

38
S.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE
MEXICO



FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
CUAUTITLAN

**DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN DISPOSITIVO DE
CAIDA LIBRE CON CONTADOR DIGITAL**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
P R E S E N T A :
CARLOS VAZQUEZ CRUZ

ASESOR: ING. RAMON OSORIO GALICIA

CUAUTITLAN IZCALLI, ESTADO DE MEXICO

1994

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN
UNIDAD DE LA ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
DEPARTAMENTO DE EXÁMENES PROFESIONALES

U. N. A. M.
FACULTAD DE ESTUDIOS
SUPERIORES-CUAUTITLÁN



ASUNTO: VOTOS APROBATORIOS

DEPARTAMENTO DE
EXÁMENES PROFESIONALES

DR. JAIME KELLER TORRES
DIRECTOR DE LA FES-CUAUTITLÁN
P R E S E N T E .

AT'NI: Ing. Rafael Rodríguez Ceballos
Jefe del Departamento de Exámenes
Profesionales de la F.E.S. - C.

Con base en el art. 28 del Reglamento General de Exámenes, nos permitimos comunicar a usted que revisamos la TESIS TITULADA:

"Diseño y Construcción de un Dispositivo para Cada Libre con Contador Digital"

que presenta el pasante: Vázquez Cruz Carlos
con número de cuenta: 8041202-5 para obtener el TÍTULO de:
Ingeniero Mecánico Electricista

Considerando que dicha tesis reúne los requisitos necesarios para ser discutida en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VOTO APROBATORIO.

A T E N T A M E N T E .
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx., a 24 de Junio de 1994

PRESIDENTE	Ing. Francisco Javier Rojas Espinosa	<u>F. J. Rojas E.</u>
VOCAL	Ing. José Luis Buenrostro Rodríguez	<u>J. L. Buenrostro</u>
SECRETARIO	Ing. Ramón Osorio Galicia	<u>R. Osorio</u>
PRIMER SUPLENTE	Ing. Yolanda Benítez Trejo	<u>Y. Benítez</u>
SEGUNDO SUPLENTE	Ing. Alberto Gestefeld Arrieta	<u>A. Gestefeld</u>

A mis Padres

**Por los consejos, apoyo, cariño
y amor que me han tenido
durante toda mi vida.**

A mi Esposa

**Por la motivación y entusiasmo
que a puesto para concluir mis
estudios profesionales.**

A mi Abuelita Trina

**Por el amor y ternura que
me daba cuando vivía.**

A mi Asesor

Por el empeño que puso para la
elaboración de este trabajo.

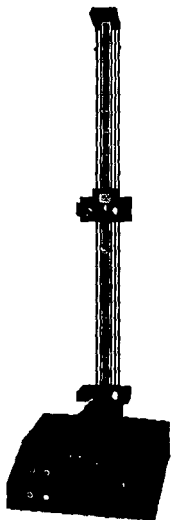
A todos mis Profesores

Por que de una u otra forma
fueron partícipes en mi formación
profesional.

A mis Amigos

Por la gran amistad incondicional
que me han ofrecido durante todo
el tiempo que tengo de conocerlos.

D I S P O S I T I V O
P A R A
C A I D A L I B R E



C O N
C O N T A D O R D I G I T A L

INDICE

INTRODUCCION	1
---------------------------	----------

CAPITULO 1

ESTUDIO DEL FENOMENO DE CAIDA LIBRE	3
1.1 Antecedentes	3
Cinemática	3
Dinámica	3
1.2 Cinemática de la partícula	5
Posición instantánea	5
Velocidad	7
Rapidez y Velocidad	9
Aceleración	10
Movimiento Rectilíneo Uniforme	12
Movimiento Uniformemente Acelerado	13
Caída libre de los cuerpos	16
Experimento del plano inclinado	18
Tabla de valores de la gravedad por regiones	20

CAPITULO 2

DISEÑO DEL EXPERIMENTO DE CAIDA LIBRE	26
2.1 Método Científico Experimental	26
Modelo	26
Predicción o Problema	27
Experimento	27

Resultados	27
2.1.1 Planeación de un Experimento	29
Definición del problema	29
Diseño de un Experimento	30
Interpretación de los Resultados o Evaluación	32
Presentación de Resultados o Reporte	34
2.2 Diseño y Planeación del Experimento para Laboratorio	36
2.2.1 Diseño de la Práctica para Laboratorio	38

CAPITULO 3

DESARROLLO DEL DISPOSITIVO DE CAIDA LIBRE	43
Componentes	43
Material y Equipo	45
3.1 Sistema Electrónico	47
Circuito de Disparo	47
Timer	48
Contador	49
Displays	50
3.2 Sistema Eléctrico	53
3.3 Sistema Mecánico	55

CAPITULO 4

ANALISIS DE LOS RESULTADOS	60
4.1 Bitácora de los Experimentos	60
4.2 Tratamiento Estadístico de Datos Experimentales	60

4.2.1 Explicación del Método de Mínimos Cuadrados y Pares de puntos ..	60
4.2.1.1 Método de Mínimos cuadrados	62
4.2.1.2 Método de Pares de puntos	65
4.2.2 Cálculo de la Precisión y Exactitud del Dispositivo	69
Tablas de cálculos de valores experimentales	70
4.2.3 Cálculo del valor de la Gravedad	74
Tablas y gráficas	75
4.3 Análisis de Resultados	85
Precisión y Exactitud	85
Gravedad	85

CAPITULO 5

ANALISIS POR COMPUTADORA DEL EXPERIMENTO	87
Explicación del Manejo del Programa	87
Listado del programa	92
Resultados obtenidos	97

CONCLUSIONES	100
---------------------------	------------

BIBLIOGRAFIA	101
---------------------------	------------

INTRODUCCION

Es importante destacar que actualmente la ingeniería a crecido en forma acelerada, ya que el cúmulo de conocimientos científicos y tecnológicos cada día es mayor, por lo que es de suma importancia que los conocimientos de las ciencias básicas como física y matemáticas sean sólidos en los estudiantes de ingeniería, de tal manera que permitan tener una comprensión clara de las teorías y técnicas básicas, para poder entender los fenómenos y procesos. Esto es lo que motivó al diseño y construcción de un dispositivo de caída libre con cronómetro digital, que permita realizar prácticas de cinemática en el laboratorio de física. El desarrollo de el equipo se dividió en tres áreas: mecánica, eléctrica-electrónica y experimental. En la parte mecánica se elaboró en si el dispositivo de tal forma que fuera sólido y transportable y que permita dejar caer objetos a diferentes alturas con el fin de poder realizar los experimentos. En lo referente a el área eléctrica-electrónica se diseñó la fuente de poder, el cronómetro digital que oscila a 1KHz., permitiendo medir hasta el orden de las milésimas de segundo, así como el sistema fotodetector, que permite llevar a efecto las mediciones. En la parte experimental realizamos las mediciones correspondientes para calcular el valor de la gravedad, demostrando que el dispositivo es confiable, además consta de una simulación por computadora para realizar el análisis de los datos que se obtengan de los experimentos. Esperando que ese trabajo sirva para fines didácticos en los laboratorios de física.

CAPITULO 1

ESTUDIO DEL FENOMENO DE CAIDA LIBRE

CAPITULO 1

ESTUDIO DEL FENOMENO DE CAIDA LIBRE

1.1 ANTECEDENTES

La mecánica, la más antigua de las ciencias físicas, es la que se encarga del estudio del movimiento de los objetos. Para describir el movimiento se divide en cinemática y dinámica.

Cinemática: Es la parte que estudia o describe los movimientos sin preocuparnos de sus causas esto es, estudia el movimiento de las partículas y cuerpos sin tomar en consideración las fuerzas requeridas para producir o mantener el movimiento.

Dinámica: Se encarga de estudiar la relación del movimiento con las fuerzas asociadas a él con las propiedades de los objetos que se mueven, para analizar las causas que provocan el movimiento se utilizan principalmente las leyes de Newton.

En nuestro caso nos ocuparemos del estudio de algunas cantidades cinemáticas y que estarán definidas para el caso especial de movimiento en una dimensión. Por ejemplo, al analizar el desplazamiento de un automóvil, diremos que se mueve en forma recta, que tiene una velocidad y que luego aumenta, que describe una curva, etc., pero no tratamos de explicar las causas de cada uno de los hechos.

Para estudiar el efecto de sistemas de fuerzas no equilibrados sobre los cuerpos es esencial conocer las relaciones existentes entre la posición, el tiempo, la velocidad, la aceleración, el desplazamiento y la distancia recorrida por partículas y cuerpos. Las cantidades cinemáticas, tales como posición y velocidad se expresan con respecto a un sistema de ejes de referencia.

Cuando el sistema de ejes de referencia se encuentra fijo en la tierra, el movimiento se denomina movimiento absoluto, a diferencia del movimiento relativo, que se mide con respecto a ejes en movimiento. En sentido estricto, el movimiento absoluto es el movimiento medido con respecto a un sistema de coordenadas fijo en el espacio; es decir, con respecto a un sistema de referencia inercial o newtoniano, como la tierra se encuentra en movimiento, cualquier movimiento que se determine con respecto a un sistema de coordenadas fijo a ella, es un movimiento relativo. En la mecánica elemental y en la solución de algunos problemas de ingeniería, se desprecia el movimiento de la tierra por tanto, en este estudio se define como movimiento absoluto al determinado con respecto a un sistema de coordenadas fijo a la tierra.

1.2 CINEMATICA DE LA PARTICULA

En el movimiento de los cuerpos se presentan varios efectos: Por ejemplo, un cuerpo puede girar, como un todo, a medida que se mueve a lo largo de alguna trayectoria. También puede ocurrir que un cuerpo vibre conforme se mueve por ejemplo, una gota de agua que cae. Estas complicaciones pueden evitarse considerando el movimiento de un cuerpo idealizado llamado partícula. El término *partícula* se aplica a cualquier cuerpo cuyo tamaño puede despreciarse sin introducir errores apreciables en el estudio o descripción de su movimiento. Matemáticamente, se considera una partícula como un punto, es decir, como un objeto sin extensión, de tal forma que no intervienen las consideraciones relativas a las rotaciones o las vibraciones. De hecho, en la naturaleza no existen objetos sin tamaño. Sin embargo, el concepto de partícula es muy útil debido a que los objetos reales se comportan, con frecuencia, casi como si fueran partículas. Para poderlo tratar como partícula no se requiere que un cuerpo sea pequeño, en el sentido usual de la palabra. Por ejemplo, si tomamos la distancia de la tierra al sol, estos dos objetos pueden considerarse como partículas en relación a que la distancia es grande. Se puede obtener mucha información respecto del movimiento del sol y de los planetas, sin cometer un error apreciable, tratando a esos cuerpos como partículas.

La **posición instantánea** de una partícula que describe alguna trayectoria se expresa mediante el vector de posición " \mathbf{r} " definido desde el origen de un sistema de coordenadas fijo hasta la partícula. La posición de la partícula puede especificarse mediante sus coordenadas o especificando la distancia " s ", medida sobre la trayectoria que describe y desde un punto fijo sobre ella hasta la partícula. Se supone que todas estas cantidades se expresan como función del tiempo. Es indispensable definir una convención de signo la cual permita interpretar físicamente las soluciones algebraicas que se obtengan de los análisis.

Las direcciones positivas son las de los ejes de coordenadas cuando éstos se especifican. Cuando no se especifique el sistema de ejes de referencia, es necesario seleccionar las direcciones positivas en forma consistente con los datos e identificarlas completamente al expresar la solución del problema. El desplazamiento lineal, " s ", de una partícula durante un intervalo de tiempo es el cambio de su posición durante el intervalo de tiempo considerado. Por lo tanto si la partícula se mueve desde la posición P hasta la posición P' durante cierto intervalo de tiempo, su desplazamiento es: $\underline{s} = \underline{r}' - \underline{r}$ y es el vector definido desde P hasta P' .

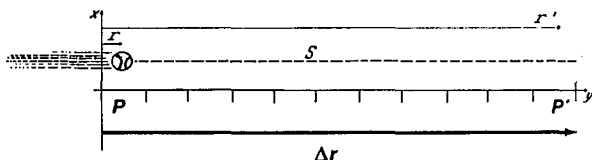


FIGURA 1.1 Posición y Desplazamiento de la Partícula

La distancia total recorrida, representada por S , es la longitud acumulada de la trayectoria descrita y en consecuencia depende de la forma de la trayectoria de los cambios que se presenten en el sentido del recorrido, y de las posiciones inicial y final de la partícula. De esta definición se concluye que la distancia total recorrida siempre será igual o mayor que la magnitud del desplazamiento (s). Solo cuando la trayectoria es una línea recta y el sentido del recorrido no se invierte el desplazamiento es igual a la trayectoria. El desplazamiento s es una cantidad vectorial que se define completamente cuando se especifican su magnitud y su dirección. La distancia recorrida S es una cantidad escalar y su magnitud la define completamente.

El desplazamiento lineal y la distancia total recorrida representa el cambio que ocurre en el intervalo de tiempo; la posición r , es una función del tiempo y posee un valor definido para cada instante. La dimensión fundamental de estas tres cantidades es la longitud y sus unidades comunes son: metros, kilómetros, pies, etc.

Velocidad. Se dice que la velocidad es la distancia recorrida por unidad de tiempo. Sin embargo, el uso común de la palabra "velocidad" no corresponde con su definición científica. Para entender con mayor facilidad la definición nos ayudaremos de la siguiente figura que ilustra como medir la rapidez de una pelota al pasar del punto P al punto P'.

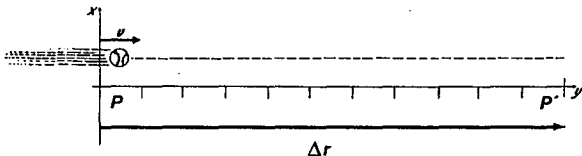


FIGURA 1.2 Velocidad

Cuando la pelota pasa por P un cronómetro empieza a funcionar y se detiene cuando la pelota pasa por P'. Entonces, el cronómetro mide el tiempo Δt que la pelota tarda en moverse de P a P', es decir, para efectuar el desplazamiento Δr .

Se define el vector \bar{v} como la velocidad promedio de la pelota en P y P' por la relación:

$$\bar{v} = \frac{\text{Vector desplazamiento}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad \dots (1)$$

La velocidad promedio es una cantidad vectorial y tiene la dirección del desplazamiento r . Como resultado, la velocidad tiene la misma dirección que el movimiento.

Para determinar la velocidad en cualquier punto de la trayectoria utilizamos la expresión siguiente:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad \dots (2)$$

Que corresponde a la velocidad instantánea. El símbolo $\lim_{\Delta t \rightarrow 0}$ se lee:

"En el caso límite cuando t se aproxima a cero".

En cálculo, la cantidad $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\Delta x / \Delta t)$

Se define como la derivada de x respecto a t , y se representa por dx/dt . Por lo que:

$$\text{Velocidad instantánea} = v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} \quad \dots (3)$$

La magnitud de la velocidad, v , se denomina rapidez. La ecuación lineal tiene dimensiones de longitud dividida entre unidades de tiempo, las más comunes son:

Metros por segundo (m/s), kilómetros por hora (Km/h), pies por segundo (pies/s), etc.

Diferencia entre Rapidez y Velocidad

Cuando se habla de la rapidez de un objeto, por lo común quiere hacerse referencia a la distancia recorrida dividida entre el tiempo empleado.

Por ejemplo, un automóvil parte del punto A recorriendo 200 Km. en un tiempo de 4 h, y regresando al mismo punto, por lo que su rapidez promedio será:

$$\text{Rapidez promedio} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo empleado}} = \frac{200 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 50 \text{ km/h}$$

Sin embargo, la velocidad promedio para este mismo recorrido será completamente diferente, ya que ha terminado en el punto de partida, su desplazamiento equivale a cero.

En consecuencia:

$$\text{velocidad promedio} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo empleado}} = \frac{0}{4\text{h}} = 0$$

Esta claro que la rapidez y la velocidad no son lo mismo. Sin embargo, la magnitud de la velocidad instantánea en un punto es igual a la rapidez en ese punto. Esto es una consecuencia de la forma en que se miden las diferentes cantidades. Cuando se pasa al límite $\Delta t \rightarrow 0$ no se le da el tiempo al objeto para cambiar de dirección en su movimiento. Como resultado, el desplazamiento durante este pequeño intervalo de tiempo tiene una magnitud igual a la distancia recorrida. Por lo que, la magnitud de la velocidad instantánea y de la rapidez son iguales.

Aceleración. La aceleración de una partícula es la rapidez de cambio de su velocidad con respecto al tiempo. Durante el movimiento de un cuerpo la velocidad puede cambiar en magnitud, en dirección o en ambas características. Se dice entonces que el cuerpo tiene una aceleración. Supongamos que en el instante t_0 , una partícula, esta en el punto P, moviéndose en el plano x - y con la velocidad instantánea v_0 , y que en un instante posterior t_f se encuentra en el punto P', moviéndose con una velocidad instantánea v_f .

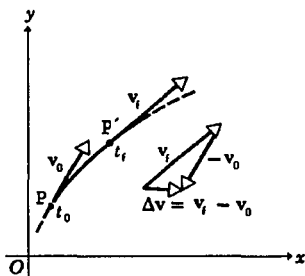


FIGURA 13 Aceleración

La aceleración promedio \bar{a} durante el movimiento desde P hasta P' se define como el cambio de la velocidad dividido entre el intervalo de tiempo, o sea,

$$\bar{a} = \frac{\bar{v}_f - \bar{v}_0}{t_f - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \dots (4)$$

La cantidad \bar{a} es un vector, puesto que se obtiene al dividir un vector Δv entre el escalar Δt . Por lo tanto, la aceleración está caracterizada por una magnitud y una dirección. Su dirección es la dirección Δv y su magnitud es $|\Delta v / \Delta t|$.

La magnitud de la aceleración se expresa en unidades de velocidad divididas entre unidades de tiempo, como son: metros por segundo cuadrado (m/s^2), centímetros por segundo cuadrado (cm/s^2), pies por segundo cuadrado ($pies/s^2$), etc.

Decimos que la ecuación (4) es la aceleración promedio porque no se ha dicho nada sobre la variación temporal de la velocidad durante el intervalo Δt . Tan sólo conocemos el cambio total en la velocidad y el tiempo total transcurrido. Si el cambio en la velocidad (un vector) dividido entre el tiempo transcurrido correspondiente, $\Delta v/\Delta t$, permaneciera constante cualesquiera que fuesen los intervalos de tiempo durante los cuales medimos la aceleración, tendríamos una aceleración constante. En consecuencia, una aceleración constante, supone que el cambio de la velocidad es uniforme con el tiempo, tanto en dirección, como en magnitud. Si no hay cambio en la velocidad, es decir, si la velocidad permanece constante, tanto en magnitud como en dirección, entonces Δv sería cero en todos los intervalos de tiempo considerados y el valor de la aceleración sería cero. Si una partícula se mueve de tal manera que su aceleración promedio, medida en los intervalos de tiempo diferentes, no resultase constante, se dice que la partícula tiene una aceleración variable. La aceleración puede variar en magnitud, en dirección o en ambas características. En tales casos debemos determinar la aceleración de la partícula en un tiempo dado, es decir, la llamada aceleración instantánea; la cual se define como:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad \dots (5)$$

Esto es, la aceleración de una partícula en el tiempo t es el valor límite de $\Delta v/\Delta t$ en el tiempo t cuando Δv y Δt tienden a cero. La dirección de la aceleración instantánea a es la dirección límite del cambio vectorial en la velocidad Δv . La magnitud a de la aceleración instantánea es simplemente:

$$a = |\mathbf{a}| = |dv/dt|$$

Cuando la aceleración es constante, la aceleración instantánea es igual a la aceleración promedio. Notese que la relación entre a y v (ec. 5) es la misma entre v y r (ec. 3).

El término lineal, que aparece en expresiones como velocidad lineal o desplazamiento lineal, se utiliza en la descripción del movimiento de partículas o puntos. El movimiento angular es característico de líneas o de cuerpos porque se necesitan dos líneas para definir un ángulo. Se dice que el movimiento de una partícula es rectilíneo cuando la trayectoria que describe durante el desplazamiento es una línea recta, el movimiento es curvilíneo cuando la trayectoria es curva. El movimiento de una partícula es uniforme cuando recorre distancias iguales durante intervalos de tiempo iguales, independientemente de lo pequeños que sean estos.

Movimiento Rectilíneo Uniforme. Cuando un cuerpo se desplaza con velocidad constante a lo largo de una trayectoria en línea recta, decimos que su movimiento es rectilíneo uniforme (la palabra "uniforme" indica que el valor de la velocidad permanece constante en el tiempo). Al aplicar las definiciones del movimiento de una partícula, se incluye que la velocidad, que es tangente a la trayectoria, siempre tendrá la misma dirección -la de la línea recta- y por lo tanto solo varía su magnitud, la dirección de la aceleración también coincide con la línea recta.

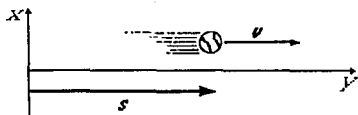


FIGURA 1.4 Movimiento Rectilíneo Uniforme

Movimiento Uniformemente Acelerado. Este movimiento se presenta con frecuencia y ya que la aceleración es constante, es particularmente simple. Considérese un móvil que este viajando en dirección r de P hacia P' con aceleración constante a . Designese su posición y su velocidad en P por x_0 y v_0 , en forma respectiva. Pasa por P' al tiempo t_0 , como lo muestra la figura siguiente:

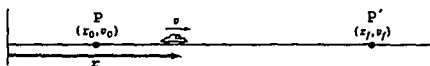


FIGURA 1.5 Movimiento Uniformemente Acelerado

Las cantidades correspondientes a la del móvil que pasa por P' son r_1 , v_1 y t_1 . Se escribirán ahora las ecuaciones que relacionan a estas cantidades.

De la definición de la velocidad promedio, queda:

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_1 - r_0}{t_1 - t_0}$$

Al eliminar las fracciones

$$r_1 - r_0 = \bar{v} (t_1 - t_0) \quad \dots (6)$$

La definición de la aceleración promedio proporciona la siguiente relación:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_f - \bar{v}_0}{t_f - t_0}$$

Para el caso de aceleración constante, las aceleraciones promedio e instantánea son iguales.

En consecuencia, después de eliminar fracciones, resulta:

$$\bar{v}_f - \bar{v}_0 = \bar{a} (t_f - t_0) \quad \dots (7)$$

Esta relación tiene un significado muy simple. Se sabe que $(\bar{v}_f - \bar{v}_0)$ es el cambio de la velocidad entre P y P'. Este puede determinarse multiplicando el cambio de la velocidad en un segundo (o sea, a) por el tiempo transcurrido $(t_f - t_0)$, esto es exactamente lo que dice la ecuación (7). La tercera ecuación enunciada se aplica sólo al caso especial que se está considerando aceleración constante (uniforme). En este caso v aumenta en forma lineal de v_0 a v_f . (Recuérdese que a es la pendiente de la gráfica v contra t . Ya que a es constante, la pendiente es constante y la gráfica es lineal.) El valor promedio de v es:

$$\bar{v} = 1/2 (\bar{v}_0 + \bar{v}_f) \quad \dots (8)$$

Estas tres ecuaciones fundamentales son de uso tan frecuente que es conveniente encontrar de una vez, otras dos ecuaciones que sean derivadas a ellas. Para encontrar la primera ecuación se reemplaza en la ecuación (6) el valor de \bar{v} dado por la ec. (8).

Donde se obtiene:

$$r_f - r_0 = 1/2 (\bar{v}_f + \bar{v}_0)(t_f - t_0) \quad \dots(9)$$

Al despejar $t_f - t_0$ de la ec. (7) se tiene: $t_f - t_0 = \frac{\bar{v}_f - \bar{v}_0}{\bar{a}}$

sustituyendo la en la ecuación (9) tenemos:

$$r_t - r_o = 1/2 (\bar{v}_t + \bar{v}_o) [(\bar{v}_t - \bar{v}_o) / \bar{a}]$$

$$2 \bar{a} (r_t - r_o) = (\bar{v}_t^2 + \bar{v}_t \bar{v}_o - \bar{v}_t \bar{v}_o + \bar{v}_o^2)$$

$$\bar{v}_t^2 - \bar{v}_o^2 = 2 \bar{a} (r_t - r_o) \quad \dots (10)$$

La otra ecuación se obtiene también a partir de la ecuación (9), ahora se reemplaza $\bar{v}_t = \bar{a}(t - t_o) + \bar{v}_o$ de la ecuación (7) para obtener:

$$r_t - r_o = 1/2 [v_o + a(t - t_o) + v_o](t - t_o)$$

$$r_t - r_o = 1/2 [2 v_o + a(t - t_o)](t - t_o)$$

$$r_t - r_o = 1/2 [2 v_o (t - t_o)] + [1/2 a(t - t_o) (t - t_o)]$$

$$r_t - r_o = \bar{v}_o (t - t_o) + 1/2 \bar{a} (t - t_o)^2 \quad \dots (11)$$

Caída Libre de los Cuerpos

El gran filósofo Aristóteles, aproximadamente 300 años antes de Cristo, creía que al dejar caer cuerpos ligeros y pesados desde una misma altura, sus tiempos de caída serían diferentes: los cuerpos más pesados llegarían al suelo antes que los más ligeros.

La creencia en esta afirmación perduró durante casi dos milenios, sin que nadie procurase comprobar su veracidad con mediciones cuidadosas. Esto sucedió en virtud de la gran influencia del pensamiento aristotélico en varias áreas del conocimiento.

Un estudio más minucioso del movimiento de la caída de los cuerpos fue realizado por el gran filósofo Galileo Galilei, en el siglo XVII. Galileo es considerado el creador del método experimental en física, estableciendo que cualquier afirmación relacionada con algún fenómeno debía estar fundamentada en experimentos u observaciones cuidadosas. Este método de estudio de los fenómenos de la naturaleza no se había adaptado hasta entonces, por lo cual varias conclusiones de Galileo se oponían al pensamiento de Aristóteles.

Al estudiar la caída de los cuerpos mediante experimentos y mediciones precisas, Galileo llegó a la conclusión de que, si se dejan caer simultáneamente desde una misma altura un cuerpo ligero y uno pesado, ambos caerán con la misma aceleración, llegando al suelo en el mismo instante, contrariamente a lo que pensaba Aristóteles.

Cuentan que Galileo subió a lo alto de la torre de Pisa, y para demostrar en forma experimental sus afirmaciones, dejó caer varias esferas de distinto peso, las cuales llegaron al suelo simultáneamente a pesar de la evidencia proporcionada por los experimentos realizados por Galileo. Muchos simpatizantes del pensamiento aristotélico no se dejaron vencer, siendo el gran físico objeto de persecuciones por propagar ideas que se consideraron revolucionarias.

La creencia aristotélica de que un objeto más pesado cae con mayor rapidez es una creencia común. Parece tener sustención en las bien conocidas demostraciones de cátedra en las que se dejan caer, en forma simultánea, una pelota y una hoja de papel y en que la pelota llega al piso con mucha anticipación respecto de la hoja de papel. Si embargo, a arrugar y compactar la hoja de papel y repetir el experimento, el profesor encuentra que los dos cuerpos llegan al piso esencialmente al mismo tiempo. En el primer caso, es el efecto de la mayor resistencia del aire lo que hace que el papel caiga más lentamente que la pelota. En el segundo caso, se reduce que el efecto de la resistencia del aire sobre el papel hasta que es casi igual en ambos cuerpos, así que entonces cae en mismo tiempo.

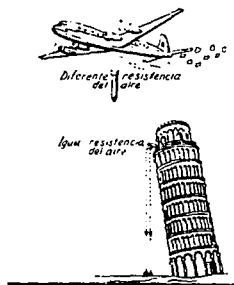


FIGURA 1.6 Experimento de Galileo

Claro está, se puede hacer una prueba directa dejando caer a los dos cuerpos en una región sin aire (evacuada). Aún en vacíos parciales de fácil la obtención, se pueden demostrar que una pluma y una pelota de plomo, miles de veces es más pesada, caen con ritmo prácticamente indistinguibles. Sin embargo, en la época de Galileo no existía forma efectiva alguna para obtener un vacío parcial, ni existía un equipo adecuado para medir el tiempo de caída de los cuerpos con suficiente precisión como para obtener datos numéricos confiables.

A pesar de esto, Galileo pudo demostrar sus resultados comprobando primero que el carácter del movimiento de una pelota que rueda sobre un plano inclinado era igual al de una pelota en caída libre.

El plano inclinado sólo servía para disminuir la aceleración efectiva de la gravedad y, con ello hacer más lento el movimiento. Midiendo los intervalos de tiempo, conociendo por ejemplo, el volumen de agua que sale de un tanque, pudo determinar la rapidez y la aceleración del movimiento. Galileo demostró que si la aceleración a lo largo del plano inclinado era constante, entonces la aceleración de la gravedad debería ser constante, ya que la aceleración a lo largo del plano inclinado es tan sólo una componente de la aceleración de la gravedad vertical, y la razón entre estas dos aceleraciones es constante a lo largo de un plano de inclinación constante.

Experimento del plano inclinado:

Galileo experimentó las leyes de la caída de los cuerpos mediante el movimiento de una bolita en un plano inclinado, como el que se muestra a continuación:

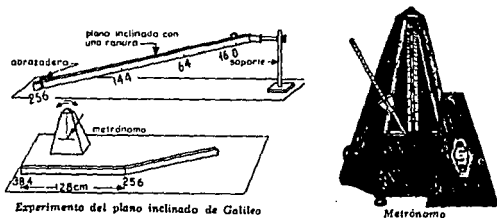


FIGURA 1.7 Experimento del Plano Inclinado de Galileo

Este dispositivo consiste en una regla con una canal por la cual puede rodar una canica. En la regla se ponen marcas a las distancias indicadas en la figura o sea, de 16 cm, 64 cm, 144 cm y 256 cm; para medir el tiempo se emplea un metrónomo como los que se usan en música.

Se pone el metrónomo oscilando con un intervalo adecuado, por ejemplo, de un segundo y después se modifica la inclinación de la regla de manera que si se suelta la canica en el momento en que suena el metrónomo, después vuelva a sonar cuando pase por el punto marcado con 16. Entonces se observará que la canica pasa frente a la marca 64 al tercer toque, frente a la marca 144 al cuarto toque y al quinto toque, choca contra la abrazadera a una distancia de 256 cm. Si después se agrega al plano inclinado otra canal horizontal y se pone una marca de 128 cm más allá del 256, la canica llegará a esa marca en el momento en que el metrónomo marque el sexto intervalo. Esta última distancia de 128 cm es recorrida ya con velocidad constante e indica por consiguiente la velocidad adquirida después de haber acelerado durante cierto tiempo por el plano inclinado.

De sus experimentos encontró que las distancias recorridas en el intervalo de tiempo consecutivo eran proporcionales a los números impares 1, 3, 5, 7, ...etc. En consecuencia, las distancias totales en intervalos consecutivos eran proporcionales a $1+3$, $1+3+5$, $1+3+5+7$, etc. . Es decir, a los cuadrados de los números enteros: 1, 2, 3, 4,... pero si la distancia recorrida es proporcional al cuadrado de tiempo transcurrido, la velocidad adquirida es proporcional al tiempo transcurrido, que es un resultado que sólo es valido si el movimiento es uniformemente acelerado. Galileo encontró el mismo resultado si importar la masa de la pelota usada.

El ejemplo más común del movimiento con aceleración(casi) constante es el de un cuerpo que cae hacia la tierra. Si no hay resistencia del aire se observa que todos los cuerpos, cuales quiera que sea su tamaño, su peso o su composición, caerá con la misma aceleración en la misma región vecina a la misma superficie terrestre y, si la distancia recorrida no es demasiado grande, la aceleración permanece constante durante la caída.

El movimiento ideal en el que se desprecia tanto la resistencia del aire como el pequeño cambio de la aceleración con la altura, se llama "Caída Libre".

La aceleración de un cuerpo que cae libremente se llama aceleración debido a la gravedad y se la denota con el símbolo "g".

Cerca de la superficie de la tierra, su magnitud es aproximadamente de 32 pies/s², 9.8 m/s², 980 cm/s², y está dirigida hacia el centro de la tierra. La variación de su valor exacto depende de la latitud y de la altura del lugar donde se mida. Como lo muestra la siguiente tabla:

Lugar	Elevación (m)	Gravedad (m/s ²)	Gravedad (pies/s ²)
Zona del canal	0	9.7824	32.0944
Jamaica	0	9.7859	32.1059
Bermudas	0	9.7980	32.1548
Beaufort, N.C.	1	9.7973	32.1433
New Orleans	2	9.7932	32.1299
Galveston	3	9.7927	32.1282
Seattle	58	9.8073	32.1761
San Francisco	114	9.7997	32.1512
St. Louis	154	9.8000	32.1522
Cleveland	210	9.8024	32.1601
Denver	1638	9.7961	32.1394
México D.F.	2400	9.7917	32.1604
Pikes Peak	4293	9.7895	32.1177

TABLA L1 VALORES DE LA GRAVEDAD

La manera de obtener el valor de la gravedad de un lugar específico es a partir de la Ley de la Gravitación Universal.

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Donde:

F_g : Fuerza Gravitacional

G : Constante de la Gravitación Universal

$m_1 m_2$: Masas de los cuerpos

r : Radio entre las masas

Por ejemplo, calculando el valor de la gravedad para la Ciudad de México D.F.

$$F_g = m_p g$$

m_p : masa de prueba

g : Aceleración de la gravedad

Sustituyendo en la ecuación de la Gravitación Universal tenemos:

$$g m_p = G \frac{m_p m_{tierra}}{r^2}$$

Despejando g :

$$g = G \frac{m_p m_{tierra}}{m_p r^2}$$

$$g = G \frac{m_{tierra}}{r^2}$$

Datos:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{Kg}^2$$

$$\text{Masa de la tierra} = 5.98 \times 10^{24} \text{ Kg}$$

$$\text{Radio medio de la tierra} = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\Gamma = \Gamma_{\text{medio}} + \Gamma_{\text{ciudad de México}}$$

Cálculos:

$$r = 6.38 \times 10^6 \text{ m} + 2400 \text{ m} = 6382400 \text{ m}$$

Sustituyendo valores:

$$g = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{Kg}^2} \frac{5.98 \times 10^{24} \text{ Kg}}{(6382400)^2 \text{ m}^2}$$

$$g = 9.7917 \text{ m/s}^2$$

Análisis dimensional:

$$g = \frac{\text{N m}^2}{\text{Kg}^2} \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{Kg}}$$

como:

$$N = \frac{\text{m kg}}{\text{s}^2} \quad \text{entonces:}$$

$$g = \frac{\text{m Kg}}{\text{Kg s}^2} \quad \text{por lo tanto:}$$

$$g = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

En la actualidad se puede medir fácilmente como se comportan los objetos que caen. La fotografía estroboscópica es muy común entre las técnicas actualmente disponibles para investigar tal comportamiento.

La figura muestra una fotografía estroboscópica de un experimento de caída libre y tiro parabólico:

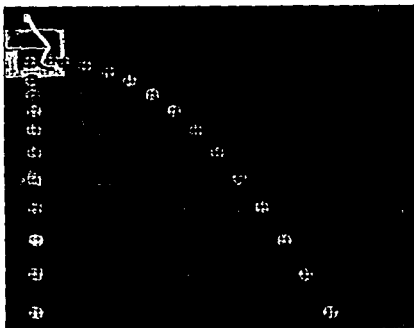


FIGURA 1.8 Fotografía Estroboscópica

Como todas las aceleraciones, la aceleración debida a la gravedad es un vector. Está dirigida hacia la superficie de la tierra. En consecuencia, los objetos que caen se aceleran y los objetos que suben se frenan (desaceleran). En este caso la aceleración debido a la gravedad tienen una dirección opuesta a la del movimiento y en consecuencia, retarda el movimiento. Debe procederse con cuidado al tratar movimientos hacia arriba y hacia abajo, ya que el uso apropiado de los signos es de gran importancia.

Para estudiar el movimiento vertical bajo el efecto de la gravedad se aplican las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado:

$$\begin{aligned}r_f - r_o &= \bar{v} (t - t_o) \\ \bar{v}_f - \bar{v}_o &= \bar{a} (t - t_o) \\ \bar{v} &= 1/2 (v_o + v_f) \\ \bar{v}_f^2 - \bar{v}_o^2 &= 2 \bar{a} (r_f - r_o) \\ r_f - r_o &= v_o(t - t_o) + 1/2a(t - t_o)^2\end{aligned}$$

Por supuesto, en este caso, $a = g$, y para utilizar en forma práctica para el experimento estas ecuaciones es conveniente considerar que partiremos del reposo por lo que $t_o = 0$, $r_o = 0$ y $v_o = 0$. Y manteniendo el subíndice "o" y se quita "f" de los términos restantes. Se supone que el subíndice "o" se refiere al punto inicial, mientras que "f" se refieren al punto final. Por lo que nuestras ecuaciones de movimiento para caída libre partiendo del reposo quedan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}r &= \bar{v}t \\ v &= gt \\ \bar{v} &= 1/2 v \\ v^2 &= 2 gr \\ r &= 1/2 gt^2\end{aligned}$$

CAPITULO 2

DISEÑO DEL EXPERIMENTO DE CAIDA LIBRE

CAPITULO 2

DISEÑO DEL EXPERIMENTO DE CAIDA LIBRE

2.1 METODO CIENTIFICO EXPERIMENTAL

El método científico experimental fue iniciado por los pitagóricos y Arquímedes; y consiste de un conjunto de operaciones metrológicas y de razonamientos deductivos, inductivos y matemáticos para analizar los fenómenos naturales. El método experimental está estructurado en 4 etapas interrelacionadas como lo muestra la siguiente figura:

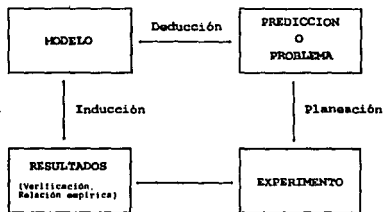


FIGURA 2.1 Método Científico Experimental

MODELO. El modelo es una ley o teoría física, que se postula que obedece el sistema físico bajo estudio experimental. Un modelo es mejor cuando sus hipótesis son más simples y su intervalo de validez es mayor. El intervalo de validez del modelo es aquella región física en donde las predicciones del modelo están de acuerdo con los resultados experimentales.

PREDICCIÓN O PROBLEMA. La predicción es una deducción o consecuencia lógica o matemática de la ley o teoría física, que expresa el comportamiento posible del sistema en una situación dada.

EXPERIMENTO. El experimento es la observación controlada del fenómeno o comportamiento del sistema físico. El experimento reproduce o puede aproximar la situación dada del sistema y verifica si la predicción del modelo está de acuerdo con el resultado experimental. En otras palabras, el experimento prueba el valor de verdad de la predicción del modelo.

RESULTADOS. Los resultados experimentales son las medidas indirectas, tablas, gráficas, ecuaciones empíricas o verificación del modelo. Todo resultado experimental tiene una incertidumbre, debida a los errores experimentales que afectan a las mediciones directas e indirectas (aparatos de medida, observador, medio ambiente, etc.).

Por lo tanto, experimentalmente todo resultado o medida física es un intervalo de valores ($x = \bar{x} \pm \Delta x$); y se afirma que hay acuerdo entre teoría y experimento cuando el valor predicho por la teoría cae dentro del intervalo medido experimentalmente:

$\mu =$ Valor Predicho por la Teoría

$\Delta x =$ Error estándar

$$\mu \in [x - \Delta x, x + \Delta x]$$

En la figura 2.1 se muestra que el proceso o ciclo (cerrado o en espiral) puede comenzar a partir de un modelo, de un problema o de resultados experimentales anómalos. Así, si se parte de un modelo, entonces postulamos que el sistema físico obedece ciertas leyes, de las cuales se deduce una predicción: comportamiento del sistema en una situación dada. Experimentalmente, mediante la planeación adecuada se puede reproducir o aproximar la situación dada al verificar si la predicción hecha está de acuerdo con el resultado experimental.

Si lo está, se dice que el modelo es bueno o correcto; si hay acuerdo parcial se puede pensar en una modificación o extensión de modelo original. Si hay desacuerdo, se desecha el modelo y se prosigue el análisis de los resultados experimentales, con la esperanza de encontrar un nuevo modelo que concuerde y prediga nuevos resultados, susceptibles de verificación experimental.

Cuando no se dispone de ningún modelo, la realización del experimento correspondiente debe producir al menos una relación empírica, a partir de la cual, posiblemente se encuentren elementos que permitan percibir un modelo (nueva ley o teoría). En general, dado el planteamiento de un problema, el experimento correspondiente es aquel que puede verificar la validez de una teoría, discriminar entre modelos diferentes, los efectos de cierto procedimiento, etc.. En general, los experimentos científicos se clasifican de acuerdo a:

- a) La teoría disponible.
- b) El grado de control.
- c) La fluctuación estadística de las variables experimentales.

En la Física e Ingeniería, la gran mayoría de los experimentos tienen alto grado de control y baja fluctuación estadística; por lo que los experimentos se clasifican de acuerdo a los modelos y teorías disponibles de la siguiente manera:

- 1) Experimentos sin base teórica.
- 2) Experimentos intermedios.
- 3) Experimentos con base teórica.

2.1.1. PLANEACION DE UN EXPERIMENTO

1.- Definición del problema.

El paso inicial de un experimento es definir el problema, o sea determinar claramente los objetivos del experimento, cuales son las preguntas que hay que responder, lo que implica determinar cuales son las variables independientes, cuales las dependientes, los parámetros constantes, los intervalos de variación, la precisión y exactitud necesaria en la medición de las variables, etc..

Estos valores se determinan tomando en cuenta:

- a) La bibliografía existente.
- b) Las aproximaciones introducidas en el modelo (Ley o teoría física).
- c) La región en la que interesan los resultados (Intervalo de variación de la variable dependiente).
- d) El equipo con que se cuenta y su precisión.
- e) El tiempo y el dinero disponible.

Cabe hacer notar, que los factores anteriores están interrelacionados y la decisión se debe tomar después de evaluarlos en conjunto. Después de haber evaluado el conjunto de factores, se puede escoger el procedimiento experimental, el cual puede ser uno de los mencionados en la bibliografía, una modificación a uno de ellos o uno completamente nuevo si las circunstancias lo requieren. En este momento es necesario decidir cual es la forma de respuesta más adecuada a la pregunta planteada experimentalmente.

Por ejemplo, la respuesta a esa pregunta puede ser una gráfica, una tabulación, un valor, etc.. También hay que decidir como se va a obtener dicha respuesta o sea que se va a medir, con

que precisión, en que intervalo, en cuanto tiempo y con que material y equipo. Después de esto, comienza propiamente el diseño del experimento. A continuación se muestra el diagrama para la definición del problema:

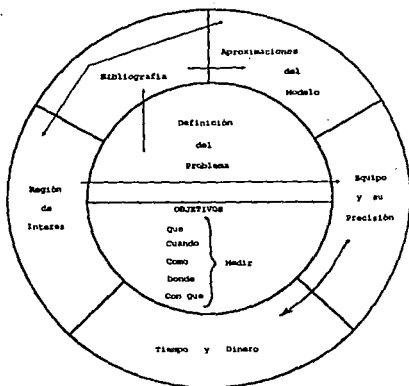


FIGURA 2.2 Definición del Problema

2.- Diseño de un Experimento.

Una vez escogido el método experimental, hace falta determinar todos los detalles necesarios para realizarlo y estos van desde cuales son sus componentes hasta el número y orden de las medidas. Para escoger las componentes, se debe hacer un análisis de las fuentes de error y para determinar la técnica experimental, conviene realizar un experimento de prueba cuyos resultados permitan afinar la técnica y comprobar si el procedimiento escogido es el adecuado.

Para propósitos de discusión, podemos distinguir las siguientes etapas del proceso de diseño, aunque cabe hacer notar que no siempre es muy clara la separación entre ellas.

- a) Determinar todos y cada uno de los componentes del equipo.
- b) Acoplarlos.
- c) Realizar un experimento de prueba.
- d) Interpretar tentativamente los resultados y determinar su precisión, modificando en su caso, el procedimiento y/o el equipo utilizado.
- e) Realizar el experimento final.

En la siguiente figura se muestra gráficamente el diseño de un experimento:

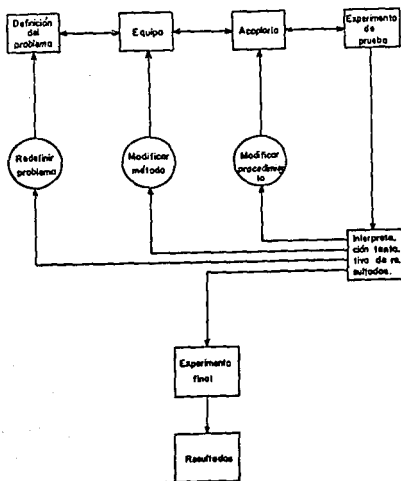


FIGURA 2.3 Diseño de un Experimento

3.- Interpretación de los Resultados o Evaluación del Experimento.

El tipo de interpretación y presentación de los resultados depende directamente del problema planteado, de tal manera que los resultados deben contestar lo más claramente posible a la pregunta planteada.

Si es un experimento de tipo crucial que discrimine entre dos modelos, los resultados deben permitir hacer la discriminación. Si lo que se busca es una relación empírica, ésta debe encontrarse al menos en forma gráfica.

Si lo que se busca es confirmar un modelo, el resultado debe decidir si hay acuerdo entre teoría y experimento. En el caso de una relación empírica presentada en forma gráfica, las escalas deben permitir leer los resultados con la precisión necesaria, tener marcadas claramente las unidades correspondientes y existir alguna indicación de la precisión de los puntos experimentales.

Si se encuentra una expresión analítica para la gráfica, es posible representarla de modo más compacto a través de su ecuación, además de que esta última puede proporcionar algún indicio acerca del modelo conveniente al fenómeno estudiado. Sin embargo, también es posible que la ecuación empírica encontrada no tenga nada que ver con el modelo adecuado, ya que por un conjunto de puntos experimentales puede ajustarse más de una curva.

Recuérdese que los puntos experimentales corresponden a intervalos de confianza y lo que se espera de una ecuación que representa empíricamente a unos datos, es que sea lo más simple posible y que pase por los puntos experimentales.

Conviene tener presente, que decir que una curva continua representa a puntos experimentales, esto corresponde a una predicción acerca del comportamiento del sistema físico para valores intermedios de la variable.

En muchas ocasiones, lo que el modelo predice es una familia de curvas con uno o varios parámetros por ajustar. En estos casos lo que se determina por el método de mínimos cuadrados y pares de puntos, son los valores de los parámetros con valores de los parámetros

ajustables, es necesario comprobar si la curva obtenida representa de modo adecuado a los puntos experimentales. En el ajuste empírico se produce a la inversa, primero se determina si es posible que una cierta familia de curvas se ajusten a los datos experimentales y después se determinan los parámetros que identifican a una curva de la familia. Es bastante difícil apreciar el tipo de curva que mejor se ajusta a unos datos experimentales.

Por ejemplo, la curva de la figura anterior podría ser una curva del tipo:

$$Y^2 = K(X - X_0) \quad \text{ó} \quad Y^3 = K(X - X_0)$$

En realidad, la única curva simple de ajustar es la línea recta. Es relativamente simple determinar si una línea recta pasa o no, a través de un conjunto de puntos experimentales. Como no todas las relaciones que se obtienen son lineales, lo que se hace es cambiar variables o usar variables compuestas, de modo que la ecuación predicha por el modelo se convierta en una línea recta. Por medio de la comparación entre rectas predichas por el modelo y los puntos experimentales es posible decidir si el modelo es el adecuado, si no lo es, o si lo es en un cierto intervalo.

En la siguiente figura se muestran puntos experimentales y la función linealizada que representa al sistema obtenida por el método de mínimos cuadrados y pares de puntos. En el capítulo 4 se explicaran estos métodos.

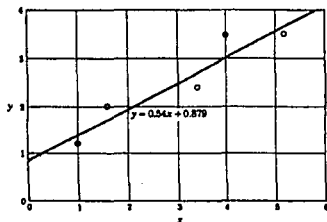


FIGURA 2.4 Interpretación de los Resultados

Otra ventaja del método gráfico, es que permite determinar rápidamente los valores de los parámetros ajustables, aunque dicha determinación no sea tan confiable como la que se obtiene usando el método de mínimos cuadrados. De todas maneras ambos valores suelen estar muy cerca uno del otro, lo cual es una comprobación independiente de los resultados obtenidos. En síntesis, la interpretación de los resultados debe ser tal que conteste a la pregunta planteada originalmente.

4.- Presentación de Resultados ó Reporte.

La culminación del trabajo es la presentación de los resultados. En cualquier caso el principal requisito es la claridad en la comunicación. Es necesario tener presente en todo momento al interlocutor.

Como el medio más usual de comunicación es el reporte escrito, nos restringiremos a éste. El problema comienza desde la elección del título, que debe describir lo más fiel y brevemente posible el contenido.

Generalmente se pueden distinguir cuatro partes en un reporte:

- a) Definición del problema.
- b) Procedimiento experimental.
- c) Resultados.
- d) Conclusiones.

La siguiente figura resume de una manera esquemática la planeación de un experimento.

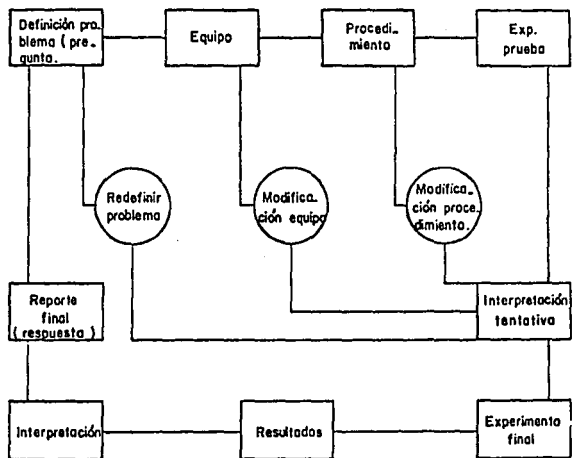


FIGURA 2.5 Planeación de un Experimento

2.2 DISEÑO Y PLANEACION DEL EXPERIMENTO PARA LABORATORIO

Como se vió en el tema anterior el paso inicial de un experimento es definir el problema. En nuestro caso es comprobar en forma experimental que los cuerpos en caída libre tienen un movimiento uniformemente acelerado.

Los objetivos son:

- Diseñar y construir un dispositivo que mida el tiempo de caída de un cuerpo a diferentes alturas, que sea transportable y de fácil manejo a los usuarios.
- Determinar el valor de la aceleración en forma experimental y compararla con el valor de la gravedad, utilizando el tratamiento estadístico de datos.

Para fines del experimento partimos de la ecuación: $S_f = S_o + V_{ot} + 1/2gt^2$, considerando que partimos del reposo nuestra ecuación se simplifica a: $S = 1/2gt^2$ en la cual realizamos un cambio de variables para que se comporte como recta por lo que definimos como variable independiente al tiempo al cuadrado (t^2), como variable dependiente al desplazamiento (S) y el valor de la gravedad (g) se considera como constante.

Los intervalos de variación, la precisión y exactitud serán establecidos por las características del dispositivo. Sabiendo de antemano por pruebas realizadas en un prototipo que la precisión es del 90% y tiene una buena exactitud estimada en un error de un 5%.

La bibliografía con la que contamos puede verse al final de este trabajo.

Las bases en que se fundamenta el modelo planteado son los estudios realizados por Aristóteles que decía que la caída de los cuerpos dependía de la masa de los objetos. También consideramos los estudios de Galileo el cual realizó varios experimentos y llegó a la conclusión que todos los cuerpos en caída libre caen con la misma aceleración no importando su masa.

La región en la que interesan los resultados (Intervalo de variación de la variable dependiente). Es en el que se pueda reproducir experimentos de caída libre que sean homogéneos con los del modelo establecido ($S = 1/2gt^2$).

El equipo con que se cuenta es un dispositivo Electromecánico marca Leybold, que permite medir el tiempo que tarda en caer un cuerpo con poca precisión y una resolución de una centésima de segundo, también se cuenta con cronómetros analógicos marca Jaquet con una resolución de una décima de segundo, así como un memoriscopio marca Leader que cuenta con una resolución para medir voltaje de 0.5 mV y una resolución de 0.1 μ s para el tiempo, el equipo antes mencionado se usara como base para diseñar y armar el dispositivo de cada libre con el que podremos tomar lecturas de tiempo en el orden de milésimas de segundo.

El tiempo con el que se cuenta para el desarrollo de este experimento es de un año y nuestros recursos son mínimos por lo que la mayor parte de nuestro dispositivo es de material que se ha recuperado de diversas partes. Cabe hacer notar, que los factores anteriores están interrelacionados y la decisión se tomo después de evaluarlos en conjunto. Después de haber evaluado el conjunto de factores, se llego a la conclusión que se tenía que diseñar un contador digital que satisficiera nuestras necesidades, además fotodetectores para censar el momento en que cae el objeto y un dispositivo para poder realizar el experimento con mayor precisión y exactitud.

En el Diseño de un Experimento mencionaremos que el dispositivo esta compuesto por tres partes las cuales son:

- * La parte eléctrica la cual se encarga de suministrar la corriente y voltaje necesarios para el funcionamiento del sistema.
- * La parte electrónica podemos decir que es la principal por que en ella se encuentra el cronómetro digital, el dispositivo de disparo y los controladores de los fotodetectores.
- * La parte mecánica esta formada por una caja en la cual estarán las partes eléctricas y electrónicas, los rieles de aluminio que se adaptaron para evitar cables, contiene también un soporte en cual se encuentran los dispositivos (fotodetectores).

La interpretación y presentación de los resultados se realizara en el capítulo 4.

2.2.1. DISEÑO DE LA PRACTICA PARA LABORATORIO

Nombre: Modelado del comportamiento de un experimento de Cinemática.

Objetivo: Obtener el modelo matemático del comportamiento de un experimento de caída libre, utilizando el método de pares de puntos.

Introducción: El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es un tipo común de movimiento de las partículas en el cual la aceleración permanece constante; las ecuaciones que rigen este tipo de movimiento son:

$$a = \text{cte.}$$

$$v = v_0 + at$$

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

donde:

a = aceleración

v = velocidad final

v₀ = velocidad inicial

s = desplazamiento final

s₀ = desplazamiento inicial

t = tiempo

Para el caso en que los cuerpos se dejan caer desde el reposo, la velocidad inicial y el desplazamiento inicial son cero y la aceleración es la aceleración de la gravedad, por lo que las ecuaciones de movimiento quedan de la siguiente manera:

$$a = g$$

$$v = gt$$

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

Estas ecuaciones proporcionan las relaciones entre las coordenadas de posición, tiempo y velocidad.

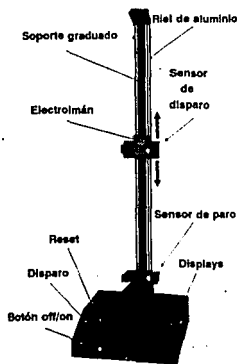
Equipo necesario:

Dispositivo de caída libre

Procedimiento:

1.- Explicación del funcionamiento del dispositivo de caída libre.

El Interruptor off/on se encarga de encender o apagar el dispositivo



El sensor de disparo se puede mover hacia arriba o hacia abajo para elegir la altura deseada, éste contiene al electroimán el cual sostendrá al balón que se dejara caer. Pasando un objeto por este sensor se activa el contador y los displays comienzan a dar valores, para detener el contador pasamos un objeto por el sensor de paro que se encuentra fijo en la parte inferior del soporte graduado.

Para poner en ceros los display presionamos el botón Reset.

Para desactivar el electroimán (dejar caer el balón) presionamos el botón de Disparo. Con este paso se activa y desactiva el contador digital dando como resultado en los displays el tiempo de caída del balón desde una determinada altura.

Resumiendo los pasos a seguir para tomar lecturas:

- + Conectar el dispositivo.
- + Poner el interruptor off/on en "on" (encendido) para energizarlo.
- + Mover el sensor de disparo en la altura indicada.
- + Colocar el balón en el electroimán.
- + Detener el contador.
- + Presionar el botón de Reset (poner en ceros los displays).
- + Presionar el botón de disparo.
- + Tomar la lectura indicada en los displays.

2.- Genere una tabla con 10 eventos con las variables altura, tiempo y tiempo al cuadrado, dando como variable conocida la altura.

EVENTO	ALTURA s (m)	TIEMPO t (seg)	t^2 (seg ²)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

3.- Haga 10 mediciones de tiempo para la altura indicada en la tabla, obtenga la media aritmética de las lecturas y el resultado póngalo en la tabla.

4.- Repita el paso anterior hasta completar los 10 eventos.

5.- Obtener el modelo matemático que represente al fenómeno por medio del método de pares de puntos.

La ecuación representativa es: $s = 1/2 g t^2$ ó $s = m t^2 + b$

Que al compararla con la ecuación de la recta $y = mx + b$ se tiene que:

Variable dependiente = $y = s =$ Desplazamiento

Variable independiente = $x = t^2 =$ Tiempo al cuadrado y

$$\text{Pendiente (m)} = \frac{y}{x} = \frac{s}{t^2}$$

Ordenada al origen = b

Donde el valor de la pendiente "m" se calcula utilizando el método de pares de puntos de la siguiente forma, suponiendo que tenemos 10 eventos:

$$m = \frac{(S_{10} - S_1) + (S_9 - S_2) + (S_8 - S_3) + (S_7 - S_4) + (S_6 - S_5)}{(t_{10}^2 - t_1^2) + (t_9^2 - t_2^2) + (t_8^2 - t_3^2) + (t_7^2 - t_4^2) + (t_6^2 - t_5^2)}$$

La ordenada al origen se calcula de la siguiente manera:

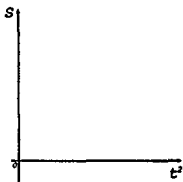
$$b = \bar{s} - m \bar{t}^2$$

donde:

$$\bar{s} = \sum_{i=1}^{10} \frac{S_i}{10} \quad \text{y} \quad \bar{t}^2 = \sum_{i=1}^{10} \frac{t_i^2}{10}$$

donde \bar{s} y \bar{t}^2 es el punto a través del cual pasa la recta que representa al fenómeno, además de la geometría analítica la pendiente de una recta (m) es igual a "tan θ ". Por lo que conociendo la ordenada al origen (b) y el valor del ángulo podemos trazar la gráfica linealizada.

6.- Representación gráfica de los valores experimentales y linealizados (s vs t²).



7.- Analizar dimensionalmente la pendiente.

Al revisar las dimensiones de la pendiente se tendrá:

$$m = \frac{s}{t^2} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

siendo dimensiones de aceleración. Tomando la expresión de movimiento: $s = 1/2gt^2$ y despejando la aceleración obtenemos:

$$g = 2(s/t^2)$$

comparando la pendiente tenemos:

$$m = \frac{s}{t^2} \quad \text{por lo que} \quad g = 2m$$

8.- Determine ¿Cuál fue el valor de g experimentalmente en el modelo de pares de puntos?

9.- Conclusiones:

CAPITULO 3

DESARROLLO DEL DISPOSITIVO DE CAIDA LIBRE

CAPITULO 3

DESARROLLO DEL DISPOSITIVO DE CAIDA LIBRE

En el presente capítulo se verá el diseño y la construcción del dispositivo de caída libre, el cual está formado por tres sistemas, que son:

- 1.- Sistema Electrónico.
- 2.- Sistema Eléctrico.
- 3.- Sistema Mecánico.

Para lo que se requirió del siguiente material y equipo:

Componentes Electrónicos

Nomenclatura	Descripción
C.I. 1	Circuito Integrado F-7400PC (Compuerta NAND)
C.I. 2	Circuito Integrado LM555 (Timer)
C.I. 3	Circuito Integrado SN74LS08N
C.I. 4	Circuito Integrado F-7400PC (Compuerta NAND)
C.I. 5	Circuito Integrado SN74LS08N
C.I. 6	Circuito Integrado SN74LS191N
C.I. 7	Circuito Integrado SN74LS191N
C.I. 8	Circuito Integrado SN74LS191N
C.I. 9	Circuito Integrado SN74LS191N
C.I. 10	Circuito Integrado SN7446AN
C.I. 11	Circuito Integrado SN7446AN
C.I. 12	Circuito Integrado SN7446AN
C.I. 13	Circuito Integrado SN7446AN

Nomenclatura	Descripción
T1	Transistor BC237
T2	Transistor BC237
T3	Transistor Regulador 7805
D1	Diodo Rectificador 8348
D2	Diodo Rectificador 8348
D3	Diodo Rectificador 8348
D4	Diodo Rectificador 8348
D5	Diodo Rectificador 8348
D6	Diodo Rectificador 8348
D7	Diodo Rectificador 8348
D8	Diodo Rectificador 8348
D9	Diodo Rectificador 8348
D10	Diodo Rectificador 8348
LD1	Diodo Emisor de luz (LED)
LD2	Diodo Emisor de luz (LED)
DS1	Display 7 segmentos
DS2	Display 7 segmentos
DS3	Display 7 segmentos
DS4	Display 7 segmentos
R1	Resistencia de 100 Ω a 1/2 Watt
R2	Resistencia de 100 Ω a 1/2 Watt
R3	Potenciómetro de pastilla variable de 0-50 K Ω
R4	Resistencia de 10 K Ω a 1/2 Watt
R5	Resistencia de 10 K Ω a 1/2 Watt
R6	Resistencia de 47 Ω a 1/2 Watt

Nomenclatura	Descripción
R7	Resistencia de 47 Ω a 1/2 Watt
R8	Resistencia de 47 Ω a 1/2 Watt
R9	Resistencia de 47 Ω a 1/2 Watt
R10	Resistencia de 4 Ω a 5 Watt
C1	Capacitor cerámico de 0.047 F a 50 Volts
C2	Capacitor cerámico de 0.047 F a 50 Volts
C3	Capacitor Electrofítico de 47 μ F a 16 Volts
C4	Capacitor Electrofítico de 2200 μ F a 16 Volts
C5	Capacitor Electrofítico de 2200 μ F a 16 Volts
T	Transformador de 127 a 9 Volts, 5 Amp.
F	Fusible a 250 Volts, 1 Amp.
	Fotodiodos
	Focos (9 volts)
	Electroimán
	Base para Circuito Integrado de 8 patas
	Base para Circuito Integrado de 14 patas
	Base para Circuito Integrado de 16 patas
	Interruptor siempre abierto
	Interruptor siempre cerrado
	Conectores Telefónicos (macho y hembra)
	Cable telefónico de diferentes colores
	Plantillas Rapid-Circuit de distintos espesores

Material y Equipo

Cable calibre #10

Clavija

Material y Equipo

Tableta de baquelita con cobre por ambos lados

Cloruro Férrico

Recipiente refractario

Broca de 1/32 de pulgada

Lámina de metal de 2m. x 1.5m. con espesor de 2mm.

6 tiras de aluminio de 1.2m x 0.4m x 2mm.

8 tiras de madera (triplay) de 1.2m. x 0.3m. x 5mm.

Acrílico con espesor de 3mm.

Taladro prototool

Cautín

Soldadura

Parrilla eléctrica

Pasta para soldar

Sierra Caladora

Martillo

Desarmadores

Pinzas

Flexómetro

Tornillos de varias medidas

Multímetro

Memoriscopio

3.1 SISTEMA ELECTRONICO

Este sistema es una de las partes más importantes del proyecto, porque con él se realizarán las lecturas experimentales del tiempo.

Para su diseño y elaboración se dividió en cuatro circuitos básicos que son:

- * Circuito de Disparo.
- * Timer.
- * Contador.
- * Displays.

El **Circuito de Disparo** es el que se encarga de activar (disparar) el circuito que controla al contador. Está constituido por C.I. 1, T 1, T 2, R 1, R 2, LD 1 y LD 2. En la siguiente figura se muestra como quedó dicho circuito.

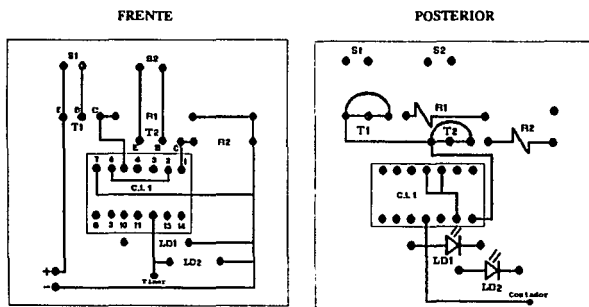


FIGURA 3.1 Circuito de Disparo

La señal de entrada (S1) proviene del dispositivo fotodetector el cual está compuesto por los fotodiodos y el foco. La manera como funciona es la siguiente: Cuando pasa un cuerpo

oscuro por el sensor (S1) produce una interrupción luminosa en los fotodiodos, lo que ocasiona un pulso que es detectado por el transistor (T1), dando como resultado que se corte produciendo una señal al circuito integrado (C.I.1), el cual trabaja como flip-flop, la señal entra al Timer ocasionando que el contador se active. Cuando el objeto pasa por el sensor (S2) se interrumpe la conducción en los fotodiodos haciendo que el transistor se sature, dando como resultado un pulso que hace que el contador se detenga.

El Timer es el circuito que produce la señal de reloj para el contador, el circuito está conformado por: C.I. 2, R 3, R 4, C 1, C 2. A continuación se muestra la configuración del circuito.

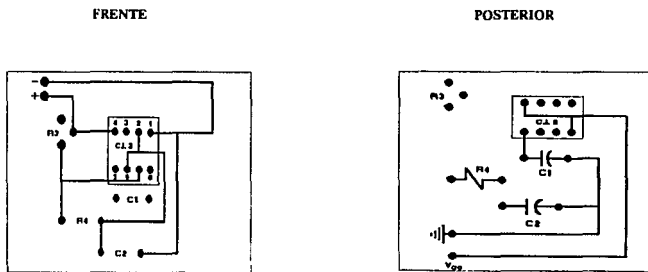


FIGURA 3.2 Timer

El circuito está calibrado para trabajar en el orden de milésimas de segundo.

El **circuito contador** es el que recibe la señal de reloj del Timer la cual es decodificada por las compuertas y el pulso correspondiente es mandado hacia los display. Dando como resultado la lectura del tiempo en que cae la partícula. Este circuito está integrado por los siguientes componentes:

C.I. 3, C.I. 4, C.I. 5, C.I. 6, C.I. 7, C.I. 8, C.I. 9, C.I. 10, C.I. 11, C.I. 12, C.I. 13, D 1, R 5 y C 3. Su diagrama se muestra a continuación:

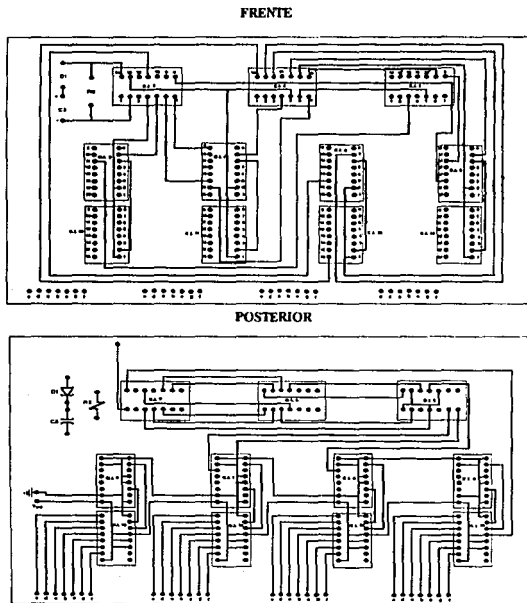
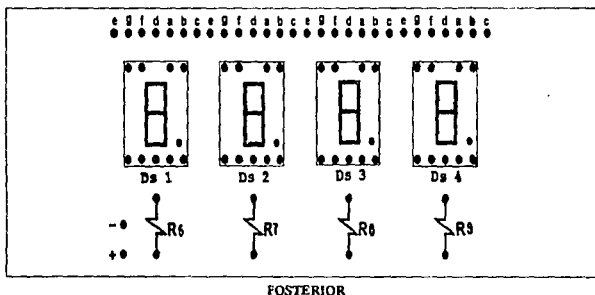


FIGURA 3.3. Contador

Los displays son los circuitos que se alimentan de la salida del contador, éste muestra las señales codificadas a base de los siete segmentos dando como resultado números del cero al nueve. El circuito está formado por: DS 1, DS 2, DS 3, DS 4, R 6, R 7, R 8 y R9. Su diagrama eléctrico se ilustra enseguida.

FRENTE



POSTERIOR

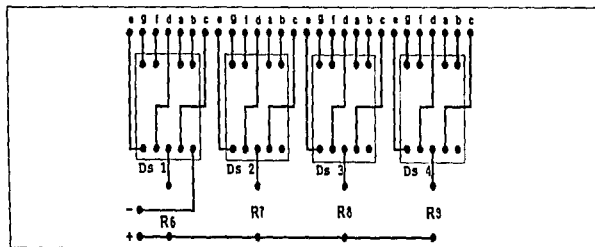


FIGURA 3.4 Displays

Finalmente se muestra como quedaron acoplados en una sola tableta los circuitos anteriormente citados.

FRENTE

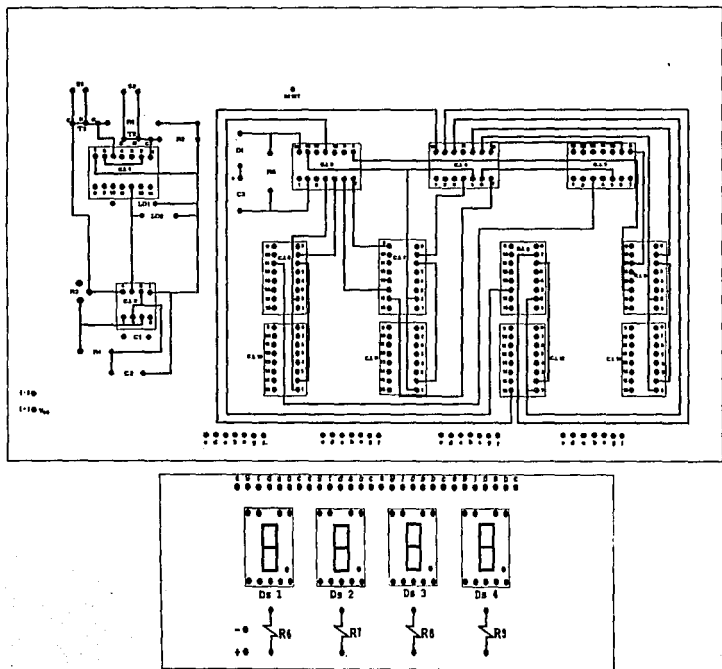


FIGURA 3.5a. Sistema Electrónico

POSTERIOR

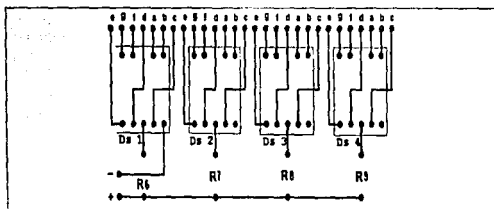
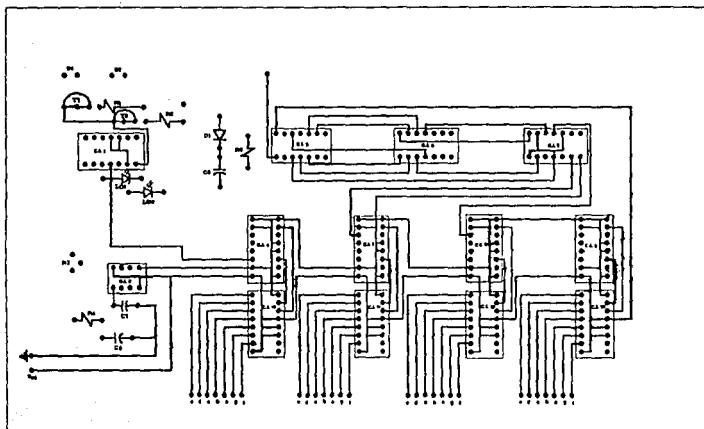


FIGURA 3.5b. Sistema Electrónico

3.2 SISTEMA ELECTRICO

Este sistema es el encargado de suministrar el voltaje y la corriente necesarios para el buen funcionamiento del dispositivo. Para ello se diseñó una fuente de poder, la cual convierte la entrada de 127 volts en el primario del transformador a 9 volts 5 amperes en el secundario. Dicho voltaje es utilizado para energizar los focos y el electroimán. Para la alimentación del contador y los displays se tuvo que rectificar el voltaje para obtener 5 volts de Corriente Directa, para realizarlo fue necesario introducir un circuito rectificador de onda completa a la salida de los 9 volts y además añadir a la salida de la señal un transistor regulador a 5 volts. El material utilizado para este circuito es el siguiente: **T, T3, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, C4, C5, R10 y F.** Su diagrama se muestra a continuación:

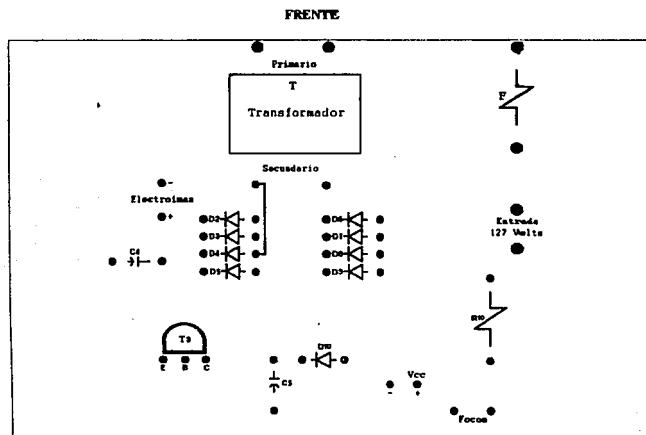


FIGURA 3.6a Fuente de Poder

POSTERIOR

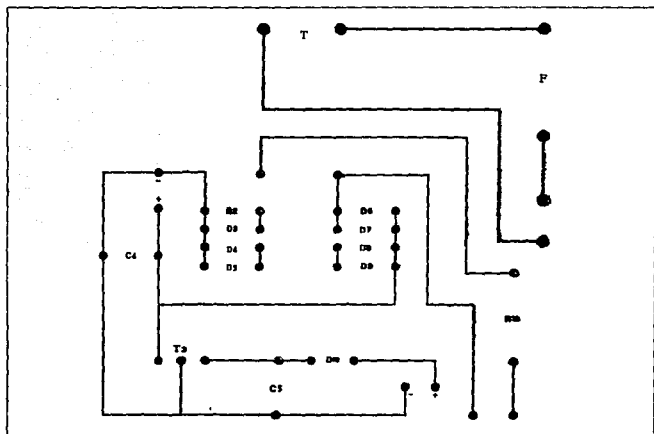


FIGURA 3.6b Fuente de Poder

3.3 SISTEMA MECANICO

En éste están acoplados los Sistemas anteriormente descritos.

Lo primero que se hizo fue cortar la lámina para hacer una caja donde estará el dispositivo eléctrico - electrónico, que será de 30 cm. de largo por 25 cm. ancho y una altura de 12 cm.



FIGURA 3.7 Caja y Circuito Eléctrico-Electrónico

Para evitar que en el dispositivo hubiera muchos cables sueltos se diseñó un riel de aluminio por el cual se deslizará el electroimán y el detector de disparo del contador. Para construirlo se cortaron tiras de aluminio de 1.2m de largo por 0.4m de ancho, también se cortó el triplay del mismo largo pero con un ancho de 0.3m., después se procedió a intercalar una tira de aluminio y una de madera de manera que ésta sirviera como aislante entre el aluminio y así evitar algún corto, para fijarlas se perforaron y se sujetaron con tornillos, se checo con el multímetro la continuidad de las guías y su independencia de una con otra.



FIGURA 3.8 Riel de Aluminio

Para sujetar el riel a la caja se le hizo una base con la lámina y después se atornillo a ésta quedando de la siguiente manera.



FIGURA 3.9 Caja y Riel

Se construyeron dos soportes para los fotodiodos y focos con la fibra de vidrio de manera que existiera una separación aproximada de 10 cm. entre el foco y los fotodiodos. En uno de los soportes se anexaron placas de acrílico de manera que los conectores quedaran al ras del soporte para que pudieran deslizarse por el riel de aluminio.

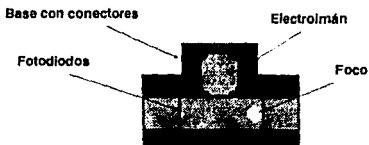


FIGURA 3.10 Sensor

Estos conectores están conectados al electroimán, y al circuito de disparo del contador. El otro soporte corresponde al circuito que desactiva el contador, el cual está fijo en la parte inferior del riel. Para que los soportes no se movieran y estuvieran centrados se colocó una guía entre sus centros, como lo ilustra la figura siguiente.

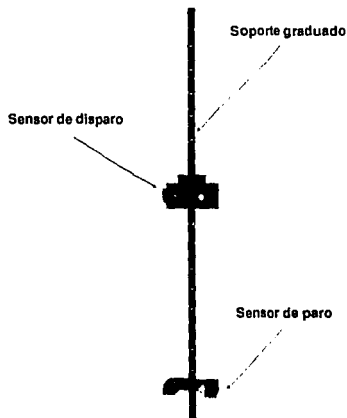


FIGURA 3.11 Soporte con Sensores

Finalmente mostramos el dispositivo de caída libre armado completamente enunciando sus partes.

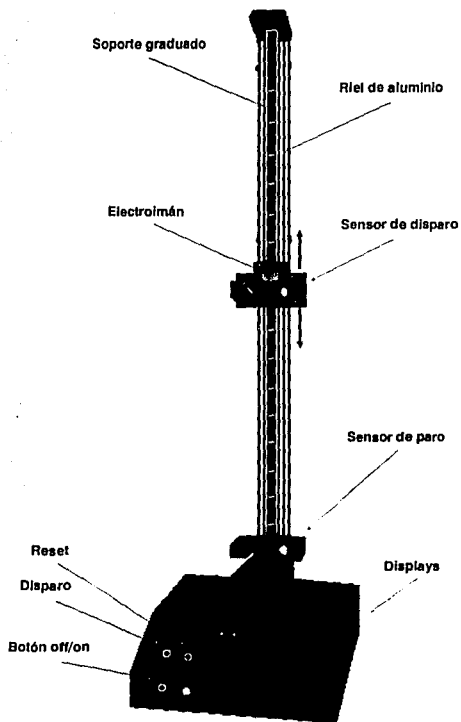


FIGURA 3.12 Dispositivo de Caída Libre

CAPITULO 4

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

CAPITULO 4

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

4.1 BITACORA DE LOS EXPERIMENTOS

Con el dispositivo de caída libre se desarrollaron experimentos para determinar su confiabilidad.

El primero fue el de dejar caer un objeto varias veces considerando una distancia fija, para tomar las lecturas de tiempo respectivas y con los resultados obtener la precisión y exactitud del instrumento.

El segundo experimento sirve para calcular el valor experimental de la gravedad, para ello se generó una tabla con diez eventos en los que se varió la distancia y así tomar sus lecturas de tiempo respectivas.

4.2 TRATAMIENTO ESTADISTICO DE DATOS EXPERIMENTALES

4.2.1 Explicación del Método de Mínimos Cuadrados y Pares de Puntos

Para el análisis de un conjunto de datos experimentales se deben de seguir los siguientes pasos.

1. *Examinar la consistencia del conjunto de datos.* Esto es el conjunto de los datos debe ser consistente con el sentido común y los puntos inapropiados deben eliminarse. Si muchos puntos del conjunto de datos caen en la categoría de "inconsistentes", tal vez todo el procedimiento experimental debe investigarse a fin de encontrar equivocaciones o cálculos erróneos.

2. *Cuando sea apropiado, llévase a cabo un análisis estadístico del conjunto de datos.* Un análisis estadístico sólo es apropiado cuando las mediciones se han repetido varias veces. Si este es el caso, efectúense estimaciones de parámetros como la desviación estándar, etc.

3. *Estímense las incertidumbres en los resultados.* Para conocer la influencia de las diferentes variables cuando se obtengan los resultados finales.

4. *Anticípense los resultados mediante la teoría.* Antes de obtener correlaciones del conjunto de datos experimentales, el investigador debe revisar con cuidado la teoría apropiada al tema y tratar de investigar alguna información que indique las tendencias que pueden tener los resultados.

5. *Correlación de datos.* La palabra "correlacionar" se presta a malas interpretaciones. Se definirá en el sentido que el investigador experimental debe hacer que los datos tengan sentido con los términos de las teorías físicas o con base en el trabajo experimental de campo ya realizado. Los resultados de los experimentos deben analizarse para mostrar cómo se aproximan o difieren de las investigaciones previas o de los estándares que pueden emplearse para dichas mediciones.

4.2.1.1 Método de Mínimos Cuadrados

Con el método de mínimos cuadrados obtenemos la mejor línea recta que ajusta a los datos experimentales.

La aplicación más simple del método de mínimos cuadrados es la siguiente:

Se tiene un conjunto de observaciones x_1, x_2, \dots, x_n . La suma de los cuadrados de sus desviaciones respecto a alguna media es:

$$S = \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2$$

Se desea minimizar S con respecto a la media x_m . Se establece:

$$\frac{\partial S}{\partial x_m} = 0 = \sum_{i=1}^n -2(x_i - x_m) = -2 \left(\sum_{i=1}^n x_i - nx_m \right)$$

donde n es el número de observaciones. Se encuentra que la media que minimiza la suma de los cuadrados de las desviaciones es la media aritmética:

$$x_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Ahora suponemos que las dos variables x y y se miden en una gama de valores de los cuales se desea obtener una expresión analítica simple para y como una función de x . El tipo más simple de función es el lineal; por lo tanto, se puede tratar de establecer y como una función lineal de x . (Ambas, x y y , pueden ser funciones complicadas de otros parámetros arreglados en tal forma que x y y varíen aproximadamente en forma lineal.) El problema es encontrar la mejor función lineal para el conjunto de datos que puede estar disperso en grado considerable. Se puede resolver el problema con rapidez al graficar los puntos de datos en papel de

gráficas y dibujar una línea recta por ellos a ojo. Por supuesto, ésta es una práctica común, pero el método de cuadrados mínimos proporciona una forma más confiable de obtener una mejor relación funcional del intento de graficar. Se busca una ecuación de la forma:

$$y = ax + b$$

Se desea por lo tanto minimizar la cantidad:

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2$$

Esto se realiza igualando a cero las derivadas respecto a a y b . Al realizar estas operaciones, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} nb + a \sum x_i &= \sum y_i \\ b \sum x_i + a \sum x_i^2 &= \sum x_i y_i \end{aligned}$$

La solución de las ecuaciones simultáneas anteriores da como resultado:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad \dots(4.1)$$

$$b = \frac{(\sum y_i)(\sum x_i^2) - (\sum x_i y_i)(\sum x_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad \dots(4.2)$$

Se designa el valor calculado de y como \hat{y} , obteniéndose:

$$\hat{y} = ax + b$$

y el error estándar de la estimación de y del conjunto de datos es:

$$\text{Error estándar} = \left[\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} \right]^{1/2} = \left[\frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{n-2} \right]^{1/2}$$

El método de los cuadrados mínimos también puede usarse para determinar polinomios de orden más elevado a fin de ajustar conjuntos de datos. Sólo se necesita realizar derivaciones adicionales para determinar constantes adicionales; por ejemplo, obtener el ajuste de mínimos cuadrados de la función cuadrática:

$$y = ax^2 + bx + c$$

la cantidad a minimizar es:

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)]^2$$

se minimiza igualando a cero las siguientes derivadas:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 = \sum 2[y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)](-x_i^2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 0 = \sum 2[y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)](-x_i)$$

$$\frac{\partial S}{\partial c} = 0 = \sum 2[y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)](-1)$$

se desarrollan y reúnen términos

$$a \sum x_i^4 + b \sum x_i^3 + c \sum x_i^2 = \sum x_i^2 y_i$$

$$a \sum x_i^3 + b \sum x_i^2 + c \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$a \sum x_i^2 + b \sum x_i + cn = \sum y_i$$

se resuelve el sistema de ecuaciones para encontrar las constantes a , b y c .

4.2.1.2 Método de pares de puntos

El método de pares de puntos es empleado para obtener los valores de las constantes que satisfacen la ecuación lineal de la forma:

$$y = ax + b$$

el único requisito es que el número de eventos debe ser par.

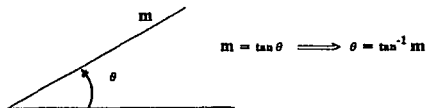
La manera de calcular dichas constantes se explica a continuación. Suponiendo que se tienen diez eventos con sus respectivos valores:

Evento	Variable Dependiente Y	Variable Independiente X
1	Y ₁	X ₁
2	Y ₂	X ₂
3	Y ₃	X ₃
4	Y ₄	X ₄
5	Y ₅	X ₅
6	Y ₆	X ₆
7	Y ₇	X ₇
8	Y ₈	X ₈
9	Y ₉	X ₉
10	Y ₁₀	X ₁₀

De la ecuación de la recta "y = mx" se tiene que "m = y/x, cuando se calcula el valor de la pendiente por el método de pares de puntos lo que se hace es partir la tabla de datos a la mitad y realizar una diferencia entre los valores indicados en la tabla anterior y después sumarlos como lo indica la fórmula siguiente:

$$m = \frac{(Y_{10} - Y_5) + (Y_9 - Y_4) + (Y_8 - Y_3) + (Y_7 - Y_2) + (Y_6 - Y_1)}{(X_{10} - X_5) + (X_9 - X_4) + (X_8 - X_3) + (X_7 - X_2) + (X_6 - X_1)} \quad \dots (4.3)$$

Sabemos de la geometría analítica que la pendiente de una recta es igual a la tangente del ángulo que forma con la horizontal, por lo que el ángulo es igual a la tangente a la menos uno del valor de la pendiente.



Para obtener el valor de la ordenada al origen (b) se tienen que considerar los valores promedio (media aritmética) de la variable dependiente y la variable independiente, además del valor de la pendiente obtenido con el método de pares de puntos, por lo que:

$$b = \bar{y} - m\bar{x} \quad \dots (4.4)$$

Conociendo la ordenada al origen y el ángulo tenemos dos puntos con los que podemos trazar la gráfica linealizada del experimento. Esta debe de pasar por lo menos por un punto de los valores experimentales.

A continuación se da un ejemplo del uso del método de mínimos cuadrados y pares de puntos:

Ejemplo : Obtener y como una función lineal de x del siguiente conjunto de datos, mediante el uso de los métodos de mínimos cuadrados y pares de puntos:

y_i	x_i
1.2	1.0
2.0	1.6
2.4	3.4
3.5	4.0
3.5	5.2

$\Sigma y_i = 12.6$	$\Sigma x_i = 15.2$

La ecuación representativa es:

$$y = ax + b$$

Solución por mínimos cuadrados:

Se calculan las cantidades indicadas en la siguiente tabla:

x_i, y_i	x_i^2
1.2	1.0
3.2	2.56
8.16	11.56
14.0	16.0
18.2	27.04

$\Sigma x_i y_i = 44.76$	$\Sigma x_i^2 = 58.16$

Se calcula el valor de a y b mediante el uso de las ecuaciones (4.1) y (4.2), con $n = 5$:

$$a = \frac{(5)(44.76) - (15.2)(12.6)}{(5)(58.16) - (15.2)^2} = 0.540$$

$$b = \frac{(12.6)(58.16) - (44.76)(15.2)}{(5)(58.16) - (15.2)^2} = 0.879$$

por lo tanto, la relación deseada es:

$$y = 0.540x + 0.879$$

Solución por pares de puntos:

Calculamos la media aritmética de y_i y x_i , para $n = 6$:

y_i	x_i
1.2	1.0
2.0	1.6
2.4	3.4
3.5	4.0
3.5	5.2
3.6	6.0
<hr/>	
$\Sigma y_i = 16.2$	$\Sigma x_i = 21.2$
$\bar{y} = 2.7$	$\bar{x} = 3.53$

Se calcula el valor de a y b mediante el uso de las ecuaciones (4.3) y (4.4)

$$a = \frac{(3.6 - 2.4) + (3.5 - 2.0) + (3.5 - 1.2)}{(6.0 - 3.4) + (5.2 - 1.6) + (4.0 - 1.0)} = 0.543$$

$$b = 2.7 - (0.543)(3.53) = 0.80$$

Por lo tanto, la relación deseada es:

$$y = 0.543x + 0.80$$

Comparando las ecuaciones resultantes se aprecia que son semejantes, pero el método de pares de puntos es más simple y como en los experimentales los eventos son pares se utilizará este método para el análisis de los resultados.

4.2.2 Cálculo de la Precisión y Exactitud del Dispositivo

El análisis de la precisión y exactitud de un instrumento de medición es de suma importancia para saber que tan correctas serán las lecturas tomadas en el experimento.

Entendiéndose la precisión de un aparato como la capacidad que tiene para repetir las lecturas con un mismo valor.

Exactitud es la capacidad del aparato para obtener lecturas cercanas a la real propuesta.

Para conocer que tan confiable es el dispositivo diseñado se realizaron varios experimentos en distintas condiciones de ambiente, dando como resultado los siguientes análisis.

Antes de dar los resultados se expresarán las fórmulas que se emplearon para éstos fines:

$$\text{Porcentaje de Precisión} = \%P = 100\% - \%EP$$

$$\%EP = \text{Porcentaje de Error en la Precisión}$$

$$\%EP = \frac{|T_m - T_x|}{T_m} \times 100$$

$$\text{Porcentaje de Exactitud} = \%E = 100\% - \%EE$$

$$\%EE = \text{Porcentaje de Error en la Exactitud}$$

$$\%EE = \frac{|T_m - T_r|}{T_r} \times 100$$

Donde:

T_m = Valor promedio (media aritmética) de las lecturas.

T_x = Valor más alejado con respecto de la media.

T_r = Valor real propuesto.

Nota:

El valor del Tiempo real propuesto se obtuvo de la expresión: $t = \sqrt{2S/g}$.

Donde: g a nivel del mar es igual a 9.81 m/s^2

A continuación se muestran unas tablas con sus respectivos resultados de precisión y exactitud.

VALORES EXPERIMENTALES

EVENTOS	DISTANCIA (METROS)	TIEMPO (SEGUNDOS)		
1	0.05	0.081	Tr =	0.101
2	0.05	0.080	Tm =	0.078
3	0.05	0.076	Tx =	0.075
4	0.05	0.079		
5	0.05	0.080		
6	0.05	0.075	%EP =	4.1 %
7	0.05	0.077	%P =	<u>95.9 %</u>
8	0.05	0.077		
9	0.05	0.079	%EE =	22.5 %
10	0.05	0.078	%E =	<u>77.5 %</u>
<hr/>				
1	0.10	0.129	Tr =	0.143
2	0.10	0.127	Tm =	0.127
3	0.10	0.128	Tx =	0.129
4	0.10	0.127		
5	0.10	0.127		
6	0.10	0.127	%EP =	1.4 %
7	0.10	0.126	%P =	<u>96.6 %</u>
8	0.10	0.126		
9	0.10	0.127	%EE =	10.9 %
10	0.10	0.128	%E =	<u>88.1 %</u>
<hr/>				
1	0.15	0.162	Tr =	0.175
2	0.15	0.162	Tm =	0.162
3	0.15	0.162	Tx =	0.161
4	0.15	0.163		
5	0.15	0.162		
6	0.15	0.163	%EP =	0.7 %
7	0.15	0.162	%P =	<u>99.3 %</u>
8	0.15	0.161		
9	0.15	0.161	%EE =	7.3 %
10	0.15	0.163	%E =	<u>92.7 %</u>
<hr/>				
1	0.20	0.191	Tr =	0.202
2	0.20	0.192	Tm =	0.192
3	0.20	0.192	Tx =	0.195
4	0.20	0.194		
5	0.20	0.191		
6	0.20	0.195	%EP =	1.6 %
7	0.20	0.191	%P =	<u>98.4 %</u>
8	0.20	0.191		
9	0.20	0.191	%EE =	5.0 %
10	0.20	0.191	%E =	<u>95.0 %</u>

VALORES EXPERIMENTALES

EVENTOS	DISTANCIA (METROS)	TIEMPO (SEGUNDOS)		
1	0.25	0.217	Tr =	0.226
2	0.25	0.218	Tm =	0.217
3	0.25	0.218	Tx =	0.218
4	0.25	0.217		
5	0.25	0.217		
6	0.25	0.218	%EP =	0.3 %
7	0.25	0.217	%P =	<u>99.7 %</u>
8	0.25	0.218		
9	0.25	0.217	%EE =	3.7 %
10	0.25	0.217	%E =	<u>96.3 %</u>
<hr/>				
1	0.30	0.242	Tr =	0.247
2	0.30	0.240	Tm =	0.241
3	0.30	0.243	Tx =	0.243
4	0.30	0.241		
5	0.30	0.241		
6	0.30	0.241	%EP =	0.8 %
7	0.30	0.240	%P =	<u>99.2 %</u>
8	0.30	0.240		
9	0.30	0.240	%EE =	2.5 %
10	0.30	0.243	%E =	<u>97.5 %</u>
<hr/>				
1	0.35	0.264	Tr =	0.267
2	0.35	0.266	Tm =	0.264
3	0.35	0.266	Tx =	0.262
4	0.35	0.264		
5	0.35	0.262		
6	0.35	0.264	%EP =	0.7 %
7	0.35	0.262	%P =	<u>99.3 %</u>
8	0.35	0.264		
9	0.35	0.264	%EE =	1.2 %
10	0.35	0.262	%E =	<u>98.8 %</u>
<hr/>				
1	0.40	0.282	Tr =	0.286
2	0.40	0.284	Tm =	0.283
3	0.40	0.282	Tx =	0.281
4	0.40	0.282		
5	0.40	0.284		
6	0.40	0.283	%EP =	0.6 %
7	0.40	0.282	%P =	<u>99.4 %</u>
8	0.40	0.285		
9	0.40	0.282	%EE =	1.0 %
10	0.40	0.281	%E =	<u>99.0 %</u>

VALORES EXPERIMENTALES

EVENTOS	DISTANCIA (METROS)	TIEMPO (SEGUNDOS)		
1	0.45	0.301	Tr =	0.303
2	0.45	0.301	Tm =	0.301
3	0.45	0.301	Tx =	0.303
4	0.45	0.301		
5	0.45	0.303		
6	0.45	0.300	%EP =	0.6 %
7	0.45	0.301	%P =	<u>99.4 %</u>
8	0.45	0.301		
9	0.45	0.303	%EE =	0.5 %
10	0.45	0.301	%E =	<u>99.5 %</u>
<hr/>				
1	0.50	0.319	Tr =	0.319
2	0.50	0.320	Tm =	0.319
3	0.50	0.318	Tx =	0.318
4	0.50	0.318		
5	0.50	0.319		
6	0.50	0.319	%EP =	0.3 %
7	0.50	0.319	%P =	<u>99.7 %</u>
8	0.50	0.321		
9	0.50	0.319	%EE =	0.1 %
10	0.50	0.318	%E =	<u>99.9 %</u>
<hr/>				
1	0.55	0.336	Tr =	0.335
2	0.55	0.336	Tm =	0.336
3	0.55	0.336	Tx =	0.340
4	0.55	0.337		
5	0.55	0.334		
6	0.55	0.338	%EP =	1.1 %
7	0.55	0.335	%P =	<u>98.9 %</u>
8	0.55	0.340		
9	0.55	0.337	%EE =	0.5 %
10	0.55	0.335	%E =	<u>99.5 %</u>
<hr/>				
1	0.60	0.352	Tr =	0.350
2	0.60	0.352	Tm =	0.352
3	0.60	0.352	Tx =	0.351
4	0.60	0.353		
5	0.60	0.353		
6	0.60	0.351	%EP =	0.3 %
7	0.60	0.352	%P =	<u>99.7 %</u>
8	0.60	0.352		
9	0.60	0.352	%EE =	0.7 %
10	0.60	0.353	%E =	<u>99.3 %</u>

VALORES EXPERIMENTALES

EVENTOS	DISTANCIA (METROS)	TIEMPO (SEGUNDOS)		
1	0.65	0.366	Tr =	0.364
2	0.65	0.368	Tm =	0.368
3	0.65	0.368	Tx =	0.366
4	0.65	0.368		
5	0.65	0.368		
6	0.65	0.367	%EP =	0.4 %
7	0.65	0.367	%P =	<u>99.6 %</u>
8	0.65	0.367		
9	0.65	0.368	%EE =	1.0 %
10	0.65	0.368	%E =	<u>99.0 %</u>
<hr/>				
1	0.70	0.382	Tr =	0.378
2	0.70	0.383	Tm =	0.383
3	0.70	0.382	Tx =	0.381
4	0.70	0.383		
5	0.70	0.382		
6	0.70	0.382	%EP =	0.5 %
7	0.70	0.384	%P =	<u>99.5 %</u>
8	0.70	0.385		
9	0.70	0.381	%EE =	1.3 %
10	0.70	0.384	%E =	<u>98.7 %</u>
<hr/>				
1	0.75	0.399	Tr =	0.391
2	0.75	0.399	Tm =	0.398
3	0.75	0.397	Tx =	0.397
4	0.75	0.398		
5	0.75	0.398		
6	0.75	0.397	%EP =	0.2 %
7	0.75	0.397	%P =	<u>99.8 %</u>
8	0.75	0.397		
9	0.75	0.398	%EE =	1.8 %
10	0.75	0.399	%E =	<u>98.2 %</u>
<hr/>				
1	0.80	0.411	Tr =	0.404
2	0.80	0.412	Tm =	0.411
3	0.80	0.411	Tx =	0.412
4	0.80	0.411		
5	0.80	0.412		
6	0.80	0.411	%EP =	0.2 %
7	0.80	0.412	%P =	<u>99.8 %</u>
8	0.80	0.411		
9	0.80	0.411	%EE =	1.8 %
10	0.80	0.411	%E =	<u>98.2 %</u>

4.2.3 Cálculo del valor de la Gravedad (g)

Como se explicó en el capítulo 2 para este cálculo se considera que el experimento tiene un comportamiento lineal, para lograrlo se hace una comparación de la ecuación de la recta con la ecuación de caída libre con condiciones iniciales de cero y se realiza el cambio de variable, como se vé enseguida:

$$\text{Ecuación de la recta} \quad y = mx + b$$

$$\text{Ecuación para Caída libre} \quad s = 1/2 g t^2$$

Donde:

$$y = s$$

$$x = t^2$$

$$m = 1/2 g$$

Ya linealizada la ecuación se procede a utilizar el método de pares de puntos para el cálculo de la pendiente (m) y de la ordenada al origen (b).

En nuestro caso, conociendo el valor de la pendiente sabremos el valor de la aceleración de la gravedad, ya que:

$$S = 1/2 g t^2$$

y:

$$m = S/t^2 \implies m = 1/2 g \text{ por lo tanto: } g = 2m$$

Las siguientes tablas y gráficas son el resultado de experimentos realizados en diferentes condiciones de ambiente y variando los valores del desplazamiento de la partícula, obteniendo los valores del tiempo de caída libre se realizaron sus respectivos cálculos.

Experimento 1

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO^2 (seg^2)
1	0.05	0.080	0.006
2	0.10	0.127	0.016
3	0.15	0.163	0.027
4	0.20	0.191	0.036
5	0.25	0.218	0.048
6	0.30	0.241	0.058
7	0.35	0.262	0.069
8	0.40	0.283	0.080
9	0.45	0.302	0.091
10	0.50	0.319	0.102

MEDIA DESP.- 0.275

MEDIA T^2 = 0.053

"m" = 4.687

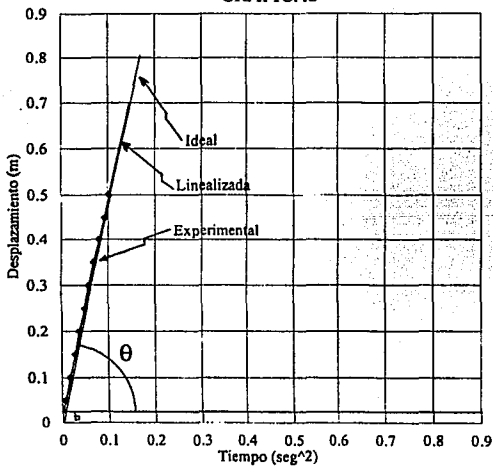
b = 0.025

$m = \tan \theta$

$\theta = 78.0^\circ$

GRAVEDAD = 9.37 m/s^2

GRAFICAS



Experimento 2

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.10	0.128	0.016
2	0.15	0.163	0.027
3	0.20	0.192	0.037
4	0.25	0.218	0.048
5	0.30	0.241	0.058
6	0.35	0.261	0.068
7	0.40	0.282	0.080
8	0.45	0.300	0.090
9	0.50	0.319	0.102
10	0.55	0.336	0.113

MEDIA DESP.- 0.325

MEDIA T²- 0.064

"m" - 4.684

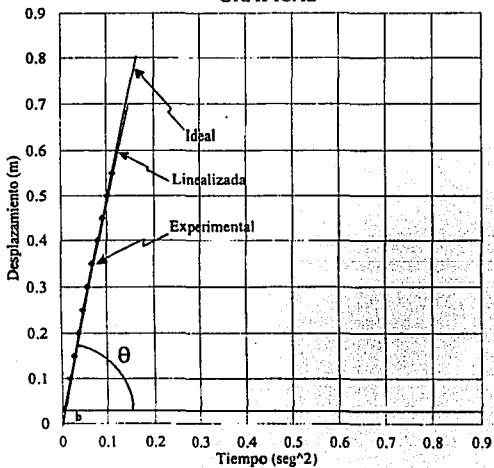
b - 0.026

$m = \tan \theta$

$\theta = 77.9^\circ$

GRAVEDAD = 9.37 m/s²

GRAFICAS



Experimento 3

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.15	0.163	0.027
2	0.20	0.192	0.037
3	0.25	0.219	0.048
4	0.30	0.241	0.058
5	0.35	0.262	0.069
6	0.40	0.283	0.080
7	0.45	0.301	0.091
8	0.50	0.321	0.103
9	0.55	0.335	0.112
10	0.60	0.352	0.124

MEDIA DESP.- 0.375

MEDIA T²- 0.075

"m" = 4.600

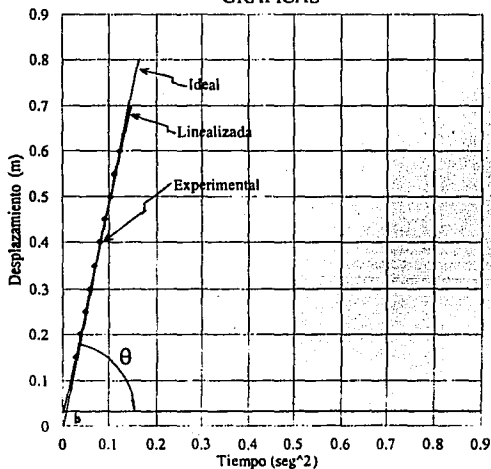
b = 0.031

$m = \tan \theta$

$\theta = 77.7^\circ$

GRAVEDAD = 9.20 m/s²

GRAFICAS



Experimento 4

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.20	0.194	0.038
2	0.25	0.218	0.048
3	0.30	0.241	0.058
4	0.35	0.262	0.069
5	0.40	0.282	0.080
6	0.45	0.303	0.092
7	0.50	0.319	0.102
8	0.55	0.336	0.113
9	0.60	0.352	0.124
10	0.65	0.367	0.135

MEDIA DESP. = 0.425

MEDIA T² = 0.086

"m" = 4.568

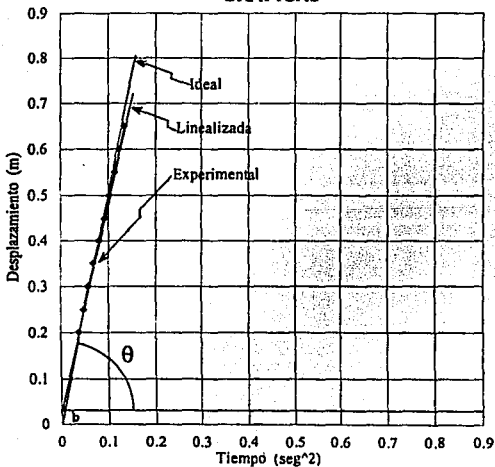
b = 0.034

m = tan θ

θ = 77.7°

GRAVEDAD = 9.14 m/s²

GRAFICAS



ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Experimento 5

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.25	0.218	0.048
2	0.30	0.240	0.058
3	0.35	0.262	0.069
4	0.40	0.281	0.079
5	0.45	0.301	0.091
6	0.50	0.320	0.102
7	0.55	0.337	0.114
8	0.60	0.352	0.124
9	0.65	0.368	0.135
10	0.70	0.382	0.146

MEDIA DESP = 0.475

MEDIA T² = 0.096

"m" = 4.498

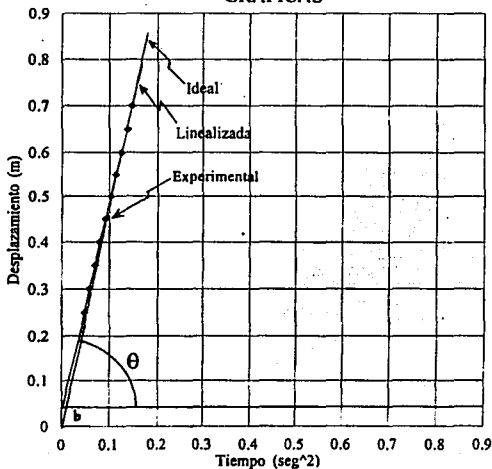
b = 0.041

m = tan θ

θ = 77.5°

GRAVEDAD = 9.00 m/s²

GRAFICAS



Experimento 4

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.30	0.241	0.058
2	0.35	0.262	0.069
3	0.40	0.284	0.081
4	0.45	0.301	0.091
5	0.50	0.319	0.102
6	0.55	0.336	0.113
7	0.60	0.353	0.125
8	0.65	0.368	0.135
9	0.70	0.383	0.147
10	0.75	0.397	0.158

MEDIA DESP. = 0.525

MEDIA T² = 0.108

"m" = 4.505

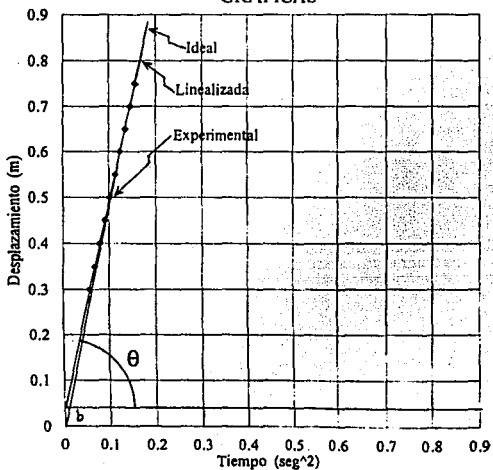
b = 0.040

m = tan θ

θ = 77.5°

GRAVEDAD = 9.01 m/s²

GRAFICAS



Experimento 7

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.35	0.262	0.069
2	0.40	0.282	0.080
3	0.45	0.301	0.091
4	0.50	0.319	0.102
5	0.55	0.336	0.113
6	0.60	0.352	0.124
7	0.65	0.368	0.135
8	0.70	0.383	0.147
9	0.75	0.398	0.158
10	0.80	0.411	0.169

MEDIA DESP.- 0.575

MEDIA T²- 0.119

"m" = 4.666

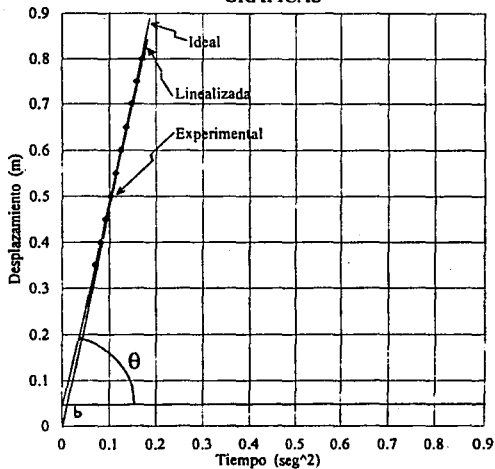
b = 0.045

m = tan θ

θ = 77.4°

GRAVEDAD = 8.93 m/s²

GRAFICAS



Experimento 8

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.10	0.128	0.016
2	0.20	0.192	0.037
3	0.30	0.24	0.058
4	0.40	0.282	0.080
5	0.50	0.319	0.102
6	0.60	0.352	0.124
7	0.65	0.368	0.135
8	0.70	0.384	0.147
9	0.75	0.397	0.158
10	0.80	0.411	0.169

MEDIA DESP. - 0.500

MEDIA T² - 0.103

"m" - 4.533

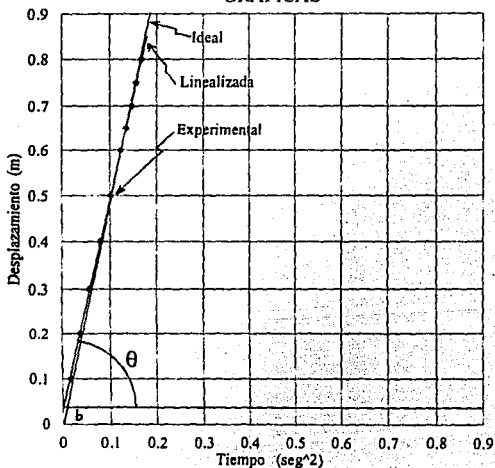
b - 0.035

$m = \tan \theta$

$\theta = 77.6^\circ$

GRAVEDAD = 9.07 m/s²

GRAFICAS



Experimento 9

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.05	0.078	0.006
2	0.10	0.128	0.016
3	0.20	0.192	0.037
4	0.30	0.239	0.057
5	0.40	0.282	0.080
6	0.50	0.319	0.102
7	0.60	0.353	0.125
8	0.70	0.383	0.147
9	0.75	0.399	0.159
10	0.80	0.412	0.170

MEDIA DESP= 0.440

MEDIA T² = 0.090

"m" = 4.545

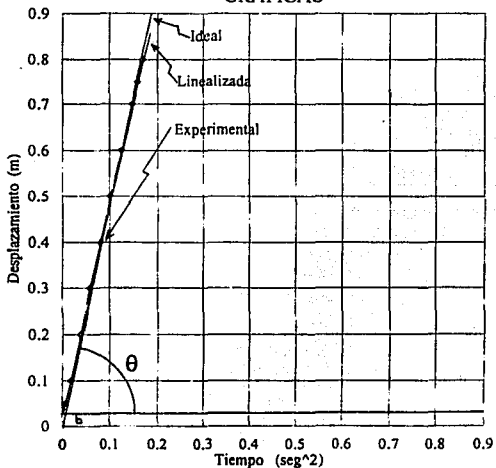
b = 0.032

$m = \tan \theta$

$\theta = 77.6^\circ$

GRAVEDAD = 9.09 m/s²

GRAFICAS



Experimento 10

EVENTOS	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (seg)	TIEMPO ² (seg ²)
1	0.05	0.077	0.006
2	0.10	0.129	0.017
3	0.15	0.162	0.026
4	0.20	0.191	0.036
5	0.25	0.217	0.047
6	0.30	0.241	0.058
7	0.40	0.283	0.080
8	0.50	0.319	0.102
9	0.60	0.353	0.125
10	0.70	0.383	0.147

MEDIA DESP. = 0.315

MEDIA T² = 0.064

"m" = 4.619

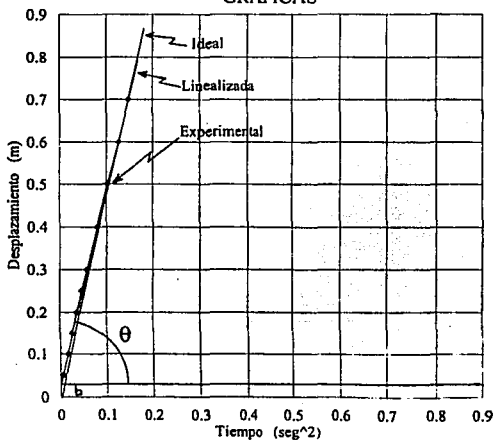
b = 0.028

$m = \tan \theta$

$\theta = 77.8^\circ$

GRAVEDAD = 9.24 m/s²

GRAFICAS



4.3 ANALISIS DE RESULTADOS

Presición y Exactitud

Analizando los resultados obtenidos tenemos:

$$\% \bar{P} = (95.9 + 98.6 + 99.3 + 98.4 + 99.7 + 99.2 + 99.3 + 99.4 + 99.4 + 99.7 + 98.9 + 99.7 + 99.6 + 99.5 + 99.8 + 99.8)/16$$

$$\text{Porcentaje de Presición promedio} = 99.13 \%$$

$$\% \bar{E} = (77.5 + 89.1 + 92.7 + 95.0 + 96.3 + 97.5 + 98.8 + 99.0 + 99.5 + 99.9 + 99.5 + 99.3 + 99.0 + 98.7 + 98.2 + 98.2)/16$$

$$\text{Porcentaje de Exactitud promedio} = 96.13 \%$$

Con esto concluimos que el dispositivo diseñado puede considerarse como un buen equipo de medición de tiempo.

Siendo esto satisfactorio para los experimentos de Cinemática que se realizan en los laboratorios de Física.

Valor de la Gravedad

Analizando los resultados del valor de la gravedad experimental tenemos que:

$$\bar{G} = (9.37 + 9.37 + 9.20 + 9.14 + 9.0 + 9.01 + 8.93 + 9.07 + 9.09 + 9.24)/10$$

$$\text{Gravedad experimental promedio} = 9.14 \text{ m/s}^2$$

Comparando este resultado con el valor de la gravedad propuesto se tiene un error de 0.67 m/s^2 , que para fines experimentales es bueno ya que no se están considerando condiciones ambientales y otros factores que afectan las mediciones.

CAPITULO 5

**ANALISIS POR COMPUTADORA DEL EXPERIMENTO
DE CAIDA LIBRE**

CAPITULO 5

ANALISIS POR COMPUTADORA DEL EXPERIMENTO

Para facilitar los análisis del fenómeno de caída libre se diseñó un programa en Turbo Basic, el cual realiza los cálculos de precisión, exactitud, valor de la pendiente, valor de la gravedad, ángulo y además muestra las gráficas experimental y linealizada del experimento.

El programa es ejecutable y de fácil manejo porque se trabaja por opciones de menú como se muestra a continuación:

En el menú principal es el siguiente:

ESCOJA LA OPCION QUE DESEA TECLEANDO EL NUMERO CORRESPONDIENTE

1) ANALISIS DE DATOS PARA UNA SOLA ALTURA

2) ANALISIS DE DATOS PARA VARIAS ALTURAS

(METODO DE PARES DE PUNTOS Y MINIMOS CUADRADOS)

3) SALIR DEL PROGRAMA

Quando se tecléa "1" aparecen las opciones para introducir datos:

ANALISIS DE UNA SOLA ALTURA

PARA QUE ALTURA EN METROS:?
CUANTOS DATOS VA A ANALIZAR:?

TIEMPO(EN SEGUNDOS)

T(1)=?
.
.
T(N)=?

PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR

Al finalizar la entrada de datos y presionar cualquier tecla se presentan las opciones siguientes:

COMO QUIERES LOS RESULTADOS

A) EN PANTALLA

B) EN IMPRESORA

C) ANALISIS CON OTROS DATOS

D) ACABAR EL ANALISIS

La opción "A" muestra los resultados por pantalla con las siguientes ventanas:

RESULTADOS
DATOS CON LOS QUE SE HIZO EL ANALISIS
TIEMPO
T(1)= VALOR1
.
.
T(N)= VALOR N
ALTURA EN METROS = VALOR DE LA ALTURA
PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR

VALOR DE "T" OBTENIDO POR MEDIO DE LA FORMULA $T^2 = (2H/G)$
Tr=
VALOR DE "T" PROMEDIO +/- SU TOLERANCIA
Tp= +/- Error estandard
PRECISION EN %
%P=
EXACTITUD EN %
%E=
VALOR DE LA GRAVEDAD EXPERIMENTAL
Gexp=
PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR

Al presionar cualquier tecla regresa al menú de "COMO QUIERES LOS RESULTADOS".

Si elegimos "B" se imprimen los datos y resultados de las dos pantallas anteriores.

La opción "C" permite realizar otro análisis para una sola altura con datos diferentes de tiempo, y si se tecléa "D" el programa regresa al menú principal.

Al elegir la opción "2" en el menú principal se generan las ventanas siguientes:

ANALISIS PARA VARIAS ALTURAS	
DAME EL NUMERO DE DATOS:?	
DESPLAZAMIENTO	TIEMPO
S(1)=?	T(1)=?
⋮	
⋮	
S(N)=?	T(N)=?
Si el número de datos es impar aparece:	
SOLUCION POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS	
Si el número de datos es par aparece:	
SOLUCION POR EL METODO DE PARES DE PUNTOS	
PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR	

Después de introducir los datos se presentan las opciones siguientes:

COMO QUIERES LOS RESULTADOS	
A) EN PANTALLA	
B) EN IMPRESORA	
C) GRAFICAS (EXPERIMENTAL Y LINEALIZADA)	
D) ANALISIS CON OTROS DATOS	
E) ACABAR EL ANALISIS	

Si tecleamos "A" se despliegan en pantalla los resultados obtenidos, los cuales serán impresos al elegir "B".

<p style="text-align: center;">RESULTADOS EXPERIMENTALES</p> <p>PENDIENTE = ?</p> <p>ANGULO TETA = ? Grados</p> <p>ORDENADA AL ORIGEN = ?</p> <p>GRAVEDAD EXPERIMENTAL = ? m/s^2</p> <p style="text-align: center;">PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR</p>
--

La opción "C" muestra la gráfica de puntos experimentales y la gráfica linealizada.

NOTA:

Para mandar imprimir la gráfica se tiene que cargar el comando GRAPHICS.EXE de sistema operativo.

Después oprimir simultáneamente las teclas Shift + Impr Pant.

Con la opción "D" realizamos otro análisis con datos diferentes y con "E" regresamos al menú principal.

Si elegimos "3" del menú principal, termina la ejecución del programa.

A continuación se muestra el listado del programa y los resultados obtenidos al ejecutarlo:

LISTADO DEL PROGRAMA

```

10 REM PROGRAMA PARA REALIZAR EL ANALISIS ESTADISTICO DEL DISPOSITIVO DE CAIDA
20 REM
30 REM
40 CLS
50 DIM T(100):SU=0:SE=0:DIM Z(100):CON=1:DIM MAS(100):DIM S(100):DIM TI(100)
60 KEY OFF
70 CLS
80 COLOR 1,0
90 LOCATE 5,4
100 PRINT"ESCOJA LA OPCION QUE DESEA TECLEANDO EL NUMERO CORRESPONDIENTE"
110 COLOR 0,7
120 LOCATE 9,14
130 PRINT"1) ANALISIS DE DATOS PARA UNA SOLA ALTURA"
140 LOCATE 14,14
150 PRINT"2) ANALISIS DE DATOS PARA VARIAS ALTURAS"
160 LOCATE 15,14
170 PRINT" (METODO DE PARES DE PUNTOS Y MINIMOS CUADRADOS)"
180 LOCATE 19,14
190 PRINT"3) SALIR DEL PROGRAMA"
200 COLOR 7,0
210 BS=INKEY$
220 IF BS="" THEN GOTO 210
230 IF BS="1" THEN CLS:GOTO 310
240 IF BS="2" THEN CLS:GOTO 1550
250 IF BS="3" THEN CLS:END
260 BEEP:BEEP:BEEP
270 LOCATE 22,10
280 COLOR 31,0
290 PRINT" POR FAVOR TECLEE LA OPCION QUE DESEA"
300 GOTO 210
310 SU=0:SE=0:CON=1
320 CLS
330 COLOR 1,0
340 LOCATE 2,20
350 PRINT
360 COLOR 7,0
370 PRINT" : PRINT""
380 INPUT" PARA QUE ALTURA EN METROS"; H
390 PRINT" : PRINT""
400 INPUT" CUANTOS DATOS VA A ANALIZAR"; N
410 PRINT" : PRINT""
420 PRINT" TIEMPO (EN SEGUNDOS)"
430 FOR I=CON TO N
440 PRINT" T(";I;")="";:INPUT T(I):BEEP:BEEP
450 T(I)=T(I)
460 MAS(I)=T(I)
470 SU=SU+T(I)
480 NEXT I
490 TM=(SU/N)
500 TR=(2*H/9.810001) ^ .5
510 PE= 100-ABS(((TM-TR)/TR)*100)
520 REM CICLO DE LA BURBUJA PARA ENCONTRAR A Xn
530 FOR I=1 TO N
540 IF T(I) >= T(I+1) THEN 580
550 P=T(I)
560 T(I)=T(I+1)
570 T(I+1)=P: GOTO 520
580 NEXT I
590 R2= ABS(TM-T(N))
600 R1= ABS(TM-T(1))
610 IF R1>= R2 THEN GOTO 640
620 PP=100-((R2/TM)*100)
630 GOTO 650
640 PP=100-((R1/TM)*100)
650 FOR I=1 TO N
660 SE=SE+((TM-T(I))^2)
670 NEXT I
680 DS=SQR(SE/N)
690 TU= DS/((N-1) ^ (.5))
700 G=(2*H)/TM^2

```

```

710 COLOR 15,0
720 PRINT": PRINT""
730 PRINT"          PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR"
740 COLOR 7,0
750 P$=INKEY$
760 IF P$="" THEN GOTO 750
770 CLS
780 PRINT"          COMO QUIERES LOS RESULTADOS "
790 PRINT:PRINT:
800 PRINT"          A) EN PANTALLA"
810 PRINT": PRINT""
820 PRINT"          B) EN IMPRESORA"
830 PRINT": PRINT""
840 PRINT"          C) ANALISIS CON OTROS DATOS
850 PRINT": PRINT""
860 PRINT"          D) ACABAR ANALISIS"
870 P$=INKEY$
880 IF P$="" THEN GOTO 870
890 IF P$="A" OR P$="a" THEN GOTO 980
900 IF P$="B" OR P$="b" THEN GOTO 1290
910 IF P$="C" OR P$="c" THEN GOTO 110
920 IF P$="D" OR P$="d" THEN GOTO 70
930 COLOR 31,0
940 PRINT": PRINT""
950 BEEP:BEEP:BEEP
960 LOCATE 22,10
970 PRINT"          POR FAVOR TECLEE LA OPCION CORRECTA":GOTO 870
980 CLS
990 PRINT"          R E S U L T A D O S "
1000 PRINT"          DATOS CON LOS QUE SE HIZO EL ANALISIS"
1010 PRINT"          TIEMPO "
1020 FOR I=1 TO N
1030 PRINT"          T(";I;")= ";(INT(T(I)*1000)/1000)
1040 PRINT""
1050 NEXT I
1060 PRINT"          ALTURA EN METROS= ";(INT(H*100)/100)
1070 PRINT":PRINT""
1080 COLOR 15,0
1090 PRINT"          PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR"
1100 COLOR 7,0
1110 DES=INKEY$
1120 IF DES="" GOTO 1110
1130 CLS
1140 PRINT"          VALOR DE T OBTENIDO POR MEDIO DE FORMULA T^2=(2H/G)"
1150 PRINT"          Tt= ";SGN(TR)*INT(10^3*ABS(TR)+.5)/10^3;"Seg"
1160 PRINT": PRINT""
1170 PRINT"          VALOR DE T PROMEDIO +/- SU TOLERANCIA"
1180 PRINT"          Tp= ";(INT(TM*1000)/1000);"+/-";(INT(TU*10000)/10000)
1190 PRINT": PRINT""
1200 PRINT"          PRECISION EN %"
1210 PRINT"          %P= ";SGN(PP)*INT(10^2*ABS(PP)+.5)/10^2;"%"
1220 PRINT": PRINT""
1230 PRINT"          EXACTITUD EN %"
1240 PRINT"          %E= ";SGN(PE)*INT(10^2*ABS(PE)+.5)/10^2;"%"
1250 PRINT": PRINT""
1260 PRINT"          VALOR DE LA GRAVEDAD EXPERIMENTAL"
1270 PRINT"          Gexp.= ";SGN(G)*INT(10^2*ABS(G)+.5)/10^2;"m/s^2"
1280 GOTO 1540
1290 LPRINT"          R E S U L T A D O S "
1300 LPRINT":LPRINT""
1310 LPRINT"          DATOS CON LOS QUE SE HIZO EL ANALISIS"
1320 LPRINT":LPRINT""
1330 LPRINT"          TIEMPO
1340 FOR I=1 TO N
1350 LPRINT"          T(";I;")=";(INT(T(I)*1000)/1000)
1360 LPRINT":LPRINT""
1370 NEXT I
1380 LPRINT"          ALTURA EN METROS=";(INT(H*100)/100)
1390 LPRINT":LPRINT""
1400 LPRINT"          VALOR DE T OBTENIDO POR MEDIO DE FORMULA T^2=(2H/G)"

```

```

1410 LPRINT"          TR=";SGN(TR)*INT(10^3*ABS(TR)+.5)/10^3;"Seg"
1420 LPRINT":LPRINT"
1430 LPRINT"  VALOR DE T PROMEDIO +/- SU TOLERANCIA"
1440 LPRINT"  Tp=";(INT(TM*1000)/1000);"+/-";(INT(TU*10000)/10000)
1450 LPRINT":LPRINT"
1460 LPRINT"  PRECISION EN %"
1470 LPRINT"  %P=";SGN(PP)*INT(10^2*ABS(PP)+.5)/10^2;"%"
1480 LPRINT":LPRINT"
1490 LPRINT"  EXACTITUD EN %"
1500 LPRINT"  %E=";SGN(PE)*INT(10^2*ABS(PE)+.5)/10^2;"%"
1510 LPRINT":LPRINT"
1520 LPRINT"  VALOR DE LA GRAVEDAD EXPERIMENTAL"
1530 LPRINT"  Gexp.=";SGN(G)*INT(10^2*ABS(G)+.5)/10^2;"m/s^2"
1540 GOTO 710
1550 COLOR 15,0
1560 SM=0:TM=0:SA=0:SUNMS=0:SUMT=0:SUNST=0:SUMTC=0:CONT=0:TA=0
1570 CLS
1580 PRINT"          ANALISIS PARA VARIAS ALTURAS"
1590 PRINT"
1600 COLOR 7,0
1610 INPUT "          DAME EL NUMERO DE DATOS";NU
1620 PRINT"
1630 PRINT"          DESPLAZAMIENTO          TIEMPO"
1640 FOR I=1 TO NU
1650 PRINT"          S(";I;")="";INPUT S(I)
1660 LOCATE I+5,38
1670 PRINT"T(";I;")="";INPUT TI(I)
1680 NEXT I
1690 PAR=FIX(NU/2)
1700 PAR=PAR+2
1710 IF PAR<NU THEN PRINT":PRINT"          SOLUCION POR EL METODO DE MINIMOS
1720 PRINT":PRINT"          SOLUCION POR EL METODO DE PARES DE PUNTOS"
1730 PRINT":PRINT"
1740 COLOR 15,0
1750 PRINT"
1760 PRINT"          PARA CONTINUAR PRESIONE CUALQUIER TECLA"
1770 COLOR 7,0
1780 DR$=INKEY$
1790 IF DR$="" THEN GOTO 1780
1800 COLOR 7,0
1810 FOR I=1 TO NU
1820 TI(I)=TI(I)^2
1830 SM=SM+S(I)
1840 TM=TM+TI(I)
1850 NEXT I
1860 SM=SM/NU
1870 TM=TM/NU
1880 FOR I=0 TO NU/2-1
1890 SA=SA+(S(NU-I)-S(NU/2-I))
1900 TA=TA+(TI(NU-I)-TI(NU/2-I))
1910 NEXT I
1920 PENDI=SA/TA
1930 TETA=ATN(PENDI):TETA=(TETA*360)/(2*3.1416)
1940 B=SM-(TM*PENDI)
1950 GR=2*PENDI
1960 CLS
1970 PRINT"          COMO QUIERES LOS RESULTADOS "
1980 PRINT:PRINT:
1990 PRINT"          A) EN PANTALLA"
2000 PRINT":PRINT"
2010 PRINT"          B) EN IMPRESORA"
2020 PRINT":PRINT"
2030 PRINT"          C) GRAFICAS (EXPERIMENTAL Y LINEALIZADA)
2040 PRINT":PRINT"
2050 PRINT"          D) ANALISIS CON OTROS DATOS
2060 PRINT":PRINT"
2070 PRINT"          E) ACABAR ANALISIS"
2080 PS=INKEY$
2090 IF PS="" THEN GOTO 2080
2100 IF PS="A" OR PS="a" THEN GOTO 2200

```

```

2110 IF P$="B" OR P$="b" THEN GOTO 2410
2120 IF P$="C" OR P$="c" THEN GOTO 2810
2130 IF P$="D" OR P$="d" THEN GOTO 1560
2140 IF P$="E" OR P$="e" THEN GOTO 70
2150 COLOR 31,0
2160 PRINT"":PRINT""
2170 BEEP:BEEP:BEEP
2180 LOCATE 22,10
2190 PRINT"          POR FAVOR TECLEE LA OPCION CORRECTA":GOTO 2080
2200 CLS
2210 COLOR 15,0
2220 PRINT"          RESULTADOS EXPERIMENTALES"
2230 COLOR 7,0
2240 PRINT"":PRINT""
2250 PRINT"  PENDIENTE=";SGN(PENDI)*INT(10^3*ABS(PENDI)+.5)/10^3
2260 PRINT"":PRINT""
2270 PRINT"  ANGULO TETA=";SGN(TETA)*INT(10^2*ABS(TETA)+.5)/10^2;"Grados"
2280 PRINT"":PRINT""
2290 PRINT"  ORDENADA AL ORIGEN=";SGN(B)*INT(10^4*ABS(B)+.5)/10^4
2300 PRINT"":PRINT""
2310 PRINT"  GRAVEDAD EXPERIMENTAL=";SGN(GR)*INT(10^2*ABS(GR)+.5)/10^2;"m/s^2"
2320 PRINT"":PRINT""
2330 COLOR 15,0
2340 PRINT" "
2350 PRINT"          PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR"
2360 COLOR 7,0
2370 DR$=INKEY$
2380 IF DR$="" THEN GOTO 2370
2390 GOTO 1960
2400 COLOR 15,0
2410 LPRINT"          RESULTADOS EXPERIMENTALES"
2420 COLOR 7,0
2430 LPRINT"":LPRINT""
2440 LPRINT"  PENDIENTE=";SGN(PENDI)*INT(10^3*ABS(PENDI)+.5)/10^3
2450 LPRINT"":LPRINT""
2460 LPRINT"  ANGULO TETA=";SGN(TETA)*INT(10^2*ABS(TETA)+.5)/10^2;"Grados"
2470 LPRINT"":LPRINT""
2480 LPRINT"  ORDENADA AL ORIGEN=";SGN(B)*INT(10^4*ABS(B)+.5)/10^4
2490 LPRINT"":LPRINT""
2500 LPRINT"  GRAVEDAD EXPERIMENTAL=";SGN(GR)*INT(10^2*ABS(GR)+.5)/10^2;"m/s^2"
2510 LPRINT"":LPRINT""
2520 COLOR 15,0
2530 PRINT" "
2540 PRINT"          PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR"
2550 COLOR 7,0
2560 DR$=INKEY$
2570 IF DR$="" THEN GOTO 2560
2580 GOTO 1960
2590 PRINT""
2600 PRINT""
2610 PRINT""
2620 PRINT""
2630 PRINT""
2640 COLOR 15,0
2650 PRINT""
2660 PRINT"          PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR"
2670 DR$=INKEY$
2680 IF DR$="" THEN GOTO 2670
2690 FOR I=1 TO NU
2700 TI(I)=TI(I)^2
2710 SUMS=SUMS+S(I)
2720 SUMT=SUMT+TI(I)
2730 SUMST=SUMST+S(I)*TI(I)
2740 SUMTC=SUMTC+TI(I)^2
2750 NEXT I
2760 B=((SUMTC*SUMS)-(SUMT*SUMST))/((NU*SUMTC)-(SUMT^2))
2770 PENDI=((NU*SUMST)-(SUMT*SUMS))/((NU*SUMTC)-(SUMT^2))
2780 TETA=ATN(PENDI):TETA=(TETA*360)/(2*3.1416)
2790 GR=2*PENDI
2800 GOTO 1960

```



```

2810 IF CONT>0 THEN 2950
2820 CLS
2830 CONT=1
2840 FOR I=1 TO NU
2850 TI(I)=TI(I)*1000
2860 NEXT I
2870 CLS
2880 KEY OFF
2890 FOR I=1 TO NU
2900 S(I)=180-((S(I)*100)/.45)
2910 TI(I)=(50)+TI(I)
2920 NEXT I
2930 X=(COS(TETA/57.29578))*1000
2940 Y=(SIN(TETA/57.29578))*100/.45
2950 SCREEN 2
2960 LOCATE 25,76
2970 PRINT""
2980 LOCATE 2,3
2990 PRINT""
3000 PRINT""
3010 PRINT""
3020 PRINT""
3030 PRINT""
3040 PRINT""
3050 R=0:RYA=20
3060 FOR I=1 TO 10
3070 R=R+50
3080 RY=180-RYA
3090 RYA=RYA+21
3100 LINE (R,190)-(R,183)
3110 LINE (45,RY)-(58,RY)
3120 NEXT I
3130 LOCATE 21,3:PRINT"0.1":LOCATE 18,3:PRINT"0.2":LOCATE 15,3:PRINT"0.3"
3140 LOCATE 13,3:PRINT"0.4":LOCATE 10,3:PRINT"0.5":LOCATE 7,3:PRINT"0.6"
3150 LOCATE 25,11
3160 PRINT"0.05 0.10 0.15 0.20 0.25 0.30 0.35 0.40 0.45 "
3170 LINE (30,180)-(590,180)
3180 LINE (50,190)-(50,5)
3190 FOR I=1 TO NU
3200 PSET(TI(I),S(I))
3210 NEXT I
3220 LINE ((50+X),(180-Y))-(50,(180-(B*100)/.45))
3230 BS=INKEYS
3240 IF BS="" THEN GOTO 3230
3250 SCREEN 0
3260 GOTO 1960

```

GRAPICA DE PUNTOS EXPERIMENTALES
 Y
 GRAFICA LINEALIZADA

RESULTADOS OBTENIDOS

Al utilizar la opción "1) ANALISIS DE DATOS PARA UNA SOLA ALTURA" se obtuvieron los siguientes resultados:

RESULTADOS	
DATOS CON LOS QUE SE HIZO EL ANALISIS	
TIEMPO	
T(1) =	.129
T(2) =	.127
T(3) =	.128
T(4) =	.127
T(5) =	.127
T(6) =	.127
T(7) =	.126
T(8) =	.126
T(9) =	.127
T(10) =	.128
ALTURA EN METROS = .1	
VALOR DE "T" OBTENIDO POR MEDIO DE LA FORMULA $T^2 = (2H/G)$	
Tr =	.143
VALOR DE "T" PROMEDIO +/- SU TOLERANCIA	
Tp =	.127 +/- 2E-004
PRECISION EN %	
%P =	98.58
EXACTITUD EN %	
%E =	89.09
VALOR DE LA GRAVEDAD EXPERIMENTAL	
Gexp =	12.36 m/s ²

Cuando se empleo la opción "2) ANALISIS PARA VARIAS ALTURAS" los resultados y su gráfica fueron:

RESULTADOS EXPERIMENTALES

NUMERO DE DATOS A ANALIZAR = 10

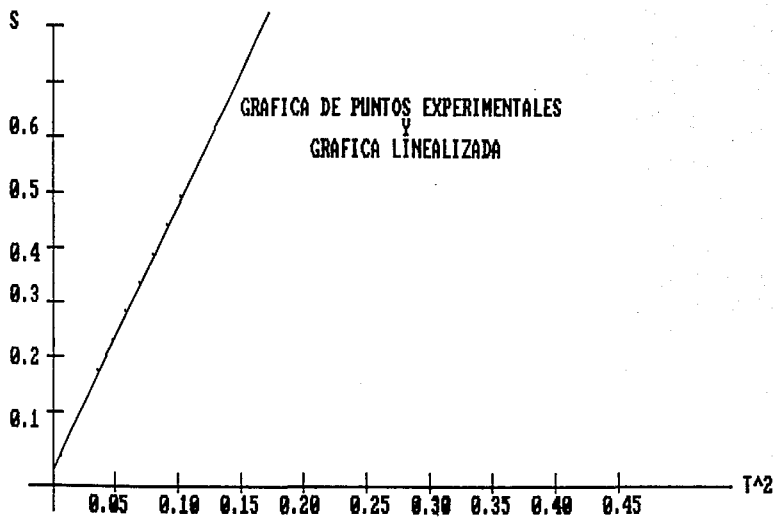
SOLUCION POR EL METODO DE PARES DE PUNTOS

PENDIENTE = 4.687

ANGULO TETA = 77.96 Grados

ORDENADA AL ORIGEN = 2.5E-002

GRAVEDAD EXPERIMENTAL = 9.37 m/s²



CONCLUSIONES

Al finalizar el presente trabajo se concluyo lo siguiente:

- El diseño de este dispositivo nos permitió obtener los resultados esperados de precisión y exactitud, ya que se cuenta con un rango de:

Precisión del 95 % al 99.9 %

Exactitud del 80 % al 99.0 %

- En lo referente al costo, se puede mencionar que se encuentra muy por abajo de un costo comercial.

- Se ha cumplido con el objetivo de colaborar con el equipamiento del laboratorio de Física, al tener este proyecto listo para su aplicación en las diferentes prácticas.

- Se espera que este trabajo sirva como motivación y guía a profesores y estudiantes para realizar proyectos encaminados a la superación de los laboratorios y en general al enriquecimiento de equipo en nuestra facultad.

BIBLIOGRAFIA

Física General Tomo I

Douglas C. Giancoli

Ed. Prentice-Hall

1988

Física Universitaria

Francis W. Sears

Mark W. Zemansky

Hugh D. Young

Ed. Fondo Educativo Interamericano

1986

Física para Estudiantes de Ciencias e Ingeniería

Frederick J. Bueche

Ed. Mc. Graw-Hill

1988

Física General, Conceptos y Aplicaciones

Paul E. Tippens

Ed. Mc. Graw-Hill

1990

Física Energía sus Formas y Cambios

Brandwen, Stollberg, Burnett

Ed. Publicaciones Culturales "P.C.S.A"

Dinámica

T.C. Huang

Ed. Mc. Graw-Hill

Dinámica

Beer and Johnson

Ed. Mc. Graw-Hill

Instrumentación Digital

AMICEE

Ed. Limusa

1982

Principios Digitales

Roger L. Tokheim

Ed. Mc. Graw-Hill

Electronic Circuits:Discrete and Integrated

D.L. Schilling and C. Belove

Ed. Mc. Graw-Hill

Integrated Electronics

J. Millman and C.C. Halkias

Ed. Mc. Graw-Hill

1977

Métodos Experimentales para Ingenieros

Jack P. Holman

Ed Mc. Graw-Hill

Cuarta edición

Programación en Turbo Basic

Frederick E. Mosher

David I. Schneider

Ed. Mc. Graw-Hill

1988