

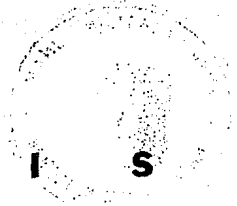
30  
2ej



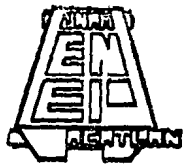
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ACATLAN

EL MERCADO DE VALORES Y LA MINIMIZACION  
DEL RIESGO DE UNA CARTERA DE INVERSION



**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
**A C T U A R I O**  
P R E S E N T A :  
**FRANCISCO JAVIER VAZQUEZ TELLEZ**



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS**

**PROFESIONALES " ACATLAN "**

**TESIS**

**El Mercado de Valores y la  
Minimización del Riesgo de una  
Cartera de inversión**

Alumno: Vázquez Téllez Francisco Javier.

Número de Cuenta: 8540188-6

Carrera: Licenciatura en Actuaría.

Generación: 88-91

Asesor de Tesis: Ing. José Luis Mercado Pascal.

**Acatlán, Edo. de México, 1994**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLÁN"

DIVISION DE MATEMATICAS E INGENIERIA  
PROGRAMA DE ACTUARIA Y M.A.C.

SR. FRANCISCO JAVIER VAZQUEZ TELLEZ  
Alumno de la carrera de Actuaría  
P r e s e n t e .

De acuerdo a su solicitud presentada con fecha 12 de mayo de 1993, me complace notificarle que esta Jefatura tuvo a bien asignarle el siguiente tema de tesis: "EL MERCADO DE VALORES Y LA MINIMIZACION DEL RIESGO DE UNA CARTERA DE INVERSION", el cual se desarrollará como sigue:

INTRODUCCION

CAP. I Principios de Inversión

CAP. II Mercado de Dinero

CAP. III Mercado de Capitales

CAP. IV Modelo de Markowitz

CAP. V Aplicación del Modelo de Markowitz

CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFIA

Asimismo fué designado como Asesor de Tesis el -  
Ing. José Luis Mercado Pascal, profesor de esta Escuela.

Ruego a usted tomar nota que en cumplimiento de -  
lo especificado en la Ley de Profesiones, deberá presen-  
tar servicio social durante un tiempo mínimo de seis me-  
ses como requisito básico para sustentar examen profes-  
sional, así como de la disposición de la Coordinación -  
de la Administración Escolar en el sentido de que se im-  
prima en lugar visible de los ejemplares de la tesis el  
título del trabajo realizado. Esta comunicación deberá  
imprimirse en el interior de la tesis.

A T E N T A M E N T E  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPÍRITU"  
Acatlán, Edo. Mex. Junio 10. de 1994.

ACT. LAURA DEL CARMEN BECERRA  
Jefe del Programa de Actuaría  
Y M.A.C.

JEFATURA DEL PROGRAMA DE  
ACTUARIA Y M.A.C.  
LMRB'cg. APLICADAS

# INDICE

Página

Introducción.....	i
<b>Capítulo I "Principios de Inversión"</b>	
1 Principios de Inversión.....	1
1.1 Inversión.....	1
1.2 Liquidez.....	3
1.3 Mercado.....	3
1.4 Rendimiento e Inflación.....	13
1.5 Riesgo.....	20
<b>Capítulo II "Mercado de Dinero"</b>	
2 Mercado de Dinero.....	23
2.1 Certificados de la Tesorería de la Federación.....	23
2.2 Papel Comercial.....	35
2.3 Aceptaciones Bancarias.....	37
2.4 Pagaré con Rendimiento Liquidable al Vencimiento.....	39
2.5 Pagaré Empresarial Bursátil.....	40
2.6 Pagaré de la Tesorería de la Federación.....	41
2.7 Bonos de la Tesorería de la Federación.....	46
<b>Capítulo III "Mercado de Capitales"</b>	
3 Mercado de Capitales.....	48
3.1 Acciones.....	49
3.2 Obligaciones.....	69
3.3 Bonos Ajustables del Gobierno Federal.....	73
3.4 Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal.....	76
3.5 Bonos Bancarios de Desarrollo.....	78
3.6 Bonos de Renovación Urbana.....	79
3.7 Certificados de Participación Inmobiliaria.....	80
3.8 Certificados de Plata.....	80
<b>Capítulo IV "Modelo de Markowitz"</b>	
4 Modelo de Markowitz.....	84
4.1 Carteras o Portafolios de Inversión.....	84
4.2 Modelo de Markowitz.....	87

**Capítulo V "Aplicación del Modelo de Markowitz"**

<b>5</b>	<b>Formación de un Portafollos de Inversión.....</b>	<b>133</b>
	<b>Conclusiones.....</b>	<b>193</b>
	<b>Bibliografía.....</b>	<b>196</b>

## INTRODUCCION

Dentro del amplio conjunto de profesiones la carrera de Actuaría es una de las que cuenta con un amplio campo de desarrollo ya sea dentro de las ciencias exactas o en las ciencias sociales. El campo de las finanzas, la economía y la estadística no es privativo de alguna carrera en particular; sin embargo, el Actuario puede lograr un buen desarrollo ya que cuenta con la preparación necesaria para poder entender los muy diversos problemas que se presentan en dichas áreas y puede aplicar sus conocimientos para poder obtener una solución y poder llegar a la toma de decisiones.

La Tesis que se desarrolla a continuación se sitúa dentro del área de las finanzas y tiene como principal objetivo mostrar un panorama de los principales instrumentos financieros que conforman el Mercado de Valores en México y realizar un análisis del modelo desarrollado por H. Markowitz para la minimización del riesgo de una cartera de inversión, o como también se les llama, portafolios de inversión.

En el Capítulo I llamado "Principios de Inversión" se realiza un recorrido por conceptos que resultan ser fundamentales en el ámbito de las inversiones; primero se describe la diferencia entre lo que es una inversión y lo que es el consumo, se clasifica a la inversión, se destaca la importancia que tiene la liquidez al realizar una inversión y se llega a la definición

de "inversión financiera". Asimismo se explica la importancia de que existan mercados, desde luego, se da su definición y una serie de características que deben de presentar; lo anterior para servir de punto de partida para describir como está constituido el Sistema Financiero Mexicano actualmente. Se analiza en especial, del Sistema Financiero Mexicano, la parte que corresponde al Mercado Bursátil, describiendo las funciones y características de las Instituciones y Organismos que intervienen para su desarrollo. También se menciona como se clasifican los instrumentos financieros que se manejan en el Mercado de Valores.

Otros puntos que se tocan en el primer capítulo son los referentes al rendimiento y a la inflación. Con respecto del rendimiento se da su definición, así como también, de las principales "tasas" que se utilizan para expresarlo y de las principales fórmulas para su cálculo. Referente a la inflación, se expresa su definición y se destaca la importancia que representa el tenerla siempre presente cuando se realiza una inversión.

Un último punto que se considera en el Capítulo I es el Riesgo, del cual se da su definición y se nombran los diversos tipos de riesgos que se corren al realizar una inversión.

En el Capítulo II que se ha nombrado "Mercado de Dinero", se define Mercado de Dinero y se hace un recorrido por los principales instrumentos que lo conforman; haciendo mención de las principales características que tienen cada uno de ellos,



como pueden ser: forma de colocación, posibles adquirientes, fórmulas para el cálculo del rendimiento, etc.

Para el desarrollo del Capítulo III "Mercado de Capitales" se sigue el mismo lineamiento que se utilizó para el Capítulo II; se da la definición de Mercado de Capitales y de los instrumentos que lo conforman se listan sus características principales.

El Capítulo IV "Modelo de Markowitz" es a donde se realiza la definición de Cartera o Portafolios de Inversión y se da su clasificación. Asimismo se realiza el análisis del modelo de Markowitz para minimizar el riesgo de un portafolios de inversión.

Y finalmente en el Capítulo V se realiza una aplicación del modelo de Markowitz conformando carteras de inversión con instrumentos que se cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores.

## CAPITULO I " PRINCIPIOS DE INVERSION "

### 1. Principios de Inversión

#### 1.1 Inversión

Cuando se realiza una inversión se puede hablar de que se adquieren bienes o mercancías o también, de que se están destinando ciertos recursos en algún proyecto con la finalidad de obtener un beneficio en un período de tiempo determinado; sin embargo, hay que considerar el lapso de tiempo de que se este hablando, cuando el beneficio que se obtiene es inmediato y cuando el beneficio se obtiene a futuro. Cuando se aportan recursos para la compra de productos de primera necesidad como pueden ser: alimentos, calzado, ropa, etc. no se puede decir que se está realizando una inversión sino un consumo o un gasto, es decir, se va a obtener un beneficio inmediato. Por el contrario cuando se destinan ciertos recursos, por ejemplo, para la compra de maquinaria para producir algún producto se está realizando una inversión; el beneficio que se va a obtener de esa compra va a ser a futuro. Teniendo como base lo anterior la diferencia entre la inversión y el consumo es que con la inversión se obtiene un beneficio futuro y con el consumo se obtiene un beneficio inmediato.

Tomando como base lo anterior se puede citar una definición de inversión: "la inversión es la aportación de recursos para obtener un beneficio futuro".(1)

A la inversión la podemos desglosar en dos rubros: la inversión real y la inversión financiera. La inversión real es la que se realiza con la compra y venta de bienes tangibles como pueden ser: la maquinaria y el equipo, los bienes raíces; entre muchos otros. La inversión real para una empresa o persona moral se representa en adquirir los activos que son necesarios para el adecuado funcionamiento y producción que en ella se lleve a cabo. Asimismo, para una persona física, la inversión real se puede ejemplificar con la canalización de recursos que realiza para adquirir una casa o un automóvil.

Las inversiones financieras, tanto para una persona moral como para una persona física, son las que se realizan con los recursos que sobran después de realizar las aportaciones necesarias para una adecuada operación de la empresa (persona moral) o de la vida diaria (persona física).

Una de las principales características de las inversiones financieras es la liquidez, es decir; que sean fácilmente convertibles en dinero en efectivo (facilidad de compra y venta), ya que cuando llegue el momento los recursos que de ellas se obtengan se convertirán en inversiones reales o en gastos.

Considerando la característica de liquidez y la definición anteriormente mencionada de inversión se puede citar la definición de inversión financiera como: "la aportación de recursos líquidos para obtener un beneficio futuro".(1)

## 1.2 Liquidez

Como ya se ha mencionado, por liquidez puede entenderse que la inversión se puede convertir fácilmente en dinero en efectivo, es decir; cumple con la característica de que se puede comprar o vender con facilidad. Cualquier tipo de bien sea tangible (maquinaria y equipo, bienes raíces, etc.) o no tangible (instrumentos financieros, por ejemplo) puede tener una alta liquidez. La característica anterior se logra gracias a que tanto para bienes tangibles como intangibles existen mercados organizados en donde se pueden comerciar libremente.

## 1.3 Mercado

Un mercado se puede definir como el lugar a donde la gente acude para comprar y vender mercancías; en estos lugares se puede comerciar todo tipo de bienes: fruta, verdura, animales,

productos agrícolas, bienes raíces, metales preciosos, etc.

Para que un mercado sea organizado debe reunir varias condiciones:

- a) *Un lugar físico.* Es lugar a donde se realizan las operaciones de compra y venta.
- b) *Intermediarios autorizados.* Son las personas o empresas que están autorizados para realizar las operaciones de compra y venta en el lugar físico.
- c) *Reglas.* Deben existir ciertas normas para poder introducir algún producto al mercado, para la forma de pago (en el caso de compra), para la entrega del bien (en el caso de venta), para la fijación de precios y para difundir información acerca del bien que se comercia.
- d) *Autoridades.* Son los responsables de vigilar que se cumplan las reglas. Estas autoridades pueden ser elegidas por los mismos intermediarios (autorregulación), o por el gobierno (regulación legal).

En la actualidad hay mercados en los que puede existir o no el lugar físico para la realización de las operaciones; los compradores y vendedores pueden encontrarse en cualquier lugar de la Tierra y efectuar las operaciones por medio de algún medio de comunicación como puede ser la televisión, radio, telégrafo, teléfono, correo, etc., pero no por esto dejan de ser organizados.

Un ejemplo de mercado organizado es el mercado financiero, ninguna nación puede prescindir de una estructura financiera pues

caería en el trusque, y aún así, esta forma de intercambio sería su mercado financiero.

En México el Sistema Financiero, a lo largo de toda su historia, siempre ha tratado de satisfacer las necesidades de la sociedad a través de los diversos intermediarios. Un importante cambio de los intermediarios ocurrió en el año de 1990. Por iniciativa presidencial los servicios de banca y crédito pueden ser realizados nuevamente por el sector privado, ya que desde 1982 estaban siendo ejercidos por el Estado. Por lo que se refiere a cambios en las autoridades, de relativa importancia, fue la separación de la Comisión Nacional Bancaria y la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

En el Sistema Financiero Mexicano la máxima autoridad es la Secretaría de Hacienda y Crédito Público que realiza sus funciones a través de tres comisiones de vigilancia y el Banco de México.

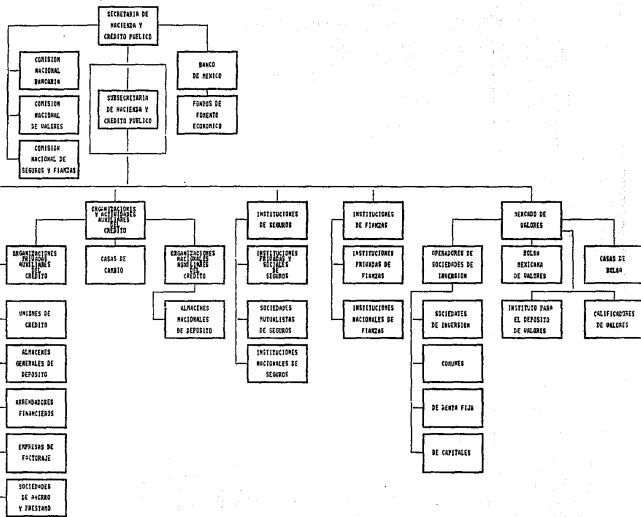
El Sistema Financiero Mexicano se puede desglosar en tres subsistemas:

*I. El Subsistema Bancario.* Es el que está constituido por el Banco de México, las Instituciones de Banca Múltiple, las Instituciones de Banca de Desarrollo, el Patronato del Ahorro Nacional y los Fideicomisos del Gobierno Federal para el fomento económico y por las organizaciones y actividades auxiliares del crédito; la supervisión está ejercida por la Comisión Nacional Bancaria.

*II. El Subsistema de Seguros y Fianzas.* Este se encuentra



# SISTEMA FINANCIERO MEXICANO



ESTE CUADRO ESTADISTICO TIENE DE PROPÓSITO LA ILUSTRACION GENERAL DEL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO A INICIO DE 1973, SIN QUE HICIERAN FONDO DE ESTABLECER RELACIONES DE CAUSA-EFECTO.

FUENTE: BANCO FINANCIERO DE MEXICO, ESTADISTICA FINANCIERA, SISTEMA FINANCIERO MEXICANO A INICIO DE 1973.

integrado por las Instituciones de Seguros, las Sociedades Mutualistas de Seguros y las Instituciones de Fianzas; la labor de vigilancia en las operaciones es llevada a cabo por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

III. *El Subsistema Bursátil.* Este se encuentra conformado por la Bolsa Mexicana de Valores, las Casas de Bolsa, las Sociedades de Inversión y las Sociedades Operadoras de Sociedades de Inversión; la supervisión es llevada a cabo por la Comisión Nacional de Valores.

Es de suma importancia mencionar que recientemente se conformaron diversas organizaciones, no señaladas directamente en la organización del Sistema Financiero Mexicano, pero que harán mucho más competitivo dicho sistema; en el Artículo 79 de la Ley para regular las agrupaciones financieras se establece que: *los grupos financieros* estarán integrados por una sociedad controladora y por algunas de las entidades financieras siguientes: *Casas de Bolsa, Instituciones de Banca Múltiple, Almacenes Generales de Depósito, Arrendadoras Financieras, Empresas de Factoraje Financiero, Casas de Cambio, Instituciones de Seguros, Instituciones de Fianzas, Sociedades Operadoras de Sociedades de Inversión.*

Cada grupo contará con por lo menos tres de las Instituciones mencionadas; que no sean Sociedades Operadoras de Sociedades de Inversión.

En el Artículo 80 de la misma Ley se establece que los "Grupos Financieros" se forman con la autorización de la



Secretaría de Hacienda y Crédito Público, oyendo la opinión de Banco de México, y según corresponda, en virtud de los integrantes del grupo que pretenda constituirse, de las Comisiones Nacionales Bancaria, de Valores y de Seguros y Fianzas.

De los tres subsistemas que conforman el Sistema Financiero Mexicano, en el presente trabajo, se considerará el Subsistema Bursátil.

Es un hecho que de forma directa o indirecta la mayor parte de las operaciones del Sistema Financiero Mexicano se van a reflejar o realizar en la Bolsa; que es el eje central del Subsistema Bursátil.

La Bolsa Mexicana de Valores es una sociedad anónima de capital variable, los accionistas son los agentes de valores (Casas de Bolsa) que integran el mercado mexicano.

En el Artículo 22 de la Ley del Mercado de Valores se mencionan las facultades de los agentes de valores; que entre otras son: servir de intermediarios en el mercado de valores, prestar asesoría en materia de valores, prestar servicios de guarda y administración de valores, etc.

El Artículo 29 de la Ley del Mercado de Valores establece las funciones de una bolsa de valores, entre otras: establecer locales, instalaciones y mecanismos que faciliten las relaciones y operaciones entre la oferta y la demanda de valores; proporcionar información sobre los valores inscritos en bolsa y los listados en el sistema internacional de cotizaciones de la

propia bolsa; certificar las cotizaciones en bolsa, etc.

La Bolsa de Valores cuenta con un recinto que recibe el nombre de "salón de remates" que es el lugar a donde se realizan las operaciones de compra y venta de los valores inscritos en la bolsa. Aquí se reúnen los agentes de bolsa y los operadores de piso (representantes de las casas de bolsa), quienes realizan dichas operaciones ya que son los únicos autorizados para realizarlas, y también intermediarios de la Comisión Nacional de Valores, que realizan funciones de vigilancia de las operaciones.

Los agentes de valores y los operadores de piso cuentan, dentro del salón de remates, con una "caseta" a donde reciben órdenes de los inversionistas. Dichas órdenes se pueden clasificar en:

- a) *Órdenes Limitadas.* Son aquellas en las que el cliente es el que fija el precio máximo al que desea comprar y/o el mínimo al que desea vender sus valores.
- b) *Órdenes al Mercado.* El cliente deja que el agente de bolsa sea quien decida la negociación de sus valores, de acuerdo a las cotizaciones que rijan en el mercado.
- c) *Órdenes Condicionales.* Se dan cuando el cliente da la indicación de que se realicen operaciones sólo si se da una situación determinada.

Las operaciones se pueden clasificar de acuerdo a su forma de concertación, teniendo cuatro modalidades.

- 1. *Orden en Firme.* Es cuando se quiere realizar alguna operación a un precio fijo de alguna emisora; se deposita en

el corro respectivo una ficha de compra o venta en donde se especifican las condiciones de postura (emisora y serie, número de acciones, precio y vigencia) quedando registrada en orden de precio y hora. Si llegan a coincidir las condiciones de una orden en firme de compra con una orden en firme de venta, la operación se cierra automáticamente. Si no llegan a coincidir la cantidad de valores, la operación se cerrará por el volumen anotado en la menor de ellas. La orden en firme siempre tiene preferencia sobre cualquier otro ofrecimiento si coinciden la emisora, serie y precio.

2. *De Viva Voz.* La operación se inicia por un agente de bolsa anunciando en voz alta que desea comprar o vender indicando la emisora y serie, cantidad de títulos y el precio para vender o comprar. Si alguien acepta la propuesta usando el término "cerrado" queda concertada la operación; entregando la ficha al corro respectivo.
3. *Cruzada.* Cuando el agente de bolsa recibe indicación de algún cliente de comprar y de otro cliente de vender títulos de la misma emisora y serie al mismo precio. Si algún otro agente se interesa puede intervenir diciendo "doy o tomo", según si su postura es de compra o venta.
4. *Operación de Cama.* Esta operación se propone en firme, con opción para que otros agentes compren o vendan, dentro de un margen de fluctuación del precio. El agente dirá a viva voz "pongo una cama" así como la emisora, serie, número de acciones y la diferencia entre el precio de compra o venta;

el agente que acepte "escuchar la cama" queda obligado a operar a cualquiera de los precios que resulten de la diferencia pactada, según elija comprar o vender.

También, las operaciones, pueden clasificarse en función a su forma de liquidación:

- a) *De Contado*. Este tipo de operaciones deben liquidarse a las 24 y 48 horas siguientes a su realización.
- b) *A Plazo*. La liquidación se realiza en un tiempo mayor a 9 días naturales y menor a 360, pudiendo realizarse en forma anticipada previo acuerdo de ambas partes.
- c) *A Futuro*. Se realizan a plazos prefijados (varios meses) o en un tiempo menor, llevando a cabo una compensación de pérdidas y ganancias con respecto a los precios corrientes.

Como ya se ha mencionado la Comisión Nacional de Valores es el organismo encargado de vigilar el funcionamiento del Mercado de Valores; en la Ley del Mercado de Valores en los artículos 40 y 41 se establecen las funciones de dicho organismo; entre otras: regular el mercado de valores, inspeccionar y vigilar el funcionamiento de los agentes de valores, bolsas de valores, depósitos de valores, calificadoros de valores, emisores de valores sólo respecto de las obligaciones que les impone la Ley del Mercado de Valores, etc.

Existen una serie de instituciones que sirven de apoyo al mercado de valores: el Instituto para el Depósito de Valores (Indeval), el Instituto Mexicano del Mercado de Capitales (IMMCC), la Asociación Mexicana de Casas de Bolsa (AMCB) y la

Calificadora de Valores, S.A. de C.V.

El Indeval tiene por objeto prestar servicios de guarda, administración, compensación, liquidación y transferencia de valores.

El IMMEC tiene por objeto servir como difusor de todo lo concerniente al mercado bursátil. También colabora con el manejo de bancos de información del mercado de valores.

La ANCB tiene por objetivo fomentar el desarrollo del mercado de valores; es una agrupación gremial de todos los agentes de valores.

La Calificadora tiene el objetivo de dictaminar acerca de la capacidad crediticia de los títulos emitidos por las empresas mexicanas, que pretenden colocar papel comercial en el mercado de valores. La calificación consiste en opinar acerca del riesgo y la capacidad de pago de un emisor. La calificación que obtienen las emisoras van de la letra A a la letra E; la mejor calificación es la letra A y la peor la letra E.

Otro tipo de instituciones que son de gran importancia dentro del mercado de valores son las *Sociedades de Inversión*.

Las Sociedades de Inversión son instituciones que se encuentran constituidas por una gran cantidad de ahorradores que aportan sus recursos para su constitución y desarrollo, los cuales son canalizados al mercado de valores.

La cartera de inversión de una Sociedad de Inversión se estructura considerando que se deben diversificar los riesgos y ofreciendo liquidez. Estas carteras representan los activos de la

Sociedad y actúan de respaldo para la emisión de sus acciones, que se ofrecen en venta pública.

Para organizar una Sociedad de Inversión se requiere concesión del Gobierno Federal por intermediación de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, la regulación de su funcionamiento está a cargo de la Comisión Nacional de Valores.

Las Sociedades de Inversión se clasifican en:

- i) *Comunes*. Son las que estructuran sus carteras con valores de renta variable y valores de renta fija.
- ii) *De Deuda o Renta Fija*. Son las que enfocan la estructura de sus carteras a instrumentos de renta fija; por lo que no ofrece riesgos en términos del rendimiento nominal, pero se debe considerar el rendimiento real.
- iii) *De Capitales*. Son aquellas que tienen por objetivo invertir en la creación, modernización o desarrollo de las empresas. Se enfocan al mercado primario.

La administración de las Sociedades de Inversión es llevada a cabo por las Sociedades Operadoras de Sociedades de Inversión; que normalmente son los bancos o las casas de bolsa.

Cuando las empresas acuden al mercado de valores, y ofrecen instrumentos a la venta, para allegarse de recursos frescos, este tipo de operaciones son las que constituyen el mercado primario. Las operaciones de compra-venta que se realizan diariamente en la bolsa, constituyen el mercado secundario, en estas operaciones no intervienen las empresas emisoras de valores.

Los instrumentos que se manejan en el mercado de valores se

pueden clasificar en dos grandes divisiones de acuerdo a sus características:

- a) *Mercado de Dinero.* Es un mercado de instrumentos a corto plazo, el precio generalmente se maneja a descuento, son valores que representan bajo riesgo y alta liquidez.
- b) *Mercado de Capitales.* Se manejan instrumentos a largo plazo, los valores se destinan para la formación de capital; se tienen rendimientos variables y fijos y se maneja riesgo en la inversión.

#### 1.4 Rendimiento e Inflación

En el inciso 1.1 de éste capítulo, se menciona que en una inversión lo que se busca obtener de alguna manera es un beneficio futuro; es a dicho beneficio al que se le conoce como rendimiento; es decir, que la inversión genere una ganancia.

El rendimiento que se puede obtener de una inversión normalmente se expresa en términos de un porcentaje anual; y al mencionado porcentaje es al que se le conoce como tasa de interés.

El interés se puede definir como el precio a pagar por el uso del dinero. El interés se encuentra sujeto al monto, plazo o tiempo de duración pactado de la inversión y al riesgo. A mayor plazo y riesgo, mayor interés.

Por tasa efectiva de interés se entiende el incremento continuo que tiene una unidad de capital en un período de tiempo bajo el efecto de una tasa de interés.

Una tasa nominal de interés expresa el rendimiento total que se obtiene en un año sobre una unidad invertida considerando que cualquier interés obtenido durante el año no sea reinvertido.

Cuando se cumple el plazo pactado para una inversión, el inversionista tiene la opción de disponer o no de los intereses que se han generado; cuando decide que sus intereses se adicionen a la inversión para que devenguen intereses a la misma tasa que el capital original; es decir, que se reinviertan, este proceso se conoce como interés compuesto.

El interés es una función del tiempo,  $f(t)$ , si se considera una unidad de capital con un rendimiento efectivo  $i$  en un período de tiempo de  $t$  años:

$$f(t) = (1+i)^t$$

Si se denota al capital inicial o principal como  $P$ , y al monto como  $S$ ; se tiene:

$$S = P(1+i)^t$$

Sea  $i^{(m)}$  la tasa nominal pagadera  $m$  veces al año, para una unidad de capital invertida después de transcurrido  $1/m$  de año, el monto que se tiene es:



$$\left( 1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right)$$

Al transcurrir el año, o sea al final de los  $m$  periodos el monto está dado por:

$$\left( 1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right)^m$$

Si se considera el monto invertido a la tasa nominal  $i^{(m)}$  durante  $t$  años; el monto está dado por:

$$S = P \left( 1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right)^{mt}$$

En el caso anterior  $[i^{(m)}]/m$  es la tasa efectiva para el período de tiempo  $1/m$  por lo que se tiene:

$$\left( 1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right) = (1 + i)^{(1/m)}$$

En muchas ocasiones el inversionista desea saber la cantidad de capital que debe invertir, a una tasa de interés dada, para obtener un monto determinado, a esto se le llama el valor presente de una inversión.

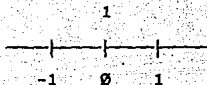
Si se considera la expresión  $S = P(1+i)^t$  y se despeja el valor de  $P$ , se tiene:

$$P = \frac{S}{(1+i)^t}$$

Si se esta utilizando una tasa nominal de interés la expresión es similar:

$$P = \frac{S}{\left(1 + \frac{j^{(m)}}{m}\right)^{mt}}$$

En muchas inversiones lo que se maneja es una tasa de descuento que es la diferencia entre la unidad y su valor presente en el período -1; visto en una línea de tiempo:



Por lo que, si se denota con  $d$  a la tasa de descuento entonces:

$$d = 1 - (1+i)^{-1} \text{ y si } v = (1+i)^{-1}; \quad d = 1 - v$$

El descuento  $D$  se puede definir como la diferencia entre el monto  $S$  y el principal  $P$ :  $D = S - P$

Si la expresión anterior,  $D=S-P$ , se divide entre  $S$ , la

expresión  $(S-P)/s$  representa el descuento por unidad de tiempo y por unidad de capital; si  $S=1$  y  $P=(1+i)^{-1}$  se obtiene:  $1-(1+i)^{-1}$  que es la tasa efectiva de descuento; es decir, la diferencia entre la unidad y su valor presente en un período unitario de tiempo.

Se tiene  $d=1-(1+i)^{-1}$ ; para una tasa nominal  $d^{(m)}$  la expresión es:

$$\frac{d^{(m)}}{m} = 1 - \left( 1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right)^{-m}$$

De lo anterior se desprende que el monto y el valor presente si se tiene una tasa efectiva,  $d$ , de descuento están dados por:

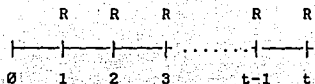
$$S = P ( 1 - d )^{-t} \quad \text{y} \quad P = S ( 1 - d )^t$$

y usando una tasa nominal de descuento  $d^{(m)}$ :

$$S = P \left( 1 - \frac{d^{(m)}}{m} \right)^{-mt} \quad \text{y} \quad P = S \left( 1 - \frac{d^{(m)}}{m} \right)^{mt}$$

En diversas inversiones el pago de los intereses se hace por medio de una serie de pagos periódicos durante un cierto tiempo, a esto se le llama anualidades.

Suponiendo que se maneja el pago de intereses de un instrumento de renta fija  $R$  durante  $t$  años.



se tiene entonces que el valor presente de una anualidad a la tasa de interés  $i$  pagadera durante  $t$  años con una renta  $R$  es:

$$R a_{\overline{t}|i} = R \frac{1 - v^t}{i}$$

Si se desea obtener el monto de una anualidad sólo se debe variar la fecha de valuación al año  $t$ ; por lo que el monto de una anualidad con una renta  $R$  a la tasa de interés  $i$  durante  $t$  años está dado por:

$$R S_{\overline{t}|i} = R \frac{(1+i)^t - 1}{i}$$

Por otro lado, por lo que respecta a la inflación, ésta se puede definir como el aumento del índice de precios al consumidor; con el índice de precios se miden las variaciones que experimentan los precios de los bienes y servicios que consumen los trabajadores, el Banco de México es el encargado de realizar las investigaciones necesarias así como el cálculo y la publicación del índice de precios.

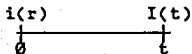
La inflación puede darse por múltiples causas pero, sin embargo; dos de las más importantes son: porque el gobierno emite

dinero circulante en exceso o por existir una falta de balance entre la oferta y la demanda, donde la producción no es eficiente y provoca incrementos en costos, que a su vez repercute en incremento de precios.

Cuando se realiza una inversión se debe buscar que el rendimiento rebase a la inflación; ya que de lo contrario el inversionista estará sufriendo una pérdida; es decir, la tasa de interés de cualquier inversión no considera la pérdida del poder adquisitivo de la unidad monetaria, si se considera un período de tiempo, lo que se compra con una unidad de capital no es lo mismo que se compra con la misma unidad al final del período.

Se define la tasa real como aquella a la que se le ha descontado la inflación. Al obtener la tasa real ésta debe ser positiva de lo contrario el rendimiento estará por abajo de la inflación y se caerá en pérdida.

Sea  $i$  la tasa de interés para un período de tiempo  $t$ ,  $i(r)$  la tasa de rendimiento real en el período  $t$  y sea  $I(t)$  la tasa de inflación para el período de  $0$  a  $t$ .



Para obtener  $i(r)$  en el punto  $0$  se tiene:

$$i(r) = \frac{1+i}{1+I(t)} - 1$$

La tasa de inflación es de suma importancia en las inversiones; cuando la tasa real es negativa el inversionista debe buscar refugio en otro tipo de inversión o canalizar sus recursos a otra moneda que le ofrezca mayor seguridad.

La inflación que se presente en un país con respecto de otro es muy importante para predecir posibles devaluaciones de la moneda; por ejemplo, si lo que se compra con una unidad de un país X equivale a 1.50 unidades de un país Y; quiere decir que existe una diferencia en el poder adquisitivo del 50%, se tendría que devaluar la moneda de Y para poder recuperar el poder comparativo de compra de la moneda de Y contra la moneda de X.

## 1.5 Riesgo

Cuando se realiza una inversión se quiere obtener un beneficio futuro y el futuro no se conoce, siempre existe la posibilidad de que lo que se pretende obtener no se realice, a esto es a lo que se le llama riesgo. El riesgo se puede definir de múltiples maneras: amenaza, contingencia, eventualidad desfavorable, posibilidad de perder algo, etc.

En las inversiones el riesgo puede variar de acuerdo a la incertidumbre existente; es decir, por lo regular el inversionista no conoce en forma cierta todos los factores que intervienen y son relevantes para poder tomar una decisión de

elección.

La incertidumbre tiene dos facetas; una de acuerdo a las apreciaciones subjetivas que se tengan: juicios y valorizaciones respecto de gustos, preferencias, estilo, intuición, etc., la segunda de acuerdo al medio en donde se debe realizar la elección; es decir, el inversionista se sujeta a incertidumbre respecto de indicadores económicos, respecto de los rendimientos de la inversión, respecto a sus necesidades de liquidez (ya que puede ocurrir que existan mejores posibilidades de inversión o que el inversionista sufra un accidente o enfermedad y tenga que realizar gastos que no estaban previstos) y respecto del comportamiento que pueda tener el mercado en donde se realizan las operaciones de compra-venta de la inversión que le interesa.

En la inversión existen tres tipos de riesgos:

1. *Riesgo de Pérdida.* No recuperar la inversión y que exista pérdida del capital.
2. *Riesgo de Desaprovechar Oportunidades de Inversión.* Puede ocurrir que se decida canalizar recursos a instrumentos de inversión, negocios o bienes que ofrecen menos rendimientos que otros.
3. *Riesgo de Liquidez.* Puede suceder que se tengan recursos invertidos en activos que no sean de fácil realización; lo que puede producir pérdida si se presenta un imprevisto.

Existen diversos trabajos para tratar de medir el riesgo en las inversiones, basados en análisis probabilísticos y estadísticos, desarrollados sobre todo en los Estados Unidos.

Cuando un inversionista busca instrumentos que le proporcionen alta liquidez, rendimientos altos a un plazo muy corto y con un riesgo relativamente alto, se dice que esta especulando. A la especulación se le puede calificar como un estilo de inversión.

Por el contrario, un inversionista conservador es el que busca, en comparación con el especulador, menor liquidez, rendimientos moderados a un plazo relativamente largo y afronta un riesgo mucho menor en su inversión.

De todo lo anterior se podría concluir que para la realización de una inversión financiera se tiene que hacer un análisis con respecto de la estimación de la tasa de inflación y por el otro hacer las consideraciones necesarias de los instrumentos financieros en lo que se refiere a los rendimientos, plazos y los riesgos que se tienen que correr.



## CAPITULO II " MERCADO DE DINERO "

### 2. Mercado de Dinero

El mercado de dinero es el mercado financiero formado por instrumentos que operan a corto plazo, que gozan de una alta liquidez y de un riesgo muy bajo; estos instrumentos pueden ser emitidos tanto por el gobierno federal como por la iniciativa privada.

Los instrumentos que conforman el mercado de dinero son:

1. *Certificados de la Tesorería de la Federación.*
2. *Papel Comercial.*
3. *Aceptaciones Bancarias.*
4. *Pagaré con Rendimiento Liquidable al Vencimiento.*
5. *Pagaré Empresarial Bursátil.*
6. *Pagarés de la Tesorería de la Federación.*
7. *Bonos de la Tesorería de la Federación.*

#### 2.1 Certificados de la Tesorería de la Federación

Los Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes) son títulos de crédito al portador emitidos por el gobierno

federal (Secretaría de Hacienda y Crédito Público) a través del Banco de México, son instrumentos de renta fija ya que tienen un plazo y un rendimiento previamente determinado, se colocan a tasa de descuento y en plazos menores de un año que por lo regular son de 28, 90, 182 y 364 días. Los Cetes pueden ser adquiridos con un costo unitario o valor nominal de N\$10.00 (diez nuevos pesos 00/100 M.N.), ya sea por personas físicas o por personas morales; así como también por extranjeros que radiquen en México. Para las personas físicas los rendimientos obtenidos por inversión en Cetes están libres de impuestos y para las personas morales, los rendimientos, son acumulables a sus resultados.

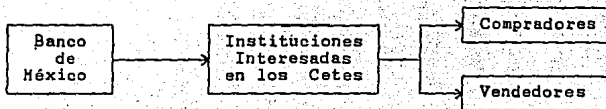
Los Cetes son instrumentos que tienen una alta liquidez, ya que cuando se realiza una operación de compra o de venta esta tiene que liquidarse en un plazo de 24 horas, y tienen un riesgo muy bajo ya que son garantizados por el gobierno federal.

Los Cetes tienen su antecedente en el año de 1977 que fue cuando se autorizó la iniciativa para que el gobierno emitiera Cetes, la primera emisión data de enero de 1978. La colocación de Cetes se realiza semanalmente por medio de un sistema de subasta que funciona de la siguiente manera: los días viernes de cada semana, el Banco de México anuncia a las diversas instituciones, que pueden adquirir Cetes directamente, de las emisiones a colocar para la semana siguiente, las instituciones interesadas deben hacer llegar a Banco de México sus posturas de compra indicando montos, tasas y plazos que están dispuestas a comprar; el miércoles Banco de México anuncia las posturas

ganadoras, esto lo hace considerando de menor a mayor la tasa de descuento de cada postura y asigna los montos hasta que se agoten los títulos; al día siguiente, el jueves, se hacen del conocimiento público, por medio de anuncios en periódicos, los montos de las diferentes emisiones así como los plazos, tasas de descuento y tasas de rendimiento de cada una; el mismo jueves las instituciones ganadoras tienen que abonarle a Banco de México el pago de cada emisión. Las emisiones de Cetes se identifican con el número de semana en que se está emitiendo y el año.

El sistema de subasta, para la colocación de los instrumentos, descrito en el párrafo anterior, no estaba en vigor con las primeras emisiones de Cetes, ya que era el Banco de México el que fijaba la tasa de descuento y las instituciones únicamente podían variar la magnitud del monto que iban a adquirir. El sistema original funcionó hasta septiembre de 1982, entrando el sistema de subasta; en octubre de 1985 se regresó al sistema original de colocación de emisiones y fue hasta el mes de julio de 1988 que se volvió al sistema de subasta que es el que ha funcionado hasta la fecha.

El sistema de colocación de Cetes' se puede resumir de la siguiente manera:



El Banco de México es el intermediario colocador del gobierno federal y las instituciones compradoras de Cetes son las intermediarias colocadoras ante todos los demandantes, personas físicas o personas morales, interesados en adquirir los Cetes; la ganancia que obtienen las diferentes instituciones, al funcionar de esta manera, está dada por medio de la diferencia entre el precio de compra y el precio de venta.

Las transacciones con Cetes se realizan en forma mixta; es decir, entre agentes de valores se realizan en el piso de remates de la Bolsa Mexicana de Valores, pero, entre agentes de valores y clientes se realizan fuera del piso de remates; sin embargo, éstas se reflejan en las cotizaciones del piso de remates.

Por otro lado, los títulos no se manejan físicamente éstos permanecen en Banco de México, los agentes de valores manejan comprobantes, y de esta forma se agilizan todas las operaciones.

El tipo de operaciones que se pueden realizar con los Cetes son: operaciones de *compra-venta* y operaciones de *reporto*.

Cuando se realizan operaciones de compra-venta de Cetes éstas deben ser liquidadas a las 24 horas después de haberse realizado; aquí se puede obtener una variante ya que se puede conseguir la liquidación el mismo día, esto se conoce como Cetes "cash". Esto es posible ya que las casas de bolsa pueden recibir depósitos de sus clientes e invertirlos el mismo día, entonces la contrapartida es la liquidación de instrumentos el mismo día; con los Cetes "cash" la casa de bolsa se hace cargo del riesgo de que al día siguiente no pueda colocar los Cetes que liquidó, o que

pueda colocarlos pero con pérdida. Con los Cetes "cash" se aumenta aún más el grado de liquidez que representa para los inversionistas la inversión en Cetes.

Las operaciones de reporto consisten en que el cliente (reportador) compra Cetes al agente de valores (reportado) y se compromete a revenderse los al mismo precio en una fecha futura (que desde luego no debe rebasar el plazo de vencimiento de la emisión) dando el agente un premio por este tipo de operación; el plazo mínimo de este tipo de operación es de 3 días y el máximo de 45 días, existiendo la posibilidad de renovarlas por períodos no menores a 3 días. Con las operaciones de reporto el riesgo de que las tasas de descuento bajen o suban se pasa del lado del reportador.

El emitir Cetes por parte del gobierno federal tiene como objetivos: obtener financiamiento para el desarrollo gubernamental y realizar una regulación monetaria; es decir, controlar el circulante e influir en las tasas de interés. Por todo lo anterior los Cetes son instrumentos de una gran importancia para la economía del país y es prácticamente el instrumento financiero con el que se empieza a estructurar de manera formal el mercado de dinero en México.

Para realizar los cálculos referentes a Cetes se tomará en cuenta el año comercial que es de 360 días. Si se tiene que:

P = Precio

VN = Valor Nominal

- d = Tasa de descuento anual
- T = Plazo
- D = Descuento o rendimiento neto
- i = Tasa de rendimiento anual

Para calcular el precio, que es el costo de cada Cete una vez aplicado el descuento respectivo:

$$P = VN - VN \left( \frac{d T}{360} \right)$$

El precio también puede ser calculado por medio de la fórmula:

$$P = VN - D \quad \text{donde} \quad D = VN \left( \frac{d T}{360} \right)$$

Para calcular la tasa de descuento que es el porcentaje que se debe descontar del valor nominal considerando el plazo:

$$d = \frac{VN - P}{VN} \left( \frac{360}{T} \right)$$

La tasa de rendimiento que se obtiene de un Cete es el porcentaje con respecto del precio ya que esta es la cantidad que se esta invirtiendo. La tasa de rendimiento es de mucha

importancia ya que es la que va a servir al inversionista para poder hacer comparaciones de los Cetes con otros instrumentos y así determinar y tomar la decisión de invertir en los valores que más le convengan (para las comparaciones hay que considerar que no todos los instrumentos tienen los mismos plazos por lo que hay que hacer las conversiones necesarias); se calcula:

$$i = \frac{VN - P}{P} \left( \frac{360}{T} \right) \quad \text{ó} \quad i = \frac{D}{P} \left( \frac{360}{T} \right)$$

En las fórmulas anteriores se consideró que los títulos se conservaban hasta el vencimiento; si el inversionista quisiera vender sus Cetes después de transcurridos algunos días, las fórmulas se tienen que ajustar. Sea:

PV = Precio de Venta

PC = Precio de compra

d' = Tasa de descuento a la fecha en que se quiere vender

t = Días transcurridos a partir de la fecha de emisión

i' = Rendimiento obtenido en el período t

D' = Rendimiento neto en el período t

Se tiene entonces que:

$$PV = VN - VN \left( \frac{d'}{360} \right) (T - t)$$

Para el precio de venta se considera entonces la tasa de descuento del día en que se quiera negociar, así como también los días que falten para la fecha de vencimiento.

Para calcular la tasa de rendimiento,  $i'$ , que se obtuvo en el período  $t$  en que se retiraron los Cetes, ya no hay que considerar el valor nominal, VN, sino el precio de venta, PV, ya que este último fue el que se alcanzó en dicho período  $t$ , así como también el precio de compra, PC, que se haya pagado por los títulos, entonces:

$$i' = \frac{PV - PC}{PC} \left( \frac{360}{t} \right) \quad \text{ó} \quad i' = \frac{D'}{PC} \left( \frac{360}{t} \right)$$

De lo anterior se desprende que el rendimiento neto  $D'$  está dado por:

$$D' = PV - PC$$

Si un inversionista desconoce la tasa de descuento con la que se colocó alguna emisión de Cetes pero, sin embargo, conoce la tasa de rendimiento,  $i$ , es posible obtener el valor de  $d$ ; o viceversa.

La expresión para obtener el valor de la tasa de descuento  $d$  al plazo  $T$  de una emisión de Cetes a partir de su tasa de rendimiento  $i$  es:

$$d = \frac{i}{\left( 1 + \frac{i T}{360} \right)}$$



La fórmula para obtener la tasa de rendimiento  $i$  de una emisión de Cetes a partir de la tasa de descuento  $d$  a un plazo  $T$  es:

$$i = \frac{d}{\left(1 - \frac{dT}{360}\right)}$$

Ya se había mencionado que el riesgo que se corre al invertir en Cetes es sumamente bajo, el instrumento tiene un rendimiento garantizado al vencimiento y se encuentra respaldado por el gobierno federal; así mismo, las tasas de descuento son revisadas semanalmente por lo que la tasa de rendimiento está por encima de la inflación; por lo tanto, la única preocupación que puede tener el inversionista es si tiene necesidades de liquidez antes del vencimiento. Cuando se vende antes del vencimiento, hay que hacerlo a la tasa de descuento,  $d'$ , que se encuentre en el mercado en ese momento. Puede suceder que la tasa de descuento tenga tendencia a subir o a bajar y esto influye directamente en el rendimiento que se pueda obtener.

El valor del precio de venta,  $PV$ , antes del vencimiento, en cualquier  $t < T$  se encuentra en el siguiente intervalo:

$$0 < PV < VN$$

$$0 < VN - VN \frac{d'}{360} (T - t) < VN$$

$$0 < 1 - \frac{d'}{360} (T - t) < 1$$

$$0 < 360 - d' (T - t) < 360$$

$$0 > d' (T - t) - 360 > -360$$

$$360 > d' (T - t) > 0$$

$$0 < d' < \frac{360}{(T - t)}$$

Si la tasa de descuento tiene una tendencia a la baja, a partir de la fecha de emisión, puede observarse como se comporta el precio de venta, PV, del instrumento cuando la tasa de descuento,  $d'$ , tiende a cero en cualquier valor que pueda tener  $t$ ; esto es:

$$\lim_{d' \rightarrow 0} PV = \lim_{d' \rightarrow 0} \left[ VN - VN \left( \frac{d'}{360} \right) (T - t) \right]$$

$$\lim_{d' \rightarrow 0} PV = VN - \frac{VN (0)}{360} (T - t)$$

$$\lim_{d' \rightarrow 0} PV = VN$$

Si la tasa tiene tendencia a subir:

$$\lim_{d' \rightarrow \frac{360}{T-t}} PV = \lim_{d' \rightarrow \frac{360}{T-t}} \left[ VN - VN \frac{d'}{360} (T-t) \right]$$

$$\lim_{d' \rightarrow \frac{360}{T-t}} PV = VN - VN \frac{360}{360} (T-t)$$

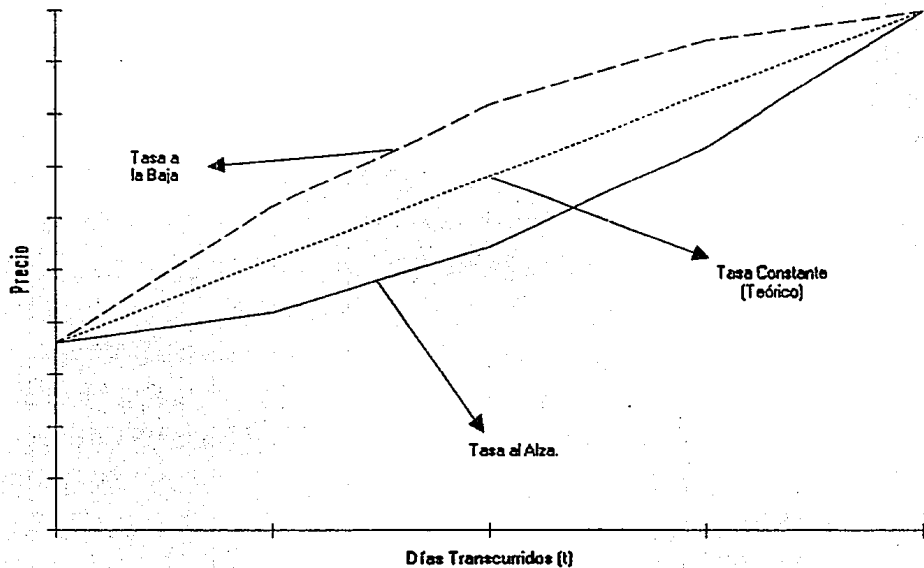
$$\lim_{d' \rightarrow \frac{360}{T-t}} PV = 0$$

Con base en lo anterior se observa que el precio de venta, PV, se comporta de manera inversa con la tasa de descuento  $d'$ ; es decir, si la tasa de descuento baja el precio sube y si la tasa de descuento sube el precio baja. Lo anterior se puede observar gráficamente.

Si la tasa de descuento baja y el precio de venta sube, en la expresión  $D' = PV - PC$  se observa que la diferencia o rendimiento neto  $D'$  que se obtiene aumentará y en consecuencia la tasa de rendimiento  $i'$  también se incrementa. Si la tasa de descuento sube y el precio de venta baja entonces el valor de  $D'$  disminuye y, por consecuencia  $i'$  también disminuye.

En conclusión si la tendencia de las tasas de descuento es a

**Comparación de precios de un Cete cuando la tasa de descuento tiene  
tendencia: a la baja, constante y al alza.**



la baja conviene vender el instrumento antes del vencimiento ya que el precio de venta será mayor, en comparación con su valor teórico (suponiendo que la tasa de descuento se mantiene constante), y se obtendrá una ganancia aún mayor que si se espera que se cumpla el plazo. Por otra parte, si la tasa de descuento tiene una tendencia a subir ocurre todo lo contrario.

La tasa de rendimiento es de mucha importancia para el inversionista ya que con base en ella podrá establecer las comparaciones con otros instrumentos y elegir el que más convenga; pero las tasas no son comparables directamente ya que los instrumentos pueden ser a plazos diferentes.

Supóngase que se tiene un instrumento al plazo  $t_1$  y otro al plazo  $t_2$ , donde  $t_1 < t_2 < 360$ . (Se utiliza el año comercial).



Sea  $i_1$  e  $i_2$  la tasa de rendimiento anualizada para los instrumentos con plazo  $t_1$  y  $t_2$  respectivamente. La tasa equivalente anualizada,  $T_e$ , entre  $i_1$  e  $i_2$  está dada por la expresión:

$$T_e = \left[ \left( 1 + \frac{i_2 t_2}{360} \right)^{(t_1/t_2)} - 1 \right] \left( \frac{360}{t_1} \right)$$

## 2.2 Papel Comercial

El papel comercial son pagarés negociables a corto plazo, por lo regular entre 15 y 91 días, emitidos por empresas privadas, que no tienen una garantía específica; por lo cual ofrecen rendimientos más altos en comparación con otros instrumentos y desde luego el riesgo que se corre al invertir en él es mayor.

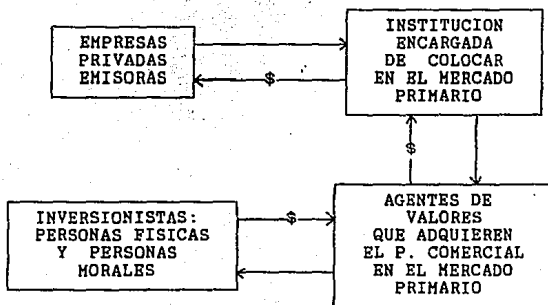
Tienen un valor nominal de N\$100.00 (cien nuevos pesos 00/100 M.N.) y sus múltiplos y se colocan en el mercado a una tasa de descuento; por lo que para realizar cualquier cálculo se utilizan las fórmulas que se mencionaron para los Cetes.

El papel comercial puede ser adquirido por personas físicas y por personas morales, nacionales y extranjeros. Para las personas morales el rendimiento obtenido por la inversión en papel comercial es acumulable a sus ingresos y para las personas físicas el impuesto que se paga es del 21% sobre los primeros 12 puntos porcentuales de rendimiento; es decir, se les retiene el 2.52% del rendimiento total que obtengan.

Las emisoras de papel comercial deben ser empresas que se cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores. También deben publicar anualmente información sobre su situación financiera; que es con lo único que va a contar el inversionista para poder determinar el grado de confianza que puede tener al invertir en el papel

comercial emitido por esa empresa.

El papel comercial es un instrumento que empezó a desarrollarse en el Mercado Bursátil en el año de 1980, cuando salió la primera emisión de este instrumento, y es emitido por las empresas para allegarse de recursos para trabajar. La tasa de descuento a que se colocan las emisiones es de común acuerdo entre la empresa emisora y la institución encargada de colocar el papel comercial en el mercado primario. La colocación del instrumento sigue el siguiente diagrama:



Una razón que tienen las empresas para emitir papel comercial es que el costo que pagan por este medio de financiamiento es menor que si concurrieran a las instituciones bancarias para obtener recursos (a las tasas que fijan los bancos para dar financiamiento a las empresas se les conoce como tasas activas).

### 2.3 Aceptaciones Bancarias

Las aceptaciones bancarias son letras de cambio giradas por empresas privadas, residentes en territorio nacional, a su favor y que son aceptadas por alguna institución bancaria.

El objetivo que persiguen las empresas al emitir este instrumento es, al igual que con el papel comercial, allegarse de recursos para poder desarrollar su trabajo.

Las aceptaciones bancarias se emiten a una tasa de descuento y tienen un valor nominal de N\$100.00 (cien nuevos pesos 00/100 M.N.) y se manejan en plazos que van hasta los 90 días.

Debido a que son avaladas por instituciones bancarias, no tienen una garantía directa por parte del gobierno federal, es un instrumento que representa un riesgo mayor en comparación con los Cetes, pero, sin embargo, comparándolas con el papel comercial el riesgo que representan es menor ya que aquél no tiene una garantía específica.

Debido a sus características de emisión las fórmulas que se utilizan para realizar los cálculos referentes a rendimiento, precio, etc. son las mismas que se usan para los Cetes.

Las aceptaciones bancarias pueden ser adquiridas por personas físicas y morales (ambas nacionales y extranjeros) y, en lo concerniente al tratamiento de impuestos sobre el rendimiento, es idéntico al que se le da al papel comercial; el rendimiento es



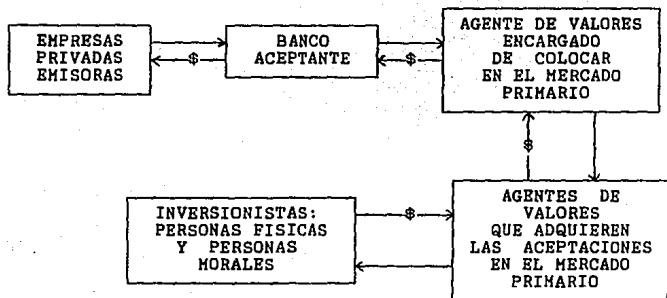
acumulable al ingreso de las personas morales y para las personas físicas representa el 21% sobre los primeros 12 puntos porcentuales; es decir, se les retiene el 2.52% del total del rendimiento que obtengan.

Las aceptaciones bancarias se implantaron en el año de 1981; pero fue hasta 1984 que se empezaron a reflejar en el índice de operación de la Bolsa Mexicana de Valores.

Al igual que los Cetes, las aceptaciones bancarias son liquidables hasta la fecha de vencimiento pero se pueden negociar antes; existiendo el inconveniente de que con las aceptaciones bancarias no se pueden realizar operaciones de reporto, por lo que son limitadas en su liquidez antes del vencimiento; y también están sujetas a las fluctuaciones que puedan tener las tasas de descuento acarreado con esto posibilidades de pérdida o ganancia, según si las tasas suben o bajan.

El procedimiento que se sigue para la colocación de las aceptaciones bancarias es: el banco acepta la letra de cambio de la empresa; el banco negocia la tasa de descuento (de acuerdo a como se espere la próxima emisión de Cetes) con el agente de valores encargado de la colocación en el mercado primario y los recursos son canalizados a la empresa emisora para su financiamiento.

El procedimiento descrito anteriormente se puede esquematizar de la siguiente manera:



Esta forma de financiamiento, al igual que con el papel comercial, representa un costo de financiamiento más bajo para la empresa emisora y, al banco, éste instrumento, le permite otorgar créditos no con recursos obtenidos de los depósitos que recibe sino con recursos del mercado de valores.

#### 2.4 Pagaré con Rendimiento Liquidable al Vencimiento

El pagaré con rendimiento liquidable al vencimiento, es un título de crédito emitido por alguna institución bancaria que tiene como objetivo principal el que el banco se allegue de recursos para poder canalizarlos hacia las empresas que los requieran; tiene un valor nominal de N\$100.00 (cien nuevos pesos 00/100 M.N.) y se opera en plazos menores a un año.

El pagaré se coloca a tasa de descuento por lo que para realizar cualquier cálculo concerniente a precio, rendimiento, etc. se utilizan las mismas fórmulas que se describieron para los Cetes. El instrumento puede ser adquirido tanto por personas físicas como por personas morales (ambas nacionales y extranjeros) y por lo que se refiere al régimen fiscal, se manejan de la misma forma que las aceptaciones bancarias y el papel comercial; es decir, para las personas morales el rendimiento es acumulable a sus ingresos y a las personas físicas les es retenido el 21% sobre los primeros 12 puntos porcentuales de rendimiento, que se traduce en el 2.52% del rendimiento obtenido.

Al principio el instrumento gozaba de poca liquidez ya que como lo indica su nombre se recibía el rendimiento hasta el vencimiento, pero con su incorporación al mercado secundario tuvo auge; el pagaré con rendimiento liquidable al vencimiento representa una aceptable opción de inversión si lo que se busca es la garantía del rendimiento en plazos mayores a tres meses.

## 2.5 Pagaré Empresarial Bursátil

El pagaré empresarial bursátil se emitió por primera vez en el año de 1986, las empresas que deciden colocarlo lo hacen como medio de financiamiento y pueden estar o no cotizándose en la

## Bolsa de Valores.

El instrumento a diferencia del papel comercial viene respaldado con Cetes, aceptaciones o petrobonos. Debido a que ofrece mayor garantía su tasa de rendimiento se coloca por debajo del papel comercial y por arriba de las aceptaciones bancarias.

Sin embargo, el instrumento tiene poca demanda como medio de inversión y de financiamiento, por la mayor documentación que se tiene que manejar en comparación con otros instrumentos, por lo que el monto que se ha operado es poco considerable y se ha llegado a dejar de emitir.

## 2.8 Pagarés de la Tesorería de la Federación

Los pagarés de la tesorería de la federación (pagafes) son títulos de crédito emitidos por el gobierno federal a través del Banco de México; tienen como objetivos servir para que el gobierno se allegue de recursos para su financiamiento y así como también ser medio de regulación monetaria. Son instrumentos que brindan protección al inversionista respecto de la depreciación que pueda sufrir el peso mexicano con respecto del dólar de los Estados Unidos de América; pretendiendo con esto fomentar la repatriación y evitar la fuga de capitales al extranjero ya que se pretende que los rendimientos que ofrecen se coloquen por arriba del que ofrecen los instrumentos de inversión no

nacionales.

El pagafe es un instrumento con un valor nominal de 1,000.00 dólares que se equiparan con la moneda nacional utilizando el tipo de cambio controlado (el pagafe ha estado vigente mientras ha habido tipo de cambio controlado; como hasta finales de 1991), se manejan, al igual que los Cetes, utilizando la tasa de descuento y en emisiones que tienen plazos mayores a seis meses devengan intereses. También se tiene que considerar que se obtiene un porcentaje de rendimiento con el deslizamiento que tiene la moneda mexicana frente al dólar.

Para la colocación de los pagafes en el mercado se utiliza el sistema de subasta en forma similar a los Cetes; los días viernes el Banco de México anuncia a las diferentes instituciones, interesadas en adquirir los pagafes, el monto que colocará el jueves siguiente y éstas tienen que hacerle llegar sus posturas el día martes, el miércoles se anuncia las posturas ganadoras y el jueves, las instituciones ganadoras, tienen que abonar al Banco de México el pago por el monto que les fue asignado. Los títulos permanecen en depósito en el Banco de México y sólo se manejan comprobantes con lo que se agilizan las operaciones.

Los instrumentos pueden ser adquiridos tanto por personas físicas como por personas morales ambas residentes en el territorio nacional y el régimen fiscal que se sigue es: para las personas físicas el rendimiento obtenido es exento del pago de impuesto y para las personas morales el rendimiento que obtengan

es acumulable a sus ingresos.

Las fórmulas que se manejan para hacer los cálculos de precio y rendimiento son las mismas que para los Cetes:

$$P = VN - VN \frac{dT}{360} \quad \text{o} \quad P = VN - D$$

que representa el precio (en dólares) al plazo T; para obtener el precio en moneda nacional hay que considerar el tipo de cambio en la fecha de emisión. Sea:

Pm.n. = Precio equivalente en moneda nacional.

CØ = Tipo de cambio a la fecha de emisión.

Dm.n. = Rendimiento neto equivalente en moneda nacional.

entonces:

$$Pm.n. = P ( CØ )$$

La fórmula para obtener el rendimiento neto o descuento en dólares es:

$$D = VN - P$$

Para la obtención del rendimiento neto en moneda nacional hay que hacer la proyección del tipo de cambio al vencimiento,

esto se podría realizar obteniendo la estimación del desliz diario y multiplicarlo por el número de días, t, a proyectar (al vencimiento t=T) y éste cálculo requiere revisión periódica; si:

$C_t$  = Tipo de cambio en el momento t

Entonces el rendimiento al vencimiento en moneda nacional está dado por:

$$Dm.n. = VN ( C_t ) - P ( C_0 )$$

Para calcular la tasa de rendimiento en dólares:

$$i = \frac{VN - P}{P} \left( \frac{360}{T} \right) \quad \text{ó} \quad i = \frac{D}{P} \left( \frac{360}{T} \right)$$

y en moneda nacional:

$$i = \frac{VN ( C_t ) - P ( C_0 )}{P ( C_0 )} \left( \frac{360}{T} \right) \quad \text{ó} \quad i = \frac{Dm.n.}{P ( C_0 )} \left( \frac{360}{T} \right)$$

Al igual que con los Cetes la liquidación se realiza a las 24 horas de realizada la operación y también el inversionista puede vender cualquier día antes de la fecha de vencimiento; en este caso se deben hacer consideraciones respecto de las fluctuaciones que puedan tener las tasas de descuento ya que se

puede incurrir en pérdida o ganancia, según si las tasas suben o bajan.

Los fórmulas para los cálculos del precio y rendimiento en la venta antes del vencimiento son las mismas que para los Cetes, únicamente se tiene que considerar la conversión a moneda nacional, si es que se desea. Entonces el precio de venta y la tasa de rendimiento al momento de la venta, en dólares, esta dado por:

$$PV = VN - VN \frac{d' ( T - t )}{360}$$

$$i' = \frac{PV - PC}{PC} \left( \frac{360}{t} \right)$$

y para obtener el equivalente en moneda nacional; sea:

PVm.n. = Precio de venta equivalente en moneda nacional.

$$PVM.n. = PV ( Ct )$$

$$i' = \frac{PV ( Ct ) - PC ( C0 )}{PC ( C0 )} \left( \frac{360}{t} \right)$$

El riesgo que representan los pagafes es si el inversionista requiere de liquidez antes de la fecha de vencimiento ya que su



rendimiento está garantizado al vencimiento; y como ya se mencionó, se tienen que tomar en cuenta las fluctuaciones de las tasas.

Para invertir en pagafes se tiene que considerar la diferencia entre el tipo de cambio libre y el tipo de cambio controlado, al igual si el deslizamiento de la moneda mexicana respecto del dólar esta por debajo del índice de inflación, ya que esto afecta el rendimiento que se obtiene por el deslizamiento de la moneda nacional frente al dólar, si éste es el caso convendría mejor invertir en instrumentos en moneda nacional.

## 2.7 Bonos de la Tesorería de la Federación

Los bonos de la tesorería de la federación (tesobonos) son títulos de crédito emitidos, en moneda extranjera (dólar de los Estados Unidos de América), por el gobierno federal que persiguen y tienen objetivos y características similares a los pagafes, pero a diferencia de ellos los tesobonos se emiten al tipo de cambio libre.

Su emisión se autorizó en junio de 1989 y se realiza a través del Banco de México colocándose con una tasa de descuento y con un valor nominal de 1,000.00 dólares a plazos menores de un año.

El tratamiento fiscal y su liquidación es igual al que tienen los cetes y los pagafes; así mismo se pueden negociar antes del vencimiento con los riesgos que acarrearán las fluctuaciones de la tasa de descuento.

Las fórmulas que se utilizan para los cálculos de rendimiento, precio de compra, etc. son las mismas que se utilizan para los cetes, considerando, al igual que como se hace con los pagafes la conversión a moneda nacional pero al tipo de cambio libre del dólar americano.

## CAPITULO III " MERCADO DE CAPITALS "

### 3. Mercado de Capitales

El mercado de capitales es el que está constituido por instrumentos financieros que ofrecen rendimientos variables y fijos a largo plazo y que pueden ser emitidos tanto por el gobierno federal como por la iniciativa privada y debido a sus características el riesgo que representan para el inversionista es mayor que el de los instrumentos del mercado de dinero.

La lista de los instrumentos financieros que forman parte del mercado de capitales es la siguiente:

1. *Acciones.*
2. *Obligaciones.*
3. *Bonos Ajustables del Gobierno Federal.*
4. *Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal.*
5. *Bonos Bancarios de Desarrollo.*
6. *Bonos de Renovación Urbana.*
7. *Certificados de Participación Inmobiliaria.*
8. *Certificados de Plata.*

### 3.1 Acciones

Una acción es un título valor que representa una de las partes iguales en que se divide el capital social de una empresa y acredita los derechos y obligaciones del poseedor como socio de la negociación.

La finalidad que tienen las empresas al emitir acciones y con esto incorporar socios es el obtener capital para financiamiento y poder cubrir procesos ya sea de modernización, para expansión de sus activos, para la formación de grupos industriales, para adquirir empresas ya existentes o para buscar desarrollar nuevos proyectos de inversión. Las emisiones de acciones que se encuentran actualmente en el mercado son de empresas industriales, comerciales, de servicios y del sector financiero (Casas de Bolsa, Bancos, Aseguradoras, Afianzadoras y Sociedades de Inversión).

El rendimiento que ofrece la inversión en acciones es variable ya que no está sujeto a una tasa de interés o descuento determinada, éste se obtiene por medio de dividendos que son la parte de las utilidades que la asamblea de accionistas de la empresa decide repartir a cambio del cupón que tiene la acción y puede ser en efectivo o en acciones; el tratamiento fiscal para los dividendos en efectivo es del 50% para las personas físicas y acumulable a sus ingresos para las personas morales. También se puede obtener rendimiento o pérdida de acuerdo a las variaciones

que tenga el precio de la acción en el mercado. Sea:

G = Ganancia.

PV = Precio de Venta.

PC = Precio de Compra.

entonces:

$G = PV - PC$  si  $G < 0$  representa una pérdida.

El rendimiento así obtenido es exento del pago de impuesto para las personas físicas y acumulable para las personas morales. El plazo a que se maneja la acción no está determinado depende únicamente de la decisión del inversionista de retenerla o venderla de acuerdo a las necesidades de liquidez y oportunidades de obtener mayor rendimiento que tenga.

Una emisión de acciones se encuentra dividida en dos series: A y B. La serie A puede ser adquirida sólo por personas físicas y morales de nacionalidad mexicana y la serie B puede ser adquirida además de los mexicanos por extranjeros. En una acción se expresa el nombre de la persona que la posee, su nacionalidad y su domicilio.

Existen dos tipos de acciones: preferentes y comunes.

*Acciones Preferentes:* Es aquella que tiene derecho limitado de voto, sólo se puede ejercer en las asambleas extraordinarias de la empresa. En el reparto de dividendos tienen

preferencia ya que se les debe cubrir un dividendo del 5X antes de determinar los dividendos de las acciones comunes. En caso de liquidación de la empresa tienen preferencias sobre las acciones comunes.

Existen varios tipos de acciones preferentes: las preferentes acumulativas son las que si las utilidades de la empresa no son suficientes para cubrir parte o todo el dividendo preferente a que tienen derecho éste se irá acumulando hasta que se les pueda pagar completamente.

Las preferentes no acumulativas, como su nombre lo indica, el dividendo preferente a que tienen derecho no es acumulable y la empresa no tiene obligación de cubrirlo posteriormente si las utilidades no son suficientes en su momento.

Las preferentes participantes son las que tienen derecho de obtener además del dividendo preferente la diferencia entre el preferente y el que se establezca para las acciones comunes.

Las preferentes no participantes son las que no tienen el derecho anteriormente mencionado.

Las acciones preferentes convertibles son aquéllas que después de transcurrido un período de tiempo se convertirán en acciones comunes.

*Acciones Comunes:* También se les llama acciones ordinarias y son las que tienen derecho de participar activamente en las asambleas de la empresa y los dividendos que reciben se determinan una vez que se ha repartido el correspondiente a las acciones preferentes.

Para realizar el análisis de acciones primero se tiene que considerar la situación por la que atraviesen los diversos sectores que conforman la economía del país; lo anterior se puede hacer comparando la trayectoria de cada sector con la del PIB (producto interno bruto) que es un índice de la actividad económica en general; se hace lo anterior ya que hay sectores que son muy sensibles a los cambios. En una época mala para la economía sectores como el automotriz, el de bienes de capital y el de bienes de consumo duradero se ven muy afectados ya que los artículos a los que se enfocan no son de primera necesidad y se puede posponer su adquisición. Después del análisis por sector se debe considerar a cada una de las empresas que conforman el sector que se haya elegido. Entre las primeras observaciones que se tienen que hacer está el grado de bursatilidad que tengan las acciones de determinada empresa; este indicador es importante ya que refleja la facilidad que se tiene para comprar o vender la acción en un período corto de tiempo; en otras palabras, es la liquidez. La bursatilidad se puede medir de diversas formas, se puede considerar el volumen que se opere de la acción mensualmente, el importe operado en el mes, considerar la razón que se obtiene de dividir el número de días que se operó la acción entre el número de días que hubo actividad bursátil en el mes, etc.

El indicador oficial del comportamiento general del mercado accionario es el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores, este índice se elabora a diario con los

resultados de la sesión cotidiana. Hasta el 19 de septiembre de 1980 se utilizaba el "promedio de precios y cotizaciones" que contenía a 29 empresas, a partir del 22 de septiembre de 1980 se empezó a ocupar otro índice contemplando a 42 empresas que se revisan y de requerirse se actualizan cada bimestre con la finalidad de que se mantenga vigente su validez.

Para poder observar el comportamiento que tiene una acción y el que pudiera tener existen diversos métodos de valuación:

- a) *De acuerdo al rendimiento.*
- b) *El múltiplo.*
- c) *El valor contable.*
- d) *El modelo del crecimiento.*

a) *El método de valuación de acuerdo al rendimiento* consiste en obtener la tasa de rendimiento esperada de una acción y compararla con la tasa carente de riesgo, que se define como la tasa de rendimiento máxima existente de un instrumento de renta fija con liquidez y sin riesgo de que no se obtenga el rendimiento esperado. La tasa de rendimiento esperado se obtiene después de hacer un análisis de los estados financieros de la empresa con la finalidad de estimar la utilidad en el próximo ejercicio y así saber cuál es la utilidad esperada por acción (utilidad total esperada entre el número total de acciones) y se expresa:



$$ie = \frac{UPAE / (1+I)}{P}$$

donde:

ie = Rendimiento Esperado.

UPAE = Utilidad por Acción Esperada.

I = Tasa de Inflación Esperada.

P = Precio de la Acción.

La tasa carente de riesgo se expresa:

$$TCR = \frac{(1+i)}{(1+I)} - 1$$

La inversión en acciones representa un riesgo mayor en comparación con los instrumentos de renta fija, por lo que es deseable que se cumpla:

$$ie > TCR$$

b) *El múltiplo* de una acción es la razón entre el precio y la utilidad de una acción (es el rendimiento inverso):

$$\text{Múltiplo} = \frac{P}{UPAC} \quad \text{ó} \quad \text{Múltiplo} = \frac{P}{\frac{UPAE}{(1+I)}}$$

donde:

UPAC = Utilidad por acción conocida.

El múltiplo representa el precio que se paga en el mercado por cada peso de utilidad conocida o esperada. Si el múltiplo es alto quiere decir que se esta pagando un precio caro por la acción considerando las utilidades, y si es bajo todo lo contrario. También el múltiplo puede servir como indicador de la tendencia que pueda tener el precio de la acción; con el múltiplo alto la tendencia que se puede esperar es de que el precio baje y viceversa.

c) *El valor contable.* Si se considera la relación entre el precio y el valor contable, VC, de una acción, que es el valor real de la acción:

$$\frac{P}{VC}$$

donde:

$$VC = \frac{\text{Activo Total} - \text{Pasivo Total}}{\text{Número total de acciones}}$$

La relación indica que tan subvaluado o sobrevaluado está el precio de la acción en relación con los activos que la respaldan. Al igual que el múltiplo, ésta relación puede servir para estimar la tendencia del precio de la acción.

En relación con el método del rendimiento y el múltiplo que se pueden proyectar a un año, la relación precio/valor contable solo considera el presente.

d) El modelo del crecimiento se basa en el supuesto de que el incremento anual de las utilidades en n periodos es de la forma:

$$1, (1+g), (1+g)^2, \dots, (1+g)^{n-1}$$

En donde g es la tasa de crecimiento anual de las utilidades, i es la tasa de rendimiento e  $i > g$ , y se tiene a i en la siguiente expresión:

$$i = \frac{UPAE}{P} \quad \text{lo que implica que} \quad P = \frac{UPAE}{i}$$

Considerando el tiempo se puede obtener el valor presente de P en n años, lo que se expresa:

$$P = \frac{UPAE_1}{1+i} + \frac{UPAE_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{UPAE_n}{(1+i)^n}$$

De acuerdo al supuesto para el primer periodo  $UPAE_1 = UPAC$ , por lo que:

$$P = \frac{UPAC}{1+i} + \frac{UPAC(1+g)}{(1+i)^2} + \frac{UPAC(1+g)^2}{(1+i)^3} + \dots$$

$$+ \frac{UPAC(1+g)^{n-1}}{(1+i)^n}$$

si se toma  $(1+i)^{-1}=V$  entonces:

$$P = UPAC [ V + (1+g)V^2 + (1+g)^2 V^3 + \dots + (1+g)^{n-1} V^n ]$$

$$P = UPAC(V)[1+(1+g)V + (1+g)^2 V^2 + \dots + (1+g)^{n-1} V^{n-1}]$$

de aquí que P se puede expresar como una serie geométrica, por lo que:

$$P = UPAC (V) \left[ \frac{1 - (1+g)^n V^n}{1 - (1+g)V} \right]$$

$$P = UPAC \left[ \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{1 - g} \right]$$

El valor de n no se encuentra definido ya que una acción se puede retener el tiempo que el inversionista lo considere necesario; por lo que el valor de P se puede expresar a perpetuidad, tomando el límite cuando  $n \rightarrow \infty$  de la expresión anterior, se tiene:

$$P = \frac{UPAC}{i-g}$$

y de aquí:

$$g = i - \frac{UPAC}{P}$$

La fórmula implica que conociendo la tasa de interés, la utilidad por acción conocida y el precio de la acción en el mercado se puede estimar la tasa de crecimiento de las utilidades de la empresa. Ya teniendo el valor de  $g$  se puede comparar con la realidad que esté viviendo la negociación y así poder determinar si el precio de la acción está subvaluado o sobrevaluado.

Un factor que es muy importante y que se tiene que considerar al realizar la valuación de acciones es el riesgo que puede afectar el rendimiento de la acción. Varias empresas pueden tener el mismo múltiplo o la misma tasa de crecimiento esperado de sus utilidades pero presentar distintos niveles de riesgo. Existen modelos cuantitativos y cualitativos para tratar de determinar el riesgo.

Existen modelos estadísticos que se pueden utilizar para realizar la valuación de una acción en los que se considera al precio de la acción en el tiempo como punto de partida para el análisis del rendimiento; que se puede realizar con dos enfoques distintos ya que existen dos formas de obtener rendimiento en las

acciones. Considerando las ganancias de capital se analiza el movimiento del precio de la acción en el mercado, ya que los cambios afectan directamente el rendimiento obtenido de ésta forma. En cuanto a los dividendos se analiza la posibilidad de obtener el rendimiento esperado suponiendo que el precio de la acción en el mercado refleja el comportamiento de las utilidades esperadas.

Este análisis tiene como base lo que se conoce como *Series de Tiempo* y cuyas componentes son:

1. *Tendencia a largo plazo.*
2. *Efecto cíclico.*
3. *Efecto estacional.*
4. *Variación aleatoria.*

El precio de una acción es una variable que presenta variación aleatoria en el tiempo ya que existen variables que no son controlables y que pueden influir en el precio de uno o más instrumentos; como ejemplo se puede citar: las tensiones internacionales, las variaciones del clima, los problemas políticos internos del país, etc. En este tipo de modelos la información del pasado es de mucha importancia para la inferencia que se va a realizar.

La tendencia a largo plazo, creciente o decreciente, se debe a las variables que pueden afectar gradualmente en el tiempo a la variable en estudio pero sin afectarla violentamente; y esto en

las acciones se presenta, por ejemplo, las utilidades de las empresas tienen la tendencia de que sus utilidades sean crecientes en el tiempo y esto afecta gradualmente el precio de las acciones.

Los efectos cíclicos son cuando la serie sube y baja suavemente siguiendo la tendencia a largo plazo debido a variables no controlables; el efecto estacional es cuando las altas y bajas se presentan de forma periódica en el tiempo. Este tipo de efectos también se pueden presentar en las acciones; por ejemplo, el precio de una acción puede variar influenciado por la oferta y la demanda de un producto.

Para la realización de las inferencias los modelos se pueden clasificar en: *modelos econométricos* y *modelos de series de tiempo*. Los modelos econométricos describen la relación probabilística entre variables económicas y de series de tiempo; la regresión lineal y en general la regresión múltiple son modelos econométricos. El modelo de regresión lineal (lineal en los parámetros) en general tiene la forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + \epsilon$$

donde  $\beta_0, \dots, \beta_n$  son parámetros desconocidos;  $x_1, \dots, x_n$  son variables independientes conocidas y  $\epsilon$  es una variable aleatoria<sup>(2)</sup> de la que se supone que su esperanza<sup>(2)</sup> o valor esperado es cero; es decir,  $E(\epsilon) = 0$ .

2. Ver la Definición Formal en el Capítulo IV.

En general lo que se pretende es obtener un modelo con un error de predicción ( $y_i - \hat{y}_i$ ) que sea relativamente pequeño; se considera el valor real y el valor estimado. El modelo se evalúa calculando la suma del cuadrado de los errores, SCE, el que tenga la SCE menor será el que da mayor precisión:

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

donde:

$y_i$  = valor  $i$  observado.

$\hat{y}_i$  = valor  $i$  estimado.

A partir de la SCE se puede obtener los valores estimados para  $\beta_0, \dots, \beta_n$  si se sustituye el valor de  $\hat{y}_i$ :

$$SCE = \sum_{i=1}^n [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \dots + \hat{\beta}_n x_{in})]^2$$

al calcular las derivadas parciales con respecto de las betas e igualar cada ecuación que se obtenga a cero; es decir:

$$\frac{\delta SCE}{\delta \hat{\beta}_0} = 0, \dots, \frac{\delta SCE}{\delta \hat{\beta}_n} = 0$$

se obtiene un sistema de ecuaciones lineales del que se pueden obtener los valores para  $\hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_n$ ; esto se conoce como el método de mínimos cuadrados.



En los modelos econométricos se pueden considerar una infinidad de formas para las variables independientes  $x_1, \dots, x_n$ : cuadráticos, cúbicos, trigonométricos, etc.; con lo que se puede obtener un mejor ajuste a los datos de la serie.

Un tipo especial de modelo econométrico es el que considera la relación entre observaciones consecutivas; se le nombra autorregresivo. La ecuación en general del modelo autorregresivo de predicción de  $n$ -ésimo orden es:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \beta_3 y_{t-3} + \dots + \beta_n y_{t-n} + e$$

Se utiliza el conocimiento de las predicciones anteriores para predecir la observación en el tiempo  $t$ .

Los modelos de series de tiempo se basan en lo que se conoce como *Técnicas de Suavizamiento*, con las que se intenta cancelar el efecto de la variación aleatoria. El suavizamiento puede lograrse con lo que se conoce como *promedio móvil de las observaciones sobre un número de períodos fijo de tiempo*; al tiempo  $t$  el promedio móvil de tiempo  $\bar{y}_t$  de las observaciones de la serie sobre  $M$  períodos de tiempo se encuentra con la fórmula:

$$\bar{y}_t = \frac{y_{t-(M-1)/2} + y_{t+1-(M-1)/2} + y_{t+2-(M-1)/2} + \dots + y_{t+(M-1)/2}}{M}$$

en donde  $M$  es un número impar,  $y_t$  es la observación en el período de tiempo  $t$ ,  $y_{t-1}$  es la observación en el período de tiempo  $t-1$  y

así sucesivamente.  $M$  se considera impar ya que de lo contrario los promedios móviles se localizarían entre los puntos de tiempo en lugar de en los puntos de tiempo. En general lo que se busca es transformar la serie original en la serie de promedios móviles que resulta ser una serie más suave; es decir, con menos oscilaciones bruscas.

Otra técnica para el suavizamiento se conoce como *Suavizamiento Exponencial*, aquí la observación suavizada para el período  $t$  se denota como  $S_t$ , y se parte de que  $S_1=y_1$  y para cualquier período siguiente de  $t$  se encuentra calculando:

$$S_t = \alpha y_t + (1-\alpha) S_{t-1} \quad \text{donde } 0 \leq \alpha \leq 1$$

$\alpha$  es la constante de suavizamiento.

Un modelo para predicción basado en las técnicas de suavizamiento es el modelo de *Suavizamiento Exponencial Múltiple*, desarrollado por R. G. Brown, en el cual a partir de las observaciones  $y_1, \dots, y_t$  se obtiene un pronóstico para el valor  $y_{t+T}$  que se encuentra  $T$  periodos más allá del intervalo en el que los datos fueron observados:

#### 1. Modelo de Suavizamiento Exponencial de Primer Orden.

$$\hat{y}_{t+T} = S_t = \alpha y_t + (1-\alpha) S_{t-1}$$

**2. Modelo de Suavizamiento Exponencial de Segundo Orden.**

$$\hat{y}_{t+T} = \left( 2 + \frac{\alpha T}{1-\alpha} \right) S_t - \left( 1 + \frac{\alpha T}{1-\alpha} \right) S_{t-1} \quad (2)$$

donde:

$$S_t(2) = \alpha S_t + (1-\alpha) S_{t-1} \quad (2)$$

**3. Modelo de Suavizamiento Exponencial de Tercer Orden.**

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t+T} = & \left[ 6(1-\alpha)^2 + (6-5\alpha)\alpha T + \alpha^2 T^2 \right] \frac{S_t}{2(1-\alpha)^2} \\ & - \left[ 6(1-\alpha)^2 + 2(5-4\alpha)\alpha T + 2\alpha^2 T^2 \right] \frac{S_t(2)}{2(1-\alpha)^2} \\ & + \left[ 2(1-\alpha)^2 + (4-3\alpha)\alpha T + \alpha^2 T^2 \right] \frac{S_t(3)}{2(1-\alpha)^2} \end{aligned}$$

donde:

$$S_t(3) = \alpha S_t(2) + (1-\alpha) S_{t-1}(3)$$

Si la serie tiene aparentemente un comportamiento constante en el tiempo, podría usarse el modelo de primer orden; si tiene

un proceso lineal en el tiempo, el de segundo orden; y si no tiene las características anteriores el de tercer orden.

Si la serie de tiempo tiene una tendencia estacional pronunciada se puede utilizar el *Modelo de Predicción de Promedios Móviles Exponencialmente Ponderados*, en el cual se estima separadamente, para cada punto  $t$ , el promedio suavizado, la tendencia ajustada y el factor estacional; y el modelo se conforma con la combinación de las tres componentes.

a) El promedio suavizado en el punto  $t$ , se calcula:

$$S_t = \alpha \left[ \frac{y_t}{F_{t-L}} \right] + (1-\alpha)(S_{t-1} + R_{t-1})$$

b) La tendencia ajustada en el punto  $t$ , se calcula:

$$R_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)R_{t-1}$$

c) El factor estacional en el punto  $t$ , se calcula:

$$F_t = \tau \left[ \frac{y_t}{S_t} \right] + (1-\tau)F_{t-L}$$

$\alpha$ ,  $\beta$  y  $\tau$  son constantes de suavizamiento seleccionadas arbitrariamente que cumplen con la propiedad de que  $0 \leq \alpha, \beta, \tau \leq 1$ , el índice  $L$  en el factor estacional es el período estacional (número de puntos en el tiempo para que se repita el efecto estacional).

La ecuación para obtener la predicción a T periodos de t es:

$$\hat{y}_{t+T} = (S_t + T \cdot R_t) F_{t-L+T}$$

Un modelo cuantitativo en particular para determinar el grado de riesgo de una acción es el llamado "*Capital Asset Pricing Model*" que consiste en el análisis estadístico del movimiento que va teniendo el precio de una acción comparado con el movimiento del índice de precios del mercado. El modelo supone la relación entre el rendimiento de una acción y el rendimiento del índice del mercado accionario. El rendimiento de la acción y del índice de precios se expresan como:

$$\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad \text{y} \quad \frac{I_t - I_{t-1}}{I_{t-1}}$$

donde:

$P_t$  = Precio de la acción en el momento t.

$P_{t-1}$  = Precio de la acción en el momento t-1.

$I_t$  = Índice del mercado en el momento t.

$I_{t-1}$  = Índice del mercado en el momento t-1.

Utilizando el análisis de regresión se correlacionan el rendimiento de la acción con el rendimiento del índice del mercado; es decir:

$$\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \alpha + \beta \frac{I_t - I_{t-1}}{I_{t-1}} + \epsilon$$

donde:

$\alpha$  = Rendimiento mínimo de cada acción.

$\beta$  = Coeficiente de correlación de la acción con el mercado.

$\epsilon$  = Error de estimación.

Los valores para  $\alpha$  y  $\beta$  se obtienen por medio del método de mínimos cuadrados. La  $\beta$  que es la pendiente de la recta de regresión representa la medida de variabilidad del rendimiento de la acción con respecto del rendimiento del mercado, es decir, indica que tan sensible es el rendimiento de la acción con respecto del movimiento del rendimiento del mercado. Si  $\beta > 1$  implica que si el mercado se mueve (por arriba o por abajo) la acción se mueve más, si  $\beta < 1$  implica que si el mercado se mueve la acción se mueve menos, si  $\beta < 0$  indica que la acción se mueve de forma inversa al mercado y por último si  $\beta = 0$  quiere decir que no existe riesgo con respecto del rendimiento del mercado. En los casos anteriores  $\beta$  es un indicador del riesgo de una acción con respecto del mercado total.

*Un método cualitativo para realizar un análisis del riesgo* que representan las acciones de una empresa se basa en el análisis minucioso de tres criterios fundamentales para el desarrollo de una empresa: *el ramo al que pertenece, su situación*

### *Financiera y su administración.*

Con los criterios anteriores se trata de determinar primero si el ramo al que pertenece la empresa a la cual se le está realizando el análisis del riesgo se encuentra en auge, en crecimiento moderado o en depresión, en segundo lugar al realizar el análisis de la situación financiera se trata de determinar si el negocio se encuentra en una situación aceptable, es decir, se pretende medir el grado de liquidez, rendimiento, actividad (grado de efectividad con que la empresa esta usando sus recursos), apalancamiento (proporción de la deuda con respecto del capital propio de la empresa), etc. y en tercer lugar tratar de formar un juicio de acuerdo a la calidad de la administración de la empresa considerando, entre otros, la calidad del servicio o producto que ofrece, capacidad para generar utilidades y dividendos, etc.

El método consiste en asignar una calificación a los tres criterios anteriores y así poder realizar la comparación de las calificaciones con otras empresas que presenten similares tasas de crecimiento y múltiplos y así poder determinar cuáles representan mayor grado de riesgo. Hay que tomar en cuenta que una empresa puede cambiar de categoría de riesgo (puede mejorar la situación del ramo al que pertenece o mejorar su situación financiera o sanear su administración) y esto no se refleja inmediatamente en el múltiplo o en las estimaciones del crecimiento de las utilidades.

### 3.2 Obligaciones

Una obligación es un título de crédito que ampara al poseedor como participante en un crédito a cargo de una sociedad anónima; el comprador recibe el pago de intereses en periodos preestablecidos y recibe el monto de los títulos mediante amortizaciones preestablecidas.

Las obligaciones tienen un valor nominal de \$100.00 (cien pesos 00/100 M.N.), equivalentes a N\$0.10, y sus múltiplos y pueden estar divididas en varias series que pueden amortizar en diferentes periodos. El plazo de una obligación va de tres a diez años, con un periodo de gracia que es equivalente a la mitad del plazo de la emisión en que no hay pagos de amortización.

Las obligaciones pueden ser adquiridas tanto por personas físicas como por personas morales y el régimen fiscal que se sigue es: las personas físicas pagan el 21% sobre los primeros doce puntos porcentuales de rendimiento que obtengan y para las personas morales es acumulable a sus ingresos.

Las empresas que emiten obligaciones deben estar inscritas en la Bolsa Mexicana de Valores o llenar una serie de requisitos que son equiparables a una inscripción normal en la Bolsa. Con la emisión de obligaciones el objetivo que se persigue es similar al de las acciones: financiar proyectos de inversión, adquisición de activos fijos, etc. Por otro lado, obtener créditos por medio de la emisión de obligaciones, para muchas empresas, resulta ser más



conveniente que recurrir a los créditos bancarios ya que con los créditos bancarios se pide una garantía, que por lo regular son los activos fijos de la empresa, con las obligaciones (salvo, algunos tipos de obligaciones) la garantía puede no existir.

Existen diversos tipos de obligaciones, entre los que destacan:

- a) **Obligaciones Quirografarias.** Es el tipo más común, únicamente están respaldadas por la firma de la empresa emisora. No tienen una garantía específica para su pago en caso de liquidación de la empresa; si lo anterior sucediera participarían como acreedores comunes sin ninguna preferencia en particular.
- b) **Obligaciones Hipotecarias.** Son las que están garantizadas con bienes sobre hipoteca propiedad de la empresa emisora. En caso de liquidación tienen prioridad sobre los demás acreedores sobre los activos que fueron destinados para este particular.
- c) **Obligaciones con Garantía de Aval.** Son aquéllas que están garantizadas por alguna otra negociación o por alguna institución de crédito o fondo de fomento.
- d) **Obligaciones Prendarias.** Son las que están garantizadas por diversos bienes muebles (maquinaria, equipo, etc.); así como también con títulos de crédito o valores propiedad de la empresa emisora.
- e) **Obligaciones Indexadas.** Son las que pagan una tasa de interés indexada; es decir, que es dependiente de algún

factor en particular para que sea fijada.

- f) Obligaciones Convertibles.** Son aquéllas que pueden operar en cualquiera de las formas mencionadas, pero que al vencimiento son convertibles en acciones de la empresa emisora.

La tasa que se considera para el pago de los intereses puede ser:

**a) Sobretasa:** Se fija en puntos porcentuales sobre algún factor en particular (Obligación Indexada).

**b) Tasa Base.** Es cuando se considera para el pago de intereses de las obligaciones la tasa más alta que resulte de una serie de instrumentos que van especificados en la emisión.

El utilizar la variabilidad de las tasas de interés en las obligaciones se inicia en el año de 1980 debido a las condiciones económicas del país; los ajustes periódicos de las tasas permiten que las obligaciones sean competitivas en el mercado secundario ya que el valor de mercado no se aleja del valor nominal, esto les da a las obligaciones mayor bursatilidad. El cálculo del rendimiento hasta el vencimiento resulta ser muy especulativo por los ajustes que sufren las tasas de interés. En las operaciones de compra-venta se tienen que considerar que su precio esta sujeto a las condiciones del mercado por lo que se puede incurrir en ganancias o pérdidas de capital; en estas operaciones se tienen que considerar los intereses devengados no vencidos los cuales el comprador debe pagar al vendedor; así como las comisiones de los intermediarios. Para calcular los intereses

devengados y el rendimiento en la venta antes del vencimiento se tiene:

$$IN = \frac{VN \cdot TN \cdot DT}{36000}$$

$$R = \frac{IN + PV - CV - PC + CC}{PC + CC} \left[ \frac{36000}{D} \right]$$

donde:

IN = Interés neto.

VN = Valor nominal.

DT = Días transcurridos del cupón.

TN = Tasa neta en porcentaje.

R = Rendimiento.

PV = Precio de venta.

CV = Comisión de venta.

PC = Precio de compra.

CC = Comisión de compra.

D = Días transcurridos de la inversión.

Para el análisis del riesgo que representan las obligaciones se tiene que considerar la situación que presenta la empresa emisora, esto se puede realizar mediante un análisis cualitativo como el que se mencionó para las acciones; y para dar

seguimiento, a la situación de la empresa a lo largo del tiempo, se pueden utilizar los métodos cuantitativos también mencionados.

### 3.3 Bonos Ajustables del Gobierno Federal

Los bonos ajustables del gobierno federal (Ajustabonos) son títulos de crédito nominativos, negociables, denominados en moneda nacional. El gobierno federal contrae la obligación de pagar una cantidad en la fecha de vencimiento y su valor se ajustará periódicamente según varíe el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) que es publicado por el Banco de México, así como de pagar intereses en períodos preestablecidos (se manejan 91 días). Los ajustabonos tienen un valor nominal de \$100,000.00 (cien mil pesos 00/100 M.N.), equivalente a N\$100.00 (cien nuevos pesos 00/100 M.N.), y tienen plazos de tres años, que pueden variar en cada emisión.

Los ajustabonos se emiten con la finalidad de un financiamiento para el gobierno federal así como de poner a la disponibilidad de los inversionistas un instrumento de cobertura contra la inflación. Los posibles adquirientes de los ajustabonos son las personas físicas y morales en calidad de aseguradoras, fondos de pensiones o jubilaciones, ya que es un buen instrumento para asegurar ingresos estables y reales en la época de retiro, el régimen fiscal que siguen es: las personas físicas son exentas

de impuesto y es acumulable para las personas morales.

El rendimiento que se obtiene proviene de las ganancias de capital que se obtienen de la diferencia entre el valor nominal ajustado a la fecha de vencimiento o venta y el valor nominal de adquisición y del rendimiento nominal que son los intereses que se obtienen al aplicar una tasa fija al valor ajustado de los bonos en la fecha de pago de los intereses. Para calcular el rendimiento se obtiene el valor presente de los ingresos del pago de intereses y del valor de amortización; para realizar el cálculo del valor ajustado y del valor teórico de los ajustabonos se utilizan las siguientes expresiones:

$$V = 100 \left( \frac{I}{E} \right)^{\frac{I}{U}} \left( \frac{I}{U} \right)^{**} \left[ \left( \frac{T-Q}{E \cdot S} \right) \left( \frac{12}{365} \right) \right]$$

donde:

\*\* significa elevar a la potencia

V = Valor ajustado

I = Ultimo INPC conocido.

E = INPC de colocación.

U = INPC de hace dos quincenas.

Q = Número de INPC transcurridos.

S = Días expresados en el cupón.

T = Días transcurridos del cupón corriente.

Y el precio teórico:

$$P = \left[ \frac{C \cdot 91}{36,000} + \frac{C}{R} + \frac{\left(1 - \frac{C}{R}\right)}{\frac{R \cdot 91}{36,000} \left(1 + \frac{R \cdot 91}{36,000}\right)^{N-1}} \right] \left[ \frac{V}{\left(1 + \frac{R \cdot 91}{36,000}\right)^{N-1}} \right]$$

donde:

P = Precio teórico.

C = Tasa del cupón.

R = Tasa efectiva de rendimiento real.

N = Número de cupones aún no cobrados.

El riesgo que representa el invertir en ajustabonos es bajo ya que esta garantizado por el gobierno federal; pero el rendimiento puede dejar de ser atractivo por el hecho de que se maneja una tasa de interés fija, y puesto que están sujetos a las fluctuaciones del mercado se puede incurrir en pérdidas de capital al negociar en el mercado secundario.

### 3.4 Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal

Los bonos de desarrollo del gobierno federal (Bondes) son títulos de crédito en los cuales el gobierno se compromete a pagar una cantidad determinada de dinero; tienen un valor nominal de N\$100.00 (cien nuevos pesos 00/100 M.N.) y una vigencia que no será menor a un año y que es múltiplo de 28 días; pueden ser adquiridos por cualquier persona física y moral y el régimen fiscal es: exento para las personas físicas y acumulable para las personas morales.

El objetivo que persigue el gobierno federal al emitir los bonos es el de obtener financiamiento a largo plazo.

El rendimiento que se obtiene de los bonos es por el diferencial entre el valor nominal o el precio de venta y el precio de adquisición del instrumento, ya que operan a tasa de descuento; así como también de los intereses que se obtienen cada 28 días.

La tasa de interés que se considera es la mayor de:

1. La tasa de cetes a 28 días en colocación primaria al día del pago de los intereses.
2. Tasa bruta de interés anual que el Banco de México de a conocer para los pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento al plazo de un mes.

Para obtener la equivalencia entre las dos tasas mencionadas se utiliza la siguiente fórmula:

$$TE = 36000 [(1+TR \cdot P/36000)**(D/P)-1]/D$$

donde:

TE = Tasa equivalente.

TR = Tasa de rendimiento de los pagarés.

D = Plazo de los cetes en días.

P = Plazo de los pagarés en días.

\*\* significa elevar a la potencia.

Para el cálculo de los intereses devengados se utiliza la misma fórmula que se mencionó para las obligaciones y para el cálculo del precio de venta antes del vencimiento el cálculo se realiza de manera idéntica que para los cetes.

Con los bondes se pueden realizar además de las operaciones de compra-venta operaciones de reporto en donde el plazo mínimo es de un día y el máximo de 45 días.

Al igual que con los cetes el riesgo que se corre con los bondes es bajo ya que se encuentran garantizados por el gobierno federal y sólo se puede incurrir en pérdida si se requiere vender los instrumentos antes del vencimiento y las condiciones de las tasas de descuento no son favorables; es decir, si las tasas suben el precio baja y si las tasas bajan el precio sube, esto con respecto del precio teórico de los bondes.



### 3.5 Bonos Bancarios de Desarrollo

Los bonos bancarios de desarrollo (BBD'S) son títulos de crédito emitidos por la banca de desarrollo teniendo como principal objetivo la captación de recursos a largo plazo para apoyar el desarrollo de sectores específicos. Tienen un valor nominal de \$10,000.00 (diez mil pesos 00/100), equivalente a \$N10.00 (diez nuevos pesos 00/100 M.N.), y sus múltiplos y se paga una tasa sobre el valor nominal; esa tasa se compone de una tasa base, que puede ser la de los cetes a 3 meses o la equivalente del pagaré con rendimiento liquidable al vencimiento para el mismo período y una sobretasa al aplicar un factor que sobrepasa la unidad a la tasa que se tome de referencia. El pago de intereses se realiza trimestralmente.

El plazo que se maneja es de un mínimo de tres años con un período de gracia de un año para la amortización.

Pueden ser adquiridos por personas físicas y por personas morales y el régimen fiscal que se sigue es: acumulable para las personas morales y el 21% sobre los primeros doce puntos porcentuales para las personas físicas.

### 3.6 Bonos de Renovación Urbana

Los bonos de renovación urbana (BOREs) son títulos de crédito emitidos por el Departamento del Distrito Federal con la finalidad de obtener recursos para el financiamiento a los propietarios de los inmuebles que fueron dañados a causa del sismo de 1985. Se emitieron en 1986 ya que se había realizado un avalúo de los inmuebles afectados, tienen un plazo de 10 años y un período de gracia de 3 años. Pagan un rendimiento que se determina por el promedio de las tasas de los Certificados de Depósitos Bancarios (CEDES) a 3 meses de las 4 semanas anteriores al pago.

Los BOREs pueden ser adquiridos por personas físicas y morales y el régimen fiscal es: 21% sobre los primeros doce puntos porcentuales para las personas físicas y acumulable para las personas morales.

Un problema que presentan los BOREs y que se tiene que considerar al tomarlos como opción de inversión es que tienen una bursatilidad baja debido a que se emitió una cantidad muy limitada del instrumento.

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

### 3.7 Certificados de Participación Inmobiliaria

Los certificados de participación inmobiliaria (CPI's) se emitieron por vez primera en 1987 con un valor nominal de \$10,000.00 (diez mil pesos 00/100), equivalente a N\$10.00 (diez nuevos pesos 00/100 M.N.), y a un plazo mínimo de tres años. Se emiten con la finalidad de financiar proyectos de construcción o adquisición de inmuebles; para su colocación se tiene que crear un fideicomiso en donde el fideicomitente es la empresa financiada y el fideicomisario es una institución de crédito.

Los CPI's ofrecen pagos de intereses trimestralmente en función de la tasa de oetes más puntos porcentuales como sobre tasa y considerando también la tasa de inflación de la industria de la construcción según el índice nacional de precios productor del ramo. Las amortizaciones pueden ser al vencimiento o en semestres vencidos tomando en cuenta la plusvalía del inmueble en los períodos de amortización.

### 3.8 Certificados de Plata

Los certificados de plata (CEPLATA), que son certificados de participación nominativos, se empezaron a emitir en 1987 bajo la figura de un fideicomiso en donde los fideicomitentes son el

Banco de México y las empresas mineras, que son las que aportan el patrimonio del fideicomiso (onzas troy de plata ley 0.999, en barras de entre 950 y 1,210 onzas troy cada una de la calidad "good delivery"); el fiduciario es Banca Cremi que recibe y custodia la plata y se encarga de la emisión de los certificados y por último, los fideicomisarios que son los poseedores de los certificados.

Lo que los fideicomitentes persiguen es diversificar el mercado de la plata para obtener mayor liquidez al comercializarla sin los problemas que acarrea su manejo físico y eliminando así los costos de seguros y almacenes; así como el proporcionar al público inversionista un instrumento con cobertura cambiaria.

Con los ceplata no se establece un rendimiento mínimo garantizado, ya que éste se obtiene por medio de ganancias de capital.

Para calcular el precio del mercado se utiliza la siguiente fórmula:

$$IC = P \cdot 100 \cdot NC$$

donde:

IC = Inversión en certificados.

P = Precio por onza en la Bolsa Mexicana de Valores.

NC = Número de certificados.

El factor 100 que se considera en la fórmula es porque cada certificado ampara a 100 onzas troy.

Para obtener un valor de referencia; es decir, un valor teórico de los certificados en cualquiera de los mercados que sean de interés (Londres, New York, etc.) y así determinar si la inversión se encuentra subvaluada o sobrevaluada se utiliza la fórmula:

$$P = P_x \cdot TC$$

donde:

P = Precio de equivalencia en pesos (nuevos pesos) del valor de una onza en el mercado x.

$P_x$  = Dólares por onza en el mercado x.

TC = Tipo de cambio del peso (nuevos pesos) por dólar.

Si el valor de P resulta ser mayor que el publicado por la Bolsa Mexicana de Valores el ceplata se encuentra subvaluado; es decir, la onza se encuentra más barata en México que en el mercado de referencia, si P es menor los certificados se encuentran sobrevaluados.

El invertir en ceplatas es independiente de la situación financiera que presenten en un momento dado las empresas mineras ya que como se mencionó el precio de los ceplatas depende del precio del metal en los mercados internacionales.

Los inversionistas que posean once certificados o sus múltiples pueden canjearlos por plata en cualquier momento; esto se hará solicitando la constancia de tenencia al INDEVAL y con cuya entrega en Banca Cremi le será entregada la plata. Si vence el plazo de los certificados o se extingue el fideicomiso, la plata les será entregada a los tenedores, con el procedimiento que se mencionó anteriormente, en el lugar que señale Banca Cremi.

#### 4. Modelo de Markowitz

##### 4.1 Carteras o Portafolios de Inversión

Una cartera o portafolios de inversión se puede definir como una combinación de diversos instrumentos financieros que representan cierto grado de riesgo y proporcionan un rendimiento esperado determinado, de acuerdo a las necesidades y al tipo de inversionista de que se trate.

Una manera de clasificar los portafolios de inversión es en base al tipo de instrumentos financieros que contienen y al riesgo que representan:

- a) *Portafolios de Rendimiento*
- b) *Portafolios de Crecimiento*
- c) *Portafolios de Riesgo*

a) *Los portafolios de rendimiento* son aquéllos que contienen títulos de renta fija y que representan un riesgo casi nulo para el inversionista (ya que la inflación es una variable que no se puede dejar de contemplar) ofreciendo liquidez permanente.

b) *Los portafolios de crecimiento* son los que se conforman con un porcentaje de instrumentos de renta fija y otra parte con instrumentos de renta variable. Se trata de obtener liquidez y un incremento de la inversión en plazos relativamente cortos; la inversión en este tipo de portafolios representa un riesgo moderado para el inversionista.

c) *Los portafolios de riesgo* son los que contienen en su totalidad instrumentos de renta variable, ofreciendo mayores oportunidades de pérdida o de ganancia; es decir, representan un riesgo mayor para el inversionista.

Cuando se conforma una cartera de inversión se tienen al alcance un gran número de combinaciones posibles; para H. Markowitz una cartera de inversión no es más que una larga lista de buenas acciones y bonos.

Al realizar el análisis de portafolios de inversión se pretende obtener carteras que cumplan con los requisitos y necesidades del inversionista. La información en forma individual de los instrumentos es la base para realizar el análisis de un portafolios de inversión; esta información puede ser respecto del comportamiento de los títulos en el pasado así como también la inferencia de su comportamiento en el futuro. En este tipo de problema se debe tener en consideración la incertidumbre que representan algunas variables que no son controlables y que pueden influir en forma directa en el rendimiento de algunos de los valores que se estén considerando, por ejemplo: las condiciones del clima, un error en la dirección de alguna



empresa, tensiones internacionales, etc. Asimismo, es de mucha importancia la correlación que exista entre los diferentes instrumentos; es decir, cuando los rendimientos de diversos instrumentos sufren alzas o bajas al mismo tiempo se dice que se encuentran correlacionados y, si por el contrario, el que algunos de ellos incrementen o decrezcan su rendimiento no afecta a los demás se dice que están incorrelacionados, su correlación es igual a cero; lo anterior implica que para disminuir el riesgo cuando se tienen instrumentos no correlacionados se debe diversificar la inversión, esto es, si por ejemplo, se tienen dos instrumentos incorrelacionados entonces del capital total a invertir se debe destinar un  $X\%$  al primer instrumento y el  $(1-X)\%$  restante al segundo. Por lo regular se espera que los rendimientos de títulos emitidos por empresas que se encuentren en el mismo ramo presenten un mayor grado de correlación que con empresas de diferentes ramos.

Se ha mencionado que los portafolios de inversión varían de acuerdo al tipo de inversionista, pero todos los inversionistas tienen en común tratar de obtener una ganancia alta con la menor incertidumbre posible; la cartera que represente la mayor ganancia no es necesariamente la de menor incertidumbre. Una cartera puede ofrecer un rendimiento muy alto pero puede estar sujeta a un alto grado de incertidumbre o por el contrario la que representa la menor incertidumbre puede ofrecer un rendimiento poco atractivo. Al conjunto formado por todas las carteras a las cuales puede tener acceso el inversionista se le denomina

conjunto factible. Si por ejemplo, la cartera A tiene mayor ganancia y baja incertidumbre que la cartera B, de acuerdo a los requisitos del inversionista, A es mejor que B, lo que implica que la cartera B es ineficiente; después de eliminar todas las carteras que se consideren ineficientes el conjunto restante queda conformado por carteras eficientes. Lo anterior es a grandes rasgos las bases que conforman el modelo de Markowitz para la minimización del riesgo de una cartera de inversión.

#### 4.2 Modelo de Markowitz

Cuando un inversionista debe decidir se le pueden presentar dos posibles panoramas:

a) *De certeza.* Es cuando se conocen todos los valores posibles de los parámetros que pueden afectar la inversión.

b) *De riesgo.* Es cuando no se dan todas las condiciones de certeza pero: se conocen todos los posibles futuros escenarios de la economía y se está en condiciones de asignar una probabilidad a cada uno de esos posibles escenarios.

El Modelo de Markowitz se desarrolla en condiciones de riesgo; es decir, se puede obtener una función de probabilidad acerca del rendimiento de cada uno de los instrumentos que se tomen en consideración para integrar el portafolios; de hecho, se utiliza la varianza de los rendimientos esperados de cada uno de

los instrumentos como medida del riesgo y el criterio se basa en minimizar el riesgo del rendimiento de la cartera, entonces, se supone que si la varianza de la cartera es cero no existe riesgo y por lo tanto se anula la incertidumbre.

Para poder empezar a desarrollar el Modelo de Markowitz es necesario primero tener en consideración algunas definiciones y teoremas importantes:

**1. Definición.** Una variable aleatoria  $R$  es una función de valor real de los elementos de un espacio muestral  $S$ .

En el caso del modelo de Markowitz, ya se mencionó que la variable aleatoria  $R$  representa el rendimiento de un instrumento dado, entonces el espacio muestral  $S$ , en este caso, sería el conjunto de todos los posibles rendimientos que pudiera tener ese instrumento.

En el caso de un portafolios se tiene que considerar un conjunto de instrumentos, lo que implica tener que manejar un conjunto de variables aleatorias.

**2. Definición.** Dado un experimento (se entiende por experimento el evento cuyo resultado no se puede determinar con exactitud), el vector  $(R_1, R_2, \dots, R_n)$  recibe el nombre de variable aleatoria  $n$ -dimensional si cada  $R_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , asocia un número real a cada elemento que pertenece a  $S$  (el espacio muestral).

Cuando se tiene una o varias variables aleatorias y a los valores que no pertenecen al rango de la(s) variable(s) aleatoria(s) se les asigna probabilidad cero, entonces, queda definida una función de probabilidad  $p(r)$  o  $p(r_1, \dots, r_n)$ , para

el caso discreto y, una función de densidad de probabilidad  $f(r)$  o  $f(r_1, \dots, r_n)$ , en el caso continuo.

Para la combinación de instrumentos que intervienen en la cartera se puede definir entonces la variable aleatoria  $R_i$  para  $i=1, \dots, n$  donde  $R_i$  representa el rendimiento del instrumento  $i$  que forma parte del portafolios.

**3. Definición.** Una variable aleatoria  $R$  es discreta si su rango es un conjunto discreto de números reales. Se llama continua a una variable aleatoria  $R$  si su rango es un intervalo o unión de intervalos sobre la línea de los reales y si tiene probabilidad cero de igualar a cualquier valor aislado en el rango de  $R$ .

**4. Definición.** Se llama media o valor promedio de  $R$  al valor esperado de  $R$  (esperanza matemática), y se denota por  $\mu_R$ ; esto es que  $\mu_R = E(R)$ .

**5. Definición.** Sea  $R$  una variable aleatoria discreta con valores posibles  $r_1, \dots, r_n, \dots$ . Sea  $p(r)$  su función de probabilidad, se define:

$$E(R) = \sum_{i=1}^{\infty} r_i p(r_i)$$

Si  $R$  es una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad  $f(r)$ , se define  $E(R)$  como:

$$E(R) = \int_{-\infty}^{\infty} r f(r) dr$$

De lo anterior se desprende que el valor esperado de una variable aleatoria es el promedio ponderado de sus valores, donde los ponderadores son la probabilidad de ocurrencia de cada uno de dichos valores. La definición anterior se puede extender para una variable aleatoria de dimensión n:

$$E[g(R_1, \dots, R_n)] = \sum_{r_n} \dots \sum_{r_1} g(r_1, \dots, r_n) p(r_1, \dots, r_n)$$

para el caso discreto y

$$E[g(R_1, \dots, R_n)] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} g(r_1, \dots, r_n) f(r_1, \dots, r_n) dr_1 \dots dr_n$$

para el caso continuo.

En lo anterior  $g(R_1, \dots, R_n)$  es la regla de correspondencia para las variables aleatorias en el experimento.

El rendimiento de una cartera de inversión se obtiene sumando los rendimientos de los diferentes instrumentos; pero se tiene que considerar la proporción del presupuesto del capital total a invertir que el inversionista desea destinar a cada uno de los diferentes instrumentos que conformen la cartera, así se define:

$x_i$  : proporción del capital total a invertir en un portafolios de inversión que se destina al instrumento i.

De aquí que:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \text{y} \quad x_i \geq 0 \quad \text{para toda } i$$

Entonces la función  $g$  para el caso de la cartera se definiría como  $g(R_1, \dots, R_n) = R_p = R_1 x_1 + \dots + R_n x_n$  (donde  $R_p$  se entiende como el rendimiento del portafolios), por lo que se tiene que calcular la esperanza de la suma de variables aleatorias ponderada por las proporciones  $x_i$ . Para el fin anterior se puede tener de base el siguiente teorema:

**6. Teorema.** Sean las variables aleatorias  $R_1, \dots, R_n$  distribuidas conjuntamente y  $a_1, \dots, a_n$  constantes:

$$E\left[\sum_{i=1}^n a_i R_i\right] = \sum_{i=1}^n a_i E[R_i]$$

Demostración:

$$\begin{aligned} E\left[\sum_{i=1}^n a_i R_i\right] &= E[a_1 R_1 + a_2 R_2 + \dots + a_n R_n] \\ &= \sum_{r_1} \dots \sum_{r_n} (a_1 r_1 + \dots + a_n r_n) p(r_1, \dots, r_n) \\ &= \sum_{r_1} \dots \sum_{r_n} a_1 r_1 p(r_1, \dots, r_n) + \dots + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{r_1} \dots \sum_{r_n} a r_1 p(r_1, \dots, r_n) \\
 & = a E(R_1) + \dots + a E(R_n) \\
 & = \sum_{i=1}^n a E[R_i]
 \end{aligned}$$

De lo anterior se puede obtener la expresión para el valor esperado de una cartera de inversión, el cual está dado por:

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i)$$

**7. Definición.** La variancia o varianza de una variable aleatoria  $R$ , se define como:

$$\sigma_R^2 = \text{Var}(R) = E[(R - \mu)^2]$$

a su raíz cuadrada positiva se le conoce como la desviación estándar de  $R$ , por lo que:

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_R^2}$$

La varianza y la desviación estándar de una variable

aleatoria son indicadores de la dispersión que presentan los valores con respecto de su media, cuando el valor de la varianza es pequeño los valores se encuentran más cerca de la media y cuando el valor de la varianza es grande los valores se encuentran más alejados de la media.

**8. Definición.** Sean  $R_1$  y  $R_2$  variables aleatorias. Se define la covarianza o covarianza de  $R_1$  y de  $R_2$  como:

$$\sigma_{R_1 R_2} = \text{Cov}(R_1; R_2) = E[(R_1 - \mu_{R_1})(R_2 - \mu_{R_2})]$$

de lo anterior se puede deducir que  $\sigma_{R_1}^2 = \sigma_{R_1 R_1}$

**9. Definición.** Para dos variables  $R_1$  y  $R_2$  se define el coeficiente de correlación lineal,  $\rho$ , como:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(R_1; R_2)}{\text{Var}(R_1) \cdot \text{Var}(R_2)}$$

donde  $-1 \leq \rho \leq 1$

De la definición anterior, si se conoce el coeficiente de correlación lineal y las varianzas de las variables se puede obtener la covarianza:

$$\text{Cov}(R_1; R_2) = \rho \cdot \text{Var}(R_1) \cdot \text{Var}(R_2)$$



La covarianza y el coeficiente de correlación lineal son indicadores del grado de dependencia lineal que tiene una variable aleatoria con respecto de otra. Hay que tener presente que cuando dos variables aleatorias son independientes tanto el coeficiente de correlación lineal como su covarianza son igual a cero; pero el inverso no siempre es cierto, esto es si dos variables aleatorias presentan coeficientes de correlación lineal y covarianza iguales a cero esto no quiere decir que son independientes. Cuando el coeficiente de correlación lineal es cero únicamente indica que no hay relación lineal entre las variables; sin embargo, puede existir otro tipo de relación (cuadrática, exponencial, etc.).

Para determinar la covarianza de la suma  $R_p$  de variables aleatorias ponderadas se puede hacer uso del siguiente teorema:

$$10. \quad \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^n a_i R_i \right] = \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}(R_i) + 2 \sum_{i < j}^n \sum_{i, j} a_i a_j \text{Cov}(R_i; R_j)$$

donde  $a_1, \dots, a_n$  son constantes.

Demostración:

$$\text{Sea:} \quad V = \sum_{i=1}^n a_i R_i$$

entonces por las definiciones y el teorema anteriormente mencionado:

$$\begin{aligned} \text{Var}(V) &= E\{(V - E(V))^2\} = E\left\{\left[\sum_{i=1}^n a_i R_i - \sum_{i=1}^n a_i E(R_i)\right]^2\right\} \\ &= E\left[\sum_{i=1}^n a_i (R_i - E(R_i))\right]^2 \end{aligned}$$

desarrollando:

$$\begin{aligned} \text{Var}(V) &= E\left\{\left[a_1 (R_1 - E(R_1)) + \dots + a_n (R_n - E(R_n))\right] \left[a_1 (R_1 - E(R_1))\right.\right. \\ &\quad \left.\left.+ \dots + a_n (R_n - E(R_n))\right]\right\} \\ &= E\left\{\left[a_1^2 (R_1 - E(R_1))^2 + \dots + a_n^2 (R_n - E(R_n))^2\right] + \right. \\ &\quad \left.+ 2\left[a_1 a_2 (R_1 - E(R_1))(R_2 - E(R_2)) + \dots\right.\right. \\ &\quad \left.\left.+ a_{n-1} a_n (R_{n-1} - E(R_{n-1}))(R_n - E(R_n))\right]\right\} \\ &= E\left[\sum_{i=1}^n a_i^2 (R_i - E(R_i))^2 + \right. \\ &\quad \left.+ 2 \sum_{i < j} a_i a_j (R_i - E(R_i))(R_j - E(R_j))\right] \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}(R_i) + 2 \sum_{i < j} a_i a_j \text{Cov}(R_i; R_j)$$

De aquí que para obtener la varianza del rendimiento de una cartera de inversión:

$$\text{Var}(R_P) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{Var}(R_i) + 2 \sum_{i < j} x_i x_j \text{Cov}(R_i; R_j)$$

Para el planteamiento del modelo de Markowitz, se tiene que de cada instrumento que se este considerando para formar parte de la cartera de inversión es posible conocer:

i) Su rendimiento esperado.

$$\mu_{R_i} = E(R_i)$$

ii) La varianza de sus rendimientos.

$$\sigma_{R_i}^2 = \sigma_{R_i R_i} = \text{Var}(R_i)$$

iii) La covarianza entre cada pareja de instrumentos.

$$\sigma_{R_i R_j} = \text{Cov}(R_i; R_j)$$

También hay que ver que es lo que sucede cuando un inversionista se enfrenta al problema de decisión ante un

conjunto de alternativas de inversión; de esas alternativas existirán muchas ante las cuales será indiferente y preferirá algunas sobre otras, al actuar de esta manera se está definiendo una función de utilidad U; es decir, al poder comparar una alternativa con otra se puede establecer una regla que asocie un número llamado utilidad a cada una de las alternativas. Existen una serie de axiomas para explicar el comportamiento de los inversionistas ante la elección de una alternativa:

a) (Comparabilidad). Para cada pareja de alternativas A y B el inversionista puede decidir si: prefiere a A sobre B, prefiere a B sobre A o si es indiferente entre A y B. En términos de la función de utilidad:

$$U_A > U_B \quad \text{ó} \quad U_B > U_A \quad \text{ó} \quad U_A = U_B$$

b) (Transitividad). Ante tres alternativas A, B y C si el inversionista prefiere a A sobre B y prefiere a B sobre C entonces prefiere a A sobre C. Si es indiferente entre A y B y también es indiferente entre B y C entonces es indiferente entre A y C. En términos de la función de utilidad.

$$U_A \geq U_B \quad \text{y} \quad U_B \geq U_C \quad \text{entonces} \quad U_A \geq U_C$$

En base a los axiomas se establece que el inversionista tiene bien definido un criterio de decisión ante un conjunto de alternativas, por lo que en base a lo anterior el conjunto de

alternativas se puede dividir entre alternativas deseables o eficientes y alternativas indeseables o ineficientes.

Un criterio de eficiencia se puede basar en que el inversionista prefiere mayor rendimiento a menor rendimiento, aquí no se está considerando el factor riesgo en la inversión; esto sucede en condiciones de certeza.

Cuando al criterio anterior se le agrega el factor riesgo se puede considerar de dos formas:

- 1) Que el individuo sea adverso al riesgo; es decir, es aquel inversionista que entre un rendimiento cierto y uno incierto con igual valor esperado, prefiere el rendimiento cierto; y
- 2) Que el inversionista es propenso al riesgo.

En el modelo que se está desarrollando la medida del riesgo se hace a través de la varianza del rendimiento de la cartera de inversión. Entonces si para poder determinar el conjunto eficiente se consideran únicamente el rendimiento esperado y la varianza del rendimiento, para un individuo adverso al riesgo, se tiene:

Definición (Criterio de Selección). Una alternativa A domina a una alternativa B si y sólo si:

$$E(R_A) \geq E(R_B) \quad \text{y} \quad \sigma_{R_A}^2 < \sigma_{R_B}^2$$

o bien,

$$E(R_A) > E(R_B) \quad \text{y} \quad \sigma_{R_A}^2 \leq \sigma_{R_B}^2$$

Ahora, si se toma el caso de un portafolios constituido por dos títulos para poder ver lo que sucede. Se tiene como supuesto que  $Cov(R_1;R_2)=0$  y se tomará por separado la influencia que ejercen el rendimiento y el riesgo; se considerará primero el caso del rendimiento. Sean las siguientes alternativas de inversión:

INSTRUMENTO	RENDIMIENTO	RIESGO
i	$E(R_i)$	$Var(R_i)$
1	A	C
2	B	D

Para calcular el rendimiento y riesgo del portafolios se utilizan las fórmulas ya descritas:

$$E(R_P) = A x_1 + B x_2$$

$$Var(R_P) = C x_1^2 + D x_2^2$$

Si en la primera igualdad se varían los valores de las variables de proporción entonces, si  $x_2=0$  y  $x_1=1$  se obtiene el rendimiento del primer instrumento, si se invierten esos valores se obtendrá el rendimiento del segundo instrumento; haciendo variar los valores de las proporciones se obtienen diferentes

valores para el valor esperado del portafolios.

Despejando el valor de  $x_1$  de la ecuación del rendimiento:

$$x_1 = \frac{E(R) - Bx_2}{A}$$

que es la ecuación de una recta cuya pendiente es  $-(B/A)$  y corta al eje de las ordenadas en el punto  $[E(R)]/A$ . Al asignar diferentes valores a la esperanza del rendimiento del portafolios cada vez se va obteniendo una recta que representa las diferentes combinaciones de las proporciones de capital para ese rendimiento esperado. A esa familia de rectas se le denomina rectas de iso-rendimiento. Entre más alejada del origen se encuentre la recta, el rendimiento esperado será mayor; sin embargo, se debe de tener en cuenta que existe la restricción de la proporción del capital cuya suma total es igual a la unidad. Entonces si no se considera el riesgo lo ideal es invertir en el instrumento que ofrezca el mayor rendimiento.

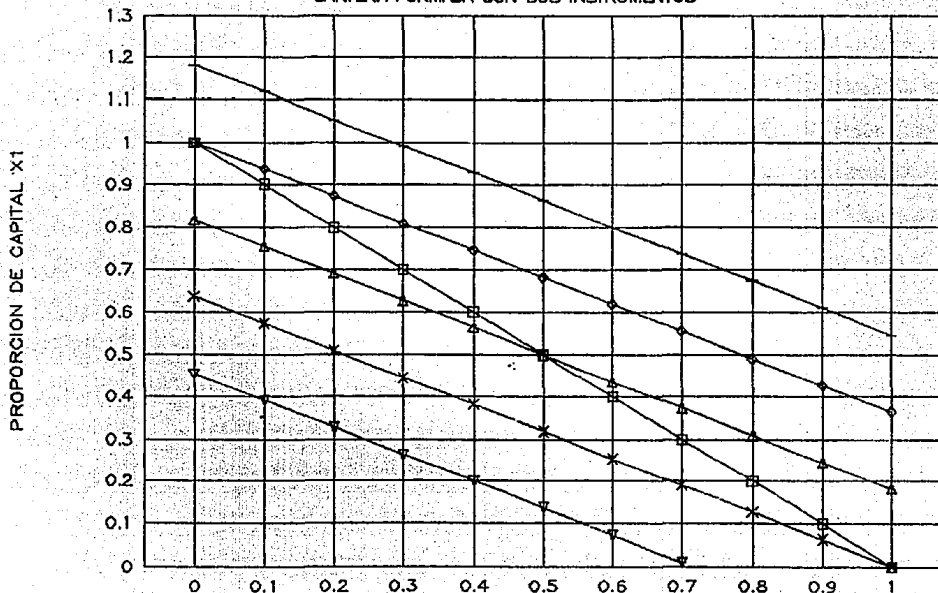
Si a las esperanzas y varianzas del problema se le asignan los siguientes valores:

$$A=11, B=7, C=84 \text{ y } D=9$$

y si entre otros se toman para la esperanza del portafolios los valores: 13, 11, 8, 7 y 5 se obtienen las siguientes ecuaciones:

# RECTAS DE ISO-RENDIMIENTO

CARTERA FORMADA CON DOS INSTRUMENTOS

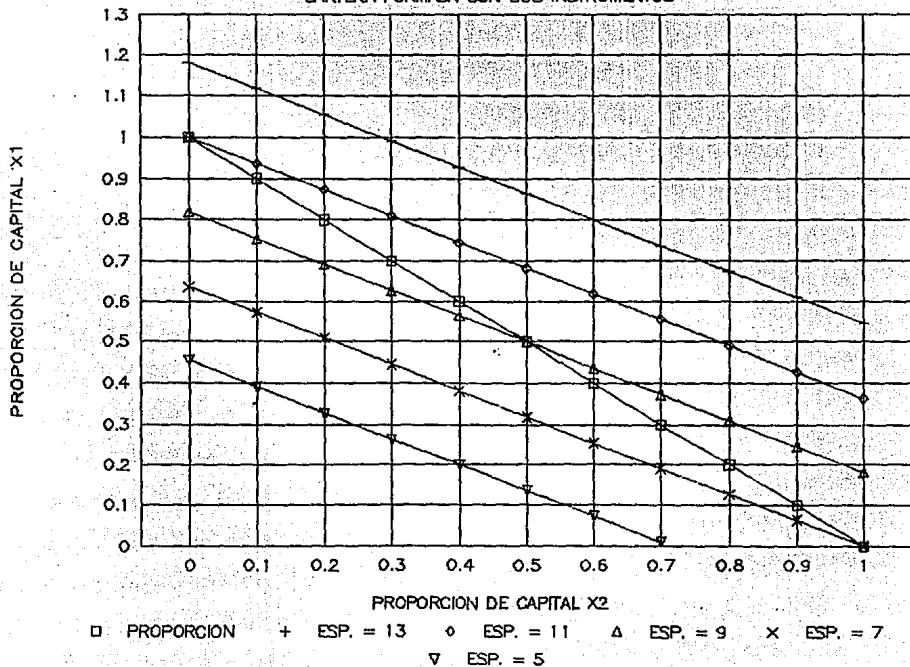


□ PROPORCION + ESP. = 13    ○ ESP. = 11    △ ESP. = 9    × ESP. = 7  
 ▽ ESP. = 5



# RECTAS DE ISO-RENDIMIENTO

CARTERA FORMADA CON DOS INSTRUMENTOS



$$x_1 = \frac{13}{11} - \frac{7x_2}{11}$$

$$x_1 = \frac{11}{11} - \frac{7x_2}{11}$$

$$x_1 = \frac{8}{11} - \frac{7x_2}{11}$$

$$x_1 = \frac{7}{11} - \frac{7x_2}{11}$$

$$x_1 = \frac{5}{11} - \frac{7x_2}{11}$$

Si se grafican estas rectas se puede verificar que para valores de  $x_2=0$  y  $x_1=1$  el rendimiento del portafolios es igual al del primer instrumento y viceversa, también se puede observar que la esperanza del portafolios igual a trece no cumple con la restricción de proporción del capital; por lo tanto, en este caso, el inversionista que no considere el factor del riesgo destinará todo el capital a invertir en el instrumento que le ofrezca el mayor rendimiento.

Si ahora no se considera al rendimiento y se toma la igualdad referente a la varianza y se dividen ambos miembros entre la varianza del rendimiento, se obtiene:

$$1 = \frac{C x_1^2}{\text{Var}(R_P)} + \frac{D x_2^2}{\text{Var}(R_P)}$$

que se puede llevar a la forma:

$$1 = \frac{x_1^2}{b^2} + \frac{x_2^2}{a^2}$$

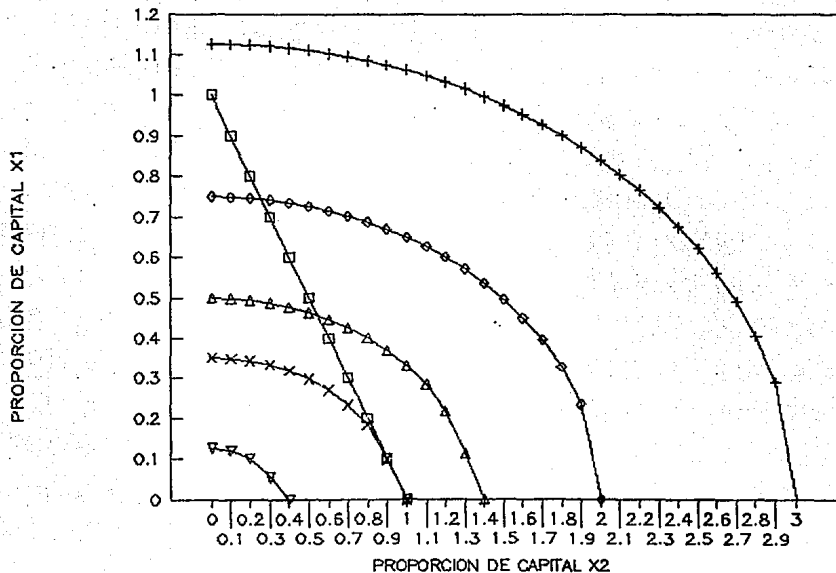
que representa una elipse. Si se asignan diferentes valores a la varianza del portafolios, entonces, se puede obtener una serie de elipses que representan las diferentes combinaciones para las proporciones del capital. Todo punto que forme parte de la misma elipse representará una cartera con un mismo riesgo; estas curvas reciben el nombre de curvas de iso-varianza. Al contrario del caso del rendimiento, aquí se preferirá la curva que se encuentre más cercana al origen; cabe aclarar que si se considera únicamente el riesgo en la inversión el punto más adecuado en las curvas de iso-varianza es el origen en donde  $x_1 = x_2 = 0$  que anulan el riesgo (lo ideal en el caso del riesgo es no invertir); para no llegar al caso extremo anterior se tiene que minimizar la varianza del portafolios sujeta a la restricción de la proporción del capital; es decir:

Mín  $\text{Var}(R_P)$

sujeto a

# CURVAS DE ISO-VARIANZA

CARTERA FORMADA CON DOS INSTRUMENTOS



□ RECTA DE PROPORCION    + VAR. = 81    ◊ VAR. = 36    Δ VAR. = 16  
 × VAR. = 7.89    ▽ VAR. = 1

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Retomando el problema para el portafolios formado por dos instrumentos, considérense los valores de A, B, C y D ya dados, y resolviendo el planteamiento anterior:

$$\text{Mín Var}(R_P) = Cx_1^2 + Dx_2^2$$

sujeto a

$$x_1 + x_2 = 1$$

de la ecuación de proporción se tiene:

$$x_1 = 1 - x_2$$

sustituyendo este valor en la primer igualdad se obtiene la función:

$$f(x_2) = C(1-x_2)^2 + Dx_2^2$$

del Cálculo se sabe que para que exista un número crítico; es decir, un número en el que una función tiene un valor máximo o un valor mínimo, la primera derivada de la función al calcularse en ese valor debe ser igual a cero; y para que ese número sea un

mínimo debe cumplirse que la segunda derivada de la función al valuarse en ese número sea mayor que cero:

$$f''(x_2) = 2Cx_2 + 2Dx_2 - 2C = 0$$

despejando el valor de  $x_2$ :

$$x_2 = \frac{C}{C + D}$$

por lo que sólo se tiene un solo número crítico; al obtener la segunda derivada:

$$f''(x_2) = 2C + 2D$$

se observa que  $f''(x_2) > 0$  para todo  $x_2$ , si  $C$  y  $D$  son ambas diferentes de cero, que en este planteamiento se cumple; por lo tanto existe un mínimo para el valor de  $x_2$  encontrado. Sustituyendo el valor de  $x_2$  en la ecuación de proporción de capital se tiene que:

$$x_1 = 1 - x_2 = 1 - \frac{C}{C + D} = \frac{D}{C + D}$$

Si se obtienen los valores numéricos para  $x_1$  y  $x_2$  tomando  $A$ ,

B, C y D ya dadas; la solución al problema de mínimo riesgo es:

$$x_1 = \frac{9}{73} \quad y \quad x_2 = \frac{64}{73}$$

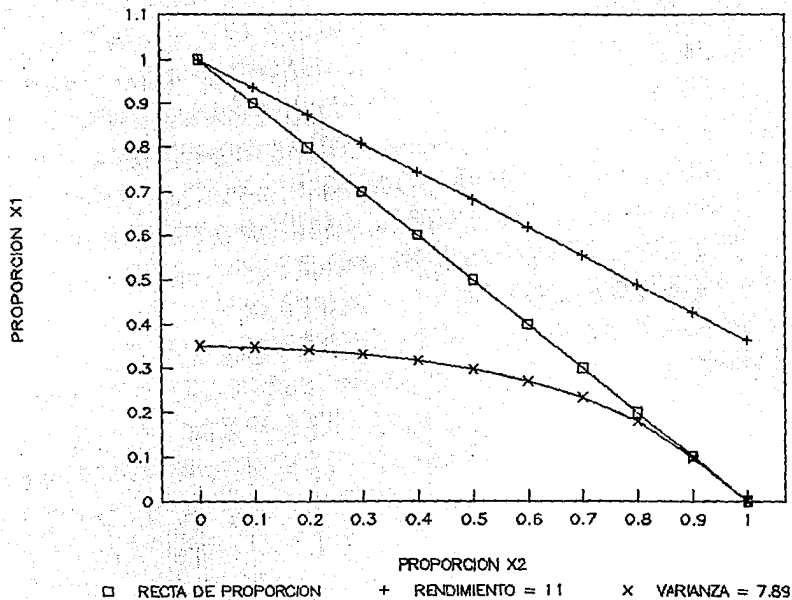
para los cuales:

$$\text{Var}(R_P) = \frac{42,048}{5,329} = 7.89 \quad y \quad \sigma_{R_P} = 2.81$$

Por otro lado, si se asignan diferentes valores a la varianza del portafolios se pueden obtener diferentes curvas de iso-varianza; considérense los siguientes valores para la varianza: 81, 36, 16 y 7.89; gráficamente se puede observar que el punto que se obtuvo para el portafolios de mínimo riesgo corresponde al punto en donde la recta de proporción de capital es tangente a la curva de iso-varianza para el valor numérico de 7.89. Cabe hacer notar que la varianza (riesgo) del portafolios de mínimo riesgo que se obtuvo es menor a cualquiera de las dos varianzas de los dos instrumentos que intervinieron en la formación de la cartera; esto es, al invertir en los dos instrumentos se obtuvo un riesgo mucho menor que si se hubiera destinado todo el capital a un sólo instrumento; de lo anterior se puede concluir, que al diversificar la inversión entre los instrumentos que se consideren para conformar una cartera de inversión se disminuye el riesgo (un supuesto fue que los dos

# CARTERAS EFICIENTES

RIESGO Y RENDIMIENTO





instrumentos considerados estaban incorrelacionados).

Si en el ejemplo se consideran juntos la varianza y el rendimiento esperado se notará que se obtiene un segmento de recta que representa al conjunto eficiente; este segmento es el de la recta de proporción para el cual  $x_1$  se encuentra en el intervalo:

$$\left[ \frac{9}{73}, 1 \right]$$

y  $x_2$  está en el intervalo:

$$\left[ 0, \frac{64}{73} \right]$$

el portafolios que se obtiene para el punto  $x_1 = 1$  y  $x_2 = 0$  tiene  $E(R_F) = 11$  y  $\text{Var}(R_F) = 64$  y la cartera para el punto  $x_1 = 9/73$  y  $x_2 = 64/73$  tiene  $E(R_F) = 7.49$  y  $\text{Var}(R_F) = 7.89$ ; por lo que de acuerdo con el criterio de selección (para que una alternativa domine a otra se tiene que cumplir que el rendimiento esperado de la primera sea mayor o igual que el rendimiento esperado de la segunda y que el riesgo de la primera sea menor en forma estricta al compararlo con el riesgo de la segunda o también que el rendimiento esperado de la primera sea mayor en forma estricta al rendimiento esperado de la segunda y que el riesgo de la primera sea menor o igual que el riesgo de la segunda), se tiene que el

primer portafolios presenta un rendimiento esperado mayor que el segundo al igual que el riesgo; entonces el primero no domina al segundo y viceversa, lo mismo sucede con todos y cada uno de los portafolios que se encuentran en ese segmento de recta. Si se toma el portafolios que se obtiene para el punto  $x_1 = 0$  y  $x_2 = 1$  que pertenece al conjunto de carteras para las cuales  $x_1$  tiene valores en el intervalo:

$$\left[0, \frac{9}{73}\right)$$

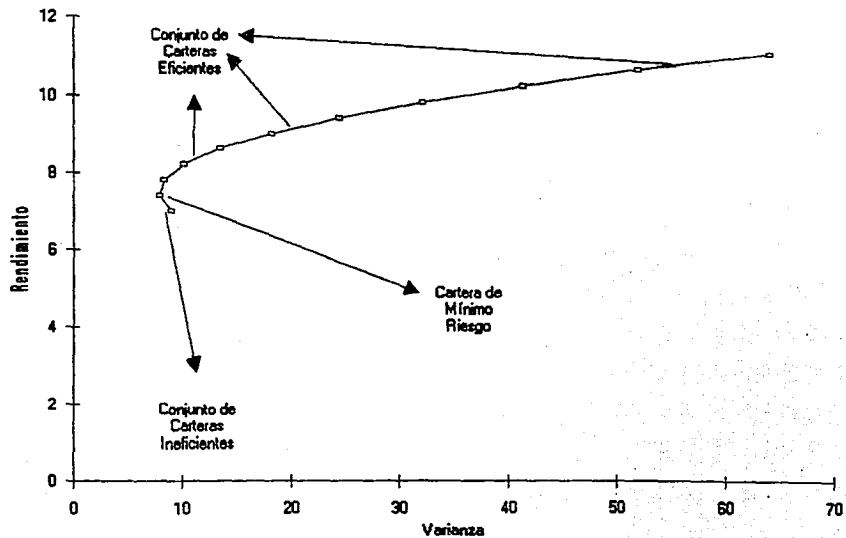
y  $x_2$  tiene valores en el intervalo:

$$\left(\frac{64}{73}, 1\right]$$

aquí se tiene una  $E(R_p) = 7$  y una  $\text{Var}(R_p) = 9$ ; por lo que al aplicar el criterio de selección contra el portafolios de mínimo riesgo que se encuentra en los complementos de los anteriores intervalos, se concluye que éste último es un portafolios ineficiente y lo mismo ocurre con cualquier otro portafolios que se compare.

En el caso anterior es posible visualizar el conjunto factible en un sistema de coordenadas  $x_2, x_1$ ; pero cuando se tiene un portafolios con más de dos instrumentos aumenta la dificultad o es imposible. El conjunto factible para portafolios conformados

### Frontera Eficiente e Ineficiente. Cartera Formada con dos Instrumentos



con un número  $n > 2$  es posible visualizarlo en un sistema de coordenadas riesgo-rendimiento. La curva que se obtiene para el conjunto de carteras consideradas eficientes se le nombra frontera eficiente, el resto de la curva está integrado por portafolios considerados ineficientes; entonces dicha curva y el área dentro de la curva de portafolios eficientes e ineficientes es el conjunto factible.

Hasta ahora se mantuvo el supuesto de que los dos instrumentos estaban incorrelacionados, en ese caso se logró disminuir el riesgo diversificando la inversión entre ambos instrumentos; pero lo anterior es sólo un caso especial ya que como se sabe el coeficiente de correlación lineal puede tomar valores que se encuentren en el intervalo  $[-1, 1]$ . Cuando se forma una cartera de inversión se consideran  $n$  instrumentos entonces para realizar un análisis de la diversificación del riesgo se tiene que tomar en cuenta la correlación de las parejas que se forman combinando los  $n$  instrumentos; ya que el comportamiento de cada pareja influye en el riesgo total de la cartera de inversión.

Cuando se tienen dos instrumentos correlacionados, si se cumple que:

$$-1 \leq \rho < \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad \text{entonces existe } \sigma_P < \sigma_1 \quad \text{supuesto que } \sigma_1 < \sigma_2$$

$$\text{para } x_1, x_2 \geq 0$$

Entonces es posible encontrar un portafolios de mínimo riesgo tal que ese portafolios tenga un riesgo menor al riesgo más pequeño de los dos instrumentos que se estén considerando. Para poder demostrar lo anterior se parte de que:

$$\text{Var}(R_P) = \sum_{i=1}^n x_i \text{Var}(R_i) + 2 \sum_{i < j} x_i x_j \text{Cov}(R_i; R_j)$$

que es la fórmula para obtener la varianza de un portafolios (ya mencionada); de aquí que para el caso de  $n=2$  se tiene:

$$\sigma_P^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \rho \sigma_1 \sigma_2$$

$$\sigma_P = (x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \rho \sigma_1 \sigma_2)^{1/2}$$

Obteniendo el portafolios de mínimo riesgo:

$$\text{Mín } \sigma_P$$

sujeto a

$$x_1 + x_2 = 1$$

Expresando el valor de  $\sigma_P$  en función de una sola variable de proporción,  $x_1$ , se tiene:

$$\sigma_P = (x_1^2 \sigma_1^2 + (1-x_1)^2 \sigma_2^2 + 2x_1(1-x_1) \rho \sigma_1 \sigma_2)^{1/2}$$

entonces, derivando respecto de  $x_1$ , se obtiene:

$$\frac{d\sigma_P}{dx_1} = \frac{2x_1 \sigma_1^2 - 2\sigma_2^2 (1-x_1) + 2\rho\sigma_1\sigma_2 (1-2x_1)}{2(x_1^2 \sigma_1^2 + (1-x_1)^2 \sigma_2^2 + 2x_1(1-x_1)\rho\sigma_1\sigma_2)^{1/2}}$$

$$\frac{d\sigma_P}{dx_1} = \frac{2x_1 \sigma_1^2 - 2\sigma_2^2 + 2\sigma_2^2 x_1 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 - 4\rho\sigma_1\sigma_2 x_1}{2(x_1^2 \sigma_1^2 + (1-2x_1 + x_1^2)\sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 x_1 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 x_1)^{1/2}}$$

$$\frac{d\sigma_P}{dx_1} = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2)x_1 + (\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)}{(x_1^2 \sigma_1^2 + (1-2x_1 + x_1^2)\sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 x_1 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 x_1)^{1/2}}$$

$$\frac{d\sigma_P}{dx_1} = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2)x_1 + (\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)}{(x_1^2 \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2x_1 \sigma_2^2 + x_1^2 \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 x_1 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 x_1)^{1/2}}$$

$$\frac{d\sigma_P}{dx_1} = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2)x_1 + (\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)}{((\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)x_1^2 + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)x_1 + \sigma_2^2)^{1/2}}$$

para que la derivada sea igual a cero y poder encontrar un número crítico se tiene que cumplir que el numerador sea igual a cero:

$$(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2)x_1 + (\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2) = 0$$

de aquí se pueden obtener los valores de  $x_1$  y  $x_2=1-x_1$  que satisfacen la igualdad:

$$x_1 = \frac{\sigma_2^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$x_2 = 1 - x_1 = 1 - \frac{\sigma_2^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} = \frac{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 - (\sigma_2^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2)}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$x_2 = \frac{\sigma_1^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$$

También debe cumplirse que el denominador sea diferente de cero; sustituyendo los valores de las variables de proporción encontradas y elevando el denominador al cuadrado se llega a que:

$$\left(\frac{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}\right) \left(\frac{\sigma_2^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}\right)^2 + 2\left(\frac{\rho \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2^2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}\right) \left(\frac{\sigma_2^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}\right) + \sigma_2^2 = 0$$

$$\frac{(\sigma_2^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2)^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} - 2 \frac{(\sigma_2^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2)^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} + \sigma_2^2 = 0$$

por lo que se tiene:

$$\sigma_2^2 = \frac{(\sigma_2^2 - \rho \sigma_1 \sigma_2)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} = \frac{\sigma_2^4 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2^3 + \rho^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sigma_2^2(\sigma_2^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \rho^2 \sigma_1^2)}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} \quad \text{lo que implica que:}$$

$$1 = \frac{(\sigma_2 - \rho \sigma_1)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$$

de aquí que:

$$\sigma_1^2 - 2\rho \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = (\sigma_2 - \rho \sigma_1)^2$$

$$(\sigma_2 - \rho \sigma_1)^2 + \sigma_1^2 - \rho^2 \sigma_1^2 = (\sigma_2 - \rho \sigma_1)^2$$

$$\sigma_1^2 - \rho^2 \sigma_1^2 = 0 \quad \text{que implica que} \quad \sigma_1^2(1 - \rho^2) = 0$$



$$(1-\rho^2) = 0 \quad \text{por lo que} \quad (1-\rho)(1+\rho) = 0$$

de aquí que el denominador es diferente de cero para valores del coeficiente de correlación diferentes a -1 y 1 (debido a esto ambos casos se deben analizar por separado).

Se tiene que demostrar que la segunda derivada valuada en el número crítico encontrado es mayor a cero:

$$\frac{d^2\sigma}{dx^2} = \left\{ (\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2)x + (\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2) \right\}^2$$

$$\left( -1/2 \right) \left\{ (\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2)x^2 + \right.$$

$$\left. + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)x + \sigma_2^2 \right\}^{-3/2} \left\{ 2(\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2)x + \right.$$

$$\left. + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2) \right\} + \left\{ (\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2)x^2 + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)x + \right.$$

$$\left. + \sigma_2^2 \right\}^{-1/2} (\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2) > 0$$

sustituyendo el valor de  $x_1$ :

$$((\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) \left( \frac{\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \right) + (\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2))(-1/2)$$

$$\cdot ((\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) \left( \frac{\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \right)^2 + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2))$$

$$\cdot \left( \frac{\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} + \sigma_2^2 \right)^{-3/2} \left( 2(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) \left( \frac{\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \right) + \right.$$

$$\left. + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2) \right) + \left( (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) \left( \frac{\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2) \right) \left( \frac{\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} + \sigma_2^2 \right)^{-1/2} (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) > 0$$

factorizando:

$$0 + \left( \frac{(\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} - 2 \left( \frac{\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} + \sigma_2^2 \right)^{-1/2} (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) \right) > 0$$

$$\left( -\frac{(\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} + \sigma_2^2 \right)^{-1/2} (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) > 0$$

$$\left( \frac{\sigma_2^2 (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) - (\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \right)^{-1/2} (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) > 0$$

$$\left( \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2^3 + \sigma_1^4 - \sigma_2^4 + 2\rho\sigma_1\sigma_2^3 - \rho^2\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \right)^{-1/2} (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) > 0$$

$$(\sigma_1^2\sigma_2^2 - \rho^2\sigma_1^2\sigma_2^2)^{-1/2} (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{3/2} > 0$$

$$\frac{(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{3/2}}{\sigma_1\sigma_2(1-\rho^2)^{1/2}} > 0$$

el denominador de la expresión es mayor que cero para todo valor del coeficiente de correlación diferente de  $-1$  y  $1$ . Se debe demostrar que el numerador es mayor que cero; si el coeficiente de correlación es negativo se observa que el valor del numerador es positivo al igual que si el coeficiente de correlación es igual a cero. Hay que demostrar que para valores positivos del coeficiente de correlación el numerador es mayor que cero, esto es:

$$(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{3/2} > 0 \quad \text{para} \quad \rho > 0$$

del supuesto se tiene que  $\rho < \sigma_1/\sigma_2$  por lo que hay que determinar como es el comportamiento de la expresión cuando el coeficiente de correlación tiende a dicho valor acercándose por la izquierda.

$$\lim_{\rho \rightarrow (\sigma_1/\sigma_2)^-} (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{3/2} = (\sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{3/2} = (\sigma_2 - \sigma_1)^2$$

del supuesto  $\sigma_1 < \sigma_2$ , entonces:

$$(\sigma_2 - \sigma_1)^2 > 0 \quad \text{implica que} \quad \sigma_2^2 - \sigma_1^2 > 0 \quad \text{implica que} \quad \sigma_2^2 > \sigma_1^2$$

por lo que  $\sigma_1 < \sigma_2$ , que es cierto; por lo tanto el numerador es positivo y la expresión es válida.

Demostrado lo anterior es posible ahora encontrar el valor de la varianza del portafolios de mínimo riesgo:

$$(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) \left( \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \right)^2 + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2) \left( \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \right) + \sigma_2^2$$

$$\sigma_P^2 = \frac{(\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} - 2 \frac{(\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} + \frac{\sigma_2^2}{2}$$

$$\sigma_P^2 = \frac{\sigma_2^2}{2} - \frac{(\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = \frac{\sigma_2^2 (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) - (\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_P^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1^3 \sigma_2 + \sigma_2^4 - \sigma_1^4 + 2\rho\sigma_1 \sigma_2^3 - \rho^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_P^2 = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho^2)}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

se quiere demostrar que existe un portafolios de riesgo mínimo tal que  $\sigma_P^2 < \sigma_1^2$  ( $\sigma_1 < \sigma_2$  como supuesto) que es el riesgo más pequeño si  $-1 \leq \rho < \sigma_1/\sigma_2$  (el caso  $\rho = -1$  se tomará por aparte).

Dividiendo la demostración en dos partes:

i)  $-1 < \rho < 0$

Para este caso  $1 - \rho^2 < 1$ , multiplicando por  $\frac{\sigma_2^2}{2}$  se tiene que:

$$\frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{2} < \frac{\sigma^2}{2}$$

si se considera el denominador de  $\frac{\sigma^2}{P}$  es válido que:

$$\frac{\sigma^2}{2} < \frac{\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2}{1}$$

entonces por transitividad se llega a que:

$$\frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{2} < \frac{\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2}{1} \quad \text{de aquí que:}$$

$$\frac{\frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{2}}{\frac{\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2}{1}} < 1 \quad \text{multiplicando por } \frac{\sigma_1^2}{1}$$

$$\frac{\frac{\sigma^2\sigma_1^2(1-\rho^2)}{1}}{\frac{\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2}{1}} < \frac{\sigma_1^2}{1} \quad \text{por lo que } \frac{\sigma^2}{P} < \frac{\sigma_1^2}{1}$$

que es lo que se quería probar.

ii)  $0 \leq \rho < \sigma_1/\sigma_2$

Del supuesto  $\rho < \sigma_1/\sigma_2$  implica que  $\rho - (\sigma_1/\sigma_2) < 0$ , si se eleva al cuadrado entonces  $(\rho - (\sigma_1/\sigma_2))^2 > 0$  multiplicando por  $\sigma_2^2$  se tiene

$\sigma^2(\rho - (\sigma_1/\sigma_2))^2 > 0$  si se suma  $\sigma^2(1-\rho^2)$  se llega a que:

$$\frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{2} + \frac{\sigma^2(\rho - (\sigma_1/\sigma_2))^2}{2} > \frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{2}$$

desarrollando:

$\frac{\sigma^2 - \rho^2\sigma^2 + \sigma^2\rho^2 - 2\rho\sigma_1\sigma + \sigma^2}{2} > \frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{2}$  que equivale a que:

$$\frac{\sigma^2(1-\rho^2)}{2} < 1 \quad \text{multiplicando por } \frac{\sigma^2}{1}$$

$$\frac{\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma + \sigma^2}{1} < \frac{\sigma^2}{1}$$

$$\frac{\sigma^2\sigma^2(1-\rho^2)}{1} < \sigma^2 \quad \text{por lo que } \sigma < \sigma_1$$

$$\frac{\sigma^2 - 2\rho\sigma_1\sigma + \sigma^2}{1} < \frac{\sigma^2}{1}$$

que es lo que se quería probar.

Para el caso especial en  $\rho = -1$  se tiene que:

$$\sigma^2 = x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 - 2x_1x_2\sigma_1\sigma_2 = (x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2)^2$$

se tienen que considerar dos posibles casos:

$$x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2 \geq 0 \quad \text{y} \quad x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2 < 0$$

por lo que  $\sigma_P = |x \sigma_{11} - x \sigma_{22}|$

a) Si  $x \sigma_{11} - x \sigma_{22} \geq 0$  entonces  $\sigma_P = x \sigma_{11} - x \sigma_{22}$

b) Si  $x \sigma_{11} - x \sigma_{22} < 0$  entonces  $\sigma_P = -x \sigma_{11} + x \sigma_{22}$

haciendo  $x_2 = 1 - x_1$  y sustituyendo:

a) Si  $x \sigma_{11} - (1-x) \sigma_{12} \geq 0$  entonces  $\sigma_P = x \sigma_{11} - (1-x) \sigma_{12}$

Si  $x \sigma_{11} - \sigma_{12} + x \sigma_{12} \geq 0$  entonces  $\sigma_P = x \sigma_{11} - \sigma_{12} + x \sigma_{12}$

Si  $x (\sigma_{11} + \sigma_{12}) - \sigma_{12} \geq 0$  entonces  $\sigma_P = x (\sigma_{11} + \sigma_{12}) - \sigma_{12}$

Si  $x \geq \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{11} + \sigma_{12}}$  entonces  $\sigma_P = x (\sigma_{11} + \sigma_{12}) - \sigma_{12}$

b) Si  $x \sigma_{11} - (1-x) \sigma_{12} < 0$  entonces  $\sigma_P = -x \sigma_{11} + (1-x) \sigma_{12}$

Si  $x \sigma_{11} - \sigma_{12} + x \sigma_{12} < 0$  entonces  $\sigma_P = -x \sigma_{11} + \sigma_{12} - x \sigma_{12}$



Si  $x_1(\sigma_1 + \sigma_2) - \sigma_2 < 0$  entonces  $\sigma_P = -x_1(\sigma_1 + \sigma_2) + \sigma_2$

Si  $0 \leq x_1 < \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$  entonces  $\sigma_P = -x_1(\sigma_1 + \sigma_2) + \sigma_2$

En el primer caso tomando  $x_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$  se obtiene:

$$\sigma_P = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} (\sigma_1 + \sigma_2) - \sigma_2 = 0$$

para  $x_1 = 1$   $\sigma_P = (\sigma_1 + \sigma_2) - \sigma_2 = \sigma_1$

En el segundo caso si  $x_1 = 0$   $\sigma_P = \sigma_2$

Entonces cuando  $\rho = -1$  es posible encontrar un portafolios de mínimo riesgo tal que ese riesgo sea menor al riesgo más pequeño de los que se estén considerando; es más, fue posible encontrar un portafolios con riesgo nulo. Con esto queda completa la demostración.

Se mencionó que para  $\rho = 1$  no es posible disminuir el riesgo diversificando la inversión; si se toma ese valor para el

coeficiente de correlación y se sustituye en la fórmula para determinar la varianza:

$$\sigma_P^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho = (x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2)^2$$

$x_1, x_2, \sigma_1, \sigma_2 \geq 0$  por lo que  $x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2 \geq 0$ . Si se sustituye  $x_2 = 1 - x_1$

$$\sigma_P = x_1 \sigma_1 + x_2 \sigma_2 = x_1 \sigma_1 + (1 - x_1) \sigma_2 = x_1 \sigma_1 + \sigma_2 - x_1 \sigma_2 = x_1 (\sigma_1 - \sigma_2) + \sigma_2$$

si  $\sigma_1 = \sigma_2$  entonces  $\sigma_P = \sigma_2$ . Ahora si  $\sigma_1$  es diferente a  $\sigma_2$  se implica que cuando se invierte todo en el primer instrumento; es decir,  $x_1 = 1$  entonces  $\sigma_P = \sigma_1$ , en el caso contrario si  $x_1 = 0$  entonces  $\sigma_P = \sigma_2$ ; de acuerdo con lo anterior se puede concluir que si el coeficiente de correlación lineal es igual a la unidad no es posible construir el portafolios que represente un riesgo menor al riesgo más pequeño de los que se estén manejando.

Habiendo analizado la importancia que tiene la covarianza y el coeficiente de correlación lineal para las parejas de instrumentos que conforman un portafolios de inversión; se establecerá el planteamiento del modelo a resolver para la formación de una cartera de inversión.

Construir un portafolios de inversión implica resolver el problema de decidir que proporción de capital se destinará a cada uno de los instrumentos que formen parte de la cartera y que esa cartera sea eficiente para un rendimiento esperado determinado.

En otras palabras se determinará cuales son las proporciones de capital a invertir en el portafolios de mínimo riesgo para un rendimiento esperado establecido de antemano.

Formalmente se tiene que resolver el siguiente problema:

$$\text{Minimizar } \text{Var}(R)_P = \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{Var}(R)_i + 2 \sum_{i < j} x_i x_j \text{Cov}(R_i; R_j)$$

sujeto a

$$E(R)_P = \sum_{i=1}^n x_i E(R)_i \quad (\text{fijado de antemano})$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

donde  $x_i \geq 0$  para toda  $i$ .

Antes de continuar cabe hacer un paréntesis para hacer notar el hecho de que en el trabajo original de Markowitz se menciona que si las proporciones  $x_i$  toman valores menores a cero, los portafolios resultantes son ilegítimos; sin embargo, el hecho de que existan proporciones  $x_i < 0$  implica que existe  $x_j > 1$ ; lo anterior se puede explicar con lo que se conoce como ventas en corto. El hecho de  $x_i < 0$  implica que ese valor se vendió en corto y los recursos provenientes de esa inversión se canalizan a los

xj> 1.

Normalmente la ganancia que se obtiene de un instrumento se debe a que el precio de dicho instrumento sube y se vende al llegar el momento adecuado. Sin embargo, es posible que en algún momento, exista la expectativa de que en un futuro el precio del instrumento baje, aún en estas condiciones es posible que el inversionista pueda obtener ganancias; lo anterior se puede lograr con lo que se conoce como ventas en corto (short sales) o también se les conoce como ventas descubiertas. Las ventas en corto por lo regular se realizan en base a préstamos de valores; consisten en que el inversionista pide prestados valores para venderlos y recomprarlos posteriormente a un precio inferior al que vendió ganando la diferencia, obviamente el agente de bolsa percibe una comisión por la operación. En este tipo de operaciones el riesgo es ilimitado, lo anterior por el hecho de que los valores pueden, teóricamente, subir su precio ilimitadamente y esto puede acarrear pérdidas al vendedor en corto. Por otro lado el rendimiento de una venta en corto es limitado ya que cuando el valor baja de precio lo mínimo que puede valer es cero; por esto, la ganancia del vendedor en corto está acotada.

Por lo que se refiere al mercado bursátil mexicano las ventas en corto no están permitidas. En los mercados en que existen; las ventas en corto permiten controlar los movimientos especuladores; esto porque cuando los precios de los valores se disparan salen a flote los vendedores en corto.

Regresando al planteamiento del modelo para encontrar la cartera eficiente; se tiene que implica la solución de un modelo de programación que se puede resolver por algún método de optimización cuadrático. Sin embargo, existe un método para evitar la complejidad técnica del problema de la programación cuadrática, para casos relativamente sencillos, el método fue expuesto por A. D. Martín, tiene como base una de las dos propiedades importantes que tiene la frontera eficiente:

*1. Variación Monótona de las proporciones.* Si se dieran diferentes valores para el rendimiento esperado se puede notar que las proporciones de capital crecen o decrecen en forma monótona según que el rendimiento esperado aumente o disminuya; esto es, las proporciones de capital pueden expresarse en forma lineal respecto del rendimiento esperado.

*2. Todo portafolios eficiente puede expresarse como combinación lineal de dos portafolios eficientes arbitrarios.* Lo anterior implica que las proporciones de capital de un portafolios se pueden expresar como combinación de las proporciones de capital de dos carteras de inversión. Entonces existe  $0 < \Gamma < 1$  tal que:

$$X = \Gamma X_1 + (1 - \Gamma) X_2$$

Para resolver el problema de minimización se supondrá que es posible realizar ventas en corto; es decir, se cancela la restricción de no negatividad. El problema se transforma a:

$$\text{Minimizar } \text{Var}(R_P) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{Var}(R_i) + 2 \sum_{i < j} \sum_{i, j} x_i x_j \text{Cov}(R_i; R_j)$$

sujeito a

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) \quad (\text{fijado de antemano})$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

Este problema se puede resolver por medio de los multiplicadores de Lagrange. Para solucionar un problema de minimización o maximización de cualquier función  $f$  restringida a la función  $g$  utilizando los multiplicadores de Lagrange, se tiene que introducir una nueva variable  $\bar{Q}$  llamada multiplicador de Lagrange (el número de variables a agregar depende del número de restricciones que se estén manejando), con la cual se forma la función auxiliar  $F$ , tal que  $F = f + \bar{Q} \cdot g$ , el problema consiste entonces en encontrar los puntos críticos para las variables de  $F$ ; es decir los puntos para los cuales la primera derivada de  $F$  respecto de la variable en turno sea igual a cero.

Para el problema de la cartera la función  $F$  esta dada por:

$$F = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} \sum_{i, j} x_i x_j \sigma_{ij} + \bar{Q} \left( \sum_{i=1}^n x_i E_i - E_P \right) + \Omega \left( \sum_{i=1}^n x_i - 1 \right)$$

donde:

$$E(R_i) = E_i, \quad \text{Var}(R_i) = \sigma_i^2, \quad \text{Cov}(R_i; R_j) = \sigma_{ij} \quad y$$

$\bar{Q}, \Omega$  son multiplicadores de Lagrange.

Desarrollando F:

$$F = x_1^2 \sigma_1^2 + \dots + x_n^2 \sigma_n^2 + 2(x_1 x_2 \sigma_{1;2} + \dots + x_1 x_n \sigma_{1;n} + \dots + x_{n-1} x_n \sigma_{n-1;n}) + \\ + \bar{Q}(x_1 E_1 + \dots + x_n E_n - E_P) + \Omega(x_1 + \dots + x_n - 1)$$

Obteniendo las derivadas parciales de F e igualandolas a cero:

$$\frac{\delta F}{\delta x_1} = 2x_1 \sigma_1^2 + 2(x_2 \sigma_{1;2} + \dots + x_n \sigma_{1;n}) + \bar{Q}E_1 + \Omega = 0$$

$$\frac{\delta F}{\delta x_n} = 2x_n \sigma_n^2 + 2(x_1 \sigma_{1;n} + \dots + x_{n-1} \sigma_{n-1;n}) + \bar{Q}E_n + \Omega = 0$$

$$\frac{\delta F}{\delta \bar{Q}} = x_1 E_1 + \dots + x_n E_n - E_P = 0$$

$$\frac{\delta F}{\delta \Omega} = x_1 + \dots + x_n - 1 = 0$$

Dividiendo entre dos las igualdades anteriores excepto las dos últimas:

$$x_1 \sigma^2 + x_2 \sigma_{1;2} + \dots + x_n \sigma_{1;n} + \frac{\sigma E_1}{2} + \frac{\Omega}{2} = 0$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$$

$$x_1 \sigma_{1;n} + x_2 \sigma_{2;n} + \dots + x_n \sigma^2 + \frac{\sigma E_n}{2} + \frac{\Omega}{2} = 0$$

$$x_1 E + \dots + x_n E = E$$

$$x_1 + \dots + x_n = 1$$

que representa un sistema de n+2 ecuaciones lineales con n+2 incógnitas, que puede representarse matricialmente como:



$$\begin{bmatrix}
 \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} & E_1 & 1 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \dots & \sigma_{nn}^2 & E_n & 1 \\
 E_1 & E_2 & \dots & E_n & 0 & 0 \\
 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 x_1 \\
 \dots \\
 x_n \\
 \frac{0}{2} \\
 \frac{0}{2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 \dots \\
 0 \\
 E_P \\
 1
 \end{bmatrix}$$

y en forma simplificada:  $C \cdot X = B$ , el sistema tiene solución dada por:  $X = C^{-1} \cdot B$ .

Hasta aquí se ha resuelto el problema para encontrar una cartera con rendimiento esperado dado de antemano. Sin embargo, para la construcción de la frontera eficiente es necesario determinar el portafolios de riesgo mínimo independientemente del rendimiento esperado. Lo anterior implica resolver el siguiente problema:

$$\text{Minimizar} \quad \text{Var}(R)_P = \sum_{i=1}^n x_i^2 \text{Var}(R)_i + 2 \sum_{i < j} x_i x_j \text{Cov}(R_i; R_j)$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

La función F de Lagrange se expresa de la siguiente forma:

$$F = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} x_i x_j \sigma_i \sigma_j + \Omega \left( \sum_{i=1}^n x_i - 1 \right)$$

igualando a cero las derivadas parciales de F:

$$\frac{\delta F}{\delta x_1} = 2x_1 \sigma_1^2 + 2(x_2 \sigma_1 \sigma_2 + \dots + x_n \sigma_1 \sigma_n) + \Omega = 0$$

.

.

.

$$\frac{\delta F}{\delta x_n} = 2x_n \sigma_n^2 + 2(x_1 \sigma_1 \sigma_n + \dots + x_{n-1} \sigma_{n-1} \sigma_n) + \Omega = 0$$

$$\frac{\delta F}{\delta \Omega} = x_1 + \dots + x_n - 1 = 0$$

dividiendo entre dos las igualdades menos la última, se tiene:

$$x_1 \sigma_1^2 + x_2 \sigma_1 \sigma_2 + \dots + x_n \sigma_1 \sigma_n + \frac{\Omega}{2} = 0$$

.

.

.

$$x_1 \sigma_{1;1}^2 + x_2 \sigma_{2;2}^2 + \dots + x_n \sigma_{n;n}^2 + \frac{\Omega}{2} = 0$$

$$x_1 + \dots + x_n = 1$$

que es un sistema de  $n+1$  ecuaciones lineales con  $n+1$  incógnitas; matricialmente se puede expresar:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1;1}^2 & \sigma_{1;2} & \dots & \sigma_{1;n} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1;n} & \sigma_{2;n} & \dots & \sigma_n^2 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \\ \frac{\Omega}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

que expresado en forma condensada es:  $C_1 X = B_1$ , y cuya solución está dada por:  $X = C_1^{-1} B_1$ .

Con esto se logra encontrar el portafolios de mínimo riesgo que separa en la frontera del conjunto factible a los portafolios eficientes de los ineficientes.

Una vez calculada la solución de los dos sistemas de ecuaciones lineales es posible construir la frontera eficiente (en el caso en que las ventas en corto estén permitidas). Para construir la frontera eficiente cuando las proporciones de capital  $x_i \geq 0$  para toda  $i$ , A. D. Martin expuso, como ya se había

mencionado, tomando como base la monotonía de las proporciones de capital, que basta con eliminar de los portafolios los que contengan proporciones negativas; lo anterior se realiza reduciendo de la matriz C del primer sistema el renglón y la columna que corresponde al instrumento cuya proporción es negativa y se resuelve el sistema resultante; con esto, se obtiene una nueva frontera eficiente con un instrumento menos, si en alguno de los portafolios de la nueva frontera se encontraran proporciones negativas simplemente se repite el procedimiento; sin embargo, éste método es para casos relativamente sencillos por lo que se tiene que recurrir a la programación cuadrática, en donde existen diversos métodos, para poder determinar la solución óptima.

## CAPITULO V " APLICACION DEL MODELO DE MARKOWITZ "

### 5. Formación de un Portafolios de Inversión

El Portafolios de Inversión que se formará en el presente capitulo será un portafolios de riesgo; por lo cual los instrumentos financieros que formarán parte de él pertenecen a lo que se conoce como mercado de capitales, en particular, estará integrado por acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores.

Para la selección de las acciones se utiliza una muestra que fue tomada durante el período que comprende del mes de octubre de 1992 al mes de noviembre de 1993. Para elegir a las acciones se considera como criterio de selección en primer término a la bursatilidad. La bolsa de valores mensualmente publica los índices de bursatilidad, así como muchas otras variables importantes, de todas las acciones que en ella se cotizan y las coloca, de acuerdo al índice que presenten, dentro de alguno de cuatro rubros: bursatilidad alta, bursatilidad media, bursatilidad baja y bursatilidad mínima.

La bursatilidad alta comprende aquellas acciones cuyo índice se coloca dentro del intervalo  $7.97 < X < 10.00$ , 10.00 es el índice más alto; en la bursatilidad media se encuentran aquellas acciones que presentan un índice que cae dentro del intervalo

6.56= $X$ <7.97, en la bursatilidad baja se incluyen a las acciones que presentan un índice que corresponde a alguno de los valores que se encuentran en el intervalo 4.51= $X$ <6.56 y en la bursatilidad mínima se coloca a las acciones que presentan un índice que cae en el intervalo 0.00= $X$ <4.51.<3>

En un capítulo previo se mencionó que la bursatilidad es muy importante ya que es un indicador de la liquidez que tiene una acción; por lo regular si una acción representa una alta liquidez; es decir, una bursatilidad alta, también representa un buen rendimiento para el inversionista.

Las acciones que se toman en gran parte siempre presentaron un índice de bursatilidad alta, se presenta a continuación la lista de las acciones con sus respectivos índices.

3. Estos intervalos son al mes de octubre de 1992. La amplitud de los intervalos que da a conocer la Bolsa Mexicana de Valores presenta pequeñas variaciones de un mes a otro; por ejemplo, al mes de noviembre de 1992 los intervalos que se manejan para indicar la bursatilidad fueron: 7.98= $X$ <18.00, 6.56= $X$ <7.98, 4.48= $X$ <6.56 y 0.00= $X$ <4.48.

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
 COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
 NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA	PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
1	AEROMEX CPO	93-01	8.06
2	AEROMEX CPO	93-02	8.03
3	AEROMEX CPO	93-03	8.10
4	AEROMEX CPO	93-04	8.16
5	AEROMEX CPO	93-05	8.10
6	AEROMEX CPO	93-06	8.10
7	AEROMEX CPO	93-07	8.03
8	AEROMEX CPO	93-08	8.05
9	AEROMEX CPO	93-09	7.96
1	ALFA A	92-10	8.32
2	ALFA A	92-11	8.14
3	ALFA A	92-12	8.20
4	ALFA A	93-01	8.03
5	ALFA A	93-02	8.02
6	ALFA A	93-03	8.00
7	ALFA A	93-04	7.95
1	APASCO A	92-10	8.02
2	APASCO A	92-11	8.24
3	APASCO A	92-12	8.32
4	APASCO A	93-01	8.28
5	APASCO A	93-02	8.31
6	APASCO A	93-03	8.43
7	APASCO A	93-04	8.42
8	APASCO A	93-05	8.26
9	APASCO A	93-06	8.27
10	APASCO A	93-07	8.39
11	APASCO A	93-08	8.31
12	APASCO A	93-09	8.20

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA	PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
13	APASCO A	93-10	8.14
14	APASCO A	93-11	8.18
1	BACOMER BCP	92-10	8.27
1	BANACCI B	92-10	8.62
2	BANACCI B	92-11	8.56
3	BANACCI B	92-12	8.59
4	BANACCI B	93-01	8.58
5	BANACCI B	93-02	8.58
6	BANACCI B	93-03	8.63
7	BANACCI B	93-04	8.60
8	BANACCI B	93-05	8.57
9	BANACCI B	93-06	8.48
10	BANACCI B	93-07	8.49
11	BANACCI B	93-08	8.52
12	BANACCI B	93-09	8.49
13	BANACCI B	93-10	8.48
14	BANACCI B	93-11	8.55
1	BANACCI C	92-10	8.43
2	BANACCI C	92-11	8.38
3	BANACCI C	92-12	8.38
4	BANACCI C	93-01	8.35
5	BANACCI C	93-02	8.30
6	BANACCI C	93-03	8.23
7	BANACCI C	93-04	8.15
8	BANACCI C	93-05	8.08
9	BANACCI C	93-06	8.03
10	BANACCI C	93-07	8.10
11	BANACCI C	93-08	8.05



ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
 COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
 NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA		PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
12	BANACCI	C	93-09	8.01
13	BANACCI	C	93-10	8.00
14	BANACCI	C	93-11	8.10
1	BANORTE	BCP	93-07	7.99
2	BANORTE	BCP	93-08	8.15
3	BANORTE	BCP	93-09	8.21
4	BANORTE	BCP	93-10	8.29
5	BANORTE	BCP	93-11	8.30
1	CEMEX	A	92-10	8.56
2	CEMEX	A	92-11	8.58
3	CEMEX	A	92-12	8.70
4	CEMEX	A	93-01	8.57
5	CEMEX	A	93-02	8.56
6	CEMEX	A	93-03	8.53
7	CEMEX	A	93-04	8.40
8	CEMEX	A	93-05	8.38
9	CEMEX	A	93-06	8.36
10	CEMEX	A	93-07	8.43
11	CEMEX	A	93-08	8.48
12	CEMEX	A	93-09	8.51
13	CEMEX	A	93-10	8.53
14	CEMEX	A	93-11	8.56
1	CEMEX	B	92-10	8.57
2	CEMEX	B	92-11	8.62
3	CEMEX	B	92-12	8.76
4	CEMEX	B	93-01	8.68
5	CEMEX	B	93-02	8.69
6	CEMEX	B	93-03	8.72

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA	PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
7	CEMEX B	93-04	8.68
8	CEMEX B	93-05	8.69
9	CEMEX B	93-06	8.68
10	CEMEX B	93-07	8.72
11	CEMEX B	93-08	8.66
12	CEMEX B	93-09	8.63
13	CEMEX B	93-10	8.62
14	CEMEX B	93-11	8.64
1	CEMEX CPO	92-10	8.49
2	CEMEX CPO	92-11	8.56
3	CEMEX CPO	92-12	8.65
4	CEMEX CPO	93-01	8.41
5	CEMEX CPO	93-02	8.38
6	CEMEX CPO	93-03	8.44
7	CEMEX CPO	93-04	8.38
8	CEMEX CPO	93-05	8.29
9	CEMEX CPO	93-06	8.33
10	CEMEX CPO	93-07	8.45
11	CEMEX CPO	93-08	8.49
12	CEMEX CPO	93-09	8.48
13	CEMEX CPO	93-10	8.48
14	CEMEX CPO	93-11	8.52
1	CIFRA C	92-10	8.72
2	CIFRA C	92-11	8.86
3	CIFRA C	92-12	8.92
4	CIFRA C	93-01	8.89
5	CIFRA C	93-02	8.89
6	CIFRA C	93-03	8.96
7	CIFRA C	93-04	8.95

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
 COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
 NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA		PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
8	CIFRA	C	93-05	8.89
9	CIFRA	C	93-06	8.84
10	CIFRA	C	93-07	8.89
11	CIFRA	C	93-08	8.88
12	CIFRA	C	93-09	8.81
13	CIFRA	C	93-10	8.83
14	CIFRA	C	93-11	8.94
1	CIFRA	B	92-10	8.25
2	CIFRA	B	92-11	8.28
3	CIFRA	B	92-12	8.43
4	CIFRA	B	93-01	8.49
5	CIFRA	B	93-02	8.40
6	CIFRA	B	93-03	8.49
7	CIFRA	B	93-04	8.43
8	CIFRA	B	93-05	8.43
9	CIFRA	B	93-06	8.31
10	CIFRA	B	93-07	8.29
11	CIFRA	B	93-08	8.32
12	CIFRA	B	93-09	8.21
13	CIFRA	B	93-10	8.17
14	CIFRA	B	93-11	8.25
1	CMA	3	92-10	8.39
2	CMA	3	92-11	8.39
3	CMA	3	92-12	8.30
1	FEMSA	B	92-10	8.42
2	FEMSA	B	92-11	8.67
3	FEMSA	B	92-12	8.97
4	FEMSA	B	93-01	9.00

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
 COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
 NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA		PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
5	FEMSA	B	93-02	9.00
6	FEMSA	B	93-03	9.08
7	FEMSA	B	93-04	9.08
8	FEMSA	B	93-05	8.92
9	FEMSA	B	93-06	8.73
10	FEMSA	B	93-07	8.69
11	FEMSA	B	93-08	8.68
12	FEMSA	B	93-09	8.61
13	FEMSA	B	93-10	8.63
14	FEMSA	B	93-11	8.64
1	GCARSO	A1	92-10	8.73
2	GCARSO	A1	92-11	8.71
3	GCARSO	A1	92-12	8.80
4	GCARSO	A1	93-01	8.76
5	GCARSO	A1	93-02	8.74
6	GCARSO	A1	93-03	8.74
7	GCARSO	A1	93-04	8.67
8	GCARSO	A1	93-05	8.61
9	GCARSO	A1	93-06	8.52
10	GCARSO	A1	93-07	8.44
11	GCARSO	A1	93-08	8.61
12	GCARSO	A1	93-09	8.71
13	GCARSO	A1	93-10	8.81
14	GCARSO	A1	93-11	8.96
1	GCC	B	92-11	8.10
2	GCC	B	92-12	8.18
3	GCC	B	93-01	7.99
1	GFB	A	93-06	7.89

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
 COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
 NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA		PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
2	GFB	A	93-07	7.94
3	GFB	A	93-08	7.98
4	GFB	A	93-09	7.96
5	GFB	A	93-10	7.96
8	GFB	A	93-11	8.03
1	GFB	B	92-10	8.35
2	GFB	B	92-11	8.36
3	GFB	B	92-12	8.43
4	GFB	B	93-01	8.38
6	GFB	B	93-02	8.39
6	GFB	B	93-03	8.48
7	GFB	B	93-04	8.42
8	GFB	B	93-05	8.33
9	GFB	B	93-06	8.34
10	GFB	B	93-07	8.41
11	GFB	B	93-08	8.49
12	GFB	B	93-09	8.47
13	GFB	B	93-10	8.47
14	GFB	B	93-11	8.47
1	GFB	C	92-10	8.81
2	GFB	C	92-11	8.85
3	GFB	C	92-12	8.96
4	GFB	C	93-01	8.85
5	GFB	C	93-02	8.79
6	GFB	C	93-03	8.74
7	GFB	C	93-04	8.63
8	GFB	C	93-05	8.51
9	GFB	C	93-06	8.48
10	GFB	C	93-07	8.48

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
 COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
 NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA		PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
11	GFB	C	93-08	8.56
12	GFB	C	93-09	8.56
13	GFB	C	93-10	8.56
14	GFB	C	93-11	8.58
1	GGEMEX	BCP	92-10	8.13
1	GIGANTE	BCP	93-04	7.95
2	GIGANTE	BCP	93-05	7.95
1	GSERFIN	BCP	92-10	8.77
2	GSERFIN	BCP	92-11	8.63
3	GSERFIN	BCP	92-12	8.64
4	GSERFIN	BCP	93-01	8.40
5	GSERFIN	BCP	93-02	8.27
6	GSERFIN	BCP	93-03	8.40
7	GSERFIN	BCP	93-04	8.33
8	GSERFIN	BCP	93-05	8.35
9	GSERFIN	BCP	93-06	8.23
10	GSERFIN	BCP	93-07	8.07
11	GSERFIN	BCP	93-08	8.05
12	GSERFIN	BCP	93-09	8.03
13	GSERFIN	BCP	93-10	8.12
14	GSERFIN	BCP	93-11	8.19
1	GVIDEO	B	92-11	8.22
2	GVIDEO	B	92-12	8.38
3	GVIDEO	B	93-01	8.43
4	GVIDEO	B	93-02	8.44
5	GVIDEO	B	93-03	8.48
6	GVIDEO	B	93-04	8.45

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA		PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
7	GVIDEO	B	93-05	8.23
8	GVIDEO	B	93-06	8.14
9	GVIDEO	B	93-07	8.12
10	GVIDEO	B	93-08	7.99
1	INTENAL	BCP	92-10	8.61
2	INTENAL	BCP	92-11	8.39
3	INTENAL	BCP	92-12	8.23
1	KIMBER	A	92-10	8.00
2	KIMBER	A	92-11	8.08
3	KIMBER	A	92-12	8.13
4	KIMBER	A	93-01	8.06
5	KIMBER	A	93-02	8.06
6	KIMBER	A	93-03	7.99
	KIMBER	A	93-04	7.88
	KIMBER	A	93-05	7.79
	KIMBER	A	93-06	7.76
	KIMBER	A	93-07	7.76
	KIMBER	A	93-08	7.71
	KIMBER	A	93-09	7.67
	KIMBER	A	93-10	7.70
	KIMBER	A	93-11	7.77
1	MASECA	B	93-10	8.06
2	MASECA	B	93-11	8.23
1	SERFIN	B	92-10	8.51
2	SERFIN	B	92-11	8.18
1	TELMEX	L	92-10	9.93

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
 COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
 NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA	PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
2	TELMEX L	92-11	9.93
3	TELMEX L	92-12	9.93
4	TELMEX L	93-01	9.92
6	TELMEX L	93-02	9.92
6	TELMEX L	93-03	9.92
7	TELMEX L	93-04	9.92
8	TELMEX L	93-05	9.95
9	TELMEX L	93-06	9.95
10	TELMEX L	93-07	9.95
11	TELMEX L	93-08	9.95
12	TELMEX L	93-09	9.96
13	TELMEX L	93-10	9.96
14	TELMEX L	93-11	9.96
1	TELMEX A	92-10	8.17
2	TELMEX A	92-11	8.13
3	TELMEX A	92-12	8.14
4	TELMEX A	93-01	7.99
5	TELMEX A	93-02	8.01
6	TELMEX A	93-03	8.06
7	TELMEX A	93-04	8.04
8	TELMEX A	93-05	8.04
9	TELMEX A	93-06	7.94
	TELMEX A	93-07	7.90
	TELMEX A	93-08	7.79
	TELMEX A	93-09	7.72
	TELMEX A	93-10	7.67
	TELMEX A	93-11	7.75
1	TLEVISA L	93-03	8.01
2	TLEVISA L	93-04	8.01



ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA		PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
3	TLEVISA	L	93-05	8.01
4	TLEVISA	L	93-06	8.00
5	TLEVISA	L	93-07	8.08
6	TLEVISA	L	93-08	8.05
7	TLEVISA	L	93-09	8.06
8	TLEVISA	L	93-10	8.07
9	TLEVISA	L	93-11	8.07
1	TMM	L	92-10	8.14
2	TMM	L	92-11	8.06
3	TMM	L	92-12	8.06
1	TTOLMEX	B2	92-10	8.56
2	TTOLMEX	B2	92-11	8.62
3	TTOLMEX	B2	92-12	8.69
4	TTOLMEX	B2	93-01	8.63
5	TTOLMEX	B2	93-02	8.64
6	TTOLMEX	B2	93-03	8.68
7	TTOLMEX	B2	93-04	8.60
8	TTOLMEX	B2	93-05	8.54
9	TTOLMEX	B2	93-06	8.52
10	TTOLMEX	B2	93-07	8.62
11	TTOLMEX	B2	93-08	8.64
12	TTOLMEX	B2	93-09	8.63
13	TTOLMEX	B2	93-10	8.60
14	TTOLMEX	B2	93-11	8.58
1	VITRO	CP	92-10	8.54
2	VITRO	CP	92-11	8.53
3	VITRO	CP	92-12	8.59
4	VITRO		93-01	8.51

ACCIONES QUE PRESENTAN ALTA BURSATILIDAD EN EL PERIODO  
 COMPRENDIDO DEL MES DE OCTUBRE DE 1992 AL MES DE  
 NOVIEMBRE DE 1993.

NUM. DE VECES QUE PRESENTO ALTA BURSAT.	EMISORA	PERIODO AÑO-MES	INDICE DE BURSATILIDAD
5	VITRO	93-02	8.49
6	VITRO	93-03	8.58
7	VITRO	93-04	8.40
8	VITRO	93-05	8.40
9	VITRO	93-06	8.30
10	VITRO	93-07	8.22
11	VITRO	93-08	8.18
12	VITRO	93-09	8.03
13	VITRO	93-10	8.03
14	VITRO	93-11	7.99

Se descartaron acciones como ALFA A y AEROMEX CPO que durante parte del período presentaron alta bursatilidad pero con una tendencia decreciente y se tomaron en cuenta acciones como BANORTE BCP, GFB. A, KIMBER A, MASECA B, TELMEX A y TLEVISA L que fueron presentando un aumento en el índice que se esta considerando.

Las acciones que se tomaron como punto de partida de acuerdo a la forma anterior descrita son las siguientes:

1. *APASCO A.* Sector: Industria de la Construcción (Industria Cementera). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
2. *BANACCI B.* Sector: Servicios (Grupo Financiero). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
3. *BANACCI C.* Sector: Servicios (Grupo Financiero). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
4. *BANORTE BCP.* Sector: Servicios (Institución de Crédito). A partir de julio de 1993 se ve incrementado su índice de bursatilidad. "
5. *CENEX A.* Sector: Industria de la Construcción (Industria Cementera). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
6. *CENEX B.* Sector: Industria de la construcción (Industria Cementera). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
7. *CENEX CPO.* Sector: Industria de la construcción (Industria Cementera). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
8. *CIFRA B.* Sector: Comercio (Casas Comerciales). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
9. *CIFRA C.* Sector: Comercio (Casas Comerciales). Presenta alta

bursatilidad en todo el período.

10. *FENSA B.* Sector: Industria de la Transformación (Productos Alimenticios, Bebidas y Tabaco). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
11. *GCARSO A1.* Sector: Varios (Controladora). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
12. *GFB A.* Sector: Servicios (Grupo Financiero). A partir de junio de 1993 se ha ido incrementando su índice de bursatilidad.
13. *GFB B.* Sector: Servicios (Grupo Financiero). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
14. *GFB C.* Sector: Servicios (Grupo Financiero). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
15. *GSERFIN BCP.* Sector: Servicios (Grupo Financiero). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
16. *KIMBER A.* Sector: Industria de la Transformación (Celulosa y Papel). Al principio del período presentó bursatilidad alta, octubre de 1992 a marzo de 1993, al final presenta bursatilidad media pero con tendencia creciente.
17. *MASECA B.* Sector: Industria de la Transformación. (Productos Alimenticios, Bebidas y Tabaco). En los tres últimos meses viene incrementándose su bursatilidad.
18. *TELHEX L.* Sector: Comunicaciones y Transportes (Comunicaciones). Presenta la bursatilidad más alta de todas las acciones en todo el período.
19. *TELHEX A.* Sector: Comunicaciones y Transportes

(Comunicaciones). Presenta alta bursatilidad los primeros tres meses del período y continua con bursatilidad media; se considera porque, obviamente, es emitida por la misma empresa de la acción anterior que tiene la bursatilidad más alta.

20. *TLEVISA L.* Sector: Comunicaciones y Transportes (Comunicaciones). A partir de marzo de 1993 presenta un incremento en su índice de bursatilidad.
21. *TTOLEX B2.* Sector: Industria de la Construcción (Industria Cementera). Presenta alta bursatilidad en todo el período.
22. *VITRO.* Sector: Industria de la Transformación (Fabricación de Productos Minerales No-Metálicos). Presenta alta bursatilidad en todo el período.

En el capítulo IV, a donde se mencionó la teoría del Modelo de Markowitz, se mencionó que el modelo utiliza la varianza del rendimiento como medida del riesgo en la inversión y, por lo regular, un inversionista siempre busca obtener un mayor rendimiento con un riesgo pequeño. Asimismo, se dio la definición de un criterio para seleccionar una inversión con relación a otra; este se basa en la comparación de la esperanza y la varianza.

Una alternativa A domina a una alternativa B, si y solo si:

$$E(\text{Rend. A}) \geq E(\text{Rend. B}) \quad \text{y} \quad \text{Var}(\text{Rend. A}) < \text{Var}(\text{Rend. B})$$

o bien,

$$E(\text{Rend. A}) > E(\text{Rend. B}) \quad \text{y} \quad \text{Var}(\text{Rend. A}) \leq \text{Var}(\text{Rend. B})$$

en donde,  $E(\text{Rend. A})$  y  $E(\text{Rend. B})$  se entiende como la esperanza

del rendimiento de la alternativa A y B respectivamente,  $Var(Rend. A)$  y  $Var(Rend. B)$  se refiere a la varianza de la alternativa A y B respectivamente.

De todos los instrumentos listados se calculó su rendimiento mensual promedio a lo largo del período; lo anterior se obtuvo tomando como base el precio promedio por mes de cada una de las acciones; que es publicado por la Bolsa Mexicana de Valores.

La fórmula que se utilizó para el cálculo del rendimiento promedio por mes, R, fue:

$$R = \frac{\text{precio promedio del mes} - \text{precio promedio del mes anterior}}{\text{precio promedio del mes anterior}}$$

Al tener ya determinados los rendimientos de cada una de las acciones por cada uno de los meses, para el manejo de la información y la determinación de la distribución de probabilidad y de la respectiva media o esperanza y la varianza, se agrupó la información en intervalos de frecuencia; al obtener los rendimientos máximos y mínimos de cada acción en el período se puede determinar el rendimiento máximo de todas las acciones de la muestra así como también el rendimiento mínimo de la muestra; 20.76% y -15.91% respectivamente, lo anterior con la finalidad de poder determinar el recorrido, es decir, la distancia entre el valor máximo y el valor mínimo, 36.67%, y poder determinar la amplitud de los intervalos de frecuencia a utilizar de manera

uniforme para todas las acciones. Utilizando 10 intervalos de frecuencia,  $(36.87\%/10)=3.687\%$ , es la amplitud aproximada de cada intervalo; para el análisis de la información se tomará como amplitud de cada intervalo 3%.

Determinados los intervalos de frecuencia se obtuvo la marca de clase de cada intervalo de frecuencia, la marca de clase es el valor representativo de cada intervalo es el punto medio del intervalo; así como también se obtuvo la frecuencia absoluta u observada y la frecuencia relativa de cada acción, es decir; la frecuencia con que un valor del rendimiento se presenta para cada uno de los intervalos de frecuencia y la frecuencia entre el número total de valores que se están considerando para cada una de las acciones respectivamente. Para poder obtener el valor de la media y la varianza tomando, desde luego, como base las definiciones mencionadas en el capítulo IV para esas medidas, se utilizaron las fórmulas:

$$E(R_j) = \sum_j r_j f(r_j)$$

$$\text{Var}(R_j) = \sum_j (r_j - E(R_j))^2 f(r_j)$$

donde:

$E(R_j)$  = Esperanza del rendimiento de la acción j.

$R_j$  = rendimiento mensual promedio de la acción j.

$r_j$  = marca de clase del intervalo  $j$ .

$f(r_j)$  = frecuencia relativa de la marca de clase  $j$ .

$\text{Var}(R_j)$  = Varianza del rendimiento de la acción  $j$ .

Al tener ya determinado el rendimiento, se puede obtener el valor de la media y la varianza de la muestra; con lo cual se puede aplicar el criterio de selección entre las 22 alternativas para determinar que acciones son ineficientes y cuales son eficientes.



Precio Promedio del Mes y Rendimiento Mensual Promedio durante el período de octubre de 1992 a noviembre de 1993.

APASCO A		BANACCI B		BANACCI C	
PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR
11.024		14.314		14.995	
13.292	20.57%	16.139	12.75%	16.497	10.02%
14.041	5.64%	16.335	1.22%	17.055	3.38%
14.584	3.86%	16.870	3.27%	17.871	4.79%
13.406	-8.08%	14.961	-11.32%	15.885	-11.11%
14.166	5.67%	15.706	4.98%	16.814	5.85%
15.288	7.92%	16.066	2.29%	17.432	3.68%
15.096	-1.26%	15.120	-5.89%	16.156	-7.32%
15.703	4.02%	14.684	-2.88%	15.859	-1.84%
17.408	10.86%	15.932	8.50%	17.804	12.26%
18.320	5.24%	17.379	9.08%	19.308	8.45%
18.534	1.17%	17.107	-1.57%	19.047	-1.35%
20.294	9.50%	16.868	-1.40%	19.272	1.18%
23.217	14.40%	17.557	4.08%	20.575	6.76%
Rend. Máximo	20.57%	Rend. Máximo	12.75%	Rend. Máximo	12.26%
Rend. Mínimo	-8.08%	Rend. Mínimo	-11.32%	Rend. Mínimo	-11.11%
Media	5.85	Media	1.85	Media	2.77
Varianza	48.28	Varianza	35.98	Varianza	45.25

Precio Promedio del Mes y Rendimiento Mensual Promedio durante el periodo de octubre de 1992 a noviembre de 1993.

BANORTE BCP		CEMEX A		CEMEX B	
PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR
0.472		40.960		41.071	
0.561	18.83%	42.254	3.16%	42.999	4.69%
0.611	8.99%	45.277	7.15%	45.942	6.84%
0.591	-3.33%	48.313	6.71%	49.078	6.83%
0.497	-15.91%	43.085	-10.82%	43.763	-10.83%
0.581	16.90%	44.018	2.17%	44.880	2.55%
0.636	9.47%	47.483	7.87%	48.620	8.33%
0.605	-4.87%	45.467	-4.25%	46.690	-3.97%
0.586	-3.14%	46.232	1.68%	48.253	3.35%
0.643	9.73%	51.306	10.98%	53.220	10.29%
0.711	10.58%	55.574	8.32%	58.384	9.70%
0.768	8.02%	57.092	2.73%	61.278	4.96%
0.806	4.95%	62.705	9.83%	68.732	12.16%
0.831	3.10%	69.914	11.50%	77.318	12.49%
<b>Rend. Máximo</b>	<b>18.83%</b>	<b>Rend. Máximo</b>	<b>11.50%</b>	<b>Rend. Máximo</b>	<b>12.49%</b>
<b>Rend. Mínimo</b>	<b>-15.91%</b>	<b>Rend. Mínimo</b>	<b>-10.82%</b>	<b>Rend. Mínimo</b>	<b>-10.83%</b>
<b>Media</b>	<b>4.62</b>	<b>Media</b>	<b>4.62</b>	<b>Media</b>	<b>5.23</b>
<b>Varianza</b>	<b>85.78</b>	<b>Varianza</b>	<b>41.47</b>	<b>Varianza</b>	<b>42.79</b>

Pracio Promedio del Mes y Rendimiento Mensual Promedio durante el período de octubre de 1992 a noviembre de 1993.

CEMEX		CPO		CIFRA B		CIFRA C	
PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR
39.413		4.926		4.555			
41.462	5.20%	5.949	20.76%	5.117	12.33%		
44.527	7.39%	6.357	6.86%	5.644	10.30%		
47.682	7.09%	6.502	2.28%	5.873	4.06%		
42.337	-11.21%	5.777	-11.15%	5.235	-10.86%		
43.023	1.62%	5.800	0.40%	5.428	3.69%		
46.427	7.91%	6.256	7.86%	5.794	6.74%		
45.186	-2.67%	6.077	-2.86%	5.565	-3.95%		
45.800	1.36%	6.168	1.50%	5.720	2.79%		
50.618	10.52%	6.582	6.71%	6.235	9.00%		
55.053	8.76%	7.413	12.63%	7.066	13.33%		
57.190	3.88%	7.257	-2.10%	7.107	0.58%		
62.245	8.84%	7.568	4.29%	7.158	0.72%		
70.368	13.05%	8.576	13.32%	7.957	11.16%		
Rend. Máximo	13.05%	Rend. Máximo	20.76%	Rend. Máximo	13.33%		
Rend. Mínimo	-11.21%	Rend. Mínimo	-11.15%	Rend. Mínimo	-10.86%		
Media	4.31	Media	4.31	Media	4.62		
Varianza	42.98	Varianza	65.14	Varianza	48.85		

Precio Promedio del Mes y Rendimiento Mensual Promedio durante el período de octubre de 1992 a noviembre de 1993.

FEMSA B		GCARSO A1		GFB A	
PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR
9.811		16.585		3.327	
10.542	7.45%	18.523	11.69%	3.730	12.11%
11.645	10.46%	19.157	3.42%	3.815	2.27%
11.758	0.97%	19.188	0.16%	3.534	-7.36%
10.376	-11.75%	17.413	-9.25%	3.073	-13.04%
11.127	7.24%	17.818	2.33%	3.262	6.15%
12.299	10.53%	18.413	3.34%	3.254	-0.25%
11.743	-4.52%	17.001	-7.67%	3.025	-7.04%
11.845	0.87%	16.819	-1.07%	2.919	-3.50%
12.499	5.52%	18.313	8.88%	3.000	2.77%
14.355	14.85%	19.821	8.23%	3.134	4.47%
15.123	5.35%	21.249	7.20%	3.094	-1.28%
15.427	2.01%	22.530	6.03%	2.927	-5.40%
17.502	13.45%	25.514	13.24%	3.241	10.73%
Rend. Máximo	14.85%	Rend. Máximo	13.24%	Rend. Máximo	12.11%
Rend. Mínimo	-11.75%	Rend. Mínimo	-9.25%	Rend. Mínimo	-13.04%
Media	4.92	Media	4.00	Media	0.62
Varianza	54.53	Varianza	39.38	Varianza	53.78

Precio Promedio del Mes y Rendimiento Mensual Promedio durante el período de octubre de 1992 a noviembre de 1993.

GFB B		GFB C		GSEFIN BCP	
PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR
3.814		4.302		10.800	
4.223	10.73%	5.108	18.74%	9.993	-7.47%
4.413	4.50%	5.302	3.78%	10.612	6.20%
4.196	-4.92%	5.156	-2.75%	11.668	9.95%
3.568	-14.97%	4.706	-8.73%	11.664	-0.03%
3.802	6.56%	4.966	5.52%	13.273	13.79%
3.913	2.92%	5.329	7.31%	14.340	8.04%
3.578	-8.56%	5.097	-4.35%	13.795	-3.80%
3.676	2.74%	4.961	-2.67%	14.082	2.08%
4.070	10.72%	5.084	2.48%	14.015	-0.48%
4.325	6.27%	5.196	2.20%	14.961	6.75%
4.215	-2.54%	4.832	-7.01%	16.095	7.58%
3.968	-5.86%	4.600	-4.80%	17.175	6.71%
4.074	2.67%	5.132	11.57%	18.102	5.40%
Rend. Máximo	10.73%	Rend. Máximo	18.74%	Rend. Máximo	13.79%
Rend. Mínimo	-14.97%	Rend. Mínimo	-8.73%	Rend. Mínimo	-7.47%
Media	1.54	Media	1.85	Media	4.31
Varianza	62.86	Varianza	63.05	Varianza	30.67

Precio Promedio del Mes y Rendimiento Mensual Promedio durante el período de octubre de 1992 a noviembre de 1993.

KIMBER A		MASECA B		TELMEX L	
PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR
26 893		1 730		7 396	
29 237	8 72%	1 985	14 72%	8 253	11 59%
30 730	5 11%	2 335	17 61%	8 658	4 91%
31 401	2 18%	2 591	10 98%	8 668	0 12%
28 676	-8 68%	2 186	-15 63%	7 923	-8 59%
27 907	-2 68%	2 329	6 54%	8 284	4 56%
29 234	4 76%	2 414	3 65%	7 924	-4 35%
30 257	3 50%	2 330	-3 48%	7 557	-4 63%
32 156	6 28%	2 444	4 89%	7 347	-2 78%
35 240	9 59%	2 836	16 04%	7 530	2 49%
38 731	9 91%	3 386	19 39%	8 139	8 09%
40 464	4 47%	3 327	-1 74%	8 019	-1 47%
45 471	12 37%	3 435	3 25%	8 323	3 79%
49 786	9 49%	3 854	12 20%	8 582	3 11%
Rend. Máximo	12 37%	Rend. Máximo	19 39%	Rend. Máximo	11 59%
Rend. Mínimo	-8 68%	Rend. Mínimo	-15 63%	Rend. Mínimo	-8 59%
Media	4 62	Media	7 08	Media	1 54
Varianza	26 70	Varianza	91 46	Varianza	28 40

Precio Promedio del Mes y Rendimiento Mensual Promedio durante el período de octubre de 1992 a noviembre de 1993.

TELMEX A		TLEVISA L		TTOLMEX B2	
PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR	PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR
7.271		46.176		20.987	
8.360	14.98%	54.807	18.69%	24.076	14.72%
8.687	3.91%	58.805	7.29%	25.143	4.43%
8.705	0.21%	59.636	1.41%	25.924	3.11%
7.927	-8.94%	52.847	-11.38%	22.521	-13.13%
8.247	4.04%	55.747	5.49%	23.255	3.26%
8.314	0.81%	58.952	5.75%	24.582	5.71%
7.539	-9.32%	56.712	-3.80%	22.890	-6.88%
7.347	-2.55%	58.105	2.46%	23.956	4.66%
7.531	2.50%	59.178	1.85%	26.486	10.56%
8.187	8.71%	70.344	18.87%	30.264	14.26%
8.053	-1.64%	72.404	2.93%	31.780	5.01%
8.225	2.14%	81.028	11.91%	33.657	5.91%
8.762	6.53%	91.549	12.98%	35.334	4.98%
Rend. Máximo	14.98%	Rend. Máximo	18.87%	Rend. Máximo	14.72%
Rend. Mínimo	-9.32%	Rend. Mínimo	-11.38%	Rend. Mínimo	-13.13%
Media	2.15	Media	5.54	Media	4.31
Varianza	40.90	Varianza	75.17	Varianza	57.75

Precio Promedio del Mes y Rendimiento Mensual Promedio durante el período de octubre de 1992 a noviembre de 1993.

VITRO	
PRECIO	RENDIMIENTO RESPECTO DEL PRECIO ANTERIOR
17.219	
18.114	5.20%
18.771	3.63%
20.406	8.71%
17.990	-11.84%
19.381	7.73%
19.070	-1.60%
18.058	-5.31%
17.662	-2.19%
18.196	3.02%
19.152	5.25%
18.460	-3.61%
18.501	0.22%
18.786	1.54%
Rend. Máximo	8.71%
Rend. Mínimo	-11.84%
Media	0.62
Varianza	29.16

NOTA:

Cifras en nuevos pesos.



DETERMINACION DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD,  
 MEDIA Y VARIANZA DEL RENDIMIENTO DE LAS ACCIONES QUE SE ESTAN  
 CONSIDERANDO PARA CONFORMAR EL PORTAFOLIOS DE INVERSION

**APASCO A**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-21.85	0.00
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-17.85	0.00
-9.5% a -6.5%	1	-8	0.08	-0.62	-13.85	14.75
-5.5% a -2.5%		-4	0.00	0.00	-9.85	0.00
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-5.85	5.28
2.5% a 5.5%	5	4	0.38	1.54	-1.85	1.31
6.5% a 9.5%	2	8	0.15	1.23	2.15	0.71
10.6% a 13.5%	1	12	0.08	0.92	6.15	2.91
14.6% a 17.5%	1	16	0.08	1.23	10.15	7.93
18.5% a 21.5%	1	20	0.08	1.64	14.15	15.41
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>5.85</b>		<b>48.28</b>

**BANACCI B**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-17.85	0.00
-13.5% a -10.6%	1	-12	0.08	-0.92	-13.85	14.75
-9.5% a -8.5%		-8	0.00	0.00	-9.85	0.00
-5.5% a -2.5%	2	-4	0.15	-0.62	-5.85	5.26
-1.5% a 1.6%	3	0	0.23	0.00	-1.85	0.79
2.5% a 5.5%	4	4	0.31	1.23	2.15	1.43
6.5% a 9.5%	2	8	0.15	1.23	6.15	5.83
10.5% a 13.5%	1	12	0.08	0.92	10.15	7.93
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	14.15	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	18.15	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>1.85</b>		<b>85.98</b>

**BANACCI C**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-18.77	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-14.77	16.78
-9.5% a -6.5%	1	-8	0.08	-0.62	-10.77	8.92
-5.5% a -2.5%		-4	0.00	0.00	-6.77	0.00
-1.5% a 1.5%	3	0	0.23	0.00	-2.77	1.77
2.5% a 5.5%	4	4	0.31	1.23	1.23	0.47
6.5% a 9.5%	2	8	0.15	1.23	5.23	4.21
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	9.23	13.11
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	13.23	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	17.23	0.00
<b>SUMA</b>	<b>18</b>		<b>1.00</b>	<b>2.77</b>		<b>45.25</b>

**BANORTE BCP**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%	1	-16	0.08	-1.23	-20.62	32.69
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-16.62	0.00
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-12.62	0.00
-5.5% a -2.5%	3	-4	0.23	-0.92	-8.62	17.13
-1.5% a 1.5%		0	0.00	0.00	-4.62	0.00
2.5% a 5.5%	2	4	0.15	0.62	-0.62	0.06
6.5% a 9.5%	4	8	0.31	2.46	3.38	3.52
10.5% a 13.5%	1	12	0.08	0.92	7.38	4.19
14.5% a 17.5%	1	16	0.08	1.23	11.38	8.97
18.5% a 21.5%	1	20	0.08	1.54	15.38	18.21
<b>SUMA</b>	<b>18</b>		<b>1.00</b>	<b>4.62</b>		<b>85.78</b>

CEMEX A

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-18	0.00	0.00	-20.62	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-16.62	21.24
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-12.62	0.00
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-8.62	5.71
-1.5% a 1.5%	1	0	0.08	0.00	-4.62	1.84
2.5% a 5.5%	3	4	0.23	0.92	-0.62	0.09
6.5% a 9.5%	5	8	0.38	3.08	3.38	4.41
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	7.38	8.39
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	11.38	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	15.38	0.00
<b>SUMA</b>	<b>18</b>		<b>1.00</b>	<b>4.62</b>		<b>41.47</b>

CEMEX B

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-18	0.00	0.00	-21.23	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-17.23	22.84
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-13.23	0.00
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-9.23	6.55
-1.5% a 1.5%		0	0.00	0.00	-5.23	0.00
2.5% a 5.5%	4	4	0.31	1.23	-1.23	0.47
6.5% a 9.5%	4	8	0.31	2.46	2.77	2.38
10.5% a 13.5%	3	12	0.23	2.77	6.77	10.57
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	10.77	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	14.77	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>5.23</b>		<b>42.79</b>

CEMEX CPO

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-20.31	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-16.31	20.48
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-12.31	0.00
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-8.31	5.31
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-4.31	2.85
2.5% a 5.5%	2	4	0.15	0.62	-0.31	0.01
6.5% a 9.5%	5	8	0.38	3.08	3.69	5.24
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	7.69	9.10
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	11.69	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	15.69	0.00
<b>SUMA</b>	<b>18</b>		<b>1.00</b>	<b>4.31</b>		<b>42.88</b>

CIFRA B

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-20.31	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-16.31	20.48
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-12.31	0.00
-5.5% a -2.5%	2	-4	0.16	-0.82	-8.31	10.62
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-4.31	2.85
2.5% a 5.5%	2	4	0.15	0.62	-0.31	0.01
6.5% a 9.5%	3	8	0.23	1.85	3.69	3.15
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	7.69	9.10
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	11.69	0.00
18.5% a 21.5%	1	20	0.08	1.54	15.69	18.94
<b>SUMA</b>	<b>18</b>		<b>1.00</b>	<b>4.31</b>		<b>65.14</b>

**CIFRA C**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-20.62	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-16.62	21.24
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-12.62	0.00
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-8.62	5.71
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-4.62	3.28
2.5% a 5.5%	3	4	0.23	0.92	-0.62	0.09
6.5% a 9.5%	2	8	0.15	1.23	3.38	1.76
10.5% a 13.5%	4	12	0.31	3.69	7.38	16.78
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	11.38	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	15.38	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>4.62</b>		<b>48.85</b>

**FEMSA B**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-20.92	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-16.92	22.03
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-12.92	0.00
-6.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-8.92	6.12
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-4.92	3.73
2.5% a 5.5%	3	4	0.23	0.92	-0.92	0.20
6.5% a 9.5%	2	8	0.15	1.23	3.08	1.48
10.5% a 13.5%	3	12	0.23	2.77	7.08	11.56
14.5% a 17.5%	1	16	0.08	1.23	11.08	9.44
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	15.08	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>4.92</b>		<b>54.58</b>

GCARSO A1

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-20.00	0.00
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-16.00	0.00
-9.5% a -6.5%	2	-8	0.15	-1.23	-12.00	22.15
-5.5% a -2.5%		-4	0.00	0.00	-8.00	0.00
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-4.00	2.46
2.5% a 5.5%	3	4	0.23	0.92	0.00	0.00
6.5% a 9.5%	4	8	0.31	2.46	4.00	4.92
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	8.00	9.85
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	12.00	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	16.00	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>4.00</b>		<b>39.38</b>

GFB A

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-16.62	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-12.62	12.24
-9.5% a -6.5%	2	-8	0.15	-1.23	-8.62	11.42
-5.5% a -2.5%	2	-4	0.15	-0.62	-4.62	3.28
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-0.62	0.06
2.5% a 5.5%	3	4	0.23	0.92	3.38	2.64
6.5% a 9.5%	1	8	0.08	0.62	7.38	4.19
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	11.38	19.94
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	15.38	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	19.38	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>0.62</b>		<b>53.78</b>

**GFB B**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%	1	-16	0.08	-1.23	-17.54	23.66
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-13.54	0.00
-9.5% a -6.5%	1	-8	0.08	-0.62	-9.54	7.00
-5.5% a -2.5%	3	-4	0.23	-0.92	-5.54	7.08
-1.5% a 1.5%		0	0.00	0.00	-1.54	0.00
2.5% a 5.5%	4	4	0.31	1.23	2.46	1.86
6.5% a 9.5%	2	8	0.15	1.23	6.46	6.42
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	10.46	16.84
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	14.46	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	18.46	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>1.54</b>		<b>62.86</b>

**GFB C**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-17.85	0.00
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-13.85	0.00
-9.5% a -6.5%	2	-8	0.15	-1.23	-9.85	14.91
-5.5% a -2.5%	4	-4	0.31	-1.23	-5.85	10.52
-1.5% a 1.5%		0	0.00	0.00	-1.85	0.00
2.5% a 5.5%	4	4	0.31	1.23	2.15	1.43
6.5% a 9.5%	1	8	0.08	0.62	6.15	2.91
10.5% a 13.5%	1	12	0.08	0.92	10.15	7.93
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	14.15	0.00
18.5% a 21.5%	1	20	0.08	1.54	18.15	25.35
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>1.85</b>		<b>63.05</b>

**GSERFIN BCP**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-20.31	0.00
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-16.31	0.00
-9.5% a -6.5%	1	-8	0.08	-0.62	-12.31	11.65
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-8.31	5.31
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-4.31	2.85
2.5% a 5.5%	2	4	0.15	0.62	-0.31	0.01
6.5% a 9.5%	6	8	0.46	3.69	3.69	6.29
10.5% a 13.5%	1	12	0.08	0.92	7.69	4.55
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	11.69	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	15.69	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>4.31</b>		<b>30.67</b>

**KIMBER A**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-20.62	0.00
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-16.62	0.00
-9.5% a -6.5%	1	-8	0.08	-0.62	-12.62	12.24
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-8.62	5.71
-1.5% a 1.5%		0	0.00	0.00	-4.62	0.00
2.5% a 5.5%	5	4	0.38	1.54	-0.62	0.15
6.5% a 9.5%	5	8	0.38	3.08	3.38	4.41
10.5% a 13.5%	1	12	0.08	0.92	7.38	4.19
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	11.38	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	15.38	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>4.62</b>		<b>26.70</b>



**MASECA B**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%	1	-16	0.08	-1.23	-23.08	40.96
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-19.08	0.00
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-15.08	0.00
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-11.08	9.44
-1.5% a 1.5%	1	0	0.08	0.00	-7.08	3.85
2.5% a 5.5%	3	4	0.23	0.92	-3.08	2.18
6.5% a 9.5%	1	8	0.08	0.62	0.92	0.07
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	4.92	3.73
14.5% a 17.5%	3	16	0.23	3.69	8.92	18.37
18.5% a 21.5%	1	20	0.08	1.54	12.92	12.85
<b>SUMA</b>	<b>18</b>		<b>1.00</b>	<b>7.08</b>		<b>91.46</b>

**TELMEX A**

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-18.15	0.00
-13.5% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-14.15	0.00
-9.5% a -6.5%	2	-8	0.15	-1.23	-10.15	15.86
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-6.15	2.91
-1.5% a 1.5%	3	0	0.23	0.00	-2.15	1.07
2.5% a 5.5%	4	4	0.31	1.23	1.85	1.05
6.5% a 9.5%	2	8	0.15	1.23	5.85	5.28
10.5% a 13.5%		12	0.00	0.00	9.85	0.00
14.5% a 17.5%	1	16	0.08	1.23	13.85	14.75
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	17.85	0.00
<b>SUMA</b>	<b>18</b>		<b>1.00</b>	<b>2.15</b>		<b>40.90</b>

TELMEX L

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-17.54	0.00
-13.6% a -10.5%		-12	0.00	0.00	-13.54	0.00
-9.5% a -6.5%	1	-8	0.08	-0.62	-9.54	7.00
-5.5% a -2.5%	3	-4	0.23	-0.92	-5.54	7.08
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-1.54	0.36
2.5% a 5.5%	5	4	0.38	1.54	2.46	2.33
6.5% a 9.5%	1	8	0.08	0.62	6.46	3.21
10.5% a 13.5%	1	12	0.08	0.92	10.46	8.42
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	14.46	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	18.46	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>1.54</b>		<b>28.40</b>

TELEvisa L

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-21.54	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-17.54	23.88
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-13.54	0.00
-5.5% a -2.5%	1	-4	0.08	-0.31	-9.54	7.00
-1.5% a 1.5%	2	0	0.15	0.00	-5.54	4.72
2.5% a 5.5%	4	4	0.31	1.23	-1.54	0.73
6.5% a 9.5%	1	8	0.08	0.62	2.46	0.47
10.5% a 13.5%	2	12	0.15	1.85	6.46	6.42
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	10.46	0.00
18.5% a 21.5%	2	20	0.15	3.08	14.46	32.17
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>5.54</b>		<b>75.17</b>

TTOLMEX B2

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.5%		-16	0.00	0.00	-20.31	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-18.31	20.46
-9.5% a -6.5%	1	-8	0.08	-0.62	-12.31	11.65
-5.5% a -2.5%		-4	0.00	0.00	-8.31	0.00
-1.5% a 1.5%		0	0.00	0.00	-4.31	0.00
2.5% a 5.5%	8	4	0.82	2.46	-0.31	0.06
6.5% a 9.5%		8	0.00	0.00	3.69	0.00
10.5% a 13.5%	1	12	0.08	0.92	7.69	4.55
14.5% a 17.5%	2	16	0.15	2.46	11.69	21.03
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	15.69	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>4.31</b>		<b>57.75</b>

VITRO

intervalo de clase	frecuencia observada	marca de clase r	frecuencia relativa f(r)	r por f(r)	r menos la media	determ. de la varianza
-17.5% a -14.6%		-16	0.00	0.00	-16.62	0.00
-13.5% a -10.5%	1	-12	0.08	-0.92	-12.62	12.24
-9.5% a -6.5%		-8	0.00	0.00	-8.62	0.00
-5.5% a -2.5%	3	-4	0.23	-0.92	-4.62	4.92
-1.5% a 1.5%	3	0	0.23	0.00	-0.62	0.09
2.5% a 5.5%	4	4	0.31	1.23	3.38	3.52
6.5% a 9.5%	2	8	0.15	1.23	7.38	8.39
10.5% a 13.5%		12	0.00	0.00	11.38	0.00
14.5% a 17.5%		16	0.00	0.00	15.38	0.00
18.5% a 21.5%		20	0.00	0.00	19.38	0.00
<b>SUMA</b>	<b>13</b>		<b>1.00</b>	<b>0.62</b>		<b>29.16</b>

ACCIONES QUE SON INEFICIENTES DE ACUERDO  
AL CRITERIO DE SELECCION

EMISORA	MEDIA MUESTRAL	VARIANZA MUESTRAL
BANACCI B	1.85	35.98
BANACCI C	2.77	45.25
BANORTE BCP	4.62	85.78
CEMEX A	4.62	41.47
CEMEX CPO	4.31	42.98
CIFRA B	4.31	65.14
CIFRA C	4.62	48.85
FEMSA B	4.92	54.53
GARGO A1	4.00	39.38
GFB A	0.62	53.78
GFB B	1.54	62.86
GFB C	1.85	63.05
GSERFIN BCP	4.31	30.67
TELMEX A	2.15	40.90
TELMEX L	1.54	28.40
TLEVISA L	5.54	75.17
TTOLMEX B2	4.31	57.75
VITRO	0.62	29.16

ACCIONES QUE DE ACUERDO AL CRITERIO DE  
SELECCION SON EFICIENTES

EMISORA	MEDIA MUESTRAL	VARIANZA MUESTRAL
APASCO A	5.85	48.28
CEMEX B	5.23	42.79
KIMBER A	4.62	26.70
MASECA B	7.08	91.46

De las acciones que sean obtenidas como eficientes se hará un análisis del sector al que pertenecen esto con la finalidad de tratar de determinar la situación que pudiera presentar la acción en un futuro inmediato utilizando series de tiempo (el modelo empleado se describió en el capítulo III); para lo anterior se tomaron datos del PIB (Producto interno bruto por división de actividad económica).

APASCO A y CEMEX B pertenecen a la industria de la construcción, MASECA B y KIMBER A a la industria manufacturera (alimentos, bebidas y tabaco para la primera y papel imprenta y editoriales para la segunda).

**PRODUCTO INTERNO BRUTO.**

**División: Construcción.**

DATOS A PARTIR DEL 1er TRIMESTRE DE 1987 AL 2º TRIMESTRE DE 1993  
ESTIMACION PARA EL TERCERO Y CUARTO TRIMESTRE DE 1993 POR MEDIO DEL  
MODELO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL DE TERCER ORDEN (T-2).

Año	Periodo	PIB	S1	S1(2)	S1(3)	VALOR ESTIMADO	ERROR	RENDIMIENTO ANUALIZADO RESPECTO DEL TRIMESTRE ANTERIOR	SUMA DEL CUADRO DE LOS ERRORES
1987	I	228.9							
	II	252.9	228.9	228.9	228.9			41.94%	
	III	253.0	231.3	229.1	228.9	228.9	24.00	0.16%	576.00
	IV	250.0	233.5	229.6	229.0	236.9	16.18	-4.74%	261.79
1988	I	249.3	235.1	230.1	229.1	243.1	6.06	-1.12%	47.65
	II	251.1	235.5	230.8	229.3	247.1	2.19	2.89%	4.80
	III	240.6	238.0	231.5	229.5	249.9	1.18	-18.73%	1.39
	IV	239.8	238.3	232.2	229.6	252.6	-12.02	-1.33%	144.48
1989	I	247.0	238.4	232.8	230.1	251.1	-11.35	13.34%	128.81
	II	256.5	239.4	233.4	230.4	248.6	-1.76	14.04%	3.09
	III	245.8	241.1	234.2	230.8	250.8	5.71	-15.13%	32.58
	IV	250.6	241.6	235.0	231.2	254.5	-7.72	6.16%	59.60
1990	I	265.5	242.5	235.7	231.7	254.2	-3.55	23.78%	12.63
	II	272.8	244.8	236.6	232.1	255.0	10.53	11.00%	110.93
	III	282.7	247.6	237.7	232.7	260.4	12.41	-14.81%	153.93
	IV	270.3	249.1	238.9	233.3	267.0	-4.27	11.57%	18.25
1991	I	270.1	251.3	240.1	234.0	268.7	1.61	-0.30%	2.59
	II	277.9	253.1	241.4	234.7	272.4	-2.25	11.55%	5.06
	III	262.6	255.6	242.8	235.5	275.0	2.93	-22.02%	8.56
	IV	286.6	256.3	244.2	236.4	279.4	-16.80	36.56%	202.18
1992	I	283.0	259.3	245.7	237.3	277.6	8.88	-5.02%	80.63
	II	291.9	261.7	247.3	238.3	283.9	-0.87	12.59%	0.75
	III	302.3	264.7	249.0	239.4	287.4	4.50	14.25%	20.23
	IV	305.5	268.5	251.0	240.6	292.9	9.43	4.23%	88.84
1993	I	304.5	272.2	253.1	241.8	300.4	5.13	-1.31%	26.34
	II	300.4	275.4	255.3	243.2	307.1	-2.56	-5.39%	6.55
	III		277.9	257.6	244.6	311.7		15.04%	
	IV					313.6		2.49%	
<b>SUMA</b>									<b>2,077.05</b>

Valor por año: 0.10

**NOTA:**

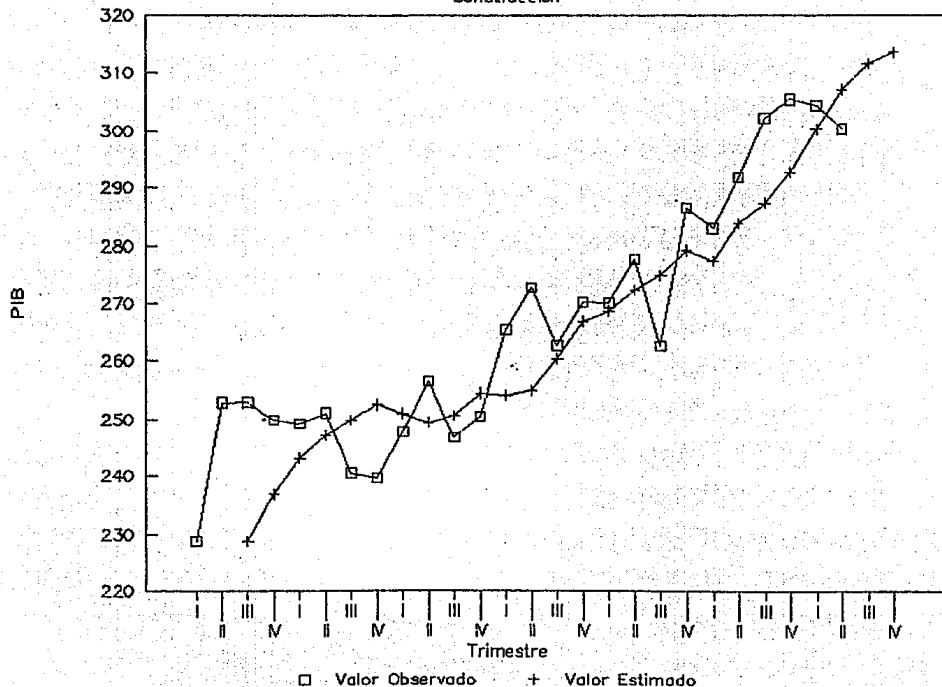
Cifras anualizadas en millones de nuevos pesos a precios de 1980.

**FUENTE:**

Cuaderno de Información Oportuna, Número 246, Septiembre 1993.  
Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.

# Producto Interno Bruto

Construcción



# PRODUCTO INTERNO BRUTO.

División: Industria Manufacturera.

DATOS A PARTIR DEL 1er TRIMESTRE DE 1987 AL 2º TRIMESTRE DE 1993  
ESTIMACION PARA EL TERCERO Y CUARTO TRIMESTRE DE 1993 POR MEDIO DEL  
MODELO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL DE TERCER ORDEN (T-2).

Año	Periodo	PIB	St	St(2)	St(3)	VALOR ESTIMADO	ERROR	RENDIMIENTO ANUALIZADO RESPECTO DEL TRIMESTRE ANTERIOR	SUMA DEL CUADRADO DE LOS ERRORES
	I	994.3							
1987	I	1,042.1	994.3	994.3	994.3			19.23%	
	II	1,025.6	1,003.4	996.0	994.6	994.3	47.80	-6.33%	2,284.64
	III	1,042.6	1,007.6	999.2	995.3	1,026.7	-1.12	6.63%	1.28
	IV	1,050.3	1,014.3	1,001.3	996.4	1,035.0	7.62	6.02%	58.11
1988	I	1,059.6	1,022.6	1,005.3	998.1	1,050.5	7.02	0.49%	61.17
	II	1,029.2	1,029.6	1,009.9	1,000.4	1,069.3	-9.67	-11.46%	93.52
	III	1,089.7	1,029.6	1,013.7	1,002.9	1,079.9	-50.69	23.12%	2,569.61
	IV	1,115.1	1,040.8	1,018.8	1,005.9	1,063.7	25.04	9.70%	626.77
1989	I	1,179.7	1,054.9	1,025.7	1,009.7	1,092.2	22.94	23.17%	526.46
	II	1,128.4	1,078.6	1,035.7	1,014.6	1,125.7	54.02	-17.39%	2,917.70
	III	1,117.1	1,088.1	1,045.7	1,020.5	1,167.4	-59.02	-4.01%	3,483.03
	IV	1,185.8	1,093.6	1,054.8	1,027.0	1,186.6	-69.53	24.60%	4,834.18
1990	I	1,202.1	1,111.1	1,065.5	1,034.3	1,173.9	11.94	5.50%	142.47
	II	1,213.5	1,120.4	1,077.4	1,042.5	1,208.6	-6.49	3.79%	42.17
	III	1,214.3	1,144.6	1,090.2	1,051.6	1,237.0	-23.52	0.26%	663.20
	IV	1,225.1	1,157.8	1,103.0	1,061.4	1,257.6	-43.31	3.56%	1,876.75
1991	I	1,260.1	1,170.6	1,115.9	1,071.7	1,265.6	-40.73	17.96%	1,656.91
	II	1,239.6	1,191.4	1,130.2	1,082.8	1,273.2	6.89	-12.66%	47.41
	III	1,264.2	1,200.6	1,143.6	1,094.4	1,310.3	-70.68	7.94%	4,996.26
	IV	1,267.2	1,212.7	1,156.7	1,106.2	1,300.6	-36.38	0.95%	1,323.40
1992	I	1,291.1	1,223.0	1,169.3	1,118.2	1,306.3	-39.10	7.54%	1,526.76
	II	1,273.6	1,236.0	1,182.0	1,130.3	1,307.4	-16.30	-5.42%	265.61
	III	1,266.5	1,243.1	1,193.6	1,142.3	1,320.2	-48.58	-2.23%	2,187.93
	IV	1,293.0	1,247.6	1,203.8	1,154.0	1,312.2	-46.72	8.37%	2,090.69
1993	I	1,272.4	1,256.2	1,213.8	1,166.4	1,298.9	-5.93	-6.37%	35.18
	II		1,259.3	1,222.4	1,176.2	1,305.8		10.51%	
	III					1,283.7		-3.73%	
	IV								
<b>SUMA</b>									<b>34183.40</b>

Valor por año: 0.19

### NOTA:

Cifras anualizadas en millones de nuevos pesos o precios de 1980

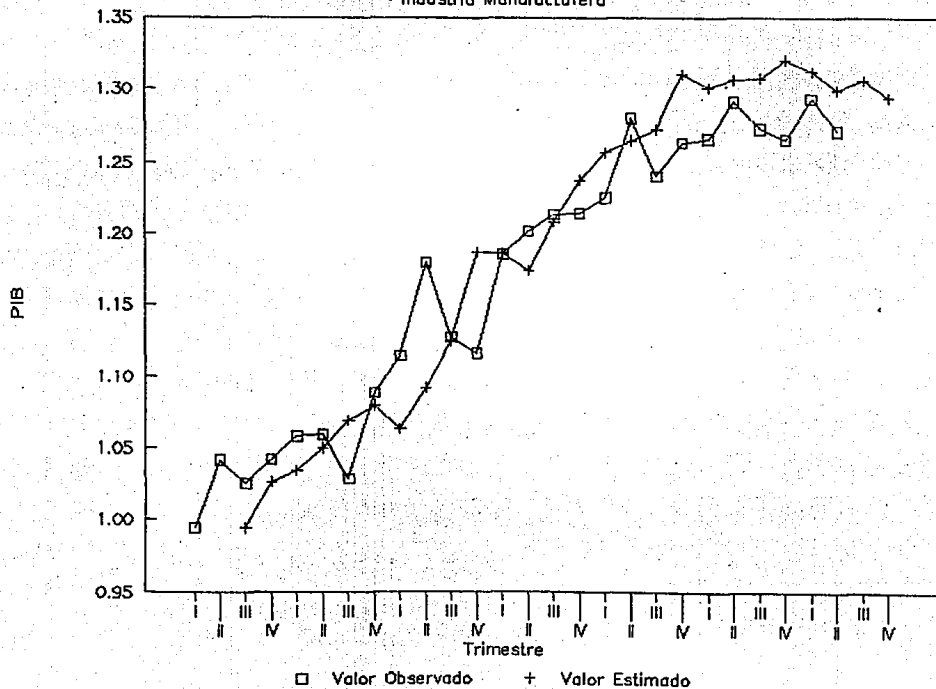
### FUENTE:

Cuaderno de Información Oportuna. Número 246, Septiembre 1993.  
Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.



# Producto Interno Bruto

Industria Manufacturera



**PRODUCTO INTERNO BRUTO.**

**División: Industria Manufacturera. (Alimentos, Bebidas y Tabaco)**

**DATOS A PARTIR DEL 1er TRIMESTRE DE 1987 AL 2º TRIMESTRE DE 1993  
ESTIMACION PARA EL TERCERO Y CUARTO TRIMESTRE DE 1993 POR MEDIO DEL  
MODELO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL DE TERCER ORDEN (T-2).**

Año	Periodo	PiB	St	St(2)	St(3)	VALOR ESTIMADO	ERROR	RENDIMIENTO ANUALIZADO RESPECTO DEL TRIMESTRE ANTERIOR	SUMA DEL CUADRADO DE LOS ERRORES
	I	296.9							
1987	II	291.4	296.9	296.9	296.9			-7.41%	
	III	261.9	296.5	296.9	296.9	296.9	-5.50	-54.22%	30.25
	IV	265.0	293.2	296.6	296.9	295.6	-43.71	22.07%	1,910.35
	I	302.2	291.2	296.2	296.0	305.2	-19.43	54.78%	377.37
1988	II	279.0	292.0	295.9	296.0	279.7	22.53	-29.65%	507.77
	III	352.5	291.1	295.6	296.7	287.5	-3.74	103.93%	13.95
	IV	273.6	295.6	295.6	296.6	281.5	70.87	-69.53%	5,022.64
	I	321.1	294.0	295.5	296.5	297.1	-23.54	69.44%	554.13
1989	II	310.0	296.0	295.5	296.4	291.9	29.25	-12.93%	855.65
	III	281.9	297.1	285.6	288.4	288.5	12.30	-37.19%	151.20
	IV	279.2	286.0	295.6	286.3	301.0	-19.85	-3.93%	394.00
	I	329.1	294.7	295.6	296.3	297.7	-10.51	71.49%	342.69
1990	II	313.5	297.3	296.7	286.2	293.6	35.49	-18.96%	1,259.23
	III	286.4	298.4	295.9	296.2	301.8	11.66	-21.82%	135.85
	IV	290.9	299.3	296.1	296.2	305.2	-6.79	-7.42%	77.21
	I	342.7	297.7	296.2	296.2	304.0	-13.09	71.23%	171.24
1991	II	339.4	301.0	296.5	298.2	301.6	41.07	-3.85%	1,686.40
	III	303.6	303.8	297.1	286.3	311.0	27.63	-42.19%	763.32
	IV	306.6	303.8	297.6	296.4	319.6	-16.00	3.95%	255.97
	I	341.0	304.0	298.0	296.5	317.9	-11.18	45.92%	125.08
1992	II	345.9	306.8	298.7	296.7	316.9	24.95	4.80%	622.26
	III	322.3	309.6	299.5	296.9	324.3	21.64	-27.29%	468.45
	IV	329.5	310.6	300.3	297.1	331.4	-9.14	8.94%	83.69
	I	372.2	311.9	301.1	287.4	331.9	-2.41	51.84%	5.81
1993	II	344.3	316.3	302.2	297.8	333.9	38.32	-29.88%	1,468.69
	III		318.4	303.4	288.2	346.5		1.35%	
	IV					348.6		3.67%	
<b>SUMA</b>									<b>17,283.36</b>

Valor para año: 0.073

**NOTA:**

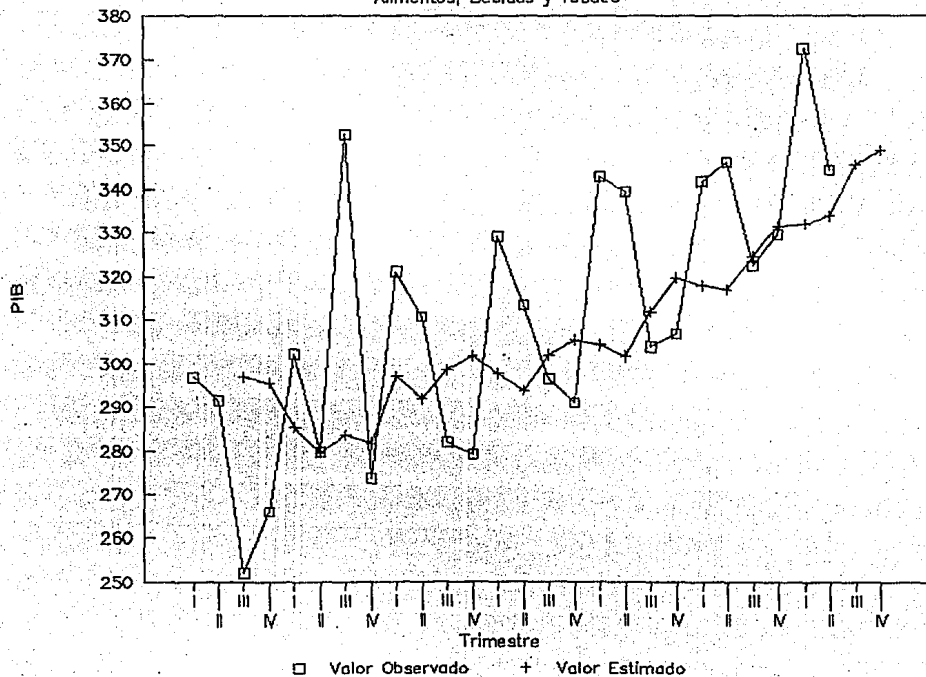
Cifras anualizadas en millones de nuevos pesos a precios de 1980.

**FUENTE:**

Cuaderno de Información Oportuna, Número 246, Septiembre 1993  
Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática

# PIB (Industria Manufacturera)

Alimentos, Bebidas y Tabaco



**PRODUCTO INTERNO BRUTO.**

División: Industria Manufacturera. (Papel, Imprenta y Editoriales)

DATOS A PARTIR DEL 1er TRIMESTRE DE 1987 AL 2º TRIMESTRE DE 1993  
ESTIMACION PARA EL TERCERO Y CUARTO TRIMESTRE DE 1993 POR MEDIO DEL  
MODELO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL DE TERCER ORDEN (T-2).

Año	Periodo	PIB	S1	S(2)	S(3)	VALOR ESTIMADO	ERROR	RENDIMIENTO ANUALIZADO RESPECTO DEL TRIMESTRE ANTERIOR	SUMA DEL CUADRADO DE LOS ERRORES
	I	56.3							
1987	II	60.9	56.3	56.3	56.3			32.68%	
	III	62.9	57.2	56.5	56.3	56.3	4.60	13.14%	21.16
	IV	59.6	58.4	56.9	56.4	59.6	3.29	-20.99%	10.81
	I	51.8	58.6	57.2	56.6	63.0	-3.37	14.77%	11.33
1988	II	61.8	59.2	57.6	56.8	62.4	-0.62	0.00%	0.38
	III	62.0	59.8	58.0	57.0	63.5	-1.66	1.29%	2.77
	IV	63.8	60.2	58.5	57.3	63.9	-1.89	11.61%	3.58
	I	63.9	60.9	59.0	57.7	64.1	-0.28	0.63%	0.08
1989	II	67.7	61.5	59.5	58.0	65.3	-1.39	23.79%	1.93
	III	66.4	62.8	60.1	58.4	65.9	1.83	-7.68%	3.33
	IV	68.8	63.5	60.8	58.9	68.7	-2.34	14.46%	5.47
	I	69.0	64.5	61.6	59.4	69.2	-0.45	1.16%	0.20
1990	II	69.3	65.4	62.3	60.0	71.0	-1.98	-4.06%	3.94
	III	70.7	66.0	63.1	60.8	71.9	-3.55	14.06%	12.63
	IV	70.7	66.9	63.8	61.3	71.5	-0.84	0.00%	0.71
	I	69.6	67.7	64.6	61.9	72.8	-2.08	-6.22%	4.34
1991	II	68.7	68.1	65.3	62.6	73.2	-3.63	-5.17%	13.17
	III	66.8	68.2	65.9	63.3	72.4	-3.71	-11.06%	13.78
	IV	70.1	67.9	66.3	63.9	71.0	-4.22	19.76%	17.83
	I	65.9	68.4	66.7	64.4	68.6	1.46	-23.97%	2.14
1992	II	67.3	67.9	66.9	64.9	69.5	-3.59	8.50%	12.90
	III	68.4	67.8	67.1	65.4	66.9	0.38	6.54%	0.15
	IV	69.2	67.9	67.3	65.7	66.4	2.03	4.68%	4.10
	I	64.7	60.1	67.4	66.1	66.9	2.31	-28.01%	5.35
1993	II	65.2	67.5	67.4	66.4	67.0	-3.12	3.09%	9.71
	III		67.0	67.4	66.6	65.2		-0.29%	
	IV					64.0		-7.18%	
<b>SUMA</b>									<b>161.79</b>

Valor para año: 0.20

**NOTA:**

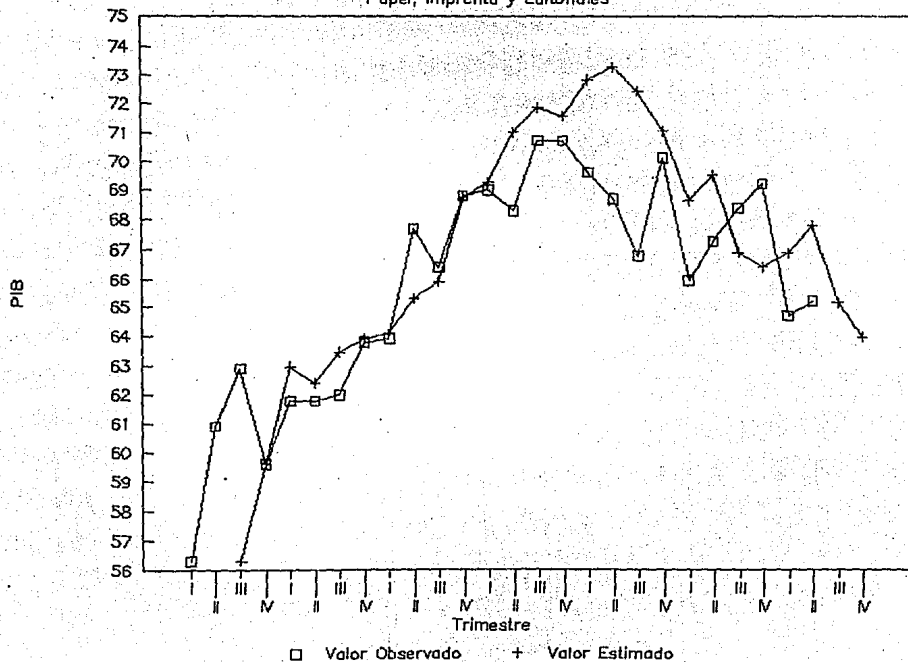
Cifras anualizadas en millones de nuevos pesos a precios de 1980.

**FUENTE:**

Cuaderno de Información Oportuna. Número 246 Septiembre 1993.  
Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.

# PIB (Industria Manufacturera)

Papel, Imprenta y Editoriales



Del análisis del PIB para las acciones eficientes; a las que pertenecen a la industria de la construcción se les estima un rendimiento positivo, para la industria manufacturera el rendimiento estimado es negativo pero para lo que se refiere a alimentos bebidas y tabaco el rendimiento es positivo por lo que no se descarta a MASECA B, para la subdivisión del papel, imprenta y editoriales en general se estima un rendimiento negativo por lo que se toma la decisión de descarta a KIMBER A.

Volviendo a aplicar el criterio de selección a todas las acciones iniciales (menos KIMBER A) para determinar cuales son eficientes y a las que resulten realizar un análisis de acuerdo al sector al que pertenecen, se obtienen los siguientes resultados.

ACCIONES QUE SON INEFICIENTES DE ACUERDO AL  
CRITERIO DE SELECCION

EMISORA	MEDIA MUESTRAL	VARIANZA MUESTRAL
BANACCI B	1.85	35.98
BANACCI C	2.77	45.25
BANORTE BCP	4.62	85.78
CEMEX CPO	4.31	42.98
CIFRA B	4.31	65.14
CIFRA C	4.62	48.85
FEMSA B	4.92	54.53
GCARSO A1	4.00	39.38
GFB A	0.62	53.78
GFB B	1.54	62.86
GFB C	1.85	63.05
TELMEX A	2.15	40.90
TLEVISA L	5.54	75.17
TTOLMEX B2	4.31	57.75
VITRO	0.62	29.16

ACCIONES QUE DE ACUERDO AL CRITERIO DE  
SELECCION SON EFICIENTES

EMISORA	MEDIA MUESTRAL	VARIANZA MUESTRAL
APASCO A	5.85	48.28
CEMEX A	4.62	41.47
CEMEX B	5.23	42.79
GSERFIN BCP	4.31	30.67
HASECA B	7.08	91.46
TELMEX L	1.54	28.40

**PRODUCTO INTERNO BRUTO.**

División: Servicios Financieros, Seguros y Bienes Inmuebles.

DATOS A PARTIR DEL 1er TRIMESTRE DE 1987 AL 2o TRIMESTRE DE 1993  
ESTIMACION PARA EL TERCERO Y CUARTO TRIMESTRE DE 1993 POR MEDIO DEL  
MODELO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL DE TERCER ORDEN (T-2).

Año	Periodo	PIB	Et	S(2)	S(3)	VALOR ESTIMADO	ERROR	RENDIMIENTO ANUALIZADO RESPECTO DEL TRIMESTRE ANTERIOR	SUMA DEL CUADRADO DE LOS ERRORES
1987	I	513.6							
	II	518.8	513.6	513.6	513.6			4.05%	
	III	527.2	514.1	513.7	513.6	513.6	5.20	6.48%	27.04
	IV	534.0	515.4	513.8	513.6	515.3	11.88	5.16%	141.23
1988	I	524.9	517.3	514.2	513.7	519.5	14.65	-6.02%	211.68
	II	529.5	518.0	514.6	513.8	526.0	-0.06	3.51%	0.00
	III	535.3	519.2	515.0	513.9	528.3	3.21	4.38%	10.28
	IV	538.3	520.8	515.6	514.1	528.8	8.62	2.24%	42.45
1989	I	537.6	522.6	516.3	514.3	532.8	5.71	-0.52%	32.66
	II	545.0	524.1	517.1	514.6	536.5	1.11	5.51%	1.24
	III	550.5	526.2	518.0	514.9	539.2	5.77	4.04%	33.34
	IV	557.1	528.6	519.0	515.3	543.7	6.01	4.80%	46.39
1990	I	557.2	531.4	520.3	515.8	546.9	6.22	0.07%	67.55
	II	565.3	534.0	521.7	516.4	555.0	2.21	5.81%	4.69
	III	572.1	537.1	523.2	517.1	559.6	5.65	4.81%	31.55
	IV	579.7	540.6	524.9	517.9	566.8	6.34	5.31%	40.19
1991	I	567.6	544.5	526.9	518.0	572.6	7.12	-0.35%	50.75
	II	589.2	546.9	528.9	519.8	580.2	-12.69	15.22%	188.27
	III	601.5	551.1	531.1	520.9	581.9	7.33	0.35%	63.67
	IV	603.4	556.1	533.6	522.2	590.0	11.55	1.26%	133.32
1992	I	594.5	560.9	536.3	523.6	600.0	3.36	-12.53%	11.28
	II	603.8	563.2	539.0	525.1	608.2	-23.75	13.21%	564.04
	III	612.4	567.3	541.9	526.8	600.0	-4.25	5.70%	18.02
	IV	615.9	571.8	544.8	528.6	613.7	-1.33	2.29%	1.77
1993	I	609.1	576.2	548.0	530.6	620.6	-4.69	-4.42%	21.95
	II	633.3	578.5	551.1	532.5	626.7	-17.67	16.89%	308.72
	III		584.9	554.5	534.8	637.8		-2.89%	5.76%
<b>SUMA</b>									<b>2,012.69</b>

Valor para año: 0.10

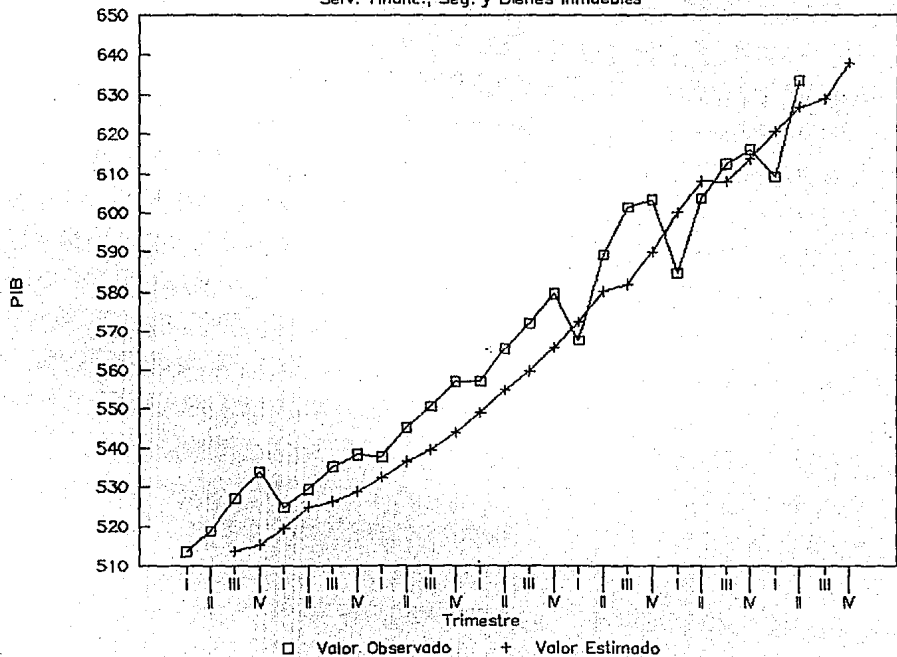
NOTA:  
Citas anualizadas en millones de nuevas pesas a precios de 1980.

FUENTE:  
Cuaderno de Información Oportuna, Número 246, Septiembre 1993.  
Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.



# Producto Interno Bruto

Serv. Financ., Seg. y Bienes Inmuebles



# PRODUCTO INTERNO BRUTO.

División: Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones.

DATOS A PARTIR DEL 1er TRIMESTRE DE 1987 AL 2º TRIMESTRE DE 1993  
ESTIMACION PARA EL TERCERO Y CUARTO TRIMESTRE DE 1993 POR MEDIO DEL  
MODELO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL DE TERCER ORDEN (T-2).

Año	Periodo	PIB	S1	S(2)	S(3)	VALOR ESTIMADO	ERROR	RENDIMIENTO ANUALIZADO RESPECTO DEL TRIMESTRE ANTERIOR	SUMA DEL CUADRADO DE LOS ERRORES
	I	309.5							
1987	II	315.0	309.5	309.5	309.5			7.11%	
	III	287.3	310.1	309.6	309.5	309.5	5.50	-35.17%	30.25
	IV	308.6	307.0	309.4	309.5	311.3	-24.02	29.68%	576.72
	I	320.6	307.9	309.2	309.5	303.6	4.99	15.55%	24.85
1988	II	318.2	308.1	309.2	309.4	304.5	16.08	-2.89%	258.67
	III	292.1	310.0	309.3	309.4	309.2	8.96	-32.81%	80.31
	IV	317.7	308.2	309.2	309.4	312.2	-20.13	35.08%	405.27
	I	329.7	309.2	309.2	309.4	306.0	11.71	15.11%	137.04
1989	II	332.2	311.2	309.4	309.4	309.5	20.23	3.03%	409.44
	III	308.5	313.3	309.8	309.4	316.2	15.99	-27.33%	255.80
	IV	329.0	313.0	310.1	309.5	322.4	-12.88	25.20%	165.90
	I	360.0	314.6	310.6	309.6	319.7	9.28	26.50%	65.60
1990	II	349.4	318.2	311.3	309.8	324.0	26.83	-1.60%	718.60
	III	329.9	321.3	312.3	310.0	334.6	14.94	-22.32%	223.24
	IV	356.6	322.2	313.3	310.4	342.2	-12.32	32.37%	151.72
	I	364.3	325.6	314.5	310.8	341.8	14.84	8.64%	220.10
1991	II	380.1	329.5	316.0	311.3	350.0	14.31	17.35%	204.89
	III	346.1	334.5	317.9	312.0	358.8	21.26	-35.78%	451.99
	IV	377.3	335.7	319.7	312.7	370.8	-24.72	36.06%	610.97
	I	400.4	339.9	321.7	313.6	380.8	8.52	24.49%	72.56
1992	II	405.7	345.9	324.1	314.7	377.1	23.34	5.29%	544.56
	III	372.9	351.9	326.9	315.9	390.9	14.80	-32.34%	218.06
	IV	400.7	354.0	329.6	317.3	403.2	-30.32	29.82%	919.60
	I	417.6	358.7	332.5	318.8	401.7	-0.99	16.87%	0.99
1993	II	416.3	364.6	335.7	320.5	409.1	8.52	-1.25%	72.59
	III		369.7	339.1	322.3	420.0		3.55%	
	IV					427.7		7.32%	
SUMA									6.841.72

Valor para año: 0.10

## NOTA:

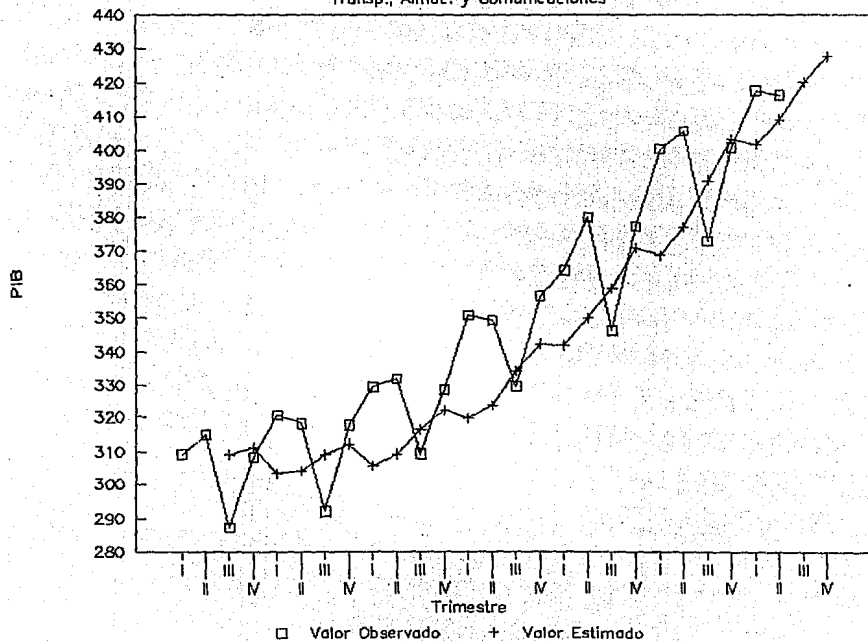
Cifras anualizadas en millones de nuevos pesos a precios de 1990.

## FUENTE:

Cuaderno de Información Oportuna, Número 246, Septiembre 1993.  
Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.

# Producto Interno Bruto

Transp., Almac. y Comunicaciones



Habiendo determinado nuevamente las acciones eficientes se agregaron CEMEX A que pertenece a la industria de la construcción, el rendimiento en ese sector es positivo, GSERFIN BCP que pertenece a la división de Servicios financieros, Seguros y Bienes Inmuebles cuyo rendimiento es positivo y por último TELMEX L de la división Transporte, Almacenamiento y Comunicaciones que también presenta un rendimiento positivo. Por lo anterior, las acciones eficientes que se han obtenido serán las que se utilicen para conformar el portafolios de inversión.

Teniendo ya definidas las acciones que son indiferentes entre si, procede el cálculo de las covarianzas entre ellas.

Para poder determinar la covarianza entre las acciones se obtuvo primero una aproximación del coeficiente de correlación lineal, para lo anterior se utiliza la siguiente definición:

Definición. Para obtener una aproximación del coeficiente de correlación lineal entre variables aleatorias bidimensionales  $(X, Y)$ , de las que se obtiene una muestra aleatoria  $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$  el coeficiente de correlación muestral,  $r$ , se define:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2) (\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2)}}$$

donde:

$\bar{X}, \bar{Y}$  = Media de la muestra.  $(E(X), E(Y))$ .

En el capítulo IV se definió el coeficiente de correlación lineal como:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(R_1, R_2)}{\text{Var}(R_1) \text{Var}(R_2)}$$

De aquí despejando el valor de la covarianza y sustituyendo el valor del coeficiente de correlación por el del coeficiente de correlación muestral se puede determinar el valor de la covarianza entre los pares de acciones.

Teniendo ya la esperanza y la varianza de las acciones eficientes, así como, las covarianzas entre ellas solo resta resolver el problema de optimización:

Mín Riesgo

sujeto a:

Suma de las proporciones es igual a la unidad

lo anterior para determinar el portafolios de mínimo riesgo y resolver:

Mín Riesgo

sujeto a:

Rendimiento predeterminado

Suma de las proporciones es igual a la unidad

En ambos problemas si se permiten ventas en corto las proporciones no se encuentran restringidas, en caso contrario las proporciones son mayores o iguales a cero.

Para ejemplificar se supondrá que se permiten las ventas en corto, el método a seguir para encontrar la solución se ha mencionado ya en el capítulo IV; la solución de dos sistemas de ecuaciones. Para el caso de ventas en corto no permitidas la solución se puede determinar con algún método para optimización cuadrática.

La determinación de los coeficientes de correlación muestral, las covarianzas para las acciones y ejemplos de portafolios eficientes se listan a continuación (para determinar la esperanza y la varianza de cada una de las carteras que se obtuvieron se utilizaron las fórmulas ya descritas en un capítulo anterior).

ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE CORRELACION LINEAL  
ENTRE LAS SEIS ACCIONES ELEGIDAS

Sea la variable aleatoria  $R_i$  (rendimiento del instrumento  $i$ )

R1 = APASCO A

R2 = CEMEX A

R3 = CEMEX B

R4 = MASECA B

R5 = GSERFIN BCP

R6 = TELMEX L

intervalo de clase	marca de clase $i$	R1 menos su media (a)	R2 menos su media (b)	R3 menos su media (c)	R4 menos su media (d)	R5 menos su media (e)	R6 menos su media (f)
-17.5% a -14.5%	-16	-21.85	-20.62	-21.23	-23.08	-20.31	-17.54
-13.5% a -10.5%	-12	-17.85	-16.62	-17.23	-19.08	-16.31	-13.54
-9.5% a -6.5%	-8	-13.85	-12.62	-13.23	-15.08	-12.31	-9.54
-5.5% a -2.5%	-4	-9.85	-8.62	-9.23	-11.08	-8.31	-5.54
-1.5% a 1.5%	0	-5.85	-4.62	-5.23	-7.08	-4.31	-1.54
2.5% a 5.5%	4	-1.85	-0.62	-1.23	-3.08	-0.31	2.46
6.5% a 9.5%	8	2.15	3.38	2.77	0.92	3.69	6.46
10.5% a 13.5%	12	6.15	7.38	6.77	4.92	7.69	10.46
14.5% a 17.5%	16	10.15	11.38	10.77	8.92	11.69	14.46
18.5% a 21.5%	20	14.15	15.38	14.77	12.92	15.69	18.46
SUMA		-38.46	-26.15	-32.31	-50.77	-23.08	4.62

ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE CORRELACION LINEAL  
ENTRE LAS SEIS ACCIONES ELEGIDAS

Sea la variable aleatoria  $R_i$  (rendimiento del instrumento  $i$ )

R1 = APASCO A  
R2 = CEMEX A  
R3 = CEMEX B  
R4 = MASECA B  
R5 = GSERFIN BCP  
R6 = TELMEX L

intervalo de clase	marca de clase $i$	(a) al cuadrado	(b) al cuadrado	(c) al cuadrado	(d) al cuadrado	(e) al cuadrado	(f) al cuadrado
-17.5% a -14.5%	-16	477.25	424.99	450.75	532.54	412.40	307.60
-13.5% a -10.5%	-12	318.49	276.07	296.90	363.93	265.94	183.29
-9.5% a -6.5%	-8	191.72	159.15	175.05	227.31	151.49	90.98
-5.5% a -2.5%	-4	96.55	74.22	85.21	122.70	69.02	30.67
-1.5% a 1.5%	0	34.18	21.30	27.36	50.08	18.56	2.37
2.5% a 5.5%	4	3.41	0.38	1.51	9.47	0.09	6.06
6.5% a 9.5%	8	4.64	11.46	7.67	0.85	13.63	41.75
10.5% a 13.5%	12	37.87	54.53	45.82	24.24	59.17	109.44
14.5% a 17.5%	16	103.10	129.61	115.98	79.62	136.71	209.14
18.5% a 21.5%	20	200.33	236.69	218.13	167.01	246.25	340.63
SUMA		1,467.93	1,388.40	1,424.38	1,577.75	1,373.25	1,322.13



ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE CORRELACION LINEAL  
ENTRE LAS SEIS ACCIONES ELEGIDAS

Sea la variable aleatoria  $R_i$  (rendimiento del instrumento  $i$ )

R1 = APASCO A  
R2 = CEMEX A  
R3 = CEMEX B  
R4 = MASECA B  
R5 = GSEFFIN BCP  
R6 = TELMEX L

intervalo de clase	marca de clase $i$	(a) por (b)	(a) por (c)	(a) por (d)	(a) por (e)	(a) por (f)	(b) por (c)
-17.5% a -14.5%	-16	450.37	463.81	504.14	443.64	383.15	437.68
-13.5% a -10.5%	-12	236.52	307.50	340.45	291.03	241.61	286.30
-9.5% a -6.5%	-8	174.67	183.20	208.76	170.41	132.07	166.91
-5.5% a -2.5%	-4	84.83	90.89	109.07	81.80	54.53	79.53
-1.5% a 1.5%	0	26.98	30.58	41.37	25.18	8.99	24.14
2.5% a 5.5%	4	1.14	2.27	5.68	0.57	-4.54	0.76
6.5% a 9.5%	8	7.29	5.96	1.99	7.95	13.92	9.37
10.5% a 13.5%	12	45.44	41.66	30.30	47.34	64.39	49.99
14.5% a 17.5%	16	115.60	109.35	90.60	118.72	146.84	122.60
18.5% a 21.5%	20	217.75	209.04	182.91	222.11	261.30	227.22
SUMA		1,420.59	1,444.26	1,515.27	1,408.76	1,302.25	1,404.50

ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE CORRELACION LINEAL  
ENTRE LAS SEIS ACCIONES ELEGIDAS

Sea la variable aleatoria  $R_i$  (rendimiento del instrumento  $i$ )

- R1 = APASCO A
- R2 = CEMEX A
- R3 = CEMEX B
- R4 = MASECA B
- R5 = GSEFFIN BCP
- R6 = TELMEX L

intervalo de clase	marca de clase $r_i$	(b) por (d)	(b) por (e)	(b) por (f)	(c) por (d)	(c) por (e)	(c) por (f)
-17.5% a -14.5%	-16	475.74	418.65	351.56	489.94	431.15	372.36
-13.5% a -10.5%	-12	316.97	270.96	224.95	328.71	280.99	233.28
-9.5% a -6.5%	-8	190.20	155.27	120.33	199.48	162.84	126.20
-5.5% a -2.5%	-4	95.43	71.57	47.72	102.25	76.69	51.12
-1.5% a 1.5%	0	32.66	19.68	7.10	37.02	22.53	8.05
2.5% a 5.5%	4	1.89	0.19	-1.51	3.79	0.38	-3.03
6.5% a 9.5%	8	3.12	12.50	21.87	2.56	10.22	17.89
10.5% a 13.5%	12	36.36	56.80	77.25	33.33	52.07	70.82
14.5% a 17.5%	16	101.59	133.11	164.64	96.09	125.92	155.74
18.5% a 21.5%	20	198.82	241.42	284.02	190.86	231.76	272.65
SUMA		1,452.78	1,380.36	1,307.93	1,484.02	1,394.56	1,305.09

ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE CORRELACION LINEAL  
ENTRE LAS SEIS ACCIONES ELEGIDAS

Sea la variable aleatoria  $R_i$  (rendimiento del instrumento  $i$ )

R1 = APASCO A

R2 = CEMEX A

R3 = CEMEX B

R4 = MASECA B

R5 = GSERFIN BCP

R6 = TELMEX L

intervalo de clase	marca de clase $r_i$	(d) por (e)	(d) por (f)	(e) por (f)
-17.5% a -14.5%	-16	469.64	404.73	356.17
-13.5% a -10.5%	-12	311.10	258.27	220.78
-9.5% a -6.5%	-8	185.56	143.81	117.40
-5.5% a -2.5%	-4	92.02	61.35	46.01
-1.5% a 1.5%	0	30.49	10.89	6.63
2.5% a 5.5%	4	0.95	-7.57	-0.76
6.5% a 9.5%	8	3.41	5.96	23.86
10.5% a 13.5%	12	37.87	51.50	80.47
14.5% a 17.5%	16	104.33	129.04	169.09
18.5% a 21.5%	20	202.79	238.58	289.70
SUMA		1,437.16	1,296.57	1,309.35

Parámetros que se tienen que conocer para la aplicación del Modelo de Markowitz.

Variable Aleatoria	Emisora	Media	Varianza
R1	APASCO A	5.85	48.28
R2	CEMEXA	4.62	41.47
R3	CEMEXB	5.23	42.79
R4	MASECAB	7.08	91.46
R5	GSEFIN BCP	4.31	30.67
R6	TELMEXL	1.54	28.40

Relación entre	Coefficientes de Correlación lineal	Covarianzas
R1 y R2 =	0.99508	44.53
R1 y R3 =	0.99880	45.40
R1 y R4 =	0.99567	66.16
R1 y R5 =	0.99222	38.19
R1 y R6 =	0.93477	34.62
R2 y R3 =	0.99874	42.07
R2 y R4 =	0.98157	60.45
R2 y R5 =	0.98867	35.65
R2 y R6 =	0.96536	33.13
R3 y R4 =	0.98994	61.93
R3 y R5 =	0.99712	36.13
R3 y R6 =	0.95102	33.16
R4 y R5 =	0.97636	51.71
R4 y R6 =	0.89772	45.75
R5 y R6 =	0.97172	28.68

**Solución del Sistema de Ecuaciones para la Determinación  
del Portafolios de Mínimo Riesgo.  
Ventas en Corto Permitidas.**

matriz C1

48.28	44.53	45.40	66.16	39.19	34.62	1
44.53	41.47	42.07	60.45	35.65	33.13	1
45.40	42.07	42.79	61.93	36.13	33.16	1
66.16	60.45	61.93	91.46	51.71	45.75	1
39.19	35.65	36.13	51.71	30.67	28.68	1
34.62	33.13	33.16	45.75	28.68	28.40	1
1	1	1	1	1	1	0

matriz C1 inversa

-95.11	118.16	15.91	-2.97	13.05	-49.03	4.83
118.16	73.04	-126.54	-26.94	-34.47	-3.25	-1.04
15.91	-126.54	-33.95	37.14	65.20	42.24	-1.42
-2.97	-26.94	37.14	-1.42	-12.71	6.90	-2.74
13.05	-34.47	65.20	-12.71	-39.70	8.64	3.24
-49.03	-3.25	42.24	6.90	8.64	-5.50	-1.87
4.83	-1.04	-1.42	-2.74	3.24	-1.87	-0.13

matriz B1

0
0
0
0
0
0
1

solución

x1=	4.83
x2=	-1.04
x3=	-1.42
x4=	-2.74
x5=	3.24
x6=	-1.87
Mult. de Lagrange=	-0.13

Rendimiento:

7.71

Varianza:

0.13

Nota: El Multiplicador de Lagrange se encuentra dividido entre 2.

Determinación del Portafolios de Mínimo Riesgo con Rendimiento  
Prefijado. Ventas en corto permitidas.

matriz C

48.28	44.53	45.40	66.16	38.19	34.62	5.85	1
44.53	41.47	42.07	60.45	35.65	33.13	4.62	1
45.40	42.07	42.79	61.93	36.13	33.16	5.23	1
66.16	60.45	61.93	91.46	51.71	45.75	7.00	1
38.19	35.65	35.13	51.71	30.67	28.68	4.31	1
34.62	33.13	33.16	45.75	28.68	28.40	1.54	1
5.85	4.62	5.23	7.08	4.31	1.54	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0

matriz C inversa

-276.48	-8.22	352.45	7.10	-44.36	-30.48	5.60	-38.37
-8.22	-15.02	107.96	-19.93	-74.47	9.68	3.90	-31.14
352.45	107.96	-658.39	18.46	171.71	7.81	-10.39	78.74
7.10	-19.93	18.46	-1.98	-9.53	5.87	-0.31	-0.34
-44.36	-74.47	171.71	-9.53	-57.87	14.51	1.77	-10.43
-30.48	9.68	7.81	5.87	14.51	-7.39	-0.57	2.55
5.60	3.90	-10.39	-0.31	1.77	-0.57	-0.17	1.33
-38.37	-31.14	78.74	-0.34	-10.43	2.55	1.33	-10.41

matriz B

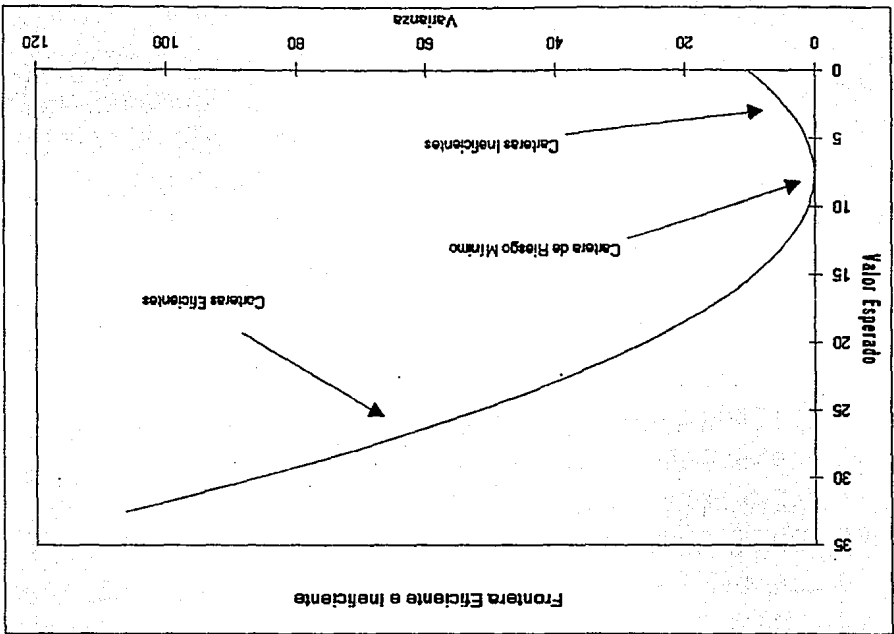
solución

0	x1=	5.60 Ep - 38.37
0	x2=	3.90 Ep - 31.14
0	x3=	-10.39 Ep + 78.74
0	x4=	-0.31 Ep - 0.34
0	x5=	1.77 Ep - 10.43
0	x6=	-0.57 Ep + 2.55
Ep	1er Mult. de Lagrange=	-0.17 Ep + 1.33
1	2o Mult. de Lagrange=	1.33 Ep - 10.41

Nota. Los Multiplicadores de Lagrange se encuentran divididos entre 2.

## Portafolios de Inversión para diferentes valores de Ep.

Portafolios	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x1	5.30	6.42	12.02	17.62	23.22	28.82	34.42	40.02	45.62	51.22
x2	-0.71	0.07	3.98	7.88	11.78	15.68	19.58	23.48	27.39	31.29
x3	-2.30	-4.38	-14.77	-25.16	-35.55	-45.94	-56.33	-66.72	-77.11	-87.50
x4	-2.77	-2.83	-3.14	-3.45	-3.76	-4.07	-4.38	-4.69	-5.01	-5.32
x5	3.39	3.75	5.52	7.29	9.06	10.83	12.61	14.38	16.15	17.92
x6	-1.92	-2.04	-2.61	-3.18	-3.75	-4.33	-4.90	-5.47	-6.05	-6.62
Ep	7.80	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00	15.00	16.00
Varianza	0.13	0.14	0.41	1.03	1.99	3.30	4.95	6.95	9.30	11.99
Desv. Estándar	0.36	0.37	0.64	1.01	1.41	1.82	2.23	2.64	3.05	3.46





## CONCLUSIONES

A través del desarrollo del presente trabajo se ha notado que el Sistema Financiero Mexicano está en una constante transformación, se ha ido actualizando la legislación y se han estructurado los grupos financieros; buscando con lo anterior que el Mercado Financiero sea competitivo a nivel mundial; debido a la apertura comercial por la que está pasando nuestro país. Es de esperar que existan todavía más cambios ya que existen conceptos como el de las ventas descubiertas que no se encuentran legalizados en México, pero que en países más desarrollados se manejan cotidianamente. Asimismo, los instrumentos financieros que conforman el Mercado de Valores presentan una gran variedad para todo tipo de inversionista, realizando las combinaciones necesarias entre los instrumentos del mercado de dinero y del mercado de capitales y haciendo los ajustes que requiera la cartera de inversión, los inversionistas pueden obtener lo mismo protección al tipo de cambio contra el dólar, como protección contra la inflación y también se pueden obtener altos rendimientos.

Para realizar una inversión financiera se tienen que considerar diversos aspectos: hay que determinar el grado de riesgo que se quiere correr, la necesidad de liquidez y considerar la inflación.

En la valuación de los instrumentos del mercado de dinero el más grave problema al que se enfrenta un inversionista es la inflación, ya que es un factor desconocido, y por lo mismo, sólo se pueden realizar inferencias, asumiendo el inversionista con esto un riesgo en su inversión. El otro problema al que se enfrenta son las necesidades de liquidez que pueda tener ya que como se analizó, la tendencia de las tasas de descuento es muy importante cuando se venden los instrumentos antes del vencimiento.

En el Mercado de Capitales el inversionista se enfrenta a la problemática de decidir como realizar la valuación de los instrumentos; lo anterior debido a la existencia de diversos modelos que pueden servir para ese fin. No existe un lineamiento establecido de antemano por lo que el inversionista sólo cuenta con su intuición y su experiencia.

El modelo que se analizó para la formación de un portafolios de inversión, el modelo de Markowitz, no es un modelo que presente un seguimiento de la inversión en el tiempo, es decir, no es dinámico, sólo refleja el momento inicial en que se conforma la cartera de inversión. Sin embargo, el modelo permite de una manera total calificar el riesgo al que se enfrenta el inversionista al elegir determinada cartera de inversión; por esta característica se puede establecer que para un adecuado análisis de portafolios de inversión el modelo de Markowitz se podría interactuar con otros modelos que presenten la característica de seguimiento en el tiempo. De los modelos que se

podrían considerar para la valuación de los instrumentos financieros está el modelo de fijación de precios de los activos de capital (CAPM) y el modelo de fijación de precios de arbitraje (APM); o también se puede realizar una planeación de posibles escenarios (futuro posible) y aplicar técnicas de simulación para poder determinar cuál sería la cartera óptima ante cada escenario planteado, permitiendo con esto que el inversionista logre obtener un juicio adecuado del riesgo que representan las diferentes carteras que constituya a través del tiempo y pueda decidir entre la que más le convenga realizando los cambios que sean necesarios.

## BIBLIOGRAFÍA

- \* **Carteras de Inversión.**  
**Fundamentos Teóricos y Modelos de Selección Óptima.**  
**Javier Márquez Díez—Canedo.**  
**Editorial Limusa, S.A.**  
**Primera Edición**  
**México, 1981**
  
- \* **El Nuevo Sistema Financiero Mexicano.**  
**Eduardo Villegas H. y Rosa María Ortega O.**  
**Editorial Pac, S.A. de C.V.**  
**México, 1982**
  
- \* **Estadística para Administración y Economía.**  
**Versión en Español de la Obra "Statistics for Management**  
**and Economics, 3rd edition, 1978.**  
**William Mendenhall y James E. Reinmuth.**  
**Grupo Editorial Iberoamérica.**  
**México, 1981**
  
- \* **Introducción a la Teoría de Probabilidades e Inferencia Estadística.**  
**Harold J. Larson.**  
**Editorial Limusa, S.A. de C.V.**  
**México, 1988**
  
- \* **Inversión Contra Inflación.**  
**Análisis y Administración de Inversiones en México.**  
**Timothy Heyman.**  
**Editorial Milenio, S.A. de C.V.**  
**Tercera Edición, 1988 (Tercera Reimpresión, Noviembre de 1990)**
  
- \* **Inversiones.**  
**Práctica, Metodología, Estrategia y Filosofía.**  
**Martín Marmolejo González.**  
**Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas A.C.**  
**México, 1991**

- \* **Legislación Bancaria.**  
 (Instituciones de Crédito, Organizaciones Auxiliares del Crédito,  
 Banco de México, Comisión Nacional Bancaria, Mercado de Valores,  
 Sociedades de Inversión, Moneda, Control de Cambios,  
 Agrupaciones Financieras y Disposiciones Complementarias).  
 Editorial Porrúa, S.A.  
 Cuadragésima Edición Actualizada.  
 México, 1993
  
- \* **Matemáticas Financieras.**  
 Benjamín de la Cueva.  
 Editorial Porrúa, S.A.  
 Sexta Edición.  
 México, 1986
  
- \* **Mercado de Dinero y Capitales.**  
 Lto. Héctor Rogelio Nuñez Estrada.  
 Editorial Pac, S.A. de C.V.  
 Primera Edición.  
 México, 1992
  
- \* **Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments.**  
 Ed. John Wiley & Sons; 1959.  
 Markowitz, H.
  
- \* **Prontuario Bursátil y Financiero.**  
 Gonzalo Cortina Ortega.  
 Editorial Trillas, S.A. de C.V.  
 Primera Edición, 1986 (Cuarta Reimpresión, Enero 1992).  
 México, D.F.
  
- \* **Selección de Inversiones.**  
 Domingo Jorge Messuti.  
 Víctor Adrián Álvarez.  
 Hugo Romano Graffi.  
 Macchi. Grupo Editor, S.A.  
 Buenos Aires, Argentina.  
 1992