16
2ej.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

PROGRAMA DE LOGICA MATEMATICA (NIVEL BACHILLERATO)

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

M A T E M A T I C O

P R E S E N T A:

ROBERTO JIMENEZ NAVARRETE

MEXICO, D. F. 1994

CIUDAD UNIVERSITARIA

VNIVERSIDAD NACIONAL AVPNºMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS
División de Estudios Profesionales
Exp. Núm. 55

M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE
Jefe de la División de Estudios Profesionales
Universidad Nacional Autónoma de México.
P r e s e n t e .

Por medio de la presente, nos permitimos informar a Usted, que habiendo revisado el trabajo de tesis que realiza el pasante ROBERTO JIMENEZ NAVARRETE con número de cuenta 6406513-1 con el título: "PROGRAMA DE LOGICA MATEMATICA" (NIVEL BACHILLERATO)

Consideramos que reune los méritos necesarios para que pueda continuar el trámite de su Examen Profesional para obtener el título de MATEMATICO.

GRADO NOMBRE Y APELLIDOS COMPLETOS	FIRMA
M. en C. GUILLERMO GOMEZ ALCARAZ Director de Tesis	
M. en C. JOSE ALFREDO AMOR MONTAÑO	
M. en C. RAFAEL ROJAS BARBACHANO	
M. en C. CARLOS TORRES ALCARAZ Suplente	
M. en C. FRANCISCO STRUCK CHAVEZ Suplente	

Ciudad Universitaria, D.F., a 22 de abril de 1994

A la memoria de mi madre:
Consuelo Navarrete
Admirable mujer de trabajo y alegría.

A mi tío:
Antonio Suástegui Navarrete
A quien admiro y respeto
como a un padre.

A mi esposa:
Gloria Carmona Soriano
Con agradecimiento por
su compañía de 20 años.

A mis hijos:
Marquelia, Bertrand, David,
María y Roberto.

A todos aquellos seres humanos que las vicisitudes del destino solo les ha dado dolor y tristeza.

INDICE

INTRODUCCION	4
OBJETIVOS GENERALES DEL C.C.H.	7
UNIDAD I	11
UNIDAD II	14
UNIDAD III	22
UNIDAD IV	30
UNIDAD V	40
EVALUACION	47
BIBLIOGRAFIA	65
TEORIA	67
SOLUCION DE EJERCICIOS	153

INTRODUCCION

En la educación, el conocimiento del programa con anticipación en un curso, facilita el trabajo del maestro, y resulta de mayor provecho si se prepara con antelación debida. Si aunado a esto, se agregan sugerencias de tipo didáctico basadas en experiencia docente, junto con la ayuda de los recursos educativos que se tengan a disposición, traerá como consecuencias beneficios múltiples a los educandos y grandes satisfacciones a los conductos del proceso enseñanza-aprendizaje.

En la elaboración del presente programa se consideró como elementos fundamentales los cursos de:

- Teorías del aprendizaje.
- Elaboración de objetivos.
- Selección y organización de experiencias de aprendizaje.
- Evaluación del aprovechamiento escolar.
- Programación de un curso semestral en el C.C.H.

realizados por la Secretaría de planeación del Colegio de Ciencias y Humanidades.

Las sugerencias didácticas que se proponen, en su mayor parte son producto de los años de experiencia que como maestro de Lógica en el C.C.H. he obtenido.

La finalidad del curso de Lógica es capacitar a los alumnos en el análisis y crítica del razonamiento, la expresión y desarrollo del mismo. Se pretende que el alumno domine a niveles de automatización, las principales operaciones Lógicas asi como su simbolización.

Es importante hacer notar que este curso es introductorio, porque en este nivel se imparte generalmente a alumnos que seguiran carreras de Ciencias Sociales. Por lo tanto no hay razon para profundizar en una teoria acabada implementándo la enseñanza del Cálculo de predicados.

Formativo, por que se desea dar a conocer, qué es la disciplina y el tipo de problemas que resuelve, con el objeto de desarrollar habilidades y la comprensión de los procesos del razonamiento.

Propedéutico, porque les dará a los alumnos una preparación que les facilitará acceder posteriormente a cursos de mayor profundidad.

Los temas están concatenados de tal manera que estos se basan en conocimientos de temas anteriores. Por otra parte es necesario obtener dominio práctico en la simbolización y aplicación de las reglas de inferencia por medio de ejercicios continuos, con el propósito de introducir al estudiante en el método deductivo de la matemática moderna, a un nivel sencillo pero riguroso.

En la segunda unidad es necesario qu el alumno comprenda la importancia y conveniencia de un lenguaje universal y formal logrado por medio de la simbolización. El conocimiento de las diferentes proposiciones, que las emplee como base para la simbolización de los razonamientos.

La máxima dificultad de este curso se encuentra en la tercera unidad, en el cual se pretende lograr la identificación, memorización y aplicación de las reglas de inferencia en el proceso deductivo.

La cuarta unidad comprende las tablas de verdad, que servirán para clasificar las proposiciones en: tutologías, contradicciones y contingencias, y a través de esta clasificación originar formas de demostración de validez y corrección de razonamiento en la siguiente unidad.

En la quinta unidad en base a diagramas de verdad, se aplicará un método por medio del cual se demuestra la invalidez de un razonamiento, el método por reducción al absurdo y la consistencia e inconsistencia de las premisas.

Se anexan los objetivos del C.C.H. debido a que el objetivo de un curso debe estar enmarcado en los objetivos de la institución a la que pertenecen.

EL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

El 26 de Enero de 1971 el Consejo Universitario, ante la necesidad de la Universidad de formar nuevo tipo de profesionales y especialistas que la realidad nacional requiere, y para eliminar (al máximo posible) las fronteras artificiales entre los distintos campos del saber humano, aprobó la creación de un nuevo organismo: El Colegio de Ciencias y Humanidades.

Los Objetivos generales del C.C.H., para todos sus niveles de enseñanza, son:

1.- Establecer el mecanismo permanente de innovación de la Universidad, capaz de realizar funciones distintas sin tener que cambiar toda la estructura universitaria, adaptando el sistema a los cambios y necesidades de la propia universidad y del país.

2.- Preparar estudiantes para cursar estudios que vinculen las humanidades, las ciencias, las técnicas a nivel bachillerato, licenciatura, maestria y doctorado.

3.- Proporcionar nuevas oportunidades de estudio acorde con el desarrollo de las ciencias y las humanidades del siglo XX y hacer flexible los sistemas de enseñanza para formar especialistas y profesionales que puedan adaptarse a un mundo cambiante en el terreno de la ciencia, la técnica y la estructura social y cultural.

4.- Intensificar la interdisciplina entre especialistas, escuelas, facultades, centros e instituciones de investigación de la Universidad.

5.- Promover el mejor aprovechamiento de los recursos humanos y técnicos de la Universidad.

OBJETIVOS DEL BACHILLERATO

Los objetivos generales del ciclo del bachillerato del C.C.H. son:

1.- El desarrollo integral de la personalidad del educando, su realización plena en el campo individual y su cumplimiento satisfactorio como miembro de la sociedad.

2.- Proporcionar la educación a nivel medio superior indisdispensable para aprovechar las alternativas profesionales y modernas, por medio del dominio de los métodos fundamentales de conocimiento (Los métodos experimental e histórico-social) y de los lenguajes (español y matemáticas.

3.- Constituir un ciclo de aprendizaje en que se combinen el estudio en las aulas, en el laboratorio y en la comunidad.

4.- Capacitar a los estudiantes para desempeñar trabajos y puestos en la producción y los servicios, por su capacidad de decisión y de innovación, sus conocimientos y por la formación de su personalidad que implica el plan académico.

OBJETIVOS GENERALES:

El alumno:

- Traducirá el lenguaje verbal al simbólico y viceversa.

- Redactará las reglas de inferencia de la Lógica formal.

- Aplicará dichas reglas para la demostración de razonamientos.

- Clasificará proposiciones con base en tablas de verdad.

- Aplicará un método para demostrar la invalidez de razonamientos.

UNIDAD I

PROGRAMACION DEL CURSO

OBJETIVOS INTERMEDIOS:

El alumno conocerá:

I.1. Los objetivos del curso.

I.2. Los contenidos temáticos.

I.3. Las actividades a realizar para el logro de los objetivos.

I.4. El método de evaluación del curso.

OBJETIVOS ESPECIFICOS.

El alumno:

I.1.1. Conocerá los objetivos generales, intermedios y específicos del curso.

I.2.1. Enlistará los contenidos temáticos de cada unidad.

I.3.1. Seleccionará entre las distintas técnicas didácticas las más afines al curso y a la población estudiantil.

I.4.1. Seleccionará entre los diversos métodos de evaluación.

ACTIVIDADES QUE SE SUGIEREN

I.1.1.1. Lectura de los objetivos del curso.

I.1.1.2. Exposición de los objetivos por parte del profesor.

I.2.1.1. Lectura de los contenidos temáticos del programa.

I.2.1.2. Información de la bibliografía.

I.3.1.1. Información por parte del profesor de las distintas técnicas didácticas.

I.3.1.2. Selección de parte del grupo sobre las técnicas apropiadas al curso.

I.4.1.1. Discusión entre el grupo y el maestro sobre método de evaluación que se aplicará en el curso.

UNIDAD II

SIMBOLIZACION

OBJETIVOS INTERMEDIOS

El alumno:

II.1. Identificará cuando un enunciado es una proposición.

II.2. Enlistará los conectivos Lógicos.

II.3. Clasificará las proposiciones en simples y compuestas.

II.4. Simbolizará proposiciones.

II.5. Aplicará los paréntesis enla simbolización de razonamientos.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

II.1.1. Identificará expresiones a las cuales se les puede asignar un valor de verdad.

II.1.2. Clasificará al conjunto de enunciados en los que son proposiciones y los que no son.

II.1.3. Redactará proposiciones Lógicas.

II.2.1. Identificará los siguientes conectivos; no, o, y, si ... entonces ..., si y solo si.

II.2.2. Simbolizará cada uno de los conectivos.

II.3.1. Clasificará las proposiciones en simples y compuestas.

II.3.2. Representará por medio de diagramas de Venn cada una de las proposiciones compuestas.

II.4.1. Simbolizará proposiciones simples.

II.4.2. Simbolizará proposiciones compuestas.

II.4.3. Establecerá el alcance de cada conectivo.

II.4.4. Empleará paréntesis para cambiar el alcance de cada conectivo.

II.5.1. Simbolizará razonamientos sencillos.

CONTENIDOS TEMATICOS

II.1.1. Definición de proposición.

II.2.1. Definición de Conectivos Lógicos.

II.3.1. Clasificación de proposiciones.

II.4.1. Simbolización de proposiciones.

II.5.1. Simbolización de razonamientos.

ACTIVIDADES QUE SE SUGIEREN

Que el alumno:

II.1.1.1. Formule expresiones como: ¿Cuántos años tienes?. Escriba el dictado. El Colegio de Ciencias Humanidades. 7 + 4 = 11. Morelos fué el inciador de la independencia.

II.1.1.2. Identifique de las expresiones anteriores a cuáles se les puede asignar el valor de falso o verdadero, y a cuáles no.

II.1.2.1. Determine entre varias expresiones cuáles son proposiciones y cuáles no son.

II.1.2.2. Califique con el número 1 las proposiciones verdaderas y con el 0 las proposiciones falsas

II.1.3.1. Redacte proposiciones mas complejas como: Carlos no tiene 17 años, Antonio es profesor y Arturo es deportista, Carlos irá al cine o Marcos llega temprano.

Si llueve entonces permaneceremos en casa,

$x + 3 = 8$ si y solo si $x = 5$.

II.1.3.2. Identifique las proposiciones simples que forman las proposiciones compuestas.

II.2.1.1. Identifique los conectivos: "No", "Y", "O", "Si ... entonces ...", "Si y solo si".

II.2.1.2. Clasifique las proposiciones compuestas en: Negación, disyunción, conjunción, implicación y equivalencia.

II.2.2.1. Exprese la negación de una proposición utilizando el símbolo -.

II.2.2.2. Represente la disyunción por medio del símbolo V.

II.2.2.3. Represente la conjunción por medio del símbolo &.

II.2.2.4. Represente la implicación por medio del símbolo $\rightarrow$

II.2.2.5. Represente la equivalencia por medio del símbolo $\leftrightarrow$

II.3.1.1. Clasifique las proposiciones en simples y compuestas.

II.3.2.1. Represente mediante diagramas de Venn la negación de una proposición asociandolo al complemento de un conjunto.

II.3.2.2. Represente mediante un diagrama de Venn la disyunción asociandolo a la unión de dos conjuntos.

II.3.2.3. Represente mediante un diagrama de Venn la conjunción asociandolo a la intersección de dos conjuntos.

II.3.2.4. Represente mediante un diagrama de Venn la implicación asociandolo a la inclusión de un conjunto en otro.

II.3.2.5. Represente mediante un diagrama de Venn la equivalencia asociandolo a la igualdad de dos conjuntos.

II.3.2.6. Discuta con sus compañeros que la doble inclusión es equivalente a la igualdad de conjuntos.

II.3.2.7. Determine que dos proposiciones P y Q cualesquiera, son equivalentes si $P \rightarrow Q$ y viceversa.

II.4.1.1. Represente las proposiciones por medio de letras mayúsculas.

II.4.1.2. Simbolize proposiciones compuestas utilizando los símbolos de los conectivos y las proposiciones simples.

II.4.2.1. Simbolize proposiciones compuestas más complejas.

II.4.3.1. Determine un orden de aplicación en los conectivos.

II.4.4.1. Traduzca a lenguaje común fórmulas del siguiente tipo: $-P \& Q$, $-(P \& Q)$, $-(P \vee Q)$, $P \rightarrow Q$, $-(P \rightarrow Q)$, $P \leftrightarrow Q$, $-(P \leftrightarrow Q)$.

II.4.4.2. Traduzca al lenguaje común fórmulas del siguiente tipo: $P \& Q \rightarrow R$, $P \& (Q \rightarrow R)$, $P \vee Q \rightarrow R$, $P \vee (Q \rightarrow R)$, $P \rightarrow Q \leftrightarrow R$, $P \rightarrow (Q \leftrightarrow R)$.

II.5.1.1. En un razonamiento identifique las premisas y la conclusión.

II.5.1.2. Simbolize un razonamiento, expresando primero la conclusión y enumerando cada una de las premisas, según el orden de aparición.

UNIDAD III

INFERENCIA

OBJETIVOS INTERMEDIOS:

El alumno:

III.1. Describirá las reglas de inferencia en forma individual.

III.2. Aplicará las reglas de inferencia en razonamientos sencillos.

III.3. Aplicará equivalencias Lógicas para obtener conclusiones.

III.4. Dado un razonamiento demostrará su validez utilizando reglas de inferencia y equivalencias Lógicas.

OBJETIVOS ESPECIFICOS.

III.1.1. Enunciará verbalmente cada una de las siguientes reglas: Modus Ponendo Ponens, Modus Tollendo Tollens, Adjunción, Simplificación, Modus Tollendo Ponens, Adición.

III.1.2. Identificará la forma de cada una de las reglas de inferencia.

III.2.1. Aplicará en forma individual cada una de las reglas de inferencia para obtener una conclusión.

III.2.2. Aplicará en forma combinada las reglas de inferencia.

III.2.3. Identificará la forma Lógica de las siguientes Leyes: Del silogismo hipotético, de la adición, silogismo disyuntivo, de las proposiciones bicondicionales.

III.2.4. Aplicará en forma individual cada una de las leyes anteriores.

III.2.5. Aplicará las leyes combinandolas con las reglas de inferencia.

III.3.1. Identificará la forma de las siguientes equivalencias lógicas: Leyes de De Morgan, Leyes conmutativas, simplificación disyuntiva.

III.3.2. Aplicará en forma individual cada una de las equivalencias anteriores.

III.3.3. Aplicará las equivalencias combinándolas con las reglas de inferencia y las leyes.

III.4.1. Identificará razonamientos que se puedan simbolizar dentro de la Lógica formal.

III.4.2. Escogerá una estrategia para combinar reglas y leyes que permitan obtener la conclusión.

ACTIVIDADES QUE SE SUGIEREN

Que el alumno:

III.1.1.1. Observe que existen razonamientos que simbolizados tienen la misma estructura lógica.

III.1.1.2. Enliste las diferentes estructuras de razonamientos.

III.1.1.3. Defina cada una de las reglas de inferencia en forma verbal, con base en cada una de las estructuras de razonamiento.

III.1.2.1. Exprese cada una de las regla de inferencia utilizando el simbolismo lógico.

III.1.2.2. Sustituya cada proposición simple por cualquier proposición compuesta para obtener fórmulas más complejas sin cambiar la forma lógica inicial.

III.2.1.1. Practique cada una de las reglas de inferencia obteniendo con cada una de ellas la conclusión debida.

III.2.1.2. Encuentre razonamientos en los cuales no se puede llegar directamente de las premisas a la conclusión.

III.2.1.3. Descubra que una proposición obtenida a través de las reglas de inferencia, se puede utilizar junto con otras premisas, para deducir otra conclusión.

III.2.1.4. Obtenga la conclusión utilizando más de una vez una misma regla de inferencia.

III.2.2.1. Demuestre la conclusión en razonamientos que se usen dos reglas de inferencia distintas.

III.2.2.2. Descubra que en una demostración se pueden combinar todas as reglas de inferencia, sin importar el orden de aplicación.

III.3.1.1. Observe que existen leyes de equivalencia que se pueden utilizar como reglas de inferencia. Ejemplo: Las leyes conmutativas, de De Morgan, etc.

III.3.2.1. Realice ejercicios en los cuales se encuentre la conclusión en forma directa, utilizando cada una de las leyes conocidas.

III.3.2.2. Realice ejercicios en los cuales se encuentre la conclusión utilizando más de una vez la misma ley.

III.3.3.3. Reconozca la conveniencia de hacer referencia con números y letras, las premisas que se utilizan y las reglas de inferencia que se aplican.

III.3.3.4. Observe que una premisa se puede emplear en cualquier punto de la deducción y cuantas veces sea necesario.

III.4.1.1. Plantee demostraciones que no se puedan realizar con las leyes y reglas de inferencia conocidas.

III.4.1.2. Observe que el cálculo proposicional analiza la estructura de las proposiciones compuestas pero no analiza la estructura interna de las proposiciones simples.

III.4.2.1. Efectué ejercicios de demostración con el fin de que el alumno logre la habilidad de combinar las reglas de inferencia para obtener la conclusión deseada.

CONTENIDOS TEMATICOS

III.1.1. Reglas de Inferencia.

III.1.2. Equivalencias lógicas.

III.2.1. Aplicación de reglas de Inferencia.

III.3.1. Aplicación de reglas de equivalencia.

III.4.1. Método deductivo.

UNIDAD IV

TABLAS DE VERDAD

OBJETIVOS INTERMEDIOS

IV.1. Reproducirá las tablas de verdad básicas.

IV.2. Desglosará una proposición compuesta en sus proposiciones simples, utilizando el orden de aplicación de los conectivos.

IV.3. Aplicará un método para conocer todas las posibilidades de verdad o falsedad de cualquier proposición.

IV.4. Clasificará las proposiciones compuestas, aplicando las tablas de verdad.

IV.5. Aplicará un método mecánico, para demostrar la validez de cada regla de inferencia.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

El alumno:

IV.1.1. Construirá la tabla de verdad de la: Negación, disyunción, conjunción, implicación y equivalencia.

IV.2.1. Conocerá el orden de aplicación de los conectivos.

IV.2.2. Desglosará las proposiciones compuestas, en las proposiciones simples que la forman.

IV.3.1. Calculará la tabla de verdad de cada proposición compuesta.

IV.3.2. Descubrirá que el número de casos de valor de verdad que se representan en una tabla es 2^n.

IV.4.1. Clasificará las proposiciones en: tautologías, contradicciones y contigencias.

IV.4.2. Definirá los conceptos: implicación tautológica y equivalencia tautológica.

IV.5.1. Definirá el concepto de inferencia válida.

IV.5.1. Comprobará por medio de una tabla de verdad la validez de una regla de inferencia.

ACTIVIDADES QUE SE SUGIEREN

Que el alumno:

IV.1.1.1. Exprese proposiciones que sean falsas o verdaderas.

IV.1.1.2. Exprese la negación de las proposiciones anteriores.

IV.1.1.3. Compare estas últimas expresiones con las originales y concluya que: La negación de una proposición falsa es verdadera. La negación de una proposición verdadera es falsa.

IV.1..1.4. Construya la tabla de verdad de la negación.

IV.1.1.5. Construya la disyunción con proposiciones simples del punto III.1.1.1.

IV.1.1.6. Compare estas últimas expresiones con las proposiciones originales y concluya que: Una disyunción es verdadera si por lo menos una de sus componentes es verdadera y falsa en caso contrario.

IV.1.1.7. Exprese la conjunción con proposiciones simples.

IV.1.1.8. Determine que una conjunción se califica con los siguientes criterios: Es verdadera si sus dos componentes son verdaderas. Es falsa si por lo menos una de sus componentes es falsa.

IV.1.1.9. Relacione proposiciones mediante la expresión "Si ... entonces ...".

IV.1.1.10 Denomine antecedente a la primera proposición y consecuente a la segunda proposición.

IV.1.1.11 Determine orientado por el maestro que una implicación se le asgina el valor de verdad con los siguientes criterios: Es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso, en caso contrario será verdadera.

IV.1.1.12 Relacione proposiciones simples mediante el el conectivo "si y solamente si".

IV.1.1.13 Determine que dos proposiciones P y Q son equivalentes cuando cada una de ellas implica a la otra.

IV.1.1.14 Determine que una equivalencia es verdadera si y solamente si las dos implicaciones son verdaderas o las dos son falsas.

IV.2.1.1. Establezca que en una proposición compuesta el orden de aplicación en los conectivos es el siguiente: (en orden de aparición) $\sim$, V, &, $\rightarrow$ $\leftrightarrow$

IV.2.1.2. Defina el alcance de un conectivo.

IV.2.1.3. Observe que el conectivo que aplica primero es el que tiene menor alcance en la proposición compuesta.

IV.2.2.1. Desgloce una proposición compuesta en sus proposiciones simples anotando al lado izquierdo sus componentes, posteriormente aplique el mismo paso en la primera fórmula que se encuentre a la izquierda de la fórmula inicial.

IV.3.1.1. Construya la tabla de verdad anotando todas las combinaciones de verdad o falsedad de las proposiciones simples y posteriormente calculando el valor de verdad de cada proposición compuesta, partiendo de izquierda a derecha

IV.3.2.1. Observe qu el número de combinaciones de valores de verdad es 2^n, donde "n" representa el número de proposiciones simples que forman la proposición compuesta.

IV.4.1.1. Defina lo que es una: Tautología, contradicción y contingencia.

IV.4.1.2. Identifique las fórmulas que cumplan con las definiciones anteriores elaborando una tabla de verdad para tal causa.

IV.4.2.1. Defina lo que es: una implicación tautológica y una equivalencia tautológica.

IV.4.2.2. Identifique las fórmulas que cumplan con las definiciones anteriores, por medio de una tabla de verdad.

IV.5.1.1. Observe que de premisas verdaderas, únicamente puede inferir conclusiones verdaderas.

IV.5.1.2. Observe que de premisas falsas puede inferir conclusiones verdaderas.

IV.5.1.3. Defina que si una inferencia es válida, entonces en cada posible interpretación o asignación de verdad, si las premisas son verdaderas la conclusión del razonamiento también será verdadera.

IV.5.2.1. Realice los siguientes pasos para demostrar la validez de cualquier inferencia.

Primero.- Determine todas las combinaciones posibles de asignación de verdad para las proposiciones atómicas.

Segundo.- Determine el valor de verdad de todas las premisas y conclusión.

Tercero.- Busque las líneas que presentan a las premisas verdaderas (todas a la vez). Si la conclusión es verdadera en cada una de estas líneas, la inferencia es válida, en caso contrario es no válida.

CONTENIDOS TEMATICOS

IV.1.1. Tabla de verdad.

IV.2.1. Alcance de los conectivos.

IV.3.1. Clasificación de las proposiciones:
Tautología, contradicción y contingencia.

IV.4.1. Validez de las reglas de inferencia.

UNIDAD V

DIAGRAMAS Y VALIDEZ

OBJETIVOS INTERMEDIOS

El alumno:

V.1. Utilizará diagramas de verdad para demostrar la invalidez de un razonamiento.

V.2. Demostrará la consistencia e inconsistencia de un conjunto de premisas.

V.3. Aplicará el método por reducción al absurdo para la deducción de una conclusión.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

El alumno:

V.1.1. Definirá un razonamiento no válido.

V.1.2. Construirá diagramas de verdad para proposiciones compuetas.

V.1.3. Demostrará por medio de un diagrama de verdad que un razonamiento es no válido, exponiendo un caso en el cual todas las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

V.2.1. Definirá lo que es una contradicción.

V.2.2. Definirá lo que es un conjunto de proposiciones inconsistentes.

V.2.3. Concluirá que para demostrar que un conjunto de premisas es inconsistente, basta con deducir una contradicción.

V.3.1. Aplicará la regla de la demostración condicional.

V.3.2. Definirá la rela de Reducción al Absurdo.

V.3.3. Aplicará la regla de Reducción al Absurdo.

ACTIVIDADES QUE SE SUGIEREN

Que el alumno:

V.1.1.1. Enuncie razonamientos no válidos que tienen premisas verdaderas y conclusiones verdaderas.

V.1.1.2. Observe que existen inferencias proposicionales válidas, sin que las reglas dadas sean suficientes para apoyarlas.

V.1.1.3. Enuncie orientado por el maestro la definición de un razonamiento no válido.

V.1.2.1. Construya las tablas de verdad de los conectivos (la negación, disyunción, conjunción, implicación y equivalencia).

V.1.2.2. Determine el diagrama de verdad de proposiciones compuestas, dados los valores de verdad de cada proposición simple.

V.1.2.3. Observe que si una proposición simple aparece más de una vez en una proposición compuesta debe de tomar el mismo valor.

V.1.3.1. Enuncie ejemplos de razonamientos en los que no se sabe si la conclusión es consecuencia de las premisas.

V.1.3.2. Observe que para demostrar que un razonamiento es no válido, se busca una interpretación de este razonamiento en la cual todas las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

V.1.3.3. Muestre por medio de una deducción formal o una asignación de verdad si un razonamiento es válido o no válido.

V.2.1.1. Forme conjunciones de la forma lógica P & – P, donde P es una proposición cualquiera.

V.2.1.2. Observe que una proposición de la forma P & - P es una contradicción.

V.2.1.3. Enuncie la definición de contradicción.

V.2.2.1. Encuentre grupos de proposiciones que no pueden ser verdaderas a la vez lógicamente.

V.2.2.2. Enuncie la definición de proposiciones inconsistentes.

V.2.3.1. Ilustre con ejemplos que el condicional, formado como antecedentes la conjunción de las premisas y como consecuente la conclusión de una demostración formal, es una implicación tautológica.

V.2.3.2. Concluya con diagramas de verdad que deduciendo una contradicción de un conjunto de premisas, se demuestra su inconsistencia.

V.3.1.1. Analice ejemplos de razonamientos donde la conclusión es una condicional.

V.3.1.2. Redacte la regla de la demostración condicional en deducciones formales.

V.3.1.3. Aplique la regla de la demostración condicional.

V.3.2.1. Repase la regla del Modus Tollendo Tollens.

V.3.2.2. Ilustre la regla del Modus Tollendo Tollens cuando el consecuente es una contradicción.

V.3.2.3. Concluya la regla del método por reducción al absurdo

V.3.3.1. Realice ejercicios de deducción aplicando la regla por reducción al absurdo.

CONTENIDOS TEMATICOS

V.1.1. Diagramas de verdad.

V.2.1. Consistencia.

V.3.1. Método por reducción al absurdo.

EVALUACION

La evaluación es un elemento primordial del proceso enseñanza-aprendizaje, por medio de el podemos saber que objetivos se lograron y tomar decisiones para reforzar las áreas de estudio en las que el aprendizaje haya sido insuficiente.

La evaluación se realizará en tres modalidades:

Diagnóstica.

Formativa y

Sumaria

La evaluación diagnóstica será basada en los conocimientos que el alumno debe tener de los temas de lógica que se les ha impartido en los semestres anteriores y en la secundaria. Los instrumentos de evaluación serán pruebas objetivas, explorando la situación real de los estudiantes, con el propósito de tomar las decisiones pertinentes para hacer el hecho educativo más viable.

La evaluación formativa se realizará con pruebas objetivas por unidad con la finalidad de: dosificar el ritmo de aprendizaje, retroalimentar con información proveniente de los exámenes, e informar a cada estudiante acerca de su particular nivel de logro.

La evaluación sumaria será obtenida con el promedio de las evaluaciones de cada unidad, realizando, una prueba final para aquellos alumnos que el promedio no sea aprobatorio.

EXAMEN DE LA UNIDAD II

1.- Poner una "S" después de cada proposición simple y una "C" después de cada compuesta.

a) El filósofo más grande del siglo XII fué soltero. ( )

b) Los libros son la recopilación de la sabiduría de la humanidad. ( )

c) El tiempo atmosférico es la situación de la atmósfera en un momento particular y el clima es la variación de la situación del tiempo atmosférico en un periodo largo de tiempo. ( )

d) No se puede terminar el reportaje de hoy. ( )

e) Si el tiempo es soleado entonces iremos de paseo. ( )

(diez puntos)

2.- Simbolice las proposiciones siguientes, indicando el significado de cada letra mayúscula que utilice.

a) Si la escuela está cerrada entonces tendremos un día de asueto.

b) Los vegetales tienen clorofila y los minerales son insensibles.

c) Carlos tiene amigdalitis o Carlos tiene tós.

d) Antonio no tiene carro.

e) No ocurre que, Luis ha venido demasiado tarde o Juan ha venido demasiado pronto.

f) A la vez, si este cuadro es negro entonces aquel cuadro es rojo y su rey está sobre el cuadro rojo.

g) O Ramón es chofer y Rosa es sobre cargo o Arturo es piloto.

h) O si Carlos llegó tarde entonces Silvia no asistió al congreso o la conferencia fué aplazada.

i) No ocurre que si son las ocho entonces tendré retardo.

j) No todas las regiones de México tienen un clima cálido y humedo y no todo el país de México es una tierra de vegetación espesa y exuberante.

(cincuenta puntos)

3.- Junto a cada una de las proposiciones que siguen, se da el nombre del tipo de proposición compuesta a la que pertence. Añadir los paréntesis necesarios.

a) negación $- P \ \& \ Q$

b) disyunción $P \ V \ Q \rightarrow R$

c) conjunción $P \ \& \ Q \ V \ R$

d) implicación $P \ \& \ Q \rightarrow R$

e) conjunción $P \ \& \ Q \rightarrow R$

f) disyunción $P \ V \ Q \rightarrow P \ \& \ Q$

g) negación $- P \rightarrow Q$

h) conjunción $P \vee Q \rightarrow P \& Q$

(veinte puntos)

4.- Complete las proposiciones siguientes atendiendo a las definciones.

a) La proposición situada después del término de enlace en una proposición condicional se llama ____________

b) La proposición compuesta que utiliza el término de enlace "O" se llama ________________________________

c) La proposición compuesta que utiliza el término de enlace "si" _________ entonces ____________________ se denomina.

d) En Lógica una proposición que no tiene término de enlace se llama __________________________________

(veinte puntos)

EXAMEN DE LA UNIDAD III

1.- Anote el nombre de la regla de inferencia en los espacios posteriores a las fórmulas lógicas.

(veinte puntos)

a) $P \rightarrow Q \ \& \ R$

$- (Q \ \& \ R)$

$- P$

b) $R \rightarrow Q$

$Q \rightarrow - H$

$R \rightarrow H$

c) $- P \ \& \ - Q$

$- (Q \ \& \ P)$

d) P

$P \vee Q$

2.- En cada uno de los ejercicios siguientes se ha de demostrar que una proposición es consecuencia lógica de las premisas dadas. Indique la regla de inferencia que aplica.

(treinta puntos)

a) Demostrar: R

1) $P \rightarrow R$

2) P

3)

b) Demostrar: $- M$

1) $N \rightarrow - H$

2) H

3)

c) Demostrar: $- K$

1) $M \vee - K$

2) $- M$

3)

d) Demostrar: $R \rightarrow - H$

1) $R \rightarrow P \ \& \ Q$

2) $P \ \& \ Q \rightarrow - H$

3)

e) Demostrar: L

1) $L \ \& \ M$

2)

f) Demostrar: $R \vee H$

1) R

2)

g) Demostrar: $P \ \& \ H$

1) $H \ \& \ P$

2)

h) Demostrar: K

1) $K \vee K$

2)

3.- Hacer una demostración formal, indicando el número de cada paso, la justificación de cada linea mediante la abreviatura de la regla utilizada y los números de las lineas de las que se deduce cada paso.

(sesenta puntos)

a) Demostrar: $- H$

1) $R \rightarrow - H$

2) K

3) $K \rightarrow R$

4)

5)

b) Demostrar: C

1) $- B$

2) $A \rightarrow B$

3) $- A \rightarrow C$

4)

5)

c) Demostrar: $A \ \& \ C$

1) $A \ \& \ - \ B$

2) $- \ C \rightarrow B$

3)

4)

5)

6)

d) Demostrar: B

1) $- \ A \lor B$

2) $- \ A \rightarrow E$

3) $- \ E$

4)

5)

e) Demostrar: Q

1) $- \ S$

2) $T \rightarrow S$

3) $- \ T \lor R \rightarrow Q$

4)

5)

6)

f) Demostrar: S

1) $P \lor R$

2) $P \rightarrow S$

3) $R \rightarrow S$

4)

5)

g) Demostrar: $R \ \& \ W$

1) $- \ S \rightarrow - \ (P \lor - \ T)$

2) $T \rightarrow Q \ \& \ R$

3) $- \ S$

4)

5)

6)

7)

8)

h) Demostrar: $- \ (x = y \ \& \ x = 1)$

1) $x = y \rightarrow x \not< y$

2) $y = 0 \leftrightarrow x \not< y$

3) $x = 0 \lor xy = 0 \rightarrow y = 0$

4) $(x = y \rightarrow y = 0) \rightarrow x = 0$

5)

EXAMEN DE LA UNIDAD IV

1.- Escriba las tablas de verdad de los conectivos siguientes: negación, disyunción, conjunción, implicación y equivalencia.

(veinte puntos)

2.- Clasifique las siguientes fórmulas en: tautología contradicción y contingencia, realizando la tabla de verdad de cada una:

a) $(P \rightarrow Q) \rightarrow - P \vee Q$　　　c) $- (P \rightarrow P \vee Q)$

b) $- P \vee - Q \leftrightarrow - (P \,\&\, Q)$　　　d) $P \vee Q \rightarrow P \,\&\, Q$

(cuarenta puntos)

3.- Decidir mediante tablas de verdad si las siguientes fórmulas son: implicación tautológica o equivalencia tautológica.

a) $- P \,\&\, - Q \leftrightarrow (P \vee Q)$　　　b) $- (P \,\&\, - Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$

(veinte puntos)

4.- Compruebe por medio de una tabla de verdad la validez de la regla de inferencia Modus Tollendo Tollens.

(veinte puntos)

EXAMEN DE LA UNIDAD V

1.- Los siguientes razonamientos no son válidos. Dar una asignación de valores de verdad que demuestre su invalidez.

a) O el animal no es un pájaro o tiene alas.

Si el animal es un pájaro, entonces pone huevos.

El animal no tiene alas.

En conclusión: no pone huevos.

b) O la sustracción no es siempre posible en el sistema de números o el sistema incluye otros números además de los naturales.

Si la sustracción es siempre posible en el sistema de números, entonces el sistema incluye los enteros negativos.

El sistema no incluye otros números que los naturales

En conclusión: El sistema no incluye los enteros negativos.

(veinte puntos)

2.- Utilice una demostración condicional para deducir la conclusión en cada uno de los siguientes razonamientos simbolizados.

a) Demostrar: $- Q \rightarrow T$

1) $R \rightarrow T$
2) $S \rightarrow R$
3) $S \lor P$
4) $P \rightarrow Q$

b) Demostrar: $(P \& Q) \rightarrow (S \& T)$

1) $R \lor S$
2) $- T \rightarrow - P$
3) $R \rightarrow - Q$

(veinte puntos)

3.- Demuestre que los conjuntos de premisas siguientes son consistentes o inconsistentes, presentando interpretaciones en la que todas las premisas sean verdaderas o deduciendo una contradicción.

a) 1) $R \rightarrow R \& Q$
2) $- S \lor R$
3) $- T \lor - Q$
4) $S \& T$

b) 1) $Q \& - S$
2) $- (P \lor S)$
3) $Q \rightarrow T$

(cuarenta puntos)

4.- Demuestre que las conclusiones siguientes son válidas utilizando el método por reducción al absurdo.

a) Demostrar: $-(A \ \& \ D)$

1) $A \rightarrow B \vee C$

2) $B \rightarrow - A$

3) $D \rightarrow - C$

b) Demostrar: $- S \vee - T$

1) $- P \rightarrow - S$

2) $(- P \vee R) \ \&$
$(P \vee R)$

3) $R \rightarrow - T$

(veinte puntos)

EXAMEN DE DIAGNOSTICO

1.- Formule tres ejemplos de expresiones que sean proposicones Lógicas.

2.- Formule tres ejemplos de expresiones que no sean proposiciones Lógicas.

3.- Formule dos ejemplos de proposiciones abiertas.

4.- Exprese la negación de las proposiciones.

a) El caballo es un mamifero.

b) $5 \times 4 = 19$

5.- Escribe el simbolo de los nombres siguientes:

a) Implicación (si ... entonces) ...

b) Disyunción (o)

c) Negación (no)

d) Bicondicional (si y solo si)

6.- Formule proposiciones compuestas con el conectivo "O".

7.- Enuncie proposiciones compuestas con el conectivo "Y".

8.- Enuncie proposiciones compuestas con el conectivo "Si ... entonces ...".

9.- Enuncie proposiciones compuestas con el conectivo "Si y solo si".

10.- ¿Las siguientes expresiones son falsas o verdaderas? Determinolo asignandole "F" a las falsas y "V" a las verdaderas.

a) El sol tiene luz propia y la luna tiene luz propia.

b) Los vegetales tienen clorofila o los minerales tienen células.

c) Si $x - 5 = 14$ entonces $x = 5$.

d) 2 es divisor de 8 si y solo si 10 es múltiplo de 100.

11.- En la expresión si Carlos tiene 18 años entonces Carlos tiene derecho al voto.

a) ¿Qué proposición es el antecedente?

b) ¿Qué proposición es el consecuente?

12.- Determine la tabla de verdad de la negación.

13.- Determine la tabla de verdad de la disyunción.

14.- Determine la tabla de verdad de la conjunción.

15.- Determine la tabla de verdad de la implicación.

16.- Determine la tabla de verdad de la bicondicional.

17.- De las proposiciones P: $x < 4$ y Q: $x > 0$ formar una proposición compuesta que sea una:

a) Negación

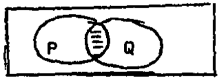
b) Conjunción

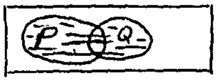
c) Disyunción

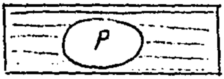
d) Implicación

e) Bicondicional

18.- Relacione los diagramas colocando el inciso que le corresponda.

a) - P ( ) 

b) P & Q ( ) 

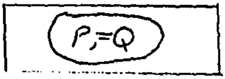
c) P V Q ( ) 

d) P $\rightarrow$ Q ( ) 

e) P (.) 

f) P $\leftrightarrow$ Q

( ) 

( ) 

NOTA: La finalidad de esta evaluación es detectar los conceptos que se repasarán al iniciar el curso.

BIBLIOGRAFIA

PARA LOS ALUMNOS

BASICA

Titulo: Primer curso de Lógica Matemática.
Autores: Patrick Suppes y Shirley Hills.
Edit: Reverté.

Titulo: Manual de Lógica para estudiantes de Matemáticas.
Autor: Gonzalo Zubieta Russi.
Edit: Trillas.

Titulo El juego de la Lógica.
Autor: Lewis Carroll.
Edit: Alianza.

COMPLEMENTARIA

Titulo: Lógica Simbólica.
Autor: Irving M. Copi.
Edit: Universitaria.

Titulo Lógica Matemática.
Autores: José Ferrater Mora y Hugues Leblanc.
Edit: Fondo de Cultura Económica.

BIBILIOGRAFIA

PARA MAESTROS

Titulo: Lógica Matemática Elemental.
Autor: Benson Mates.
Edit: Tecnos.

Titulo: Introducción a la Lógica Formal.
Autor: Alfredo Deaño.
Edit: Alianza.

Titulo: Introducción a la Lógica.
Autor: Irving M. Copi.
Edit: Compañia Editorial Continental.

Titulo: Filosofia de la Lógica.
Autor: Willard van Orman Quine.
Edit: Alianza.

TEORIA.

II.1.1. DEFINICION DE PROPOSICION

Proposición es una expresión a la cual se le puede asignar el valor de falso o verdadero pero no ambos.

Con base en la definición se deduce que los deseos, preguntas, exclamaciones y todas las expresiones a las cuales no se les puede asignar el valor de falso o verdadero no son proposiciones: sin embargo, es posible expresar ordenes, preguntas en forma declarativa. En la medida en que las formas declarativas afirman algo que puede ser verdadero o falso, son proposiciones.

Ejemplo de proposiciones.

América es un continente.

Venezuela es la capital de México.

2 + 3 = 5.

En estos ejemplos la primera proposición es verdadera y la segunda es falsa.

Ejemplo de expresiones que no son proposiciones:

2a + b. (por ser una expresión algebraica que no es ni verdadera ni falsa).

¿Te gusta el butbol? . (por ser interrogación).

La Universidad Nacional Autónoma de México. (por ser un nombre).

Salga usted del salón. (por ser una orden).

¡Bravo!. (por ser una exclamación).

II.2.1. DEFINICION DE CONECTIVOS LOGICOS

Se llaman conectivos a ciertos términos lógicos que se enlazan a las proposiciones, y los cuales son: "no", "y", "o", "Si ... entonces ...", "si y sólo si".

II.3.1.CLASIFICACION DE PROPOSICIONES.

Se llaman proposiciones simples a aquellas proposiciones que no tienen conectivos.

Ejemplos:

Llueve.

La Universidad Nacional Autónoma de México es la Institución que dicta los cambios de educación en el país.

Son proposiciones compuestas aquellas proposiciones que contienen por lo menos un conectivo.

Ejemplos:

No hay agua. (contiene el conectivo "no").

Estoy enfermo y está nevando. (contiene el conectivo "y").

El perro es café o el perro es blanco. (contiene el conectivo "o").

Si terminaste tu trabajo entonces puedes ir al cine. (contiene el conectivo "si ... entonces ...").

El gato maulla si y sólo si el perro ladra. (contiene el conectivo "sí y sólo si").

Las proposiciones compuestas se clasifican en:

Negación, disyunción, conjunción, implicación y equivalencia.

Ejemplos de negación:

No es cierto que 1 es número primo.

2 no es un número racional.

Los perros no acostumbran bañarse.

Los gatos no ladran.

Ejemplos de disyunción:

El árbol es un vegetal o yo estoy equivocado.

Vas al cine o vas al futbol.

3 es mayor que cero o es menor que cero.

Ejemplos de conjunción:

El día está nublado y los pájaros están tristes.

El agua es cristalina y la nieve es blanca.

2 es número par y 2 es número primo.

Ejemplos de implicación:

Si estudias, entonces aprobarás el exámen.

Si 8 es par, entonces es divisible entre dos.

Ejemplos de equivalencia:

David es marqueliano si y sólo si David nació en Marquelia.

$x = y$ si y sólo $x - y = 0$.

$x - 4 = 5$ si y sólo si $x = 9$

$x < y$ si y sólo si existe un z tal que $x + z = y$.

II.4.1. SIMBOLIZACION DE PROPOSICIONES

Las proposiciones simples se representarán con las letras mayúsculas del alfabeto y los conectivos con los símbolos siguientes:

"No" con el símbolo $-$.

"O" con el símbolo $\vee$.

"Y" con el símbolo &.

"Si ... entonces" con el símbolo $\rightarrow$. (en matemáticas también es frecuente $\Rightarrow$).

"Si y sólo si con el símbolo $\leftrightarrow$ (en matemáticas también es frecuente el símbolo $\Leftrightarrow$).

La proposición:

"El sistema gubernamental no es democrático", será simbolizada de la siguiente manera:

P = "El sistema gubernamental es democrático".

La simbolización completa es:

- P = "El sistema gubernamental no es democrático".

La proposición:

O David es abogado o Roberto es arquitecto.

Sea:

D = "David es abogado".

R = "Roberto es arquitecto". Por consiguiente:

D V R = "o David es abogado o Roberto es arquitecto".

Observar que sólamente se simboliza una "o".

La proposición:

El cielo está nublado y la tierra está húmeda.

Sea:

C = "El cielo está nublado". T = "La tierra está húmeda".

Luego:

C & T = "El cielo esta nublado y la tierra está humeda".

La proposición:

Si llueve, entonces tendremos buenas cosechas.

Sea:

L = "llueve". T = "tendremos buenas cosechas".

Y se tendrá:

$L \longrightarrow T$ = "Si llueve, entonces tendremos buenas cosechas".

La proposición:

x es igual a 4 si y sólo si 2x es igual a 8.

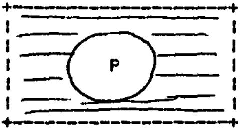
Sea:

P = "x es igual a 4" Q = "2x es igual a 8"

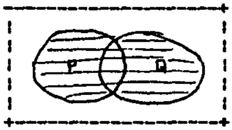
$P \leftrightarrow Q$ = "x es igual a 4 si y sólo si 2x es igual a 8".

Las proposiciones compuestas se pueden representar con los siguientes diagramas:

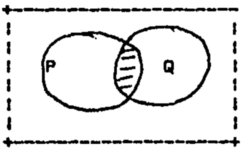
$-P$



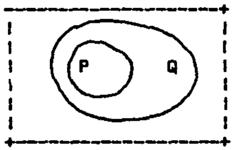
$P \vee Q$



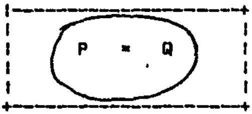
$P \ \& \ Q$



$P \rightarrow Q$



$P \leftrightarrow Q$



En la negación, disyunción y conjunción la parte sombreada es la que representa la proposición y en la implicación no hay región sombreada solo se representa una relación de contención y en la equivalencia una relación de igualdad.

Al aparecer dos o más conectivos es necesario definir el orden de aplicación de los conectivos para evitar ambiguedades como el siguiente caso.

$$A \; \& \; B \vee C$$

en este caso no sabemos si la fórmula es equivalente a

$$A \; \& \; (B \vee C) \text{ o a } (A \; \& \; B) \vee C$$

Cuando existan más de un conectivo se aplicarán de izquierda a derecha abarcando la mínima fórmula posible.

Primero las negaciones.

Segundo las disyunciones.

Tercero las conjunciones.

Cuarto las implicaciones.

Quinto las equivalencias.

Considerando lo anterior las siguientes fórmulas son equivalentes:

- P V Q es equivalente a (- P) V Q, en la que el alcance de la negación es P y la de mayor alcance es la disyunción, pues abarca a ésta y a la proposición Q.

- P & Q es equivalente a (- P) & Q, donde el alcance de la negación es P y la de mayor alcance es la conjunción, dado que abarca a ésta y a la proposición Q.

- P $\longrightarrow$ Q es equivalente a (- P) $\longrightarrow$ Q, en la que el alcance de la negación es P y la de mayor alcance es la implicación, ya que abarca a ésta y a la proposición que implica que es Q.

- P $\longleftrightarrow$ Q es equivalente a (- P) $\longleftrightarrow$ Q, donde el alcance de la negación es P y la de mayor alcance es la equivalencia, puesto que abarca a ambas proposiciones.

Ejemplo:

En la fórmula $-P \vee -Q \rightarrow -P \,\&\, -Q$ el conectivo de mayor alcance es la implicación $\underline{\underline{-P} \vee \underline{-Q}}, \rightarrow$

$\underline{\underline{-P} \,\&\, \underline{-Q}}$ dado que abarca a todas las proposiciones.

El subrayado nos indica el alcance de cada conectivo.

Se emplearán paréntesis para cambiar el alcance de los conectivos.

Ejemplo:

Si deseamos que la negación sea el conectivo de mayor alcance en la fórmula $-A \vee B$ agregamos los paréntesis de la siguiente manera $-(A \vee B)$.

Si deseamos que la negación sea de mayor alcance y posteriormente la conjunción en la fórmula $-A \,\&\, B \rightarrow C$ debemos de agregar los paréntesis así: $-(A \,\&\, (B \rightarrow C))$.

A través de paréntesis se cambia el orden de aplicación de los conectivos, así:

La negación es el conectivo de mayor alcance se empieza la traducción con "No es cierto que".

La disyunción es el conectivo de mayor alcance se empieza la traducción con "o...".

La conjunción es el conectivo de mayor alcance se empieza la traducción con "a la vez...".

La implicación es el conectivo de mayor alcance se empieza la traducción con "si...".

Ejemplos:

A = "llueve" B = "truena"

- (A V - B → - A & - B) = "No es cierto que, si llueve o no truena, entonces no llueve y no truena"

- A V (- B → - A & - B) = "O no llueve o si no truena, entonces no llueve y no truena.

- A V - (B → - A & - B) = "O no llueve o no es cierto que si truena, entonces no llueve y no truena".

(- A V - B → - A) & - B = "A la vez, si no llueve o no truena, entonces no llueve y no truena".

$-(A \vee -B \rightarrow -A \quad -B) \,\&\, -B$ = "A la vez, no es cierto que si llueve o no truena, entonces no llueve y simultaneamente no truena".

$-A \vee (-(B \rightarrow -A) \,\&\, -B)$ = "O no llueve o a la vez no es cierto que si truena, entonces no llueve y no truena".

$-A \vee ((-B \rightarrow -A) \,\&\, -B)$ = "O no llueve o a la vez si no truena, entonces no llueve y no truena".

$(-(A \vee -B) \rightarrow -A) \,\&\, -B$ = "A la vez si no es cierto que llueve o no truena, entonces no llueve y no truena".

$(-A \vee (-B \rightarrow -A)) \,\&\, -B$ = "A la vez o no llueve o si no truena, entonces no llueve y no truena".

$-(A \vee (-(B \rightarrow -A)) \,\&\, -B)$ = "No es cierto que o llueve o a la vez no es cierto que si truena, entonces no llueve y simultaneamente no truena".

$-(A \vee (-B \rightarrow -(A \,\&\, -B)))$ = "No es cierto que, o llueve o si no truena, entonces no es cierto que llueve y no truena".

II.5.1. Simbolización de razonamientos.

Si él tiene 18 años, entonces él es cuidadano.

El tiene 18 años.

En conclusión: él es ciudadano.

Sea:

P = "él tiene 18 años".

Q = "él es ciudadano".

La simbolización del razonamiento sera:

$$P \rightarrow Q$$

$$P$$

$$\overline{}$$

Conclusión: Q.

Si Carlos es del C.C.H. Sur, entonces Carlos es universitario.

Carlos no es universitario.

En conclusión: Carlos no es del C.C.H. Sur.

Sea:

P = "Carlos es del C.C.H. Sur".

Q = "Carlos es universitario".

La simbolización del razonamiento sera:

$$
\begin{array}{r}
P \rightarrow Q \\
-\ Q \\
\hline
\end{array}
$$

Conclusión: $-\ P$

Este camino conduce a Cuernavaca o conduce a Oaxtepec.

Este camino no conduce a Cuernavaca.

En conclusión: Este camino conduce a Oaxtepec.

Sea:

P = "Este camino conduce a Cuernavaca".

Q = "Este camino conduce a Oaxtepec".

La simbolización del razonamiento sera:

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ -\ P \\ \hline \end{array}$$

En conclusión: Q.

Si Antonio es Guerrerense entonces Antonio es Mexicano.

Si Antonio es mexicano entonces Antonio habla castellano.

En conclusión: Si Antonio es guerrerense entonces Antonio habla el Castellano.

Sea:

P = "Antonio es Guerrerense".

Q = "Antonio es Mexicano".

R = "Antonio habla el castellano".

La simbolización del razonamiento será:

$$\begin{array}{r} P \rightarrow Q \\ \underline{Q \rightarrow R} \\ P \rightarrow R \end{array}$$

En conclusión: $P \rightarrow R$

III.1.1. REGLAS DE INFERENCIA

Las reglas de inferencia son razonamientos sencillos que tienen la misma forma lógica.

Ejemplos:

Si está lloviendo, entonces nadie saldrá a la calle.

Está lloviendo.

Conclusión: Nadie saldrá a la calle.

Simbolización:

A = "Esta lloviendo" , B = "Nadie saldrá a la calle"

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

Si hace frío, entonces no dejo mi abrigo.

Hace frío.

Conclusión: No dejo mi abrigo.

Simbolización:

A = "hace frio" B = "Dejo mi abrigo"

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow -B \\ A \end{array}}{-B}$$

NOTA: Tener cuidado con la negación. Es una forma incorrecta simbolizar con B = "No dejo mi abrigo", dado que la negación tiene su propio símbolo "-".

Si no estudio, entonces no aprobaré el examen.

No estudio.

En conclusión: No aprobaré el examen.

Simbolización:

A = "Estudio" B = "Aprobaré el examen"

$$\frac{\begin{array}{l} -A \rightarrow -B \\ -A \end{array}}{-B}$$

Estos tres razonamientos tienen la estructura lógica de una implicación, el antecedente de la implicación como premisas y como conclusión el consecuente.

Esta regla tiene el nombre de <u>Modus Ponendo Ponens</u> y su abreviatura es MP.

El antecedente como el consecuente puede ser proposición simple o compuesta.

Ejemplos:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \\ \hline B \end{array} \qquad \begin{array}{c} (P \rightarrow Q) \rightarrow Q \\ P \rightarrow Q \\ \hline Q \end{array} \qquad \begin{array}{c} M \lor N \rightarrow -(-M \,\&\, -N) \\ M \lor N \\ \hline -(-M \,\&\, -N) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P \,\&\, Q \rightarrow P \lor R \\ P \,\&\, Q \\ \hline P \lor R \end{array} \qquad \begin{array}{l} -P \rightarrow -P \lor Q \\ -P \\ \hline -P \lor Q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R \,\&\, M \,\&\, H \rightarrow L \\ R \,\&\, M \,\&\, H \\ \hline L \end{array}$$

Es importante hacer notar que en un razonamiento el orden de las premisas no afecta.

Ejemplos:

De $\quad - A$

$- A \rightarrow - B$

Se concluye: $- B$

De

El mar no está agitado. Si el mar no está agitado, entonces nadaré un rato. En conclusión nadaré un rato.

Aunque el paréntesis no es necesario por el orden de aplicación de los conectivos estos se pueden usar como ayuda, cuando el antecedente o el consecuente son proposiciones compuestas.

Ejemplo:

$$\begin{array}{c} (P \rightarrow R) \rightarrow (- A \vee - B) \\ P \rightarrow R \\ \hline - A \vee - B \end{array}$$

En lugar de:

$$P \rightarrow R \rightarrow (- A \lor - B)$$
$$P \rightarrow R$$

$$- A \lor - B$$

Aplicación sucesiva de la regla MP.

Demostrar: $- R$

1)	$A \rightarrow P \lor Q$	Pr
2)	$P \lor Q \rightarrow - R$	Pr
3)	A	Pr
4)	$P \lor Q$	MP 1 Y 3
5)	$- R$	MP 2 Y 4

Para demostrar una proposición se realizará a partir de las premisas y la aplicación de las reglas de inferencia.

En este ejemplo cada linea esta considerada ya sea una premisa (indicada por Pr) o bien deducida por una regla de inferencia (indicada por MP) indicando el número de las lineas a partir de las cuales se ha deducido. En el ejemplo anterior en la linea 4 los simbolos "MP 1 Y 3" significa que P V Q se ha deducido por la regla de inferencia Modus Ponendo Pones, basandose en las lineas 1 Y 3.

En cada ejercicio deducir lo que se pide demostrar indicando la regla de inferencia y las lineas en que se apoya.

Ejercicio 1:

Demostrar: M

1) P → - Q ..... Pr

2) - Q → M ..... Pr

3) P .... Pr

Demostrar: R & Q

1) P → R & Q ..... Pr

2) M V N → P ..... Pr

3) M V N ..... Pr

Demostrar: - R

1) - P → - R ..... Pr

2) - Q → - P ..... Pr

3) - Q. . . . . Pr

Demostrar: P V Q

1) A → - B ..... Pr

2) A. . . . . Pr

3) - B → P V Q Pr

Demostrar: L V M	Demostrar: A
1) R ⟶ P & Q ..... Pr	1) M . . . . Pr
2) P & Q ⟶ L V M Pr	2) M ⟶ L ..... Pr
3) R . . . . Pr	3) L ⟶ A . . . .. . Pr

La regla de doble negación permite dos intepretaciones:

$\frac{P}{- - P}$, $\frac{- - P}{P}$ y se abrevia por DN.

Ejemplos:

1) R	1) - - P
2) - - R DN. 1	2) P ... DN. 1
1) - - (P & Q)	1) P & Q
2) P & Q ... DN. 1	2) - - (P & Q) ... DN. 1

NOTA: Recordar que la negación de una proposición compuestas debe encerrarse entre paréntesis después de la negación. Así la negación de P & Q es - (P & Q) es un error simbolizarlo de siguiente forma - P & Q.

Se pueden hacer demostraciones combinando las dos reglas.

Demostrar: - - Q

1) R M . . . . .Pr

2) R . . . . Pr

3) M $\rightarrow$ Q . . . . Pr

4) M . . . . MP 1 y 2

5) Q . . . . MP 3 y 4

6) - - Q . . . . DN 5

MODUS TOLLENDO TOLLENS.- Esta regla permite deducir la negación del antecedente, negando el consecuente.

Ejemplo:

Si tiene dinero, entonces viajará a Acapulco.

No viajará a Acapulco.

Conclusión: No tiene dinero.

Sea: P = "tiene dinero"

Q = "viajará a Acapulco"

La simbolización será:

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ -\ Q \\ \hline -\ P \end{array}$$

La abreviatura de Modus Tollendo Tollens es TT.

Ejemplos de combinación de las tres reglas.

Demostrar: M

1) $- M \rightarrow - H$ . . . . Pr

2) $R \rightarrow H$ . . . . Pr

3) R . . . . Pr

4) H . . . . MP 2 y 3

5) $-\ -H$ . . . . DN 4

6) M . . . . TT 1 y 5

NOTA: Con la finalidad de abreviar las demostraciones omitiremos el uso de la doble negación considerando como la negación de $-P$ a P y a P como la negación de $-P$, esto es consideraremos equivalentes a P con $--P$. Así el ejemplo anterior queda de la siguiente forma.

Demostrar: m

1) $-M \rightarrow -H$ . . . . Pr

2) $R \rightarrow H$ . . . . Pr

3) R . . . . Pr

4) H . . . . MP 2 y 3

5) M . . . . TT 1 y 4

Ejercicio: 2

Demostrar: L

1) $H \rightarrow L$ . . . . . . Pr

2) $Q \rightarrow H$ . . . . . . Pr

3) Q . . . . Pr

4) $- M \rightarrow - Q$

Demostrar: $P \vee R$.

1) Q . . . . Pr

2) $R \rightarrow - Q$ . . . Pr

3) $- R \rightarrow P \vee R$ Pr

Demostrar: Q

1) $R \rightarrow (P \rightarrow Q)$ . . Pr

2) R . . . . Pr

3) P . . . . Pr

Demostrar: $P \rightarrow Q$

1) $- (P \rightarrow Q) \rightarrow - R$ Pr

2) $M \rightarrow R$ . . . . Pr

3) M . . . . Pr

Adjunción.- Dadas dos proposiciones se pueden juntar utilizando el término de enlace "y!.

Ejemplo:

Premisa: Antonio es profesor

Premisa: David es alumno

Conclusión: Antonio es profesor y David es alumno

Sea: P = "Antonio es profesor"

Q = "David es alumno"

La regla adjunción la cual se abrevia con A se simbolizará"

$$\frac{\begin{array}{c} P \\ Q \end{array}}{P \ \& \ Q}$$

Ejemplos:

Demostrar: (P V Q) & R

1) P V Q . . . . . . Pr

2) R . . . . Pr

3) (P V Q) & R

A 1 y 2

Demostrar: (P Q) & (R H)

1) $P \rightarrow Q$ . . . . Pr

2) $R \rightarrow H$ . . . . Pr

3) $(P \rightarrow Q)$ & $(R \rightarrow H)$

A 1 y 2

NOTA: En los dos ejercicios anteriores se encierran entre paréntesis las proposiciones compuestas con el fin de determinar el alcance de cada conectivo.

Simplificación.- Dada una conjunción podemos obtener cualquiera de sus conjuntivos.

Ejemplo:

Premisa: Roberto trabaja y Marquelia estudia
Conclusión: Roberto trabaja.

Otra modalidad de la regla de la simplificación la cual se abrevia con S es:

Premisa: Roberto trabaja y Marquelia estudia.
Conclusión: Marquelia estudia.

Sea:

P = "Roberto trabaja"
Q = "Marquelia estudia".

La simbolización de la regla será:

$$\frac{P \ \& \ Q}{P} \qquad\qquad \frac{P \ \& \ Q}{Q}$$

NOTA: La regla de la simplificación solo se podrá aplicar cuando la proposición compuesta sea ua conjunción. No se puede aplicar a P & Q → R cuyo significado es (P & Q) →R porque no es una conjunción, pero se puede aplicar a P & (Q → R) obteniendo P o bien Q R.

Ejemplos de aplicación de la regla de simplificación.

Demostrar: P V Q	Demostrar: R T
1) (P V Q) & (R → T) . Pr	1) (P V Q & (R→T) Pr
2) P V Q . . . . S, 1	2) R → P . . . . . S. 1
Demostrar: - T	Demostrar: - R
1) - T & - R . . . . Pr	1) - T & - R . . . Pr
2) - T . . . . . . S, 1	2) - R . . . . S, 1

Ejercicio 3:

Combinando las reglas de inferencia demostrar las conclusiones.

Demostrar: - T & - R

1) M V P . . . . . Pr

2) M V P → - T Pr

3) R → T . . . . . Pr

Demostrar: A & - B

1) B → M . . . . Pr

2) - M & T . . . Pr

3) T → A . . . . Pr

Demostrar: L & M

1) P → M . . . . . Pr

2) - L → H . . . . Pr

3) P & - H . . . Pr

Demostrar: A & B

1) P → A . . . . Pr

2) - B → - P .. Pr

3) P & Q . . . . . Pr

Demostrar: A

1) R → A & B . . Pr

Demostrar: P

1) A

2) R

2) B

3) $-(P \ \& \ R) \rightarrow -((A \ \& \ B))$

<u>Modus Tollendo Pones</u>.- Teniendo una disyunción y la negación de una de sus disyuntivas se puede concluir el otro disyuntivo.

Ejemplo:

Premisa: Este platillo es mexicano o es venezolano.

Premisa: No es mexicano.

Conclusión: Este platillo es venezolano.

Sea:

P = "Este platillo es mexicano"

Q = "Este platillo es venezolano"

La simbolización de la regla <u>Modus Tollendo Ponens</u> que se abrevia con TP será:

$$\frac{\begin{array}{l} P \lor Q \\ -P \end{array}}{Q} \quad , \quad \frac{\begin{array}{l} P \lor Q \\ -Q \end{array}}{P}$$

NOTA: Observar que la regla de Modus Tollendo Ponens solo puede aplicarse en las disyunciones, no se puede aplicar en fórmulas como $A \lor B \rightarrow C$ porque esta resulta ser una condicional.

Ejemplos:

Demostrar: R

1) $- Q \lor R$ . . . P

2) Q . . . . P

3) . . R . . . . TP 1 Y 2

Demostrar: $- P$

1) $- P \lor - (Q \rightarrow R)$

2) $Q \quad R$

3). . $- P$ . . . . TP 1 y 2

Ejercicio 4:

Deducir la concluisión utilizando las reglas de inferencia.

Demostrar: M

Demostrar: A & B

1) S & P . . . . . Pr

2) M V – N . . . . Pr

3) S → N . . . . . Pr

1) B . . . . Pr

2) B → – D . . . . . . Pr

3) A V D . . . . Pr

Demostrar: L & M

1) A & B

2) A → L

3) – M → – B

Demostrar: P & R

1) R V H → P

2) R V H

3) – H

Demostrar: – T

1) P → S

2) P & Q

3) (S & R) → –T

4) Q → R

Demostrar: M & – P

1) H → M

2) H & L

3) – L V R

4) P → – R

En el lenguaje común hay dos maneras de utilizar la "o". La "o" exclusiva, la cual significa que se presenta una u otra de dos cosas pero no ambas. Por ejemplo: Carlos se encuentra en México o en Colombia.

Se entiende que no pueden ser las dos proposiciones ciertas porque no puede encontrarse Carlos en México y a la vez en Colombia.

En lógica daremos el significado a la disyunción de "o", incluisva, donde se supone que una de las proposiciones es cierta o quizá ambas. En Castellano es usual la "o" inclusiva, por lo cual no tiene sentido escribir y/o, dado que la simple "o" ya tiene tal significado.

Por ejemplo:

Los padres de familia o los maestros quedarán exentos de pago en el viaje.

En el ejemplo, también los padres de familia que sean a la vez maestros estarán exentos de pago en el viaje.

En este curso de lógica se tendrá presente que el uso de la disyunción es la "o" inclusiva.

<u>La ley de adición</u>.- Si se tiene una proposición que es verdadera, entonces la disyunción de esa proposición y otra

cualquiera debe ser también verdadera. Su simbolización será L A.

Ejemplo:

Premisa: Este carro es rojo.

Conclusión: Este carro es rojo o es blanco.

Sea:

P = "Este carro es rojo"

Q = "Este carro es blanco"

La simbolización será:

$$\frac{P}{P \vee Q}$$

Ejemplos de la Ley de adición:

1) R . . . . Pr 1) P Q . . . . Pr

2) R V (P → Q)LA 1   2) A V D . . . . LA 1

Ejercicio 5:

Realizar las siguientes deducciones.

Demostrar: R V S

1) Q V T

2) Q → R

3) - R

Demostrar: U

1) P & - T

2) S → T

3) S V Q

4) Q V P → U

Demostrar: T V Q

1) S → P & Q

2) S

3) P & Q → T

Demostrar: L

1) M → P

2) M

3) - H → - P

4) - (H V A) V L

NOTA: En lo futuro omitiremos al frente de los incisos la letra Pr que significa que son las premisas del razonamiento.

Ley del silogismo hipotético.- Su abreviatura S H.

Premisas:

Si eres Guerrerense, entonces eres Mexicano.

Si eres Mexicano, entonces eres Americano.

Conclusión: Si eres Guerrerense entonces eres Americano.

Simbolizando el razonamiento:

P = "Eres Guerrerense"

Q = "Eres Mexicano!

R = "Eres Americano"

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \hline P \rightarrow R \end{array}$$

Ejercicio 6:

1) $M \rightarrow H$	1) $R \vee Q \rightarrow (P \rightarrow Q)$	1) $M \rightarrow - L$
2) $H \rightarrow L$	2) $(P \rightarrow Q) \rightarrow K$	2) $R \rightarrow M$
3)	3)	3)

1) $A \rightarrow P \vee Q$	1) $Q \rightarrow H \ \& \ R$	1) $A \rightarrow - M$
2) $R \rightarrow A$	2) $H \ \& \ R \rightarrow P$	2) $- M \rightarrow - R$
3)	3)	3)

NOTA: Para aplicar la regla del silogismo hipotético debe haber dos condicionales tal que el consecuente de uno debe ser el antecedente del otro.

<u>Ley del silogismo disyuntivo</u>.- Se abrevia SD.

Premisas:

O vas al cine o vas al futbol.

Si vas al cine, entonces manejas el carro.

Si vas al futbol, entonces manejas la moto.

Conclusión:

Manejas el carro o manejas la moto.

Simbolización del razonamiento:

P = "Vas al cine"

Q = "Vas al futbol"

R = "Manejas el carro"

S = "Manejas la moto"

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ P \rightarrow R \\ Q \rightarrow S \\ \hline R \vee S \end{array}$$

NOTA: Para aplicar la regla del silogismo disyuntivo debe tomarse dos condicionales y una disyunción, tal que los disyuntivos aparezcan como antecedentes de los condicionales.

Ejercicio 7:

1) $R \vee S$	1) $(P \rightarrow R) \vee -M$	1) $M \vee Q$
2) $R \rightarrow H$	2) $-M \rightarrow H$	2) $Q \rightarrow A$
3) $S \rightarrow L$	3) $(P \rightarrow R) \rightarrow -R$	3) $M \rightarrow B$

Ley de Simplificación disyuntiva.- Si se tiene una disyunción formada por dos disyuntivos iguales se puede concluir el disyuntivo. La ley de simplificación disyuntiva se abreviará por las letras SP.

Ejemplo:

Premisa: "David estudia o David estudia"

Conclusión: "David estudia"

Simbolizando:

P = "David estudia"

$$\frac{P \lor P}{P}$$

Ejercicio 8:

Aplicando la regla de la simplificación disyuntiva y el silogismo disyuntivo demuestre las conclusiones.

Demostrar: R

1) $S \lor - T$

2) $S \rightarrow R$

3) $- T \rightarrow R$

Demostrar: H

1) $P \rightarrow H$

2) $Q \rightarrow H$

3) $P \lor Q$

Demostrar: $R \lor H$

1) $- Q \rightarrow R \lor H$

2) $- Q \lor - P$

3) $- P \rightarrow R \lor H$

Demostrar: T

1) $L \rightarrow T$

2) $M \lor L$

3) $M \rightarrow T$

Ejercicio 9:

Dar una deducción completamente formal de las siguientes conclusiones a partir de las premisas dadas.

Demostrar: H & (L V P)

1) L V P

2) L → H

3) P → T

4) -T

Demostrar: - R & M

1) M & - A

2) A V - T

3) R → T

Demostrar: P

1) M V - R

2) - R → S

3) M → P

4) - S

Demostrar: A

1) B → C

2) C → - R

3) R

4) B V (T & A)

III.1.2. EQUIVALENCIAS LOGICAS

Las leyes de: conmutatividad, De Morgan y bicondicional son las reglas de equivalencia.

<u>Leyes conmutativas.-</u> Se aplica a conjunciones y disyunciones. El cambio del orden de lo dos miembros de las conjunciones o de las disyunciones no altera su significado. La abreviatura de esta regla será LC.

Ejemplos:

<u>P & - Q,</u>	<u>R V H,</u>	<u>- P & - Q,</u>	<u>- M V - N</u>
- Q & P	H V R	- Q & - P	- N V - M

NOTA: Esta ley no es aplicable a las condicionales asi por ejemplo: Si ser Mexicano implica ser Americano, ser Americano no implica ser Mexicano.

<u>Las leyes de De Morgan</u>.- La abreviatura de estas leyes es LD y los pasos a seguir que las caracterizan son:

1o. La premisa debe ser: una disyunción, conjunción, negación de una conjunción o negación de una disyunción.

2o. & se cambia en V y V en &.

3o. Negar cada miembro de la disyunción o conjunción.

4o. Negar la fórmula completa.

Ejemplos:

1er. Paso.- Premisa $-(P \,\&\, -Q).$

2do. Paso $-(P \vee -Q).$

3er. Paso $-(-P \vee Q).$

4to. Paso $-(-(-P \vee Q)).$

Al aplicar la regla de la doble negación y la omisión de paréntesis obtendremos.

$$- P \vee Q$$

En los siguientes ejemplos, en el cuarto paso se omitirá la aplicación de la regla de la doble negación y se omitirán los paréntesis innecesarios:

1er. Paso $P \vee - Q$

2do. Paso $P \,\&\, - Q$

3er. Paso $- P \,\&\, Q$

4to. Paso - $(-P \ \& \ Q)$

1er.paso - $(P \rightarrow Q)$ no se puede aplicar a la ley de De Morgan, porque no es la negación de una disyunción o de una conjunción.

1er. paso $P \rightarrow Q$ no se puede aplicar la ley de Demorgan, porque no es una disyunción o conjunción

1er. Paso $P \ \& \ Q$

2do. Paso $P \vee Q$

3er. Paso $- P \vee - Q$

4to. Paso $- (- P \vee - Q)$

1er. Paso $- (- P \vee - Q)$

2do. Paso $- (- P \ \& \ - Q)$

3er. Paso $- (P \ \& \ Q)$

4to. Paso $P \ \& \ Q$

1er. Paso $-(P \ \& \ Q)$

2do. Paso $-(P \vee Q)$

3er. Paso $-(-P \vee -Q)$

4to. Paso $-P \vee -Q$

Las diferentes formas proposicionales en que se puede aplicar las leyes de De Morgan son:

a) $$\frac{-P \ \& \ -Q}{-(P \vee Q)}$$

b) $$\frac{-P \vee -Q}{-(P \ \& \ Q)}$$

$$\text{c)}\quad \frac{-\ (P \vee Q)}{-\ P\ \&\ -\ Q}$$

$$\text{d)}\quad \frac{-\ (P\ \&\ Q)}{-\ P \vee -\ Q}$$

Ejercicio 10:

1.- Aplicar leyes de De Morgan a las siguientes porposiciones.

1) - (- P & Q)	1) - (- R V - Q)
2)	2)

1) $- P \vee - Q$

2)

1) $P \ \& \ Q$

2)

1) $- (P \ \& \ Q)$

2)

1) $- (P \vee R)$

2)

1) $- (- R \ \& \ - Q)$

2)

1) $- P \ \& \ - Q$

2)

2.- Realizar una demostración formal para cada uno de los razonamientos simbolizados.

Demostrar: $- S$

1) $- (P \ \& \ Q)$

Demostrar: $R \ \& \ Q$

1) $- S \rightarrow - (P \vee - T)$

2) $- Q \rightarrow T$

3) $- P \rightarrow T$

4) $S \rightarrow - T$

2) $T \rightarrow Q \ \& \ R$

3) $- S$

Demostrar: $-(A \lor B)$

1) $C \ \& \ - D$

2) $C \rightarrow - A$

3) $D \lor - B$

Demostrar: $-(R \ \& \ P)$

1) $P \rightarrow - Q$

2) $- Q \rightarrow - S$

3) $(P \rightarrow - S) \rightarrow - T$

4) $R \rightarrow T$

Ley bicondicional.- Se abrevia LB; en símbolos permite los siguientes razonamientos:

$$\frac{P \leftrightarrow Q}{P \rightarrow Q}; \qquad \frac{P \leftrightarrow Q}{Q \leftarrow P}; \qquad \frac{P \leftrightarrow Q}{(P \rightarrow Q) \ \& \ (Q \rightarrow P)}; \qquad \frac{\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow P \end{array}}{P \leftrightarrow Q}$$

NOTA: Esta ley se aplica sólamente cuando el conectivo $\leftrightarrow$ es el de mayor alcance.

Ejemplos: Se puede aplicar en:

$$\frac{-P \vee -Q \leftrightarrow -P \,\&\, -S}{-P \vee -Q \rightarrow P \,\&\, -Q}$$

No se puede aplicar en:

a) $-(P \vee Q - Q \leftrightarrow -P \,\&\, -Q)$

b) $(-P) \vee (-Q \leftrightarrow -P \,\&\, -Q)$

c) $(-P \vee -Q \leftrightarrow -P) \,\&\, -Q$

En el inciso a) no se puede aplicar porque es una negación.

En el inciso b) porque es una diyunción.

En el inciso c) porque es una conjunción.

Ejercicio 11:

Dar una demostración formal de cada uno de los razonamientos.

Demostrar: $P \rightarrow Q$

1) $P \leftrightarrow Q$

Demostrar: $P \leftrightarrow Q$

1) $P \leftrightarrow R$

2) $R \leftrightarrow Q$

Demostrar: A

1) $B \leftrightarrow C$

2) $(C \rightarrow B) \leftrightarrow D$

3) $D \leftrightarrow A$

Demostrar: $-(- P \ \& \ - Q)$

1) $R \leftrightarrow Q$

2) $P \leftrightarrow S$

3) $R \ V \ S$

Demostrar: $- (E \ \& \ - F)$

1) $G \leftrightarrow H$

2) $G \ \& \ J$

3) $H \rightarrow F$

Demostrar: $- A \ \& \ - B$

1) $- C \leftrightarrow B \ V \ A$

2) $- (D \ V \ - C)$

Resumen de reglas de inferencia.

Modus Ponendo Ponens

(MP)

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline Q \end{array}$$

Modus Tollendo Tollens.

(TT)

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ -\,Q \\ \hline -\,P \end{array}$$

Modus Tollendo Ponens

(TP)

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ -\,P \\ \hline Q \end{array} , \qquad \begin{array}{l} P \vee Q \\ -\,Q \\ \hline P \end{array}$$

Regla de Adjunción

(A)

$$\begin{array}{l} P \\ Q \\ \hline P \,\&\, Q \end{array} , \qquad \begin{array}{l} P \\ Q \\ \hline Q \,\&\, P \end{array}$$

Regla de simplificación

(S)

$$\frac{P \;\&\; Q}{P}, \qquad \frac{P \;\&\; Q}{Q},$$

Ley del silogismo Hipotético

(SH)

$$\frac{\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \end{array}}{P \rightarrow R}$$

Ley de Adición

(LA)

$$\frac{P}{P \vee Q}$$

Ley de la Simplificación Disyuntiva

(SP)

$$\frac{P \vee P}{P}$$

Leyes de De Morgan

(LM)

$$\frac{-\,(P \;\&\; Q)}{-\,P \vee -\,Q}, \qquad \frac{-\,(P \vee Q)}{-\,P \;\&\; -\,Q}, \qquad \frac{-\,P \;\&\; -\,Q}{-\,(P \vee Q)}, \qquad \frac{-\,P \vee -\,Q}{-\,(P \;\&\; Q)}$$

Ley de Silogismo Disyuntivo

(SD)

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ P \rightarrow R \\ \underline{Q \rightarrow S} \\ R \vee S \end{array}$$

Leyes conmutativas

(LC)

$$\frac{P \vee Q}{Q \vee P}, \qquad \frac{P \& Q}{Q \& P}$$

Ley de las proposiciones bicondicionales.

$$\frac{P \leftrightarrow Q}{P \rightarrow Q} \qquad \frac{P \leftrightarrow Q}{Q \rightarrow P} \qquad \frac{\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow P \end{array}}{P \leftrightarrow Q} \qquad \frac{P \leftrightarrow Q}{(P \rightarrow Q) \; \& \; (Q \rightarrow P)}$$

III.2.1. APLICACION DE REGLAS DE INFERENCIA

III.3.1. APLICACION DE REGLAS DE EQUIVALENCIA

II.4.1. METODO DEDUCTIVO.

Ejercicio 12:

A) En cada uno de los ejemplos siguientes demostrar que la conclusión es consecuencia de las premisas dadas. Hacer cada deducción exactamente igual a como se han hecho las deducciones en los ejemplos anteriores, con lineas numeradas, abreviaturas para cada regla utilizada, e indicando además los números de las lineas empleadas para la deducción de cada paso.

1. Si esta es una sociedad matriarcal, entonces el hermano de la madre es el cabeza de la familia. Si el hermano de la madre es el cabeza de familia, entonces el padre no tiene autoridad. Esta es una sociedad matriarcal. Por tanto, el padre no tiene autoridad.

2. O esta roca es una roca ignea o es una roca sedimentaria. Esta roca es granito. Si esta roca es granito entonces no es una sedimentaria. Por tanto, esta roca es una roca ignea.

3. Si Juan es más alto que Pedro, entonces Maria es más baja que Juana. Maria no es más baja que Juana. Si Juan y Luis

tienen la misma estatura, entonces Juan es más alto que Pedro. Por tanto, Juan y Luis no tienen la misma estatura.

4. Si A ganó la carrera, entonces o B fue el segundo o C fue el segundo. Si B fue el segundo, entonces A no ganó la carrera. Si D fue el segundo, entonces C no fue el segundo. A ganó la carrera. Entonces, D no fue el segundo.

5. si el reloj está adelantado, entonces Juan llegó antes de las diez y vio partir el coche de Andrés. Si Andrés dice la verdad, entonces Juan no vio partir el coche de Andrés. O Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen. El reloj está adelantado. Por tanto, Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.

B) ¿Qué conclusión se puede sacar, si se puede sacar alguna, por la ley de silogismo hipotético de los conjuntos de proposiciones siguientes?

1. Si el agua se hiela, entonces sus moléculas forman cristales. Si las moléculas forman cristales, entonces el agua aumenta de volumen.

2. Si Tomás conduce a la velocidad de 50 km/h, entonces en 9 horas habrá recorrido 450 km.
Si en 9 horas ha recorrido 450 km, entonces habrá recorrido 90 km más que ayer en el mismo período.

3. Si Mr. Lincoln es elegido, entonces los Estados del Sur se separarán con seguridad. Si los Estados del Sur se separan, entonces estallará una guerra civil.

4. Si un haz fino de fotones penetra en un gas en una cámara de niebla, entonces los fotones expulsan electrones de los átonomos de gas. si los fotones expulsan electrones de átonomos de gas, entonces la energía de la luz se convierte en energía cinética de los electrones.

5. Si el número de representantes en el Senado está en relación con la población de cada Estado, entonces Nueva York tiene más senadores que Nevada. Si Nueva York tiene más senadores que Nevada, entonces Nueva York tiene más de dos senadores.

C) ¿Qué se puede concluir de cada uno de los siguientes conjuntos de premisas por la ley del silogismo disyuntivo? Dar como conclusión una proposición en lenguaje corriente.

1. O Juan tiene mayoría o Pedro tiene mayoría. Si Juan tiene mayoría, entonces Pedro será el tesorero. Si Pedro tiene mayoría, entonces Juan será el tesorero.

2. Este número o es un número positivo o es un número negativo. Si es un número positivo, es mayor que cero. Si es un número negativo, es menor que cero.

3. Esta roca o es piedra caliza o es granito. Si es piedra caliza es sedimentaria. Si es granito, es ignea.

4. O la cámara fue adquirida legalmente por el vendedor o la cámara es mercancia robada. Si la cámara fue adquirida legalmente por el vendedor, entonces es mi cámara. Si la cámara es mercancia robada, entonces Tomás es su propietario legal.

5. O la planta es una planta verde o es una planta no verde. Si es una planta verde, entonces fabrica su propio elemento. Si es una planta no verde, entonces depende de las materias de otras plantas para su alimento.

D) Simbolizar el razonamiento siguiente y después probar que la conclusión se puede deducir lógicamente las premisas.

Juan o alcanza 65 puntos en el examen o alcanza 70 puntos.

Si Juan alcanza 65 puntos en el examen, entonces no obtiene calificación de "Bien".

Si alcanza 70 puntos en el examen, no obtiene la calificación de "Bien".

Si Juan estudia, entonces obtiene la calificación de "Bien" en el examen.

Por tanto, Juan no estudia.

E) Simbolizar completamente las premisas y conclusiones de cada uno de los razonamientos siguientes y dar una deducción formal.

1. Esta ley será aprobada en esta sesión si y sólo si es apoyada por la mayoría. O es apoyada por la mayoría o el gobernador se opone a ella. Si el gobernador se opone a ella, entonces será pospuesta en las deliberaciones del comité. Por tanto, o eta ley será aprobada en esta sesión o será pospuesta en las deliberaciones del comité.

2. El Sol sale y se pone si y sólo si la Tierra gira. La Tierra gira y la Luna se mueve alrededor de la Tierra. Por tanto, el Sol sale y se pone o el clima es muy caliente o frio.

3. $3 \times 5 = 12$ $\qquad$ $5 + 5 + 5 = 12$

$4 \times 4 = 13$

$5 + 5 + 5 = 12$ $4 \times 4 = 13$

Por tanto! $32 \times 5 = 12$

4. El terreno puede ser cultivado si y sólo si se provee de un sistema de riego. Si el terreno puede ser cultivado, entonces triplicará su valor actual.

Por tanto, si se provee de un sistema de riego, entonces el terreno triplicará su valor actual.

5. Un liquido es un ácido si y sólo si colorea de azul el papel de tornasol rojo. Un liquido colorea de zul el papel de tornasol rojo si y sólo si contiene iones de hidrógeno libres.

Por tanto, un liquido es un ácido si y sólo si contiene iones de hidrógeno libres.

6. Si no ocurre que si un objeto flota en el agua entonces es menos denso que el agua, entonces se puede caminar sobre el agua. Pero no se puede caminar sobre el agua.

Si un objeto es menos denso que el agua, entonces puede desplazar una cantidad de agua igual a su propio peso.

Si puede desplazar una cantidad de agua igual a su propio peso, entonces el objeto flotará en el agua.

Por tanto, un objeto flotará en el agua si y sólo si es menos denso que el agua.

IV.1.1. TABLAS DE VERDAD.

A una proposición compuesta se le puede asignar una tabla de verda asignándole todas las combinaciones posibles de asignación de verdad de las proposiciones simples que la forman y calculando su verdad a través de las tablas de verdad de los conectivos.

Tablas de verdad de los conectivos.

Negación

P	- P
V	F
F	V

Conjunción

P	Q	P & Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción

P	Q	P V Q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional

P	Q	P ⟶ Q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Equivalencia

P	Q	P ⟷ Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

IV.2.1. ALCANCE DE LOS CONECTIVOS.

Método general para calcular la tabla de verdad de una proposición compuesta.

1er. Paso.- Se anota la fórmula compuesta.

2do. Paso.- Se escribe a la izquierda las proposiciones que constituyen la fórmula del conectivo de mayor alcance.

3er. Paso.- Se repite el 2do. paso con la proposición contigua a la izquierda hasta obtener únicamente proposiciones simples.

4to. Pso.- Se le asignan valores de verdad a las proposiciones simples.

5to. Paso.- Se calculan los valores de verdad de cada una de las fórmulas de izquierda a derecha usando las tablas de verdad de los conectivos.

Ejemplos:

1er. Paso. $- P \vee - Q$

2do. Paso.

- P	- Q	- P V - Q

3er. Paso. (Rep. del 2do.).

Q	-P	-Q	-P V - Q

3er. Paso. (Rep. del 2do).

P	Q	- P	- Q	- P V - Q

4to. Paso.

P	Q	- P	- Q	- P V - Q
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

5to. Paso.

P	Q	- P	- Q	- P V - Q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

NOTA: Se calcula - P después - Q por último - P V - Q.

1er. Paso. - P V - Q → - (P & Q)

2do. Paso. - P V - Q | - (P & Q) | - P V - Q → - (P & Q)

3er. Paso.

P | Q | - P | - Q | P & Q | - P V - Q | - (P & Q) | - P V - Q → - (P & Q)

4to. Paso.

P	Q	- P	- Q	P & Q	- P V - Q	- (P & Q)	- P V - Q → - (P & Q)
V	V						
V	F						
F	V						
F	F						

5to. Paso

P	Q	- P	- Q	P & Q	- P V - Q	- (P & Q)	- P V - Q → - (P & Q)
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V

IV.3.1. CLASIFICACION DE LAS PROPOSICIONES: TAUTOLOGIA, CONTRADICCION Y CONTINGENCIA.

Tautología.- Es una proposición compuesta la cual toma el valor de verdadero en todas las asignaciones posibles de valores de verdad de las proposiciones simples que la forma.

Contradicción.- Es una proposición compuesta la cual toma el valor de falso en todas las asignaciones posibles de valores de verdad de las proposiciones simples que la forman.

Contingencia.- Es una proposición compuesta que no es ni tautología ni contradicción. Esto es toma ambos valores en su tabla de verdad.

Ejemplo de tautología: $- P \;\&\; - Q \rightarrow - (P \vee Q)$

P	Q	− P	− Q	P V Q	− P & − Q	−(P V Q)	− P & − Q→−(P V Q)
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	V

Ejemplo de contradicción: $-(P \,\&\, Q \rightarrow Q)$

P	Q	P & Q	Q	P & Q→Q	– (P & Q → Q)
V	V	V	V	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	F

Ejemplo de contingencia: $-P \vee -Q$

P	Q	– P	– Q	– P V – Q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Implicación Tautológica.- Es una implicación que a la vez es una tautología.

Equivalencia Tautológica.- Es una equivalencia que a la vez es una tautologia.

Ejemplo de implicación tautológica.

P	Q	P & Q	Q	P & Q → Q
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Ejemplo de equivalencia Tautológica.

P	Q	− P	− Q	P V − Q	− P & Q	− (P V − Q)	− P & Q	↔ − (P V − Q)
V	V	F	F	V	F		F	V
V	F	F	V	V	F		F	V
F	V	V	F	F	V		V	V
F	F	V	V	V	F		F	V

IV.4.1. VALIDEZ DE LAS REGLAS DE INFERENCIA.

Las tablas de verdad proporcionan un método mecánico para comprobar la validez de un razonamiento.

Para demostrar la invalidez de un razonamiento, basta con encontrar un renglón de la tabla de verdad donde aparezcan las premisas verdaderas y la conclusión falsa, ya que por definición un razonamiento es válido cuando cumple la siguiente condición: Siempre que todas las premisas sean verdaderas la conclusión debe ser verdadera.

Método para comprobar la validez de un razonamiento.

1o. Se escriben todas las asignaciones posibles de valores de verdad para las proposiciones simples, que aparecen las premisas y la conclusión.

2o. Se determinan los valores de verdad para todas las premisas y la conclusión del razonamiento.

3o. Se buscan los renglones que presentan todas las premisas verdaderas; si la conclusión es también verdadera para cada una de estas lineas, entonces el razonamiento es válido. Pero si hay algún renglón para el cual todas las premisas son ciertas y la conclusión es falsa, el razonamiento no es válido.

Ejemplo de razonamiento no válido.

Premisas: $P \rightarrow Q$

Q

Conclusión: P

P	Q	P → Q	P
V	V	V	P
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F

En el tercer renglón aparecen las premisas verdaderas y la conclusión falsa.

Ejemplo de razonamiento válido.

Premisa: $P \rightarrow Q$

P

Conclusión: ---

Q

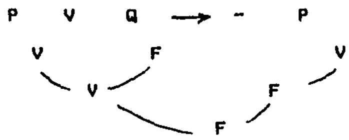
P	Q	$P \rightarrow Q$	Q
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

Solo en el primero y tercer renglón aparecen verdaderas las premisas pero, la conclusión también aparece verdadera. Por lo tanto el razonamiento es válido.

V.1.1. DIAGRAMAS DE VERDAD

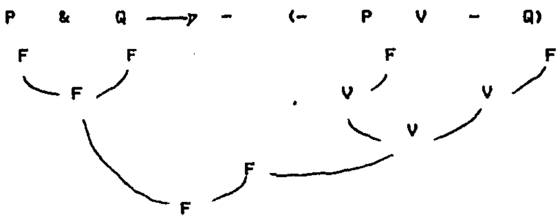
Se pueden hallar los valores de verdad de una proposición compuesta si se conocen los valores de verdad de sus partes. La forma de establecerlo es a través de un diagrama.

Sea la fórmula P V Q → – P, y sean P verdadera y Q falsa, el diagrama será:



La proposición compuesta será falsa.

Sea la fórmula P & Q → – (– P V – Q) y sean P falsa y Q falsa.



La proposición compuesta será verdadera.

Razonamiento no válido.- Es aquel que a partir de premisas verdaderas puede llegar a conclusión falsa.

Ejemplos:

Sean las premisas: 1) $- P \vee Q$

2) $R \rightarrow P$

3) $- R$

Conclusión: Q

Haciendo las proposiciones Q, P, R, falsas.

```
- (P  V  Q)        R ──> P          -  R      Q
   F     F         F     F             F      F
    \   /           \   /             /
      F               V             V
     /
   V
```

Obtenemos premisas verdaderas y conclusión falsa lo que me permite demostrar que el razonamiento es no válido.

V.2.1. CONSISTENCIA

Un conjunto de premisas se dicen ser consistentes si existe una asignación de valores de verdad a las proposiciones simples tal que todas las premisas resultan ser verdaderas.

Ejemplos:

Sean el conjunto de premisas.   1) P V Q

2) R → - P

3) - P & R

Y asignare falso a P y verdadero a R y Q

P	V	Q	R	-	P	-	P	&	R
F		V	V		F		F		V
	V			V		V			
				V				V	

Un conjunto de premisas se dice ser inconsistente si no es consistente.

Una contradicción.- Es una proposición compuesta que siempre toma el valor de falso, no importa la asignación que se de a sus proposiciones simples.

Un ejemplo de contradicción son las conjunciones de la afirmación y negación de una proposición.

Ejemplos: $P \ \& \ - P$

$Q \ \& \ - Q$

$(P \lor Q) \ \& \ - (P \lor Q)$

$(P \rightarrow Q) \ \& \ - (P \rightarrow Q)$

Para demostrar que un conjunto de premisas es inconsistente se deduce una contradicción. Utilizando las reglas de inferencia deducir una contradicción cualquiera a partir de las premisas, se obtiene una demostración de que las premisas son inconsistentes.

Ejemplo:

1) $- Q \rightarrow R$

2) $- R \lor S$

3) $- (P \lor Q)$

4) $- P \rightarrow - S$

5) - P & - Q . . . . . 4 L M

6) - P . . . . 5 S

7) - S . . . . 4 & 6 M P

8) - Q . . . . 5 S

9) R . . . . 1 & 8 M P

10) S . . . . 2 & 9 TP

11) - S & S . . . . 7 & 10 A.

Regla de la premisa condicional, PC.- Si es posible deducir una proposición Q de otra proposición P y un conjunto de premisas, entonces se puede deducir sólo del conjunto de premisas la proposición condicional P → Q.

Esta regla se utiliza para demostrar condicionales y los pasos a seguir son:

1) Se agrega como premisa el antecedente del condicional que se desea demostrar.

2) Se deduce el consecuente del condicional que se desea demostrar.

3) Se concluye el condicional en base a los incisos donde aparecen el antecedente y el consecuente del condicional y la regla P. C.

Ejemplo:

Demostrar: $R \rightarrow S$

1) $P \rightarrow (R \rightarrow S)$

2) $P \vee - Q$

3) Q

4) R . . . . P A

5) P . . . . 2 & 3 TP

6) $R \rightarrow S$ . . . . 1 & 5 M P

7) S . . . . 4 & 6 P P

8) $R \rightarrow S$ . . . . 4 & 7 P C

NOTA: PA significa premisa agregada.

Demostrar: E → K

1) E V F → G

2) J → - G & - H

3) J V K

4) E . . . . P A

5) E V F . . . . 4 L A

6) G . . . . 1 & 5 M P

7) G V H . . . . 6 L A

8) - (- G & - H) . . . . 7 L M

9) - J . . . . 2 & 8 TT

10) K . . . . 3 & 9 TP

11) E → K . . . . 4 & 10 P. C.

V.3.1. METODO POR REDUCCION AL ABSURDO.

Demostración por contradicción o por reducción al absurdo.- Si se puede deducir una contradicción de un conjunto de premisas y de la negación de S, entonces S puede deducirse del conjunto de premisas solo. Su abreviatura será RAA. (Por reducción al absurdo).

Los pasos utilizados en una demostración indirecta son:

1) Introducir la negación de la conclusión deseada como una nueva premisa, anotando las letras P A que significan premisa agregada.

2) De esta nueva premisa, junto con las premisas dadas, deducir una contradicción.

3) Establecer la conclusión deseada como una inferencia lógica deducida de las premisas originales en base a los incisos de la premisa agregada, la contradicción obtenida y la regla RAA.

Ejemplo:

Demostrar: $-$ (T V S)

1) $-$ R V $-$ S

2) T V S → R

3) B V - S

4) - T

5) T V S . . . . P A

6) R . . . . 2 & 5 M P

7) - B . . . . 1 & 6 T P

8) - S . . . . 3 & 7 T P

9) S . . . . 4 & 5 T P

10) - S & S . . . . 5 & 10

11) - (T V S) . . . . 5 & 10 RAA

SOLUCION DE EJERCICIOS

Ejercicio 1:

Demostrar: − M

1) P → − Q . . . . Pr

2) − Q → M. . . . Pr

3) P

4) − Q . . . . 1 & 3 M P

5) M . . . . 2 & 4 M P

Demostrar: R & C

1) P → R & Q . . . . Pr

2) M V N → P . . . . Pr

3) M V N . . . . Pr

4) P . . . . 2 & 3 M P

5) R & Q . . . . 4 & 1 M P

Demostrar: − R

1) − P → − R . . Pr

2) − Q → − P . . Pr

3) − Q . . . . Pr

Demostrar: P V Q

1) A → − B . . . . . Pr

2) A . . . . Pr

3) − B → P V Q . . Pr

4) – P . . . . . . 2 & 3 M P

5) – R . . . . 1 & 4 M P

4) – B . . . . 1 & 2 M P

5) P V Q . . . . . . 3 & 4 M P

Demostrar: L V M

1) R → P & Q . . Pr

2) P & Q → L V M . . . . . Pr

3) R . . . . Pr

4) P & Q . . . . . 1 & 3 M P

5) L V M . . . . . 2 & 4 M P

Demostrar: A

1) M . . . . Pr

2) M → L . . . . Pr

3) L → A . . . . . . Pr

4) L . . . . 1 & 2 M P

5) A . . . . 3 & 4 M P

Ejercicio 2:

Demostrar: L

1) H → L. . . . . Pr

Demostrar: P V R

1) Q . . . . Pr

2) Q → H . . . . . Pr

3) Q . . . . Pr

4) H . . . . 2 & 3 M P

5) L . . . . 1 & 4 M P

2) R → -Q . . . . Pr

3) - R → P V R . . Pr

4) - R . . . . 1 & 2 T T

5) P V R . . . . 3 & 4 M P

Demostrar: Q

1) R → (P → Q) . Pr

2) R . . . . Pr

3) P . . . . Pr

4) P → Q . . . . 1 & 2 M P

5) Q . . . . 3 & 4 M P

Demostrar: P → Q

1) - (P → Q) → - R Pr

2) M → R . . . . . Pr

3) M . . . . Pr

4) R . . . . 2 & 3 M P

5) P → Q . . . . 1 & 4 T T

Ejercicio 3:

Demostrar: - T & - R

1) M V P . . . . . Pr

2) M V P → - T Pr

3) R → T . . . . . Pr

4) - T . . . . 1 & 2 M P

5) - R . . . . . . 3 & 4 MP

6) - T & - R . . 4 & 5 A

Demostrar: A & - B

1) B → M . . . . Pr

2) - M & T . . . . . Pr

3) T → A . . . . Pr

4) - M . . . . 2 S

5) T . . . . 2 S

6) A . . . . 3 & 5 M P

7) - B . . . . 1 & 4 T T

8) A & - B . . . . 6 & 7 A

Demostrar: L & M

1) $P \rightarrow M$ . . . . . . Pr

2) $- L \rightarrow H$ . . . Pr

3) P & $-$ H . . . Pr

4) P . . . . 3 S

5) $-$ H . . . . 3 S

6) L . . . . 2 & 5 T T

7) M . . . . 1 & 4 M P

8) L & M . . . . . . 6 & 7 A

Demostrar: A & B

1) $P \rightarrow A$ . . . . Pr

2) $- B \rightarrow - P$ . . . . . Pr

3) P & Q . . . . Pr

4) P . . . . 3 S

5) A . . . . 1 & 4 M P

6) B . . . . 2 & 4 T T

7) A & B . . . . 5 & 6 A

Demostrar: A

1) $R \rightarrow A$ & B . . Pr

Demostrar: P

1) A . . . . Pr

2) R . . .. Pr

3) A & B . . . . . 1 & 2 M P

4) A . . . . 3 S

2) B . . . . Pr

3) – (P & R) → – (A & B) . . . . Pr

4) A & B . . . . 1 & 2 A

5) P & R . . . . 3 & 4 T T

6) P . . . . 5 S

Ejercicio 4:

Demostrar: M

1) S & P . . . . . . Pr

2) M V – N . . . . . Pr

3) S → N . . . . . . Pr

Demostrar: A & B

1) B . . . . Pr

2) B → – D . . . . . . Pr

3) A V D . . . . Pr

4) S . . . . 1 S	4) - D . . . . 1 & 2 M P
5) N . . . . 3 & 4 M P	5) A . . . . 3 & 4 T P
6) M . . . . 2 & 5 T P	6) A & B . . . . 1 & 5 A

Demostrar: L & M	Demostrar: P & R
1) A & B . . . . . . Pr	1) R V H → P . . . . Pr
2) A → L . . . . . . Pr	2) R V H . . . . Pr
3) - M → - B . . Pr	3) - H . . . . Pr
4) A . . . . 1 S	4) P . . . . 1 & 2 M P
5) L . . . . 2 & 4 M P	5) R . . . . 2 & 3 T P
6) B . . . . 1 S	6) P & R . . . . 4 & 5 A

7) M . . . . 3 & 4 T T

8) L & M . . . . . 5 & 7 A

Demostrar: $-T$

1) $P \rightarrow S$

2) P & Q

3) $(S$ & $R) \rightarrow -T$

4) $Q \rightarrow R$

5) P . . . . 2 S

6) S . . . . 1 & 5 M P

7) Q . . . . 2 S

8) R . . . . 4 & 7 M P

Demostrar: M & P

1) $H \rightarrow M$ . . . . Pr

2) H & L . . . . Pr

3) $-L \vee R$ . . . . . Pr

4) $P \rightarrow -R$ . . . . . Pr

5) H . . . . 2 S

6) M . . . . 1 & 5 MP

7) L . . . . 2 S

8) R . . . . 3 & 7 T P

9) S & R . . . . . 6 & 8 A

10) - T . . . . . . 9 & 10 M P

9) - P . . . . 4 & 8 T T

10) M & - P . . . . . 6 & 9 A

Ejercicio 5:

Demostrar: T V S

1) Q V T . . . . . Pr

2) Q → R . . . . . Pr

3) - R . . . . Pr

4) - Q . . . . 2 & 3 T T

5) T . . . . 1 & 4 T P

6) T V S . . . . . 5 L A

Demostrar: U

1) P & - T . . . . . Pr

2) S → T . . . . . . Pr

3) S V Q . . . . Pr

4) Q V P → U . . . Pr

5) - T . . . . 1 S

6) - S . . . . 2 & 5 T T

7) Q . . . . 3 & 6 T P

8) Q V P . . . . 7 L A

9) U . . . . 4 &
8 M P

Demostrar: T V Q

1) S → P & Q . . Pr

2) S . . . . Pr

3) P & Q → T . . Pr

4) P & Q . . . . . . 1 &
2 M P

5) T . . . . 3 &
4 M P

6) T V Q . . . . . . 5 L A

Demostrar: L

1) M → P . . . . Pr

2) M . . . . Pr

3) - H → - P . . . . Pr

4) - (H V A) V L . Pr

5) P . . . . 1 &
2 M P

6) H . . . . 3 &
5 T T

7) H V A . . . . 6 L A

8) L . . . . 4 &
7 T P

Ejercicio 6:

1) M → H . . . . . Pr

2) H → L . . . . . Pr

3) M → L . . . . . 1 &
2 S H

1) R V Q → (P → Q) Pr

2) (P → Q) → K . . . Pr

3) R V Q → K . . . . 1 &
2 S H

1) M → - L . . . . Pr

2) R → M . . . . . Pr

3) R → - L . . . 1 &
2 S H

1) A → P V Q . . . . . Pr

2) R → A . . . . . . Pr

3) R → P V Q . . . . 1 &
2 S H

1) Q → H & R . . Pr

2) H & R → P . . Pr

3) Q → P . . . . 1 &

1) A → - M . . . . . Pr

2) - M → - R . . . . Pr

3) A → - R . . . . . 1 &

2 S H

2 S H

Ejercicio 7:

1) $R \vee S$ . . . . . Pr

2) $R \rightarrow H$ . . . . . Pr

3) $S \rightarrow L$ . . . . . Pr

4) $H \vee L$ . . . . . 1 2 3 S D

1) $(P \rightarrow R) \vee - M$. Pr

2) $- M \rightarrow H$ . . . . . Pr

3) $(P \rightarrow R) \rightarrow - R$. Pr

4) $H \vee - R$ . . . . . 1 2 3 S D

1) $M \vee Q$ . . . . . Pr

2) $Q \rightarrow A$ . . . . . Pr

3) $M \rightarrow B$ . . . . . Pr

4) B U A . . . . . 1 2 3 S D

Ejercicio 8:

Demostrar: R

Demostrar: H

1) S V - T . . . Pr

2) S → R . . . . . Pr

3) - T → R . . . . Pr

4) R V R . . . . . . 1 2 3 S D

5) R . . . . 4 D P

1) P → H . . . . Pr

2) Q → H . . . . Pr

3) P V Q . . . . Pr

4) H V H . . . . 1 2 3 S D

5) H . . . . 4 D P

Demostrar: R V H

1) - Q → R V H . Pr

2) - Q V - P . . Pr

3) - P → R V H . Pr

4) (R V H) V (R V H) 1 2 3 S D

5) R V H . . . . . . 4 D P

Desmotrar: T

1) L → T . . . . Pr

2) M V L . . . . Pr

3) M → T . . . . Pr

4) T V T . . . . 1 2 3 S D

5) T . . . . 4 D P

Ejercicio 9:

Demostrar: H & (L V P)	Demostrar: - R & M
1) L V P . . . . . Pr	1) M & - A . . . . . Pr
2) L → H . . . . . Pr	2) A V - T . . . . . Pr
3) P → T . . . . . Pr	3) R → T . . . . . . Pr
4) - T . . . . Pr	4) M . . . . 1 S
5) - P . . . . 3 & 4 T T	5) - A . . . . 1 S
6) L . . . . 1 & 5 T P	6) - T . . . . 2 & 5 T P
7) H . . . . 2 & 6 M P	7) - R . . . . 3 & 6 T T
8) L V P . . . . . 6 L A	8) - R & M . . . . . . 7 & 4 A
9) H & (L V P) 7 & 8 A	

Demostrar: P

1) M V - R . . . Pr

2) - R → S . . . . Pr

3) M → P . . . . . Pr

4) - S . . . . Pr

5) S V D . . . . . 1 2 3 S D

6) P . . . . 4 & 5 T P

Demostrar A:

1) B → C . . . . Pr

2) C → - R . . . . . Pr

3) R . . . . Pr

4) B V (T & S) . . . Pr

5) - C . . . . 2 & 3 T T

6) - B . . . . 1 & 5 T T

7) T & A . . . . 4 & 6 T P

8) A . . . . 7 S

Ejercicio 10:

1) - (- P & Q)   1) - (- R V - Q)

2) P V - Q . . . 1 L D 2) R & Q . . . . . . 1 LD

1) - P V - Q

2) - (P & Q) . . . . . . 1 L D

1) P & Q   1) - (P & Q)

2) - (- P V - Q)   2) - P V - Q . . . . 1 L D
. . . . . 1 L D

1) - (P V R)

2) - P & - R . . . . . 1 L D

1) - (- R & - Q)   1) - P & - Q

2) R V Q . . . . . 1 L D 2) - (P V Q) . . . . 1 L D

Demostrar: – S

1) – (P & Q) . . . Pr

2) – Q → T . . . Pr

3) – P → T . . . Pr

4) S → – T . . . . Pr

5) – P V – Q . . 1 L D

6) T V T . . . . . 2 3 5 S D

7) T . . . . 6 D P

8) – S . . . . 4 & 7 T T

Demostrar: R & Q

1) – S → – (P V – T)

2) T → Q & R

3) – S

4) – (P V – T) . . . 1 & 3 M P

5) – P & T . . . . . 4 L D

6) T . . . . 5 S

7) Q & R . . . . 2 & 6 M P

8) R & Q . . . . 7 L C

Demostrar: – (A V B)

1) C & – D . . . Pr

Demostrar: – (R & P)

1) P → – Q . . . . . Pr

2) C $\rightarrow$ − A . . . . Pr	2) − Q $\rightarrow$ − S . . . . Pr
3) D V − B . . . . Pr	3) (P $\rightarrow$ − S) $\rightarrow$ − T Pr
4) C . . . . 1 S	4) R $\rightarrow$ T . . . . . . Pr
5) − A . . . . . . 2 & 4 M P	5) P $\rightarrow$ − S . . . . . . 1 & 2 S H
6) − D . . . . . . 1 S	6) − T . . . . 3 & 5 M P
7) − B . . . . 3 & 6 T P	7) − R . . . . 4 & 6 T T
8) − A & − B . . 5 & 7 A	8) − R V − P . . . . 7 L A
9) − (A V B) . . . 8 L D	9) − (R & P) . . . . . 8 L D

Ejercicio 11:

Demostrar: P $\rightarrow$ Q	Demostrar: P $\leftrightarrow$ Q
1) P $\leftrightarrow$ Q . . . . Pr	1) P $\leftrightarrow$ R . . . . Pr

2) $P \rightarrow Q$ . . . . . 1 L B

2) $R \leftrightarrow Q$ . . . . Pr

3) $P \rightarrow R$ . . . . 1 L B

4) $R \rightarrow Q$ . . . . 2 L B

5) $P \rightarrow Q$ . . . . 3 & 4 S H

6) $R \rightarrow P$ . . . . 1 L B

7) $Q \rightarrow R$ . . . . 2 L B

8) $Q \rightarrow P$ . . . . 6 & 7 S H

9) $P \leftrightarrow Q$ . . . . 5 & 8 L B

Demostrar: A

1) $B \leftrightarrow C$ . . . . . . Pr

2) $(C \rightarrow B) \leftrightarrow D$. Pr

3) $D \leftrightarrow A$ . . . . Pr

Demostrar: $\sim (\sim P \ \& \sim Q)$

1) $R \leftrightarrow Q$ . . . . Pr

2) $P \leftrightarrow S$ . . . . Pr

3) R V S . . . . Pr

4) C → B . . . . . . 1 L B

5) (C → B) → D . 2 L B

6) D . . . . 4 & 5 M P

7) D → A . . . . . . 3 L B

8) A . . . . 6 & 7 M P

4) R → Q . . . . 1 L B

5) S → P . . . . 2 L B

6) Q V P . . . . 3 4 5 S D

7) P V Q . . . . 6 L C

8) – (– P & – Q) . 7 L D

Demostrar: – (E & – F)

1) G ↔ H . . . . . . Pr

2) G & J . . . . . . Pr

3) H → F . . . . . . Pr

4) G . . . . 2 S

5) G → H . . . . . . 1 L B

6) H . . . . 4 & 5 MP

Demostrar: – A & – B

1) – C ↔ B V A . . Pr

2) – (D V – C) . . . Pr

3) – D & C . . . . . . 2 L D

4) C . . . . 3 S

5) B V A → – C . 1 L B

6) – (B V A) . . . . . . 4 & 5 TT

5 M P 5 T T

7) F . . . . 3 & 7) - B & - A . . . . 6 L D

6 M P

8) F V - E . . . . 7 L A 8) - A & - B . . . . 7 L C

9) - E V F . . . . 8 L C

10) - (E & - F) 9 L D

Ejercicio 12:

A)

1.- P = Esta es una sociedad matriarcal.

Q = El hermano de la madre es el cabeza de familia.

R = El padre tiene autoridad.

Demostrar: - R

1) P → Q . . . Pr

2) Q → − R . . Pr

3) P . . . . . . 1 & 2 M P

4) Q . . . . . . 2 & 4 M P

5) − R . . . . . 2 & 4 M P

2.- P = Esta roca es una roca ignea.

Q = Esta roca es una roca sedimentaria.

R = Esta roca es granito.

Demostrar: P

1) P V Q . . . . Pr

2) R . . . . Pr

3) R → − Q . . . . . Pr

4) − Q . . . . 2 & 3 M P

5) P . . . . 1 & 4 T P

3.- P = Juan es más alto que Pedro.

Q = María es más baja que Juana.

R = Juan tiene la misma estatura que Luis.

Demostrar: - R

1) P → Q . . . . Pr

2) - Q . . . . Pr

3) R → P . . . . Pr

4) - P . . . . 1 & 2 T T

5) - R . . . . 3 & 4 T T

4.- P = A ganó la carrera.

Q = B fue el segundo.

R = C fue el segundo

S = D fue el segundo

Demostrar: $- S$

1) $P \rightarrow Q \vee R$ . . . Pr

2) $Q \rightarrow - P$ . . . . Pr

3) $S \rightarrow - R$ . . . . Pr

4) P . . . . Pr

5) $Q \vee R$ . . . . 1 & 4 M P

6) $- Q$ . . . . 2 & 4 T T

7) R . . . . 5 & 6 T P

8) $- S$ . . . . 3 & 7 T T

5.- P = El reloj está adelantado.

Q = Juan llegó antes de las diez.

R = Juan vio partir el coche de Andrés.

S = Andrés dice la verdad.

T = Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.

Demostrar: T

1) $P \rightarrow Q \,\&\, R$ . . . . . Pr

2) $S \rightarrow - R$ . . . . . . Pr

3) $S \vee T$ . . . . Pr

4) P . . . . Pr

5) $Q \,\&\, R$ . . . . 1 & 4 M P

6) R . . . . 5 S

7) $- S$ . . . . 2 & 6 T T

8) T . . . . 3 & 4 T P

B)

1.- Si el agua se hiela entonces el agua aumenta de volumen.

2.- Si Tomás conduce a la velocidad de 50 km'h entonces habra recorrido 90 km más que ayer en el mismo periodo.

3.- Si Mr. Lincoln es elegido entonces estallará una guerra civil.

4.- Si un has de fotones penetra en un gas en una cámara de niebla entonces la energía de la luz se convierte en energía cinética de los electrones.

5.- Si el número de representantes en el senado está en relación con la población de cada estado entonces Nueva York tiene más de dos senadores.

C).

1.- Pedro será el tesorero o Juan será el tesorero.

2.- Este número es mayor que cero o es menor que cero.

3.- Esta roca o es sedimentaria o es ignea.

4.- Es mi cámara o Tomás es su propietario legal.

5.- La planta fabrica su proio elemento o depende de las materias de otras plantas para su alimento.

D).

1.- P = Juan alcanza 65 puntos en el examen.

Q = Juan alcanza 70 puntos en el examen.

R = Juan obtiene la calificación de Bien.

S = Juan estudia.

Demostrar: - S

1) P V Q . . . . Pr

2) P - R . . . . Pr

3) Q - R . . . . . . Pr

4) S R . . . . Pr

5) - R V - R . . . . 1 2 3 S D

6) - R . . . . 5 D P

7) - S . . . . 3 & 6 T T

E).

1.- P = Esta ley será probada en esta sesión.

Q = Esta ley es apoyada por la mayoría.

R = El Gobernador se opone a esta ley.

S = Esta ley sera pospuesta en las deliberaciones del comite.

Demostrar: $P \vee S$

1) $P \leftrightarrow Q$ . . . . . . Pr

2) $Q \vee R$ . . . . Pr

3) $R \leftrightarrow S$ . . . . Pr

4) $Q \rightarrow P$ . . . . 1 L B

5) $R \rightarrow S$ . . . . 3 L B

6) $P \vee S$ . . . . 2 4 & 5 S D

2.- P = El sol sale y se pone.

Q = La tierra gira.

R = La luna se mueve alrededor de la tierra.

S = El clima es muy caliente o frio.

Demostrar: P V S

1) $P \leftrightarrow Q$ . . . . Pr

2) Q & R . . . . Pr

3) $Q \rightarrow P$ . . . . 1 L B

4) Q . . . . 2 S

5) P . . . . 3 & 4 M P

6) P V R . . . . 5 L A

3.- P = 3 x 5 = 12

Q = 5 + 5 + 5 = 12

R = 4 x 4 = 13

Demostrar: $- P$

1) $P \leftrightarrow Q$ . . . . Pr

2) $- R$ . . . . Pr

3) $Q \rightarrow R$ . . . . Pr

4) $- Q$ . . . . 2 & 3 T T

5) $P \rightarrow Q$ . . . . 1 L B

6) $- P$ . . . . 4 & 5 T T

4.- P = El terreno puede ser cultivado.

Q = El terreno se provee de un sistema de riego.

R = El terreno triplicará su valor actual.

Demostrar: $Q \rightarrow R$

1) $P \leftrightarrow Q$ . . . . Pr

2) $P \rightarrow R$ . . . . Pr

3) $Q \rightarrow P$ . . . . 1 L B

4) $Q \rightarrow R$ . . . . 2 & 3 S H

5.- P = Un liquido es un ácido.

Q = El liquido colorea de azul el papel ternasol a rojo.

R = El liquido contiene iones de hidrógeno libres.

Demostrar: $P \leftrightarrow R$

1) $P \leftrightarrow Q$ . . . . Pr

2) $Q \leftrightarrow R$ . . . . Pr

3) $P \rightarrow Q$ . . . . 1 L B

4) $Q \rightarrow R$ . . . . 2 L B

5) $P \rightarrow R$ . . . . 3 & 4 S H

6) $R \rightarrow Q$ . . . . 2 L B

7) $Q \rightarrow P$ . . . . 1 L B

8) R $\rightarrow$ P . . . . 6 & 7 S H

9) P$\leftrightarrow$ R . . . . 5 & 8 L B

6.- P = Un objeto flota en el agua.

Q = El objeto es menos denso que el agua.

R = Se puede caminar sobre el agua.

S = El objeto puede desplazar una cantidad de agua igual a su propio peso.

Demostrar: P$\leftrightarrow$ q

1) - (P $\rightarrow$ Q) $\rightarrow$ R . . . . . Pr

2) - R . . . . Pr

3) Q $\rightarrow$ S . . . . Pr

4) S $\rightarrow$ P . . . . Pr

5) Q $\rightarrow$P . . . . 3 & 4 S H

6) $P \rightarrow Q$ . . . . 1 & 2 T T

7) $P \leftrightarrow Q$ . . . . 5 & 6 L B