

2018



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGÓN**

**"CÁLCULO DE LOS PERFILES HIDRÁULICOS  
DEL SISTEMA DE CANALES Y LAGOS  
DE LA ZONA DE TEXCOCO"**

**TESIS**

Para obtener el título de  
**INGENIERO CIVIL**

Presenta

**ELISEO CARRIZOSA ELIZONDO**

DIRECTOR DE TESIS

M. en I. A. ABEL JIMÉNEZ CASTAÑEDA

SAN JUAN DE ARAGÓN, MÉXICO

1994



**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

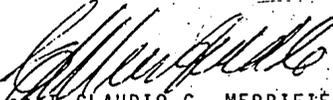
ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGÓN  
DIRECCION

ELISEO CARRIZOSA ELIZONDO  
P R E S E N T E

En contestación a su solicitud de fecha 4 de marzo del año en curso, relativa a la autorización que se le debe conceder para que el señor profesor, ING. AMADO - - ABEL JIMENEZ CASTAÑEDA pueda dirigirle el trabajo de Tesis denominado "CALCULO DE LOS PERFILES HIDRAULICOS DEL SISTEMA DE CANALES Y LAGOS DE LA ZONA DE TEXCOCO" - con fundamento en el punto 6 y siguientes del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted, reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento; me permito comunicarle que ha sido aprobada su solicitud.

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida - consideración.

ATENTAMENTE  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
San Juan de Aragón, Edo. de Méx. Marzo 14, 1994.  
EL DIRECTOR

  
M en I CLAUDIO C. MERRIFIELD CASTRO

c c p Lic. Alberto Ibarra Rosas.- Jefe de la Unidad Académica.  
c c p Ing. José Paulo Mejorada Mota.- Jefe de Carrera de Ingeniería Civil.  
c c p Ing. Amado Abel Jiménez Castañeda.- Asesor de Tesis.

CCMC'AIR'1a.



## DEDICADA

*A Dios por ser el guía espiritual de mi camino y por permitirme realizar una etapa más de mi vida.*

*A la memoria de mi Padre*

*En donde quiera que te encuentres espero que estés bien y veas que tus consejos y todo lo que me enseñaste fue lo correcto, con cariño y admiración se la dedico a mi mejor amigo mi Padre.*

*Con todo mi amor para mi Madre que con su fe en Dios y su forma de ser tan sencilla me da confianza para seguir adelante.*

*A mis hermanos Guadalupe, Alejandra, Margarita, Jaime, José Luis y Ricardo por esa confianza y ese apoyo que en todo momento me brindaron, además de la unión que siempre existirá entre nosotros.*

*Con mucho amor y cariño para mis sobrinos Nayelli y Eliseo.*

## ÍNDICE

<b>1.INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA HIDRÁULICO</b>	<b>3</b>
2.1 Características de los canales	6
2.2 Características de los lagos	15
2.3 Características de las estructuras de control	17
2.4 Gastos de entrada y salida del sistema hidráulico	18
2.5 Características de la descarga del sistema hidráulico	19
<b>3. CÁLCULO DE PERFILES HIDRÁULICOS</b>	<b>20</b>
3.1 Tipos de perfil en el sistema hidráulico	20
3.1.1 Sentido de cálculo	22
3.2 Métodos de cálculo	23
3.2.1 Método de Paso Estándar	24
3.2.2 Método de Solución Simultánea	32
3.3 Cálculo del funcionamiento hidráulico de las estructuras de control	47

<b>4. CÁLCULO DE LOS NIVELES HIDRÁULICOS EN EL SISTEMA</b>	<b>50</b>
4.1 Método de tanteos	51
4.2 Método de solución simultánea	61
<b>5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>69</b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b>72</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>73</b>
<b>APÉNDICE</b>	<b>74</b>
A.1 Formulación del Método de Paso Estándar	74
A.2 Formulación del Método de Solución Simultánea	76

## 1. INTRODUCCIÓN

Una parte importante del drenaje de la ciudad de México es el sistema de canales y lagos de la zona de Texcoco, el cual sirve para desalojar de manera regulada las avenidas de las zonas sur y oriente de la ciudad.

Para conocer el comportamiento del sistema hidráulico cuando se presenta una avenida se calcula el tránsito de la avenida. Este cálculo requiere de las llamadas condiciones iniciales, que son los perfiles hidráulicos en el sistema de canales para régimen permanente.

El objetivo de este trabajo es el estudio y aplicación de dos métodos para calcular los perfiles de flujo gradualmente variado en régimen permanente en una red de canales.

Los procedimientos son el método de Paso Estándar y el método de Solución Simultánea, los cuales a su vez se apoyan en el método de Newton-Raphson.

En el cap 2 se describen las partes que conforman el sistema hidráulico, así como las principales características de los canales, lagos, estructuras de control y los gastos de entrada y salida del sistema.

En el cap 3 se describen las metodologías de cálculo que se utilizan para el cálculo de perfiles hidráulicos, además se explica el procedimiento de cálculo de las estructuras de control que contiene el sistema.

En el cap 4 se describe la forma como se calculan los niveles hidráulicos en el sistema de Texcoco con las metodologías descritas en el cap 3.

En el cap 5 se indican las conclusiones y recomendaciones derivadas del estudio.

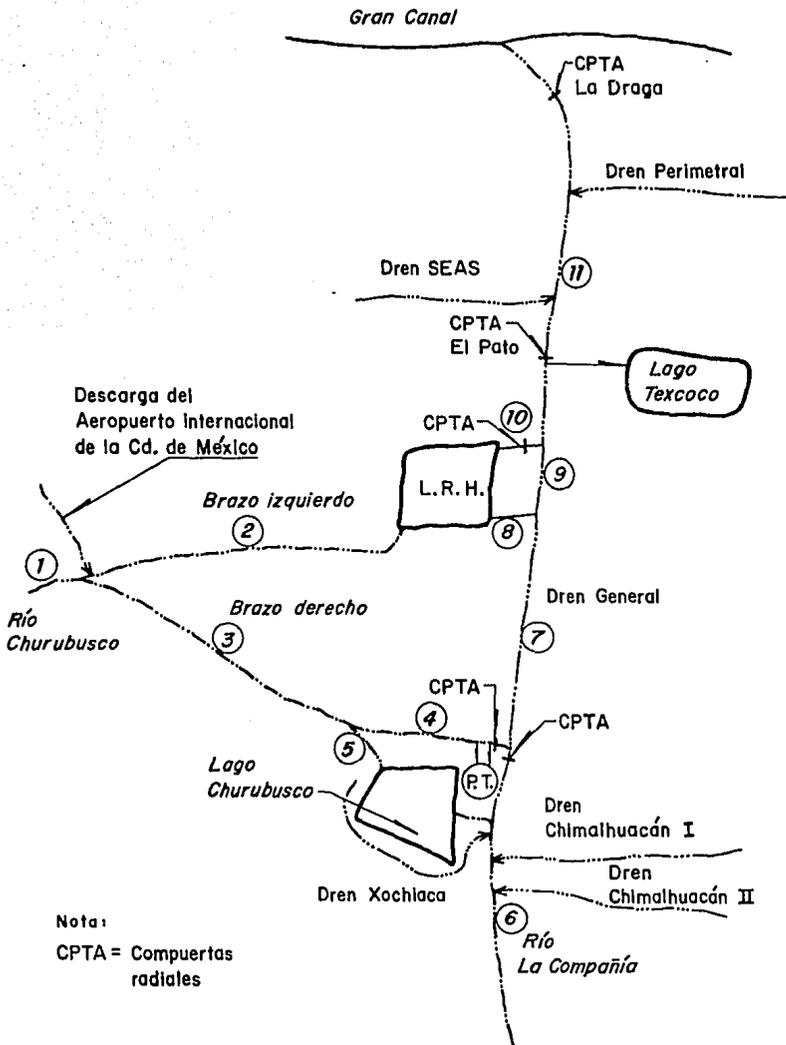
Finalmente para completar este trabajo, se anexa un apéndice que incluye la deducción de las ecuaciones que se utilizan en cada método.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA HIDRÁULICO

Con el propósito de mostrar las partes que conforman el sistema hidráulico de la zona de Texcoco, a continuación se hace una descripción sencilla del mismo.

En la fig 2.1 se ilustra un esquema del sistema en estudio. Ahí se indica la parte final del tramo aguas abajo del río Churubusco, tramo 1, ubicado aguas arriba de la bifurcación de los brazos izquierdo y derecho de dicho río; estos brazos se identifican en el esquema como los canales 2 y 3, respectivamente.

El canal 2 recibe la descarga de agua del Aeropuerto Internacional de la ciudad de México, y finaliza en el cruce con el camino Peñón-Texcoco; este cruce está formado por una estructura en la entrada al lago de Regulación Horaria, LRH. Las principales dimensiones de esta



Nota:  
 CPTA = Compuertas  
 radiales

Fig 2.1 Esquema del sistema hidráulico

estructura se observan en la figura 2.2.

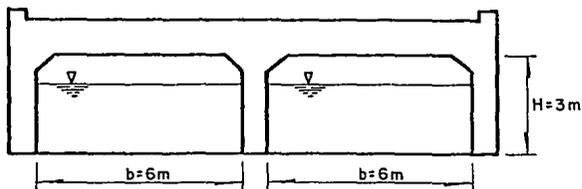


Fig 2.2 Estructura en el cruce del camino Peñon- Texcoco con el brazo izquierdo

El canal 3 se bifurca en los tramos 4 y 5. El tramo 5 comunica al canal 3 con el lago Churubusco, el cual, a partir de un nivel específico muy elevado, vierte al río La Compañía (canal 6 en el esquema).

El canal 4 dispone de dos tomas para bombear agua a una planta de tratamiento, y finaliza en la confluencia con el río La Compañía.

El canal 6, además de recibir la descarga del lago Churubusco, capta las aguas de los Drenos Chimalhuacán I y II y Xochiaca; finaliza en su unión con el canal 4. Aguas arriba de la confluencia de los canales 4 y 6 hay sendas estructuras de control formadas por compuertas radiales.

El canal 7, que es la parte inicial del Dren General, comienza en la unión de los canales 4 y 6 y finaliza en su unión con la salida 1 del LRH. Esta salida se identifica en el esquema como el canal 8.

El tramo aguas abajo de la unión de los canales 7 y 8 es el canal 9, el cual finaliza en su confluencia con la salida 2 del LRH, (canal 10 en el esquema); este último canal tiene una estructura de control formada por compuertas radiales.

Aguas abajo de la unión de los canales 9 y 10 está finalmente el canal 11; donde se tienen dos estructuras de control, también con compuertas radiales conocidas como El Pato y La Draga. Además, por bombeo aguas arriba de El Pato, se extrae del canal 11 un gasto para el lago Texcoco Norte, y aguas abajo se captan las aguas del Dren SEAS y del Dren Perimetral. El canal 11 finaliza en su unión con El Gran Canal. En este trabajo se considera como el Sistema de Canales y Lagos de Texcoco todo lo abarcado hasta esta última unión.

## 2.1 Características de los canales

Las principales características geométricas de las secciones de cada uno de los once canales, como anchos de la plantilla y taludes, cadenamientos, cotas del fondo y de los bordos tanto de la margen izquierda como de la derecha, número de secciones en que se ha dividido cada canal, longitud de cada subtramo y coeficientes de rugosidad de Manning en cada sección, son las siguientes (de aguas arriba a aguas abajo):

### CANAL 1

Cadenamiento inicial: 0+000.

Número de subtramos: 2    Número de secciones: 3

Longitud de los tramos (m):

100                  100

Cotas del fondo (m):

24.660    27.810    29.000

Cotas del bordo izquierdo (m):

31.000    32.800    31.500

Cotas del bordo derecho (m):

31.000    32.800    31.500

Ancho de plantilla (m):

13.00    15.00    68.30

Talud:

.0    5.8    4.9

Coefficientes de Manning:

.025                  .025                  .025

### CANAL 2

Cadenamiento inicial: 0+200

Número de subtramos: 10    Número de secciones: 11

Longitud de los tramos (m):

200.00                  400.00                  400.00                  400.00

400.00                  600.00                  400.00                  400.00

318.00                  225.00

Cotas del fondo (m):

29.000                  28.970                  28.920                  28.870

28.810                  28.760                  28.680                  28.620

28.570                  28.530                  28.500

Cotas del bordo izquierdo (m):

31.500                  32.500                  32.050                  32.100

32.350                  32.300                  31.700                  32.000

31.900                  31.900                  31.000

Cotas del bordo derecho (m):

31.500	32.250	31.600	32.300
32.000	32.000	32.500	32.500
32.400	31.900	31.000	

Ancho de plantilla (m):

68.30	28.80	30.90	30.80
20.20	14.90	25.60	27.20
25.50	12.00	16.70	

Talud:

4.9	1.5	3.0	3.2
4.7	5.1	3.3	3.8
3.3	.0	.0	

Coefficientes de Manning:

.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	

CANAL 3

Cadenamiento inicial: 0+200

Número de subtramos: 7      Número de secciones: 8

Longitud de los tramos (m):

800.00	200.00	500.00	500.00
500.00	500.00	500.00	

Cotas del fondo (m):

29.000	28.000	27.900	28.050
28.100	28.000	28.050	28.200

Cotas del bordo izquierdo (m):

31.500	31.380	31.720	31.560
32.580	31.410	31.610	31.730

Cotas del bordo derecho (m):

31.500	30.610	30.460	31.300
31.110	31.260	31.260	31.380

Ancho de plantilla (m):

31.00	22.00	25.80	22.00
15.30	19.30	22.00	27.20

Talud:

3.0	3.0	3.8	2.6
5.4	3.6	2.0	1.4

Coefficientes de Manning:

.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	.025

#### CANAL 4

Cadenamiento inicial: 3+500

Número de subtramos: 3      Número de secciones: 4

Longitud de los tramos (m):

500.00	500.00	500.00	
--------	--------	--------	--

Cotas del fondo (m):

28.200	27.500	28.050	27.700
--------	--------	--------	--------

Cotas del bordo izquierdo (m):

31.730	31.690	31.840	32.320
--------	--------	--------	--------

Cotas del bordo derecho (m):

31.380	31.430	31.840	32.450
--------	--------	--------	--------

Ancho de plantilla (m):

27.20	19.00	29.20	26.50
-------	-------	-------	-------

Talud:

1.4	1.3	1.2	1.3
-----	-----	-----	-----

Coefficientes de Manning:

.025	.025	.025	.025
------	------	------	------

#### CANAL 5

Cadenamiento inicial: 3+500

Número de subtramos: 1      Número de secciones: 2

Longitud de los tramos (m):

136

Cotas del fondo (m):

27.750	27.500
--------	--------

Cotas del bordo izquierdo (m):  
     31.200                      31.200  
 Cotas del bordo derecho (m):  
     31.200                      31.200  
 Ancho de plantilla (m):  
     45.70                      36.50  
 Talud:  
     3.7                      2.5  
 Coeficientes de Manning:  
     .025                      .025

**CANAL 6**

Cadenamiento inicial: 0+000  
 Número de subtramos: 6      Número de secciones: 7  
 Longitud de los tramos (m):  
     500.00                      500.00                      500.00                      500.00  
     500.00                      442.00  
 Cotas del fondo (m):  
     28.720                      28.680                      28.640                      28.600  
     28.560                      28.520                      28.480  
 Cotas del bordo izquierdo (m):  
     33.600                      34.290                      34.080                      34.600  
     34.890                      33.280                      33.480  
 Cotas del bordo derecho (m):  
     33.190    34.450    34.390    35.000    34.490  
     33.360    33.260  
 Ancho de plantilla (m):  
     20.50                      24.70                      23.50                      25.60  
     23.80                      13.80                      10.00  
 Talud:  
     3.5                      6.0                      7.0                      7.0  
     5.0                      3.0                      2.0  
 Coeficientes de Manning:  
     .025                      .025                      .025                      .025  
     .025                      .025                      .025

### CANAL 7

Cadenamiento inicial: 2+942

Número de subtramos: 4      Número de secciones: 5

Longitud de los tramos (m):

558.00	500.00	500.00	624.00
--------	--------	--------	--------

Cotas del fondo (m):

28.490	28.440	28.400	28.360
--------	--------	--------	--------

28.290

Cotas del bordo izquierdo (m):

33.480	33.100	33.500	33.360
--------	--------	--------	--------

32.900

Cotas del bordo derecho (m):

33.260	33.300	33.640	33.090
--------	--------	--------	--------

32.000

Ancho de plantilla (m):

6.50	14.70	16.60	15.60
------	-------	-------	-------

24.35

Talud:

2.0	3.6	3.5	3.8
-----	-----	-----	-----

3.2

Coefficientes de Manning:

.025	.025	025	.025
------	------	-----	------

.025

### CANAL 8

Cadenamiento inicial: 0+000

Número de subtramos: 3      Número de secciones: 4

Longitud de los tramos (m):

250.00	250.00	250.00	
--------	--------	--------	--

Cotas del fondo (m):

28.000	28.000	28.000	28.000
--------	--------	--------	--------

Cotas del bordo izquierdo (m):

31.400	31.500	31.400	31.500
--------	--------	--------	--------

Cotas del bordo derecho (m):	31.500	31.500	31.500	31.500
Ancho de plantilla (m):	15.00	15.00	15.00	15.00
Talud:	.0	.0	.0	.0
Coefficientes de Manning:	.025	.025	.025	.025

#### CANAL 9

Cadenamiento inicial: 5+124				
Número de subtramos: 3	Número de secciones: 4			
Longitud de los tramos (m):	376.00	500.00	150.00	
Cotas del fondo (m):	28.290	28.280	28.240	28.210
Cotas del bordo izquierdo (m):	32.900	32.980	31.500	31.500
Cotas del bordo derecho (m):	32.000	31.800	31.500	31.500
Ancho de plantilla (m):	24.35	27.70	20.50	15.00
Talud:	3.2	3.8	3.8	3.0
Coefficientes de Manning:	.025	.025	.025	.025

#### CANAL 10

Cadenamiento inicial: 0+000				
Número de subtramos: 3	Número de secciones: 4			
Longitud de los tramos (m):	250.00	250.00	250.00	
Cotas del fondo (m):	28.000	28.000	28.000	28.000

Cotas del bordo izquierdo (m):				
31.000	31.000	31.000	31.000	31.000
Cotas del bordo derecho (m):				
31.000	31.000	31.000	31.000	31.000
Ancho de plantilla (m):				
15.00	15.00	15.00	15.00	
Talud:				
.0	.0	.0	.0	
Coeficientes de Manning:				
.025	.025	.025	.025	

### CANAL 11

Cadenamiento inicial: 6+350

Número de subtramos: 24    Número de secciones: 25

Longitud de los tramos (m):

150.00	500.00	500.00	500.00	500.00
500.00	500.00	500.00	500.00	500.00
500.00	500.00	500.00	500.00	500.00
400.00	600.00	500.00	500.00	500.00
500.00	500.00	200.00	200.00	200.00
600.00	500.00	500.00	500.00	300.00
Cotas del fondo (m):				
28.210	28.200	28.160	28.120	28.120
28.080	28.040	28.000	27.960	27.960
27.920	27.880	27.840	27.800	27.800
27.760	27.730	27.680	27.650	27.650
27.610	27.600	27.530	27.510	27.510
27.500	27.250	27.040	26.830	26.830
26.700				
Cotas del bordo izquierdo (m):				
31.500	31.420	31.650	31.130	31.130
30.220	30.170	31.000	31.620	31.620
31.520	30.980	30.600	30.900	30.900
31.130	31.420	31.100	31.000	31.000

31.500	32.420	32.000	33.800
32.700	33.700	35.800	33.700
35.000			

Cotas del bordo derecho (m):

31.500	31.030	31.650	30.720
30.520	30.580	30.780	32.660
31.400	31.020	30.600	30.200
30.650	30.480	31.300	30.780
31.560	31.820	32.300	32.420
32.900	33.700	33.800	33.150
33.800			

Ancho de plantilla (m):

15.00	15.60	16.70	17.00
12.80	19.20	11.70	11.50
13.00	5.70	12.00	14.10
15.40	16.20	9.00	23.20
21.00	30.40	37.40	15.00
8.400	6.100	17.00	25.40
7.20			

Talud:

3.0	4.3	4.5	5.4
4.3	7.6	4.5	3.6
4.0	4.2	4.8	7.2
3.3	4.2	4.3	2.5
3.0	2.5	2.6	3.0
2.5	2.2	2.3	2.1
1.7			

Coefficientes de Manning:

.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	.025
.025	.025	.025	.025
.025			

## 2.2 Características de los lagos

El sistema cuenta con dos lagos que son el lago Churubusco y el de LRH. El principal objetivo de estos lagos es regular las avenidas que transitan por los dos brazos del río Churubusco. El lago Churubusco es alimentado por el brazo derecho y su capacidad de almacenamiento se resume en la tabla siguiente.

Tabla 2.1 Características geométricas del lago Churubusco

Elevaciones (m)	Áreas (m <sup>2</sup> )	Volúmenes (m <sup>3</sup> )
28.30	1385000	0
28.80	1389000	690000
29.30	1392500	1390000
29.80	1395600	2090000
30.30	1398500	2780000
30.80	1401400	3490000
31.30	1404400	4190000
31.80	1407400	4890000
32.30	1410500	5600000
32.80	1413300	6300000
33.30	1416200	7010000

Como ya se dijo en la descripción del sistema, es muy difícil que del lago Churubusco vierta al río La Compañía ya que la cota de plantilla en el canal que los conecta es muy elevada. Para condiciones normales de funcionamiento del sistema el gasto en el canal 5 es nulo y la cota del

agua en el lago Churubusco es la misma que la que se tiene en la bifurcación del canal 3.

El LRH es alimentado por el brazo izquierdo y el gasto del Aeropuerto Internacional de la ciudad de México. Este lago tiene las siguientes dimensiones: largo 1.5 km, ancho 1 km, con profundidad promedio de 2.76 m, lo que origina una área en planta de 150 Ha y una capacidad de regulación de 4,140,000 m<sup>3</sup>. Sus características geométricas se resumen en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Características geométricas del lago de Regulación Horaria

Elevaciones (m)	Áreas (m <sup>2</sup> )	Volúmenes (m <sup>3</sup> )
28.50	1440500	0
29.00	1447900	723000
29.50	1455300	1451000
30.00	1462700	2183000
30.50	1470100	2918000
31.00	1477600	3656000
31.50	1485000	4399000
32.00	1492900	5145000
32.50	1500000	5895000

Se recalca que este lago tiene dos salidas que descargan al Dren General, y una de ellas tiene al final una estructura de control formada por dos compuertas radiales.

## 2.3 Características de las estructuras de control

Con el propósito de establecer futuras políticas de operación del sistema, se han colocado en el sistema hidráulico estructuras reguladoras compuestas por compuertas radiales, como la que se muestra en el esquema de la fig 2.3.

Al final del canal 4 se tiene la primera estructura de control, la cual cuenta con 3 compuertas del tipo radial. Sirve para regular el gasto que fluye por el brazo derecho y se localiza en el cadenamiento 5+000 del mismo brazo.

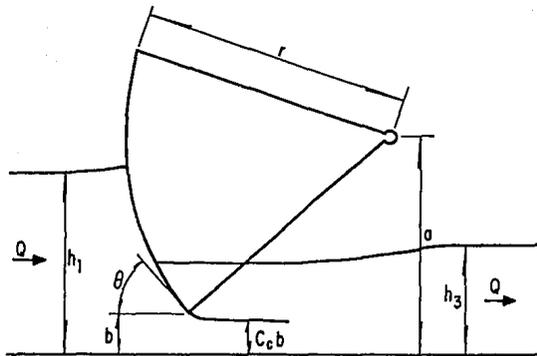


Fig 2.3 Esquema de una compuerta radial

La estructura encargada de controlar el gasto en el río La Compañía se ubica al final del canal 6, en el cadenamamiento 2+942, y consta de 4 compuertas radiales.

Las estructuras que regulan el gasto de la salida 2 del LRH están en el cadenamamiento 0+700 del canal 10 y cuentan con dos compuertas radiales de 2.50 m de ancho cada una, radio de 3 m, y altura de perno de 2.25 m.

En el cadenamamiento 7+300 del canal 11 se encuentra la estructura El Pato, constituida por 3 compuertas radiales de 4 m de ancho cada una, con radio de 5.92 m y altura del perno 4.15 m.

Esta estructura es la más importante del sistema, ya que es la encargada de controlar la descarga de todo el sistema hidráulico, y afecta los niveles del agua en el río la Compañía y el río Churubusco.

En el cadenamamiento 15+390 se encuentra la estructura conocida como La Draga, la cual consta de tres compuertas radiales.

#### 2.4 Gastos de entrada y salida del sistema hidráulico

Los gastos que entran al sistema en condiciones normales son: por el río Churubusco  $6 \text{ m}^3/\text{s}$  siendo este el principal afluente del sistema, por el río la Compañía  $2.5 \text{ m}^3/\text{s}$ , además de los drenes localizados a lo largo del mismo río como son, Chimalhuacán I con gasto de  $1 \text{ m}^3/\text{s}$ ,

Chimalhuacán II con  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  y Xochiaca con  $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ , también se cuenta con las aportaciones en el canal 11 de los drenes SEAS con gasto de  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  y Perimetral con  $1 \text{ m}^3/\text{s}$ , así como la aportación del sistema del Aeropuerto Internacional de la ciudad de México con  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  al canal 2.

Los gastos de salida del sistema son: el gasto de extracción por bombeo para la planta de tratamiento que se encuentra al final del canal 4 con un gasto de  $2.5 \text{ m}^3/\text{s}$ , y el gasto de  $1.5 \text{ m}^3/\text{s}$ , que se bombea hacia el lago Texcoco Norte, desde la toma que se encuentra aguas arriba de la estructura El Pato.

## 2.5 Características de la descarga del sistema hidráulico

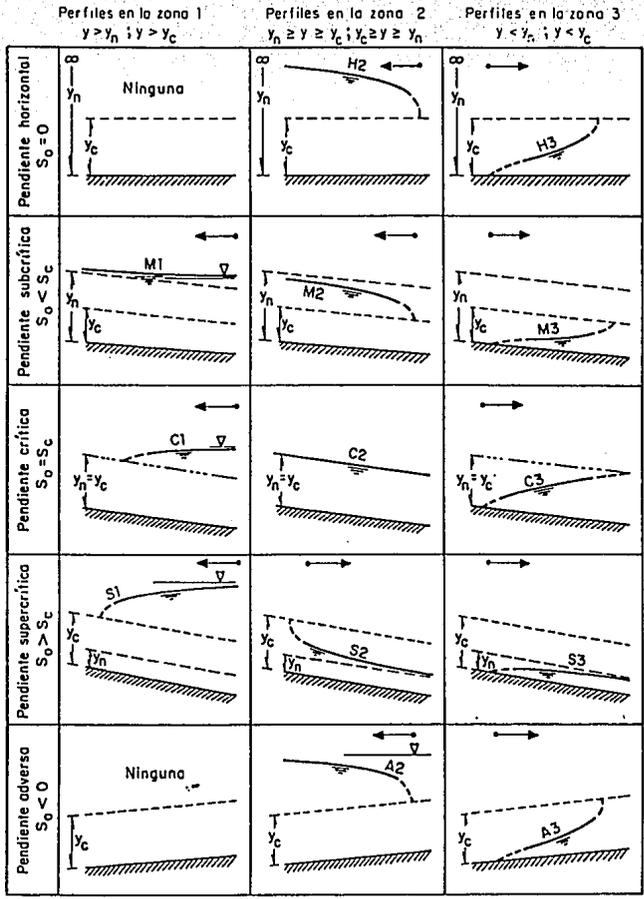
En el cadenamamiento 18+400 se une el Dren General con el Gran Canal. En esta unión finaliza el sistema hidráulico que se estudia en este trabajo. Se considera como condición de frontera que para condiciones normales de operación el sistema, el nivel de agua en el Gran Canal es constante, e igual a 29 m.

### 3 CÁLCULO DE PERFILES HIDRÁULICOS

El cálculo de perfiles en canales o cauces es uno de los problemas a los que a menudo se enfrenta el ingeniero hidráulico; en este capítulo se describen dos procedimientos diferentes para calcular el perfil del agua en una red de canales.

#### 3.1 Tipos de perfiles en el sistema hidráulico

Los perfiles del flujo gradualmente variado pueden ser de diferentes formas, como se observa en la fig 3.1, y se obtienen al analizar el comportamiento de la ecuación diferencial del flujo gradualmente variado en las diferentes zonas, como muestra Chow (1959). En este trabajo solo se hablará de los perfiles tipo M ya que la pendiente de plantilla de los canales es casi horizontal.



nota: La flecha indica el sentido del cálculo

Fig 3.1 Clasificación de los perfiles de flujo gradualmente variado

El perfil M1 (cuando el tirante del flujo es mayor que el tirante normal y el tirante crítico) es el llamado remanso y se presenta aguas arriba de presas, vertedores, compuertas, pilas de puente, estrechamientos, etc. Es un perfil largo (del orden de km). El M2 (cuando el tirante del flujo es menor que el tirante normal y mayor que el tirante crítico) se encuentra cerca de controles que producen tirante crítico, como cambios de pendiente suave a fuerte, o al final de un canal que descarga a un lago cuyo nivel está entre los niveles del tirante normal y el crítico. Comparado con el M1, el M2 es un perfil corto. El perfil M3 se presenta, aguas abajo de una compuerta o en un cambio de pendiente fuerte a suave y termina, en general, en un salto hidráulico, y es más corto que el M2. En el sistema que se estudia, este tipo de perfil se presenta, debido a que las compuertas funcionan con la descarga ahogada.

### 3.1.1 Sentido de cálculo

Para definir el sentido de cálculo de los perfiles se introduce el concepto de sección de control, la cual se define como aquella donde hay una relación única entre el tirante y el gasto. Son ejemplos de secciones de control las compuertas, los cimacios, vertedores, caídas, etc, así como los sitios donde se presente el tirante crítico.

Los perfiles en que el flujo es subcrítico, cuando el número de Froude es menor de 1, se calculan en sentido contrario al escurrimiento. Esto se debe a que la celeridad es mayor que la velocidad del flujo ( $c > v$ ), por tanto, en este tipo de régimen, es posible la transmisión de disturbios hacia aguas arriba como se ve en Sotelo (1977). En la fig 3.2 se observa la influencia

de una compuerta hacia aguas arriba del flujo; esto es, el régimen subcrítico esta sujeto a un control desde aguas abajo. Por el contrario, el régimen supercrítico no puede quedar influenciado por lo que ocurra aguas abajo, y sólo queda controlado desde aguas arriba. En la fig 3.1 se indica el sentido de cálculo de cada perfil.

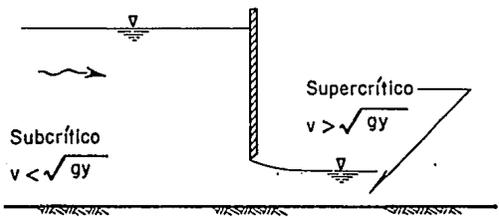


Fig 3.2 Influencia de una sección de control

### 3.2 Métodos de cálculo

Existen varios métodos para el cálculo de perfiles hidráulicos como son el método de Paso Estándar (con ayuda por ejemplo, del método de Newton-Raphson), el método de Euler, el método de Heun, también conocido como método mejorado de Euler, el método de Runge-Kutta, el método modificado de Euler, el método de Milne, etc.

En este trabajo se describen dos metodologías: una se basa en el método de Paso Estándar, y la otra en plantear las ecuaciones de continuidad de líquido y energía, las cuales se desarrollan

con la serie de Taylor para generar una matriz. En ambos métodos es necesario iterar, pero con la diferencia de que el segundo método converge en forma más directa durante las iteraciones, principalmente cuando se desea resolver una red de canales.

### 3.2.1 Método de Paso Estándar

Conviene emplear este método cuando  $f(x,y)$  es una función analítica continua y sencilla, pues es necesario obtener su derivada. Además se adapta a condiciones variables: distancia entre secciones cualesquiera, secciones transversales irregulares, rugosidad diferente a lo largo del canal, etc.

Como ya se dijo, en flujo subcrítico el cálculo se realiza desde una sección aguas abajo, en la que se conoce el nivel de la superficie libre del agua, hacia aguas arriba. Considérese un tramo de canal  $i$  limitado por las secciones  $j$  y  $j+1$  localizadas aguas arriba y aguas abajo del tramo, respectivamente; la separación entre las secciones es  $\Delta x_{i,j}$ , fig 3.3. La ecuación de la energía

para el tramo de interés se escribe como

$$H_j + \frac{\alpha_j Q_j^2}{2gA_j^2} = H_{j+1} + \frac{\alpha_{j+1} Q_{j+1}^2}{2gA_{j+1}^2} + hf_{j+1} \quad (3.1)$$

donde

- H elevación de la superficie libre del agua,  $H = z + h$ , en m
- z cota o elevación, sobre un plano de referencia, del punto más bajo de la sección transversal, en m
- h tirante, en m
- A área hidráulica, en  $m^2$
- Q gasto o caudal, en  $m^3/s$
- $hf_{j,j+1}$  pérdida de energía entre las secciones j y j+1, en m
- $\alpha$  coeficiente de coriolis, el cual se considera igual a 1
- g aceleración debida a la gravedad

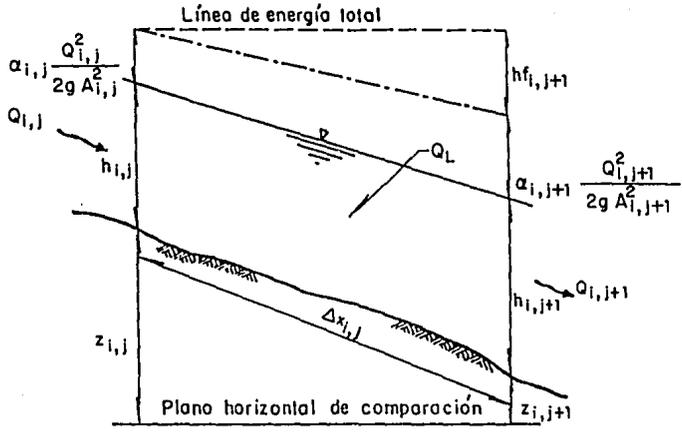


Fig 3.3 Aplicación de la ecuación de la energía

El término de las pérdidas,  $hf_{j+1}$ , engloba todas las pérdidas de energía en el tramo: pérdidas por curvatura, por estrechamiento, por la resistencia al flujo, por la fricción, etc. En general, la pérdida más importante es la debida a la resistencia al flujo y se relaciona con la llamada pendiente de fricción media en el tramo como sigue

$$hf_{j+1} = \frac{(S_j + S_{j+1})}{2} \Delta x_{i,j} \quad (3.2)$$

donde

$S_j$  pendiente de fricción que se calcula con la fórmula de Manning

$$S_j = \left( \frac{Q_j n_j}{A_j R_j^{2/3}} \right)^2$$

donde

R radio hidráulico, en m

n coeficiente de rugosidad

Sustituyendo la ec 3.2 en la 3.1 y agrupando los términos conocidos en el lado derecho de la ecuación se obtiene

$$H_j + \frac{Q_j^2}{2gA_j^2} - \frac{S_j \Delta x_{i,j}}{2} = H_{j+1} + \frac{Q_{j+1}^2}{2gA_{j+1}^2} + \frac{S_{j+1} \Delta x_{i,j}}{2} \quad (3.3)$$

Puesto que para un nivel del agua conocido en la sección  $j+1$ , se valúan todos los términos del lado derecho de esta ecuación, queda por tanto, el problema de determinar la cota del agua en la sección  $j$  aguas arriba; en general, en este método se procede iterativamente proponiendo valores de  $H_j$ , de tal manera que se satisfaga la ec 3.3.

Para hacer las iteraciones de manera sencilla y rápida, se recomienda emplear el método de Newton-Raphson. Sea el lado derecho de la ec 3.3.

$$ENERI = H_{j+1} + \frac{Q_{j+1}^2}{2gA_{j+1}^2} + \frac{1}{2} S_{j+1} \Delta x_{i,j} \quad (3.4)$$

La ec 3.3 se escribe entonces como

$$\Delta E_j = \left( H_j + \frac{Q_{j+1}^2}{2gA_j^2} - \frac{1}{2} S_j \Delta x_{i,j} \right) - ENERI \quad (3.5)$$

En caso de que al suponer un nivel  $H_j$  de la superficie libre se satisfaga la ecuación de la energía, ec 3.3, entonces  $\Delta E_j = 0$ ; por ello, cualquier elevación del agua en la iteración  $i$  que no satisfaga la ec 3.5, implicará que  $\Delta E_j$  no sea nulo. El valor de  $\Delta E_j$  mide el error en dicha ecuación. Con el método de Newton-Raphson el valor del nivel en la siguiente iteración se obtiene como

$$H_j = H_j - \Delta H_j \quad (3.6)$$

donde

$$\Delta H_j = \frac{\Delta E_j}{\left(\frac{d \Delta E}{dh}\right)_j} = \left[ \frac{\Delta E_j}{1 - Fr_j^2 - \frac{1}{2} \Delta x_{i,j} \frac{dS}{dh_j}} \right] \quad (3.7)$$

donde

$Fr$  número de Froude

$\frac{dS}{dh_j}$  derivada de la pendiente de fricción con respecto al tirante.

$$\frac{dS}{dh_j} = -S_j \left[ \frac{4}{3} \frac{1}{R_j} \frac{dR}{dh} + 2 \frac{B_j}{A_j} \right] \quad (3.8)$$

donde B es el ancho de superficie libre

En algunos casos, como cuando las secciones son muy irregulares, no se logra una rápida convergencia con el método de Newton-Raphson; por ello, y después de probar distintos procedimientos, se propone el siguiente: en las primeras 10 iteraciones se emplea, en lugar de la ec 3.7, la ec

$$\Delta H_j \approx \left[ \frac{\Delta E_j}{1 - \frac{1}{2} \Delta x_{i,j} \frac{dS}{dh_j}} \right] \quad (3.9)$$

lo que equivale a suponer que el número de Froude es pequeño; si no se ha llegado a la solución, en las siguientes iteraciones se emplea

$$\Delta H_j = C \Delta E_j \quad (3.10)$$

donde C es una constante, menor de 1, la cual se obtiene por prueba y error

La metodología de cálculo es la siguiente:

- a) En el extremo aguas abajo de una sección, se conoce el gasto que pasa por ella y el nivel del agua en esa sección, fig 3.3
- b) Se calculan los parámetros geométricos y la pendiente de fricción en esa sección, que es la  $j+1$
- c) Se calcula la variable  $ENER1$  con la ec 3.4
- d) Se supone un nivel del agua en la sección  $j$  de aguas arriba; puede empezarse por ejemplo con  $H_j = ENER1$
- e) Se calcula  $\Delta E_j$  con la ec 3.5
- f) Si  $\Delta E_j$  se aproxima a cero, se pasa al inciso i)
- g) Se calcula  $\Delta H_j$  con la ec 3.7
- h) Se corrige la elevación de la superficie libre del agua con la ecuación 3.6 y se regresa al inciso e)
- i) Se termina el cálculo en el tramo; se pasa a la siguiente sección aguas arriba, reiniciando el procedimiento.

Con el propósito de mostrar como se aplica esta metodología cuando se desea resolver una red de canales en régimen subcrítico y permanente, se describe el siguiente ejemplo. Supóngase que se desea calcular el perfil del agua y la distribución de gastos en una red como la de la fig 3.4.

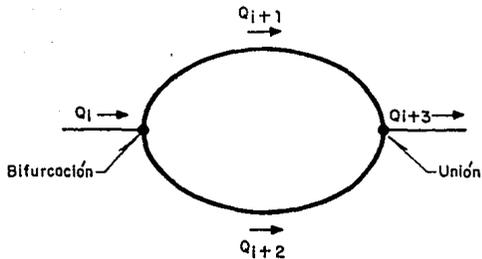


Fig 3.4 Red de canales paralelos

Los datos que se tienen son las características geométricas, pendientes, longitudes de cada uno de los cuatro canales, el gasto y la cota del agua en el extremo final aguas abajo del canal 4.

La secuela de cálculo es la siguiente :

- a) Se calcula el perfil del agua en el canal  $i+3$
- b) Se considera que la cota del gradiente de energía calculada aguas abajo de la unión del canal  $i+3$ , es la misma aguas arriba de la unión de los canales  $i+1$  e  $i+2$
- c) Se propone una distribución de gastos en los canales  $i+1$  e  $i+2$ , tal que  $Q_2 + Q_3 = Q_4$
- d) Se calcula el perfil del agua en cada uno de los canales  $i+1$  e  $i+2$
- e) Se revisa que el valor absoluto de la diferencia de las cotas del gradiente hidráulico calculadas aguas arriba de los canales  $i+1$  e  $i+2$  sea menor que una tolerancia especificada. Si esto se

cumple se continua con el inciso g)

f) Se modifica la distribución de los gastos en los canales  $i+1$  e  $i+2$  y se va al inciso d)

g) Se toma, por ejemplo, la cota de la energía al inicio del canal  $i+1$  y se calcula el perfil del agua en el canal  $i$

En general, cuando se tiene una red de canales el cálculo de perfiles se resuelve a base de tanteos; para evitar estos tanteos existe un método alternativo llamado método de Solución Simultánea, el cual puede ser aplicado a un solo canal ó a una red de canales.

### 3.2.2 Método de Solución Simultánea

Este procedimiento utiliza el método iterativo de Newton-Raphson para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales, como se muestra en Epp and Fowler (1970) y simultáneamente calcula las condiciones del flujo en redes. Basándose en este método, Wylie (1972) presentó un algoritmo para sistemas de canales. Después, Chaudhry y Schulte (1986) utilizaron este método en el análisis de sistemas con dos canales paralelos, para después mejorarlo y aplicarlo en redes de canales más complejas.

El algoritmo presentado por Wylie se rige por las ecuaciones de energía y continuidad en función de tirantes y gastos.

Para identificar una sección y sus características hidráulicas y geométricas en los canales, en este trabajo se utiliza el subíndice  $j$  para las secciones y el subíndice  $i$  para los canales, por ejemplo,  $h_{i,j}$  se refiere al tirante en la sección  $j$  del canal  $i$ .

Para el perfil longitudinal del canal  $i$  mostrado en la fig 3.3, la ecuación de la energía en el subtramo comprendido entre las secciones  $j$  y  $j+1$  se escribe de la siguiente manera

$$F_k = E_{i,j+1} - E_{i,j} + hf_{i,j+1} \quad (3.11)$$

donde

$$E_{i,j} = z_{i,j} + h_{i,j} + \frac{\alpha_j V_{i,j}^2}{2g}$$

Y

$$E_{i,j+1} = z_{i,j+1} + h_{i,j+1} + \frac{\alpha_{j+1} V_{i,j+1}^2}{2g}$$

donde el coeficiente de coriolis  $\alpha$  que afecta la carga de velocidad se considera igual a 1, y

el subíndice  $k$  es el número de ecuación.

El término  $hf_{i,j+1}$  indica la pérdida de carga en el subtramo comprendido entre las secciones  $j$  y  $j+1$  del canal  $i$ , y se calcula con el promedio de las pendientes de fricción de las secciones  $j$  y  $j+1$ . Por tanto la ec 3.11 se escribe así

$$F_k = E_{i,j+1} - E_{i,j} + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} (S_{i,j} + S_{i,j+1}) \quad (3.12)$$

La segunda ecuación que gobierna es la ecuación de continuidad

$$Q_{i,j} \pm Q_L = Q_{i,j+1} \quad (3.13)$$

donde

$Q_L$  gasto lateral entre las secciones  $j$  y  $j + 1$ , positivo cuando entra al tramo y negativo si sale del mismo

Se presentará primero el desarrollo correspondiente a un solo canal y posteriormente a una red de canales.

## Canal singular

La fig 3.5 presenta el perfil longitudinal del canal  $i$ . El canal esta subdividido en  $N_i$  subtramos, donde  $i$  se refiere al número de canal. Ordenando las secciones del canal desde aguas arriba hacia aguas abajo, se obtiene que la primer sección es la número 1, por tanto la sección final será la  $N_i+1$ .

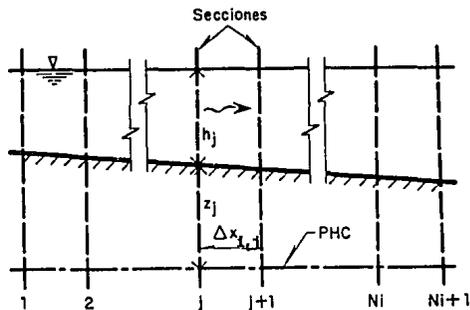


Fig 3.5 Perfil longitudinal del canal  $i$

Aplicando la ec 3.12 para cada uno de los subtramos, en general se obtienen  $N_i$  ecuaciones de la forma

$$F_k = E_{i,j+1} - E_{i,j} + hf_{i,j+1} \quad (3.14)$$

Cada ecuación  $F_k$  se desarrolla con la serie de Taylor como sigue

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} \Delta h_{i,j} + \frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j+1}} \Delta h_{i,j+1} + \dots + \frac{\partial F_k}{\partial h_{i,N_i+1}} \Delta h_{i,N_i+1} \doteq - F_k \quad (3.15)$$

De esta manera se tienen  $N_i$  ecuaciones de la forma 3.15, las cuales forman un sistema de ecuaciones no lineales cuyas incógnitas son  $\Delta h_{i,j}$ . Se hace notar que se tienen  $N_i+1$  incógnitas por lo que se necesita otra ecuación para completar el sistema; esta ecuación es la condición de frontera aguas abajo, es decir el nivel del agua o el tirante  $hd$  en la sección  $N_i+1$ , así

$$F_{k=N_i+1} = h_{i,N_i+1} - hd \quad (3.16)$$

La cual también se desarrolla con la serie de Taylor para completar las  $N_i+1$  ecuaciones y tener un sistema como el siguiente.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial h_{i,1}} & \frac{\partial F_1}{\partial h_{i,2}} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial h_{i,N_i+1}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial h_{i,1}} & \frac{\partial F_2}{\partial h_{i,2}} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial h_{i,N_i+1}} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \frac{\partial F_{N_i+1}}{\partial h_{i,1}} & \frac{\partial F_{N_i+1}}{\partial h_{i,2}} & \dots & \frac{\partial F_{N_i+1}}{\partial h_{i,N_i+1}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta h_{i,1} \\ \Delta h_{i,2} \\ \dots \\ \dots \\ \Delta h_{i,N_i+1} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \\ \dots \\ F_{N_i+1} \end{pmatrix}$$

(3.17)

Estas ecuaciones no lineales se pueden resolver simultáneamente usando el método de Newton-Raphson.

La matriz de derivadas parciales, llamada también Jacobiano, tiene la siguiente característica. Para cada ecuación de la energía, todas las derivadas parciales son cero, excepto la derivada parcial con respecto al tirante de la sección en consideración y con respecto al tirante de la siguiente sección, por lo que la matriz de coeficientes tiene la siguiente forma

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\partial F_1}{\partial h_{i,1}} & \frac{\partial F_1}{\partial h_{i,2}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\partial F_2}{\partial h_{i,2}} & \frac{\partial F_2}{\partial h_{i,3}} & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\partial F_3}{\partial h_{i,3}} & \frac{\partial F_3}{\partial h_{i,4}} & \dots & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial F_{N_i+1}}{\partial h_{i,N_i+1}}
 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

La solución de esta matriz es sencilla, puesto que se usa el método de sustitución hacia atrás.

El cálculo de las derivadas parciales se hace con las siguientes fórmulas, las cuales se deducen en el Apéndice A.2

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} = -1 + Fr_{i,j}^2 - \Delta x_{i,j} S_{i,j} \left( \frac{2}{3} \frac{1}{R_{i,j}} \frac{dR}{dh_{i,j}} + \frac{1}{D_{i,j}} \right) \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j+1}} = 1 - Fr_{i,j+1}^2 - \Delta x_{i,j} S_{i,j+1} \left( \frac{2}{3} \frac{1}{R_{i,j+1}} \frac{dR}{dh_{i,j+1}} + \frac{1}{D_{i,j+1}} \right) \quad (3.20)$$

donde

D tirante hidráulico, en m

dr/dh derivada del radio hidráulico con respecto al tirante. Si la sección es trapecial

$$\frac{dR}{dh} = \left( \frac{B_j - R_j}{P_j} \frac{2 \sqrt{1 + K^2}}{P_j} \right)$$

donde

P perímetro mojado, en m

K talud del canal

Se hace notar que en este caso solo se tienen como incógnitas  $\Delta h_{i,j}$ , ya que los gastos en

cada sección son conocidos y se determinan con la ec 3.13

El procedimiento de cálculo es el siguiente

a) Se proponen los tirantes  $h_{i,j}$  en cada una de las secciones  $j$  del canal  $i$

b) Se calculan las funciones de energía  $F_k$  para cada subtramo comprendido entre las secciones  $j$  y  $j+1$ , mediante las ecs 3.17 y 3.18

c) Utilizando las 3.19 y 3.20 se calculan las derivadas para la ecuación de la energía en la

sección  $j$   $\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}}$ , y en la sección  $j+1$   $\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j+1}}$

d) Se resuelve el sistema de ecuaciones 3.17 para calcular  $\Delta h_{i,j}$

e) Se obtienen los nuevos valores de los tirantes

$$h_{i,j} = h_{i,j} + \Delta h_{i,j}$$

f) Si  $|\Delta h_{i,j}|$  es menor o igual a una tolerancia se termina el proceso de cálculo y la solución

es la calculada en el inciso e), de lo contrario se pasa al inciso b)

Se hace notar que la rapidez de la convergencia del método depende de los valores que se propongan para los tirantes en el inciso a). La convergencia se puede acelerar si se utiliza un coeficiente  $c$  de la siguiente manera

$$h_{i,j} = h_{i,j} + c \Delta h_{i,j}$$

donde  $c$  varia entre 0 y 1 y se obtiene por prueba y error

### Red de canales

Se recuerda que cuando se desea resolver una red de canales como por ejemplo la de la fig 3.4, se desconocen tanto los tirantes como la distribución de los gastos en los brazos, por lo que es necesario aplicar a cada subtramo de cada canal las ecuaciones de energía y continuidad de la siguiente manera

$$F_k = E_{i,j+1} - E_{i,j} + hf_{i,j+1} \quad (3.21)$$

$$F_{k+1} = Q_{i,j+1} - Q_{i,j} \pm Q_L \quad (3.22)$$

Aplicando las ecs 3.21 y 3.22 a cada subtramo de los canales de la fig 3.4, se obtiene un total de  $2(N_i + N_{i+1} + N_{i+2} + N_{i+3})$  ecuaciones con  $2(N_i + N_{i+1} + N_{i+2} + N_{i+3} + 4)$  incógnitas. Para completar el sistema se tiene la ecuación de continuidad y las 2 ecuaciones de la energía en el nudo 1, de los canales  $i$ ,  $i+1$ , e  $i+2$  (fig 3.6), es decir

$$F_k = Q_{i,N_i+1} - Q_{i+1,1} - Q_{i+2,1} \quad (3.23)$$

$$F_{k+1} = E_{i,N_i+1} - E_{i+1,1} \quad (3.24)$$

$$F_{k+2} = E_{i,N_i+1} - E_{i+2,1} \quad (3.25)$$

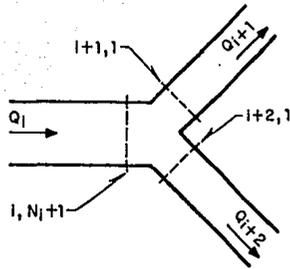
Además, las 2 ecuaciones de la energía y la ecuación de continuidad en el nudo 2 que se escriben de la siguiente manera

$$F_{k+3} = Q_{i+3,1} - Q_{i+1,N_{i+1}+1} - Q_{i+2,N_{i+2}+1} \quad (3.26)$$

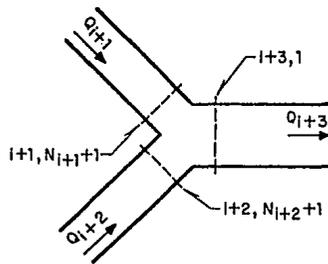
$$F_{k+4} = E_{i,N_i+1} - E_{i+3,1} \quad (3.27)$$

$$F_{k+5} = E_{i,N_i+1} - E_{i+4,1} \quad (3.28)$$

El sistema se completa con las 2 condiciones de frontera que son el gasto inicial aguas arriba del canal  $i$



a) Bifurcación



b) Unión

Fig 3.6 Esquema de los nudos de la red

$$F_k = Q_{i,1} - Qd \quad (3.29)$$

y el tirante en el extremo final aguas abajo del canal  $i+3$ .

$$F_k = h_{i+3, N_{i+1}} - hd \quad (3.30)$$

El sistema se resuelve simultáneamente como sigue:

- a) Se proponen los tirantes  $h_{i,j}$  y los gastos  $Q_{i,j}$  en cada una de las secciones  $j$  de cada canal  $i$
- b) Se calculan las funciones de energía  $F_k$  y continuidad  $F_{k+1}$  para cada subtramo comprendido entre las secciones  $j$  y  $j+1$
- c) Se calculan las derivadas para la ecuación de la energía  $F_k$  en la sección  $j$ :  $\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}}$ ,

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j}}, \text{ y en la sección } j+1 \quad \frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j+1}}, \quad \frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j+1}}$$

- d) Se calculan las derivadas para la ecuación de continuidad  $F_{k+1}$  en la sección  $j$   $\frac{\partial F_{k+1}}{\partial Q_{i,j}}$ , y

en la sección  $j+1$   $\frac{\partial F_{k+1}}{\partial Q_{i,j+1}}$

e) Se resuelve el sistema de ecuaciones que es similar al 3.18

f) Se obtienen los nuevos valores de los tirantes  $h_{i,j} = h_{i,j} + \Delta h_{i,j}$  y los gastos

$$Q_{i,j} = Q_{i,j} + \Delta Q_{i,j}$$

g) Si  $|\Delta h_{i,j}|$  y  $|\Delta Q_{i,j}|$  son menores a una tolerancia se termina el proceso de cálculo

y la solución es la calculada en el inciso f), de lo contrario se pasa al inciso b)

A continuación se dan las expresiones para calcular los elementos del Jacobiano. Su deducción se presenta en el apéndice A2. Para la ecuación de la energía  $F_k$  entre las secciones  $j$  y  $j+1$  del canal  $i$ , se tiene

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} = -1 + Fr_{i,j}^2 - \Delta x_{i,j} S_{i,j} \left( \frac{2}{3} \frac{1}{R_{i,j}} \frac{dR}{dh_{i,j}} + \frac{1}{D_{i,j}} \right) \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j}} = -\frac{V_{i,j}}{gA_{i,j}} + \frac{\Delta x_{i,j} S_{i,j}}{Q_{i,j}} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j+1}} = -1 + Fr_{i,j+1}^2 - \Delta x_{i,j} S_{i,j+1} \left( \frac{2}{3} \frac{1}{R_{i,j+1}} \frac{dR}{dh_{i,j+1}} + \frac{1}{D_{i,j+1}} \right) \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j+1}} = \frac{V_{i,j+1}}{gA_{i,j+1}} + \frac{\Delta x_{i,j} S_{i,j+1}}{Q_{i,j+1}} \quad (3.34)$$

Para la ecuación de continuidad, las derivadas parciales resultan

$$\frac{\partial F_{i,k+1}}{\partial Q_{i,j}} = -1 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial F_{i,k+1}}{\partial Q_{i,j+1}} = 1 \quad (3.36)$$

Para los nudos

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,N_i+1}} = -1 + \frac{V_{i,N_i+1}^2}{gD_{i,N_i+1}} \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i+1, N_{i+1}+1}} = 1 - \frac{V_{i+1, N_{i+1}+1}^2}{g D_{i+1, N_{i+1}+1}} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i, N_i+1}} = - \frac{Q_{i, N_i+1}^2}{g A_{i, N_i+1}^2} \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i+1, N_{i+1}+1}} = \frac{Q_{i+1, N_{i+1}+1}^2}{g A_{i+1, N_{i+1}+1}^2} \quad (3.40)$$

### 3.3 Cálculo del funcionamiento hidráulico de las estructuras de control

La metodología que se presenta para calcular la abertura de las compuertas radiales (con descarga sumergida) es la más aceptada en el medio ingenieril. Esta se basa en la gráfica publicada por Rouse (1950), que muestra los resultados experimentales obtenidos por Metzler (1948) para calcular el coeficiente de descarga de una compuerta radial, tanto para descarga libre como sumergida. Esa gráfica se reproduce en la fig 3.7. El procedimiento de cálculo es por tanteos y es como sigue:

a) Se calcula el cociente  $h_3/a$

En la fig 2.3 se observa la nomenclatura de las compuertas, donde

- $h_1$  tirante aguas arriba de la compuerta
- $h_3$  tirante aguas abajo de la compuerta
- a elevación del perno de la compuerta
- b abertura de la compuerta

- b) Se escoge para el origen de las ramas  $h_3/a$  una de las ramas de  $b/a$
- c) Se propone un valor del cociente  $h_1/a$  tal que la perpendicular trazada a partir de este cociente desde el eje de las abscisas intersecte la curva seleccionada de  $b/a$ , en cuya intersección se traza una línea horizontal para estimar en el eje de las ordenadas el coeficiente de descarga  $C_d$ .
- d) Con base en la altura "a" del perno de la compuerta y las relaciones  $h_1/a$  y  $h_3/a$  se calculan los tirantes  $h_1$  y  $h_3$
- e) Se calcula  $\Delta Y = h_1 - h_3$
- f) Se calcula el gasto con la siguiente expresión

$$q = C_d b \sqrt{2g \Delta Y} \quad (3.41)$$

donde

- q gasto por unidad de ancho, en  $m^3/s/m$
- b abertura de la compuerta, en m
- g aceleración de la gravedad,  $9.81 m/s^2$

- h) Se calcula el gasto total, Q, multiplicando el gasto unitario q por el ancho de la compuerta

i) Se compara el gasto que se tiene con el calculado, si son parecidos se tiene la abertura , b, de la compuerta y el tirante  $h_1$  aguas arriba de la compuerta, si no se propone otra relación de  $h_1/a$  y se repite el procedimiento desde el inciso c)

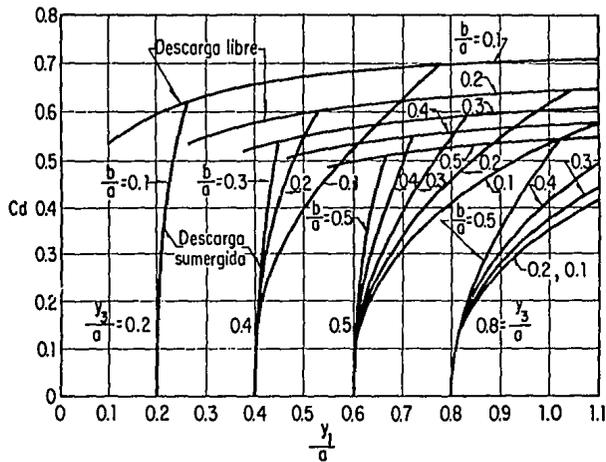


Fig 3.7 Coeficiente de descarga para compuerta radial ( $r/a = 1.5$ )

#### 4. CÁLCULO DE LOS NIVELES HIDRÁULICOS EN EL SISTEMA

Con el propósito de mostrar la forma como se aplica cada una de las metodologías del cálculo de perfiles descritas en el subcapítulo 3.2, a continuación se obtienen los perfiles hidráulicos en el sistema de canales de Texcoco

En general se requieren los siguientes datos:

- a) Número de subtramos y sus longitudes respectivos en que se divide cada canal
- b) Cotas del fondo y de los bordos de cada sección, así como el ancho de plantilla, talud y coeficiente de rugosidad
- c) Los gastos que entran al sistema por los ríos Churubusco y La Compañía, la descarga del Aeropuerto Internacional de la ciudad de México y los cinco drenes, así como las extracciones por bombeo en los canales 4 y 11

d) La cota del agua en la última sección del canal 11

#### 4.1 Método de Tanteos

Para calcular el perfil hidráulico en el sistema se aplica la metodología del subcapítulo 3.2.1 a cada canal de la siguiente manera:

a) Con la ecuación de continuidad se obtiene el gasto en el extremo aguas abajo del canal 11

b) Con el nivel del agua en el extremo aguas abajo del canal 11 y el gasto determinado en el inciso a) se calcula el perfil de la superficie libre del agua en cada uno de los canales por tramos; es decir, primero se hace el cálculo desde la última sección aguas abajo del canal 11 hasta el Dren Perimetral. Se resta del gasto con el que se está haciendo el cálculo el gasto que ingresa por ese dren, y con la elevación del agua calculada en la sección inmediata aguas abajo se continúa hasta el Dren SEAS. Se repite la operación de restar el gasto de SEAS y se continúa hasta el sitio donde se extrae el gasto por bombeo para el lago de Texcoco Norte; se suma este gasto de bombeo al gasto con el que se venía haciendo el cálculo y se sigue el cálculo del perfil del agua hasta la salida norte del LRH (la salida 2). Con este último nivel de agua calculado y suponiendo el gasto que sale por el canal 10 se estima la elevación del agua en el lago. Se resta otra vez el gasto que sale por la salida norte del lago y se continúa por el canal 9 hacia aguas arriba hasta la salida sur del LRH (salida 1). Con el último nivel del agua calculado en el canal 9 y la diferencia del gasto que ingresa al lago menos el gasto de salida supuesto en el canal 10, se calcula el perfil del agua por el canal 8 hasta el lago. Se revisa que los niveles calculados en el lago por los canales 10 y 8 sean

los mismos; si la diferencia es grande se propone otra distribución de gastos y se repite el procedimiento desde la unión de los canales 9 y 10, pero si la diferencia es pequeña se mantiene la misma distribución de los gastos y se modifica el coeficiente de rugosidad de los canales 8 y 10 para eliminar la diferencia en los niveles calculados en el LRH.

Continuando de esta manera se llega hasta aguas arriba del canal 3, que es el brazo derecho del río Churubusco. Hasta este punto lo que se tiene son niveles de agua y gastos en los canales 11, 10, 9, 8, 7, 6, 4, 5 y 3. Se aclara que para condiciones normales se supone que el gasto por el canal 5 es nulo, ya que la elevación del agua en el lago Churubusco es la misma que la que se tiene en la bifurcación del canal 3.

Por otro lado, con la suma de los gastos que salen por cada una de las dos salidas del LRH, canales 8 y 10, y el nivel del agua en el mismo lago se procede a calcular el perfil del agua en el canal 2 (que es el brazo izquierdo del río Churubusco). De este último perfil hidráulico se obtiene el nivel del agua en la sección inicial aguas arriba del canal 2. Este nivel y el obtenido en el canal 3 deben ser iguales, y con la suma de los gastos de ambos brazos y el nivel calculado en los canales 2 y 3 se calcula el perfil hidráulico en el canal 1, quedando establecidos los niveles del agua en los canales y lagos.

En caso de que no coincidan dichos niveles se propone lo siguiente:

Si la diferencia no es muy apreciable se modifica el coeficiente de rugosidad de Manning; si se requiere elevar el nivel del agua en algún canal se incrementa el coeficiente  $n$ , y viceversa.

En caso de que la diferencia de niveles sea más grande conviene revisar la distribución de gastos en los canales y el nivel de azolve que se tenga en cada canal, ya que un canal azolvado puede producir remansos que modifiquen la distribución de gastos en los canales. Como ayuda conviene también usar información de aforos y niveles disponibles en los canales. Procediendo de esta manera se obtienen los resultados descritos en las tablas siguientes, estos también se ven en la serie de figuras, 4.1 a la 4.11

donde

CBI cotas del bordo izquierdo

CBD cotas del bordo derecho

### RESULTADOS DEL CANAL 11

CADENAMIENTO	PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.00 m			CBI	CBD	Q
	PLANTILLA	ELEVACIÓN	FROUDE			
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
6350.00	28.21	29.63	.1129	31.50	31.50	10.5
6500.00	28.20	29.62	.1027	31.42	31.03	10.5
7000.00	28.16	29.60	.0961	31.65	31.65	10.5
7500.00	28.12	29.58	.0760	31.13	30.72	9.00
8000.00	28.08	29.55	.0982	30.22	30.52	9.00
8500.00	28.04	29.53	.0606	30.17	30.58	9.00
9000.00	28.00	29.51	.0989	31.00	30.78	9.00
9500.00	27.96	29.48	.1040	31.62	32.66	9.00
10000.0	27.92	29.45	.0919	31.52	31.40	9.00
10500.0	27.88	29.39	.1587	30.98	31.02	9.00
11000.0	27.84	29.34	.1060	30.60	30.60	10.0
11500.0	27.80	29.32	.0825	30.90	30.20	10.0
12000.0	27.76	29.29	.0924	31.13	30.65	10.0

12400.0	27.73	29.28	.0838	31.42	30.48	10.0
13000.0	27.68	29.24	.1256	31.10	31.30	10.0
13500.0	27.65	29.22	.0704	31.00	30.78	11.0
14000.0	27.61	29.21	.0737	31.50	31.56	11.0
14500.0	27.60	29.20	.0535	32.42	31.82	11.0
15000.0	27.53	29.19	.0412	32.00	32.30	11.0
15200.0	27.51	29.18	.0906	33.80	32.42	11.0
15400.0	27.50	29.16	.1517	32.70	32.90	11.0
16000.0	27.25	29.06	.1694	33.70	33.70	11.0
16500.0	27.04	29.02	.0643	35.80	33.80	11.0
17000.0	26.83	29.02	.0388	33.70	33.15	11.0
17300.0	26.70	29.00	.1054	35.00	33.80	11.0

### RESULTADOS DEL CANAL 10

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.63 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	FROUDE	CBI	CBD	Q
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
00.000	28.00	29.64	.0464	31.00	31.00	4.59
250.00	28.00	29.64	.0465	31.00	31.00	4.59
500.00	28.00	29.64	.0467	31.00	31.00	4.59
750.00	28.00	29.63	.0468	31.00	31.00	4.59

### RESULTADOS DEL CANAL 9

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.63 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	FROUDE	CBI	CBD	Q
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
5124.00	28.29	29.65	.0444	32.90	32.00	5.91
5500.00	28.28	29.65	.0386	32.98	31.80	5.91
6000.00	28.24	29.64	.0484	31.50	31.50	5.91
6350.00	28.21	29.63	.0636	31.50	31.50	5.91

## RESULTADOS DEL CANAL 8

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.64 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	FROUDE	CBI	CBD	Q
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
00.000	28.00	29.64	.0016	31.40	31.50	.16
250.00	28.00	29.64	.0016	31.50	31.50	.16
500.00	28.00	29.64	.0016	31.40	31.50	.16
750.00	28.00	29.64	.0016	31.50	31.50	.16

## RESULTADOS DEL CANAL 7

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.65 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	FROUDE	CBI	CBD	Q
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
2942.00	28.49	29.74	.1651	33.48	33.26	5.75
3500.00	28.44	29.69	.0765	33.10	33.30	5.75
4000.00	28.40	29.68	.0670	33.50	33.64	5.75
4500.00	28.36	29.66	.0675	33.36	33.09	5.75
5124.00	28.29	29.65	.0432	32.90	32.00	5.75

## RESULTADOS DEL CANAL 6

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.74 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	FROUDE	CBI	CBD	Q
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
00.000	28.72	29.79	.0322	33.60	33.19	2.50
500.00	28.68	29.78	.0242	34.29	34.45	2.50
1000.0	28.64	29.78	.0233	34.08	34.39	2.50
1500.0	28.60	29.78	.0205	34.60	35.00	2.50
2000.0	28.56	29.78	.0394	34.89	34.49	4.50
2500.0	28.52	29.76	.0727	33.28	33.36	5.00
2942.0	28.48	29.74	.0987	33.48	33.26	5.00

## RESULTADOS DEL CANAL 5

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.74 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	FROUDE	CBI	CBD	Q
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
3500.00	27.75	29.74	.0000	31.20	31.20	0.00
3636.00	27.50	29.74	.0000	31.20	31.20	0.00

## RESULTADOS DEL CANAL 4

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.74 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	FROUDE	CBI	CBD	Q
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
3500.00	28.20	29.74	.0191	31.73	31.38	3.25
4000.00	27.50	29.74	.0150	31.69	31.43	3.25
4500.00	28.05	29.74	.0156	31.84	31.84	3.25
5000.00	27.70	29.74	.0029	32.32	32.45	.750

## RESULTADOS DEL CANAL 3

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.74 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	FROUDE	CBI	CBD	Q
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
200.00	29.00	29.75	.0497	31.50	31.50	3.25
800.00	28.00	29.75	.0180	31.38	30.61	3.25
1000.0	27.90	29.75	.0139	31.72	30.46	3.25
1500.0	28.05	29.75	.0192	31.00	31.30	3.25
2000.0	28.10	29.75	.0238	31.11	31.11	3.25
2500.0	28.00	29.74	.0196	32.58	31.26	3.25
3000.0	28.05	29.74	.0197	31.41	31.26	3.25
3500.0	28.20	29.74	.0191	31.61	31.38	3.25

## RESULTADOS DEL CANAL 2

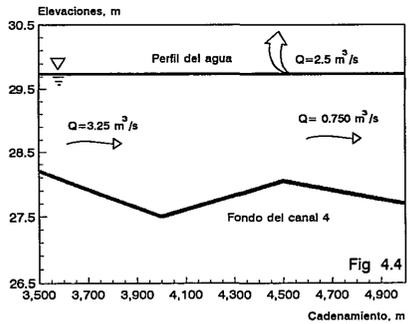
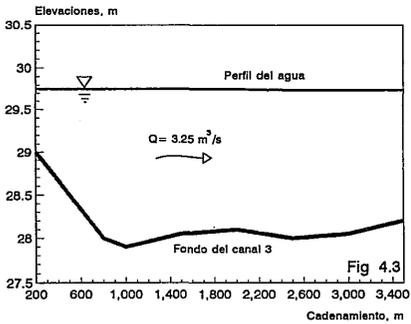
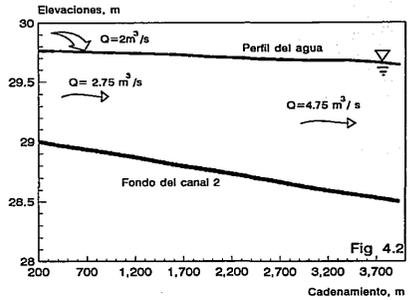
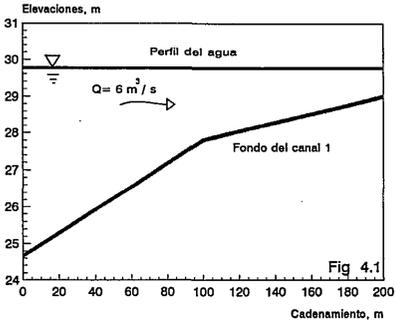
PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.64 m

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN	FROUDE	CBI	CBD	Q
DEL AGUA						
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
200.00	29.00	29.76	.0189	31.50	31.50	2.75
400.00	28.97	29.76	.0429	32.50	32.25	2.75
800.00	28.92	29.75	.0624	32.05	31.60	4.75
1200.0	28.87	29.74	.0579	32.10	32.30	4.75
1600.0	28.81	29.73	.0768	32.35	32.00	4.75
2000.0	28.76	29.71	.0927	32.30	32.00	4.75
2600.0	28.68	29.69	.0549	31.70	32.50	4.75
3000.0	28.62	29.68	.0466	32.00	32.50	4.75
3400.0	28.57	29.68	.0475	31.90	32.40	4.75
3718.0	28.53	29.66	.1063	31.90	31.90	4.75
3943.0	28.50	29.64	.0741	31.00	31.00	4.75

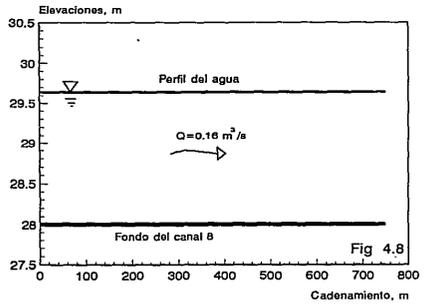
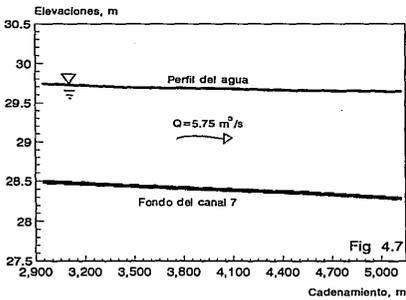
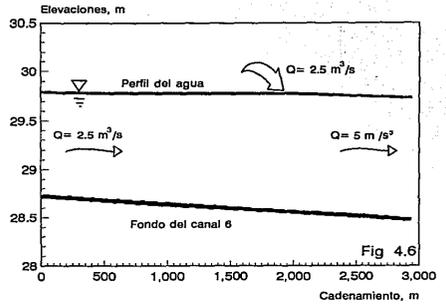
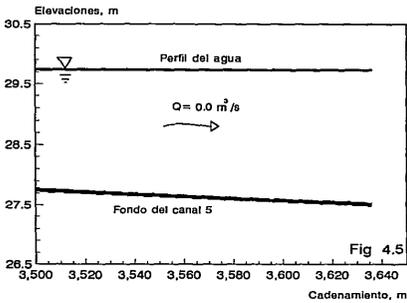
## RESULTADOS DEL CANAL 1

PARA UNA ELEVACIÓN INICIAL DE 29.76 m

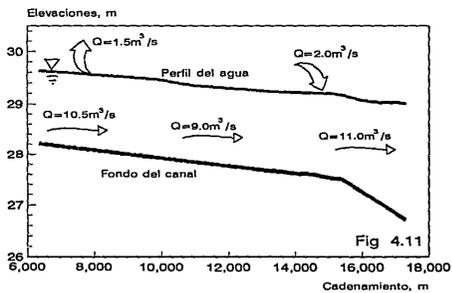
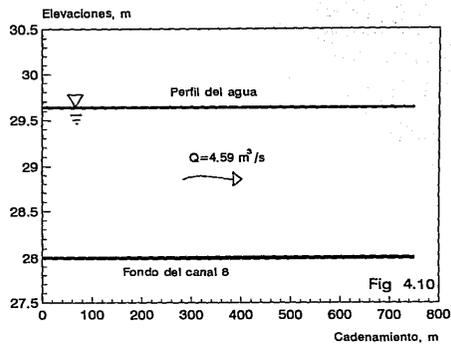
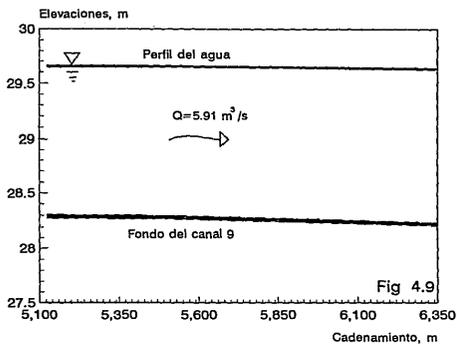
CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN	FROUDE	CBI	CBD	Q
DEL AGUA						
(m)	(m)	(m)	-	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
00.000	24.66	29.76	.0128	31.00	31.00	6.00
100.00	27.81	29.76	.0321	32.80	32.80	6.00
200.00	29.00	29.76	.0415	31.50	31.50	6.00



## Perfiles de la superficie del agua en los canales



## Perfiles de la superficie del agua en los canales



Perfiles de la superficie del agua en los canales

## 4.2 Método de Solución Simultánea

El cálculo de los perfiles hidráulicos con el método de Solución Simultánea descrito en el subcapítulo 3.2 lleva a plantear un sistema de ecuaciones no lineales cuyo orden es de 150. Aunque es posible obtener de esta manera la solución buscada, con el propósito de resolver la red de una manera más sencilla se dividió el sistema de canales en dos partes.

La primera esta formada por un sólo canal que integra los canales 6, 7, 9 y 11 del sistema, y la otra por una red abierta que incluye los canales 1, 2, 3 y 4, desapareciendo en este nuevo sistema los canales 5, 8 y 10. Esto es posible debido a que la longitud de estos últimos tramos es muy pequeña y su pendiente es casi horizontal, el gradiente hidráulico es casi cero, por lo que el nivel del agua a lo largo de esos canales es constante.

El cálculo de los perfiles en ambas redes se hace en forma conjunta como sigue:

- a) Además de los gastos que ingresan por los drenes al sistema de canales integrado se definen los gastos laterales que ingresan por los puntos A' y B' de la fig 4.12, los cuales son los gastos que transportan los canales 2 y 4 respectivamente
- b) Con el tirante del agua en el extremo aguas abajo del canal 11, y los gastos definidos en el inciso a), se calculan los niveles en el canal integrado
- c) Con estos resultados, se restan las elevaciones del agua del punto A' de la fig 4.12, a la

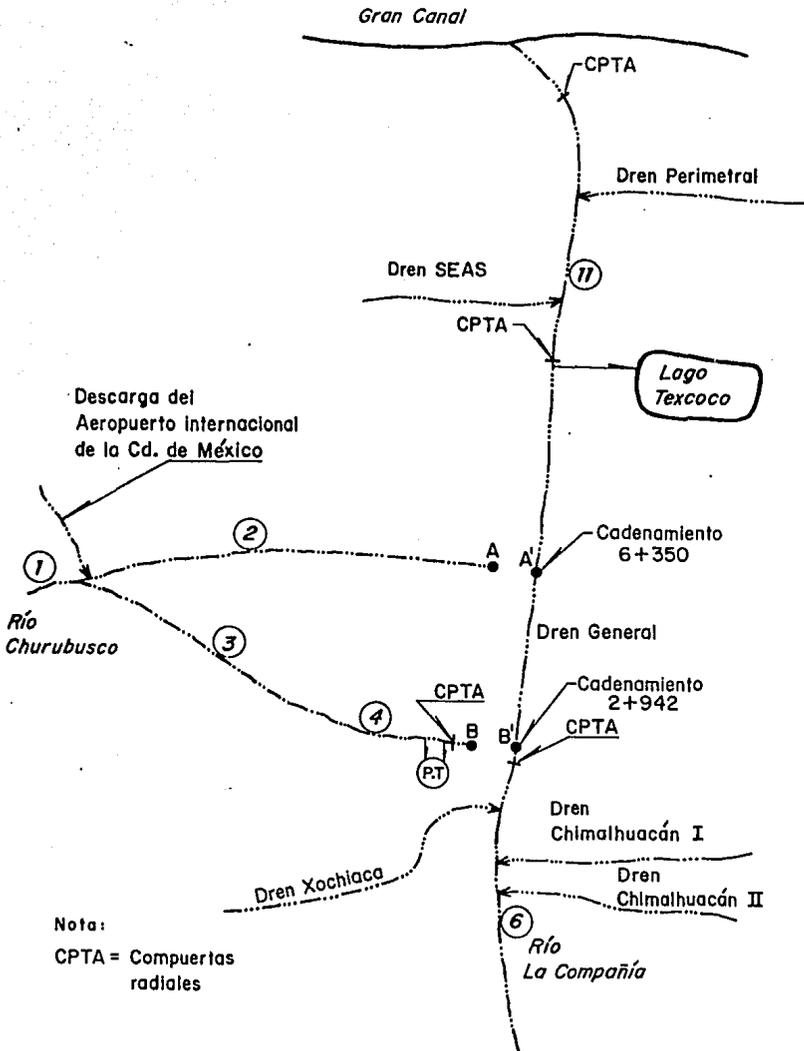


Fig 4.12 Esquema de la red abierta y el canal integrado

plantilla en el punto A, y del punto B' a la plantilla en el punto B, obteniendo así los tirantes en los puntos A y B de la red abierta

d) Con los tirantes del inciso c) y los gastos definidos en el inciso a) para los canales 2 y 4, se resuelve la red abierta

e) Se revisa que los gastos propuestos en el inciso a) sean casi iguales a los calculados al resolver esta red

f) Si son iguales se tiene la solución del sistema, en caso contrario se modifican los gastos laterales en los puntos A' y B' y se va al inciso b)

Procediendo de esta manera se obtienen los siguientes resultados.

#### RESULTADOS DEL CANAL INTEGRADO (CANALES 6,7,9 y 11)

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	GASTO
(m)	(m)	(m)	(m <sup>3</sup> /s)
00.000	28.720	29.793	2.500
500.00	28.680	29.791	2.500
1000.0	28.640	29.789	2.500
1500.0	28.600	29.788	2.500
2000.0	28.560	29.784	4.500
2500.0	28.520	29.772	5.000

2942.0	28.480	29.741	5.961
3500.0	28.440	29.710	5.961
4000.0	28.400	29.695	5.961
4500.0	28.360	29.681	5.961
5124.0	28.290	29.670	5.961
5500.0	28.280	29.667	5.961
6000.0	28.240	29.661	5.961
6350.0	28.210	29.639	10.500
6500.0	28.200	29.630	10.500
7000.0	28.160	29.602	10.500
7500.0	28.120	29.582	9.000
8000.0	28.080	29.558	9.000
8500.0	28.040	29.542	9.000
9000.0	28.000	29.519	9.000
9500.0	27.960	29.488	9.000
10000.	27.920	29.462	9.000
10500.	27.880	29.404	9.000
11000.	27.840	29.355	10.000
11500.	27.800	29.332	10.000
12000.	27.760	29.308	10.000
12400.	27.730	29.292	10.000
13000.	27.680	29.248	10.000
13500.	27.650	29.223	11.000
14000.	27.610	29.208	11.000
14500.	27.600	29.198	11.000
15000.	27.530	29.193	11.000
15200.	27.510	29.183	11.000
15400.	27.500	29.156	11.000
16000.	27.250	29.058	11.000
16500.	27.040	29.024	11.000
17000.	26.830	29.019	11.000
17300.	26.700	29.000	11.000

## RESULTADOS DE LA RED ABIERTA (CANALES 1,2,3 Y 4)

### CANAL 1

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	GASTO
(m)	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
00.000	24.66	29.759	6.00
100.00	27.81	29.759	6.00
200.00	29.00	29.758	6.00

### CANAL 2

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	GASTO
(m)	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
200.00	29.00	29.758	2.539
400.00	28.97	29.753	4.539
800.00	28.92	29.741	4.539
1200.0	28.87	29.732	4.539
1600.0	28.81	29.720	4.539
2000.0	28.76	29.700	4.539
2600.0	28.68	29.680	4.539
3000.0	28.62	29.674	4.539
3400.0	28.57	29.669	4.539
3718.0	28.53	29.650	4.539
3943.0	28.50	29.640	4.539

### CANAL 3

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	GASTO
(m)	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
200.00	29.00	29.758	3.461
800.00	28.00	29.750	3.461
1000.0	27.90	29.749	3.461
1500.0	28.05	29.748	3.461
2000.0	28.10	29.747	3.461
2500.0	28.00	29.746	3.461
3000.0	28.05	29.744	3.461
3500.0	28.20	29.743	3.461

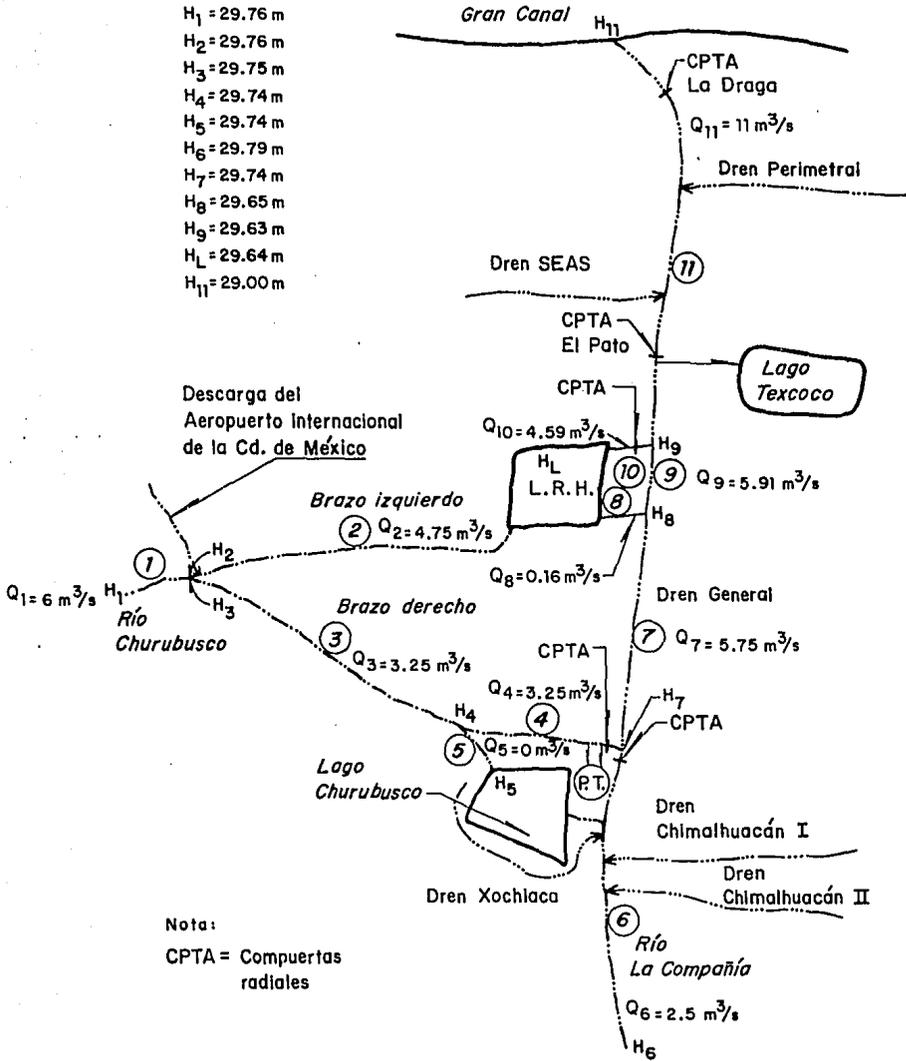
### CANAL 4

CADENAMIENTO	PLANTILLA	ELEVACIÓN DEL AGUA	GASTO
(m)	(m)	(m)	(m <sup>3/s</sup> )
3500.0	28.20	29.743	3.461
4000.0	27.50	29.742	3.461
4500.0	28.05	29.741	3.461
5000.0	27.70	29.741	0.961

Al comparar los resultados de ambos métodos, se observa que las elevaciones en el sistema son las mismas (figuras 4.13 y 4.14), por lo que ambos métodos son eficientes si se aplican de la forma descrita en este trabajo. Se hablará más de estos resultados en las conclusiones.

### Elevaciones del agua

- $H_1 = 29.76$  m
- $H_2 = 29.76$  m
- $H_3 = 29.75$  m
- $H_4 = 29.74$  m
- $H_5 = 29.74$  m
- $H_6 = 29.79$  m
- $H_7 = 29.74$  m
- $H_8 = 29.65$  m
- $H_9 = 29.63$  m
- $H_L = 29.64$  m
- $H_{11} = 29.00$  m

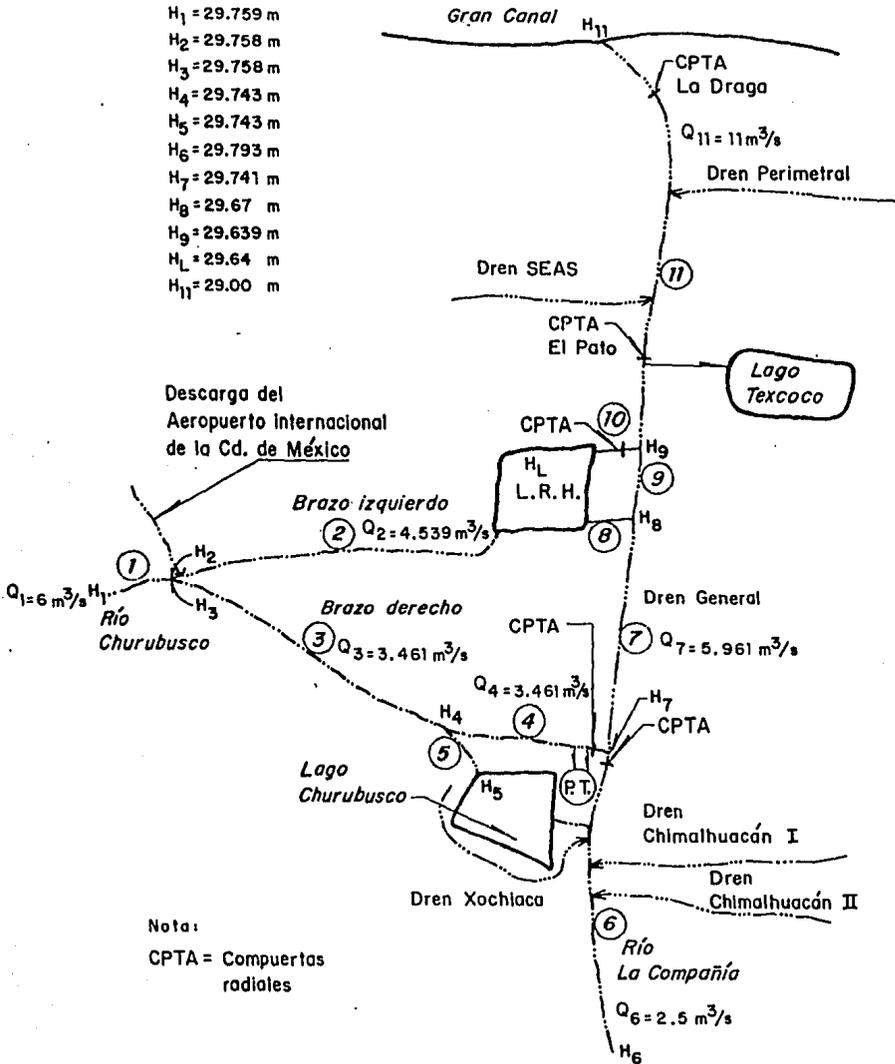


Nota:  
CPTA = Compuertas radiales

Fig 4.13 Resultados con el Método Paso Estándar

Elevaciones del agua

- $H_1 = 29.759 \text{ m}$
- $H_2 = 29.758 \text{ m}$
- $H_3 = 29.758 \text{ m}$
- $H_4 = 29.743 \text{ m}$
- $H_5 = 29.743 \text{ m}$
- $H_6 = 29.793 \text{ m}$
- $H_7 = 29.741 \text{ m}$
- $H_8 = 29.67 \text{ m}$
- $H_9 = 29.639 \text{ m}$
- $H_L = 29.64 \text{ m}$
- $H_{11} = 29.00 \text{ m}$



Nota:  
CPTA = Compuertas radiales

Fig 4.14 Resultados con el Método de Solución Simultánea

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se analizaron dos métodos para el cálculo de perfiles hidráulicos en una red de canales. Ambos métodos se aplican para resolver la red de canales del Sistema Hidráulico de Texcoco.

Los dos métodos pueden aplicarse para resolver una red compleja como la de Texcoco, ya que se obtienen los mismos resultados para las cotas del agua en los canales y lagos y una pequeña diferencia en la distribución de los gastos. Por este motivo los comentarios siguientes se refieren a aspectos relacionados con la aplicación práctica de ambos métodos.

El método de Tanteos se adapta a condiciones variables de la distancia entre secciones, la rugosidad a lo largo del canal, la forma de la secciones transversales, etc. En cambio tiene la

desventaja de que se requiere hacer tanteos para el cálculo correspondiente a cada tramo de la red y la distribución de gastos cada que existe una bifurcación. Por este motivo, el cálculo de una red compleja conformada por muchos tramos resulta laborioso y complejo.

El método de Solución Simultánea conduce a una solución rápida y precisa cuando se aplica al caso de una red con pocas uniones o bifurcaciones; sin embargo, debe tenerse cuidado cuando se resuelve una red compleja, con varias bifurcaciones y uniones, ya que esto conduce a que aparezcan algunos ceros en la diagonal principal del Jacobiano y por ello a que, los procedimientos usuales de solución del sistema de ecuaciones no converja. Por ese motivo, en este trabajo se propone que para aplicar el procedimiento de Solución Simultánea a una red compleja, la red se divida en dos o más y el procedimiento se aplique sucesivamente a cada subred, hasta que la solución converja.

En el caso del sistema de canales y lagos de la zona de Texcoco, la forma más rápida de solución se encontró al dividir el sistema completo en una red abierta y un canal integrado por varios tramos y aplicar el método de Solución Simultánea.

Es importante mencionar que para cualquier sistema de canales, los datos donde se tiene incertidumbre son las condiciones de frontera y los coeficientes de rugosidad del canal. Estos datos influyen en diferente forma en los resultados. Por ejemplo, para la red compuesta por los canales 1, 2 y 3, las condiciones de frontera aguas abajo (tirantes), afectan muy poco a los demás tirantes que se calculan a lo largo de la red, sin embargo el error que se puede tener en

la distribución de gastos es mayor.

Lo mismo sucede con la rugosidad propuesta para los canales, ya que origina un error pequeño en los tirantes calculados, pero el error es más notable en la distribución de gastos.

Por este motivo, se recomienda hacer algunas mediciones de tirantes y aforos para obtener valores más precisos de los coeficientes de rugosidad en la red.

## AGRADECIMIENTOS

Al M. en I. A. Abel Jiménez Castañeda por su valiosa ayuda en la elaboración de esta tesis. También quiero agradecer al Dr. Ramón Domínguez Mora sus consejos y sus aportaciones a este trabajo.

A Victor Franco y al M. en I. Oscar Fuentes M. por el apoyo que siempre me han brindado. También quiero agradecer al Instituto de Ingeniería por las facilidades que se me brindaron para la elaboración de esta tesis.

A todos los familiares que siempre me apoyaron en los momentos más difíciles de mi vida, en especial a mis abuelos.

A Enrique G., Enrique R., Rene A., Modesto G., Miguel A., Silvia A. y Blanca H. porque siempre me ayudaron y me brindaron su amistad cuando más lo necesite.

A mis compañeros de carrera y amigos que siempre estuvieron pendientes de mi formación, ya que sus consejos fueron muy importantes para mi superación profesional.

A mis compañeros y amigos del Instituto de Ingeniería por la amistad que me han brindado.

## REFERENCIAS

Artur Toch, (1955), **Discharge characteristics of Tainter gates**, Transactions, American Society of Civil Engineers, vol 120

Chaudhry, M. (1993), **Open-Channel Flow**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NY

Chow, V, T, (1959), **Open-Channel Hydraulics**, McGraw-Hill Book, Co., New York, NY

Donald E Metzler, D, (1948), **A Model Study of Tainter-Gate Operations**, thesis presented to the State Univ. of Iowa, for the degree of Master of Science, Iowa City

Jiménez, A, A, Domínguez, R y Carrizosa, E (1993), **Modelo del funcionamiento hidráulico del sistema de canales y lagos de la zona de Texcoco**, informe interno, elaborado para Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, DF

Rouse, H. (ed.). (1950). **Engineering Hydraulics**, Jhon Wiley, New York, NY

Shulte, A, y Chaudhry, M (1987), **Gradually varied flow in open channel networks**, Journal of Hydraulic Research, Inter. Assoc. for Hydraulic Research, 25, N° 3, EUA

Sotelo, A, G, (1977), **Hidráulica General**, Limusa, México, DF

Wylie, E (1972), **Water surface profiles in divided channels**, Journal of Hydraulic Research, Inter. Assoc. for Hydraulic Research, 10, N° 3, EUA

## APÉNDICE

### A.1 Dedución de las derivadas para la formulación del Método de Paso Estándar

En este Apéndice se presenta el desarrollo algebraico para obtener las derivadas de las ecuaciones que se utilizan en este trabajo. Primero se vera la deducción de la ecuación de la energía.

El denominador de la ec 3.7 se obtiene como sigue

$$\left( \frac{d\Delta E}{dh} \right)_j = 1 + \frac{Q_j^2}{2g} \frac{\partial}{\partial h_j} \frac{1}{A_j^2} + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} Q_j^2 n_j^2 \frac{\partial}{\partial h_j} \frac{1}{A_j^2 R_j^{\frac{4}{3}}} \quad \text{A.1}$$

arreglando términos se tiene

$$\left( \frac{d \Delta E}{dh} \right)_j = 1 + \frac{Q_j^2}{2g} \left( -2 A_j^{-3} \frac{\partial A}{\partial h_j} \right) + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} Q_j^2 n_j^2 \frac{\partial}{\partial h_j} \frac{1}{A_j^2 R_j^{\frac{4}{3}}} \quad \text{A.2}$$

donde

$$\frac{dA}{dh_j} = B_j \quad \text{A.3}$$

y

$$\frac{\partial}{\partial h_j} \left[ \frac{1}{A_j^2 R_j^{\frac{4}{3}}} \right] = -\frac{4}{3} \frac{1}{R_j} \frac{\partial R}{\partial h_j} + \frac{2B_j}{A_j} \quad \text{A.4}$$

donde para la sección trapecial

$$\frac{\partial R}{\partial h_j} = \frac{T_j - 2R_j \sqrt{1 + K_j^2}}{P_j}$$

sustituyendo A.3 y A.4 en A.2 y factorizando se tiene

$$\left( \frac{d \Delta E}{dh} \right)_j = 1 - Fr_j^2 - \Delta x_{i,j} S_j \left( \frac{2}{3} \frac{1}{R_j} \frac{dR}{dh_j} + \frac{1}{D_j} \right) \quad \text{A.5}$$

## A.2 Deducción de las derivadas de la formulación del Método de Solución Simultánea

La ecuación de la energía, ec 3.14, es

$$F_k = E_{i,j+1} - E_{i,j} + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} (S_{i,j} + S_{i,j+1}) + hf_{i,j+1} \quad \text{A.6}$$

La derivación de la ec A.6 se realiza de la siguiente manera

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} = \frac{\partial}{\partial h_{i,j}} \left( -h_{i,j} - \frac{Q_{i,j}^2}{2gA_{i,j}^2} + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} S_{i,j} \right) \quad \text{A.7}$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} = -1 - \frac{Q_{i,j}^2}{2g} \frac{\partial}{\partial h_{i,j}} A_{i,j}^{-2} + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} Q_{i,j}^2 n_{i,j}^2 \frac{\partial}{\partial h_{i,j}} A_{i,j}^{-2} R_{i,j}^{-\frac{4}{3}} \quad \text{A.8}$$

donde

$$\frac{\partial}{\partial h_{i,j}} A_{i,j}^{-2} = -2A_{i,j}^{-3} B_{i,j}$$

Substituyendo y factorizando

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} = -1 - \frac{Q_{i,j}^2}{2g} \left( -2A_{i,j}^{-3} B_{i,j} \right) + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} Q_{i,j}^2 n_{i,j}^2 \left( A_{i,j}^2 \left( -\frac{4}{3} \right) R_{i,j}^{-\frac{7}{3}} \frac{dR}{dh_{i,j}} + R_{i,j}^{-\frac{4}{3}} (-2) A_{i,j}^{-3} B_{i,j} \right)$$

A.9

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} = -1 + \frac{Q_{i,j}^2}{g} \frac{B_{i,j}}{A_{i,j}^3} + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} Q_{i,j}^2 n_{i,j}^2 \left[ -\frac{4}{3} \frac{1}{A_{i,j}^2 R_{i,j}^{\frac{4}{3}}} \frac{1}{R_{i,j}} \frac{dR}{dh_{i,j}} - \frac{2}{A_{i,j}^2 R_{i,j}^{\frac{4}{3}}} \frac{B_{i,j}}{A_{i,j}} \right]$$

A.10

Simplificando

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} = -1 + Fr_{i,j}^2 - \Delta x_{i,j} Q_{i,j}^2 n_{i,j}^2 \frac{2}{3} \frac{1}{A_{i,j}^2 R_{i,j}^{\frac{4}{3}}} \frac{1}{R_{i,j}} \frac{\partial R}{\partial h_{i,j}} - \frac{\Delta x_{i,j} Q_{i,j}^2 n_{i,j}^2}{A_{i,j}^2 R_{i,j}^{\frac{4}{3}}} \frac{T_{i,j}}{A_{i,j}}$$

A.11

Llegando finalmente a la ec A.12

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j}} = -1 + Fr_{i,j}^2 - \Delta x_{i,j} S_{i,j} \left( \frac{2}{3} \frac{1}{R_{i,j}} \frac{dR}{dh_{i,j}} + \frac{1}{D_{i,j}} \right) \quad A.12$$

donde

Fr	número de Froude
dR/dh	derivada del radio hidráulico con respecto al tirante, ya deducida
D	tirante hidráulico, en m

Procediendo de manera similar se llega a la ec A.13

$$\frac{\partial F_k}{\partial h_{i,j+1}} = 1 - Fr_{i,j+1}^2 - \Delta x_{i,j} S_{i,j+1} \left( \frac{2}{3} \frac{1}{R_{i,j+1}} \frac{dR}{dh_{i,j+1}} + \frac{1}{D_{i,j+1}} \right) \quad A.13$$

Para la ecuación de la energía, ec 3.21, se tiene la derivación de la siguiente forma

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j}} = \frac{\partial}{\partial Q_{i,j}} \left( -\frac{Q_{i,j}^2}{2gA_{i,j}^2} + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} \frac{Q_{i,j}^2 n_{i,j}^2}{A_{i,j}^2 R_{i,j}^{\frac{4}{3}}} \right) \quad A.14$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j}} = \frac{1}{2gA_{i,j}^2} (-2Q_{i,j}) + \frac{\Delta x_{i,j}}{2} \frac{n_{i,j}^2}{A_{i,j}^2 R_{i,j}^{\frac{4}{3}}} (2Q_{i,j}) \quad A.15$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j}} = -\frac{Q_{i,j}}{gA_{i,j}^2} + \Delta x_{i,j} \frac{Q_{i,j} n_{i,j}^2}{A_{i,j}^2 R_{i,j}^{\frac{4}{3}}} \frac{Q_{i,j}}{Q_{i,j}} \quad A.16$$

De esta última ecuación se obtiene la ec A.17

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j}} = - \frac{Q_{i,j}}{gA_{i,j}^2} + \Delta x_{i,j} \frac{S_{i,j}}{Q_{i,j}} \quad \text{A.17}$$

Procediendo de manera similar se llega a la ec A.18

$$\frac{\partial F_k}{\partial Q_{i,j+1}} = \frac{Q_{i,j+1}}{gA_{i,j+1}^2} + \Delta x_{i,j} \frac{S_{i,j+1}}{Q_{i,j+1}} \quad \text{A.19}$$