

01170
120)



UNIVERSIDAD NACIONAL DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

OPTIMIZACION EN LINEA DE PRESAS HIDROELECTRICAS

T E S I S
Para obtener el grado de Maestro en
INGENIERIA ELECTRICA
p r e s e n t a

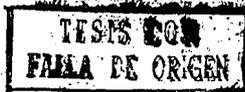
ROBERTO AVILES HERRERA



Director de Tesis: Dra. Cristina Verde Rodarte

MEXICO, D. F.

ABRIL 1994





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

0170

**OPTIMIZACION EN LINEA DE PRESAS
HIDROELECTRICAS**

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO
EN INGENIERIA ELECTRICA**

AUTOR. ROBERTO AVILES HERRERA

ABRIL DE 1994

Agradecimientos

A mis compañeros del Instituto de Ingeniería de la UNAM por su amistad y ayuda brindadas durante el tiempo que estuve como becario.

AL DR. Ramón Domínguez Mora

A mis sinodales:

DR. Víctor Ruiz Carmona

DR. Yu Tang Xu

DRA. Laura Mendoza Blanco

DR. Gerardo Espinoza Pérez

y en forma especial a mi Director de Tesis

DRA. Cristina Verde Rodarte

Por su ayuda en la elaboración del presente trabajo.

Dedicatorias

A mi esposa

Act. Cecilia Ortega Higareda del Rio

A mi hijo

Roberto Avilés Ortega

Porque están presentes en todos mis proyectos.

A MIS PADRES CON CARIÑO

Fanny Alicia Herrera Ruiz

Ing. Carlos Avilés Rocha

INDICE

SIMBOLOGIA

1.	INTRODUCCION	1
2.	SISTEMA HIDRAULICO Y EL PROBLEMA DE CONTROL OPTIMO	6
3.	ALGORITMO DE CONTROL REALIMENTADO	
3.1	INTRODUCCION	30
3.2	OPTIMALIDAD PARA EL CONTROL REALIMENTADO (CR)	31
3.3	ALGORITMO CR	35
4.	APLICACION DE LA ESTRATEGIA CR A SISTEMAS MEXICANOS	40
4.1	INTRODUCCION	40
4.2	SISTEMA DEL RIO BALSAS	41
4.3	SISTEMA DEL RIO GRIJALVA	46
5.	CONCLUSIONES	54
6.	REFERENCIAS	56
7.	APENDICE	58

SIMBOLOGIA

C_j^k	Valor en \$ de 1 MWh Producido en el Río j Durante el Mes k.
$f_{i,j}^k$	Volumen de Inlujo en la Presa i del Río j durante el Mes k.
$G_{i,j}^k(u_{i,j}^k, x_{i,j}^k)$	Beneficio por Generación de la Central $P_{i,j}$ durante el Periodo k.
k	Intervalo de Tiempo Dimensionado en Meses.
N	Horizonte de Planeación Dimensionado en Meses.
$P_{i,j}$	Central Hidroeléctrica i en el Río j.
$s_{i,j}^k$	Volumen Derramado por Vertederos en la Presa i del Río j en el Mes k.
$x_{i,j}^k$	Volumen Almacenado al Final del Periodo k por la Central i del Río j.
$\bar{x}_{i,j}$	Volumen Máximo Tolerado en la Presa $P_{i,j}$ en Mm^3 .
$\underline{x}_{i,j}$	Volumen Mínimo Necesario para la Generación de Energía en la Central $P_{i,j}$ en Mm^3 .
$\bar{u}_{i,j}$	Volumen de Descarga Máximo Tolerado en la Presa $P_{i,j}$ en Mm^3 .
$\underline{u}_{i,j}$	Volumen de Descarga Mínimo Necesario para la Generación de Energía en la Planta $P_{i,j}$ en Mm^3 .

1. INTRODUCCION

El diseño de las políticas de operación de presas hidráulicas con fines de generación de energía eléctrica ha sido un tema estudiado durante los últimos cuarenta años a nivel mundial. Particularmente en el caso de múltiples ríos y múltiples presas, la aleatoriedad del proceso, las restricciones físicas y el tipo de función objetivo obligan en los casos reales a proponer simplificaciones que faciliten la obtención de una solución numérica o analítica la cual pueda ser implantada prácticamente.

En el Instituto de Ingeniería se han estudiado diferentes aspectos del problema general de la operación de presas hidráulicas. Domínguez et al [2] reportan, que no obstante que la programación dinámica estocástica (PDE) permite encontrar el perfil que optimiza el beneficio de generación en una presa, el tiempo de cómputo y la discretización de las variables involucradas hacen su aplicación irrealizable para sistemas acoplados con múltiples presas y ríos. J. Aparicio et al [1] estudian para el caso particular de la presa de Infiernillo en el Río Balsas los siguientes tres métodos de solución: la Programación Lineal (PL) con el algoritmo de T. Watermayer, la Programación Dinámica Determinística (PDD) y el Principio del Máximo [13] considerando el caso sin restricciones, y con valores medios para los escurrimientos. En el estudio de los tres métodos anteriores se observó que éstos utilizan en el procesamiento de la información tiempos de computo relativamente grandes, por lo que su límite de aplicación esté cerca de las tres plantas, lo cual es un inconveniente para su aplicación en algunos sistemas hidroeléctricos mexicanos que cuentan en varios casos hasta con cinco presas.

A nivel mundial se han propuesto otras alternativas como son: una combinación de programación lineal y PD (ver referencia [8]), un control lineal retroalimentado reportado en la referencia [5] etc. Sin embargo, hasta el momento se desconoce una solución del todo satisfactoria en general.

Por otro lado debido a que en México la época de lluvias es un periodo corto muy marcado del año (junio a noviembre), la obtención de políticas que permitan aprovechar al máximo el agua almacenada es de gran importancia.

Recientemente, Soliman et al [11] plantean el problema de maximización del beneficio de generación anual para sistemas multivariables acoplados en términos de índices de desempeño con restricciones de igualdad y desigualdad usando los multiplicadores de Lagrange y de Kuhn-Tucker. Ellos reportan para la solución tiempos de cómputo del orden de segundos para el caso de un sistema hidráulico de dos ríos y cuatro presas.

Una desventaja de esta política es que esté diseñada con base en valores medios de inlfujos y por tanto cuando las condiciones del sistema están relativamente desviadas de las medias, el beneficio obtenido puede ser muy conservador.

Por otro lado debido a lo accesibles que son hoy en día las computadoras personales, resulta rentable asignar una de ellas especialmente para el cálculo en línea de las políticas de operación en los sistemas hidroeléctricos del país. Un incremento en el beneficio anual por generación muy pequeño pagaría los costos del equipo, programación del algoritmo y puesta a punto de la estrategia para el sistema multivariable Malpaso, La Angostura y Chicoasén .

Estos hechos, motivaron el presente trabajo el cual forma parte del proyecto 9127 realizado en el II, y que consiste en modificar el algoritmo reportado por Soliman en 1988 [11] para su aplicación en tiempo real en una computadora personal. Para lograrlo se propone ajustar mensualmente las extracciones en función de los volúmenes reales e inlfujos medios usando tanto el horizonte de optimización como la condición final deslizante. Es decir, se implementa el algoritmo propuesto por Soliman en forma retroalimentada, redefiniendo mensualmente la condición inicial como el volumen actual de las plantas

hidroeléctricas. Así es posible optimizar mensualmente el perfil del sistema y tomar en cuenta perturbaciones y condiciones extraordinarias.

La implantación del algoritmo en forma retroalimentada considerando ríos independientes y presas hidráulicas conectadas en serie se realizó por medio de un paquete de programas escrito en Fortran que no requieren de computadoras de gran capacidad para su ejecución. Además se tomó en cuenta que el paquete será operado en la mayoría de los casos por personal sin experiencia de tipo computacional por lo que se le dotó de funciones amigables para la configuración de la red hidráulica y de la captura de los datos. Con el objeto de analizar el efecto de la condición final en el control se consideró conveniente probar los siguientes tres casos.

-La condición final igual a la del estado actual.

-La condición final igual a la obtenida en la Optimización en Lazo Abierto.

-La condición final igual a la capacidad máxima de almacenamiento.

La primer condición se eligió pensando que al igualar la condición final e inicial, el algoritmo podría implementarse cada año en las mismas condiciones; la segunda condición se seleccionó de manera obtener los mismos valores para la variable de estado (volúmenes de agua almacenados mensualmente por cada una de las presas) en la implementación en Lazo Abierto y en Lazo Cerrado; finalmente la tercer condición final (el sistema a su capacidad máxima de almacenamiento) coincide con la propuesta en el trabajo de Soliman [11], y es importante para evitar que se vacíen las presas, debido a que la energía generada por cada una de las plantas es proporcional a la carga en el vaso de la presa.

Además, para comparar la estrategia propuesta con la solución óptima exacta obtenida con la PDE, se analizan ambas soluciones para el caso del sistema hidráulico Río Balsas y la Presa Infiernillo.

Finalmente para estudiar las ventajas de la solución en casos de sistemas más complejos se analizan los resultados para el sistema hidráulico Río Grijalva y las presas en serie La Angostura, Chicoasén y Malpaso.

Las simulaciones digitales muestran que el perfil propuesto por Soliman et al permite obtener beneficios satisfactorios cuando se tienen lluvias por abajo de la media. Sin embargo, para condiciones con influjos mensuales altos e inclusive similares a los medios los resultados utilizando el algoritmo propuesto son más satisfactorios.

Debido a que el estudio realizado se encuentra en su primera etapa de desarrollo es necesario para llevarlo a la práctica ajustarlo y hacer pruebas de campo exhaustivas sobre todo en lo que respecta al criterio por optimizar.

Ya que el trabajo desarrollado está basado en los resultados publicados por Soliman, la presente tesis solo pretende cubrir los aspectos nuevos del algoritmo en tiempo real. Esta tesis ha sido organizada de la siguiente manera:

En el primer capítulo se describen los antecedentes del problema tratado. Posteriormente en el segundo capítulo se describe en forma general las características del sistema, las suposiciones consideradas y el tipo de criterio de optimización seleccionado. A modo de ejemplo se presenta el modelo para el sistema hidráulico formado por las presas La Angostura, Malpaso y Chicoasén en el Río Grijalva.

Además en el mismo capítulo dos se plantea el problema en términos de control óptimo y se establecen las condiciones necesarias de optimalidad que deben satisfacer las ecuaciones dinámicas del estado y pseudo-variables del sistema.

En el capítulo tres se describe el algoritmo en tiempo real propuesto junto con su diagrama de flujo para su implantación En el capítulo cuatro se presentan los resultados obtenidos con datos reales para los dos sistemas considerados; primero Río Balsas y Presa El Infiernillo y posteriormente el sistema del Río Grijalva.

Finalmente en el capítulo cinco se reportan las conclusiones del trabajo y se presentan algunas recomendaciones futuras.

El listado del programa implantado en Fortran se encuentra a disposición de los interesados en el anexo al proyecto 9127 del Instituto de Ingeniería (15).

2. SISTEMA HIDRAULICO Y EL PROBLEMA DE CONTROL OPTIMO

2.1 Introducción.

El presente capítulo tiene como objetivos describir las características hidráulicas del conjunto de ríos y presas considerado, justificar el tipo de funcional con la cual se puede modelar el beneficio del sistema y finalmente presentar las condiciones de optimalidad que garantizan la solución del problema propuesto.

Considere el sistema hidráulico mostrado en la figura 2.1 formado por M ríos independientes. En dicha figura las literales $f_{i,j}^k$, $s_{i,j}^k$, $t_{i,j}^k$, y $x_{i,j}^k$ representan respectivamente los siguientes volúmenes: de influjo, derramados por vertederos, turbinados y almacenados por las plantas. Además, el índice k representa el número de mes considerado; y en relación a los subíndices el primero corresponde al lugar que ocupa la presa en un cierto río (el número 1 es la primer presa aguas arriba) y el segundo subíndice se emplea para identificar al río. Empleando esta notación $x_{1,2}^3$ representa el volumen almacenado por la primer presa del segundo río durante el tercer mes.

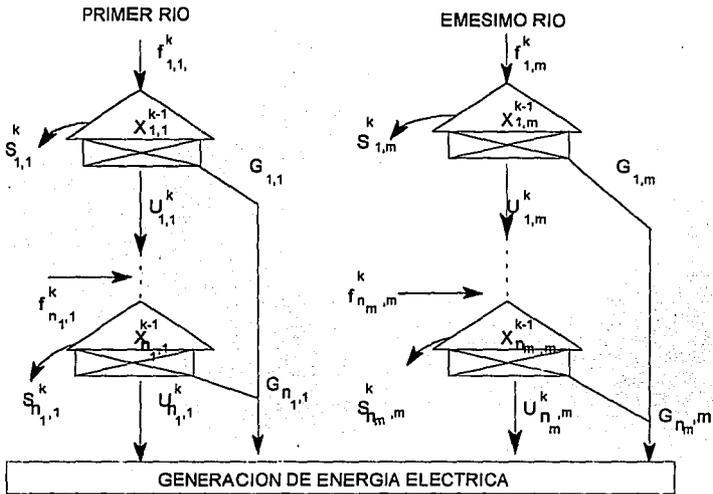


FIGURA 2.1. SISTEMA HIDROELECTRICO

Para el sistema hidráulico mostrado en la figura 2.1 la ecuación de continuidad para cada una de las plantas hidroeléctricas se escribe de la siguiente manera.

$$x_{i,j}^{k+1} = x_{i,j}^k + f_{i,j}^k + u_{i-1,j}^k - u_{i,j}^k + s_{i-1,j}^k - s_{i,j}^k \quad (2.1)$$

con $x_{i,j}^k$ el volumen almacenado en el periodo k del elemento i del río j ; $u_{i,j}^k$ y $u_{i-1,j}^k$ los volúmenes turbinados mensualmente durante el mes k en la presa i , e $i-1$ del río j respectivamente; $f_{i,j}^k$ el volumen de agua mensual introducido en la presa i el cual es producido por las precipitaciones en el río j . Además $s_{i,j}^k$ y $s_{i-1,j}^k$ son los volúmenes derramados por vertedores durante el periodo k .

La ecuación de continuidad anterior se obtuvo considerando que el volumen almacenado por una planta en el periodo $k + 1$ ($x_{i,j}^{k+1}$) es igual al almacenado en la misma durante el mes anterior ($x_{i,j}^k$), más el incremento de volumen ocasionado por los influjos debidos a la precipitación pluvial ($f_{i,j}^k$), y a los volúmenes turbinados y derramados por vertederos en la presa anterior ubicada aguas arriba ($s_{i-1,j}^k + u_{i-1,j}^k$); menos los volúmenes de agua turbinados y derramados por vertederos en la planta ($s_{i,j}^k + u_{i,j}^k$).

Debido a condiciones físicas de operación tanto el estado, $x_{i,j}^k$, como el volumen turbinado, $u_{i,j}^k$, en la ec. (1) están sujetas a las restricciones

$$x_{-i,j} \leq x_{i,j}^k \leq \bar{x}_{i,j} \quad (2.2)$$

$$u_{-i,j} \leq u_{i,j}^k \leq \bar{u}_{i,j} \quad (2.3)$$

en donde el valor máximo para el estado, $\bar{x}_{i,j}$ se asigna en función de la capacidad máxima de almacenamiento de cada presa y el valor mínimo $x_{-i,j}$ se fija dependiendo de la carga mínima que requieren las turbinas para operar satisfactoriamente. En el caso del volumen turbinado, el valor máximo, $\bar{u}_{i,j}$, lo definen el número de turbinas de cada elemento junto con su capacidad máxima y la frontera inferior, $u_{-i,j}$, corresponde al gasto mínimo para que la turbina pueda generar electricidad multiplicado por el intervalo de muestreo el cual se considera de 30 días en este trabajo.

Como se mencionó en la introducción el problema que se desea resolver es la determinación de la política de operación del sistema hidráulico general de la Fig. 2.1, de tal manera que se maximice, tanto el beneficio de generación del sistema durante un periodo de N meses, como la cantidad de agua almacenada al final de dicho periodo, la cual podrá ser usada durante los siguientes ciclos.

Por tanto el problema arriba mencionado se puede plantear en términos de control óptimo con el vector de volúmenes

$$(X^k)^T = [x_{1,1}^k, x_{1,2}^k, \dots, x_{n_1,1}^k, x_{1,2}^k, \dots, x_{n_2,2}^k, \dots, x_{n_M}^k]^T \quad (2.4)$$

como el estado del sistema y en donde su dimensión $N = \sum_{j=1}^M n_j$ corresponde al número total de presas del sistema, las variables de control corresponden al vector de volúmenes turbinados, el cual es un elemento de \mathcal{R}^N y está dado por

$$(U^k)^T = [u_{1,1}^k, u_{1,2}^k, \dots, u_{n_1,1}^k, u_{1,2}^k, \dots, u_{n_2,2}^k, \dots, u_{n_M}^k]^T \quad (2.5)$$

y finalmente el vector de dimensión n de los influjos definido como

$$(f^k)^T = [f_{1,1}^k, f_{1,2}^k, \dots, f_{n_1,1}^k, f_{1,2}^k, \dots, f_{n_2,2}^k, \dots, f_{n_M}^k]^T \quad (2.6)$$

que representa la perturbación aleatoria del sistema de la cual sólo se conocen su valor medio mensual y desviación estándar.

Como cualquier problema de control óptimo un punto crítico y muy importante es la definición del criterio por optimizar o función objetivo.

Para el caso aquí tratado se considera la forma convencional del índice de funcionamiento o criterio de Bolza el cual está formado por la condición final o término de Mayer y el beneficio de generación anual acumulado o término de Lagrange. Esto es

$$J_{total} \cong E\{h(X^N + \sum_{k=0}^{N-1} g(X^k, U^k)\} \quad (2.7)$$

donde $h(X^N)$ representa el valor del agua almacenada al final de un periodo de N meses, $g(X^k, U^k)$ representa el valor de la energía generada durante el mes k y E denota valor esperado. Por tanto el primer término corresponde al beneficio esperado al final del horizonte y el segundo está asociado al beneficio esperado por generación.

Así, el problema consiste en determinar las descargas U^i para todos los periodos $i = 0, \dots, N-1$ de tal manera que el criterio (2.7) sea maximizado tomando en cuenta la capacidad de almacenamiento, las características de las turbinas y la ecuación dinámica de continuidad del sistema hidráulico.

Se hace notar que este problema puede o no tener solución dependiendo de las funciones $g(X^k, U^k)$ y $h(X^N)$ seleccionadas y de las restricciones impuestas. En general ésta es una de las dificultades que existen al tratar de plantear algunos problemas prácticos en términos de control óptimo.

Por otro lado en la ref. [1] Aparicio et al demostraron que las funciones $g(X^k, U^k) = (U^k)^T (X^k)$ y $h(X^N) = (X^N)^T (X^N)$ en el criterio (2.7) conduce a resultados poco satisfactorios y en caso de no considerar restricciones no existe solución.

Por lo que en este trabajo se adopta la forma cuadrática del criterio propuesto por Soliman [11], la cual garantiza la existencia de la solución óptima. La energía generada mensualmente se define como:

$$g(X^k, U^k) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{n_j} G_{i,j}(u_{i,j}^k, \hat{x}_{i,j}^k) \quad (2.8) \text{ con}$$

$$G_{i,j}(.,.) = C_j^k u_{i,j}^k \left(\alpha_{i,j} + \beta_{i,j} \hat{x}_{i,j}^k + \gamma_{i,j} (\hat{x}_{i,j}^k)^2 \right) \quad (2.9)$$

$$\hat{x}_{i,j}^k = \frac{1}{2} (x_{i,j}^{k+1} + x_{i,j}^k) \quad (2.10)$$

en donde se suponen las condiciones iniciales del vector de estado $x_{i,j}^0$ y el valor medio mensual del influjo $\hat{f}_{i,j}$ conocidos. Se hace notar que el término $\hat{x}_{i,j}^k$ se asocia al valor medio mensual del estado $x_{i,j}^k$, la constante C_j^k pondera el costo de generación en MWH en el río j durante el mes k y las constantes $\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,j}$ y $\gamma_{i,j}$ dependen de la geometría de la presa y se ajustan para cada una de ellas considerando que el término $\alpha_{i,j} + \beta_{i,j} \hat{x}_{i,j}^k + \gamma_{i,j} (\hat{x}_{i,j}^k)^2$ corresponde a la presión o carga media mensual.

A continuación se presenta una forma simple de ajuste para los tres coeficientes ($\alpha_{i,j}$, $\beta_{i,j}$ y $\gamma_{i,j}$) en donde se han eliminado los índices. Considere conocido el beneficio de generación normalizado a gasto turbinado máximo, \bar{G}/\bar{U} , en función del volumen x de la presa, entonces se puede obtener la curva de la Fig. 2.2 en donde las ordenadas corresponden beneficio normalizado \bar{G}/\bar{U} y el eje de las abscisas corresponde al volumen. Esta es una suposición razonable, desde el punto de vista práctico, ya que la Comisión Federal de Electricidad con base en la curva de \bar{G} estima el beneficio de cada presa y por tanto el cociente \bar{G}/\bar{U} se puede obtener fácilmente [2].

BENEFICIO NORMALIZADO EN GENERACION DE ENERGIA ELECTRICA

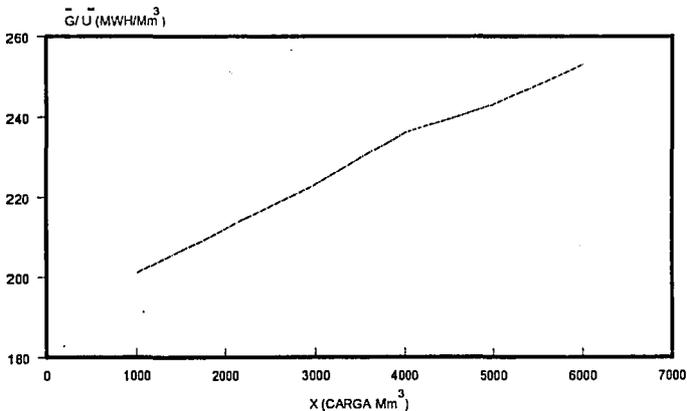


FIG. 2.2 PRESA INFIERNILLO (RIO BALSAS)

Ahora, definiendo el error cuadrático medio como la diferencia entre la función

$\frac{G}{U} = \alpha + \beta X + \gamma X^2$ y los p puntos de la curva de Fig. 2.2 al cuadrado, se obtiene

$$Error = \left(\frac{G}{U} - \frac{\bar{G}}{\bar{U}} \right)^2 \quad (2.11)$$

Así, derivando el error, (2.11), con respecto a los parámetros α, β y γ e igualando a cero las tres ecuaciones resultantes se obtienen las condiciones necesarias para la minimización del error cuadrático

$$\alpha = \frac{1}{p} \left[\sum_{i=1}^p \left(\frac{\bar{G}}{\bar{U}} \right)_i - \beta \sum_{i=1}^p X_i - \gamma \sum_{i=1}^p X_i^2 \right] \quad (2.12)$$

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^p X_i (\bar{G}/\bar{U})_i - \left(\sum_{i=1}^p X_i \right) \left(\sum_{i=1}^p (\bar{G}/\bar{U})_i \right) - \gamma \left[\sum_{i=1}^p X_i^3 - \left(\sum_{i=1}^p X_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^p X_i \right) \right]}{p \left[\sum_{i=1}^p X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^p X_i \right)^2 \right]} \quad (2.13)$$

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^p \left(\frac{\bar{G}}{\bar{U}} \right)_i X_i^3 - \left[\sum_{i=1}^p \left(\frac{\bar{G}}{\bar{U}} \right)_i \right] \left[\sum_{i=1}^p X_i^2 \right] - 8 \left[\sum_{i=1}^p (\bar{G}/\bar{U})_i X_i + \left(\sum_{i=1}^p X_i \right) \left(\sum_{i=1}^p (\bar{G}/\bar{U})_i \right) \right]}{p \left[\sum_{i=1}^p X_i^4 - \left(\sum_{i=1}^p X_i^2 \right)^2 - 8 \left[\sum_{i=1}^p X_i^3 - \left(\sum_{i=1}^p X_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^p X_i \right) \right] \right]} \quad (2.14)$$

con

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^p X_i^3 - (\sum_{i=1}^p X_i^2)(\sum_{i=1}^p X_i)}{\sum_{i=1}^p X_i^2 - (\sum_{i=1}^p X_i)^2} \quad (2.15)$$

En la Fig. 2.3 se presentan las diferencias entre los valores estimados y los reales de la energía

generada por unidad de volumen turbinado $\left(\frac{G}{U} \text{ y } \frac{\bar{G}}{U}\right)$ para la presa el Infiernillo.

ERROR NORMALIZADO EN LA PRESA INFIERNILLO

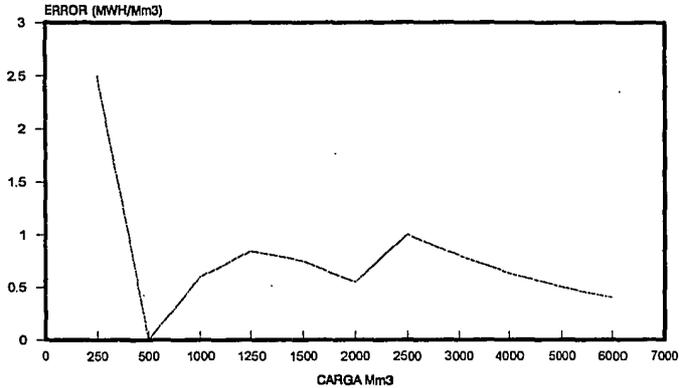


FIG. 2.3 SISTEMA BALSAS

Para el término de Mayer o condición final del problema, $h(x^N)$, en la ecuación (2.7), se propone la siguiente función cuadrática para cada río.

$$h(X^N) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{n_j} x_{i,j}^N \sum_{l=1}^{n_j} [\alpha_{l,j} + \beta_{l,i} x_{i,j}^N + \gamma_{l,j} (x_{i,j}^N)^2] \quad (2.16)$$

Se hace notar que como la red hidráulica está en cascada el beneficio de dejar almacenada agua para cada río se pondera con la forma de la ecuación (2.16) más en los primeros elementos, aguas arriba, que en los últimos .

Con objeto de manipular el problema de optimización arriba planteado de manera estructurada a continuación se transforma el criterio, (2.7), en una forma más compacta haciendo uso de vectores y matrices. Como consecuencia el beneficio futuro se reduce a

$$h(X^N) = [X^N]^T [A_N + B_N X^N + C_N Y^N] \quad (2.17)$$

en donde se han definido al vector constante A_N elemento de \mathfrak{R}^N como

$$A_N = \left[\sum_{i=1}^{n_1} \alpha_{i,j}, \sum_{i=2}^{n_1} \alpha_{i,1}, \dots, \sum_{i=1}^{n_2} \alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{n_2,2}, \dots, \alpha_{n_M,M} \right] \quad (2.18)$$

y a las matrices B_N y C_N como

$$B_N = \text{diag}[B_1, B_2, \dots, B_M] \quad (2.19)$$

donde B_j es una matriz simétrica elemento de $\mathfrak{R}^{n_j \times n_j}$ con la estructura

$$B_j = \begin{bmatrix} \beta_{1,j} & \frac{1}{2}\beta_{2,j} & \dots & \frac{1}{2}\beta_{n_j,j} \\ \frac{1}{2}\beta_{2,j} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \frac{1}{2}\beta_{n_j,j} \\ \frac{1}{2}\beta_{n_j,j} & \dots & \frac{1}{2}\beta_{n_j,j} & \beta_{n_j,j} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

y

$$C_N \stackrel{\Delta}{=} \text{diag}[C_1, C_2, \dots, C_M] \quad (2.21)$$

donde C_j es una matriz triangular superior $\in \mathfrak{R}^{n_j \times n_j}$, con la estructura

$$C_j = \begin{bmatrix} \gamma_{1,j} & \gamma_{2,j} & \dots & \gamma_{n_j,j} \\ 0 & \gamma_{2,j} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & \gamma_{n_j-1,j} & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \gamma_{n_j,j} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Además y es un vector $\in \mathfrak{R}^{n \times 1}$, denominado pseudo-estado por Shamaly et al [9] el cual se define como

$$Y^k = [X^k \circ X^k] \Leftrightarrow y_{i,j}^k = (x_{i,j}^k)^2 \quad (2.23)$$

donde \circ denota el producto de Schur (multiplicación de elemento por elemento de dos matrices (Kailath [6], página 646).

o

De la misma manera que para el término de Mayer la función $g(X^k, U^k)$, (2.8), se puede escribir en forma vectorial con ayuda de las siguientes definiciones

$$A_v^T = [\alpha_{1,1}; \alpha_{2,1}; \dots; \alpha_{n_1,1}; \alpha_{1,2}; \dots; \alpha_{n_M,M}] \in \mathfrak{R}^{1 \times n} \quad (2.24)$$

$$B_j^T = [\beta_{1,1}; \beta_{2,1}; \dots; \beta_{n_1,1}; \beta_{1,2}; \dots; \beta_{n_M,M}] \in \mathfrak{R}^{1 \times n} \quad (2.25)$$

$$B = \text{diag}[\beta_{1,1}, \beta_{2,1}, \dots, \beta_{n_1,1}, \beta_{1,2}, \dots, \beta_{n_M,M}] \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad (2.26)$$

$$C = \text{diag}[\gamma_{1,1}, \gamma_{2,1}, \dots, \gamma_{n_1,1}, \gamma_{1,2}, \dots, \gamma_{n_M,M}] \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad (2.27)$$

$$C_w^T = \text{diag}[c_1^T I_{n_1, n_1}, c_2^T I_{n_2, n_2}, \dots, c_M^T I_{n_M, n_M}] \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad (2.28)$$

resultando

$$g(X^k, U^k) = [U^k]^T C_w^k \left(A_v + \frac{B}{2} [X^{k+1} + X^k] + \frac{C}{4} [(X^{k+1} + X^k) \circ (X^{k+1} + X^k)] \right) \quad (2.29)$$

Como consecuencia la ecuación de continuidad, (2.1), para cada elemento i , escrita en forma vectorial se reduce a

$$X^{k+1} = X^k + f^k + M(U^k + S^k) \quad (2.30)$$

donde la matriz cuadrada $M \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ está dada por

$$M = \text{diag}[M_1, M_2, \dots, M_M] \quad (2.31)$$

con $M_i^j \in \mathfrak{R}^{n_i \times n_j}$, matrices de Jordan con un sólo bloque de valores propios repetidos en -1 , que determinan el acoplamiento entre las presas del mismo río. Esto es

$$M_i = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

La forma de la matriz M_i se debe a la configuración en serie del sistema, ya que el volumen turbinado $u_{i-1,j}$ es visto por la presa i como un influjo. Se hace notar que la matriz M tiene la forma de bloques por tratarse de ríos independientes; por tanto en el caso de tener ríos hidráulicamente conectados la matriz M debe modificarse. A modo de ejemplo para el caso particular del sistema Grijalva formado por las presas de Chicoasén, Malpaso y Angostura, la matriz toma la forma

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Además, reescribiendo las restricciones en el estado y el control en forma vectorial se tiene

$$\underline{X} \leq X^k \leq \bar{X} \quad (2.34)$$

$$\underline{U} \leq U^k \leq \bar{U} \quad (2.35)$$

Finalmente, es necesario considerar que el volumen derramado por vertederos tiene la siguiente restricción física:

$$S^k \geq 0 \quad (2.36)$$

Para transformar la función $g(X^k, U^k)$, asociada al segundo término del criterio en un polinomio cuadrático se emplea el procedimiento propuesto por Shamaly et al [9], el cual consiste básicamente en definir pseudo-variables como un producto escalar de variables, de tal manera que la función polinomial adquiera una forma cuadrática. Así, en el caso particular de la función $g(X^k, U^k)$, (2.29), se requiere definir además del pseudo estado Y^k (ecuación (2.23)) en función de la variable de estado X^k los siguientes dos vectores de pseudovariables.

$$\text{Para los entradas } Z^k = [U^k \circ U^k] \Leftrightarrow z_{i,k}^k = (u_{i,j}^k)^2 \quad (2.37)$$

$$\text{Para los productos cruzados } R^k = [U^k \circ X^k] \Leftrightarrow r_{i,j}^k = x_{i,j}^k u_{i,j}^k \quad (2.38)$$

Por tanto sustituyendo las ecuaciones de continuidad y de los pseudo - estados, esto es (2.30), (2.23), (2.37) y (2.38) respectivamente, en la ec (2.29), ésta se reduce a

$$g(X^k, U^k) = (U^k)^T C_w^k (b^k + d^k \circ X^k + (d^k / 2) \circ M U^k + C Y^k + C(N/4) Z^k) + (R^k)^T C_w^k C M U^k - (Z^k)^T C_w^k C(L/2) U^k \quad (2.39)$$

en donde

$$q^k = f^k + M S^k \quad (2.40)$$

$$b^k \stackrel{\Delta}{=} A_v + (B/2) q^k + (C/4) (q^k \circ q^k) \quad (2.41)$$

$$d^k \stackrel{\Delta}{=} B_v + C q^k \quad (2.42)$$

$$\tilde{N} \stackrel{\Delta}{=} M + 2 I_{n \times n} \quad (2.43)$$

$$L \stackrel{\Delta}{=} M + I_{n \times n} \quad (2.44)$$

con $J_{n \times n} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ la matriz identidad.

Como consecuencia el índice de funcionamiento o beneficio global que se desea maximizar se reduce en forma compacta al valor esperado de la suma de los dos términos que forman el criterio, resultando de las ecs (2.17) y (2.39) el beneficio esperado

$$J_{total} = E \left\{ X^N \left[A_N + B_N X^N + C_N Y^N \right] + \sum_{i=0}^{N-1} \left((U^i)^T C_i^* \left[b^i + d^i \circ X^i + \frac{d^i}{2} \circ M U^i + C Y^i + C \frac{N}{4} Z^k \right] + (R^k)^T C_i^* C M U^i - (Z^i)^T C_i^* C \frac{L}{2} U^i \right) \right\} \quad (2.45)$$

sujeto a las restricciones de igualdad, (2.23), (2.37), (2.38); y de desigualdad, (2.34) y (2.35).

2.2 Condiciones Necesarias para la Existencia de la Solución.

Debido a que el problema de optimización que se desea resolver tiene tanto restricciones de igualdad (ecuación de continuidad (2.30) y de las pseudo-variables (2.23), (2.37) y (2.38)) como de desigualdad, (límites en el estado (2.34) y en el control (2.35)) para establecer matemáticamente el planteamiento en el marco de referencia del cálculo de variaciones se debe formar un nuevo criterio o funcional aumentando ambos tipos de restricciones por medio de los multiplicadores de Lagrange para las igualdades y los multiplicadores de Kuhn y Tucker para las desigualdades [7]. Por lo tanto el criterio a maximizar se transforma en

$$J = J_{total} + E \left\{ \begin{aligned} &(\mu^{k+1})^T (-Y^{k+1} + [X^{k+1} \circ X^{k+1}]) + (\phi^k)^T (-Z^k + U^k \circ U^k) + \\ &(\psi^k)^T (R^k + [U^k \circ X^k]) + (\lambda^{k+1})^T (-X^{k+1} + X^k + q^k + MU^k) + \\ &e^{-k+1} (\bar{X} - X^{k+1}) + e^{k+1} (X^{k+1} - \bar{X}) + \bar{g}^{-k} (\bar{U} - U^k) + \underline{g}^k (U^k - \underline{U}) \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

donde los vectores $\mu^k, \phi^k, \psi^k, \lambda^{k+1} \in \mathfrak{R}^n$ corresponden a los multiplicadores de Lagrange de las pseudo-variables, definidas por las ecuaciones (2.23), (2.37) y (2.38) respectivamente, y de la ecuación de continuidad (2.30). Además los vectores $e^{-k+1}, e^{k+1}, \bar{g}^{-k}$ y \underline{g}^k corresponden a los multiplicadores de Kuhn y Tucker para las restricciones del vector de estado y de control respectivamente. En particular estos últimos serán iguales a cero si las restricciones no son violadas y mayores que cero en el caso contrario (ver la referencia [7] para más detalles).

Reordenando términos en el criterio aumentado (2.46), se tiene

$$J_n = E \left\{ (X^N)^T (A_N + B_N X_N + C_N Y^N) + \sum_{t=0}^{N-1} \left(\begin{array}{l} (U^t)^T C_2^t [b^t + d^t \circ X^t + 0.5d^t \circ MU^t + CY^t + C(\bar{N}/4)Z^t] + \\ (R^t)^T C_1^t CMU^t - (Z^t)^T C_2^t C(L/2)U^t + (\mu^{k+1})^T (-Y^{k+1} + X^{k+1} \circ X^{k+1}) + \\ (\phi^t)^T (-Z^t + U^t \circ U^t) + (\psi^t)^T (R^t + U^t \circ X^t) + (\lambda^{k+1})^T (-X^{k+1} + X^t + q^t + MU^t) + \\ \xi^{k+1} (X^t + q^t + MU^t) + \sigma^t U^t - \xi^{k+1} X_t - \sigma^t U_t \end{array} \right) \right\} \quad (2.47)$$

en donde los multiplicadores de Kuhn y Tucker se han redefinido como

$$\xi^{k+1} = e^{-k+1} - e^{-k+1} \quad (2.48)$$

$$\sigma^k = \underline{g}^k - g^{-k} \quad (2.49)$$

$$X_n = (e^{-k+1} \bar{X} - e^{-k+1} X) / \xi^{k+1} \quad (2.48A)$$

$$U_n = (g^{-k} \bar{U} - \underline{g}^k U) / \sigma^k \quad (2.49B)$$

Por otro lado, expandiendo los dos términos presentes en la ec (2.47) que dependen de las variables de estado al instante k+1 por medio de

$$\sum_{k=0}^{N-1} (\mu^{k+1})^T (-Y^{k+1} + [X^{k+1} \circ X^{k+1}]) = -(\mu^N)^T (Y^N - [X^N \circ X^N]) + (\mu^0)^T (Y^0 - [X^0 \circ X^0]) + \sum_{k=0}^{N-1} (\mu^k)^T (-Y^k + [X^k \circ X^k]) \quad (2.50)$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} (\lambda^{k+1})^T (-X^{k+1}) = (\lambda^0)^T X^0 - (\lambda^N)^T X^N - \sum_{k=0}^{N-1} (\lambda^k)^T X^k \quad (2.51)$$

y sustituyendo las expresiones resultantes (2.50) y (2.51) en (2.47) se obtiene, después de eliminar los términos que dependen de la condición inicial, X^0 , ya que éstos no afectan la optimización, la siguiente funcional

$$J_n = E \left\{ \begin{aligned} & (X^N)^T (B^N X^N + [\mu^N \circ X^N] + C_N Y^N + A_N - \lambda^N) - (\mu^N)^T Y^N + \\ & \left((U^k)^T C_w^k \left[b^k + [d^k \circ X^k] + \frac{1}{2} (d^k \circ MU^k) + CY^k + C \frac{\tilde{N}}{4} Z^k + \phi^k \circ U^k \right] + \right. \\ & \left. \sum_{k=1}^{N-1} \left[(R^k)^T C_v^k CM - (Z^k)^T C_v^k \frac{I}{2} U^k - (\mu^k)^T Y^k + (X^k)^T (\mu^k \circ X^k) - (\phi^k)^T Z^k + \right. \right. \\ & \left. \left. (U^k)^T (\psi^k \circ X^k) - (\psi^k)^T R^k - (\lambda^{k+1} - \lambda^k + \xi^{k+1})^T X^k + (\lambda^{k+1})^T (q^k + MU^k) + \right. \right. \\ & \left. \left. (\xi^{k+1})^T (q^k + MU^k) + (\sigma^k)^T U^k + (\xi^{k+1})^T X_k + (\sigma^k)^T U_e \right] \right\} \quad (2.52) \end{aligned} \right.$$

El cálculo de variaciones establece como condición necesaria de optimalidad en términos del criterio, J_n , que su primera variación debe ser cero [13]. Por tanto para facilitar la derivación de (2.52) primeramente se definen para las condiciones finales los siguientes vectores y matrices.

$$\bar{X}_f^T(N) \stackrel{\Delta}{=} [(X^N)^T; (Y^N)^T] \in \mathfrak{R}^{1 \times 2n} \quad (2.53)$$

$$Q^T(N) \stackrel{\Delta}{=} [(A_N - \lambda^N)^T; -(\mu^N)^T] \in \mathfrak{R}^{1 \times 2n} \quad (2.54)$$

$$W(N) \equiv \begin{bmatrix} B_N + I_{n^*} & \frac{C_N}{2} \\ \frac{C_N^T}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

donde la matriz diagonal I_ζ de dimensión n está formada con las n componentes del vector ζ en la diagonal; esto es $I_\zeta = \text{diag}[\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n]$.

Similantemente para la parte dinámica se definen los vectores de estados y pseudo-variables, ambos de dimensión n

$$X_a^T(k) = [(x^k)^T; (y^k)^T; (z^k)^T; (r^k)^T; (u^k)^T] \quad (2.56)$$

$$R_a^T(k) \stackrel{\Delta}{=} [(\lambda^{k+1} - \lambda^k + \xi^{k+1})^T; -(\mu^k)^T; -(\phi^k)^T; -(\psi^k)^T; (b^k)^T C_w^k + (\lambda^{k+1} + \xi^{k+1})^T M + (\sigma^k)^T] \quad (2.57)$$

y la matriz

$$\Lambda(k) \equiv \begin{bmatrix} I_{\mu^k} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_w^k I_{d^k} + I_{\psi^k}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}C_w^k C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_w^k}{4}(\frac{\bar{N}}{2}C - L) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}C_w^k CM \\ \Lambda_{15}^T & \Lambda_{25}^T & \Lambda_{35}^T & \Lambda_{45}^T & C_w^k(I_{d^k} \frac{M}{2} + I_{\psi^k}) \end{bmatrix}$$

(2.58)

Finalmente sustituyendo las definiciones (2.53) - (2.58) en el criterio aumentado, (2.52), se obtiene la ecuación cuadrática.

$$J_a = E \left\{ \bar{X}_f^T(N)W(N)\bar{X}_f(N) + Q^T(N)\bar{X}_f(N) + \sum_{k=0}^{N-1} (X_a^T(k)\Lambda(k)X_a(k) + R_a^T(k)X_a(k)) \right\} \quad (2.59)$$

Se hace notar que esta ecuación está compuesta de dos términos, el primero que es función únicamente de la condición de frontera y el segundo formado por la integral discreta y que no depende del valor final. Como consecuencia, ambas partes son independientes entre si y el cálculo de la primera variación de esta ecuación con respecto a $\bar{X}_f(N)$ y $X_a(k)$, para determinar las condiciones necesarias de optimalidad, puede hacerse separadamente.

Como consecuencia, el problema de optimización se ha transformado en la determinación del vector $X_f(N)$ que maximiza el primer término de la ecuación (2.59) y de la secuencia $X_a(k)$ que maximiza la sumatoria de (2.59). Esto es

$$J_1 = \max_{\bar{X}_f(N)} E \left\{ \bar{X}_f^T(N) W(N) \bar{X}_f(N) + Q^T(N) \bar{X}_f(N) \right\} \quad (2.60)$$

$$J_2 = \max_{X_a(k)} E \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} X_a^T(k) \Lambda(k) X_a(k) + R_a^T X_a(k) \right\} \quad (2.61)$$

Derivando ambas expresiones, (2.60) y (2.61), con respecto a $\bar{X}_f(N)$ y $X_a(k)$ respectivamente e igualando a cero se obtienen las condiciones de optimalidad

$$C.0.1 \ E \left\{ 2W(N) \bar{X}_f(N) + Q(N) \right\} = 0 \quad (2.62)$$

$$C.0.2 \ E \left\{ 2\Lambda(k) X_a(k) + R_a(k) \right\} = 0 \quad (2.63)$$

Se hace notar que estas condiciones son necesarias más no suficientes para garantizar la existencia de la secuencia $X_a(k)$ con condiciones iniciales $X_a(0)$ que maximizan el beneficio de generación.

Por otro lado ya que la condición C.0.1 se debe satisfacer únicamente en el último periodo de optimización N y la condición C.0.2 en todo el intervalo, para que ambas condiciones se satisfagan será necesario resolverlas iterativamente. En el siguiente capítulo se sugiere un algoritmo para satisfacer ambas condiciones.

3. ALGORITMO DE CONTROL REALIMENTADO

3.1 Introducción.

Como se mencionó en la introducción una de las causas que dificultan la determinación de la estrategia óptima en los sistemas hidroeléctricos es la aleatoriedad de las variables del proceso.

Por otro lado las condiciones de optimalidad presentadas en el capítulo 2 pueden ser implantadas con diferentes esquemas de control, los cuales van desde estrategias muy simples que no consideran la información actual del sistema, hasta esquemas complejos con capacidad de predicción y corrección de valores futuros.

En particular para el sistema hidroeléctrico canadiense de la región del Valle Central, Soliman [11] emplea el esquema simple y poco robusto de control en lazo abierto, denotado CLA, en donde los valores óptimos U^k que se aplican al sistema y que satisfacen las condiciones de optimalidad se calculan fuera de línea suponiendo únicamente conocidos los valores medios mensuales de los influjos. Esta filosofía de operación tiene como desventaja que las perturbaciones o cambios que ocurren en el sistema no pueden ser tomadas en cuenta y por lo tanto puede ser muy conservadora o a la inversa poner en riesgo las instalaciones físicas del sistema.

Otra alternativa más compleja que la anterior y más robusta consiste en emplear controles realimentados. En este caso existen varias estrategias de implantación [4].

En particular una de ellas la llamada estrategia de control en lazo cerrado está dotada para predecir y corregir el influjo o perturbación del modelo, f , a cada instante de muestreo y en función de éste estimar la estrategia óptima U^k que debe ser aplicada al sistema. Claramente la propiedad de predicción permite obtener sistemas más robustos que en el caso del control en lazo abierto; sin

embargo esta solución en la práctica resulta complicada de implantar sobre todo cuando el estimador en tiempo real que se requiere es no lineal como es el caso para las precipitaciones pluviales en el sistema considerado.

Una alternativa popular dentro de los esquemas realimentados considerada como un punto intermedio entre los dos más todos los anteriormente mencionados, consiste en calcular los valores óptimos de extracción en tiempo real a cada instante de muestro suponiendo conocidas únicamente las condiciones iniciales del sistema y asignando a las perturbaciones futuras los valores medios mensuales. Sin embargo sólo el primer valor de la secuencia U se aplica al sistema.

En otras palabras el Control Realimentado anterior es una estrategia con un horizonte fijo de optimización que se desplaza mensualmente considerando siempre los próximos N meses para el cálculo en tiempo real y aplicando únicamente el primer valor de la secuencia calculada. Dreyfus reporta en su libro [3] que esta filosofía permite obtener resultados satisfactorios si se toma en cuenta la simplicidad en la implantación y que no se requiere del algoritmo para la predicción del influjo mensual.

Por tanto tomando en cuenta el costo de los equipos de computo personal y la capacidad que se requiere para los sistemas hidráulicos mexicanos, (máximo cinco ríos y tres almacenamientos por río) se consideró conveniente tomar la estrategia anterior para establecer las condiciones de optimalidad previamente desarrolladas. Como consecuencia a continuación se describen los pasos propuestos para implantar esta estrategia de control realimentado.

3.2 Optimalidad para el control realimentado.

Con objeto de facilitar la explicación del algoritmo primeramente se re-escriben las condiciones de optimalidad obtenidas en el capítulo dos.

$$\text{C.O.1} \quad E\{2W(N)\bar{X}_f(N)^* + Q(N)\} = 0 \quad (3.1)$$

$$\text{C.O.2} \quad E\{2\Lambda(k)X_n(k)^* + R_n(k)\} = 0 \quad (3.2)$$

Para encontrar la secuencia de vectores $X_n(k)^*$ y $\bar{X}_f(N)^*$ que satisfagan ambas condiciones, (C.O.1) y (C.O.2), se propone primero expresarlas en términos de las variables originales del sistema y después resolver el conjunto de ecuaciones dinámicas recursivamente de tal manera que éstas se cumplan independientemente si la secuencia de cálculo se inicializa de atrás hacia adelante o viceversa, esto es con $k = 0$, o con $k = N$ respectivamente.

Para el caso de la condición final (C.O.1) sustituyendo la matriz $W(N)$, ec (2.55), y los vectores $\bar{X}_f(N)$ y $Q(N)$, (2.53) - (2.54) se obtienen dos ecuaciones de frontera que deben satisfacer los multiplicadores de Lagrange λ^N y μ^N , y el vector de estado, X^N , al final del horizonte de optimización. Esto es

$$\text{C.O.1.a} \quad E\{2B_N X^N + 2[\mu^N \circ X^N] + C_N[X^N \circ X^N] + A_N - \lambda^N\} = 0 \quad (3.3)$$

$$\text{C.O.1.b} \quad E\{C_N X^N - \mu^N\} = 0 \quad (3.4)$$

De manera similar sustituyendo la matriz $\Lambda(k)$, (2.58), y los vectores $X_n(k)$ y $R_n(k)$, (2.56) y (2.57) en la condición dinámica (C.O.2) se obtiene un conjunto de ecuaciones equivalentes y que en términos de los estados, y el vector de control pueden escribirse explícitamente como:

$$\text{C.O.2.a } E\{\lambda^{k+1} - \lambda^k + \xi^{k+1} + 2[\mu^k \circ X^k] + \frac{1}{2}C_w^k[(d^k + \psi^k) \circ U^k]\} = 0 \quad (3.5)$$

$$\text{C.O.2.b } E\{-\mu^k + C_w^k C U^k\} = 0 \quad (3.6)$$

$$\text{C.O.2.c } E\{-\phi^k + \frac{1}{2}C_w^k(\frac{\tilde{N}}{2}C - L)U^k\} = 0 \quad (3.7)$$

$$\text{C.O.2.d } E\{-\psi^k + C_w^k C M U^k\} = 0 \quad (3.8)$$

C.O.2.e

$$E\left\{ \begin{aligned} & C_w^k b^k + M^T(\lambda^{k+1} + \xi^{k+1}) + C_w^k(d^k \circ X^k) + \psi^k \circ X^k + C_w^k C(X^k \circ X^k) + \sigma^k + \\ & \frac{1}{2}(C \frac{\tilde{N}^T}{2} - L^T)C_w^k(U^k \circ U^k) + M^T C_w^k C(X^k \circ U^k) + C_w^k(d^k \circ M U^k) + 2C_w^k(\phi^k \circ U^k) \end{aligned} \right\} = 0 \quad (3.9)$$

Por tanto, las condiciones de optimalidad, (3.1) y (3.2), son equivalentes a la solución del conjunto de ecuaciones de (3.3) a (3.9) junto con la ecuación dinámica de continuidad.

$$E\{-X^{k+1} + X^k + q^k + MU^k\} = 0 \quad (3.10)$$

Es importante hacer notar que en caso de sobrepasar las restricciones de desigualdad en alguna componente del estado o del control, a dicha componente se le debe asignar el valor límite tolerado, mínimo o máximo, según corresponda, y para el vector de los multiplicadores de Kuhn y Tucker, asociado al exceso se tienen las ecuaciones de exclusión.

$$\xi^k (X^k - X_e) = 0 \quad (3.11)$$

en el caso de exceso en el estado X^k , y

$$\sigma^k (U^k - U_e) = 0 \quad (3.12)$$

si el vector de control U sobrepasa los límites.

Debido a que existen condiciones de frontera tanto iniciales X^0 como terminales X^N que debe cumplir la secuencia óptima X^{k*} y U^{k*} , para resolver el conjunto de ecuaciones, (3.3) - (3.10), se emplea un método iterativo de tal manera que a cada paso se ajuste la solución sin mover las condiciones extremas. Esto implica que se deben resolver las ecuaciones de igualdad ec (3.5) - (3.10), con X^0 y una secuencia aproximada $U^k(p)$ como datos iniciales, obteniendo valores finales $\lambda^N(0)$ y $\mu^N(0)$ al final del horizonte. Ahora con estos valores se resuelve nuevamente el conjunto de ecuaciones pero de adelante hacia atrás, inicializando el cálculo con la condición de frontera (3.3) y (3.4). Este procedimiento se repite hasta que la solución $U^k(p)$ obtenida cuando se incrementa la variable de adelante hacia atrás y a la inversa, satisfaga las condiciones de optimalidad.

Por otro lado para el caso particular del cálculo en tiempo real se propone inicializar el cálculo de la solución, $U^k(p)$ a cada periodo de muestreo con la

secuencia óptima obtenida con la estrategia de control en lazo abierto, CLA, fuera de línea. Con respecto a la condición de frontera final $X^N(0)$ con el que se inicia la optimización a cada periodo se tienen varias opciones. Una de ellas es asignarle el valor X^* de la estrategia óptima obtenida con valores medios de influjo. Otra alternativa es considerar siempre el valor asociado a la capacidad máxima del sistema. Una tercera posibilidad es suponerla igual al valor inicial actual, esto es $X^N(0) = X^0$. Evidentemente existen otras alternativas que las arriba mencionadas para asignar la condición final, sin embargo en la implantación del algoritmo solo se tomaron en cuenta las opciones anteriores. Así el usuario únicamente tiene la posibilidad de elegir entre alguna de las tres. Se hace notar que el estudio hecho en simulación de las estrategias óptimas, presentado en el capítulo cuatro, muestra que estas políticas son poco sensibles al valor de la condición final $X^N(0)$.

A continuación se describen brevemente los pasos del algoritmo de Control Realimentado (CR) para la solución del conjunto de ecuaciones (3.3) - (3.10).

3.3 Algoritmo

Para determinar la extracción mensual U_r^k en tiempo real que debe pasar por las turbinas en el mes k con la estrategia CR se propone el siguiente algoritmo. Se hace notar que los primeros seis pasos son de inicialización y por lo tanto se ejecutan únicamente la primera vez que corre el algoritmo.

A.1 Definir la configuración hidráulica junto con las características de las presas. Esto implica; número de ríos, M ; meses del horizonte de optimización, N ; número de presas en el río i , n_i , para $i=1,..M$; parámetros físicos de cada presa de la red, $(\alpha_{i,j}, \beta_{i,j}, \gamma_{i,j})$.

A.2 Definir el valor medio de influjo que corresponde a cada elemento de la red, f^k , para $k = 0, 1 \dots 11$, en donde el mes asociado al primer periodo de muestreo $k = 0$ puede ser arbitrario.

A.3 Acotar los volúmenes máximo y mínimo, tanto para capacidades de almacenamiento (\underline{X}, \bar{X}) , como gastos turbinados (\underline{U}, \bar{U}) .

A.4 Inicializar la condición de frontera final $X^N(0)$ con el valor máximo de almacenamiento \bar{X} , la condición de frontera inicial con el volumen actual de las presas X^0 y U_r^0 una secuencia aproximada de volúmenes turbinados de tal manera que no exceda la restricción (\underline{U}, \bar{U}) . Además se inicializa el vector de volúmenes derramados por vertedores $S^k(0) = 0$.

A.5 Asignar el costo mensual por generación en cada río por medio de la matriz C_w^k .

A.6 Calcular las matrices siguientes:

$A, (2.24); B, (2.25); C, (2.27); M, (2.31); \bar{N}, (2.43); L, (2.44).$

A.7 Inicializar el apuntador del número de iteraciones para el cálculo de la secuencia óptima, $p = 0$.

A.8 Resolver la ecuación de continuidad, (3.10), hacia adelante.

A.9 Verificar que la secuencia calculada $X^k(p)$ se encuentre dentro de los límites tolerados. En caso de sobrepasarlos, modificar la secuencia $U_r^k(p)$, tratando de evitar que se presenten excesos nuevamente.

A.10 Si tanto el estado como la extracción sobrepasan las restricciones, calcular el volumen que se debe derramar por vertedores en los intervalos en donde se excedan los límites usando la ecuación

$$E\{-X^{k+1}(p) + X^k(p) + f^k + MU^k\} = -E\{MS^k(p)\}$$

A.11 Calcular la secuencia $U_r^k(p)$ a partir de la ecuación de continuidad, (3.10) hacia adelante.

A.12 Obtener las secuencias de los multiplicadores de las variables y^k, z^k y R^k ($\mu^k(p), \phi^k(p)$ y $\psi^k(p)$ respectivamente) resolviendo las ecuaciones (3.6), (3.7) y (3.8) hacia adelante inicializando el cálculo con $k = 0$.

A.13 Obtener la secuencia del multiplicador de Lagrange de la ecuación de continuidad, $\lambda^k(p)$, resolviendo la ecuación (3.5) de adelante hacia atrás, con las condiciones de frontera (3.3) y (3.4) y el multiplicador de Kuhn y Tucker del estado $\xi^{k+1}(p) = 0$.

A.14 Si el volumen $S^k(p) = 0$ obtenido en el paso A.10 es diferente de cero calcular la secuencia del multiplicador de Kuhn y Tucker para la extracción, $\sigma^k(p)$, a partir de la ecuación (3.9) inicializando con $k = 0$.

A.15 Calcular el error, $E\{-M^T \xi^{k+1}\}$ de la ecuación (3.9), resolviéndola de atrás hacia adelante.

A.16 Determinar un nuevo control por medio de $E\{U_r^{k+1}(p)\} = E\{U_r^k(p) - \Delta DU^k(p)\}$ donde $DU_r^{k+1}(p) = M^T \xi^{k+1}$ y Δ es un factor de convergencia.

A.17 Si el error $\frac{\|DU^k(p)\|}{\|U^k(p)\|}$ es mayor que un valor ε fijado de antemano y el apuntador del número de iteraciones p es menor que el máximo tolerado, ir al paso A.8; en caso contrario incrementar las iteraciones $p = p + 1$ y continuar.

A.18 Extraer del sistema los volúmenes óptimos calculados. Esto es tanto el turbinado, U^k , como el derramado, S^k , durante el mes k .

A.19 Preparar los datos para el siguiente periodo de muestreo incrementando cíclicamente el apuntador del gasto medio, f^k , del volumen turbinado inicial, $U^k(0)$ y de la matriz de costos, C_w^k , de acuerdo con la regla $k = \text{mod}(k+1)_N$.

A.20 Esperar el fin del ciclo y asignar a la condición inicial el valor del volumen actual del sistema, $X^0 = X^k$.

A.21 Si se desea continuar aplicando CR durante el siguiente ciclo, regresar al paso A.7; en caso contrario terminar el algoritmo.

4. APLICACION DE LA ESTRATEGIA CR A SISTEMAS MEXICANOS.

4.1 Introducción.

Con objeto de estudiar bajo que condiciones el algoritmo CR, propuesto en el capítulo tres, proporciona resultados satisfactorios se consideró conveniente probarlo en dos sistemas mexicanos con diferentes características.

Básicamente, para comparar la solución del algoritmo CR con la estrategia óptima obtenida usando la Programación Dinámica Estocástica se tomó el sistema monovariable de la presa Infiernillo en el Rfo Balsas.

Por otro lado para determinar la factibilidad del CR en un sistema más complejo se comparan los resultados del sistema Grijalva, formado por las presas La Angostura, Chocoasén y Malpaso, con la ley de control en lazo abierto bajo diferentes condiciones de operación.

Para las simulaciones de ambos sistemas se consideraron condiciones extremas y normales de precipitaciones. Esto es

- Influjos iguales a los valores medios registrados, $E\{f\}$.
- Influjos muy por abajo de $E\{f\}$.
- Influjos muy por arriba de $E\{f\}$.
- Influjos mínimos reales registrados.
- Influjos máximos registrados.

Estas condiciones de influjo se eligieron de manera de observar el comportamiento de las dos estrategias en los casos más comunes (influjos semejantes a los valores medios registrados), y en los casos atípicos (influjos muy por abajo o muy por arriba de los valores medios).

4.2 Sistema del Río Balsas.

Considere el sistema monovariable del Balsas formado por la presa Infiernillo, en la cual tanto el número de presas, n , como el de ríos, M , es uno.

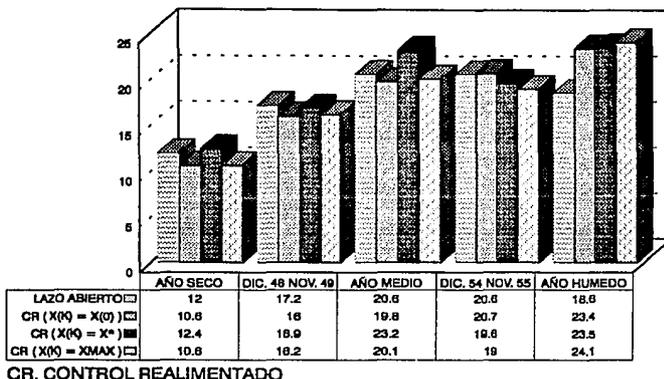
Con base en la curva de datos reales presentada en la Fig. 2.2 para Infiernillo y las expresiones generales que minimizan el error cuadrático, ecuaciones (2.12) (2.15), se obtuvieron los valores de los parámetros α, β, γ presentados en la Tabla 4.1, donde además se han incorporado los extremos tanto del volumen almacenado como del volumen de extracción y el costo de generación, C_w^k por MWH en M\$, considerando un intervalo de muestreo de 30 días.

Tabla 4.1. PARAMETROS Y CARACTERISTICAS DEL SISTEMA BALSAS

$\alpha \frac{MWH}{Mm^3}$	$\beta \frac{MWH}{Mm^6}$	$\gamma \frac{MWH}{Mm^9}$	$\bar{X} Mm^3$	$\bar{X} Mm^3$	$\bar{U} Mm^3$	$\bar{U} Mm^3$	$C_w^k M\$$
185	0.033	-3×10^{-6}	0	6,375	220	3,070	5

De las simulaciones realizadas se observó que considerando un límite de variación en la extracción $\epsilon \left(\left\| \frac{DU^k(p)}{U^k(p)} \right\| \right)$ menor a 10^{-8} , con un máximo de mil iteraciones y un factor de convergencia para los nuevos valores de la extracción Δ de 10^6 , la secuencia óptima U^k obtenida dependía menos de la secuencia $U^k(0)$ elegida al inicio de la optimización. Sin embargo, el hecho de que exista esta dependencia le quita robustez numérica a la implementación del algoritmo. Los beneficios obtenidos en simulación para las cinco conjuntos de inlfujos considerados se muestran en las figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4.

**FIGURA 4.1 BENEFICIO GLOBAL EN MILLONES DE \$
SISTEMA HIDROELECTRICO DEL RIO BALSAS**



**FIGURA 4.2 VALOR DE LA ENERGIA GENERADA EN MILLONES DE \$
SISTEMA HIDROELECTRICO DEL RIO BALSAS**

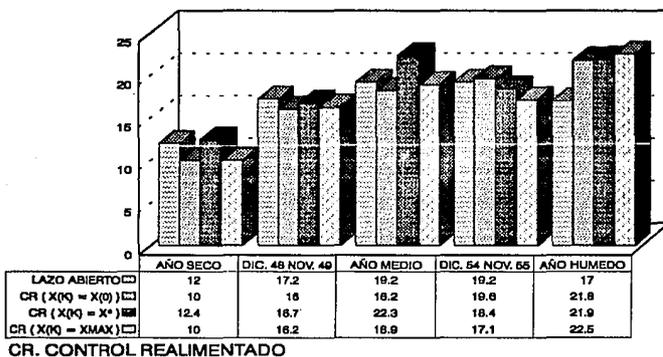


FIGURA 4.3 VALOR DEL VOLUMEN DE AGUA ALMACENADO EN MILLONES DE \$

SISTEMA HIDROELECTRICO DEL RIO BALSAS

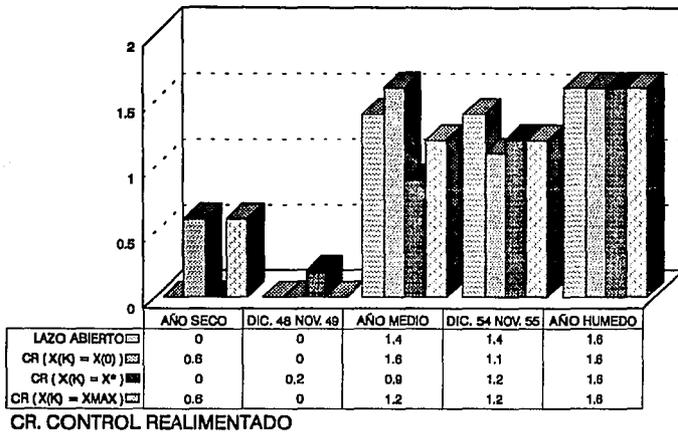
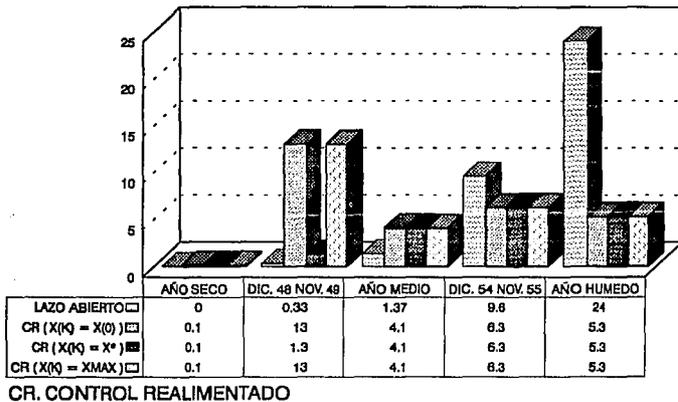


FIGURA 4.4 VOLUMEN DE AGUA DERRAMADO POR VERTEDEROS

SISTEMA HIDROELECTRICO DEL RIO BALSAS

MILES DE MILLONES DE METROS CUBICOS



En particular la Fig. 4.1 muestra el beneficio global J_{total} , (ec. 2.45), obtenido tanto con la estrategia CLA, como con la estrategia CR usando las tres posibilidades para las condiciones finales consideradas en el algoritmo. De éstas se observa que cuando los influjos están por abajo de los valores medios, la estrategia en lazo abierto permitió obtener un mayor beneficio. Sin embargo como era de esperarse en el caso de tener influjos mayores o iguales a los medios, el control realimentado aporta mejores resultados.

Por otro lado, de las Figs 4.2 y 4.3 en donde se presenta el criterio global J_{total} separado en beneficio de generación, $g(X^k, U^k)$, y beneficio final, $h(X^N)$, respectivamente, se puede observar que la política de lazo abierto, vacía prácticamente la presa cuando se presentan influjos por abajo de la media. Por el contrario la ley de control CR permite establecer un mejor compromiso entre ambos beneficios.

Ahora bien, si se comparan los valores del beneficio global Fig 4.1 y los beneficios de generación Fig 4. 2 para las mismas condiciones de flujo y diferentes condiciones finales del algoritmo CR se observa que en la presa El Infiernillo este algoritmo funciona mejor para influjos mayores o iguales a los medios.

Por otro lado a partir de los resultados parciales del beneficio almacenado $h(x)$, Fig 4.3, se puede concluir para los casos considerados, que usar como condición de frontera la capacidad máxima de la presa permite incrementar el volumen almacenado al final del horizonte. Sin embargo debido a que el algoritmo CR opera en tiempo real, el beneficio al final de un horizonte que nunca se alcanza carece de significado físico. Es realmente el valor de la energía generada el parámetro que determina cuál estrategia suministra mejores resultados.

A partir de la Fig 4.4 donde se presentan los volúmenes derramados por vertedores S con la política CLA y CR se observa una clara diferencia entre el lazo abierto y el realimentado en condiciones de flujo mayores a los valores medios. Prácticamente el control en lazo abierto es una política conservadora ya

que trata de evitar poner en peligro las instalaciones en presencia de avenidas muy grandes, derramando para ello volúmenes grandes de agua.

Por otro lado, para analizar las ventajas del algoritmo CR con la solución obtenida usando la Programación Dinámica Estocástica, PDE, en el reporte del proyecto 9127 del Instituto de Ingeniería (15) se presentaron los resultados de las simulaciones realizadas para la presa del Infiernillo en el Río Balsas, considerando como inlfujos los valores medios y los extremos reales registrados (1955 para el máximo y 1949 para el mínimo). En dicha simulación se consideró como condición inicial en todos los casos la presa a su capacidad máxima. El beneficio global y los parciales para los tres casos simulados con las dos políticas se presentan en la Tabla 4.2. De ésta se puede observar que ambas políticas logran resultados similares para valores medios de inlfujos e_{mc} . Sin embargo, para el año con inlfujos mayores que los esperados e_{ma} la política CR mejora el beneficio global en un 32%.

Es importante notar que el tiempo de cómputo de la estrategia PDE fue de 15 minutos en el peor de los casos; sin embargo hay que tomar en cuenta que el algoritmo corre fuera de línea. Por el contrario la estrategia CR se implanta en línea, pero solamente requiere de milisegundos a cada periodo de muestreo.

Tala 4.2 Beneficio con la Estrategia CR (U^k) y la PDE (\hat{U}^k) para Influjos Medios e_{me} y extremos (e_{mi} para los mínimos y e_{ma} para los máximos)

Extracción e Influjos	Beneficio en Generación +	Beneficio por Amacenable =	Total [M\$]
U y e_{me}	4.44	1.20	5.64
\hat{U} y e_{me}	4.00	1.69	5.69
U y e_{mi}	2.88	0.82	3.70
\hat{U} y e_{mi}	2.5	1.2	3.70
U y e_{ma}	4.99	1.63	6.62
\hat{U} y e_{ma}	3.94	0.99	4.93

Como conclusión del análisis anterior se recomienda implantar la estrategia CR para incrementar el beneficio en el sistema del Río Balsas. Obviamente se requiere una puesta a punto de las ponderaciones del criterio antes de que el sistema entre en operación. Sin embargo esta tarea debe realizarse en forma conjunta por el personal que opera la planta y los diseñadores del algoritmo.

4.3 Sistema del Río Grijalva

Considere el sistema multivariable del Río Grijalva formado por las presas La Angostura, Chocoasén y Malpaso, en donde Chocoasén por ser más pequeña que las otras dos se supone que opera a una carga constante. Entonces, se tienen tres presas conectadas en serie con parámetros $M = 1$ y $n = 3$, y en donde se puede suponer que el valor de la energía por unidad de volumen turbinado en Chocoasén tiene un valor constante.

Para expresar el beneficio del sistema, ecuación (2.45), es necesario de manera similar que en el caso del Balsas, determinar los valores de la tripleta $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ para $i=1, 2, 3$ y estimar el costo de generación en M\$, C_w^k para cada presa.

En particular a partir de la estimación del beneficio por generación reportada en la ref [12] y presentada en el apéndice A, se obtienen las curvas de energía generada por unidad de volumen turbinado de las Figuras 4.5 y 4.6 para La Angostura y Malpaso. Se omite la curva de energía generada para Chocoasén por ser una recta constante de valor $490.5 \frac{MWH}{Mm^3}$.

La Tabla 4.3 presenta los valores obtenidos de la tripleta $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ para las tres presas usando las expresiones (2.12) a (2.15), y los valores de las Figs. 4.5 y 4.6. Además en dicha tabla se han incorporado los extremos tanto del volumen almacenado como del volumen de extracción y el costo de generación C_w^k por MWH en M\$ considerando un intervalo de muestreo de 30 días.

**BENEFICIO NORMALIZADO
EN GENERACION DE ENERGIA ELECTRICA**

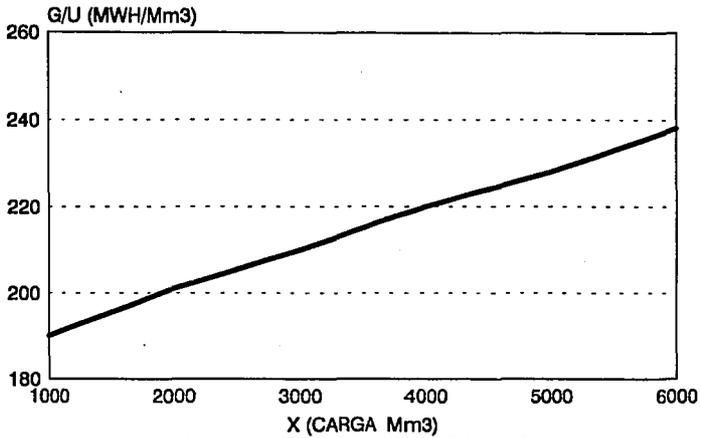


FIG. 4.5. PRESA LA ANGOSTURA

**BENEFICIO NORMALIZADO
EN GENERACION DE ENERGIA ELECTRICA**

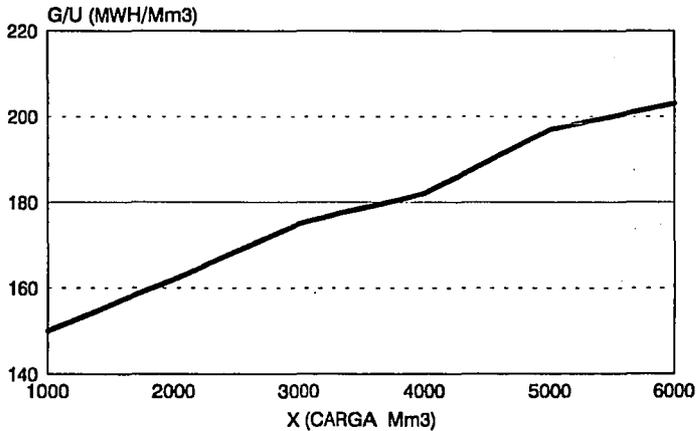


FIG. 4.6 PRESA MALPASO

Tabla 4.3. Parámetros y Características del Sistema Grijalva

	$\alpha \frac{MWH}{Mm^3}$	$\beta \frac{MWH}{Mm^6}$	$\gamma \frac{MWH}{Mm^9}$	$\bar{X} Mm^3$	$\bar{X} Mm^3$	$\bar{U} Mm^3$	$\bar{U} Mm^3$	$C_{\text{e}}^k MS$
La Angostura	88.8	7×10^{-3}	-85×10^{-9}	0	8,000	152	3,033	2
Chicoasén	490.5	0	0	0	0	196	3,919	2
Malpaso	70.4	12×10^{-3}	-38×10^{-9}	0	7,120	198	3,966	2

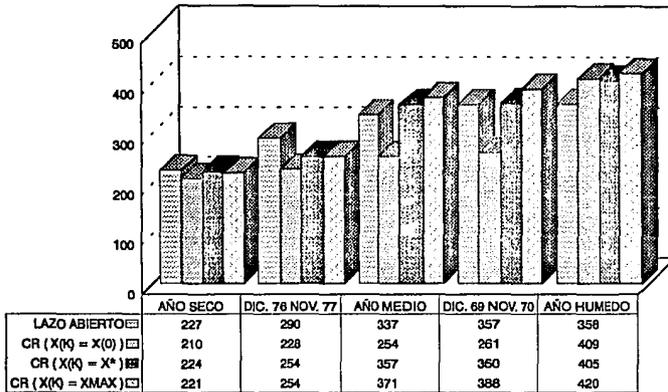
Para ajustar el número de iteraciones, p , y el factor de convergencia para la extracción, Δ , se hicieron pruebas del algoritmo tratando de reducir el tiempo de cálculo y de que la secuencia óptima se hiciera independiente de su valor inicial. Como resultado de las pruebas se sugieren valores del orden de 1000 para las iteraciones, p , 5×10^4 para el factor de convergencia, Δ , y 10^{-9} para el límite de variación normalizado ϵ . Sin embargo, al igual que en la presa Infiernillo en el Río Balsas se observó que la secuencia óptima obtenida U^{k*} y el tiempo de computo, dependen de los valores de la variable de control elegidos al inicio de la optimización ($U^k(0)$) y de los parámetros p , Δ y ϵ seleccionados. Lo anterior hace al algoritmo poco robusto numéricamente.

Para poder comparar la estrategia CLA con el CR se hicieron simulaciones con ambas políticas considerando las cinco diferentes condiciones de operación que se mencionan en la introducción de este capítulo.

Los resultados numéricos del beneficio y extracciones para los cinco casos simulados se encuentran en el apéndice A del reporte 9127 del II (15) y a partir de ellos se generaron las figuras 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10.

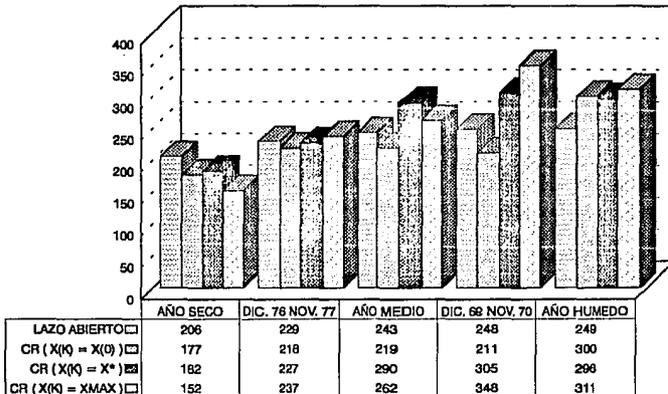
El análisis de estas cuatro figuras permite hacer los comentarios siguientes.

**FIGURA 4.7 BENEFICIO GLOBAL EN MILLONES DE \$
SISTEMA HIDROELECTRICO DEL RIO GRIJALVA**



CR. CONTROL REALIMENTADO

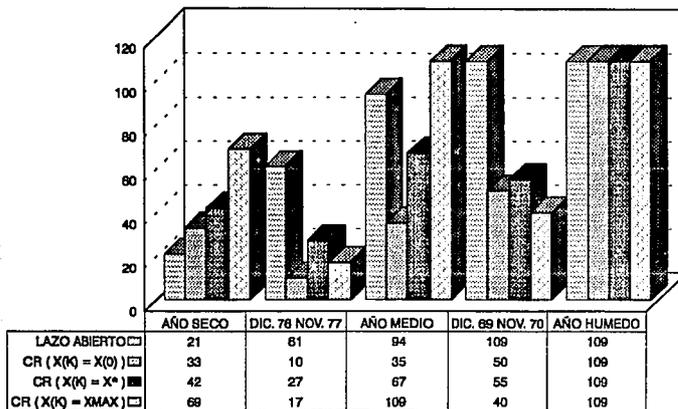
**FIGURA 4.8 VALOR DE LA ENERGIA GENERADA EN MILLONES DE \$
SISTEMA HIDROELECTRICO DEL RIO GRIJALVA**



CR. CONTROL REALIMENTADO

FIGURA 4.9 VALOR DEL VOLUMEN DE AGUA ALMACENADO EN MILLONES DE \$

SISTEMA HIDROELECTRICO DEL RIO GRIJALVA

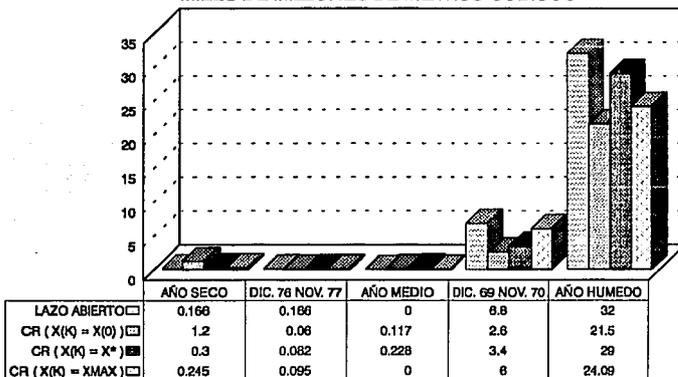


CR. CONTROL REALIMENTADO

FIGURA 4.10 VOLUMEN DE AGUA DERRAMADO POR VERTEDEROS

SISTEMA HIDROELECTRICO DEL RIO GRIJALVA

MILES DE MILLONES DE METROS CUBICOS



CR. CONTROL REALIMENTADO

Primeramente, con base en la fig. 4.7 donde se presenta el beneficio global, J_{total} se observa, de manera similar que en el sistema Balsas, CR no aporta un beneficio global mayor que el lazo abierto de manera evidente. Aunque, si se analizan las contribuciones de cada término del beneficio J_{total} por separado, esto es el beneficio por generación presentado en la Fig. 4.8 y el beneficio por almacenamiento Fig. 4.9, se puede aseverar que con la estrategia CR prácticamente el término de generación se pondera más que el correspondiente al volumen almacenado. Esto no representa una gran desventaja del CR ya que por la forma en que opera el algoritmo el horizonte final nunca se alcanza.

Por otro lado, si se presentan influjos mayores que los valores medios, y se establece como condición final los volúmenes obtenidos en la optimización en Lazo Abierto ($X(k) = X(k)^*$) ó las capacidades máximas de almacenamiento de las presas ($X(k) = \bar{X}$), la superioridad de la política CR es clara tanto en el beneficio global como en el obtenido por generación. Al considerar como condición final los volúmenes actuales de los sistemas de almacenamiento ($X(k) = X(0)$) en la estrategia CR, los beneficios por generación de energía eléctrica y por almacenamiento obtenidos en las simulaciones realizadas para el Sistema Hidroeléctrico del Río Grijalva son más bajos que los obtenidos en la optimización en Lazo Abierto (con excepción del año húmedo, el cual es un caso ficticio en el que se consideran influjos mayores a los obtenidos en todos los años en los que se tiene registro), por lo que no se recomienda emplear esta condición final al aplicar la estrategia CR en dicho sistema de almacenamiento.

Además, a partir de la Fig. 4.10 en donde se presentan los volúmenes derramados por vertedores en presencia de influjos superiores a los valores medios se descubre que la Estrategia en Lazo Abierto derrama mayor cantidad de agua, lo cual implica que trata de proteger las instalaciones. Se hace notar que este resultado coincide con el obtenido en condiciones similares para el Río Balsas.

Finalmente comparando los beneficios globales de la Fig. 4.7 cuando se emplean diferentes condiciones de frontera en el algoritmo de CR, se observa que cuando se considera como condición final un volumen similar al valor real ($x(k) = x(0)$) se obtienen resultados conservadores, sobre todo en presencia de influjos altos. La condición final más recomendable cuando hay exceso en el influjo es considerar ésta igual a la capacidad máxima de almacenamiento.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un método diferente hasta los hoy reportados basado en un esquema de Control Realimentado, para ajustar los volúmenes mensuales óptimos que maximizan el beneficio anual en sistemas hidroeléctricos multivariables.

En particular, se consideraron sistemas hidráulicos con múltiples ríos y presas conectadas en serie y se implantaron las condiciones de optimalidad reportadas por Soliman en [11] para establecer una estrategia de Control Realimentado. Esta forma de implantar el control óptimo permite tener las ventajas de los esquemas realimentados desde un punto de vista de robustez, sin la necesidad de complicar la ley de control con estimadores no lineales de los influjos.

La implantación de la estrategia se realizó en el lenguaje FORTRAN y fue concebida para operar en una computadora personal. Su principal característica es que permite configurar la red hidráulica en forma amigable, por usuarios sin conocimiento de programación. De la misma manera la actualización de los datos puede ser hecha por un operador sin conocimientos en programación.

La estrategia fue probada con un estudio hecho en simulación de 2 sistemas mexicanos, el Balsas y el Grijalva.

La comparación del método propuesto con la estrategia en lazo abierto para el sistema Balsas demostró que se puede mejorar con la nueva solución el beneficio global del sistema. En especial para influjos arriba de los valores medios, el beneficio global obtenido empleando como estrategia el Control Realimentado (CR) es superior al obtenido empleando el Control en Lazo Abierto (CLA).

Además, en el sistema anterior una comparación de la estrategia propuesta con la solución óptima obtenida usando la Programación Dinámica Estocástica mostró resultados similares con ambas políticas para los valores medios y mínimos del influjo. Sin embargo, para los influjos reales máximos

considerados (dic. 1954 - nov. 1955) el Control Realimentado mejora en un 32% el beneficio global obtenido con la Programación Dinámica Estocástica

Para el sistema multivariable del Río Grijalva formado por tres presas las simulaciones permitieron afirmar que la condición final más recomendable para el algoritmo propuesto es considerar las capacidades máximas de almacenamiento ($X(k) = \bar{X}$) ó los volúmenes obtenidos en la simulación en Lazo Abierto ($X(k) = X(k)^*$). Además, se observó que este algoritmo funciona mejor para influjos mayores o iguales los medios.

Sin embargo se requiere hacer aún pruebas más exhaustivas para ajustar y quizá involucrar nuevas consideraciones que permitan garantizar un buen funcionamiento de la política de extracción en todas las condiciones de operación.

Otro punto que no fue considerado en este trabajo es el de poder variar las ponderaciones por derrames en vertedores dentro del criterio de optimización.

Estas son preguntas abiertas que deberán ser consideradas en futuras investigaciones.

6. REFERENCIAS

- [1] F. C. Aparicio, C. Verde, F. Volpi. Políticas de operación de sistemas de plantas hidroeléctricas. Análisis de algunos métodos de solución. Reporte interno del proyecto 6310. Instituto de Ingeniería UNAM, 1987.
- [2] R. Domínguez, F. J. Aparicio. Experiencias en el desarrollo de algoritmos para determinar políticas de operación de presas. Memorias del IX Congreso Nacional de Hidráulica Querétaro, Qro. Nov, 1986.
- [3] S. Dreyfus (1965). Dynamic Programing and the calculus of variations. Academic Press.
- [4] M. D. Esparsa y R. Ortega Reguladores y Controladores Autosintonizables. Reporte interno del Instituto de Ingeniería de la UNAM. México 1983.
- [5] T. S. Halliburton, H. R. Sirisena. Development of a stochastic optimization for multireservoir scheduling. IEEE Trans. Aut. Control 1984, AC-29,82-84.
- [6] T. Kailath. Linear Systems. Prentice Hall, 1980.
- [7] G. Knowles. An Introduction to Applied Optimal Control Academic Press. 1981.
- [8] S. Olcers, C. Harza, A. Roch. Application of linear and dynamic programming to the optimization of the production of hydroelectric power. Opt. Control Applic. Meth. 1985, 6,43-56.
- [9] A. Shamalay, G. S. Christensen y M. A. Elhawary (1979). A transformation for necessary optimality conditions for systems with polinomial nonlinearities. IEEE Trans. Aut. Control AC-24, 983-985.
- [10] A. Shamaly, G. S. Christensen y M. A. Elhawary (1981). Optimal Control of Large Turbo Alternator. Journal of Optimal Control Theory and Applications., 34, 83-97.
- [11] S. A. Soliman & G. S. Chirstensen. Optimization of Hydropower Systems Operation with a Quadratic Model. Automática Vol. 24 No. 2 1988, 249-256.
- [12] R. Domínguez Mora. Políticas de Operación Mensual del Sistema de Presas del Río Grijalva. I.I.-UNAM. Contrato 852008 C.C.29.1988. Elaborado para la Comisión Federal de Electricidad.

- [13] A. P. Sage & C.C. White. Optimum systems control. Prentice Hall, 1977.
- [14] R. Domínguez M. C. Flores y J. L. Sánchez B. Operación conjunta del sistema de presas Infiernillo-Villita, de la cuenca del río Balsas. Reporte elaborado para la C.F.E. proyecto 3325, 6 de marzo 1982. II-UNAM.
- [15] C. Verde Dra. y R. Avilés Fis. Políticas de Operación para Centrales Hidroeléctricas. Reporte 9127 elaborado para la C.F.E., Nov. 1991. I.I. UNAM.

7. APENDICE

En la siguiente tabla se presentan las relaciones entre el beneficio normalizado obtenido con una extracción máxima en función de la carga, tomadas de un reporte del Sistema Grijalva, elaborado para la Comisión Federal de Electricidad. Estas relaciones se emplearon para calcular los parámetros (α, β, γ) de los sistemas de almacenamiento del Río Grijalva.

Tabla A.1 Generación normalizada h en función de la carga X , para el sistema Grijalva.

LA ANGOSTURA		MALPASO	
$X(Mm^3)$	$h(MWH / Mm^3)$	$X(Mm^3)$	$h(MWH / Mm^3)$
354.2	181.2	354.2	144.67
1062.5	190.84	1062.5	153.32
1170.8	198.99	1170.8	161.46
2479.2	206.4	2479.2	169.12
3187.5	213.06	3187.5	176.52
3895.8	219.48	3895.8	183.93
4604.2	255.65	4604.2	191.09
5312.05	230.59	5312.5	198.25
6020.8	237.26	6020.8	205.16
6729.2	242.69	6279.2	212.07