

1-A
2eje.



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**



**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
CUAUTITLAN**

**" ANALISIS DE CONDUCTIVIDAD TERMICA
DURANTE LA ETAPA DE CONGELACION DE UN
SISTEMA MODELO LIQUIDO A BAJAS
CONCENTRACIONES "**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO EN ALIMENTOS**

P R E S E N T A

EDGAR FRANCISCO ARECHAULETA VAZQUEZ

ASESOR: DR. JOSE LUIS ARJONA ROMAN

CUAUTITLAN IZCALLI, EDO. DE MEXICO

1994

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES

U. N. A. M.
FACULTAD DE ESTUDIOS
SUPERIORES CUAUTITLAN

ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS



Departamento de
Exámenes Profesionales

DR. JAIME KELLER TORRES
DIRECTOR DE LA FES-CUAUTITLAN
P R E S E N T E .

AT'N: Ing. Rafael Rodríguez Ceballos
Jefe del Departamento de Exámenes
Profesionales de la F.E.S. - C.

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS TITULADA:

" Análisis de Conductividad Térmica durante la Etapa de Congelación de un
Sistema Modelo Líquido a Bajas Concentraciones"

que presenta el pasante: Edgar Francisco Arechavaleta Vázquez
con número de cuenta: 5637006-6 para obtener el TITULO de:
Ingeniero en Alimentos

Considerando que dicha tesis reúne los requisitos necesarios para ser discutida en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

A T E N T A M E N T E .

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx., a 10. de Junio de 1994.

PRESIDENTE: I.Q.J. Jaime Flores Minutti
VOCAL: I.A. Alfredo Alvarez Cárdenas
SECRETARIO: Dr. José Luis Arjona Ronán
PRIMER SUPLENTE: I.A. Ediltrudis Estrada Lucas
SEGUNDO SUPLENTE: Q.F.B. Gloria Cruz León

Mayo 13 1994

DEDICATORIA

Dedico esta tesis a mis padres

FERNANDO ARECHAULETA VEGA

Y

MA.DE JESUS VAZQUEZ VALADEZ

Por haberme dado su apoyo, confianza y comprensión para que lograra una meta mas en mi vida, aún a costa de innumerables sacrificios; y sin tener las palabras suficientes para agradecerles esto y mucho mas, dedico a ustedes esta tesis con cariño, respeto y gratitud.

AGRADECIMIENTOS

-A todos y cada uno de mis maestros por las enseñanzas recibidas, en especial para:

Q. Ana Ma. Aguirre
I. A. Alfredo Álvarez Cárdenas
M. C. Gilberto Amaya Ventura
Dr. José Luis Arjona Román
Ing. José Luis Buenrostro
I. B. Q. Jaime Flores Minutti
Ing. Raúl García Acevedo
I. A. Rosalía Meléndez Pérez
Ing. Juan Mendoza
Dr. José Proal Najera
Q. F. B. Ma. Esther Revuelta
Ing. Antonio Trejo Lugo
Dra. Sara Valdés Martínez

-A mis amigos y maestros por su gran ayuda para la realización y corrección de este trabajo:

José Luis Arjona Román, Mauricio Herrera García,
Rosalía Meléndez Pérez, Javier Moreno López, Ma. Elena
Vargas Ugalde y en especial a Alfredo Álvarez
Cárdenas.

-A mis compañeros y amigos: Mauricio Herrera, Lilia Cornejo y Pedro Galeana por su invaluable ayuda para la elaboración de este trabajo.

INDICE

Objetivo

Introducción.....1

I.- GENERALIDADES

| | |
|---|----|
| 1.- Antecedentes de la congelación..... | 4 |
| 1.1 Generalidades y fundamentos..... | 4 |
| 1.2 Curvas de congelación..... | 6 |
| 2.- Análisis teórico de transferencia de calor..... | 11 |
| 2.1 Generalidades y mecanismos de transferencia de calor..... | 11 |
| 2.2 Métodos matemáticos..... | 15 |
| 2.3 Resolución del método matemático..... | 18 |
| 3.- Conductividad térmica..... | 25 |
| 3.1 Conductividad térmica en gases..... | 25 |
| 3.2 Conductividad térmica en líquidos..... | 26 |
| 3.3 Conductividad térmica en sólidos..... | 26 |
| 3.4 Modelos de predicción..... | 28 |
| 3.5 Métodos de medición..... | 36 |

II.- METODOLOGIA

| | |
|--|----|
| 4.- Desarrollo experimental..... | 44 |
| 4.1 Cuadro metodológico..... | 48 |
| 4.2 Propiedades termofísicas..... | 49 |
| 4.3 Coeficiente convectivo..... | 54 |
| 4.4 Modelos de predicción..... | 56 |
| 5.- Presentación y análisis de resultados..... | 56 |
| Conclusiones..... | 75 |
| Bibliografía..... | 77 |

NOMENCLATURA

- b** = parámetro empírico. (128)
B = pendiente de una recta. (141)
d = parámetro empírico. (128)
F = constante. (127)
i = iesima fase.
j = jesimo componente.
K = conductividad térmica. (119)
Ka = K del hielo. (121)
Kc = K fase fibra-agua. (121)
Kf = K de grasas. (121)
Kh = K del hielo. (121)
Kl = K de líquidos. (120)
Km = K de fibras. (121)
Ko = K en estado fresco. (119)
Kp = K de proteínas. (121)
Ks = K de sólidos. (121)
Kw = K de agua pura. (121)
N = fracción volumen de líquidos.
p = factor geométrico. (128)
Q = cantidad de calor.
r = constante empírica, parámetro adimensional. (128)
S = factor geométrico. (119)
T = temperatura. (122)
Tf = temperatura inicial de congelación. (122)
Tsh = temperatura inicial de congelación. (127)
Tsw = temperatura de congelación del agua pura. (127)
W = contenido de hielo.
Xf = fracción masica de agua.
Xp = fracción masica de proteínas.
Xw = fracción masica de agua pura.
Z = numero de coordinacion para el sistema=6 para arreglo cubico. (129)
 α = difusividad térmica.
 β = parámetro empírico.
 ρ = densidad aparente del producto.
 ρ' = ρ fase agua-fibra.
 ρ_p = ρ producto congelado.
 ρ_s = ρ solidos.
 ρ_w = ρ agua.
 ϕ = fracción en volumen o porosidad.
 ψ = fracción de hielo.
 γ = contenido de agua en base húmeda.
 γ_o = contenido de agua en base seca.

OBJETIVO

OBJETIVO GENERAL

Evaluar los cambios que sufre durante la etapa de congelación, la conductividad térmica de un sistema modelo líquido a diferentes concentraciones, para establecer una ecuación que permita predecir la variación de ésta propiedad durante dicho proceso.

INTRODUCCION

El objetivo de la utilización del frío, concretamente congelación en la industria de los alimentos es el de estabilizar y conservar por tiempos largos, todos aquellos productos que son relativamente perecederos a temperaturas superiores a 0°C.

Mediante la aplicación de este proceso se hace posible la conservación de diferentes productos; ya sea en estado fresco o bien, procesados; durante períodos de tiempo más o menos largos dependiendo de la naturaleza y destino de los productos a congelar.

Al ser la congelación uno de los procesos mas empleados en la industria alimentaria, la calidad final de los productos depende en gran medida de la manera en que el proceso se ha llevado a cabo; por lo que el diseño de métodos y sistemas de congelación adecuados son fundamentales en la industria.

Para el diseño de un proceso de congelación es preciso conocer lo más completamente posible el comportamiento de los productos que se someterán a el.

Una parte esencial de dicho comportamiento esta delimitado dentro de las propiedades termofísicas, las cuales varían de acuerdo a la temperatura en que se encuentra el producto.

Existen diferentes modelos que estiman valores puntuales de las propiedades térmicas tanto por arriba como por abajo del punto inicial de congelación, sin embargo, algunos presentan diversas desventajas como el estar limitados a un cierto tipo de productos, el necesitar datos del producto que no siempre están disponibles, o por ser muy complejos o tediosos de utilizar.

En cuanto a las ecuaciones que se utilizan para predecir tiempos de congelación se basan principalmente en considerar que el sistema a congelar se encuentra inicialmente a una temperatura uniforme y que es enfriado y congelado por un medio a una temperatura y un coeficiente de transferencia de calor constantes.

De igual manera se supone que el sistema a congelar presenta un punto inicial de congelación en el cual se libera el calor latente de fusión, una densidad que no varía con la temperatura ni se altera durante la congelación, un calor específico constante que es diferente en los estados congelado y descongelado y algo muy importante, una conductividad térmica constante a lo largo de todo el proceso de congelación, siendo que esta propiedad determina la facilidad con que se transfiere el calor por conducción en el producto, y al solidificarse el agua contenida en este, este valor aumenta considerablemente.

Debido a esto, este trabajo se enfoca al análisis de la variación de la conductividad térmica de un sistema modelo líquido con agua y sacarosa a diferentes concentraciones a lo largo del proceso de congelación, para establecer una ecuación que permita predecir los cambios de esta propiedad en función de la temperatura durante la etapa de congelación, con el objeto de dar pie a investigaciones que apliquen la variación de la conductividad térmica en la predicción de tiempos de congelación, sin limitarse a utilizar únicamente un valor constante a lo largo del proceso.

1. ANTECEDENTES DE LA CONGELACION

1.1 Generalidades y fundamentos.

Una propiedad básica de las soluciones acuosas es cuando al aumentar la concentración de sólidos disueltos en el sistema, el punto inicial de congelación desciende.

Esta propiedad es de tipo coligativa (solo esta en función de la cantidad de sólidos presentes, no importando la naturaleza de estos) y se denomina abatimiento del punto inicial de congelación...

En el caso de los alimentos, cuanto mayor sea la cantidad de proteínas, sales, azúcares o minerales en ellos, más decrece su punto inicial de congelación y por lo tanto tardarán más en congelarse.

Cuando se congela un alimento, inicialmente su temperatura desciende un poco más que su punto inicial de congelación, hasta que factores como la nucleación o la agitación provocan la formación del primer cristal de hielo, por lo que el calor latente de fusión que se desprende, provoca que la temperatura ascienda al punto inicial de congelación, siempre por debajo de los cero grados centígrados, debido a los sólidos presentes en el producto.

Paulatinamente, la temperatura continúa descendiendo a medida que se congela el alimento, ya que al congelar el agua presente en el producto la consecuente concentración de los solutos presentes en el agua que aún sigue sin congelar provoca que se abata el punto de congelación progresivamente de la solución restante siendo necesarias temperaturas cada vez más bajas para continuar congelando el alimento...¹⁰

Se considera el inicio de la congelación a partir del punto inicial de congelación del producto a procesar, debido a que es muy relativo generalizar que la congelación empieza a partir de los 0°C, ya que hay productos muy elaborados con diferentes ingredientes, caso de una pizza, donde la congelación no empezaría a 0°C, sino que cada ingrediente congelaría paulatinamente dependiendo de su punto inicial de congelación de la mezcla o de estos etc...¹⁰

Una solución con una presión de vapor menor que la del solvente puro no estará en equilibrio con el solvente sólido en su punto de congelación normal, por lo que el sistema debe enfriarse hasta en la temperatura en la cual la solución y el solvente sólido tengan la misma presión de vapor. Debido a esto el punto inicial de congelación de un alimento siempre es menor comparativamente con la del agua...¹²⁰

Hablando ya de alimentos, tomando un jugo de naranja por ejemplo, al someterlo a congelación, es obvio que no congela de manera uniforme ni repentina del estado líquido a estado sólido.

Dependiendo del método de congelación, primero congelará la porción de líquidos más cercana a la zona de transferencia de frío y los primeros cristales de hielo serán de agua pura. El fenómeno que ocurre a medida que el agua se congela se le denomina frente de hielo, mientras el resto del jugo adquiere una mayor concentración de los sólidos presentes en el producto.

Esta porción concentrada que se congela paulatinamente, cada vez se va concentrando más a medida que progresa la congelación. Finalmente quedara un núcleo central de líquido no congelado con una alta concentración de sólidos, y solamente si la temperatura es lo suficientemente baja, este núcleo central congelará.

1.2 Curvas de congelación.

Si se representa la variación que sufren durante la congelación, la temperatura del agua y de una solución acuosa diluida, se obtiene curvas como la mostrada en la figura 1 ..

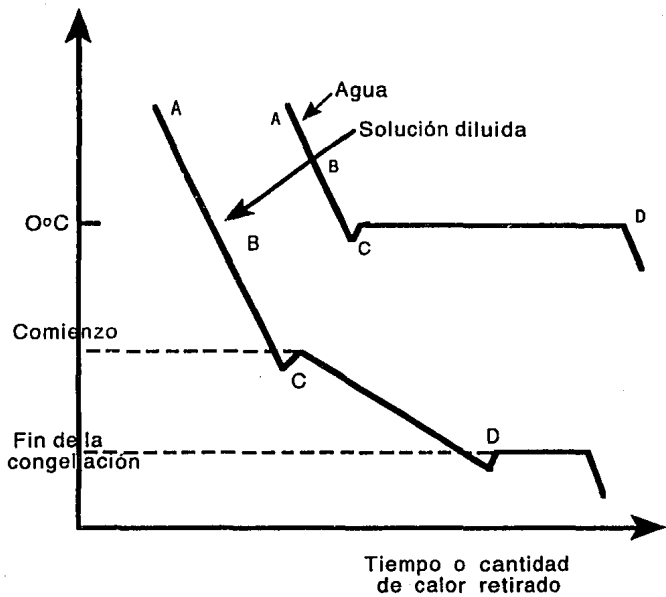


Fig. 1 Curvas de congelación del agua y de una solución acuosa (B).

En el caso del agua pura, después de la sobrefusión ocurre la formación de cristales de hielo y libera calor; la temperatura sube a 0°C y permanece constante durante toda la duración de la cristalización; cuando toda el agua se transforma en hielo, se reinicia el descenso de la temperatura a una marcha más rápida que al principio, porque el calor específico del hielo es inferior al del agua.

En caso de una solución diluida, la temperatura del comienzo de la congelación es inferior a 0°C ; este descenso crioscópico es inversamente proporcional a la fracción molar del agua en la solución (ley del descenso crioscópico de Raoult). En este estado la congelación origina cristales de hielo puro y la concentración de la solución aumenta, y como consecuencia prosigue el descenso ulterior de la temperatura según Raoult. Cuando la sustancia en solución en la fase líquida alcanza el punto de saturación, se produce una cristalización simultánea del hielo y de la sustancia en cuestión. Entonces la mezcla que cristaliza presenta una composición constante, corresponde a la saturación saturante y se llama eutéctica. La temperatura del fin de congelación, llamada temperatura eutéctica o crionídrica, es una característica invariable para una solución dada y permanece constante durante el tiempo de cristalización de la mezcla eutéctica...

Las fases acuosas de los tejidos animales y vegetales y de numerosas preparaciones alimentarias, son soluciones relativamente diluidas, de un gran número de solutos; su comportamiento durante la congelación es complejo porque los equilibrios sólido-líquido solo se establecen muy lentamente y pueden persistir mucho tiempo en equilibrios metaestables, sobre todo si la congelación es muy rápida, por otra parte, las eutécticas correspondientes a cada una de las especies químicas en solución, pueden estar modificados por la presencia de los otros solutos; en fin, durante la descongelación, se observa a veces una transformación del estado amorfo vítreo en estado cristalino, antes de la fusión.

Este conjunto de condiciones hace que tratándose de alimentos, raramente se observa una transformación eutéctica clara. La temperatura de "fin de congelación" de un alimento es por lo general inferior a la temperatura del eutéctico más baja. En la práctica es raro que para alimentos se trate de alcanzar estas temperaturas tan costosas. . . .

Cuando se mide la variación de la temperatura de un alimento durante la congelación se obtienen curvas bastantes regulares, en las que, generalmente, no aparece el comienzo de la congelación y los diversos eutécticos, a causa de las razones indicadas anteriormente. La forma de las curvas depende tanto de la velocidad con que se elimina el calor como de las características del producto. La formación de los sucesivos puntos eutécticos se

produce durante la última parte del segmento BC y entre C y D; va unida a un fuerte aumento de la concentración de los solutos que aún no están en saturación. El descenso rápido de la temperatura entre los puntos C y D se debe a la menor liberación de calor latente de fusión.^(8,10,24)

La temperatura de fin de congelación de un alimento puede determinarse por medio de medidas calorimétricas o eléctricas. Solo por debajo de esta temperatura, esta congelada toda el agua congelable de los espacios líquidos residuales; pero, según el alimento, siempre hay de un 2 a 10% de agua no congelable, especialmente agua fuertemente absorbida a -60°C , desaparecen señales de resonancia magnética nuclear del agua, la resistencia eléctrica del alimento aumenta y se aproxima a la de los alimentos deshidratados. No obstante, aun queda agua no congelada (capa mononuclear) probablemente esta agua no este bajo forma líquida.

La congelación lenta origina la formación de cristales de hielo muy puros, y por lo tanto, hay una concentración en solutos en los espacios líquidos residuales, mas elevada que por la congelación rápida. Por lo general, durante la congelación hay un frente uniforme de congelación que alcanza desde el exterior hacia el interior del alimento; su temperatura es del comienzo de congelación. Sin embargo, cuando la eliminación de calor es muy rápida, puede haber sobrefusiones y la congelación no es más uniforme.^(9,10)

2.- ANALISIS TEORICO DE TRANSFERENCIA DE CALOR

La transferencia de energía en forma de calor es común en diferentes procesos y operaciones unitarias , efectuándose debido a la fuerza impulsora de una diferencia de temperaturas; fluyendo el calor de la región de alta temperatura a la de baja temperatura.

17)

2.1 Generalidades y fundamentos de transferencia de calor.

Cuando la transferencia de calor se efectúa a una velocidad constante con respecto al tiempo y las temperaturas de los diversos puntos del sistema no varían igual con el tiempo, se afirma que se lleva a cabo una transferencia de calor en estado estable.

Por el contrario, cuando la temperatura de cualquier punto del sistema cambia con el tiempo, la transferencia de calor es de estado inestable o transitorio.

Antes de que un proceso llegue a tener condiciones de estado estable, debe transcurrir cierto tiempo después de iniciarse la transferencia de calor para permitir que desaparezcan las condiciones de estado inestable.

La transferencia de calor puede verificarse por medio de uno o más de los tres mecanismos de transferencia: conducción, convección o radiación.

2.1.1 Conducción. En este mecanismo, el calor puede ser conducido a través de sólidos, líquidos y gases. La conducción se verifica mediante la transferencia de energía de movimiento entre moléculas adyacentes. En un gas, donde las moléculas "más calientes" tienen más energía y movimientos, se encargan de impartir energía a moléculas colindantes que están en niveles energéticos más bajos. Este tipo de transferencia siempre está presente, en mayor o en menor grado, en sólidos, líquidos y gases en los que exista un gradiente de temperaturas. En la conducción la energía también puede transferirse por medio de electrones "libres", que es un proceso muy importante en los sólidos metálicos. Entre los ejemplos en los que la transferencia se verifica ante todo por conducción, están la transferencia a través de paredes o intercambiadores de una nevera, el tratamiento térmico en el forjado de acero, la congelación de alimentos, etc...

2.1.2 Convección. La transferencia de calor por convección implica el transporte de calor a través de una fase y el mezclado de elementos microscópicos de porciones calientes y frías de un gas o un líquido. Además, con frecuencia involucra también el intercambio de energía entre una superficie sólida y un fluido. Conviene aclarar que existe una diferencia entre la transferencia

de calor por convección forzada en la que se provoca el flujo de un fluido sobre una superficie sólida por medio de una bomba, un ventilador u otro dispositivo mecánico y la convección libre o natural, en la cual un fluido más caliente o más frío que esta en contacto con la superficie sólida, causa una circulación debido a la diferencia de densidades que resulta del gradiente de temperaturas en el fluido. Entre los ejemplos de transferencia de calor por convección pueden citarse: la pérdida de calor en el radiador de un automóvil (un ventilador fuerza la circulación del aire), el cocimiento de alimentos en un recipiente con agitación, el enfriamiento de una tasa de café caliente al soplar en su superficie, etc...

2.1.3 Radiación. La radiación difiere de la conducción y la convección en cuanto a que no requiere de un medio físico para la transferencia. La radiación es la transferencia de energía de a través del espacio por medio de ondas electromagnéticas, de manera similar a las ondas electromagnéticas que propagan y transfieren la luz. La transferencia radiante de calor se rige por las mismas leyes que dictan el comportamiento de la transferencia de luz. Los sólidos y los líquidos tienden a absorber la radiación que está siendo transferida a través de ellos, por lo que la radiación adquiere su principal importancia en la transferencia a través del espacio o de gases. El ejemplo de radiación más ilustrativo es el transporte del calor del sol a la tierra. Otros ejemplos son el cocimiento de alimentos cuando se colocan cerca de brasas o

calentadores eléctricos, el calentamiento de fluidos en serpentines, en el interior de un horno de combustión, etc...^{19,20,21}

2.1.4 Mecanismo de transferencia de calor en el producto.

Las condiciones de transferencia de calor dentro del producto son esencialmente las de conducción en estado inestable. Debido a que la conductividad térmica del hielo es de 2.45 a 2.60 w/m² °C y la del agua entre 0.5 y 0.63 w/m² °C; se puede afirmar que la conductividad térmica del hielo es 4 veces mayor que la del agua en estado líquido y por lo que una vez en el hielo se forme, el calor va a ser transferido 4 veces mas rápido que en el agua.

Debido a que la congelación de un sistema se efectúa de la parte externa en contacto con el medio congelante, hacia la parte interna, la parte central es la ultima en congelarse. A este fenómeno de avance de la congelación, se denomina frente de hielo. Para poder congelar totalmente el producto debe eliminarse considerablemente el calor sensible; conforme avanza el frente de hielo, es liberado calor latente de fusión, además del calor sensible que desprende el centro sin congelar. Estos dos calores se eliminan por el medio congelante a través de la porción congelada del sistema. ^{19,20}

2.2 Métodos matemáticos.

Un gran número de problemas de transferencia de calor por conducción en estado inestable pueden ser resueltos de la siguiente manera:

1. Aplicando un balance de energía a un elemento de volumen que se encuentre perpendicularmente a la dirección del flujo de calor, obteniendo una ecuación diferencial que permita encontrar la distribución de la densidad de flujo de calor.

2. Introducir en la primera expresión obtenida la primera ley de Fourier para transferencia de calor; obteniendo una ecuación diferencial que relacione la temperatura en función de la posición. Las constantes de integración que aparecen se determinan utilizando las condiciones límite que determinan la temperatura en las superficies que delimitan el sistema. ...

2.2.1 Deducción de la ecuación en estado inestable.

Considerando como un volumen de control a la figura 2: y suponiendo un transferencia de calor en la dirección x en el cubo de dimensiones Δx , Δy y Δz . La expresión para la conducción en dirección x es:

$$q_x = -K A \frac{\partial T}{\partial x} \dots\dots\dots(2.2-1)$$

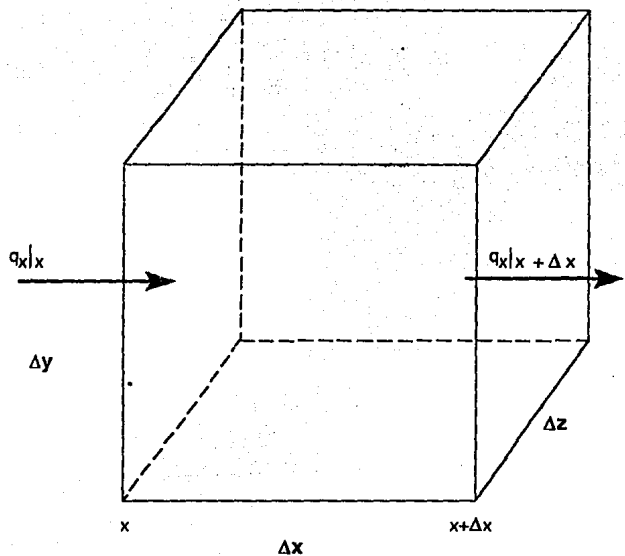


Fig. 2 Conducción de calor en estado inestable (16).

El término $\frac{\partial T}{\partial x}$ representa a la derivada parcial de T con respecto a x manteniendo constantes a las demás variables: y, z el tiempo t. Efectuando un balance de calor con respecto al cubo.

$$\begin{aligned} & \text{velocidad de entrada de energía calorífica} - \text{velocidad de salida de energía calorífica} \\ & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \dots(2.2-2) \\ & = \text{velocidad de acumulación de energía calorífica} \end{aligned}$$

$$\text{Velocidad de entrada de calor} = q_x|_x = -K(\frac{\partial y}{\partial z}) \frac{\partial T}{\partial x} |_x \dots(2.23)$$

$$\begin{aligned} \text{Velocidad de salida de calor} &= q_x|_{x+x} = -K(\frac{\partial y}{\partial z}) \frac{\partial T}{\partial x} |_{x+x} \\ & \dots(2.24) \end{aligned}$$

La velocidad de acumulación de calor en el volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$ en el tiempo Δt es:

$$\text{Velocidad de acumulación de calor} = \Delta x \Delta y \Delta z \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \dots(2.25)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.2-3), (2.2-4) y (2.2-5) en la (2.2-2) y dividiendo entre $\Delta x \Delta y \Delta z$ se tiene

$$\frac{-K(\frac{\partial T}{\partial x}|_x - \frac{\partial T}{\partial x}|_{x+x})}{\Delta x} = C_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} \dots(2.26)$$

Cuando Δx tiende a 0 se obtiene la segunda derivada parcial de T con respecto a x ó $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, en el lado izquierdo.

Reordenando la expresión:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k / C_p \rho \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \dots\dots\dots(2.2-7)$$

$K/\rho C_p$ = difusividad térmica

Esta deducción supone que K , ρ y C_p son constantes.

Para la conducción en tres dimensiones, una deducción similar produce la siguiente expresión denominada segunda ley de Fourier.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \dots \dots (2.2-8)$$

(2,27)

2.3 Resolución de método numérico.

Debido a que la segunda ley de Fourier, consistente en una ecuación diferencial parcial que simula la conducción de calor en estado inestable, no presenta solución analítica por la naturaleza no lineal de la misma, es necesario recurrir a métodos de solución aproximada.

Existen dos esquemas diferentes usados en la solución de las ecuaciones matemáticas por medio de métodos numéricos:

1) **Diferencias finitas.** Es el método más comúnmente usado, en este sistema las derivadas de la ecuación diferencial principal son aproximadas, y las derivadas respecto al espacio y al tiempo son reemplazadas por una representación de diferencias finitas. La distribución de temperaturas resultante puede obtenerse resolviendo un sistema de ecuaciones simultáneas para cada nivel de tiempo considerado.

2) **Elemento finito.** Requiere de un procedimiento de minimización para resolver las ecuaciones diferenciales. El concepto básico radica en que cualquier cantidad continua, como la temperatura, puede aproximarse por un modelo discreto compuesto por un sistema de funciones continuas acopladas. Estas funciones se definen usando los valores de la cantidad continua dentro de un número finito de puntos en el dominio llamados nodos.

Las ventajas del método de diferencias finitas son que las propiedades de los materiales en los elementos adyacentes no tienen que ser las mismas, pueden aproximarse límites de forma o geometría irregular, puede variarse el tamaño de los elementos, y las condiciones límite pueden manejarse fácilmente.

El método de elemento finito se aplica a alimentos de forma irregular y con propiedades diversas mejor que los métodos de diferencias finitas, pero para formas regulares y materiales homogéneos el elemento finito no tiene ventaja sobre las diferencias finitas.

En este capítulo se muestra el desarrollo de la solución utilizando métodos que usan aproximaciones de las derivadas por diferencias finitas. Uno de ellos es un método explícito, donde las derivadas parciales son evaluadas a un nivel de tiempo ya calculado; y el otro es un método implícito donde las derivadas parciales se evalúan al nivel de tiempo que se están calculando.

El primer paso para aplicar el método en el análisis térmico consiste en transformar la ecuación diferencial parcial de la transferencia de calor por conducción en un sistema de coordenadas rectangulares. (6,7,8,9)

La resolución por las diferencias finitas se divide en dos métodos:

- a) Método implícito
- b) Método explícito

Ambos métodos transforman la ecuación diferencial parcial con las condiciones de frontera impuestas en un sistema de ecuaciones algebraicas, sin embargo, cada método tienen sus propias ventajas y desventajas; en el caso del método explícito las ecuaciones no son acopladas y son más fáciles de resolver, pero las soluciones son estables bajo ecuaciones restringidas por criterios de estabilidad.

Las ecuaciones provenientes del método implícito son acopladas y más difíciles de resolver, pero su solución no está restringido por criterios de estabilidad.

A diferencia de los métodos analíticos en el análisis por diferencia finitas se considera que el sistema en cuestión está constituido por elementos de volumen muy pequeños, pero finitos. Es decir los elementos finitos empleados para obtener el modelo matemático son una aproximación de los elementos diferenciales

empleados en la formulación analítica. Al hacer el tamaño de estos elementos cada vez más pequeños, la diferencia en los resultados obtenidos usando el método de diferencias finitas y el método diferencial disminuye.

En el análisis por conducción unidireccional por diferencias finitas se divide los dominios x y t en pequeños intervalos Δx y Δt , el conjunto de estos elementos constituye una red como se muestra en la figura 3:

Siendo $x = n \Delta x$ $n=0,1,2,3\dots n$ en donde $L=n \Delta x$

$$t = i \Delta t \quad i=0,1,2,3\dots n$$

El centro de cada volumen finito se conoce como nodo y se supone en el análisis que este representa la temperatura de todo el elemento.

Para una geometría de placa plana, dado en la forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \text{ para } 0 < x < L \text{ cuando } t > \dots (2.3-1)$$

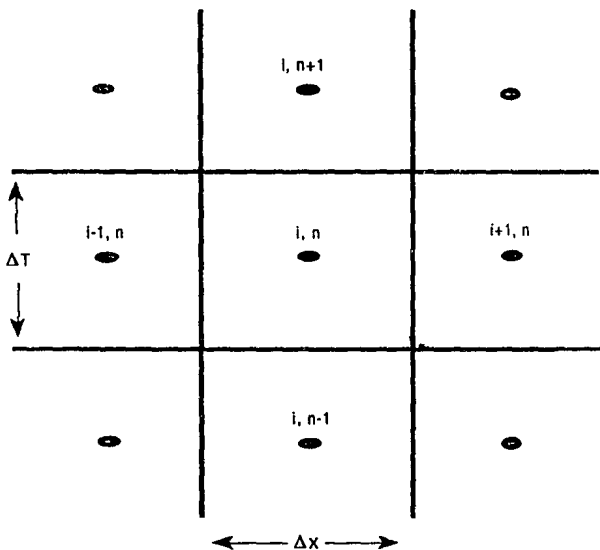


Fig. 3 Red de Nodos en el Método de Diferencias Finitas (28).

sometido a las condiciones de frontera:

$$-K(\partial T/\partial x) + h_1 T = F_1 \text{ en } x = 0 \text{ cuando } T > 0 \dots\dots\dots(2.3-2)$$

$$K(\partial T/\partial x) + h_2 T = F_2 \text{ en } x = L \text{ cuando } T > 0 \dots\dots\dots(2.3-3)$$

que indican que en la superficie del sistema el calor se transfiere por convección, y a la condición inicial:

$$T = F(x) \text{ cuando } t = 0 \text{ para } 0 < x < L \dots\dots\dots(2.3-4)$$

que indican que la temperatura en todos los nodos al tiempo igual a cero es igual a la temperatura del medio de enfriamiento.

Para la evaluación de la temperatura en un punto x a un tiempo t , es decir:

$$T(x, y) = T(n \Delta x, i \Delta t) = T(i, n) \dots\dots\dots(2.3-5)$$

dado lo anterior se procede a describir el modo de aproximar las derivadas que aparecen en la expresión por diferencia finita, siendo que la segunda derivada de la temperatura con respecto a x en un punto $n \Delta x$ a un tiempo $i \Delta t$, se representa en la forma de diferencia finita como:

$$(\partial^2 T/\partial x^2) = (T^{i,n-1} + T^{i,n+1} - 2T^{i,n})/(\Delta x^2) \dots\dots\dots(2.3-6)$$

Donde $T^{i,n-1}$ y $T^{i,n+1}$ son las temperaturas de los dos puntos contiguos al nodo $T^{i,n}$ las cuales se calculan en el tiempo $i \Delta t$.

La primera derivada de la temperatura con respecto a la variable t en un punto $n \times x$ a un tiempo $i \Delta t$ se representa:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{n,i} = (T^{i+1,n} - T^{i,n}) / (\Delta t) \dots \dots \dots (2.3-7)$$

En donde $T^{i+1,n}$ es la temperatura en el punto $n \times x$ en el tiempo $(i+1) \Delta t$.

Al sustituir estas ecuaciones se obtiene la forma de la diferencia finita de la ecuación de conducción de calor dependiente del tiempo:

$$(T^{i+1,n} - T^{i,n}) / \Delta t = \alpha (T^{i,n-1} + T^{i,n+1} - 2T^{i,n}) / \Delta x^2 \dots \dots (2.3-8)$$

3.-CONDUCTIVIDAD TERMICA

La conductividad térmica es la propiedad termofísica que determina la facilidad con que se transfiere el calor por conducción en una sustancia, y su magnitud depende de la temperatura, la composición química y la estructura física.

3.1 Conductividad térmica en gases.

El mecanismo de conducción térmica de los gases es muy simple. Las moléculas poseen un movimiento continuo y caótico, chocan entre sí intercambiándose energía e ímpetu. Si una molécula se desplaza de una región de temperatura elevada a otra de temperatura inferior, transporte energía cinética a esta región y la cede a otras moléculas de menor energía al chocar con ellas.

Puesto que las moléculas se mueven con más rapidez mientras menor es su tamaño, gases como el hidrógeno tienen conductividades térmicas elevadas.

La conductividad térmica aumenta aproximadamente con la raíz cuadrada de la temperatura absoluta y es independiente de la presión. Sin embargo, a presiones de vacío la conductividad térmica tiende a cero.

3.2 Conductividad térmica en líquidos.

El mecanismo físico de conducción en los líquidos es bastante similar al de los gases en los que las moléculas de energía más alta chocan con las de energía menor. Sin embargo, las moléculas de los líquidos están mucho más juntas entre sí y los campos de fuerzas moleculares producen un efecto considerable sobre el intercambio de energía puesto que no existe una teoría molecular adecuada para los líquidos, la mayoría de las correlaciones para predecir sus conductividades son de tipo empírico.

Las conductividades térmicas de alimentos sin congelar, en su mayoría, como la leche o el puré de manzana que contiene grandes cantidades de agua, exhiben conductividades térmicas cercanas a la del agua pura.

3.3 Conductividad térmica en sólidos.

Las conductividades térmicas de los sólidos homogéneos son muy variables. Los sólidos metálicos como el cobre y el aluminio tienen valores muy elevados, mientras que algunos materiales aislantes no metálicos, como el corcho, tienen conductividades muy bajas.

La conducción de calor o energía a través de los sólidos se verifica mediante dos mecanismos. En el primero, que se aplica principalmente a los sólidos metálicos, el calor, al igual que la electricidad, es conducido por los electrones libres que se mueven en la red estructural del metal. En el segundo, que existe en todos

los sólidos, el calor es conducido por la transmisión de energía de vibración entre átomos adyacentes.

El hielo tiene una conductividad térmica mucho mayor que la del agua, por consiguiente las conductividades térmicas de alimentos congelados son bastante más elevadas que las de los mismos alimentos sin congelar.^(18,19,21,22)

La conductividad térmica de un producto congelado es una propiedad muy compleja de describir y de predecir. Debido a que la conductividad térmica del hielo es casi 4 veces mayor a la del agua ocurre un cambio dramático durante la congelación en la conductividad del alimento. al hacer una gráfica de conductividad vs temperatura en el intervalo de cambio de fase se obtiene una curva como la mostrada en la figura 4.⁽²³⁾

En ella se pueden observar que antes del punto inicial de congelación la conductividad del alimento es prácticamente constante, pero al llegar a este punto se inicia un marcado incremento; el aumento de la conductividad es menos intenso cuando la mayor parte del agua se ha solidificado, pero aún así continúa, esto se debe fundamentalmente a que la conductividad del hielo aumenta ligeramente al reducirse la temperatura.

• 3.4 Modelos de predicción.

Existen numerosos modelos que describen el comportamiento de la conductividad térmica en la congelación, a continuación se presentan algunos de ellos:

- MODELO BAGHE-KANDAN & OKOS (18,22)

Proponen un modelo basado linealmente en la composición del sistema y en la conductividad de cada uno de sus constituyentes que toma la siguiente forma:

$$K = k_w X_w + k_f X_f + k_p X_p \dots\dots\dots(3.4-1)$$

Para calcular las conductividades de cada uno de las componentes deberán usarse:

$$k_w = 5.94E-1 + 9.57E-4 T \dots\dots\dots(3.4-1A)$$

$$k_f = 1.79E-1 - 2.23E-4 T \dots\dots\dots(3.4-1B)$$

$$k_p = 1.72E-1 + 2.81E-4 T \dots\dots\dots(3.4-1C)$$

Desarrollado y probado en carne, resulta ser un modelo bastante simple y exacto, pero solo se ha probado a temperaturas mayores a 30 °C, por lo que es necesario aumentar los términos referentes al hielo para hacerlo útil en problemas de congelación.

-MODELO BHUMBLA ,,

Elaborado para jugos de frutas se basa en la similitud que existe entre la ley de Fourier para transferencia de calor con la Ley de Ohm de la electricidad y establece un sistema de resistencias que al ser resuelto arroja:

$$K = K_s + [(K_w * @p/@w) - (K_s * @p/@w)] * X_w \dots\dots\dots(3.4-2)$$

Para temperaturas mayores al punto de congelación, y:

$$K = K_s (@p/@s) X_s + K_i (@p/@i) X_i + K_w (@p/@w) X_w \dots\dots\dots(3.4-3)$$

Para temperaturas menores al punto de congelación. Las predicciones del modelo resultan ser bastantes confiables, esto unido a su forma sencilla los hacen una opción fácil y segura para cálculos de conductividad, con el único inconveniente de que para poder usarlo es necesario conocer la densidad de los sólidos contenidos en el alimento, datos que no siempre están disponibles.

-MODELO COMINI (citado en Bhumbla)

$$K = 2.44 * x_w + (1-x_w) 0.26 \dots\dots\dots(3.4-4)$$

-MODELO MILES (citado en Bhumbla)

$$K = 1.745 X_w * (1-T_f/T) + 0.233 \dots\dots\dots(3.4-5)$$

-MODELO KOPELMAN (citado en Heldman)

Kopelman sugiere las siguientes expresiones para estimar la conductividad de productos con estructura fibrosa. Para conducción paralela a las fibras.

$$K = K_1 [1 - N^2 (1 - K_s / K_1)] \dots \dots \dots (3.4-6)$$

Además propone para el caso de conducción perpendicular a las fibras:

$$K = (1 - Q) / (1 - Q(1 - N)) \dots \dots \dots (3.4-7)$$

Donde:

$$Q = N / (1 - K_s / K_1) \dots \dots \dots (3.4-7A)$$

Comparando estas ecuaciones contra datos experimentales de conductividad de carne pudo observarse una buena concordancia entre la predicción y la evaluación directa.

-MODELO MATTEA ,...

se trata de un modelo basado en la teoría del medio efectivo. esta teoría se usa para predecir las propiedades conductivas de medios heterogéneos caóticos, para resolverla se deben conocer la conductividad de los constituyentes del sistema, así como la composición y porosidad de este último. En el caso de redes regulares de resistencias distribuidas al azar se tiene la ecuación:

$${}^* \sigma_{1..} E_i (K_m - K_i) / (K_i + (z/2 - 1)K_m) = 0$$

Donde Z es el numero de coordinación del sistema, y es igual a 6 para medios continuos con arreglo cúbico, como puede suponerse que se comportan los tejidos celulares; en un sistema de dos componentes con los términos diferentes de cero la ecuación anterior se escribe:

$$K_m/K_2 = b + [b^2 + 2p/z - 2]^{0.5} \dots\dots\dots(3.4-8)$$

donde $P = K_1/K_2 \dots\dots\dots(3.4-8A)$

y $b = (z^{*2}/2) - 1 + p [(z/2)(1^{-2}) - 1] / z - 2 \dots\dots\dots(3.4-8A)$

Al aplicar este modelo a muestras de papa, pera y manzana pudo observarse una buena correlación entre los datos predichos y aquellos medidos experimentalmente. Cuando se debe estimar la conductividad de sistemas multicomponentes es posible aplicar dos o mas veces las ecuaciones anteriores.

-MODELO PEREZ & CALVELO (31)

Es obtenido para carnes, suponiendo que esta se halla compuesta de una matriz continua de fibra seca en la cual se encuentran distribuidas esferas de aire y agua (se trata de carne cocida).

Con la aplicación sucesiva de la ecuación de Maxwell-Euckend se hace posible calcular la conductividad térmica de un sistema binario usando las conductividades de las fases continua y dispersa; para extender el modelo a un sistema ternario tal como lo es la carne parcialmente cocida o congelada (formada de fibra, agua

y aire o hielo según el caso), se considera primero que las esferas de aire o hielo están contenidas dentro de una matriz continua de agua y fibra la cual en un segundo tiempo se supondrá compuesta de esferas de agua en un continuo de fibra.

Aplicando la ecuación de Maxwell-Eucken, y tomando al hielo como la fase dispersa la conductividad térmica de la carne congelada resulta:

$$K = K_c (1 - (1 - \alpha K_a / K_c) \mathcal{E}) / (1 + (\alpha - 1) \mathcal{E}) \dots \dots \dots (3.4-9)$$

Donde :

$$\alpha = 3K_c / (2K_c + K) \dots \dots \dots (3.4-9A)$$

y:

$$\mathcal{E} = 1 - (\theta / \theta') \dots \dots \dots (3.4-9B)$$

La conductividad térmica de la matriz continua K_c puede a su vez ser evaluada como si estuviera compuesta de esferas de agua dispersas en una fase continua de fibra, como sigue:

$$K_c = K_c' (1 - (1 - \alpha' K_w / K_c') \mathcal{E}') / (1 + (\alpha' - 1) \mathcal{E}') \dots \dots \dots (3.4-10)$$

Donde:

$$\alpha' = 3K_c' / (2K_c' + K_w) \dots \dots \dots (3.4-10A)$$

y:

$$\mathcal{E}' = \theta' / \theta_w \dots \dots \dots (3.4-10B)$$

El modelo realiza predicciones validas para el caso de carne cocida, sin embargo, no se ha aplicado a carne congelada.

-MODELO PHAM & WILLIX ⁽²⁸⁾

Propone un sistema de ecuaciones empírico que se contrasta con carne, vísceras y grasa de cordero en un rango de temperatura muy amplio (-40 a +30 °C), el modelo tiene la siguiente forma:

$$K-Kf+b(T-Tf)+c(1/T-1/Tf) \dots\dots\dots(3.4-11)$$

Para el rango de temperaturas inferior a la congelación , y :
 $K=Kf+d(T-Tf) \dots\dots\dots(3.4-12)$

Para el rango de temperaturas superiores al punto inicial de congelación.

Los parámetros Kf, b,c y d pueden ser expresados en función a la fracción de agua por la ecuaciones empíricas:

$$Kf= 0.060 + 0.52 X_w \dots\dots\dots(3.4-11A)$$

$$b= -0.0057$$

$$c= -0.446+1.62 X_w \dots\dots\dots(3.4-11B)$$

$$d= 0.00090$$

o bien pueden obtenerse por regresión lineal.

La ventaja fundamental del modelo reside en que incluye en sus predicciones la conductividad debajo del punto de congelación, pero al incluir algunas ecuaciones empíricas se limita en el aspecto de que solo resulta seguro cuando se le aplica en alimentos cárnicos, que es en los que se ha probado.

-MODELO SWEAT (citado por Pham & Willix)

$$K = 0.080 + 0.52 X_w \quad 0 < T < 60^\circ\text{C} \dots\dots\dots(3.4-13)$$

$$K = -0.28 + 1.9 X_w - 0.0092 T \quad -40 < T < -5^\circ\text{C} \dots\dots\dots(3.4-14)$$

Se aplica en carnes.

-MODELO PARALELO (citado por Pham & Willix)

En este modelo cada componente forma un patrón de conducción de calor en paralelo:

$$K = \sum U_j K_j \dots\dots\dots(3.4-15)$$

-MODELO EN SERIE (citado por Pham & Willix)

El calor pasa a través de cada componente del alimento en forma sucesivas, así sus resistencias se suman:

$$1/K = \sum U_j / K_j \dots\dots\dots(3.4-16)$$

-MODELO MAXWELL EUCKEND (citado en Pham & Willix)

Usado en sistemas que pueden considerarse formados de dos componentes, uno en fase continua y otro en fase dispersa :

$$K/K_c = (1 + 2r * V_d) / (1 + r * V_d) \dots\dots\dots(3.4-17)$$

Donde:

$$r = (K_c - K_d) / (2K_c + K_d) \dots\dots\dots(3.4-17A)$$

-MODELO LEVY (citado por Pham & Willix)

Es una modificación al modelo Maxwell Euckend; para asegurar que exista simetría entre las fases continua y dispersa, Levy propone reemplazar V_d en la ecuación Maxwell Euckend por una función F , dada por :

$$2F = 2/5 - 1 + 2Vd - [(2/S - 1 + 2Vd)^2 - 8 Vd / S]^{0.5} \dots (3.4-18)$$

Donde:

$$S = (Kd - Kc)^2 / [(Kc + Kd)^2 + KcKd/2] \dots (3.4-18A)$$

-MODELO HILL (citado por Pham & Willix)

Para una red fibrosa en la fase continua con conducción simultanea en forma paralela a la red fibrosa y en forma de resistencias en serie;

$$K = (2t - t^2)Kd + (1 - 4t + 3t^2)kc + 8(t - t^2)kckd / [tkc + (4t)kd] \dots (3.4-19)$$

Donde:

$$t = 2^{-1/4} - 2Vd \dots (3.4-19A)$$

-MODELO PHAM & WILLIX (33)

$$K = 0.467 + 0.00154(T - Tf) \quad T > Tf \dots (3.4-20)$$

$$K = 0.467 - 0.00489(T - Tf) + 0.640(1/T - 1/Tf) \quad T < Tf \dots (3.4-21)$$

Se utiliza en carne y gel Tylosa.

-MODELO SUCCAR & HAYAKAWA (27,28)

Asume que la conductividad varia con la temperatura ya sea arriba o abajo del punto inicial de congelación;

$$K = Kr + Sk(Tsh - T) + (Kl - Kr)[(Tsw - Tsh) / (Tsw - T)] \quad T > Tsh \dots (3.4-22)$$

$$K = Kl + Slp(T - Tsh) \quad Tsh < T < To \dots (3.4-23)$$

Usado en gel Tylosa, el modelo tiene las mismas ventajas y desventajas que el modelo Pham & Willix.

-MODELO WANG & KOLBE (191)

Es la aplicación de modelo de Schwartzberg para predecir la conductividad del surimi, se trata de una ecuación empírica, con las desventajas que ello supone;

$$K=K_f+B(T_i-T)+(K_o-K_f)((T_o-T_i)/(T_o-T_i))\dots\dots\dots(3.4-24)$$

-MODELO ZIEGLER & RIZVI (193)

Estudiando la conductividad térmica de jugos de naranja, manzana y en leche proponen lo siguiente:

$$\text{Manzana-K}=[60.97-0.1542X_B-0.0028X_B^2]E^{-2} \quad 17 < X_B < 73\% \dots (3.4-25)$$

$$\text{Naranja-K}=[60.36-2.31X_B+0.041X_B^2]E^{-2} \quad 0 < X_B < 40\% \dots (3.4-26)$$

$$\text{Leche-K}=[59.60-0.542X_B]E^{-2} \dots\dots\dots(3.4-27)$$

El sistema de Ziegler & Rizvi tiene la desventaja de que solo puede ser aplicado en temperaturas superiores al punto inicial de congelación, además de los limitantes existentes en cuanto al contenido de sólidos, y al tipo de alimento para el que se han desarrollado.

-MODELO MASCHERONI & CALVELO (197)

Es usado para muestras de carne, toma formas diferentes si el flujo de calor es perpendicular o paralelo a las fibras del material, el modelo que se presenta en el documento fuente ha sido desarrollado en un trabajo anterior e involucra un cierto arreglo entre el hielo y la red de fibras deshidratadas que se suponen integran el alimento. El agua contenida entre las fibras se suponen

dispersa en una matriz continua formando esferas de acuerdo al modelo Maxwell-Eucken. El hielo se encuentra por fuera de las fibras rodeándolas, y por tanto, generando una conductividad térmica diferente si el flujo de calor es paralelo o perpendicular a la red de fibras.

Cuando la temperatura disminuye la cantidad de hielo fuera de las fibras se incrementa, mientras que al mismo tiempo el agua dispersa entre ellas se reduce en cantidad, consecuentemente, el modelo cambia la predicción de conductividad térmica de acuerdo a estos cambios.

Para flujo de calor paralelo a las fibras:

$$Kl = Kh\varepsilon + (1-\varepsilon)[Kh\varepsilon^2 + Kt(1-\varepsilon)^2 + (4\varepsilon(1-\varepsilon)/(1/kt + 1/Rh))] \quad (3.4-28)$$

Donde:

$$\varepsilon = 1 - \frac{W_f}{W} \frac{c_f}{c_w} \quad (3.4-28A)$$

$$Kt = K_m \frac{(1 - (k_a/K_m)\varepsilon)}{(1 + (k-1)\varepsilon)} \quad (3.4-28B)$$

$$k = 3k_m / (2K_m + k_a) \quad (3.4-28C)$$

$$\varepsilon = (1 - W_f) / (1 - W_f)$$

Para flujo de calor perpendicular a las fibras:

$$Kp = (KhKt(1-\varepsilon)) / (\varepsilon Kt + Kh(1-\varepsilon)) + Kh\varepsilon \quad (3.4-29)$$

El modelo tiene la ventaja de poder ser aplicado a problemas de congelación, pero lo complejo de su forma hace que su utilización pueda ser un poco tediosa.

3.5 Métodos de medición.

Los aparatos para medir propiedades térmicas tienen una sola función; establecer las condiciones límite correctas sobre la muestra que se prueba para que la transferencia de calor en ella suceda de manera adecuada. Para seleccionar el mejor método a usar en una situación dada es necesario saber que propiedad térmica se desea medir, y el tiempo disponible para coleccionar datos. Especial atención deberá tenerse en los casos como la congelación, donde la coexistencia de dos fases varia con la temperatura y genera cambios significativos en las propiedades térmicas.

Generalmente la disponibilidad comercial de aparatos para medir propiedades térmicas es limitada y no muy accesible desde el punto de vista económico, por tal razón los proyectos experimentales muchas veces deben comenzar desde el diseño, prueba y validación de uno o mas instrumentos.

Una manera de clasificar a los métodos para medir propiedades térmicas es de acuerdo a la forma en que se efectúa la transferencia de calor dentro de ellos;

I) Métodos de estado estable.- Como su nombre lo indica se basan en la transferencia de calor en estado estable, no son complejos en principio, pueden manejar materiales de diversas configuraciones y en temperaturas cercanas o inferiores al punto de congelación, sin embargo, requieren largos tiempos de medida pues debe asegurarse el

equilibrio térmico en la muestra.

II) Métodos de estado transiente.-Son métodos que se aplican muy rápidamente, pero por esta misma razón requieren de práctica y habilidad por parte de quien lo aplica, así como un mínimo de implementos técnicos. (32)

3.5.1 Métodos para evaluar conductividad térmica.

1.-Método del comparador térmico.

Corresponde al grupo de técnicas basadas en la transferencia de calor en estado estable, se trata de un sistema que requiere tiempos de equilibrio cortos y aporte mínimo de calor a la muestra, por estas razones se recomienda para muestras sensibles al calor o a temperaturas cercanas al cambio de fase, pues reduce los errores originados por tales fuentes.

El comparador térmico consiste en dos termopares, uno de medida y otro de referencia, los cuales al inicio del experimento se equilibran a una temperatura de referencia mayor o menor a la de la muestra. Una vez en equilibrio el termopar de medida se pone en contacto con la muestra originándose que este cambie de temperatura respecto al termopar de referencia, y ocasionando así un incremento en la fuerza electromotriz que es aproximadamente lineal los primeros diez segundos de la medida. La fuerza electromotriz generada es función de la transferencia de calor de la muestra al termopar y depende de la diferencia inicial de temperatura entre

los dos cuerpos, el área de contacto, las condiciones del medio ambiente, y la conductividad térmica de la muestra. Si el resto de las variables se mantiene constante la relación entre la fuerza electromotriz y la conductividad térmica deberá ser directa.

Como se trata de un método comparativo es necesario efectuar una calibración previa del aparato con sustancias de conductividad térmica conocida, para que mediante un análisis de regresión lineal se pueda obtener una ecuación de la forma;

$$K=a+bV+cV^2$$

El comparador térmico resulta ser un método rápido y seguro para determinar la conductividad térmica de alimentos, pero por las condiciones en que debe realizarse es muy susceptible a errores de diversa índole en las medidas. (12)

2.-Método de la fuente lineal de calor.

Este método se basa en la aplicación de calentamiento eléctrico a una muestra y la medida del aumento de temperatura resultante en el material. Se trata de una técnica de transferencia de calor en estado transiente, bastante rápida y fácil de aplicar, por esta dos últimas características es que la técnica se ha vuelto popular.

El aparato en sí está constituido de la siguiente forma: En una aguja hipodérmica se introduce una resistencia eléctrica aislada que sirve como la fuente lineal de calor, y un termopar que

medirá los incrementos de temperatura en la muestra. Existen algunas condiciones que deben cumplirse:

- La relación entre la longitud y el diámetro del aparato tiene que ser mayor a 25.

- La relación entre el diámetro del aparato y el diámetro del contenedor de la muestra debe ser menor a 1/30.

Bajo estas condiciones la temperatura en el límite de la muestra (en la pared del contenedor) se mantiene constante a lo largo de las medidas.

Otra manera de construir el aparato de la fuente lineal de calor se hace sustituyendo la aguja hipodérmica por una aguja de coser de acero. Los alambres aislados del termopar y la resistencia se pasan por el ojo de la aguja y se pegan a los costados de ésta con pegamento o resina epóxica para evitar que se desprendan.

La teoría básica del método marca que el aumento de temperatura en un punto cercano a una fuente lineal de calor en un sólido seminfinito sujeto a un calentamiento repentino, es función del tiempo, las propiedades térmicas del sólido, y la intensidad de la fuente. La expresión a partir de la cual se puede evaluar la conductividad térmica es:

$$K = QL_n[(t_2 - t_0)/(t_1 - t_0)] / 4\pi(T_2 - T_1)$$

El factor de corrección de tiempo fue agregado para ajustar los efectos de tener un diámetro finito en la lineal calentadora y una resistencia calorífica finita entre la fuente de calor y la muestra, no obstante, también puede usarse la siguiente ecuación:

$$\Delta T / \Delta \ln t = Q / 4(\pi)K$$

Ya que en una gráfica de temperatura contra \ln del tiempo es lineal, y su pendiente esta en función de la conductividad de la muestra.

Para poder aplicar la técnica de la fuente lineal es necesario que la linealidad de la gráfica temperatura vs \ln tiempo sea buena, y que los incrementos de temperatura después del calentamiento sean pequeños para asegurar que las medidas se hagan a la temperatura correcta. Cuando se trabaja en el rango de temperaturas menores a 0°C las condiciones anteriores deben cuidarse más concienzudamente para evitar las influencias del calor latente de fusión en las medidas.

Para validar el método se tienen que efectuar estimaciones previas en sustancias de conductividad térmica conocida. (12,13,14,20)

3.-Método del plato caliente aislado.

Se trata de una técnica perteneciente al grupo de las de transferencia en estado estable unidireccional. El principio general es provocar un flujo de calor a través de una muestra que tiene forma de placa plana con espesor e y area A en contacto con dos

calorímetros a temperaturas T1 y T2 respectivamente.

El calor se transfiere a partir de uno de los calorímetros hacia la muestra y de ella al otro calorímetro. Dentro de este último circula una masa conocida de líquido W cuyo incremento de temperatura T es medido. Cuando se alcanza el estado estable en el sistema la conductividad térmica se obtiene de:

$$K = C_p W e \cdot T / A (T_1 - T_2)$$

donde C_p es el calor específico del líquido calorimétrico.

Para asegurar que el flujo de calor en la muestra sea unidireccional todo el equipo deberá estar cuidadosamente aislado, y es necesario efectuar una validación del aparato con sustancias de conductividad térmica conocida.

Esta técnica puede aplicarse a temperaturas de congelación, y aún en aquellas a temperaturas muy cercanas al punto inicial de congelación. Es una desventaja el hecho de que el tiempo necesario para alcanzar el equilibrio en la muestra en ocasiones es muy largo. (31,32)

4.-DESARROLLO EXPERIMENTAL

Para cumplir con el objetivo planteado, se llevo a cabo una revisión bibliográfica acerca de las propiedades termofísicas: generalidades, métodos y modelos para evaluarlas, en especial de la conductividad térmica.

Se investigo en la literatura a cerca de las ventajas y desventajas de los métodos numéricos para resolver problemas de transferencia de calor en estado inestable para seleccionar el método adecuado a emplear en el diseño experimental.

De igual manera se revisaron aspectos como la validación de instrumentos de medición y caracterización de equipos.

Llevada a cabo la revisión bibliográfica, se procedió a efectuar un diseño experimental el cual contemplaba efectuar actividades previas tales como la caracterización de la cámara de congelación, para establecer las condiciones de trabajo a manejar durante la experimentación, en cuanto a temperatura, velocidad del aire como medio de enfriamiento y por consiguiente el coeficiente convectivo predominante.

En la referente a instrumentos de medición, se emplearon termopares para el análisis térmico, los cuales se validaron

mediante las pruebas de precisión, exactitud, repetibilidad, reproductibilidad y linealidad, con el objeto de garantizar mediciones confiables de temperatura.

Iniciando la experimentación se efectuó la congelación del sistema modelo en una cámara de congelación por aire forzado a una temperatura promedio de -20°C del medio de enfriamiento a una velocidad de aire de 5.6 m/s obtenida mediante un anemómetro, con un coeficiente convectivo de $28.69\text{ W/m}^2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

El sistema modelo a concentraciones de 9,12, y 15% de sólidos formado con agua y sacarosa se congelo en una placa infinita y aislada, con el objeto de mantener un flujo de calor unidireccional, planteándose la siguiente hipótesis:

"Si se congela un sistema modelo líquido, formado con agua y sacarosa en una geometría de placa, la conductividad térmica del sistema aumentara a medida que transcurre la congelación en forma directamente proporcional a la concentración de sólidos en el sistema e inversamente proporcional a la disminución de temperatura a partir del punto inicial de congelación".

Tabla 4.1.1 Variables del proceso.

| V.independiente | V.dependiente | Niveles de variación | V. res- puesta |
|---------------------------------------|-----------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| Temperatura del medio de enfriamiento | Tiempo de congelación | T=20°C ctte | Difusividad y conductividad térmica |
| Velocidad del aire de enfriamiento | | V=5.6 m/s ctte | |
| Concentración del sistema modelo | | C1= 9% C2=12% C3=15% | |

Mediante los termopares ya validados se registraron datos temperatura-tiempo del proceso de congelación. Para facilitar el análisis térmico se hicieron las siguientes consideraciones:

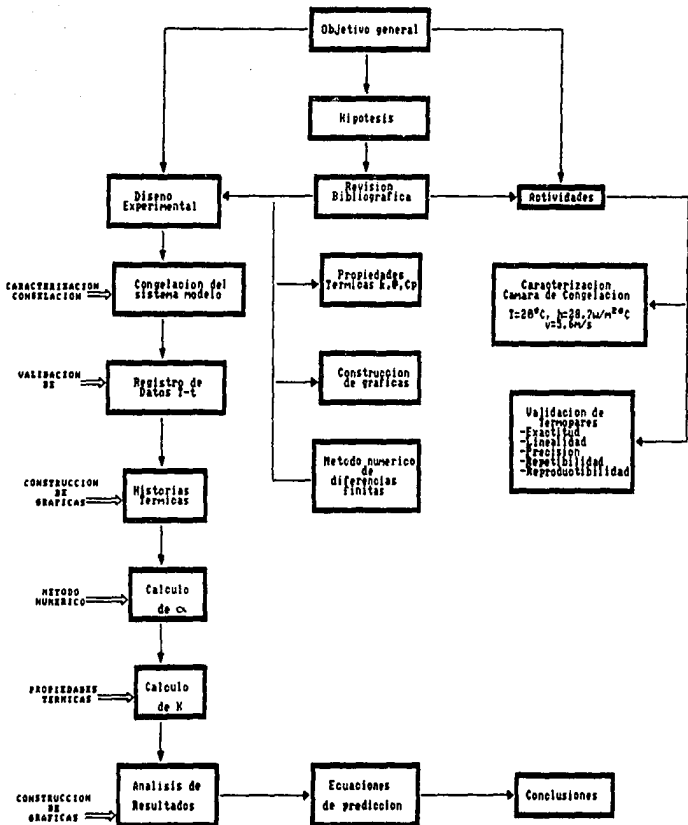
- La transferencia de calor es unidireccional.
- La transferencia de calor en el sistema es por conducción térmica.
- Se considera que en los bordes del sistema a congelar el calor se disipa por convección.
- El coeficiente convectivo es el mismo para cualquier borde del sistema a congelar.
- Se tienen movimientos de materia a velocidades despreciables, sin presentar cambios volumétricos considerables del sistema durante el cambio de fase, lo que permite considerar una densidad constante.

A partir de los datos temperatura-tiempo se procedió a elaborar las historias térmicas con sus respectivas gráficas, las cuales mostraron un comportamiento esperado, es decir, la ausencia de mesetas en las curvas que pudieran impedir la evaluación de la difusividad térmica, mediante la aplicación del método de diferencias finitas con un programa de computo en diferentes intervalos de temperatura.

Una vez obtenidos diferentes valores de esta propiedad, se procedió a determinar la conductividad térmica mediante la definición de la difusividad térmica, con los datos obtenidos por tratamiento de resultados experimentales y con valores bibliográficos de C_p y α .

Posteriormente se llevo a cabo un análisis de los resultados obtenidos para la obtención de ecuaciones de predicción de la conductividad térmica en función de la temperatura durante la etapa de congelación del sistema modelo.

4.1 CUADRO METODOLOGICO



4.2. Propiedades termofísicas.

Las propiedades termofísicas de los alimentos en la congelación son determinantes para describir procesos, diseñar o seleccionar equipo y/o para predecir tiempos de congelación.

Estas propiedades pueden ser evaluadas por medio de experimentación o bien ser obtenidas ya sea por definición o por correlaciones empíricas.

Debido a que las propiedades termofísicas cambian drásticamente durante la congelación, es importante estimar valores precisos con márgenes de error mínimos para poder obtener resultados confiables dependiendo de la aplicación que se lleve a cabo.

Las propiedades termofísicas evaluadas durante el desarrollo experimental fueron:

Por bibliografía:

- Densidad (ρ)
- Capacidad calorífica (C_p)
- Contenido de hielo
- Punto inicial de congelación (PIC)

Por tratamiento de datos experimentales:

- Difusividad térmica (α)

Por definición:

- Conductividad térmica (k)

En general las propiedades termofísicas están en función de la temperatura y de la composición y estructura de los alimentos.

A continuación se explica como se evaluó cada propiedad termofísica involucrada en la etapa experimental.

4.2.1. Difusividad térmica.

La difusividad térmica por definición es:

$$\alpha = K / \rho C_p$$

Donde:

α = Difusividad térmica (m^2/s)

K = Conductividad térmica ($W/m^{\circ}K$)

ρ = Densidad (Kg/m^3)

C_p = Capacidad calorífica ($KJ/Kg^{\circ}K$)

Esta propiedad establece la rapidez con que se difunde el calor y depende de las características del material como lo es la densidad, la capacidad calorífica, y la estructura celular. (23)

A partir de los historiales térmicos obtenidos por experimentación, se evaluó la difusividad térmica por medio del método de diferencias finitas, utilizando un programa de computo que resuelve la ecuación (2.3-8) :

$$(T^{i+1}_n - T^n) / \Delta t = \alpha (T^{i+1}_{n-1} + T^{i+1}_{n+1} - 2T^n) \Delta x^2$$

Asemejandola a la ecuación de la recta donde:

$$Y = (T^{i+1}_n - T^i_n) / \Delta t$$

$$X = (T^i_{n-1} + T^i_{n+1} - 2T^i_n) \cdot x^2$$

$$m = \alpha$$

Al resolver la expresión anterior, la pendiente resultante representa a la difusividad térmica, la cual se evaluó a diferentes intervalos de temperatura: por arriba del PIC a -6°C , de -6°C a -9°C , de -9 a -12°C , de -12 a -15°C y de -15 a la última temperatura obtenida (-17 a -18°C) con el objeto de contar con valores a diferentes etapas de la congelación para poder así evaluar la variación de la conductividad térmica durante el proceso.

4.2.2 Conductividad térmica.

La conductividad térmica es la propiedad termofísica que determina la facilidad con que se transfiere el calor por conducción en una sustancia y su valor depende de la temperatura, la composición química y la estructura física.

Durante el proceso de congelación la conductividad térmica no se mantiene constante, sino que aumenta progresivamente razón por la cual se evaluó a diferentes intervalos de temperatura para su posterior análisis. Una vez determinados los valores de difusividad térmica, los valores de la conductividad térmica se evaluaron a partir de la definición de α .

4.2.3 Punto inicial de congelación. (PIC)

El PIC es una propiedad coligativa que depende de la concentración de solutos en el alimento.

Se puede estimar ya sea por un método gráfico (experimental) o por un análisis térmico.

Debido a que las curvas obtenidas experimentalmente durante el proceso de congelación no visualizaron claramente el PIC, se procedió a utilizar la ecuación propuesta por Heldman: „„

$$T = R_g T_{a00} W_a M / 1000 f$$

Donde:

T= Decremento del PIC ($^{\circ}\text{K}$)

R_g = Constante universal de los gases ($\text{J}/^{\circ}\text{K Kg mol}$)

T_{a00} = Punto inicial de congelación del agua pura ($^{\circ}\text{K}$)

W_a = Peso molecular del agua

f= Calor latente de fusión del agua (KJ/Kg)

M= Molalidad de la solución.

4.2.4 Contenido de hielo.

En la congelación el elemento determinante de la variación de las propiedades termofísicas es la cantidad de agua congelada, por lo cual se debe considerar en los procesos que involucren temperaturas de congelación.

Existen diferentes correlaciones para calcular el contenido de hielo; en este trabajo se utilizó la siguiente ecuación (21),

$$\ln X_a = (1/T_{a0} - 1/T_a) f / R_g$$

Donde:

X_a = Fracción mol de agua congelada

T_{a0} = Temperatura de congelación del agua pura (°K)

T_a = Temperatura de congelación del alimento (°K)

f = Calor latente del agua (KJ/Kg)

R_g = Constante universal de los gases (KJ/°K Kg mol)

4.2.5 Capacidad calorífica.

El calor específico es la cantidad de calor que se requiere eliminar (considerando procesos de refrigeración y congelación) para bajar la temperatura 1 °C a 1 Kg de materia; de aquí la importancia de evaluar esta propiedad termofísica.

El calor específico puede estar dado como calor específico a presión constante y como calor específico a volumen constante, dependiendo de la manera en que se almacena el calor en el material; por lo general los procesos térmicos en materiales biológicos prevalecen a presión constante.

Es conocido que la capacidad calorífica varía solo cuando los intervalos de temperatura de un proceso dado son grandes; por los que se considerará el C_p constante a lo largo del proceso. Se determinó mediante la siguiente correlación. (22),

$$C_{p1} = 0.0335x + 0.84$$

$$C_{p2} = 0.0128x + 0.84$$

Donde:

C_{p1} = Capacidad calorífica por arriba del PIC (KJ/Kg°K)

C_{p2} = Capacidad calorífica por debajo del PIC (KJ/Kg°K)

x = Porcentaje de agua

4.2.6 Densidad.

La densidad, referida a la cantidad de materia por unidad de volumen de un producto, no se mantiene constante a lo largo de un proceso de congelación debido a la formación progresiva de hielo que provoca una variación de la densidad, aproximadamente del 10%.

Debido a limitantes en cuanto a equipo para evaluar esta propiedad experimentalmente, con el objeto de facilitar el análisis térmico se supondrán cambios volumétricos despreciables del sistema, lo cual permite suponer una densidad constante, utilizando valores bibliográficos de ésta propiedad. ...

4.3 Coeficiente convectivo.

Siendo la congelación (considerando los métodos que emplean aire) un proceso que implica una transferencia convectiva de calor empleando aire como medio congelante hacia el sistema, además de la transferencia conductiva de calor que se presenta en el producto; es de vital importancia la evaluación del coeficiente convectivo o coeficiente de película para su aplicación en diversos fines tales

como predicción de tiempos de congelación, etc...

Sin embargo, tal evaluación no es sencilla, ya que el coeficiente convectivo depende de las propiedades termofísicas del fluido tales como conductividad, densidad, viscosidad, y velocidad; del tipo y régimen de flujo, de la diferencia de temperaturas y de la geometría del sistema físico individual considerado.

Debido a estos factores se han propuesto diferentes correlaciones empíricas para determinar el coeficiente convectivo, pues generalmente no se pueden evaluar por medios teóricos; para determinar este coeficiente se empleo la siguiente correlación: ...

$$h = 6.45V^{0.78}$$

Donde:

h = Coeficiente convectivo (Kcal/h m²°C)

V = Velocidad del aire (m/s)

Esta correlación se utiliza para evaluar coeficientes convectivos en procesos de refrigeración y congelación, y es válida para velocidades de aire mayores a 5 m/s. (La velocidad de aire que se registro en la cámara de congelación fue de 5.6 m/s, medida mediante un anemómetro).

El coeficiente convectivo resultante fue de 28.69 W/m²°C.

4.4 Modelos de Predicción.

Al construir una gráfica K vs T , la tendencia de la curva obtenida resulta ser muy similar a la presentada por la curva de crecimiento Gompertz,, (ver figura 4) donde dicha curva graficando Y vs X es creciente y tiene límite cuando X tiende al infinito.

La ecuación general de dicha curva es:

$$Y = m \cdot \left[\frac{m(X-b)}{1 + m(X-b)} \right]^n + c$$

donde: m , a , b y c son constantes.

Dicha ecuación se tomara como base para obtener una expresión o modelo matemático que permita predecir el comportamiento de la conductividad térmica durante el proceso de congelación en función únicamente de la temperatura; partiendo de las curvas obtenidas por tratamiento de datos experimentales correspondientes a las tres concentraciones manejadas del sistema modelo, obteniendo las constantes de la ecuación mediante ensayos prueba-error, considerando como variable dependiente la conductividad térmica ($W/m^{\circ}C$) y como variable independiente la temperatura ($^{\circ}C$).

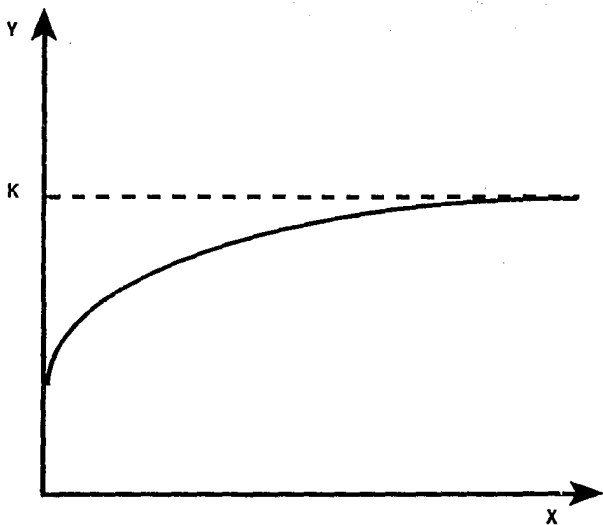


Fig. 4 Curva de Crecimiento Gompertz (39).

5.- PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS

5.1 Propiedades termofísicas.

Para llevar a cabo la evaluación y el análisis de variación de la conductividad térmica durante el proceso de congelación, fue indispensable contar con la información relativa de las propiedades termofísicas involucradas en el sistema.

Se presentan los resultados obtenidos para cada uno de los sistemas manejados en la tabla (5.1-1).

| SISTEMA Concentración de sólidos % peso | P.I.C. °C | Cp KJ/Kg°C*10 ³ | DENSIDAD kg/m ³ |
|--|--------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 9 | -0.68 | Cpf=3.88 | 1 004 |
| | | Cpl=1.98 | |
| 12 | -0.94 | Cpf=3.78 | 1 009 |
| | | Cpl=1.94 | |
| 15 | -1.21 | Cpf=3.66 | 1 016 |
| | | Cpl=1.91 | |

Tabla (5.1-1) P.I.C, densidad y capacidad calorífica del sistema modelo a diferentes concentraciones.

En cuanto a los resultados obtenidos, se observa que a medida que aumenta la concentración de solutos en un sistema, el punto inicial de congelación disminuye. Esta variación es obvia, debido a que la presencia de solutos abate el punto de congelación; a medida que se incrementa la concentración, el punto inicial de congelación decrece de manera proporcional.

En lo que respecta a los valores de capacidad calorífica obtenidos, a medida que aumenta la concentración, esta propiedad decrece; esto puede explicarse, ya que el calor específico esta en función de la composición del sistema y principalmente de la fracción de agua contenida. Por lo tanto al aumentar el contenido de solutos, la fracción de agua disminuye y consecuentemente la capacidad calorífica también disminuye.

En cuanto al porcentaje de agua congelada, se elaboraron gráficas con datos teóricos que muestran el contenido de hielo en función de la temperatura para cada uno de los sistemas manejados inicialmente se planteo evaluar la conductividad térmica considerando la influencia del porcentaje de agua congelada en el sistema pero, al analizar las gráficas, resaltó que prácticamente el 90% de agua en los sistemas se congela en promedio a temperaturas cercanas a -5°C , mientras que el resto se congela paulatinamente de esta temperatura hasta los -15°C pero sin llegar a congelar el 100%, por lo que debido a esto, la influencia no es considerable a temperaturas inferiores a -5°C en los valores de conductividad térmica, pues el cambio drástico ocurre a partir del punto inicial de congelación hasta esta temperatura.

5.2 Difusividad y conductividad térmica.

Se presentan los resultados obtenidos para cada concentración en la tabla (5.2-1) de acuerdo a lo mencionado en 4.2.3

| SISTEMA | 9% | 12% | 15% |
|---------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| T °C | α m ² /s | α m ² /s | α m ² /s |
| IPIC | 1.114E-4 | 1.219E-4 | 1.393E-4 |
| -6 | 6.011E-4 | 6.932E-4 | 7.688E-4 |
| -9 | 8.918E-4 | 9.318E-4 | 1.029E-3 |
| -12 | 9.794E-4 | 1.079E-3 | 1.183E-3 |
| -15 | 1.098E-3 | 1.142E-3 | 1.297E-3 |

Tabla (5.2-1) comparación de la difusividad térmica del sistema modelo a diferentes intervalos de temperatura

Ya una vez evaluada la difusividad térmica, por medio de su definición se procedió a evaluar la conductividad térmica a partir de los valores obtenidos por tratamiento de datos experimentales de ésta propiedad y de los valores bibliográficos de capacidad calorífica y densidad, a los mismos intervalos de temperatura, de acuerdo a lo planteado en 4.2.4, 4.2.5 y 4.2.6

Se presentan los resultados obtenidos en la tabla (5.2-2)

| SISTEMA | 9% | 12% | 15% |
|---------|------------|------------|------------|
| T °C | K W/m°C | K W/m°C | K W/m°C |
| PIC | 0.434 | 0.465 | 0.521 |
| -6 | 1.211 | 1.357 | 1.492 |
| -9 | 1.773 | 1.824 | 1.997 |
| -12 | 1.947 | 2.113 | 2.297 |
| -15 | 2.184 | 2.236 | 2.518 |

Tabla (5.2-2). Comparación de la conductividad térmica del sistema modelo a diferentes intervalos de temperatura.

Al analizar la variación de la conductividad térmica durante el proceso de congelación del sistema modelo, resalta en primer instancia el comportamiento esperado de esta propiedad: un aumento progresivo en función de el descenso de temperatura.

Observando las curvas obtenidas en las gráficas K vs. T, figura 5 estas presentan una tendencia de la conductividad térmica a aumentar en forma exponencial con respecto al descenso de la temperatura a partir del punto inicial de congelación, ocurriendo la variación más drástica en el intervalo efectuado entre dicho punto y la temperatura de -6°C, presentándose la pendiente más pronunciada en la cual el valor de la conductividad aumente prácticamente 3 veces más en comparación con el valor correspondiente a la conductividad por arriba del PIC.

Ese fenómeno puede explicarse debido a que la formación de hielo ocurre en su mayor parte en este intervalo de temperatura, aproximadamente en un 90%, y al solidificar esta fracción de agua líquida se favorece en gran medida la transmisión de calor por conducción, efectuándose en sólidos el transporte de calor mas rápidamente que la conducción en líquidos, por lo cual al ocurrir estos cambios el valor de la conductividad se incrementa por consiguiente de manera considerable.

Al evaluar la conductividad en intervalos de temperatura mas baja (-9, -12, -15°C) su comportamiento continúa aumentando, aunque en menor proporción respectivamente, pudiendo explicarse este hecho, ya que al continuar solidificandose la fracción de agua aún sin congelar, aumenta por consiguiente aún más la transferencia de calor por conducción, y por lo tanto, la conductividad térmica; esto aunado a que las bajas temperaturas favorecen el aumento del valor de la conductividad térmica, a medida que se reduce paulatinamente la temperatura.

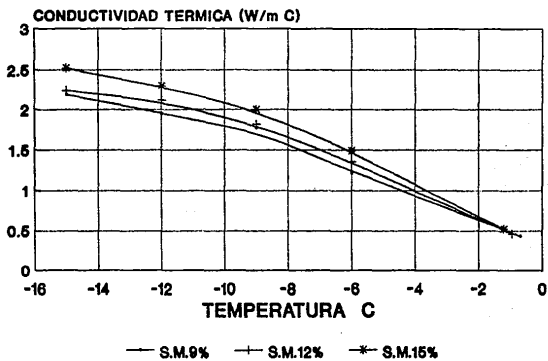
En el intervalo final de las curvas se advierte una tendencia en forma de asíntota a permanecer constante la conductividad térmica, hecho obvio, ya que la propiedad no puede incrementar su valor infinitamente; desgraciadamente por limitantes en el equipo solo se pudo alcanzar una temperatura del medio en promedio a 20°C, no pudiendo evaluar la conductividad a temperaturas más bajas, y por lo tanto confirmar el fenómeno antes mencionado.

Finalmente al compara las curvas correspondientes a las tres concentraciones manejadas del sistema modelo, todas presentan el comportamiento ya antes mencionado, variando únicamente los valores de conductividad a una misma temperatura, presentándose un aumento de la conductividad térmica en función del contenido de sólidos, teniendo los valores más altos el sistema a mayor concentración y los menores el sistema a menor concentración.

Este hecho puede deberse a que el contenido de sólidos contribuye en el transporte de calor por conducción, influyendo en cierta medida los sólidos presentes del sistema a aumentar los valores de conducción térmica.

En cuanto a la conductividad térmica por arriba del punto inicial de congelación, su comportamiento se presenta prácticamente constante, explicándose este fenómeno debido a que esta propiedad esta en función principalmente del contenido de agua y de la temperatura; como a temperaturas superiores al punto de congelación no varía el contenido de agua y las variaciones de temperatura son mínimas, el comportamiento de la conductividad es prácticamente constante.

Fig.5 COMPARACION DE LA CONDUCTIVIDAD TERMICA DE LOS 3 SISTEMAS MANEJADOS



5.3 Modelos de predicción.

De acuerdo a lo mencionado en 4.4, una vez obtenidos los términos constantes de la ecuación de la curva de Gompertz, se propusieron las siguientes expresiones matemáticas que definen la conductividad térmica del sistema modelo a una concentración determinada en función únicamente de la temperatura durante el proceso de congelación:

-Para el sistema modelo a concentración de 9%

$$K = 0.656^{0.09} \left[(-X) - 4.4 \right]_{\eta} + 0.434$$

-Para el sistema modelo a concentración de 12%

$$K = 0.739^{0.12} \left[(-X) - 4.4 \right]_{\eta} + 0.485$$

-Para el sistema modelo a concentración de 15%

$$K = 0.805^{0.15} \left[(-X) - 4.4 \right]_{\eta} + 0.521$$

donde:

X= temperatura (°C)

K= Conductividad térmica (W/m°C)

Al efectuar predicciones de conductividad térmica para las diferentes concentraciones del sistema modelo utilizando los modelos matemáticos obtenidos a diferentes temperaturas de congelación, se obtuvieron los resultados presentados en las tablas (5.2-3), (5.2-4), (5.2-5), figuras 6, 7 y 8; y al hacer una comparación con los valores obtenidos a partir de tratamiento de datos experimentales se presentó aproximadamente un $\pm 1\%$ de variación promedio.

| SISTEMA MODELO A 9% DE CONCENTRACION | | |
|---|-------------------------|-------------------------|
| TEMPERATURA °C | K EXPERIMENTAL W/m°C | PREDICCION MODELO 9% |
| PIC-0.68 | 0.434 | 0.434 |
| -6 | 1.232 | 1.211 |
| -9 | 1.672 | 1.773 |
| -12 | 1.961 | 1.947 |
| -15 | 2.188 | 2.184 |

Tabla (5.2-3). Comparación de la conductividad térmica en el S.M. a 9% utilizando el modelo de predicción.

| SISTEMA MODELO CONCENTRACION 12% | | |
|-------------------------------------|-------------------------|--------------------------|
| TEMPERATURA °C | K EXPERIMENTAL W/m°C | PREDICCION MODELO 12% |
| PIC-0.94 | 0.465 | 0.465 |
| -6 | 1.356 | 1.357 |
| -9 | 1.825 | 1.824 |
| -12 | 2.128 | 2.113 |
| -15 | 2.365 | 2.236 |

Tabla (5.2-4). Comparación de la conductividad térmica en el S.M. a 12% utilizando el modelo de predicción.

| SISTEMA MODELO CONCENTRACION 15% | | |
|-------------------------------------|-------------------------|--------------------------|
| TEMPERATURA °C | K EXPERIMENTAL w/m°C | PREDICCION MODELO 15% |
| PIC-1.21 | 0.521 | 0.521 |
| -6 | 1.492 | 1.492 |
| -9 | 2.003 | 1.987 |
| -12 | 2.332 | 2.297 |
| -15 | 2.590 | 2.518 |

Tabla (5.2-5). Comparación de la conductividad térmica en el S.M. a 15% utilizando el modelo de predicción.

De igual manera mediante ensayos prueba-error se evaluaron las constantes de la ecuación de la curva de Gompertz, para obtener una expresión más general que pudiera predecir la conductividad térmica del sistema modelo para las tres concentraciones manejadas.

La ecuación obtenida fue:

$$K=0.733^{X-4.4} \left[(-X)-4.4 \right] + K_0$$

donde

X= temperatura (°C)

K_0 =K del sistema por arriba del PIC (W/m°C)

Al efectuar predicciones de conductividad térmica para las diferentes concentraciones del sistema modelo, utilizando el modelo general a diferentes temperaturas de congelación, y haciendo una comparación con respecto a la conductividad evaluada a partir de datos experimentales se presento un -6,1 y 6% de variación promedio aprox. para las concentraciones de 9, 12 y 15% de sólidos en el sistema respectivamente.

Se muestran los resultados obtenidos en las tablas (5.2-6), (5.2-7) y (5.2-8), figuras 6,7 y 8.

| SISTEMA MODELO CONCENTRACION 9% | | |
|------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| TEMPERATURA °C | K EXPERIMENTAL w/m°C | PREDICION MODELO GENERAL |
| PIC-0.68 | 0.434 | 0.434 |
| -6 | 1.211 | 1.318 |
| -9 | 1.672 | 1.783 |
| -12 | 1.961 | 2.083 |
| -15 | 2.188 | 2.318 |

Tabla (5.2-6). Comparación de conductividad térmica en el S.M. a 9% utilizando el modelo de predicción general.

| SISTEMA MODELO CONCENTRACION 12% | | |
|-------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| TEMPERATURA °C | K EXPERIMENTAL w/m°C | PREDICION MODELO GENERAL |
| PIC-0.94 | 0.465 | 0.465 |
| -6 | 1.356 | 1.349 |
| -9 | 1.825 | 1.814 |
| -12 | 2.128 | 2.114 |
| -15 | 2.365 | 2.349 |

Tabla (5.2-7). Comparación de conductividad térmica en el S.M. a 12% utilizando el modelo de predicción general.

| SISTEMA MODELO CONCENTRACION 15% | | |
|-------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| TEMPERATURA °C | K EXPERIMENTAL w/m°C | PREDICION MODELO GENERAL |
| PIC-1.21 | 0.521 | 0.521 |
| -6 | 1.492 | 1.405 |
| -9 | 2.003 | 1.870 |
| -12 | 2.332 | 2.170 |
| -15 | 2.590 | 2.405 |

Tabla (5.2-8). Comparación de conductividad térmica en el S.M. a 15% utilizando el modelo de predicción general.

Al analizar las gráficas K vs T, figuras 6,7 y 8 donde se comparan las curvas obtenidas por tratamiento de datos experimentales, por los modelos específicos de cada concentración, y por el modelo general, las predicciones efectuadas por las expresiones obtenidas se asemejan bastante a la curva de conductividad por tratamiento de datos, apreciándose un mayor error en la predicción del modelo general, pues mientras que las curvas de los modelos específicos se presentan prácticamente idénticas a la curva de K por tratamiento de datos, la curva del modelo general se desvía ligeramente de ésta, presentándose un error por debajo de la predicción (-6%) para la concentración de 9%, y un error por arriba de la predicción (6%) para la concentración de 15%, mientras que la concentración de 12% presenta un error mínimo (1%) en la predicción efectuada.

El hecho de que el modelo general presente un mayor porcentaje de error que las expresiones obtenidas para cada concentración resulta obvio, y al presentarse errores por arriba y por abajo en las predicciones a la concentración más alta y más baja respectivamente, indica que, aunque las constantes de la ecuación de éste modelo se obtuvieron por ensayos prueba-error, prácticamente se trata de una ecuación promedio de los tres modelos específicos, razón por la cual se presentan los errores antes mencionados.

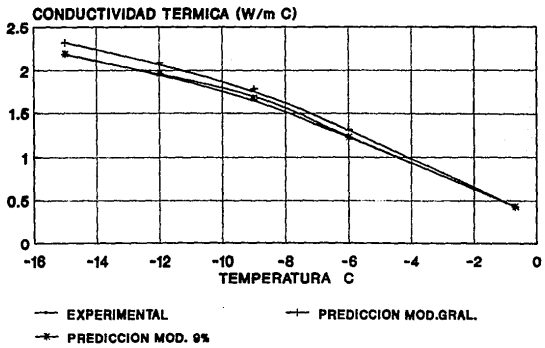
ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA.

Por lo anterior se concluye que las predicciones efectuadas por los modelos específicos son más confiables comparativamente que las predicciones obtenidas por el modelo general, pudiendo utilizar este último a expensas del conocimiento del error que el modelo involucra.

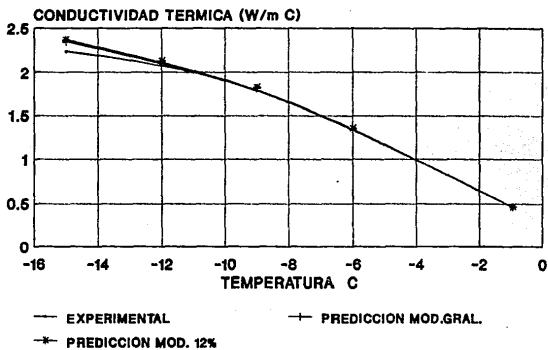
Aunque las expresiones obtenidas tanto para concentraciones específicas como el modelo general resultan ser confiables por los porcentajes de variación que presentan con respecto a valores de conductividad evaluados a partir de datos experimentales; esto aunado a su sencillez, puesto que solo se requiere aplicar la temperatura a la que se quiere evaluar la propiedad y en el caso del modelo general la conductividad por arriba del PIC del sistema a evaluar, al tratarse de ecuaciones empíricas se limitan en el aspecto que solo son seguras cuando se aplican a sistemas líquidos a bajas concentraciones de sólidos disueltos, que son en los que son aquellos que se manejaron en la experimentación.

Inicialmente se propuso contrastar los resultados obtenidos con los modelos tanto específicos como el general con valores de conductividad bibliográficos. No se encontraron valores a las condiciones manejadas.

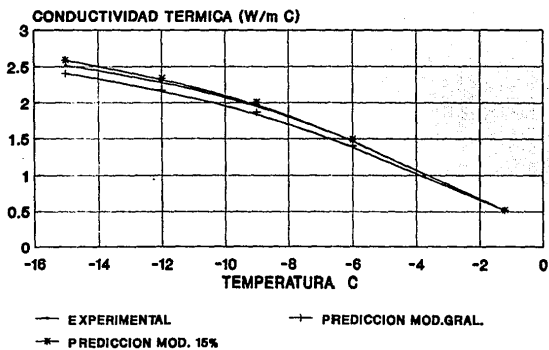
Fig. 6 COMPARACION DE CONDUCTIVIDAD TERMICA SISTEMA MODELO A 9%



**Fig. 7 COMPARACION DE CONDUCTIVIDAD
TERMICA SISTEMA MODELO A 12%**



**Fig. 8 COMPARACION DE CONDUCTIVIDAD
TERMICA SISTEMA MODELO A 15%**



Aunque las ecuaciones de predicción se obtuvieron para un sistema líquido agua-sacarosa a bajas concentraciones, las mismas pueden aplicarse para predecir la variación de la conductividad térmica en procesos de congelación para sistemas líquidos que presenten concentraciones de sólidos disueltos similares a las manejadas en esta investigación, como es el caso de diferentes productos como lo son jugos, zumos, etc..., que aunque los sólidos que contienen no sean precisamente sacarosa, debido que al ser el abatimiento del punto inicial de congelación una propiedad coligativa que depende únicamente de la cantidad de sólidos en el sistema y no de su naturaleza, este punto será muy semejante al presentado por el sistema modelo, efectuándose la transferencia de calor durante la congelación de manera también similar.

CONCLUSIONES

- La variación de la conductividad térmica durante la etapa de congelación puede ser estimada mediante una expresión matemática, en la cual, únicamente se requiere conocer la o las temperaturas a las que se desea efectuar la predicción.

- El método a diferencia de otros, elimina el empleo de datos en ocasiones difíciles de conseguir bibliográficamente; y por su sencillez, su aplicación en predicciones es más cómodo y rápido que otros métodos, comparativamente más complejos y/o tediosos de utilizar.

- A condiciones similares, los resultados obtenidos mediante las expresiones que predicen conductividad térmica, y los obtenidos a partir de tratamientos de datos experimentales, concuerdan aceptablemente para sistemas líquidos a bajas concentraciones de sólidos disueltos, bajo las condiciones manejadas.

- Debido a su carácter empírico, los resultados obtenidos solo son aplicables a productos líquidos con alto contenido de humedad, siendo necesarios estudios específicos para diferentes tipos de productos, con el fin de obtener expresiones similares que puedan predecir el cambio de la conductividad térmica durante la congelación.

- Dada la importancia actual de la congelación como un método de preservación de productos perecederos, se propone dar pie a investigaciones que evalúen y apliquen la variación de las propiedades térmicas de diferentes tipos de productos en la predicción de tiempos de congelación, sin limitarse a emplear únicamente valores constantes a lo largo del proceso.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Albin F.V. "Thermal diffusivities of some unfrozen and frozen food models." Food Technology No.14, 1974.
- 2.- Baghe-Khandan, M.S."Effect of cooking on the thermal conductivity of whole and ground lean beef." Journal of Food Science, Vol 46, 1981.
- 3.- "Improved line heat source thermal conductivity probe." Journal of Food Science. Vol 46, 1981.
- 4.- Bhumbla, V. K."Prediction of thermal conductivity of fruit juices by a thermal resistance model." Journal of Food Science. Vol 54, No 4, 1989.
- 5.- Bird R.B. Fenómenos de transporte. Edit.Reverte 1975.
- 6.- Brennan J.G. Food engineering operations. Edit.Great Britain 1976.
- 7.- Charm S.E. Fundamentals of food engineering. The AVI Publishing. 1971.
- 8.- Cheftel J. Introducción a la bioquímica de los alimentos. Edit reverté, 1989.
- 9.- Chen C.S. "Thermodynamic analysis of the freezing and thawing of foods, ice content and Molliere diagram." Journal of Food Science. Vol.50, 1985.
- 10.- "Thermodynamic analysis of the freezing and thawing of - foods, enthalpy and apparent specific heat." Journal of Food Science. Vol.50, 1985.
- 11.- Cleland A.C. "A comparison of analytical and numerical methods of predicting the freezing times of foods." Journal of Food Science. Vol.42, 1985.
- 12.- Dickerson R.W. "Thermal properties of foods." The AVI publishing. 1988.
- 13.- Dossat R.J. Principios de refrigeración. Edit.Continental. 1976.
- 14.- Drouzas. A. E. "Effective thermal conductivity of granular starch materials." Journal of Food Science. Vol 53, No 6, 1988.
- 15.- Eckert E.R. Heat and mass transfer. Edit.Mc Graw Hill 1969.
- 16.- Geankoplis, C. Procesos de transporte y operaciones unitarias. CECSA, 1988.
- 17.- Heldman D.R. "Food process engineering." AVI textbook series 1975.
- 18.- "Prediction of food product freezing rates." Journal of Food Science. Vol.50, 1982.
- 19.- "Measurement of convective heat transfer coefficients during food freezing processes." Journal of Food Science. Vol.49, 1984.
- 20.- "Food properties during freezing." Food Technology Vol.36 No.8 1982.
- 21.- "Factors influencing food freezing rates." Food Technology Vol.37 No.4, 1983.

- 22.- "Predicting the relationship between unfrozen water fraction and temperature during food freezing using freezing point depression." ASAE Vol.17, 1974.
- 23.- Holman J.P. Transferencia de calor. Edit. continental. 1979.
- 24.- Kern D.Q. Procesos de transferencia de calor. Edit. continental 1979.
- 25.- Leninger H.A. Food process Engineering. Reidel publishing. 1973.
- 26.- Lourie F. "Study of the thermophysical properties of aqueous liquid and semi-liquid foodstuffs at freezing temperatures." Journal of Food Science. Vol.52, 1987.
- 27.- "A converging front model for the asymmetric freezing of slab-shaped food." Journal of Food Science. Vol.52, 1987.
- 28.- Manrique R.J. Transferencia de calor. Edit. continental 1976.
- 29.- Mattea, M. "Prediction of thermal conductivity of vegetable foods by the effective medium theory." Journal of Food Science. Vol 51, No.1, 1986.
- 30.- McGinnis, D.S. "Prediction of transient conduction heat transfer in foods packaged in flexible retort pouches." Canadian Institute of Food Science & Technology Journal. Vol 19, No.4, 1985.
- 31.- Perez G. & Calvelo R. "Modeling the thermal conductivity of cooked meat." Journal of Food Science. Vol 49, 1984.
- 32.- Pham, Q.T. & Willix, J. "Thermal conductivity of fresh lamb meat, offals and fat in the range -40 to +30 °C: Measurements and correlations." Journal of Food science. Vol 54. No. 1989.
- 33.- "Effect of Biot number and freezing rate on accuracy of some freezing time prediction methods." Journal of Food Science. Vol 55, No.5, 1990.
- 34.- Reid D.S. "Fundamentals physicochemical aspects of freezing." Food Technology Vol.37, 1983.
- 35.- R.Paul S.N. "Thermal diffusivity in food processing." Food Technology Vol.42, 1984.
- 36.- S.W.Moline. "Thermal properties of foods at low temperatures." Food Technology. 1971.
- 37.- Succar, J. "Parametric analysis for predicting freezing time of infinitely slab-shaped food." Journal of Food Science. Vol.49, 1984.
- 38.- "A method to determine initial freezing point of foods." Journal of Food Science. Vol.56, 1990.
- 39.- Swokowski, E. Calculo con geometria analitica. Grupo Editorial Iberoamericano. 1989.
- 40.- Talmon, Y. "Analysis of propagation of freezing and thawing fronts." Journal of Food Science. Vol.48, 1981.
- 41.- Wang, D. "Thermal conductivity of surimi-measurement and modeling." Journal of Food Science. Vol 55, No.5, 1990.
- 42.- Woodams E.E. "Literature values of thermal conductivities of foods." Food technology Vol.22, 1968.
- 43.- Ziegler, G. "Thermal conductivity of liquid foods by the thermal comparator method." Journal of Food Science. Vol.50, 1975.