



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

PERFIL MATEMATICO DEL ALUMNO EGRESADO DEL  
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES



FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION ESCOLAR

TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
**A C T U A R I O**  
P R E S E N T A:  
**GILBERTO SORIANO GUZMAN**

CIUDAD UNIVERSITARIA, D. F. 1994

TESIS CON  
FECHA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CIUDAD UNIVERSITARIA

FACULTAD DE CIENCIAS  
División de Estudios  
Profesionales  
Exp. Núm. 55



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE  
Jefe de la División de Estudios Profesionales  
Universidad Nacional Autónoma de México.  
P r e s e n t e .

Por medio de la presente, nos permitimos informar a Usted, que habiendo  
revisado el trabajo de tesis que realizó el pasante \_\_\_\_\_

GILBERTO SORIANO GUZMAN

con número de cuenta 6912389-0 con el título: \_\_\_\_\_

"PERFIL MATEMATICO DEL ALUMNO EGRESADO DEL COLEGIO DE  
CIENCIAS Y HUMANIDADES".

Consideramos que reúne los méritos necesarios para que pueda conti-  
nuar el trámite de su Examen Profesional para obtener el título de -  
ACTUARIO.

GRADO NOMBRE Y APELLIDOS COMPLETOS

FIRMA

FIS. CARLOS HERNANDEZ SAAVEDRA.

Director de Tesis

ACT. AURORA VALDES MICHEL

ACT. YOLANDA SILVIA CALIXTO GARCIA

ACT. CARLOS FLAVIO ESPINOSA LOPEZ

Suplente

ACT. HORTENCIA CANO GRANADOS.

Suplente



FACULTAD DE CIENCIAS  
DIVISION ESTUDIOS

Ciudad Universitaria, D.F., a 8 de abril de 1994.

**A MI MADRE.**

*Con profundo amor y agradecimiento  
por haberme dado vida y haberme  
entregado lo mejor de ella para  
formarme hombre.*

**A LA MEMORIA DE MI PADRE.**

(q. e. p. d.)

*Porque lo llevo en mi corazón y  
porque le agradezco haberme  
permitido ser, parte de su huella.*

**A MIS HERMANOS.**

*Con gratitud por el apoyo que  
he recibido de ellos.*

**A MI ESPOSA.**

*Por el cariño y comprensión  
que me ha brindado  
siempre.*

**A MIS GEMELOS**

*Mauri y Dany sentido, en buena  
parte, de mi vida.*

**DESEO EXPRESAR TAMBIEN MI RECONOCIMIENTO Y GRATITUD A:**

**MI DIRECTOR DE TESIS:**

**FIS. CARLOS HERNANDEZ SAAVEDRA.**

*Por el estímulo y ayuda recibida en la realización de esta tesis.*

**MI ASESOR DE TESIS**

**ACT. AURORA VALDES MICHEL**

*Por la orientación y el apoyo que me brindó en la culminación de este trabajo.*

**A MIS SINODALES:**

**ACT. YOLANDA SILVIA CALIXTO GARCIA.**

**ACT. CARLOS FLAVIO ESPINOSA LOPEZ.**

**ACT. HORTENCIA CANO GRANADOS.**

*Por sus oportunas observaciones y críticas hechas a mi escrito.*

# INDICE

INTRODUCCION		1
CAPITULO.	DISEÑO DE LA INVESTIGACION	3
	I.1 Etapas	4
	I.2 Antecedentes	9
CAPITULO II	ELABORACION DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA	25
	II.1 Tipos de Instrumentos	28
	II.2 La Muestra y el Trabajo de Campo	56
CAPITULO III.	OBTENCION, DESCRIPCION DE DATOS E INFERENCIA	57
	III.1 Descripción	58
	III.2 Coeficiente de Variación	77
	III.3 Inferencia	85
CONCLUSIONES		90
BIBLIOGRAFIA		

## INTRODUCCION

A más de dos décadas de haberse creado el Colegio de Ciencias y Humanidades como una alternativa innovadora, en su momento, para los estudiantes a cursar bachillerato, se hace necesario hacer una evaluación sobre el producto terminal académico de los egresados de esta Institución. Actualmente se ha iniciado una corriente de revisión de la currícula de los planes y programas de estudio de los C.C.Hs, y creo que el presente estudio podrá contribuir con algunas recomendaciones en estos trabajos que se realizan. También con anterioridad han habido estudios e investigaciones y algunos otros intentos por saber el nivel de conocimientos con el que egresan estudiantes de esta Institución. En este sentido aparecen trabajos como el del Prof. Miguel Mercado M. en el cual se realiza un estudio de los niveles de conocimiento algebraico con que los alumnos ingresan a la Facultad de Ciencias Químicas.

Cuando terminé el bachillerato y al empezar a estudiar la Carrera de Actuario, me pude dar cuenta de la necesidad de poseer una sólida formación de matemáticas. El haber podido conocer en aquellos días, cual era el verdadero nivel de estudios matemáticos con el que ingresaba a la Facultad me hubiera servido para darme cuenta de mis deficiencias y prepararme mejor para los estudios que cursé.

Es pues, en este afán en el que tuve la inquietud de conocer el perfil matemático con el que egresan los alumnos de C.C.H. y que han elegido alguna carrera del Area de Físico Matemáticas. Aquí aclaro lo siguiente: por la estructura curricular existente en el Colegio de Ciencias y Humanidades podemos asegurar que todos y cada uno de los alumnos que en 5° y 6° semestres que eligen Matemáticas V y Matemáticas VI, van hacia una carrera en la licenciatura que les exige el Cálculo Diferencial e Integral como un conocimiento previo. Pero también existen alumnos que sabiendo que esta materia es absolutamente necesaria para la carrera que seleccionan, no la cursan prefiriendo en su lugar las asignaturas de Lógica I y II que les permite terminar el bachillerato más fácilmente.

El saber el nivel de aprovechamiento matemático de nuestros egresados nos debe hacer pensar sobre si el Plan de Estudios de Matemáticas es el más adecuado, si la metodología de enseñanza que manejamos en el salón de clase es la correcta, si el enfoque que le estamos dando a los contenidos programáticos facilita la construcción del conocimiento en el estudiante; si el sistema de evaluación utilizado mide adecuadamente el logro de los objetivos y otras posibles variables.

Para poder medir el nivel de aprovechamiento, se les aplicó a los estudiantes de 6° semestre ciertas pruebas de opción múltiple que están referidas a contenidos que ya cursaron y las cuales fueron elaboradas bajo ciertas condiciones técnicas, que en la parte correspondiente detallo; posteriormente las promedios y las contrasto bajo la prueba t-student, contra un valor esperado de más de 5.4.

Este estudio se llevó a cabo en el Colegio de Ciencias y Humanidades Naucalpan y, con una muestra de alumnos que pertenecen a la generación 91-93, particularmente en las asignaturas de: Álgebra, Geometría Euclídea y Trigonometría, Geometría Analítica y Cálculo Diferencial.

Este trabajo empieza por describir el modelo teórico de investigación, el cual consta del planteamiento del problema, el método de trabajo, la planeación y la organización. Enseguida se presentan los instrumentos de medida para recabar la información así como sus recomendaciones técnicas para su estructuración; en la tercera parte se describe la distribución de los datos, posteriormente se hace la inferencia estadística de la cual, finalmente, obtengo las conclusiones.

# **CAPITULO I**

## **DISEÑO DE LA INVESTIGACION**

# DISEÑO DE LA INVESTIGACION

## ETAPAS

Antes de empezar a describir las etapas de este estudio, considero oportuno el hablar de lo que es una investigación: "Definimos la investigación como el proceso lógico, objetivo, reflexivo y crítico que nos conduce al descubrimiento de datos o fenómenos en cualquier ámbito".<sup>1</sup>

De acuerdo con esta definición podemos ver que una investigación es un proceso formado por etapas ordenadas y bien secuenciadas cuyos resultados deben ser claros y precisos con el propósito de poder obtener conclusiones válidas con un grado alto de confianza, en cuanto a los aspectos de "reflexivo" y "crítico" quiero decir que cada paso debe estar bien planeado a fin de tener control de él, así como que, el que investiga debe adoptar en cada etapa una actitud de reflexión a fin de aportar juicios valorativos sobre esos resultados.

---

<sup>1</sup>Gullien, Niemeyer Benito. Métodos de Investigación Educativa. p.9

Básicamente existen dos tipos de investigación:

1) **La Investigación Pura.** Aquella que se realiza con el propósito de construir una teoría y no se ocupa tanto de la aplicación de esos conocimientos a las actividades cotidianas.

2) **La Investigación Aplicada.** Aquella que, como su nombre indica, pretende la aplicación al quehacer cotidiano.

En el ámbito educativo se pueden aplicar estos dos tipos de investigación, los cuales a su vez se subdividen en:

- a) Investigación histórica.
- b) Investigación causal.
- c) Investigación descriptiva.

De la investigación histórica se puede decir que es "... el registro, el análisis y la interpretación de los sucesos del pasado con el propósito de descubrir generalizaciones que pueden ser útiles predicciones del futuro".<sup>2</sup>

La educación, como fenómeno social, es susceptible de ser estudiada desde una perspectiva histórica. A través de este tipo de investigación se hace a historia de la educación, lo cual no se reduce a la exaltación de personajes o grupos, sino al análisis crítico y reflexivo de los factores y condiciones que intervienen en el proceso educativo.

De la investigación causal diré que es aquella que estudia las relaciones causa-efecto de una variable, en la producción de un fenómeno. Aquí se manejan dos tipos de variables: la independiente, que es el estímulo y; la variable dependiente que es la respuesta al estímulo aplicado antes.

Finalmente la investigación descriptiva, como su nombre lo indica, tiene como propósito presentar la descripción de un fenómeno a partir de las variables que intervienen en él y la interrelación que existe entre ellas.

"La investigación descriptiva, a su vez, puede asumir dos modalidades: la primera es la que se conoce como investigación longitudinal, la cual consiste en hacer la descripción de un fenómeno a través de todo el proceso que sigue éste; la otra modalidad es la que se denomina investigación transversal, la cual realiza el estudio haciendo un corte en un momento determinado del proceso del problema, tomando la "radiografía" de ese instante previamente determinado".<sup>3</sup>

---

<sup>2</sup>Best, Jonh W. *Cómo Investigar en Educación*, p. 12

<sup>3</sup>Guillen, Niemeyer Benito. *Métodos de Investigación Educativa*, p. 11

Por lo tanto de acuerdo con las explicaciones anteriores y conforme a la naturaleza del problema que planteo al principio, se puede ubicar este trabajo como una investigación de tipo descriptiva y que responde al esquema general de todo estudio:

1. ¿Qué se va a investigar?

El perfil matemático con el que terminan sus estudios de bachillerato los alumnos de C.C.H. que optan por el área Físico Matemáticas.

2. ¿Para qué se investiga?

-Para saber si los alumnos que terminan el bachillerato en esta modalidad están lo suficientemente preparados para ingresar a las diferentes carreras que les exigen del conocimiento matemático.

-Para hacer un análisis de las diferentes variables que intervienen en el proceso enseñanza-aprendizaje: plan de estudios, antecedentes matemáticos de los alumnos, maestros, condiciones socioeconómicas, métodos de enseñanza y recursos institucionales.

- Para que los alumnos conozcan su nivel de Matemáticas y puedan mejorarlo.

- Para servir como referencia a otros estudios en esta dirección.

3. ¿Cuál es el supuesto de dicha investigación?

-Que el C.C.H. como institución educativa está cumpliendo con el objetivo de formar matemáticamente bien a sus alumnos que van a diferentes escuelas superiores.

4. ¿Con qué instrumentos se va a investigar?

Con cuestionarios, cuyas preguntas están referidas a los contenidos del Plan de Estudios de Matemáticas I a V.

5. ¿Cuándo se va a realizar la investigación?

En las 3 últimas semanas del semestre.

6. ¿A quién se le va a investigar?

A los alumnos que están concluyendo su 6º semestre de estudios en el Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Naucalpan y que optaron por el área Físico-Matemáticas.

Conforme a la definición de investigación, ésta está integrada por una secuencia de etapas bien ordenadas e integradas que enumero y describo enseguida:

**PRIMERA ETAPA.** Esta primera etapa comprende prácticamente, la formalización de esta investigación, empezando desde el planteamiento del problema, nociones de lo que es una investigación, objetivos, hipótesis, estructuración de referencias (antecedentes), pasando por el aprovisionamiento de materiales (programas de estudio, bibliografía alusiva, etc.), revisión y análisis de los resultados de los exámenes de diagnóstico que le fueron aplicados a los alumnos de nuevo ingreso de la generación 1991 del Colegio de Ciencias y Humanidades Naucalpan, revisión y comentarios de los contenidos programáticos de Matemáticas I a VI.

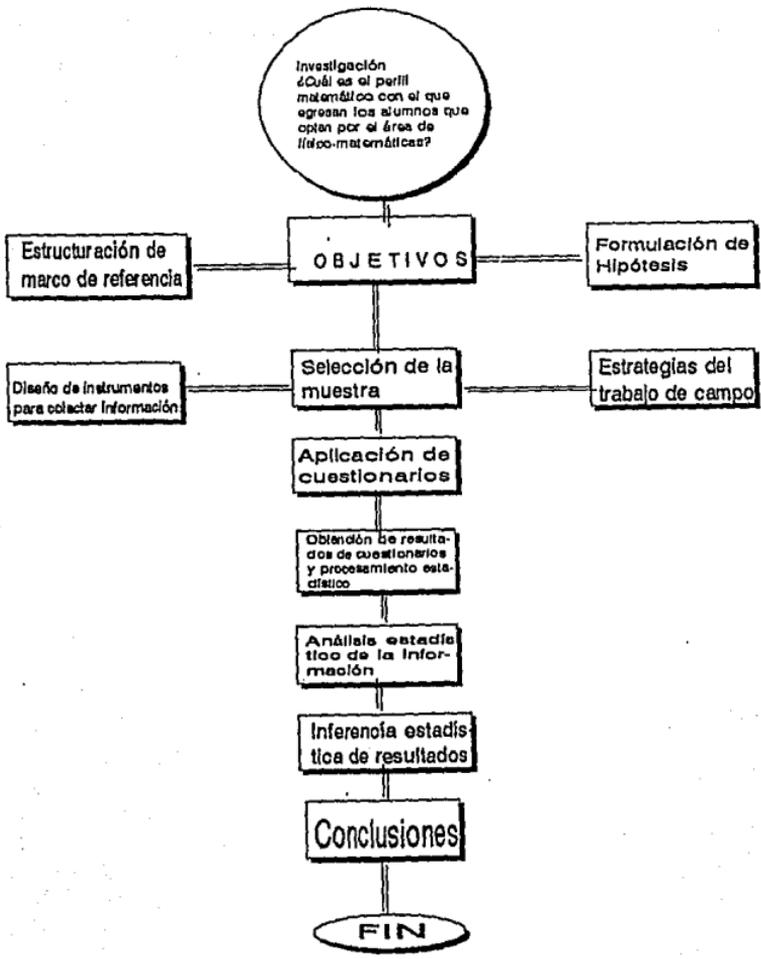
**SEGUNDA ETAPA.** Esta segunda etapa comprende el diseño de los instrumentos que les fueron aplicados a los alumnos para recabar la información que interesaba y, abarca desde las nociones generales sobre instrumentos de evaluación hasta las recomendaciones técnicas de su elaboración. El instrumento que se escoge es el cuestionario de opción múltiple, y la elaboración de cada uno de ellos parte de una tabla de especificaciones, con la intención de hacerlos lo más válidos y confiables.

En esta etapa, también, presento cómo se elige la muestra y su tamaño así como las estrategias del trabajo de campo que se siguieron para la obtención de la información; también aquí se aplican los instrumentos de investigación, previamente elaborados.

**TERCERA ETAPA.** En esta parte, se organizan y procesan los resultados obtenidos de la aplicación de los cuestionarios y finalmente se analiza esta información a partir del planteamiento de la hipótesis original, para inferir los resultados de la investigación.

**CUARTA ETAPA.** Finalmente en esta fase doy mis conclusiones en base al resultado obtenido de las etapas anteriores.

A continuación presento un diagrama que esquematiza todo este proceso



## ANTECEDENTES:

Como parte de toda investigación, ya que se ha planteado el problema con sus objetivos e hipótesis, se hace necesario el sustentarlo adecuadamente mediante aquellos elementos referenciales que lo puedan resolver. Este marco de referencia, que en Ciencia Sociales se le suele llamar marco teórico y conceptual, debe permitir sustentar primeramente la hipótesis, la cual a su vez, después de comprobarla o nó, va a permitir dar respuesta al problema planteado originalmente.

Es muy importante el tener claridad de este marco referencial, porque a partir de él podemos formarnos una idea aproximada sobre los posibles resultados, además del de poder efectuar un análisis teórico del estudio en cuestión.

Por lo anteriormente expuesto creí conveniente el hablar de los antecedentes matemáticos de los estudiantes que me ocupan de este trabajo.

1. En primer lugar elaboré un examen de diagnóstico de Matemáticas que fue aplicado a 277 alumnos de nuevo ingreso del C.C.H.N., generación 1991 y cuyo fin fue el de saber cuál es el nivel de conocimiento matemáticos con el que llegan.

Los reactivos que conforman dicho examen se presentan a continuación:

**COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES NAUCALPAN**  
**EXAMEN DE DIAGNÓSTICO DE MATEMÁTICAS**  
**PARA ALUMNOS DE NUEVO INGRESO**

1. El resultado de  $-3 + 5$  es:

A) -15      B) 8      C) -8      D) 2      E) -2

2. Realiza los cálculos indicados y elige la opción correcta.  $9-4 (1-3)$ .

A) 17      B) 15      C) 2      D) 2      E) -10

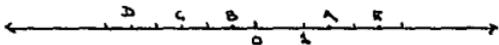
3. Indica el número que debe ir en el cuadro para que sea correcta la expresión  $a \cdot \square = a$

- A) a      B) -a      C)  $1/a$       D) 1      E) 0

4. El conjunto de los múltiplos de 12 es:

- A) {2,3,4,6}      B) {1,2,3,4,6,12}      C) {12,24,36,48,60,...}  
D) {12,24,48,96,192,...}      E) {12,18,24,30,36...}

5. En la recta numérica, indica la letra que corresponda al número  $-3/2$



6.  $2/7 \times \square = 1$

- A) 1      B)  $17/2$       C)  $2/7$       D)  $5/7$       E)  $7/2$

7. De las siguientes opciones señala el racional que es equivalente a  $2/3$ .

- A)  $3/2$       B)  $6/4$       C)  $4/6$       D)  $4/5$       E)  $6/6$

8. Copia la siguiente suma en una hoja aparte, efectúala y elige la opción que concuerde con tu

resultado.

$$2/3 + 3/2 =$$

- A)  $13/6$       B) 1      C)  $4/9$       D)  $5/6$       E)  $4/6$   
9.  $3/4 \times 2/5 =$   
A)  $8/15$       B)  $15/8$       C)  $5/9$       D)  $8/6$       E)  $6/20$   
10.  $4 \times 2/3 =$   
A)  $8/3$       B)  $8/12$       C)  $12/2$       D)  $6/3$       E)  $2/12$

11.  $3/5 =$

A) 0,666...

B) 1,6

C) 5,3

D) 0,6

E) 3,5

12. La expresión  $5/0$ .

A) Es igual a 5

B) Es igual a 0

C) Es igual a 0,5

D) No tiene sentido

E) Es igual a  $0/5$ .

13. Resuelve la ecuación  $-2+x=6$ . Elige la opción que coincide con tu solución.

A)  $x=8$

B)  $x=-3$

C)  $x=3$

D)  $x=-4$

E)  $x=-8$

14. Despeja  $t$  en la fórmula  $v = d/t$

A)  $t = d \cdot v$

B)  $t = v \cdot d$

C)  $t = d/v$

D)  $t = v/d$

E)  $t = vt$

15. La ecuación  $5x^2+15x=0$ , se puede factorizar como  $5x(x+3)=0$ ; lo cual quiere decir que sus

soluciones son:

A)  $x_1 = 0, x_2 = 3$

B)  $x_1 = 0, x_2 = -3$

C)  $x_1 = 1, x_2 = -3$

D)  $x_1 = 5, x_2 = 3$

E)  $x_1 = 5, x_2 = -3$

16. En el siguiente dibujo aparecen los nombres de las partes de una escalera recta.



16. Si en la escalera anterior, la huella mide 36 cm. y la elevación 108 cm. ¿Cuánto mide la planta y cuánto mide el peralte?

- A) Planta = 648 cm. ; peralte = 6 cm.
- B) Planta = 18 cm. ; peralte = 216 cm.
- C) Planta = 648 cm. ; peralte = 216 cm.
- D) Planta = 216 cm. ; peralte = 6 cm.
- E) Planta = 216 cm. ; peralte = 18 cm.

17. "La presión de un gas es igual a la mitad del cuadrado de la temperatura". Escribe una expresión algebraica que represente esta ley.

- A)  $p = (a/2)^2$     B)  $a = a^2/2$     C)  $a = (b/2)^2$     D)  $a = b^2/2$     E)  $a = 1/2 + b^2$

18. Al tabular  $y = 3x - 1$  para unos valores de  $x$ , se obtiene.

- A)  $\begin{matrix} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ y & 4 & 1 & 2 & 5 \end{matrix}$     B)  $\begin{matrix} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ y & -4 & -1 & -2 & 5 \end{matrix}$     C)  $\begin{matrix} x & -4 & -1 & 2 & 5 \\ y & -1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$
- D)  $\begin{matrix} x & -1 & 0 & 1 & 2 \\ y & -4 & -1 & 2 & 5 \end{matrix}$     E)  $\begin{matrix} x & -2 & -1 & 0 & 1 \\ y & -7 & 4 & -1 & 0 \end{matrix}$

19. Efectúa en una hoja aparte la operación  $(2x^3+3x^2-x) - (5x^3+2x-1)$  y elige la opción que concuerda con tu resultado.

- A)  $-3x^3+3x^2-3x+1$     B)  $-3x^3+x^2-x+1$     C)  $7x^3+3x^2+x-1$   
D)  $-3x^3+3x^2-2x+1$     E)  $-3x^3+3x^2+x-1$

20. Al dividir  $16a^9+20a^5$  entre  $4a^2$  se obtiene:

- A)  $16a^9+5a^3$     B)  $12a^7+16a^3$     C)  $4a^9+5a^5$   
D)  $4a^7+5a^3$     E)  $4a^7+20a^5$

21. La expresión  $ax-ay+bx-by$  se factoriza de la manera siguiente:

$$ax-ay+bx-by = \dots = (x-y)(a+b)$$

Para lograr esta factorización se necesitan 2 pasos. Señala el 1er. paso.

- A)  $x ( ) + y ( )$     B)  $x ( ) - y ( )$   
C)  $y ( ) - x ( )$     D)  $a ( ) - b ( )$   
E)  $b ( ) - a ( )$

22. La potencia  $(m^2)^3$  equivale a :

- A)  $m^5$     B)  $m^8$     C)  $3m^2$     D)  $2m^3$     E)  $m^6$

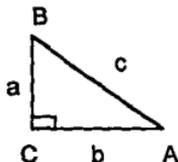
23.  $a^3 + a^2$  es igual a :

- A)  $2a^5$     B)  $2a^6$     C)  $a^5$     D)  $a^6$     E) Ninguna de las anteriores

24.  $7.5 \times 10^5 = 750\,000$

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

25. Dado el siguiente triángulo rectángulo ABC, la expresión INCORRECTA es:



- A)  $\text{sen } A = a/c$   
B)  $\text{tan } B = a/b$   
C)  $\text{sec } A = c/b$   
D)  $\text{cos } B = a/c$   
E)  $\text{cot } A = b/a$

Observemos que este examen de diagnóstico tiene preguntas que están referidas a contenidos que debieron de cursar en primaria y secundaria y que su conocimiento es fundamental para poder abordar los contenidos matemáticos del bachillerato que ofrece el CCH.

El resultado de la aplicación de este cuestionario nos dió una media de 4.1.

2. En segundo lugar, se hace necesario también, el hablar del plan y programas de estudio del Colegio de Ciencias y Humanidades y del cual se destacan los siguientes conceptos:

"El bachillerato del CCH, pretenderá posibilitar, en sus egresados, primero, una actitud ante la realidad y el conocimiento científico de la misma; segundo, la aptitud de reflexión metódica, sistemática y rigurosa así como las que se requieren para inquirir, adquirir, ordenar y calificar información. Por último, en el curso de las asignaturas que componen el Plan de Estudios, los alumnos deberán obtener información o los conocimientos básicos que los capaciten para estudios superiores. Es obvio, sin embargo, por la sola extensión del universo de información, que ningún fruto durable podrá obtenerse si no se logra la capacitación actitudinal y metodológica popugnadas".<sup>4</sup>

<sup>4</sup> Programas (DOCUMENTOS DE TRABAJO) p. 7

## PLAN DE ESTUDIOS DE MATEMATICAS

SEMESTRE	ASIGNATURA
PRIMERO	MATEMATICAS I
SEGUNDO	MATEMATICAS II
TERCERO	MATEMATICAS III
CUARTO	MATEMATICAS IV
QUINTO	MATEMATICAS V
	LOGICA I
	ESTADISTICA I
	CIBERNETICA Y COMPUTACION I
SEXTO	MATEMATICAS VI
	LOGICA II
	ESTADISTICA II
	CIBERNETICA Y COMPUTACION II

Se debe destacar, de este plan de estudios, que las primeras cuatro asignaturas son obligatorias y las de 5º y 6º semestre las cursan los alumnos en forma optativa; aquí es donde estarían ubicados los estudiantes motivo de estudio.

A continuación enumero los contenidos por unidad, así como los objetivos generales de Matemáticas I a VI.

## MATEMATICAS I.

**OBJETIVOS GENERALES :** El alumno comprenderá la naturaleza de las matemáticas como actividad teórica que abstrae la realidad y sistematiza el conocimiento. Conocerá los principales métodos empleados por las Matemáticas. Comprenderá la relación existente entre los símbolos, signos, lenguajes, modelos y la realidad a que hace referencia.

Realizará operaciones lógicas con conjuntos y aritmética y comprenderá las propiedades que explican las reglas de operación.

UNIDAD I. INTRODUCCION.

UNIDAD II. MODELOS MATEMATICOS Y LENGUAJES SIMBOLICO

UNIDAD III. LOGICA.

UNIDAD IV. CONJUNTOS.

UNIDAD V. SISTEMA DE NUMERACION.

## MATEMATICAS II.

**OBJETIVOS GENERALES:** El alumno valorará la actividad algebraica como un proceso de abstracción, sistematización y modelización de la realidad para el mejor manejo de ella. Dominará la terminología y simbología propia del lenguaje algebraico. Comprenderá las ecuaciones y sistemas de ecuaciones como modelo matemático de la realidad. Resolverá problemas por la utilización de ecuaciones y sistema de ecuaciones. Comprenderá el concepto generalizado de función.

UNIDAD I. PRECISIONES SOBRE EL CURSO.

UNIDAD II. EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

UNIDAD III. ECUACIONES.

UNIDAD IV. SISTEMA DE ECUACIONES.

UNIDAD V. FUNCIONES.

## MATEMATICAS III.

**OBJETIVOS GENERALES:** El alumno conocerá la estructura de una teoría matemática. Analizará los elementos básicos que contiene una teoría matemática. Aplicará la geometría euclidiana y la trigonometría a la resolución de problemas.

UNIDAD I. EL CURSO Y SUS APLICACIONES.

UNIDAD II. TEORIA DE GRAFICAS.

UNIDA III. INTRODUCCION HISTORICA AL ESTUDIO DE LA GEOMETRIA.

UNIDAD IV. GEOMETRIA EUCLIDEANA.

UNIDAD V. OTRAS GEOMETRIAS.

UNIDAD VI. TRIGONOMETRIA.

#### MATEMATICAS IV.

**OBJETIVOS GENERALES:** El alumno relacionará los conceptos geométricos con los algebraicos. Aplicara los conceptos fundamentales de geometría analítica.

- UNIDAD I. EL SENTIDO DEL CURSO Y SUS IMPLICACIONES.
- UNIDAD II. PRELIMINARES.
- UNIDAD III. LA RECTA.
- UNIDAD IV. LA CIRCUNFERENCIA.
- UNIDAD V. LA GEOMETRIA ANALITICA COMO MODELO DE LA GEOMETRIA EUCLIDEANA
- UNIDAD VI. LA PARABOLA, LA ELIPSE Y LA HIPERBOLA.
- UNIDAD VII. ECUACION GENERAL DE LA S CONICAS.
- UNIDAD VIII. SINTESIS DEL TRONCO BASICO EN EL AREA DE MATEMATICAS.

#### MATEMATICAS V.

**OBJETIVOS GENERALES:** El alumno interpretará los conceptos de límite y continuidad. Interpretará las relaciones entre derivada y límite.

- UNIDAD I. INTRODUCCION.
- UNIDAD II. CONCEPTOS BASICOS. NUMEROS REALES Y FUNCIONES.
- UNIDAD III. LIMITES DE CONTINUIDAD.
- UNIDAD IV. DERIVADAS.

#### MATEMATICAS VI.

**OBJETIVOS GENERALES:** El alumno conocerá las características e implicaciones del curso. Interpretará los conceptos de integral indefinida y definida. Interpretará las relaciones entre integral y derivada. Aplicara el cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas.

- UNIDAD I. INTRODUCCION.
- UNIDAD II. APLICACIONES DE LA DERIVADA.
- UNIDAD III. APROXIMACIONES SUCESIVAS.
- UNIDAD IV. INTEGRAL INDEFINIDA.
- UNIDAD V. LA INTEGRAL DEFINIDA Y SUS APLICACIONES.
- UNIDAD VI. CALCULO INTEGRAL.

Debo hacer notar que estos programas de matemáticas, son los programas que logró compilar la Secretaría Académica de la Unidad Bachillerato en 1976, pero en la práctica y a través del tiempo han sufrido transformaciones diversas al grado tal que cada maestro le da el enfoque o tratamiento que considera mas adecuado, llegando muchas veces a ser sustituidos por programas personales. Además existen programas diferentes de un C.C.H. a otro y muchas veces también, programas diferentes de un turno a otro.

Por lo anteriormente expuesto he considerado, también fundamental, el presentar los programas de estudio del Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Naucalpan turnos 03 y 04, por haberse extraído de éste la muestra objeto de estudio.

## TEMARIO "A" DE MATEMÁTICAS I.

### TEMA I. Lógica Matemática:

1. La lógica como un lenguaje.
2. Proposiciones.
3. Negación.
4. Conjunción.
5. Disyunción.
6. Condicional.
7. Bicondicional.
8. Equivalencia lógica.

### TEMA II. Conjuntos.

1. Proposiciones abiertas  $P(x)$ .
2. Uso de los símbolos:  $\in$ ;  $\subset$ .
3. Conjunto universal y conjunto vacío ( $U, \emptyset$ ).
4. Diagramas de Venn- Euler.
5. Operaciones entre conjuntos:
  - i) Unión ( $\cup$ ).
  - ii) Intersección ( $\cap$ ).
  - iii) Complemento ( $\complement$ ,  $'$ ).
6. Propiedades.
  - i) Conmutativa.
  - ii) Asociativa.
  - iii) Distributiva.
7. Conjunto potencia.

### TEMA III. Producto Cartesiano

1. Pareja ordenada.
2. Definición de producto cartesiano.
3. Representación geométrica del producto cartesiano.
4. Propiedades.

### TEMA IV. Relaciones.

1. Idea intuitiva de relación entre dos conjuntos.
2. Definición de relación.
3. Representación geométrica de relación.

## TEMARIO "B" DE MATEMÁTICAS I.

### UNIDAD I. Sistema de Numeración.

El número como abstracción y proceso de contar.

Sistema decimal (lo que conocemos).

¿En único? ¿Cómo surgió? ¿Hubo otros?.

Operaciones.

Sistemas Antiguos.

.Romano

.Egipcio

.Maya

.Notación desarrollada

.Base 2

.Base 5 con sus operaciones

.Base II  $+$ ,  $x$ ,  $-$ ,  $/$ .

Conclusión: Los sistemas de numeración como modelos de los procesos de contar.

### UNIDAD II. Conjuntos.

Concepto de conjunto.

Notación: Extensión.

Comprensión.

Subconjuntos, igualdad, conjunto universal, conjunto vacío.

Nota: definir cuando  $A \subseteq B$ .

Diagramas.

Operaciones entre conjuntos, junto con sus propiedades más importantes.

Unión, intersección, complemento, diferencia (Diagrama)

Conclusión: Los diagramas de Venn representan geoméricamente a los conjuntos.

Cardinalidad:

.Concepto

.Fórmula de inclusiones y exclusiones.

.Problemas.

## TEMARIO DE MATEMÁTICAS II.

### TEMA I. Funciones.

1. Idea intuitiva de función entre dos conjuntos.
2. Definición de función.
3. Representación geométrica de una función.
4. Función inyectiva.
5. Función suprayectiva.
6. Función biyectiva.

### TEMA II. Sistemas Matemáticos.

1. El sistema matemático de los naturales.
2. El sistema matemático de los enteros.
3. El sistema matemático de los racionales.
4. El sistema matemático de los reales.
5. Representación geométrica  $\mathbb{R}$ .
6. Diferencia entre los sistemas anteriores.

### TEMA III. Álgebra.

1. Expresiones algebraicas.
  - 1.1) Exponentes.
  - 1.2) Radicales.
  - 1.3) Factorizaciones.
  - 1.4) Productos notables.
2. Ecuaciones.
  - 2.1) Ecuaciones de primer grado.
  - 2.2) Ecuaciones de segundo grado.
  - 2.3) Sistemas de ecuaciones.

## TEMARIO DE MATEMÁTICAS III.

### TEMA I. Geometría Euclídeana.

Nociones comunes y postulados.

Las tres primeras proposiciones de Euclides.

Ángulos.

Definición

Clasificación.

Llano

Agudo.

Recto

Recto.

Convexo

Obtuso.

Adyacente

Complementarios.

Suplementarios.

Conjugados.

### TEMA II. Teoremas de Ángulos.

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

Los ángulos alternos internos son iguales.

Los ángulos correspondientes son iguales.

Los ángulos alternos externos son iguales.

### TEMA III. Triángulos.

Clasificación. Por lados y por ángulos.

Teoremas 1,2,3.

1. La suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es igual a  $180^\circ$ .

2. En todo triángulo, un ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos internos no adyacentes a él.

3.- La suma de los ángulos externos de cualquier triángulo es igual a  $360^\circ$ .

### TEMA IV. semejanza y congruencia.

Teorema de Pitágoras (Demostración y aplicaciones).

### TEMA V. Geometría Analítica.

Plano Cartesiano.

Ángulos de inclinación

Ejes coordenados

Pendiente.

Localización de puntos

Ecuación de la recta.

Distancia entre dos puntos

Intersección de dos rectas.

Puntos medios

Circunferencia.

Intersección de la recta con ejes.

## TEMARIO DE MATEMÁTICAS IV.

### Objetivos.

#### 1. Funciones. El alumno deberá:

- Distinguir entre relación y función.
- Dada una función, distinguir dominio y contra dominio, imagen y rango.
- Saber cuándo una función es inyectiva.
- Construir la gráfica de una función real.

#### 2. Límites. El alumno deberá:

- Comprender el concepto de límites de una sucesión en forma intuitiva.
- Interpretar el concepto de límites de una función real.
- Calcular límites de funciones reales.

#### 3. Continuidad. El alumno deberá:

- Interpretar por medio de la gráfica cuando una función es continua en un punto dado.
- Comprender las condiciones (definición) para que una función  $f(x)$  sea continua en  $x=a$ .
- Manipular las condiciones de la continuidad de una función para demostrar si es continua o no, en un punto dado.
- Comprender la diferencia entre continuidad puntual y continuidad global.

#### 4. Derivada. El alumno deberá:

- Tener claro el concepto intuitiva de la derivada como un límite.
- Comprender y familiarizarse con la interpretación geométrica de la derivada.
- Poder derivar funciones algebraicas sencillas usando la definición.
- Resolver problemas sencillos que usen el concepto de la derivada.

## TEMARIO DE MATEMÁTICAS V.

### I. Introducción a los números reales.

1. Propiedades de campo.
2. Propiedades de orden.
3. Desigualdades.
4. Valor absoluto.

### II. Funciones reales.

1. Definición de una función de variable real.
2. Dominio de una función de variable real.
3. Tipos de funciones.
  - i) Funciones crecientes, decrecientes.
  - ii) Acotadas, inyectivas, suprayectivas.
  - iii) Inversa.
  - iv) Composición de funciones.
  - v) Trigonométricas.
  - vi) Exponencial y logarítmica.

### III. Límite y continuidad de funciones.

1. Límite de una función en un punto.
2. Álgebra de límite de funciones.
3. Definición de continuidad en un punto.
4. Gráfica de funciones continuas.

### IV. Derivada.

1. Definición de la derivada de una función en un punto.
2. Usando la definición, calcule la derivada en funciones algebraicas sencillas.
3. Regla de la cadena.

## TEMARIO DE MATEMÁTICAS VI.

### I. Derivada.

1. Aplicación sobre los teoremas de suma, producto y cociente de función derivable.
2. Derivada de la composición de funciones.
3. Derivada de orden superior.
4. Teorema de Rolle y del valor medio.
5. Aplicación de la derivada a funciones crecientes y decrecientes.
6. Valores máximos y mínimos de una función.
7. Problemas de máximos y mínimos.

### II. Integral.

1. Definición de integral como antiderivada.
2. Técnicas de integración.
  - a) Cambio variable.
  - b) Integración por partes.
  - c) Integración de funciones racionales.
3. Definición de integral definida.
4. Propiedades de la integral definida.
5. Teorema fundamental del cálculo.
6. Área de una región en un plano.

Las observaciones que haría de estos últimos "programas de estudio", que más bien son temarios pues no se presentan ni objetivos, ni actividades, ni tiempos, pero que en la práctica funcionan como tales, es que, primero, sus contenidos están fundamentados en los programas de la Secretaría Académica de la Unidad del Bachillerato pero adolecen del tratamiento de los conceptos de funciones e identidades trigonométricas, así como que en la parte de Geometría Analítica no se presenta el tratamiento de la parábola, la elipse y la hipérbola. Asimismo podemos ver que lo que se refiere a los contenidos de matemáticas IV y V son los mismos, no se a que obedezca esta repetición en una y otra asignatura, tal vez porque se consideró importante que en el tronco común, obligatoriamente, los alumnos deberán llevar nociones de Cálculo Diferencial a cambio de las de Trigonometría y Geometría Analítica que no aparecen.

Finalmente puedo asegurar que a pesar de toda la "diversidad" de programas que existen en el C.C.H., la base sobre la cual están sostenidos es la de los contenidos que se proponen en los Programas de Matemáticas de la Secretaría Académica, y que precisamente son éstos los que me sirvieron como fundamento para elaborar los instrumentos para recabar la información.

## **CAPITULO II**

# **ELABORACION DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA**

## ELABORACION DE LOS INSTRUMENTOS DE MEDIDA

El resultado que se va a obtener en este trabajo debe estar plenamente justificado con los objetivos de la investigación, de otro modo se corre el riesgo de recopilar datos que no representan utilidad alguna para efectuar un análisis e inferencias adecuadas del problema.

Se sabe que en toda actividad de esta índole, los instrumentos por aplicarse deben reunir las condiciones de confiabilidad y validez. Cuando es aplicable en condiciones iguales y la información que se recibe es la misma, se dice que es confiable, cuando capta lo que se quiere, es decir, para lo que fue elaborado, se dice que es válido.

De lo anterior, entonces, se debe entender del por qué debe de ponerse atención especial en su elaboración y como de lo que se trata es conocer cuál es el aprovechamiento escolar, el instrumento por seleccionar deberá estar orientado hacia la consecución de objetivos educacionales.

A continuación enumero los pasos que son recomendables seguir en su estructuración partiendo, antes que nada, de un análisis de los programas de estudio:

1. Leer el objetivo o unidad temática y observar **QUE** se quiere hacer, **COMO** se quiere hacer y **PARA QUE** se quiere hacer.
2. Leer el listado de contenidos- objetivos que están asociados a la meta de la unidad, en este poner atención al **COMO**; tomando en cuenta que deben quedar claramente identificados aquellos que, por su naturaleza, resulten ser los que integran de mejor manera a otros y que permiten observar la realización total o parcial de la intención de la unidad.
3. De acuerdo con el tipo de finalidad que se señaló anteriormente (el **QUE** conocimiento o habilidad) y con el análisis que se efectuó, diseñar una secuencia de aprendizaje (que lleve al **COMO** y sea congruente con el **PARA QUE**) considerando la carga horarias (número de horas destinadas).
4. Establecer, con base a los pasos anteriores, los momentos en los cuales se va a recabar la información (evaluación) tomando en cuenta: A) La homogeneidad de los contenidos, es decir, que tan similares son entre sí. B) El nivel de aproximación al objeto de enseñanza, esto es, que tan cercanos están al propósito del programa. C) La cantidad de conocimientos. D) La noción o habilidad requeridos. E) El tiempo asignado para su enseñanza. F) El concepto o habilidad a evaluar.
5. Determinar los pesos relativos en valores porcentuales, que los contenidos integradores tienen en el contexto del programa, utilizando: A) Su profundidad B) Su carga horaria. C) Su importancia intrínseca, es decir, la relación que tiene con el logro de la finalidad del programa.

## TIPOS DE INSTRUMENTOS.

Existen diferentes tipos de instrumentos con los cuales se puede recabar la información propuesta, destacaré los de las pruebas objetivas.

Los instrumentos llamados pruebas objetivas consisten en una serie de enunciados o preguntas a las cuales el alumno deberá responder. Las podemos dividir en: 1) De respuesta no estructurada (abiertas) y 2) De respuesta estructurada (cerradas). Las respuestas de la primera categoría requieren que el alumno elabore la respuesta con sus propias palabras; a esta categoría pertenecen los reactivos de ensayo, respuesta breve y de complementación. Las preguntas de la segunda categoría requieren que el alumno elija una respuesta dentro de un conjunto de posibilidades; a esta categoría pertenecen los reactivos de respuesta alterna (falso - verdadero), correspondencia o columnas apareadas, jerarquización, multítem de base común y de opción múltiple.

Respetando las recomendaciones en la elaboración de pruebas para recabar información sobre aprovechamiento escolar, he decidido emplear la prueba de opción múltiple porque sin duda es uno de los instrumentos en educación que mejor puede arrojar un resultado confiable sobre lo que se quiere investigar, pero para ello se requiere que esté, técnicamente, bien elaborado. Dentro de las ventajas de manejar este tipo de instrumentos estarían:

1. El alumno da únicamente la respuesta.
2. Es de los más apropiados para un análisis descriptivo.
3. Al calificar este tipo de pruebas no interviene el criterio del evaluador.
4. La calificación y el reporte de cada cuestionario es mucho más sencillo.

Las características técnicas que deben cumplir cada una de las preguntas, son:

1. Deben estar enumeradas dentro de los contenidos que se desean explorar.
2. Deben ser suficiente claros.
3. Deben evitar que la pregunta induzca a la respuesta.
4. Si el peso que se da a los reactivos es el mismo para todos y cada uno, se deberá tener cuidado que el tiempo para resolver cada uno de ellos, también sea aproximadamente igual.
5. Los distractores deben estar equilibrados.

Una vez hechas estas aclaraciones paso a la elaboración de cada uno de ellos.

Primero elaboro para cada cuestionario una "tabla de especificaciones", la cual representa los porcentajes de los contenidos a explorar, dándoles mayor peso a aquellos, que, según yo los alumnos deben de manejar y tomando como marco de referencia,

De acuerdo a mi manera de ver el problema, cuatro son los contenidos principales que nos servirán para analizar el perfil matemático de los alumnos egresados de C.C.H. y que optaron por el área de físico-matemáticas, a saber, éstos son:

1. Álgebra, Conjuntos y Sistemas Numéricos.
2. Geometría Euclídeana y Trigonometría.
3. Geometría Analítica.
4. Cálculo Diferencial.

Esto se debe a que, como ya se mencionó, el Plan de Estudios de Matemáticas de C.C.H. obliga cursar a los estudiantes las tres primeras asignaturas y la última es escogida casi en un cien por ciento de los casos por los alumnos que van al área de Físico Matemáticas; y como lo que se quiere saber es cómo salen preparados en Matemáticas, entonces la exploración se hace sobre los contenidos que debieron haber aprendido en el Plan de Estudios que cursaron.

**ALGEBRA , CONJUNTOS Y SISTEMAS NUMERICOS**  
**TABLA DE ESPECIFICACIONES**

---

OBJETIVOS	PORCENTAJE	NUM. DE REACTIVOS
<b>CONJUNTOS</b>		
1. Operaciones con conjuntos		2
2. Representación de operaciones con conjuntos en diagramas de Venn	16%	1
3. Producto cartesiano		1
<b>SISTEMAS MATEMATICOS</b>		
4. El sistema de números reales	16%	4
<b>ALGEBRA</b>		
5. Lenguaje algebraico		1
6. Reducción de expresiones algebraicas		1
7. Exponentes		2
8. Radicales		2
9. Multiplicación de polinomios		1
10. División de polinomios		1
11. Productos notables	68%	1
12. Factorización		2
13. Ecs. de 1er. grado con una incógnita		2
14. Problemas de aplicación de ecs. de 1er. grado		1
15. Ecs. de 2o. grado con una incógnita		1
16. Sistemas de 2 ecs. de 1er. grado con 2 incógnitas		1
17. Problemas de aplicación de los sistemas de ecs.		1
	<b>T O T A L</b>	<b>25</b>

---

TIEMPO APROXIMADO  
 PARA RESOLVERSE: 2 HRS.

INSTRUMENTO NUM. 1

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES  
PLANTEL NAUCALPAN

CUESTIONARIO DE ALGEBRA, CONJUNTOS Y SISTEMAS  
DE NUMERACION

NOMBRE: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

GRUPO: \_\_\_\_\_

PRESENTACION

El presente cuestionario forma parte de una investigación que pretende obtener como resultado el nivel de aprovechamiento que has alcanzado a través de tus estudios matemáticos en el C.C.H. y por lo tanto la calificación que obtengas no será considerada para efectos de acreditación.

Se te pide que sean honesto en su resolución, de ello dependerá el éxito de este estudio.

INSTRUCCIONES:

1. Lee cuidadosamente cada pregunta.
2. Efectúa las operaciones necesarias en la hoja en blanco que se te proporciona.
3. Conforme al resultado que obtuviste, escoge la opción que consideres es la correcta, no la escojas al azar.
4. Si no conoces alguna cuestión, no la contestes.

TIEMPO: 2 HORAS.

1. Dados los siguientes conjuntos:

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

$$A = \{2,3,4,7\}$$

$$B = \{5,6,7,8,9\}$$

$$C = \{4,6,8,10\}$$

Efectuar:  $(A \cup B)' - C$

A)  $\{1, 10\}$

B)  $\{10\}$

C)  $\{1\}$

D)  $\{4,6,8\}$

E)  $\{7\}$

2. Con los datos del ejercicio anterior, encontrar  $(B \cap C) - A$

A)  $\{1,2,3,4,5,7,9,10\}$

B)  $\{2,3,4,7\}$

C)  $\{2,3\}$

D)  $\{4,5,6,7,8,9,10\}$

E)  $\{6,8\}$

3. Dado el siguiente diagrama de Venn Euler, escoge la opción que le corresponda a la región sombreada.

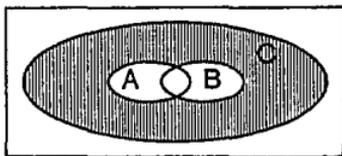
A)  $C - (A \cup B)$

B)  $(A \cap B) - C$

C)  $(A \cup B) - C$

D)  $C - (A \cap B)$

E)  $(A \cup B)'$



4. De las siguientes propiedades del producto cartesiano, la única verdadera es:

- A)  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- B)  $A \times B \neq B \times A$
- C)  $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
- D)  $A \times B = B \times A$
- E)  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

5. La relación entre  $Z$  y  $Q$  es:

- A)  $\in$
- B)  $\subset$
- C)  $=$
- D)  $\supset$
- E) Ninguno de los anteriores.

6. En las siguientes expresiones, una es falsa, señálala:

- A)  $7 \in \mathbb{N}$
- B)  $3,1416 \in \mathbb{Q}$
- C)  $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$
- D)  $\pi \in \mathbb{R}$
- E)  $3/4 \in \mathbb{Q}$

7. Considera la siguiente demostración:

$$\begin{aligned} 7x + 4 + 3(2x + 5) &= 7x + 4 + 6x + 15 && \dots\dots\dots 1 \\ &= 7x + 6x + 4 + 15 && \dots\dots\dots 2 \\ &= (7 + 6)x + 4 + 15 && \dots\dots\dots 3 \\ &= 13x + 19 && \dots\dots\dots 4 \end{aligned}$$

¿Qué propiedad de los números reales se empleó en el región 1?

- A) Conmutativa de la multiplicación.
- B) Distributiva.
- C) Inverso aditivo.
- D) Neutro multiplicativo.
- E) Asociativa de la adición.

8. La expresión  $1/0$  es igual a:

- A) 0
- B) 1
- C) 10
- D) 0.1
- E) No tiene sentido

9. Al quitar los símbolos de agrupación y simplificar combinando términos semejantes, la expresión:

$$3xy - \{-(2xy+4x) + [3y-(-xy+x+2xy)]\}$$

nos queda:

- A)  $xy + 5x + 3y$
- B)  $6xy + 5x - 3y$
- C)  $7xy + 5x + 3y$
- D)  $3xy + 3x - 3y$
- E) Ninguna de las anteriores.

10. La expresión: "La longitud (L) de un rectángulo mide lo mismo que el triple de su anchura (A) restado de seis unidades", se representa por la relación:

- A)  $L = 3A - 6$
- B)  $L = 3(A-6)$
- C)  $L = 3(6-A)$
- D)  $L = 3 \cdot 6 - A$
- E) Ninguna de las anteriores.

11. El producto de  $x^{1/2} \cdot x^{3/4}$  igual a:

- A)  $x^{3/8}$
- B)  $x^{4/5}$
- C)  $x^{5/4}$
- D)  $x^{6/4}$
- E)  $x^{4/5}$

12. La expresión  $(x^2 + y^3)^4$  resulta igual a:

- A)  $x^6 + y^7$
- B)  $x^6 + y^{12}$
- C)  $x^8 + y^7$
- D)  $x^8 + y^{12}$
- E) Ninguna de las anteriores.

13. La expresión  $\sqrt{4y^3}$ , es igual a:

- A)  $2y^6$
- B)  $2y^3$
- C)  $2yz^3$
- D)  $2y$
- E)  $2y^3z$

14. La expresión  $\sqrt{\frac{100a^2b^4c^3}{16x^4y^2z^2}}$ , es igual a:

A)  $\frac{10a^2b^4c^3}{4x^4y^2z^2}$

B)  $\frac{100a^2b^4c^3}{16x^2yz}$

C)  $\frac{100\sqrt{a^2b^4c^3}}{16\sqrt{x^4y^2z^2}}$

D)  $\frac{10a^2b^4c^3}{4x^2yz}$

E) Ninguna de las anteriores.

15. Al efectuar la multiplicación  $(x^2-7)(3x^2-5x-6)$  nos queda:

- A)  $3x^4 - 5x^3 - 27x^2 + 35x + 42$
- B)  $3x^4 - 5x + 42$
- C)  $4x^4 - 5x - 13$
- D)  $-3x^4 + 5x^3 + 27x^2 - 35x - 42$
- E) Ninguna de las anteriores

16. Al efectuar la división  $\frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1}$  el resultado es:

- A)  $x^2 + 6$
- B)  $x - 6$
- C)  $x + 6$

D)  $x^2 - 6$

E) Ninguna de las anteriores.

17. Al desarrollar la expresión  $(2x - 3y)^2$ , el resultado es:

A)  $4x^2 - 9y^2$

B)  $4x^2 + 9y^2$

C)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$

D)  $4x^2 - 12x^2y^2 + 9y^2$

E)  $4x^2 + 12xy + 9y^2$

18. Al factorizar la expresión  $4a^2 - 9b^2$ , el resultado es:

A)  $2a - 3b$

B)  $(2a - 3b)(2a - 3b)$

C)  $(2a + 3b)(2a + 3b)$

D)  $(2a + 3b)(2a - 3b)$

E)  $(a - b)(2 + 3)$

19. Al factorizar completamente la expresión  $a^4 - 7a^2 + 12$ , el resultado es:

A)  $(a^2 - 4)(a^2 - 3)$

B)  $(a - 4)(a - 3)$

C)  $(a^2 - 4)(a^2 + 3)$

D)  $(a - 4)(a + 3)$

E)  $(a - 2)(a + 2)(a^2 - 3)$

20. Despejar "y" de la ecuación:  $3x - (2y - 7) = 0$

A)  $y = 7$

B)  $y = 3x + 7$

C)  $y = 0$

D)  $y = \frac{3x + 7}{2}$

E) Ninguna de las anteriores.

21. Al resolver la ecuación:  $\frac{3x + 4}{4} - \frac{5x}{8} = \frac{2x + 4}{6}$  el resultado obtenido es:

A)  $x = 8/5$

B)  $x = -8/5$

C)  $x = 5/8$

D)  $x = -5/8$

E) Ninguna de las anteriores

22. Un señor compró la quinta parte de la mitad de un terreno que mide 1000 m<sup>2</sup>.  
¿Qué superficie compró?

A) 200 m<sup>2</sup>

B) 500 m<sup>2</sup>

C) 100 m<sup>2</sup>

D) 250 m<sup>2</sup>

E) 400 m<sup>2</sup>

23. Al resolver la ecuación  $3x^2 - 27x = 0$ , la solución es:

A)  $x = 3, x = -3$

B)  $x = 27/3$

C)  $x = 9, x = 0$

D)  $x = \sqrt[3]{27}$

E) Ninguna de las anteriores.

24. Para resolver el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas, cuatro de los métodos anotados abajo son correctos; señala el incorrecto:

$$2x - y = 0$$

$$x + y = 3$$

A) Se iguala a cero la primera ecuación y esta se iguala con la segunda:  $2x - y = x + y - 3$ .

B) Se despeja "y" en ambas ecuaciones y se igualan:  $2x = 3 - x$ .

C) Se suman las dos ecuaciones:  $2x - y + x + y = 0 + 3$ .

D) Se despeja "y" en la segunda y se sustituye en la primera:  $2x - (3 - x) = 0$ .

E) Para obtener el valor de cada una de las incógnitas, se divide el determinante asociado a la incógnita entre el determinante del sistema.

25. La suma de dos números es 30 y su diferencia es 2.

¿Cuáles son los números? Señale el sistema de ecuaciones simultáneas que resuelve el problema.

A)  $x + y = 30$

$x - y = 2$

B)  $x + y = 2$

$x - y = 30$

C)  $x + y = -y + x$

$x - y = 2$

D)  $x + 2 = 30$

$30 - y = 2$

E)  $2(x + y) = 30$

$2(x - y) = 2$

# GEOMETRIA EUCLIDEANA Y TRIGONOMETRIA

## TABLA DE ESPECIFICACIONES

---

OBJETIVOS	PORCENTAJE	NUM. DE REACTIVOS
<b>GEOMETRIA EUCLIDIANA</b>		
1. Axiomas, Postulados, Teoremas.		2
2. Angulos suplementarios.		1
3. Angulos entre dos rectas paralelas	60%	1
4. Teoremas de triángulos.		3
5. Congruencia de triángulos.		1
6. Semejanza de triángulos.		2
7. Teorema de Pitágoras.		2
<b>TRIGONOMETRIA</b>		
8. Funciones trigonométricas en el triángulo.		2
9. Valor de las funciones trigonométricas en los 4 cuadrantes.	40%	1
10. Aplicación de las funciones trigonométricas.		1
11. Conversión de unidades cúbicas a sexagesimales y recíprocamente.		1
12. Identidades trigonométricas.		3
	<b>TOTAL</b>	<b>20</b>

---

TIEMPO APROXIMADO PARA  
RESOLVERSE: 2 HRS.

INSTRUMENTO NUM. 2

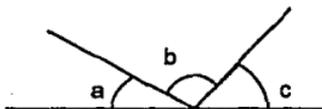
CUESTIONARIO DE GEOMETRIA Y  
TRIGONOMETRIA

1. Los enunciados: "El todo es mayor que cualquiera de las partes", "La suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a dos ángulos rectos", "Todos los ángulos rectos son iguales", corresponden respectivamente a:

- A) Un corolario, un teorema y un axioma.
- B) Un axioma, un teorema y un postulado.
- C) Un teorema y dos postulados.
- D) Un axioma, un postulado y un teorema.
- E) Un teorema y dos corolarios.

2. En la siguiente figura se tiene que  $\sphericalangle a = 2x$ ;  $\sphericalangle b = 5x$ ;  $\sphericalangle c = 3x$ .  
Di cuál es la medida de  $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle c$ .

- A)  $\sphericalangle a = 18^\circ$  ,  $\sphericalangle c = 54^\circ$
- B)  $\sphericalangle a = 18^\circ$  ,  $\sphericalangle c = 27^\circ$
- C)  $\sphericalangle a = 36^\circ$  ,  $\sphericalangle c = 27^\circ$
- D)  $\sphericalangle a = 40^\circ$  ,  $\sphericalangle c = 60^\circ$
- E)  $\sphericalangle a = 36^\circ$  ,  $\sphericalangle c = 54^\circ$

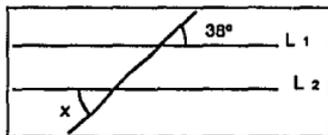


3. De las siguientes afirmaciones, la incorrecta es:

- A) La suma de los ángulos internos de un triángulo es  $180^\circ$ .
- B) En todo triángulo un ángulo externo es igual a la suma de los internos adyacentes a él.
- C) La suma de los ángulos externos de cualquier triángulo es igual a  $360^\circ$ .
- D) En todo triángulo, los ángulos internos son iguales al doble de los ángulos externos.
- E) En todo triángulo rectángulo los ángulos agudos son complementarios.

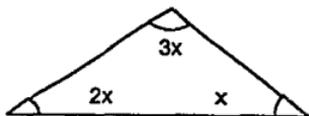
4. En la siguiente || L figura L1 2 ¿Cuánto vale el ángulo X?

- A)  $142^\circ$
- B)  $38^\circ$
- C)  $128^\circ$
- D)  $152^\circ$
- E)  $52^\circ$



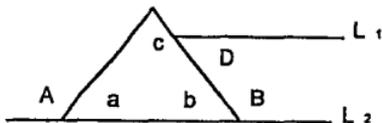
5. En el siguiente triángulo ¿Cuál es el valor de X?

- A)  $90^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $30^\circ$
- E)  $15^\circ$



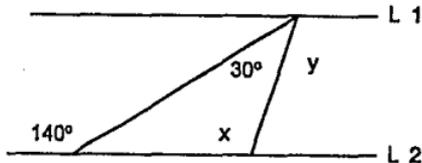
6. En la siguiente figura  $L_1 \parallel L_2$ , establecer que afirmación es cierta.

- A)  $\angle a + \angle c = \angle A$
- B)  $\angle a + \angle b + \angle c = 360^\circ$
- C)  $\angle B = \angle D$
- D)  $\angle a + \angle c = \angle D$
- E) Todas las anteriores son falsas.



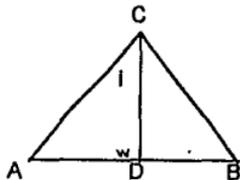
7. En la siguiente figura  $L_1 \parallel L_2$ , determina  $x$  e  $y$ .

- A)  $x = 70^\circ$ ,  $y = 90^\circ$
- B)  $x = 110^\circ$ ,  $y = 110^\circ$
- C)  $x = 40^\circ$ ,  $y = 140^\circ$
- D)  $x = 110^\circ$ ,  $y = 70^\circ$
- E)  $x = 70^\circ$ ,  $y = 110^\circ$



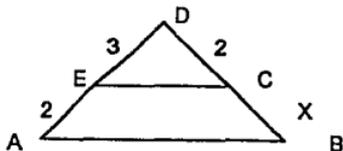
8. El siguiente triángulo ABC es isósceles; si se traza una bisectriz  $\overline{CD}$  del ángulo C, se obtienen dos triángulos iguales o congruentes ¿Cuál es el teorema de congruencia que lo garantiza?

- A)  $\angle A + \angle B + \angle C = 180$
- B) L A L
- C)  $\angle A + \angle i + \angle w = 90$
- D) A A A
- E) El teorema de la bisectriz.



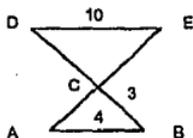
9. Si  $\overline{AB} \parallel \overline{EC}$  ¿Cuánto vale X?

- A)  $X = 3/4$
- B)  $X = 1$
- C)  $X = 4/3$
- D)  $X = 2$
- E)  $X = 3$



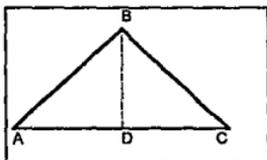
10. Si  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$  ¿Cuánto mide  $\overline{CD}$ ?

- A)  $\overline{CD} = 5$   
 B)  $\overline{CD} = 10/3$   
 C)  $\overline{CD} = 15/2$   
 D)  $\overline{CD} = 40/3$   
 E)  $\overline{CD} = 30/2$



11. Si  $\Delta ABC$  es equilátero y  $\overline{BC} = 22$  ¿La medida de la altura  $\overline{DB}$  es?

- A)  $\sqrt{11}$   
 B) 22  
 C)  $\sqrt{363}$   
 D) 363  
 E)  $\sqrt{605}$

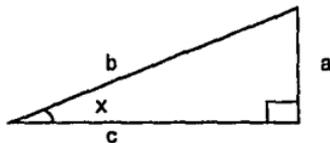


12. Para sostener la torre de una estación de radio de 75m. de altura, se necesita un cable de 100 m. de longitud. Si el cable va a fijarse desde la parte más alta de la torre ¿a qué distancia se encontrará el punto de apoyo con respecto a la base de la torre?

- A)  $\sqrt{4375}$   
 B)  $\sqrt{5643}$   
 C)  $\sqrt{4580}$   
 D)  $\sqrt{4573}$   
 E)  $\sqrt{6534}$

13. Observa el triángulo y determina el número de expresiones correctas.

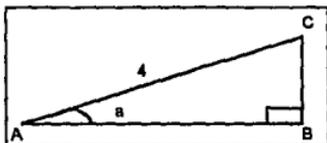
$\sec x = \frac{c}{a}$        $\cos x = \frac{c}{b}$   
 $\cot x = \frac{c}{a}$        $\tan x = \frac{a}{c}$   
 $\sec x = \frac{c}{b}$



- A) 1  
 B) 2  
 C) 3  
 D) 4  
 E) 5

14. Considera el siguiente triángulo. Si  $\cos a = 0.75$  ¿Cuánto vale el cateto adyacente AB?

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6



15. La  $\csc 300^\circ$  es igual a:

- A)  $\sec 30^\circ$
- B)  $-\sin 30^\circ$
- C)  $\sin 30^\circ$
- D)  $-\sec 30^\circ$
- E)  $\csc 60^\circ$

16. ¿Qué sombra proyectará un poste de 8m. de altura, cuando el ángulo de elevación al sol es de  $35^\circ$ ?

- A) 4.5 m.
- B) 9.76 m.
- C) 13.9 m.
- D) 5.6 m.
- E) 11.4 m.

17. Convertir  $3/18 \pi$  rad a grados:

- A)  $30^\circ$
- B)  $18^\circ$
- C)  $10^\circ$
- D)  $-18^\circ$
- E)  $180^\circ$

18. De las siguientes expresiones indica cuál es la verdadera.

- A)  $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$
- B)  $\sin^2 x + \cos^2 x = -1$
- C)  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- D)  $\tan x = \frac{\cos x}{\sin x}$
- E)  $\sin^2 x = 2 \cos x$

19. La identidad que corresponde a  $\sin(a + b)$  es:

- A)  $\cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$
- B)  $\sin^2 a + \cos^2 b$
- C)  $\sin^2 a - \cos^2 b$
- D)  $1 - \sin^2 a$
- E)  $\sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$

20. La identidad que corresponde a  $\tan x$  es:

- A)  $\frac{\sin x}{\cos x}$
- B)  $\frac{1}{\sec x}$
- C)  $\frac{\cos x}{\sin x}$
- D)  $\frac{1}{\csc x}$
- E)  $\frac{1}{\cos x}$

# GEOMETRIA ANALITICA

## TABLA DE ESPECIFICACIONES

---

OBJETIVOS	PORCENTAJE	NUM. DE REACTIVOS
<b>PUNTOS COORDENADOS</b>		
1. Localización de puntos coordenados.		1
2. Distancia entre dos puntos coordenados.	15%	1
3. Punto medio de un segmento.		1
<b>LA RECTA</b>		
4. Pendiente de una recta		2
5. Ecuación de la recta	30%	3
6. Pares de rectas		1
<b>LAS CONICAS</b>		
7. Ecuación de la circunferencia		3
8. Ecuación de la parábola		3
9. Ecuación de la elipse	55%	2
10. Ecuación de la hipérbola		3
	<b>TOTAL</b>	<b>20</b>

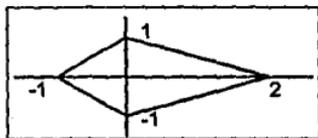
---

TIEMPO APROXIMADO  
PARA RESOLVERSE: 2 HRS.

## CUESTIONARIO DE GEOMETRIA ANALITICA

1. Los puntos cuyos vértices están mostrados en la siguiente figura son:

- A)  $(-1, 1), (-1, 2), (-1, 1), (0, 1)$   
 B)  $(-1, 0), (0, 2), (-1, 1), (-1, -1)$   
 C)  $(1, 0), (1, 1), (2, 0), (-1, 0)$   
 D)  $(-1, 0), (0, 1), (0, -1), (2, 0)$   
 E) Ninguno de los anteriores.



2. La distancia entre los puntos  $P_1 (-4, -3)$  y  $P_2 (6, 5)$ , es:

- A)  $\sqrt{164}$   
 B)  $\sqrt{68}$   
 C)  $\sqrt{104}$   
 D)  $\sqrt{8}$   
 E)  $\sqrt{10}$

3. El punto medio del segmento que une a los puntos  $(-4, -2)$ ,  $(7, 3)$  es:

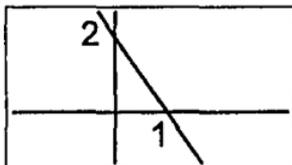
- A)  $(3, 1)$   
 B)  $(1/2, 3/2)$   
 C)  $(3/2, 1/2)$   
 D)  $(11/2, 5/2)$   
 E) Otro punto

4. La pendiente de la recta que pasa por los puntos A  $(x_1, y_1)$  y B  $(x_2, y_2)$  está dada por:

- A)  $m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$       B)  $m = \frac{y_2 + y_1}{x_2 + x_1}$       C)  $m = \frac{y_2 - x_1}{y_1 - x_2}$   
 D)  $m = \frac{x_2 + x_1}{y_2 + y_1}$       E)  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

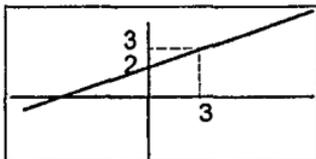
5. La pendiente y ordenada en el origen de la recta representada en la siguiente gráfica son:

- A)  $m=2$      $b=2$
- B)  $m=1$      $b=-2$
- C)  $m=-1/2$      $b=1$
- D)  $m=-2$      $b=2$
- E)  $m=-2$      $b=1$



6. La ecuación que corresponde a la recta representada en la gráfica siguiente es:

- A)  $y= 2x + 3$
- B)  $y= 1/3x + 2$
- C)  $y= 1/3x - 2$
- D)  $y= -1/3x + 2$
- E)  $y= -2x + 3$



7. La ecuación de la recta cuya pendiente está dada por  $m=3$  y pasa por el punto  $(-1,3)$  está dada por:

- A)  $-3x+y-6=0$
- B)  $3x+y=0$
- C)  $3x-y=0$
- D)  $x-3y+6=0$
- E) Es otra ecuación.

8. La ecuación de la recta que pasa por el punto  $(3,-2)$  y es paralela a la recta  $y= -\frac{2}{5}x -1$ , es:

- A)  $-2x -5y +4=0$
- B)  $2x +5y -4=0$
- C)  $2x -5y -4=0$
- D)  $-2x -5y -4=0$
- E)  $2x +5y +4=0$

9. Las ecuaciones de dos rectas son:

$$y= 3x + 2 \quad , \quad y= -1/3x + 2$$

Una de las siguientes afirmaciones es correcta ¿cuál?

- A) Son paralelas.
- B) Se cortan en el punto (0,3).
- C) Son perpendiculares.
- D) Se cortan en el punto (3, -1/3).
- E) Sus ordenadas al origen valen 3 y -1/3 respectivamente.

10. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia de centro (-3, -2) y radio igual a 3?

- A)  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$
- B)  $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$
- C)  $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$
- D)  $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$
- E)  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$

11. El centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es  $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ , son:

- A) C (1,-2) ; r=5
- B) C (-1,2) ; r=5
- C) C (1,-2) ; r=25
- D) C (-1,-2) ; r=5
- E) C (1,-2) ; r=25

12. Una condición necesaria y suficiente para que la ecuación  $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$  represente a una circunferencia es que:

- A) Los coeficientes A y C sean iguales y del mismo signo.
- B) Los coeficientes D y E valgan cero.
- C) Los coeficientes D y E sean diferentes de cero.
- D) Los coeficientes A y C sean diferentes.
- E) El coeficiente F valga cero.

13. La ecuación de la parábola  $x^2=-10y$

- A) Tiene vértice en el origen y foco en la parte negativa del eje y.
- B) Tiene vértice en (0, -10) y foco en la parte negativa del eje y.
- C) Tiene vértice en el origen y foco en la parte positiva del eje y.
- D) Tiene vértice en (-10,0) y foco en la parte negativa del eje y.
- E) Ninguna de las anteriores.

14. La ecuación de la parábola  $(y + 1)^2 = 8(x-3)$

- A) Tiene vértice en (3,-1) y semiparámetro igual a 4.
- B) Tiene vértice en (3,-1) y semiparámetro igual a 2.
- C) Tiene vértice en (-1,3) y semiparámetro igual a 2.
- D) Tiene vértice en el origen y semiparámetro igual a 4.
- E) Tiene vértice en el origen y semiparámetro igual a 2.

15. La ecuación de la parábola cuyo eje es paralelo al eje de las Y, es:

- A)  $Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$
- B)  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$
- C)  $Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$
- D)  $Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$
- E)  $Cy^2 - Dx + Ey + F = 0$

16. La ecuación de la elipse de centro el origen, eje mayor igual a 16, eje menor igual a 10, eje mayor sobre Y, es:

- A)  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$
- B)  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$
- C)  $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{16} = 1$
- D)  $\frac{y^2}{64} + \frac{x^2}{25} = 1$
- E)  $\frac{y^2}{100} + \frac{x^2}{256} = 1$

17. La ecuación de la elipse de centro  $C(h,k)$  y ejes paralelos a los coordenados, siendo el eje mayor paralelo al eje de las x, está dada por:

- A)  $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$
- B)  $\frac{(x+h)^2}{a^2} + \frac{(y+k)^2}{b^2} = 1$
- C)  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
- D)  $\frac{(x+h)^2}{b^2} + \frac{(y+k)^2}{a^2} = 1$

$$E) \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

18. La ecuación de la hipérbola de centro en el origen, con eje focal sobre Y, semieje focal igual a 5 y semieje imaginario igual a 7 es:

A)  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$

B)  $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{49} = 1$

C)  $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{5} = 1$

D)  $\frac{y^2}{49} - \frac{x^2}{25} = 1$

E)  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{7} = 1$

19. Una condición necesaria y suficiente para que la ecuación  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  represente a una hipérbola de ejes paralelos a los coordenados es que:

- A) Los coeficientes A y C son iguales.  
 B) Los coeficientes A y C son directamente proporcionales.  
 C) Los coeficientes A y C son diferentes.  
 D) Los coeficientes A y C son inversamente proporcionales.  
 E) Los coeficientes A y C son de signo contrario.

20. Dada la ecuación de la hipérbola  $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ , entonces su centro "C" y semiejes "a", "b", son:

A) C (2,3) ; a=3 b=-1

B) C (-1,3) ; a=2 b=3

C) C (2,3) ; a=-1 b=3

D) C (3,-1) ; a=3 b=2

E) C (3,-1) ; a=2 b=3

# CALCULO DIFERENCIAL

## TABLA DE ESPECIFICACIONES

---

OBJETIVOS	PORCENTAJE	NUM. DE REACTIVOS
<b>NUMEROS REALES</b>		
1. Propiedades de campo		1
2. Operaciones con intervalos	20%	1
3. Valor absoluto		1
4. Desigualdades		1
<b>FUNCIONES</b>		
5. Gráfica de funciones algebraicas		1
6. Obtención del dominio	20%	1
7. Operaciones		1
8. Tipos de funciones		1
<b>LIMITES</b>		
9. De funciones algebraicas	25%	5
<b>CONTINUIDAD</b>		
10. Aplicación de la definición de continuidad en un punto	10%	1
11. Determinando el dominio de una función racional		1
<b>DERIVADA</b>		
12. Definición de derivada		1
13. Interpretación geométrica de la derivada	25%	1
14. Obtención de la derivada de funciones algebraicas aplicando teoremas		2
15. Regla de la cadena		1
	<b>TOTAL</b>	<b>20</b>

---

TIEMPO APROXIMADO  
PARA RESOLVERSE: 2 HRS.

## CUESTIONARIO DE CALCULO DIFERENCIAL

1. Dado el conjunto  $\{0,1\}$ , éste es cerrado bajo:

- A) La suma y el cociente.
- B) El cociente y la diferencia.
- C) El producto y el cociente.
- D) El producto.
- E) El producto y la diferencia.

2. Sean los conjuntos  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 8\}$

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 10\}$ , entonces  $A \cap B$ , es:

- A)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 10\}$
- B)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 0\}$
- C)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 8\}$
- D)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 8 \leq x < 10\}$
- E)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 8\}$

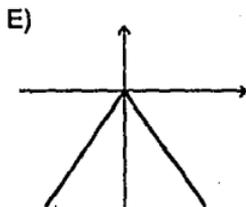
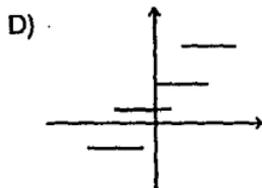
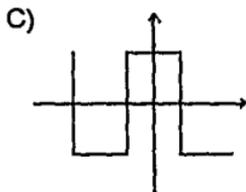
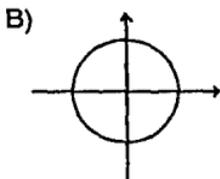
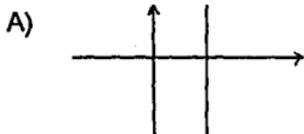
3. El resultado de resolver la desigualdad  $|x - 5| < 2$ , es:

- A)  $x \in (-2, 2)$
- B)  $x \in (-5, 5)$
- C)  $x \in [3, 7]$
- D)  $x \in [-2, 2]$
- E)  $x \in (3, 7)$

4. Al resolver la inecuación  $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} < 0$ , el intervalo resultante es:

- A)  $x \in (-\infty, 2)$
- B)  $x \in (-\infty, 3/4)$
- C)  $x \in (-2, \infty)$
- D)  $x \in (-\infty, 2)$
- E)  $x \in (3/4, \infty)$

5. La gráfica de la relación que representa a una función es:



6. El dominio de la función  $f$  tal que  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  es:

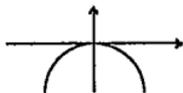
- A)  $\mathbb{R}$
- B)  $\mathbb{R} - \{0\}$
- C)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$
- D)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
- E)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$

7. Si  $f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}$  entonces  $\sqrt{f(\sqrt{2})}$  es:

- A)  $\frac{2}{5}$
- B)  $\sqrt{2/5}$
- C)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2+1}}$
- D)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$

E)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

8. Considera la gráfica de la función  
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = -x^2$



De acuerdo a ella se puede afirmar que:

- A) Únicamente es inyectiva.
  - B) No es biyectiva.
  - C) Es constante.
  - D) Es suprayectiva.
  - E) Es biyectiva.
9. Al calcular el  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3+x}{9-x^2}$ , el resultado es:

- A) 0/0
- B) 1/0
- C) -1/6
- D) 1/6
- E) 0

10. Al calcular el  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2x - 1)$ , el resultado es:

- A) -14
- B) 18
- C) 6
- D) -10
- E) 12

11. Si  $h$  es la función definida por  $h(x) = \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{5x^4 + 7x^3 - 1}$

El límite de  $h(x)$  cuando  $x$  tiende a  $+\infty$  es:

- A) -2
- B) 2
- C) -3/7
- D) 5
- E) 1/5

12. Al calcular el  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{5x^2 + 4x}{x^2 - x}}$ , el resultado es:

- A) 3
- B) 2
- C) 0
- D) 4
- E) El límite no existe.

13. Al calcular el  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x - 1}$ , el resultado es:

- A) 0
- B)  $-\infty$
- C) 3
- D) -3
- E)  $+\infty$

14.  $f(x) = 3x^2$  es continua en  $x = 2$  porque:

- A)  $\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 - f(2) = 12$
- B)  $\lim_{x \rightarrow 3} 3x^2 - f(2) = 14$
- C)  $\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 - f(2) = 16$
- D)  $\lim_{x \rightarrow 3} 3x^2 - f(3) = 27$
- E) Es falso que  $f(x)$  es continua en  $x = 2$ .

15. Si  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$ ;  $f$  es discontinua en:

- A) -1 y 0
- B) 1 y 0
- C) 0
- D) -1 y 1
- E) Ninguna de las opciones anteriores

16. Si  $f(x)$  es derivable en  $x_0$ , su derivada esta dada por

- A)  $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$
- B)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$
- C)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

- D)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$   
 E)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) + f(x_0)}{h}$

17. La derivada de una función en un punto  $x_0$ , geoméricamente nos da:

- A) La pendiente de cualquier recta que pasa por  $x_0$   
 B) La pendiente de cualquier recta tangente de la gráfica de  $f(x)$  en  $x_0$   
 C) La imagen de  $x_0$   
 D) El límite cuando  $x$  se acerca a  $x_0$   
 E) Ninguna de las anteriores.

18. Si  $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 - 1)$ , su derivada es:

- A)  $2x + 3$   
 B)  $2x^4 + 3x^2 - 5x$   
 C)  $6x^3$   
 D)  $3x + 2x^2$   
 E) Ninguna de la anteriores.

19. Si  $f(x) = \frac{x-1}{x-1}$ , su derivada será:

- A)  $\frac{2}{(x-1)^2}$   
 B) 0  
 C) 1  
 D)  $\frac{x+1}{2}$   
 E)  $\frac{2x}{(x-1)^2}$

20. Si derivamos  $f(x) = (x^2 - x)$ , su valor en  $x_0 = 3$  será:

- A) 120  
 B) 60  
 C) 36  
 D) 5  
 E) 12

## LA MUESTRA Y EL TRABAJO DE CAMPO

Como es sabido la mayoría de las investigaciones se realizan estudiando a una muestra para posteriormente hacer generalizaciones sobre la población a la cual pertenece, de otra manera implicaría elevar costos, tiempo y otros recursos.

Según la teoría del muestreo existen básicamente dos tipos de muestreo: 1) Muestreo no probabilístico y 2) Muestreo probabilístico. En el primero interviene el criterio del investigador para seleccionar la muestra, es decir, se escogen voluntariamente los elementos objeto de estudio; la desventaja de éste, es que no se puede generalizar los resultados a la población.

En el segundo, los elementos que constituyen la muestra son seleccionados al azar y cada elemento tiene la misma probabilidad de ser elegido; su ventaja principal es que sí se pueden hacer inferencias sobre la población a partir de un método de prueba estadística.

La muestra que yo estudié es de este último tipo y aunque no cumplió totalmente los aspectos técnicos sí se le puede considerar como muestra aleatoria y, entonces, a partir de sus resultados poder hacer ciertas conjeturas sobre la población.

El procedimiento que seguí fue el de hablar con nueve profesores que impartían el curso de Matemáticas VI y explicarles en qué consistía el estudio. De ellos cinco mostraron interés en colaborar en él, los otros lo vieron con indiferencia. Debo aclarar que la participación de los maestros encargados de cada grupo en los que se aplicaron los cuestionarios fue fundamental, sin ellos hubiera sido casi imposible el llevarse a cabo este trabajo.

La forma como se preparó a los alumnos fue hablando primero con ellos para explicarles los propósitos de la aplicación de los cuestionarios y las ventajas que les podría traer el saber con qué nivel de preparación egresaban. La motivación de los estudiantes fue mayor cuando los maestros encargados del grupo mencionaban que los alumnos que salieran bien se les iba a tomar en cuenta esa calificación para efectos de acreditación.

El trabajo de campo fue el que se realizó en el Plantel Naucalpan en los turnos 03 y 04 y en seis grupos de alumnos que cursaban Matemáticas VI, en sus respectivos salones y horarios de clase y con la participación estuquista de sus maestros. Yo personalmente fui a aplicar los cuestionarios y ante la presencia del maestro de grupo se le dio la seriedad y formalidad requeridas.

De los seis grupos se logró reunir 100 alumnos a los cuales les fueron aplicados los instrumentos de evaluación.

## **CAPITULO III**

### **OBTENCION, DESCRIPCION DE LOS DATOS E INFERENCIA**

## OBTENCION, DESCRIPCION DE LOS DATOS E INFERENCIA

### DESCRIPCION

Enseguida presento los resultados de la aplicación de los exámenes, resumidos en tablas de distribución de frecuencias de cada una de las materias exploradas: Álgebra, Geometría Plana y Trigonometría, Geometría Analítica y Cálculo, así como también su media, su varianza y su desviación estandar. Para cada una de ellas se elabora un histograma y una ojiva, con la intención de que se tenga una mejor apreciación del comportamiento de los resultados; además, encuentro el coeficiente de variación con el propósito de ver cuál es la desviación estandar mayor en relación a su media entre las diferentes materias. Más adelante se encuentran cuatro polígonos de frecuencia en un sólo sistema de ejes con la finalidad de comparar objetivamente el comportamiento de las cuatro materias.

Al final de esta parte se resumen los resultados anteriores al obtener los promedios de las cuatro calificaciones que obtuvieron los 100 alumnos, con su tabla de distribución, su histograma y ojiva.

TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS ALGEBRA

INTERVALO	MARCA DE CLASE $x_i$	FRECUENCIAS $f(x_i)$	FRECUENCIAS RELATIVAS	FRECUENCIAS ACUMULADAS	FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$
(1,2,0)	1.5	1	1/100 $\Rightarrow$ 1%	1	1%	1.5-4.93 = -3.43	11.76	11.76
[2,0,3,0)	2.5	6	6/100 $\Rightarrow$ 6%	7	7%	2.5-4.93 = -2.43	5.9	35.4
[3,0, 4,0)	3.5	18	18/100 $\Rightarrow$ 13%	25	25%	3.5-4.93 = -1.43	2.04	36.72
[4,0, 5,0)	4.5	29	29/100 $\Rightarrow$ 29%	54	54%	4.5-4.93 = -0.43	0.18	5.22
[5,0, 6,0)	5.5	24	24/100 $\Rightarrow$ 24%	78	78%	5.5-4.93 = 0.57	0.32	7.68
[6,0, 7,0)	6.5	15	15/100 $\Rightarrow$ 15%	93	93%	6.5-4.93 = 1.57	2.46	36.9
[7,0, 8,0)	7.5	6	6/100 $\Rightarrow$ 6%	99	99%	7.5-4.93 = 2.57	6.6	39.6
[8,0, 9,0)	8.5	1	1/100 $\Rightarrow$ 1%	100	100%	8.5-4.93 = 3.57	12.74	12.74
		100	$\Sigma$ 100%				$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ = 42	$\sum_{i=1}^n f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$ = 186.02

Antes de empezar a calcular la media, la varianza, la desviación estandar y el coeficiente de variación de los datos, los defino:

### MEDIA MUESTRAL.

Si  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  son los valores de una variable X obtenidos en una muestra, denotamos su media  $\bar{x}$  y la definimos como:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

### MEDIA POBLACIONAL.

Si  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  son los N datos de una población, su media es:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

### MEDIA PONDERADA.

Si  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  son los valores de una variable X obtenidos en una muestra, que se presentan con frecuencias  $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ , la media es:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f(x_i)}{n}$$

### VARIANZA MUESTRAL.

Si  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  son los valores de una variable X obtenidos en una muestra, denotamos su varianza muestral con  $s^2$  y tenemos:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

donde  $\bar{x}$  es la media de los datos.

## VARIANZA POBLACIONAL.

Cuando se dispone de todos los valores  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  de la población, se calcula la varianza poblacional, simbolizada por  $\sigma^2$ , de la siguiente forma:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

donde  $\mu$  y  $N$  son respectivamente la media y el tamaño de la población.

## DESVIACION ESTANDAR MUESTRAL.

Si  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  son los valores de una muestra,

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

es la desviación estandar de la muestra.

## DESVIACION ESTANDAR POBLACIONAL.

Si  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  son los  $N$  valores de una población,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

es la desviación estandar de la población.

## COEFICIENTE DE VARIACION.

Es la medida que permite comparar las dispersiones de dos o más conjuntos de datos, se define de la forma siguiente: si  $\bar{x}$  y  $s$  son la media y la desviación estandar muestrales de un conjunto de datos, entonces el coeficiente de variación de esos datos es:

$$C. V. = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

El coeficiente de variación se expresa como un porcentaje.

## ALGEBRA

MEDIA  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^8 xi f(x)}{\sum_{i=1}^8 f(x)} = \frac{1.5(1) + 2.5(6) + 3.5(18) + 4.5(29) + 5.5(24) + 6.5(15) + 7.5(6) + 8.5(1)}{100}$

$$= \frac{1.5 + 15 + 63 + 130.5 + 132 + 97.5 + 45 + 8.5}{100}$$

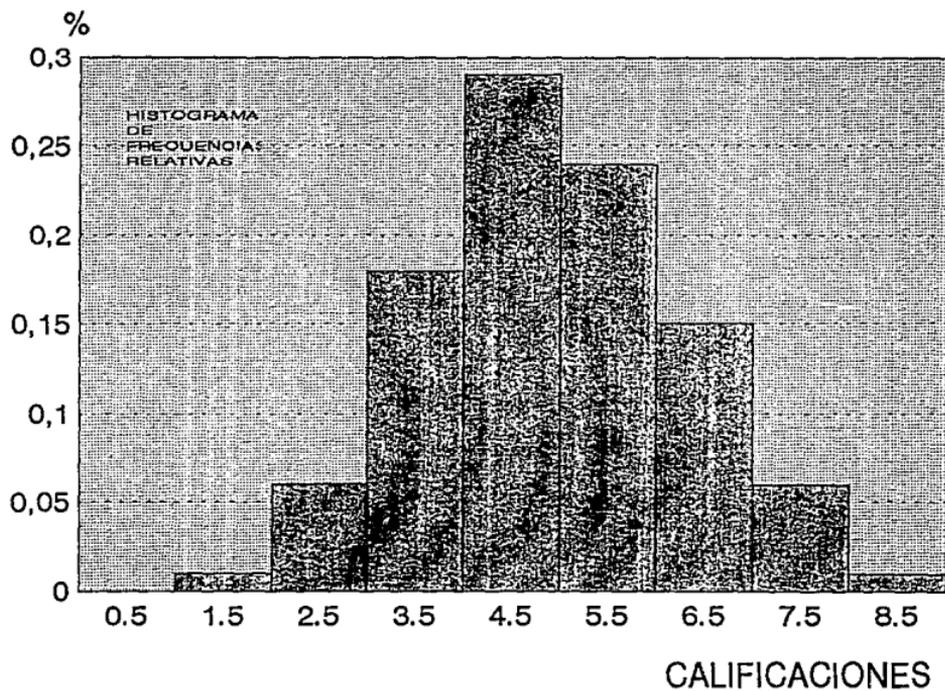
$$= \frac{493}{100} = 4.93$$

VARIANZA  $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^8 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2}{99} = \frac{186.02}{99} = 1.86$

DESVIACION ESTANDAR  $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^8 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2}{99}} = \sqrt{1.86} = 1.36$

# ALGEBRA

---



# ALGEBRA

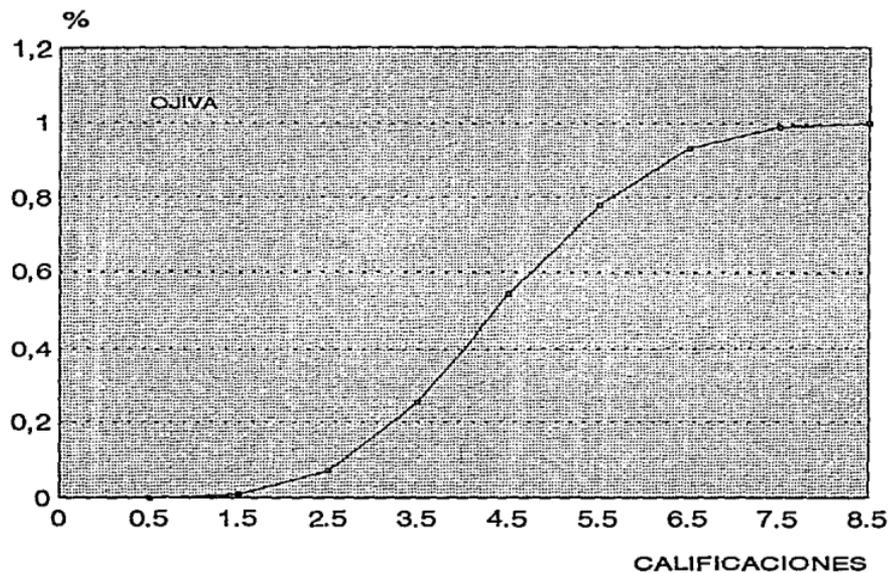


TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA

INTERVALO	MARCA DE CLASE $x_i$	FRECUENCIAS $f(x_i)$	FRECUENCIAS RELATIVAS	FRECUENCIAS ACUMULADAS	FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$
[0, 1)	0.5	4	4/100= 0.04	4	0.04	0.5-4.3 = -3.8	14.44	57.76
[1, 2)	1.5	6	6/100= 0.06	10	0.10	1.5-4.3 = -2.8	7.84	47.04
[2, 3)	2.5	13	13/100= 0.13	23	0.23	2.5-4.3 = -1.8	3.24	42.12
[3, 4)	3.5	25	25/100=0.25	48	0.48	3.5-4.3 = -0.8	0.64	16.0
[4, 5)	4.5	15	15/100=0.15	63	0.63	4.5-4.3 = 0.2	0.04	0.6
[5, 6)	5.5	17	17/100=0.17	80	0.80	5.5-4.3 = 1.2	1.44	24.48
[6, 7)	6.5	13	13/100=0.13	93	0.93	6.5-4.3 = 2.2	4.84	62.92
[7, 8)	7.5	6	6/100=0.06	99	0.99	7.5-4.3 = 3.2	10.24	17.64
[8, 9)	8.5	1	1/100= 0.01	100	1.0	8.5-4.3 = 4.2	17.64	17.64
		100	$\Sigma 100\%$					$\sum_{i=1}^9 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$ = 330

## GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA

MEDIA

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i f(x_i)}{\sum_{i=1}^9 f(x_i)} = \frac{0.5(4) + 1.5(6) + 2.5(13) + 3.5(25) + 4.5(15) + 5.5(17) + 6.5(13) + 7.5(6) + 8.5(1)}{100}$$

$$= \frac{2 + 9 + 32.5 + 87.5 + 67.5 + 93.5 + 84.5 + 45 + 8.5}{100}$$

$$= \frac{430}{100} = 4.3$$

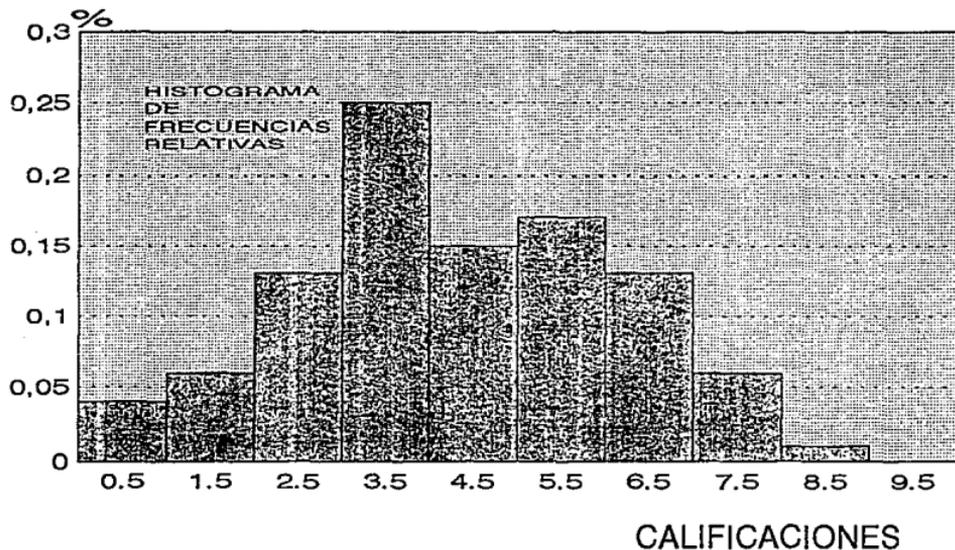
VARIANZA

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^9 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2}{99} = \frac{330}{99} = 3.3$$

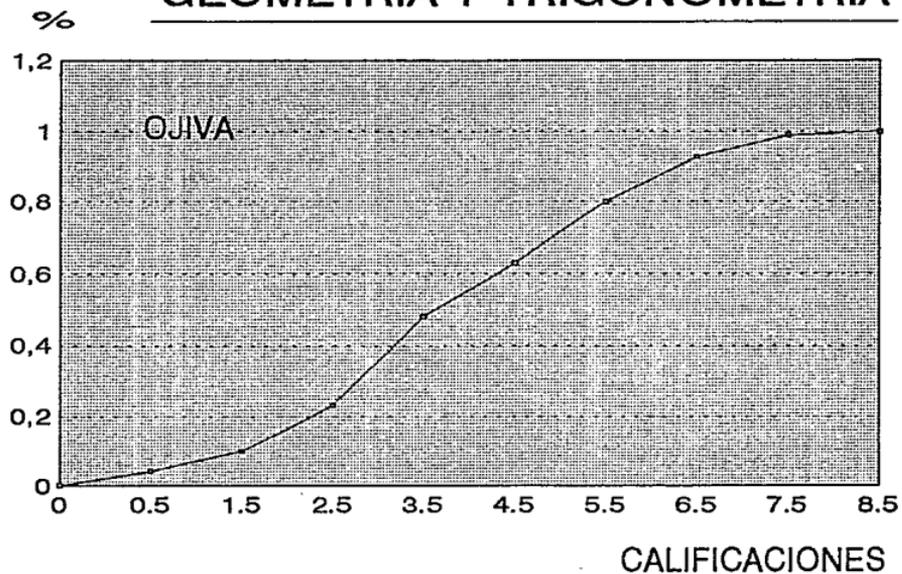
DESVIACION ESTANDAR

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2}{99}} = \sqrt{3.3} = 1.82$$

# GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA



# GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA



## TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

### GEOMETRIA ANALITICA

INTERVALO	MARCA DE CLASE	FRECUENCIAS $f(x_i)$	FRECUENCIAS RELATIVAS	FRECUENCIAS ACUMULADAS	FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$
[0,1)	0.5	5	5/100=0.05	5	0.05	.05-2.9 = -2.4	5.76	28.8
[1,2)	1.5	23	23/100=0.23	28	0.28	1.5-2.9 = -1.4	1.96	45.08
[2,3)	2.5	24	24/100=0.24	52	0.52	2.5-2.9 = -0.4	0.16	3.84
[3,4)	3.5	29	29/100=0.29	81	0.81	3.5-2.9 = 0.6	0.36	10.44
[4,5)	4.5	14	14/100=0.14	95	0.95	4.5-2.9 = 1.6	2.56	35.84
[5,6)	5.5	4	4/100=0.04	99	0.99	5.5-2.9 = 2.6	6.76	27.04
[6,7)	6.5	1	1/100=0.01	100	1	6.5-2.9 = 3.6	12.96	12.96
		100	$\Sigma 100\%$					$\sum_{i=1}^7 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$ = 164

## GEOMETRIA ANALITICA

MEDIA

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 xi f(xi)}{\sum_{i=1}^9 f(xi)} = \frac{0.5(5) + 1.5(23) + 2.5(24) + 3.5(29) + 4.5(14) + 5.5(4) + 6.5(1)}{100}$$

$$= \frac{2.5 + 34.5 + 60 + 101.5 + 63 + 22 + 6.5}{100}$$

$$= \frac{290}{100} = 2.9$$

VARIANZA

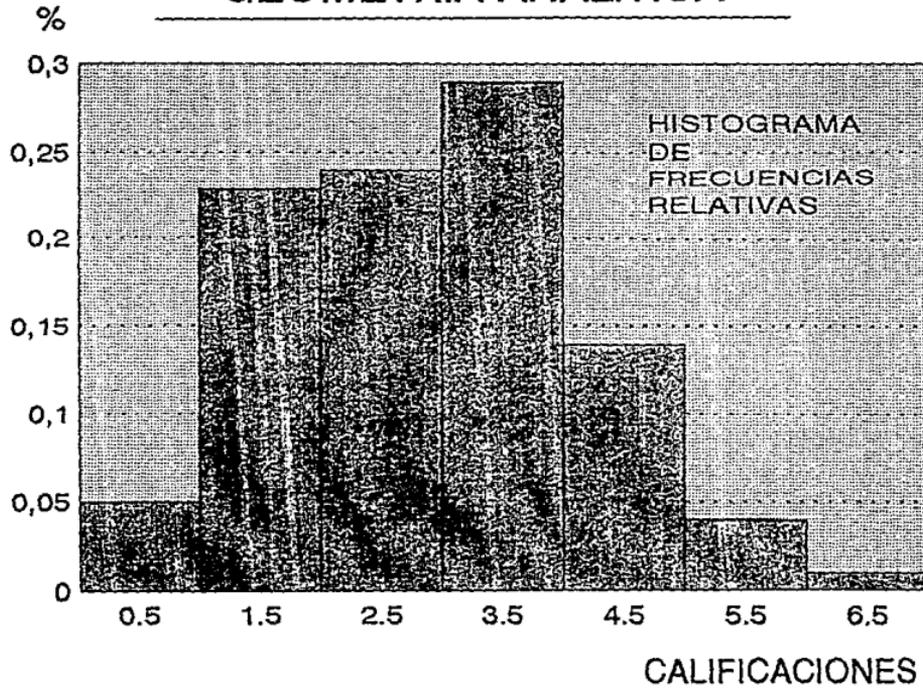
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 f(xi)(xi - \bar{x})^2}{99} = \frac{164}{99} = \underline{1.64}$$

DESVIACION ESTANDAR

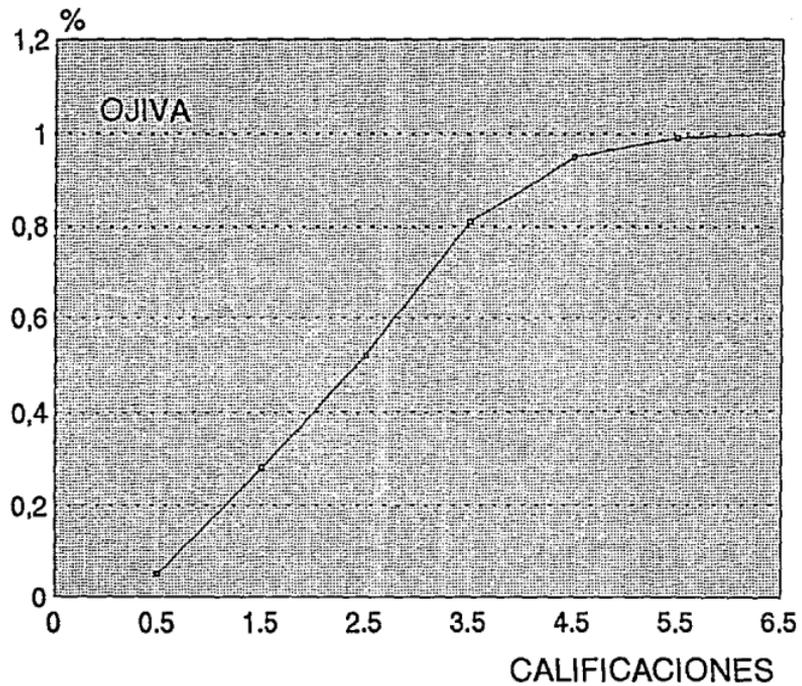
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^7 f(xi)(xi - \bar{x})^2}{99}} = \sqrt{1.64} = \underline{1.28}$$

# GEOMETRIA ANALITICA

---



# GEOMETRIA ANALITICA



## TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

### CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

INTERVALO	MARCA DE CLASE	FRECUENCIAS $f(x_i)$	FRECUENCIAS RELATIVAS	FRECUENCIAS ACUMULADAS	FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$
[1,2.0)	1.5	5	5/100=0.05	5	0.05	1.5-5.26 =-3.76	14.14	70.7
[2.0,3.0)	2.5	8	8/100=0.08	13	0.13	2.5-5.26 =-2.76	7.62	60.96
[3.0, 4.0)	3.5	17	17/100=0.17	30	0.30	3.5-5.26 =-1.76	3.10	52.7
[4.0, 5.0)	4.5	18	18/100=0.18	48	0.48	4.5-5.26 =-0.76	0.58	10.44
[5.0, 6.0)	5.5	13	13/100=0.13	61	0.61	5.5-5.26 =0.24	0.06	0.78
[6.0, 7.0)	6.5	18	18/100=0.18	79	0.79	6.5-5.26 =1.24	1.54	27.72
[7.0, 8.0)	7.5	12	12/100=0.12	91	0.91	7.5-5.26 =2.24	5.02	60.24
[8.0, 9)	8.5	6	6/100=0.06	97	0.97	8.5-5.26 =3.24	10.50	63
[9, 10)	9.5	3	3/100=0.03	100	1.0	9.5-5.26 =4.24	17.98	53.94
		100	$\Sigma 100\%$					$\sum_{i=1}^9 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$ = 400.48

## CALCULO DIFERENCIAL

MEDIA

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i f(x_i)}{\sum_{i=1}^9 f(x_i)} = \frac{1.5(5) + 2.5(8) + 3.5(17) + 4.5(18) + 5.5(13) + 6.5(18) + 7.5(12) + 8.5(6) + 9.5(3)}{100}$$

$$= \frac{7.5 + 20 + 59.5 + 81 + 71.5 + 117 + 90 + 51 + 28.5}{100}$$

$$= \frac{526}{100} = 5.26$$

VARIANZA

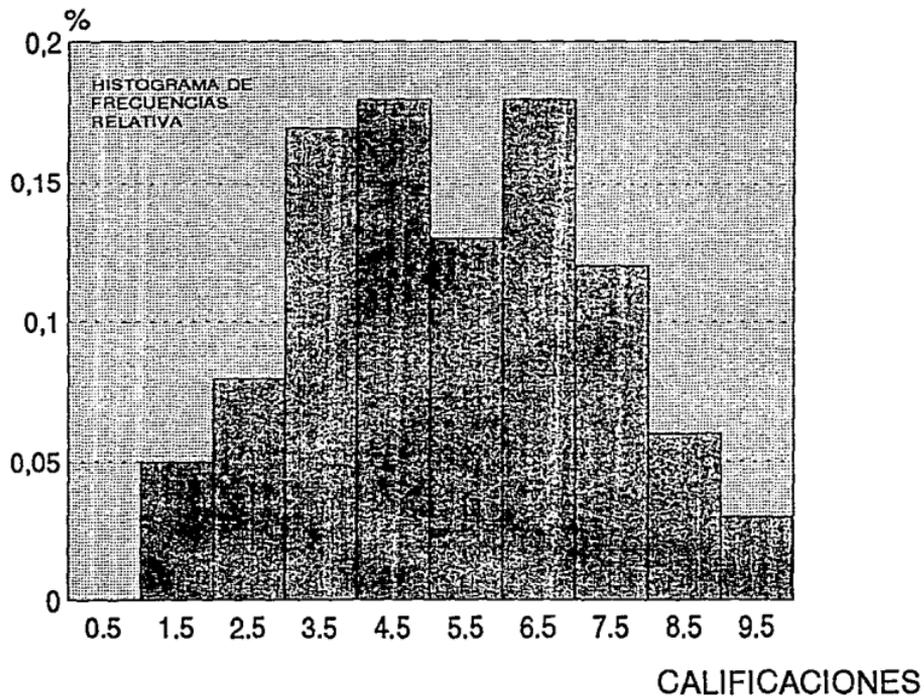
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^9 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2}{99} = \frac{400.48}{99} = 4.0$$

DESVIACION

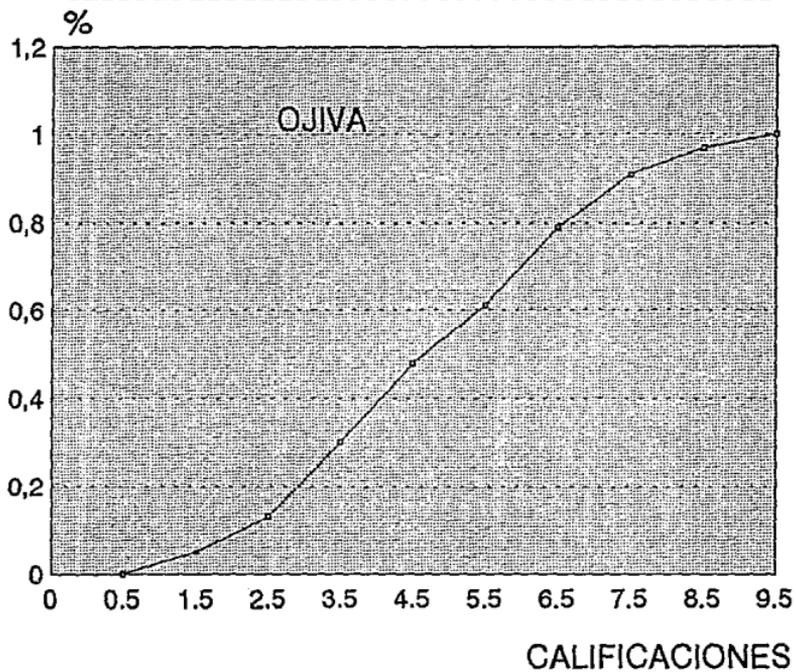
$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 f(x_i)(x_i - \bar{x})^2}{99}} = \sqrt{4} = 2$$

ESTANDAR

## CALCULO DIFERENCIAL



## CALCULO DIFERENCIAL



## COEFICIENTE DE VARIACION

Veré ahora cuál es la desviación estandar mayor con relación a su media, comparando pares de los resultados obtenidos y esto lo hago aplicando COEFICIENTE DE VARIACION.

### I) Entre Algebra y Geometría Plana

$$\text{Calificación de Algebra} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_a = 4.93 \\ S_a = 1.36 \end{array} \right. \rightarrow \text{C.V.} = \frac{S_a}{\bar{x}_a} \cdot 100 = \frac{1.36}{4.93} \cdot 100 = \underline{27.58\%}$$

$$\text{Calificación de Geometría Plana} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_{gp} = 4.3 \\ S_{gp} = 1.82 \end{array} \right. \rightarrow \text{C.V.} = \frac{S_{gp}}{\bar{x}_{gp}} \cdot 100 = \frac{1.82}{4.3} \cdot 100 = \underline{42.33\%}$$

Significa que, las calificaciones de geometría plana tienen una dispersión, en relación a su media, mucho mayor que las calificaciones de álgebra.

### II) Entre Algebra y Geometría Analítica.

$$\text{Calificación Geometría Analítica} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_{ga} = 2.9 \\ S_{ga} = 1.28 \end{array} \right. \rightarrow \text{C.V.} = \frac{S_{ga}}{\bar{x}_{ga}} \cdot 100 = \frac{1.28}{2.9} \cdot 100 = \underline{44.14\%}$$

Significa que las calificaciones de geometría analítica tienen una dispersión, en relación a su media, mucho mayor que las calificaciones de álgebra.

### III) Entre Álgebra y Cálculo Diferencial.

$$\text{Calificación Cálculo Diferencial} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_c = 5.26 \\ \rightarrow \text{C.V.} = \frac{S_c}{x_c} \cdot 100 = \frac{2}{5.26} \cdot 100 = \underline{38.02\%} \\ S_c = 2 \end{array} \right.$$

Significa que las calificaciones de cálculo diferencial tienen una dispersión, en relación a su media, mayor que las calificaciones de álgebra.

### IV) Entre Geometría Plana y Geometría Analítica.

$$\text{C.V. Gp} = 42.33\% \quad \text{y} \quad \text{C.V. Ga} = 44.14\%$$

Observamos que estos coeficientes de variación difieren poco, lo que significa que se encuentran casi igual de dispersos en relación a su media.

### V) Entre Geometría Plana y Cálculo Diferencial.

$$\text{C.V. Gp} = 42.33\% \quad \text{y} \quad \text{C.V. Cálculo} = 38.02\%$$

Vemos que las calificaciones de Geometría Plana tienen una dispersión, en relación a su media, un poco mayor que las calificaciones de cálculo diferencial.

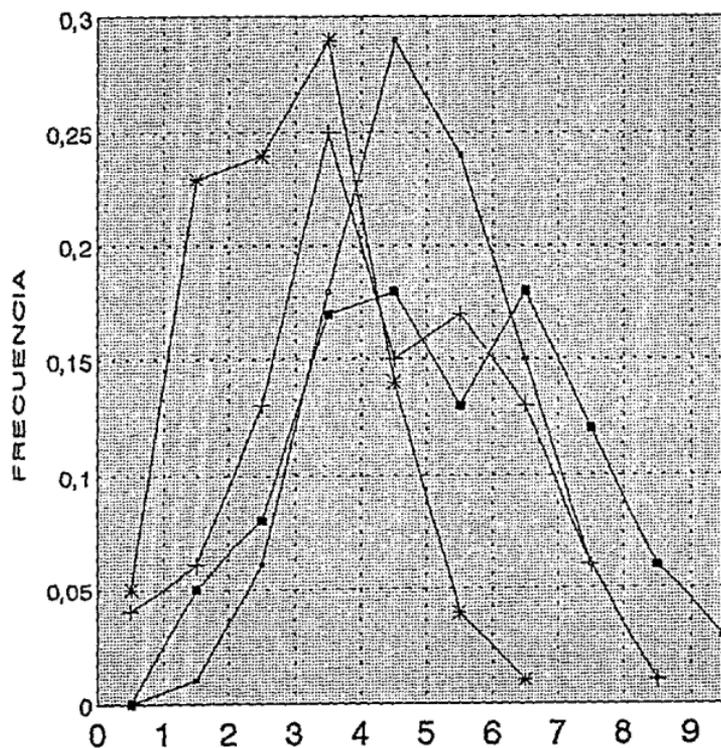
### VI) Entre Geometría Analítica y Cálculo Diferencial.

$$\text{C.V. Ga} = 44.14\% \quad \text{y} \quad \text{C.V. Cálculo} = 38.02\%$$

Observamos también que las calificaciones de Geometría Analítica tienen una dispersión, en relación a su medida, mayor que las calificaciones de Cálculo Diferencial.

POLIGONOS DE FRECUENCIAS COMPARATIVOS DE CADA UNO DE LOS EXAMENES

NUMERO DE ALUMNOS



- ◆ ALGEBRA
- ⊕ GEOM. Y TRIGONOMETRIA
- \* GEOMETRIA ANALITICA
- CALCULO DIFERENCIAL

MATERIA	ALGEBRA	GEOMETRIA PLANA	GEOMETRIA ANALITICA	CALCULO DIFERENCIAL
DESEMPEÑO	75%	62.2%	64.8%	78.2%
DE ASISTENCIA				

CALIFICACIONES

PROMEDIO DE CALIFICACIONES DE LAS CUATRO MATERIAS DE CADA UNO DE LOS ALUMNOS

MATERIA ALUMNO	ALGEBRA	GEOMETRIA	ANALITICA	CALCULO	PROMEDIO	MATERIA ALUMNO	ALGEBRA	GEOMETRIA	ANALITICA	CALCULO	PROMEDIO
1	4	2	3.7	6	3.93	51	3.2	5	3.7	8.5	5.1
2	3.6	3.5	2.1	3.5	3.18	52	5.2	5.5	3.2	7	5.23
3	4.8	4.5	3.7	6.5	4.88	53	6	1.5	3.7	6.5	4.43
4	6	6	1.6	3	4.15	54	2.8	1.5	2.6	6	3.23
5	2.4	4.5	2.6	5	3.63	55	5.6	1.5	3.2	2.5	3.2
6	3.2	4.5	4.7	4	4.1	56	3.2	3.5	4.7	3.5	3.73
7	6.4	5.5	2.6	5	4.88	57	3.6	4.5	4.2	4.5	4.2
8	4	6.5	1.1	4.5	4.03	58	6.8	5.5	1.2	4	4.35
9	5.2	3	1.6	3	3.2	59	4.4	3.5	4.7	8.5	5.28
10	2.8	4.5	2.1	5	3.6	60	6.8	2.5	3.7	5	4.5
11	4	6	2.1	4.5	4.15	61	5.2	6	4.2	5.5	5.23
12	5.2	8.5	1.6	3.5	4.7	62	5.2	5	3.2	6.5	4.98
13	3.6	5.5	3.2	2	3.58	63	4.8	1	1.6	7	3.6
14	3.2	5	2.1	5.5	3.95	64	6	3	3.7	7.5	5.5
15	6.4	7	1.1	7	5.38	65	5.2	3.5	1.6	6.5	4.2
16	4	7	0.5	5	4.13	66	3.2	4	4.2	4.5	3.98
17	4.4	5.5	2.6	7.5	5	67	6	3.5	5.3	5	4.95
18	5.6	4.5	1.6	8	4.93	68	7.2	3	1.6	2	3.45
19	4	4	3.7	3	3.68	69	5.6	5.5	3.2	2.5	4.2
20	5.6	3.5	1.1	8	4.55	70	7.2	5.5	4.2	3.5	5.1
21	6.4	6	3.2	5.5	5.28	71	3.6	6.5	4.2	3.5	4.45
22	4.8	7.5	2.1	8	5.6	72	5.6	2.5	4.2	4	4.75
23	6.46	6	3.2	7	5.65	73	5.2	5	3.7	4	4.48
24	4.4	5	3.2	3	3.9	74	2.4	5	3.7	3	3.53
25	4.4	6	3.2	4.5	4.53	75	4	3.5	3.2	1	2.93
26	3.2	5	3.2	6	4.35	76	3.6	6	5.3	4	4.73
27	4	3	3.7	7	4.43	77	7.2	3	5.8	2	4.5
28	3.6	2.5	1.1	4	2.8	78	4	4	3.2	4	3.8
29	3.2	3	2.1	7.5	3.95	79	5.2	4	2.6	2	3.45
30	4.8	5.5	3.2	5.5	4.75	80	4	3	3.2	3.5	3.43
31	5.2	3	4.7	7	4.98	81	3.6	4	6.3	3.5	4.35
32	4.4	2.5	1.5	6.5	3.73	82	6.4	3	0.5	2.5	3.1
33	3.6	2.5	4.7	6	4.2	83	4	0.5	1.6	3.5	2.4
34	5.2	3	5.3	3	4.13	84	2.4	2	2.1	4.5	2.75
35	2.4	2	4.7	8	4.28	85	4	3	0.5	1	2.13
36	4	1.5	2.1	9	4.15	86	3.6	4.5	1.1	3	3.5
37	6.4	6.5	3.2	9	6.28	87	5.6	0.5	2.6	4.5	3.3
38	4.4	3	1.6	6	3.75	88	4.4	0.5	0.5	1	1.6
39	5.6	2.5	2.6	7.5	4.55	89	5.2	2	2.1	1.5	2.7
40	6.8	4	1.6	9	5.35	90	8.4	2.5	1.6	4	4.13
41	7.6	3.5	2.1	7.5	5.18	91	3.2	0.5	2.1	4.5	2.58
42	6.8	3.5	3.2	6	4.88	92	4.8	3	3.2	2.5	3.38
43	6	1	2.6	7	4.15	93	5.6	7	1.6	1	3.8
44	5.2	2.5	2.6	6.6	4.2	94	8	3.5	4.2	3	4.68
45	7.2	3	2.1	6	4.58	95	5.6	2	1.6	3	3.5
46	3.2	4.5	.6	6	3.83	96	4.4	4.5	1.1	4	3.5
47	5.2	5	2.1	6	4.58	97	4	2	2.6	5.5	3.53
48	4.4	7	0.5	5	4.23	98	4.8	7.5	3.2	6	5.38
49	5.6	6	2.1	5	4.68	99	5.2	3.5	3.7	6	4.6
50	4	6.5	4.2	6	5.18	100	1.6	6	1.1	4	3.18

**TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LOS PROMEDIOS  
DE LAS CALIFICACIONES DE LAS CUATRO MATERIAS**

INTERVALO	MARCA DE CLASE	FRECUENCIAS $f(x_i)$	FRECUENCIAS RELATIVAS	FRECUENCIAS ACUMULADAS	FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$
[1,5,2)	1.75	1	1/100=0.01	1	0.01	1.75-4.2 =-2.45	6	6
[2,2,5)	2.25	2	2/100=0.02	3	0.03	2.25-4.2 =-1.95	3.8	7.6
[2,5,3)	2.75	5	5/100=0.05	8	0.08	2.75-4.2 =-1.45	2.1	10.5
[3,3,5)	3.25	11	11/100=0.11	19	0.19	3.25-4.2 =-0.95	0.9	9.9
[3,5,4)	3.75	21	21/100=0.21	40	0.40	3.75-4.2 =-0.45	0.2	4.2
[4,4,5)	4.25	23	23/100=0.23	63	0.63	4.25-4.2 =0.05	0.003	0.007
[4,5,5)	4.75	21	21/100=0.21	84	0.84	4.75-4.2 =0.55	0.30	6.3
[5,5,5)	5.25	12	12/100=0.12	96	0.96	5.25-4.2 =1.05	1.1	13.2
[5,5,6)	5.75	3	3/100=0.03	99	0.99	5.75-4.2 =1.55	2.4	7.2
[6,6,5)	6.25	1	1/100=0.01	100	1.0	6.25-4.2 =2.05	4.2	4.2
		100	$\Sigma 100\%$					$\sum_{i=1}^{10} f(x_i)(x_i - \bar{x})^2$ =69.11

## PROMEDIOS DE LAS CALIFICACIONES DE LAS CUATRO MATERIAS

MEDIA

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} xi f(xi)}{\sum_{i=1}^{10} f(xi)} = \frac{1.75(1) + 2.25(2) + 2.75(5) + 3.25(11) + 3.75(21) + 4.25(23) + 4.75(21) + 5.25(12) + 5.75(3) + 6.25(1)}{100}$$

$$= \frac{1.75 + 4.5 + 13.75 + 35.75 + 78.75 + 97.75 + 99.75 + 63 + 17.25 + 6.25}{100}$$

$$= \frac{418.5}{100} = 4.2$$

VARIANZA

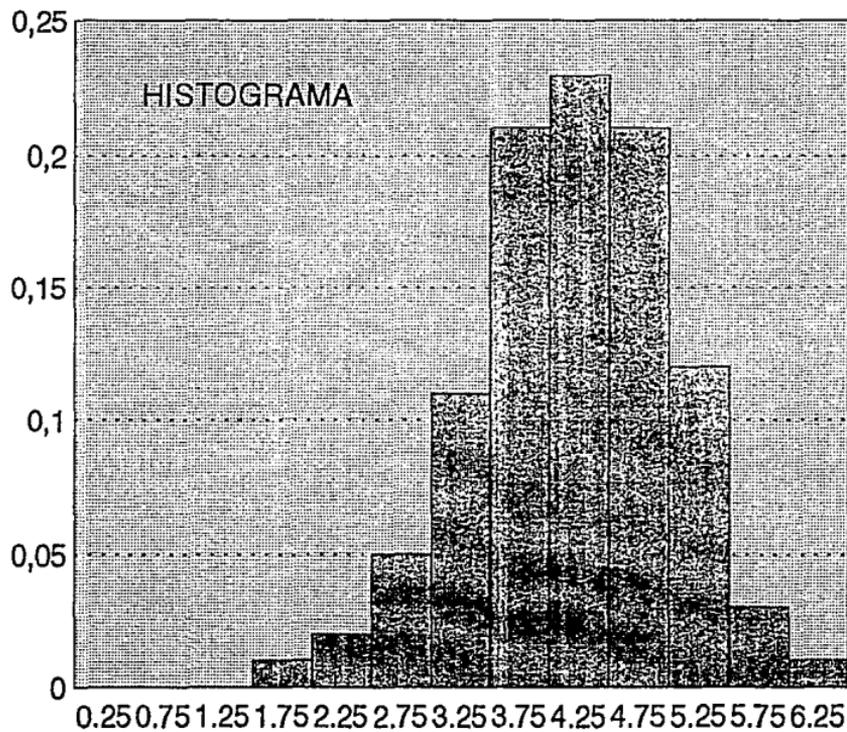
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} f(x)(xi - \bar{x})^2}{99} = \frac{69.11}{99} = 0.69$$

DESVIACION ESTANDAR

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} f(xi)(xi - \bar{x})^2}{99}} = \sqrt{0.69} = 0.83$$

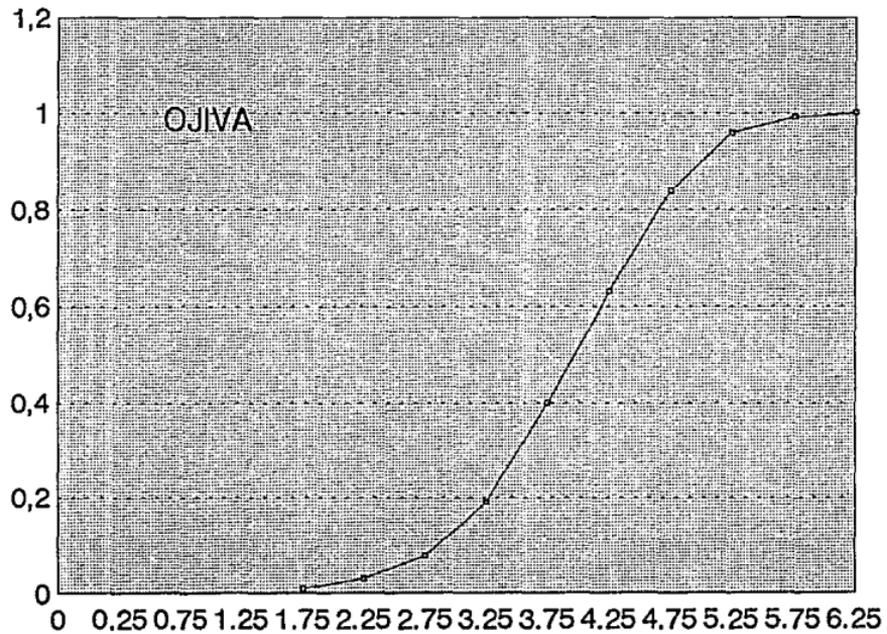
## PROMEDIOS DE LAS CALIFICACIONES DE LAS CUATRO MATERIAS

---



## PROMEDIOS DE LAS CALIFICACIONES DE LAS CUATRO MATERIAS

---



## INFERENCIA

Es recomendable, comprobar todas aquellas cojeturas acerca de lo fenómenos sociales aunque parezcan claras por sí mismas; dicho de otra forma no es conveniente solamente dejarse llevar por los resultados de carácter empírico.

Es por eso que se recomienda que muchos hechos educativos, como parte de lo social, para validarse deben someterse a una prueba de tipo estadístico.

La inferencia estadística permite "asegurar" con cierta confianza la veracidad de cierta cojetura haciendo uso de determinados "estadísticos de prueba", a través de la información contenida en una muestra representativa de la población bajo estudio. La prueba de hipótesis es una alternativa de la inferencia estadística, pero debe tenerse especial cuidado en que cada vez que se somete a prueba una hipótesis en una muestra se debe decidir si en verdad resulta correcto generalizar los resultados obtenidos a toda la población.

La prueba de hipótesis, parte de dos supuestos: la llamada hipótesis alterna, que es la hipótesis de investigación y otra, la hipótesis nula, que contradice a la anterior. Para poder validar a la hipótesis de investigación, ésta se pone en duda y se le da mayor credibilidad a la hipótesis nula, y sólo en el caso en que el resultado en la muestra entre fuertemente en contradicción con la hipótesis nula se considera como verdadera a la de investigación, es decir, se debe ser riguroso con la hipótesis de investigación para aceptarla no basta que la misma proporcione evidencia a su favor, sino que se exige también que dicha información proporcione evidencia en contra de la hipótesis nula.

Al principio de este estudio se planteó el objetivo de querer conocer con qué nivel de conocimientos matemáticos egresaban los alumnos de C.C.H. que optan por el área de Físico Matemáticas y, ha llegado el momento de probar esto conforme a los resultados obtenidos de la muestra.

Propongo que los alumnos egresan con un buen nivel de estudios matemáticos, si su promedio de los exámenes que les fueron aplicados es mayor que 5.4, ya que necesariamente para haber ingresado a las diferentes escuelas superiores debieron haber aprobado con calificación mínima de 6, es decir, veré si efectivamente estos estudiantes respaldan esa calificación.

La conclusión estadística que obtenga, a partir de la muestra, estará sujeta a un riesgo de cometer error ya que en otra muestra, es probable que  $\bar{X}$  hubiera sido diferente.

La conclusión estadística será 1) rechazar la hipótesis nula o bien 2) no rechazar la hipótesis nula. Pero en realidad, la hipótesis nula es: a) verdadera o bien b) falsa. La conclusión estadística a la que se llegue puede, entonces, ser correcta o errónea.

Por lo tanto en cada posibilidad de conclusión estadística podemos estar cometiendo un error. Estos errores reciben los siguientes nombres:

1. El error que cometemos en caso de rechazar la hipótesis nula que es verdadera, se llama **error tipo I**.
2. El error que cometemos en caso de no rechazar una hipótesis nula que es falsa, se llama **error tipo II**.

El cuadro siguiente esquematiza lo dicho:

	Ho ES VERDADERA	Ho ES FALSA
SE RECHAZA Ho	SE COMETE EL ERROR TIPO I	
NO SE RECHAZA Ho		SE COMETE EL ERROR TIPO II

Bajo estas aclaraciones haré la prueba.

Como se sabe los resultados del estudio en la muestra de tamaño  $n=100$  fueron:

$$\bar{x} = 4.2 \quad \text{y} \quad s = 0.83.$$

En base a ésto planteamos:

**HIPOTESIS DE INVESTIGACION (H<sub>1</sub>):** El promedio de calificaciones que obtendrán en un examen de conocimientos generales de Matemáticas, los alumnos que egresan de C.C.H. y que han elegido alguna carrera del Area de Físico Matemáticas, es mayor que 5.4.

**HIPOTESIS NULA (H<sub>0</sub>):** El promedio de calificaciones que obtendrán en un examen de conocimientos generales de Matemáticas, los alumnos que egresan de C.C.H. y que han elegido alguna carrera del Area de Físico Matemáticas, es menor o igual que 5.4.

Simbólicamente

$$H_1: \mu > 5.4$$

$$H_0: \mu \leq 5.4$$

Ahora bien se sabe que la variable bajo estudio se distribuye normalmente, pero no se conoce la varianza  $\sigma^2$ , por lo tanto no podemos usar el

estadístico  $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$  de distribución normal estandar  $N(0,1)$  que por el teorema central del límite se transforma en:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (A)$$

Como tenemos los datos de una muestra, lo que conocemos es  $s$ , pero necesitamos saber si podemos usar la expresión:

$$\frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} \quad (B)$$

Para poder utilizar la expresión (B) en lugar de la (A) tendríamos que conocer su distribución. Esta distribución tendría que considerar la diferencia que hay entre  $\sigma / \sqrt{n}$  y su estimador  $s / \sqrt{n}$ . Ahora bien, como se sabe, mientras mayor sea el tamaño de la muestra,  $s$  estimará mejor a  $\sigma$ , por lo que la diferencia mencionada será menor.

Recuérdese que para calcular  $s$ , se utiliza:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Al aumentar el tamaño de la muestra  $n$ ,  $s$  tendrá un valor más aproximado a  $\sigma$ . En términos del denominador de la fórmula de  $s$ , podemos decir que mientras mayor sea  $n-1$ ,  $s$  estimará mejor a  $\sigma$ . Al valor  $n-1$  se le llama "grados de libertad" de  $s$  (g.l.). O sea que, en el caso de  $s$ , g.l. =  $n-1$ .

Dicho de otra forma mientras mayor sea el número de grados de libertad, más próximo estarán  $s$  de  $\sigma$  y  $s / \sqrt{n}$  de  $\sigma / \sqrt{n}$  y consecuentemente más próximo estará

$$\frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} \quad \text{de} \quad \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Esto es algo que debe de tomarse muy en cuenta: la distribución  $\frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$

no es la distribución normal estandar, puesto que no conocemos  $\sigma$ , pero debe parecerse más a ella mientras más próximo esté  $s$  de  $\sigma$ , o sea mientras mayor sea el número de grados de libertad. A esta última distribución se le conoce con el nombre de  $t$ -de Student y se denota por  $t$ , esto es:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

Esta es la razón por la cual usaré este estadístico en la prueba de hipótesis que me ocupa, teniendo presente que son  $n-1$  grados de libertad, que la variable objeto de estudio se distribuye normalmente, que desconocemos  $\sigma$  y bajo el supuesto de que  $H_0$  es cierta.

Regla de decisión:

Se desea  $H_1: \mu > \mu_0$  con un nivel de significancia de 5%, se tiene entonces  $\alpha = 0.05$  en una cola. El valor en la tabla de distribución  $t$  de Student con  $100-1=99$  grados de libertad  $t_{99} = x$ .

Interpolando:

-120:1.658	
60:1.671	
<hr/>	
60:1.671	120:1.658
-120:1.658	-99: x
<hr/>	<hr/>
-60.0.013	21:1.658-x

$$\frac{.60}{0.013} = \frac{21}{1.658 - x}$$

$$-4615.384615 (1.658) + 4615.384615 x = 21$$

$$7652.307692 + 21 = 4615.384615 x$$

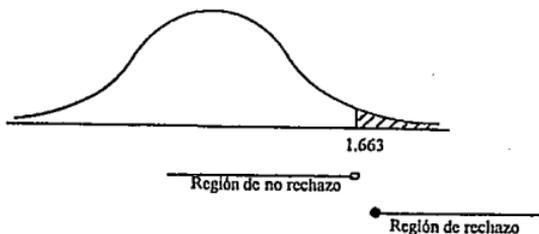
$$x = \frac{7673.307692}{4615.384615}$$

$$\therefore x = 1.663 = t_{99}$$

A partir de este valor se definen las regiones de rechazo y no rechazo de  $H_0$ , como sigue:

No se rechaza  $H_0$ , si  $t_c \in (-\infty, 1.663)$

Se rechaza  $H_0$  si  $t_c \in [1.663, \infty)$



Cálculos:

Como  $n=100$   $\bar{x}=4.2$   $S=0.83$   $\mu_0=5.4$ , tenemos:

$$t_c = \frac{4.2 - 5.4}{0.83 / \sqrt{100}} = \frac{-1.2}{0.83 / 10} = \frac{-1.2}{0.083} = -14.4578$$

Decisión estadística:

Como  $-14.4578 \in (-\infty, 1.663)$  no se rechaza  $H_0$ .

Interpretación de los resultados:

Como no se rechazó  $H_0: \mu \leq 5.4$  con  $\alpha = 0.05$ , no hay evidencia suficiente para considerar que el promedio con el que egresan los alumnos de C.C.H. que optan por el Área de Físico Matemáticas sea mayor que 5.4

## CONCLUSIONES

## CONCLUSIONES

La aplicación de la prueba de hipótesis y su resultado ponen en evidencia la conjetura acerca de que los alumnos de C.C.H. que están en el área de Físico Matemáticas, salen bien preparados, lo cual significaría hacer algunas reflexiones de los diferentes factores que intervienen en todo este proceso.

Podría señalar que un factor que está influyendo en forma determinante, es la diversidad de "programas de estudio de matemáticas" que existen en el Colegio, así como la aplicación y enfoque que se le da a cada uno de ellos por parte de los maestros. Analizando el problema vemos que existen tres currículos:

1. Currículo Propuesto (Sistema o Institución).
2. Currículo Implantado (Salón de clase).
3. Currículo Logrado (Alumno)

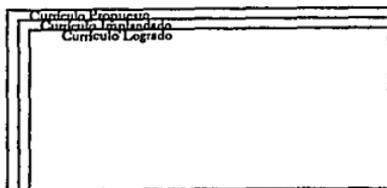
El primero se refiere a los planes y programas de estudio (en este caso de Matemáticas) que propone el sistema o institución educativa, para que al final de éste se logre un perfil "ideal" del egresado de la Institución.

El segundo, se refiere a las adaptaciones y a las interpretaciones que hacen los profesores de los planes y programas de estudio que propone la institución, a nivel del salón de clase.

El tercero, son los resultados de la escolarización, es decir, son los contenidos matemáticos que lograron aprender los alumnos.

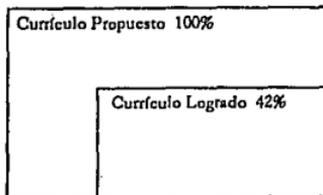
Debe observarse que  $1 \supset 2 \supset 3$ , es decir, el Currículo Propuesto contiene al Currículo Implantado y éste contiene a su vez al Currículo Logrado.

Una institución educativa que pretende la excelencia tendría que lograr que la diferencia entre estos currículos fuera mínima



El currículo propuesto en el C.C.H. son los contenidos del Documento de Trabajo, los cuales han sido modificados por los programas en cada plantel y cada turno y éstos, a su vez, por cada maestro en el salón de clase.

De acuerdo con el estudio el resultado significaría que aproximadamente sólo el 42% de los contenidos son aprendidos por los alumnos, lo cual pone en mal los objetivos que tienen planteados el C.C.H. como institución formadora de bachilleres capacitados para ingresar a las diferentes escuelas superiores con un buen nivel de matemáticas.



Apoyar la propuesta de revisión, actualización y obligar el seguimiento uniforme de los programas de Matemáticas en cuanto a sus contenidos y enfoques debe ser una alternativa para superar este problema.

Además se debe enfocar, en los nuevos programas, a la Matemática como una materia útil, es decir que el alumno vea que los conocimientos de ella son aplicables a situaciones cotidianas, que constate que la matemática le puede servir como instrumento para resolver problemas de la vida diaria.

En mis estudios de la Carrera de Actuario llevé varias materias de aplicación matemática, dentro de ellas, Estadística. Al cursar esta materia me pude dar cuenta que tiene una amplia aplicación en diferentes campos del conocimiento humano. Incluir a la Estadística, Descriptiva e Inferencial, dentro del Nuevo Plan de Estudios de Matemáticas, como materia obligatoria sería una propuesta que podría facilitar ver al estudiante la bondad de la matemática.

Otro factor que indudablemente interviene, son los antecedentes matemáticos con que los alumnos ingresan al C.C.H. ya que como se pudo observar, en el examen de diagnóstico que les fue aplicado su promedio fue bajo. En esta parte yo propondría ciertos "cursos propedéuticos", para nivelar conocimientos que requieren los alumnos de nuevo ingreso para este nivel educativo.

Otra cuestión se enfocaría al aspecto familiar de los alumnos que también es determinante en el rendimiento escolar y que podría ser: situación económica, relación con sus padres y hermanos, el nivel de estudios de los papás, etc. En este sentido algunas pláticas de orientación a los padres o tutores podrían ayudar al estudiante.

Otro hecho que influye en el alumno es que ven la desvaloración que hoy en día se tiene de las carreras universitarias, es decir, se ha perdido la idea que se tenía hace tiempo de que alcanzar una carrera universitaria era símbolo de un buen estatus social y económico. En este aspecto corresponde a nuestro gobierno revalorar la función de los profesionistas

Finalmente me permitiría señalar, ineludiblemente, las condiciones económicas de los maestros universitarios que quiérase o no influyen en el ánimo de la labor que tienen encomendada. Dignificar la labor docente es un asunto de urgencia si es que se quiere alcanzar niveles de excelencia académica en los alumnos.

# BIBLIOGRAFIA

1. Downie, N. M. y Weath, R. W. METODOS ESTADISTICOS APLICADOS. México, Harla, 1973.
2. Varios Autores. INTRODUCCION A LOS METODOS ESTADISTICOS. Vols. 1 y 2, México, U.P.N., 1983
3. Levin, Jack. FUNDAMENTOS DE ESTADISTICA EN LA INVESTIGACION SOCIAL. México, Harla, 1979.
4. Varios autores. TECNICAS Y RECURSOS DE INVESTIGACION. Vol. V, México, U.P.N., 1987.
5. Rojas, S. Raúl. GUIA PARA REALIZAR INVESTIGACIONES SOCIALES. México, UNAM, 1978.
6. Mercado, M. Miguel. PERFIL MATEMATICO DEL ALUMNO DEL CCH QUE INGRESA A LA FACULTAD DE QUIMICA. Tesis Profesional, México, UNAM, Fac. de Química, 1989.
7. Abad, Adela y Servín, Luis. INTRODUCCION AL MUESTREO. México, Limusa, 1990.
8. Guillén Niemeyer Benito. METODOS DE INVESTIGACION EDUCATIVA. México, Colegio de Bachilleres, 1979.
9. Best, Jonh W. COMO INVESTIGAR EN EDUCACION. Madrid, Morata, 1970.
10. Varios autores. PROGRAMA (DOCUMENTOS DE TRABAJO). México, UNAM, Colegio de Ciencias y Humanidades, 1976.