18

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE QUIMICA

UBICACION Y CUANTIFICACION DE DEFECTOS ASOCIADOS A LA CONTRACCION LIQUIDA Y DE SOLIDIFICACION EN UNA UNION TIPO "L" DE ALUMINIO COLADO EN MOLDE DE ARENA

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO QUIMICO METALURGICO

P R E S E N T A

Celso Ramírez González

México, D. F. 1994

JURADO ASIGNADO

Presidente:	Prof. EUSEBIO CANDIDO ATLANTENCO TLAPANCO
Vocal:	Prof. JOSE ALEJANDRO GARCIA HINOJOSA
Secretario:	Prof. CARLOS GONZALEZ RIVERA
1er. suplente:	Prof. IGNACIO BELTRAN PIÑA
2do. suplente:	Prof. ARTURO ALEJANDRO SANCHEZ SANTIAGO

Sitio donde se desarrolló el tema:
Departamento de Ingeniería Química Metalúrgica
Facultad de Química Edificio "D" , laboratorio de fundición, Ciudad Universitaria, U. N. A. M.

Asesor del tema:

M. en C. Carlos González Rivera

Supervisor técnico:

Ing. Eusebio Candido Atlatenco Tlapanco

Sustentante:

Celso Ramírez González

Agradecimientos

A mis pades:

Por quien vivo y soy: y por la gran oportunidad que me han brindado para mi formación .

A todas aquellas personas que hicieron posible la realización de este trabajo y en especial al equipo de fundición.

INDICE

RESUMEN:

El objetivo de este trabajo consiste en simular a partir de principios fundamentales el enfriamiento asociado a una unión tipo "L" de aluminio colado en molde de arena, durante su enfriamiento y solidificación de modo tal que se puedan predecir a partir del modelo matemático generado la posición y magnitud del rechupe formado para condiciones especificas de dimensiones de la pieza y de temperatura de colada.

Para tal efecto se parten de principios de transferencia de calor en estado inestable y con cambio de fase junto con determinaciones experimentales de la contracción líquida en función del sobrecalentamiento y de la contracción de solidificación reportadas en la literatura, para construir un modelo que permita ubicar y cuantificar al rechupe formado en la unión en función de la temperatura de colada. La construcción de dicho modelo, su implementación en un programa computarizado y la comparación de los resultados arrojados por el modelo con resultados experimentales constituyen el contenido de esta tésis.

INTRODUCCION:

Un análisis detallado de los avances recientes en el campo de la simulación computarizada de la solidificación de aleaciones metálicas revela que un modelo que describe en su totalidad la solidificación y enfriamiento de una pieza fundida, debe considerar lo que ocurre en el sistema tanto a nivel macroscópico como microscópico a nivel maroscopico se requiere describir acopladamente la transferencia de calor de metal hacia el molde, el flujo del metal hacia la impresión durante el llenado, el flujo convectivo y el análisis de esfuerzos generados en el sistema durante el enfriamiento; anivel macroscopico, el modelo debe incluir la cinética de solidificación y el flujo de fluidos durante la solidificación los efectos asociados con aspectos cristalográficos, asi como la cinética de las transformaciones de fase que se presentan eventualmente en el estado sólido; La existencia de un modelo de tales características permitiría no sólo predecir la magnitud y posición de micro y macrorrechupes, sino también el eventual fisuramiento en caliente y en frio, debido a los esfuerzos generados durante el enfriamiento del sistema, así como los aspectos microestructurales como morfología y distribución de fases presentes, microsegregación, microporosidad y también las propiedades mecánicas asociadas.

Sin embargo, la construcción de un modelo general que acople los aspectos mencionados aún no es posible debido a que la comprensión y simulación acoplada de algunos de estos aspectos aún no ha sido realizada debido a la gran complejidad que ello implica.

La mayor parte del esfuerzo de la simulación de la solidificación ha sido dirigido hacia el modeleo macroscópico, es decir, hacia la busqueda de soluciónes numéricas para las ecuaciones de concervación en presencia de un cambio de fase, encontrandoce reportados en la literatura modelos que describen la transferencia de calor del metal al molde, el flujo del metal durante el llenado y el campo de esfuerzos generados en la pieza durante el enfriamiento. En fundición, la principal aplicación del modeleo de la solidificación ha sido el cálculo de la trayectiria de las isócronas de solidificación en cortes bidimencionales y de los planos isotérmicos en el espacio tridimencional de piezas fundidas en aleaciones de rango corto de solidificación con el fin de localizar las zonas que solidifican al final y simular el efecto de diferentes sistemas de alimentación y colada sobre la apropiada alimentación de estas zonas.

Solo se considera transferencia de calor con cambio de fase, ya que este trabajo es el inicio de dicha simulación computarizada que involucra la solidificación de aleaciones de rango corto.

CAPITULO 1

PLANTEAMIENTO DEL MODELO

1.1 Posición de el problema

En este trabajo se elaboraró un modelo matemático que simula el enfriamiento y solidificación de una unión tipo "L" colada en un molde de arena como se muestra en la figura 1 - 1.

Partiendo del objetivo anteriormente mencionado y de las simplificaciones previamente establecidas para hacer de este trabajo un proyecto realizable se consideró que el modelo debería proporcionar el desplazamiento de las isócronas de solidificación en el dominio del metal ya que estas proporcionarían el perfil, del macrorrechupe en el momento en que el metal líquido se agotará, debido a que las regiones que van solidificando ven compensada su contracción líquida y de solidificación por el metal líquido remanente presente en las zonas adyacentes, y en ausencia de un sistema de alimentación y llega un momento en que el metal líquido se agota produciendo el macrorrechupe. El tamaño de éste depende del grado de el sobrecalentamiento del metal, ya que este parámetro fija la magnitud de la demanda líquida de la pieza, es decir, establece que tanta contracción líquida y de solidificación presentará la pieza.

De lo anterior fué claro que un modelo que pretendiera predecir la magnitud y posición del rechupe debería incluir tanto el aspecto de transferencia de calor, representado por la posición en función del tiempo de la isócrona de solidificación, como los aspectos asociados a la contracción líquida y de solidificación de la pieza, los cuales relacionan a la magnitud del rechupe en función de las condiciones de vaciado (temperatura de colada).

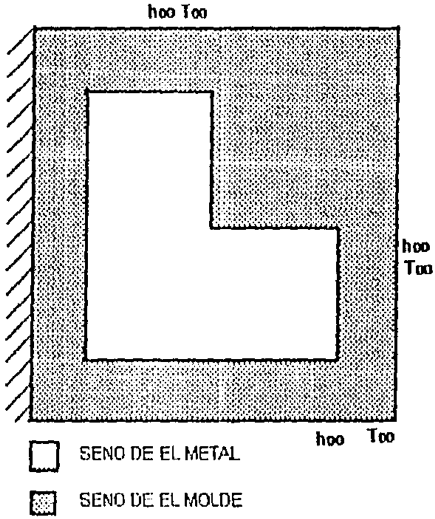


Figura 1-1 : *Unión tipo " L " de aluminio colada en molde de arena*

Para la descripción del modelo desarrollado en este trabajo describiremos, en en primera instancia, la manera en la cual nuestro modelo trata a los aspectos de transferencia de calor, para posteriormente mostrar el modo en que el modelo contabiliza a la temperatura de colada para establecer la magnitud del rechupe y finalmente mencionar como nuestro modelo acopla ambos aspectos.

1.2.- Modelo de la transferencia de calor.

Se asume que el principal mecanismo de transferencia de calor en el sistema molde-metal es la conducción, de donde para conocer la historia térmica del sistema es necesario resolver la siguiente ecuación:

$$K\nabla^2 T + g = \rho Cp \left[\frac{\delta T}{\delta t}\right] \quad \text{---------------} \quad \text{ec. I}$$

K – conductividad térmica [w / m °C]

ρ – densidad [Kg / m^3]

T – temperatura [°C]

t – tiempo [s]

g – velocidad de generación de calor latente de solidificación [w / m^3]

En donde el término de generación es no nulo exclusivamente en el metal y durante la solidificación.

Adicionalmente se asumen las siguientes hipótesis simplificativas:

1.- Dos dimensiones.

2.- Propiedades térmofisicas constantes para el metal líquido, el metal sólido y el material de moldeo.

3.- LLenado instantaneo del molde.

4.- Contacto térmico perfecto en la interfase molde-metal.

5.- Las propiedades térmofisicas de un volumen de control en el seno del metal durante la solidificación son un promedio de las propiedades del líquido y del sólido.

Adoptando las anteriores hipótesis simplificativas, la ecuación a resolver para conocer la historia térmica del sistema es :

$$K_l \left[\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} \right] + g = \rho_l C p_l \left[\frac{\delta T}{\delta t} \right] \quad \text{------------ ec. } \underline{II}$$

donde el término g es no nulo exclusivamente en el dominio del metal y durante la solidificación y el subindice l indica el medio considerado: metal ó arena.

Donde:

T .- la temperatura. [°C]

t .- el tiempo. [s]

K .- la conductividad térmica del medio de conducción. [w / m °C]

g .- rapidez de cambio de calor latente liberado durante la solidificación. [w / m^3]

ρ .- densidad del medio de conducción. [Kg / m^3]

Cp .- calor específico del medio de conducción. [J / Kg °C]

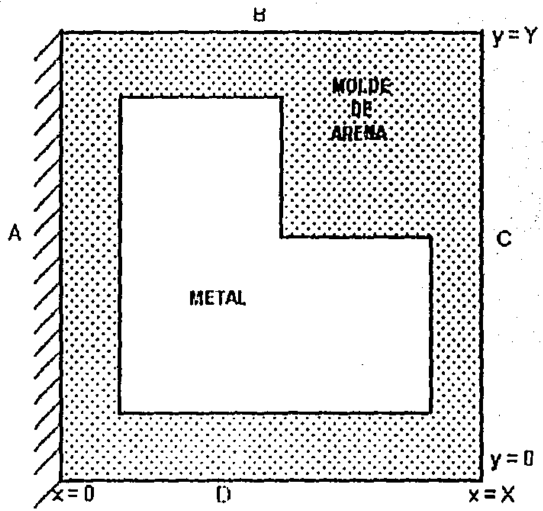
Para poder resolver esta ecuación se requiere de cuatro condiciones a la frontera y una condición inicial.

En nuestro modelo asumimos las condiciones a la frontera mostradas en la figura 1-2.

Para la condición inicial se asume que el llenado del molde es instántaneo, y que la temperatura inicial en todos los nodos donde se presenta el metal es igual a la temperatura de colada, y mientras que la temperatura inicial del molde es igual a la temperatura ambiente.

El termino "g" que aparece en la ecuación de calor es el calor latente liberado durante la solidificación.

el termino de generación es transformado en un número equivalente de grados. Durante la solidificación se resuelve la ecuación II sin considerar el cambio de fase con lo que se obtiene el nuevo perfil de temperaturas nodales en el metal, cuando la



A: $X = 0,\ \frac{dT}{dx} = 0$

B: $-K\frac{dT}{dY}\Big|_{y=Y} = -h(Ta - T)$

C: $-K\frac{dT}{dx}\Big|_{x=X} = -h(Ta - T)$

D: $-K\frac{dT}{dy}\Big|_{y=0} = -h(Ta - T)$

Figura 1-2 : *Sistema molde-metal con condiciones a la frontera*

temperatura de un nodo cae por debajo de la temperatura de fusión del metal la diferencia entre dichas temperaturas es calculada y esa diferencia de grados se restan al número equivalente de grados remanentes, la temperatura nodal es regresada a la temperatura de fusión en cada etapa de tiempo, y el número de grados remanentes es disminuido se sigue este procedimiento asta que el número equivalente de grados se nulifica, lo cual indica que toda la cantidad de grados equivalentes asociados al calor latente de fusión ha sido liberado, por lo tanto, a partir de este tiempo se permite que la temperatura del nodo vuelva a descender por debajo de la temperatura de fusión, ya que el nodo se encuentra totalmente en estado sólido.

Para realizar la transformación del calor latente de fusión en un número equivalente de grados se partió del calor latente de fusión y el calor especifico, empleando la siguiente expresión :

$$\text{El numero equivalente de grados} = \frac{\text{Calor latente de fusión}}{\text{Calor especifico}} = \frac{[J / mol]}{[J / {}^{o}K\ mol]} = [{}^{o}K]$$

1.3 Contracción liquida y de solidificación.

1.3.1 Generalidades

Al someter a cualquier metal a un sobrecalentamiento hasta alcanzar una temperatura mayor a su punto de fusión, este material es afectado por el fenómeno de expansión volumétrica, este fenómeno se manifiesta como un aumento de volumen que depende del sobrecalentamiento alcanzado y de la aleación considerada; dominante, al ser enfriada, la aleación sufre el fenómeno opuesto a la expansión volumétrica, esdecir, una contracción de volumen.

Para la fabricación de una pieza metálica se parte de vertir metal líquido en el molde, en donde el metal líquido adopta la forma geométrica de la impresión interna del molde. Con el paso de tiempo, el metal líquido se enfría hasta solidificar y posteriormente alcanzar la temperatura ambiente. Durante este proceso de enfriamiento del metal, se presenta el fenómeno de contracción, la cual puedeser clasificada en tres clases.

1. – La contracción que tienen lugar en el estado liquido ó contracción liquida.

2. – La contracción que tienen lugar durante el transcurso de la solidificación ó contracción de solidificación.

3. – La contracción que tienen lugar en el estado sólido, llamada contracción sólida.

Esta última no interviene más que muy ligeramente durante el periodo de la solidificación y se encuentra integrada a la contracción de solidificación en los valores de la contracción global, técnica reportada en la literatura en función del tipo de aleación y del grado de sobrecalentamiento.

Esta variacion de volumen durante el enfriamiento consiste generalmente en una contracción, salvo en el caso de ciertas aleaciones como los hierros grises que pueden presentar una expansión durante el transcurso de la solidificación (debido a la expansión asociada a la precipitación de grafito eutectico que acompaña a la solidificación del eutéctico, la cual puede llegar a compensar y hasta sobrepasar en valor absoluto a la contracción de la matriz metálica durante el transcurso de la solidificación).

Es necesario distiguir a las aleaciones que se contraen, en las cuales se presenta:

– Una contracción volumétrica en el estado liquido: RL %

– Una contracción voluminica en el transcurso de la solidificación: Rs %

Que sumados proporcionan la contracción global a considerar para cuantificar la extención del macrorrechupe:

R % = RL % + Rs % - - - - - - - - - - - - ec. 3

Por otra parte estan las aleaciones que presentan una expansión voluminica que son los hierros grises y nodulares los cuales van ha presentar:

– Una contracción volumétrica en el estado liquido RL %

– Una variación voluminica durante el transcurso de la solidificación [contracción de solidificación Rs % ; inflamiento o aumento de volumen G %] , que sumados proporcionan una variación volumétrica global:

DV % = RL % + Rs % - G % - - - - - - - - - ec. 4

Las posibilidades en cuanto a la presentación en la pieza de los defectos causados por contracción volumétrica durante el enfriamiento del liquido y durante la solidificación se muestran en la figura 1-3.

Para condiciones idénticas de moldeo y de colada la contracción liquida y de solidificación asociada a una aleación cualquiera, es una constante que se traduce en un volumen total de defectos de contracción y esta constante es la suma de los siguientes terminos:

CONSTANTE = Vm + Vp + Va

Vm representa a el volumen de las macrocavidades

Vp representa a el volumen de las porosidades

Va representa a el volumen de los undimientos superficiales

En función del tipo de aleación, la ausencia de una o dos de estas categorias es posible.

El modo de solidificación de las aleaciones tiene mucho que ver con la manera en que se manifiestan los defectos asociados a la contracción liquida y de solidificación.

Cada aleación solidifica de una manera particular y ésto, independientemente de los aspectos relativos al proceso de elaboración y a la velocidad de enfriamiento; con el fin de simplificar, clasificaremos a las aleaciones en tres grandes familias (en el caso de los gradientes térmicos normales en fundición):

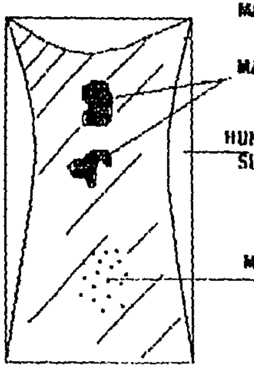


Figura 1-3 : *Defectos asociados a la contracción líquida y de solidificación*

– Aquellas que se solidifican a partir de la pared del molde presentando un rango de solidificación con una banda pastosa de magnitud perfectamente bien delimitada, figura 1- 4 A .

– Aquellas que se solidifican con un rango largo de solidificación con una zona pastosa que afecta a toda la masa, seguida de la precipitación de cristales en el seno del metal líquido, figura 1 - 4 B.

– Aquellas que presentan un modo de solidificación intermedia entre los dos modos presentados anteriormente, figura 1 - 4 C.

Con la primera familia se trata de una solidificación exógena conocida como solidificación por frente continuo, ya que existe una continuidad de el frente, independientemente de su contorno, la alimentación es intercristalina y tiene lugar por el flujo del líquido a traves de una red fija ya solidificada; cuando existe la aparición de cristales en el seno mismo de el metal líquido hay una discontinuidad en el frente de

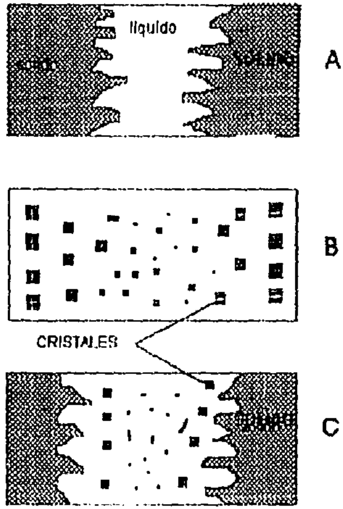


Figura 1-4: *A.- Modo de solidificación por frente continuo; B.- Modo de solidi-ficación por frente discontinuo; C.- Modo de solidificación combinado.*

solidificación, en este caso se está en presencia de una solidificación endógena tambien llamada de frente discontinuo, donde la alimentación es una alimentación de masa que se opera por la transferencia de un magma que es una mezcla de liquido y de sólido, que se desplaza por efecto de la gravedad y por el diferencial de presión asociado a la contracción de regiones adyacentes.

El modo de solidificación esta ligado en cierta medida con el intervalo de solidificación. Los metales puros y la mayor parte de los eutécticos solidifican presentando un frente continuo de solidificación, mientras que las aleaciones de intervalo grande de solidificación solidifican con un frente discontinuo.

1.3.2 Contracción líquida y de solidificación para aluminio puro

En este trabajo se empleo aluminio puro, el cual presenta un frente continuo de solidificación y por lo tanto los defectos de contracción se manifiestan bajo la forma de macrocavidades y de hundimientos superficiales; los undimientos superficiales no se considerarón debido a que el analisis realizado no considera al aspecto de flujo de fluidos asociado a la generación del gradiente de presión causado por la contracción y responsables de dichos hundimientos. Deacuerdo con lo anterior para establecer el volumen del macrorrechupe formado consideramos la siguiente contracción global:

$R\,\% = RL\,\% + Rs\,\%$ - - - - - - - - - - - - ec. 3

Partiendo de datos experimentales reportados para aluminio que indican el porciento de la contracción (R) en función del sobrecalentamiento que son los siguientes:

	ΔT (^{o}C)	R (% cambio de volumen)
Contracción global :	1	6.5
Contracción global :	50	8.0
Contracción global :	150	8.5

Fué necesario obtener una expresión que relacionara a la contracción global (líquida y de solidificación) en función del sobrecalentamiento.

Para generar una expresión a partir de tres parejas de datos se consideraron los puntos:

– Las parejas de datos no presentan una tendencia lineal.

– Se puede asumir una tendencia exponencial.

Donde el valor de la contracción global es representada por una expresión del tipo:

$R = A\,(\Delta T)^{n}$ - ec. 7

Aplicando logaritmo natural a la ecuación 7 obtenemos:

$Ln\ R = Ln\ [\ A\ (\Delta T\ )^n\ ]$

Bajo un manejo algebraico se llega que:

$Ln\ R = Ln\ A + n * Ln\ (\ DT\ )$ - - - - - - - - - - - ec. 8

Donde:

Ln A representa el origen de una recta.

n representa la pendiente de una recta.

Empleando el método de regresión lineal con mínimos cuadrados a la ecuación 7 se encontró el valor de:

Ln A = 1.87155

n = 0.0534

sustituyendo los valores encontrados en la ecuación 7 obtenemos:

$R = (\ 6.4942\ )\ (\ \Delta T\ )^{0.0534}$ - - - - - - - - - - ec. 9

Donde:

R es el porciento de contracción global (contracción líquida y de solidificación).

ΔT es el sobrecalentamiento (T colada - T fusión).

CAPITULO 2

IMPLEMENTACION DEL PROGRAMA COMPUTARIZADO

Para implementar al modelo descrito en el capitulo anterior y traducirlo a un programa computarizado se siguió la siguiente metodología:

I .- Implementación del modelo de transferencia de calor:

-- Tipificación

-- Obtención de ecuaciones nodales.

-- Analisis del criterio de estabilidad.

-- Incorporación del calor latente de solidificación en el dominio del metal.

-- Analisis de sensibilidad.

II.- Acoplamiento con la ecuación de contracción en función del sobrecalentamiento para aluminio puro.

III .- Construcción del programa.

2.1 Implementación del modelo de tranferencia de calor.

La tipificación nodal es un procedimiento que permite ligar, a las dimenciones Fisicas del sistema bajo estudio con la deducción de las ecuaciones nodales cuya resolución numérica proporciona el nuevo perfil de temperaturas del sistema en cada paso de tiempo.

El sistema es discretizado en volumenes de control de dimensiones en el caso bidimensional considerando, ΔX, Δy y una profundidad unitaria.

Del analisis visual del sistema discretizado se identifican a los volumenes de control con caracteristicasúnicas, denominados nodos únicos y a los volumenes de control que representan las caracteristicas de un gran numero de volumenes de control adyacentes, denominados volumenes de control representativos de familias nodales. Unavez realizada esta identificación se procede a obtener los indices nodales I, J caracteristicos de cada tipo de nodo en función de DX y de DX . Por simplicidad se asumió que DX = DY es decir, la discretización del sistema se realizó empleando una malla cuadrada como se muestra en la figura 2-5.

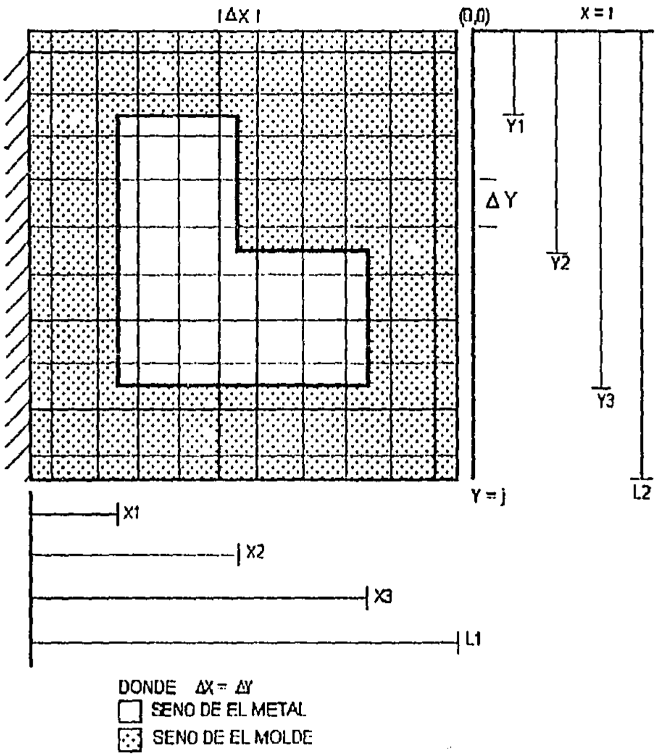
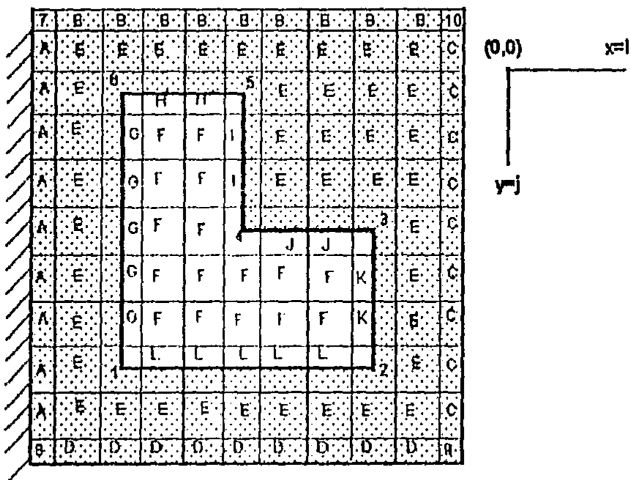


Figura 2-5 : *Discretización del sistema molde-metal de interés.*

Cada cuadro de la figura 2-5 multiplicado por una longuitud unitaria representa un volumen de control, es decir, una zona volumétrica asociada a un tipo de nodo caracteristico.

La aplicación de un balance de energia a cada tipo de nodo proporciona a la ecuación nodal que permite calcular la temperatura futura de cada volumen de control.

En el sistema que nos interesa se encuentran diéz nodos unicos numerados del 1 al 10 en la figura 2-6 que son: dos combinados por un sistema adiabatico y covectivo (7 y 8), dos convectivos (10 y 9), y seis interfaciales (1 al 6) metal-molde. Además se tienen doce familias de nodos, que son: una que nos representa una



Los numeros representan a los nodos unicos
Las letras representan a las familias de nodos

El eje de coordenadas X representa el espesor de la pieza
El eje de coordenadas Y representa la altura de la pieza

Figura 2-6 : *Distribución de los nodos existentes en el sistema molde-metal* frontera adiabatica (Familia A), tres que estan representando cada una de ellas una frontera convectiva (Familias B,C,D), seis representan cada una de ellas a una interface metal-molde (Familias de la G a la L), y las dos familias restantes se encuentran representando al seno del metal (Familia F) y el seno del molde (Familia E) respectivamente. En la tabla 1 se muestra la función de tipificación asignada a cada tipo de nodo, así como a las coordenadas i, j características, en el espacio bidimensional ocupado por el sistema.

Tabla 1 : *Asignación de la función de tipificación y sus coordenadas i, j en el espacio bidimensional ocupado por el sistema.*

NODO TIPO	POSICION	FUNCION DE TIPIFICACION	COORDENADAS CARACTERISTICAS *	
			COORDENADA X = i	COORDENADA Y = j
1	Intercara molde-metal	1	$i = X1 / \Delta X$	$j = Y3 / \Delta X$
2	Intercara molde-metal	2	$i = X3 / \Delta X$	$j = Y3 / \Delta X$
3	Intercara molde-metal	3	$i = X3 / \Delta X$	$j = Y2 / \Delta X$
4	Intercara molde-metal	4	$i = X2 / \Delta X$	$j = Y2 / \Delta X$
5	Intercara molde-metal	5	$i = X2 / \Delta X$	$j = Y1 / \Delta X$
6	Intercara molde-metal	6	$i = X1 / \Delta X$	$j = Y1 / \Delta X$
7	Adiabatico convectivo	7	$i = 0$	$j = 0$
8	Adiabatico convectivo	8	$i = 0$	$j = L2 / \Delta X$
9	Convectivo	9	$i = L1 / \Delta X$	$j = L1 / \Delta X$
10	Convectivo	10	$i = L1 / \Delta X$	$j = L2 / \Delta X$
A	Adiabatico	11	$i = 0$	$1 <= j < L2 / \Delta X$
B	Convectivo	12	$1 <= i < (L1 / \Delta X)$	$j = L2 / \Delta X$

* Ver figura 2-6

Tabla 1 : Asignación de la función de tipificación y sus coordenadas I, J en el espacio bidimensional ocupado por el sistema.

NODO TIPO	POSICION	FUNCION DE TIPIFICACION	COORDENADAS CARACTERISTICAS *	
			COORDENADA $X = i$	COORDENADA $Y = j$
C	Convectivo	13	$i = L1 / \Delta X$	$1 <= j < L2 / \Delta X$
D	Convectivo	14	$1 <= i < (L1 / \Delta X)$	$j = 0$
E	Seno de la arena	15	$1 <= i < (L1 / \Delta X)$	$1 <= j < (Y1 / \Delta X)$ Y $(Y3 / \Delta X) < j < (L2 / \Delta X)$
			$1 <= i < (X1 / \Delta X)$	$(Y1 / \Delta X) <= j <= (Y3 / \Delta X)$
			$(X2 / \Delta X) < i < (L1 / \Delta X)$	$(Y1 / \Delta X) <= j < (Y2 / \Delta X)$
			$(X3 / \Delta X) < i < (L1 / \Delta X)$	$(Y2 / \Delta X) <= j <= (Y3 / \Delta X)$
F	Seno de el metal	16	$(X1/\Delta X) < i < (X2/\Delta X)$	$(Y1/\Delta X) < j <= (Y2/\Delta X)$
			$(X1/\Delta X) < i < (X3/\Delta X)$	$(Y2/\Delta X) < j < (Y3/\Delta X)$
G	Intercara molde-metal	17	$i = X1 / \Delta X$	$(Y1/\Delta X) < j < (Y3/\Delta X)$
H	Intercara molde-metal	18	$(X1/\Delta X) < i < (X3/\Delta X)$	$J = (Y3/\Delta X)$
I	Intercara molde-metal	19	$i = X3/\Delta X$	$(Y2/\Delta X) < j < (Y3/\Delta X)$
J	Intercara molde-metal	20	$(X2/\Delta X) < i < (X3/\Delta X)$	$J = (Y2/\Delta X)$
K	Intercara molde-metal	21	$i = X2/\Delta X$	$(Y1/\Delta X) < j < (Y2/\Delta X)$
L	Intercara molde-metal	22	$(X1/\Delta X) < i < (X2/\Delta X)$	$J = (Y1/\Delta X)$

* Ver figura 2-6

Acontinuación se muestran las ecuaciones nodales asociadas ala aplicación del metodo de diferencias finitas explicito, para cada uno de los 22 nodos caracteristicos que representan el sistema de interés, en coordenadas cartesianas, considerando flujo de calor bidireccional.

En la tabla 2 se muestran las ecuaciones nodales en diferencias finitas explicito en coordenadas cartesianas, para cada uno de los 22 nodos característicos, considerando flujo de calor bidireccional.

Las constantes que aparecen en las ecuaciones se definen en la tabla 3 .

El procedimiento para generar las ecuaciones nodales empleando el método de diferencias finitas con el arreglo nodal mostrado anteriormente, consiste en realizar primero el balance de calor en cada nodo. En este balance de calor, las entradas netas de calor provenientes de los nodos adyacentes o del medio convectivo, se iguala a la acumulación de calor en el elemento nodal. El balance se basa en la ecuación de conservación de energía, solo que en lugar de poner derivadas parciales, se colocan diferencias finitas. Posteriormente las ecuaciones se manipulan algebraicamente, para generar ecuaciones simples y ordenadas.

Tabla 2: *Ecuaciones nodales deducidas en diferencias finitas en coordenadas cartesianas y bidimencional*

FT	ECUACIONES
1	$T^{t}_{i,j} = [1-A1]T^{t+\Delta t}_{i,j} + A2[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}] + A3[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}]$
2	$T^{t}_{i,j} = [1-A1]T^{t+\Delta t}_{i,j} + A2[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}] + A3[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}]$
3	$T^{t}_{i,j} = [1-A1]T^{t+\Delta t}_{i,j} + A2[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}] + A3[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}]$
4	$T^{t}_{i,j} = [1-A4]T^{t+\Delta t}_{i,j} + A5[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}] + A6[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}]$
5	$T^{t}_{i,j} = [1-A1]T^{t+\Delta t}_{i,j} + A2[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}] + A3[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}]$
6	$T^{t}_{i,j} = [1-A1]T^{t+\Delta t}_{i,j} + A2[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}] + A3[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}]$
7	$T^{t}_{i,j} = [1-4F_s - 2F_s B_{is}]T^{t+\Delta t}_{i,j} + 2F_s[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}] + 2F_s B_{is} T_\alpha$
8	$T^{t}_{i,j} = [1-4F_s - 2F_s B_{is}]T^{t+\Delta t}_{i,j} + 2F_s[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}] + 2F_s B_{is} T_\alpha$
9	$T^{t}_{i,j} = [1-4F_s[1+B_{is}]]T^{t+\Delta t}_{i,j} + 2F_s[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}] + 4F_s B_{is} T_\alpha$
10	$T^{t}_{i,j} = [1-4F_s[1+B_{is}]]T^{t+\Delta t}_{i,j} + 2F[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}] + 4F_s B_{is} T_\alpha$
11	$T^{t}_{i,j} = [1-4F_s]T^{t+\Delta t}_{i,j} + F_s[2T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}]$
12	$T^{t}_{i,j} = [1-4F_s - 2F_s B_{is}]T^{t+\Delta t}_{i,j} + F_s[2T^{t+\Delta t}_{i,j-1} + T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i+1,j}] + 2F_s B_{is} T_\alpha$
13	$T^{t}_{i,j} = [1-F_s\ 4-2B_{is}]T^{t+\Delta t}_{i,j} + F_s[2T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}] + 2F_s B_{is} T_\alpha$

Tabla 2: *Ecuaciones nodales deducidas en diferencias finitas en coordenadas cartesianas y bidimencional*

FT	ECUACIONES
14	$T_{i,j}^{t} = [1 - F_s\,[4 - 2B_{is}]]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_s\,[\,2T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i+1,j}^{t+\Delta t}\,] + 2F_s\,B_{is}T_{\alpha}$
15	$T_{i,j}^{t} = [1 - 4F_g]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_g\,[\,T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\,]$
16	$T_{i,j}^{t} = [1 - 4F_m]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_m\,[\,T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\,]$
17	$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\;T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i+1,j}^{t+\Delta t}\;B3 + [\,T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\,]\,B4$
18	$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\;T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\;B3 + [\,T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i+1,j}^{t+\Delta t}\,]\,B4$
19	$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\;T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i-1,j}^{t+\Delta t}\;B3 + [\,T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\,]\,B4$
20	$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\;T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + B3\;T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + [\,T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i+1,j}^{t+\Delta t}\,]\,B4$
21	$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\;T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + B3\;T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + [\,T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\,]\,B4$
22	$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\;T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + B3\;T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + [\,T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i+1,j}^{t+\Delta t}\,]\,B4$

El resultado de este procedimiento es un sistema de ecuaciones lineales que define al sistema, en cada paso de tiempo se obtiene el nuevo perfil de tempe-raturas en el sistema. El procedimiento a detalle para generar las ecuaciones nodales de el sistema en coordenadas cartesianas por el método de diferencias finitas, se muestra en el anexo I de la tesis.

Tabla 3: *Definición de las constantes que aparecen en las ecuaciones nodales en coordenadas cartesianas*

CONSTANTE	DEFINICION
A1	$[12/K_m + 4/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$
A2	$[4/K_m] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$
A3	$[2/K_m + 2/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$
A4	$[12/K_s + 4/K_m] / [3/F_m K_s + 1/F_s K_m]$
A5	$[4/K_s] / [3/F_m K_s + 1/F_s K_m]$
A6	$[2/K_m + 2/K_s] / [3/F_m K_s + 1/F_s K_m]$
F_s	$[\alpha_s \ \Delta t] / \Delta X^2$
B_{is}	$[h_{oo} \ \Delta X^2] / K_{oo}$
F_m	$[\alpha_m \ \Delta t] / \Delta X^2$
B1	$[4/K_m + 4/K_s] / [1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$
B2	$[2/K_m] / [1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$
B3	$[2/K_s] / [1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$
B4	$[1/K_m + 1/K_s] / [1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Las propiedades térmofisicas de la aleación líquida y sólida así como la arena de moldeo empleadas en las ecuaciones nodales generadas se presentan en la tabla 4.

Tabla 4: *Propiedades témofisicas usadas en las ecuaciones nodales*

Aluminio puro:	
Conductividad térmica:	221.00 [w / m °K]
Capacidad calorífica:	1186.00 [J/ Kg °K]
Material de moldeo (arena)	
Conductividad térmica :	0.61 [w / m °C]
Capacidad calorífica :	1075.00 [J / Kg °C]
Densidad	1500.00 [Kg / m^3]
Coeficiente de transferencia de calor	
por convección en la intercara molde-metal :	1.60 [w / m^2 °C]

NOTA: LOS SUBINDICES " s , m " SE REFIEREN A LAS PROPIEDADES TÉRMOFISICAS DEL MOLDE Y DEL METAL RESPECTIVAMENTE. LOS INDICES " t , t+Δt " SE REFIEREN AL TIEMPO EN QUE LAS TEMPERATURAS SON TOMADAS, PARA LAS ECUACIONES NODALES MOSTRADAS ANTERIORMENTE.

Una vez que se cuenta con las ecuaciones nodales definidas y con las propiedades termofisicas establecidas, el paso siguiente es determinar el incremento adecuado en el paso de tiempo (Δt), debido que en las ecuaciones nodales que rigen al sistema emplean el esquema explicito, existe una restricción para seleccionar este valor, dicha restricción se conoce con el nombre de criterio de estabilidad.

El criterio de estabilidad es una restricción que nos permite establecer un incremento de tiempo de un tamaño tal impidiendo que los resultados obtenidos muestren un error como:

– Temperaturas negativas.

– división entre cero.

Cada una de las ecuaciones nodales que describen al sistema esta restringido por un criterio de estabilidad unico de esa ecuación nodal, para poder establecer un criterio de estabilidad apropiado para todas las ecuaciones nodales que describen al sistema, se considera el criterio de estabilidad mas restrictivo. En la tabla 5 se muestran los criterios de estabilidad de cada una de las ecuaciones nodales:

Tabla 5: *Criterios de estabilidad deducidos de las ecuaciones nodales*

FT	CRITERIO DE ESTABILIDAD
1	$\Delta t <= [(3\,\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(12 / K_m) + (4 / K_s)]$
2	$\Delta t <= [(3\,\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(12 / K_m) + (4 / K_s)]$
3	$\Delta t <= [(3\,\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(12 / K_m) + (4 / K_s)]$
4	$\Delta t <= [(3\,\Delta X^2 / \alpha_m K_s) + (\Delta X^2 / \alpha_s K_m)] / [(12 / K_s) + (4 / K_m)]$
5	$\Delta t <= [(3\,\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(12 / K_m) + (4 / K_s)]$
6	$\Delta t <= [(3\,\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(12 / K_m) + (4 / K_s)]$
7	$\Delta t <= (\Delta X^2 / 4\alpha_s) (1 - 2\, Bi_s)$
8	$\Delta t <= (\Delta X^2 / 4\alpha_s) (1 - 2\, Bi_s)$
9	$\Delta t <= (\Delta X^2 / 4\alpha_s) [1 / (1+ Bi_s)]$
10	$\Delta t <= (\Delta X^2 / 4\alpha_s) [1 / (1+ Bi_s)]$

Tabla 5: *Criterios de estabilidad deducidos de las ecuaciones nodales*

FT	CRITERIO DE ESTABILIDAD
11	$\Delta t <= (\Delta X^2 / 4\alpha_s)$
12	$\Delta t <= [1 / (4+2Bi_s)] (\Delta X^2 / \alpha_s)$
13	$\Delta t <= [1 / (4+2Bi_s)] (\Delta X^2 / \alpha_s)$
14	$\Delta t <= [1 / (4+2Bi_s)] (\Delta X^2 / \alpha_s)$
15	$\Delta t <= (\Delta X^2 / 4\alpha_s)$
16	$\Delta t <= (\Delta X^2 / 4\alpha_s)$
17	$\Delta t <= [(\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(4 / K_m) + (4 / K_s)]$
18	$\Delta t <= [(\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(4 / K_m) + (4 / K_s)]$
19	$\Delta t <= [(\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(4 / K_m) + (4 / K_s)]$
20	$\Delta t <= [(\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(4 / K_m) + (4 / K_s)]$
21	$\Delta t <= [(\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(4 / K_m) + (4 / K_s)]$
22	$\Delta t <= [(\Delta X^2 / \alpha_s K_m) + (\Delta X^2 / \alpha_m K_s)] / [(4 / K_m) + (4 / K_s)]$

Aplicando las propiedades térmofisicas a los 22 criterios de estabilidad el programa evalua cada uno de ellos y considera el más restringido para establecer el intervalo de tiempo aplicado a las ecuaciones nodales. Por lo tanto este criterio de estabilidad proporciona la seguridad de lograr la convergencia.

2.2 Acoplamiento.

Para finalizar la elaboración del programa es necesario realizar el acoplamiento de la variación del volumen denominado contracción global con las ecuaciones nodales que representan el seno del metal y la intercara molde-metal, debido a que la variación de volumen se considera unicamente en el metal y para que esto ocurra se realizó lo siguiente:

Para representar en el programa computarizado el macrorrechupe con una contracción global R. Se parte de que el metal liquido compensa parcialmente el deficit debido a la contracción global, hasta que llega el momento en que se agota el metal liquido y en ese instante la zona que falta por solidificar queda vacia constituyendo el macrorrechupe formado en la pieza, para esto se considera que:

– El volumen total de la pieza con longuitud unitaria es conocida.

– La contracción global R es proporcionada por la ecuación 9, a partir del conocimiento de la temperatura de colada.

– La contracción global sufrida por la pieza no es compensada por un agente externo (alimentadores).

Por lo tanto el deficit de metal liquido es dado por la siguiente expresión:

$DL = [(R \%) / 100] * V_{total\ pieza}$ - - - - - - - - - - - - - - ec 10

Una vez conocido el deficit de metal liquido se determina el número de nodos equivalentes que corresponden a este deficit .

$NDF = (DL) / (\Delta X^2)$ - - - - - - - - - - - - - - ec 11

Conociendo el número de nodos existentes en la pieza por medio de la expresión:

$PTOT = PSM + NMT + 6$ - - - - - - - - - - - - - ec 12

Donde:

PSM representa el número de nodos en el seno de el metal

NMT es el número de nodos medios en la intercara metal-molde.

6 representa a las seis esquinas existentes en la pieza.

se puede conocer el número de volumenes nodales completos que ocupa el metal líquido al inicio del enfriamiento usando la siguiente expresión:

NM = PTOT - [(1/2) (NMT) - 4] - - - - - - - - - ec 13

Una vez conociendo los nodos que ocupa el metal líquido originalmente se puede desarrollar una expresión que permita conocer los nodos que ocupa el volumen del metal líquido remanente durante la solidificación para cada paso del tiempo :

NVR = NM - NS - - - - - - - - - - - - - - - - - ec 14

NVR son los nodos que ocupa el volumen de el metal remanente.

NS son los nodos solidificados durante el enfriamiento y la solidificación de el metal líquido para cada paso de tiempo.

Conforme van solidificando cada nodo dependiendo de las isócronas de solidificación la contracción global para cada nodo es compensada por el líquido remanente hasta que se agota el líquido remanente, representando esta situación mediante la siguiente expresión:

NVR =< NDF — — — — expresión 15

En el instante en que la expresión 15 se cumple los nodos que faltan por solidificar representan el macrorrechupe formado en la pieza.

El modelo anteriormente descrito fué traducido a un lenguaje de programación, con el objeto de simular las curvas de enfriamiento así como simular cualitativamente y en dos dimensiones el macrorrechupe formado en una unión tipo " L " de aluminio colada en un molde de arena.

El lenguaje de programación empleado es el lenguaje gwbasic, debido a que este lenguaje contiene los requisitos mínimos indispensables para encontrar la solución al modelo planteado.

La estructura del programa se muestra en el diagrama de flujo de la figura 2-7.

Este programa fué aplicado para generar en la geometría bidimensional de la unión tipo L, la magnitud y la posición del rechupe formado bajo condiciones especificas de vaciado, así como las curvas de enfriamiento en función de la posición dentro de la pieza para posteriormente contrastar estos resultados con los obtenidos experimentalmente.

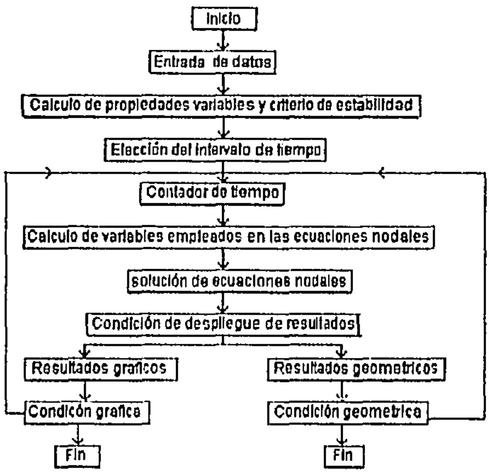


Figura 2-7 : *Diagrama de flujo representativo*

Con el diagrama de flujo descrito anteriormente se elabora el programa que se encuentra en el anexo II de esta tesis.

CAPITULO 3

ANALISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con el fin de comparar las predicciones del modelo elaborado con respecto al porcionamiento y magnitud de los macrorrechupes en una ûnion tipo L de aluminio colado en molde de arena, se procede a realizar una serie de pruebas experimentales que permitieran establecer la medida en que el modelo elaborado reproduce a los eventos que acontecen en la realidad.

3.1 Desorrollo experimental

Para determinar las dimensiones apropiadas de la pieza, se consideró la capacidad de la computadora empleada, ya que mientras mayor fuesen las dimenciones de la pieza en dos coordenadas cartesianas mayor es el riesgo de agotar la memoria de la computadora y no es posible correr el programa, por lo tanto las dimensiones elegidas permiten que el programa elaborado proporsione resultados. Estas dimenciones son mostradas en la figura 3-8.

Una vez establecidas las dimensiones de la pieza en lo ancho y alto , se designo una longuitud tal que permitiera considerar valido asumir una longuitud infinita desde el punto de vista termino, para la union tipo L de aluminio

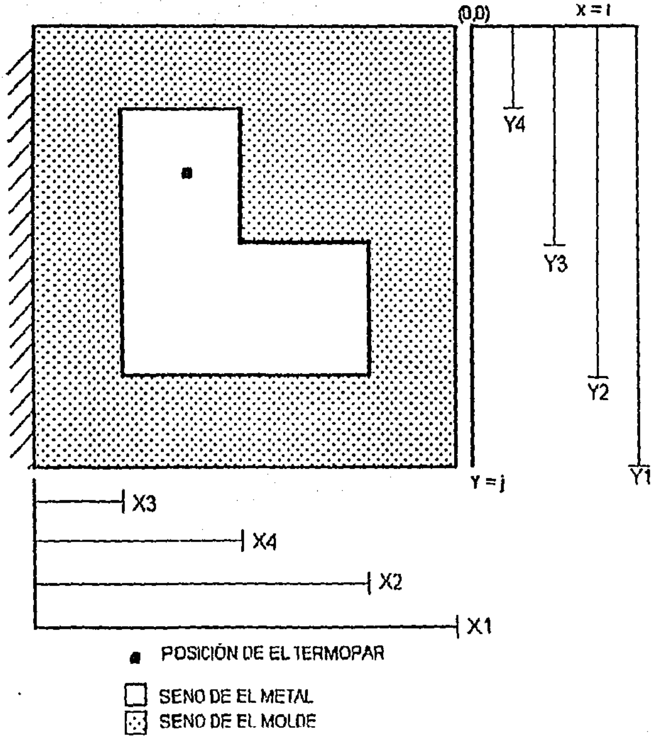
La bajada, el corredor y los ataques se diseñaron por el metodo de modeleo geometrico.

Una vez elaborada la placa modelo , el molde se realizó en arena silica, debido a que se emplearon cuatro moldes la composición de la arena de moldeo se mantuvo constante.

En la realización de cada molde se colocaron dos termopares con el fin de controlar la transferencia de calor en la longitud del modelo y de esta forma considerar que la transferencia de calor a lo largo no es apreciable comparada con la altura y el ancho del modelo, estos se encuentran alejados longitudinalmente dos centimetros de el eje de simetria transversal de la pieza, estos termpares se conectan en un registrador grafico y numerico de donde se obtiene la historia termica experimental, el equipo empleado se llama speedomax y nos permite registrar hasta 13 lecturas diferentes al mismo tiempo.

Una vez que el aluminio se encuentra en estado liquido se le aplica un tratamiento de desgasificación en el horno, la desgasificación se realizó por medio de argon aplicandose por siete minutos y la finalidad de aplicarlo en el horno es para evitar una caida drástica de temperatura, una vez finalizado el tratamiento de desgasificación se virtió el metal liquido en la cavidad del molde, en el instante que el metal liquido tocó a los termopares colocados previamente en el molde de arena, se registro la temperatura instantanea de llenado de la cavidad, a partir de este momento el registrador realizó una grafica Temperatura contra velocidad de salida de la carta para cada termopar, cada grafica representa una curva de enfriamiento puntual.

Acontinuación se describen las pruebas realizadas, incluyendo los datos experimentales que fueron introducidos al modelo elaborado, la predicción del modelo en cuanto a la forma y a las dimensiones del macrorrechupe así como la fotografia del macrorrechupe formado en cada prueba.



Y1 = 8.50 [Cm]	X1 = 6.00 [Cm]
Y2 = 5.50 [Cm]	X2 = 3.00 [Cm]
Y3 = 4.25 [Cm]	X3 = 0.50 [Cm]
Y4 = 3.00 [Cm]	X4 = 1.75 [Cm]

Figura 3-8: *Muestra las dimensiones de la pieza y del molde empleado.*

3.2 Resultados Experimentales

Prueba 1

Posición y condiciones establecidas

Temperatura inicial del metal registrada: 764.4 ºC

Temperatura inicial registrada en el molde : 24.2 ºC

Coordenada X1 (Cm) : 6.00

Coordenada X2 (Cm) :3.00

Coordenada X3 (Cm) : 0.50

Coordenada X4 (Cm) : 1.75

Coordenada Y1 (Cm) : 8.50

Coordenada Y2 (Cm) : 5.5

Coordenada Y3 (Cm) : 4.25

Coordenada Y4 (Cm) : 3

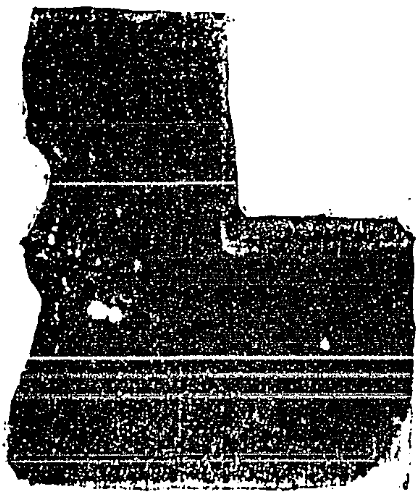
La posición aproximada de cada termopar en la cavidad de el molde con referencia a la pieza es :

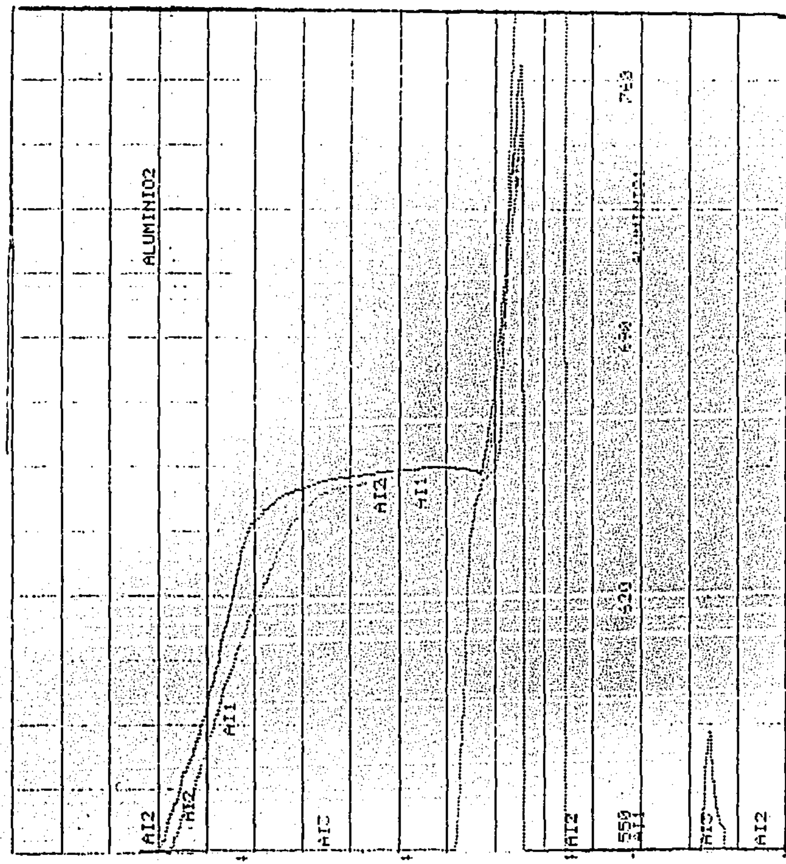
Coordenada X (Cm) : 0.50

Coordenada Y (Cm) : 0.50

Como lo indica la figura 3-8.

En esta fotografía se muestra un corte transversal en la ubicación del macrorrechupe obtenido en la pieza fundida, donde se puede apreciar cualitativamente la magnitud del macrorrechupe formado:





Las curvas de enfriamiento que acontinuación se muestran representan la historia térmica de la pieza en la prueba 1, con una velocidad de salida de la carta de 180 Cm/hr

Prueba 2

Posición y condiciones establecidas

Temperatura inicial del metal registrada: 735.5 ºC

Temperatura inicial registrada en el molde : 24.2 ºC

Coordenada X1 (Cm) : 6.0

Coordenada X2 (Cm) :3.0

Coordenada X3 (Cm) : 0.50

Coordenada X4 (Cm) : 1.75

Coordenada Y1 (Cm) : 8.50

Coordenada Y2 (Cm) : 5.5

Coordenada Y3 (Cm) : 4.25

Coordenada Y4 (Cm) : 3

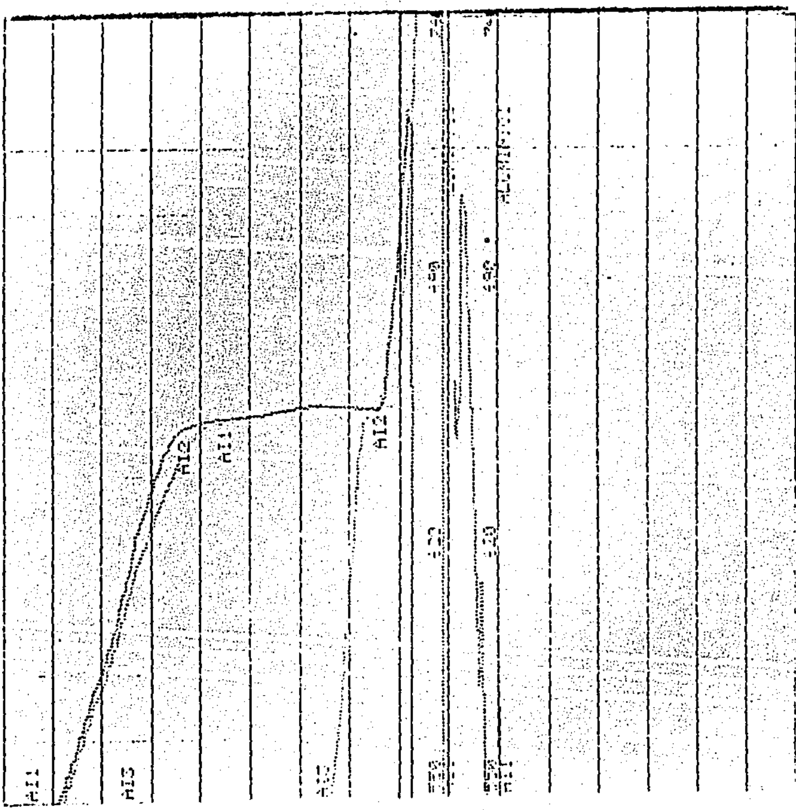
La posición aproximada de cada termopar en la cavidad de el molde con referencia a la pieza es :

Coordenada X (Cm) : 0.50

Coordenada Y (Cm) : 0.50

Como lo indica la figura 3-8.

En esta fotografía se muestra un corte transversal en la ubicación del macrorrechupe obtenido en la pieza fundida, donde se puede apreciar cualitativamente la magnitud del macrorrechupe formado:



Las curvas de enfriamiento que aconlinuación se muestran representan la historia térmica de la pieza en la prueba 2, con una velocidad de salida de la carta de 180 Cm/hr

Prueba 3

Posición y condiciones establecidas

Temperatura inicial del metal registrada: 726.7 ºC

Temperatura inicial registrada en el molde : 24.2 ºC

Coordenada X1 (Cm) : 6.5

Coordenada X2 (Cm) :3.5

Coordenada X3 (Cm) : 1.0

Coordenada X4 (Cm) : 2.25

Coordenada Y1 (Cm) : 8.50

Coordenada Y2 (Cm) : 5.5

Coordenada Y3 (Cm) : 4.25

Coordenada Y4 (Cm) : 3

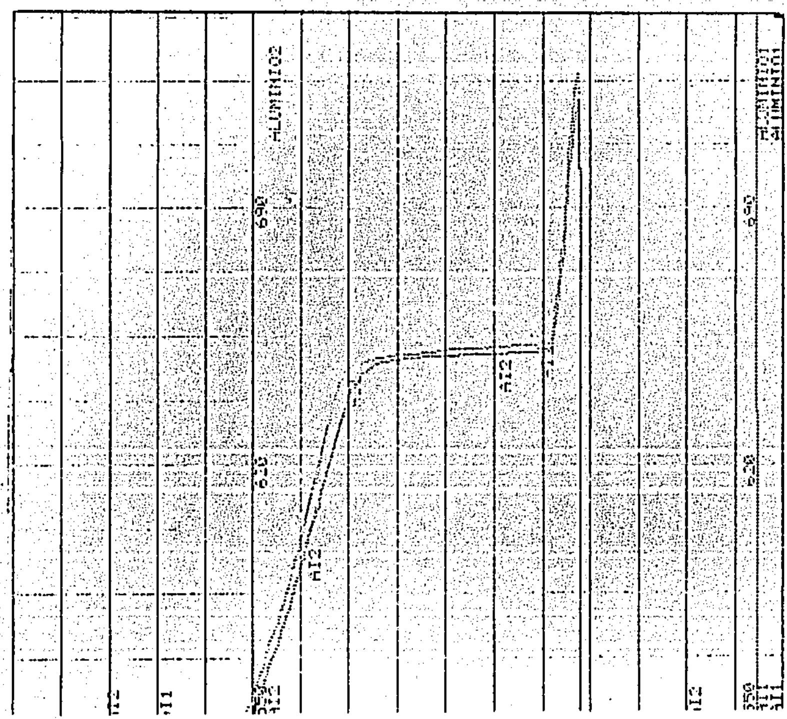
La posición aproximada de cada termopar en la cavidad de el molde con referencia a la pieza es :

Coordenada X (Cm) : 0.50

Coordenada Y (Cm) : 0.50

Como lo indica la figura 3-8.

En esta fotografia se muestra un corte transversal en la ubicación del macrorrechupe obtenido en la pieza fundida, donde se puede apreciar cualitativamente la magnitud del macrorrechupe formado:



Las curvas de enfriamiento que acontinuación se muestran representan la historia térmica de la pieza en la prueba 3, con una velocidad de salida de la carta de 180 Cm/hr

Prueba 4

Posición y condiciones establecidas

Temperatura inicial del metal registrada: 764.4 ºC

Temperatura inicial registrada en el molde : 24.2 ºC

Coordenada X1 (Cm) : 5.75

Coordenada X2 (Cm) :2.75

Coordenada X3 (Cm) : 0.25

Coordenada X4 (Cm) : 1.50

Coordenada Y1 (Cm) : 8.50

Coordenada Y2 (Cm) : 5.5

Coordenada Y3 (Cm) : 4.25

Coordenada Y4 (Cm) : 3

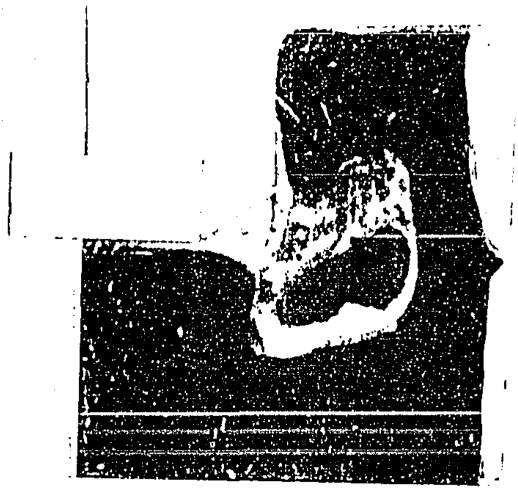
La posición aproximada de cada termopar en la cavidad de el molde con referencia a la pieza es :

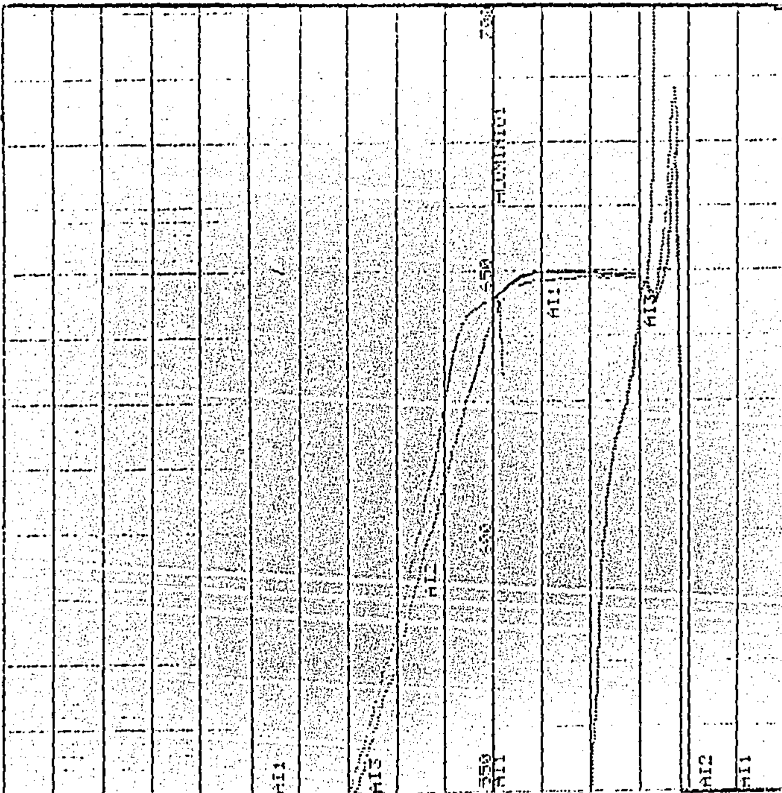
Coordenada X (Cm) : 0.50

Coordenada Y (Cm) : 0.50

Como lo indica la figura 3-8.

En esta fotografía se muestra un corte transversal en la ubicación del macrorrechupe obtenido en la pieza fundida, donde se puede apreciar cualitativamente la magnitud del macrorrechupe formado:





Las curvas de enfriamiento que acontinuación se muestran representan la historia térmica de la pieza en la prueba 4, con una velocidad de salida de la carta de 180 Cm/hr

3.3 Generación de la información proporcionada por el modelo elaborado.

Con el programa descrito en el anexo II se realizaron cuatro pruebas, bajo las mismas condiciones que las aplicadas en las pruebas físicas descritas anteriormente, las condiciones establecidas y los resultados son los siguientes:

Corrida 1:

Posición y condiciones establecidas

Temperatura inicial del metal registrada: 764.4 ºC

Temperatura inicial registrada en el molde : 24.2 ºC

Coordenada X1 (Cm) : 6.00

Coordenada X2 (Cm) :3.00

Coordenada X3 (Cm) : 0.50

Coordenada X4 (Cm) : 1.75

Coordenada Y1 (Cm) : 8.50

Coordenada Y2 (Cm) : 5.5

Coordenada Y3 (Cm) : 4.25

Coordenada Y4 (Cm) : 3

ΔX (Cm) : 0.25

Δt (s) : 0.3

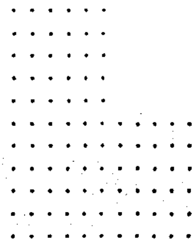
La posición del nodo en la pieza para simular la curva de enfriamiento en coordenadas cartesianas:

Coordenada I: 4

Coordenada J: 14

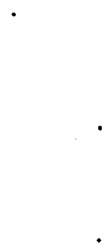
Como lo indica la figura 3-8.

El despliege gráfico de los resultados proporcionados por el modelo se describen en la siguiente secuencia:



tiempo (s): 0.9

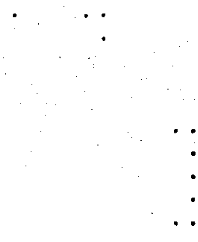
(a). El metal se encuentra en estado líquido al tiempo de 0.9 segundos:



tiempo (s) : 42.29

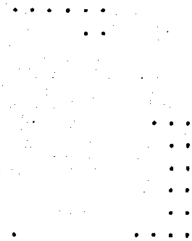
(b). El metal presenta las primeras regiones totalmente solidificadas en las partes de mayor extracción de calor.

tiempo (s) : 52.79



tiempo (s) : 62.39

Continua la evolución de las isócronas de solidificación.



tiempo (s) : 72.29

tiempo (s) : 82.5

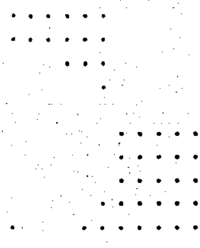
Continua la evolución de las isócronas de solidificación.

tiempo (s) : 87.6

tiempo (s) : 92.4

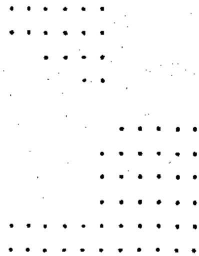
Continua la evolución de las isócronas de solidificación.

tiempo (s) : 102.7

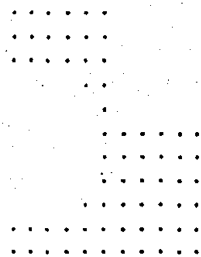


tiempo (s) : 113.4

Continua la evolución de las isócronas de solidificación.

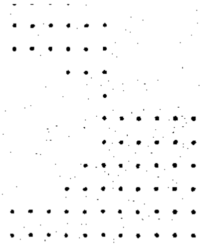


tiempo (s) : 122.4

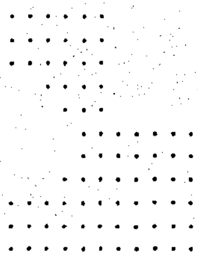


tiempo (s) : 127.8

Continua la evolución de las isócronas de solidificación.

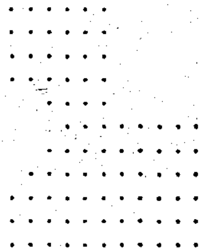


tiempo (s) : 132.6



tiempo (s) : 142.2

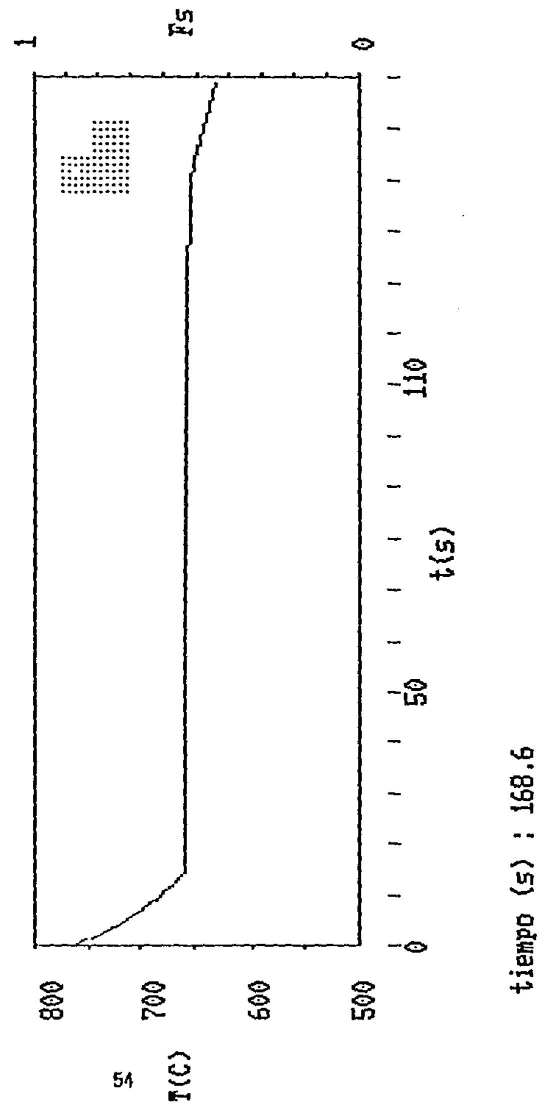
Continua la evolución de las isócronas de solidificación.



tiempo (s) : 150.3

La pieza se encuentra en estado sólido mostrando el macrorrechupe producido por la contracción global representado por la contracción líquida y de solidificación:

Curva de enfriamiento proporcionada por el programa para un termopar ubicado en la posición indicada por la figura superior derecha sobre la gráfica:



Corrida 2:

Posición y condiciones establecidas

Temperatura inicial del metal registrada: 735.5 ºC

Temperatura inicial registrada en el molde : 24.2 ºC

Coordenada X1 (Cm) : 6.00

Coordenada X2 (Cm) :3.00

Coordenada X3 (Cm) : 0.50

Coordenada X4 (Cm) : 1.75

Coordenada Y1 (Cm) : 8.50

Coordenada Y2 (Cm) : 5.5

Coordenada Y3 (Cm) : 4.25

Coordenada Y4 (Cm) : 3

ΔX (Cm) : 0.25

Δt (s) : 0.3

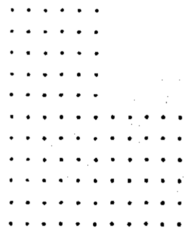
La posición del nodo en la pieza para simular la curva de enfriamiento en coordenadas cartesianas:

Coordenada i : 4

Coordenada j : 14

Como lo indica la figura 3-8.

El despliegue gráfico de los resultados proporcionados por el modelo se describen en la siguiente secuencia:

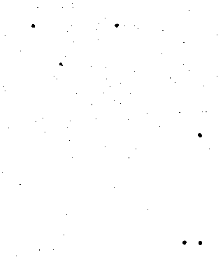


tiempo (s) : 2.09

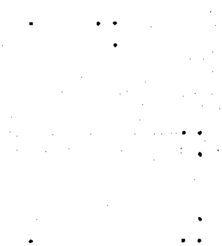
(a). El metal se encuentra en estado líquido al tiempo de 2.09 segundos:

tiempo (s) : 27.29

(b). El metal presenta las primeras regiones totalmente solidificadas en las partes de mayor extracción de calor.

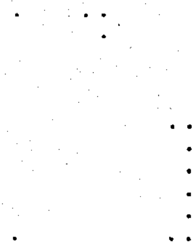


tiempo (s) : 40.19



tiempo (s) : 45.29

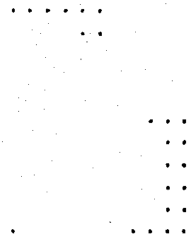
Continua la evolución de las isócronas de solidificación



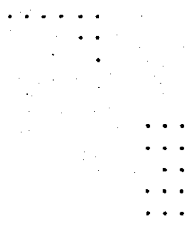
tiempo (s) : 50.09

tiempo (s) : 59.09

Continua la evolución de las isócronas de solidificación



tiempo (s) : 60.29



tiempo (s) : 70.19

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

tiempo (s) : 80.1

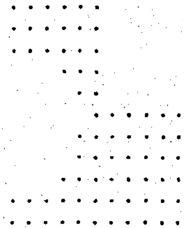
tiempo (s) : 90.3

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

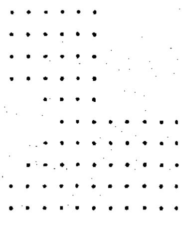
tiempo (s) : 100.2

tiempo (s) : 110.7

Continua la evolución de las isócronas de solidificación



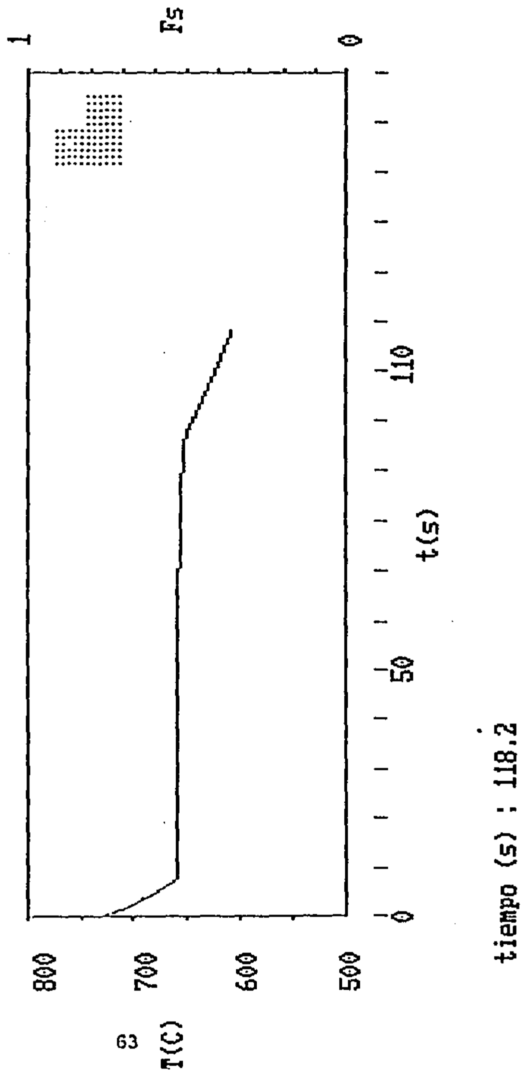
tiempo (s) : 120.3



tiempo (s) : 133.8

La pieza se encuentra en estado sólido mostrando el macrorrechupe producido por la contracción global representado por la contracción líquida y de solidificación:

Curva de enfriamiento proporcionada por el programa para un termopar ubicado en la posición indicada por la figura superior derecha sobre la gráfica:



Corrida 3

Posición y condiciones establecidas

Temperatura inicial del metalregistrada: 726.7 ºC

Temperatura inicial registrada en el molde : 24.2 ºC

Coordenada X1 (Cm) : 6.5

Coordenada X2 (Cm) :3.5

Coordenada X3 (Cm) : 1.0

Coordenada X4 (Cm) : 2.25

Coordenada Y1 (Cm) : 8.50

Coordenada Y2 (Cm) : 5.5

Coordenada Y3 (Cm) : 4.25

Coordenada Y4 (Cm) : 3

ΔX (Cm) : 0.25

Δt (s) : 0.3

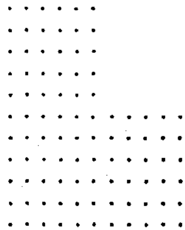
La posición del nodo en la pieza para simular la curva de enfriamiento en coordenadas cartesianas:

Coordenada i : 4

Coordenada j : 14

Como lo indica la figura 3-8.

El despliegue gráfico de los resultados proporcionados por el modelo se describen en la siguiente secuencia:



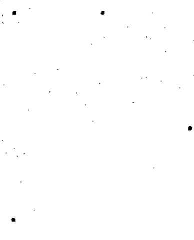
tiempo (s) : 1.9

(a). El metal se encuentra en estado líquido al tiempo de 0.9 segundos:

tiempo (s) : 61.2

(b). El metal presenta las primeras regiones totalmente solidificadas en las partes de mayor extracción de calor.

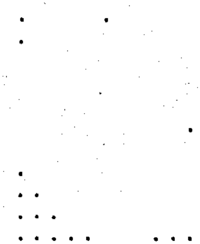
tiempo (s) : 70.2



tiempo (s) : 80.1

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

tiempo (s) : 90.9



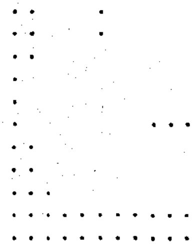
tiempo (s) : 100.8

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

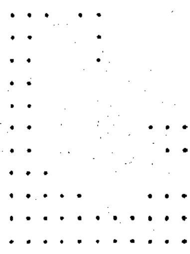
tiempo (s) : 110.7

tiempo (s) : 120.6

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

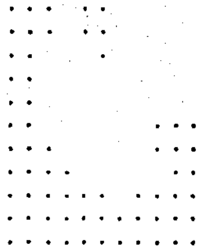


tiempo (s) : 130.5

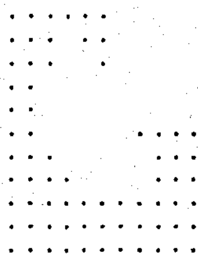


tiempo (s) : 140.4

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

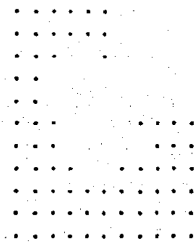


tiempo (s) : 144.9

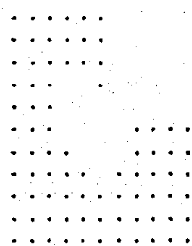


tiempo (s) : 147.6

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

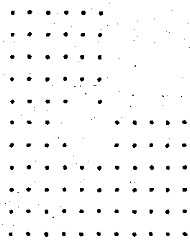


tiempo (s) : 148.5



tiempo (s) : 151.19

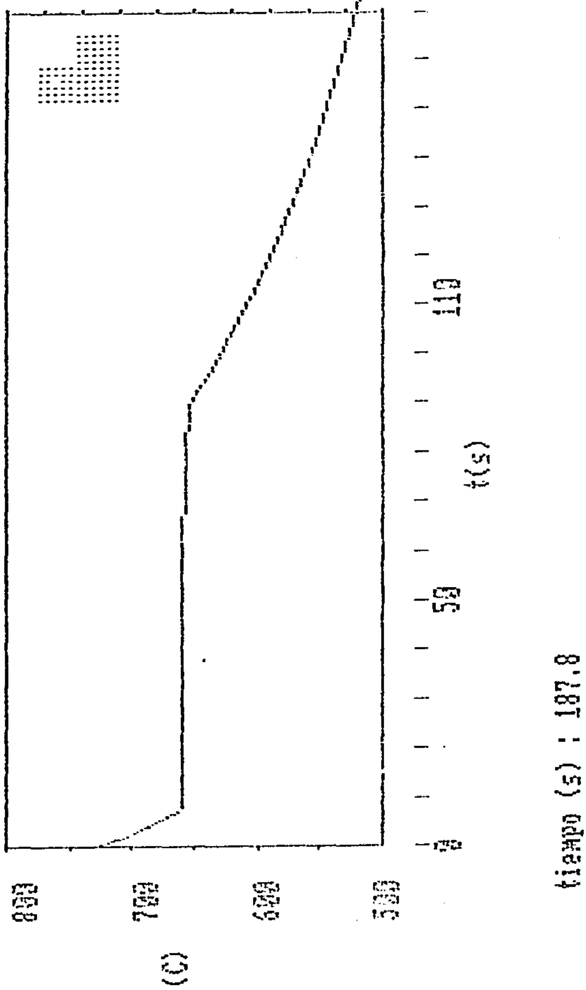
Continua la evolución de las isócronas de solidificación



tiempo (s) : 152.99

La pieza se encuentra en estado sólido mostrando el macrorrechupe producido por la contracción global representado por la contracción líquida y de solidificación:

Curva de enfriamiento proporcionada por el programa para un termopar ubicado en la posición indicada por la figura superior derecha sobre la gráfica:



Corrida 4 :

Posición y condiciones establecidas

Temperatura inicial del metal registrada: 764.4 ºC

Temperatura inicial registrada en el molde : 24.2 ºC

Coordenada X1 (Cm) : 5.75

Coordenada X2 (Cm) :2.75

Coordenada X3 (Cm) : 0.25

Coordenada X4 (Cm) : 1.50

Coordenada Y1 (Cm) : 8.50

Coordenada Y2 (Cm) : 5.5

Coordenada Y3 (Cm) : 4.25

Coordenada Y4 (Cm) : 3

ΔX (Cm) : 0.25

Δt (s) : 0.3

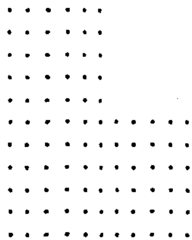
La posición del nodo en la pieza para simular la curva de enfriamiento en coordenadas cartesianas:

Coordenada I : 4

Coordenada J : 14

Como lo indica la figura 3-8.

El despliegue gráfico de los resultados proporcionados por el modelo se describen en la siguiente secuencia:

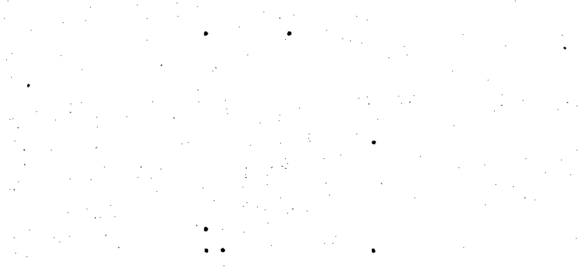


tiempo (s) : 2.9

(a). El metal se encuentra en estado líquido al tiempo de 2.9 segundos:

tiempo (s) : 29.99

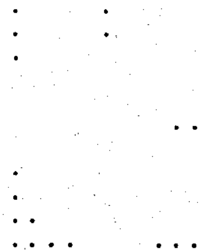
(b). El metal presenta las primeras zonas totalmente solidificadas en las partes de mayor extracción de calor.



tiempo (s) : 41.6

tiempo (s) : 50.4

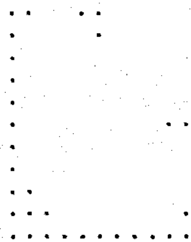
Continua la evolución de las isócronas de solidificación



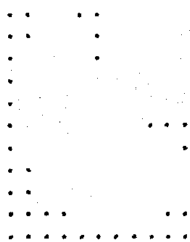
tiempo (s) : 57.2

tiempo (s) : 60.4

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

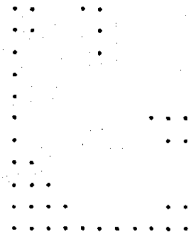


tiempo (s) : 70.4

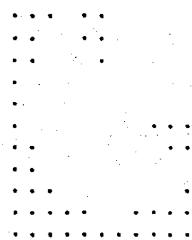


tiempo (s) : 78.6

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

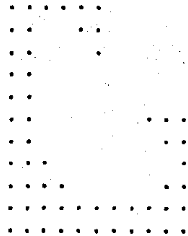


tiempo (s) : 80.4

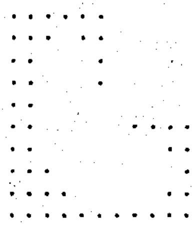


tiempo (s) : 90.4

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

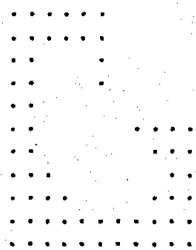


tiempo (s) : 97.6

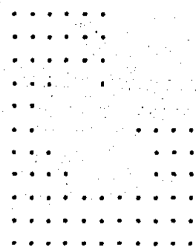


tiempo (s) : 100

Continua la evolución de las isócronas de solidificación

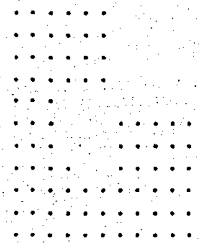


tiempo (s) : 102.8

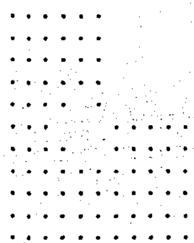


tiempo (s) : 110.4

Continua la evolución de las isócronas de solidificación



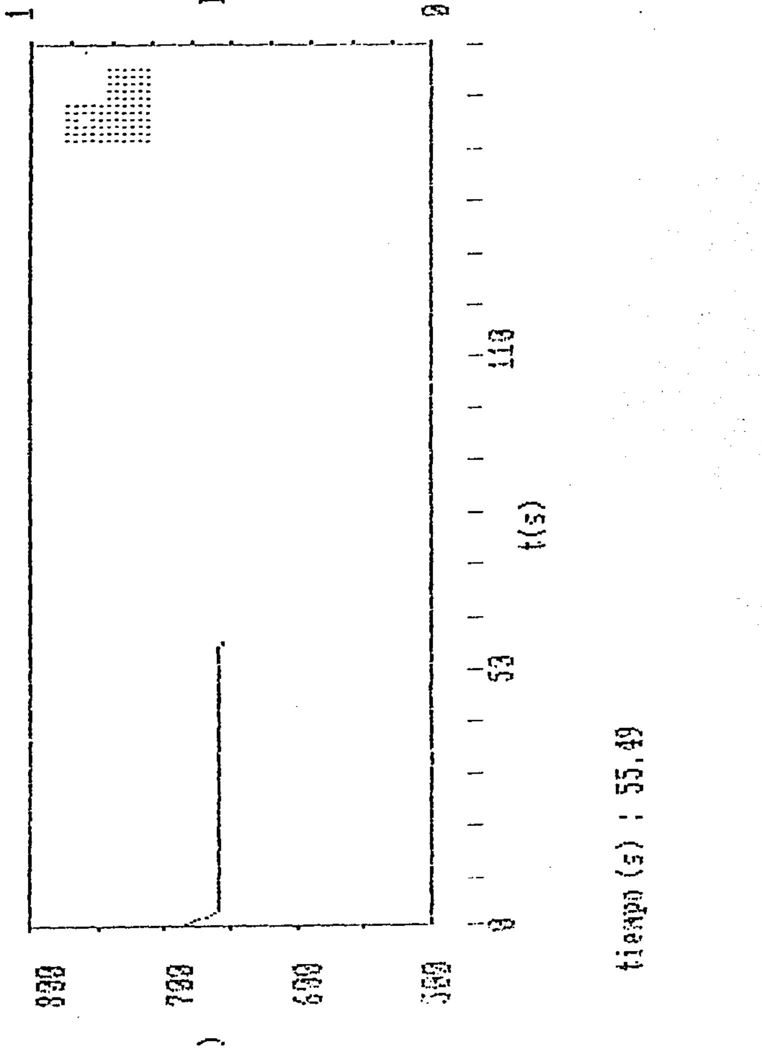
tiempo (s) : 114.8



tiempo (s) : 117.2

La pieza se encuentra en estado sólido mostrando el macrorrechupe producido por la contracción global representado por la contracción líquida y de solidificación:

Curva de enfriamiento proporcionada por el programa para un termopar ubicado en la posición indicada por la figura superior derecha sobre la gráfica:



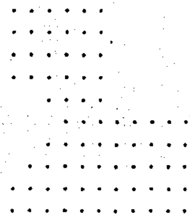
CAPITULO 4

ANALISIS DE RESULTADOS

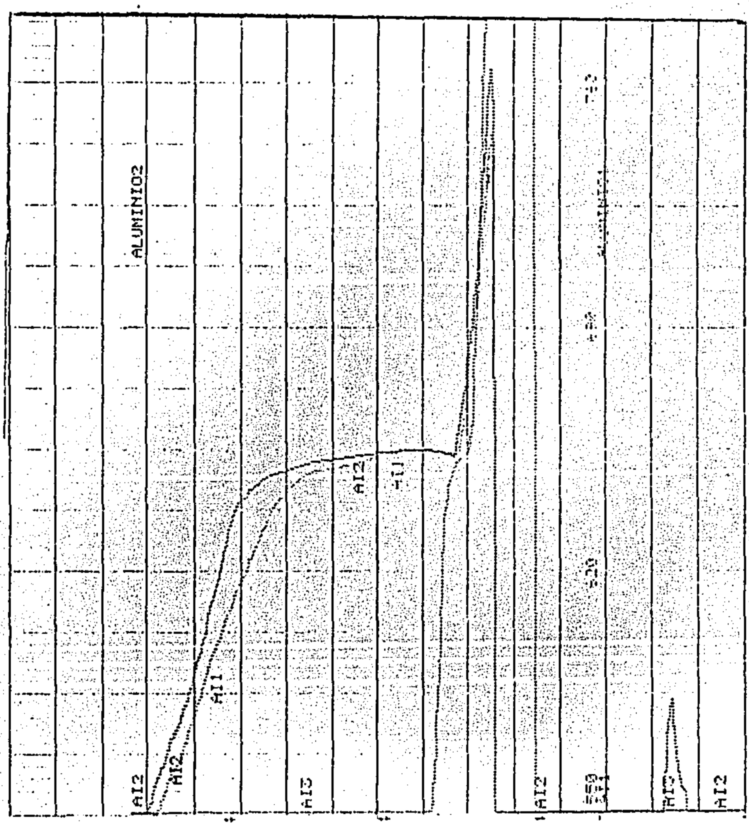
Los resultados obtenidos por el modelo empleado se deben aproximar a los resultados de las pruebas fisicas debido a que en los dos casos se manejarón las mismas condiciones de operación. A continuación se muestran cada uno de los resultados bajo las mismas condiciones de operación:

Comparación 1

La fotografía de un corte transversal donde se ubica el machorrechupe con su respectiva curva de enfriamiento y la geometría de la pieza mostrando el machorrechupe en coordenadas cartesianas con su respectiva curva de enfriamiento obtenido por medio del programa :

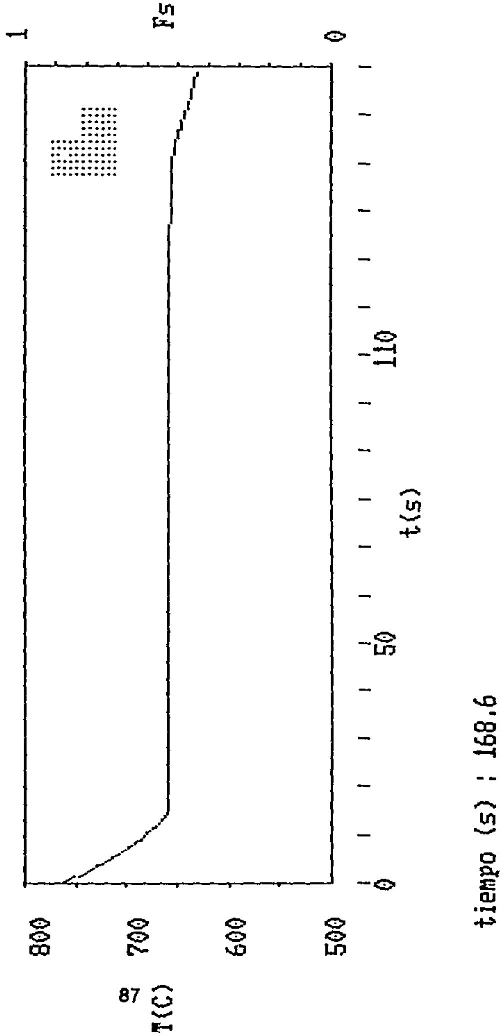


Comparando cualitativamente los resultados exparimentales y la predicción optenida por el modelo, se puede apreciar que la magnitud y la ubicación del macrorrechupe son semejantes.



Las curvas de enfriamiento que acontinuación se muestran representan la historia térmica de la pieza en la prueba 1, con una velocidad de salida de la carta de 180 Cm/hr ; Por lo tanto estas curvas mustran un tiempo de solidificación de 95 [seg.] y de 114 [seg.].

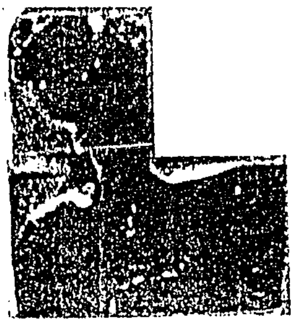
La curva de enfriamiento que acontinuación se muestra representa la historia térmica del modelo en la prueba 1, esta curva mustra un tiempo de solidificación de 138 [seg.].

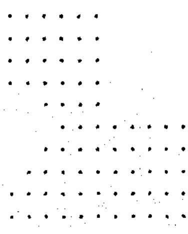


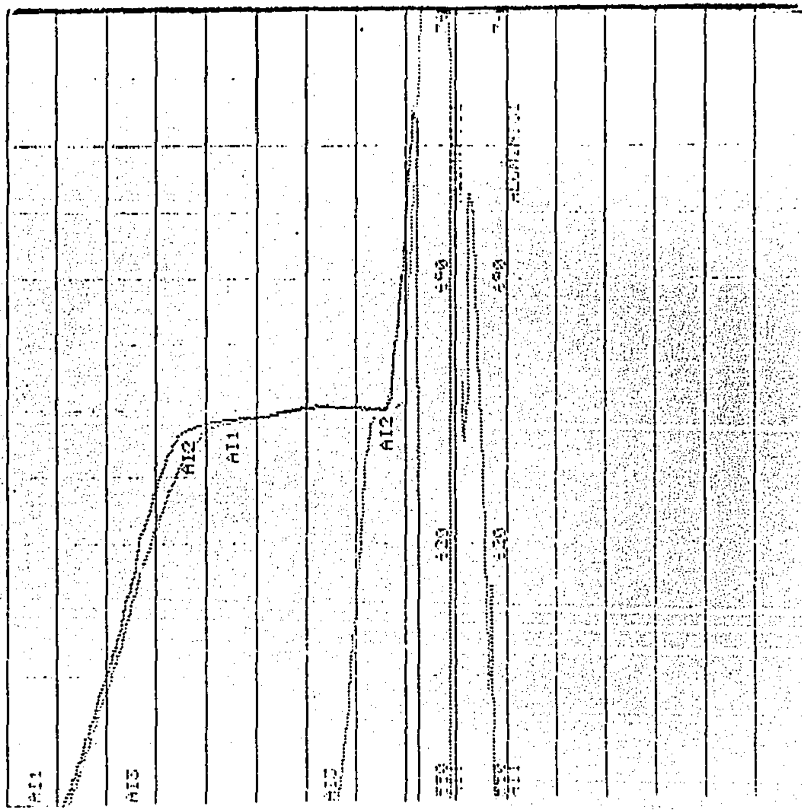
Comparación 2

La fotografia de un corte transversal donde se ubica el machorrechupe con su respectiva curva de enfriamiento y la geometria de la pieza mostrando el machorrechupe en coordenadas cartesianas con su respectiva curva de enfriamiento obtenido por medio de el programa.

Comparando cualitativamente los resultados exparimentales y la predicción optenida por el modelo, se puede apreciar que la magnitud y la ubicación del macrorrechupe son semejantes.

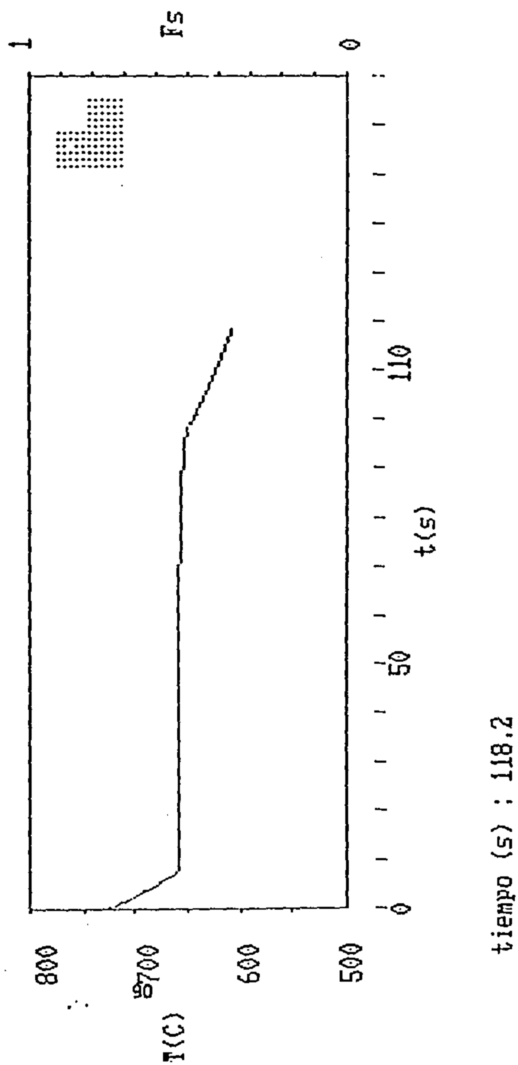






Las curvas de enfriamiento que acontinuación se muestran representan la historia térmica de la pieza en la prueba 2, con una velocidad de salida de la carta de 180 Cm/hr ; Por lo tanto estas curvas mustran un tiempo de solidificación de 92 [seg.] y de 98 [seg.].

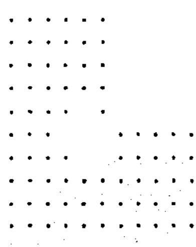
La curva de enfriamiento que acontinuación se muestra representa la historia térmica del modelo en la prueba 2, esta curva mustra un tiempo de solidificación de 70 [seg.] .

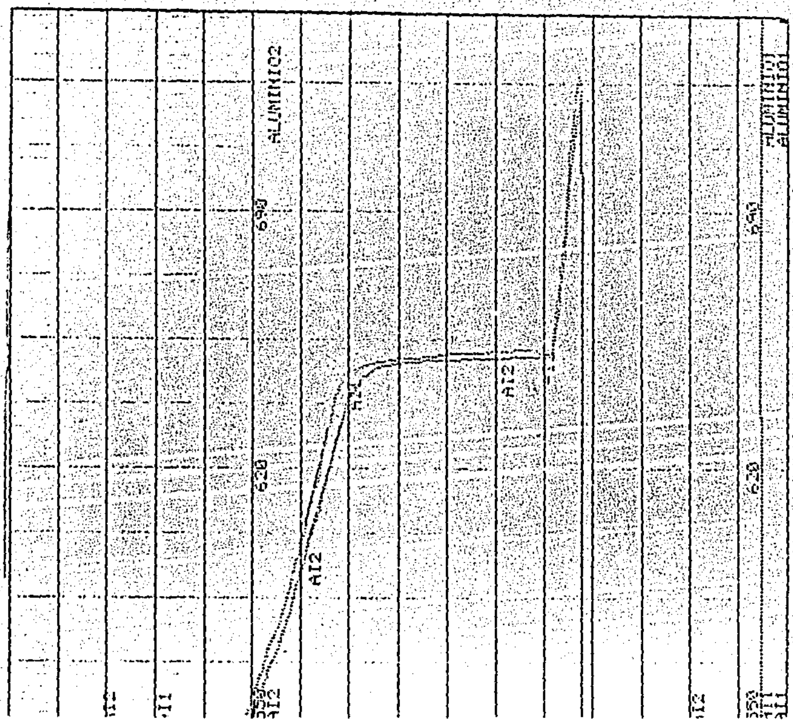


Comparación 3

La fotografia de un corte transversal donde se ubica el machorrechupe con su respectiva curva de enfriamiento y la geometria de la pieza mostrando el machorrechupe en coordenadas cartesianas con su respectiva curva de enfriamiento obtenido por medio de el programa.

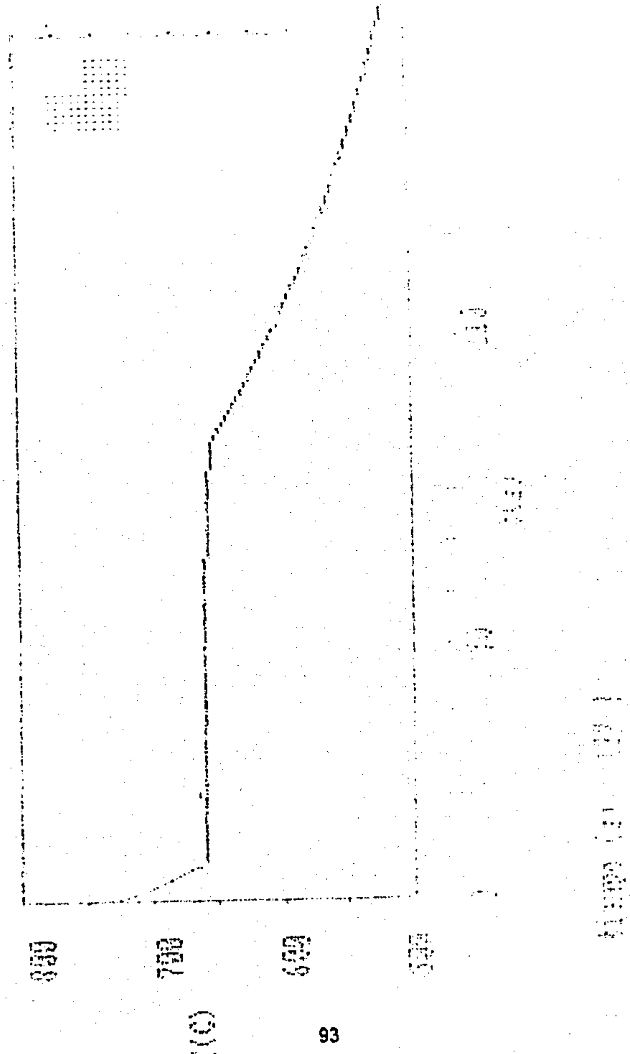
Comparando cualitativamente los resultados exparimentales y la predicción optenida por el modelo, se puede apreciar que la magnitud y la ubicación del macrorrechupe son semejantes.





Las curvas de enfriamiento que acontinuación se muestran representan la historia térmica de la pieza en la prueba 3, con una velocidad de salida de la carta de 180 Cm/hr ; Por lo tanto estas curvas mustran un tiempo de solidificación de 95 [seg.] y de 101 [seg.].

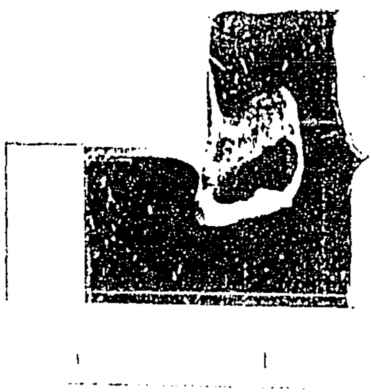
La curva de enfriamiento que acontinuación se muestra representa la historia térmica del modelo en la prueba 3, esta curva mustra un tiempo de solidificación de 68 [seg.] .

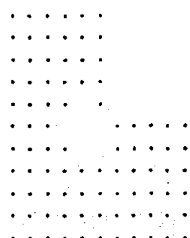


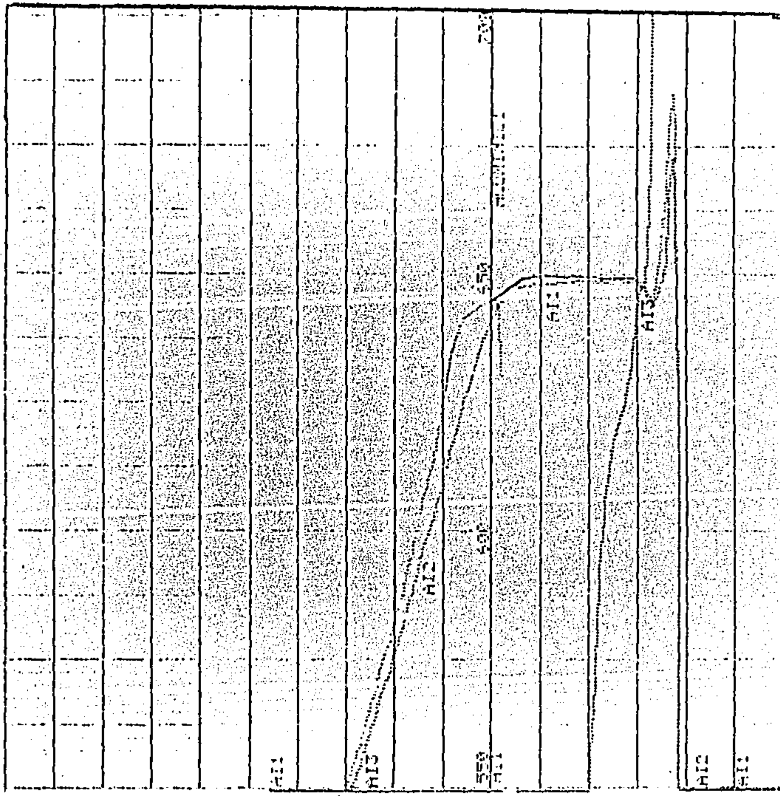
Comparación 4

La fotografia de un corte transversal donde se ubica el machorrechupe con su respectiva curva de enfriamiento y la geometria de la pieza mostrando el machorrechupe en coordenadas cartesianas con su respectiva curva de enfriamiento obtenido por medio de el programa.

Comparando cualitativamente los resultados exparimentales y la predicción optenida por el modelo, se puede apreciar que la magnitud y la ubicación del macrorrechupe son semejantes.

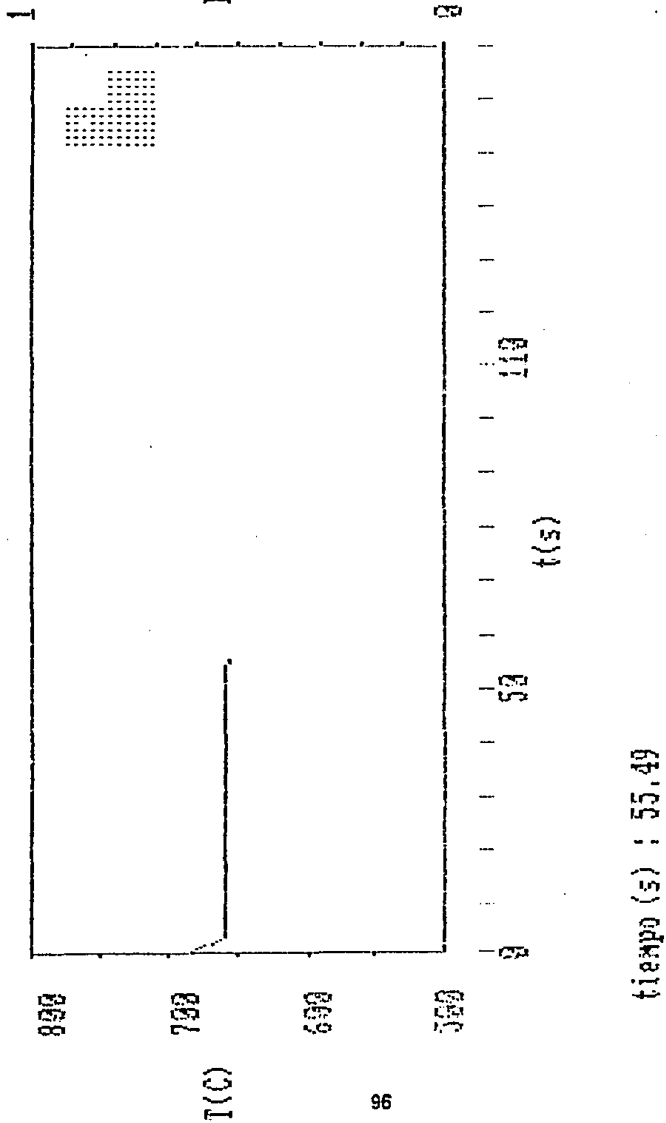






Las curvas de enfriamiento que acontinuación se muestran representan la historia térmica de la pieza en la prueba 4, con una velocidad de salida de la carta de 180 Cm/hr ; Por lo tanto estas curvas mustran un tiempo de solidificación de 75 [seg.] y de 87 [seg.].

La curva de enfriamiento que acontinuación se muestra representa la historia térmica del modelo en la prueba 4, esta curva mustra un tiempo de solidificación de 53 [seg.] .



CONCLUSIONES:

Se elaboró un modelo matemático que simula la solidificación de una unión tipo " L" de aluminio colada en molde de arena, el macromodelo elaborado fué un acoplamiento de un modelo de transferencia de calor con un modelo que describe la contracción liquida y de solidificación, en función del sobrecalentamiento en el caso de aluminio puro.

El modelo elaborado se usó para analizar cualitativamente la formación del macrorrechupe en dicha unión, del análisis efectuado, se puede destacar lo siguiente:

– El macrorrechupe tiende a formarse en la zona más caliente de la pieza, tanto en el modelo matemático como en el modelo físico, bajo las mismas condiciones, los dos modelos presentan tendencias similares.

– Comparando cualitativamente la magnitud del macrorrechupe obtenido por el modelo elaborado es semejante al formado en el modelo físico.

– Al variar las condiciones a la frontera es posible dirigir el macrorrechupe a una zona tal de la pieza de facil acceso para colocar un alimentador, esta tendencia se puede apreciar en el modelo matemático y el modelo físico.

– Los tiempos de solidificación reportados por las curvas de enfriamiento tanto experimental como las obtenidas por el modelo elaborado no son iguales, presentan un tiempo menor las curvas del modelo elaborado, esto se debe a los datos experimentales empleados en el modelo, dichos datos se encuentran reportados en la literatura como aproximaciones.

El modelo elaborado a pesar de partir de hipotesis simplificativas relativamente restrictivas, reproduce cualitativamente de manera aceptable el comportamiento observado en las pruebas experimentales, siendo capaz de predecir cualitativamente la magnitud y ubicación del macrorrechupe formado en una unión tipo L de aluminio colado en molde de arena, por lo tanto, este modelo puede ser considerado como el punto de partida para la elaboración de modelos que involucren hipotesis de trabajo menos restrictivos y que en consecuencia proporcionen una información más completa de los fenomenos que acontecen durante la elaboración de una pieza fundida.

El modelo matemático a pesar de los resultados obtenidos tiende a presentar limitaciones, dicho modelo fué elaborado en diferencias finitas explicito y los datos experimentales empleados se encuentran reportados en la literatura como aproximaciones, las 22 ecuaciones nodales que describen el sistema fuerón obtenidas por el metodo de diferencias finitas explicito y por lo tanto son independientes cada una, el tiempo de calculo para la solución de las 22 ecuaciones nodales es relativamente grande y esto afecta directamente al tiempo de programación que es aproximadamente de 18 a 20 horas para cada corrida, debido ha esto el modelo elaborado no es practico.

Para obtener mejoras en el modelo elaborado seria recomendable obtener en el laboratorio todos los datos experimentales que se emplean en el modelo, otro paso importante es realizar el modelo en diferencias finitas implicito, de esta forma las ecuaciones nodales que describen el sistema, son dependientes, y es posible emplear un metodo de solución para ecuaciones dependientes como son las matrices y de esta forma reducir el tiempo de programación y de calculo para cada corrida.

BIBLIOGRAFIA

– The American Foundrymen's Society

" Aluminum Casting Technology "

Ed. AFS abril - 1993

– M: Hubert , Devaux.

" Phenomenes metallurgiques au cours de la solidification des alliages "

Ed. Techniques des Industries de la fonderie, Paris

– Frank King. M. I.M.

" El aluminio y sus aleaciones "

Ed. Limusa. 1992

– Steven C. Chapra

" Métodos numéricos para ingenieros "

Ed. Mc Graw-Hill junio 1990

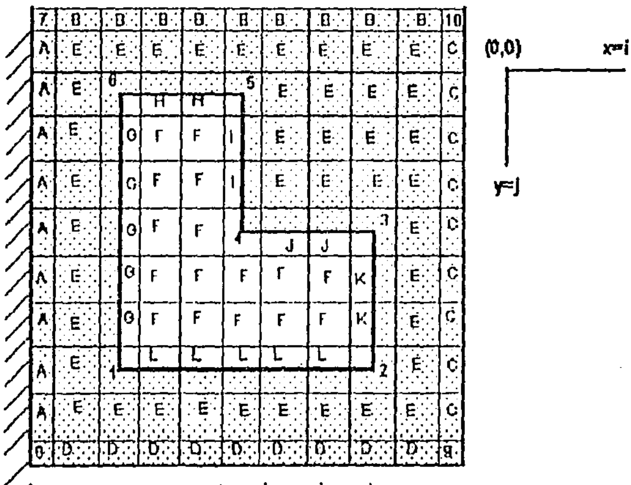
– R. W. Lewis; K. Morgan ; O. C. Zienkiewicz.

" Numerical Methods in Heat Transfer "

Ed. John Wiley & Sons. 1981.

ANEXO I

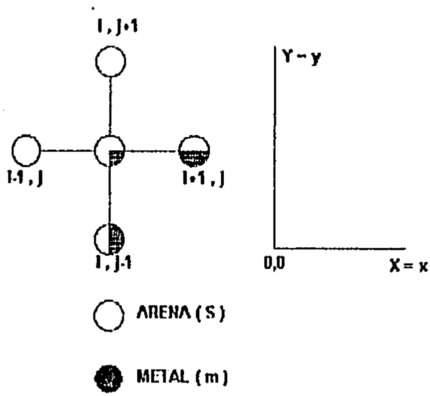
DEDUCCION DE LAS ECUACIONES NODALES EN COORDENADAS CARTESIANAS Y BIDIMENCIONAL PARA EL SISTEMA MOSTRADO A CONTINUACION :



Los numeros representan a los nodos unicos
Las letras representan a las familias de nodos

El eje de coordenadas X representa el espesor de la pieza
El eje de coordenadas Y representa la altura de la pieza

Nodo 1 (Intercara molde-metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional:

$$-A\,K\,(\delta^2 T/\delta x^2) - A\,K\,(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v\,(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-\left[-Ks\,(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-Km\,(1/2)\Delta x\ *\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]-Ks\,(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-Km\,(1/2)\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)$$

$$-\left[-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]=(\Delta x)^2\left[(3/4)\rho s\,Cps+(1/4)\rho m\,Cpm\right]\frac{T_{i,j}^{t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)($ 1 longuitud unitaria $) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1 - A1]\, T_{i,j}^{t+\Delta t} + A2[T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}] + A3[T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}]$$

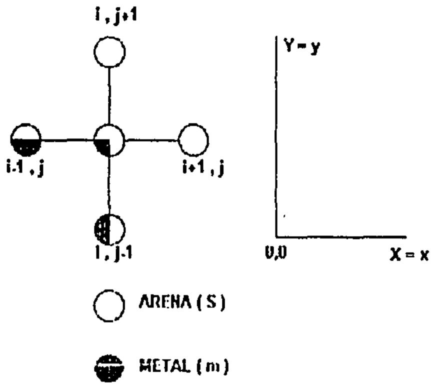
Donde:

$A1 = [12/K_m + 4/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$A2 = [4/K_m] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$A3 = [2/K_m + 2/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Nodo 2 (intercara molde-metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-A K(\delta^2 T / \delta x^2) - A K(\delta^2 T / \delta y^2) = \rho\, Cp\, v(\delta T / \delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-K_s \frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-K_m(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-\left[-K_s\ \Delta x *\right.$$

$$\left.\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]-K_s(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-K_m(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)$$

$$-\left[-K_s\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]=(\Delta x)2\left[(3/4)\rho_s C_{ps}+(1/4)\rho m C pm\right]\left(\frac{T_{i,j}^{t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t}=\left[1-A1\right]T_{i,j}^{t+\Delta t}+A2\left[T_{i+1,j}^{t+\Delta t}+T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\right]+A3\left[T_{i-1,j}^{t+\Delta t}+T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\right]$$

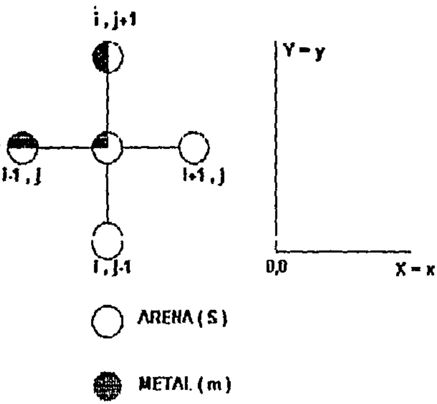
Donde:

$A1 = [12/K_m + 4/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$A2 = [4/K_m] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$A3 = [2/K_m + 2/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Nodo 3 (Intercara molde-metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional:

$$-AK(\delta^2 T/\delta x^2) - AK(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - [-Ks\ \Delta x *$$

$$\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)] - Ks\ \Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - [-Ks(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right]$$

$$-Km\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)] = (\Delta x)^2[(3/4)\rho s\, Cps + (1/4)\rho m\, Cpm]\frac{T_{i,j}^{t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)($ 1 longuitud unitaria $) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T^{t}_{i,j} = [1 - A1]\,T^{t+\Delta t}_{i,j} + A2\,[T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}] + A3\,[T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}]$$

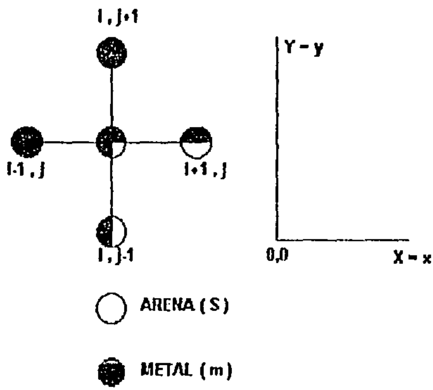
Donde:

$A1 = [12/K_m + 4/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$A2 = [4/K_m] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$A3 = [2/K_m + 2/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Nodo 4 (Intercara molde-metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional:

$$-A\,K\,(\delta^2 T / \delta x^2) - A\,K\,(\delta^2 T / \delta y^2) = \rho\,Cp\,v\,(\delta T / \delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Km\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-\left[-Ks\,(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-Km\,(1/2)\Delta x\,\left(\right.\right.$$

$$\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\Big]-Ks\,(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-Km\,(1/2)\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)$$

$$-\left[-Km\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]=(\Delta x)2\,[\,(1/4)\rho s\,Cps\,+(3/4)\rho mCpm]\frac{T_{i,j}^{t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t}=\left[1-A4\right]T_{i,j}^{t+\Delta t}+\ A5\left[T_{i-1,j}^{t+\Delta t}+T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\right]+A6\left[T_{i+1,j}^{t+\Delta t}+T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\right]$$

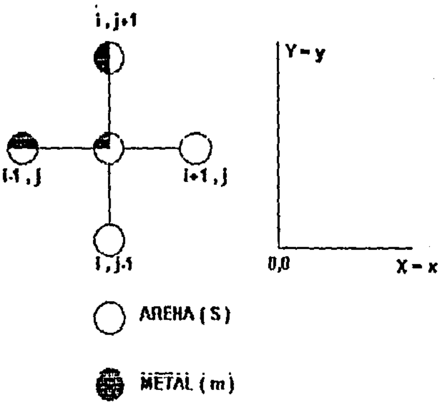
De donde :

$A4 \;==\; [\,12/K_s + 4/K_m\,]/[\,3/F_m\,K_s + 1/F_s\,K_m\,]$

$A5 \;==\; [\,4/K_s\,]/[\,3/F_m\,K_s + 1/F_s\,K_m\,]$

$A6 \;==\; [\,2/K_m + 2/K_s\,]/[\,3/F_m\,K_s + 1/F_s\,K_m\,]$

Nodo 5 (Intercara molde-metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional:

$$-A\,K\,(\delta^2 T/\delta x^2) - A\,K\,(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v\,(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i+1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - [\,-Ks\;\;\Delta x\; *$$

$$\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)] - Ks\;\;\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - [\,-Ks(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)$$

$$-\,Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)] = (\Delta x)^2\,[\,(3/4)\rho_s\, Cps + (1/4)\rho_m Cpm]\,\frac{T_{i,j}^{t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1 - A1]\, T_{i,j}^{t+\Delta t} + A2\, [T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}] + A3\, [T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}]$$

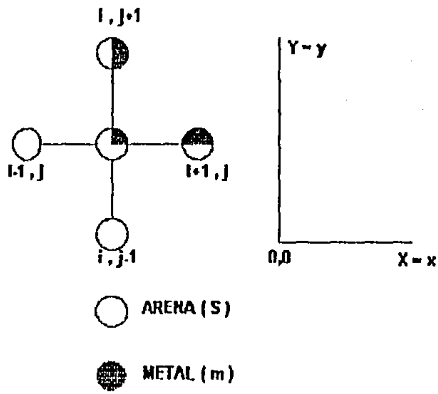
Donde:

$$A1 = [12/K_m + 4/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$$

$$A2 = [4/K_m] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$$

$$A3 = [2/K_m + 2/K_s]/[3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$$

Nodo 6 (intercara molde-metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional:

$$-A K (\delta^2 T / \delta x^2) - A K (\delta^2 T / \delta y^2) = \rho\, Cp\, v\, (\delta T / \delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-\left[-Ks\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i+1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - Ks\ \Delta x *$$

$$\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Ks(1/2)\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right.$$

$$\left.- Km\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = (\Delta x)^2\left[(3/4)\rho_s Cps + (1/4)\rho_m Cp_m\right]\frac{T_{i,j}^{t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1 - A1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + A2\left[T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\right] + A3\left[T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\right]$$

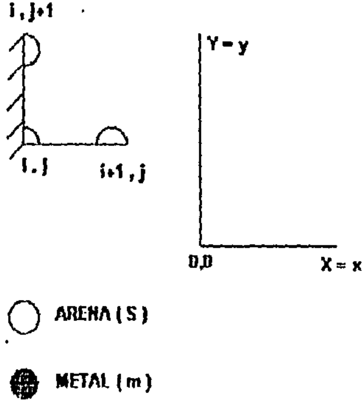
Donde :

$A1 = [12/K_m + 4/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$A2 = [4/K_m] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$A3 = [2/K_m + 2/K_s] / [3/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Nodo 7 (sistema combinado adiabático - convectivo)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T / \delta x^2) - AK(\delta^2 T / \delta y^2) = \rho \, Cp \, v \, (\delta T / \delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-h\frac{\Delta x}{2}\left(T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_m\right) - \left[-Ks\,(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - K_S\,(1/2)\Delta x *$$

$$\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) = \rho s \, Cps \, \frac{\Delta x^2}{4}\left(\frac{T_{i,j}^{t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

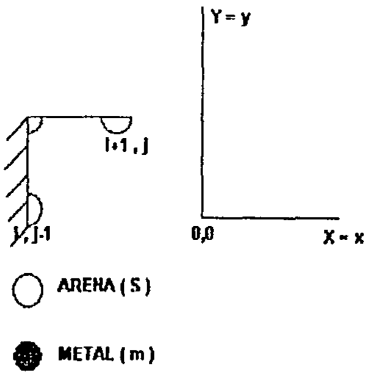
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)($ 1 longuitud unitaria $) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T^{t}_{i,j} = [\,1 - 4F_s - 2F_s B_{is}\,]\,T^{t+\Delta t}_{i,j} + 2F_s[\,T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j+1}\,] + 2F_s B_{is} T_\alpha$$

Nodo 8 (sistema combinado adiabático - convectivo)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T/\delta x^2) - AK(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v\,(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-h\frac{\Delta x}{2}\left(T^{t+\Delta t}_{i,j} - T_\infty\right) - \left[-K_s(1/2)\Delta x\left(\frac{T^{t+\Delta t}_{i+1,j} - T^{t+\Delta t}_{i,j}}{\Delta x}\right)\right] - K_s(1/2)\Delta x \,*$$

$$\left(\frac{T^{t+\Delta t}_{i,j+1} - T^{t+\Delta t}_{i,j}}{\Delta x}\right) = \rho_s\, Cp_s\, \frac{\Delta x^2}{4}\left(\frac{T^{t}_{i,j} - T^{t+\Delta t}_{i,j}}{\Delta t}\right)$$

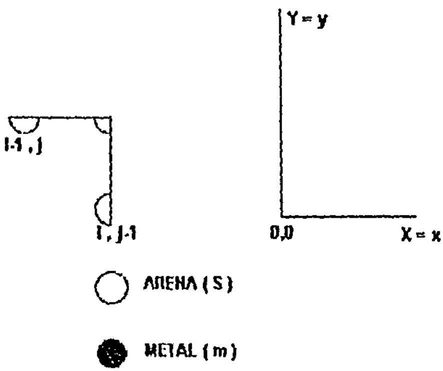
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T^{t}_{i,j} = [\,1 - 4F_s - 2F_s\, B_{is}\,]\,T^{t+\Delta t}_{i,j} + 2F_s[\,T^{t+\Delta t}_{i+1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}\,] + 2F_s\, B_{is}\, T_{\alpha}$$

Nodo 9 (convectivo)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-A K(\delta^2 T/\delta x^2) - A K(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-h\frac{\Delta x}{2}(T^{t+\Delta t}_{i,j} - T_\infty) - [-Ks(1/2)\Delta x(\frac{T^{t+\Delta t}_{i,j-1} - T^{t+\Delta t}_{i,j}}{\Delta x})] - K_s(1/2)\Delta x\, *$$

$$(\frac{T^{t+\Delta t}_{i,j} - T^{t+\Delta t}_{i-1,j}}{\Delta x}) - [-h(1/2)\Delta x(T_\infty - T^{t+\Delta t}_{i,j}) = \rho s\, Cps\,(1/4)\Delta x^2 *$$

$$(\frac{T^{t}_{i,j} - T^{t+\Delta t}_{i,j}}{\Delta x})$$

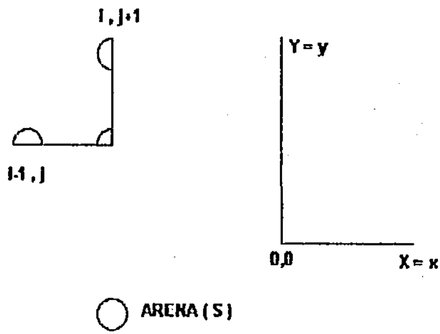
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(1 \text{ longuitud unitaria}) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T^{t}_{i,j} = [1 - 4F_s[1 + B_{is}]]\, T^{t+\Delta t}_{i,j} + 2F_s[\, T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}\,] + 4F_s\, B_{is} T_\alpha$$

Nodo 10 (convectivo)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T / \delta x^2) - AK(\delta^2 T / \delta y^2) = \rho\, Cp\, v(\delta T / \delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como :

$$-h\frac{\Delta x}{2}(T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{\infty}) - [-K_s(1/2)\Delta x(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x})] - K_s(1/2)\Delta x *$$

$$(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}) - [-h(1/2)\Delta x(T_{\infty} - T_{i,j}^{t+\Delta t}) = \rho_s C_{ps}(1/4)\Delta x^2 * (\frac{T_{i,j}^{t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x})$$

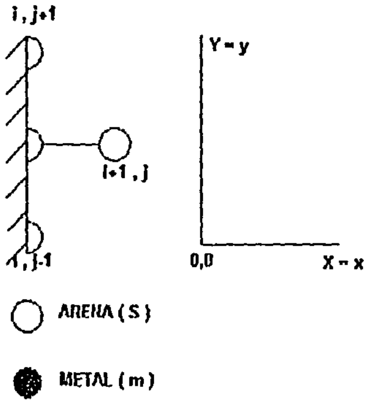
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1 - 4F_s[1 + B_{is}]]\, T_{i,j}^{t+\Delta t} + 2F\,[T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}] + 4F_s B_{is} T_{\alpha}$$

Nodo A (familia de nodos adiabaticos)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$- A K (\delta^2 T / \delta x^2) - A K (\delta^2 T / \delta y^2) = \rho \, Cp \, v (\delta T / \delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como :

$$-[- Ks \Delta x (\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x})] \; - Ks (1/2) \Delta x (\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}) - [- K s] (1/2) \Delta x *$$

$$(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}) = \rho s Cps (1/2) \, \Delta x^2 (\frac{T_{i,j}^{t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t})$$

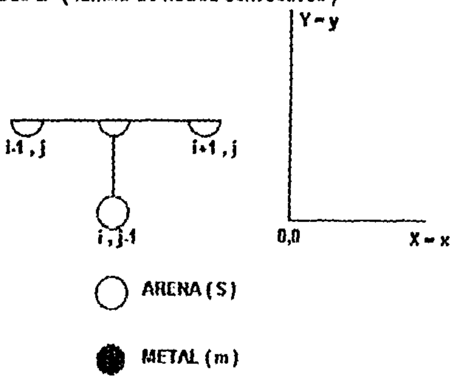
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$$V = (\Delta X)(\Delta Y)(1 \text{ longuitud unitaria}) = \Delta X^2$$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1 - 4F_s] T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_s [2 T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}]$$

Nodo B (familia de nodos convectivos)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T/\delta x^2) - AK(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-\left[-Ks(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]-h\Delta x(T_{i,j}^{t+\Delta t}-T\infty)$$

$$-\left[-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]=\rho s\, Cps\,(1/2)\,\Delta x^2\left(\frac{T_{i,j}^{t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

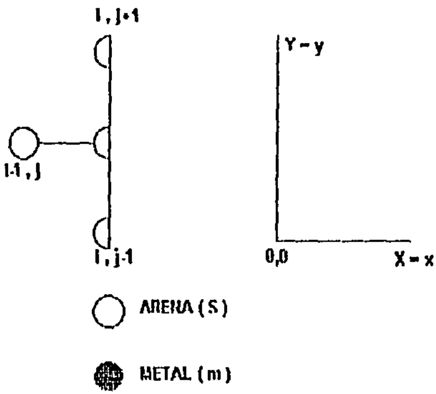
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)$(1 longuitud unitaria) $= \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1-4F_s-2F_sB_{is}]T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_s[2T_{i,j-1}^{t+\Delta t}+T_{i-1,j}^{t+\Delta t}+T_{i+1,j}^{t+\Delta t}] + 2F_sB_{is}T_\infty$$

Nodo C (familia de nodos convectivos)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T/\delta x^2) - AK(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v\,(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Ks\,(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - h\,\Delta x\left(T_{i,j}^{t+\Delta t} - Tm\right)$$

$$-\left[-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = \rho s\, Cps\,(1/2)\,\Delta x^2\left(\frac{T_{i,j}^{t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

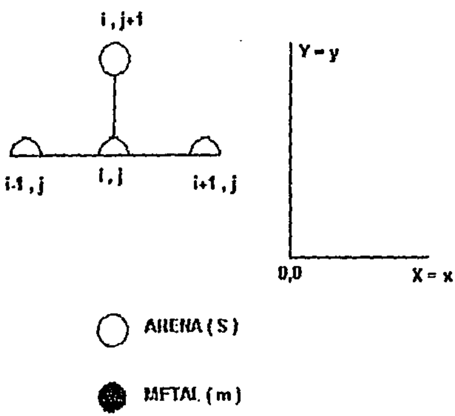
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)($ 1 longuitud unitaria $) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [\,1 - F_s\ \ 4 - 2B_{is}\,]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_s\,[2T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\,] + 2F_s B_{is} T_\alpha$$

Nodo D (familia de nodos convectivos)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-A K(\delta^2 T/\delta x^2) - A K(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Ks\,(1/2)\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - h\,\Delta x\left(T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{\infty}\right)$$

$$-\left[-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = \rho s\, Cps\,(1/2)\,\Delta x^2\left(\frac{T_{i,j}^{t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

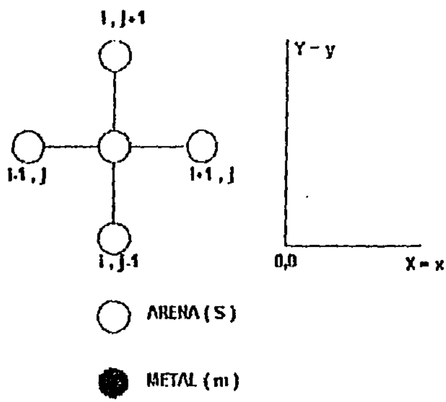
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = \left[1 - F_s\left[4 - 2B_{i\,s}\right]\right]T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_s\left[2T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i+1,j}^{t+\Delta t}\right] + 2F_s\, B_{i\,s} T_{\alpha}$$

Nodo E (familia de nodos en el seno de el molde)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T/\delta x^2) - AK(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-\left[-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]-Ks\,\Delta x\,*$$

$$\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-\left[-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]=\rho s\ Cps\ \Delta x^2\cdot\left(\frac{T_{i,j}^{t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)$$

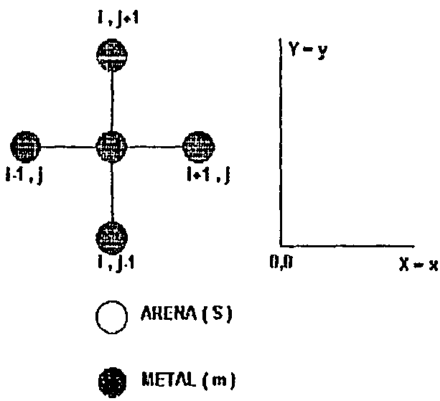
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)($ 1 longuitud unitaria $) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1-4F_s]T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_s\left[T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\right]$$

Nodo F (familia de nodos en el seno de el metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T/\delta x^2) - AK(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Km\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Km\,\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - Km\,\Delta x *$$

$$\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Km\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = \rho m\ Cpm\ \Delta x^2 \cdot \left(\frac{T_{i,j}^{t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)$$

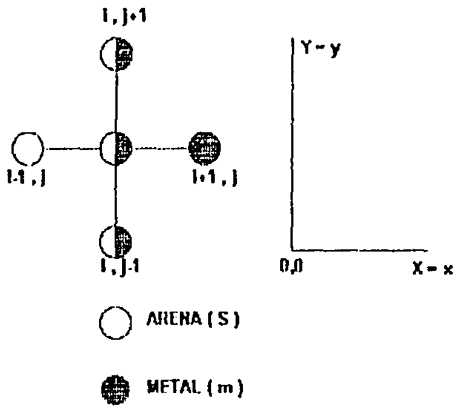
En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)$(1 longuitud unitaria) $= \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1-4F_m]T_{i,j}^{t+\Delta t} + F_m\left[T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\right]$$

Nodo G (familia de nodos en la intercara molde - metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-A\,K\,(\delta^2 T/\delta x^2) - A\,K\,(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\,Cp\,v\,(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-K_s\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-K_m\,\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - K_s\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - K_m\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-K_s\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - K_m\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = (\Delta x)^2\left[\frac{1}{2}\rho_s\,Cp_s + \frac{1}{2}\rho_m\,Cp_m\right]\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\;\; T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i+1,j}^{t+\Delta t}\;\; B3 + \left[T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + T_{i,j-1}^{t+\Delta t}\right] B4$$

Donde :

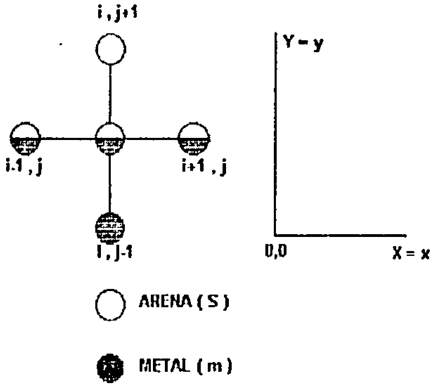
$B1 \;=\; [4/K_m + 4/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B2 \;=\; [2/K_m]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B3 \;=\; [2/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B4 \;=\; [1/K_m + 1/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Nodo H (familia de nodos en la intercara molde - metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-A\,K\,(\delta^2 T / \delta x^2) - A\,K\,(\delta^2 T / \delta y^2) = \rho\, C_p\, v\, (\delta T / \delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-K_s\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-K_m\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j-1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] \quad K_s\,\frac{\Delta x}{2} - \left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - K_m\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-K_s\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - K_m\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = (\Delta x)2\left[\frac{1}{2}\rho_s C_{ps} + \frac{1}{2}\rho_m C_{pm}\right]\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)($ 1 longuitud unitaria $) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T^{t}_{i,j} = [1 - B1]\,T^{t+\Delta t}_{i,j} + B2\ \ T^{t+\Delta t}_{i,j+1} + T^{t+\Delta t}_{i,j-1}\ \ B3\ + [\,T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i+1,j}\,]\ B4$$

Donde :

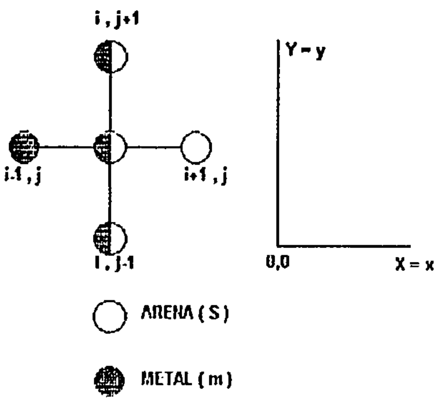
$B1 = [4/K_m + 4/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B2 = [2/K_m]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B3 = [2/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B4 = [1/K_m + 1/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Nodo I (familia de nodos en la intercara molde - metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T/\delta x^2) - AK(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v\, (\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar cdmo:

$$-Km\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - Ks\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Ks\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = (\Delta x)2\left[\frac{1}{2}\rho s\, Cps + \frac{1}{2}\rho m\, Cpm\right]\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\ T_{i+1,j}^{t+\Delta t} + T_{i-1,j}^{t+\Delta t}\ B3 + \left[T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\right] B4$$

Donde :

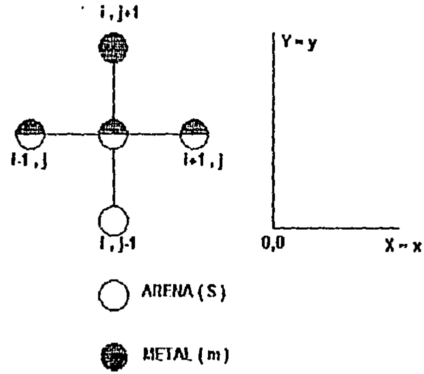
$B1 = [4/K_m + 4/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B2 = [2/K_m]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B3 = [2/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B4 = [1/K_m + 1/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Nodo J (familia de nodos en la intercara molde - metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-A\,K\,(\delta^2 T/\delta x^2) - A\,K\,(\delta^2 T/\delta y^2) = \rho\, Cp\, v\,(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Km\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - Ks\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Ks\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = (\Delta x)^2\left[\frac{1}{2}\rho s\, Cps + \frac{1}{2}\rho m\, Cpm\right]\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{1 longitud unitaria}) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T^{t}_{i,j} = [1 - B1]\, T^{t+\Delta t}_{i,j} + B2\; T^{t+\Delta t}_{i,j-1} + B3\; T^{t+\Delta t}_{i,j+1} + [\; T^{t+\Delta t}_{i-1,j} + T^{t+\Delta t}_{i+1,j}]\; B4$$

Donde :

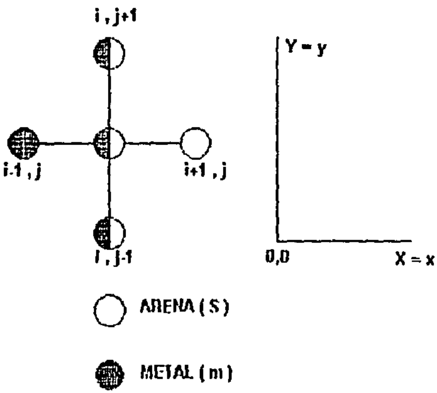
$B1 = [4/K_m + 4/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B2 = [2/K_m]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B3 = [2/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

$B4 = [1/K_m + 1/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$

Nodo K (familia de nodos en la intercara molde - metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-AK(\delta^2 T/\delta x^2)-AK(\delta^2 T/\delta y^2)=\rho\, Cp\, v\,(\delta T/\delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Km\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-\left[-K_s\,\Delta x\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]-K_s\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-\left[-K_s\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)-Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t}-T_{i,j+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right]=(\Delta x)^2\left[\frac{1}{2}\rho_s\, Cps+\frac{1}{2}\rho m\, Cpm\right]\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t}-T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$$V=(\Delta X)(\Delta Y)(\text{1 longuitud unitaria})=\Delta X^2$$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t}=[1-B1]\,T_{i,j}^{t+\Delta t}+B2\,T_{i+1,j}^{t+\Delta t}+B3\,T_{i-1,j}^{t+\Delta t}+[\,T_{i,j-1}^{t+\Delta t}+T_{i,j+1}^{t+\Delta t}\,]B4$$

Donde :

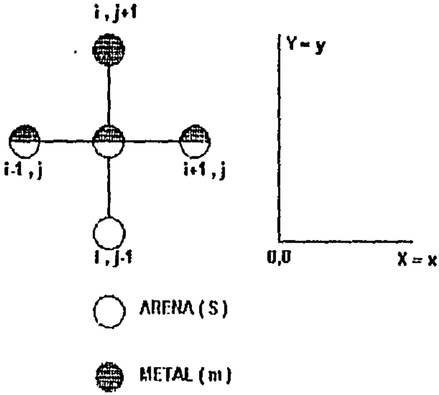
$$B1 = [4/K_m+4/K_s]/[1/F_s K_m+1/F_m K_s]$$

$$B2 = [2/K_m]/[1/F_s K_m+1/F_m K_s]$$

$$B3 = [2/K_s]/[1/F_s K_m+1/F_m K_s]$$

$$B4 = [1/K_m+1/K_s]/[1/F_s K_m+1/F_m K_s]$$

Nodo L (familia de nodos en la intercara molde - metal)



La ecuación que describe al sistema es la ley de fourier bidimensional :

$$-A\,K\,(\delta^2 T / \delta x^2) - A\,K\,(\delta^2 T / \delta y^2) = \rho\,Cp\,v\,(\delta T / \delta t)$$

Al aplicar el metodo de diferencias finitas explicito la ecuación de Fourier se puede expresar como:

$$-Ks\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Km\,\Delta x\left(\frac{T_{i,j+1}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] - Ks\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i-1,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - \left[-Ks\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right) - Km\,\frac{\Delta x}{2}\left(\frac{T_{i+1,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta x}\right)\right] = (\Delta x)^2\left[\frac{1}{2}\rho s\,Cps + \frac{1}{2}\rho m\,Cpm\right]\left(\frac{T_{i,j}^{t+\Delta t} - T_{i,j}^{t+\Delta t}}{\Delta t}\right)$$

En esta ecuación las derivadas se han intercambiado por diferenciales. El volumen se expresa como:

$V = (\Delta X)(\Delta Y)(\text{ 1 longuitud unitaria }) = \Delta X^2$

Rearreglando la ecuación derivada de el método de diferencias finitas explisito e introduciendo el número de Fourier :

$$T_{i,j}^{t} = [1 - B1]\, T_{i,j}^{t+\Delta t} + B2\, T_{i,j-1}^{t+\Delta t} + B3 \quad T_{i,j+1}^{t+\Delta t} + [\, T_{i-1,j}^{t+\Delta t} + T_{i+1,j}^{t+\Delta t}\,]\, B4$$

Donde :

$$B1 = [4/K_m + 4/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$$

$$B2 = [2/K_m]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$$

$$B3 = [2/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$$

$$B4 = [1/K_m + 1/K_s]/[1/F_s K_m + 1/F_m K_s]$$

ANEXO II

El siguiente es el programa de computación utilizado para simular las curvas de enfriamiento en coordenadas cartesianas , tambien simular la geometria bidimencional con la presencia de el macrorrechupe producido por la contracción global:

```
10 CLS
11 SCREEN 1
12 REM COLOR 2,3
20 REM PROGRAMA  PARA LA TESIS
30 REM /////// INTRODUCCION DE DATOS /////////////////////////////////
40 INPUT " DESEAS LOS DATOS DE LA TESIS (S/N)"; A$
50 IF A$ = "S" OR A$ = "s" THEN 60 ELSE 230
60 LOCATE 20, 10: PRINT " PARA CONTINUAR OPRIMA ENTER"
70 INPUT ZZ$
80 CLS
90  PRINT " VALORES PARA EL EJE  Y (cm)"
100  PRINT "  "
110 INPUT " DAME LA ALTURA DEL COPE (MAYOR A 2) Y2:", Y2
120 INPUT " DAME LA ALTURA DEL DRAG (MAYOR A 4.5) DG:", DG
130 Y1 = Y2 - 2
140 Y3 = Y2 + 3.5
150 LY = Y3 + Y1
160 PRINT " VALORES PARA EL EJE  X (cm)"
170 PRINT "     "
180 INPUT " DAME EL ANCHO(PROM.) MAYOR A 3.5 LX:", LX
190 X1 = (LX - 3.5) / 2
200 X2 = X1 + 1.5
210 X3 = X2 + 2
220 GOTO 470
230 LOCATE 20, 10: PRINT " PARA CONTINUAR OPRIMA ENTER"
240 INPUT ZZ$
250 CLS
260  PRINT " VALORES PARA EL EJE  Y (cm)"
270  PRINT "  "
280 INPUT " DAME EL VALOR DE  Y1:", Y1
290 PRINT "  "
300 INPUT " DAME EL VALOR DE  Y2:", Y2
310 PRINT "  "
320 INPUT " DAME EL VALOR DE  Y3:", Y3
```

```
330 PRINT "  "
340 INPUT " DAME EL VALOR DE LY:", LY
350 PRINT "    "
360 PRINT "    "
370 PRINT " VALORES PARA EL EJE  X (cm)"
380 PRINT "    "
390 INPUT " DAME EL VALOR DE  X1:", X1
400 PRINT "    "
410 INPUT " DAME EL VALOR DE  X2:", X2
420 PRINT "    "
430 INPUT " DAME EL VALOR DE  X3:", X3
440 PRINT "    "
450 INPUT " DAME EL VALOR DE LX:", LX
460 PRINT "    "
470 INPUT " OPRIMA ENTER PARA CONTINUAR:", ZZ$
480 CLS
490 REM ////// CONSIDERACIONES ////////////////////////////////////////
500 PRINT " DISCRETIZACION DE MALLA CUADRADA  DX=DY "
510 PRINT "    "
520 INPUT " OPRIMA ENTER PARA CONTINUAR:", ZZ$
530 CLS
540 REM ////// LECTURA DE DATOS 2 /////////////////////////////
550 INPUT " DAME EL VALOR DEL INTERVALO (cm)  DX:", DX
560 INPUT " DAME LA TEMPERATURA AMBIENTE ('C) TA=", TA
570 INPUT " DAME LA TEMPERATURA DEL METAL LIQUIDO ('C) TM=", TM
580 INPUT " COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION
(cal/(s.cm^2.'C) H:"; H
590 CLS
600 L1 = LX / DX
610 L2 = LY / DX
620 N = LX / DX
630 M = LY / DX
640 A = Y1 / DX
650 B = Y2 / DX
660 C = Y3 / DX
670 W = 0
680 DIM FT(N, M), TP(N, M), TF(N, M), FOM(N, M), FOS(N, M),
KM(N, M), KS(N, M), PAR1(N, M), PAR2(N, M), DS(N, M), DM(N, M),
BIS(N, M), CPS(N, M), CPM(N, M), ALFS(N, M), ALFM(N, M),
QLE(N, M)
690 REM //// DATOS TERMOFISICOS Y CRITERIO DE ESTABALIDAD /////
700 KS = .00145
710 KM = .53
720 DS = 1.55
730 DM = 2.7
740 CPS = .27
750 CPM = .26
760 BIS = (H * DX) / KS
770 ALFS = KS / (DS * CPS)
780 ALFM = KM / (DM * CPM)
```

```
790 CE1 = (((3 * DX ^ 2) / (ALFS * KM)) +
((DX ^ 2) / (ALFM * KS))) / ((12 / KM) + (4 / KS))
800 CE2 = (((3 * DX ^ 2) / (ALFM * KS)) +
((DX ^ 2) / (ALFS * KM))) / ((12 / KS) + (4 / KM))
810 CE3 = ((DX ^ 2) / (4 + (2 * BIS) * ALFS))
820 CE4 = (1 / (1 + BIS)) * ((DX ^ 2) / (4 * ALFS))
830 CE5 = ((DX ^ 2) / (4 * ALFS))
840 CE6 = ((DX ^ 2) / ALFS) * (1 / (4 + 2 * BIS))
850 CE7 = ((DX ^ 2) / (ALFS * KM) + (DX ^ 2) / (ALFM * KS))
/ (4 / KM + 4 / KS)
860 DT = CE1
870 IF CE2 < DT OR CE2 = DT THEN DT = CE2
880 IF CE3 < DT OR CE3 = DT THEN DT = CE3
890 IF CE4 < DT OR CE4 = DT THEN DT = CE4
900 IF CE5 < DT OR CE5 = DT THEN DT = CE5
910 IF CE6 < DT OR CE6 = DT THEN DT = CE6
920 IF CE7 < DT OR CE7 = DT THEN DT = CE7
930 LOCATE 2, 10: PRINT " CRITERIOS DE ESTABILIDAD "
940 LOCATE 8, 10: PRINT "CRITERIO DE ESTABILIDAD 1 ="; CE1
950 LOCATE 10, 10: PRINT "CRITERIO DE ESTABILIDAD 2 ="; CE2
960 LOCATE 12, 10: PRINT "CRITERIO DE ESTABILIDAD 3 ="; CE3
970 LOCATE 14, 10: PRINT "CRITERIO DE ESTABILIDAD 4 ="; CE4
980 LOCATE 16, 10: PRINT "CRITERIO DE ESTABILIDAD 5 ="; CE5
990 LOCATE 18, 10: PRINT "CRITERIO DE ESTABILIDAD 6 ="; CE6
1000 LOCATE 20, 10: PRINT "CRITERIO DE ESTABILIDAD 7 ="; CE7
1010 LOCATE 23, 10: INPUT " OPRIMA ENTER PARA CONTINUAR:", ZZ$
1020 CLS
1030 REM /////// SUBRUTINA DE LECTURA DE DATOS ////////////////
1040 PRINT " EL INTERVALO DE TIEMPO MENOR ES (s):"; DT
1050 INPUT "DAME UN INTERVALO DE TIEMPO DESEADO (MENOR AL
CALCULADO):", IT
1060 IF IT > DT THEN 1050
1070 INPUT "HASTA QUE TIEMPO QUIERES CONOCER LA TEMPERATURA
(s) :", TT
1080 INPUT "PARA CUANTOS TIEMPOS QUIERES QUE LO IMPRIMA:", T
1090 DIM Z(T)
1100 FOR I = 1 TO T
1110 PRINT "DAME EL VALOR DEL TIEMPO:", I, : INPUT Z(I)
1120 Y = Z(I)
1130 NEXT I
1150 REM /////// SUBRUTINA DE TIPIFICACION ////////////////////
1160 FOR J = 0 TO L2
1170 FOR I = 0 TO L1
1180 QLE(I, J) = 12
1190 IF J > 0 THEN 1280
1200 IF I > 0 THEN 1230
1210 FT(I, J) = 18
1220 GOTO 2640
1230 IF I < L1 THEN 1240 ELSE 1260
1240 FT(I, J) = 22
1250 GOTO 2640
```

```
1260 FT(I, J) = 19
1270 GOTO 2640
1280 IF J < A THEN 1290 ELSE 1370
1290 IF I > 0 THEN 1320
1300 FT(I, J) = 21
1310 GOTO 2640
1320 IF I < L1 THEN 1330 ELSE 1350
1330 FT(I, J) = 25
1340 GOTO 2640
1350 FT(I, J) = 23
1360 GOTO 2640
1370 IF J = A THEN 1380 ELSE 1580
1380 IF I > 0 THEN 1410
1390 FT(I, J) = 21
1400 GOTO 2640
1410 IF I < (X1 / DX) THEN 1420 ELSE 1440
1420 FT(I, J) = 25
1430 GOTO 2640
1440 IF I = (X1 / DX) THEN 1450 ELSE 1470
1450 FT(I, J) = 11
1460 GOTO 2640
1470 IF I < (X3 / DX) THEN 1480 ELSE 1500
1480 FT(I, J) = 28
1490 GOTO 2640
1500 IF I = (X3 / DX) THEN 1510 ELSE 1530
1510 FT(I, J) = 12
1520 GOTO 2640
1530 IF I < L1 THEN 1540 ELSE 1560
1540 FT(I, J) = 25
1550 GOTO 2640
1560 FT(I, J) = 23
1570 GOTO 2640
1580 IF J < B THEN 1590 ELSE 1790
1590 IF I > 0 THEN 1620
1600 FT(I, J) = 21
1610 GOTO 2640
1620 IF I < (X1 / DX) THEN 1630 ELSE 1650
1630 FT(I, J) = 25
1640 GOTO 2640
1650 IF I = (X1 / DX) THEN 1660 ELSE 1680
1660 FT(I, J) = 27
1670 GOTO 2640
1680 IF I < (X3 / DX) THEN 1690 ELSE 1710
1690 FT(I, J) = 26
1700 GOTO 2640
1710 IF I = (X3 / DX) THEN 1720 ELSE 1740
1720 FT(I, J) = 29
1730 GOTO 2640
1740 IF I < L1 THEN 1750 ELSE 1770
1750 FT(I, J) = 25
1760 GOTO 2640
```

```
1770 FT(I, J) = 23
1780 GOTO 2640
1790 IF J = B THEN 1800 ELSE 2060
1800 IF I > 0 THEN 1830
1810 FT(I, J) = 21
1820 GOTO 2640
1830 IF I < (X1 / DX) THEN 1840 ELSE 1860
1840 FT(I, J) = 25
1850 GOTO 2640
1860 IF I = (X1 / DX) THEN 1870 ELSE 1890
1870 FT(I, J) = 27
1880 GOTO 2640
1890 IF I < (X2 / DX) THEN 1900 ELSE 1920
1900 FT(I, J) = 26
1910 GOTO 2640
1920 IF I = (X2 / DX) THEN 1930 ELSE 1950
1930 FT(I, J) = 14
1940 GOTO 2640
1950 IF I < (X3 / DX) THEN 1760 ELSE 1980
1960 FT(I, J) = 30
1970 GOTO 2640
1980 IF I = (X3 / DX) THEN 1990 ELSE 2010
1990 FT(I, J) = 13
2000 GOTO 2640
2010 IF I < L1 THEN 2020 ELSE 2040
2020 FT(I, J) = 25
2030 GOTO 2640
2040 FT(I, J) = 23
2050 GOTO 2640
2060 IF J < C THEN 2070 ELSE 2270
2070 IF I > 0 THEN 2100
2080 FT(I, J) = 21
2090 GOTO 2640
2100 IF I < (X1 / DX) THEN 2110 ELSE 2130
2110 FT(I, J) = 25
2120 GOTO 2640
2130 IF I = (X1 / DX) THEN 2140 ELSE 2160
2140 FT(I, J) = 27
2150 GOTO 2640
2160 IF I < (X2 / DX) THEN 2170 ELSE 2190
2170 FT(I, J) = 26
2180 GOTO 2640
2190 IF I = (X2 / DX) THEN 2200 ELSE 2220
2200 FT(I, J) = 31
2210 GOTO 2640
2220 IF I < L1 THEN 2230 ELSE 2250
2230 FT(I, J) = 25
2240 GOTO 2640
2250 FT(I, J) = 23
2260 GOTO 2640
2270 IF J = C THEN 2280 ELSE 2400
2280 IF I > 0 THEN 2310
```

```
2290 FT(I, J) = 21
2300 GOTO 2640
2310 IF I < (X1 / DX) THEN 2320 ELSE 2340
2320 FT(I, J) = 25
2330 GOTO 2640
2340 IF I = (X1 / DX) THEN 2350 ELSE 2370
2350 FT(I, J) = 16
2360 GOTO 2640
2370 IF I < (X2 / DX) THEN 2380 ELSE 2400
2380 FT(I, J) = 32
2390 GOTO 2640
2400 IF I = (X2 / DX) THEN 2410 ELSE 2430
2410 FT(I, J) = 15
2420 GOTO 2640
2430 IF I < L1 THEN 2440 ELSE 2460
2440 FT(I, J) = 25
2450 GOTO 2640
2460 FT(I, J) = 23
2470 GOTO 2640
2480 IF J < L2 THEN 2490 ELSE 2570
2490 IF I > 0 THEN 2520
2500 FT(I, J) = 21
2510 GOTO 2640
2520 IF I < L1 THEN 2530 ELSE 2550
2530 FT(I, J) = 25
2540 GOTO 2640
2550 FT(I, J) = 23
2560 GOTO 2640
2570 IF I > 0 THEN 2600
2580 FT(I, J) = 17
2590 GOTO 2640
2600 IF I = L1 THEN 2630
2610 FT(I, J) = 24
2620 GOTO 2640
2630 FT(I, J) = 20
2640 NEXT I
2650 NEXT J
2660 REM //// RESULTADOS DE TIPIFICACION ////////////////////
2670 LOCATE 5, 10: PRINT " DIAGRAMA DE TIPIFICACION "
2680 LOCATE 8, 10: PRINT "  "
2690 FOR J = 0 TO M
2700 FOR I = 0 TO N
2710 PRINT CINT(FT(I, J)); "   ";
2720 NEXT I
2730 PRINT "   "
2740 NEXT J
2750 PRINT "   "
2760 PRINT "   "
2770 INPUT " OPRIMA ENTER PARA CONTINUAR:", Z1
2780 CLS
```

```
2790 REM ////// SUBRUTINA DE TEMP. INICIALES ///////////////////
2800 LOCATE 5, 10: PRINT " TEMPERATURA INICIAL "
2810 LOCATE 8, 10: PRINT "    "
2820 FOR J = 0 TO M
2830 FOR I = 0 TO N
2840 IF FT(I, J) = 18 OR FT(I, J) = 19 OR FT(I, J) = 22
THEN 2850 ELSE 2870
2850 TP(I, J) = TA
2860 GOTO 2940
2870 IF FT(I, J) = 21 OR FT(I, J) = 25 OR FT(I, J) = 23
THEN 2880 ELSE 2900
2880 TP(I, J) = TA
2890 GOTO 2940
2900 IF FT(I, J) = 17 OR FT(I, J) = 24 OR FT(I, J) = 20
THEN 2910 ELSE 2930
2910 TP(I, J) = TA
2920 GOTO 2940
2930 TP(I, J) = TH
2940 NEXT I
2950 NEXT J
2960 FOR J = 0 TO M
2970 FOR I = 0 TO N
2980 PRINT CINT(TP(I, J)); "    ";
2990 NEXT I
3000 PRINT "    "
3010 NEXT J
3020 PRINT "    "
3030 PRINT "    "
3040 PRINT " PARA CONTINUAR OPRIMA ENTER"
3050 INPUT ZZ$
3051 INPUT " DESEAS LOS RESULTADOS EN FORMA GRAFICA (G) O EN
FIGURA DE DOS DIMENSIONES (F)"; B$
3052 IF B$ = "G" OR B$ = "g" THEN 3060 ELSE 3053
3053 IF B$ = "F" OR B$ = "f" THEN 3065 ELSE 3051
3060 GOSUB 6000
3062 GOSUB 7000
3065 CLS
3070 REM /////// SUBRUTINA PRINCIPAL ///////////////////////////
3080 FOR J = 0 TO L2
3090 FOR I = 0 TO L1
3100 KS(I, J) = .00145
3110 DS(I, J) = 1.55
3120 CPS(I, J) = .27
3130 KM(I, J) = .53
3140 DM(I, J) = 2.7
3150 CPM(I, J) = .26
3160 NEXT I
3170 NEXT J
```

```
3180 FOR J = 0 TO L2
3190 FOR I = 0 TO L1
3200 ALFS(I, J) = KS(I, J) / (DS(I, J) * CPS(I, J))
3210 ALFM(I, J) = KM(I, J) / (DM(I, J) * CPM(I, J))
3220 FOS(I, J) = (ALFS(I, J) * IT) / (DX ^ 2)
3230 FOM(I, J) = (ALFM(I, J) * IT) / (DX ^ 2)
3240 BIS(I, J) = (H * DX) / (KS(I, J))
3250 NEXT I
3260 NEXT J
3270 FOR J = 0 TO L2
3280 FOR I = 0 TO L1
3290 IF J > 0 THEN 3380
3300 IF I > 0 THEN 3330
3310 TP(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J) - 2 * FOS(I, J) * BIS(I, J))
* TP(I, J) + (2 * FOS(I, J)) * (TP(I + 1, J) + TP(I, J + 1)) +
(2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
3320 GOTO 4950
3330 IF I < L1 THEN 3340 ELSE 3360
3340 TP(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J) - 2 * FOS(I, J) * BIS(I, J))
* TP(I, J) + (FOS(I, J)) * (2 * TP(I, J + 1) + TP(I - 1, J) +
TP(I + 1, J)) + (2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
3350 GOTO 4950
3360 TP(I, J) = (1 - (4 * FOS(I, J)) * (1 + BIS(I, J))) *
TP(I, J) + (2 * FOS(I, J)) * (TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1)) +
(4 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
3370 GOTO 4950
3380 IF J < A THEN 3390 ELSE 3470
3390 IF I > 0 THEN 3420
3400 TP(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(2 * TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3410 GOTO 4950
3420 IF I < L1 THEN 3430 ELSE 3450
3430 TP(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3440 GOTO 4950
3450 TP(I, J) = (1 - FOS(I, J) * (4 + 2 * BIS(I, J))) *
TP(I, J) + FOS(I, J) * (2 * TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1) +
TP(I, J - 1)) + (2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
3460 GOTO 4950
3470 IF J = A THEN 3480 ELSE 3710
3480 IF I > 0 THEN 3510
3490 TP(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(2 * TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3500 GOTO 4950
3510 IF I < (X1 / DX) THEN 3520 ELSE 3540
3520 TP(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3530 GOTO 4950
3540 IF I = (X1 / DX) THEN 3550 ELSE 3580
```

```
3550 PAR1(I, J) = 3 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J)
* KS(I, J))
3560 TF(I, J) = (1 - (12 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J) + 2 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * (TP(I + 1, J) + TP(I, J + 1)) +
((4 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J))) * (TP(I - 1, J) + TP(I, J - 1))
3570 GOTO 4890
3580 IF I < (X3 / DX) THEN 3590 ELSE 3620
3590 PAR1(I, J) = 1 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J)
* KS(I, J))
3600 TF(I, J) = (1 - (4 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J)) *
TP(I, J - 1)) + ((2 / KS(I, J)) / (PAR1(I, J))) *
(TP(I, J + 1)) + ((1 / KM(I, J) + 1 / KS(I, J)) / PAR1(I, J))
* (TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J))
3610 GOTO 4890
3620 IF I = (X3 / DX) THEN 3630 ELSE 3660
3630 PAR1(I, J) = 3 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J)
* KS(I, J))
3640 TF(I, J) = (1 - (12 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J) + 2 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * (TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1)) + ((4 / KM(I, J))
/ (PAR1(I, J))) * (TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1))
3650 GOTO 4890
3660 IF I < L1 THEN 3670 ELSE 3690
3670 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3680 GOTO 4950
3690 TF(I, J) = (1 - FOS(I, J) * (4 + 2 * BIS(I, J))) *
TP(I, J) + FOS(I, J) * (2 * TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1) +
TP(I, J - 1)) + (2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
3700 GOTO 4950
3710 IF J < B THEN 3720 ELSE 3940
3720 IF I > 0 THEN 3750
3730 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J))
* (2 * TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3740 GOTO 4950
3750 IF I < (X1 / DX) THEN 3760 ELSE 3780
3760 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J))
* (TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3770 GOTO 4950
3780 IF I = (X1 / DX) THEN 3790 ELSE 3820
3790 PAR1(I, J) = 1 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J)
* KS(I, J))
3800 TF(I, J) = (1 - (4 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J)) *
TP(I - 1, J)) + ((2 / KS(I, J)) / (PAR1(I, J))) *
(TP(I + 1, J))+ ((1 / KM(I, J) + 1 / KS(I, J)) / PAR1(I, J))
* (TP(I, J + 1)+ TP(I, J - 1))
3810 GOTO 4890
3820 IF I < (X3 / DX) THEN 3830 ELSE 3850
3830 TF(I, J) = (1 - 4 * FOM(I, J)) * TP(I, J) + (FOM(I, J))
* (TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
```

```
3840 GOTO 4890
3850 IF I = (X3 / DX) THEN 3860 ELSE 3890
3860 PAR1(I, J) = 1 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J)
* KS(I, J))
3870 TF(I, J) = (1 - (4 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J)) *
TP(I + 1, J)) + ((2 / KS(I, J)) / (PAR1(I, J))) *
(TP(I - 1, J)) + ((1 / KM(I, J) + 1 / KS(I, J)) / PAR1(I, J))
* (TP(I, J + 1) + TP(I, J - 1))
3880 GOTO 4890
3890 IF I < L1 THEN 3900 ELSE 3920
3900 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J))
* (TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3910 GOTO 4950
3920 TF(I, J) = (1 - FOS(I, J) * (4 + 2 * BIS(I, J))) *
TP(I, J) + FOS(I, J) * (2 * TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1) +
TP(I, J - 1)) + (2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
3930 GOTO 4950
3940 IF J = B THEN 3950 ELSE 4250
3950 IF I > 0 THEN 3980
3960 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(2 * TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
3970 GOTO 4950
3980 IF I < (X1 / DX) THEN 3990 ELSE 4010
3990 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4000 GOTO 4950
4010 IF I = (X1 / DX) THEN 4020 ELSE 4050
4020 PAR1(I, J) = 1 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J) *
KS(I, J))
4030 TF(I, J) = (1 - (4 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J)) *
TP(I - 1, J)) + ((2 / KS(I, J)) / (PAR1(I, J))) *
(TP(I + 1, J)) + ((1 / KM(I, J) + 1 / KS(I, J)) / PAR1(I, J))
* (TP(I, J + 1) + TP(I, J - 1))
4040 GOTO 4890
4050 IF I < (X2 / DX) THEN 4060 ELSE 4080
4060 TF(I, J) = (1 - 4 * FOM(I, J)) * TP(I, J) + (FOM(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4070 GOTO 4890
4080 IF I = (X2 / DX) THEN 4090 ELSE 4120
4090 PAR1(I, J) = 3 / (FOM(I, J) * KS(I, J)) + 1 / (FOS(I, J)
* KM(I, J))
4100 TF(I, J) = (1 - (12 / KS(I, J) + 4 / KM(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J) + 2 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * (TP(I + 1, J) + TP(I, J + 1)) + ((4 / KS(I, J))
/ (PAR1(I, J))) * (TP(I - 1, J) + TP(I, J - 1))
```

```
4110 GOTO 4890
4120 IF I < (X3 / DX) THEN 4130 ELSE 4160
4130 PAR1(I, J) = 1 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J)
* KS(I, J))
4140 TF(I, J) = (1 - (4 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J)) *
TP(I, J + 1)) + ((2 / KS(I, J)) / (PAR1(I, J))) * (TP(I, J - 1))
+ ((1 / KM(I, J) + 1 / KS(I, J)) / PAR1(I, J)) * (TP(I + 1, J)
+ TP(I - 1, J))
4150 GOTO 4890
4160 IF I = (X3 / DX) THEN 4170 ELSE 4200
4170 PAR1(I, J) = 3 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J)
* KS(I, J))
4180 TF(I, J) = (1 - (12 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J) + 2 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * (TP(I - 1, J) + TP(I, J - 1)) + ((4 / KM(I, J))
/ (PAR1(I, J))) * (TP(I + 1, J) + TP(I, J + 1))
4190 GOTO 4890
4200 IF I < L1 THEN 4210 ELSE 4230
4210 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4220 GOTO 4950
4230 TF(I, J) = (1 - FOS(I, J) * (4 + 2 * BIS(I, J))) * TP(I, J)
+ FOS(I, J) * (2 * TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1) + TP(I, J - 1)) +
(2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
4240 GOTO 4950
4250 IF J < C THEN 4260 ELSE 4480
4260 IF I > 0 THEN 4290
4270 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(2 * TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4280 GOTO 4950
4290 IF I < (X1 / DX) THEN 4300 ELSE 4320
4300 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4310 GOTO 4950
4320 IF I = (X1 / DX) THEN 4330 ELSE 4360
4330 PAR1(I, J) = 1 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J) *
KS(I, J))
4340 TF(I, J) = (1 - (4 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J)) *
TP(I - 1, J)) + ((2 / KS(I, J)) / (PAR1(I, J))) * (TP(I + 1, J))
+ ((1 / KM(I, J) + 1 / KS(I, J)) / PAR1(I, J)) * (TP(I, J + 1) +
TP(I, J - 1))
4350 GOTO 4890
4360 IF I < (X2 / DX) THEN 4370 ELSE 4390
4370 TF(I, J) = (1 - 4 * FOM(I, J)) * TP(I, J) + (FOM(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4380 GOTO 4890
4390 IF I = (X2 / DX) THEN 4400 ELSE 4430
4400 PAR1(I, J) = 1 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J) *
KS(I, J))
```

```
4410 TF(I, J) = (1 - (4 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J)) *
TP(I + 1, J)) + ((2 / KS(I, J)) / (PAR1(I, J))) * (TP(I - 1, J))
+ ((1 / KM(I, J) + 1 / KS(I, J)) / PAR1(I, J)) * (TP(I, J + 1) +
TP(I, J - 1))
4420 GOTO 4890
4430 IF I < L1 THEN 4440 ELSE 4460
4440 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4450 GOTO 4950
4460 TF(I, J) = (1 - FOS(I, J) * (4 + 2 * BIS(I, J))) * TP(I, J)
+ FOS(I, J) * (2 * TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1) + TP(I, J - 1)) +
(2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
4470 GOTO 4950
4480 IF J = C THEN 4490 ELSE 4720
4490 IF I > 0 THEN 4520
4500 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(2 * TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4510 GOTO 4950
4520 IF I < (X1 / DX) THEN 4530 ELSE 4550
4530 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4540 GOTO 4950
4550 IF I = (X1 / DX) THEN 4560 ELSE 4590
4560 PAR1(I, J) = 3 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J) *
KS(I, J))
4570 TF(I, J) = (1 - (12 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J) + 2 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * (TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1)) + ((4 / KM(I, J))
/ (PAR1(I, J))) * (TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1))
4580 GOTO 4890
4590 IF I < (X2 / DX) THEN 4600 ELSE 4630
4600 PAR1(I, J) = 1 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J) *
KS(I, J))
4610 TF(I, J) = (1 - (4 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J)) / (PAR1(I, J)) *
TP(I, J + 1)) + ((2 / KS(I, J)) / (PAR1(I, J))) * (TP(I, J - 1))
+ ((1 / KM(I, J) + 1 / KS(I, J)) / PAR1(I, J)) * (TP(I + 1, J) +
TP(I - 1, J))
4620 GOTO 4890
4630 IF I = (X2 / DX) THEN 4640 ELSE 4670
4640 PAR1(I, J) = 3 / (FOS(I, J) * KM(I, J)) + 1 / (FOM(I, J) *
KS(I, J))
4650 TF(I, J) = (1 - (12 / KM(I, J) + 4 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * TP(I, J) + ((2 / KM(I, J) + 2 / KS(I, J)) /
(PAR1(I, J))) * (TP(I - 1, J) + TP(I, J - 1)) + ((4 / KM(I, J))
/ (PAR1(I, J))) * (TP(I + 1, J) + TP(I, J + 1))
4660 GOTO 4890
4670 IF I < L1 THEN 4680 ELSE 4700
4680 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
```

```
4690 GOTO 4950
4700 TF(I, J) = (1 - FOS(I, J) * (4 + 2 * BIS(I, J))) * TP(I, J)
+ FOS(I, J) * (2 * TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1) + TP(I, J - 1)) +
(2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
4710 GOTO 4950
4720 IF J < L2 THEN 4730 ELSE 4810
4730 IF I > 0 THEN 4760
4740 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(2 * TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4750 GOTO 4950
4760 IF I < L1 THEN 4770 ELSE 4790
4770 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J)) * TP(I, J) + (FOS(I, J)) *
(TP(I - 1, J) + TP(I + 1, J) + TP(I, J - 1) + TP(I, J + 1))
4780 GOTO 4950
4790 TF(I, J) = (1 - FOS(I, J) * (4 + 2 * BIS(I, J))) *
TP(I, J) + FOS(I, J) * (2 * TP(I - 1, J) + TP(I, J + 1) +
TP(I, J - 1)) + (2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
4800 GOTO 4950
4810 IF I > 0 THEN 4840
4820 TF(I, J) = (1 - (4 * FOS(I, J)) - (2 * FOS(I, J) *
BIS(I, J))) * TP(I, J) + ((2 * FOS(I, J)) * (TP(I + 1, J) +
TP(I, J - 1))) + (2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
4830 GOTO 4950
4840 IF I = L1 THEN 4870
4850 TF(I, J) = (1 - FOS(I, J) * (4 + 2 * BIS(I, J))) *
TP(I, J) + FOS(I, J) * (2 * TP(I, J - 1) + TP(I - 1, J) +
TP(I + 1, J)) + (2 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
4860 GOTO 4950
4870 TF(I, J) = (1 - 4 * FOS(I, J) * (1 + BIS(I, J))) * TP(I, J)
+ (2 * FOS(I, J) * (TP(I - 1, J) + TP(I, J - 1))) +
(4 * FOS(I, J) * BIS(I, J) * TA)
4880 GOTO 4950
4890 SE1 = 660 - TF(I, J)
4900 IF SE1 < 0 THEN 4950
4910 QR = QLE(I, J) - SE1
4920 QLE(I, J) = QR
4930 IF QLE(I, J) > 0 THEN 4940 ELSE 4950
4940 TF(I, J) = 660
4950 NEXT I
4960 NEXT J
4970 REM ////////// CONTADOR ////////////////////////////////////
4980 IT1 = IT + W
4990 FOR I = 1 TO T
5000 IF TT < IT1 THEN 5240
5010 IF IT1 - (IT / 2) < Z(I) AND IT1 + (IT / 2) > Z(I) THEN 5130
5020 NEXT I
5030 IF IT1 > Y THEN 5240
5040 FOR J = 0 TO M
5050 FOR I = 0 TO N
5060 TP(I, J) = TF(I, J)
```

```
5070 NEXT I
5080 NEXT J
5090 W = IT1
5100 REM LOCATE 21,2:PRINT "TIEMPO:";IT1;"TEMP(2,2)";TF(2,2);
"QLE(2,2)";QLE(2,2)
5101 IF B$ = "G" OR B$ = "g" THEN 5105 ELSE 5107
5105 GOSUB 8000
5106 GOTO 3070
5107 GOSUB 9000
5110 GOTO 3070
5120 REM ////////// RESULTADOS ///////////////////////////////////
5130 CLS
5140 LOCATE 5, 10: PRINT "TEMPERATURAS AL TIEMPO:"; IT1
5150 LOCATE 8, 10: PRINT "    "
5160 FOR J = 0 TO M
5170 FOR I = 0 TO N
5180 PRINT CINT(TF(I, J)); "    ";
5190 NEXT I
5200 PRINT "    "
5210 NEXT J
5220 INPUT " OPRIMA ENTER PARA CONTINUAR:", ZZ$
5230 GOTO 5030
5240 PRINT " FIN"
5999 REM //// SUBRUTINA DE No. DE CURVAS //////////////////////
6000 CLS
6010 PRINT " Introdusca el numero total de nodos en el dominio"
del metal "
6020 INPUT " cuya curva de enfriamiento desea obtener "; N1
6030 DIM I1(N1), J1(N1), X5(N1), Y5(N1)
6040 FOR K = 1 TO N1
6050 V1 = V1 + 1
6060 PRINT " Curva No. "; V1
6070 INPUT " Coordenada I del nodo "; I1(K)
6080 INPUT " Coordenada J del nodo "; J1(K)
6090 NEXT K
6100 CLS
6110 RETURN
7000 REM ///// SUBRUTINA GRAFICA ///////////////////////////////
7010 CLS
7020 KEY OFF
7030 SCREEN 2
7040 LINE (100, 30)-(100, 130)
7050 LINE (100, 130)-(600, 130)
7060 LINE (600, 30)-(600, 130)
7070 LINE (600, 30)-(100, 30)
7080 FOR I = 0 TO 7
7090 LINE (98, 30 + I * (16.67))-(100, 30 + I * (16.67))
7100 NEXT I
7110 FOR I = 0 TO 10
7120 LINE (602, 30 + I * (10))-(600, 30 + I * (10))
```

```
7130 NEXT I
7140 FOR I = 0 TO 5
7150 LINE (100 + I * 100, 142)-(100 + I * 100, 139)
7160 NEXT I
7170 LOCATÉ 10, 2: PRINT " T(C)"
7180 LOCATE 20, 40: PRINT " t(s)"
7190 LOCATE 10, 77: PRINT " Fs "
7200 LOCATE 5, 8: PRINT "800"
7210 LOCATE 8, 8: PRINT "750"
7220 LOCATE 11, 8: PRINT "700"
7230 LOCATE 14, 8: PRINT "650"
7240 LOCATE 15, 8: PRINT "600"
7250 LOCATE 16, 8: PRINT "550"
7260 LOCATE 17, 8: PRINT "500"
7280 LOCATE 19, 13: PRINT "0"
7290 LOCATE 19, 23: PRINT "100"
7300 LOCATE 19, 33: PRINT "200"
7310 LOCATE 19, 43: PRINT "300"
7320 LOCATE 19, 53: PRINT "400"
7330 LOCATE 19, 72: PRINT "500"
7340 LOCATE 4, 77: PRINT "1"
7360 LOCATE 17, 77: PRINT "0"
7370 RETURN
8000 REM ////// RESULTADOS GRAFICOS ////////////////////////////
8010 FOR K = 1 TO N1
8020 X5 = 100 + ((10) * IT1)
8030 Y5 = 130 - (1 / 3) * (TF(I1(K), J1(K)) - 500)
8040 PSET (X5, Y5)
8050 NEXT K
8060 RETURN
8999 REM ////// RESULTADOS GEOMETRICOS ////////////////////////
9000 SCREEN 1
9001 REM COLOR 2,3
9005 FOR J = 0 TO N
9010 FOR I = 0 TO N
9020 IF FT(I, J) = 11 THEN 9150 ELSE 9030
9030 IF FT(I, J) = 12 THEN 9150 ELSE 9040
9040 IF FT(I, J) = 13 THEN 9150 ELSE 9050
9050 IF FT(I, J) = 14 THEN 9150 ELSE 9060
9060 IF FT(I, J) = 15 THEN 9150 ELSE 9070
9070 IF FT(I, J) = 16 THEN 9150 ELSE 9080
9080 IF FT(I, J) = 26 THEN 9150 ELSE 9090
9090 IF FT(I, J) = 27 THEN 9150 ELSE 9100
9100 IF FT(I, J) = 28 THEN 9150 ELSE 9110
9110 IF FT(I, J) = 29 THEN 9150 ELSE 9120
9120 IF FT(I, J) = 30 THEN 9150 ELSE 9130
9130 IF FT(I, J) = 31 THEN 9150 ELSE 9140
9140 IF FT(I, J) = 32 THEN 9150 ELSE 9230
9150 IF TF(I, J) > 660 THEN 9160 ELSE 9180
9160 PSET (30 + (I * 10), (J * 10)), 1
```

```
9170 GOTO 9230
9180 IF TF(I, J) = 660 THEN 9190 ELSE 9210
9190 PSET (30 + (I * 10), (J * 10)), 2
9200 GOTO 9230
9210 PSET (30 + (I * 10), (J * 10)), 0
9211 P10 (I,J)>0 THEN 9230
9212 P10(I, J) = 1
9213 NS = NS + 1
9214 NVR = NM + NS
9215 IF NVR > NDF THEN 9230
9216 END
9230 NEXT I
9240 NEXT J
9250 RETURN
```