un método de captura de datos a partir de las gráficas publicadas por MacArthur, L.I.B. (ref.13) que siguiendo el método expuesto por Morris, C.W. y Laurence, J.H. (ref. 14) se divide el hemisferio celeste en dos regiones: circunsolar y hemisférica. Finalmente se hace un análisis del comportamiento de los datos para cada una

de las regiones propuestas y se realiza un ajuste al polinomio propuesto en la misma referencia 14; para la región, llamada hemisférica, se propone un polinomio de cuarto grado, y una relación exponencial para la zona circunsolar; se establece la expresión para determinar la carga de radiación en una superficie plana de orientación arbitraria y con cualquier ángulo de elevación.

#### UTILIDAD DEL TRABAJO

Ya señalamos que son muchas las aplicaciones de la energía solar, pero entre las más conocidas se pueden mencionar los siguientes: el conocimiento de la distribución de la radiación solar en el domo atmosférico, permite determinar el diseño de los aleros en los edificios, así como la separación de los árboles, ya sean frutales o de ornato a fin de evitar la proyección de sombra entre los mismos, el uso de los colectores solares tanto para el calentamiento de agua, así como en la generación de electricidad requieren además de la distribución, la cantidad de radiación. Para calcular la cantidad de radiación interceptada por una planta o un animal, la carga de radiación se debe multiplicar por un factor de forma, el cual depende de la geometría de la superficie. En el ejemplo de un árbol, para hacer el análisis más ágil, se le identifica con una forma geométrica, fácil de manejar: un hemisferio, un cilindro o un cono. De no identificarse con ninguna de estas figuras, se puede recurrir a la forma geométrica que se considere más adecuada a la topografía del terreno, al tipo de cultivo y a la cantidad de radiación óptima que el árbol precisa. Con el modelo presentado en este trabajo se puede determinar

además de la distribución la carga de radiación sobre una superficie plana, con inclinación arbitraria.

En trabajos futuros se podrá ofrecer un modelo para describir la mejor distribución de cultivos y de árboles frutales.

## CAPITULO I

### LA RADIACION PROVENIENTE DEL SOL

## LA RADIACION PROVENIENTE DEL SOL.

En la superficie terrestre observamos, además de la radiación solar directa, la cual es aquella que se propaga en forma de rayos paralelos y que llega a la superficie terrestre en forma directa del sol al observador, (fig. I-1), la radiación solar difusa debida a la dispersión de los rayos del sol, (línea punteada en la fig. I-1) que inciden en el domo atmosférico y que se difunden en todas direcciones. Ambas conforman la radiación total que llega a la superficie de la tierra, sin embargo, una parte se refleja por su superficie y origina así un flujo de radiación reflejada, obviamente la parte que no se refleja es absorbida por la superficie y constituye la radiación absorbida. En general podemos decir que la radiación que proviene del sol en su trayecto desde el tope de la atmósfera hasta la superficie de la tierra está afectada mediante dos procesos que son la absorción y la dispersión.

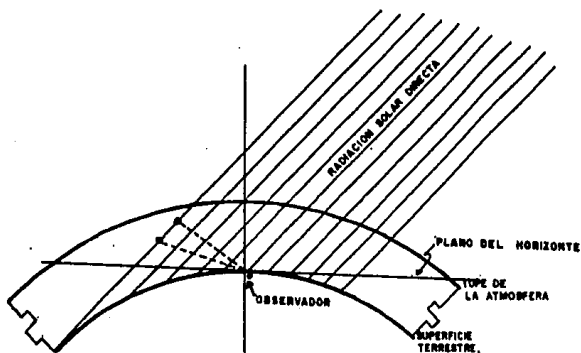


FIG. I-1 LA RADIACION AL INTERACTUAR CON LA ATMOSFERA TERRESTRE SE DISPERSA EN TODAS DIRECCIONES, LINEA PUNTEADA.

Realmente los procesos involucrados son muy complejos, ya que la radiación directa es una forma que ha sido atenuada por las partículas presentes en la atmósfera y el flujo que ha sido reflejado también pasa a formar parte de la radiación difusa.

## ABSORCION Y DISPERSION

En la absorción, la energía radiante se convierte en calor. La fracción absorbida está determinada en parte por la sección transversal de masa absorbidora  $\sigma^a(\lambda)$  de los componentes de la atmósfera, sin considerar la presencia de polvo y otros tipos de partículas que harían el proceso aún más complicado;  $\lambda$  es la longitud de onda de la radiación incidente, este coeficiente tiene unidades de área y se puede entender de la siguiente manera; puesto que la energía que pierde la radiación incidente por absorción en su interacción con las partículas debe ser proporcional a la energía total, entonces se tiene:

$$\Delta\phi_\lambda = \sigma^a I_\lambda \dots\dots\dots I-1$$

donde:  $\Delta\phi_\lambda$  es la fracción de energía perdida por absorción.

$I_\lambda$  es la energía incidente por unidad de tiempo.

$\sigma^a$  es el coeficiente de proporcionalidad (llamado sección transversal de masa absorbidora).

Las moléculas de  $\text{CO}_2$  y  $\text{H}_2\text{O}$  absorben esta energía incidente en rangos seleccionados de la porción infrarroja del espectro solar principalmente, y a estas regiones se denominan bandas de absorción. En la región ultravioleta del espectro solar las bandas de absorción son producidas por el ozono que se encuentra en la atmósfera.



La dispersión es un proceso todavía más complicado. Una fracción del haz de la radiación se separa y esta cantidad está determinada por la sección transversal de masa dispersora  $\sigma^d(\lambda)$  de los constituyentes atmosféricos; a diferencia de la absorción, en la dispersión el haz de radiación incidente no se convierte en calor, pero es dispersada en todas las direcciones del espacio. La dispersión de la radiación solar, en un cielo claro y limpio de contaminantes, se produce generalmente por el oxígeno. En la referencia (11) se pone de manifiesto que la dispersión de la energía solar por efecto de las moléculas del aire varía según la longitud de onda, de acuerdo con la Ley de Rayleigh, dada en término de la sección transversal por:

$$\sigma^d(\lambda) = \frac{32\pi^2 (n_\lambda - 1)^2}{3N\lambda^4} \quad \dots\dots\dots I-2$$

donde:  $n_\lambda$  es el índice refractivo del medio

$N$  es el número de partículas por unidad de volumen.

$\lambda$  es la longitud de la onda incidente.

Tanto el coeficiente de absorción como el de dispersión están relacionados mediante un parámetro llamado coeficiente de extinción, el cual está dado por:

$$\sigma^e(\lambda) = \sigma^a(\lambda) + \sigma^d(\lambda) \quad \dots\dots\dots I-3$$

el cual nos determina la pérdida de energía cuando un haz de radiación de intensidad  $I_\lambda$  interactúa con el elemento dispersor (Max-Born, y Emil Wolf, ref. 1).

## RADIACION DIRECTA.

La radiación directa es la energía que nos llega a la tierra en forma directa del sol y generalmente es el factor dominante para determinar el flujo total de radiación solar. Sin embargo, cuando el cielo se encuentra parcialmente nublado, la radiación dispersada puede llegar a ser tan grande como la componente directa. Es decir, la radiación solar directa depende significativamente del estado de transparencia de la atmósfera y de la distancia solar cenital (o sea, de la diferente masa atmosférica presente en el camino entre la fuente y el observador). Estos componentes quedan determinados por el parámetro llamado espesor óptico el cual está dado por:

$$\tau_{\lambda} = \int_0^{\infty} K_{\lambda}(s) ds \quad \dots\dots\dots I.4$$

donde

$$K_{\lambda}(s) = \rho(s)\sigma^{\circ}(\lambda)$$

y  $\rho(s)$  es la densidad del medio dispersor que varía con la altura  $(s)$  sobre la superficie terrestre.

$\sigma^{\circ}(\lambda)$  es la sección transversal de extinción la cual varía con la longitud de onda.

De hecho la radiación solar directa depende de tres factores esenciales: Dispersión por aerosoles (polvo y gotas de agua, etc.), dispersión molecular, que es muy grande en la región de onda corta, y la ultravioleta, afectada fuertemente por el ozono. Esto se advierte al comparar la distribución espectral fuera de la atmósfera con el espectro de la radiación cerca de la superficie de la tierra.

## RADIACION DIFUSA.

La intensidad de la luz dispersada depende, de modo significativo, de la longitud de onda, en la mayoría de los casos. De ahí que la distribución de la energía en el espectro de la radiación difusa sea distinta a la distribución espectral de la radiación directa.

En la tabla I-1 Kondratyev, K. Ya. (ref. 8) presenta algunos cálculos teóricos de la composición espectral de la radiación difusa para diferentes medios. En la primera línea de la tabla I-1 se presentan valores de distribución de la energía fuera de la atmósfera terrestre. Las siguientes cuatro líneas caracterizan la distribución de la energía en el espectro de la radiación dispersada por  $\text{cm}^3$  de aire limpio y seco, y teniendo en cuenta el número de gotas por unidad de volumen de diferente tamaño. La energía en el espectro solar fuera de la atmósfera se caracteriza por la presencia de un valor máximo en el intervalo de  $0.46$  a  $0.48\mu$  fig. (I-2). Como se puede ver en la tabla I-1, en la radiación dispersada por  $\text{cm}^3$  de aire limpio y seco el máximo se desplaza a longitudes de onda más corta (intervalo de  $0.34$  a  $0.36\mu$ ); un segundo máximo se presenta en el rango de  $0.42$  a  $0.44\mu$ . En la tabla I-1 se observa que la composición espectral de la radiación difusa es casi la misma en el caso del aire limpio y seco, y en el que contiene 100 gotitas de agua de  $0.1\mu$  de radio.

Al aumentar el tamaño de los dispersores se modifica la distribución. La intensidad de la radiación difusa crece notablemente, y el máximo de la

distribución de energía se desplaza hacia longitudes de onda más larga. Cuando el número de gotitas es de 25 por  $\text{cm}^3$ , y su radio de  $0.5\mu$ , el máximo de la distribución de energía coincide con el de la radiación solar directa.

	← ULTRAVIOLETA														$\lambda_{\mu}$														INFRARROJO →																																														
	0.28-0.30		0.30-0.32		0.32-0.34		0.34-0.36		0.36-0.38		0.38-0.40		0.42-0.44		0.46-0.48		0.50-0.52		0.56-0.58		0.64-0.66		0.70-0.72		0.78-0.80		0.88-0.88		0.98-1.00																																														
SOL	2.6	1.5	21.9	31.3	35.2	36.0	54.0	62.6	59.7	54.6	48.4	42.9	35.3	27.1	21.0	4.4	34.4	21.9	23.5	20.8	16.9	17.2	13.7	9.3	4.4	2.6	1.8	0.8	0.5	0.2	0.08	0.27	0.44	0.54	0.51	0.45	0.32	0.46	0.36	0.25	0.136	0.09	0.046	0.027	0.016	0.14	0.78	1.62	1.78	3.52	3.78	6.41	7.65	7.35	6.67	5.48	4.29	3.04	2.1	1.36	1.0	4.6	9.2	12.8	14.6	15.1	23.2	25.6	20.6	14.4	10.6	8.0	6.0	4.8	3.4
1 $\text{cm}^3$ DE AIRE LIMPIO Y SECO																																																																											
100 GOTITAS $r = 0.1\mu$																																																																											
25 GOTITAS $r = 0.5\mu$																																																																											
5 GOTITAS $r = 1\mu$																																																																											

TABLA 1-1 DISTRIBUCIÓN DE LA ENERGÍA EN EL ESPECTRO SOLAR FUERA DE LA ATMÓSFERA TERRESTRE EN ( $10^6 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min}$ ) Y LA COMPOSICIÓN ESPECTRAL DE LA RADIACIÓN DIFUSA EN LA ATMÓSFERA TERRESTRE EN ( $10^6 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min}$ ). EL NÚMERO DE GOTAS ES POR  $\text{cm}^3$  Y  $r$  ES EL RADIO (KONDRATYEV K. YA, REF. 6)

De lo anterior, se deduce que la radiación difusa, en un cielo fuertemente nuboso, difiere, en la composición espectral, de la radiación solar directa, y es más abundante en radiaciones de onda corta.

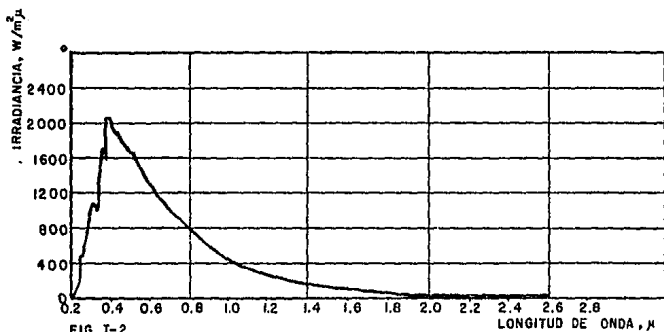


FIG. I-2  
DISTRIBUCIÓN ESPECTRAL DE LA RADIACIÓN SOLAR FUERA DE LA  
ATMOSFERA TERRESTRE.

## CAPITULO II

### MODELOS TEORICOS DE LA RADIACION DIFUSA

## DISPERSION DE RAYLEIGH

La dispersión de Rayleigh esta determinada por las siguientes características:

- La cantidad de luz dispersada varía en proporción inversa a la longitud de onda a la cuarta potencia.
- La distribución de la luz dispersada tiene una relación simple con la dirección a la que se está observando.
- La luz dispersada a 90 grados está completamente polarizada.

La mecánica de la dispersión de Rayleigh se explica por el modelo idealizado de una molécula cuyo centro de masa, se localiza en su centro geométrico, está rodeado de electrones distribuidos en capas concéntricas, y la fuerza de amarre que los mantiene unidos se dirige hacia el centro de masa por todas partes. Este modelo se caracteriza por una constante, análoga a la de un resorte en el oscilador mecánico.

El medio dispersor se supone no ionizado, no polarizado, isótropo y linealmente amortiguado, y los valores que caracterizan estas propiedades varían de acuerdo con las condiciones del medio.

Rayleigh presenta, inicialmente, su modelo como no ionizado, es decir, cuando la carga neta de la molécula equivale a cero. Luego lo ofrece con las cargas negativas, uniformemente distribuidas sobre la esfera, imaginando que residieran en el centro (ref. 11). En la tercera presentación se compara a la molécula con un sistema mecánico en el cual la constante del resorte es

igual en todas direcciones, lo mismo que las oscilaciones; la condición de linealidad se interpreta como un sistema que obedece a la ley de Hooke. Por último, el ejemplo de Rayleigh referente al pequeño amortiguamiento nos indica que la amplitud no es muy grande para las frecuencias que se encuentran cerca de la resonancia.

Sin embargo, cuando la molécula se sitúa en un campo eléctrico, las cargas se separan (fig. II-1) y se produce un momento dipolar. Esta polarización es la base de la dispersión.

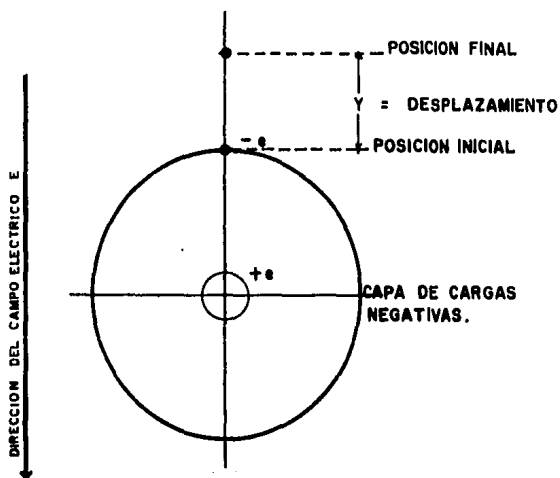


FIG. II-1 AL INDUCIR UN CAMPO ELECTRICO SOBRE LA MOLECULA, LAS CARGAS SE SEPARAN RECORRIENDO EL ELECTRON UNA DISTANCIA Y.



Cuando la intensidad del campo varía periódicamente, el valor del momento dipolar oscila en sincronía con el campo, y debido a que la molécula es isotrópica, el eje del momento dipolar se alinea con el vector eléctrico de la onda que le afecta. Se supone que la masa central permanece fija por su alto valor, mientras que la masa electrónica, más ligera, vibra de acuerdo con su posición de equilibrio y con la frecuencia angular de oscilación dada por:

$$\omega_0 = (K/m)^{1/2} \quad \dots\dots\dots \text{II-1}$$

dónde K es la fuerza recuperadora por unidad de desplazamiento y m, la masa del electrón.

En este modelo dispersor propuesto por Rayleigh, el momento dipolar  $P_0$  oscilante formado por la onda primaria, genera una onda secundaria con un valor máximo para el momento dipolar dado por:

$$P_0 = \left[ e^2/m (\omega_0^2 - \omega^2) \right] E_0 \quad \dots\dots\dots \text{II-2}$$

dónde  $E_0$  es la intensidad del campo de la onda primaria,  $\omega_0$  está dado por la ecuación II-1, y  $\omega$  es la frecuencia angular de la onda secundaria. Además, cabe señalar, que el vector eléctrico E de la onda secundaria tiene una amplitud instantánea dada por:

$$E = \frac{\omega^2 P_0^2 \text{sen } \theta}{4\pi c^2 R} \text{sen } \omega(t - R/c) \quad \dots\dots\dots \text{II-3}$$

dónde  $\theta$  es el ángulo entre el eje del dipolo y la dirección de interés, c la velocidad de la luz, R la distancia a lo largo de esta dirección (fig. II-2); el término  $\text{sen } (\theta)$  indica que el dipolo no radia en la dirección de su eje.

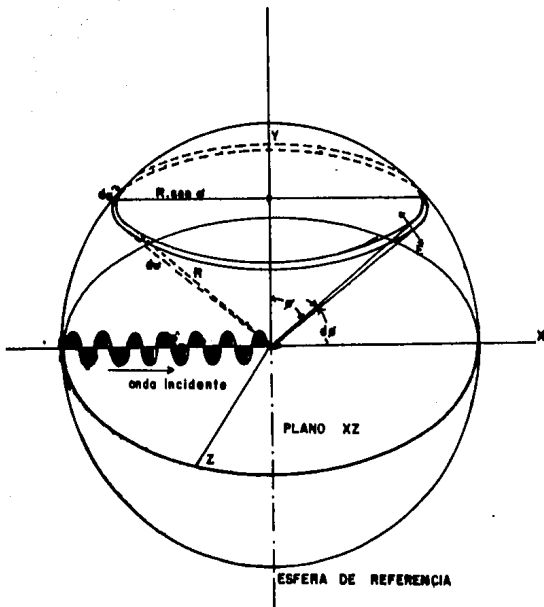


FIG. II-2 RADIACION DEL DIPOLO OSCILANTE.

La potencia promedio, o razón de cambio con respecto al tiempo de la energía que fluye en la onda electromagnética por unidad de área normal a la dirección de propagación, se define por el vector de Poynting promedio  $\bar{S}$  como:

$$\bar{S} = 1/2 c \epsilon_0 E_0^2 \quad \dots\dots\dots \text{II-4}$$

dónde  $E_0$  es el valor máximo de la intensidad del campo eléctrico y  $\bar{S}$  significa el promedio de  $S$ .

El vector de Poynting para el flujo dispersado con un ángulo  $\theta$  a través de un área infinitesimal sobre la esfera de referencia, se obtiene mediante las ecuaciones II-4 y II-3 que nos dan como resultado:

$$\bar{S} = \omega^4 P_0^2 \left[ \frac{\sin^2(\theta)}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2} \right] \quad \dots\dots\dots \text{II-5}$$

Así, la potencia promedio de la onda secundaria queda relacionada con la onda primaria por el valor máximo del momento dipolar  $P_0$  inducido. Al usar la relación  $\omega = 2\pi c/\lambda$  se obtiene:

$$\bar{S} = \left( \frac{\pi^2 c \sin^2(\theta)}{2\epsilon_0 \lambda^4 R^2} \right) \left[ \frac{e^2}{m} (\omega_0^2 - \omega^2) \right]^2 E_0^2 \quad \dots\dots\dots \text{II-6}$$

de dónde se observa que la dependencia de la luz dispersada está en proporción inversa a la longitud de onda a la cuarta potencia.

La ecuación II-6 define el flujo por unidad de longitud de onda y de área, ésta es la irradiancia espectral producida a una distancia  $R$  por la onda secundaria. Generalmente esto se expresa como el flujo de energía por unidad de ángulo sólido.

El vector de Poynting  $S$  es equivalente a la irradiancia  $\xi_\lambda$  definida por:

$$\xi_\lambda = \frac{d\bar{S}_\lambda}{da} \quad \dots\dots\dots \text{II-7}$$

donde  $\xi_\lambda$  es el flujo de energía  $d\bar{S}_\lambda$  que pasa por unidad de tiempo a través del área elemental  $da$ .

mientras que la intensidad  $I$  del flujo dispersado se define como:

$$I = \frac{d\bar{S}}{d\Omega} \quad \dots\dots\dots \text{II-8}$$

dónde  $W$  es el ángulo sólido y la intensidad  $I$  es el flujo de energía  $d\sigma$  que pasa por el ángulo sólido elemental  $dW$ .

De la fig. II-2 se ve que:

$$d\sigma = R^2 dW \quad \dots\dots\dots \text{II-9}$$

dónde  $dW$  es el elemento de ángulo sólido entre  $\sigma$  y  $d\sigma$ ; y al sustituir II-9 en II-7 se obtiene:

$$\xi_\lambda = \frac{d\sigma}{R^2 dW} = \frac{I}{R^2} \quad \dots\dots\dots \text{II-10}$$

y sustituyendo en II-5 se obtiene:

$$I_\lambda(\sigma) = \left( \frac{\pi^2 c \operatorname{sen}^2(\sigma)}{2c \lambda^4} \right) \left[ \frac{e^2}{m(w_0^2 - w^2)} \right]^2 E_0^2 \quad \dots\dots\dots \text{II-11}$$

en esta ecuación puede verse que la intensidad de la luz dispersada varía en proporción inversa a la cuarta potencia de la onda, y en la figura II-3 como varía la intensidad de la radiación dispersada en función de la longitud de onda ( $\lambda = 0.5\mu$  y  $\lambda = 0.7\mu$ ), así como también del ángulo de dispersión, cuando la dispersión es producida por partículas pequeñas con  $r < \sigma$  ( $r = 0.025\mu$ ). Tomado de ref. 15

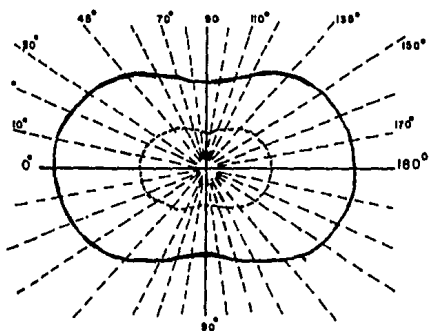


FIG. 11-3. Gráfico de la intensidad de la radiación dispersada por partículas pequeñas  $r = 0.025$ , en función del ángulo de dispersión y de la longitud de onda  $\lambda = 0.5\mu$  y  $\lambda = 0.7\mu$  (Robinson N. ref. 15).

## DISPERSION DE MIE.

El cielo presenta siempre notables variaciones en color, brillo y polarización, que pueden ser debidas a la dispersión de Rayleigh para partículas de radio menor (0.03 veces) que la longitud de onda de la luz incidente, o ser debidas a la dispersión de Mie para partículas de radio mayor. Conforme aumenta el tamaño de las partículas con respecto a la longitud de onda, se registra una transición gradual de la dispersión de Rayleigh a la de Mie, y los parámetros importantes en este último tipo de dispersión son:

- a) La longitud de la onda incidente.
- b) Su estado de polarización.
- c) El tamaño de la partícula.
- d) El índice refractivo
- e) El ángulo en el que se observa la dispersión.

Aunque la dispersión de Mie es compleja en detalle, las bases físicas se revelan fácilmente al estudiar la dispersión de Rayleigh. Las bases físicas comunes para ambos tipos de dispersión son las interacciones entre las ondas electromagnéticas y las cargas eléctricas que constituyen la materia. Mientras que en una molécula de gas sólo interviene un dipolo, una partícula formada por muchas moléculas puede considerarse como arreglo de multipolos, que al ser excitados por la onda primaria incidente crean multipolos oscilantes.

Los multipolos generan ondas electromagnéticas secundarias conocidas como "ondas parciales", las cuales se representan por términos de amplitud sucesiva.

La geometría para la dispersión de Mie se muestra en la figura II-4, en donde el centro de dispersión es el punto  $O$ ; la luz incidente se supone que viaja en la dirección  $X$  positiva y en la dirección de observación, donde  $OD$  está en el plano  $XZ$  a un ángulo  $\theta$  a partir de la dirección de la luz incidente.

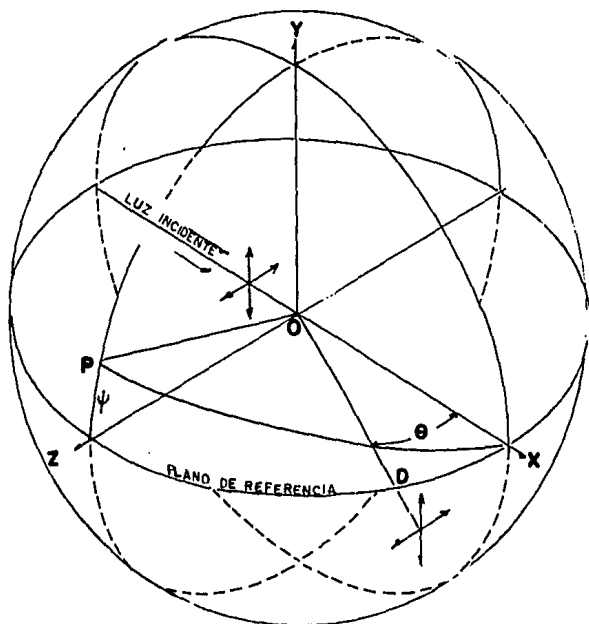


FIG. II-3 GEOMETRIA PARA LA DISPERSION DE LA LUZ INCIDENTE NO POLARIZADA.

La luz incidente puede ser o no ser polarizada; la orientación que contiene el vector eléctrico se especifica por el ángulo  $\psi$  medido a partir del plano de observación XZ. Generalmente se utilizan dos casos para tal incidencia:

1) El vector eléctrico está en el plano XY y es perpendicular al plano de observación, de modo que el ángulo  $\psi = 90$  grados.

2) El plano que contiene el vector eléctrico coincide con el plano XZ de modo que el ángulo  $\psi = 0$  grados y el vector es paralelo al plano de observación.

Asociada con cada partícula, hay una sección transversal de dispersión angular que define la intensidad dispersada para una radiancia unitaria de luz incidente en una cierta dirección definida por el ángulo  $\theta$  (fig. II-4). Son asimismo importantes los componentes de la luz polarizada dispersada, perpendicular y paralela al plano de observación. A partir de la sección transversal de dispersión angular se puede afirmar que el coeficiente de dispersión angular volumétrico, que expresa la intensidad de la radiación esparcida por un volumen unitario de aerosol por ejemplo (niebla). La cantidad de luz diseminada en todas las direcciones por una sola partícula está dada por su sección transversal, la cual se encuentra vinculada a un parámetro llamado factor de eficiencia o coeficiente de Mie. Según la longitud de onda de la luz incidente, y de acuerdo con el tamaño y el índice refractivo de una partícula, el factor de eficiencia puede lograr tales valores que la partícula llegue a dispersar más flujo que su sección transversal geométrica. El



coeficiente total volumétrico para un volumen unitario de aerosol se obtiene directamente de la sección transversal de dispersión total.

Vamos a suponer que la partícula es esférica, lo que se aproxima a la verdad en el caso de las gotitas de niebla. La razón del perímetro de la partícula a la longitud de onda se expresa por el parámetro adimensional  $\alpha$  definido como:

$$\alpha = 2\pi R/\lambda \quad \dots\dots \text{II-12}$$

dónde  $\lambda$  es la longitud de onda incidente,  $\alpha$ , el producto del radio de la partícula y la constante de propagación  $2\pi/\lambda$  usada en la teoría ondulatoria.

Supongamos también que la esfera se encuentra inmersa en un medio homogéneo e isotrópico y que incide sobre ella una onda monocromática plana y linealmente polarizada cuyo vector eléctrico coincide con el plano XZ tal que  $\psi = 0$  y que los vectores del campo eléctrico y magnético, dentro y fuera de la esfera satisfacen las ecuaciones de Maxwell (Max-Born y Emil-Wulf, Ref. 1) dadas por:

$$\nabla \times H = K_1 E \quad \dots\dots \text{II-13}$$

$$\nabla \times E = K_2 H$$

donde 
$$K_1 = \frac{i\omega}{c} \left( \epsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)$$

$$K_2 = \frac{i\omega}{c}$$

con las condiciones de frontera

$$E^I = E^{II}$$

$$H^I = H^{II} \quad \text{en } R = a \quad \dots\dots \text{II-14}$$

donde la notación  $\nabla \times \mathbf{H}$  indica rotacional de  $\mathbf{H}$  y las letras en negro que se trata de un vector, el superíndice I significa fuera de la esfera y el II dentro como se puede ver en la fig. II-5.

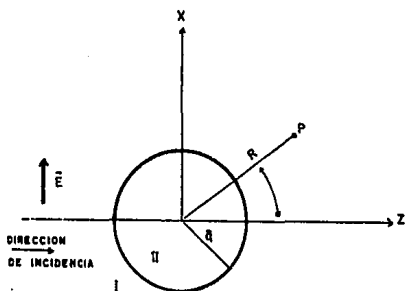


FIG. II-5. PARTICULA ESFERICA DE RADIO  $a$  SOBRE LA QUE INCIDE UNA ONDA MONOCROMATICA PLANA, EL MEDIO DENTRO Y FUERA DE LA ESFERA SE REPRESENTA POR II Y I.

Supóngamos también que: además del campo incidente  $\mathbf{E}^I$  y  $\mathbf{H}^I$  y el campo dentro de la esfera  $\mathbf{E}^{II}$  y  $\mathbf{H}^{II}$  el campo para la radiación dispersada es  $\mathbf{E}^D$  y  $\mathbf{H}^D$ .

Las ecuaciones de Maxwell (II-13) expresada en coordenadas esféricas son:

$$(\nabla \times \mathbf{H})_r = K_2 H_r = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \left\{ -\frac{\partial}{\partial \theta} (r E_\theta \sin\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (r E_\theta) \right\}$$

$$(\nabla \times H)_\theta = K_2 H_\theta = \frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} E_r - \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta \operatorname{sen}\theta) \right\}$$

$$(\nabla \times H)_\varnothing = K_2 H_\varnothing = \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (E_r) \right\}$$

$$(\nabla \times E)_r = -K_1 E_r = \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (r H_\varnothing \operatorname{sen}\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (r H_\theta) \right\} \dots\dots\dots \text{II-15}$$

$$(\nabla \times E)_\theta = -K_1 E_\theta = \frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (H_r) - \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varnothing \operatorname{sen}\theta) \right\}$$

$$(\nabla \times E)_\varnothing = -K_1 E_\varnothing = \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r H_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (H_r) \right\}$$

y las condiciones de frontera (II-14) son:

$$\begin{array}{ll} E_\theta^I = E_\theta^{II} & H_{I\theta} = H_{II\theta} \\ E_\varnothing^I = E_\varnothing^{II} & H_{I\varnothing} = H_{II\varnothing} \end{array} \quad \text{en } R = a \quad \dots\dots\dots \text{II-16}$$

Las ecuaciones (II-15) y (II-16) son la base para resolver el problema de dispersión. Se propone la solución (ref. 1) como la superposición de dos campos linealmente independientes  ${}^e E$  y  ${}^e H$ ,  ${}^m E$  y  ${}^m H$ .

Las soluciones de las ecuaciones dadas en II-15 usando los potenciales de DEBYE quedan como:

$$\begin{array}{l} E_r = {}^e E_r + {}^m E_r = \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r {}^e \Pi) + K^2 r {}^e \Pi \\ E_\theta = {}^e E_\theta + {}^m E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r {}^e \Pi) + K_2 \frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (r {}^m \Pi) \\ E_\varnothing = {}^e E_\varnothing + {}^m E_\varnothing = \frac{1}{r \operatorname{sen}\theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r {}^e \Pi) - K_2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r {}^m \Pi) \\ H_r = {}^m H_r + {}^e H_r = K^2 r {}^m \Pi + \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r {}^m \Pi) \end{array} \quad \dots\dots\dots \text{II-17}$$

$$H_{\theta} = {}^m H_{\theta} + {}^e H_{\theta} = -K_1 \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (r^e \Pi) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r^m \Pi)$$

$$H_{\phi} = {}^m H_{\phi} + {}^e H_{\phi} = K_1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (r^e \Pi) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r^m \Pi)$$

$$\text{Siendo } K^2 = K_1 K_2$$

En estas ecuaciones  $r^e \Pi$  y  $r^m \Pi$  se refiere a los potenciales de DEBYE, los cuales están dados por: (Ref. 1).

$$r^e \Pi^1 = \frac{1}{K^{(1)2}} \sum_{n=1}^{\infty} i^{n-1} \left( \frac{2n+1}{n(n+1)} \right) \psi_n \left( K^{(1)} r \right) P_n^1 (\cos \theta) \cos \phi$$

$$r^m \Pi^1 = \frac{1}{K^{(1)2}} \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{K^{(1)}}{K_2^{(1)}} \left( \frac{2n+1}{n(n+1)} \right) \psi_n \left( K^{(1)} r \right) P_n^1 (\cos \theta) \sin \phi$$

$$r^e \Pi^w = \frac{1}{K^{(1)2}} \sum_{n=1}^{\infty} {}^e A_n \psi_n \left( K^{(1)1} r \right) P_n^1 (\cos \theta) \sin \phi \quad \dots \dots \dots \text{II-18}$$

$$r^m \Pi^w = \frac{1}{K^{(1)1} K_2^{(1)1}} \sum_{n=1}^{\infty} {}^m A_n \psi_n \left( K^{(1)1} r \right) P_n^1 (\cos \theta) \sin \phi$$

$$r^e \Pi^e = \frac{1}{K^{(1)2}} \sum_{n=1}^{\infty} {}^e B_n \xi_n^{(1)} \left( K^{(1)} r \right) P_n^1 (\cos \theta) \cos \phi$$

$$r^m \Pi^e = \frac{1}{K^{(1)1} K_2^{(1)1}} \sum_{n=1}^{\infty} {}^m B_n \xi_n^{(1)} \left( K^{(1)} r \right) P_n^1 (\cos \theta) \sin \phi$$

Donde  $P_n^{(1)}$  son los polinomios de Legendre cuya función generadora es:

$$P_n^m(\cos\theta) = \sin\theta \frac{d^n}{d(\cos\theta)^n} P_n(\cos\theta) \quad \dots\dots\dots \text{II-19}$$

y  $\xi_n$  se refiere a las funciones de Bessel (Van de Hulst, ref. 19) dado por:

$$\xi_n = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \frac{H_n^2(z)}{n+1/2}$$

y \dots\dots\dots \text{II-20}

$$H_n^1(z) = J_n(z) + i N_n(z)$$

Las condiciones de frontera (II-16) en términos de los potenciales de DEBYE son:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left( {}^o\Pi^1 + {}^o\Pi^2 \right) \right\} = \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r {}^o\Pi^4 \right\}_{R=a}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left( {}^m\Pi^1 + {}^m\Pi^2 \right) \right\} = \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r {}^m\Pi^4 \right\}_{R=a}$$

$$K_1^{(1)} \left\{ r \left( {}^o\Pi^1 + {}^o\Pi^2 \right) \right\} = K_1^{(1)} \left\{ r {}^o\Pi^4 \right\}_{R=a} \quad \dots\dots\dots \text{II-21}$$

$$K_2^{(1)} \left\{ r \left( {}^m\Pi^1 + {}^m\Pi^2 \right) \right\} = K_2^{(1)} \left\{ r {}^m\Pi^4 \right\}_{R=a}$$

Eliminando  ${}^oA_n$  y  ${}^mA_n$  de las ecuaciones (II-18) y (II-21), las ecuaciones (II-17) quedan:

$$E_r^m = \frac{1}{K^{(1)2}} \frac{\cos\theta}{r^2} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) {}^oB_n \xi_n^1 \left( K^{(1)} r \right) P_n^1(\cos\theta)$$

$$E_{\theta}^{(s)} = -\frac{1}{K^{(I)}} \frac{\cos\theta}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ {}^s B_n \xi_n^{(1)}, (K^{(I)} r) P_n^1 (\cos\theta) \operatorname{sen}\theta - i {}^m B_n \xi_n^{(1)} (K_n^{(I)} r) P_n^1 (\cos\theta) \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} \right\}$$

$$E_{\theta}^{(s)} = \frac{1}{-K^{(I)}} \frac{\operatorname{sen}\theta}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ {}^s B_n \xi_n^{(1)}, (K^{(I)} r) P_n^{(1)} (\cos\theta) \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} - i {}^m B_n \xi_n^{(1)} (K^{(I)} r) P_n^{(1)} (\cos\theta) \operatorname{sen}\theta \right\}$$

$$H_r^{(s)} = \frac{1}{K^{(I)} K_2^{(I)}} \frac{\operatorname{sen}\theta}{r^2} \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1) {}^m B_n \xi_n^{(1)} (K^{(I)} r) P_n^1 \cos\theta$$

$$H_{\theta}^{(s)} = -\frac{1}{K_2^{(I)}} \frac{\operatorname{sen}\theta}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ {}^s B_n \xi_n^{(1)} (K^{(I)} r) P_n^1 (\cos\theta) \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} + i {}^m B_n \xi_n^{(1)}, (K^{(I)} r) P_n^{(1)}, (\cos\theta) \operatorname{sen}\theta \right\}$$

$$H_{\theta}^{(s)} = \frac{1}{K_2^{(I)}} \frac{\cos\theta}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ {}^s B_n \xi_n^{(1)} (K^{(I)} r) P_n^{(1)}, \cos\theta \operatorname{sen}\theta + i {}^m B_n \xi_n^{(1)}, (K^{(I)} r) P_n^{(1)} (\cos\theta) \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} \right\} \dots\dots \text{II-22}$$

donde  ${}^s B_n$  y  ${}^m B_n$  están dada por:

$${}^s B_n = i^{n+1} \left( \frac{2n+1}{n(n+1)} \right) \frac{{}^m \psi'_n(\alpha) \psi_n(Y) - \psi_n(\alpha) \psi'_n(Y)}{{}^m \xi_n^{(1)}, (\alpha) \psi_n(Y) - \xi_n^{(1)}(\alpha) \psi'_n(Y)} \dots\dots \text{II-23}$$

$${}^m B_n = i^{n+1} \left( \frac{2n+1}{n(n+1)} \right) \frac{{}^s \psi_n(\alpha) \psi'_n(Y) - \psi'_n(\alpha) \psi_n(Y)}{{}^s \xi_n^{(1)}(\alpha) \psi_n(Y) - \xi_n(\alpha) \psi'_n(Y)} \dots\dots \text{II-24}$$

donde:

$$Y: \text{ complejo} \quad Y = m\alpha$$

$$\alpha: \text{ real} \quad \alpha = 2\pi a$$

y  $\psi_n$  y  $\xi_n$  son funciones de BESSEL dadas por:

$$\psi_n(Y) = \sqrt{\frac{\pi Y}{2}} J_{n+1/2} \quad \dots\dots \text{II-25}$$

$$\xi_n(\alpha) = \sqrt{\frac{\pi\alpha}{2}} \left\{ J_{n+1/2} + (-1)^n J_{-n-1/2} \right\} \quad \dots\dots \text{II-26}$$

En las ecuaciones (II-22) se muestra que la onda dispersada está compuesta por la contribución de las ondas parciales dadas por  ${}^oB_n$  y  ${}^mB_n$ . Y además como se mencionó antes, que la dispersión depende del índice de refracción,  $m$ , y de  $\alpha = \frac{2\pi a}{\lambda}$ , es decir del tamaño de la partícula, del ángulo de observación ( $\theta$ ) y de la longitud de onda ( $\lambda$ ).

Puesto que la contribución de las ondas parciales es importante, de las ecuaciones II-22 podemos considerar dos casos:

a) cuando  $\alpha \gg 1$  y b) cuando  $\alpha \leq 1$ .

a) cuando  $\alpha \gg 1$  las ecuaciones II-23 y II-24 se pueden expresar como:

$${}^oB_n = (-1)^{n+1} \left\{ \frac{2n+1}{n(n+1)} \right\} e^{-i\alpha} \cos \left( \alpha - \frac{n\pi}{2} \right) \quad \dots\dots \text{II-27}$$

$$\text{y } {}^mB_n = (-1)^{n+1} \left\{ \frac{2n+1}{n(n+1)} \right\} e^{-i\alpha} \text{sen} \left( \alpha - \frac{n\pi}{2} \right) \quad \dots\dots \text{II-28}$$

y decimos que se tiene dispersión de Mie.

b) Cuando  $\alpha \neq 1$  las ecuaciones II-23 y II-24 son:

$${}^{\circ}B_n = i^n \frac{a^{2n+1}}{n^2 [1, 3, 5, \dots (2n-1)]^2} \frac{n^2-1}{n^2 + \frac{n+1}{n}} \dots\dots \text{II-29}$$

$${}^{\circ}B_n = i^n \frac{a^{2n+3}}{n(n+1)(2n+1)(2n+3) [1, 3, 5, \dots (2n-1)]^2} (n^2-1) \dots\dots \text{II-30}$$

y las ecuaciones II-22 quedan como:

$$E_{\theta}^{(a)} = \left( \frac{2\pi}{\lambda^{(1)}} \right)^2 a^3 \frac{n^2-1}{n^2+2} \cos\theta \cos\theta \frac{e^{ik^{(1)}r}}{r} \dots\dots \text{II-31}$$

$$E^{(a)} = - \left( \frac{2\pi}{\lambda^{(1)}} \right)^2 a^3 \frac{n^2-1}{n^2+1} \text{sen}\theta \frac{e^{ik^{(1)}r}}{r} \dots\dots \text{II-32}$$

$$H_{\theta}^{(a)} = \left( \frac{2\pi}{\lambda^{(1)}} \right)^2 \sqrt{\epsilon^{(1)}} a^3 \frac{n^2-1}{n^2+2} \text{sen}\theta \frac{e^{ik^{(1)}r}}{r} \dots\dots \text{II-33}$$

$$H^{(a)} = \left( \frac{2\pi}{\lambda^{(1)}} \right)^2 \sqrt{\epsilon^{(1)}} a^3 \frac{n^2-1}{n^2+2} \cos\theta \cos\theta \frac{e^{ik^{(1)}r}}{r} \dots\dots \text{II-34}$$

en donde (a) es el radio de la partícula.

$\lambda^{(1)}$  longitud de onda en el medio que rodea a la partícula,

r: la distancia del centro de la esfera al punto de interés.

Como se puede ver de estas ecuaciones II-31 a II-34, la amplitud de la onda dispersada varía con el inverso de longitud de onda al cuadrado, y por lo tanto, la intensidad de la radiación varía con la longitud de onda a la cuarta potencia, como afirma Rayleigh. Cuando se tienen partículas con radio menor que la longitud de la onda incidente.



## CAPITULO III

### ANTECEDENTES DE MODELOS EMPIRICOS

## ANTECEDENTES DE MODELOS EMPIRICOS

Debido a que la conducta de la luz en la atmósfera difiere de los comportamientos descritos por los modelos de Rayleigh y de Mie, los investigadores del tema se han visto en la necesidad de proponer relaciones empíricas a fin de interpretar los datos numéricos y abandonar las relaciones teóricas que proponen Rayleigh y Mie. Algunas de ellas serán revisadas en este mismo capítulo, especialmente las referentes a la radiación difusa. Los métodos, objeto de nuestro análisis son los que a continuación se mencionan.

a) El método seguido por Lawrence-Morris (ref. 14). El autor ofrece un modelo empírico con el cual se puede apreciar la radiación que incide sobre una superficie de orientación arbitraria. Este modelo sirve lo mismo para cielos claros que para cielos con nubosidad uniforme. La radiación de origen solar generalmente se divide en radiación directa y radiación difusa. En este modelo se considera también que la distribución de la radiación difusa puede representarse como la superposición de dos regiones: una región hemisférica y una circunsolar; para la primera proponen un polinomio de la forma:

$$I = A_0 + A_1\beta + A_2\beta^2 \quad \dots\dots III-1$$

en donde  $\beta$  es el ángulo de elevación medido a partir del plano del horizonte

y:  $A_0$ ,  $A_1$  y  $A_2$  son constantes a determinar.

Para la región circunsolar proponen la siguiente función de tipo exponencial:

$$E = a \cdot \exp. [-b\beta] \quad \dots\dots III-2$$

dónde a y b son coeficientes de regresión e  $i$  es el ángulo de dispersión, a saber, la distancia angular medida a partir del sol.

Este método de trabajo nos permite realizar un mapeo de la radiación difusa sobre todo el domo atmosférico y a la vez estimar la radiación difusa total sobre una superficie inclinada de orientación arbitraria.

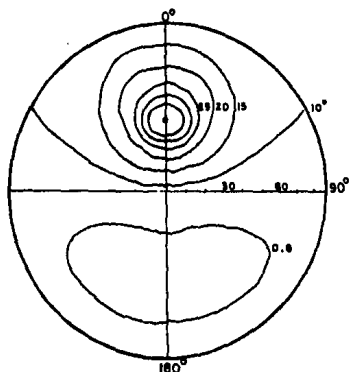
b) Steven (ref. 16) propone un método donde se analizan las mediciones de la radiancia para cielos claros, definiendo algunos patrones de la distribución angular relacionados con un determinado rango de ángulos solares cenitales fig. III-1. Steven considera que la radiación difusa de un cielo claro y sin nubes varía según la altura solar y la turbiedad atmosférica, en su modelo normaliza la radiancia con la irradiancia de tal modo que la razón entre éstas sea independiente de la turbiedad atmosférica.

Para precisar la distribución de la radiancia realiza mediciones de irradiancia difusa horizontal  $S_d$  (usando un solarímetro de Kipp) y las compara con la relación:

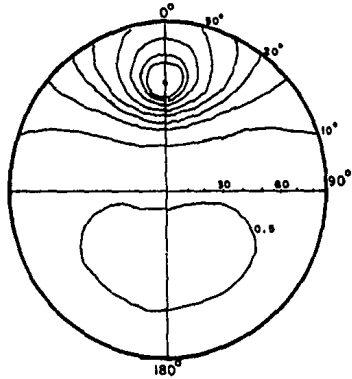
$$S_d = 1/\pi \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} N(z, \psi) \text{sen}(z) \cos(z) dz \quad \dots\dots\dots\text{III-3}$$

dónde z es el ángulo cenital y  $\psi$ , el acimutal.

Se obtuvo un coeficiente de correlación entre los dos conjuntos de valores de 0.98, mientras que los obtenidos de la integración fueron en promedio un 6% más grande que los medidos directamente. De estas observaciones se deduce que las diferencias podrían atribuirse a la deficiente calibración de los instrumentos.



(a)



(b)

Distribucion angular (M/S<sub>0</sub>) de la radiación difusa utilizando las ecuaciones 111-3 y 111-4. (a) cuando el ángulo cenital es de 35° y (b) 55°. (Steven M. D. ref. 16)

FIG. 111-1

En el trabajo de Steven se examinaron 5 zonas: la circunsolar denominada C; la antisolar llamada A, con ángulo acimutal  $\psi$  mayor de 90 grados y menor de 180; la superior U y la inferior L; Steven utiliza las aproximaciones analíticas para la radiancia con base en la fórmula.

$$N(z, i) = b \left\{ \frac{1 + \cos i}{2} + K \right\} \left\{ 1 - \exp(-t \sec z) \right\} \quad \dots\dots \text{III-4}$$

dónde N es la radiancia; b, un factor de escala; t, el coeficiente de dispersión; K, una constante empírica, z el ángulo cenital, i el ángulo de dispersión. Aunque el modelo matemático de Pokrowski ecuación III-4 no se ajusta muy bien a los datos, por cuanto no tiene en cuenta los aerosoles presentes en la atmósfera, Pokrowski la considera útil para ser aplicado en la práctica. Los patrones de distribución que se muestran en la fig. III-1, es la radiancia normalizada  $N/\xi$ ; a) cuando el ángulo cenital es de  $35^\circ$  y b) cuando el ángulo cenital es de  $55^\circ$ , utilizando las ecuaciones III-3 y III-4.

c) Otro de los métodos de trabajo es el representado por Hooper y Brungner (ref. 6). En él, la radiancia del domo celeste se describe como la contribución de tres regiones: isotrópico, circunsolar y de horizonte brillante; cada uno de ellos representa una característica perceptible del cielo. El modelo matemático en coordenadas esféricas tiene la forma:

$$d(\theta, \phi) / Dh = A_0 + A_1 \left[ \theta / \pi / 2 \right]^2 + A_2 \exp \left[ -c S \exp(pz) \right] \quad \dots\dots \text{III-5}$$

dónde c y p son constantes positivas y S expresado en coordenadas esféricas ( $\theta, \phi$ ), la distancia angular medida desde el sol hasta el punto del domo

En el trabajo de Steven se examinaron 5 zonas: la circunsolar denominada C; la antisolar llamada A, con ángulo acimutal  $\psi$  mayor de 90 grados y menor de 180; la superior U y la inferior L; Steven utiliza las aproximaciones analíticas para la radiancia con base en la fórmula.

$$N(z, i) = b \left\{ \frac{1 + \cos i}{2} + K \right\} \left\{ 1 - \exp(-t \sec z) \right\} \quad \dots\dots \text{III-4}$$

dónde N es la radiancia; b, un factor de escala; t, el coeficiente de dispersión; K, una constante empírica, z el ángulo cenital, i el ángulo de dispersión. Aunque el modelo matemático de Pokrowski ecuación III-4 no se ajusta muy bien a los datos, por cuanto no tiene en cuenta los aerosoles presentes en la atmósfera, Pokrowski la considera útil para ser aplicado en la práctica. Los patrones de distribución que se muestran en la fig. III-1, es la radiancia normalizada  $N/\xi$ ; a) cuando el ángulo cenital es de  $35^\circ$  y b) cuando el ángulo cenital es de  $55^\circ$ , utilizando las ecuaciones III-3 y III-4.

c) Otro de los métodos de trabajo es el representado por Hooper y Brunguer (ref. 6). En él, la radiancia del domo celeste se describe como la contribución de tres regiones: isotrópico, circunsolar y de horizonte brillante; cada uno de ellos representa una característica perceptible del cielo. El modelo matemático en coordenadas esféricas tiene la forma:

$$d(\theta, \phi) / Dh = A_0 + A_1 \left[ \theta / \pi / 2 \right]^2 + A_2 \exp \left[ -c S \exp(pz) \right] \quad \dots\dots \text{III-5}$$

dónde c y p son constantes positivas y S expresado en coordenadas esféricas ( $\theta, \phi$ ), la distancia angular medida desde el sol hasta el punto del domo

celeste, y los parámetros  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  se determinan a partir de condiciones atmosféricas; cada uno de los términos de la ecuación III-5 representa la contribución de una característica particular del cielo.

En el trabajo de Hooper y Brunger se demuestra que el modelo se ajusta a los datos de un cielo claro y nublado con un error de aproximadamente un 10% de la radiancia total promedio.

El primer término, el isotrópico es constante en magnitud sobre todo el cielo, el segundo, el de horizonte brillante, representa la radiancia que crece parabólicamente desde un valor cero en el cenit a un máximo cerca del horizonte y sin dependencia acimutal; el tercero, el circunsolar, describe la radiancia en la región solar, con un máximo cerca del sol que disminuye exponencialmente al aumentar la distancia angular.

La distribución de la radiancia ofrecida por este modelo puede ser usada para calcular la irradiancia difusa para cielos nublados o parcialmente nublados que incide sobre una superficie inclinada, utilizando la expresión de Kondratyev. (ref. 8).

d) Un método bastante confiable para determinar la radiancia difusa, en forma experimental, es el propuesto por MacArthur (ref. 12); el método se fundamenta en un análisis de todo el domo celeste, fotográficamente visible.

Las observaciones se restringen a 3 horas del sol de medio día y durante este tiempo se realiza el muestreo con 12 observaciones y 21 mediciones

actinométricas cada secuencia y 3 pares de fotografías de toda la bóveda celeste bajo condiciones de cielo nublado, despejado y parcialmente nublado, donde el número de mediciones se debe al tiempo de respuesta del sensor, a su resolución y a la variación de la distribución de la radiación.

En la toma de las fotografías, a la cámara se agrega un filtro para eliminar la radiación de longitudes de onda menores de  $.33\mu$  y la reducción de los negativos a una forma digital se realiza con la ayuda de un densitómetro de registro automático.

Para cada medición de una posición actinométrica en un ángulo sólido se determina una densidad promedio para un área equivalente y con estos valores se construye la curva de calibración para correlacionar los datos actinométricos contra los datos de densidad para cada una de las fotografías. Posteriormente estas curvas se aplican a los valores individuales para obtener las figuras correspondientes mediante rutinas para el trazado de planos por computadora.

Las ventajas que presenta este modelo son:

- 1.- Se puede realizar un mapeo instantáneo del cielo.
- 2.- Los mapeos conseguidos por este método proporcionan detalles más precisos que los de los trabajos publicados con anterioridad.
- 3.- Las limitaciones del actinómetro se tratan de evitar con la parte fotográfica.



e) Finalmente, el modelo de Liu y Jordan (ref. 10) ofrece una relación estadística entre la fracción de radiación difusa y la total, en promedios mensuales, y una empírica del coeficiente de transmisión, que nos da una idea de que tan limpia es la atmósfera que estamos considerando; este coeficiente depende del contenido del vapor de agua, polvo y aerosoles, presentes en la atmósfera. En el caso de una atmósfera limpia el único factor que interviene es el vapor de agua. Este coeficiente de transmisión se define por:

$$\tau_d = I_{dh} / I_{oh}$$

dónde

$$I_{oh} = r I_{sc} | \sin(H) |$$

y

$$r = I_{on} / I_{sc}$$

y

$$\sin(H) = \cos(\vartheta) \cos(\delta) \cos(H) + \sin(\vartheta) \sin(\delta)$$

$I_{dh}$  = Intensidad de la radiación difusa sobre una superficie horizontal.

$I_{on}$  = Intensidad de la radiación sobre una superficie normal a la radiación en el tope de la atmósfera.

$I_{sc}$  = Constante de la radiación

$\vartheta$  = Latitud geográfica

$\delta$  = Angulo de declinación

H = Angulo horario

Este modelo es muy utilizado por su sencillez, como se deduce de las Refs. (10) y (2) y sólo requiere para su aplicación del índice de nubosidad.

## CAPITULO IV

### AJUSTES NUMERICOS A DATOS DE LA RADIACION DIFUSA

## **AJUSTES NUMERICOS A DATOS DE LA RADIACION DIFUSA.**

Después de estudiar algunos de los modelos teóricos y empíricos que se usan para el análisis de la radiación difusa en el domo atmosférico, observamos la diferencia que existe entre las teorías y los modelos empíricos propuestos para esta investigación. El trabajo actual pretende estructurar un método de análisis de datos concerniente a la radiación solar en la atmósfera, teniendo las siguientes consideraciones: Captura de datos, análisis del comportamiento de los mismos y su ajuste numérico.

### **IV-1 CAPTURA DE DATOS**

La captura de datos, indispensables para estudiar las fracciones de radiación difusa se llevó a cabo mediante el siguiente procedimiento:

Se amplificaron las gráficas publicadas en la ref. (12) en un sistema de coordenadas polares fig. IV-1, con el fin de obtener, por inspección directa y gráfica, los datos requeridos. La gráfica utilizada corresponde a una serie de observaciones hechas el 10 de febrero de 1978, en la estación climatológica de la University of British Columbia de Vancouver (Canadá), situada entre los  $49^{\circ} 15'$  latitud norte y  $12^{\circ} 15'$  longitud oeste. La posición del sol corresponde a las 12:40 p.m. cuando el ángulo cenital es de 64.5 grados.

En la fig. IV-1 el punto central, marcado con la letra (Z), indica el cenit de la localidad; en la misma figura, la distancia medida cada 10 grados corresponde, a lo que se llamará el ángulo cenital y se señalará con la letra

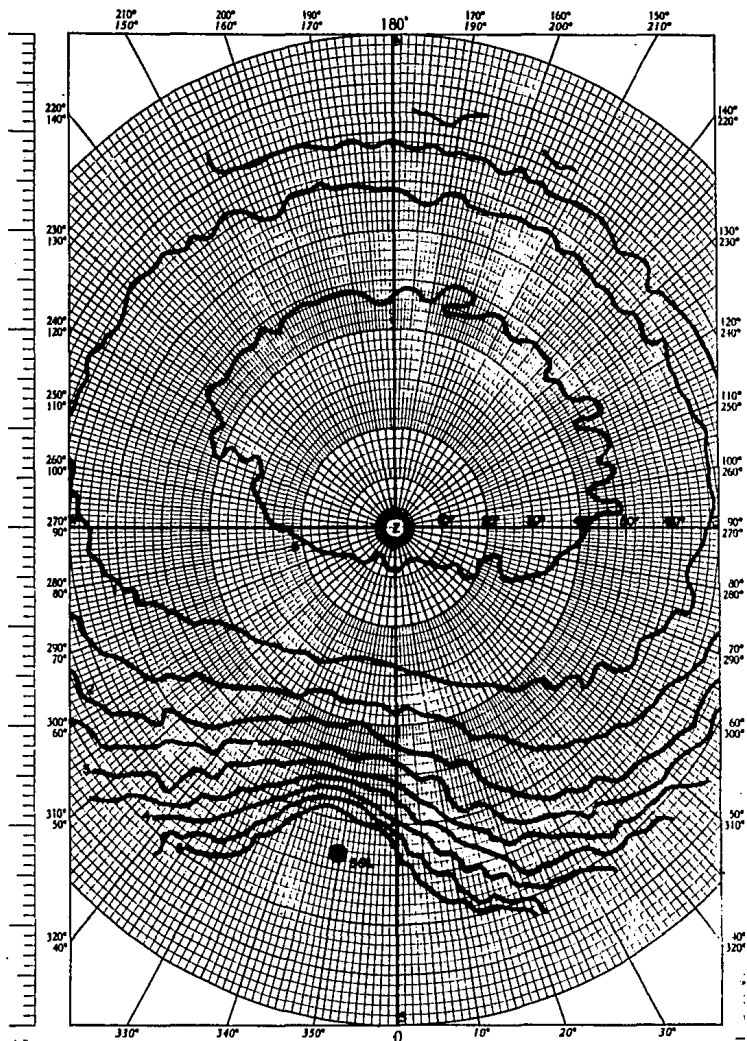


Fig IV-1 DISTRIBUCION ANGULAR DE LA RADIACION DIFUSA ( $\text{sr}^{-1}$ ) CUANDO EL ANGULO SOLAR CENTRAL ES DE  $64.6^\circ$  (McARTHUR, L. J. B. ref. 12).

(z); y la S, en la parte inferior de la figura, significa el sur geográfico de la localidad.

Debido a que para localizar un punto en coordenadas polares se precisa una distancia y un ángulo, hemos tomado por distancia el ángulo cenital cuyo origen de mediciones es el cenit de la localidad; el ángulo circular se comenzará a medir a partir del sur geográfico (S) y a la derecha correspondiente al ángulo acimutal, que se marcará con la letra ( $\psi$ ); llamaremos acimut solar al ángulo comprendido entre la proyección del sol sobre el horizonte y el sur geográfico, que anotaremos con la letra ( $\psi_0$ )

Partiendo de la base que un punto del domo atmosférico puede servir de referencia para el sur geográfico o para el acimut solar, se ha optado por lo último, a fin de hacer más manejables los datos. Arrancaremos pues, de estas premisas.

Para determinar el ángulo comprendido entre el acimut solar con el cero en el sur geográfico se usará la expresión dada en la ref. (20), la cual se puede deducir usando la fig. IV-2.

$$\psi = \text{sen}^{-1} \left\{ \cos(\delta) \text{sen}(H) / \cos(h) \right\} \quad \dots\dots \text{IV-I}$$

dónde h es el ángulo de elevación sobre el horizonte, a veces también llamado altitud; H es el ángulo horario, igual a cero en el mediodía, avanza 15 grados de longitud por cada hora, y es negativo en las tardes. En el caso

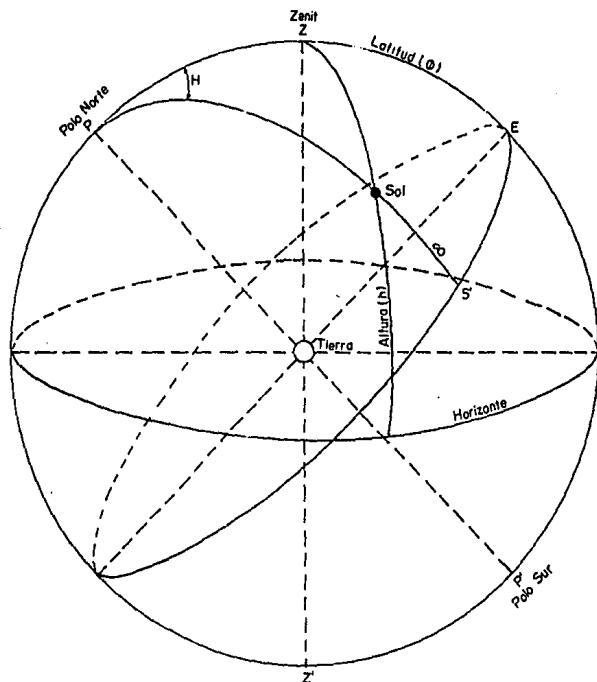


Fig. IV-2 ESFERA CELESTE

$\phi'$ : COLATITUD

PP': EJE TERRESTRE

D': CODECLINACION

EE' I SOBRE EL ECUADOR TERRESTRE

$\delta$ : DECLINACION

$90^\circ - h$ : ANGULO CENITAL

considerado la hora es 12:40, por lo mismo, el valor de H es de -10 grados;  $\delta$  es el ángulo de declinación, o sea, el ángulo de inclinación del eje de la tierra hacia el sol, que puede ser calculado usando la relación propuesta por Robinson, N., ref. (15)

$$\delta = 23.45 \operatorname{sen} \left\{ 360 \frac{[284 + N]}{365} \right\} \quad \dots\dots\dots \text{IV-II}$$

dónde 23.45 es el ángulo formado por el ecuador de la tierra y el plano de la eclíptica; N corresponde al número de día del año. En este caso, N es igual a 41. La altura solar tiene un valor de  $25^{\circ} 30'$ , ya que el ángulo cenital solar es de  $64^{\circ} 30'$ .

De las relaciones IV-I y IV-II se obtiene:

$$\delta = -14^{\circ} 45'$$

$$\psi_o = -10^{\circ} 45' \quad \dots\dots\dots \text{IV-III}$$

Determinado el valor de  $\psi_0$ , que corresponde a los datos conocidos y proporcionados en la ref. (12), rotamos la figura IV-1 (ángulo  $\psi_0$ ) de tal forma que el acimut solar sea nuestro origen, es decir  $\psi = 0^\circ$ , con lo que obtenemos la situación que se presenta en la fig. IV-3.

En el renglón de la parte superior de la tabla IV-1 se encuentran los valores del ángulo acimutal, incrementados cada 10 grados; la primera columna corresponde a la altitud, aquí se llamará ángulo de elevación, y quedará anotada con la letra  $\beta$ ; en la segunda columna ( $z$ ) de la tabla se representa el ángulo cenital, que varía de 0 grados en el cenit de la localidad a  $90^\circ$  en el horizonte; en la intersección de cada columna y renglón se encuentra el valor correspondiente de la intensidad de la radiación.

Como puede observarse, en la figura IV-3 existen algunos puntos de ángulos cenitales y acimutales de  $10^\circ$  por lo cuales no pasa ninguna isolínea. Estos puntos se obtuvieron por interpolación para cada  $10^\circ$  de acimut y se anotaron en su fila y columna correspondiente, con el propósito de contar con mayor número de puntos o datos.

Para el análisis de los datos correspondientes a la fig. IV-3, se propone dividir el hemisferio celeste en dos grandes regiones.

a) La circunsolar, que se representa con líneas punteadas medidas a partir de la posición del sol y que se extiende en forma radial hasta alcanzar un ángulo de  $70^\circ$ . No se tiene en cuenta el anillo que circunda el sol con un ángulo de dispersión equivalente a 10 grados, por ser esta región una fuente de radiación directa.



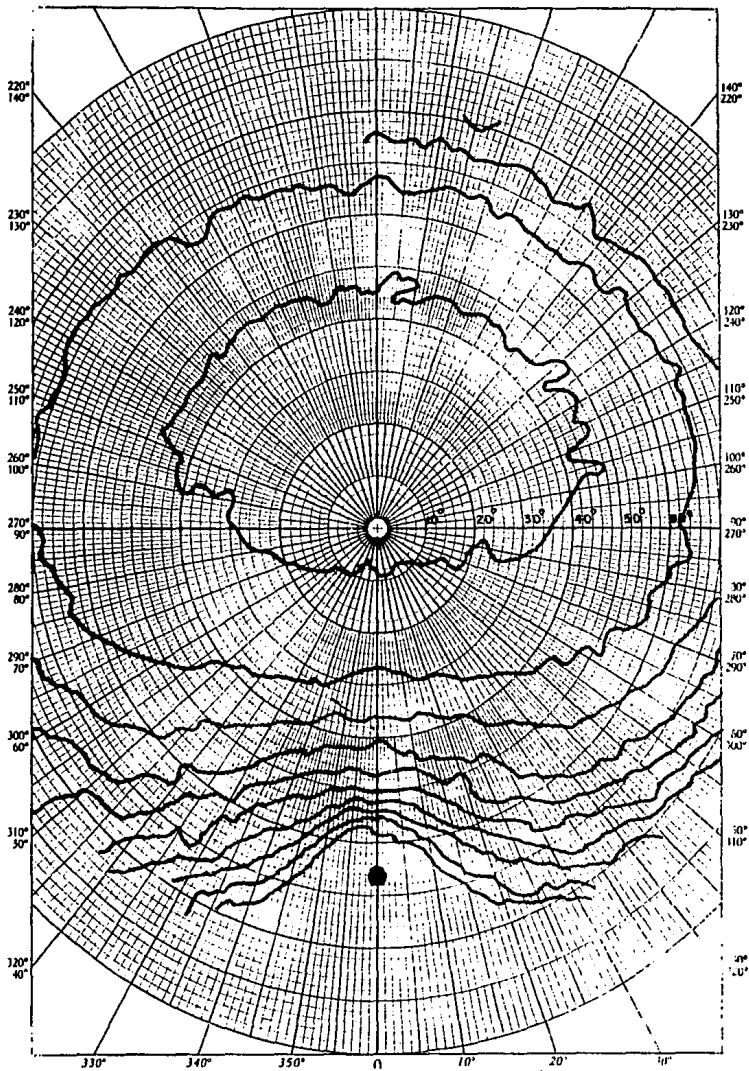


FIG. IV-3 DISTRIBUCION ANGULAR DE LA RADIACION DIFUSA ( $ST^{-1}$ ) CUANDO SE HA GIRADO LA FIG. IV-1  $10^{\circ} 45'$

P°	Z°	A C I M U T																												
		10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°											
0	90				6.07		5.3			2.87		3.4		4.075	4.825		2.75		3.175											
5	80				4.575	4.15	3.5	3.5		2.1	2.875	2.0		2.55	2.75	2.45	2.35	2.175	2.475											
10	70			4.625	3.75	3.15	2.4	1.95	1.775	1.475	1.4	1.325	1.225	1.375	1.425	1.425	1.225	1.4	1.4	1.375										
15	60		5.35	3.5	2.7	2.25	1.75	1.475	1.225	1.0	0.925	0.9	0.85	0.8	0.825	0.8	0.925	0.875	0.875	0.875										
20	50		5.425	3.5	1.925	1.75	1.7	1.1	0.925	0.8	0.7	0.675	0.625	0.575	0.575	0.625	0.65	0.625	0.625	0.625										
25	40		1.875	1.825	1.275	1.15	0.975	0.9	0.75	0.65	0.55	0.5	0.475	0.45	0.425	0.475	0.475	0.475	0.45	0.45										
30	30		1.8	1.8	0.95	0.875	0.775	0.725	0.6	0.525	0.425	0.4	0.4	0.375	0.35	0.375	0.375	0.4	0.375	0.375										
35	20		0.775	0.7	0.7	0.65	0.625	0.6	0.5	0.425	0.325	0.375	0.375	0.375	0.325	0.35	0.35	0.375	0.35	0.325										
40	10		0.905	0.825	0.825	0.5	0.5	0.5	0.425	0.375	0.35	0.325	0.375	0.375	0.35	0.375	0.35	0.4	0.375	0.35										
45	0		0.425	0.425	0.425	0.4	0.415	0.425	0.35	0.35	0.35																			
		100°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°	200°	200°	210°	220°	230°	240°	250°	260°	270°	280°	290°	300°	310°	320°	330°	340°	350°	360°	
0	90	3.175	2.85	2.4	2.075	2.5	2.125	2.0	1.55	1.375	2.15	3.375		4.4	4.325															
5	80	2.475	1.9	1.725	1.55	1.375	1.525	1.525	1.25	1.225	1.575	2.05	3.375	3.25	3.5															
10	70	1.375	1.3	1.225	1.075	1.05	1.025	1.125	1.0	1.05	1.175	1.475	1.75	2.175	2.8	3.75	4.825													
15	60	0.875	0.85	0.85	0.775	0.75	0.75	0.825	0.825	0.9	0.925	1.1	1.325	1.65	2.225	2.8	5.6	6.0	6.0											
20	50	0.625	0.6	0.525	0.575	0.575	0.6	0.625	0.65	0.775	0.775	0.875	1.075	1.325	1.7	2.65	3.5	3.5	3.5											
25	40	0.45	0.45	0.475	0.475	0.475	0.475	0.475	0.525	0.625	0.65	0.725	0.875	1.075	1.25	1.425	1.75	1.85	1.95											
30	30	0.375	0.4	0.4	0.4	0.4	0.425	0.4	0.425	0.525	0.55	0.6	0.7	0.85	0.875	0.975	1.0	1.175	1.75											
35	20	0.825	0.375	0.375	0.55	0.575	0.375	0.35	0.375	0.45	0.45	0.525	0.6	0.65	0.675	0.7	0.675	0.75	0.375											
40	10	0.85	0.575	0.575	0.375	0.375	0.375	0.35	0.35	0.4	0.4	0.45	0.475	0.5	0.525	0.525	0.525	0.53	0.53											
45	0											0.55	0.6	0.4	0.4	0.425	0.4	0.45	0.425	0.4										

Tabla IV-1 Distribución angular de la radiación difusa ( $N_e$ )  
 LOS CUADROS REMARCADOS CORRESPONDEN A LA REGION CIRCUNSOLAR, LOS DEMAS  
 A LA REGION HEMISFERICA.

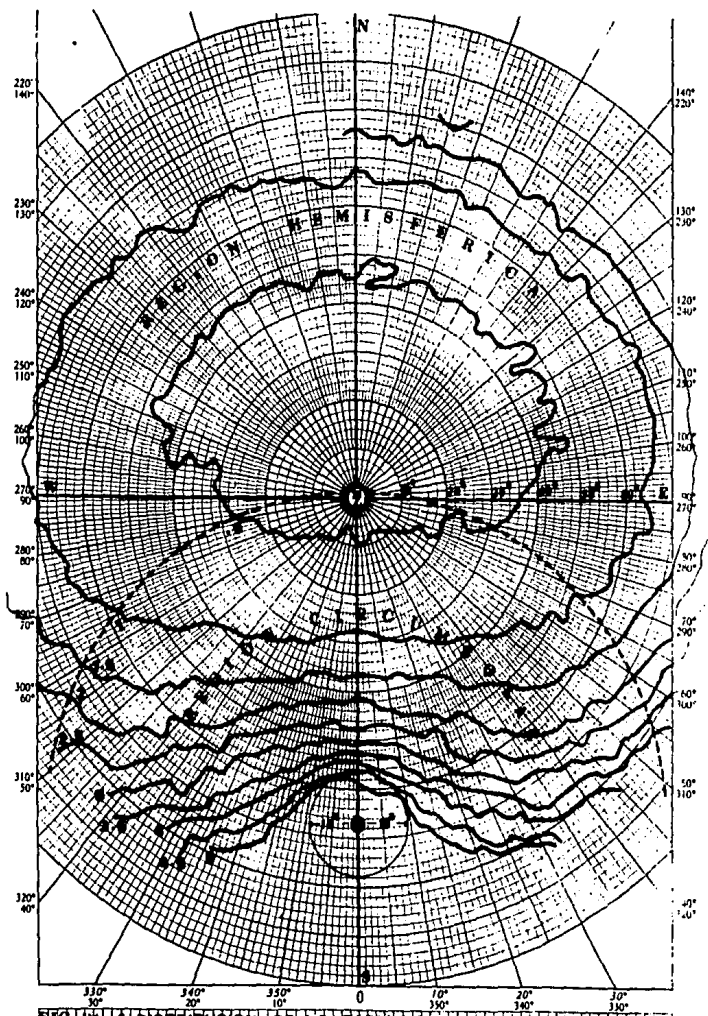


FIG. IV 4. DISTRIBUCIÓN DE LA RADIACIÓN DIFUSA CIRCUMPOLAR Y HEMISFÉRICA. ( $N/g$ )  $N$  ES LA RADIANCIA Y  $g$ , IRRADIANCIA

## IV-2 ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS DATOS

Para la región hemisférica se hizo una gráfica de datos de la tabla IV-1; en el eje horizontal se presentó en forma gráfica el ángulo de elevación  $\beta$ , y en el vertical, el valor de la intensidad  $I$ . En las figuras (IV-5 a IV-8) se observan grupos de cinco curvas para facilitar la identificación de cada una de ellas. En la de 90 grados de acimut, se puede advertir lo siguiente: a medida que nos aproximamos al horizonte, es decir, a 0 grados, el valor de la intensidad de la radiación es cada vez mayor. Sin salir de la gráfica, en la curva correspondiente a los  $100^\circ$  se descubre el mismo fenómeno, con la particularidad de que el valor de la pendiente en el horizonte es menor, lo que nos permite suponer, que cuando el valor del acimut aumenta también crece el de la intensidad en el horizonte. Anotamos, sin embargo, que si en la curva de 100 grados el valor de la pendiente en el horizonte es mayor, este valor disminuye en la de  $130^\circ$ . En el grupo de curvas (fig. IV-6) observamos que para  $150^\circ$  de acimut la pendiente es mayor que la de  $140^\circ$ ; para  $160^\circ$ , aumenta, y para  $170^\circ$  disminuye. Sin embargo, desde los  $140^\circ$  a los  $170^\circ$  de acimut, se advierte un aumento gradual; en los siguientes grupos de curvas, éste continúa hasta llegar a los  $230^\circ$ , a partir de los cuales se registra un descenso, acompañado de un incremento en el valor de intensidad. Este aumento, que se manifiesta en la parte inferior de la región hemisférica y que se produce cuando los ángulos cenitales son mayores de 20 grados, se debe a que cuanto más oblicuo es el ángulo de incidencia, mayor es la porción de energía reflejada (ref. 17). En algunos casos, las curvas, a igual ángulo cenital,

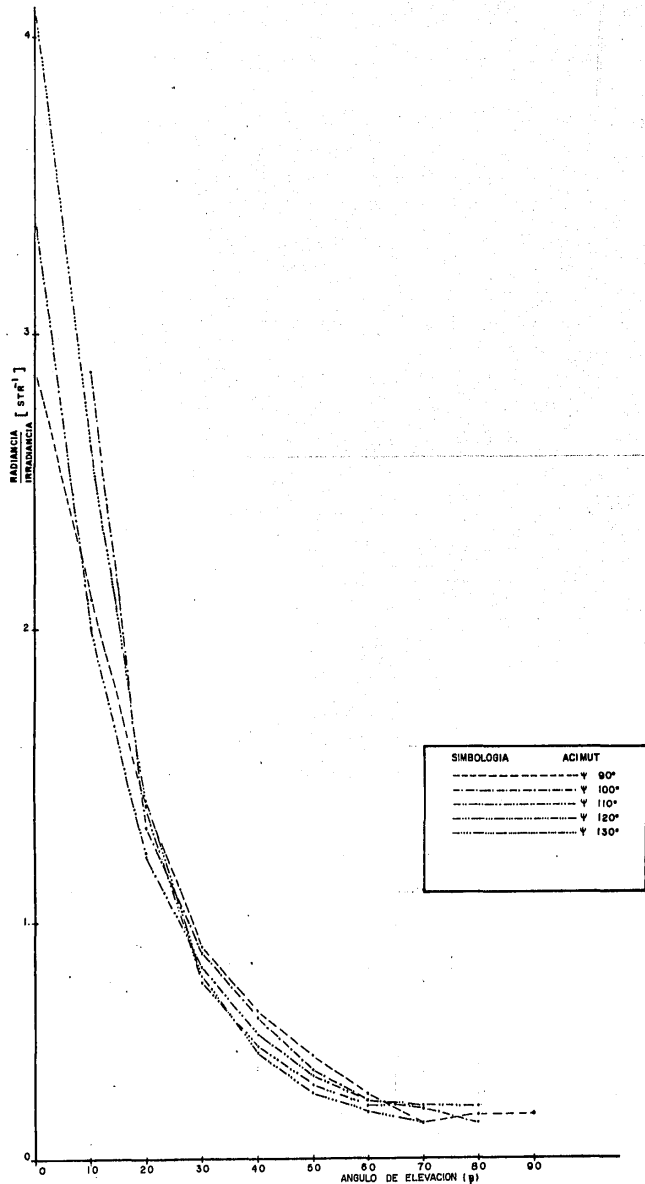


FIG. IV-5 CADA CURVA REPRESENTA LA VARIACION DE LA RAZON  $[N/E]$  DE LA RADIACION DIFUSA, PARA INCREMENTOS DE 10 GRADOS DE ANGULO ACIMUTAL ( $\psi$ ).

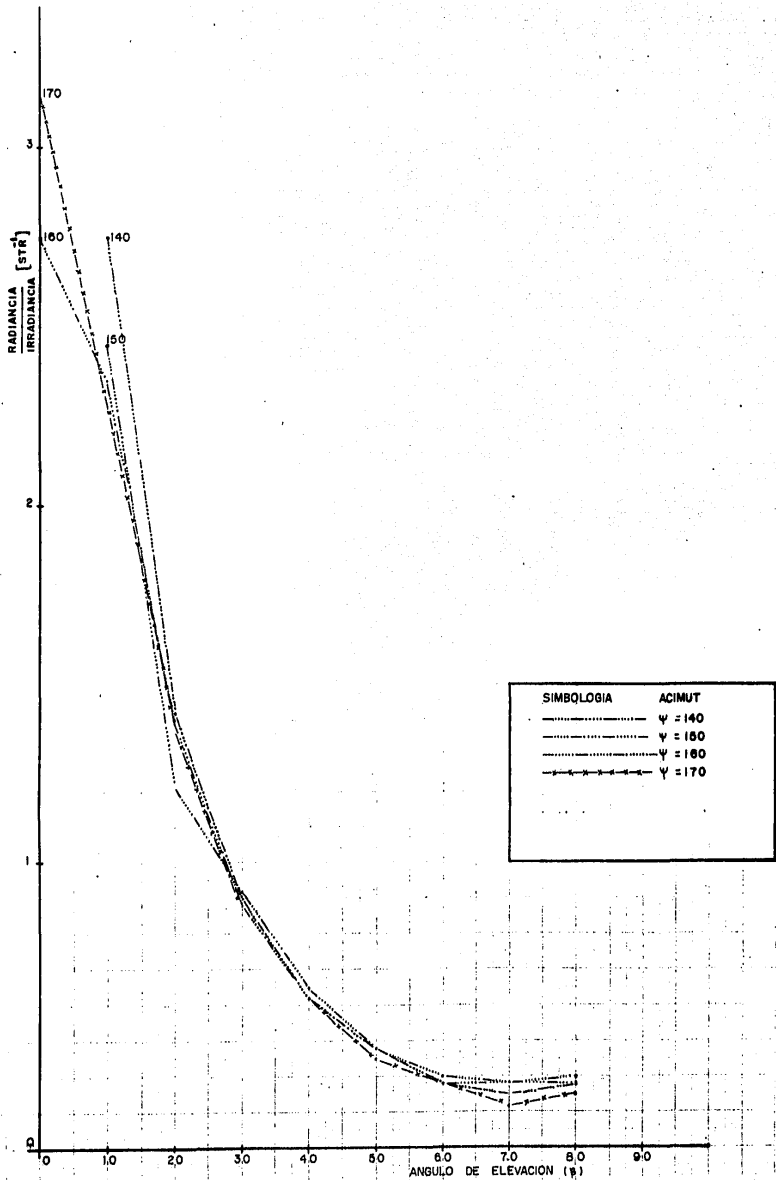


FIG. IV-6 . CADA CURVA REPRESENTA LA VARIACION DE LA RAZON [N/E] DE LA RADIACION DIFUSA, PARA INCREMENTOS DE 10 GRADOS DE ANGULO ACIMUTAL ( $\psi$ ).

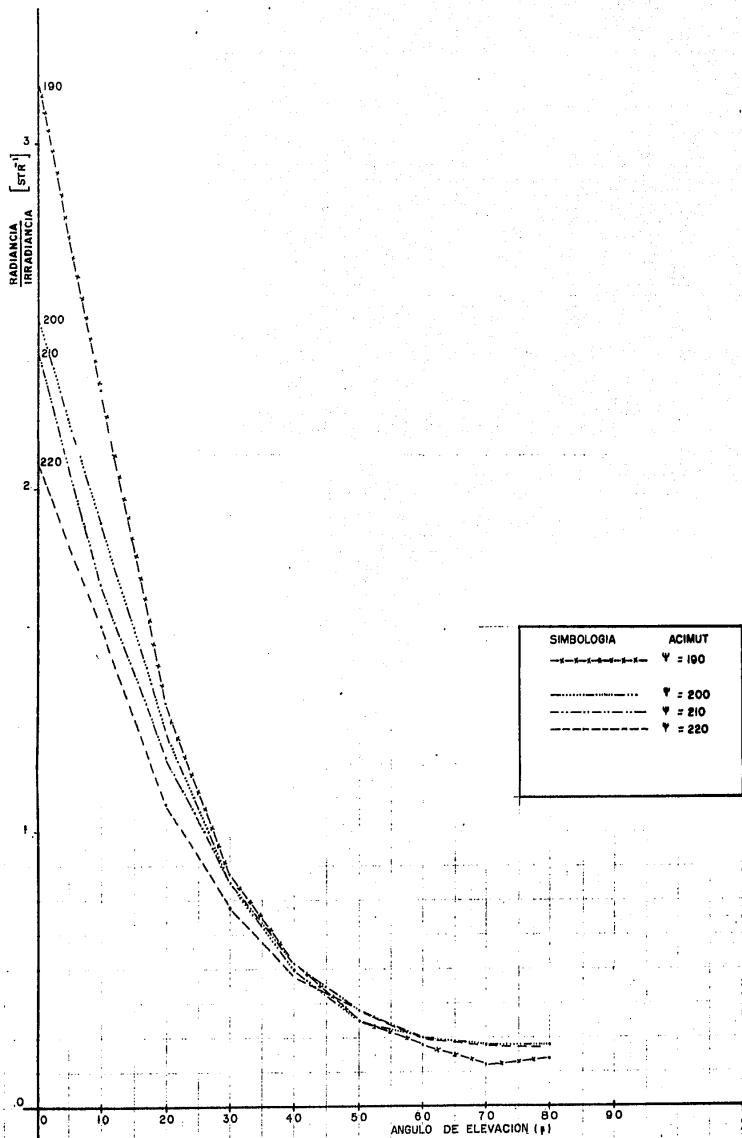


FIG. IV-7 CADA CURVA REPRESENTA LA VARIACION DE LA RAZON  $[N/E]$  DE LA RADIACION DIFUSA, PARA INCREMENTOS DE 10 GRADOS DE ANGULO ACIMUTAL ( $\Psi$ )

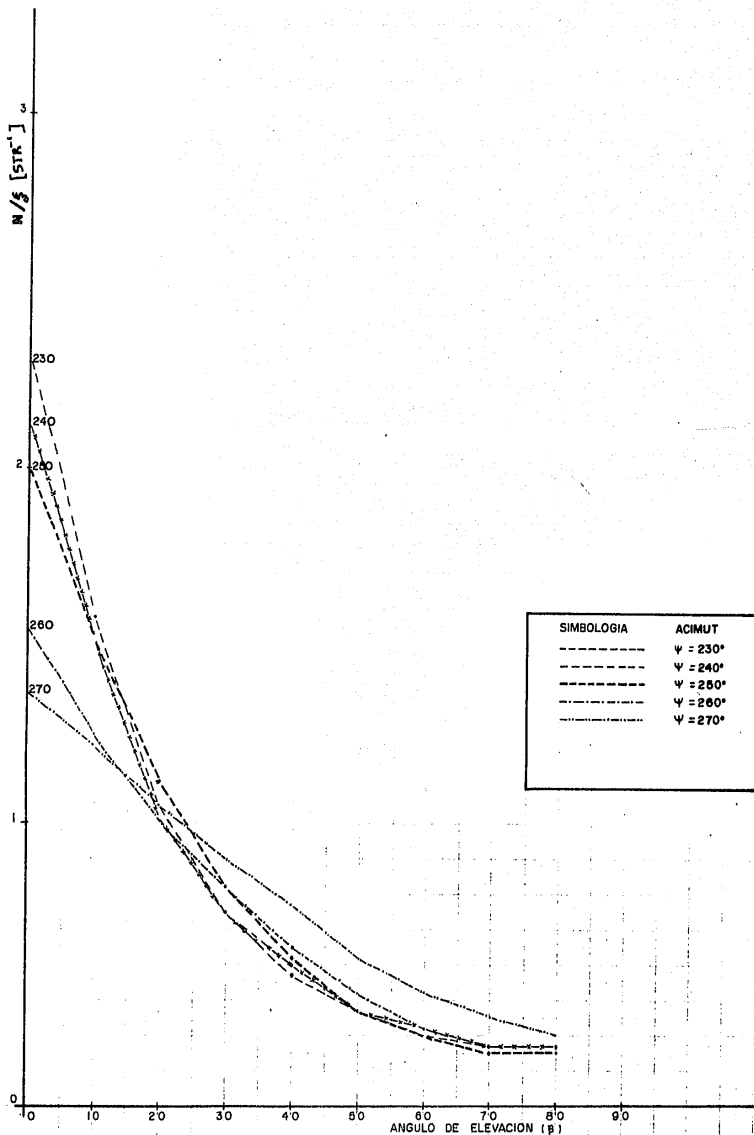


FIG. IV-8. CADA CURVA REPRESENTA LA VARIACION DE LA RAZON  $[N/\xi]$  DE LA RADIACION DIFUSA, PARA INCREMENTOS DE 10 GRADOS DE ANGULO ACIMUTAL ( $\psi$ )

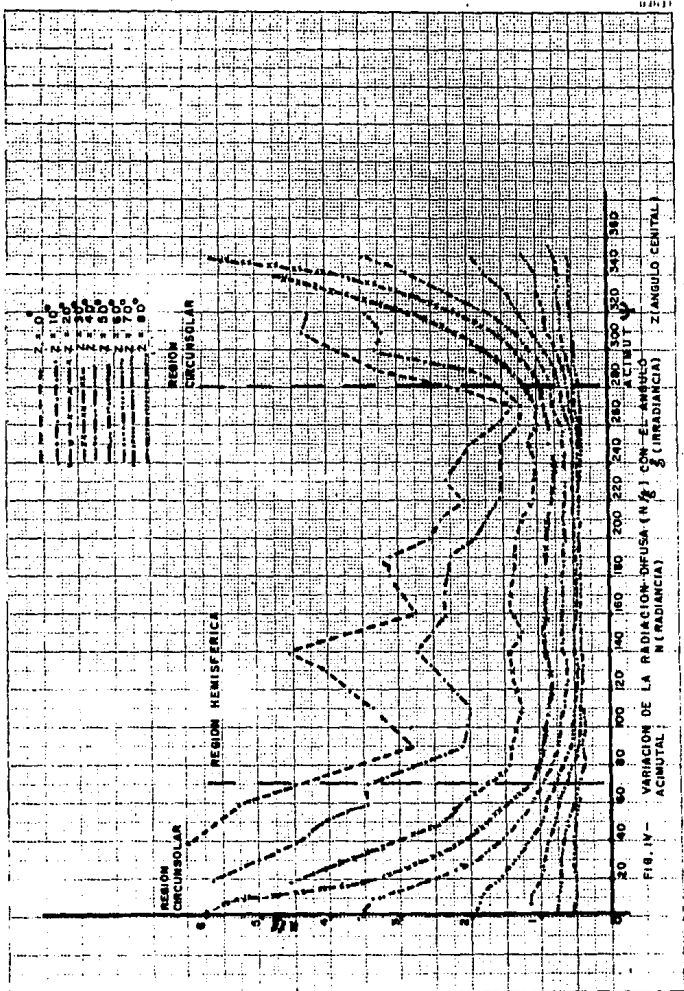


presentan una disminución, lo que podría atribuirse al tipo de superficie con mayor capacidad de absorción.

La irregularidad que se observa en las líneas de la misma intensidad (fig. IV-3) se debe a que la atmósfera no es homogénea. Este mismo argumento se puede aplicar a las curvas a lo largo del acimut 260 y 270 grados respectivamente, ya que el comportamiento de éstas es totalmente distinto a todas las demás; si la atmósfera fuera homogénea no se producirían estas anomalías y las curvas serían regulares, y totalmente lisas, como lo dicen los modelos teóricos.

La variación que se revela en toda la zona hemisférica sólo atañe a la región que va de los 20 a los cero grados de ángulo de elevación, por lo mismo habría que considerar otra región, como lo proponen Hooper, F.C. y Brunguer, A.P. (ref. 6), que sería la del horizonte brillante; esta fue la que estudiamos en el capítulo III en donde el hemisferio celeste fué dividido en tres regiones.

En la fig. IV-9 se examinan todas las curvas distinguiéndolas por región circunsolar parte central y región hemisférica. En todas ellas el eje horizontal corresponde al acimut, y la parte superior se refiere a la región llamada de horizonte brillante (ref. 6).



En la región entre los 20 y 80 grados de ángulo de elevación, referida a la región hemisférica, se advierte que las curvas presentan un comportamiento similar. Debido a esta semejanza fue posible encontrar una expresión analítica que las englobara.

De la fig. IV-9, la región circunsolar comprendida entre los cero y los  $70^{\circ}$ , así como de los 290 a los 360 grados de acimut salta a la vista que aunque estas curvas no se agrupan presentan cierto paralelismo; también se encontró una expresión general para el comportamiento de esta región, exceptuadas las dos primeras curvas de la zona superior de la figura, por encontrarse en la parte más baja del domo atmosférico.

#### IV-3 AJUSTE NUMERICO DE LOS DATOS

De los 213 casos capturados para el estudio de la región hemisférica, parte baja del hemisferio celeste, sólo fueron examinados los que correspondían al intervalo entre los 20 y 80 grados de acimut, quedando libres de observación los incluidos en el intervalo de 0 a 20 grados y que constituyen el 20% del total de los puntos para esta región. Siguiendo el método propuesto por Morris, C.W. y Lawrence, J.M., (ref. 14), el 80% de los puntos sobrantes se ajustaron a un polinomio de segundo grado de la forma:

$$I = A_0 + A_1\beta + A_2\beta^2 \quad \dots\dots\dots \text{IV-4}$$

dónde  $\beta$  es el ángulo de elevación. El valor que se obtuvo para los coeficientes es de:

$$A_0 = 2.78729724$$

$$A_1 = -0.0796259765$$

$$A_2 = 0.000630351652$$

El coeficiente de correlación fue de 0.93 y el error, del 30%. Determinada I, se sustituyen los valores de  $\beta$  para ver si es posible reproducir los datos. La curva que se obtiene está en la fig. IV-10 en línea continúa.

La correlación mejora, y el error disminuye, cuando se considera un polinomio de tercer grado. Si continuamos aumentando el grado del polinomio hasta obtener uno de cuarto grado, el coeficiente de correlación será de 0.9999. El error más alto que se obtuvo fue del 12%, por eso se ofrece un

polinomio de cuarto grado capaz de reproducir la mayoría de los datos. En conclusión, se propone para esta región el siguiente polinomio:

$$I_h = A_0 + A_1\beta^1 + A_2\beta^2 + A_3\beta^3 + A_4\beta^4 \quad \dots\dots\dots \text{IV-5}$$

- donde  $A_0 = 8.84,$   
 $A_1 = -0.16,$   
 $A_2 = 6.32 \times 10^{-4}$   
 $A_3 = 2.88 \times 10^{-7}$   
 $A_4 = -2.82 \times 10^{-9}$

En el que el subíndice de h en la ecuación IV-5 se refiere a la región hemisférica. Si deseamos calcular el flujo neto de la radiación  $\phi_h$  (estamos con la región hemisférica) sobre una superficie de orientación arbitraria (fig. IV-11). La expresión para realizar este cálculo sería:

$$\phi_h = \int_{\phi=0}^{\pi/2} \int_{\beta=\alpha}^{\pi/2} I_h \text{ sen } (\alpha + \beta) \text{ cos } (\beta) d\beta d\phi + \int_{\phi=0}^{\pi/2} I_h \text{ sen } (\alpha - \beta) \text{ cos } (\beta) d\beta d\phi \quad \dots\dots\dots \text{IV-6}$$

dónde  $I_h$  es la intensidad de la radiación hemisférica, cuya expresión es IV-5;  $\beta$  el ángulo de elevación del punto considerado y  $\alpha$ , el ángulo de inclinación de la superficie.

Como se puede ver en la tabla IV-1, el número de puntos para la región circumsolar es de 93 (marcados en negro) sin considerar los puntos que van de los 70 a los 90 grados de ángulo centales los que representan el 9% del total de los puntos. Esta región se considera fuertemente afectada por la reflexión de la luz de la superficie terrestre.

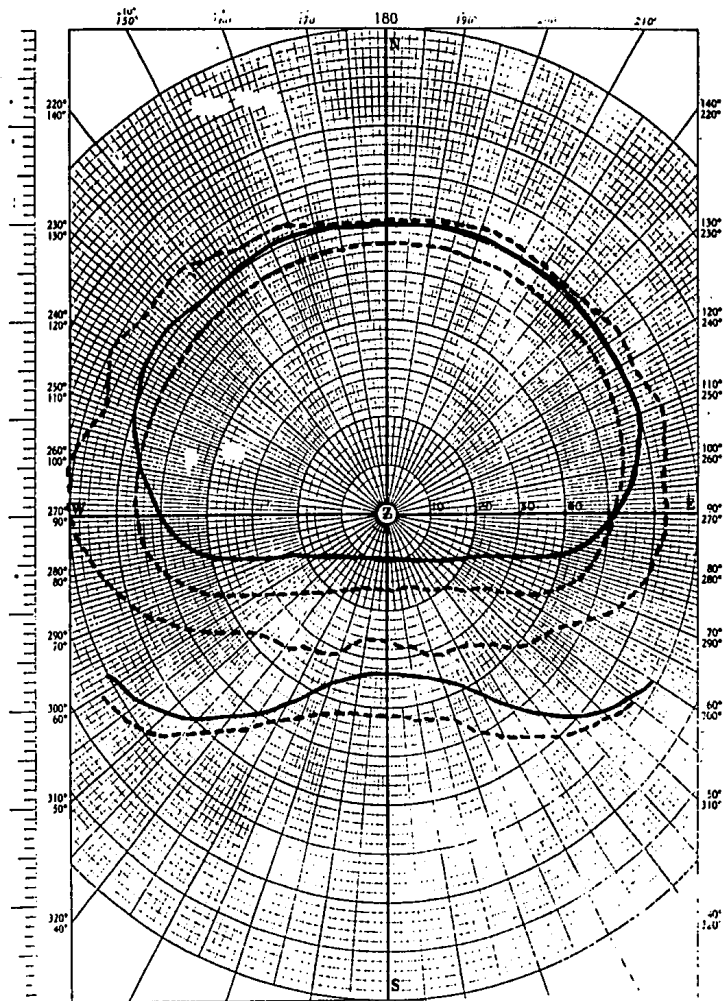


FIG. IV - 10. DISTRIBUCION ANGULAR  $[N/\xi]$  DE LA RADIACION DIFUSA  
USANDO LAS ECUACIONES IV-5 Y IV-7

Para la zona llamada circunsolar se propone una ecuación del tipo exponencial de la forma:

$$I_c(Z, \psi) = A \exp \left[ m_1 \Delta Z + m_2 \Delta \psi \right] \quad \dots\dots\dots \text{IV-7}$$

donde: A,  $m_1$ ,  $m_2$  son constantes que hay que determinar.

$\Delta \psi$ ,  $\Delta z$  serán los incrementos del ángulo acimutal y cenital, respectivamente.

Después de aplicar logaritmos a la ecuación IV-7 nos queda una expresión de la forma

$$I' = A' + a_1 x + a_2 y \quad \dots\dots\dots \text{IV-8}$$

dónde  $I' = \log I$

$$A' = \log A$$

y de la ecuación IV-7

$$a_1 = m_1$$

$$a_2 = m_2$$

Para determinar el valor de las constantes  $a_1$  y  $a_2$  se usó un programa de regresión múltiple (ver apéndice B) y los 93 puntos considerados alrededor del sol. Todos los valores examinados están comprendidos en la región que va de los  $10^\circ$  a los  $60^\circ$ , y de los 300 a los  $10^\circ$  de ángulo acimutal. En lo que respecta al ángulo cenital, el rango de valores va de  $0^\circ$  a  $54.5$  grados, ya que se decidió no tomar en cuenta un radio de 10 grados en cuyo centro se encuentra el sol (64.5 grados de ángulo cenital según la ref. 12)

El valor que se obtiene de las constantes es:

$$A' = 0.9435$$

$$a_1 = 0.0295$$

$$a_2 = -2.51 \times 10^{-4}$$

El coeficiente de correlación es de 0.916 y el error estandar, de 0.334.

Finalmente la ecuación IV-7 queda de la siguiente forma

$$I_c(Z, \psi) = 2.56 \exp [0.295\Delta Z - 0.000251\Delta\psi] \quad \dots\dots \text{IV-9}$$

Esta expresión se utiliza nuevamente asignando los valores de  $\Delta Z$  y  $\Delta\psi$  y los datos que se obtienen están en la tabla IV-II.



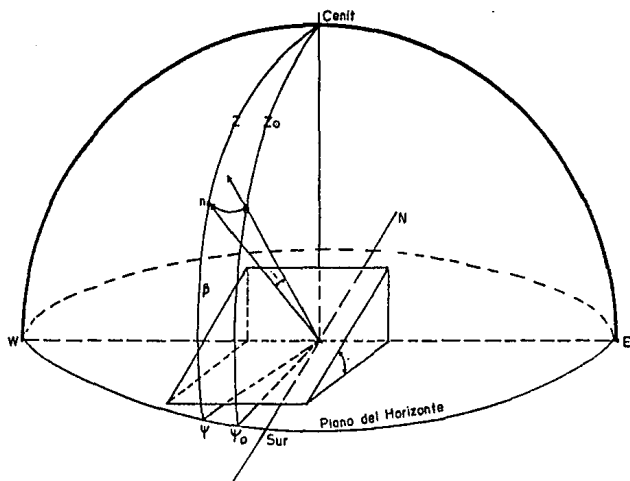


Fig 4-11 RADIACION INCIDENTE SOBRE UNA SUPERFICIE INCLINADA.

$Z$ ; ANGULO CENITAL

$\beta$ ; ANGULO DE ELEVACION

$\psi$ ; ACIMUT

$\alpha$ ; ANGULO DE LA SUPERFICIE INCLINADA

TABLA IV-II. DISTRIBUCION ANGULAR DE LA RADIACION DIFUSA [ $N/\xi$ ]. En la primera columna datos de la tabla IV-1 y en la segunda columna usando la relación IV-9. Las unidades son en [ $str^{-1}$ ],  $\Delta Z$  y  $\Delta\psi$  son los incrementos de los ángulos cenital y acimutal.

Medido I [ $str^{-1}$ ]	Calculado I [ $str^{-1}$ ]	$\Delta Z$	$\Delta\psi$
5.35	2.67	0°	10°
3.425	1.98	-10	10
1.875	0.62	-20	10
1.15	0.14	-30	10
0.775	0.787	-40	10
0.505	0.585	-50	10
0.425	0.436	-60	10
3.5	2.66	0	20
4.625	3.43	10	20
5.7	4.6	20	20
2.6	1.9	-10	20
1.625	1.41	-20	20
1.0	1.05	-30	20
0.7	0.78	-40	20
0.525	0.58	-50	20
0.425	0.435	-60	20
2.7	2.54	0	30
3.75	3.41	10	30
1.925	1.89	-10	30
1.375	1.4	-20	30
0.95	1.04	-30	30
0.7	0.78	-40	30

Medido I [str <sup>-1</sup> ]	Calculado I [str <sup>-1</sup> ]	$\Delta Z$	$\Delta\psi$
0.525	0.58	-50	30
0.425	0.43	-60	30
2.125	2.53	0	40
3.15	3.4	10	40
4.575	4.57	20	40
6.075	6.14	30	40
1.575	1.88	-10	40
1.15	1.4	-20	40
0.875	1.04	-30	40
0.65	0.77	-40	40
0.5	0.57	-50	40
0.4	0.43	-60	40
1.75	2.5	0	50
2.4	3.4	10	50
4.15	4.5	20	50
1.3	1.88	-10	50
0.975	1.4	-20	50
0.775	1.04	-30	50
0.625	0.77	-40	50
0.5	0.57	-50	50
0.425	0.43	-60	50
1.65	2.59	0	-50
2.175	3.4	10	-50
3.25	4.6	20	-50
4.4	6.2	30	-50
1.325	1.93	-10	-50
1.075	1.43	-20	-50
0.85	1.06	-30	-50
0.65	0.79	-40	-50
0.5	0.59	-50	-50
0.4	0.44	-60	-50
2.225	2.58	0	-40
2.8	3.47	10	-40

Medido I [str <sup>-1</sup> ]	Calculado I [str <sup>-1</sup> ]	$\Delta Z$	$\Delta\psi$
3.5	4.6	20	-40
4.325	6.2	30	-40
1.7	1.9	-10	-40
1.25	1.4	-20	-40
0.875	1.06	-30	-40
0.675	0.79	-40	-40
0.525	0.59	-50	-40
0.425	0.44	-60	-40
2.9	2.57	0	-30
3.75	3.4	10	-30
2.25	1.9	-10	-30
1.425	1.4	-20	-30
0.975	1.06	-30	-30
0.7	0.79	-40	-30
0.525	0.59	-50	-30
0.4	0.43	-60	-30
3.8	2.57	0	-20
4.825	3.46	10	-20
2.8	1.92	-10	-20
1.75	1.42	-20	-20
1.0	1.06	-30	-20
0.675	0.79	-40	-20
0.525	0.58	-50	-20
0.45	0.43	-60	-20
6.0	2.56	0	-10
3.5	1.91	-10	-10
1.95	1.42	-20	-10
1.175	1.06	-30	-10
0.75	0.78	-40	-10
0.55	0.58	-50	-10
0.425	0.43	-60	-10
6.0	2.56	0	0

Medido I [str <sup>-1</sup> ]	Calculado I [str <sup>-1</sup> ]	$\Delta Z$	$\Delta\psi$
3.625	1.9	-10	0
1.95	1.42	-20	0
1.175	1.05	-30	0
0.775	0.78	-40	0
0.55	0.58	-50	0
0.4	0.43	-60	0

## CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Los objetivos de este trabajo eran conocer algunos de los modelos tanto empíricos como teóricos con los cuales se pudiera determinar la distribución de la radiación difusa, sobre todo el hemisferio celeste para que posteriormente utilizando los datos que se obtuvieran a partir de las gráficas publicadas por MacArthur (ref. 12) realizar un ajuste a dichos modelos o proponer otro que los pudiera englobar.

Para conseguir los objetivos propuestos se procedió a dividir el domo atmosférico en dos grandes regiones, una que se llamó circunsolar y la otra hemisférica y se encontró lo siguiente:

La radiación difusa en la zona hemisférica está descrita por un polinomio de cuarto grado y para la zona llamada circunsolar la relación es de tipo exponencial como se pudo verificar al utilizar las relaciones matemáticas encontradas y comparar los resultados con los datos previamente tomados de las gráficas publicadas en la referencia (12).

Las dos relaciones matemáticas propuestas aquí, mejoran los resultados que se obtienen al utilizar los modelos propuestos por Lawrence y Morris (ref. 14).

No podría hablar de las ventajas o desventajas de este trabajo con respecto de otros previamente publicados, puesto que los datos que se utilizaron aquí corresponden a una sola observación, sin embargo las relaciones encontradas son muy flexibles en su aplicación y es posible que el

comportamiento de la intensidad de la radiación en la zona hemisférica sea efectivamente de tipo polinomial y en la zona circunsolar de tipo exponencial y entonces lo único que variaría en caso de aplicarlas a otras observaciones serían los coeficientes en ambas expresiones.

El problema que se presentó realmente fue en la captura de datos a partir de las gráficas, sin embargo esto se puede resolver usando un programa de computación.

En trabajos futuros se podría continuar con las investigaciones de MacArthur (ref. 12) y así poseer más datos y llegar a proponer los probables parámetros involucrados.

APENDICE A  
SIMBOLOGIA UTILIZADA

La cantidad de energía radiante recibida por unidad de tiempo se conoce como flujo radiante y el término densidad de flujo radiante significa flujo por unidad de área y sus unidades son  $[\text{watts}/\text{m}^2]$ .

- I: Intensidad de la radiación, se define como la densidad de flujo radiante por unidad de ángulo sólido y sus unidades son  $[\text{watts}/\text{m}^2 \cdot \text{str.}]$ .
- ξ: Irradiancia, densidad de flujo radiante que incide sobre una superficie horizontal y generalmente se expresa en  $[\text{watts}/\text{m}^2]$
- N: Radiancia, se define como la densidad de flujo radiante que incide por unidad de área y por unidad de ángulo sólido y sus unidades son  $[\text{watts}/\text{m}^2 \cdot \text{str.}]$
- ψ: Ángulo acimutal, que se mide horizontalmente; el  $0^\circ$  corresponde al sur; es positivo al oeste, y negativo, al este.
- Z: Distancia cenital. Es la distancia angular medida a partir del cenit local.
- Z<sub>o</sub>: Ángulo cenital solar.
- β<sub>o</sub>: Ángulo de elevación del sol, que es igual a la distancia cenital solar menos 90 grados.
- φ: Latitud geográfica, que está determinada por el ecuador terrestre y por el punto de interés sobre la tierra.
- δ: Ángulo de declinación, formado por el plano de la eclíptica y el ecuatorial.



- H: Ángulo horario; se mide a partir del mediodía astronómico.
- i: Ángulo de dispersión.
- h: Altura del sol sobre el horizonte.
- $\tau$ : Coeficiente de transmisión.
- Idh: Intensidad de la radiación difusa sobre una superficie horizontal.
- Ioh: Intensidad de la radiación difusa en el límite superior de la atmósfera terrestre.
- Isc: Constante solar [ $\text{watts/m}^2$ ]. Se define como la cantidad de energía por unidad de tiempo que recibe del sol, una superficie de área unitaria perpendicular a la radiación y a una distancia media del sol a la tierra.
- Masa de aire: Longitud de la trayectoria a través de la atmósfera que sigue la radiación, al nivel del mar y cuando la trayectoria es vertical la masa de aire es unitaria.

## APENDICE B

Programa utilizado para encontrar los coeficientes  $A$ ,  $m_1$  y  $m_2$  de la ecuación IV-7

```

5  HOME
10 PRINT "REGRESION LINEAL MULTIPLE"
20 PRINT
30 DIM X(9),S(9),T(9),A(9,10)
40 PRINT "NUMERO DE PUNTOS CONOCIDOS"
50 INPUT N
60 PRINT "NUMERO DE VARIABLES INDEPENDIENTES"
70 INPUT V
80 X(1) = 1
90 FOR I = 1 TO N
100 PRINT "PUNTO"; I
110 FOR J = 1 TO V
120 PRINT "VARIABLE"; J;
130 INPUT X(J + 1)
131 M = INT (T)
140 NEXT J
150 PRINT "VARIABLE DEPENDIENTE";
160 INPUT X(V + 2)
170 FOR K = 1 TO V + 1
180 FOR L = 1 TO V + 2
190 A(K,L) = A(K,L) + X(K) * X(L)
200 S(K) = A(K,V + 2)
210 NEXT L
220 NEXT K
230 S(V + 2) = S(V + 2) + X(V + 2)^ 2
240 NEXT I
250 FOR I = 2 TO V + 1
260 T(I) = A(1,I)

```

```

270 NEXT I
280 FOR I = TO V + 1
290 J = I
300 IF A(J,I) < > 0 THEN 340
305 J = J + 1
310 IF J < = V + 1 THEN 300
320 PRINT "LA SOLUCION NO ES UNICA"
330 GOTO 810
340 FOR K = 1 TO V + 2
350 B = A(I,K)
360 A(I,K) = A(J,K)
370 A(J,K) = B
380 NEXT K
390 Z = 1/ A(I,I)
400 FOR K = 1 TO V + 2
410 A(I,K) = Z * A(I,K)
420 NEXT K
430 FOR J = 1 TO V + 1
440 IF J = I THEN 490
450 Z = - A(J,I)
460 FOR K = 1 TO V + 2
470 A(J,K) = A(J,K) + Z * A(I,K)
480 NEXT K
490 NEXT J
500 NEXT I
510 PRINT
520 PRINT "ECUACION DE LOS COEFICIENTES:"
525 PRINT "CONSTANTE:" A(1,V + 2)
530 FOR I = 2 TO V + 1
540 PRINT "VARIABLE (" ; I - 1 ; "):" ; A(I,V + 2)
550 NEXT I
560 P = 0
570 FOR I = 2 TO V + 1

```

```

580 P = P + A(I,V + 2) * (S(I) - T(I) * S(1) / N)
590 NEXT I
600 R = S(V + 2) - S(1) ^ 2 / N
610 Z = R - P
620 L = N - V - 1
630 I = P / V
640 PRINT
650 I = P / R
660 PRINT "COEFICIENTE DE";
661 PRINT "DETERMINACION"
665 PRINT "      (R^2) ="; I
670 PRINT "COEFICIENTE DE CORRELACION"
675 PRINT "MULTIPLE="; SQR (I)
680 PRINT "ERROR ESTANDAR DE LA ESTIMA=";
681 PRINT SQR ( ABS (Z / L) )
690 PRINT
700 PRINT "INTERPOLACION:"
701 PRINT "(INTRODUCIR CERO PARA TERMINAR)"
710 P = A(1,V + 2)
720 FOR J = 1 TO V
730 PRINT "VARIABLE"; J;
740 INPUT X
750 IF X = 0 THEN 810
760 P = P + A(J + 1,V + 2) * X
770 NEXT J
780 PRINT "VARIABLE DEPENDIENTE =" ; P
790 PRINT
800 GOTO 710
810 PRINT : PRINT : PRINT "INTRODUCIR CERO PARA TERMINAR"
820 LIST

```

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Born, M. and Wolf, E. 1959; Principles of Optics, New York. Pergamon.
- 2.- Dave, J.V., Validity of the Isotropic Distribution Aproximation in Solar Energy Estimation. 1977. Solar Energy, V. (19) pp. 331-323.
- 3.- Erbs, D.G., Klein, S.A. and J.A. Duffie. Estimation of the Diffuse Radiation Fraction for Hourly Daily and Monthly Average Global Radiation. 1982. Solar Energy, V (28), N. (4) pp. 293-301.
- 4.- Garnier, B.J. and Atsumu Ohmura. 1970; The Evaluation of Surface Variations in Solar Radiation Income. Solar Energy. V. 13, pp. 21-34.
- 5.- Hamlen, S.S. and Hamlen, W.A., 1977; Distribution Lag Model to Predict Incoming Radiation (Technical Notes). Solar Energy V. 19, N. 2, pp. 217-218.
- 6.- Hooper, F.C. and Brunguer, A.P. 1979; A Model for the Angular Distribution of Sky Radiance. J. Solar Energy Eng. pp. 196-202.
- 7.- Iqbal, M. A. Study of Canadian Diffuse and Total Solar Radiation Data-I, Monthly Average Daily Horizontal Radiation. 1974. Solar Energy, V (22). N (1), pp. 81-86.
- 8.- Kondratyev K. Ya. 1969; Radiation in the atmosphere. New York. Academic Press.
- 9.- Leyva, A., Muhlia, A., Vasiliev, O.B. 1985; Acerca del cálculo de las características del campo de radiación dispersado por partículas de Mie. Geofísica Internacional. V. 24-2, pp. 265-294.
- 10.- Liu, B.Y.H. and Jordan, R.C. 1960; The Interrelationship and Characteristic. Solar Energy. V. 4 N. 3, pp. 1-19.
- 11.- McArtney, E.J.. 1976; Optics of the Atmosphere. New York: John Wiley and Sons.
- 12.- McArthur L.J.B. and Hay, J.E. 1981; A Technique for Mapping the Distribution of Diffuse solar Radiation over ther Sky Hemisphere. J. Appl. Meteor. Submitted.
- 13.- McArthur L.J.B. and Hay, J.E. 1980; An Assesment of the Technique for Determining the Distribution of Diffuse Atmospheric Radiation over the Celestial Sphere. Solar Energy. V. 25. pp. 573-574.
- 14.- Morris, C.W. and Lawrence, J.H. 1971; The Anisotropy of Clear Sky Diffuse Solar Radiation, ASHRAE Trans. II 77, 136-142.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

- 15.- Robinson, N. 1966; Solar Radiation. Elsevier, Amsterdam.
- 16.- Steven, Michael D. 1977; Standard Distributions of Clear Sky Radiance Quart. J. Roy. Meteor. Soc. V, 103 pp 457-465.
- 17.- Stanton E. Tuller. The Relationship Between Diffuse Total and Terrestrial solar Radiation. 1976. Solar Energy.V. 918) N. (13), pp. 259-263.
- 18.- Unsworth, M.H. and Monteith, J.L. 1972; Aerosol and Solar Radiation in Britain. Quart J.R. Meteor. Soc. 98, pp. 778-797.
- 19.- Van de Hulst, H.C. 1964; Light Scattering by Small Particles. New York. John Wiley and Sons.
- 20.- Walraven, Robert. Calculating the Position of the Sun. 1977. Solar Energy, V. (20), pp. 393-397.