

01181  
2  
2ej

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
Facultad de Ingeniería

ZONACION Y MICROZONACION OPTIMAS

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA  
FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
POR JAIME GARCIA PEREZ

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERIA  
(estructura)

CIUDAD UNIVERSITARIA  
JULIO DE 1994

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## ZONACION Y MICROZONACION OPTIMAS

Jaime García Pérez

**RESUMEN:** Se estudia la zonación considerando dos criterios de diseño. En el primero, los reglamentos requieren que las estructuras sean diseñadas para parámetros no menores que ciertos valores especificados, y solamente es de interés el costo inicial. En el segundo criterio no existe esta restricción, y diseñamos de tal manera que se minimice la esperanza del valor presente del costo total, incluyendo el costo inicial y el de mantenimiento así como las pérdidas debido a daños y falla. Llamamos a estas formas de zonación, para la minimización del costo inicial y total respectivamente. En ambos tipos de zonación, dado el número de zonas, sus fronteras y los coeficientes de diseño deben ser tal que minimicen la esperanza del valor presente de todas las estructuras que se construirán en la región. Centramos la presentación en la zonación sísmica; no obstante, el marco conceptual y la metodología se aplican igualmente a la zonación en diseño estructural para resistir otras acciones que varían con la geografía, tales como viento, cargas térmicas y de nieve, y también para condiciones más generales. Se demuestra que cuando el número de estructuras de los tipos que se construirán y las sismicidades que determinan los parámetros de diseño satisfacen ciertas restricciones, las fronteras zonales coinciden con curvas isoparamétricas y los problemas pueden reducirse a una dimensión. De otra manera las fronteras en zonación para minimización del costo inicial coincide segmentalmente con curvas isoparamétricas o con líneas donde una cierta función de costo unitario y del número de estructuras que se construirán cambia de signo. Mientras que la zonación se hace en relación con los movimientos del terreno sobre roca basal o terreno firme, la microzonación consiste en dividir una región en porciones considerando la influencia de las condiciones topográficas y de suelo locales. Se abordan aquí también los problemas que no pueden reducirse a una sola dimensión. Se trata a la microzonación como un caso especial de la zonación. Se proponen y se aplican diferentes métodos para resolver los distintos problemas.

Vo. Bo.



Dr. Luis Esteva Maraboto

Asesor de tesis

## OPTIMAL ZONING AND MICROZONING

Jaime García Pérez

**ABSTRACT:** We consider zoning for two design criteria. In the first, norms require that structures be designed for parameters not smaller than some specified values, and only initial cost is of concern. In the second criterion there is no such constraint, and we design so as to minimize the expected present value of the total cost, including the initial and maintenance costs as well as losses due to damage and failure. We refer to these forms of zoning as zoning for initial- and for total-cost minimization, respectively. In both, given the number of zones, their boundaries and the design coefficients must be such as to minimize the expected present value of all the structures to be built in the region. We specialize the presentation to seismic zoning; yet, the conceptual framework and the methodology are equally applicable to zoning for structural design to resist other actions that vary with geography, such as wind, thermal and snow loads, and for more general conditions as well. We show that when the number of structures of the types that will be built and the seismicities that determine the design parameters satisfy certain restrictions, zone boundaries coincide with isoparametric curves and the problems can be reduced to 1D. Otherwise the boundaries in zoning for initial-cost minimization coincide segmentally with such curves or with lines where a certain function of unit cost and of the numbers of structures to be built changes sign. While zoning is done in relation to ground motions on horizontal base rock or firm ground, microzoning consists in dividing a region into portions considering the influence of local topographical and soil conditions. We also deal with problems not reducible to a single dimension. Microzoning is treated here as a special case of zoning. Different methods are proposed and applied to solve the various kinds of problems.

Vo. Bo.



Dr. Luis Esteva Maraboto

Asesor de tesis

A LA MEMORIA DEL DR.  
EMILIO ROSENBLUETH DEUTSCH<sup>†</sup>

## ZONACION Y MICROZONACION OPTIMAS

Jaime García Pérez

**RESUMEN:** Se estudia la zonación considerando dos criterios de diseño. En el primero, los reglamentos requieren que las estructuras sean diseñadas para parámetros no menores que ciertos valores especificados, y solamente es de interés el costo inicial. En el segundo criterio no existe esta restricción, y diseñamos de tal manera que se minimice la esperanza del valor presente del costo total, incluyendo el costo inicial y el de mantenimiento así como las pérdidas debido a daños y falla. Llamamos a estas formas de zonación, para la minimización del costo inicial y total respectivamente. En ambos tipos de zonación, dado el número de zonas, sus fronteras y los coeficientes de diseño deben ser tal que minimicen la esperanza del valor presente de todas las estructuras que se construirán en la región. Centramos la presentación en la zonación sísmica; no obstante, el marco conceptual y la metodología se aplican igualmente a la zonación en diseño estructural para resistir otras acciones que varían con la geografía, tales como viento, cargas térmicas y de nieve, y también para condiciones más generales. Se demuestra que cuando el número de estructuras de los tipos que se construirán y las sismicidades que determinan los parámetros de diseño satisfacen ciertas restricciones, las fronteras zonales coinciden con curvas isoparamétricas y los problemas pueden reducirse a una dimensión. De otra manera las fronteras en zonación para minimización del costo inicial coincide segmentalmente con curvas isoparamétricas o con líneas donde una cierta función de costo unitario y del número de estructuras que se construirán cambia de signo. Mientras que la zonación se hace en relación con los movimientos del terreno sobre roca basal o terreno firme, la microzonación consiste en dividir una región en porciones considerando la influencia de las condiciones topográficas y de suelo locales. Se abordan aquí también los problemas que no pueden reducirse a una sola dimensión. Se trata a la microzonación como un caso especial de la zonación. Se proponen y se aplican diferentes métodos para resolver los distintos problemas.

## OPTIMAL ZONING AND MICROZONING

Jaime García Pérez

**ABSTRACT:** We consider zoning for two design criteria. In the first, norms require that structures be designed for parameters not smaller than some specified values, and only initial cost is of concern. In the second criterion there is no such constraint, and we design so as to minimize the expected present value of the total cost, including the initial and maintenance costs as well as losses due to damage and failure. We refer to these forms of zoning as zoning for initial- and for total-cost minimization, respectively. In both, given the number of zones, their boundaries and the design coefficients must be such as to minimize the expected present value of all the structures to be built in the region. We specialize the presentation to seismic zoning; yet, the conceptual framework and the methodology are equally applicable to zoning for structural design to resist other actions that vary with geography, such as wind, thermal and snow loads, and for more general conditions as well. We show that when the number of structures of the types that will be built and the seismicities that determine the design parameters satisfy certain restrictions, zone boundaries coincide with isoparametric curves and the problems can be reduced to 1D. Otherwise the boundaries in zoning for initial-cost minimization coincide segmentally with such curves or with lines where a certain function of unit cost and of the numbers of structures to be built changes sign. While zoning is done in relation to ground motions on horizontal base rock or firm ground, microzoning consists in dividing a region into portions considering the influence of local topographical and soil conditions. We also deal with problems not reducible to a single dimension. Microzoning is treated here as a special case of zoning. Different methods are proposed and applied to solve the various kinds of problems.

## ZONACION Y MICROZONACION OPTIMAS

### INDICE

1. INTRODUCCION	1
2. REGIONALIZACION SISMICA	3
3. ZONACION SISMICA PARA MINIMIZACION DEL COSTO INICIAL EN PROBLEMAS REDUCIBLES A UNA DIMENSION	6
4. ZONACION SISMICA PARA MINIMIZACION DEL COSTO TOTAL EN PROBLEMAS REDUCIBLES A UNA DIMENSION	33
5. ZONACION SISMICA EN PROBLEMAS NO REDUCIBLES A UNA DIMENSION	44
6. CONCLUSIONES	68
7. AGRADECIMIENTOS	70
8. REFERENCIAS	71

### APENDICES

APENDICE 1. CONVERGENCIA EN APROXIMACIONES SUCCESIVAS	74
APENDICE 2. COEFICIENTES OPTIMOS	75
APENDICE 3. VALOR ESPERADO DE COSTOS	80



## LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1	Módulos de sección demandados	20
Tabla 3.2	Valores óptimos de módulos de sección	21
Tabla 3.3	Coefficientes de diseño y costos, minimización del costo inicial	22
Tabla 4.1	Coefficientes de diseño y costos, minimización del costo total	41
Tabla 5.1	Configuraciones para $n_1=n_2=4$ , $K=2$	55
Tabla 5.2	Configuraciones para $n_1=3$ , $n_2=2$ , $K=3$	55
Tabla 5.3	Capacidad máxima requerida y número de estructuras	56
Tabla 5.4	Configuraciones posibles	56
Tabla 5.5	Datos de las distintas celdas de la región a zonificar	57
Tabla 5.6	Valores de coeficientes y costos	57

## LISTA DE FIGURAS

Fig 3.1	Interpretación gráfica del segundo método paso a paso	23
Fig 3.2	Procedimiento gráfico para 5 tamaños óptimos	24
Fig 3.3	Frontera óptima que coincide con curva isoparamétrica	25
Fig 3.4	Ajuste de la frontera óptima	26
Fig 3.5	Histograma y función de densidad de demandas	27
Fig 3.6	Variación del costo con el módulo de sección	28
Fig 3.7	Valores óptimos de los perfiles	29
Fig 3.8	Coefficientes de diseño y número de estructuras por km <sup>2</sup>	30
Fig 3.9	Variación del costo con el área	31
Fig 3.10	Zonación sin restricciones, costo inicial	32
Fig 4.1	Ordenadas espectrales y número de estructuras por km <sup>2</sup> y por unidad de tiempo	42
Fig 4.2	Zonación sin restricciones, costo total	43
Fig 5.1	Fronteras para diseño de minimización del costo inicial con dos tipos de estructura, $Z_{ik} < Z_{ii}$	58
Fig 5.2	Ejemplo de procedimiento iterativo a),b) curvas isoparamétricas c) fronteras óptimas	59
Fig 5.3	Frontera óptima para coeficientes de diseño dados, $\zeta_k > 0$	60
Fig 5.4	Frontera óptima para coeficientes de diseño dados, $\zeta_k < 0$	61
Fig 5.5	Fronteras óptimas para cambios de signo en $\zeta_k$	62
Fig 5.6	Ejemplo iterativo para minimización del costo total	63
Fig 5.7	Límites jurisdiccionales e isosistas, minimización del costo inicial	64
Fig 5.8	Zonación para minimización del costo inicial	65
Fig 5.9	Límites jurisdiccionales e isosistas, minimización del costo total	66
Fig 5.10	Zonación para minimización del costo total	67
Fig A2.1	Variación de $\zeta$ en función de $z/c$	79

## 1. INTRODUCCION

Por mucho tiempo, los mapas de sismicidad se han dibujado basándose en una interpretación cuantitativa de datos históricos y consideración de características tectónicas. Estos mapas se caracterizan por estar en función de los periodos de recurrencia de intensidades sísmicas máximas (aceleraciones o velocidades del terreno) por zonas.

Cuando se zonifica, lo más frecuente es requerir que toda estructura se diseñe para el valor más desfavorable del parámetro relevante. Tal criterio implica que existan estructuras que estarán sobrediseñadas, y por tanto existe un costo por haber zonificado. Es posible zonificar también para diseño óptimo de cada tipo de estructura en cada zona, lo que implica un costo menor por zonación. Los criterios aplicables a zonación lo son también a microzonación, con algunas modalidades, y así se presentarán en este trabajo.

Se resuelve el problema de establecer las fronteras entre las zonas de tal forma que se minimice la pérdida originada por la zonación. Las técnicas desarrolladas se emplean para definir las zonas o microzonas sísmicas de una región.

En el capítulo 2 se presentan los estudios de regionalización sísmica que se han realizado para la República Mexicana y para el área metropolitana de la ciudad de México.

Abordamos primeramente el problema de zonificar por sismo una región en forma óptima cuando este problema puede reducirse a una dimensión y es entonces formalmente igual a la optimación de un catálogo de productos estandarizados definidos por un solo parámetro.

El capítulo 3 se refiere al caso en que las normas de las que la zonación forma parte marcan que ninguna estructura deba diseñarse para un coeficiente menor que el especificado en un mapa de curvas isoparamétricas, así que, al zonificar, casi todas las estructuras quedan

sobrediseñadas. El problema consiste en hallar las fronteras interzonales que minimicen el desperdicio causado por la zonación.

En el capítulo 4 se busca establecer tanto las fronteras que delimitan óptimamente las zonas como los coeficientes de diseño que resultan óptimos en las zonas, considerando tanto el costo de la estructura como el ocasionado por los sismos; con este enfoque unas estructuras quedan sobrediseñadas y las demás subdiseñadas; aun así la zonación implica un sobre costo global, si bien muy inferior al desperdicio que introduce la práctica tratada en el capítulo anterior.

En el capítulo 5 se extienden los métodos de zonación óptima a problemas que deben tratarse en dos dimensiones, tanto para la minimización del costo inicial como la del costo total.

Cada capítulo del presente trabajo contiene una descripción de los aspectos tratados, así como ejemplos de aplicación. Las figuras y tablas correspondientes se localizan al final de cada capítulo.

## 2. REGIONALIZACION SISMICA

En documentos normativos y en aquellos que han de servir como bases para elaborarlos es usual presentar la sismicidad de una región como conjuntos de curvas de ciertos parámetros relevantes (tales como aceleración máxima del terreno, aceleración efectiva máxima, velocidad máxima del terreno) correspondientes a determinados periodos de recurrencia y que se supone gobiernan íntegramente el diseño. La alternativa es zonificar la región. En la práctica es común zonificar intuitivamente a partir de las curvas de sismicidad para periodos de retorno específicos; este criterio trae como consecuencia desperdicios por haber zonificado.

El uso de curvas isoparamétricas es atractivo, tanto por estética como, a primera vista, por ser más digno de crédito que la zonación, pues existe un rechazo a creer que sitios contiguos merecen significativamente diferentes espectros de diseño o coeficientes de cortante basal. En algunos reglamentos, como en el de Costa Rica, se presentan mapas con curvas de valores constantes de aceleración en terreno firme para ciertos periodos de recurrencia, y se exige que toda estructura se diseñe para el valor de la aceleración que, en el mapa cuyo periodo de recurrencia se asocia a la importancia de la estructura, corresponde al sitio donde se construirá esta. Las curvas isoparamétricas, en la forma que se emplean tienen las siguientes desventajas:

- 1 Al formar un mapa para cada periodo de recurrencia elegido se implica que el arribo de los movimientos sísmicos obedece a un proceso de Poisson. Esta hipótesis presenta una limitación ya que los temblores que provocan daños severos a las estructuras son los que se presentan con cierta periodicidad y son mejor reproducidos por un proceso de renovación. Este proceso considera que los tiempos de interarribo de los temblores están gobernados por una función de distribución tal como la lognormal.
- 2 El argumento de la estética y credibilidad se descarta debido a la ambigüedad que estas curvas introducen a menos que se acompañen de reglas arbitrarias de interpolación.
- 3 La ambigüedad no se elimina a menos que los mapas sean presentados a escalas demasiado grandes.

Las objeciones citadas se superan con la zonación y de paso se facilita la aplicación

de las normas.

Debido a razones legales y prácticas, usaremos en general zonas definidas por fronteras jurisdiccionales; por ejemplo, para la República Mexicana generalmente emplearemos municipios y para el Distrito Federal vías de comunicación.

Se tienen dos condiciones, zonación y microzonación, con dos tipos de problemas que deseamos resolver en forma óptima: diseño de cada tipo de estructura para la peor condición que le corresponde en la zona, al que nos referiremos como *diseño para la minimización del costo inicial*, y *diseño para la minimización del costo total* de cada tipo de estructura en cada zona.

Tanto en el *diseño para la minimización del costo inicial* como en el *diseño para la minimización del costo total*, bajo ciertas condiciones el problema puede reducirse a una sola dimensión, por ejemplo, cuando existe un solo tipo de estructuras o, en ciertos casos, si se construirán varios tipos de estructuras que tienen las mismas isosistas generalizadas. Cuando este sea el caso serán aplicables los métodos de Lind y col (1976) para optimar catálogos de productos estandarizados. Por ello se expondrán aquí métodos de optimación de estos catálogos, tanto soluciones analíticas como una solución gráfica.

## **2.1 Mapas de sismicidad**

Se cuenta con mapas de riesgo sísmico y de regionalización sísmica para la República Mexicana, obtenidos de los estudios realizados por Esteva y Trigos (1976). Los mapas de riesgo muestran valores de aceleraciones y velocidades máximas del terreno correspondientes a periodos de recurrencia de 50, 100, y 500 años. Mediante un estudio de riesgo sísmico, que considera información sismológica disponible hasta 1974 y hace uso del conocimiento sobre las estructuras geotectónicas de las zonas sísmicas, los autores calculan tasas de excedencias de intensidades en terreno firme, lo que posteriormente les permite dibujar los mapas mencionados. Los datos obtenidos de los mapas de riesgo sirven para estimar espectros de respuesta en terreno firme para periodos de recurrencia dados. Finalmente, con base en los mapas los autores dividen la República en cuatro zonas sísmicas. Estas zonas son las que se utilizan para fines de ingeniería de acuerdo con el Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE (1976), las cuales han sido actualizadas en 1993.

## **2.2 Microzonación del Distrito Federal**

Para el Distrito Federal, Marsal y col (1953) definen tres zonas en términos de las condiciones del subsuelo. Después del temblor de 1957 se emitieron Normas de Emergencia en las que las tres zonas sísmicas se denominan del lago, transición y firme, basadas en el trabajo mencionado. Con excepción del periodo 1966-1976 en que la zona de transición fue incorporada a la del lago, en los reglamentos del Distrito Federal la división original de tres zonas ha permanecido vigente. Una cuarta zona es la que contiene áreas donde no existe información suficiente que permita una clasificación entre las tres zonas anteriores. Esta zonación está correlacionada con la distribución de daños en edificios ocasionados por los temblores de 1957, 1979 y 1985. Iglesias y col (1987) proponen una nueva zonación sísmica del Distrito Federal que define dos nuevas zonas de alta intensidad, independientemente de la zonación geotécnica. Dicha recomendación se basa en la interpretación de las intensidades del sismo de 1985, inferidas a partir de una estimación gruesa de la capacidad estructural de ciertos tipos de edificio en sitios donde se presentaron daños intensos.

## **2.3 Zonación óptima**

Rosenblueth (1977) trata el problema de zonación óptima con ciertas limitaciones, ya que lo analiza en una dimensión, y considera un solo tipo de estructura y una caracterización simple de la sismicidad.

### 3. ZONACION SISMICA PARA MINIMIZACION DEL COSTO INICIAL EN PROBLEMAS REDUCIBLES A UNA DIMENSION

El criterio más común de zonación, al que llamaremos *minimización del costo inicial*, especifica que en cada zona se apliquen los valores más desfavorables de diseño que corresponden a ella. La zonación causa, pues, un desperdicio por sobrediseño. El problema consiste en hallar las fronteras interzonales óptimas: las que minimizan este desperdicio. Hay circunstancias en que el problema puede plantearse en una dimensión. Entonces es soluble mediante métodos aplicables a la optimización de catálogos. Aquí exponemos y adaptamos estos métodos, demostramos que las fronteras interzonales óptimas coinciden con curvas isoparamétricas ("isosistas" en cierto sentido) e ilustramos la aplicación de los métodos y sus adaptaciones. Tratamos la microzonación como un caso particular de zonación.

La zonación sísmica consiste en dividir una región en zonas, en cada una de las cuales se especifican ciertos parámetros constantes de diseño sísmico. Pueden esgrimirse argumentos contra la práctica de zonificar. Uno es estético, pues no resulta atractivo que los coeficientes de diseño varíen escalonadamente. El segundo es tal vez de credibilidad, ya que no parece verosímil que la sismicidad tenga valores muy diferentes en puntos infinitamente próximos entre sí. El tercero es económico, pues toda zonificación acarrea encarecimiento.

NC Lind (comunicación personal) defiende la adopción de zonaciones cuyas fronteras coincidan con límites jurisdiccionales. Con ello se evitan las ambigüedades causadas por el uso de curvas isoparamétricas, ambigüedades que pueden ser importantes cuando se acude a mapas de tamaño manejable, así como las arbitrariedades que introduce la interpolación. Adicionalmente se simplifica así la aplicación de las disposiciones normativas de las que la zonación forma parte. Nos parecen válidas tales razones, así que optaremos por este tipo de zonación.

Con el criterio más común de zonación sísmica se especifica que en cada zona se adopten para diseño los coeficientes más desfavorables que se hallarían en la superficie correspondiente si no se hubiera zonificado. Llamaremos a este criterio el de *minimización*



*del costo inicial.* Ya que la mayoría de las estructuras quedan entonces sobrediseñadas, puede incurrirse en un desperdicio apreciable. Como alternativa se antoja que en cada zona se especifiquen los coeficientes de diseño que resulten óptimos, en el sentido de que, una vez definida una zona, los coeficientes que le correspondan minimicen la esperanza del valor presente del costo total de las estructuras, incluyendo en este el inicial, el de mantenimiento y el de las pérdidas directas e indirectas por sismo. Parecería que este segundo criterio es el único racional a emplear en zonación sísmica. Sin embargo, la sociedad tiene un límite de tolerancia a los daños por sismo: en forma casi independiente de lo que cueste, exige que tales daños no sobrepasen de cierto límite, sea por unidad de tiempo o en términos de la esperanza de su valor presente; en particular la sociedad no tolera que el peligro de morir por accidente natural exceda de  $10^{-6}$  por año (Starr, 1969; Starr y Whipple, 1980). Ello exige en regiones de muy alta sismicidad el uso del primer criterio a que nos hemos referido. Es por tal motivo que en el presente trabajo abordaremos el problema de zonación sísmica sujeto al criterio de diseño conservador o de minimización del costo inicial. Lo justifica además lo extendida que está la práctica de adoptarlo en normas de diseño sísmico, y en optimización de catálogos de productos estandarizados hay también restricciones legales que lo justifican.

En rigor, minimizar el costo inicial de todas las estructuras o de todos los artículos que se suministren proporciona la solución óptima para el inversionista. Sería óptima también para la sociedad si el riesgo fuera nulo o independiente del coeficiente de diseño para estructuras diseñadas para coeficientes mayores que el especificado en cada punto como valor mínimo permisible, pero la intensidad sísmica bien puede exceder al valor especificado, la capacidad estructural bien puede ser menor que la calculada y, aun si esto no sucede, pueden presentarse daños menores. Dado que al elaborar normas de construcción estamos comprometidos a optimar, no para los inversionistas, sino para la sociedad, habremos entonces de combinar ambos criterios de diseño y de zonación. Por lo pronto en este capítulo nos conformaremos con abordar el problema de zonificar por sismo, y el muy semejante de optimar catálogos de productos estandarizados, cuando pueden reducirse a una dimensión y se busca minimizar el costo inicial.

Si no zonificáramos una región y pudiéramos hacer caso omiso de las objeciones que

enunciamos en cuanto al uso directo de curvas isoparamétricas, el costo inicial de una estructura dependería del tipo de construcción y del conjunto de coeficientes de diseño que correspondieran al sitio donde se construirá el inmueble, así como de las propiedades del suelo en el sitio y de otros factores también dependientes del sitio, como el precio de la mano de obra y el costo de transporte de materiales y maquinaria de construcción. (Se trata de un conjunto de coeficientes de diseño, no sólo del de cortante basal, pues la distribución de cortantes, los momentos torsionantes y demás elementos mecánicos pueden depender del sitio donde se ubicará la estructura. La necesidad de más de un coeficiente de diseño por estructura es particularmente evidente en construcciones de gran extensión, como los puentes.) La esperanza del valor presente del costo inicial de todas las estructuras en la región que interesa dependerá asimismo de la esperanza del valor presente del número de estructuras de cada tipo que se construirán por unidad de área, esperanza que llamaremos *demanda o frecuencia de uso*. Una vez que hubiéramos zonificado, la esperanza del valor presente ya no estaría determinada por los coeficientes de diseño en cada sitio, sino por los que corresponden a cada zona, así como por las fronteras de esta y de los demás conceptos que hemos mencionado y que varían de un sitio a otro. Al incremento en la esperanza del valor presente del costo por haber zonificado nos referimos como *desperdicio o costo de zonificar*. Nuestro problema consiste en establecer las fronteras óptimas, es decir las que minimicen el desperdicio.

El desperdicio será tanto menor cuanto más pequeñas sean las zonas y mayor su número. Por otra parte la aceptabilidad de una zonación y de las normas de que forma parte disminuye cuando el número de zonas es excesivo. En el presente trabajo tomaremos como dato el número de zonas de la región que interesa, suponiendo que se ha establecido aplicando criterio ingenieril teniendo a la vista cómo varía el desperdicio óptimo en función de este número.

Así expuesto, el problema es bidimensional, pues se desea que en cada zona sean constantes todos los coeficientes de diseño (al menos uno -el de cortante basal- por cada tipo de estructura que se vaya a construir en la región, definiendo los tipos cuando menos en función de su periodo fundamental de vibración), y no establecer una zonificación diferente para cada tipo, lo que permitiría trabajar con un problema unidimensional distinto para cada

tipo estructural. Aun si nos confinamos a coeficientes de corte basal una misma estructura puede tener dos coeficientes: uno en cada una de las dos direcciones ortogonales, o hasta tres coeficientes si se diseña también para aceleraciones verticales. Por otra parte pueden requerirse también más de un coeficiente de diseño por tipo de estructura cuando se diseña para evitar daños menores con alta tasa de excedencia, y contra colapso para eventos muy esporádicos. En ciertas circunstancias a las que nos referiremos y a las que confinaremos este capítulo, puede reducirse el problema a uno en una sola dimensión, lo que lo simplifica grandemente, y resolverse mediante métodos que son aplicables a la optimación de catálogos de productos estandarizados cuando cada artículo producido está caracterizado por un solo parámetro, es decir por un escalar, la cual ha recibido una amplia atención. Comenzaremos, pues, por abordar el problema en términos de catálogos.

### **3.1 Optimación de catálogos**

#### **3.1.1 Enunciado del problema**

En la forma sencilla que más directamente se relaciona con la zonación sísmica en la versión que nos interesa, la optimación de catálogos de productos estandarizados puede enunciarse como sigue: el tamaño o capacidad de un espécimen del producto es un escalar  $x$ , que puede ser una variable continua. (Entendemos por *tamaño* del producto una dimensión característica del mismo. Si se trata de polines o viguetas,  $x$  podrá ser, por ejemplo, el peralte de su sección transversal o su momento resistente en caso que la forma de esta sección se relacione unívocamente con  $x$ ; si de barras de refuerzo,  $x$  podrá ser su diámetro; si de motores,  $x$  podrá medir su potencia; etc.) Si el comprador solicita un tamaño que no está disponible, este podrá sustituirse por uno mayor. El tamaño que podrá ser solicitado estará comprendido en el intervalo  $(x^-, x^+)$ . La fábrica solo suministrará determinados tamaños  $x_k$ ,  $k=1, \dots, K$ ,  $x^- < x_1 < \dots < x_k \leq x^+$ . El costo  $u = u(x)$  de una unidad del producto, en el momento en que se fabrique, es función creciente de  $x$ . Por tanto la estandarización trae consigo un costo o desperdicio. Si no se hubiera estandarizado, el costo total (de hecho, esperanza del valor presente de dicho costo) de las unidades suministradas del producto en cuestión sería

$$U_0 = \int_{x^-}^{x^+} fu \, dx \quad (3.1)$$

donde  $f=f(x)$  es la frecuencia de uso demandada, es decir la esperanza del valor presente del número de unidades que se demandarán por unidad de  $x$ ; en otras palabras,  $f(x)dx$  es la frecuencia de uso entre los tamaños  $x$  y  $x+dx$ . Cuando hemos zonificado, el costo total vale

$$U = \sum_{k=1}^K u_k \int_{x_{k-1}}^{x_k} f \, dx \quad (3.2)$$

donde  $u_k=u(x_k)$ . Ello causa el desperdicio  $U-U_0$ , cuya minimización es nuestro propósito mediante la elección de las  $x_k$ . Ello equivale a minimizar  $U$ ; no obstante, en ciertos casos puede convenir trabajar con  $U-U_0$  para llevar contabilidad del costo de zonificar en  $K$  zonas.

Lind y col (1976) describen formas más generales de optimación de catálogos, en que se tienen en cuenta conceptos como los costos de diseño, almacenaje y transporte, así como la dependencia del costo en el número de unidades que se suministrarán de cada tamaño, la posibilidad de que se surta solo parte de la demanda y el hecho de que  $x$  sea vectorial. Algunos de estos conceptos son abordados por Hall (1978) y Reitman y Hall (1990) empleando métodos avanzados tales como la programación dinámica; los últimos autores consideran además las consecuencias de la economía de escala.

### 3.1.2 Soluciones paso a paso

*Generalidades.* Lind y col (1976) proponen dos métodos analíticos basados cada uno en un cambio de variable que permite establecer una relación de recurrencia tal que si se conoce la ubicación de la frontera interzonal  $k$  puede calcularse de manera sencilla la de la frontera  $k+1$ . Si suponemos la ubicación de la primera frontera podemos aplicar cualquiera de estos métodos para llegar a la  $k$ -ésima frontera. Si esta coincide con el extremo superior del dominio de  $x$  (o de  $u$ ), hemos resuelto el problema; de lo contrario podemos proceder por ensayo y error, modificando la posición de la primera frontera hasta que el error en la  $k$ -ésima sea suficientemente pequeño, o adoptar algún artificio de aproximaciones sucesivas para alcanzar este objetivo.

Ambos métodos se prestan asimismo para estimar simultáneamente la ubicación de todas las fronteras interiores y, mediante un procedimiento de perturbaciones, acercarse cada

vez más a la solución correcta. Uno de los métodos referidos admite también una solución gráfica.

La aplicabilidad de estos métodos parte de suponer ciertas condiciones de continuidad. Cuando estas no se cumplen es necesario explorar la posibilidad de que las ubicaciones de una o más fronteras interzonales coincidan con puntos en que no se satisfacen las condiciones mencionadas.

*Primer método.* Suponiendo que  $u(x)$  es continua con derivada positiva continua, posee como inversa  $x=x(u)$  con las mismas propiedades. Si hacemos que  $p(u)=(dx/du)f(x(u))$  denote la demanda por unidad de  $u$  con costos entre  $u$  y  $u+du$ , entonces la ec 3.2 se convierte en

$$U = \sum_{k=1}^K u_k B_k \quad (3.3)$$

donde  $B_k = \int_{u_{k-1}}^{u_k} p(u) du$ . Las derivadas parciales de  $U$  con respecto a las  $u_k$  son continuas.

Por tanto una condición necesaria para que  $U$  sea mínimo es que

$$\frac{\partial U}{\partial u_k} = 0 \quad k=1, \dots, K-1 \quad (3.4)$$

con  $u_k = u^+ = u(x^+)$ . Pero

$$\frac{\partial U}{\partial u_k} = B_k + u_k p_k - u_{k+1} p_k \quad (3.5)$$

Sustituyendo en la ec 3.4 resulta la relación recursiva

$$u_{k+1} = u_k + B_k / p_k \quad (3.6)$$

donde  $p_k = p(u_k)$ . De la ec 3.5 se infiere el siguiente algoritmo:

- 1 Supóngase  $u_1$
- 2 Calcúlense  $B_1$  y  $p_1$
- 3 Calcúlese  $u_2$  usando la ec 3.6
- 4 Repítanse los pasos 2 y 3, aumentando en 1 los subíndices hasta llegar a  $u_k$
- 5 Compárese  $u_k$  con  $u^+$ ; si la diferencia no es suficientemente pequeña, elíjase una nueva  $u_1$  y repítanse todos los pasos

*Segundo método.* Introduzcamos la variable  $z$  tal que  $dz=f(x)dx$ . La ec 3.2 toma entonces la forma

$$U = \sum_{k=1}^K (z_k - z_{k-1}) u_k \quad (3.7)$$

Condición necesaria: que  $\partial U/\partial z=0$ ,  $k=1,\dots,K-1$ . Pero

$$\frac{\partial U}{\partial z_k} = u_k + (z_k - z_{k-1}) \frac{du_k}{dz_k} - u_{k+1} = 0 \quad (3.8)$$

de donde se obtiene

$$\frac{u_{k+1} - u_k}{z_k - z_{k-1}} = \frac{du_k}{dz_k} \quad (3.9)$$

cuya interpretación gráfica se muestra en la fig 3.1, la cual se apoya en que  $u$  es función no decreciente de  $z$ . La hipotenusa del triángulo trazado con línea gruesa se ha tomado paralela a la tangente a la curva  $u(z)$  en  $z=z_k$ . Su pendiente vale por tanto  $du_k/dz_k$ , y es también igual a  $(u_{k+1}-u_k)/(z_k-z_{k-1})$  como lo exige la ec 3.9.

*Perturbaciones.* Con referencia al primer método, supongamos que estimamos las fronteras entre las zonas. Si nuestras estimaciones fueran correctas, entonces de acuerdo con la ec 3.5 deberíamos encontrar  $B_k + p_k u_k - p_k u_{k+1}$  igual a cero. Cualquier valor que tome esta función en la frontera  $k$  constituye un error que designaremos como  $\epsilon_k$ :

$$B_k - (u_{k+1} - u_k)p_k = \epsilon_k \quad (3.10)$$

Si introducimos cambios  $\Delta u_k$  en las  $u_k$  y suponemos que hay una relación lineal con las  $\epsilon_k$ , la ec 3.10 da  $N-1$  ecuaciones de la forma

$$p_{k-1}\Delta u_{k-1} + [(u_{k+1} - u_k)p'_k - 2p_k]\Delta u_k + p_k\Delta u_{k+1} = -\epsilon_k \quad (3.11)$$

a partir de las cuales podemos calcular las  $\Delta u_k$  requeridas para cancelar los errores  $\epsilon_k$ . Aquí  $p'_k = \partial p_k / \partial u_k$ . La matriz de coeficientes es tridiagonal. Puesto que la linealidad supuesta no es exacta, puede haber necesidad de repetir el procedimiento.

Análogamente con el segundo método, si estimamos las fronteras interzonales y llamamos  $\epsilon_k$  al segundo miembro de la ec 3.8, la introducción de cambios  $\Delta z_k$  en las  $z_k$  estimadas, aunada a la hipótesis de relación lineal, conduce a  $N-1$  ecuaciones en las  $\Delta z_k$ , de nuevo con matriz tridiagonal de coeficientes, ahora en términos de las primeras y segundas derivadas de las  $u_k$  y de nuevo puede ser necesario repetir el procedimiento.

Para obviar el cálculo de  $p'_k$  o de las derivadas de  $u_k$  podemos mover cada frontera una distancia finita mientras mantenemos fijas las otras fronteras, suponemos una relación lineal entre las distancias y establecemos  $N-1$  ecuaciones simultáneas para eliminar las  $\epsilon_k$ . Esto tiene la ventaja de emplear repetidamente un mismo programa de computadora, y con

alguna experiencia se pueden hacer buenas estimaciones de los desplazamientos requeridos para alcanzar la respuesta exacta.

La eficiencia del método de perturbaciones con respecto al de ensayo y error es función decreciente de  $N$ . Para acelerar la convergencia puede convenir emplear un método de extrapolación como el referido en el apéndice 1.

**3.1.3 Solución gráfica.** A partir de la fig 3.1 surge la construcción gráfica que se describe en la fig 3.2 para el caso  $K=5$ : Un valor inicial  $u_1$  da los puntos 1 y 1'. La línea 12 se dibuja de 1 con la misma pendiente que en 1'. El punto 2 se localiza como la intersección de 12 con la vertical en 1'. El proceso se repite, generando el polígono 12345. La discrepancia  $\Delta_s$  debería ser igual a cero; de ser necesario puede reducirse escogiendo un valor menor para  $u_1$ .

La representación gráfica sugiere una manera de estimar la función de desperdicio para un catálogo óptimo de tamaño  $K$ . En efecto, se trata de la suma de  $K$  áreas aproximadamente triangulares de altura promedio  $(u^+ - u)/K$  y base promedio  $(z^+ - z^-)/K$ . La función de desperdicio es por tanto aproximadamente igual a  $(z^+ - z^-)(u^+ - u)/2K$ .

Cuando  $u(z)$  es discontinua no necesariamente es aplicable el procedimiento descrito. Vale la pena entonces ensayar la colocación de una o más  $z_k$  donde se presentan las discontinuidades. En puntos en que  $du/dz$  es discontinua resulta ambigua la pendiente que debe adoptarse para el trazo; puede suceder que se halle la solución óptima con alguna pendiente intermedia entre las tangentes a la curva a la izquierda y a la derecha del punto de discontinuidad. Este procedimiento puede converger a un óptimo local en vez de al óptimo global. Por lo antes dicho es conveniente explorar puntos iniciales que se hallen más allá de aquel a que se converge.

## **3.2 Zonación sin restricciones**

### **3.2.1 Enunciado del problema**

Por lo pronto haremos caso omiso del requisito de que las fronteras interzonales coincidan con fronteras jurisdiccionales. En determinada región de área  $A^+$  las normas existentes estipulan que en cada punto las estructuras se diseñen para un coeficiente sísmico no menor

que  $c$ , función de la ubicación de cada estructura. (Usualmente  $c$  es el coeficiente de cortante basal.) Si no zonificáramos la región, es decir si cada estructura se diseñara justamente para el coeficiente  $c$  que le correspondiera, entonces la esperanza del valor presente de todas las estructuras que se construyeran en la región, al cual llamaremos simplemente el costo total, valdría

$$U_0 = \int_A \phi u dA \quad (3.12)$$

donde  $\phi$  es la esperanza del número de estructuras que se construirán por unidad de área, esperanza que llamaremos frecuencia de uso, y  $u = u(c)$  el costo de una estructura diseñada para el coeficiente  $c$ . Supondremos que  $u$  depende exclusivamente de  $c$  (posteriormente analizaremos la situación en que  $u = u(c, x, y)$ ), que es función creciente de este y que  $\phi$  no depende de  $c$ . Habiendo zonificado, correspondiendo el coeficiente  $c$  a la  $k$ -ésima zona,  $k = 1, \dots, K$ , el costo total  $U$  se calcula sustituyendo  $u$  por  $u_k = u(c_k)$  en la ec 3.12. En cada zona,  $c_k$  es el máximo  $c$  especificado para la zona  $k$ . Dado que  $c_k \geq c$ , tendremos  $U > U_0$ , así que habrá un desperdicio por zonación. El problema consiste en hallar las fronteras interzonales que minimicen el desperdicio  $U - U_0$  o, equivalentemente, que minimicen  $U$ .

Hemos enunciado el problema en términos de un solo tipo de estructura. Lo esencial de la solución que presentaremos es que el costo por unidad de área pueda expresarse en la forma  $\phi u(c)$  en que  $\phi$  es una función de posición, independiente de  $c$ , y que  $u$  es función exclusivamente de  $c$ . Hay condiciones más generales que la de un solo tipo de estructura, a las que podemos dar esta forma y que por tanto admiten la misma solución. Por ejemplo, si se construirán diversos tipos de estructura para los que se especifican los respectivos coeficientes de diseño  $c_i$ ,  $i = 1, \dots, I$  los cuales varían en forma monótonamente creciente con respecto a cada uno de ellos, y a los que corresponden las frecuencias de uso  $\phi_i$ , proporcionales entre sí, entonces podemos definir  $u$  como el promedio pesado de los costos individuales:

$$u = \sum_{i=1}^I \phi_i u_i(c_i) / \phi \quad (3.13)$$

$$\phi = \sum_{i=1}^I \phi_i \quad (3.14)$$

y tomar como  $c$  cualquiera de los  $c_i$  o una función monótonamente creciente de este. Los



diversos tipos de estructura pueden corresponder a diversos destinos, materiales de construcción, condiciones de regularidad, grados de amortiguamiento, ductilidad y sobrerresistencia, periodos naturales de vibración, etc. Incluso cabe tener en cuenta una variación continua de los coeficientes en función de algunos de estos parámetros. La condición de proporcionalidad entre las  $\phi_i$  puede presentarse, por ejemplo, cuando se proyecta construir un centro urbano cuyo plano regulador aún no está definido. En ocasiones la condición esencial puede satisfacerse, al menos con aproximación suficiente, aunque los costos sean funciones no solo de  $c_i$  sino también de las condiciones del sitio, y lograrse esta satisfacción aproximada asignando tales variaciones a las  $\phi_i$ . Por ejemplo, si para cierto tipo de estructuras el incremento en costo atribuible a su capacidad para resistir temblores es 50 por ciento mayor en un sitio que en otro, debido a condiciones del subsuelo que incrementan el costo adicional de las cimentaciones ocasionado por momento de volteo, bastará con incrementar en 50 por ciento la  $\phi_i$  correspondiente en el primer sitio. Merece un tratamiento análogo una variación sistemática en el costo debido a variaciones en el costo de transporte o de la mano de obra.

Cuando se satisface la condición mencionada, la sismicidad normativa queda definida íntegramente por un solo conjunto de curvas isoparamétricas, que marcan valores constantes de un coeficiente de diseño  $c$ . Podemos llamar *isosistas generalizadas* a estas curvas. Corresponderán, por ejemplo, a una tasa fija de excedencia si se ha adoptado la hipótesis de que los tiempos de arribo de los temblores significativos a cada sitio pueden idealizarse como los correspondientes a un proceso múltiple de Poisson, es decir carente de memoria, o podrán tener en cuenta la variación de las distribuciones de probabilidades de los tiempos de arribo en función de las magnitudes y de los tiempos de ocurrencia de los temblores que ya han tenido lugar.

### 3.2.2 Solución

Postulamos que, si se satisface la condición de que  $u$  sólo depende de  $c$ , y  $\phi$  sólo depende del sitio, las fronteras interzonales óptimas coinciden con isosistas generalizadas. Esto es válido también si tenemos que  $u = u(c, x, y)$ , ya que en todo punto  $(x, y)$   $u$  es función creciente de  $c_i$ . Para demostrar esta aseveración nos referiremos a la fig 3.3. Cualquier frontera

postulada entre las zonas  $k$  y  $k+1$  cubre un rango de valores de la sismicidad que no pueden exceder a  $c_k$ . El área sombreada entre la frontera dada y la curva isoparamétrica  $c_k$  pertenece a  $k+1$ , cuyo coeficiente excede a  $c_k$ . Si reasignamos esta área a la zona  $k$  se disminuye el costo de cada estructura en el área y, puesto que  $\phi \geq 0$ ,  $U$  no se incrementa. Por consiguiente, para cualquier frontera dada existe una frontera que coincide con una curva isoparamétrica que es al menos tan buena como la postulada. De lo anterior concluimos que todas las fronteras óptimas coinciden con curvas isoparamétricas.

De ahí se sigue que el costo a minimizar es

$$U = \sum_{k=1}^K u_k \int_{A'} f dA \quad (3.15)$$

donde  $f=f(c)$  está dada por

$$f(c) = \int_c \phi ds \quad (3.16)$$

$s$  se mide a lo largo de la isosista generalizada que corresponde al coeficiente  $c$ , y la integral abarca la totalidad de esa isosista, incluso cuando está constituida por segmentos desconexos entre sí.

La forma de la ec 3.15 es la misma que la de la ec 3.2, con  $A$  haciendo las veces de  $x$ . Por tanto, con esta sustitución, son directamente aplicables a la zonación óptima los métodos analíticos y gráfico que expusimos para la optimación de catálogos de productos estandarizados.

### 3.3 Zonación con restricciones en las fronteras

#### 3.3.1 Enunciado del problema

El enunciado de este problema es igual al de zonación sin restricciones pero está sujeto a que las fronteras entre las zonas coincidan con trazos bien establecidos, generalmente límites jurisdiccionales, cuyas entidades llamaremos celdas elementales.

#### 3.3.2 Solución

Probablemente la mejor manera de optimar la zonación en estas circunstancias consista en resolver el problema sin restricciones y trasladar las fronteras interzonales calculadas a las jurisdiccionales más próximas, como se ilustra en la fig 3.4. Generalmente esta solución será

satisfactoria. Puede, no obstante, juzgarse conveniente afinarla a base de explorar a qué zona ha de asignarse una celda elemental por la que pasaría la frontera hallada sin restricciones, en la inteligencia de que la zona a que debe asignarse una celda puede depender de la asignación hecha para las demás celdas intersectadas por la frontera irrestricta. Se puede detectar esta circunstancia.

Como una alternativa se puede aplicar un procedimiento que trata directamente con las fronteras restringidas, el cual se describirá en el capítulo 5, ya que exige que el problema se trate en dos dimensiones.

### **3.4 Microzonación**

#### ***3.4.1 Enunciado del problema***

Concebimos la microzonación como caso particular de zonación, con las siguientes particularidades: 1) La marcada influencia de accidentes topográficos y de la naturaleza del suelo en cada sitio (a este último concepto ya aludimos en parte cuando nos referimos a zonación óptima). 2) La posible existencia de periodos dominantes locales, a su vez consecuencia de variaciones en la estratigrafía y propiedades dinámicas del suelo. 3) Estas variaciones o aquellas en limitaciones arquitectónicas pueden introducir cambios desproporcionados en el costo inicial; y 4) La posibilidad de hacer coincidir las fronteras entre microzonas con vías de comunicación o con fronteras entre colonias en vez de hacerlo con fronteras jurisdiccionales (como entre delegaciones).

La existencia de periodos dominantes del terreno puede tratarse como se hace en el apéndice de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo en el Reglamento de 1987 para el Distrito Federal. En él se zonifica únicamente en términos del coeficiente de diseño para cortante basal, mientras que los periodos dominantes del terreno se especifican en términos de curvas de isoperiodos. Ello tiene el inconveniente de introducir ambigüedades como las que señalamos a propósito de curvas isoparamétricas como sustituto de zonación, tanto por el tamaño reducido de los mapas manejables como por la arbitrariedad de métodos prácticos de interpolación. Sin embargo, la variación de los periodos dominantes puede ser lo suficientemente lenta como para que esta práctica no afecte en exceso el diseño.

Debido a las diferencias en las condiciones del suelo, estructuras arquitectónicamente

idénticas diseñadas para los mismos coeficientes pueden requerir cimentaciones muy diferentes. Esto se refleja en el costo inicial de las estructuras y no siempre implica un cambio constante de los costos. Una situación similar puede darse cuando se tienen restricciones arquitectónicas.

El uso de vías de comunicación en vez de fronteras jurisdiccionales como fronteras interzonales sacrifica la homogeneización de disposiciones reglamentarias en unidades que dependen de una sola autoridad administrativa pero mantiene la virtud de eliminar ambigüedades y permite un mejor apego a las fronteras calculadas sin restricciones. Pensamos que ello justifica su empleo en microzonación.

### 3.5 Ejemplos numéricos

#### 3.5.1 Optimación de catálogos

El diseño de un catálogo de perfiles I ofrece una realización simple que es esencialmente unidimensional. La demanda  $x$  es el módulo de sección requerido; un elemento de suministro es un perfil estándar de mínimo peso que tiene un módulo de sección  $x$  que es el escalar que caracteriza la sección. Las limitaciones de diseño pueden ser simplemente que  $x_k > x$  tal que ( $x: 0 < x \leq x_k$ ). La función de costo está dada por  $u(x)$ . La política de selección es que para toda demanda  $x$  se emplee la sección  $k$  que tiene menor costo de todas aquellas con  $x_k \geq x$ . La sección será aplicable en un rango  $x_{i-1} < x \leq x_i$ . La demanda ocurre sobre un periodo dado de tiempo; es constante o variable con el tiempo y se considera estar capitalizada a un instante común.

La tabla 3.1 contiene los módulos de sección demandados. La fig 3.5 muestra el histograma en términos de la longitud de perfil demandada, así como una función de densidad lognormal que se le aproxima, dada por:

$$f(x) = \frac{0.58}{x} \exp\left[-1.05 \ln^2\left(\frac{x}{745.33}\right)\right] \quad (3.17)$$

la cual se obtuvo igualando los dos primeros momentos a los del histograma. La tabla 3.1 y los datos del histograma se obtuvieron de BHP Circular (1966). La función de costo se ajustó por mínimos cuadrados a los datos empíricos y está representada por la expresión:  $u(x) = 1.68x^{0.62}$  cuya gráfica se presenta en la fig 3.6. Con estos datos procedemos a emplear

los métodos unidimensionales para determinar los tamaños óptimos del catálogo.

*Solución numérica paso a paso.* Con el algoritmo expuesto y las ecs 3.3-3.6 se obtienen los valores óptimos de  $x$  (tabla 3.2) para un catálogo de tamaño  $K=27$ .

*Perturbaciones.* Empleando las ecs 3.10 y 3.11 y suponiendo valores iniciales cercanos a los obtenidos en el método anterior, en un ciclo se obtuvieron los valores óptimos de  $x$  que se presentan en la misma tabla.

*Solución gráfica.* Los valores óptimos de los perfiles en función del costo se muestran en la fig 3.7. Esta solución conduce prácticamente a los mismos resultados que los métodos anteriores. Cuando el número de discretizaciones es grande, como en este caso, resulta poco práctico.

*Comparaciones.* El incremento en costo debido a la estandarización con el catálogo actual es de 7 por ciento, porcentaje que disminuye a 4 con los tamaños óptimos obtenidos en este trabajo.

### 3.5.2 Zonación sin restricciones

La fig 3.8 muestra una región de aproximadamente 35 por 40 km con las correspondientes isosistas de coeficientes de diseño y el número de estructuras que se construirán por unidad de área ( $\phi$ ). Se zonifica dicha región en tres zonas.

Con base en estudios realizados por Rosenblueth (1987), Vargas y Jara (1989) y Whitman y col (1973), se adoptó la siguiente relación entre costo inicial y coeficiente de cortante basal:  $u=C$ , si  $c \leq 0.05$ ;  $u=[1+0.4(c-0.05)^{1.2}]C$ , si  $c \geq 0.05$ , donde  $C$  es el costo inicial que tendría la estructura si no se la diseñara para resistir sismo. La variación del costo con el área se muestra en la fig 3.9.

Se estiman las dos fronteras interzonales. Enseguida, empleando el método de las perturbaciones y acelerando la convergencia con la fórmula de Aitken (Apéndice 1), se obtienen los valores consignados en la tabla 3.3.  $U$  representa el costo de todas las estructuras,  $U_0$  el costo de todas las estructuras si no se zonifica. El incremento en costo debido a la zonación óptima es de 3 por ciento. Esta zonación se presenta en la fig 3.10.

**Tabla 3.1 Módulos de sección  
demandados,  $10^3 \text{ mm}^3$**

Perfil I mm x mm x kg/m	Módulo de sección
610 x 229 x 140.3	3638
125.1	3212
113.4	2884
553 x 212 x 123.1	2802
108.9	2474
101.3	2294
92.7	2081
457 x 193 x 96.7	1917
89.1	1770
82.0	1611
74.5	1457
406 x 180 x 74.4	1327
67.4	1191
59.8	1060
53.7	926
356 x 203 x 71.4	1152
56.7	895
50.6	796
44.8	688
305 x 167 x 52.2	747
44.5	633
38.7	547
254 x 148 x 44.8	531
38.5	457
32.9	380
203 x 134 x 31.2	298
26.6	249

**Tabla 3.2 Valores óptimos de módulos de sección**

Perfil	Solución paso a paso $10^3 \text{ mm}^3$	Perturba- ciones $10^3 \text{ mm}^3$
1	3684.5	3684.4
2	3243.2	3243.3
3	2892.8	2892.8
4	2605.4	2605.3
5	2363.2	2363.2
6	2155.1	2155.2
7	1973.4	1973.5
8	1812.6	1812.5
9	1668.8	1668.9
10	1539.0	1539.0
11	1420.8	1420.7
12	1312.3	1312.4
13	1212.2	1212.1
14	1119.2	1119.3
15	1032.3	1032.2
16	950.8	950.7
17	873.8	873.7
18	800.9	800.7
19	731.3	731.2
20	664.6	664.7
21	600.2	600.1
22	537.6	537.7
23	476.2	476.2
24	415.1	415.2
25	353.2	353.1
26	288.1	288.2
27	214.1	214.1

Tabla 3.3 Coeficientes de diseño y costos

	Valores supuestos	Primer ciclo	Segundo ciclo	Extrapo- lación
$c_1$	0.10	0.11	0.115	0.115
$c_2$	0.16	0.15	0.145	0.150
$U/C$	949.78	948.16	947.90	947.60
$(U-U_0)/C$	29.78	28.16	27.90	27.60



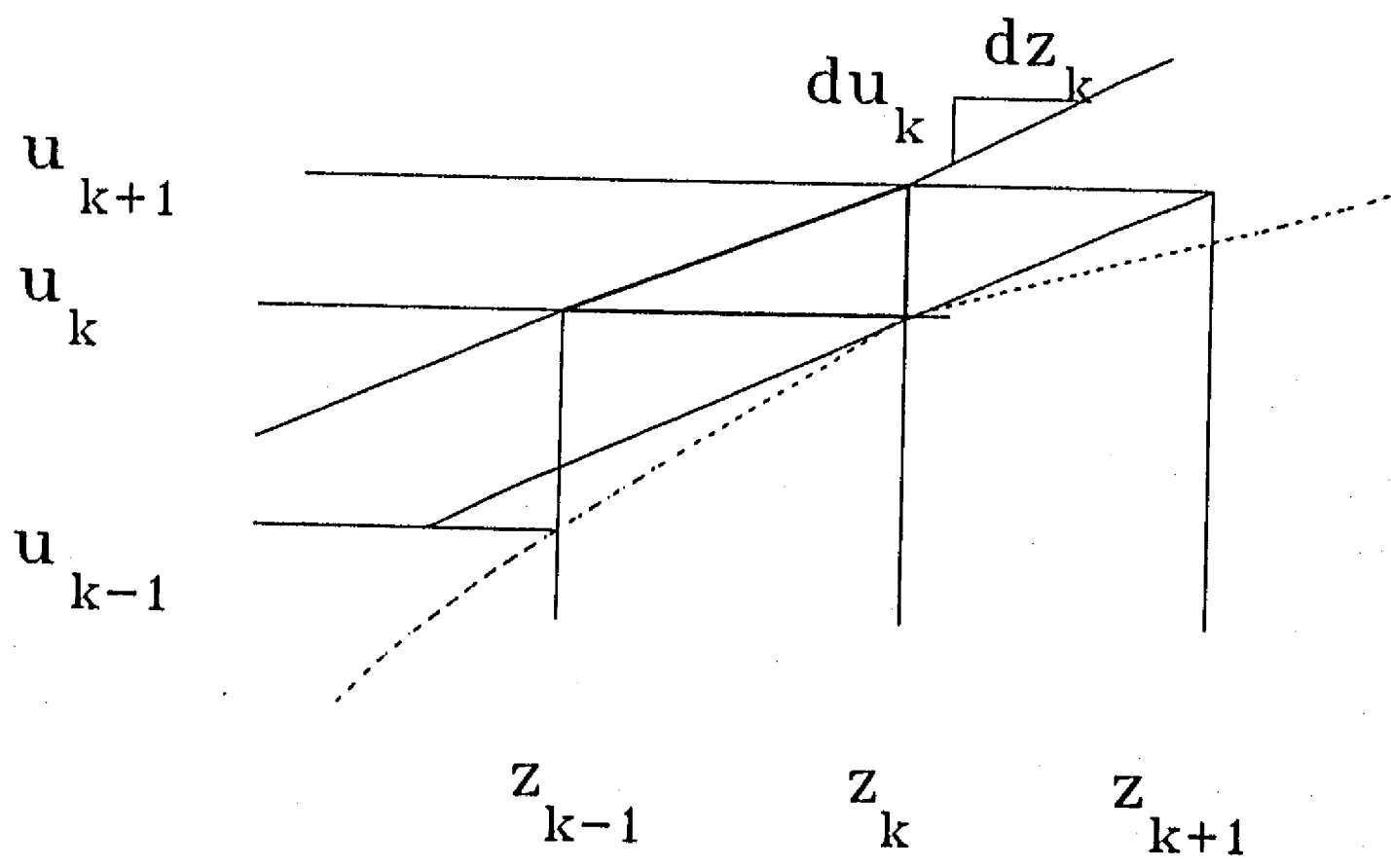


Fig 3.1 Interpretación gráfica del segundo método paso a paso

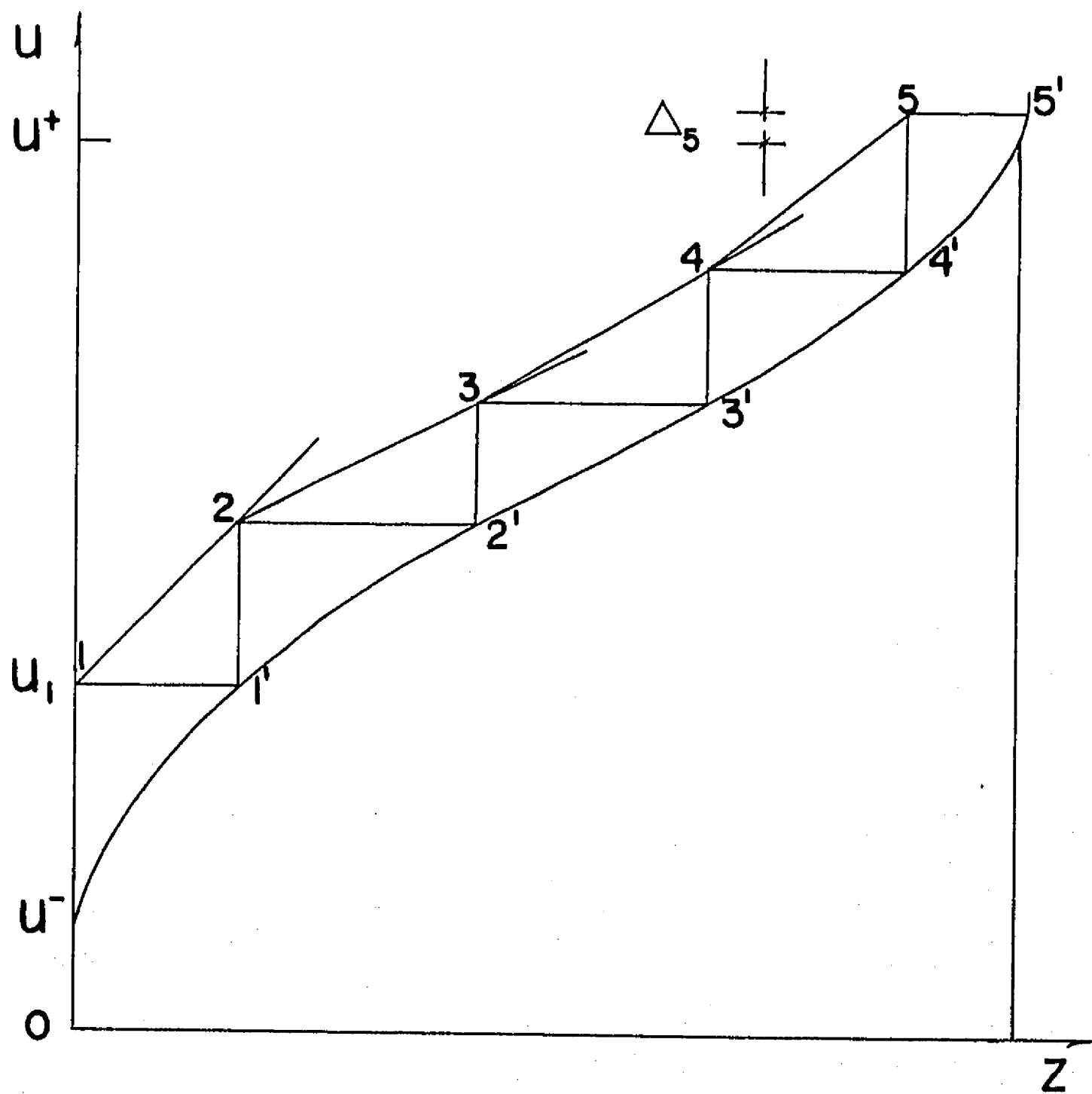


Fig 3.2 Procedimiento gráfico para 5 tamaños óptimos

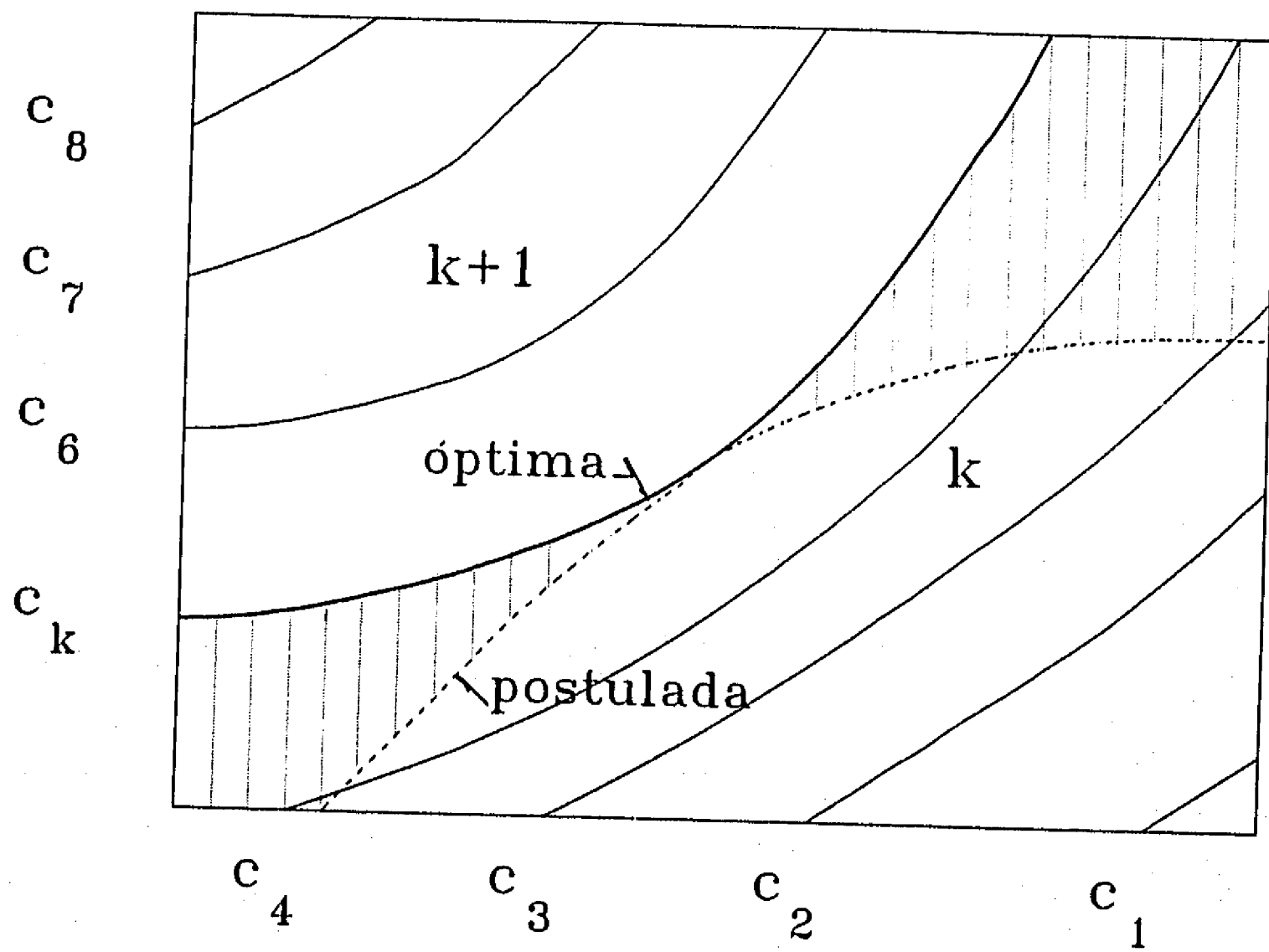


Fig 3.3 Frontera óptima que coincide con curva isoparamétrica

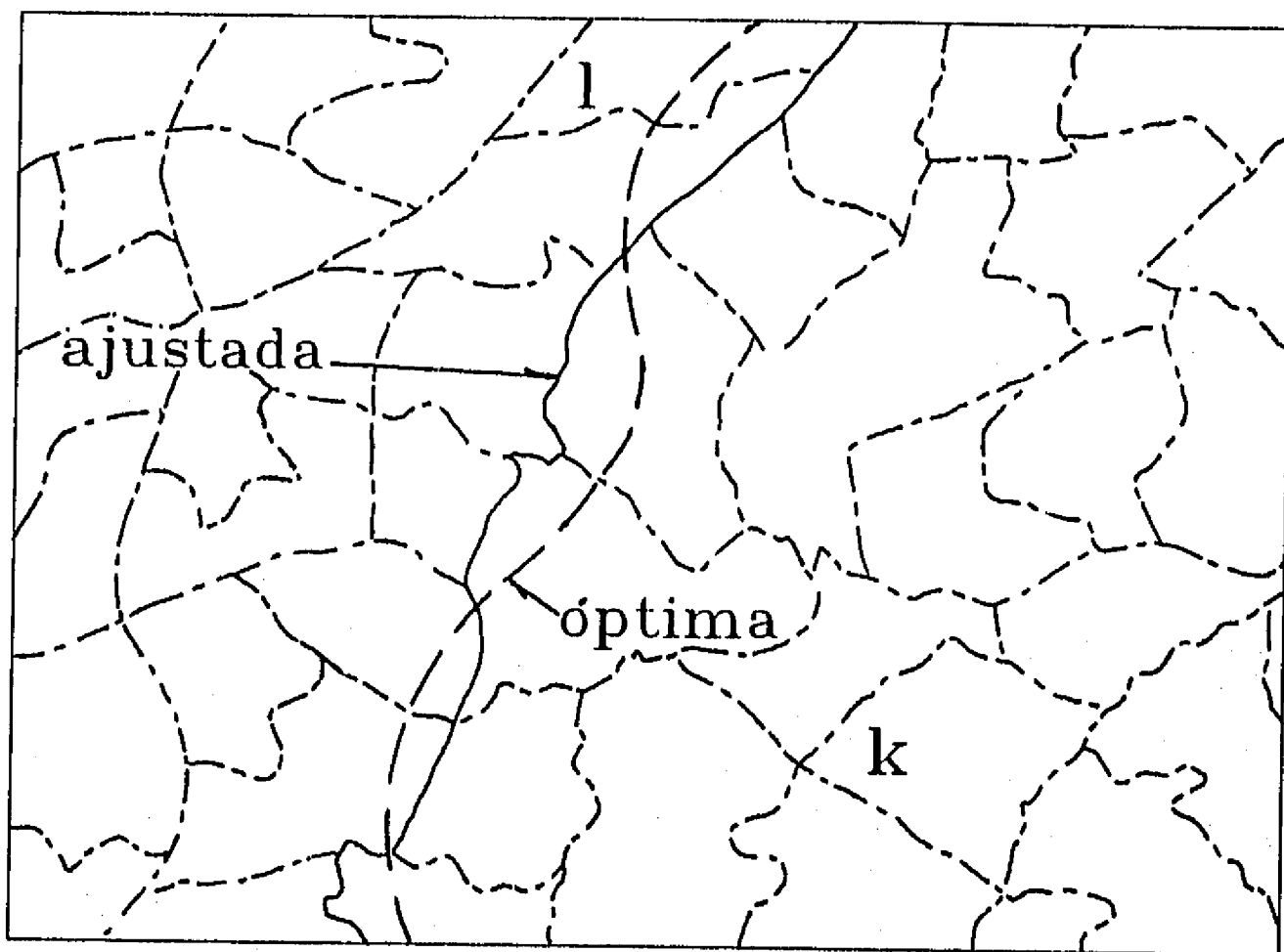


Fig 3.4 Ajuste de la frontera óptima

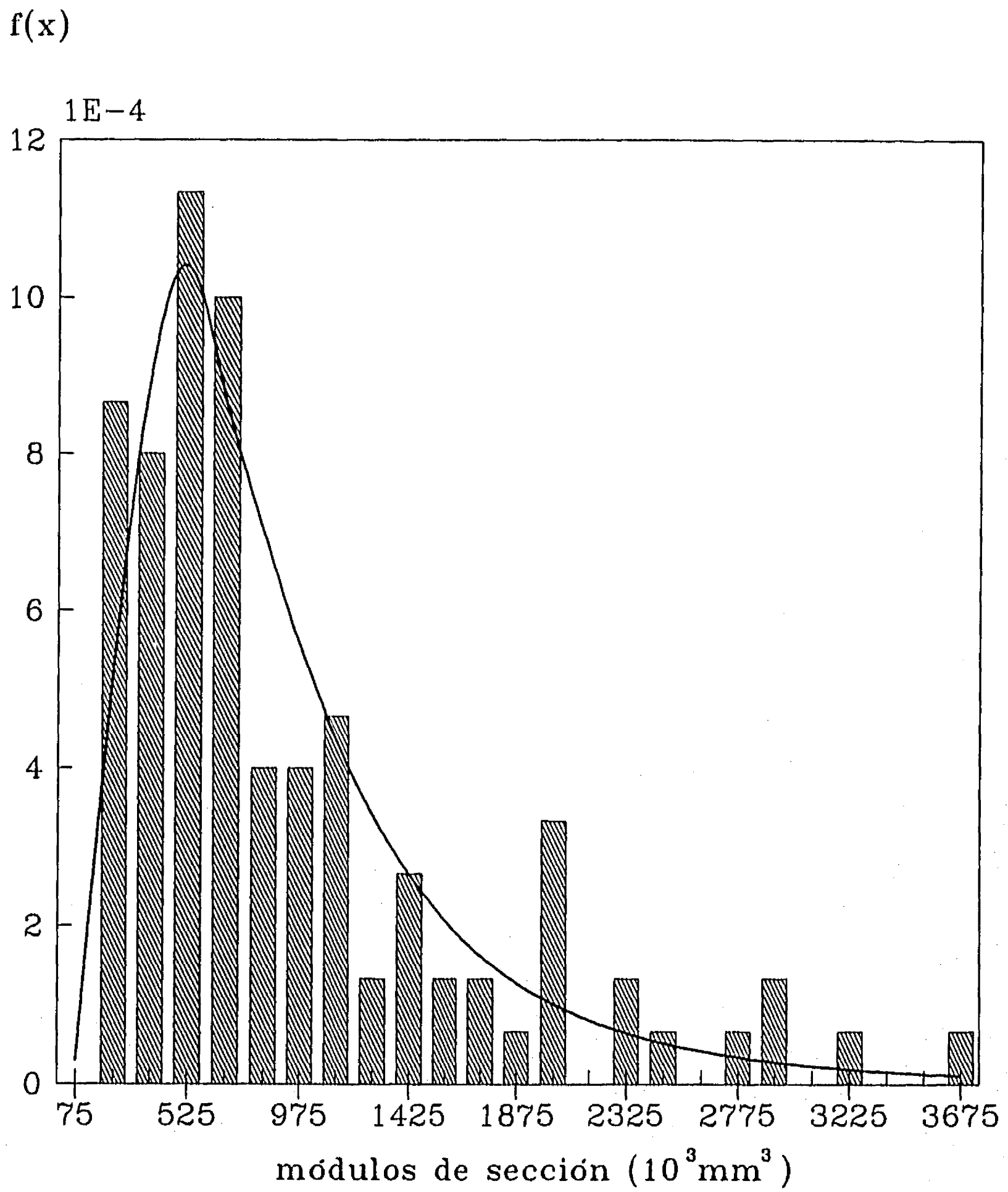


Fig 3.5 Histograma y función de densidad de demandas

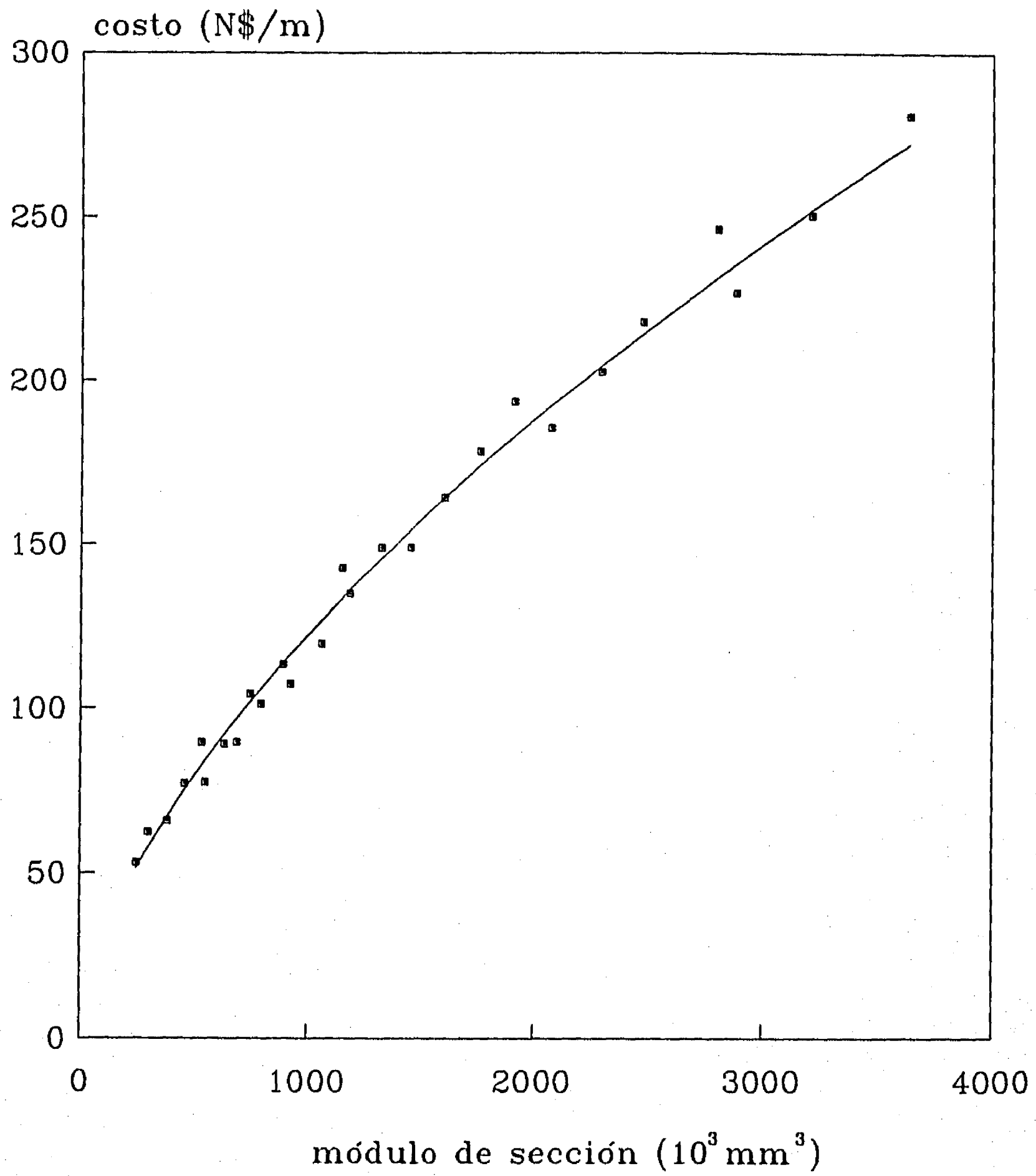


Fig 3.6 Variación del costo con el módulo de sección

u costo(N\$/m)

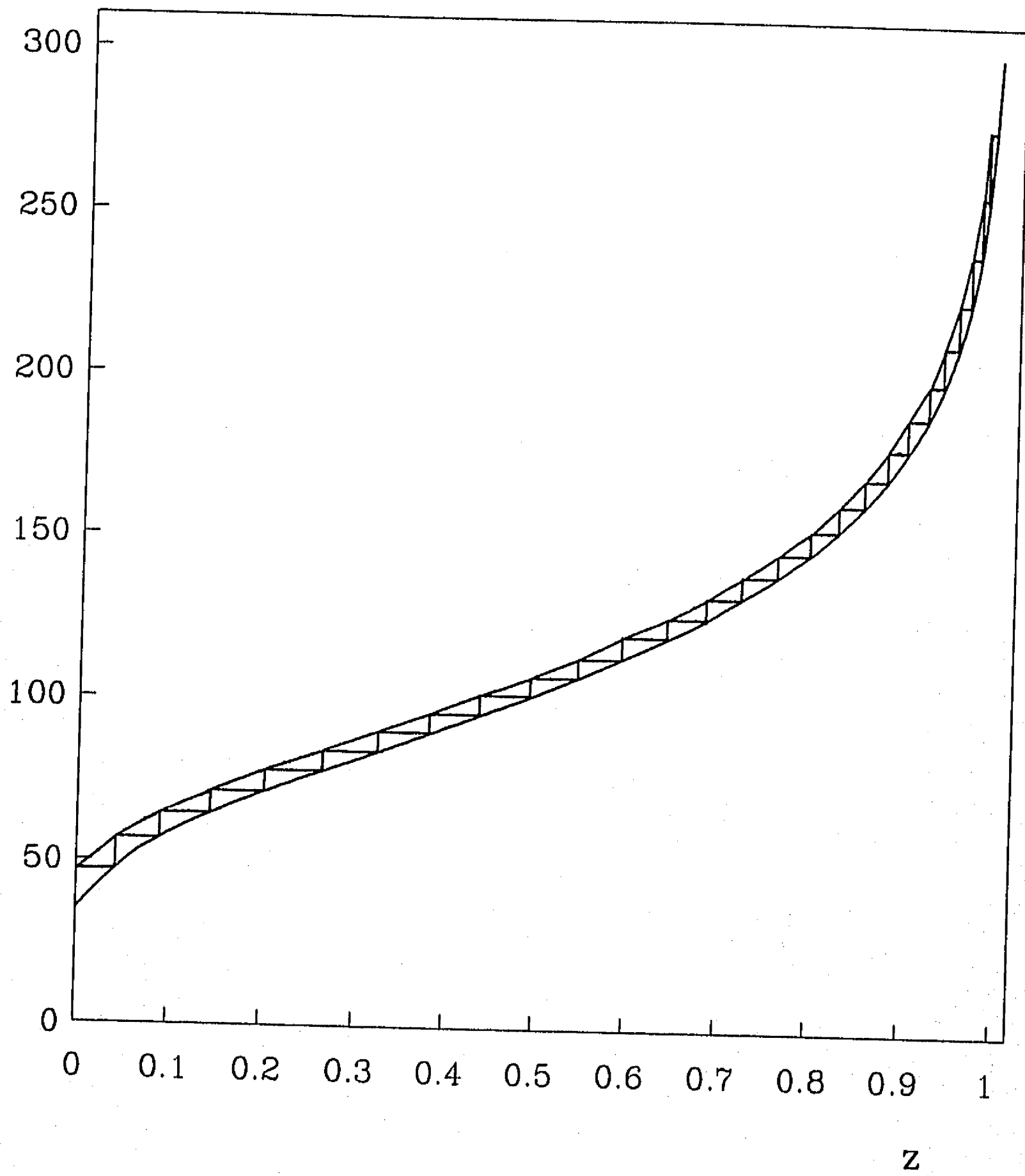


Fig 3.7 Valores óptimos de los perfiles

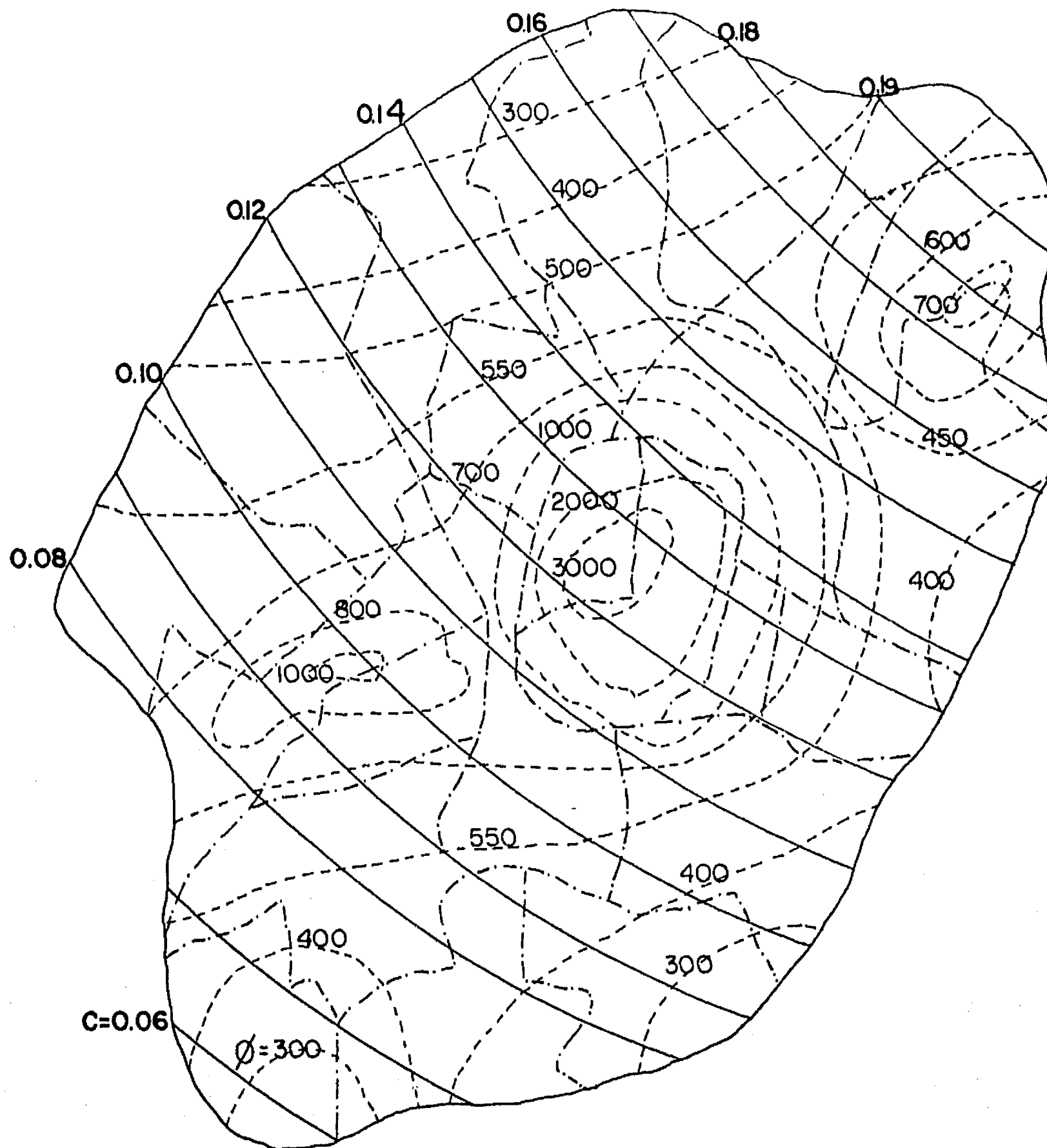


Fig 3.8 Coeficientes de diseño y número de estructuras por km<sup>2</sup>



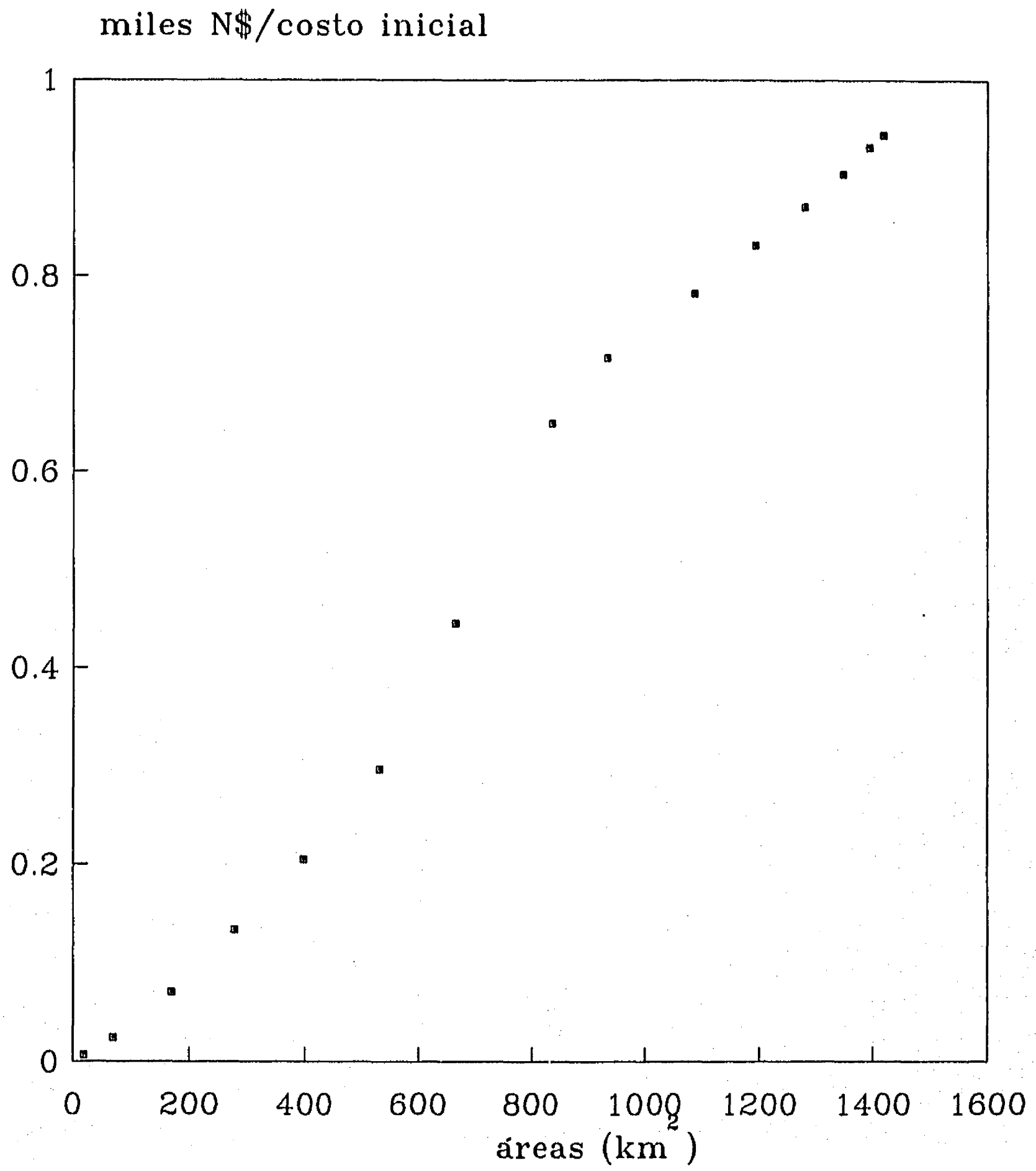


Fig 3.9 Variación del costo con el área

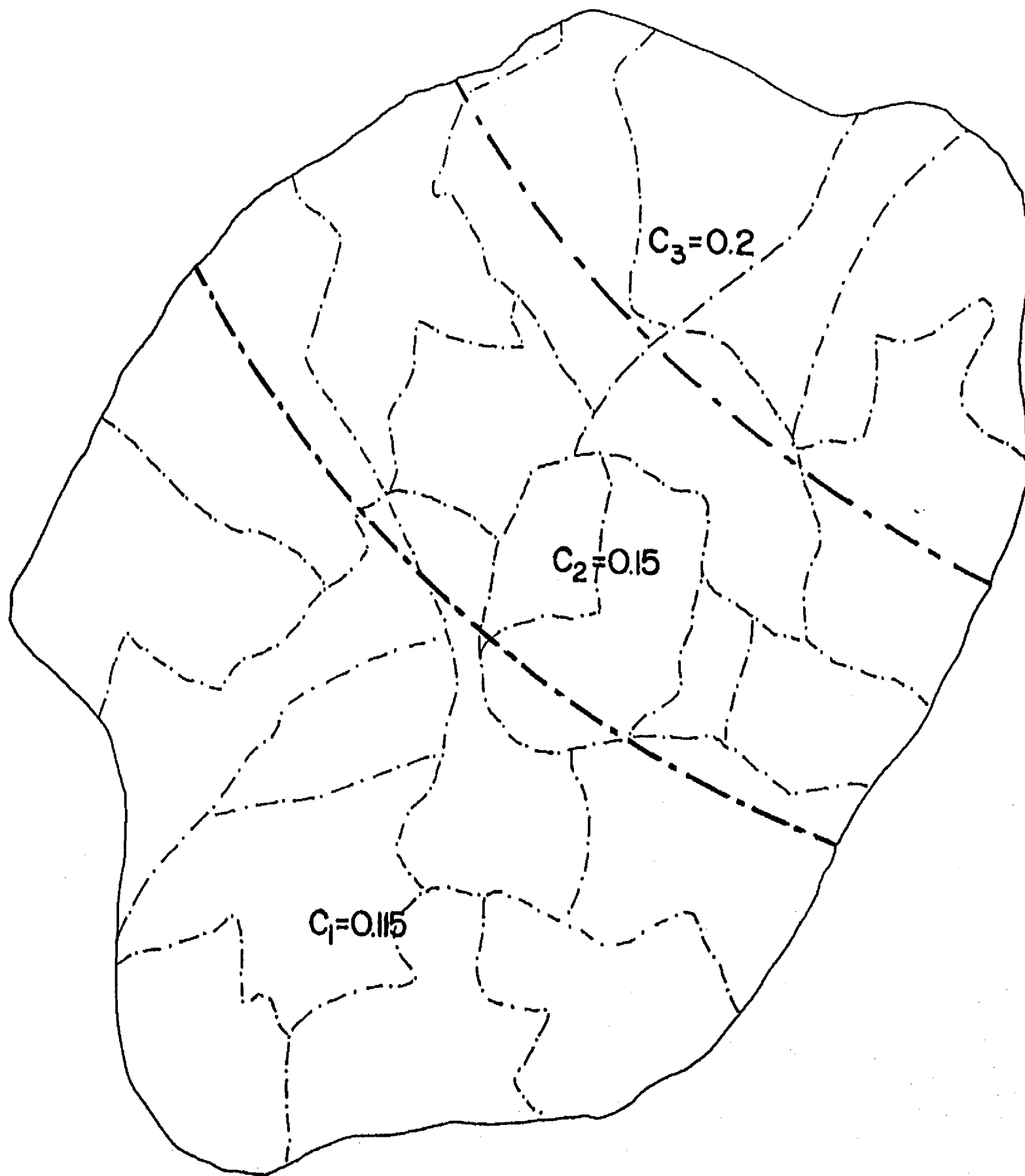


Fig 3.10 Zonación sin restricciones

#### 4. ZONACION SISMICA PARA MINIMIZACION DEL COSTO TOTAL EN PROBLEMAS REDUCIBLES A UNA DIMENSION

Se aborda aquí el siguiente problema: Se desea dividir en zonas una región de sismicidad conocida. En cada zona se especificarán coeficientes de diseño constantes para los diversos tipos de estructura que ahí habrán de construirse. Estos coeficientes y las fronteras interzonales deben minimizar la esperanza del valor presente del costo (incluyendo el inicial, el de mantenimiento y los de los daños por sismo) de todas las estructuras que se construyan en la región. Llamamos *costo total* a esta esperanza. Inicialmente tratamos con fronteras irrestrictas. En ciertas condiciones el problema puede reducirse a una sola dimensión, aprovechándose entonces un criterio de optimación que se ha desarrollado para catálogos de productos estandarizados. En este capítulo nos limitamos a problemas que satisfacen dichas condiciones. Se demuestra aquí que cuando se trata de un solo tipo de estructuras el problema se torna unidimensional, que el criterio de optimación consiste en que sean iguales entre sí los costos totales unitarios de estructuras construidas a ambos lados de una frontera, que las fronteras coinciden con curvas de sismicidad constante y que el planteamiento unidimensional puede extenderse al caso en que habrá diversos tipos de estructura siempre que se cumplan ciertas condiciones entre sus costos unitarios y entre los números de estructuras que se construirán de cada tipo. Para resolver el problema presentamos un método iterativo y una variante del de perturbaciones, y los ilustramos mediante ejemplos.

La zonación sísmica consiste en dividir una región en porciones, en cada una de las cuales se especifican ciertos parámetros constantes de diseño sísmico. En el capítulo anterior justificamos la práctica de zonificar y abordamos el tema de zonación sísmica reducible a una sola dimensión cuando las normas especifican que ninguna estructura debe diseñarse con un coeficiente menor que el que las propias normas marcan para el sitio donde se construirá. Con tal criterio, en cada zona se establecen coeficientes iguales a los máximos que se especifican para cuando no se ha zonificado, y por tanto es grande el desperdicio que resulta de la zonación. Llamamos a este criterio *minimización del costo inicial* y lo encontramos justificado cuando la sismicidad es tan elevada que el escoger coeficientes de diseño rige la tolerancia social a los daños causados por sismo. Fuera de

esta situación el criterio racional consiste en especificar coeficientes de diseño que minimicen la esperanza del valor presente del costo (incluyendo el inicial, el de mantenimiento y los daños por sismo) de todas las estructuras que se construirán en la zona, y establecer las fronteras que minimicen la suma de estos costos, suma a la que nos referiremos como *costo total*.

El calificativo *racional* no es gratuito. Como profesionales procuramos tomar las mejores decisiones que podemos: optimar teniendo en cuenta todos los beneficios y costos que de ahí resulten: las acciones y sus posibles consecuencias. Ello equivale a maximizar la utilidad de nuestras decisiones (utilidad en el sentido de medida racional de preferencia). Al zonificar afectamos los costos y la seguridad de un buen número de las estructuras que se construirán en la región de interés. Las cifras involucradas podrán ser altas, pero generalmente no lo serán si se las compara con los recursos de la sociedad a la que afectan. En consecuencia vale suponer que en el intervalo de interés la utilidad y las cantidades monetarias que manejaremos se relacionan linealmente. Por otra parte, hacemos comparables entre sí los costos y beneficios que tengan lugar en diversos tiempos introduciendo una tasa de descuento. De ahí que busquemos minimizar la esperanza del valor presente de los costos y pérdidas.

Demostraremos que hay circunstancias en que nuestro problema puede tratarse como unidimensional, y limitaremos aquí nuestra atención a los casos en que se presentan estas circunstancias. Ello nos permitirá aprovechar resultados que se han establecido en el estudio de la optimación unidimensional de catálogos de productos estandarizados.

La mayor parte del presente escrito se desarrolla suponiendo que las fronteras entre zonas pueden establecerse sin restricciones y que basta con que resuelvan el problema postulado. Sin embargo, Lind ha señalado la conveniencia de que las fronteras interzonales coincidan con límites jurisdiccionales (comunicación personal). Proponemos aquí que, una vez establecidas las fronteras que sin esta restricción serían óptimas, se explore a cuál de dos zonas contiguas conviene asignar cada celda elemental que sea cortada por cada una de las fronteras así establecidas.

El problema que nos ocupa fue tratado por Rosenblueth (1977) pero conviene retomarlo con mayor rigor y menores limitaciones e incluir el desarrollo de métodos eficientes para resolverlo.

Trataremos la microzonación como un caso particular de zonación.

## 4.1 Zonación sin restricciones

### 4.1.1 Planteamiento del problema

Se desea dividir una región  $R$  en  $K$  zonas. (La zonación causará un desperdicio con respecto a la región no zonificada. Este será tanto menor cuanto mayor sea  $K$  y más pequeñas las zonas, pero la credibilidad y aceptación de las normas de que la zonación forma parte se verán menguadas si se elige un número elevado de zonas. Tomaremos como dato el valor de  $K$  admitiendo que se ha establecido a criterio teniendo en cuenta el costo que se asocia a dicho valor.) Supondremos inicialmente que en  $R$  se construirán estructuras de un solo tipo, que el costo inicial  $u$  de una estructura sólo dependerá del coeficiente de cortante basal  $c$  para el que se la diseñe y que la esperanza  $v$  del valor presente de los daños por sismo sólo dependerá de  $c$  y de un funcional  $Z$  de la sismicidad del sitio donde se construirá la estructura, es decir un funcional de las demandas de coeficiente de corte basal (digamos, ordenadas del espectro de pseudoaceleraciones expresadas en términos de la aceleración de la gravedad) y de sus tasas de excedencia. En consecuencia la esperanza del valor presente del costo de una estructura será

$$w(c, Z) = u(c) + v(c, Z) \quad (4.1)$$

donde  $Z=Z(x,y)$  y  $x,y$  son las coordenadas del sitio. Llamaremos a  $w$  simplemente el *costo* de la estructura. Incorporaremos a  $v$  la esperanza del valor presente del costo de mantenimiento.

Cuando el arribo de los temblores a los sitios de interés se idealiza como un proceso de Poisson múltiple (con independencia estadística entre los tiempos de arribo, es decir con funciones constantes de peligro) y en cada punto de la región las demandas  $z$  (o "intensidades") de coeficiente de cortante basal correspondientes a cualesquiera tasas de excedencia  $\lambda=\lambda(z)$  quedan definidas por la  $z$  que corresponde a determinada  $\lambda$ , entonces  $Z$  puede hacerse igual a la intensidad que corresponde a determinado periodo de recurrencia. El tratamiento admite también funciones de variables de peligro, pero en todos los casos la elección de  $Z$  debe ser tal que pueda escribirse  $v=v(c,Z)$ . Una vez habiendo zonificado, toda estructura que se construya en la zona  $k$ ,  $k=1, \dots, K$  habrá de diseñarse para determinado coeficiente  $c_k$ . El costo de la estructura será  $w(c_k, Z)$  y lo denominaremos  $w_k$ . Tratándose de procesos múltiples de Poisson el costo de todas las estructuras en la zona  $k$  es

$$W_k = \int \int_k \phi w_k dydx \quad (4.2)$$

donde  $\phi = \phi(x,y)$  es la esperanza del valor presente del número de estructuras que se erigirán por unidad de área. El costo de la totalidad de las estructuras en  $R$  es

$$W = \sum_{k=1}^K W_k \quad (4.3)$$

El desperdicio por zonación vale  $W - W_0$ , en que

$$W_0 = \int \int \phi w_0(Z) dydx \quad (4.4)$$

$w_0(Z) = w(c_0, Z)$  y  $c_0 = c_0(Z)$  es el coeficiente que minimiza a  $w(c, Z)$  si no zonificamos. El problema consiste en minimizar  $W$  o, si se prefiere, en minimizar  $W - W_0$ . Puede dividirse en dos partes: 1) Dadas las fronteras de cada zona, calcular la  $c_k$  que minimiza a  $W_k$ ,  $k=1, \dots, K$ , y 2) Encontrar las fronteras óptimas, las que minimizan  $W$ .

La solución que encontremos será aplicable también a regiones en que se vayan a construir dos o más tipos  $i=1, \dots, I$  de estructura cuyas curvas de  $Z$  constante coincidan, siempre que a lo largo de cada curva haya una relación uno a uno entre las  $z_i$  y que los cocientes  $f_i/f_j$  sean constantes también en la región de interés para todo par  $i, j$ , siendo  $f_i$  la integral de  $\phi$  a lo largo de una curva de  $Z$  constante.

Basta entonces con sustituir  $\phi = \sum_{i=1}^I \phi_i$  y  $w = \sum_{i=1}^I \phi_i w_i / \phi$ . Así, tratamos ahora con el grupo en vez del tipo de estructuras, y con su costo unitario medio en vez del costo de una estructura del tipo dado. Las condiciones para la aplicabilidad de la solución que hallemos coinciden con las correspondientes a zonación para minimización del costo inicial.

## 4.2 Solución

### 4.2.1 Coeficientes óptimos

Si no zonificáramos, el coeficiente óptimo de diseño sería el que minimizara a  $w(c, Z)$ . Suponiendo que  $w$  es función continua de  $c$ , obtenemos  $c$  óptima numéricamente de manera que  $w$  sea mínima (véase el apéndice 2, en el cual se explican y justifican las expresiones que siguen).

Una vez definidas las fronteras de la zona  $k$  el costo total está dado por

$$W_k = u[(F_k - F_{k-1}) + (G_k - G_{k-1})/c_k^{\alpha_5}] \quad (4.5)$$

donde  $F_k = \int \int \phi dydx$  y  $G_k = \frac{\alpha_5}{\gamma} \int \int \alpha_4 \phi \int_0^{\xi(\zeta)} \frac{\xi(\zeta)(1+b\xi(\zeta))}{\zeta^{\alpha_5+1}} d\zeta dydx$ , integrales que cubren

el área en que  $c \leq c_k$ . De aquí, calculamos  $c_k$  óptimo numéricamente de tal forma que  $W_k$  sea mínimo.

#### 4.2.2 Fronteras óptimas

*Criterio de optimalidad.* En cualquier punto de la zona  $k$ ,  $w_k = w(c_k, Z)$  y, en la zona,  $W_k = \int_k \phi w_k dA$ . El coeficiente  $c_k$  debe ser tal que minimice  $W_k$ . Si  $W_k$  es función continua de  $c_k$ , este coeficiente se encuentra resolviendo  $\partial W_k / \partial c_k = 0$ . Digamos que  $q_k$  denota la posición de la frontera entre  $k$  y  $k+1$ . Cuando movemos la frontera entre dos zonas afectamos solamente  $c_k$ ,  $c_{k+1}$  y la esperanza del valor presente del costo de las estructuras en estas zonas. Por lo tanto la frontera óptima es la que minimiza

$$W_k + W_{k+1} = \int_{q_{k-1}}^{q_k} \phi w(c_k, Z) dA + \int_{q_k}^{q_{k+1}} \phi w(c_{k+1}, Z) dA \quad (4.6)$$

Entonces  $\partial(w_k + w_{k+1}) / \partial q_k = 0$ . Por otra parte,

$$\partial / \partial q_k = (\partial c_k / \partial q_k) (\partial / \partial c_k) = (\partial c_{k+1} / \partial q_k) (\partial / \partial c_{k+1}) \quad (4.7)$$

Usando la regla de Leibnitz para derivar una integral y utilizando la ec 4.6 encontramos que en la frontera óptima

$$\phi w(c_k, Z(x_k, y_k)) = \phi w(c_{k+1}, Z(x_k, y_k)) \quad (4.8)$$

que implica que, si  $\phi$  es continua en la frontera, entonces  $w$  (o, si se prefiere,  $w - w_0$ ) debe ser igual a ambos lados de la frontera para que esta sea óptima (Lind, 1975; Lind y col, 1976; Bongers, 1980). (El propósito de trabajar con  $w - w_0$  en vez de hacerlo con  $w$  es facilitar el cálculo del costo que implica la zonación. Ello permite además trabajar con números más pequeños.)

*Coincidencia con curvas de  $Z$  constante.* La condición de la ec 4.8, que se traduce en  $w(c_k, Z(x_k, y_k)) = w(c_{k+1}, Z(x_k, y_k))$  si  $\phi$  es la misma a ambos lados de la frontera  $k$ , implica que  $Z$  y por tanto  $w$  deben ser constantes a lo largo de la frontera  $k$ ,  $k=1, \dots, K$ . Por consiguiente toda frontera óptima debe coincidir con curvas de  $Z$  constante. En esta derivación hemos supuesto implícitamente que  $\phi(x_k, y_k)$ ,  $\partial W / \partial x$  y  $\partial W / \partial y$  son continuas y que  $\partial^2 W / \partial x_k^2$  y  $\partial^2 W / \partial y_k^2$  son positivas a lo largo de la frontera zonal. Si las condiciones de continuidad no se satisfacen en alguna curva de  $Z$  constante, entonces la ec 4.8 no necesita satisfacerse en una frontera coincidente con esa curva. Si una de las segundas derivadas de  $W$  es negativa a lo largo de una curva de  $Z$  constante donde se satisface la ec 4.8, entonces esta no es una frontera óptima.

El problema puede resolverse, como el de minimización del costo inicial,

mediante un método paso a paso combinado con ensaye y error. Sin embargo, en el caso que ahora nos ocupa, resulta preferible, por su sencillez numérica, el método de perturbaciones que a continuación se describe.

#### 4.2.3 Perturbaciones

Postulamos primeramente fronteras tentativas en los valores estimados de  $A_k$ ,  $k=1, \dots, K-1$ . Las diferencias  $w(c_{k+1}, A_k) - w(c_k, A_k) = \epsilon_k$  son errores que se corrigen moviendo estas fronteras. Los cálculos requeridos de las derivadas para cambios infinitesimales en  $A_k$  pueden ser engorrosos. Podemos introducir en su lugar cambios finitos pequeños  $\Delta A_k$ , uno a la vez, calcular sus efectos en las  $\epsilon_k$ , suponer que las  $\Delta A$  y las  $\epsilon_k$  están linealmente relacionadas, establecer  $N-1$  ecuaciones simultáneas, resolverlas de tal forma que se cancelen las  $\epsilon_k$  y repetir si es necesario. Se supone que  $w(c_{k+1}, A_k) = w(c_k, A_k)$  tiene una sola raíz  $c_{k+1}$ . Cuando existen más raíces debemos verificar que nuestra solución provee verdaderamente el óptimo global. Si  $\phi w$  es discontinua en algunos valores de  $A$ , debemos explorar la posibilidad de que una frontera zonal coincida con dichos valores. Si se estiman las  $\Delta w_k$  adecuadamente, entonces se converge a la solución exacta más rápidamente que cuando se emplea el método clásico de perturbaciones; esta es una ventaja adicional a la de evitarse el cálculo de derivadas, y además permite emplear repetidamente un mismo programa de computadora.

#### 4.2.4 Procedimiento iterativo

El siguiente procedimiento se debe a una sugerencia de N C Lind:

- 1 Estímense las fronteras interzonales, digamos en  $A_k$ ,  $k=1, \dots, K-1$
- 2 Calcúlense los correspondientes coeficientes óptimos,  $c_k$ ,  $k=1, \dots, K$
- 3 A partir de cada par  $c_k, c_{k+1}$  calcúlese nueva  $A_k$  de manera que en la frontera entre estas dos zonas resulte  $w(c_k, A_k) = w(c_{k+1}, A_k)$ ,  $k=1, \dots, K-1$
- 4 Repítase hasta que se considere satisfactorio el resultado

El método converge, generalmente a la respuesta correcta (excepciones: variación no monótona de la sismicidad y quizás algunos casos de discontinuidad). Para acelerar la convergencia se puede emplear la fórmula de Aitken, expuesta en el apéndice 1.

#### 4.2.5 Variación local del costo inicial

Por condiciones locales pueden diferir de un sitio a otro los costos unitarios de materiales y de mano de obra. Suele constituir una buena aproximación la hipótesis de que tales variaciones equivalen a multiplicar el costo inicial  $u$  por una constante que solo depende



del sitio, no del coeficiente de corte basal de diseño. Entonces los procedimientos que hemos planteado no requieren modificación si trasladamos a  $\phi$  las variaciones en  $u$ . (Como veremos no sucede así en microzonación.)

### **4.3 Zonación con restricciones en las fronteras**

#### **4.3.1 Enunciado del problema**

El planteamiento de este problema es igual al de zonación sin restricciones pero está sujeto a que las fronteras entre las zonas coincidan con trazos bien establecidos, generalmente límites jurisdiccionales, cuyas entidades llamaremos celdas elementales.

#### **4.3.2 Solución**

Quizá la mejor manera de optimar la zonación en estas circunstancias consista en resolver el problema sin restricciones y trasladar las fronteras interzonales calculadas a las jurisdiccionales más próximas, ya sean municipios, colonias o delegaciones, o bien a calles o vías de comunicación según se trate de zonación o microzonación.

### **4.4 Microzonación**

La microzonación difiere de la zonación en tres aspectos principales: a) Las fronteras entre microzonas están asociadas a las variaciones en la estratigrafía del suelo o en las propiedades de este. Una guía dada por estas variaciones mejora la estimación inicial de las fronteras entre microzonas. b) Estas variaciones o aquellas en las limitaciones arquitectónicas pueden introducir cambios importantes en el costo inicial. c) El periodo predominante del terreno puede cambiar sustancialmente de un sitio a otro.

Las variaciones en costo inicial que nos conciernen en microzonación suelen ser funciones del coeficiente de diseño. Por ejemplo en terreno firme es usual que el costo de la cimentación de un edificio aumente lentamente en forma casi continua con  $c$ . En cambio en terreno débil suelen presentarse aumentos bruscos en el costo de cimentación cuando  $c$  rebasa ciertos valores críticos. Tal forma de variación exige que se proceda por aproximaciones sucesivas, estimando los valores de  $c_k$  y de allí una primera aproximación a la variación de  $u$  en función de  $c_k$ , seguido esto de una zonación tentativa, nueva estimación de  $c_k$  y de la variación de  $u$  en función de este parámetro, y así sucesivamente.

Las variaciones en periodo dominante del terreno pueden tratarse acudiendo a

curvas de isoperiodo, como lo hace el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (1987). Si en cambio se desea especificar un periodo dominante en cada microzona para fines de diseño, se invalida el tratamiento unidimensional del problema, ya que los costos dejan de ser funciones monótonas de este nuevo parámetro. En el capítulo 5 veremos como zonificar para minimizar el costo total cuando el problema debe abordarse como bidimensional.

#### **4.5 Ejemplos numéricos**

**4.5.1 Perturbaciones.** La fig 4.1 muestra una región de aproximadamente 35 por 40 km con las correspondientes isosistas de ordenadas espectrales para un periodo de recurrencia de 500 años y el número de estructuras que se construirán por unidad de área. Se zonifica esta región en tres zonas.

Se estiman las dos fronteras interzonales. A continuación, empleando las expresiones deducidas en el apéndice 2, considerando  $\alpha_2=0.5$ ,  $\alpha_3=1.3$ ,  $c_0=0.05$ ,  $\alpha_4=3.75 \times 10^{-4}$ ,  $\alpha_5=3.3$ ,  $b=12$ , y el procedimiento señalado en la sección 4.2.3 se llega a los valores consignados en la tabla 4.1.  $W$  representa el costo de todas las estructuras,  $W_0$  el costo de todas las estructuras si no se zonifica. El incremento en costo debido a la zonación es de 4 por ciento. Esta zonación se presenta en la fig 4.2.

**4.5.2 Procedimiento iterativo.** Esta solución conduce a los mismos resultados que el método de perturbaciones, siendo la parte más laboriosa la que corresponde a igualar los costos entre las dos fronteras.

**Tabla 4.1 Coeficientes de diseño y costos**

	Valores supuestos	Valores finales
$c_1$	0.10	0.11
$c_2$	0.14	0.16
$c_3$	0.20	0.195
$W/C$	7868.40	7687.70
$(W-W_0)/C$	476.37	295.68

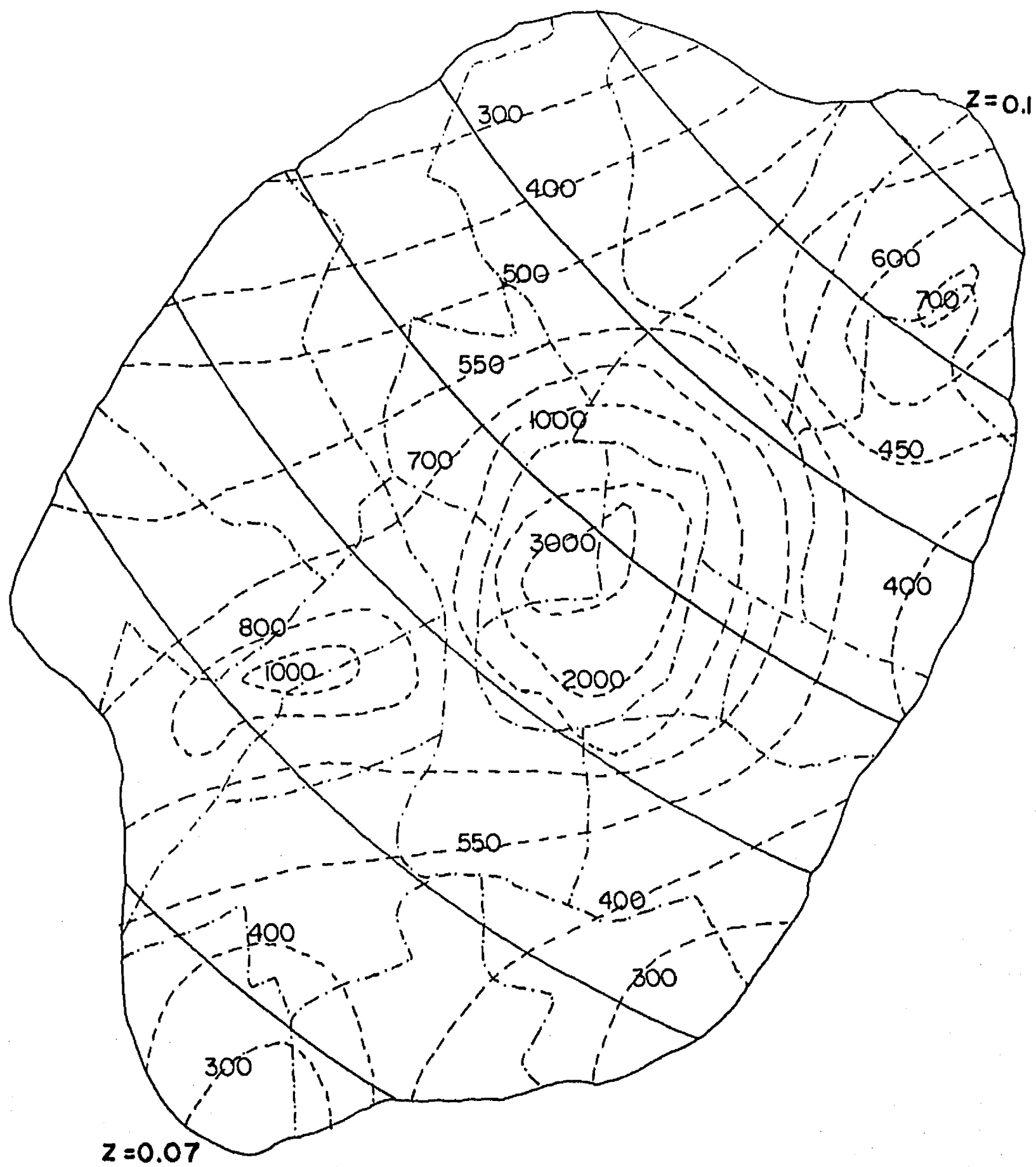


Fig 4.1 Ordenadas espectrales y número de estructuras por km<sup>2</sup> y por unidad de tiempo

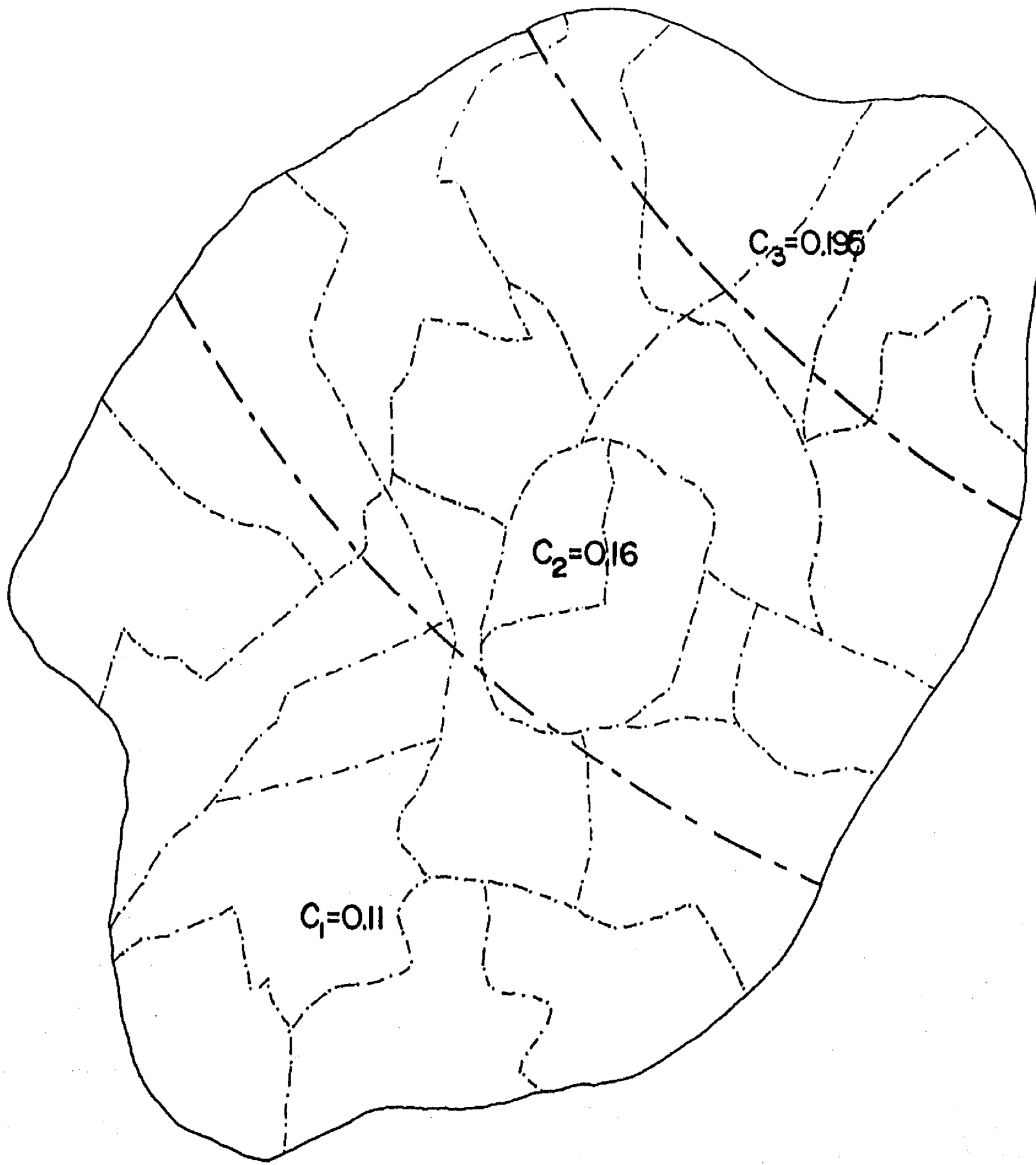


Fig 4.2 Zonación sin restricciones

## 5. ZONACION SISMICA EN PROBLEMAS NO REDUCIBLES A UNA DIMENSION

Se estudia la zonación sísmica considerando dos criterios de diseño. En el primero, los reglamentos requieren que las estructuras sean diseñadas para coeficientes no menores que ciertos valores que se especifican. La zonación óptima es entonces aquella que minimiza la esperanza del valor presente de los costos iniciales de todas las estructuras que se construirán en la región que se zonifica. En el segundo criterio, se diseña de tal forma que se minimice el valor presente del costo total. Llamaremos a estos criterios zonación para la minimización del costo inicial y total respectivamente. Abordamos aquí los problemas que no pueden reducirse a una sola dimensión. Tratamos la microzonación como un caso particular de la zonación. Se proponen diferentes métodos para resolver los distintos problemas. El capítulo termina con ejemplos ilustrativos.

En los capítulos 3 y 4 justificamos la práctica de zonación sísmica y abordamos el problema de zonificar por sismo una región en forma óptima cuando este problema puede reducirse a una dimensión y es entonces formalmente igual a la optimación de un catálogo de productos estandarizados definidos por un solo parámetro. En el presente capítulo extenderemos los métodos de zonación óptima a problemas que deben tratarse en dos dimensiones, tanto cuando se zonifican de manera que en cada zona rige la condición más desfavorable como cuando en la zonación se considera el diseño para la minimización del costo total.

### 5.1 Zonación sin restricciones en las fronteras

#### 5.1.1 Zonación para la minimización del costo inicial

Por sencillez expondremos métodos eficientes para resolver estos problemas suponiendo que en la región de interés sólo se construirán dos tipos de estructura (por ejemplo, tipos cuyas curvas isoparamétricas no son coincidentes). La generalización a cualquier número de tipos es inmediata. También lo es a situaciones en que el costo unitario de cada tipo es función creciente, no necesariamente aditiva, no solo de un coeficiente sino de varios.

Consideraremos la cantidad  $\zeta_{kl} = \sum_{i=1}^2 (u_{ik} - u_{il})\phi_i$  en que  $k$  y  $l$  identifican dos zonas

contiguas. Comencemos por el caso en que  $c_{1k} < c_{1l}$  y  $c_{2k} < c_{2l}$ . Dondequiera que  $\phi_1 + \phi_2 > 0$  tendremos  $\zeta_k < 0$ . Con referencia a la fig 5.1, digamos que para delimitar las zonas  $k$  y  $l$  hemos postulado la línea gruesa de trazo continuo para la cual se cumplen las desigualdades enunciadas entre los coeficientes de diseño y por lo demás es arbitraria. La línea postulada pasa por valores variables de  $Z_1$  y  $Z_2$ , tales que  $Z_{1k} = \max Z_1 = c_{1k}$  y  $Z_{2k} = \max Z_2 = c_{2k}$ . Si movemos la frontera hasta la línea de raya y punto, que coincide segmentalmente con las isosistas  $Z_{1k}$  y  $Z_{2k}$ , entonces el área comprendida entre esta línea y la frontera postulada habrá pasado de la zona  $l$  a la  $k$  y por tanto verá sus coeficientes de diseño disminuidos de  $c_{1l}$  a  $c_{1k}$ , así que el costo total de las estructuras en la región habrá pasado de  $U$  a  $U + \int \zeta_k dA$  (salvo en el caso trivial  $\phi_1 = \phi_2 = 0$ , en que es irrelevante la posición de la frontera dentro del área considerada), donde la integral se extiende al área entre las dos líneas de trazo grueso, y la de raya y punto constituirá una mejor solución que la postulada. En estas circunstancias, cualquiera que sea la frontera que postulemos, siempre encontraremos una mejor, constituida por segmentos de isosistas de ambos tipos de estructura. De aquí que las fronteras óptimas deban estar formadas por tales segmentos.

De nuevo con referencia a la fig 5.1, adoptemos fronteras como las descritas, conservemos fijas las porciones de estas que coinciden con isosistas del segundo tipo de estructuras y movamos el segmento de la frontera entre  $k$  y  $l$  que coincide con una isosista de las estructuras tipo 1, de manera que pasemos de  $Z_{1k}$  a  $Z_{1k} + dZ$ , y por tanto de  $u_{1k}$  a  $u_{1k} + du_1$ . Con ello asignamos a la zona  $k$  la superficie sombreada, de área  $dA$ , la cual quitamos de la zona  $l$ . Llamemos  $k+1$  a  $l$ . El valor de  $F_{1k} - F_{1,k+1}$  se ve incrementado en  $dF_1 = f_1 dA$  (donde ahora  $f_1$  es la integral de  $\phi_1$  a lo largo del segmento cuya posición modificamos), cantidad en que disminuye  $F_{1,k+1} - F_{1,k}$ , mientras que  $u_{1,k}$  aumenta en  $du_1$ , y  $u_{2,k}$  no se afecta. Si la frontera señalada con raya y punto fuera óptima, la suma de los costos de todas las estructuras de la región sería estacionaria con respecto a esta modificación en un segmento de la frontera. Por tanto, dado que solo se modifican  $u_k$  y  $u_{k+1}$ , si hacemos  $u_k = (F_{1k}u_{1k} + F_{2k}u_{2k})/F_k$ ,  $F_k = F_{1k} + F_{2k}$ , debe satisfacerse  $(F_k - F_{k-1})u_k + (F_{k+1} - F_k)u_{k+1} = (F_k - F_{k-1} + f_1 dA_1)(u_k + du) + (F_{k+1} - F_k - f_1 dA_1)u_{k+1} = 0$ , de donde

$$\frac{du}{f_1 dA_1} = \frac{u_{k+1} - u_k}{F_k - F_{k-1}} \quad (5.1)$$

Reconocemos en esta expresión la ec 3.9 que habíamos hallado al plantear el método gráfico para problemas unidimensionales. Por consiguiente si los tramos de las fronteras que coinciden con isosistas para el tipo 2 fueran los correctos, podríamos plantear el siguiente procedimiento:

- 1 Elíjanse valores tentativos de  $u_{1k}$
- 2 Usando cualquiera de los métodos aquí desarrollados, encuéntrense las  $u_{2k}$  óptimas que corresponden a  $u_{1k}$ ; calcúlese  $U$
- 3 Repítase con otro conjunto de valores tentativos de  $u_{1k}$ ; escójase el conjunto que nos dé el mínimo valor de  $U$

Como estos tramos no necesariamente son los buenos, se propone el siguiente procedimiento iterativo, alternando ciclos de optimación para  $i=1$  y  $2$ :

- 1 Por iteración, intercambiando cada vez los índices 1 y 2, obtenemos la primera aproximación
- 2 Exploramos qué movimientos de fronteras (es decir reasignación de celdas a zonas) nos minimizan  $U$
- 3 Escójase el conjunto que nos dé el valor mínimo de  $U$

Se hace notar que el método de perturbaciones modificado es más eficiente si no espera uno lograr convergencia satisfactoria para  $i=2$  sino que alterna, es decir, si no trabaja uno con cada valor de  $i$  hasta lograr una convergencia satisfactoria antes de pasar al otro valor de  $i$ , sino en cada ciclo se alternan ambos valores de  $i$

Con fines ilustrativos consideremos el ejemplo muy hipotético de la fig 5.2. Se trata de una región cuadrada de una unidad por lado. Las figs 5.2a y 5.2b muestran respectivamente curvas de  $Z_1$  constante y de  $Z_2$  constante. Supondremos que  $u_i$  es función lineal de  $c_i$ . Estos costos unitarios crecen linealmente, con iguales pendientes. En este caso las fronteras coinciden con isosistas, cualquiera que sea la variación de  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , pues tanto  $u_1$  como  $u_2$  alcanzan su máximo en la esquina superior derecha de cada zona. Digamos que se busca dividir la región en dos zonas. La frontera será entonces como en la fig 5.2c. Por sencillez supondremos  $\phi_1 = \phi_2 = 1$ , con lo que la zona resulta cuadrada.

Para aplicar la ec 5.1 dejando  $y$  fija calculamos  $\partial u / \partial F_1 = 1/y$ ,  $u_{11} = x$ ,  $u_{21} = y$ ,



$$u_{12}=u_{22}=1, F_{11}=F_{21}=xy, \text{ así que} \\ \frac{1}{y} = \frac{2-x-y}{xy} \quad (5.2)$$

de donde,

$$x = (2 - y)/2 \quad (5.3)$$

mientras que, cuando dejamos  $x$  fija

$$y = (2 - x)/2 \quad (5.4)$$

Comenzamos por estimar  $y_0=0.5$  y calculamos sucesivamente  $x_1=0.75$ ,  $y_1=0.625$ ,  $y_2=0.65625$ . Con los tres primeros valores de  $y$  y la fórmula de Aitken obtenemos la respuesta exacta,  $y=2/3$ ; y, de acuerdo con la ec 5.3,  $x=2/3$ .

La situación en que  $\zeta_k$  no cambia de signo en el área comprendida entre las isosistas pertinentes puede también presentarse cuando  $c_{1k} < c_{1l}$  pero  $c_{2k} > c_{2l}$ . Con referencia a la fig 5.3, si  $\zeta_k > 0$  en el área sombreada, toda frontera dentro de esta área preserva los coeficientes de  $c_{1l}$  y  $c_{2k}$ , la frontera óptima con los coeficientes de diseño  $c_{1l}$  y  $c_{2k}$  es como se muestra con línea de raya y punto. Si, en cambio, en el área sombreada  $\zeta_k < 0$ , la frontera con estos coeficientes sería como en la fig 5.4. Asimismo puede suceder que  $\zeta_k$  cambie de signo en alguna línea entre las isosistas mencionadas, sea que el cambio ocurra en  $\zeta_k=0$  o en una discontinuidad de  $\zeta_k$ . En condiciones como las de la fig 5.3 o de la fig 5.4 es aplicable el método iterativo que describimos en relación con la fig 5.1.

Ahora bien, cualquier desplazamiento impuesto en la frontera entre estas isosistas modifica  $u$  en  $\zeta_k$  integrada sobre el área en que se impone el desplazamiento. Por consiguiente si la frontera es óptima,  $u$  debe ser estacionaria con respecto a estos desplazamientos, así que una frontera que es óptima dados los coeficientes  $z_{1l}$  y  $z_{2k}$  debe coincidir con la línea en que  $\zeta_k$  cambia de signo. En estas condiciones solo cabe explorar zonaciones con un par de coeficientes para cada zona, calcular  $u$  para cada posible combinación y elegir la que minimice  $u$ . El número de posibilidades es limitado, pues en la práctica se habrán discretizado las  $c_{ik}$  ya que no se especificarán coeficientes con más de dos cifras decimales, digamos. Si el lugar geométrico de los cambios de signo de  $\zeta_k$  define lo que podemos llamar los litorales de unas islas, como en la fig 5.5, entonces el interior de estas ha de asignarse a una de las zonas, como en el caso de la figura.

Puede suceder que en toda la región de interés las fronteras óptimas coincida segmentalmente con isosistas tales que  $c_{1k} < c_{1l}$  cuando  $c_{2k} < c_{2l}$ , o en toda ella con isosistas tales que  $c_{1k} < c_{1l}$  cuando  $c_{2k} < c_{2l}$  o finalmente que gobierne la condición de cambio de signo  $\zeta_{kl}$ . Asimismo pueden presentarse circunstancias en que en una parte de la región rija una de estas condiciones y en otras partes rijan otra u otras. En la práctica habrá que explorar tales circunstancias comparando los valores de  $u$  que resulten.

### 5.1.2. Zonación para diseño de minimización del costo total

Consideremos el problema general en que ha de zonificarse una región donde se construirán estructuras de los tipos  $i=1, \dots, n$ . El costo inicial  $c_i$  de cada estructura del tipo depende del vector  $c_i$  de sus coeficientes de diseño y puede depender del sitio en que se erija, mientras que la esperanza  $D_i$  del valor presente de las pérdidas por sismo en esta estructura es función de  $c_i$  y del vector  $Z_i$  de los parámetros que definen la sismicidad del sitio y que son relevantes al comportamiento de una estructura de este tipo.

Sea  $\phi_i$  la esperanza del valor presente del número de estructuras tipo  $i$  que en el sitio se construirán por unidad de área y sean  $w(c, Z) = \sum_{i=1}^n w_i(c_i, Z_i) \phi_i$  y  $\phi = \sum_{i=1}^n \phi_i$ , en que  $c$  y  $Z$  son los vectores de  $c_i$  y  $Z_i$  respectivamente. Entonces la condición de optimalidad que expusimos para problemas unidimensionales se traduce en que dados  $c$  y  $Z$ , para cada frontera los  $w$  sean iguales a ambos lados de la misma. Ello sugiere el empleo de métodos en que se postule una zonación, alternadamente se calculen los coeficientes de diseño óptimos para cada tipo de estructura en cada zona y a partir de estos se obtengan ecuaciones que permiten calcular nuevas fronteras entre las zonas.

Este método iterativo converge muy lentamente, así que en la práctica es casi obligado el uso de fórmulas de extrapolación, como la de Aitken (Apéndice 1).

Como ilustración consideremos el problema muy académico que resolvimos en zonación para diseño de minimización del costo inicial.

La condición necesaria a satisfacer a lo largo de la frontera entre las zonas vecinas  $k$  y  $k'$  está representada por  $\Delta w = \sum_{i=1}^2 \phi_i (w_{ik} - w_{ik'}) = 0$ . Antes de zonificar, a menudo es suficientemente preciso tomar  $w_i = c_i^{\alpha_i} + \gamma_i (Z_i/c_i)^{\beta_i}$ ; donde  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  y  $\gamma_i$  son constantes. Entonces, dado  $k$  y  $k'$  debe cumplirse que  $Z_2^{\beta_2} = a + bZ_1^{\beta_1}$  donde  $a$  y  $b$  son funciones de  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$  y  $\phi_2/\phi_1$ ;  $i=1, 2$ . Tomaremos para ilustrar  $\alpha = \gamma = 1$  y  $\beta = 2$ .

Si una frontera es recta, tiene que pasar por  $(Z_1, Z_2) = (0, 0)$  ya que en  $Z_2^2 = a + bZ_1^2$ ,  $b \neq 0, \infty$  que corresponderían a  $Z_2$  constante o  $Z_1$  constante respectivamente lo que implica que  $a = 0$ ,  $b > 0$ . De acuerdo con lo anterior podemos escribir:  $c_{1k} - c_{1k'} + c_{2k'} = 0$ ;  $(1/c_{1k}^2 - 1/c_{1k'}^2)Z_1^2 + (1/c_{2k}^2 - 1/c_{2k'}^2)Z_2^2 = 0$ . Por otra parte  $c_{ik}$  debe estar entre los límites 0 y  $2^{1/3} = 1.26$  que corresponden respectivamente a  $Z_i = 0, 1$ . Pero  $c_{ik} = (2/3)^{1/3} = 0.87$  correspondería a  $b = 0$  o  $\infty$  que no puede ser. De aquí que  $0 < c_{11} < 0.87 < c_{12} < 1.26$ . También  $0 < c_{22} < 0.87 < c_{21} < 1.26$ , y si  $1/c_{11}^2 - 1/c_{12}^2 > 0$  entonces  $1/c_{21}^2 - 1/c_{22}^2 < 0$  y viceversa, con lo que  $Z_2/Z_1 = [(1/c_{11}^2 - 1/c_{12}^2)/(1/c_{22}^2 - 1/c_{21}^2)]^{1/2}$ . De lo anterior, para la fig 5.6a la solución estará dada por  $0 < c_{11} \leq c_{22} < 0.87 < c_{12} \leq c_{21} < 1.26$  que nos lleva a  $Z_2/Z_1 \geq 1$ ; por otra parte si  $0 < c_{22} \leq c_{13} < 0.87 < c_{23} \leq c_{12} < 1.26$ , esto implica que  $Z_2/Z_1 \leq 1$ . Por ejemplo para  $c_{11} = 0.5$ ,  $c_{12} = 1$ ,  $c_{21} = 1.1$ ,  $c_{22} = 0.6$ ,  $Z_2/Z_1 = 1.54$ ;  $c_{13} = 0.6$ ,  $c_{12} = 1$ ,  $c_{23} = 1.1$ ,  $c_{22} = 0.5$ ,  $Z_2/Z_1 = 0.65$ . También la zonificación mostrada en la fig 5.6b satisface la condición necesaria de optimalidad mencionada con  $c_{11} = c_{23}$ ,  $c_{12} = c_{21}$ :  $0 < c_{11} = c_{22} < 0.87 < c_{12} = c_{21} < 1.26$ .

## 5.2 Zonación con restricciones en las fronteras

Deseamos ahora que todas las fronteras interzonales coincidan con porciones de algunas líneas predeterminadas. Estas líneas definen un número, digamos,  $P$  de celdas elementales, tales como los municipios. El vector de los parámetros de la sismicidad, correspondiente al diseño más conservador para el  $i$ -ésimo tipo en la  $P$ -ésima celda elemental se denotará por  $Z_{ip}$ . El problema puede visualizarse como la asignación de cada celda a una zona. Esto puede realizarse por ensayos exhaustivos. Comparado con otros métodos en este trabajo, el procedimiento puede ser práctico, especialmente para minimización del costo total, si  $P$  es pequeño y  $n$  es grande, puesto que el número de ensayos es independiente de  $n$ . Por ejemplo con  $P = 10$  y  $K = 2$  el número de posibilidades es 511. Para valores grandes de  $P$  resulta impráctico. La zonación cercana a la óptima puede obtenerse encontrando las fronteras óptimas sin restricciones y los correspondientes coeficientes de diseño, y posteriormente ajustando ambos mediante la asignación de las celdas elementales intersectadas por estas fronteras a una u otra zona de acuerdo con una regla sencilla. Por ejemplo, la celda completa puede asignarse a la zona a la que contribuye el valor mayor de  $\int \phi u dA$  o de  $\int \phi w dA$  dependiendo de la clase de zonación. Alternativamente podemos comparar el incremento en

$U$  o en  $W$  que resulta de asignar la celda a cada zona en la que parte de la celda cae y escogiendo la decisión que causa el menor aumento. Si es necesario podemos realizar esto celda por celda y repetir el proceso, aunque esto rara vez se justifica. El error así introducido generalmente será insignificante comparado con el costo de zonación, ya que para las celdas generalmente es mucho más pequeño que para las zonas y, puesto que ya se está cerca del óptimo, cualquier ajuste probablemente produce un incremento pequeño de orden superior en  $U$  o en  $W$

Para problemas de minimización del costo inicial de tamaño moderado, podemos recurrir a un procedimiento que trata directamente con las fronteras restringidas. Se describe a continuación dicho procedimiento.

### 5.2.1 Minimización del costo inicial

Es conveniente como primer paso discretizar los coeficientes. En la práctica esto no ocasiona pérdida de exactitud, ya que difícilmente un reglamento especificaría coeficientes de cortante basal con más de dos dígitos decimales. Digamos que  $c_i^j$  denota el  $j$ -ésimo valor discreto del coeficiente para el  $i$ -ésimo tipo estructural,  $i=1, \dots, n$ ,  $j=1, \dots, n_i$  y hagamos que  $c_i^j \Delta Z_{ip}$  represente el menor valor discreto de  $c_i$  no menor que  $Z_{ip}$ ,  $p=1, \dots, P$ . No existe ventaja alguna en considerar valores que no satisfagan  $c_i^j \Delta Z_{ip}$ ; esta condición puede reducir algunas de las  $n_i$ .

Una vez que se han escogido las  $c_i^j$  asignamos a cada zona  $k$   $n$  coeficientes  $c_{ik}^j$ ,  $k=1, \dots, K$ , formando así una configuración. Las configuraciones deben satisfacer las siguientes condiciones.

- 1 Para cada  $i$  existe en cada configuración al menos una zona  $k$  tal que  $c_{ik} = \max_j c_{ik}^j$ ; de otra forma habría algunas  $Z_{ip}$  que no se cubrirían con ningún coeficiente  $c_{ik}$  y por lo tanto algunas celdas elementales no quedarían en ninguna zona.
- 2 En cualquier configuración dada no existirá ninguna zona que tengan los mismos coeficientes. Por lo que para dos zonas cualesquiera  $k$  y  $l$  no se permite tener  $c_{ik} = c_{il}$  para toda  $i$ ; de otra manera las dos formarían una sola zona.
- 3 No será posible, para cualquier configuración postulada, resultar de la mera reenumeración de las zonas en otra configuración postulada, ya que, las dos configuraciones serían la

misma.

- 4 Los coeficientes en cada celda elemental deberían ser cubiertos por aquellos de al menos una zona. La condición 1 es un corolario de esta cuarta condición.

Ejemplos de configuraciones postuladas que satisfacen las tres primeras condiciones se muestran en las tablas 5.1 (para  $n=2$ ,  $n_1=n_2=4$ ,  $K=2$ ) y 5.2 (para  $n=2$ ,  $n_1=3$ ,  $n_2=2$ ,  $K=3$ ). Introduciendo la condición 4 se puede reducir el número de configuraciones posibles. En estas tablas hemos identificado los coeficientes  $c_{ik}$  con enteros que aumentan con los valores de los coeficientes.

Nótese como una ilustración que la tabla 5.2 no contiene las siguientes configuraciones. 2,2;1,1;1,2, debido a que viola la condición 1. 3,2;1,1;3,2, la que viola la condición 2; ni 3,2;1,2;1,1, que viola la condición 3, ya que es la misma que 3,2;1,1;1,2 reordenada. De acuerdo con la condición 4 si los valores de  $Z$  para alguna celda elemental fueran 2,2, entonces la configuración 3,1;1,2;1,1 será borrada puesto que ninguna zona cubriría esa celda.

Una vez que las posibles configuraciones han sido identificadas debemos asignar cada celda a una zona en cada configuración. Cuando las  $Z_{ip}$  de las celdas son cubiertas por los coeficientes solamente en una zona de la configuración, asignamos la celda a esta zona. Cuando ellas están cubiertas por los coeficientes en dos o más zonas asignamos la celda a la zona para la que  $\sum_{i=1}^n \phi_i w_i$  integrada sobre la celda sea el menor valor. (Esto es equivalente a la introducción de líneas donde  $\zeta$  cambia de signo para la zonación con fronteras sin restricción.) Finalmente calculamos las  $U$  correspondientes y seleccionamos la configuración que dé el valor menor de  $U$ .

El número de posibles configuraciones que satisfacen las cuatro condiciones es casi independiente del número de celdas elementales. El primer número puede llegar a ser imprácticamente grande para  $K$  grande.

### 5.2.2 Minimización del costo total

El siguiente procedimiento iterativo permite cumplir con las restricciones entre las zonas. (En el Apéndice 3 se explican y justifican las expresiones que se mencionan a continuación.)

1 Estimar los vectores  $c_{ik}$  tal que minimicen  $W = \sum_{k=1}^K \sum_i W_{ik}$  donde  $W_{ik}$  es la suma de  $W_{ipk}$  para toda  $p$  en  $k$  cuando las estructuras  $i$  son diseñadas para  $c_{ik}$ ;  $W_{ipk}$  se calcula como  $W_{ip}$  con

$c_{ip}$  sustituida por  $c_{ik}$

- 2 Asignar cada celda  $p$  a la zona  $k$  en la que  $W_{ipk}$  tiene el menor valor. En general solo es necesario intentar algunas de las  $k$  zonas para cada celda
- 3 Calcular  $W$
- 4 Calcular los valores óptimos de  $c_{ik}$  para cada zona
- 5 Repetir los pasos 2-4 como sea necesario. Después de los dos primeros ciclos puede ser recomendable emplear un procedimiento de extrapolación sobre los  $c_{ik}$ , puede emplearse la fórmula de Aitken (Apéndice 1). ("Como sea necesario" se refiere a la diferencia entre  $W$  al final de un ciclo y el valor obtenido cuando cada celda se trata como una zona.)

### 5.3 Microzonación

La microzonación difiere de la zonación en cuatro aspectos esenciales: 1) Es práctico a menudo restringir las fronteras intermicrozonales de tal forma que coincidan con líneas cercanamente espaciadas. 2) Las fronteras entre las microzonas están cercanamente asociadas con las variaciones en la estratigrafía del suelo o las propiedades. 3) Estas variaciones o aquellas en las limitaciones arquitectónicas pueden introducir cambios no proporcionales en el costo inicial. 4) El periodo dominante del terreno puede cambiar substancialmente de un sitio a otro.

El tamaño generalmente pequeño de las celdas elementales favorece el procedimiento que consiste en el cálculo de las fronteras óptimas sin restricción seguidas de un ajuste para hacerlas coincidir con las fronteras de las celdas, puesto que el ajuste introduce probablemente errores menores que en la zonación.

La guía proporcionada por las variaciones en las propiedades del suelo o la estratigrafía mejorará la estimación inicial de las fronteras entre las microzonas.

En la minimización para el costo inicial, el hecho de que el costo para un conjunto dado de coeficientes de diseño pueda variar de una localización a otra de manera no proporcional hace necesario proceder en forma iterativa. La razón principal para la variación es que el costo de la cimentación para coeficientes de cortante basal grandes y relaciones de esbeltez pueden ser muy sensitivos al cortante basal de diseño y a las propiedades del suelo

para profundidades del orden de la mitad del ancho de la cimentación o mayor. Excepcionalmente, las restricciones arquitectónicas pueden causar también este tipo de variación. El procedimiento iterativo consiste en establecer una microzonación preliminar con  $\phi$  locales equivalentes, estimadas como si las  $u_i$  fueran independientes del sitio, y repitiendo como sea necesario.

## 5.4 Ejemplos numéricos

### 5.4.1 Minimización del costo inicial con restricciones

La fig 5.7 muestra una región con sus límites jurisdiccionales e isosistas para dos tipos de estructura. Se desea zonificar para dos zonas.

Se determina para cada celda  $p$  los valores de  $Z_{ip}$  y  $F_{ip}$  que representan la capacidad máxima requerida no discretizada para el tipo  $i$  en la celda  $p$ , y el número de estructuras que se construirán en  $p$  respectivamente, estos valores se consignan en la tabla 5.3. Si no zonificáramos o si cada celda constituyera una zona, el costo total de las estructuras sería  $U = \sum_{p=1}^P U_p$  donde  $U_p = \sum_{i=1}^2 U_{ip}$ . Asignamos valores posibles a  $c_{ik}$ ;  $i=1,2$ ;  $k=1,2$ , de acuerdo con las restricciones señaladas en la sección 5.2.1. Para este ejemplo escogemos  $c_{1k}=1,2,3$  y  $c_{2k}=1,3,4$ . No se necesitaron  $c_{1k}=4$  ni  $c_{2k}=2$  pues no hay ninguna  $Z_{1p}$  entre 3 y 4 ni  $Z_{2p}$  entre 1 y 2.

La tabla 5.4 presenta el número de configuraciones posibles para el ejemplo en estudio. Se puede observar que las siguientes configuraciones no son posibles. 3,4,3,4, ya que se trataría de una sola zona y no de dos; 1,1,3,4, ya que con un cambio de notación sería la misma que la de la primera fila en la tabla 5.4. Como siguiente paso asignamos cada celda a una de las zonas, por ejemplo para la configuración 3,4,2,3, se tiene que si  $p=1$ :  $2.1 < 2.3$ ,  $2.7 < 4$  por lo que se asigna a la zona 1 (no a la 2, puesto que  $2.1 > 2$ );  $p=2$ :  $1.7 < 2$ ,  $0.8 < 3$  se asigna a la zona 2 (no a la 1, puesto que  $c_{11} > c_{12}$  y  $c_{21} > c_{22}$ );  $p=3$ :  $0.7 < 2$ ,  $2.9 < 3$  se asigna a la zona 2;  $p=4$ :  $0.7 < 3$ ,  $3.8 < 4$  se asigna a la zona 1 (no a la 2, ya que  $3.8 > 3$ ).

Calculamos los costos para todas las configuraciones y seleccionamos la configuración que dé el menor valor de  $U$ , para el ejemplo en consideración la zonación queda como se

indica en la fig 5.8, con  $c_{11}=c_{12}=3$ ,  $c_{21}=4$  y  $c_{22}=1$ .

#### 5.4.2 Minimización del costo total con restricciones

La fig 5.9 muestra una región con 16 municipios y las isosistas correspondientes a dos tipos de estructura. Se desea zonificar en cuatro zonas. Para este ejemplo tenemos que  $I=2$ ,  $K=4$ ,  $p=9$  y suponemos que el costo está dado por:  $W_{ip} = (c_i + \bar{Z}_i/100c_i^2) \int \int \phi_i(x,y) dx dy$ .

En la tabla 5.5 se consignan los valores de  $\phi_{ip}A_p$  donde  $A_p$  es el área de los municipios o celdas,  $\bar{Z}_{ip}$  calculada como  $\bar{Z}_i = \int \phi_i Z_i dA / \int \phi_i dA$ ,  $c_{ip}$  son los coeficientes óptimos sin zonación de cada celda calculados a partir de  $c_i = (0.02 \bar{Z}_i)^{1/3}$ , asimismo se muestran los valores de  $\bar{Z}_i \phi_i A$  de cada celda.

La tabla 5.6 presenta los valores de  $c_{ik}$ ,  $k=1, \dots, 4$ , los valores de  $W_{pk}$  para las 6 primeras celdas y primera iteración, suponiendo que cada celda se coloca en la zona  $k$ . No es necesario probar cada celda en cada una de las cuatro zonas sino sólo en aquellas en que los coeficientes  $c_{ip}$  se acercan a los asignados a la zona. Por iteraciones calculamos el valor mínimo de  $W$  que nos conduce a la zonificación que se muestra en la fig 5.10. Los coeficientes óptimos para cada zona se calculan como  $c_{ik} = (0.02 \sum \bar{Z}_{ip} \phi_{ip} / \sum \phi_{ip})^{1/3}$ , lo que resulta en:  $c_{11}=c_{23}=c_{24}=0.13$ ,  $c_{13}=c_{22}=0.14$ ,  $c_{12}=0.15$ ,  $c_{21}=0.12$  y  $c_{14}=0.16$ . Las sumas abarcan todas las celdas de la zona  $k$ .



Tabla 5.1 Configuraciones para  $n_1=n_2=4$ ,  $K=2$

Z o n a			
1		2	
$c_{11}$	$c_{21}$	$c_{12}$	$c_{22}$
4	4	1	1
4	4	1	2
4	4	1	3
4	4	1	4
4	4	2	1
4	4	2	2
4	4	2	3
4	4	2	4
4	4	3	1
4	4	3	2
4	4	3	3
4	4	3	4
4	4	4	1
4	4	4	2
4	4	4	3
4	1	1	4
4	1	2	4
4	1	3	4
4	2	1	4
4	2	2	4
4	2	3	4
4	3	1	4
4	3	2	4
4	3	3	4

Tabla 5.2 Configuraciones para  $n_1=3$ ,  $n_2=2$ ,  $K=3$

Z o n a					
1		2		3	
$c_{11}$	$c_{21}$	$c_{12}$	$c_{22}$	$c_{13}$	$c_{23}$
3	2	1	1	1	2
3	2	1	1	2	1
3	2	1	1	2	2
3	2	1	1	3	1
3	2	1	2	2	1
3	2	1	2	2	2
3	2	1	2	3	1
3	2	2	1	2	2
3	2	2	1	3	1
3	2	2	2	3	1
3	1	1	2	1	1
3	1	1	2	2	1
3	1	1	2	2	2
3	1	2	2	1	1
3	1	2	2	2	1

**Tabla 5.3 Capacidad máxima requerida y número de estructuras**

$P$	$Z_{1p}$	$Z_{2p}$	$F_{1p}$	$F_{2p}$
1	2.1	2.7	1	0
2	1.7	0.8	2	2
3	0.7	2.9	3	1
4	0.7	3.8	3	0

**Tabla 5.4 Configuraciones posibles**

$C_{11}$	$C_{21}$	$C_{12}$	$C_{22}$
3	4	1	1
3	4	1	3
3	4	1	4
3	4	2	1
3	4	2	3
3	4	2	4
3	4	3	1
3	4	3	3
3	3	1	3
3	3	2	4

Tabla 5.5 Datos de las distintas celdas de la región a zonificar

$p$	$\phi_{1p}A_p$	$\phi_{2p}A_p$	$Z_{1p}$	$Z_{2p}$	$c_{1p}$	$c_{2p}$	$Z_{1p}\phi_{1p}A_p$	$Z_{2p}\phi_{2p}A_p$
1	1	0	0.08	0.08	0.12	0.12	0.08	0.00
2	3	3	0.11	0.10	0.13	0.13	0.33	0.30
3	1	2	0.14	0.11	0.14	0.13	0.14	0.22
4	8	3	0.18	0.13	0.15	0.14	1.44	0.39
5	9	1	0.10	0.07	0.13	0.11	0.90	0.07
6	3	8	0.12	0.08	0.13	0.12	0.36	0.64
7	1	1	0.16	0.10	0.15	0.13	0.16	0.10
8	4	6	0.20	0.12	0.16	0.13	0.80	0.72
9	0	9	0.13	0.05	0.14	0.10	0.00	0.45
10	1	6	0.16	0.07	0.15	0.11	0.16	0.42
11	0	7	0.19	0.08	0.16	0.12	0.00	0.56
12	5	4	0.22	0.10	0.16	0.13	1.10	0.40
13	1	6	0.18	0.02	0.15	0.07	0.18	0.12
14	8	7	0.19	0.04	0.16	0.09	1.52	0.28
15	6	9	0.22	0.07	0.16	0.11	1.32	0.63
16	9	3	0.26	0.08	0.17	0.12	2.34	0.24

Tabla 5.6 Valores de coeficientes y costos

$k$	$c_{1k}$	$c_{2k}$	1	2	3	4	5	6
1	0.13	0.13	0.18	1.15	0.60		1.87	2.02
2	0.15	0.13	0.19		0.60	2.46		
3	0.15	0.09			0.65			2.12
4	0.16	0.11					1.96	

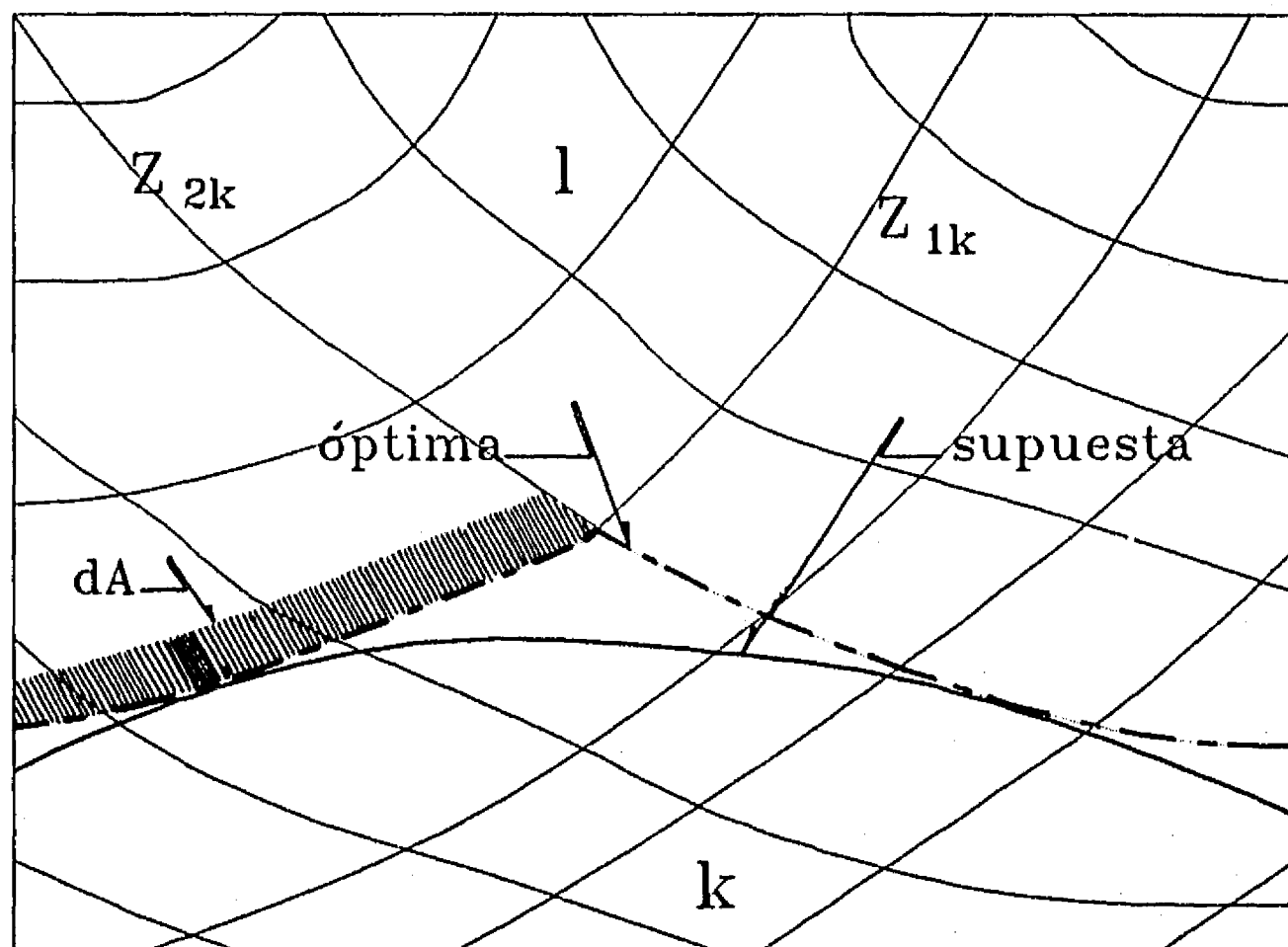
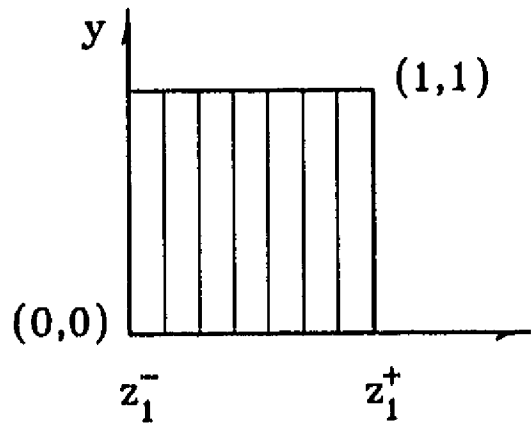
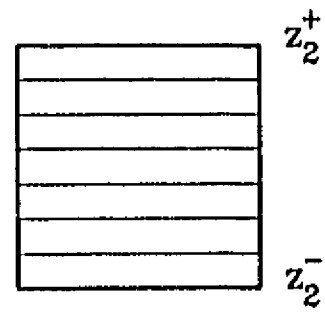


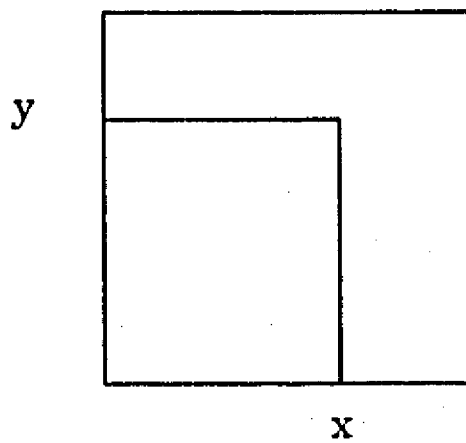
Fig 5.1 Fronteras para diseño de minimización del costo inicial con dos tipos de estructura,  $Z_{1k} < Z_{2k}$



a)



b)



c)

Fig 5.2 Ejemplo de procedimiento iterativo a),b) curvas isoparamétricas c) fronteras óptimas

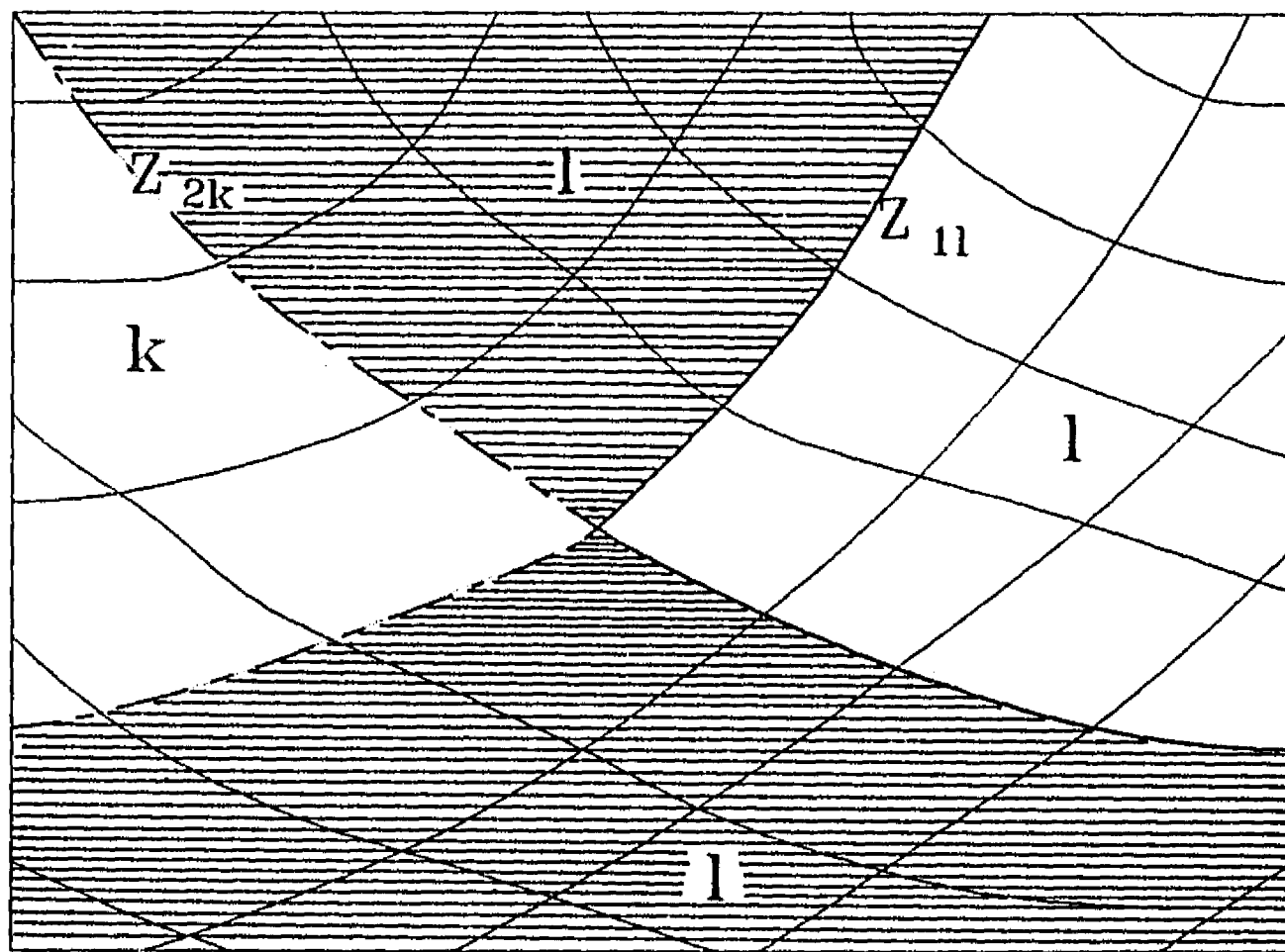


Fig 5.3 Frontera óptima para coeficientes de diseño dados,  $\bar{I}_{kl} > 0$

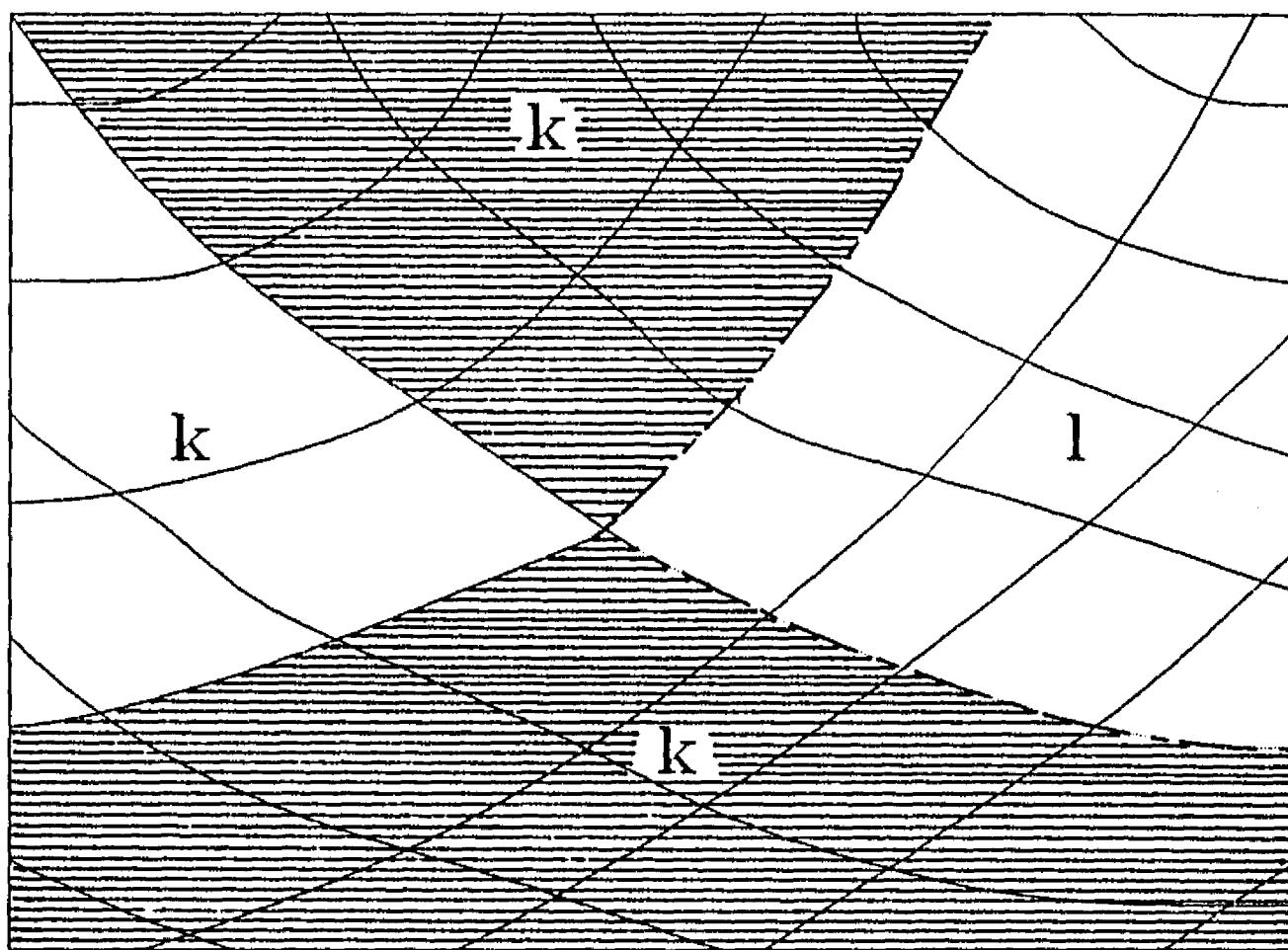


Fig 5.4 Frontera óptima para coeficientes de diseño dados,  $\bar{I}_{kl} < 0$

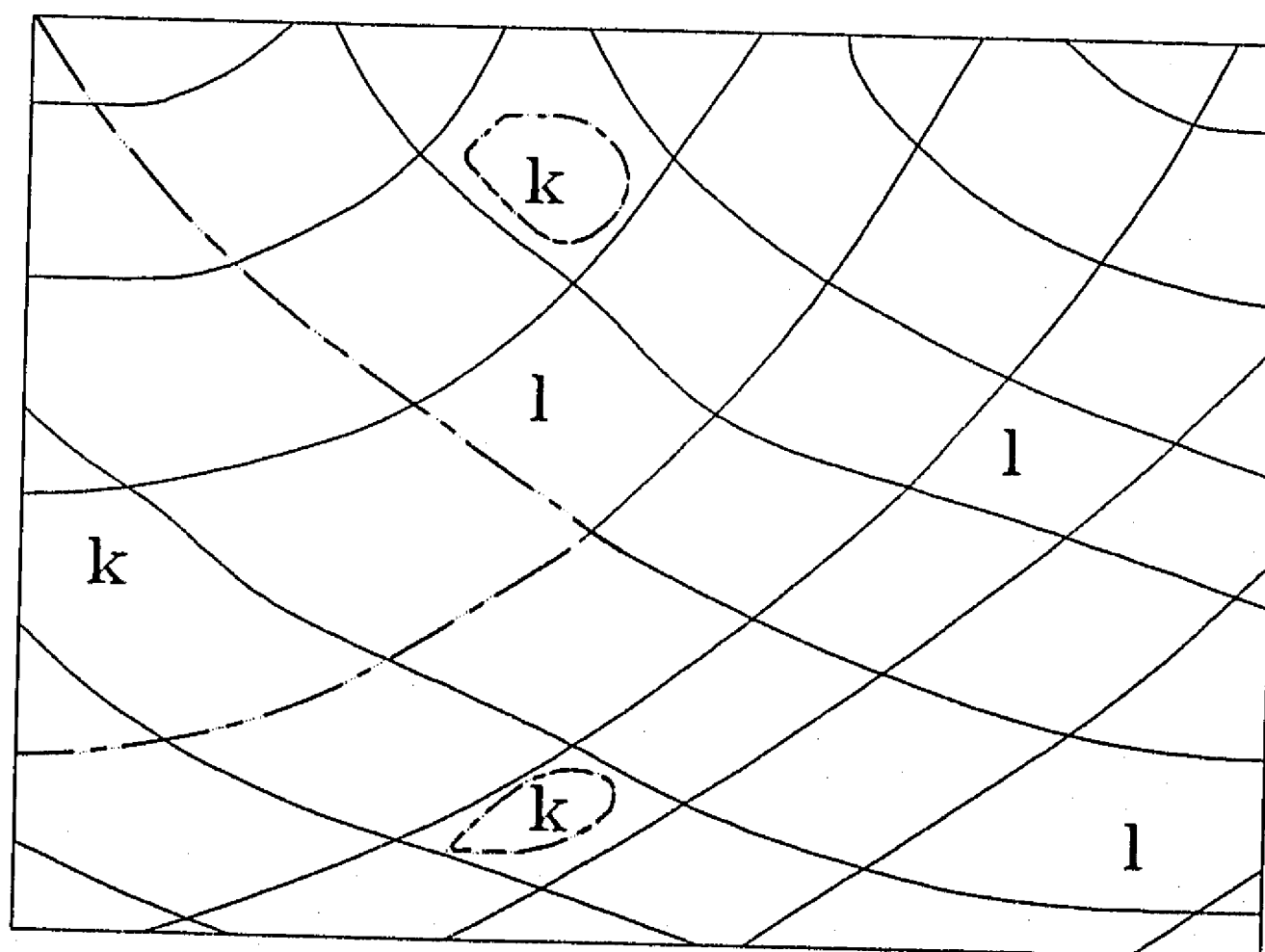
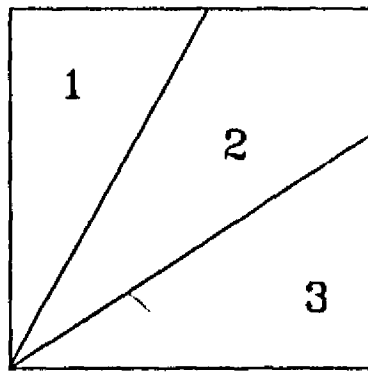
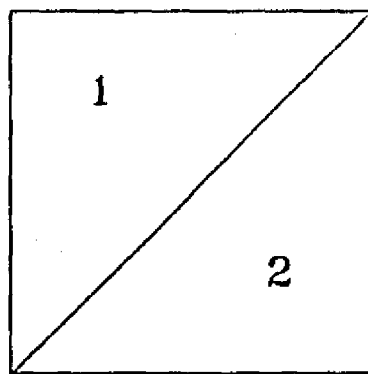


Fig 5.5 Fronteras óptimas para cambios de signo en  $I_k$





a)



b)

Fig 5.6 Ejemplo iterativo para minimización del costo total

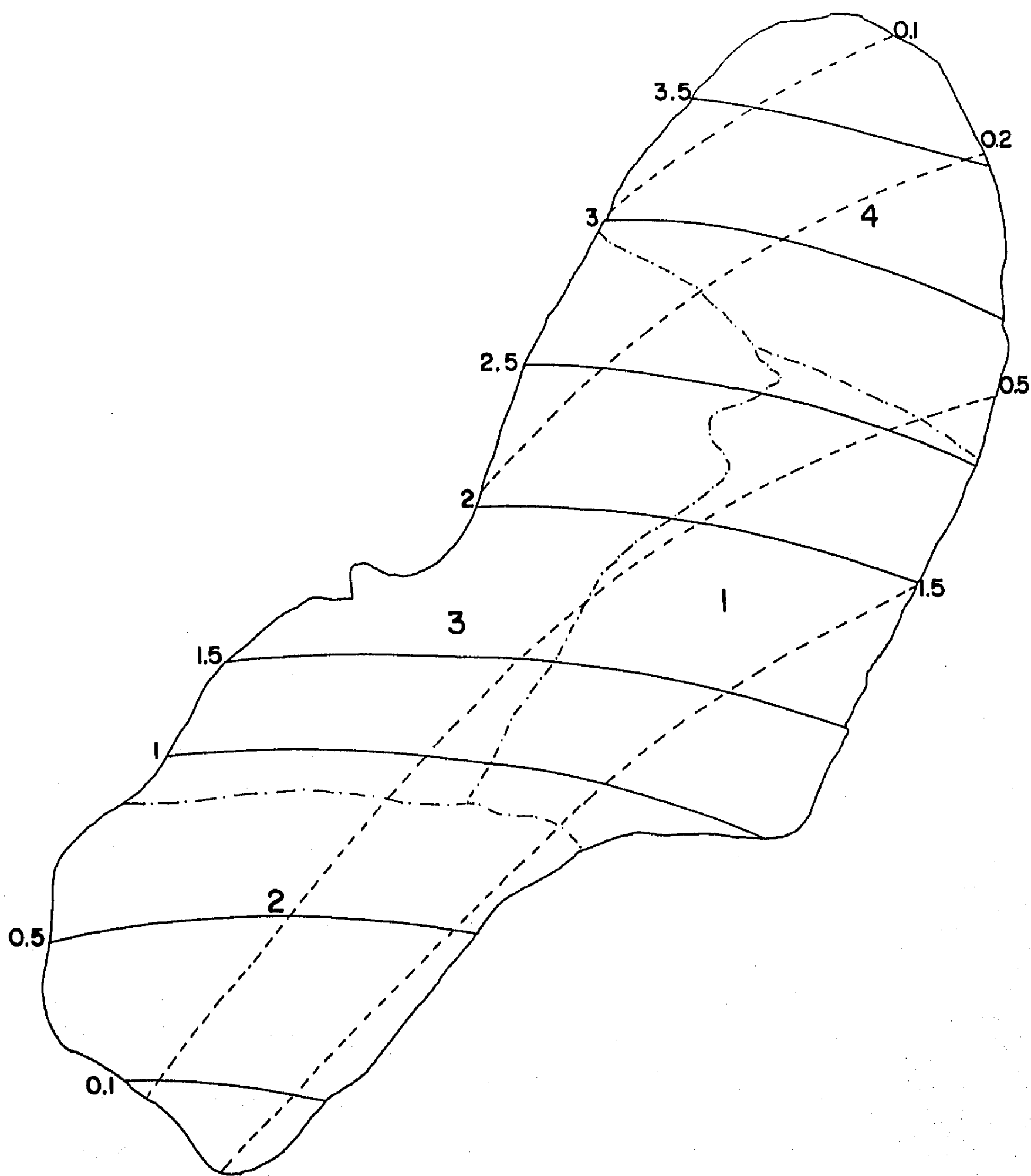


Fig 5.7 Límites jurisdiccionales e isosistas  
minimización del costo inicial

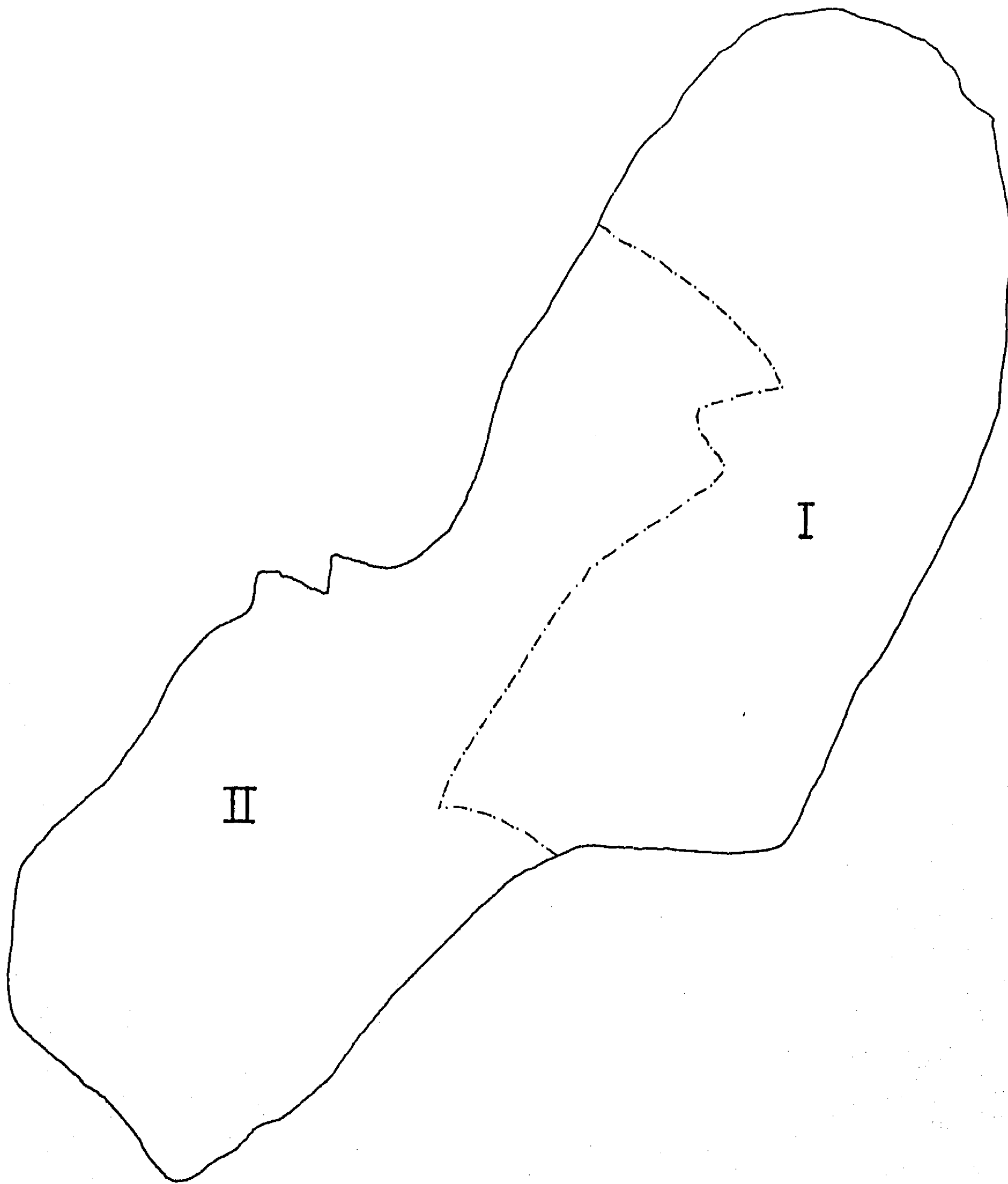


Fig 5.8 Zonación para minimización del costo inicial

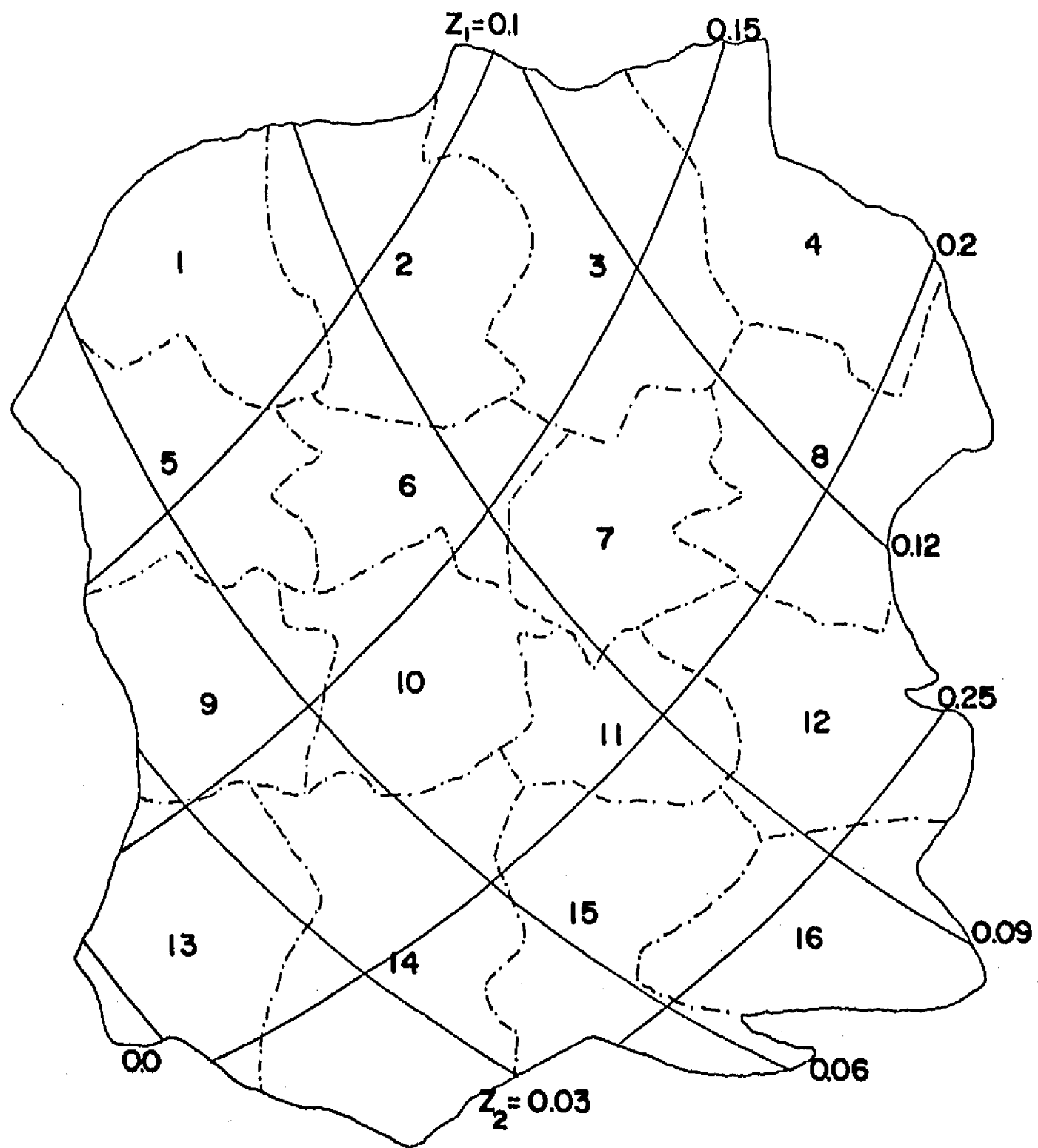


Fig 5.9 Límites jurisdiccionales e isosistas  
 minimización del costo total

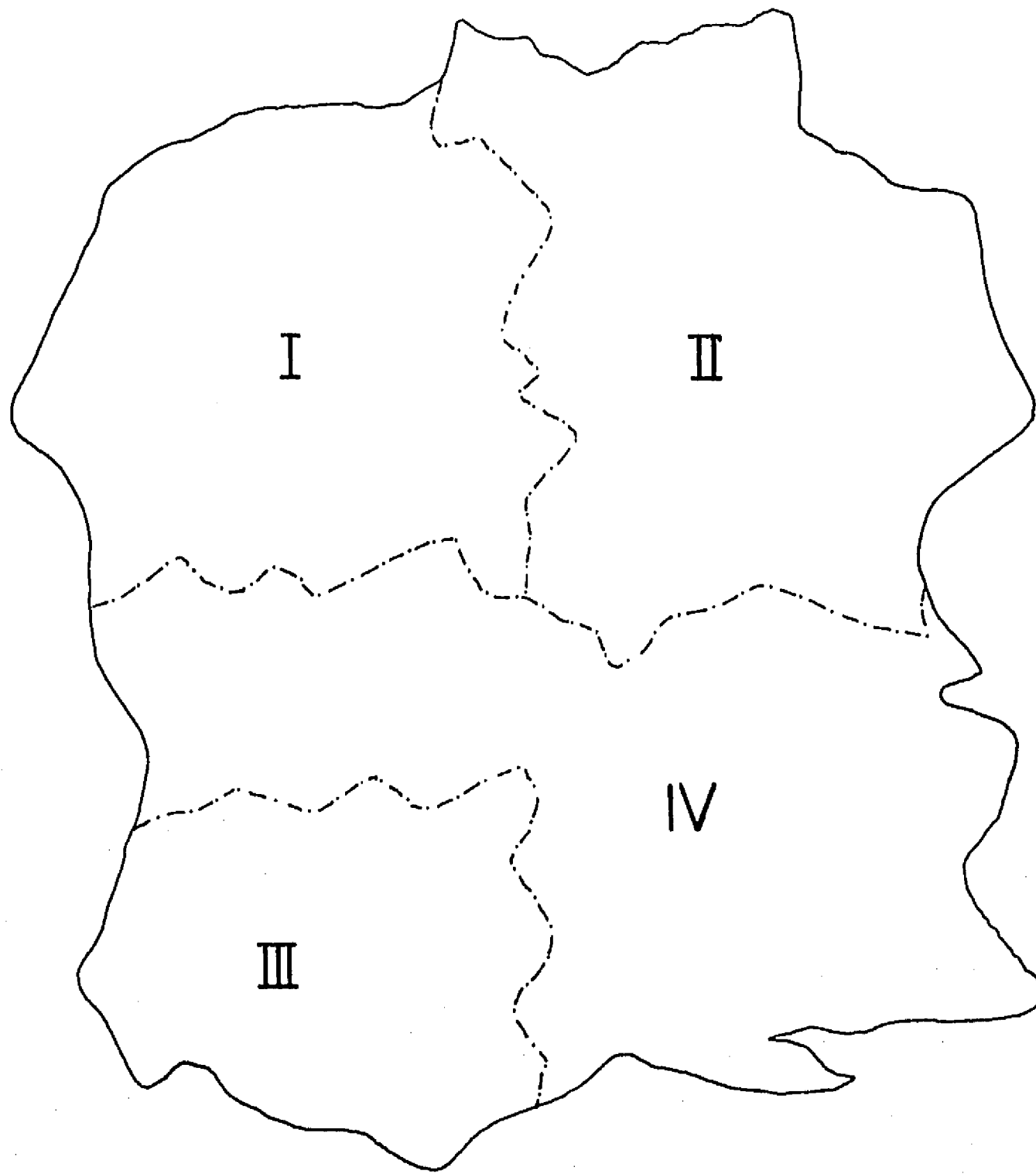


Fig 5.10 Zonación para minimización del costo total

## 6. CONCLUSIONES

Consideramos la zonación sísmica para el criterio denominado minimización del costo inicial, para el caso unidimensional, en el que las normas requieren que las estructuras sean diseñadas para coeficientes no menores que las que ellas exigen. Dado el número de zonas, sus fronteras y coeficientes de diseño deben ser tales que minimicen el valor presente esperado de todas las estructuras que se construirán en la región. El problema así presentado puede resolverse mediante métodos aplicables a la optimización de catálogos. Se expusieron y adaptaron dichos métodos. Demostramos que las fronteras interzonales óptimas coinciden con curvas isoparamétricas e ilustramos la aplicación de los métodos y sus adaptaciones.

Presentamos la solución al problema de dividir en zonas una región de sismicidad conocida, minimizando para ello la esperanza del valor presente del costo total de las estructuras que se encuentran en dicha región, primeramente cuando el problema puede reducirse a una dimensión. Se consideran los costos iniciales, los de mantenimiento y los de los daños ocasionados por sismos. (En el Apéndice 2 se trata con detalle el caso de sismos cuyos tiempos de arribo se idealizan como un proceso múltiple de Poisson.) Se desarrollaron métodos eficientes que optiman fronteras no restringidas, ajustándolas posteriormente a las restricciones jurisdiccionales que se consideren, como pueden ser los límites entre municipios o bien, por ejemplo, calles según se trate de zonación o microzonación. Se demuestra que las fronteras óptimas sin restricción coinciden con curvas de sismicidad constante y que, cuando se cumplen ciertas condiciones de continuidad, estas fronteras deben ser tales que el costo total de una estructura sea igual a ambos lados de cada frontera. Se describen métodos eficientes de solución. Los diferentes métodos propuestos se ilustran con ejemplos.

La zonación óptima generalmente minimiza el valor presente esperado del costo inicial o del costo total de las estructuras en una región. Las fronteras interzonales preferentemente coinciden con fronteras jurisdiccionales. Ensayes exhaustivos resuelven el problema de manera exacta, pero son difíciles de manejar en casos prácticos. Desarrollamos en el capítulo 5 métodos eficientes para el caso bidimensional que optiman fronteras sin

restricción, y las ajustan de tal forma que cumplen con las restricciones y dan soluciones cercanas a las óptimas. Se presenta un método exacto para coeficientes de diseño discretizados con fronteras restringidas para minimización del costo inicial. Asimismo se muestra un método iterativo para cumplir con las restricciones en las zonas, para la zonación considerando la minimización del costo total.

Tanto para los casos reducibles a una dimensión como los bidimensionales, se trata la microzonación como un caso especial de la zonación en la que se reconoce la dependencia del costo inicial del sitio.

Las técnicas desarrolladas pueden aplicarse a cualquier región que se desee zonificar. Es de especial interés definir las zonas de la República Mexicana y del área metropolitana de la ciudad de México.

El problema de la República Mexicana puede reducirse a una dimensión, sin embargo, respecto al Eje Neovolcánico y alrededores (Distrito Federal), donde cerca del Pacífico regirán los temblores de subducción y quizá los de profundidad intermedia para todo tipo de estructuras mientras que cerca del Golfo de México regirán los temblores locales para todas las estructuras, la zonación se determinará en forma bidimensional. Puede resolverse la parte unidimensional ignorando la otra y después solucionar esta. En cada paso resultará mejor unificar una zona de la parte bidimensional con una de las ya elegidas para la parte unidimensional.

Para el área metropolitana de la ciudad de México, a partir del número y tipos de estructuras que se construyen por unidad de área y por unidad de tiempo, se definen las zonas óptimas con los métodos desarrollados. Las celdas elementales estarán formadas por las áreas delimitadas por delegaciones, colonias o vías de comunicación.

## **7. AGRADECIMIENTOS**

Mi más sincero agradecimiento a quien dirigió este trabajo y me formó académicamente: Dr. Emilio Rosenblueth Deutsch<sup>+</sup>.

Deseo expresar mi gratitud al jurado de tesis por la revisión y comentarios recibidos, de manera muy especial al Dr. Luis Esteva Maraboto por sus invaluable recomendaciones, sugerencias, y el tiempo dedicado a la revisión crítica y detallada a pesar de sus múltiples ocupaciones.

Agradezco a Mario Ordaz Schröder y Juan Diego Jaramillo Fernández quienes frecuentemente me explicaron los diferentes aspectos de la ingeniería sísmica, a Orlando Díaz López por sus valiosas discusiones sobre los temas tratados en este trabajo, a mis compañeros de Mecánica Aplicada por la amistad brindada en esta etapa, al Instituto de Ingeniería por las facilidades otorgadas.



## REFERENCIAS

B H P *Circular* (1966), United Kingdom Manufacturers, Londres

Bongers, C (1980), *Standardization*, Martinus Nijhoff Publishing, Boston, La Haya, Londres

*Código Sísmico de Costa Rica* (1986), Editorial Tecnológica de Costa Rica, Cartago, Costa Rica, 104

Comisión Federal de Electricidad (CFE) (1976), Manual de Diseño de Obras Civiles.

Comisión Federal de Electricidad (CFE) (1993), Manual de Diseño de Obras Civiles.

Cornell, C A y Vanmarcke, E (1969), "The major influences on seismic risk", *Memorias IV Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Santiago de Chile, Chile, pp A169-83

Esteva, L y Trigos, J (1976), "Recomendaciones para la formulación de reglamentos de diseño sísmico en el país". Secretaría de Obras Públicas, abr

Esteva, L, Díaz, O, Terán, A y García, J (1988), "Costos probables de daños causados por temblores en construcciones", Informe del proyecto 8750, Instituto de Ingeniería, UNAM, México

Ferrito, J M (1984), "Economics of seismic design for new buildings", *Journal of Structural Engineering*, ASCE 110, No 12, pp 2925-37, dic

Grandori, G (1977), "Seismic zoning as a problem of optimization", *Proc Second International Conference on Structural Safety and Reliability*, Munich, pp 613-24

Hall, B W (1978), Optimization of catalogues of structural members, tesis doctoral, Departamento de Ingeniería Civil, Univ de Waterloo, Ontario, Canadá

Iglesias, J y col (1987), "Estudio de las intensidades del sismo del 19 de septiembre en la ciudad de México". UAM, jun

Lind, N C (1975), "Optimization of a discrete solution set", Univ of Waterloo, Solid

Mechanics Division Report

Lind, N C, Rukos, E y Barrera, R (1976), "Optimación de catálogos de productos estandarizados", Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 374, jul

Marsal, R, Mazari, M y Hiriart, H (1953), "Cimentaciones en la ciudad de México". Ediciones ICA, B16, oct

Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (1987), Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, oct

Ordaz, M, Jara, J M y Singh, S K (1988), "Riesgo sísmico y espectros de diseño en el estado de Guerrero", Informe de los proyectos 8782 y 9745, Instituto de Ingeniería, UNAM,

México

Ordaz, M, Meli, R, Montoya-Dulché, C, Sánchez, L y Pérez-Rocha, L E (1992), "Data base for seismic risk assessment in Mexico City", *International Symposium on Earthquake Disaster Prevention*, CENAPRED, México, III, pp 99-109, may

Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (1987), Diario Oficial de la Federación, jul

Reitman, M I y Hall, B W (1990), "Optimal structural standardization", *Eng Opt*, 16, 109-28

Rosenblueth, E (1976), "Optimum design for infrequent disturbances", *Proc ASCE, Journal of the Structural Division*, 102, ST9, pp 1807-25, sep

Rosenblueth, E (1977), "Optimum regionalization", *Proc Second International Conference on Structural Safety and Reliability*, Munich, pp 575-92

Rosenblueth, E (1987), "What should we do with structural reliabilities", *Reliability and Risk Analysis in Civil Engineering, Proc Fifth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering*, Waterloo, Ontario, pp 24-34, may

**Starr, C (1969), "Societal benefit versus technological risk", *Science*, 165, 1232-48**

**Starr, C y Whipple, C (1980), "Risk of risk decisions", *Science*, 208, 1114-19, jun**

**Vargas, E y Jara, J M (1989), "Influencia del coeficiente sísmico de diseño en el costo de edificios con marcos de concreto", *Memorias VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Gro, pp D30-39, nov**

**Whitman, R V , Biggs, J M, Brennan, J, Cornell C A, de Neufville, R y Vanmarcke, E (1973), "Summary of methodology and pilot application", *Seismic Decision Analysis Report No. 9*, MIT Dept of Civil Engineering, Cambridge, MA, oct**

## APENDICE 1

### CONVERGENCIA EN APROXIMACIONES SUCESIVAS

En todo método de aproximaciones sucesivas en que la  $n$ -ésima aproximación depende solo de la anterior, vale la fórmula de extrapolación de Aitken, también llamada "de la delta cuadrada".

Sean  $x$  la cantidad que se desea calcular,  $x_0$  una estimación de la misma,  $x_1$  la calculada a partir de  $x_0$ , y  $x_2$  la calculada a partir de  $x_1$ . Entonces, generalmente

$$\hat{x} = x_2 - \frac{(x_2 - x_1)^2}{x_0 - 2x_1 + x_2} \quad (\text{A1.1})$$

es una mejor aproximación a  $x$  que  $x_2$ . La ecuación anterior suele acelerar grandemente los métodos de aproximaciones sucesivas.

## APENDICE 2

### COEFICIENTES OPTIMOS

Se presenta con detalle la deducción de las ecuaciones de los coeficientes óptimos para el caso de los temblores originados por un proceso múltiple de Poisson, sin tener en cuenta incertidumbres en las fórmulas de atenuación ni en las propiedades estructurales.

La esperanza del valor presente de los costos iniciales de las estructuras que se construyan en el punto  $(x,y)$  será, por unidad de área,

$$\bar{u} = \phi u \quad (\text{A2.1})$$

donde  $\phi$  es la esperanza del valor presente de las estructuras que se construirán por unidad de área en el punto  $(x,y)$ , y  $u$  el costo inicial de una estructura diseñada con el coeficiente  $c$ , el que con base en estudios realizados por Whitman y col (1973), Grandori (1977), Ferrito (1984), Rosenblueth (1987) y Vargas y Jara (1989) es razonable adoptar  $u = [1 + \alpha_2(c - c_0)^{\alpha_3}]C$  cuando  $c \geq c_0$ , y  $u = C$  si  $c \leq c_0$ , donde, si no se diseñara la estructura para resistir sismo,  $C$  sería su costo inicial y  $c_0$  sería su resistencia lateral;  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  son constantes. La esperanza del valor presente del número de estructuras que se erigirán por unidad de área es  $\phi = \int_0^{\infty} \psi(t) e^{-\gamma t} dt$ , donde  $\psi(t)$  es la esperanza del número de estructuras que se construirán por unidad de área y por unidad de tiempo, y  $\gamma$  la tasa de descuento. (Si  $\psi(t) = \psi$  y  $\gamma$  son independientes del tiempo, entonces  $\phi = \psi/\gamma$ .) De acuerdo con lo anterior la ec A2.1 se convierte en

$$\bar{u} = \phi [1 + \alpha_2(c - c_0)^{\alpha_3}] C \quad (\text{A2.2})$$

Sean ahora  $\kappa = \kappa(z) = -d\lambda/dz$  la densidad de ocurrencia de los sismos con intensidad  $z$ ,  $\lambda = \lambda(z)$  la tasa de excedencia de  $z$ , y  $L_z$  la pérdida por un sismo de intensidad  $z$  en el instante en que ocurre este. Si suponemos que a raíz de todo temblor se restituye a la estructura su condición original y que la estructura se construyó en el instante  $t=0$ , entonces la esperanza del valor presente de la pérdida debida al primer sismo con intensidad comprendida entre  $z$  y  $z+dz$  vale

$$v_{z1} dz = L_z \kappa dz \int_0^{\infty} e^{-(\gamma + \kappa dz)t} dt = L_z \kappa dz / (\gamma + \kappa dz) \quad (\text{A2.3})$$

La del segundo temblor con intensidad en este intervalo,  $v_{z2} dz$ , será  $v_{z1} dz$  por  $\kappa dz / (\gamma + \kappa dz)$ , y así sucesivamente. Por tanto la contribución de todos los temblores con intensidad en  $(z, z + dz)$  será

$$dv_z = L_z \sum_{n=1}^{\infty} [\kappa dz / (\gamma + \kappa dz)]^n = L_z (\kappa / \gamma) dz \quad (\text{A2.4})$$

(Rosenblueth, 1976). Se sigue de aquí que la esperanza del valor presente de las pérdidas debidas a todos los sismos en una estructura construida en  $t=0$  vale

$$v = (1/\gamma) \int_0^{z_m} L_z \kappa dz \quad (\text{A2.5})$$

donde  $z_m$  es la máxima intensidad que puede ocurrir en el sitio de interés.

Si la estructura se hubiera construido en el instante  $t \geq 0$ , esta sería también la esperanza del valor actualizado al tiempo  $t$ , de las pérdidas causadas por todos los temblores que ocurrirán en tiempos ulteriores. Dado que entre el instante  $t$  y el  $t + dt$  se construirán  $\psi(t) dt$  estructuras por unidad de área, la esperanza del valor presente de las pérdidas por unidad de área valdrá

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \psi e^{-\gamma t} dt = (\phi/\gamma) \int_0^{z_m} L_z \kappa dz \quad (\text{A2.6})$$

Tomaremos  $L_z$  como constituida por dos términos, el primero de los cuales representa los daños materiales directos que sufre el edificio mismo ante el embate de un temblor de intensidad  $z$ . Escribiremos este término en la forma  $L_z = u \xi(z, c)$ . La función  $\xi$  debe ser creciente con  $z$ , decreciente al aumentar  $c$  y tal que  $\lim_{z \rightarrow 0} \xi = 0$  y  $\lim_{z \rightarrow \infty} \xi = 1$ . Además debe tender muy rápidamente a cero cuando  $z$  tiende a cero pues sabemos que los temblores de muy baja intensidad no causan daño alguno. El segundo término representa los demás daños (económicos indirectos y no económicos) que los sismos causan a la sociedad; debe ser insignificante cuando  $\xi$  es pequeño, pues entonces el contenido de los edificios prácticamente no sufre ningún daño, y debe tender a una cantidad muy superior al primer término cuando este se aproxima a uno, pues se trata entonces de edificios que sufren colapso, causando generalmente la pérdida casi total de su contenido, la pérdida de numerosas vidas humanas y el desquiciamiento de la economía en el área afectada. Atendiendo a estas consideraciones tomaremos  $L_z = u \xi(z, c) [1 + b \xi(z, c)]$  donde  $b$  es un factor apreciablemente mayor que uno.

Según datos y análisis de Esteva y col (1988) y de Ordaz y col (1988 y 1992), dado un temblor caracterizado por  $z$ , la esperanza de la pérdida por daños materiales al edificio mismo en el momento del temblor es proporcional la potencia 1.6 del cociente  $\zeta=z/c$  de la intensidad al coeficiente de diseño en el intervalo  $1 \leq \zeta \leq 7$ . De acuerdo con los datos empíricos y las consideraciones hechas se toman las siguientes expresiones para  $\xi(z,c)=\xi(\zeta)$ :  $\xi(\zeta)=0.025\zeta^6-0.015\zeta^9$  si  $\zeta \leq 1$  y  $\xi(\zeta)=(0.188+\zeta^{1.8})/(117.8+\zeta^{1.8})$  si  $\zeta > 1$  (fig A2.1).

Sustituyendo en la ec A2.6 obtenemos

$$\bar{v} = \frac{\phi u}{\gamma} \int_0^{z_m} \xi(z/c)(1 + b\xi(z/c))\kappa(z) dz \quad (\text{A2.7})$$

De acuerdo con Cornell y Vanmarcke (1969) tomaremos la tasa de excedencia de las magnitudes de los temblores que se originan en una provincia tectónica como

$$\lambda(M) = \alpha_1(e^{-\beta M} - e^{-\beta M_m}) \quad (\text{A2.8})$$

donde  $M$  significa magnitud,  $M_m$  es el valor máximo de  $M$  que puede generarse en la provincia, y  $\alpha_1$  y  $\beta$  son constantes. Por otra parte, la mayoría de las fórmulas de atenuación suministran la aceleración, velocidad y desplazamiento máximos del terreno, así como las ordenadas de los espectros de respuesta para un periodo y un grado de amortiguamiento dados, a distancias grandes del origen, como  $z$  igual a una función de las coordenadas focales y de las del sitio de interés multiplicada por  $\exp(\beta'M)$  donde  $\beta'$  es una constante. Combinando esta expresión con la ec A2.8 obtenemos

$$\lambda(z) = \alpha_4(z^{-\alpha_5} - z_m^{-\alpha_5}) \quad (\text{A2.9})$$

donde  $\alpha_4$  y  $\alpha_5$  son constantes. La expresión de  $\lambda$  es válida cuando el material de la corteza se comporta linealmente entre la fuente y el sitio de interés, y la distancia entre este y la fuente es grande en comparación con las dimensiones del área de ruptura. Entonces podemos escribir

$$\kappa(z) = \alpha_4 \alpha_5 z^{-\alpha_5-1} \quad (\text{A2.10})$$

sustituyendo en la ec A2.7 resulta

$$\bar{v} = \frac{\alpha_4 \alpha_5 \phi u}{\gamma} \int_0^{z_m} \frac{\xi(z/c)(1 + b\xi(z/c))}{z^{\alpha_5+1}} dz \quad (\text{A2.11})$$

que con el cambio de variable  $\zeta=z/c$  se convierte en

$$\bar{v} = \frac{\alpha_4 \alpha_5 \phi u}{\gamma c^{\alpha_5}} \int_0^{\zeta_m} \frac{\xi(\zeta)(1 + b\xi(\zeta))}{\zeta^{\alpha_5+1}} d\zeta \quad (\text{A2.12})$$

donde  $\zeta_m = z_m/c$ .

Si no zonificáramos, el coeficiente óptimo de diseño sería el que minimizara el costo total dado por la suma de las ecs A2.2 y A2.12. El valor de  $c$  óptimo se puede calcular numéricamente de manera que minimice  $w$ .

Una vez definidas las fronteras de la zona  $k$  el costo total está dado por

$$W_k = u[(F_k - F_{k-1}) + (G_k - G_{k-1})/c_k^{\alpha_5}] \quad (\text{A2.13})$$

donde  $F_k = \int \int \phi dy dx$  y  $G_k = \frac{\alpha_5}{\gamma} \int \int \alpha_4 \phi \int_0^{\zeta_m} \frac{\xi(\zeta)(1 + b\xi(\zeta))}{\zeta^{\alpha_5+1}} d\zeta dy dx$ ; estas dobles integrales cubren el área en que  $c \leq c_k$ . De igual forma que en el caso anterior, se calcula  $c_k$  óptimo numéricamente de manera que  $W_k$  sea mínimo. La forma de la ec A2.13 no cambia en lo esencial cuando se consideran otras formas funcionales de la tasa de excedencia y arribos no poissonianos de los temblores ni cuando se reconocen las incertidumbres mencionadas.



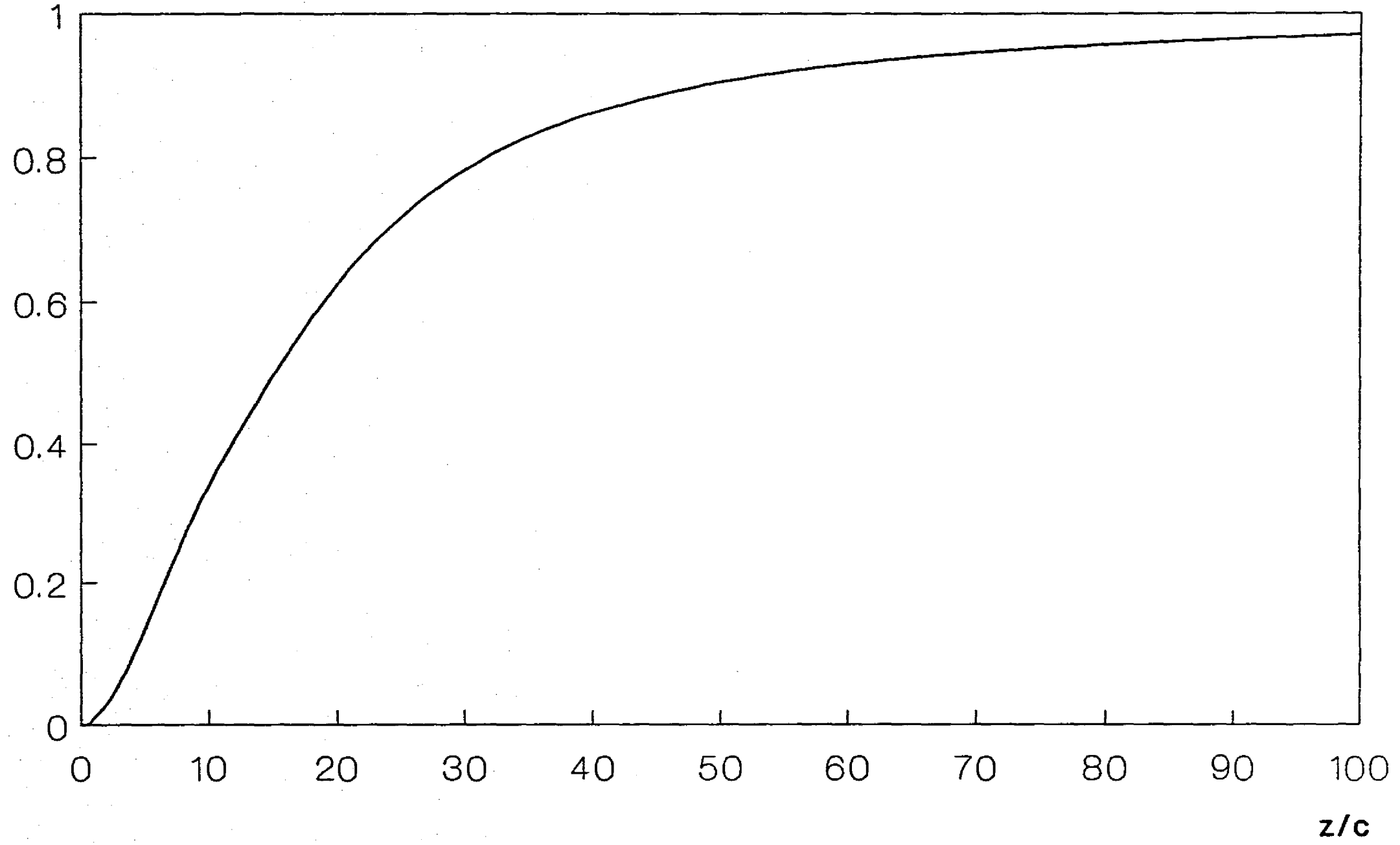


Fig A2.1 Variación de  $\zeta$  en función de  $z/c$

ESTRUTURA DE LA BIBLIOTECA  
NO DEBE SER USADA  
SIN LA APROBACIÓN

### APENDICE 3

#### VALOR ESPERADO DE COSTOS

Se presenta a continuación las ecuaciones empleadas en la zonación para la minimización del costo total.

Digamos que  $i=1, \dots, I$ ,  $p=1, \dots, P$  y  $k=1, \dots, K$  representan tipo de estructura, celda elemental y zona respectivamente. Si cada celda fuera una zona el costo inicial de la estructura tipo  $i$  en el punto  $(x,y)$  en la celda  $p$  sería  $u_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y)$  donde  $\mathbf{c}_{ip}$  sería el vector de los parámetros de diseño (no necesariamente coeficientes) para el tipo  $i$  en esta celda. La esperanza del valor presente de todas las estructuras por unidad de área sería:

$$U_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) = u_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) \phi_i(x, y) \quad (\text{A3.1})$$

donde  $\phi_i(x, y) = \int \psi_i(x, y, t) e^{-\gamma t} dt$ ,  $\psi_i(x, y, t) =$  número esperado de estructuras tipo  $i$  que se construirán en el punto  $(x, y)$  por unidad de área y por unidad de tiempo y  $\gamma =$  tasa de descuento (no necesariamente constante).

Supongamos que los movimientos del temblor arriban a cada sitio en  $p$  de acuerdo a un proceso múltiple de Poisson y que  $\gamma$  es independiente del tiempo. Hagamos que  $\kappa$  denote la tasa de excedencia de una intensidad umbral suficientemente pequeña para no causar daño, y  $L_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y)$  la esperanza de la pérdida en una estructura tipo  $i$  cuando ocurre un temblor con intensidad arriba del umbral. La esperanza de la pérdida al tiempo  $t$  cuando se construye la estructura será:

$$\kappa L_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) \int_0^{\infty} e^{-(\gamma+\kappa)t} dt = \kappa L_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) / (\gamma + \kappa) \quad (\text{A3.2})$$

La pérdida correspondiente a todos los temblores que ocurren después de  $t$  será  $\kappa L_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) / \gamma$ , y, para todas las estructuras por unidad de área, construídas entre los tiempos  $t$  y  $t+dt$ ,  $\psi_i(x, y, t) \kappa L_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) dt / \gamma$ , tal que la esperanza del valor presente de tales pérdidas será:

$$V_i(x, y) = [\kappa L_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) / \gamma] \int_0^{\infty} \psi_i(x, y, t) e^{-\gamma t} dt = \kappa \phi_i(x, y) L_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) / \gamma \quad (\text{A3.3})$$

Combinando con la ec A3.1 e integrando sobre  $p$  encontramos el valor esperado de todos los tipos  $i$  que se construirán en  $p$  si  $p$  fuera una zona,  $W_{ip}(\mathbf{c}_{ip}) = \int \int_p [U_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y) + V_i(\mathbf{c}_{ip}, x, y)] dx dy$ :

$$W_{ip}(c_{ip}) = \int \int_p [u_i(c_{ip}, x, y) + \kappa L_i(c_{ip}, x, y)/\gamma] \phi_i(x, y) dx dy \quad (\text{A3.4})$$

De hecho en cada punto  $(x, y)$ ,  $L_i$  es un funcional del vector de parámetros  $Z_{ip}$  de la sismicidad que puede afectar la estructura de tipo  $i$  en  $(x, y)$  y de los parámetros de diseño. De manera más general, para considerar el hecho de que algunas estructuras dejarán de existir, debemos reemplazar  $\phi_i(x, y)$  con:

$$\phi_i^*(x, y) = \int_0^{\infty} \psi_i^*(x, y, t) e^{-\gamma t} dt \quad (\text{A3.5})$$

en la ec A3.3. Aquí  $\phi_i^*$  representa las estructuras  $i$  construídas, menos aquellas que dejan de existir, por unidad de tiempo y área. Si reconocemos en  $\gamma$  la dependencia del tiempo o los tiempos de arribo no Poissonianos de temblores debemos reemplazar la ec A3.3 con:

$$L_i(x, y) = \sum_{j=1}^{\infty} \int_{h^-}^{h^+} \int_0^{\infty} L_{ih}(c_{ip}, x, y) p_{hj}(x, y, h, t_j) \psi_i^*(x, y, t_j) e^{-\gamma t_j} dt_j dh \quad (\text{A3.6})$$

donde  $j$  identifica el  $j$ -ésimo temblor de intensidad  $h$ , que ocurre al tiempo  $t_j$ ,  $h^-$  es el umbral  $h$ ,  $h^+$  es la intensidad máxima considerada,  $p_{hj}(\dots)$  la función de densidad de probabilidades del tiempo en que el  $j$ -ésimo temblor de intensidad  $h$  ocurre, y  $\psi_i^*(x, y, t)$  el número de estructuras tipo  $i$  en existencia por unidad de área al tiempo  $t_j$ .