



3  
2ej

UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTONOMA DE MEXICO



---

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

INTRODUCCION AL ANALISIS DE CONFIABILIDAD  
EN SISTEMAS ELECTRICOS

**T E S I S**

Q U E P R E S E N T A :

**ING. JOSE MANUEL BECERRA ESPINOSA**

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA**

ASESOR: ING. RAFAEL GUERRERO CEPEDA

CIUDAD UNIVERSITARIA

MAYO 1994

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## DEDICATORIA

Esta tesis está dedicada a la persona más importante de mi existencia y que jamás olvido: la que me dió la vida, la que con el ejemplo me enseñó a ser responsable, a la que le debo todo lo que soy y lo que llegué a ser.

Este trabajo representa un tributo a ti, porque mereces eso y mucho más que deseo brindarte en el futuro.

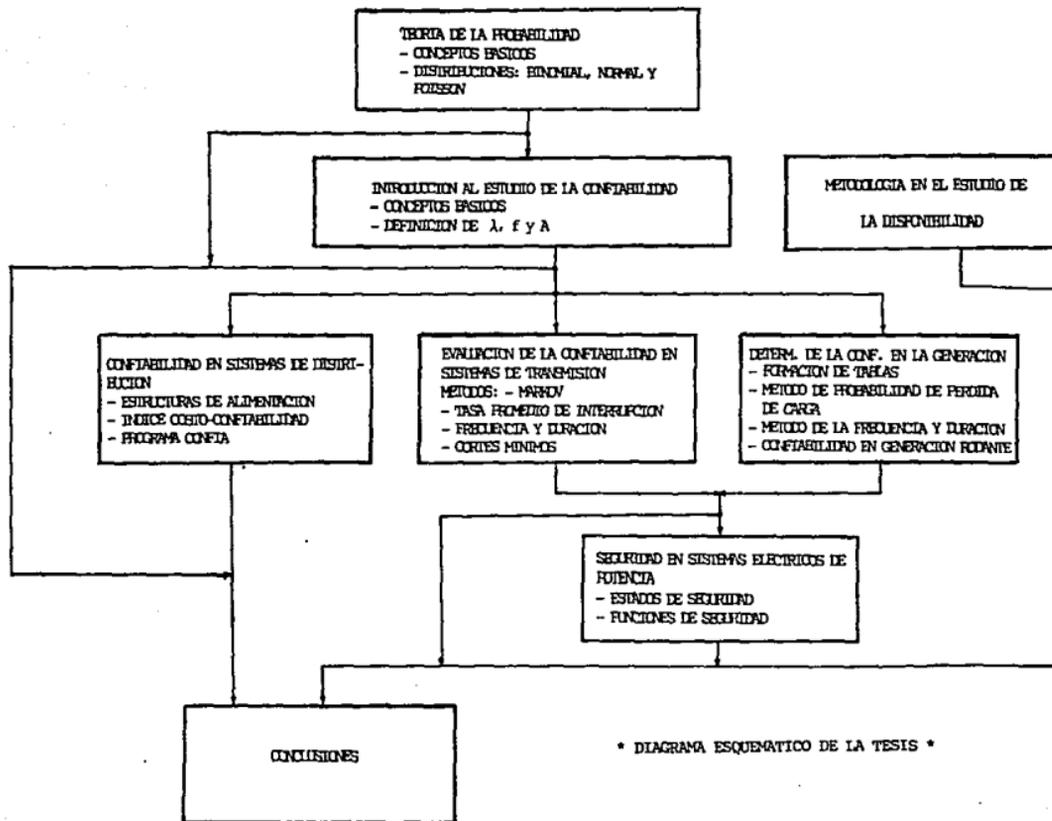
Porque te llevo en mi corazón, todo lo mío es tuyo, ya que soy una parte de tu ser. Con todo mi amor, para ti:

Rosa Alpha Espinosa de Becerra.

## INDICE

	Página
PORTADA	
DEDICATORIA	
INDICE	
DIAGRAMA ESQUEMATICO DE LA TESIS	
OBJETIVOS	
PROLOGO	
<b>CAPITULO I: CONCEPTOS BASICOS SOBRE TEORIA DE PROBABILIDAD</b>	
1.1 Definición de probabilidad	1
1.2 Consideraciones básicas sobre probabilidad	2
1.3 Distribución binomial	4
1.4 Distribución de Poisson	9
1.5 Distribución normal	12
<b>CAPITULO II: INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LA CONFIABILIDAD</b>	
II.1 Conceptos básicos de confiabilidad	18
II.2 Función general de confiabilidad	19
II.3 La distribución exponencial	21
II.4 Tiempo medio de falla	25
II.5 Ciclo de falla-reparación. Disponibilidad	26
II.6 Indices de confiabilidad en sistemas en serie	27
II.7 Indices de confiabilidad en sistemas en paralelo	29
<b>CAPITULO III: METODOLOGIA PARA EL MANEJO DE LA DISPONIBILIDAD</b>	
III.1 Enfoque general	35
III.2 Metodología formal	39
<b>CAPITULO IV: CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE DISTRIBUCION</b>	
IV.1 Estructuras normalizadas en sistemas de distribución	50
IV.1.1 Estructuras de mediana tensión	50
IV.1.2 Estructuras de baja tensión	56
IV.2 Análisis del índice costo-confiabilidad	58
IV.2.1 Metodología en el estudio costo-confiabilidad	60
IV.2.2 Indices de confiabilidad	61
IV.2.3 Tablas de tasas de falla y funciones de trabajo	63
IV.3 Programa digital y ejemplo de aplicación	64

<b>CAPITULO V: EVALUACION DE LA CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE TRANSMISION</b>		
V.1	Métodos de evaluación por procesos de Markov	73
V.1.1	Matrices estocásticas y procesos de Markov	73
V.1.2	Procesos continuos de Markov	87
V.1.3	Aplicación a un caso práctico	91
V.2	Método de la tasa promedio de interrupción	94
V.3	Método de la frecuencia y duración	98
V.4	Método de los cortes mínimos	102
<b>CAPITULO VI: DETERMINACION DE LA CONFIABILIDAD EN LA GENERACION</b>		
VI.1	Formación de tablas de probabilidad para salidas de unidades generadoras	106
VI.2	Método de probabilidad de pérdida de carga. Programa digital	111
VI.3	Probabilidad de pérdida de carga considerando incertidumbre	121
VI.4	Método de la frecuencia y duración en los diversos estados de generación	124
VI.5	Evaluación de la confiabilidad de la capacidad de la generación rodante	132
<b>CAPITULO VII: SEGURIDAD EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA</b>		
VII.1	Estados de seguridad en un sistema	136
VII.2	Funciones de seguridad en un sistema	141
VII.3	Flujo de carga óptima	145
VII.4	Evaluación de contingencias	147
VII.5	Funciones más generales de seguridad	148
<b>CAPITULO VIII: CONCLUSIONES</b>		152
<b>BIBLIOGRAFIA</b>		157



\* DIAGRAMA ESQUEMATICO DE LA TESIS \*

## **OBJETIVOS:**

- 1) Comprender y profundizar los conocimientos acerca de la teoría de la confiabilidad aplicada a sistemas eléctricos.
- 2) Integrar en un sólo texto los principales métodos de evaluación de la confiabilidad de sistemas de distribución y de potencia.
- 3) Que la tesis sirva como una guía de referencia rápida para aquellas personas que tengan algún conocimiento previo, y para aquellos que no lo tengan pueda servir como una introducción y desarrollo al tema.
- 4) Hacer un trabajo que tenga como virtud la fácil comprensión, que sea didáctico y lógico. Es decir, que sea claro, preciso y con ejemplos.
- 5) En aquellos métodos de evaluación que sean demasiados repetitivos proponer programas que reduzcan el tiempo de cálculo.
- 6) Conocer la diversidad de enfoques que los diversos autores tienen en la teoría aplicada de la confiabilidad en sistemas eléctricos mediante la investigación bibliográfica y de reportes técnicos.
- 7) Contribuir al incremento de textos en nuestro idioma sobre temas de ingeniería eléctrica.
- 8) Aplicar los conocimientos adquiridos en las diferentes materias que se cursaron a través de la maestría.

## PROLOGO

La presente tesis constituye un análisis de algunos de los diversos métodos evaluatorios de la confiabilidad en un sistema eléctrico. Se ha dividido en siete capítulos base, cada uno de los cuales consta de una o varias secciones teóricas y de ejemplos modelo resueltos. Un capítulo adicional es dedicado a conclusiones.

Los tres primeros capítulos se desarrollan para lograr una gradual adquisición de conocimientos sobre el tema de confiabilidad que son aplicados en los siguientes tres capítulos.

En el primer capítulo se introducen las bases de la teoría de probabilidad que son usadas en la evaluación de la confiabilidad y se ejemplifica su utilidad.

El capítulo II ilustra los conceptos fundamentales sobre confiabilidad junto con la definición y aplicación de índices en las diversas áreas que son básicas en un sistema.

En el capítulo III se expone una metodología sobre el manejo de la disponibilidad utilizando técnicas de ingeniería para el logro de metas a mínimos costos.

Una de las características de este trabajo radica en no separar el análisis de confiabilidad de sistemas de potencia y de distribución. Es por ello por lo que el capítulo IV aborda esto último con base en el enfoque de costo-confiabilidad.

Con el modelo expuesto y el programa propuesto es posible la comparación de la eficiencia de operación de las alternativas de alimentación para llegar a diseños óptimos y así obtener niveles deseados de funcionamiento.

El capítulo V expone las principales técnicas de evaluación de un sistema de transmisión, recalcando la importancia de dos métodos: el de procesos continuos de Markov y el de frecuencia y duración.

El siguiente capítulo es dedicado a la generación. Discute los aspectos de la aplicación de las técnicas de evaluación de la confiabilidad en sus dos modalidades: estática y rotativa.

En este sexto capítulo sobresale por su importancia el método de probabilidad de pérdida de carga, de donde se propone un programa que reduce considerablemente los cálculos.

El séptimo capítulo es dedicado a descubrir los aspectos de seguridad de sistemas de potencia desde el punto de vista operativo. Se exponen las etapas de la seguridad desde el monitoreo hasta el control automático.

Finalmente, el capítulo VIII se presentan las conclusiones del trabajo, indicando los aspectos más importantes de cada uno de los temas abordados.

Por último, se desea agradecer a todas aquellas personas que contribuyeron en la elaboración de esta tesis. Agradezco especialmente el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, ya que sin éste no hubiese sido posible preparar este trabajo.

El autor.

## CAPITULO I

### CONCEPTOS BASICOS SOBRE TEORIA DE LA PROBABILIDAD

No todos los análisis en ingeniería pueden hacerse desde el punto de vista determinístico. La aportación que puede realizar la teoría de la probabilidad es fundamental en algunos diseños. Junto con la estadística, la probabilidad es una herramienta sumamente útil ya que aprecia la variabilidad de cada uno de los componentes que integran un sistema.

Debido a la importancia de la probabilidad en el análisis de confiabilidad en un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), se estudian brevemente los conceptos más elementales que posteriormente serán aplicados.

La definición formal que se le dará a la confiabilidad en el capítulo II, evidencia la necesidad de incluir en esta tesis un capítulo que trate este tema.

#### I.1 DEFINICION DE PROBABILIDAD

La probabilidad de un suceso se define como la frecuencia relativa de la aparición del suceso, cuando el número de observaciones es muy grande. La probabilidad, es el límite de la frecuencia relativa cuando el número de observaciones crece indefinidamente, esto es:

$$P(\text{de que ocurra un evento}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f}{n}$$

La probabilidad (p) de que ocurra un suceso es un número comprendido entre 0 y 1. Por lo tanto, la probabilidad de no ocurrencia q, viene dada por:

$$q = 1 - p \quad \Rightarrow \quad p + q = 1$$

En algunos problemas de confiabilidad, el número posible de resultados puede dividirse en dos grupos: éxito y falla. Si x es el número de éxitos que pueden ocurrir y y el número de fallas, la probabilidad de éxitos en un evento es

$$p = \frac{x}{x+y}$$

y la probabilidad de fallas en un evento es:

$$q = \frac{y}{x+y}$$

En el campo de la ingeniería, la probabilidad de éxito y de falla normalmente no pueden determinarse por su geometría como en el caso de los juegos de azar. Por lo tanto, el concepto matemático debe ligarse a un concepto empírico de la evidencia de un comportamiento regular bajo una minuciosa observación.

En la evaluación de la confiabilidad de los SEP es fundamental saber la probabilidad de interrupción de cualquier elemento. El mejor estimador de probabilidad para encontrar la interrupción en el futuro es la Tasa de Salidas Forzadas (TSF) y se define como:

$$TSF = \frac{\text{Tiempo de salida forzada}}{\text{Tiempo expuesto a una salida forzada}}$$

Una salida forzada es una interrupción que resulta de condiciones de emergencia directamente asociadas con la falla no controlada de algún componente, por errores de maniobra o humanos.

## 1.2 CONSIDERACIONES BASICAS SOBRE PROBABILIDAD

- Sean A y B dos eventos independientes (es decir que la ocurrencia de A no afecte la probabilidad de B y viceversa), la probabilidad de ocurrencia simultánea entre los dos eventos es:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- Dos eventos son mutuamente exclusivos si la ocurrencia de cualquiera imposibilita la ocurrencia de otro, se denota por  $P(A \cup B)$  y viene dado por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

en general, si  $P(A \cup B)$  denota el suceso de que ocurra A o B o ambos, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

o bien

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

- La probabilidad de ocurrencia simultánea de dos eventos es igual al producto de la probabilidad del primer evento y la probabilidad condicional del segundo determinado bajo la suposición que el primer evento ha ocurrido. La probabilidad de A dado B se denota por  $P(A|B)$ . Por lo tanto:

$$P(ANB) = P(A) \cdot P(B|A)$$

y

$$P(ANB) = P(B) \cdot P(A|B)$$

- Si el evento A se define como una falla del sistema => P(sistema falle) = P(A|Bx) · P(Bx) + P(A|By) · P(By), donde Bx y By son respectivamente el éxito y falla del componente.

Similarmente, la situación inversa es exactamente igual, sólo que P(A) se define como el éxito de falla.

- Si se tiene un modelo probabilístico con resultados X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, ..., X<sub>n</sub> y la probabilidad de cada uno es p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, p<sub>3</sub>, ..., p<sub>n</sub> la esperanza matemática se define como:

$$E(x) = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + \dots + p_n \cdot x_n = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Ejemplos

I-A) La probabilidad de obtener un 3 en un dado es 1/6.

I-B) La probabilidad de obtener un doble 4 en un lanzamiento de dos dados es  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ .

I-C) La probabilidad de sumar 6 en un lanzamiento de dos dados es: (1+5), (2+4), (3+3), (4+2), (5+1). P(sumen 6) = 5/36. Como cada uno de los eventos son mutuamente exclusivos, el resultado se logra de sumar  $\frac{1}{36}$  de cada evento.

I-D) Si se tienen 2 tiradores A y B. Si A tiene una probabilidad de dar en el blanco es  $\frac{1}{4}$  y la de B es  $\frac{2}{5}$ . Si A y B disparan ¿cuál es la probabilidad de que se pegue en el blanco?

Solución:

$$P(AUB) = P(A)+P(B)-P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} + \frac{2}{5} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{11}{20}$$

I-E) En un lote de pruebas, 25% de los componentes fallaron mecánicamente, 15% fallaron eléctricamente y 10% fallaron por ambas pruebas. Si se selecciona un componente al azar:

i) Si falla mecánicamente, ¿cuál es la probabilidad de que falle eléctricamente?

Solución:  $P(M) = 0.25$ ,  $P(E) = 0.15$ ,  $P(MNE) = 0.10$

$$P(M|E) = \frac{P(MNE)}{P(E)} = \frac{0.10}{0.15} = \frac{2}{3}$$

ii) Si falla eléctricamente, ¿cuál es la probabilidad de que falle mecánicamente? Solución:

$$P(M|E) = \frac{P(MNE)}{P(M)} = \frac{0.10}{0.15} = \frac{2}{5}$$

iii) Cuál es la probabilidad de que falle mecánicamente y eléctricamente. Solución:

$$P(MUE) = P(M) + P(E) - P(MNE) = 0.25 + 0.15 - 0.10 = 0.30 = \frac{3}{10}$$

I-F) Si se compra un boleto para una rifa en que se puede ganar un primer premio de N\$ 5,000 o un segundo premio de N\$ 3,000 con probabilidad de 0.001 y 0.004 ¿cuál será el precio justo del boleto?

Solución:

$$\text{Esperanza} = 5000(0.001) + 3000(0.004) = 5 + 12 = \text{N}\$17.$$

### 1.3. DISTRIBUCION BINOMIAL

Sea un conjunto de pruebas repetidas e independientes de un experimento con sólo 2 posibles resultados. Si  $p$  es la probabilidad de éxito y  $q$  la probabilidad de falla, entonces la probabilidad de que el suceso se presente exactamente  $r$  veces en  $n$  ensayos (es decir  $r$  éxitos y  $n-r$  fallas) viene dado por:

$$Pr = {}_n C_r \cdot p^r \cdot q^{n-r} = \frac{n!}{r! (n-r)!} p^r \cdot q^{n-r}$$

este término es el término de una expansión binomial  $(p+q)^n$ ,

$$\Rightarrow (p+q)^n = \sum_{i=0}^n {}_n C_i p^i q^{n-i}$$

Ejemplo I-6

La probabilidad de obtener exactamente 2 cruces en 6 lanzamientos de moneda es:

$$P(2) = {}_6 C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{6-2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0.234375 = \frac{15}{64}$$

En la distribución binomial todas las pruebas deben tener probabilidades idénticas y deben ser independientes en un número fijo de pruebas.

Algunas propiedades de la distribución son:

- Media  $\mu = Np$
- Varianza  $\sigma^2 = Npq$

$$\text{Desviación estándar} = \sigma = \sqrt{Npq}$$

La distribución es simétrica si  $p=q=\frac{1}{2}$ , en caso contrario se tiene un sesgo.

Ejemplo I-H

Se lanza 7 veces una moneda. Graficar la distribución de probabilidad del número de águilas.

Solución:

0 águilas	${}^7C_0$	$\left(\frac{1}{2}\right)^7$	$\left(\frac{1}{2}\right)^0$	= 0.0078125
1 águilas	${}^7C_1$	$\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$\left(\frac{1}{2}\right)^1$	= 0.0546875
2 águilas	${}^7C_2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^5$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	= 0.1640625
3 águilas	${}^7C_3$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	= 0.2734375
4 águilas	${}^7C_4$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4$	= 0.2734375
5 águilas	${}^7C_5$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^5$	= 0.1640625
6 águilas	${}^7C_6$	$\left(\frac{1}{2}\right)^1$	$\left(\frac{1}{2}\right)^6$	= 0.0546875
7 águilas	${}^7C_7$	$\left(\frac{1}{2}\right)^0$	$\left(\frac{1}{2}\right)^7$	= 0.0078125

Su gráfica se muestra en la figura I-1.

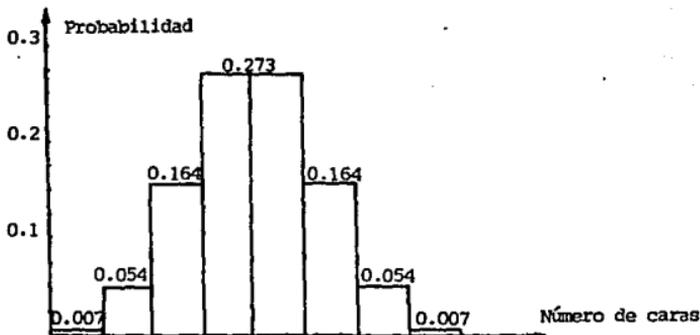


Figura I-1. Distribución de probabilidades para el ejemplo I-H.

**Ejemplo de aplicación:**

Se desea construir una planta generadora que satisfaga una carga de 50 MW con un factor de carga del 100%. Si se tienen las siguientes 4 alternativas:

- No. 1: una unidad de 50 MW.
- No. 2: dos unidades de 50 MW.
- No. 3: tres unidades de 25 MW.
- No. 4: cuatro unidades de 16 2/3 MW.

Analizar cada opción y determinar cuál es la que más conviene si cada unidad tiene una tasa de salida forzada de 0.02.

**Solución:**

Disponibilidad =  $1 - 0.02 = 0.98$ .

Determinando la probabilidad de capacidades con unidades fuera para cada alternativa se tiene:

- Opción 1: no tiene reserva.

- Opción 2:  $(0.98+0.02)^2$

Unidades fuera	Capacidad fuera	Capacidad disponible	Probabilidad
0	0	100	$0.98^2 = 0.9604$
1	50	50	$2(0.98)(0.02) = 0.0392$
2	100	0	$0.02^2 = 0.0004$

$EP_1 = 1$

- Opción 3:  $(0.98+0.02)^3$

Unidades fuera	Capacidad fuera	Capacidad disponible	Probabilidad
0	0	75	$0.98^3 = 0.941192$
1	25	50	$3(0.98)^2(0.02) = 0.057624$
2	50	25	$3(0.98)(0.02)^2 = 0.001176$
3	75	0	$0.02^3 = 0.000008$

$EP_1 = 1$

- Opción 4:  $(0.98+0.02)^4$

Unidades fuera	Capacidad fuera	Capacidad disponible	Probabilidad
0	0	66 2/3	$0.98^4=0.92236816$
1	16 2/3	50	$4(0.98)^3(0.02)=0.07529536$
2	33 1/3	33 1/3	$6(0.98)^2(0.02)^2=0.00230496$
3	50	16 2/3	$4(0.98)(0.02)^3=0.00003136$
4	66 2/3	0	$0.02^4=0.00000016$

$\Sigma P_i = 1$

Las tablas de probabilidad de pérdida de capacidad indican las deficiencias de capacidad probables para cada opción y aunado a sus costos proporcionan factores de confiabilidad relativa.

Para la opción 1, la probabilidad de obtener la pérdida de la unidad es igual a la tasa de interrupción forzada 0.02. Por lo tanto, la pérdida de carga esperada es  $50(0.02) = 1$  MW.

Para las opciones 2, 3 y 4, la pérdida de carga se tiene cuando la capacidad disponible de generación es inferior a 50 MW.

- Opción 2:

Fuera	Probabilidad	Pérdida de carga	Pérdida de carga esperada
50 MW	0.0004	50 MW	$50(0.0004) = 0.02$ MW

$\Sigma = 0.02$  MW

- Opción 3:

Fuera	Probabilidad	Pérdida de carga	Pérdida de carga esperada
50 MW	0.001176	25	$25(0.001176) = 0.0294$
75 MW	0.000008	50	$50(0.000008) = 0.0004$

$\Sigma = 0.0298$  MW

- Opción 4:

Fuera	Probabilidad	Pérdida de de carga	Pérdida de carga esperada
33 1/2MW	0.00230496	16 2/3	16.33(0.00230496)=0.03763999
50 MW	0.00003136	44 1/3	33.33(0.00003136)=0.00104522
66 2/3MW	0.00000016	50	50(0.00000016)=0.00000008

$\Sigma=0.03869321$  MW

Ahora, asumiendo que 50 MW = 1 p.u en costo se tiene:

Opción	Capacidad de la planta	Pérdida de carga esperada	Costo
1	50 MW	1 MW	1.0
2	100 MW	0.02 MW	2.0
3	75 MW	0.0298 MW	1.5
4	66 2/3 MW	0.03869 MW	1.333

Si se aplica un factor de mérito que contenga costo y pérdida de carga esperada tal como:

$$FM = \frac{1}{(PCE) \cdot (\text{Costo})}$$

entonces los resultados pueden agruparse en la siguiente tabla:

Opción	Factor de mérito
1	1.0
2	25
3	22.37
4	19.38

Evidentemente, la mejor opción es la No. 2 pues es la que posee un mejor factor de mérito.

Si en lugar de hacer la comparación con base en los factores de mérito se quisiera hacer mediante el tiempo de interrupción, se tendría:

Opción	Probabilidad de pérdida de carga (PPC)	(Hrs/año) por	Corte de carga esperada
1	0.02	8760	175.2 hrs/año
3	0.0004	8760	3.504 hrs/año
3	0.001176+0.000008	8760	10.371 hrs/año
4	0.00230496+0.00003136+0.00000016	8760	20.467 hrs/año

donde se aprecia nuevamente y como medio de corroboración que la opción 2 ofrece la mejor ventaja.

El primer método indica la relación de pérdida de carga esperada-costos del sistema, pero no dice nada en relación al tiempo de corte anual. El segundo método hace el análisis inverso. La elección de uno u otro criterio depende del tipo de proceso que la planta realizará y del costo de cada unidad.

#### I.4 DISTRIBUCION DE POISSON

La distribución de probabilidad discreta

$$Pr = \frac{\lambda^r e^{-\lambda}}{r!} \quad , \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

donde  $\lambda$  es una constante dada, se llama distribución de Poisson.

Esta distribución infinita contable se presenta en muchos fenómenos naturales, tales como la cantidad de rayos que caen en una tormenta, los días que llueve en un año, etc.

Algunas de sus propiedades son:

- Media  $\mu = \lambda$
- Varianza  $\sigma^2 = \lambda$
- Desviación estándar. =  $\sqrt{\lambda}$

Esta distribución recibe especial importancia por el hecho de que a partir de ella se puede definir a la función de confiabilidad. Esto es:

La distribución de Poisson para efectos de confiabilidad se define como:

$$Pr = \frac{(\lambda t)^r e^{-\lambda t}}{r!}$$

donde  $\lambda t$  toma el lugar de  $\lambda$  si el periodo de tiempo considerado es continuo.

$\lambda$  es una constante llamada tasa de falla promedio y sus unidades son [número de ocurrencias / tiempo].

Si se tiene la probabilidad de que no se presente ninguna falla ( $r=0$ ) en  $t$ , entonces se obtiene la confiabilidad de un componente  $R(t)$  en función del tiempo.

$$R(t) = P(0) = e^{-\lambda t}$$

Ejemplo I-J

Si se tiene una línea de transmisión de 400 kV con una longitud de 128 km y posee un promedio de fallas de 0.65 al año, ¿cuáles serán las probabilidades de 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 fallas en 15 años, considerando sólo un tramo de 25 km?

Solución:

$$\lambda = 0.04 \text{ fallas/año} \quad ; \quad t = 15 \text{ años.}$$

$$\lambda t = \frac{\left[ \frac{\text{fallas}}{0.65 \text{ año}} \right] \left[ 15 \text{ años} \right] \left[ 25 \text{ km} \right]}{128 \text{ km}} = 1.9042 \text{ fallas}$$

$$P(0) = R(t) = e^{-1.9042} = 0.1489$$

$$P(1) = \frac{(1.9042)^1 e^{-1.9042}}{1!} = 0.2836$$

$$P(2) = \frac{(1.9042)^2 e^{-1.9042}}{2!} = 0.2700$$

$$P(3) = \frac{(1.9042)^3 e^{-1.9042}}{3!} = 0.1714$$

$$P(4) = \frac{(1.9042)^4 e^{-1.9042}}{4!} = 0.0816$$

$$P(5) = \frac{(1.9042)^5 e^{-1.9042}}{5!} = 0.0310$$

$$P(6) = \frac{(1.9042)^6 e^{-1.9042}}{6!} = 0.0098$$

$$P(7) = \frac{(1.9042)^7 e^{-1.9042}}{7!} = 0.0026$$

$$P(8) = \frac{(1.9042)^8 e^{-1.9042}}{8!} = 0.0006$$

Su distribución se muestra gráficamente en la figura I-2.

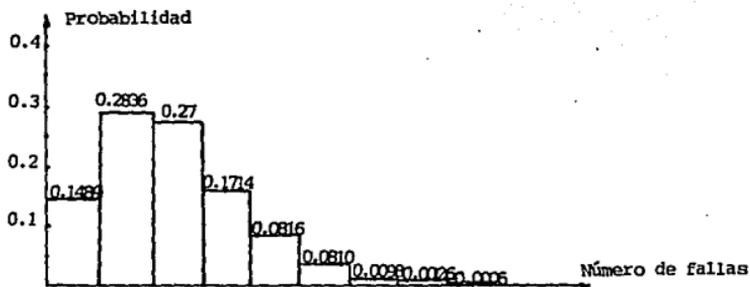


Figura I-2. Distribución de probabilidades para el ejemplo I-J.

En la distribución binomial, si  $n$  es grande, mientras la probabilidad de ocurrencia esté cerca de cero ( $q=1$ ), el suceso se dice que es "raro". Se considera como suceso raro si el número de repeticiones del ensayo es por lo menos 20, mientras que  $np$  sea menor o igual a 0.05. En tales casos, la distribución binomial se aproxima mucho a la distribución de Poisson con  $\lambda = np$ .

#### Ejemplo I-K

Supóngase que 30 aisladores defectuosos se instalaron en 600 torres de transmisión. Hallar la probabilidad de que una torre contenga i) exactamente dos aisladores defectuosos, ii) 3 o más aisladores defectuosos.

Solución:

$$n = 30 \quad p = \frac{1}{600} \quad \Rightarrow \quad \lambda = np = \frac{30}{600} = \frac{1}{20} = 0.05$$

$$i) \quad P_2 = \frac{(0.05)^2 e^{-0.05}}{2!} = 0.00119$$

$$ii) \quad P_0 = e^{-0.05} = 0.95122 \quad (\text{confiabilidad de los aisladores en una torre})$$

$$P_1 = \frac{(0.05)^1 e^{-0.05}}{1!} = 0.04756$$

$$\therefore P = 1 - P(0, 1 \text{ ó } 2 \text{ aisladores defectuosos}) \\ = 1 - (0.95122 + 0.04756 + 0.00119) = 0.00003$$

#### I-5 DISTRIBUCION NORMAL

La distribución normal o curva normal (o de Gauss) se define de la siguiente forma:

$$Y = \frac{1}{\tau \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\tau^2} (x-\mu)^2}$$

donde  $\mu$  y  $\tau > 0$  son constantes arbitrarias.

Esta función es el ejemplo más importante de una distribución continua. Las figuras I-3 y I-4 muestran los cambios de Y cuando  $\mu$  varía y cuando  $\sigma$  varía. La característica de las curvas es su forma de campana simétrica alrededor de  $x = \mu$ .

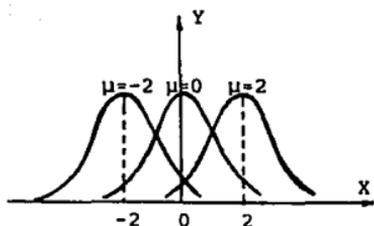


Figura I-3. Distribución normal para  $\sigma$  fijo ( $\sigma = 1$ ).

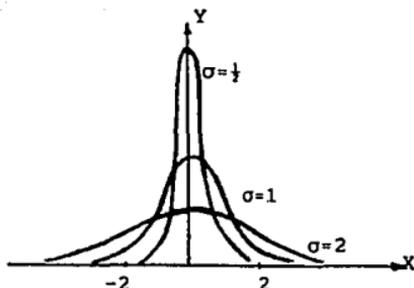


Figura I-4. Distribución normal para  $\mu$  fijo ( $\mu = 0$ ).

Las curvas también son conocidas como función de densidad normal y representan la probabilidad de ocurrencia de todos los posibles valores de  $x$ . Como la probabilidad fluctúa entre cero y uno, el área bajo la curva es igual a 1. Por lo tanto:

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (x-\mu)^2} dx = 1$$

Cuando la variable  $x$  viene expresada en unidades de desviación,  $z = (x-\mu)/\sigma$ , la distribución normal toma su forma tipificada o estandarizada:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

En este caso se dice que  $z$  se distribuye normalmente con  $\mu=0$  y  $\sigma^2=1$ .

La figura I-5 se indican las áreas incluidas entre  $z = -1$  y  $z=1$ ,  $z=-2$  y  $z=2$ ,  $z=-3$  y  $z=3$ , que son representativamente, el 68.27%, 95.45% y 99.73% del área total.

Existen textos que contienen tablas que dan las áreas bajo esta curva, limitadas que la ordenada  $z = 0$  y cualquier otro valor positivo de  $z$ . De esas tablas puede sacarse el área comprendida entre dos ordenadas cualesquiera por la simetría de la curva respecto a  $z = 0$ . El área que dan las tablas fluctúa de 0 a 0.5.

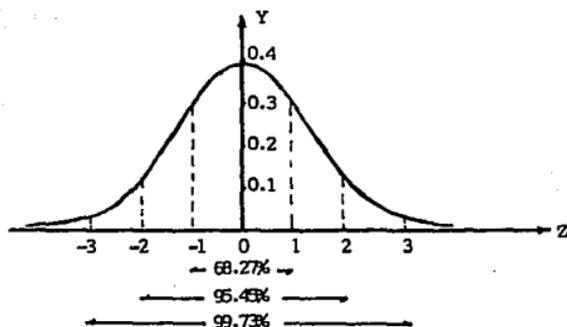


Figura I-5. Porcentajes de la distribución normal por intervalos.

Las propiedades de distribución normal son:

- Media =  $\mu$
- Varianza =  $\sigma^2$
- Desviación estándar =  $\sigma$ .

#### Ejemplo I-L

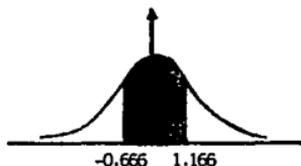
En un simulador se realizaron 200 recierres de un interruptor y se obtuvo una media de sobretensiones (S.T.) de 263 kV para un sistema de 230 kV. Si la desviación estándar es de 12 kV, hallar el número de sobretensiones, i) con valores entre 255 y 277 kV, ii) mayor o igual a 290 kV (valor de flameo para sus aisladores).

Solución:

$$i) \text{ 255 kV en unidades estándar} = \frac{(255-263)}{12} = -\frac{8}{12} = -1.666$$

$$275 \text{ kV en unidades estándar} = \frac{(277-263)}{12} = \frac{14}{12} = 1.166$$

$$\therefore P(255 \leq \text{S.T.} \leq 277) = P(-1.666 \leq \text{S.T.} \leq 1.166).$$



buscando en las tablas se obtiene que:

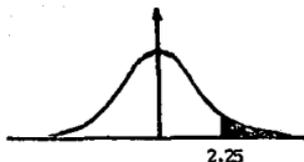
$$F(-0.666) = 0.24729 \text{ y } P(1.166) = 0.37833.$$

$$\therefore P(255 \leq \text{S.T.} \leq 277) = 0.24729 + 0.37833 = 0.62562$$

$$\Rightarrow N = 200 (0.62563) = 125.124 \text{ sobretensiones.}$$

$$\text{ii) } 290 \text{ kV en unidades estandar} = (290 - 263) / 12 = 2.25$$

$$\therefore P(\text{S.T.} \geq 290) = P(\text{S.T.}^* > 2.25).$$



de las tablas se obtiene que  $P(2.25) = 0.012224$ .

$$\therefore N = 200(0.01224) = 2.44 \text{ sobretensiones.}$$

Por otra parte si  $n$  es grande y ni  $p$  ni  $q$  están muy próximos a cero, la distribución binomial puede aproximarse estrechamente a la distribución normal con variable estandarizada dada por:

$$z = \frac{r - np}{\sqrt{npq}}$$

La aproximación es mucho mejor a medida que  $n$  aumenta, y en el límite es total. Se considera como una muy buena aproximación si  $np$  y  $nq$  son superiores a 5.

Ejemplo I-M

Hallar la probabilidad de obtener entre 4 y 7 caras inclusive en los lanzamientos de una moneda, utilizando, i) la distribución binomial, ii) la aproximación normal de la distribución binomial.

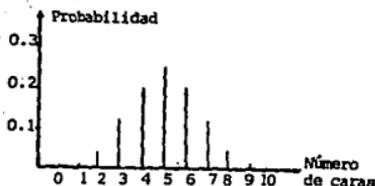
Solución:

$$i) P(4 \text{ caras}) = {}_{10}C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0.2050$$

$$P(5 \text{ caras}) = {}_{10}C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 0.2460$$

$$P(6 \text{ caras}) = {}_{10}C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0.2050$$

$$P(7 \text{ caras}) = {}_{10}C_7 \left(\frac{1}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0.1171$$



$$\therefore P(\text{entre 4 y 7 caras inclusive}) = 0.7731$$

ii) Si se tratan los datos como si fueran continuos, la probabilidad es la suma de los rectángulos sombreados en la figura siguiente, y pueden aproximarse por el área bajo la correspondiente curva normal dibujada con línea punteada.

Como los datos son tomados continuos, 4 a 7 caras se consideran como 3.5 a 7.5 caras.

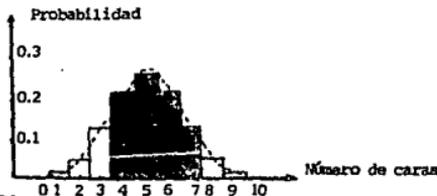
$$\mu = np = 10\left(\frac{1}{2}\right) = 5$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{10\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)} = 1.5811$$

$$\Rightarrow (3.5 - 5) / 1.5811 = -0.9486$$

$$(7.5 - 5) / 1.5811 = 1.5811$$

$$P(-0.9486) = 0.32844 \text{ y } P(1.5811) = 0.4430$$



$\therefore P(\text{entre 4 y 7 caras inclusive}) = 0.32844 + 0.4430 = 0.7715$   
valor muy aproximado al real. Si  $n$  fuera mucho más grande la aproximación sería aún mejor.

## CAPITULO II

### INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LA CONFIABILIDAD

Sin duda alguna, la energía eléctrica se ha convertido en un elemento indispensable en casi todas las actividades del ser humano, en las que ni brevemente puede interrumpirse, debido a las cuantiosas pérdidas humanas y materiales que se tendrían.

Los sistemas eléctricos de potencia constituyen actualmente el medio más importante y versátil en que la energía se convierte, transporta y distribuye a nivel mundial.

Suministrar un servicio confiable es una de las metas principales de un SEP. Este aspecto ha recibido una gran atención en el diseño y construcción de equipo de generación, así como en líneas de transmisión y redes de distribución.

Unidades de generación y equipo de subestación son cuidadosamente construidos para ofrecer un servicio confiable durante muchos años y son diseñados para soportar sobretensiones transitorias debido a descargas atmosféricas o por maniobras. El equipo también es construido para resistir esfuerzos mecánicos, térmicos y eléctricos que puedan ocurrir si es sometido a altas corrientes de corto circuito.

El proyecto de un sistema debe proporcionar suficiente capacidad en líneas y en equipo de subestación, así que la falla de algún componente no debe resultar en interrupciones a los usuarios, tal es el caso de la pérdida de una línea, de un banco de transformadores, la boquilla de un interruptor, etc.

Un criterio de diseño comunmente usado es disponer de componentes y capacidad para soportar una contingencia previsible. Normalmente el diseño de sistemas no contempla una segunda o más contingencias por el excesivo costo y la poca probabilidad de que dos eventos ocurran simultáneamente.

Una vez que el SEP está construido, es responsabilidad de los operadores el adecuado funcionamiento del sistema, es decir, que los límites del proyecto no sean excedidos, estar alerta de las condiciones que puedan existir para afectar la confiabilidad y estar listos para tomar acciones en contra de situaciones peligrosas en su operación.

Cuando el servicio se pierde o el equipo no está disponible, el operador del sistema debe proceder a restaurarlo tanto como sea posible a su funcionamiento normal, tal que su confiabilidad se mantenga al más alto nivel posible.

En este segundo capítulo se definen los conceptos básicos que darán pie a la evaluación de la confiabilidad en forma cuantitativa dentro del análisis realizado en los capítulos IV, V y VI.

## II.1 CONCEPTOS BASICOS DE CONFIABILIDAD

Para empezar, debe dejarse muy en claro la diferencia entre, confiabilidad y disponibilidad (la cual será tratada con detalle en el siguiente capítulo). El significado común y corriente de confiabilidad es la exención de fallas o la facilidad de aceptar carga cuando se necesita. En este sentido es un sinónimo de alta calidad. Sin embargo la definición formal es un poco más explícita:

### Confiabilidad:

Es la característica de un sistema expresada como una probabilidad que ejecutará funciones si es requerida bajo condiciones específicas por un período de tiempo determinado.

Por otra parte, la disponibilidad simplemente denota la capacidad de funcionamiento de un sistema, componente o parte del equipo esté o no en uso. Su definición precisa es:

### Disponibilidad:

Es la característica de un elemento expresada como una probabilidad de operar en un instante de tiempo futuro seleccionado aleatoriamente.

En otras palabras, es una relación de periodos de tiempo. Es el resultado de dividir la suma de todos los periodos de tiempo durante los cuales un elemento funcionó entre el periodo total de tiempo (hora, día, semana, mes, años, etc.)

La expresión más utilizada en el análisis de confiabilidad es la probabilidad de que un componente sobreviva un periodo de tiempo dado cuando dicho componente tenga una tasa de falla constante.

Sean:  $\lambda$  = tasa de falla promedio de un componente  
[fallas/unidad tiempo]  
 $t$  = tiempo

La distribución de Poisson evaluada para cero fallas viene dado por:

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

donde  $R(t)$  es la confiabilidad del componente.

## II.2 FUNCION GENERAL DE CONFIABILIDAD

Considérese el caso de un número idéntico de componentes que se han probado denotados por  $N_0$ .

Sean:  $N_s(t)$  = Número de componentes sobrevivientes en tiempo  $t$ .

$N_f(t)$  = Número de componentes fallados en tiempo  $t$ .

Para un tiempo  $t$ , la confiabilidad  $R(t)$  está dado por:

$$R(t) = \frac{N_s(t)}{N_0} = \frac{N_0 - N_f(t)}{N_0} = 1 - \frac{N_f(t)}{N_0}$$

Como  $dt \rightarrow 0$ , si se deriva se tiene que:

$$\frac{dR(t)}{dt} = - \frac{1}{N_0} \frac{dN_f(t)}{dt}$$

Definiendo a la densidad de falla instantánea  $f(t)$  como:

$$f(t) = \frac{1}{N_0} \frac{dN_f(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dR(t)}{dt} = -f(t)$$

Si también se define a  $\lambda(t)$  (tasa de riesgo instantánea) como:

$$\lambda(t) = \frac{dN_f(t)}{dt} \cdot \frac{1}{N_s(t)}$$

multiplicando por  $(N_0/N_0)$  y acomodando convenientemente se tiene:

$$\lambda(t) = \frac{N_0}{N_0} \frac{1}{N_s(t)} \cdot \frac{dN_f(t)}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{-dR(t)}{R(t)dt}$$

Por otro lado, integrando  $f(t)$  se tiene:

$$\int_0^t f(t) dt = \int_1^{R(t)} -dR(t) = 1 - R(t)$$

Ahora, para encontrar una relación directa entre  $\lambda(t)$  y  $R(t)$  se integra la siguiente función:

$$\lambda(t) = - \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}$$

esto es:

$$\int_0^t \lambda(t) dt = - \int_1^{R(t)} \frac{dR(t)}{R(t)} = - \ln R(t)$$

$$\Rightarrow R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad - 1$$

donde el riesgo o tasa de falla también es una función del tiempo.

Si  $\lambda$  es constante (independiente del tiempo), se tiene:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad - 2$$

expresión que es el primer término de la distribución de Poisson y de donde se partió. La experiencia ha demostrado que muchos componentes y particularmente los eléctricos y electrónicos aiguen un patrón de falla estándar con el tiempo. El patrón base se muestra en la figura II-1, la cual es una curva en forma de tina.

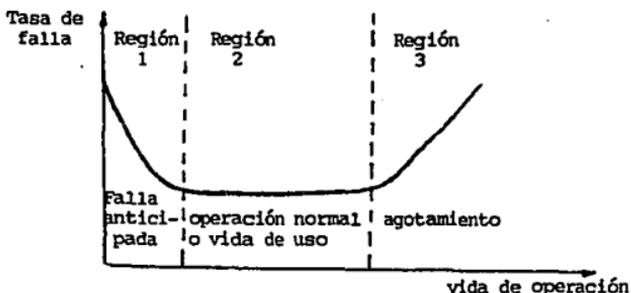


Figura II-1. Tasa de falla de un componente eléctrico como función del paso del tiempo.

La figura II-2 muestra el típico comportamiento de un patrón de falla de un componente mecánico, el cual tienen una vida de operación normal más corta.

Durante el uso de vida o fase de operación normal, la tasa de falla es constante y las fallas son supuestas por ocurrencia de azar. La exponencial negativa es válida sólo en esa región.

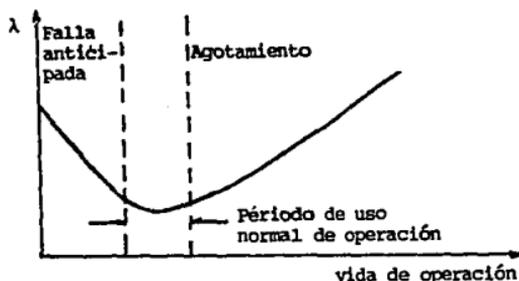


Figura II-2. Tasa de falla de un componente mecánico en función del tiempo.

La región 1 de las figuras II-1 y II-2 son conocidas como fase de mortalidad naciente o de falla anticipada y se debe a errores de fabricación o de diseño equivocado. La tasa de falla decrece en función al tiempo. La región 3 representa el agotamiento a fase de fatiga y se caracteriza por un rápido crecimiento de  $\lambda$  respecto al tiempo. La densidad de falla en esa región es frecuentemente representada por la distribución normal.

Los componentes de un sistema eléctrico de potencia tales como unidades generadoras, transformadores, líneas, etc. deben operar dentro del periodo de vida útil, a través de un cuidadoso mantenimiento preventivo. De esa manera a los aislamientos y elemento mecánicos no se le debe permitir ingresar a la fase de agotamiento excesivo ya que antes deben ser reemplazados. En un sistema real este razonamiento debe considerarse, pues no siempre se cumple puesto que muchas de sus componentes operan en este periodo.

### II.3 LA DISTRIBUCION EXPONENCIAL

En la sección anterior se ha demostrado que la probabilidad

de que un componente sobreviva un tiempo  $t$  en condiciones de tasa de falla constante viene dada por:

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

y que la función de densidad de falla es:

$$f(t) = - \frac{dR(t)}{dt}$$

Por lo tanto:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

función cuya gráfica se muestra en la figura II-3.

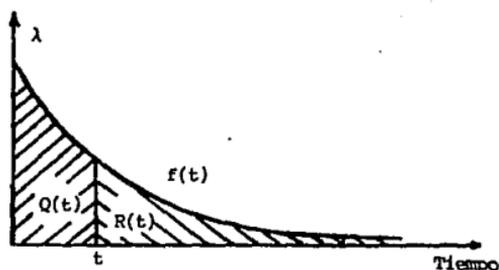


Figura II-3. Función de densidad exponencial.

La probabilidad de sobrevivencia a tiempo  $t$  es:

$$G(t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\lambda t}$$

La probabilidad de sobrevivencia a tiempo  $t$  es:

$$R(t) = \int_t^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t}$$

Por otra parte, considérese un componente que ha operado por un periodo de tiempo  $T$  y después en un intervalo de magnitud  $t$  de  $T$  a  $T+t$  como muestra la figura II-4.

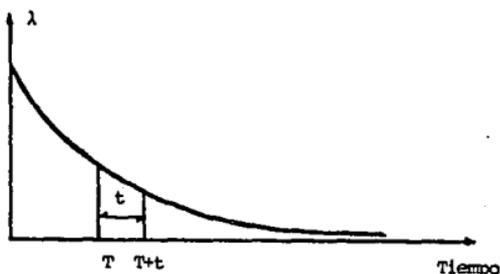


Figura II-4. Función exponencial de confiabilidad.

La probabilidad de falla durante  $t$  es una probabilidad aposteriori. Es condicional por el hecho de que el componente ha sobrevivido un tiempo  $T$ . La probabilidad de ocurrencia simultánea de dos eventos, tal y como se vio en el capítulo I, está dada por:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad - 3$$

donde  $P(A|B)$  es la probabilidad de que ocurra A dado B

Si

$$P(A|B) = \left[ \begin{array}{l} \text{falle durante el tiempo } t \text{ dado que el} \\ \text{componente ha sobrevivido hasta } T \end{array} \right] = G_c(t)$$

y  $P(A \cap B) = P[\text{sobreviva hasta } T \text{ y falle durante } t]$

$$P(A \cap B) = \int_T^{T+t} \lambda e^{-\lambda t} dt = e^{-\lambda T} - e^{-\lambda(T+t)}$$

$P(B) = P[\text{sobrevivir hasta el tiempo } T]$

$$P(B) = \int_T^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} dt = e^{-\lambda T}$$

.. sustituyendo en 3 :

$$P(A|B) = Q_c(t) = \frac{e^{-\lambda T} - e^{-\lambda(T+t)}}{e^{-\lambda T}} = \frac{e^{-\lambda T} - e^{-\lambda T} \cdot e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda T}}$$

$$= 1 - e^{-\lambda t}$$

La probabilidad de falla durante un intervalo  $t$  es independiente del tiempo de operación anterior dentro del periodo de vida útil. Esta conclusión es muy importante, ya que implica que la confiabilidad es constante en periodos de operaciones iguales hasta el final de la vida útil del componente.

Las probabilidades a priori y a posteriori son iguales bajo estas condiciones:

$$Q(t) = Q_c(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

expresión que expandida en series es:

$$Q(t) = 1 - \left[ 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \frac{(\lambda t)^4}{4!} - \dots \right]$$

$$= \lambda t - \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} - \frac{(\lambda t)^4}{4!} + \dots$$

si  $\lambda t \ll 1$  entonces:

$$Q(t) \approx \lambda t$$

y

$$r(t) \approx 1 - \lambda t$$

Cabe señalar que la aproximación anterior es correcta ya que por lo general  $\lambda t < 0.01$ .

Nótese como las probabilidades de falla a priori y a posteriori durante el periodo de duración  $t$  no son iguales en la región de agotamiento. En esa región la probabilidad de falla durante el intervalo es mucho más dependiente del tiempo de operación anterior y puede incrementarse rápidamente a medida de que crece el tiempo de funcionamiento previo. La probabilidad de falla a priori está dada por la ecuación 1. Si la función de densidad de falla durante ese periodo es  $f(t)$ , entonces:

$$Q_c(t) = \frac{\int_T^{T+t} f(t) dt}{\int_T^{\infty} f(t) dt}$$

## II.4 TIEMPO MEDIO DE FALLA

Sea  $x$  una variable aleatoria con una función de densidad probabilística  $f(x)$ . El valor esperado  $E(x)$  está dado por:

$$E(x) = \int_0^{\infty} x \cdot f(t) dt$$

No en todos los casos la integral converge, sin embargo para el caso de la función de densidad de falla en su vida útil, se tiene:

$$E(t) = \int_0^{\infty} \lambda t \cdot e^{-\lambda t} dt$$

integrando por partes:

$u = t$   $dv = e^{-\lambda t} dt$  y sabiendo que:  $\int u \cdot dv = uv - \int v du$  se obtiene que:

$$\begin{aligned} E(t) &= \lambda \left[ -\frac{t}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^{\infty} - \lambda \int_0^{\infty} \left( -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right) dt = \\ &= 0 - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

El valor esperado se le denomina "Tiempo Medio de Falla" y en su periodo de vida útil es el recíproco de la tasa de falla.

Otro valor muy usado es el "Tiempo Medio de Entre Fallas" (TMEF) y denota el ciclo de tiempo para sistemas que son reparables. Usualmente el TMEF excede al TMF en un pequeño margen, atribuible al tiempo asociado con la reparación del componente.

Como el periodo de vida útil, las fallas pueden ocurrir aleatoriamente, la tasa de falla es constante y la función de densidad de falla es una distribución exponencial en  $\lambda$ , entonces el TMF puede ser más grande que la vida media de agotamiento.

## II.5 CICLO DE FALLA-REPARACION, DISPONIBILIDAD

Considérese un componente bajo estudio en un periodo de tiempo con  $N$  ciclos de falla (fallas permanentes) que son reparadas. Si  $m_i$  es el tiempo de falla y  $r_i$  es el tiempo de reparación para el  $i$ -ésimo ciclo, entonces los valores esperados de  $m$  y  $r$  pueden estimarse mediante:

$$\bar{m} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i$$

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i$$

Por lo tanto, el ciclo promedio del proceso falla-reparación está dado por la suma de los tiempos promedio de falla y de reparación. La figura II-5 muestra el proceso. Si  $T$  denota el ciclo completo, entonces se tiene:

$$T = \bar{m} + \bar{r}$$

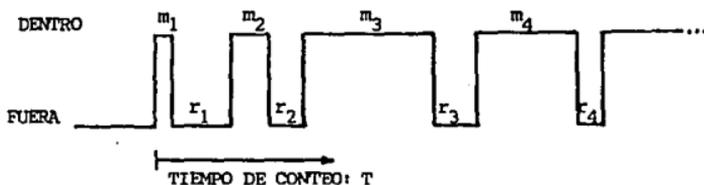


Figura II-5. Comportamiento ficticio de un componente.

La disponibilidad ( $A$ ) se calcula mediante la relación del promedio  $\bar{m}$  entre el ciclo  $T$ . Esto es:

$$A = \frac{\bar{m}}{T} = \frac{\bar{m}}{\bar{m} + \bar{r}}$$

- 4

Su complemento recibe el nombre de indisponibilidad ( $\bar{A}$ ) y está dado por la relación del promedio  $\bar{r}$  entre el ciclo  $T$ :

$$\bar{A} = \frac{\bar{r}}{T} = \frac{\bar{r}}{m + \bar{r}} = 1 - A \quad - 5$$

Otro índice muy importante es la frecuencia de falla ( $\bar{f}$ ) y se define como el recíproco del ciclo promedio de tiempo. Esto es:

$$\bar{f} = \frac{1}{T} = \frac{1}{m + \bar{r}} \quad - 6$$

## II.6 INDICES DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS SERIE

Sean dos componentes con las siguientes características: el primero tiene una confiabilidad  $R_1$ , un promedio de falla  $m_1$ , así como un tiempo de reparación  $r_1$ , y el segundo tiene una confiabilidad  $R_2$ , un promedio de falla  $m_2$  y tiempo de reparación  $r_2$ .

Si los componentes son independientes y están conectados en serie, su confiabilidad y su disponibilidad vienen dadas por:

$$R_s = R_1 \cdot R_2 \quad - 7$$

$$A_s = A_1 \cdot A_2 = \frac{m_1}{m_1 + r_1} \cdot \frac{m_2}{m_2 + r_2} \quad - 8$$

Si es necesario encontrar un equivalente serie que realice la misma función mediante la combinación de  $n$  componentes, se tendría:

$$R_s = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdots R_n = \prod_{i=1}^n R_i \quad - 9$$

$$y \quad A = \frac{m_s}{m_s + r_s} \quad - 10$$

donde  $m_s$  y  $r_s$  son los tiempos respectivos del equivalente serie.

La frecuencia promedio de las fallas es igual a la suma de la frecuencia promedio de las condiciones siguientes: componente 1 fallando mientras el 2 está funcionando, así como la del componente 1 operando mientras el 2 falle:

$$f_s = A_2 \cdot f_1 + A_1 \cdot f_2 = \frac{1}{m_s + r_s} \quad - 11$$

$$= \frac{m_2}{m_2 + r_2} \cdot \frac{1}{m_1 + r_1} + \frac{m_1}{m_1 + r_1} \cdot \frac{1}{m_2 + r_2} \quad - 12$$

Nótese que el sistema fallará si alguno de sus componentes falla.

De la ecuación 10:

$$A_s = \frac{1}{m_s + r_s} \quad m_s = f_s \cdot m_s \quad - 13$$

Por lo tanto, la duración promedio  $\bar{m}$  se despeja de la ecuación anterior:

$$m_s = \frac{A_s}{f_s} = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad - 14$$

o bien

$$\frac{1}{m_s} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} = \text{TMF} \quad - 15$$

El recíproco del TMF se definió como la tasa de falla. Entonces la ecuación 15 puede tornarse en:

$$\lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2 \quad - 16$$

La tasa de falla de un sistema serie es la suma de las tasas de falla de los componentes.

El tiempo de reparación equivalente  $r_s$ , puede encontrarse por medio de:

$$r_s = \frac{\lambda_1 \cdot r_1 + \lambda_2 \cdot r_2 + (\lambda_1 \cdot r_1) (\lambda_2 \cdot r_2)}{\lambda_s} \quad - 17$$

Como el producto  $\lambda \cdot r$  es generalmente menor de 0.1 para el equipo de generación y menor de 0.01 para el equipo de transmisión y distribución,  $r_s$  puede aproximarse así:

$$r_s = \frac{\lambda_1 \cdot r_1 + \lambda_2 \cdot r_2}{\lambda_s} \quad - 18$$

## II.7 INDICES DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS EN PARALELO

En un sistema en paralelo que contiene dos unidades se dice que es redundante y el éxito se logra si por lo menos una unidad está en servicio.

Considérese un sistema redundante con dos unidades. Si los componentes individuales están operando dentro de su periodo de vida útil, su confiabilidad viene dada por:

$$R_p = R_1 + R_2 - R_1 R_2 \quad - 19$$

pero como  $R = 1 - Q$

$$R_p = (1 - Q_1) + (1 - Q_2) - (1 - Q_1)(1 - Q_2) = 2 - Q_1 - Q_2 - 1 + Q_2 + Q_1 - Q_1 Q_2 = 1 - Q_1 Q_2 = 1 - Q_p \quad - 20$$

donde  $Q_1$  y  $Q_2$  son las desconfiabilidades de los componentes 1 y 2 respectivamente. Si están conectados  $n$  componentes en paralelo se tiene:

$$Q_p = \prod_{i=1}^n Q_i \quad - 21$$

y por lo tanto:

$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^n Q_i \quad - 22$$

Ahora, teniendo en cuenta que  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $r_1$  y  $r_2$  son las tasas de falla y tiempos de reparación para los componentes 1 y 2 respectivamente, la indisponibilidad del sistema estará dada por el producto de las indisponibilidades de los componentes:

$$\bar{A}_p = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2$$

Como el comportamiento de este arreglo es esencialmente dual del arreglo serie,  $\bar{A}_p$  se puede expresar como:

$$\bar{A}_p = \frac{r_1}{m_1+r_1} \cdot \frac{r_2}{m_1+r_2} = \frac{r_1}{\frac{1}{\lambda_1} + r_1} \cdot \frac{r_2}{\frac{1}{\lambda_2} + r_2} = \frac{\lambda_1 r_1}{1+\lambda_1 r_1} \cdot \frac{\lambda_2 r_2}{1+\lambda_2 r_2}$$

$$\Rightarrow A_p = 1 - \frac{(\lambda_1 r_1) (\lambda_2 r_2)}{(1 + \lambda_1 r_1) (1 + \lambda_2 r_2)} \quad - 23$$

Por su parte, la frecuencia de falla estará dada por:

$$f_p = f_1 \bar{A}_2 + f_2 \bar{A}_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2)}{(1 + \lambda_1 r_1) (1 + \lambda_2 r_2)} \quad - 24$$

El elemento equivalente tendrá un tiempo dentro promedio  $m_p$  y un tiempo promedio fuera  $r_p$  dados por:

$$r_p = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} \quad - 25$$

$$y \quad m_p = \frac{1 + \lambda_1 r_1 + \lambda_2 r_2}{\lambda_1 \lambda_2 r_2 + \lambda_1 \lambda_2 r_1} \quad - 26$$

Como  $\lambda_p = \frac{1}{m_p}$ , se tiene que:

$$\lambda_p = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2)}{1 + \lambda_1 r_1 + \lambda_2 r_2} \quad - 27$$

La generalización de estos conceptos de interrupciones coincidentes de uno o más componentes se muestra en la tabla II-1.

\* Uno de tres componentes fuera:

$$\bullet \text{ Probabilidad} = \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot A_3$$

$$\bullet \text{ Duración} = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$$

$$\bullet \text{ Frecuencia} = \frac{\text{Probabilidad}}{\text{Duración}}$$

\* Dos de tres componentes fuera:

$$\bullet \text{ Probabilidad} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3$$

$$\bullet \text{ Duración} = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$$

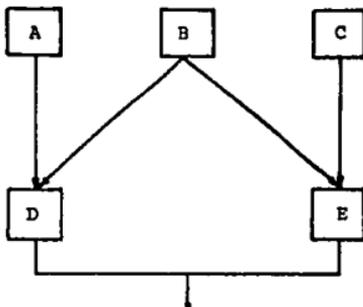
$$\bullet \text{ Frecuencia} = \frac{\text{Probabilidad}}{\text{Duración}}$$

Tabla II-1. Indices de confiabilidad para dos o más componentes.

Con un afán ilustrativo se presentan a continuación tres ejemplos en los que se aplican los indices expuestos para las sistemas serie y paralelo.

Ejemplo II-A

Sea el sistema mostrado en la siguiente figura:



a) Escribir una expresión para calcular su confiabilidad.

b) Si todos los componentes tienen una confiabilidad de 0.9  
¿Cuál será la confiabilidad del sistema?

Solución:

a) Para el éxito del sistema se requiere por lo menos uno de los siguientes caminos: AD, BD, BE o CE, estén bien. Utilizando la cuarta consideración básica sobre probabilidades vista en la sección 1-2 se tiene:

$$R_{sist} = R_{sist} (A \text{ esté bien}) R_A + R_{sist} (A \text{ esté mal}) D_A$$

Tomando el primer término (que A esté bien).

$$R_{sist} = R_{sist} (B \text{ esté bien}) R_B + R_{sist} (B \text{ esté mal}) D_B$$

$$= [1 - (1-R_D)(1-R_E)]R_B + [1 - (1-R_D)(1-R_C R_E)]R_B$$

Tomando el segundo término (que A esté mal)

$$R_{sist} = R_{sist} (B \text{ esté bien}) R_B + R_{sist} (B \text{ esté mal}) D_B$$

$$= [1 - (1-R_D)(1-R_E)]R_B + R_C R_E D_B$$

por lo tanto, la expresión completa de la confiabilidad para el sistema es:

$$R_S = R_A ([1 - (1-R_D)(1-R_E)]R_B + [1 - (1-R_D)(1-R_C R_E)](1-R_B)) +$$

$$+ (1-R_A) ([1 - (1-R_D)(1-R_E)]R_B + [R_C R_E](1-R_B))$$

b) Sustituyendo valores se tiene

$$R_S = 0.9 (0.871 + 0.0781) + 0.1 (0.871 + 0.0081)$$

$$\Rightarrow R_S = 0.89019 + 0.0972 = 0.98739$$

**Ejemplo II-B**

Un alimentador está compuesto de una sección aérea y otra subterránea. Encontrar la tasa de falla y el tiempo de restauración para el alimentador si poseen las siguientes características:

Alimentador aéreo: 0.3 fallas/km-año (2 km)  
 Alimentador subterráneo: 0.2 fallas/km-año (1 km)  
 Terminaciones del cable: 0.004 fallas/año (2)

Solución:  
 Construyendo una tabla se tiene:

Componente	Longitud (km)	$\lambda$ (por año)	r (hrs)	$\lambda r$ (hrs/año)	$\lambda r / (1 + \lambda r)$ (año/año)
Sección aérea	2	0.6	5	3.0	0.0003424
Sección subterránea	1	0.2	24	4.8	0.0005479
2 terminaciones de cable	-	0.008	5	0.04	0.0000045
Contribución al alimentador	-	0.808	-	7.84	0.0008948

1 año = 8760 hrs.

$$\Rightarrow r_s = \frac{7.84 \text{ (hrs/año)}}{0.808 \text{ por año}} = 9.702 \text{ hrs.}$$

$$\lambda_s = 0.808/\text{año}$$

$$\bar{A}_s = \lambda \cdot r \text{ [año/año]} = 0.0008948 = \frac{r}{m+r} = \frac{\lambda r}{1 + \lambda r}$$

$$\therefore A_s = 1 - \bar{A}_s = 0.9991052$$

**Ejemplo II-C**

Dos generadores operando en paralelo tienen idénticas características:  $\lambda = 0.00369/\text{día}$  y  $r = 1.054 \text{ días}$ . i) ¿Cuál es la duración y la frecuencia de ocurrencia de las salidas forzadas coincidentes?

Solución:

$$r_0 = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{1.054 \cdot (1.054)}{1.054 + 1.054} = 0.527 \text{ días}$$

$$m_p = \frac{1 + (0.00369)(1.054) + (0.00369)(1.054)}{(0.00369)(0.00369)(1.054 + 1.054)} = 35,110.88 \text{ días}$$

$$\text{Frecuencia de ocurrencia} = \frac{1}{T} = \frac{1}{35,110.88 + 0.527} = 0.0000284$$

por día =  $2.84 \times 10^{-5}$  por día

ii) ¿Cuál es la duración media y frecuencia para una capacidad de 150 MW (ambas unidades funcionando)?

Solución:

Como ambas unidades deben estar operando, esta equivale a un requerimiento serie:

$$\lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2 = 0.00369 + 0.00369 = 0.00738/\text{día}$$

$$\Rightarrow m_s = \frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{0.00738} = 135.50 \text{ días}$$

$$r_s = \frac{\lambda_1 r_1 + \lambda_2 r_2}{\lambda_s} = \frac{(0.00369)(1.054) + (0.00369)(1.054)}{0.00738} = 1.054 \text{ días}$$

$$f_s = \frac{1}{m_s + r_s} = \frac{1}{135.50 + 1.054} = 0.007323/\text{día}$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{0.007323/\text{día}} = 136.554 \text{ días}$$

## CAPITULO III

### METODOLOGIA PARA EL MANEJO DE LA DISPONIBILIDAD

Una alta disponibilidad en un SEP es el resultado de la combinación de un equipo confiable y de subsistemas correctamente operados por gente especializada. Es posible lograr esta alta disponibilidad a través de procesos de ingeniería que determinen y controlen el nivel requerido de confiabilidad, operabilidad y mantenimiento de cada elemento.

El manejo de la disponibilidad es una actividad ingenieril que utiliza métodos probados y datos probabilísticos para fijar y enfocar un nivel específico de disponibilidad a un mínimo costo.

Este capítulo propone una metodología que expresa todos los aspectos necesarios para lograr un nivel de disponibilidad aceptable, cuantifica su importancia relativa e instituye procedimientos para alcanzarla.

Esta metodología planteada establece metas reales para el mejoramiento de estudios y para controlar actividades importantes en materia de disponibilidad.

La diferencia marcada al inicio del capítulo anterior, hace imprescindible incluir un estudio sobre la disponibilidad.

#### III.1 ENFOQUE GENERAL

El "plan de juego" del manejo de la disponibilidad es simplemente encontrar vías que puedan reducir la frecuencia de las interrupciones y/o la duración de las mismas y sostener un nivel consistente con los mínimos costos de generación y manejo de la carga. Las tablas III-1 y III-2 muestran varias posibilidades.

### Salidas programadas

- 1.- Alargar el periodo entre los servicios requeridos, haciendo reparaciones generales utilizando un mejor equipo.
- 2.- Expandir la capacidad de mantenimiento en-línea.

### Salidas no programadas (forzadas)

- 1.- Utilizar equipo óptimo.
- 2.- Usar la reserva instalada.
- 3.- Emplear redundancia donde sea factible.
- 4.- Rediseñar los sistemas para simplificarlos y eliminar puntos frágiles.
- 5.- Mejorar el mantenimiento preventivo basado en los datos de falla más actuales.
- 6.- Usar diagnósticos actuales para anticipar mantenimientos requeridos.

Tabla III-1. Forma de reducir la frecuencia de interrupciones.

- 1.- Rediseñar para mejorar la accesibilidad.
- 2.- Proporcionar características para incrementar la facilidad en el mantenimiento del equipo.
  - Plataformas de trabajo.
  - Dispositivos de elevación.
  - Grúas.
  - Herramientas apropiadas.
- 3.- Incrementar las provisiones.
- 4.- Crear un ambiente de trabajo más agradable.
  - Iluminación.
  - Temperatura.
  - Control de ruido.
  - Limpieza e higiene.
- 5.- Redefinir tareas para obtener una mayor eficiencia y programación.
- 6.- Incrementar la probabilidad de que las reservas estén disponibles cuando se necesiten.
- 7.- Asegurar procedimientos adecuados de mantenimiento.
- 8.- Procurar que la fuerza de trabajo esté capacitada, motivada y supervisada.
- 9.- Asegurar que todas las herramientas y equipos estén a la mano.
- 10.- Incrementar la durabilidad del equipo usado en revisión, pruebas, mantenimiento y reparación en general.

Tabla III-2. Forma de reducir la duración de las interrupciones.

Determinar que tanta reducción en frecuencia y duración es necesaria y como se acompañan esas reducciones con el menor costo, es parte fundamental del manejo de la disponibilidad. El proceso inicia con una apropiada asignación de metas para cada parte del sistema (generalmente el promedio de interrupciones permisibles dado en hrs/año).

La técnica del manejo de la disponibilidad proporciona un medio para suministrar información en el modelado de todas las relaciones funcionales e interacciones entre elementos de un sistema, asignando valores límites de tasa de interrupciones( $r$ ), o bien, fijando la frecuencia de falla ( $\lambda$ ) y el tiempo de interrupción ( $T$ ) para elementos individuales.

Aunque la disponibilidad, indisponibilidad u objetivos de tasas de salida promedio se pueden asignar a componentes de un sistema, ninguna de esas medidas es útil de manera inmediata porque medidas como el 99.97% de disponibilidad, el 0.03% de indisponibilidad o 2.63% hrs/año de tasa promedio de interrupción no expresan lo suficiente como para entender el significado global de lo que pasa en el sistema. Afortunadamente, esas mediciones de disponibilidad están relacionadas con la frecuencia de falla y la duración de la interrupción, atributos sobre los cuales un ingeniero puede ejercer algún control.

El establecimiento de valores de  $\lambda$  y  $T$  darán un nivel específico de disponibilidad. La figura III-1 es una alternativa conveniente que muestra esta relación. Si se tienen los valores de  $r$  y  $\lambda$  se encontrará fácilmente el tiempo de interrupción ( $T$ ) asociado.

Por ejemplo, iniciando con una meta en la tasa promedio de interrupciones de 10 hrs/año y una frecuencia de falla de 0.5 fallas/año (una falla cada 2 años) se puede conocer mediante la figura III-1 que el tiempo promedio de interrupciones no debe exceder de 20 hrs.

Si lo quisiéramos comprobar, se utiliza la ecuación 4 del capítulo anterior, donde:  $m = \lambda T$  y  $r = 8760$  hrs/año.

$$\text{Disponibilidad} = A = \left[ 1 - \frac{\lambda T}{\lambda T + 8760} \right] 100 = \left[ 1 - \frac{0.5(20)}{0.5(20) + 8760} \right] 100 = 99.88\%$$

$$\Rightarrow \bar{A} = 100 - A = 0.12\%$$

$$\text{Tasa de interrupciones} = 8760 \frac{\lambda T}{\lambda T + 8760}$$

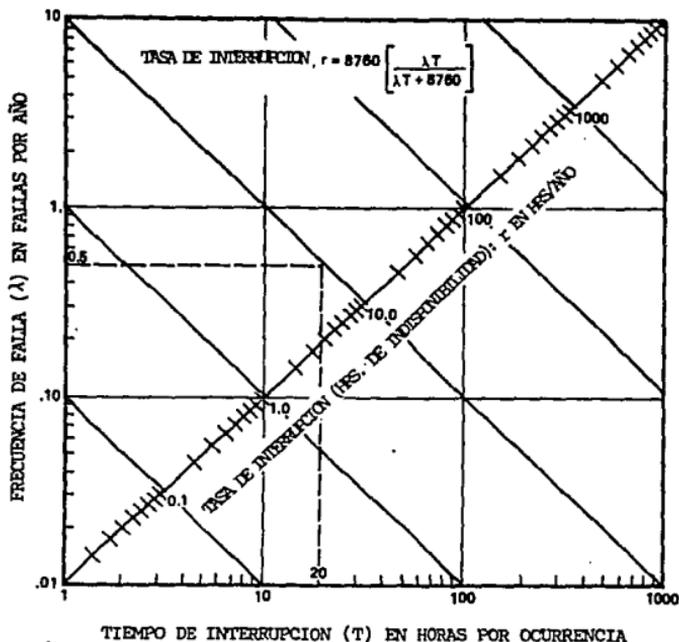


Figura III-1. Conversiones de tasa de interrupción promedio.

$$= 8760 \cdot \frac{(0.5)(20)}{(0.5)(20) + 8760} = 9.98 \approx 10 \text{ hrs/año}$$

que es el valor de donde se partió.

Con el valor límite de 20 hrs. como base, pueden realizarse evaluaciones para verificar que accesibilidad en los procedimientos de mantenimiento, herramientas y técnicas son adecuadas para mantenerse dentro de ese límite.

El procedimiento descrito puede indicar que tanta mejoría es necesaria y donde puede hacerse con un costo eficiente. Como se notó previamente, la frecuencia de fallas es algo que puede

reducirse a través de la mejora en el diseño y mediante el mantenimiento preventivo. El tiempo de mantenimiento puede reducirse con la mejora en la accesibilidad, reservas listas, mejores procedimientos de operación, personal mejor entrenado, programación de rutas críticas, etc.

### III.2 METODOLOGIA FORMAL.

La metodología descrita en esta sección es el enfoque básico del manejo de la disponibilidad. El proceso consta de cuatro etapas esenciales y que se muestran en la figura III-2.

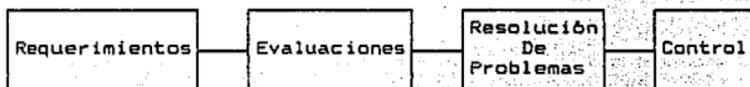


Figura III-2. Proceso del manejo de disponibilidad.

Cada una de las 4 fases del proceso consta de muchas actividades. Esas actividades, mostradas en la figura III-3, pueden aplicarse a diversos diseños de sistemas para lograr un predeterminado nivel de disponibilidad. El sistema puede ser una planta generadora completa, la transmisión, la distribución, o bien, partes específicas tales como la turbina-generador, los aisladores, interruptores, etc. Las actividades pueden aplicarse durante el diseño conceptual, la construcción o inicio de operación.

En cada caso, la metodología busca determinar las áreas con mejor costo efectivo mediante la mejora de la confiabilidad o el mantenimiento necesario para lograr la meta de disponibilidad deseada.

Las actividades del manejo de la disponibilidad ilustradas en las figuras III-2 y III-3 son básicamente secuenciales, pero las interacciones son necesarias para definir cambios en el diseño y así mejorar la disponibilidad en áreas específicas.

#### ETAPA 1: REQUERIMIENTOS.

Para sistemas nuevos o ya existentes, los siguientes requisitos deben definirse por la compañía de suministro eléctrico. Los números de los índices corresponden a los bloques de la figura III-3.

1) Definir políticas y límites. - Antes de fijar objetivos o realizar alguna evaluación, deben definirse las políticas

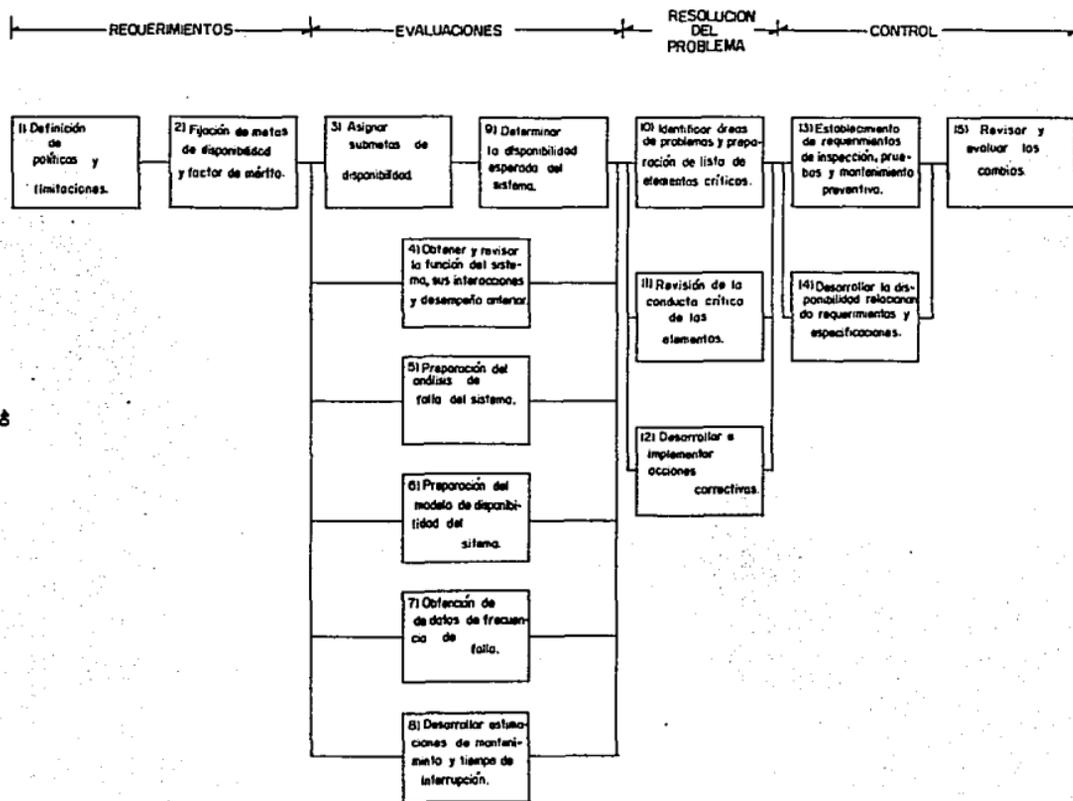


Figura III-3. Red de Actividades de manejo de la disponibilidad.

relativas a la operación, mantenimiento y pruebas que proporcionen una dirección durante el proceso de evaluación. También deben fijarse las restricciones externas bajo las cuales el sistema tendrá que operar, por ejemplo: calidad del combustible (en su caso) y condiciones ambientales (nieve, hielo, calidad del aire, etc.). Como todas tienen efecto en la disponibilidad del sistema, deben definirse claramente. También debe establecerse el tiempo empleado por cada uno de los elementos que serán reemplazados para obtener mayor eficiencia.

2) Fijar metas de disponibilidad y factor de mérito.- Debe fijarse una meta de disponibilidad para que el sistema pueda ser evaluado. Esta meta debe basarse en una comparación de la disponibilidad lograda en la actividad bajo condiciones semejantes. Los efectos de las restricciones externas que pueden provocar una disminución en la disponibilidad inherente deben deducirse de la meta, o ponerse como una restricción adicional.

Cualquier meta debe fijarse de entrada y después se debe depurar hasta llegar a una óptima agotando todos los recursos razonablemente posibles.

Algunos incrementos en la disponibilidad son dignos de invertir capital. La razón de dinero con respecto a la cantidad de disponibilidad incrementada es una medición de eficiencia o factor de mérito. Este factor debe establecerlo la compañía eléctrica de acuerdo con la meta de disponibilidad, tal que el costo de mejoras propuesta pueda compararse con el valor del incremento en disponibilidad que pueda resultar del cambio.

## ETAPA 2: EVALUACIONES.

La parte dominante del método del manejo de la disponibilidad es la evaluación de sistemas para determinar la disponibilidad actual o esperada; éste, como muchos parámetros de ingeniería sólo pueden determinarse a través de largos periodos de uso. Mediciones a corto plazo de la disponibilidad pueden ser notablemente diferentes al valor real. Consecuentemente, no se puede medirla de manera global en un sistema, como lo es el flujo, presión o voltaje. Por esta razón, la disponibilidad futura de una parte del sistema debe inferirse de operaciones previas en unidades semejantes y compararse con la meta u objetivo determinado.

Debido a la complejidad de los SEP, se deben dividir en áreas de estudio para ver el efecto que tiene cada uno a nivel global, así como en su disponibilidad. Por lo tanto cada jefe de área debe de conocer la función específica que se realiza en su área y debe proporcionar la relación de los requerimientos, para que el diseñador u operador pueda tomar en cuenta cada una de las necesidades del sistema.

Los elementos que están operando y los que se pondrán en servicio deben ser evaluados minuciosamente. Los componentes que están en operación y necesitan de mejoras tienen la ventaja de un desarrollo histórico, el cual puede ser revisado y clasificado con un potencial de costo/beneficio para guiar a evaluaciones detalladas. Las unidades nuevas deben evaluarse a partir de las historias de sus componentes individuales. Las características de cada elemento deben determinarse y combinarse para llegar a una estimación de disponibilidad del sistema en su totalidad. Si son necesarias deben hacerse modificaciones para conducir a la disponibilidad al objetivo trazado.

3) Asignar submetas de disponibilidad. - Un diseño adecuado primeramente asigna metas intermedias de acuerdo con la complejidad basada en la historia previa y experiencia. El propósito principal de la asignación, es transferir requerimientos de disponibilidad a los objetivos del diseño y se usan también para la adecuación de objetivos en su área de trabajo. La disponibilidad puede dividirse en conjuntos de frecuencias de falla y tiempos de interrupción (o de reparación), parámetros en que se pueden tener control. En suma, el proceso de asignación cuantifica los límites aceptables de frecuencia de falla en relación con el tiempo de interrupción de cada elemento del sistema.

4) Obtener y revisar la función del sistema, sus interacciones y el desempeño anterior. - Ninguna otra actividad es más importante como la revisión del diseño inicial. Todos los documentos, dibujos, esquemas, instalaciones, modelos a escala, etc. que definen al sistema físico y funcional deben revisarse. En esta etapa se obtiene información del desempeño de sistemas similares, se hacen comparaciones para identificar similitudes y diferencias en las áreas para detallar investigaciones. El resultado de esa actividad es entender como el sistema está estructurado en su instalación y operación, interfaces claves y áreas de posibles problemas basado en sistemas semejantes. Un proceso evaluatorio de modo de decisión lógico de fallas se muestra en la figura III-4. Un diseño satisfactorio es aquel en que todas las preguntas se contestan con "sí". Este enfoque permite una proyección de diseños para encontrar deficiencias anteriores obvias para evaluar de forma más precisa en lo subsiguiente.

5) Preparación del análisis de falla del sistema: El propósito de esta actividad es identificar los efectos de posibles fallas o errores. Varios métodos analíticos son factibles, tales como: análisis de modo de falla, análisis de árbol de fallas y el análisis de causa común de falla.

Aunque generalmente se refieren a técnicas cualitativas, los resultados finales de este análisis debe siempre incluir

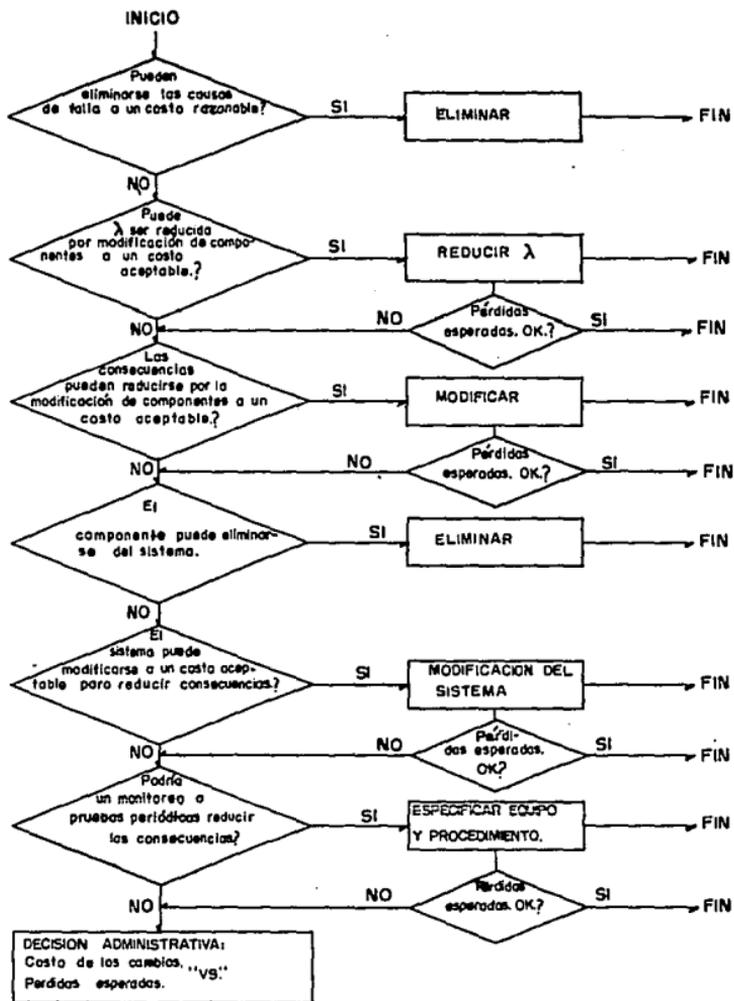


Figura III-4. Modo de decisión lógica para evitar fallas.

una evaluación cuantitativa en la cual se tome en cuenta las frecuencias de fallas.

6) Preparación del modelo de disponibilidad del sistema.- Si es factible construir y probar varios modelos del sistema para determinar su confiabilidad, esta actividad y las tres siguientes pueden prescindirse.

Desafortunadamente, con excepción de sistemas pequeños, simples y no expandibles, es muy raro tener un costo efectivo en construcción y en pruebas.

La única alternativa para determinar la disponibilidad futura probable en el sistema, es preparar una estimación; ésta debe usar la mejor información operativa posible de los componentes y tomar en cuenta la forma en que deben funcionar en el sistema. El modelo de disponibilidad es el camino que muestra todas las relaciones funcionales.

Dos tipos de modelos son usados generalmente: diagramas de bloques y árbol de fallas. Aunque gráficamente son diferentes, son idénticos en lógica. Sin embargo son usados para propósitos un poco diferentes. El modelo en diagrama de bloques es fácilmente construido y por tanto usado como primera herramienta de análisis para representar un sistema. Cada bloque debe contener las tasas de falla de cada componente. Dos componentes idénticos que operen en serie deben considerarse en su conjunto con una tasa de falla del doble.

El modelo de árbol de fallas requiere un mayor trato para constituirlo, pero quizá es más comprensivo en la identificación de problemas. Debe usarse sólo donde la ocurrencia de las fallas necesite investigarse con detalle.

Frecuentemente las áreas con problemas potenciales son apreciables por una investigación visual de la estructura del modelo sin necesidad de un análisis numérico muy exhaustivo. Las figuras III-4 y III-5 ejemplifican un diagrama de bloques y un árbol de fallas respectivamente.

7) Obtención de datos de frecuencia de falla.- Deben obtenerse algunas estimaciones de la frecuencia de las fallas de cada elemento del sistema. Las mayores estimaciones se obtienen de la operación actual de elementos en operaciones similares. Si tales datos no se obtienen no se deben abandonar evaluaciones futuras debido a la carencia de datos estadísticos significativos. Las mejores estimaciones de frecuencias de falla normalmente se obtienen de la experiencia, y pueden verificarse mediante la indicación de los resultados que denotan el valor o valores críticos al sistema.

8) Desarrollar estimaciones de mantenimiento y tiempo de interrupción.- El segundo valor numérico que debe obtenerse

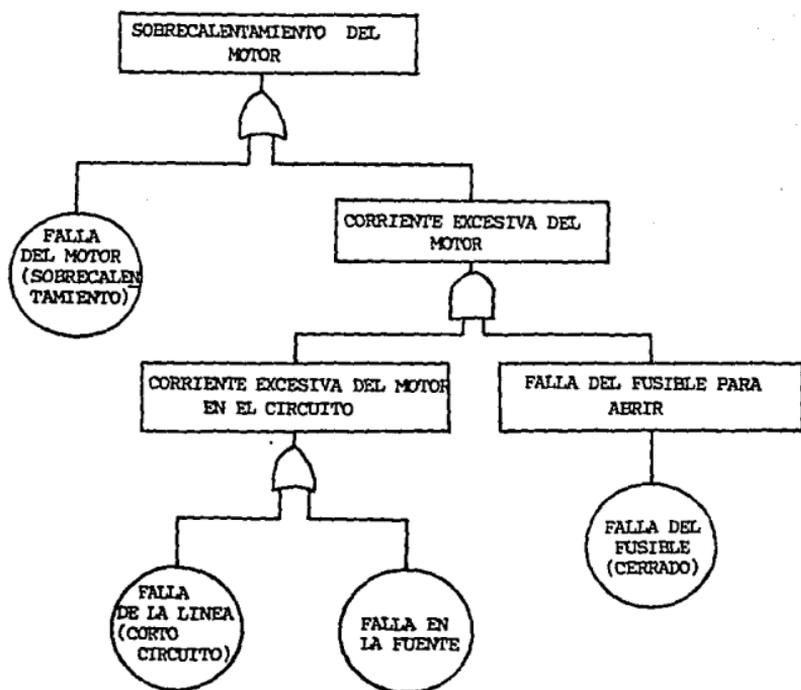
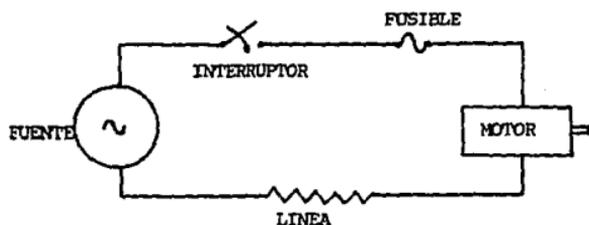


Figura III-5. Ejemplo de un árbol de fallas para el circuito simple mostrado arriba.

para calcular la disponibilidad es el tiempo promedio que cada parte del sistema estará fuera de servicio si llega a fallar. Para aquellos componentes que pueden repararse en-línea, sólo se requiere del tiempo entre falla y la restauración (función de pérdida). En aquellos elementos que requieran estar fuera de servicio, el periodo de tiempo debe también incluir el tiempo de cierre y de arranque. Cuando existe un historial aplicable con datos de interrupciones, los datos pueden usarse para estimaciones iniciales; sin embargo, cada elemento debe evaluarse minuciosamente basado en su uso actual, instalación, accesibilidad, estado de las reservas, eficiencia, etc. Estas evaluaciones proporcionan límites de tiempo de interrupción para usarse posteriormente en una planeación detallada de mantenimiento.

9) Determinar la disponibilidad esperada del sistema.- La combinación del modelo de disponibilidad, datos de frecuencia de falla y las estimaciones del tiempo de mantenimiento proporcionan las bases para determinar la disponibilidad total del sistema. El enfoque consiste en desarrollar ecuaciones que representen las combinaciones serie-paralelo de los componentes del sistema. Esta actividad usualmente requiere de muchas iteraciones debido a las modificaciones de la frecuencia y estimaciones del tiempo con que se prueba.

### ETAPA 3: RESOLUCION DEL PROBLEMA.

A pesar de ser una etapa diferente, las actividades anotadas aquí son controladas por iteraciones analíticas sucesivas realizadas en la fase anterior. Los problemas manifestados tales como la incapacidad de alcanzar el objetivo, datos con precisión insuficiente, pobre mantenimiento debido a la inaccesibilidad, etc., aquí se identifican y resuelven.

10) Identificar áreas de problemas y preparación de lista para elementos críticos (LEC).- Elementos críticos son aquellos con una estimación de disponibilidad que es inferior al nivel deseado o aquellos que tienen un alto grado de incertidumbre asociado con la tasa de falla a valores de tiempo de reparación. Una lista de elementos críticos identifica y clasifica aquellos componentes más críticos para alcanzar la meta deseada. Las entradas a la LEC se basan en análisis de falla y predicciones numéricas.

Este paso, en resumen, registra aquel equipo que puede causar una situación insegura y que provoque mayores pérdidas de disponibilidad.

11) Revisión de la conducta crítica de los elementos.- Los elementos críticos deben revisarse periódicamente. Esta revisión debe basarse en estudios de confiabilidad y

mantenimiento que identifique áreas problemáticas, las cuales deben resolverse o controlarse.

12) Desarrollar e implementar acciones correctivas.- Basado en información derivada durante la revisión de elementos críticos, un plan de acción correctivo debe desarrollarse. Se identifican soluciones y se recomiendan los nombres de aquellos responsables de conducir la acción. Incrementar la disponibilidad resultará de cambiar uno o más de los siguientes aspectos:

- Hardware
  - Datos de fallo de los componentes.
  - Confiabilidad del sistema.
  - Mantenimiento.
  - Accesibilidad.
  - Reservas.
  - Redundancia.
  - Equipo de servicio confiable.
- Software
  - Control de procedimientos de instalación.
  - Programación de mantenimiento.
  - Procedimientos de reparación general.
  - Intervalos de inspección e instrucciones.
- Personal
  - Técnicas utilizadas de entrenamiento.
  - Motivación.

Las opciones por considerar en acciones correctivas incluyen lo siguiente:

- Examinar datos para validar la precisión idónea.
- Pruebas para verificar o refutar estimaciones de confiabilidad o mantenimiento.
- Seleccionar el equipo más confiable o técnicas más rigurosas de vigilancia al sistema.
- Evaluar el posible uso de redundancias o reserva instalada (examinar las causas más comunes de falla).
- Tener intervalos cortos de mantenimiento preventivo (para mejorar la confiabilidad).
- Rediseñar la disposición del equipo de servicio para tiempos cortos de reparación.
- Eliminar técnicas humanas de operación y mantenimiento y reemplazarlas por técnicas de ingeniería.
- Adicionar sistemas de diagnósticos y controles.
- Incrementar protección física y de procedimiento.
- Ajustar objetivos de disponibilidad.

La solución elegida usualmente resulta en un cambio en el diseño al sistema, el cual necesita una predicción revisada de la disponibilidad. Este ciclo del problema identificación-resolución es típico de todos los procesos de diseño en ingeniería. Lo que difiere aquí, en la confiabilidad esperada, es el control de parámetros.

#### ETAPA 4: CONTROL.

Como indican las evaluaciones, las soluciones al diseño pueden alcanzar las metas de disponibilidad. Deben tomarse algunos pasos para asegurar que las actividades de postdiseño sean consistentes con las suposiciones y reglas usadas en la evaluación de los objetivos planteados. El equipo debe ser confiable y mantenido. El proceso de instalación de equipo debe controlarse para impedir errores de puesta en marcha o fallas frecuentes. Las pruebas deben ser adecuadas, deben prepararse planes y procedimientos de operación, así como de mantenimiento. Las desviaciones de las bases del diseño deben evaluarse para su efecto sobre la indisponibilidad.

13) Establecimiento de requerimientos de inspección, pruebas y mantenimiento preventivo.- Basado en el análisis anterior y las recomendaciones de los fabricantes, se establecen requisitos de prueba e intervalos de inspección para tomar acciones de mantenimiento preventivo. Esos requerimientos son reflejados en el diseño y en las especificaciones para dotar al sistema de operabilidad y confiabilidad. También deben usarse para examinar procedimientos, frecuencias, rendimiento de espacio y recursos del personal. Los requerimientos de inspección y prueba deberán definirse para niveles aceptables de alcance, duración y frecuencia.

14) Desarrollar la disponibilidad relacionando requerimientos y especificaciones.- Las especificaciones de equipo están entre las herramientas más importantes para controlar la confiabilidad. Estas deben estar escritas para asegurar que el equipo proporcionará la meta de disponibilidad en términos de las características de confiabilidad y mantenimiento. Donde sea posible, los requerimientos cuantitativos deben especificarse. Tales requerimientos incluyen limitantes de tasas de falla máximas, así como tiempos de reparación. También incluyen la determinación de intervalos de inspección, métodos de mantenimiento preventivo y límites de condiciones ambientales. En algunos casos, puede requerirse de una demostración o calificación de la prueba.

15) Revisar y evaluar los cambios.- Los cambios y modificaciones de las configuraciones previamente deben evaluarse en el proceso del manejo de la disponibilidad. El modelo anterior y la estimación de la disponibilidad final, proporciona la base con la cual compara cambios en el diseño v

ajustes. Aceptar o rechazar los cambios propuestos deben incluir evaluaciones cuantitativas sobre los efectos en la disponibilidad. Adicionalmente, deben usarse datos nuevos o información que esté disponible para actualizar análisis previos y así verificar que las conclusiones previas sigan siendo válidas.

## **CAPITULO IV**

### **CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE DISTRIBUCION**

Al conjunto de elementos que proporcionan energía desde una subestación de potencia hasta los usuarios, se le denomina sistema de distribución. Su función es tomar en bloque la energía y distribuirla a los usuarios bajo las normas de calidad y seguridad estipuladas en los reglamentos.

La calidad del servicio eléctrico es la capacidad de un sistema para dotar un suministro aceptable dentro de rangos preestablecidos. Para calificar a la calidad, se deben tomar en cuenta las siguientes características: 1) Regulación de voltaje, 2) Frecuencia, 3) Continuidad, 4) Relación entre fases, y 5) Forma de onda.

Dentro de todo el sistema eléctrico, en los sistemas de distribución se presentan las perturbaciones que más afectan a los usuarios (en algunas cargas sensitivas utilizadas muy comunmente hoy en día tales como computadoras, relojes digitales, videocaseteras, etc., su funcionamiento se altera con una interrupción por corta que sea). Por ello es necesario hacer una revisión cuantitativa de las estructuras de alimentación en distribución más comunes para analizar sus características.

#### **IV.1 ESTRUCTURAS NORMALIZADAS EN SISTEMAS DE DISTRIBUCION**

La elección de la configuración de alimentación óptima es fundamental para la planeación y desarrollo de un sistema de distribución, debido a su influencia en operación, costo y confiabilidad mientras se encuentre en su vida útil.

Para simplificar la decisión sobre la estructura idónea, se debe tener una información completa de las variables que intervienen en la planeación. Dichas variables pueden ser: densidad y tipo de carga, localización y forma geométrica de la carga, costo, continuidad deseada, operación, tasa de crecimiento, etc.

##### **IV.1.1 ESTRUCTURAS DE MEDIANA TENSION**

Las estructuras de mediana tensión más usadas en sistemas de distribución hoy en día pueden clasificarse en:

- a) Radial: Aérea, subterránea y mixta.
- b) Anillo: Abierto y cerrado.
- c) Doble alimentación o primario selectivo.
- d) Alimentadores selectivos.

#### a) ESTRUCTURA RADIAL

Es el tipo de alimentación más simple y comunmente usado. Está provisto de un solo camino de la fuente al área de carga. El alimentador radial es generalmente el más económico, pero el menos confiable de todas las estructuras, ya que el suministro a una o más cargas puede interrumpirse por una falla de alguna sección.

Una red radial aérea se utiliza para alimentar zonas residenciales, comerciales, de carga industrial baja y rurales. Los elementos principales que integran su red, se instalan en postes. Su configuración más sencilla es de tipo arbolar, el cual consta de un calibre grueso en la troncal y en sus ramales poseen una menor.

La radial subterránea consiste en cables troncales que vienen de la subestación y de cables de enlace a las troncales. Su aplicación es en aquellas zonas con densidades de carga elevadas y con una tendencia marcada al crecimiento.

La radial mixta es una combinación de las dos anteriores. Es muy semejante a la aérea sólo que sus alimentadores secundarios van directamente enterrados en lugar de ir en postes. Su cualidad básica es su discreción.

La figura IV-1 muestra un ejemplo de la estructura radial.

#### b) ANILLO

De esta estructura, existen dos modalidades: anillo abierto y anillo cerrado.

Un anillo abierto se forma por varias secciones idénticas derivadas generalmente de dos buses diferentes, tal y como se aprecia en la figura IV-2.

El anillo tiene en su mitad un punto normalmente abierto. Su virtud radica en que si una falla se presenta, haciendo las maniobras correspondientes, se puede aislar ese tramo y reestablecer el servicio a los demás usuarios.

Su aplicación es en aquellas zonas cuyo incremento de carga es muy pequeño.

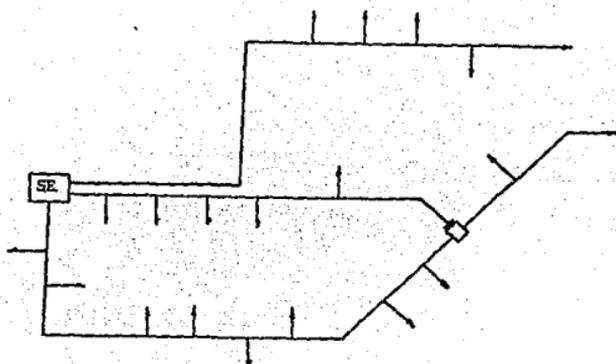


Figura IV-1. Estructura radial.

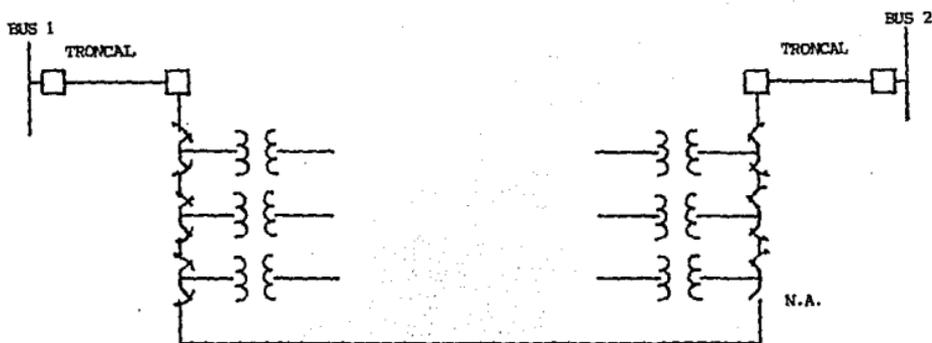


Figura IV-2. Estructura en anillo abierto con dos fuentes de alimentación.

Debe notarse que cada uno de los alimentadores debe tener la capacidad de soportar toda la carga contemplada por la estructura.

Por otra parte, el anillo cerrado es idéntico al anterior, sólo que varía en que el punto normalmente abierto es ahora cerrado (ver figura IV-3).

Su principal virtud es la facilidad de expansión de capacidad instalada sin alterar significativamente la estructura.

Cabe señalar que no necesariamente deben tenerse dos fuentes de alimentación para estos dos casos. En algunas ocasiones se utiliza un sólo alimentador troncal.

#### c) DOBLE ALIMENTACION O PRIMARIO SELECTIVO

La disposición de los cables troncales se hace en grupos de dos y del mismo calibre. Aquí no existen enlaces ni subtroncales, sólo derivaciones a los usuarios.

Su funcionamiento se realiza con dos alimentadores: uno preferente y otro emergente.

Mediante el principio de cambio de alimentación se fundamenta esta estructura. Esto es, cuando el alimentador preferente sale, la energía fluirá por el emergente al transferirse manual o automáticamente.

La virtud de esta estructura radica en una alta continuidad en el servicio. Su utilidad es en aquellas zonas que tienen carga concentrada.

Existe una variación de esta estructura que se conoce como "derivación múltiple", y es básicamente la misma idea, sólo que suministra una área más grande debido al mayor número de alimentadores. Si se presenta la falla de uno de ellos, la carga la absorben los restantes mediante transferencia automática.

La estructura en doble alimentación es la que se ha utilizado para suministrar energía al Sistema de Transporte Colectivo Metro en los últimos 15 años.

Las figuras IV-4 y IV-5 muestran la estructura de doble alimentación y derivación múltiple respectivamente.

#### d) ALIMENTADORES SELECTIVOS

Esta estructura está formada por cables troncales que

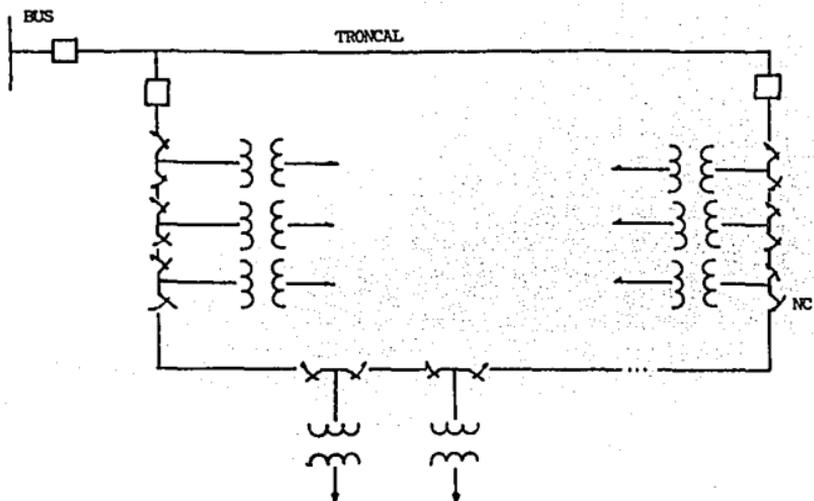


Figura IV-3. Estructura en anillo cerrado con una fuente de alimentación.

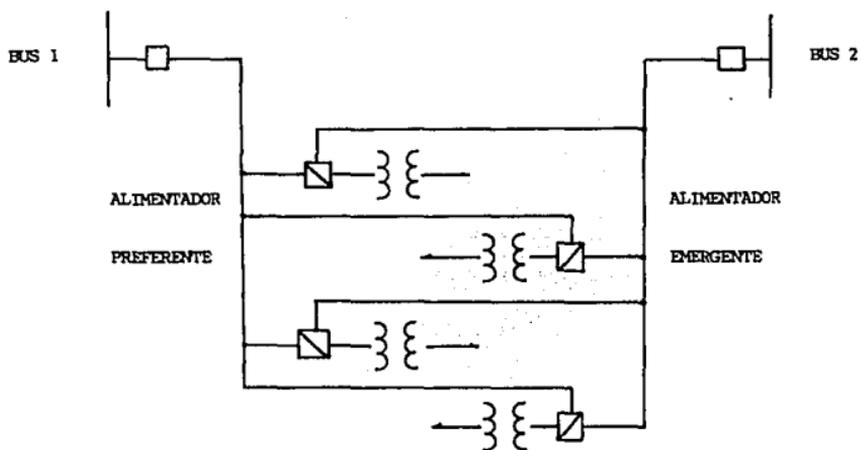


Figura IV-4. Estructura en doble alimentación o primario selectivo.

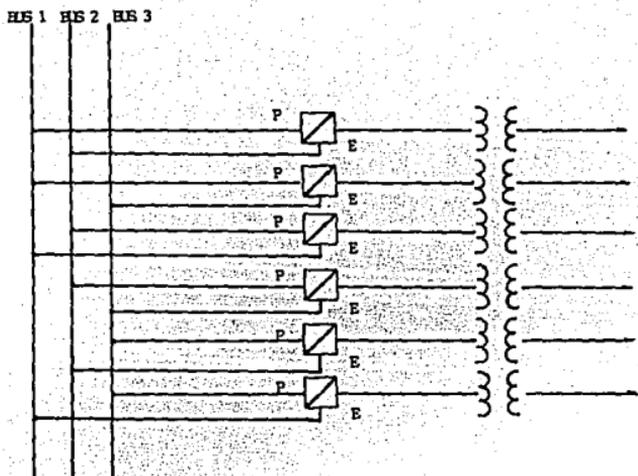


Figura IV-5. Estructura en derivación múltiple.

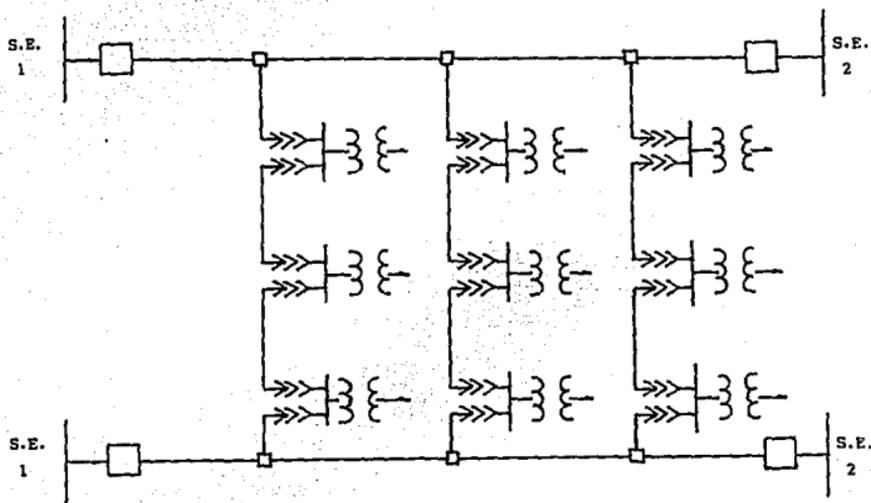


Figura IV-6. Estructura en alimentadores selectivos.

proviene de subestaciones diferentes, y de los cuales se derivan ramales que se enlazan utilizando el concepto de doble alimentación energizando en su recorrido transformadores que están instalados en los puntos de carga.

En su operación, los transformadores se alimentan de los ramales mediante un punto normalmente abierto que balancea la carga y la red se opera de forma radial. Cuando se presenta un disturbio en la troncal o en las ramales, se realizan las maniobras de seccionamiento necesarias, para que el otro troncal tome la carga interrumpida.

La aplicación de esta estructura es para zonas de crecimiento rápido cuya expansión es vertical. Su calidad primordial es la flexibilidad en su operación tal y como se aprecia en la figura IV-6, así como su costo.

#### IV.1.2 ESTRUCTURAS DE BAJA TENSION

Las estructuras de baja tensión se clasifican en:

- a) Radial simple: Aérea y subterránea.
- b) Radial interconectada.
- c) Red automática o mallada.

##### a) ESTRUCTURA RADIAL SIMPLE

Opera bajo el mismo principio del radial para mediana tensión, esto es, si un transformador o cable fallan, el servicio a los usuarios se interrumpirá. Si se tiene seccionadores pueden hacerse reparaciones al elemento dañado y alimentar al resto de los usuarios. En la figura IV-7 se muestra esta forma de alimentación.

Esta estructura es aplicable en zonas habitacionales (sobre todo la subterránea) y zonas comerciales sin mucha importancia.

##### b) ESTRUCTURA RADIAL INTERCONECTADA

Este esquema es semejante al anterior, sólo que aquí mediante el uso de equipo de seccionamiento es posible transferir carga de una subestación. La figura IV-8 presenta un diagrama de esta estructura.

Su operación se basa en la intercalación de cajas de seccionamiento en los cables que van de un transformador a otro. Esto evita la interrupción del servicio mientras el elemento fallado se restaura.

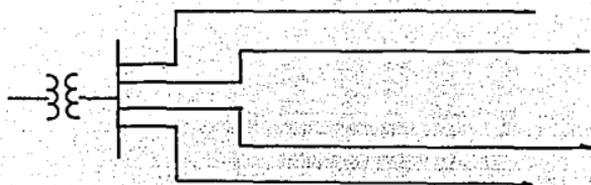


Figura IV-7. Red radial simple.

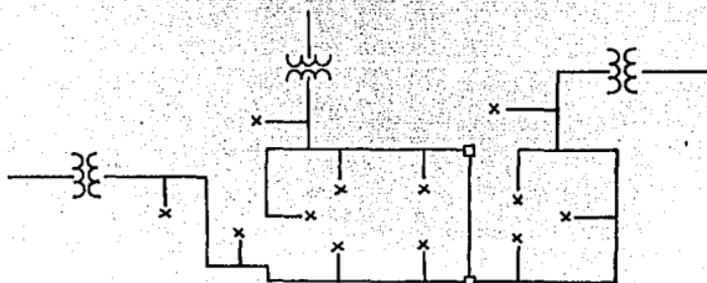


Figura IV-8. Red radial interconectada.

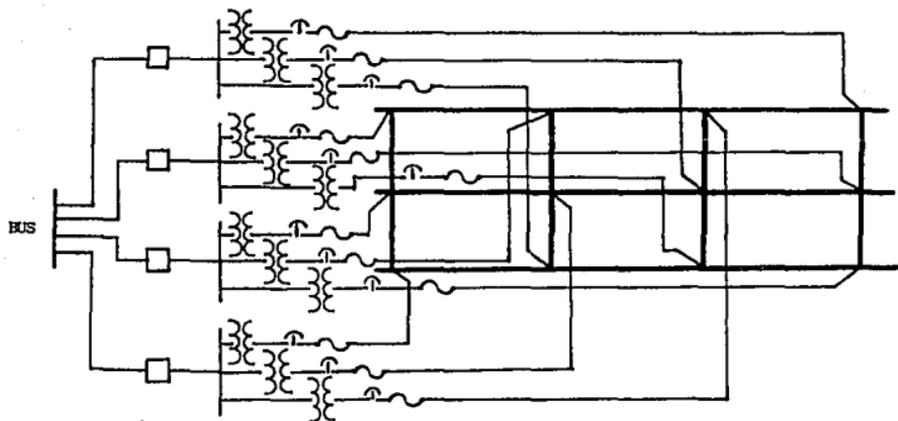


Figura IV-9. Red automática o mallada

### c) RED AUTOMATICA O MALLADA

Dos alimentadores radiales no enlazados provenientes de una sola fuente de potencia llegan a la zona por suministrar. Estos se abren en forma de anillos seccionados a través de interruptores y seccionadores conectando a los ramales que alimentan a los transformadores; estos se enlazan en mediana tensión y quedan alimentados por ramales diferentes. Esto se hace con el objeto de que si existe una falla en un ramal, se absorba la carga por los transformadores conectados a los ramales que restan y que no disminuya la regulación. El diseño de los alimentadores contempla el incremento carga, en caso de que alguno falle.

La protección de esta estructura se realiza por medio de protectores de red, los cuales evitan que la energía pase del lado de bajo voltaje al lado de mediana tensión en falla. Su esquema está representado en la figura IV-9.

Por otra parte, particularizando en los sistemas de distribución subterráneos, encontramos que sus estructuras más usadas en la actualidad son:

- 1) Radial
- 2) Anillo
- 3) Primario selectivo
- 4) Secundario selectivo
- 5) Red spot.

Estas redes pueden apreciarse de manera unifilar en la figura IV-10.

La forma de alimentación subterránea está directamente relacionada con la confiabilidad. Existe un método que analiza la confiabilidad en función del número promedio de interrupciones, la duración promedio total y el costo de la estructura. Este método se describe a continuación.

### IV.2 ANALISIS DEL INDICE COSTO-CONFIABILIDAD

En esta sección se presenta un procedimiento para determinar la evaluación de la confiabilidad en terminos del costo de las diversas estructuras de alimentación y de la duración del promedio total de interrupciones. Todo es con el propósito de tener un patrón de comparación entre las diversas estructuras, y seleccionar un diseño preferente bajo un propósito determinado.

Los sistemas de distribución habian tenido una evolución histórica usando parámetros de diseño relativamente estables. Sin embargo en las últimas 2 décadas han sido testigos de

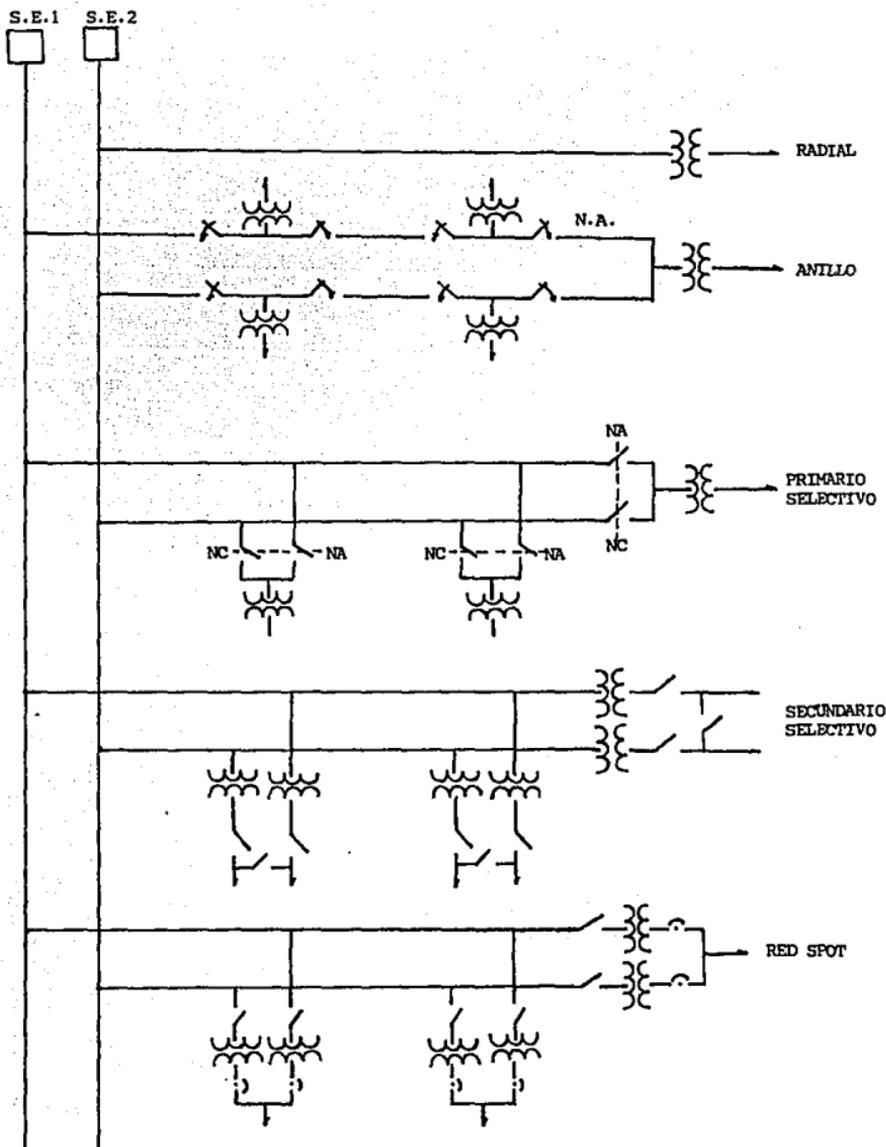


Figura IV-10. Diagramas unifilares de las estructuras de alimentación subterráneas más usuales.

acelerados cambios en sus diseños. Las presiones económicas, de seguridad, confiabilidad, estética y el aumento de carga, han causado un incremento en la tasa de crecimiento de los sistemas de distribución subterráneos.

Los cambios en las características de la carga, la alta inversión en los sistemas y el incremento en el costo de la energía, hace indispensable un análisis en las alternativas de alimentación.

En la confiabilidad del sistema de distribución eléctrica radica la continuidad de los procesos de producción de muchas empresas, así como la seguridad y comodidad de muchísimos consumidores. El impacto económico a nivel nacional que tendría una paralización en el suministro eléctrico tomaría proporciones considerables y obviamente indeseables.

Es por esta razón, por lo que se debe emplear un método adecuado que analice desde un punto de vista que sea objetivo y general. En el pasado, se han realizado estudios con criterios de confiabilidad basados en experiencias previas para analizar futuros diseños. Esto no es apropiado, porque las condiciones bajo las cuales esos criterios fueron desarrollados tienen cambios.

Un estudio más reciente ha buscado vencer esta deficiencia, calculando la frecuencia y duración de las interrupciones, así como el costo de la estructura para poder seleccionar la alternativa óptima. Este estudio se presenta a continuación.

#### IV.2.1 METODOLOGIA EN EL ESTUDIO DE COSTO-CONFIABILIDAD

1) El punto de partida es el establecimiento de las tasas de falla de los componentes del sistema en cuestión. Esas tasas son obtenidas por medio de estimaciones estadísticas sobre datos de falla.

2) Se recopilan una lista de procedimientos de operación de emergencia o funciones de trabajo, es decir, las actividades que se deben realizar para restablecer el servicio.

3) Se obtienen los costos de los componentes del sistema basados en los precios de compra.

4) Se combinan los resultados del primero y segundo paso para obtener la frecuencia y duración promedio de cada alternativa.

5) Finalmente, se combinan los resultados del cuarto paso con los coeficientes de costos recolectados en el tercero, para calcular los resultados finales y así decidir la mejor alternativa.

## IV.2.2 INDICES DE CONFIABILIDAD

La confiabilidad en el servicio está relacionada con la cantidad del servicio en términos de presencia o ausencia de voltaje en el servicio al usuario. La confiabilidad puede expresarse de varias formas. Desde el punto de vista del usuario, el número y la duración de las interrupciones en el servicio son de mucho interés. Los índices de confiabilidad usados en el análisis son:

$\bar{f}$  = Índice de duración promedio por interrupción al sistema

$$= \frac{\text{Suma de todas las interrupciones al usuario en un año}}{\text{Número de usuarios atendidos}}$$

= Interrupciones por usuario por año.

$\bar{d}$  = Índice de duración promedio por interrupción del sistema

$$= \frac{\text{Suma de todas las duraciones de las interrupciones por año}}{\text{Número de usuarios atendidos}}$$

= Minutos de salida por usuario por año.

$t_{\max}$  = Tiempo máximo de interrupción.

El promedio de duración de interrupciones y los costos de la estructura, se calculan para varios diseños de sistemas. Estos cálculos son expresados en valores por unidad con respecto a un sistema base para fácil comparación. El recíproco del producto de la duración promedio por unidad y el costo por unidad es definido como "índice de costo confiabilidad" o como "factor de conveniencia", el cual puede ser usado como guía en los diseños.

El mejor diseño es aquel con el mayor factor de conveniencia o número "FC".

Sea:

$\lambda_i$  = Tasa de falla del componente.

- $n_i$  = Número de componentes iguales.
- $c_i$  = Factor de peso o número de usuarios afectados por componente fallado.
- $t_{ij}$  = Tiempo asociado de operación de funciones de trabajo paso por paso en componentes fallados aislados.
- $c_{ij}$  = Número de usuarios por unidad afectados durante la operación paso por paso de las funciones de trabajo por unidad.
- $x$  = Longitud del circuito.
- $c$  = Costo del sistema en pesos por usuario atendido o en por unidad de la base del sistema.

donde:

- $i$  = Índice por componente, y
- $j$  = Índice por funciones de trabajo.

La frecuencia promedio de interrupción para un diseño dado es obtenida por:

$$\bar{f} = n_1 c_1 \lambda_1 + n_2 c_2 \lambda_2 + n_3 c_3 \lambda_3 + \dots + n_n c_n \lambda_n = \sum_{i=1}^n n_i c_i \lambda_i$$

El promedio de duración de interrupciones resultante de todas las posibles localizaciones de falla del sistema será calculado apropiadamente si se combinan varias funciones de trabajo relevantes y el número de usuarios afectados por la interrupción:

$$\bar{d} = n_1 x_1 \lambda_1 \sum_{j=1}^{m_1} c_{1j} t_{1j} + n_2 x_2 \lambda_2 \sum_{j=1}^{m_2} c_{2j} t_{2j} + n_3 x_3 \lambda_3 \sum_{j=1}^{m_3} c_{3j} t_{3j} + \dots + n_n x_n \lambda_n \sum_{j=1}^{m_n} c_{nj} t_{nj}$$

El tiempo máximo de interrupción está dado por:

$$t_{\max} = \text{Máximo de } \sum_{j=1}^{m_i} t_{ij}$$

El índice costo-confiabilidad o factor de conveniencia se define como:

$$F.C. = \frac{1}{c \cdot d}$$

Estos índices proporcionan una medida numérica de la confiabilidad y son los más comúnmente usados por el total de sistemas. Esto es, el método es general y por lo tanto pueden aplicarse a tipos de construcción aérea o subterránea, a voltajes primarios diferentes, a subestaciones de distribución o a circuitos alimentadores individuales.

Entre los índices de confiabilidad definidos, el promedio de frecuencia de interrupción  $\bar{f}$  y el promedio de duración de interrupción  $\bar{d}$  contestan la pregunta de cuántas veces y cuánto tiempo en promedio, un usuario está expuesto a ser afectado por una interrupción.

El tiempo máximo de interrupción  $t_{max}$  es determinado por el cociente de la suma de todas las duraciones de las interrupciones de los últimos usuarios afectados que son restaurados al servicio sobre el número de interrupciones durante un año. Este índice es una medida de la posible irritación de los usuarios afectados e indica el peor de los casos.

Las salidas en el servicio pueden ser no planeadas (forzadas) debidas a fallas en el circuito o en el equipo, o planeadas con el propósito de dar mantenimiento o realizar expansiones. Salidas en el circuito primario son la causa predominante en las interrupciones en el servicio.

Los esfuerzos para controlar la confiabilidad en sistemas de distribución deben dirigirse a: el control del número de salidas del circuito primario, el número de usuarios afectados por una salida en el circuito primario dado y la duración de las interrupciones en el servicio. Fallas en el equipo y salidas en el circuito secundario también son importantes pero menos significativos debido a que son pocos los usuarios afectados. El control en la confiabilidad en el servicio envuelve el diseño, construcción y operación del sistema de distribución.

#### IV.2.3 TABLAS DE TASAS DE FALLA Y FUNCIONES DE TRABAJO

Para continuar con el análisis es necesario conocer los datos de tasas de falla, funciones de trabajo y costos asociados para utilizarlos en los cálculos posteriores. Las tasas de falla para componentes en los sistemas de distribución subterránea se muestran en la tabla IV-1 y fueron recopilados de las estadísticas elaboradas por la Compañía de Luz y Fuerza del Centro. La misma procedencia tuvieron las funciones de trabajo presentadas en la tabla IV-2.

No.	COMPONENTE	TASA DE FALLA ( $\lambda$ ) FALLA/UNIDAD/AÑO
1	BUSES	0.001
2	TRANSFORMADORES	0.002
3	CUCHILLAS	0.003
4	ACOMETIDAS	0.030
5	FUSIBLES LIMITADORES	0.008
6	PROTECTOR DE RED	0.005
7	CAJAS DE DERIVACION	0.001
8	CABLE TRONCAL	0.043
9	CABLE SUBTRONCAL	0.030
10	INTERRUPTOR EN AIRE MANUAL	0.005
11	INTERRUPTOR DE TRANSFERENCIA AUTOMATICA	0.008
12	INTERRUPTOR SUMERGIBLE MANUAL	0.006
13	INTERRUPTOR SUMERGIBLE CON LIMITADORES MANUAL	0.007

Tabla IV-1. Tasas de falla para los componentes del sistema de distribución de la CLYF.

FUNCION	OPERACION	TIEMPO EN HORAS
F1	RECEPCION DE LA QUEJA Y DESPLAZAMIENTO AL LUGAR	1.25
F2	OPERACION DE UN DISPOSITIVO DE SECCIONAMIENTO MANUAL SUMERGIBLE	0.30
F3	LOCALIZACION DE LA FALLA Y DE LA CAUSA	8.00
F4	REPARACION DE LA FALLA EN EL CABLE	2.00
F5	RESTAURACION DEL SERVICIO DEL ALIMENTADOR TRONCAL O RAMAL	0.08
F6	IDENTIFICACION DEL EQUIPO FALLADO	0.40
F7	REEMPLAZO DEL TRANSFORMADOR	10.0
F8	REEMPLAZO DE CUALQUIER INTERRUPTOR	8.00
F9	REEMPLAZO DE ACOMETIDA	6.00
F10	REEMPLAZO DE BUS EN B.T.	8.00
F11	OPERACION DE INTERRUPTOR MANUAL SUMERGIBLE	0.25
F12	PUNTEO DE UN INTERRUPTOR FALLADO	1.50

Tabla IV-2. Funciones de trabajo con tiempos promedio para poner en servicio algún componente fallado (datos de la CLYF).

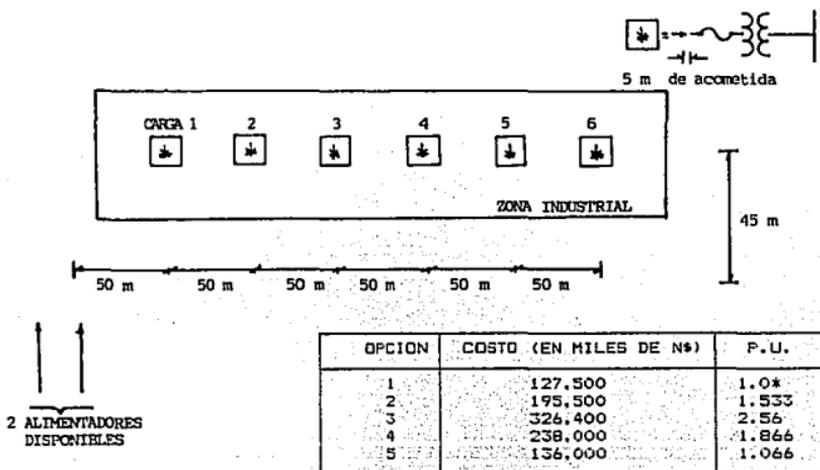
### IV-3 PROGRAMA DIGITAL PROPUESTO Y EJEMPLO DE APLICACION

Con el propósito de mostrar el método descrito, a continuación se presenta un ejemplo de aplicación, donde se

desea alimentar una carga y se necesita conocer la mejor alternativa.

#### Ejemplo IV-A

Supóngase que se necesita suministrar de energía eléctrica a una zona industrial que consta de 6 fábricas cuyos procesos de producción son continuos. Si todas las fábricas solicitan el servicio en 23kV, igual potencia y requieren una continuidad en el servicio. ¿Que estructura de alimentación es óptima desde la perspectiva costo-confiabilidad? La figura IV-11 muestra la disposición de las cargas, sus distancias y sus costos asociados estimados.



\* Tomado como valor base.

Figura IV-11. Disposición de las cargas para el ejemplo IV-A.

#### Solución:

Los diagramas unifilares de las 5 estructuras de alimentación típicas para este caso se observan en las figuras IV-12 a IV-16.

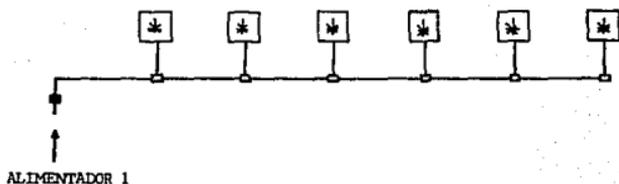


Figura IV-12. Alimentación radial para las cargas del ejemplo IV-A (opción No. 1).

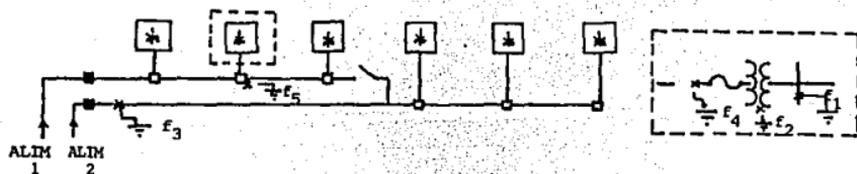


Figura IV-13. Suministro en anillo abierto con 2 alimentadores para las cargas del ejemplo IV-A (opción No. 2).

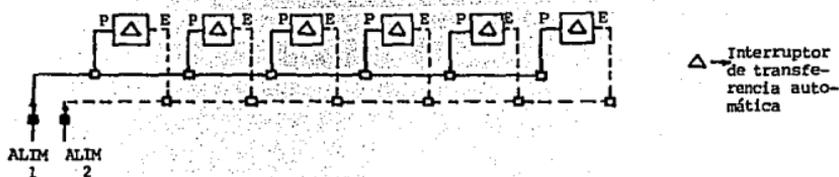


Figura IV-14. Suministro en primario selectivo para las cargas del ejemplo IV-A (opción No. 3).

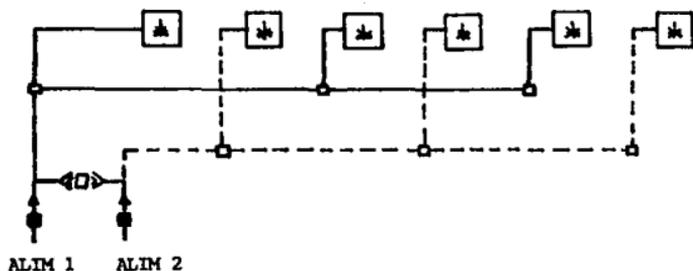


Figura IV-15. Suministro en secundario selectivo para las cargas del ejemplo IV-A (opción No. 4).

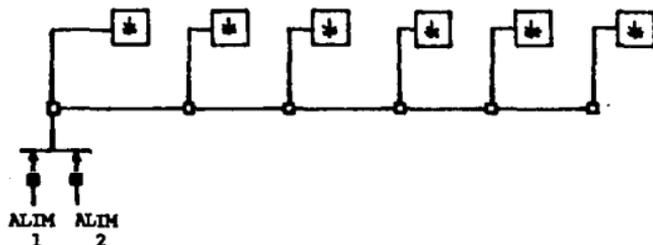


Figura IV-16. Suministro en red spot para las cargas del ejemplo IV-A (opción No. 5).

Supóngase que se tuvieran 5 fallas ubicadas en los sitios mostrados en la figura IV-13; por lo tanto, se puede construir la siguiente tabla:

NO. DE FALLA	COMPONENTE NUMERO	COMPONENTE FALLADO
f1	1	Buses
f2	2	Transformador
f3	8	Cable troncal
f4	4	Acometidas
f5	13	Interruptor sumergible con limitadores manual 0

Tabla IV-3. Componentes en falla para el análisis del ejemplo de aplicación.

Nótese que la numeración empleada en la tabla anterior es congruente con la de la tabla IV-1, y que cada una de esas fallas ocurren para todas las alternativas por igual.

Se sabe que:

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^n n_i c_i \lambda_i \quad \text{y} \quad \text{que } \bar{d} = \sum_{i=1}^n n_i x_i \lambda_i \sum_{j=1}^m C_j t_{ij}$$

Como patrón de muestra, el análisis se realizará para la alimentación en anillo abierto.

- Falla No. 1, (Buses)

$$n_1 = 6, \quad x_1 = 1, \quad \lambda_1 = 0.001$$

$C_1 = \frac{1}{6}$  va que si falla este elemento, una industria sale de las 6 que conforman la zona industrial.

Sus funciones de trabajo son: F1, F6 y F10 con sus tiempos respectivos: 1.25, 0.40 y 8.00 (hrs).

$$f_1 = 6(1) \left(\frac{1}{6}\right) (0.001) = 0.001$$

$$d_1 = 6(0.001)(1) \left[ 1.25 \left(\frac{1}{6}\right) + 0.40 \left(\frac{1}{6}\right) + 8.00 \left(\frac{1}{6}\right) \right] = 0.00965$$

$$t_1 = 1.25 + 0.40 + 8.00 = 9.65 \text{ hrs.}$$

- Falla No. 2 (Transtormador)

$$n_2 = 6, \quad x_2 = 1, \quad \lambda_2 = 0.002, \quad C_2 = \frac{1}{6}$$

Sus funciones de trabajo y tiempos son: F1, F6 y F7: 1.25, 0.40, y 10 hrs.

$$f_2 = 6(1) \left(\frac{-}{6}\right) (0.002) = 0.002$$

$$d_2 = 6(0.002) (1) \left[ \frac{1}{6} (1.25) \left(\frac{-}{6}\right) + \frac{1}{6} (0.40) \left(\frac{-}{6}\right) + \frac{1}{6} (10.0) \left(\frac{-}{6}\right) \right] = 0.0233$$

$$t_2 = 1.25 + 0.40 + 10.0 = 11.65 \text{ hrs.}$$

- Falla No. 3 (Cable troncal)

$$n_3 = 1 \quad x_3 = 3(50) + 3(45) + 6(50) + 3(45) = 720 \text{ m}, \quad \lambda_3 = 0.043 \quad C_3 = \frac{1}{6}$$

Sus funciones de trabajo son: F1, F3, F11, F4, F11, y F5 sus tiempos son: 1.25, 8.00, 0.25, 2.00, 0.25, 0.08.

$$f_3 = 1(0.720) \left(\frac{1}{6}\right) (0.043) = 0.01548$$

$$d_3 = 1(0.720) (0.043) \left[ \frac{1}{6} (1.25) \left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{6} (8.00) \left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{6} (0.25) \left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{6} (2.00) \left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{6} (0.25) \left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{6} (0.08) \left(\frac{1}{6}\right) \right] = 0.15216$$

$$t_3 = 1.25 + 8.00 + 0.25 + 2.00 + 0.25 + 0.08 = 11.83 \text{ hrs.}$$

- Falla No. 4 (Acometida)

$$n_4 = 6, \quad x_4 = 7 \text{ m} \left(\frac{6}{6}\right) = 42 \text{ m} = 0.042 \text{ km}, \quad \lambda_4 = 0.030, \quad C_4 = \frac{1}{6}$$

Sus funciones de trabajo y sus tiempos son: F1, F6, F9 y F5, 1.25, 0.40, 6.0 y 0.08 hrs.

$$f_4 = 6(0.042) (0.030) \left(\frac{-}{6}\right) = 0.00126$$

$$d_4 = 6(0.042) (0.030) \left[ \frac{1}{6} (1.25) \left(\frac{-}{6}\right) + \frac{1}{6} (0.40) \left(\frac{-}{6}\right) + \frac{1}{6} (6.0) \left(\frac{-}{6}\right) + \frac{1}{6} (0.08) \left(\frac{-}{6}\right) \right] = 0.00973$$

$$t_4 = 1.25 + 0.40 + 6.0 + 0.08 = 7.73 \text{ hrs}$$

```

10 PRINT "          << TESIS DE MAESTRIA >>"
20 PRINT " CAPITULO IV: PROGRAMA ** CONFA **"
30 PRINT " * CONFIABILIDAD DE UNA ESTRUCTURA DE ALIMENTACION SUBTERRANEA *"
40 G = 0
50 A = 1
60 C = 0
70 J = 0
80 L = 0
90 Z = 0
100 INPUT "EL NUMERO DE ELEMENTOS SUSCEPTIBLES A FALLAR ES: "; V
110 B = 1
120 FOR H = 1 TO V
130 PRINT "FALLA No. "; B
140 INPUT "EL No. DE PASOS EN REESTABLECER EL SERVICIO ES: "; W
150 FOR I = 1 TO W
160 PRINT "*** PASO No. "; A; "EL TIEMPO EMPLEADO ES: ";
170 INPUT X
180 INPUT "EL NUMERO DE USUARIOS AFECTADOS EN P.U. ES: "; U
190 Z = Z + X
200 E = X * U
210 C = C + E
220 A = A + 1
230 NEXT I
240 INPUT "EL No. DE COMPONENTES= "; N
250 INPUT "EL No. DE Km. DE ALIMENTADOR= "; K
260 INPUT "LA TASA DE FALLA DEL COMPONENTE= "; T
270 D = T * K * C * N
280 PRINT "LA DURACION DE LA INTERRUPCION ES: "; D
290 PRINT "EL TIEMPO EMPLEADO EN RESTAURAR EL SERVICIO FUE: "; Z; "HORAS"
300 INPUT "NUMERO DE USUARIOS AFECTADOS DE FORMA GLOBAL POR LA FALLA= "; R
310 F = N * R * K * T
320 PRINT "LA FRECUENCIA DE INTERRUPCIONES ES: "; F
330 A = 1
340 C = 0
350 E = 0
360 J = J + D
370 L = L + F
380 B = B + 1
390 IF Z > G THEN G = Z
400 Z = 0
410 NEXT H
420 PRINT "LA DURACION <TOTAL> DE LA INTERRUPCION ES: "; J
430 PRINT "LA FRECUENCIA <TOTAL> DE LA INTERRUPCION ES: "; L
440 PRINT "EL TIEMPO <MAXIMO> DE INTERRUPCION ES: "; G; "HORAS"
450 INPUT "EL COSTO TOTAL DE LA ESTRUCTURA EN P.U. ES: "; P
460 M = 1 / (J * P)
470 PRINT "EL FACTOR DE CONVENIENCIA ES = "; M
480 PRINT "END"
490 END

```

- Falla No. 5 (Interruptor sumergible con limitadores manual).

$$n_5 = 6 \quad x_5 = 1 \quad \lambda_5 = 0.007 \quad C_5 = \frac{1}{2}$$

Sus funciones de trabajo son: F1, F6, F2, F11, F2, F5 F8, F11, F2, F2 y F5, sus tiempos son: 1.25, 0.40, 0.30, 0.25, 0.30, 0.08, 8.0, 0.25 0.30, 0.30, 0.08

$$f_5 = 6(1) (0.007) (\frac{1}{2}) = 0.021$$

$$d_5 = 6(0.007)(1) [1.25(\frac{1}{2}) + 0.4(\frac{1}{2}) + 0.30(\frac{1}{2}) + 0.25(\frac{1}{2}) + 0.30(\frac{1}{2}) + 0.08(\frac{1}{2}) + 8.0(\frac{1}{2}) + 0.25(2/6) + 0.30(2/6) + 0.30(2/6) + 0.08(2/6)] = 0.1232$$

$$t_5 = 1.25+0.40+0.30+0.25+0.30+0.08+8.0+0.25+0.30+0.30 + 0.08 = 11.51 \text{ hrs.}$$

Sabiendo que  $\bar{f} = \sum_{i=1}^n f_i$  y  $\bar{d} = \sum_{i=1}^n d_i$

$$\bar{f} = 0.001+0.002+0.01548+0.00126+0.021 = 0.04074$$

$$\bar{d} = 0.00965+0.0233+0.15216+0.00973+0.1232 = 0.31804$$

$$t_{max} = 11.83 \text{ hrs.}$$

Ahora, teniendo en cuenta que el costo de esta alternativa es N\$ 195,500.00, que en pu es: 1.533.

$$\Rightarrow \text{Factor de conveniencia} = F_c = \frac{1}{C \cdot \bar{d}} = \frac{1}{(1.533)(0.31804)} = 2.051$$

Valor que se ubica en su correspondiente lugar dentro de la tabla IV-4, la cual muestra los factores de conveniencia para todas las alternativas.

Como puede notarse, los cálculos anteriores resultan ser muy repetitivos. Por ello se creó un programa de computadora que realiza todos los cálculos y ofrezca sólo los resultados. Este programa denominado "CONFIA" está codificado en BASIC y se presenta en la siguiente hoja.

Los resultados de la tabla IV-4 fueron obtenidos de las corridas del programa para las opciones respectivas.

OPCION	$\bar{f}$	tmax (hrs)	$\bar{d}$	COSTO EN P.U.	F.C.
1	0.07077	11.65	0.69893	1.0	1.4307
2	0.04074	11.83	0.31804	1.533	2.051
3	0.00326	11.65	0.03303	2.56	11.823
4	0.02526	11.65	0.22604	1.866	2.370
5	0.04626	11.65	0.42124	1.066	2.226

Tabla IV-4. Factores de conveniencia para las 5 opciones del ejemplo IV-A.

Como puede observarse en la tabla anterior, la opción 3 primario selectivo es la mejor, ya que tiene el mayor factor de conveniencia (11.823).

El método descrito es general y puede confirmarse mediante el uso de un análisis de sensibilidad que consiste en efectuar modificaciones de ciertos parámetros de diseño para investigar la validez de los resultados, y que por lo general suelen ser variaciones en las tasas de falla de algunos componentes y variaciones en los tiempos de algunas funciones de trabajo.

El programa aquí presentado ofrece la ventaja de hacer ese análisis de sensibilidad sin la necesidad de realizar demasiadas operaciones manuales.

## CAPITULO V

### EVALUACION DE LA CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE TRANSMISION

El problema central en la planeación de la transmisión de energía eléctrica es la determinación de la capacidad de la reserva adecuada, que soportará las salidas forzadas de una o varias líneas (contingencia), sin afectar el servicio.

Es por esto que el presente capítulo expone cuatro formas de evaluar cuantitativamente la confiabilidad en sistemas de transmisión para que sirva como referencia en el análisis a este respecto.

#### V.1 METODO DE EVALUACION POR PROCESOS DE MARKOV

Antes de mostrar el método, es conveniente revisar algunos conceptos básicos:

##### V.1.1 MATRICES ESTOCASTICAS Y CADENAS DE MARKOV

Un proceso estocástico es una sucesión finita de experimentos en los cuales cada uno de estos experimentos tiene un número finito de resultados con probabilidades dadas.

Una matriz cuadrada  $P = P_{ij}$  se denomina matriz estocástica si cada uno de sus renglones es un vector de probabilidad, esto es, si cada elemento de  $P$  no es negativo y la suma de cada renglón es 1.

Una matriz estocástica  $P$  es regular si todos los elementos de una potencia  $P^m$  son positivos. Tienen 3 propiedades fundamentales:

1)  $P$  tiene un vector de probabilidad fijo único  $t$  y todos sus elementos son positivos.

2) La sucesión  $P, P^2, P^3, P^4, \dots$  de potencias de  $P$  se aproxima a la matriz  $T$  cuyos renglones son cada punto fijo  $t$ .

3) Si  $p$  es un vector de probabilidad, entonces la sucesión de vectores  $pP, pP^2, pP^3, pP^4, \dots$  se aproxima al punto fijo  $t$ .

Ejemplo V-A

Las siguientes 2 matrices son estocásticas, la tercera no.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 8 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Ejemplo V-B

De las siguientes matrices estocásticas, A es regular y B no.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{ya que } A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 9 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{ya que } B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 1 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} ; \quad B^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 15 & 1 \\ 16 & 16 \end{bmatrix} ; \quad B^5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 31 & 1 \\ 32 & 32 \end{bmatrix}$$

nótese como el elemento  $a_{12}$  siempre será cero.

Ejemplo V-C

Sea la matriz estocástica regular

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Se busca un vector de probabilidad con dos componentes  $t = (x, 1-x)$  tal que  $tP=t$ .

$$(x, 1-x) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = (x, 1-x)$$

Realizando el producto se tiene:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x &= x \\ \frac{1}{2}x + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x &= 1-x \end{aligned} \right\}$$

resolviendo el sistema se tiene

$$x = \frac{2}{5} \dots t = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ es el vector de probabilidad fijo \u00fanico de } P.$$

Ahora, formando la matriz T:

$$T = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 5 \\ 2 & 3 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

y la sucesión  $P, P^2, P^3, P^4, \dots$  tiende a  $T$ :

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0.416 & 0.583 \\ 0.388 & 0.611 \end{bmatrix}; \quad P^3 = \begin{bmatrix} 0.402 & 0.592 \\ 0.398 & 0.601 \end{bmatrix};$$

$$P^4 = \begin{bmatrix} 0.401 & 0.599 \\ 0.399 & 0.601 \end{bmatrix} \rightarrow T$$

Ejemplo V-D

Hallar el valor de probabilidad fijo único de la matriz estocástica regular.

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Solución:

Forma 1.- Se utiliza el procedimiento del ejemplo anterior. Si el vector de probabilidad de 3 elementos es  $t=(x, y, 1-x-y)$ .

$$\Rightarrow (x, y, 1-x-y) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} = (x, y, 1-x-y)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}y + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}y &= x \\ \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y &= y \\ x + \frac{1}{2}y &= 1-x-y \end{aligned} \right\} \text{ resolviendo el sistema se tiene que:}$$

$$x = \frac{2}{7} \quad y = \frac{2}{7}$$

∴ el vector de probabilidad fijo único de P es:

$$t = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$$

Forma 2.- Se busca un vector fijo  $U=(x, y, z)$  de la matriz P.

$$(x, y, z) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \end{bmatrix} = (x, y, z) \quad x+y+z = 1$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z &= x \\ \frac{2}{3}z &= y \\ x + \frac{1}{2}y &= z \end{aligned} \right\} \text{ Que es un sistema compatible indeterminado. Por lo tanto se asigna arbitrariamente un}$$

valor a alguna variable. Si  $z=3 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x=2$ .

...  $u=(2,2,3)$  es un punto fijo de  $P$ . Por tanto, multiplicamos  $u$  por  $1/7$  para obtener el vector de probabilidad fijo buscado  $t = (1/7)u$ ,  $t = (2/7, 2/7, 3/7)$ .

Se denomina cadena de Markov a un proceso estocástico cuya sucesión de pruebas con resultados  $x_1, x_2, x_3, \dots$  satisfacen las siguientes propiedades:

1) Cada resultado pertenece a un conjunto finito de resultados  $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_m\}$  llamado "espacio de estados" del sistema. Si el resultado de la  $i$ -ésima prueba es  $a_i$  entonces el sistema está en el estado  $a_i$  en el paso  $i$ -ésimo.

a) El resultado de una prueba depende a lo mucho de la prueba inmediata anterior y no de cualquier otro resultado previo; con cada par de estados  $(a_i, a_j)$  se establece la probabilidad  $p_{ij}$  de que  $a_j$  suceda inmediatamente después a  $a_i$ .

Los números  $p_{ij}$  se llaman probabilidades de transición, pueden ordenarse en una matriz llamada de transición:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \dots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & p_{m3} & \dots & p_{mm} \end{bmatrix}$$

Para cada estado  $a_i$  corresponde el  $i$ -ésimo renglón  $(p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{im})$  de la matriz de transición  $P$ ; si el sistema está en el estado  $a_i$  entonces este vector renglón representa las probabilidades de todos los resultados posibles de la siguiente prueba y es por lo tanto un vector de probabilidad.

Por lo anterior, la matriz de transición  $P$  de una cadena de Markov es una matriz estocástica.

Si se sabe que el elemento  $p_{ij}$  en la matriz de transición  $P$  de una cadena de Markov es la probabilidad de que el sistema cambie del estado  $a_i$  al estado  $a_j$ , lo interesante radica en conocer la probabilidad denotada por  $p_{ij}^{(n)}$ , de que el sistema cambie del estado  $a_i$  al estado  $a_j$  en  $n$  pasos exactamente:

$$a_i \rightarrow a_{k1} \rightarrow a_{k2} \rightarrow a_{k3} \rightarrow \dots \rightarrow a_{kn-1} \rightarrow a_j$$

Lo anterior se resuelve mediante la matriz de transición de  $n$  pasos en donde  $p_{ij}^{(n)}$ , se ordenan:

Sea la matriz de transición de un proceso de cadena de Markov. Entonces la matriz de transición de  $n$  pasos es igual a la enésima potencia de  $P$ ; esto es  $P^{(n)} = P^n$

Por otra parte, asumiendo que después de un tiempo arbitrario, la probabilidad de que el sistema esté en el estado  $a_i$  es  $p_i$ . Estas probabilidades se denotan por el vector de probabilidad  $p = (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{im})$  que se denomina distribución de probabilidad del sistema para tal tiempo. Por lo tanto:

$$p^{(0)} = [p_1^{(0)}, p_2^{(0)}, p_3^{(0)}, \dots, p_m^{(0)}] \text{ y } p^{(n)} = \\ = [p_1^{(n)}, p_2^{(n)}, p_3^{(n)}, \dots, p_m^{(n)}]$$

son las distribuciones de probabilidad inicial y de paso enésimo respectivamente.

Si  $P$  es la matriz de transición de un proceso de cadena de Markov. Si  $p = (p_i)$  es la distribución de probabilidad del sistema para un tiempo arbitrario, entonces  $pP$  es la distribución de probabilidad del sistema un paso más tarde y  $pP^n$  es la distribución de probabilidad del sistema  $n$  pasos más tarde. Esto es:

$$p^{(1)} = p^{(0)} P ; p^{(2)} = p^{(1)} P ; p^{(3)} = p^{(2)} P ; \dots p^{(n)} = p^{(0)} P^n$$

Ahora, considérese que la matriz de transición  $P$  de una cadena de Markov es regular. Entonces, a la larga, la probabilidad de que un estado  $a_j$  suceda es aproximadamente igual a la componente  $t_j$  del vector de probabilidad fijo único  $t$  de  $P$  (esto se conoce como distribución estacionaria de la cadena de Markov). Nótese como el efecto del estado inicial o de la distribución de probabilidad inicial del proceso desaparece a medida que el número de pasos aumentan.

Un estado  $a_i$  de la cadena de Markov se llama absorbente si el estado permanece en el estado  $a_i$  una vez que entra en él. Así, un estado  $a_i$  es absorbente si y solo si el renglón  $i$ ésimo de la matriz de transición  $P$  tiene un 1 en la diagonal principal y ceros en las demás partes.

#### Ejemplo V-E

En una temporada de lluvias a un hilo de guarda de una línea de transmisión le puede o no caer una descarga atmosférica. Supóngase que un rayo nunca cae 2 días consecutivos en él, pero si no cae un día, entonces al siguiente día es tan factible que caiga o de que no.

El espacio de estados del sistema es  $\{r(\text{rayo}), n(\text{no rayo})\}$ . Este proceso estocástico es una cadena de Markov puesto que los resultados de un día dependen únicamente de lo que sucedió el día anterior. La matriz de transición de la cadena de Markov es:

$$\begin{matrix} & r & n \\ r & \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \\ m & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

#### Ejemplo V-F

Un exceso de flujo reactivo está dentro de un sistema de 3 líneas de transmisión,  $L_1$  siempre alimenta a  $L_2$  y ésta siempre alimenta a  $L_3$ , pero  $L_3$  alimenta tanto a  $L_2$  como a  $L_1$ . El espacio de estados es  $\{L_1, L_2, L_3\}$ .

Esto es una una cadena de Markov puesto que la 1.a línea que suministra el flujo no está influida por aquella que previamente tenía el flujo. Su matriz de transición es:

$$\begin{matrix} & L_1 & L_2 & L_3 \\ L_1 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ L_2 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ L_3 & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

#### Ejemplo V-G

Considérese la cadena de Markov del ejemplo V-E. Si  $P$  es su matriz de transición, entonces:

$$P^5 = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 16 & 16 \\ 11 & 21 \\ 32 & 32 \end{bmatrix}$$

... la probabilidad de que el sistema cambie de, por ejemplo del estado  $n$  al estado  $r$  en 5 pasos exactamente es  $\frac{11}{32}$ , o sea  $p_{nr}^{(5)} = \frac{11}{32}$ . Similarmente  $p_{rr}^{(5)} = \frac{5}{16}$ ,  $p_{rn}^{(5)} = \frac{11}{16}$  y  $p_{nn}^{(5)} = \frac{21}{32}$ .

Ahora, suponiendo que un día a la semana está despedido. Por lo tanto, para el primer día  $p^{(0)} = \left( \frac{1}{7}, \frac{6}{7} \right)$  y es la probabilidad inicial. Entonces:

$$p^{(5)} = p^{(0)} p^5 = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{5}{16} & \frac{11}{16} \\ \frac{11}{16} & \frac{21}{32} \\ \frac{5}{16} & \frac{11}{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{19}{56} & \frac{37}{56} \\ \frac{19}{56} & \frac{37}{56} \end{bmatrix}$$

es la distribución de probabilidad después de 5 días; o sea  $p_r^{(5)} = \frac{19}{56}$ ,  $p_n^{(5)} = \frac{37}{56}$ .

#### Ejemplo V-H

Considérese la cadena de Markov del ejemplo V-F cuya matriz de transición es:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} L_1 & L_2 & L_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Supóngase que  $L_3$  fue la primera línea con el sobre flujo reactivo, esto es,  $p^{(0)} = (0, 0, 1)$ . Entonces:

$$p^{(1)} = p^{(0)}P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$p^{(2)} = p^{(1)}P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$p^{(3)} = p^{(2)}P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

=> que después de 3 transiciones, la probabilidad de que  $L_1$  tenga el sobreflujo es  $\frac{1}{4}$ , de que  $L_2$  lo tenga es  $\frac{1}{4}$  y de que  $L_3$  lo tenga es  $\frac{1}{2}$ .

#### Ejemplo V-1

Para el ejemplo V-E, el vector de probabilidad fijo único es:

$$(x, 1-x) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = (x, 1-x)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x &= x \\ x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x &= 1-x \end{aligned} \right\} \text{ de donde } x = 1/3 \quad \text{y} \quad 1-x = 2/3.$$

Por lo tanto, a la larga un rayo caerá en el hilo de guarda el 33.3% de las veces y el otro 66.7% no caerá en él.

Lo mismo sucede para el ejemplo V-F donde el vector de probabilidad único es:

$$(x, y, 1-x-y) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} = (x, y, 1-x-y)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y &= x \\ y + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y &= y \\ y &= 1-x-y \end{aligned} \right\} \text{ de donde } x=1/5, \quad y=2/5 \quad \text{y} \quad 1-x-y=2/5.$$

Por lo tanto, a la larga la línea  $L_1$  tendrá el sobre-flujo el 20% de las veces,  $L_2$  el 40% y  $L_3$  el 40%.

#### Ejemplo V-J

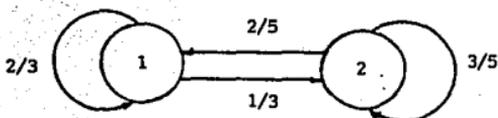
Supóngase que la siguiente matriz es la matriz de transición de una cadena de Markov:

$$\begin{array}{c}
 a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \\
 \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 4 & 0 & 4 & 4 & 4 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 2 & 0 & 4 & 4 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Los estados  $a_1$  y  $a_4$  son absorbentes ya que el segundo y quinto renglón posee un 1 en su diagonal principal.

Ejemplo V-K

Sea el siguiente sistema de 2 estados:



La matriz de transición que describe su comportamiento es:

$$P = \begin{bmatrix}
 2 & 1 \\
 3 & 3 \\
 2 & 2 \\
 5 & 5
 \end{bmatrix}$$

El proceso, el cual se asume que inicia del estado 1, puede ilustrarse mediante el diagrama del árbol en la figura V-1.

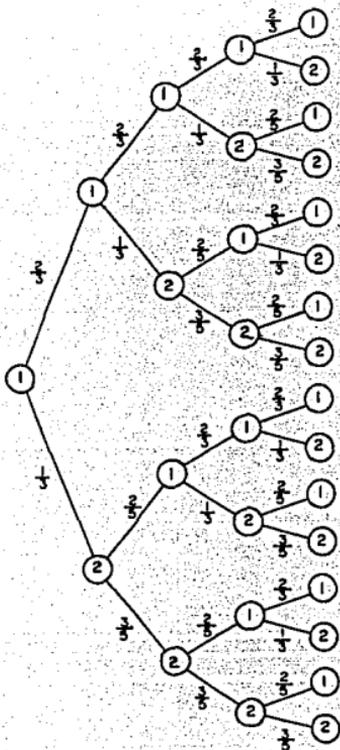


Figura V-1. Diagrama de árbol para el ejemplo V-K.

Las probabilidades de estados, o sea, las probabilidades de ocupar un estado dado después de un número finito de pasos se muestra en la tabla V-1.

Paso número	Probabilidad	
	Estado 1	Estado 2
0	1.0	0
1	0.667	0.333
2	0.578	0.422
3	0.554	0.446
4	0.547	0.453

Tabla V-1. Probabilidades de estado para el ejemplo V-K.

El comportamiento de transición de las probabilidades de estados puede observarse en la gráfica de la figura V-2.

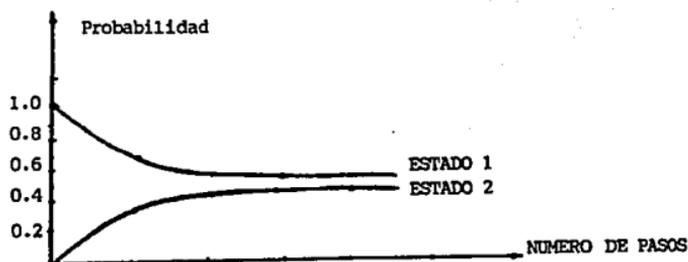


Figura V-2. Comportamiento de las probabilidades del sistema del ejemplo V-K.

De la gráfica anterior se observa que la probabilidad del estado 1 aproximadamente tiende a 0.54 y la del estado 2 a 0.46.

Comprobando la anterior:

$$(x, 1-x) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = (x, 1-x)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3x = x \\ 3x - 5x = x \\ 5x - 5x = 0 \end{array} \right\} \text{ de donde } x = \frac{5}{11} = 0.455 \text{ y } 1-x = 0.545.$$

Es obvio que a medida que se incremente el número de pasos el diagrama de árbol es impráctico. Por lo tanto, si se quiere saber la probabilidad del proceso en un paso  $n$  se usará la matriz  $P^n$ . Por ejemplo para el quinto paso se tendría:

$$P^5 = \begin{bmatrix} 0.546 & 0.454 \\ 0.545 & 0.455 \end{bmatrix}$$

=> que la probabilidad de el sistema esté en el estado 1, si el proceso empezó del estado 1 es 0.546, lo cual corrobora todo lo anterior.

## V.1.2 PROCESOS CONTINUOS DE MARKOV

La ventaja de usar procesos continuos de Markov radica en el hecho de que analiza los problemas de confiabilidad de los sistemas de potencia desde el punto de vista de que son discretos en el espacio y continuos en el tiempo. Esto es, que existen continuamente en uno de los estados del sistema, hasta que ocurre una transición que los lleva en forma discreta a otro estado.

El proceso estacionario de Markov no tiene memoria de los sucesos anteriores y las características de falla y operación de los componentes tienen distribuciones de probabilidad exponenciales.

Considérese el siguiente sistema de un sólo componente.

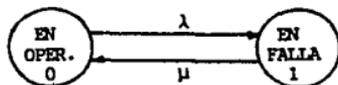


Figura V-3. Sistema de un sólo componente.

donde  $\lambda$  es su tasa de falla y  $\mu$  su tasa de reparación. Sea  $P_0(t)$  la probabilidad de que el componente esté en operación a un tiempo  $t$  y  $P_1(t)$  la probabilidad de que el componente esté en falla a un tiempo  $t$ .

Si se contempla un intervalo de tiempo  $dt$  y se supone que es despreciable la probabilidad de que dos o más eventos ocurran en ese intervalo, se tiene:

$$\begin{aligned}
 P_0(t+dt) &= P_0(t)(1 - \lambda dt) + P_1(t) \mu dt \\
 \text{y } P_1(t+dt) &= P_1(t)(1 - \mu dt) + P_0(t) \lambda dt
 \end{aligned}$$

reacomodando ambas ecuaciones se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \frac{P_0(t+dt) - P_0(t)}{dt} &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\
 \text{y } \frac{P_1(t+dt) - P_1(t)}{dt} &= -\mu P_1(t) + \lambda P_0(t)
 \end{aligned}$$

tomando límites cuando  $dt \rightarrow 0$ , se tiene:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \quad - 1 \quad \text{y}$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\mu P_1(t) + \lambda P_0(t) \quad - 2$$

El establecimiento de dos ecuaciones diferenciales es el método más riguroso para resolver este tipo de procesos. Este método muestra ser intratable para cualquier ejemplo, por más pequeño que éste sea, por lo que normalmente se usan técnicas digitales. Estos recursos no establecen opciones generalizadas representando probabilidades de estado, pero producen resultados numéricos directos.

Para ilustrar las soluciones generalizadas por ecuaciones diferenciales, considérese las anteriores. Si el sistema inicia en el estado de operación, la solución es:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} \quad - 3$$

$$y \quad P_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda e^{-(\lambda + \mu)t}}{\lambda + \mu} \quad - 4$$

Estos valores se conocen como probabilidades de estado dependientes del tiempo y tienden a su estado estable cuando  $t \rightarrow \infty$ , por tanto:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad - 5$$

$$y \quad P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad - 6$$

Si se recuerda del capítulo II que el tiempo medio entre fallas  $m$  se definió como  $m = \frac{1}{\lambda}$  y el tiempo medio de reparación  $r$  como  $r = \frac{1}{\mu}$  se tiene:

$$P_0 = \frac{\frac{1}{r}}{\frac{1}{m} + \frac{1}{r}} = \frac{m}{r + m} \quad - 7 \quad y \quad P_1 = \frac{\frac{1}{m}}{\frac{1}{m} + \frac{1}{r}} = \frac{r}{m + r} \quad - 8$$

Los valores de  $P_0$  y  $P_1$  a diferencia de  $P_0(t)$  y  $P_1(t)$  tienen la misma independencia del estado inicial del sistema. Estos valores se conocen como estado estable o límite de disponibilidad  $A$  e indisponibilidad  $\bar{A}$  del sistema, considerando

que las ecuaciones 3 y 4 representan la disponibilidad  $A(t)$  e indisponibilidad  $\bar{A}(t)$  del sistema dependientes del tiempo. Este valor de  $A(t)$  es probabilidad de encontrar al sistema en estado de operación en algún tiempo en el futuro. Esta es completamente diferente de la función de confiabilidad  $R(t)$ , que representa la probabilidad de estancia del sistema en estado de operación.

La relación entre  $A(t)$  y  $R(t)$  se muestra en la figura V-4.

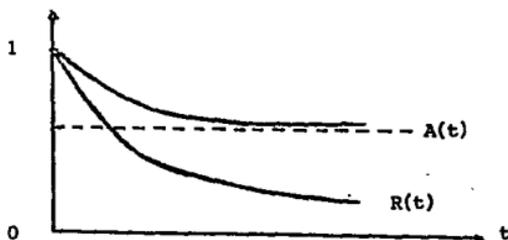


Figura V-4. Relación entre  $A(t)$  y  $R(t)$ .

Como los valores de  $P_0$  y  $P_1$  están relacionados sólo con los tiempos medios (eqs 7 y 8), estos valores no son dependientes de las distribuciones de probabilidad asociados con los componentes y son correctos para todas las distribuciones. Sin embargo, no es el caso para los valores dependientes del tiempo  $P_0(t)$  y  $P_1(t)$ .

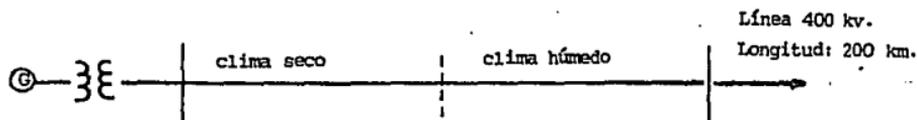
La alternativa al método de la ecuación diferencial es el de la matriz de transición. En este método primero se construye un diagrama espacio-estado. De ahí se crea su matriz estocástica de transición de probabilidades entre los estados del proceso. Finalmente las probabilidades  $P(t)$  pueden evaluarse en cualquier tiempo  $t$  en el futuro mediante:

$$P(t) = p^{(0)} p^n$$

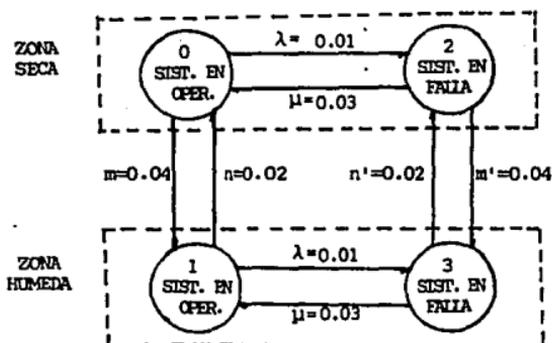
donde  $p^{(0)}$  representa las probabilidades de estado en  $t = 0$ .

### V.1.3 APLICACION A UN CASO PRACTICO

Para ilustrar el método descrito, se presenta a continuación el caso de una línea de transmisión bajo dos condiciones climáticas distintas:



El sistema puede modelarse mediante el siguiente diagrama de estados.



donde  $\lambda, \lambda'$  -> tasas de falla

$\mu, \mu'$  -> tasas de reparación

$m, m', n, n'$  -> inversos de la duración esperada de los periodos.

La matriz de transición del sistema viene dada por:

$$P = \begin{matrix} & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1-n-\lambda & n & \lambda & 0 \\ m & 1-m-\lambda' & 0 & \lambda \\ \mu & 0 & 1-\mu-n' & n' \\ 0 & u' & m' & 1-u'-m' \end{bmatrix} \end{matrix}$$

la solución está dada por:

$$P_0, P_1, P_2, P_3 \begin{bmatrix} 0.97 & 0.02 & 0.01 & 0 \\ 0.04 & 0.95 & 0 & 0.01 \\ 0.03 & 0 & 0.95 & 0.02 \\ 0 & 0.03 & 0.04 & 0.93 \end{bmatrix} = (P_0, P_1, P_2, P_3)$$

esto es:

$$\left. \begin{aligned} 0.97P_0 + 0.04P_1 + 0.03P_2 &= P_0 \\ 0.02P_0 + 0.95P_1 + 0.03P_3 &= P_1 \\ 0.01P_0 + 0.95P_2 + 0.04P_3 &= P_2 \\ 0.01P_1 + 0.02P_2 + 0.93P_3 &= P_3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -0.03P_0 + 0.04P_1 + 0.03P_2 &= 0 \\ 0.02P_0 - 0.05P_1 + 0.03P_3 &= 0 \\ 0.01P_0 - 0.05P_2 + 0.04P_3 &= 0 \\ -0.01P_1 + 0.02P_2 - 0.07P_3 &= 0 \end{aligned}$$

Dado que es un sistema compatible indeterminado, se le asigna arbitrariamente el valor de  $P_3 = 10$  y se obtiene como el vector de probabilidad fijo:  $(1/2, 1/4, 1/6, 1/12)$ .

Para este sistema:  $P(\text{sistema opere}) = P_0 + P_1 = 3/4$  y la  $P(\text{sistema falle}) = P_2 + P_3 = 1/4$ .

A medida de comprobación, el autor de la referencia 5, plantea las ecuaciones generales para el caso de un sistema similar (supone  $\mu = u'$ ):

$$P(\text{sistema opere}) = \frac{u}{m+n} \left[ \frac{(m+n)^2 + m(\mu + \lambda') + n(\mu + \lambda)}{(\mu + \lambda) - (\mu + \lambda') + m(\mu + \lambda) + n(\mu + \lambda')} \right] \quad - 9$$

$$P(\text{sistema falle}) = \frac{1}{m+n} \left[ \frac{n\lambda^2(n+u) + m\lambda(m+u) + nm(\lambda+\lambda') + \lambda\lambda'(m+n)}{(u+\lambda) + (u+\lambda') + m(u+\lambda) + n(u+\lambda')} \right] - 10$$

sustituyendo los valores del ejemplo se obtienen 3/4 y 1/4 respectivamente, lo cual valida los resultados.

Particularizando, y tomando sólo una sección del sistema se tiene que  $\lambda=0$ ,  $m=1$  y  $n=0$ . Por lo tanto, las ecuaciones 9 y 10 se reducen a:

$$P(\text{sistema opere}) = \frac{u}{\lambda+u} ; \quad P(\text{sistema falle}) = \frac{\lambda}{\lambda+u}$$

ecuaciones que son las mismas que se mencionaron en la sección 5 del capítulo II.

Por otra parte, para obtener el tiempo medio de falla (TMF) deben considerarse los estados 2 y 3 como absorbentes, no importa cual de los dos falló, sino solamente qué falló. Matricialmente, esto significa que se eliminan los renglones y las columnas respectivas a esos estados. Si se denota con Q o la matriz truncada, se tiene:

$$Q = \begin{matrix} & 0 & 1 \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.97 & 0.02 \\ 0.04 & 0.95 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Ahora, si N se define como una matriz fundamental, donde  $n_{ij}$  es el tiempo empleado por el proceso en el estado  $e_j$  antes de ser absorbido, dadopor:

$$N = [I-Q]^{-1}$$

Para el caso analizado, haciendo las sustituciones correspondientes, se obtiene:

$$N = \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.97 & 0.02 \\ 0.04 & 0.95 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \frac{1}{0.0007} \begin{bmatrix} 0.05 & 0.02 \\ 0.04 & 0.03 \end{bmatrix}$$

Esto implica que si se inicia del estado cero (operación normal), el TMF ( $M_0 \rightarrow 2 \text{ ó } 3$ ) es :

$$M_0 \rightarrow 2 \text{ ó } 3 = \frac{1}{0.0007} (0.05+0.02) = 100 \text{ hrs.}$$

de la misma manera, si se inicia del estado 1, el TMF es:

$$M_1 \rightarrow 2 \text{ ó } 3 = \frac{1}{0.0007} (0.04+0.03) = 100 \text{ hrs.}$$

Nótese que en el caso normal  $\lambda = 0$ ,  $m=1$  y  $n=0$ , el TMF es:

$$Q = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad I-Q = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (I-Q)^{-1} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \lambda \end{bmatrix}$$

$$\therefore M = \frac{1}{\lambda} (1+0) = \frac{1}{\lambda}$$

resultado también obtenido en la sección 4 del capítulo II.

Las probabilidades de estado y el tiempo medio de falla para dos o más líneas de transmisión pueden evaluarse de manera análoga usando la misma simbología que para el caso analizado aquí.

## V.2 METODO DE LA TASA PROMEDIO DE INTERRUPCION

Este método proporciona una medida de la continuidad más que de la calidad del servicio, ya que examina las condiciones simultáneas que deben existir en el flujo de potencia en combinaciones serie-paralelo de los componentes del sistema.

Este método es absolutamente directo y puede aplicarse a redes relativamente complejas.

Su aplicación se basa en cuatro principios simples:

1) Un elemento opera solo en dos estados: disponible o indisponible. El mantenimiento no se considera y la probabilidad de que una componente esté indisponible está dada por su tasa de salidas forzadas ( $p$ ). Si  $o$  es la indisponibilidad, entonces  $p+o = 1$ .

2) Las fallas de los elementos son independientes y por eso la probabilidad de fallas simultáneas está dada por el producto de sus respectivas probabilidades.

3) En un sistema serie todos sus componentes deben estar disponibles para que el flujo llegue al punto de recepción. La probabilidad de éxito es el producto de las probabilidades de disponibilidad. Para un sistema de dos componentes con probabilidades de éxito  $p_1$  y  $p_2$  y de falla  $q_1$  y  $q_2$ :

$$p_s = p_1 \cdot p_2$$

$$p_s = 1 - q_1 \cdot q_2 = p_1 + p_2 - p_1 \cdot p_2$$

Si  $p_1$  y  $p_2 \ll 1$ ,  $p_1 \cdot p_2$  puede despreciarse. En este caso, la probabilidad de falla de un sistema en serie es igual a la suma de las probabilidades de falla de sus elementos.

4) En un sistema paralelo todos los caminos de flujo de potencia deben fallar para que el punto de recepción se quede sin suministro. En un sistema de dos elementos, la probabilidad de falla es el producto de los dos valores de falla.

La tasa de salidas forzadas, generalmente se define como el tiempo total de salida entre el tiempo total de exposición y es la probabilidad de ocurrencia de salida del elemento. Esto es:

$$P = \frac{E \text{ días en que ocurrió una salida de duración mínima especificada}}{E \text{ días}}$$

Si se calculan las tasas de salidas forzadas para diferentes duraciones mínimas especificadas, es posible predecir la ocurrencia de esta condición en cualquier punto particular del sistema.

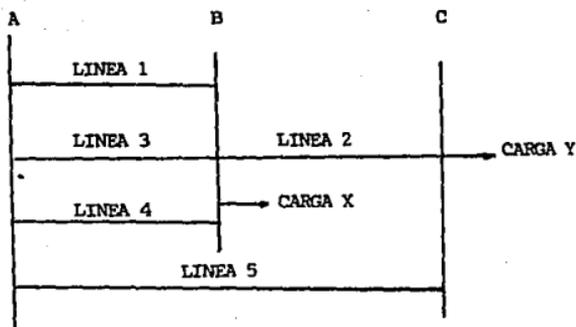
Esta técnica supone que todas las salidas que ocurren en un día son simultáneas con lo cual se obtiene un resultado pesimista.

Este método está restringido a la evaluación de la continuidad en un punto particular y no puede extenderse a sistemas que no son completamente redundantes.

Básicamente consiste en la definición de la Tasa Promedio de Interrupción Anual al Consumidor (TPIAC) como el número esperado de días en un año que ocurra la condición específica de salida para el bus de carga.

Como una muestra de la aplicación, se presenta a continuación un ejemplo ilustrativo.

Ejemplo V-L  
Sea el siguiente sistema.



Y si las tasas de falla para cada línea son:

Línea	$\lambda$ (fallas/año)
1	0.4
2	0.35
3	0.5
4	0.22
5	0.7

El número de días al año en los cuales ocurren fallas son las fallas por año. Por tanto las probabilidades de una salida en las líneas es:

$$P_1 = \frac{0.4}{365} = 1.095 \times 10^{-3} ; P_2 = \frac{0.35}{365} = 9.589 \times 10^{-4} ;$$

$$P_3 = \frac{0.5}{365} = 1.369 \times 10^{-3} \quad ; \quad P_4 = \frac{0.02}{365} = 5.027 \times 10^{-4} \quad ;$$

$$P_5 = \frac{0.7}{365} = 1.917 \times 10^{-3}$$

Suponiendo que el sistema está primeramente compuesto por las líneas 1, 2, 3 y 4 y posteriormente por todas, se tiene:

- Dejando a  $L_5$  fuera del análisis:

$$P_X = (1.095 \times 10^{-3}) (1.369 \times 10^{-3}) (5.027 \times 10^{-4}) = 9.034 \times 10^{-10}$$

$$TPIAC_X = (9.034 \times 10^{-10}) (365) = 3.297 \times 10^{-7}$$

$$P_Y = 9.034 \times 10^{-10} + 9.589 \times 10^{-4} = 9.589 \times 10^{-4}$$

$$TPIAC_Y = (9.589 \times 10^{-4}) (365) = 0.3499$$

- Para el sistema completo:

$$P_X = 9.034 \times 10^{-10} \cdot (1.917 \times 10^{-3} + 9.589 \times 10^{-4}) = 2.598 \times 10^{-12}$$

$$TPIAC_X = (2.598 \times 10^{-12}) (365) = 9.483 \times 10^{-10}$$

$$P_Y = (9.589 \times 10^{-4}) (1.917 \times 10^{-3}) = 1.838 \times 10^{-6}$$

$$TPIAC_Y = (1.838 \times 10^{-6}) (365) = 6.709 \times 10^{-4}$$

Los resultados pueden agruparse en la siguiente tabla:

Carga/Líneas	TPIAC
Carga X · Líneas 1, 2, 3 y 4	$3.297 \times 10^{-7}$
Carga X · Líneas 1, 2, 3, 4 y 5	$9.483 \times 10^{-10}$
Carga Y · Líneas 1, 2, 3 y 4	0.3499
Carga Y · Líneas 1, 2, 3, 4 y 5	$6.709 \times 10^{-4}$

Nótese como el  $TPIAC_Y$  cuando  $L_5$  está fuera del análisis es prácticamente igual a  $\lambda_2^-$ . La confiabilidad de la carga Y está dominada por el elemento serie. Esta característica es evidente en muchos estudios usando en criterio de continuidad en líneas con redundancia.

Este método no puede manejar capacidades de transmisión. Suone salidas independientes simultáneas.

Los índices de confiabilidad están totalmente basados en la continuidad del suministro a los respectivos puntos de carga suponiendo un sistema completamente redundante. Como pueden observarse, los TFIAC para cada carga, pueden obtenerse por la adecuada combinación de las tasas de falla en las configuraciones serie-paralelo, de las líneas que conforman el sistema.

### V.3 METODO DE LA FRECUENCIA Y DURACION

Las técnicas descritas hasta ahora, permiten encontrar las probabilidades de permanecer en un estado, pero también es importante conocer la frecuencia y duración de las salidas del sistema.

Nuevamente este método toma en cuenta las configuraciones serie-paralelo del sistema y predice la duración y frecuencia de las interrupciones.

Un aspecto sumamente importante en esta técnica es la introducción de una condición ambiental variable asociada al componente en operación. Para describir el ambiente del componente, se usan dos estados: el normal o seco y el húmedo. Cada condición tiene una tasa de falla en términos de fallas/año dentro de su ambiente.

Seis mediciones pueden calcularse con este método:

- 1) El promedio de interrupciones del servicio por carga al año.
- 2) El tiempo de restauración promedio en cada carga.
- 3) El tiempo total de interrupción por carga al año.
- 4) El número máximo esperado de interrupciones experimentadas por una carga.
- 5) El tiempo máximo de restauración experimentado por una carga.
- 6) La probabilidad de que algún punto esté fuera de servicio más tiempo que el especificado.

Las primeras tres mediciones indican la confiabilidad promedio de la carga mientras que las últimas tres proporcionan

un indicador de la confiabilidad más baja para alguna carga del sistema. La medida más importante sin duda es la primera.

Sean los siguientes parámetros:

$\lambda_k, \lambda_k^r$  = Tasas de falla del componente en clima normal y húmedo respectivamente [fallas/año].

$r_k$  = Tiempo de reparación esperado para todas las salidas forzadas [años].

$N, S$  = Duración esperada de un periodo normal y húmedo respectivamente [años].

Para un sistema serie, la tasa de falla total  $\lambda_f$  para un componente individual se define como:

$$\lambda_{fk} = \frac{N}{N+S} \lambda_k + \frac{S}{N+S} \lambda^r \lambda_k \quad [\text{salidas/año}]$$

La tasa de salidas forzadas en un sistema serie es:

$$\lambda_{f, eo} = \sum_{k=1}^n \lambda_{f, k}$$

Si el sistema total consiste de sólo conexiones en serie (e  $\rightarrow$  equivalente) entre la fuente y la carga, la medición de la confiabilidad en la carga viene dada por:

1.- Tasa anual de salidas =  $\lambda_{f, e}$  (salidas/año).

2.- Duración de interrupción esperada =  $r_{f, e} =$

$$\sum_{k=1}^n \frac{\lambda_{f, k} \cdot r_k}{\lambda_{f, e}} \quad (\text{años})$$

3.- Tiempo total de interrupción por año =  $U = 8760 \cdot \lambda_{f, e} \cdot r_{f, e}$  (horas/año).

En un sistema en paralelo, los componentes son tomados por pares y son reducidos a un equivalente. La obtención de la tasa anual de salidas para dos componentes en paralelo está dado en 4 fases:

a) Si la falla inicial ocurre en clima normal y la segunda en clima normal.

$$\lambda_1 = \frac{N}{N+S} [\lambda_1 \lambda_1 (r_1 + r_1)]$$

Si no se aplica el concepto de climas:  $\lambda_1 = \lambda_1 \lambda_1 (r_1 + r_1)$ .

b) Si la falla inicial ocurre en clima normal y la segunda en clima húmedo.

$$\lambda_2 = \frac{S}{N+S} [\lambda_1 \lambda_2' r_1 + \lambda_2 \lambda_1' r_2]$$

c) Si la falla inicial ocurre en clima húmedo y la segunda en clima húmedo:

$$\lambda_3 = \frac{N}{N+S} \left[ \frac{2S^2}{N} \lambda_1' \lambda_2' \right]$$

d) Si la falla inicial ocurre en clima húmedo y la segunda en clima normal:

$$\lambda_4 = \frac{S}{N+S} [\lambda_1' \lambda_2 r_1 + \lambda_2' \lambda_1 r_2]$$

La expresión completa de la tasa de falla que incluye las 4 fases es:

$$\lambda_T = \frac{N}{N+S} [(\lambda_1 \lambda_2 (r_1 + r_2)) + \frac{S}{N} (\lambda_1 \lambda_2' r_1 + \lambda_2 \lambda_1' r_2) + \frac{2S^2}{N} \lambda_1' \lambda_2' + \frac{S}{N} (\lambda_1' \lambda_2 r_1 + \lambda_2' \lambda_1 r_2)]$$

Ejemplo V-M

Para el sistema analizado en el ejemplo V-L, aplicar el método de duración y frecuencia asumiendo que no se aplica el concepto de climas. Los parámetros son:

Línea	$\lambda$ (fallas/año)	Tiempo de reparación esperado (horas)
1	0.4	6.5
2	0.35	6.5
3	0.5	6.5
4	0.22	6.5
5	0.7	6.5

Solución:

Sin  $L_5$ :

- Para la carga  $x$ :  $\lambda_e = \lambda_1 \lambda_3 (r_1 + r_2) = (0.4) (0.5) (6.5 + 6.5) / 8760$

$$= 2.968 \times 10^{-4} \text{ (fallas/año)}$$

$$r_{1.3} = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3} = \frac{6.5(6.5)}{6.5+6.5} = 3.25 \text{ (hrs.)}$$

$$\Rightarrow \lambda_x = \lambda_{e_0} \lambda_4 (r_{e_0} + r_4) = (2.968 \times 10^{-4})(0.22)(6.5+3.25)/8760 =$$

$$= 7.267 \times 10^{-8} \text{ (fallas/año)}$$

$$r_x = \frac{r_{e_0} \cdot r_4}{r_{e_0} + r_4} = \frac{3.25(6.5)}{3.25+6.5} = 2.166 \text{ (hrs.)}$$

$$\therefore U_x = \lambda_x \cdot r_x = (7.267 \times 10^{-8})(2.166) = 1.574 \times 10^{-7} \text{ hrs.}$$

- Para la carga y:  $\lambda_y = 7.267 \times 10^{-8} + 0.35 \pm 0.35$  (fallas/año)

$$\Rightarrow U_y = 1.574 \times 10^{-7} + (3.25)(6.5) = 2.275 \text{ hrs.}$$

Con  $L_5$ :

- Para la carga x:  $\lambda_x = (7.267 \times 10^{-8})(0.7+0.35) \left[ \frac{2.166+6.5}{8760} \right] =$

$$= 7.548 \times 10^{-11} \text{ (fallas/año)}$$

$$r_{2.5} = \frac{0.35(6.5) + 0.7(6.5)}{0.35+0.7} = 6.5$$

$$r_x = \frac{2.166(6.5)}{2.166+6.5} = 1.625 \text{ hrs.}$$

$$\therefore U_x = \lambda_x r_x = (7.548 \times 10^{-11})(1.625) = 1.226 \times 10^{-10} \text{ hrs.}$$

- Para la carga y:

$$r_y = \frac{(7.267 \times 10^{-8})(2.166) + (0.35)(6.5)}{0.35} = 6.5 \text{ hrs.}$$

$$\lambda_y = 0.35(0.7) \left[ \frac{(6.5) \cdot (6.5)}{8760} \right] = 1.181 \times 10^{-3} \text{ (fallas/año)}$$

$$U_y = (1.181 \times 10^{-3}) \left[ \frac{(6.5) \cdot (6.5)}{6.5 + 6.5} \right] = 3.64 \times 10^{-3} \text{ hrs.}$$

Estos resultados pueden resumirse en la siguiente tabla:

Carga/Líneas	Fallas/año	Tiempo total de interrupción (hrs)
Carga X. Líneas 1, 2, 3 y 4	$7.267 \times 10^{-8}$	$1.574 \times 10^{-7}$
Carga X. Líneas 1, 2, 3, 4 y 5	$7.548 \times 10^{-11}$	$1.226 \times 10^{-10}$
Carga Y. Líneas 1, 2, 3 y 4	0.35	2.275
Carga Y. Líneas 1, 2, 3, 4 y 5	$1.181 \times 10^{-3}$	$3.64 \times 10^{-3}$

Nótese como el tiempo mayor es el dominado por el elemento serie para la carga Y. Si las tasas de falla en condiciones normales y de humedad no son iguales, entonces los valores de la tabla obtenida podrían ser muy diferentes. La magnitud del error depende de los valores de N y S. Es evidente que en ese caso deben utilizarse las ecuaciones correspondientes a la fase con las nuevas condiciones.

A medida que el porcentaje de falla del componente en condición húmeda se incrementa, la diferencia entre los valores calculados en condición normal y los calculados en periodos húmedos se incrementa bastante rápido. Si quiere profundizarse en el tema, en las páginas 168-173 de la referencia 5, se expone un ejemplo y gráficas relativas al respecto.

#### V.4 METODO DE LOS CORTES MINIMOS

El método de los cortes mínimos es una herramienta poderosa para evaluar la confiabilidad de un sistema y la base de la mayoría de los métodos de evaluación. Para entender este método primero se debe definir el concepto:

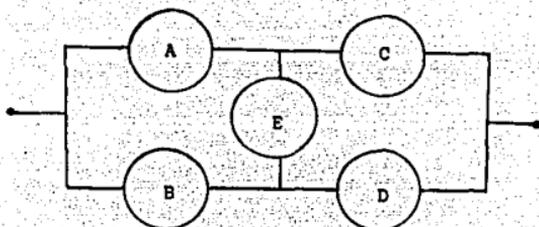
Corte mínimo es un conjunto de componentes del sistema que cuando fallan, causan la falla del sistema, pero cuando alguno de los componentes del conjunto ha fallado, entonces no causan la falla del sistema.

Esta definición significa que todos los componentes los componentes de un corte mínimo deben fallar para causar la falla del sistema. Si la evaluación se lleva en forma completa el resultado es exacto y no se hacen aproximaciones. En la

práctica se hacen simplificaciones, pero estas no conducen a errores significativos.

Ejemplo V-4

Sea el siguiente sistema:



Aquí se pueden identificar 4 cortes mínimos que son: (AB); (CD); (AED) y (BEC):

De la definición anterior de corte mínimo es evidente que los componentes de cada corte están conectados en paralelo y que las probabilidades de falla de los componentes en el corte pueden combinarse utilizando el principio de sistemas en paralelo. La no-confiabilidad o desconfiabilidad del sistema está dada por:

$$Q_s = P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4)$$

$$Q_s = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4) - P(C_1 \cap C_2) - P(C_1 \cap C_3) - P(C_1 \cap C_4) - P(C_2 \cap C_3) - P(C_2 \cap C_4) - P(C_3 \cap C_4) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) + P(C_1 \cap C_2 \cap C_4) + P(C_1 \cap C_3 \cap C_4) + P(C_2 \cap C_3 \cap C_4) - P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4)$$

Esta ecuación es exacta, pero puede simplificarse mediante una buena aproximación, que consiste en ignorar todos los términos, excepto la suma de las probabilidades individuales de los cortes, esto es:

$$Q_s = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3) + P(C_4)$$

Esta aproximación da el límite superior de la desconfiabilidad del sistema e introduce errores despreciables para la mayoría de las aplicaciones. Para el ejemplo V-N con esta aproximación:

$$D_s = D_A D_B + G C D + D_A D C D E + D_B G C D E$$

y si los componentes son idénticos:

$$D_s = 2D^2 + 2G^3$$

Básandose en la definición de un corte mínimo es posible evaluar la frecuencia de las salidas y de reparación de un sistema como de sus componentes. Esto consiste en:

- 1) Obtener los cortes mínimos para cada punto de carga o bus del sistema.
- 2) Evaluar la confiabilidad de cada punto de carga o bus del sistema.
- 3) Evaluar la confiabilidad del sistema.

Con referencia al primer paso, existen varios métodos para la obtención de cortes mínimos. El punto a tratar aquí, es la forma de evaluar la confiabilidad de cada punto de carga o bus. Después de obtener todos los cortes mínimos, cada bus tendrá una lista de cortes que lo afectan, por medio de los cuales se obtendrá su confiabilidad de la siguiente manera:

- a) Cada corte tendrá de 1 a n componentes, los que se conectarán en paralelo (por definición de corte mínimo) y se podrán obtener los índices de confiabilidad ( $\lambda$ , u, r) para cada corte con las fórmulas para sistemas en paralelo.
- b) Todos los cortes para el nodo en estudio, se conectarán en serie (ya que la falla de cualquiera de éstos hará que el bus quede sin suministro) y utilizando las fórmulas para sistemas en serie, se obtendrán los índices para el bus en estudio.
- c) Por último, la evaluación general del sistema se irá haciendo en forma conjunta, es decir, se irán acumulando las frecuencias de salidas y reparación del sistema, desde el análisis del primer bus hasta el último.

El método se presta para analizarse computacionalmente debido a su rapidez. Esto se debe a que no enumera contingencias o estados de forma exhaustiva, que no requiere de hacer simulaciones, no es necesario construir diagramas de estado y proporciona la ventaja de evaluar sistemas complejos y de grandes dimensiones.

Se han hecho comparaciones con el metodo de Markov, obteniendo diferencias de magnitud despreciable, lo cual refuerza más la validez de este metodo.

## CAPITULO VI

### DETERMINACION DE LA CONFIABILIDAD EN LA GENERACION

En este capítulo se presentan los métodos básicos de evaluación de la confiabilidad en la generación.

El análisis de la confiabilidad en la capacidad generadora se debe dividir en dos aspectos o requerimientos: estáticos y rotativos.

Los requerimientos estáticos son aquellos relacionados con la capacidad instalada que debe planearse y construirse por adelantado respecto a las necesidades del sistema. Deben ser suficientes para proveer mantenimiento del equipo, salidas forzadas o no programadas, así como crecimientos de carga.

Por su parte, los requerimientos rotativos son aquella reserva de capacidad conectada al sistema y que está lista para tomar carga.

Estos dos aspectos de la generación tienen en común que pueden considerarse consistentemente bajo la aplicación de métodos probabilísticos. Es por esa razón por lo que se inicia este capítulo con una revisión de la elaboración de tablas probabilísticas. Los siguientes subtemas se refieren al análisis de la capacidad estática y el último a la capacidad rotativa.

#### VI.1 FORMACION DE TABLAS DE PROBABILIDAD PARA SALIDAS DE UNIDADES GENERADORAS

La aplicación de métodos probabilísticos para el problema de la capacidad estática ofrece bases analíticas sólidas para la planeación. Un ejemplo de su aplicación fue desarrollado en la sección 3 del capítulo I. Sin embargo, en la realidad es muy raro que pueda aplicarse manualmente la expansión binomial para analizar un sistema, debido a las distintas capacidades de las unidades y sus diferentes tasas de salida, y esto hace necesario el uso de la computadora.

Un procedimiento sumamente útil para construir tablas de probabilidad para salidas de unidades generadoras es:

1) Se aplica la expansión binomial  $(a+b)^n$  para aquellas  $n$  unidades que posean la misma capacidad.

2) Se multiplica por las probabilidades de aquellas unidades que estén o no en servicio y se forman tantas tablas como unidades de capacidades diferentes.

3) Se agrupan en una sola tabla. En esta, a medida de que las capacidades de salida se incrementan, las probabilidades individuales decrecen.

4) Se calculan las probabilidades acumuladas, efectuando la suma de las probabilidades individuales partiendo de la de mayor capacidad fuera de servicio hasta llegar a 1.0.

Para mostrar la forma de elaborar tablas siguiendo el método anterior, se presenta el siguiente ejemplo ilustrativo.

**Ejemplo VI-A**

Sea un sistema que consta de 3 unidades de 4 MW y una de 7 MW todas con una tasa de salida forzada (TSF) de 0.05.

Las 3 unidades iguales pueden clasificarse así:

<u>Capacidad fuera de servicio [MW]</u>	<u>Operación</u>	<u>Probabilidad</u>
0	$0.95^3$	0.857375
4	$3(0.95)^2(0.05)$	0.135375
8	$3(0.95)(0.05)^2$	0.007125
12	$0.05^3$	0.000125
		<hr/>
		1.0000

Ahora, tomando en cuenta que la unidad de 7 MW puede estar en servicio ( $1 - 0.05 = 0.95$ ) o fuera de servicio (0.05) se tiene:

En servicio

<u>Capacidad fuera [MW]</u>	<u>Probabilidad</u>
0 + 0 = 0	$0.857375(0.95) = 0.81450625$
4 + 0 = 4	$0.135375(0.95) = 0.12860625$
8 + 0 = 8	$0.007125(0.95) = 0.00676875$
12 + 0 = 12	$0.000125(0.95) = 0.00011875$
	<hr/>
	0.95

Fuera de servicio

<u>Capacidad fuera [MW]</u>	<u>Probabilidad</u>
0 + 7 = 7	0.957375(0.05) = 0.04286875
4 + 7 = 11	0.135375(0.05) = 0.00676875
8 + 7 = 15	0.007125(0.05) = 0.00035625
12 + 7 = 19	0.000125(0.05) = 0.00000625
	<u>0.05</u>

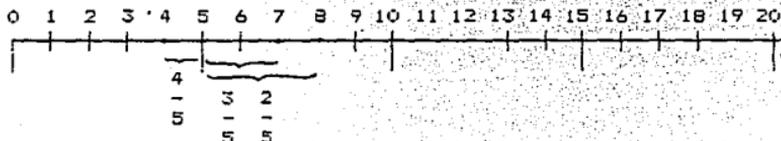
Ahora agrupando en una sola tabla y ordenando capacidades se obtiene:

<u>Capacidad fuera de servicio [MW]</u>	<u>Probabilidad</u>	<u>Probabilidad acumulada</u>
0	0.81450625	1.00000
4	0.12860625	0.18549375
7	0.04286875	0.0568875
8	0.00676875	0.01401875
11	0.00676875	0.00725
12	0.00011875	0.00048125
15	0.00035625	0.0003625
19	0.00000625	0.00000625
	<u>1.0000</u>	

En este ejemplo, la formación de la tabla de probabilidades se obtuvo fácilmente, debido a que el sistema hipotético constaba de sólo 4 unidades. En la realidad, los sistemas cuentan con muchas unidades de diferentes capacidades y sus tablas de probabilidades contienen muchísimos niveles discretos de capacidad de salida posibles.

Este número puede reducirse agrupando las unidades en niveles de idéntica capacidad mediante el redondeo. El incremento del redondeo depende de la exactitud deseada. Por lo tanto, la tabla final redondeada contiene magnitudes de capacidad de salida que son múltiplos del incremento del redondeo.

En el ejemplo anterior, si se quiere redondear la tabla a incrementos de 5 MW ( $\Delta P = 5MW$ ), se tendría:



Capacidad  
fuera [MW]

Probabilidad

0	$0.81450625 - \frac{1}{5}(0.12860625)$	= 0.8402275
5	$\frac{4}{5} - \frac{1}{5}(0.12860625) + \frac{3}{5} - \frac{1}{5}(0.04286875)$ $+ \frac{2}{5} - \frac{1}{5}(0.00676875)$	= 0.13131375
10	$\frac{2}{5} - \frac{1}{5}(0.04286875) + \frac{3}{5} - \frac{1}{5}(0.00676875)$ $+ \frac{4}{5} - \frac{1}{5}(0.00676875) + \frac{3}{5} - \frac{1}{5}(0.0011875)$	= 0.026695
15	$\frac{1}{5} - \frac{1}{5}(0.00676875) + \frac{2}{5} - \frac{1}{5}(0.0011875) +$ $(0.00035625) + \frac{1}{5} - \frac{1}{5}(0.00000625)$	= 0.00175875
20	$\frac{4}{5} - \frac{1}{5}(0.00000625)$	= 0.000005
		<hr/> 1.00000

Nótese que en la gráfica anterior, se ilustra el redondeo a 5 MW y que siempre se toman las fracciones con respecto al punto opuesto.

Estudios de sistemas prácticos han demostrado que el error es despreciable si se usa un redondeo de  $\Delta P=5$  MW.

Como se sabe, en la realidad la capacidad disponible en el sistema no es constante ya que las unidades son removidas para mantenimiento. Si el sistema contiene muchas unidades es impráctico reconstruir la tabla cada vez que una unidad se remueve. Sin embargo, existe una forma de remover unidades de generación de la tabla de capacidades de salida.

Este método se basa en la aplicación de la siguiente expresión:

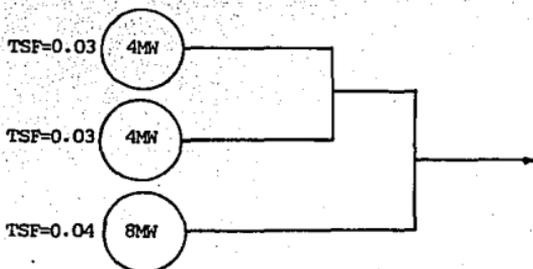
$$F_2(x) = \frac{D_1(x) - D_2(x-c) \cdot r}{1-r}$$

donde  $D_1(x)$  es la probabilidad de igualar o exceder  $x$  MW después de adicionar una unidad de capacidad  $c$  con tasa de falla  $r$ ;  $D_2(x)$  es la probabilidad de igualar  $x$  o exceder  $x$  MW antes de adicionar una unidad:  $D_2(x-c)=1$  para  $x \leq c$ . Por lo tanto, pueden obtenerse las probabilidades desde  $D_2(0)$  hasta  $D_2(c)$ .

Este método puede usarse directamente para remover una unidad de igual capacidad a un múltiplo de  $\Delta P$  en la tabla recondeada y puede repetirse para remover varias unidades de una por una.

#### Ejemplo VI-B

Sea el siguiente sistema:



Por lo tanto, su tabla de probabilidad es:

Capacidad Fuera [MW]	Operación	Probabilidad	Probabilidad acumulada
0	$(0.97)^2 (0.96)$	0.903264	1.00000
4	$2(0.97)(0.03)(0.96)$	0.055872	0.946736
8	$(0.03)^2(0.96) + (0.04)(0.97)^2$	0.0385	0.908264
12	$2(0.97)(0.03)(0.04)$	0.002328	0.885036
16	$(0.03)^2(0.04)$	0.000036	0.882708

Removiendo la unidad de 8 MW del sistema ( $c=8$ ,  $TSF=0.04$ ), la tabla antes de meter esta unidad será:

<u>Capacidad fuera [MW]</u>	<u>Probabilidad acumulada</u>
0	$P_2(0) = 1.00000$
4	$P_2(4) = \frac{P_1(4) - P_2(4-8) \cdot r}{1-r} = \frac{0.096736 - 1(0.04)}{1-0.04} = 0.0591$
8	$P_2(8) = \frac{P_1(8) - P_2(8-8) \cdot r}{1-r} = \frac{0.040864 - 1(0.04)}{1-0.04} = 0.0009$

obviamente  $P_2(12)$  y  $P_2(16)$  son cero. Comprobando los resultados se tiene:

$$P_2(8) = 0.03^2 = 0.0009; P_2(4) = 2(0.97)(0.03) + 0.0009 = 0.0591$$

$$\text{y } P_2(0) = 0.97^2 + 0.0591 = 1 \text{ lo cual demuestra su validez.}$$

## VI.2 METODO DE PROBABILIDAD DE PERDIDA DE CARGA. PROGRAMA DIGITAL

Este método se basa en la combinación de las tablas de probabilidad de salida con la característica de carga del sistema, dando por resultado un riesgo de pérdida de carga esperado.

Una típica curva de carga de un sistema se muestra en la figura VI-1.

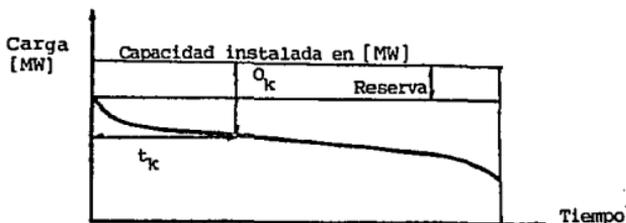


Figura VI-1. Curva típica de la carga de un sistema.

De la figura anterior:

$O_k$  = Magnitud de la  $k$ -ésima salida en la tabla de probabilidad.

$t_k$  = Unidades de tiempo en que la salida  $O_k$  causó una pérdida de carga.

$P_k$  = Probabilidad de una salida de capacidad igual a  $O_k$ .

Cabe señalar que no es la misma salida de capacidad a pérdida de carga. Lo primero se refiere a una pérdida de generación que puede o no resultar en una pérdida de carga, mientras que ésta se presentará en el caso de que la capacidad de generación sea rebasada por el nivel de carga del sistema.

Se define como pérdida de carga esperada, al producto de la probabilidad de existencia de una salida específica por las unidades de tiempo en el intervalo de estudio, esto es:

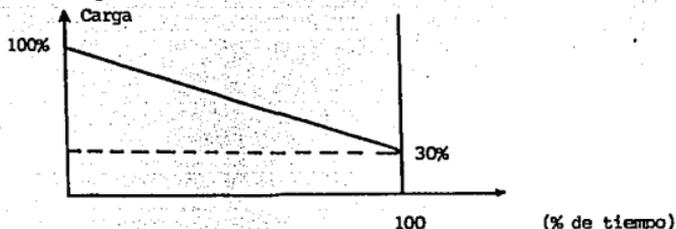
$$E(t) = \sum_{k=1}^n P_k \cdot t_k \quad \text{[Unidades de tiempo]}$$

La característica de la carga puede estar en horas, días, semanas, meses, etc. Por lo general el periodo base es el año, y por lo tanto, si la característica es diaria, la unidad de la pérdida de carga esperada estará en días por año. Debido a que las magnitudes de la pérdida de carga suelen ser muy pequeñas, el recíproco de estos valores resultan ser más manejables, aunque su unidad [años/día] sea muy extraña. Por tanto, sólo debe tomarse como un factor de comparación.

De la figura VI-1 puede observarse la semejanza con una línea recta de pendiente negativa. Normalmente se hace esta aproximación por efecto de simplicidad. Su aplicación se muestra en el siguiente ejemplo.

#### Ejemplo VI-C

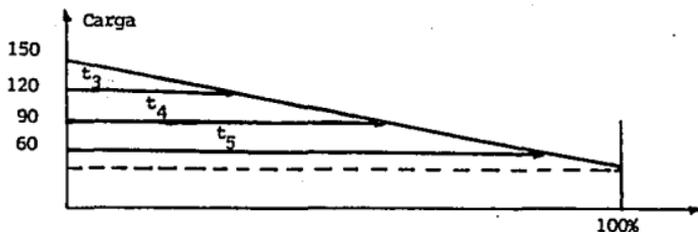
Sea un sistema que contiene 6 unidades de 30 MW con una TSF = 0.02. La característica de carga se muestra en la siguiente gráfica.



Construyendo su tabla de probabilidad de salida se tiene:

<u>Capacidad fuera [MW]</u>	<u>Operación</u>	<u>Probabilidad individual</u>	<u>Probabilidad acumulada</u>
0	(0.98) <sup>6</sup>	0.88584238	1.00000
30	6(0.98) <sup>5</sup> (0.02)	0.10847049	0.11415759
60	15(0.98) <sup>4</sup> (0.02) <sup>2</sup>	0.00553420	0.0056871
90	20(0.98) <sup>3</sup> (0.02) <sup>3</sup>	0.00015059	0.0001529
120	15(0.98) <sup>2</sup> (0.02) <sup>4</sup>	0.00000230	0.00000231
150	6(0.98)(0.02) <sup>5</sup>	0.00000001	0.00000001
180	(0.02) <sup>6</sup>	0	0.

Nótese como los valores menores de  $10^{-8}$  son despreciables. Si el pico de carga pronóstico es generalmente la capacidad instalada menos una unidad, se tiene que para este caso es de  $180-30=150$  MW. Su recta de carga será:



Si  $P_1(0, 150)$  y  $P_2(100\%, 45)$ , su ecuación es:

$$y - 150 = \frac{45-150}{100-0} (x-0) \quad \text{o bien:} \quad y = -1.05x+150$$

Ahora, como las abscisas denotan tiempos, se despeja  $x$  y se evalúan para las capacidades fuera de servicio de la tabla anterior y se obtienen los datos que se agrupan en la siguiente tabla:

<u>Capacidad fuera [MW]</u>	<u>Capacidad en Servicio [MW]</u>	<u>Probabilidad individual</u>	<u>Tiempo tk en %</u>	<u>Pérdida de Carga esperada (Pk-tk)</u>
0	180	0.88584238	-	--
30	150	0.10847049	-	--
60	120	0.00553420	28.57	0.15812
90	90	0.00015059	57.14	0.00860514
120	60	0.00000230	85.71	0.00019714
				<u>0.16692228</u>

Nótese como en la segunda columna se detuvo en 60 MW la capacidad en servicio, ya que es el inmediato superior al 30% de 150 MW (45 MW).

La pérdida de carga esperada está en porcentaje, y asumiendo que el 100% del tiempo corresponden a los 365 días del año, se tiene que la pérdida de carga esperada es:  $(0.16692228) \cdot 100$

$$\frac{1}{100} (365) = 0.60926632 \text{ [días/año]} \text{ o bien } 1.641318 \text{ [años/día]}.$$

Lo interesante de observar aquí es el comportamiento de la pérdida de carga esperada si se varía el pico de carga pronóstico con la misma característica de carga. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

<u>Pico de carga del sistema [MW]</u>	<u>Pérdida de carga esperada [días/año]</u>	<u>[años/días]</u>
180	10.402	0.0961
170	6.657	0.1502
160	4.485	0.2333
150	0.609	1.642
140	0.440	2.272
130	0.246	4.065
120	0.020	50.0
110	0.014	71.42
100	0.0083	120.48
90	0.0004	2500

Se puede advertir como los cálculos son muy repetitivos. Por esta razón se estructuró un programa de computadora denominado "PPCE" codificado en BASIC, y de donde se obtuvieron los resultados de la tabla anterior.

El listado del programa se presenta en la siguiente página.

Los resultados de esta tabla pueden graficarse semilogárfmicamente, tal y como lo muestra la figura VI-2.

Aquí es donde entra el factor de diseño, ya que si se tienen que agregar unidades al sistema, se debe estudiar cuidadosamente como afectan la pérdida de carga esperada.

```

10 PRINT "          TESIS DE MAESTRIA"
20 PRINT " CAPITULO VI: PROGRAMA ** PRCE **"
30 PRINT " * METODO DE PROBABILIDAD DE PERDIDA DE CARGA *"
40 CLEAR
50 DIM G(R), V(R), Q(3)
60 ERASE G
70 ERASE V
80 ERASE Q
90 P = 0
100 INPUT "EL NUMERO DE UNIDADES ES:"; N
110 INPUT "SU CAPACIDAD EN (MW) ES:"; E
120 C = 1 + B
130 INPUT "TASA DE SALIDA FORZADA:"; L
140 F = 1 - L
150 INPUT "DESEA LOS FACTORES DE LA EXPANSION BINOMIAL? (1) SI (2) NO"; M
160 IF M = 1 GOTO 170
170 FOR I = 1 TO N
180 R = 1
190 H = 0
200 DIM G(N + 1)
207 GOSUB 610
208 GOSUB 760
209 GOSUB 880
210 H = (Q(1) / Q(2)) + (K * (N - (R - 1)) + L * (R - 1)) / Q(3)
220 IF M <> 1 GOTO 240
230 PRINT "EL FACTOR No"; R; "ES:"; W
240 G(H) = W
245 R = R + 1
250 H = R
260 IF R = N + 1 GOTO 290
270 GOTO 207
280 NEXT I
290 DIM V(N + 1)
300 INPUT "EL PICO DE CARGA PRONOSTICO EN (MW) ES = "; E
310 INPUT "EL % DE DECAIMIENTO DE LA CARACTERISTICA DE CARGA ES = "; U
320 INPUT "DESEA SABER LOS TIEMPOS DE LAS DIFERENTES CARGAS? (1) SI (2) NO"; J
330 IF J = 1 GOTO 340
340 H = 1
350 FOR F = 1 TO N + 1
360 S = (C + B - H + B)
370 IF J <> 1 THEN GOTO 390
380 PRINT "CALCULANDO SU CAPACIDAD PARA:"; S; "(MW)"
390 T = 100 * (S - E) / ((.01 + U) * E - E)
400 IF ABS(T - 50) <= 50 GOTO 420
410 IF ABS(T - 50) > 50 THEN T = 0
420 IF J <> 1 GOTO 440
430 PRINT "EL % DEL TIEMPO TOTAL ES:"; T
440 V(H) = T
450 A = G(H) + V(H)
460 IF J <> 1 GOTO 480
470 PRINT "LA PERDIDA DE CARGA ESPERADA:P("; H; ") * T("; H; ") ="; A
480 P = P + A
490 H = H + 1
500 IF H > N + 1 GOTO 530

```

```

410 GOTO 720
420 NEXT #
430 P = .01 * P
440 INPUT "EL PERIODO DE TIEMPO CONSIDERADO (EN DIAS) ES:"; Z
450 P = P * Z
460 PRINT "LA PROBABILIDAD DE PERDIDA DE CARGA EN (DIAS/AZO)="; P
470 PRINT "LA PROBABILIDAD DE PERDIDA DE CARGA EN (AZOS/DIA)="; 1 / P
480 PRINT "END"
490 END
510 REM "SUBROUTINAS PARA CALCULAR LOS FACTORIALES"
520 Q = N
530 IF Q < 2 GOTO 740
540 X = Q
550 FOR Q = 1 TO Q
560 Y = X - 1
570 Q = Q * Y
580 Y = Y - 1
590 IF Y = 0 GOTO 720
600 GOTO 570
610 NEXT Q
620 Q(1) = Q
630 RETURN
640 Q(1) = 1
650 RETURN
660 Q = N - R + 1
670 IF Q < 2 GOTO 872
680 X = Q
690 FOR Q = 1 TO Q
700 Y = X - 1
710 Q = Q * Y
720 Y = Y - 1
730 IF Y = 0 GOTO 860
740 GOTO 710
750 NEXT Q
760 Q(2) = Q
770 RETURN
780 Q(2) = 1
790 RETURN
800 Q = P - 1
810 IF Q < 2 GOTO 1000
820 X = Q
830 FOR Q = 1 TO Q
840 Y = X - 1
850 Q = Q * Y
860 Y = Y - 1
870 IF Y = 0 GOTO 980
880 GOTO 850
890 NEXT Q
900 Q(3) = Q
910 RETURN
920 Q(3) = 1
930 RETURN

```

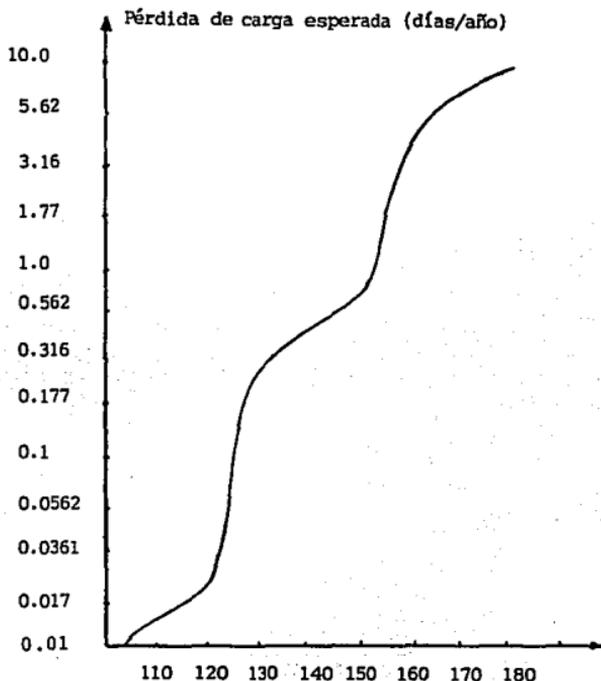


Figura VI-2. Cambio del riesgo con respecto al pico de carga del sistema.

Si se pronostica un porcentaje de crecimiento de carga, y por tanto del pico de carga, es posible determinar cuántas unidades adicionales, de qué capacidad y cuándo.

En un caso real, si se pronostica un crecimiento de carga del  $i\%$  anual en los siguientes  $n$  años, se tendría que:

<u>Año</u>	<u>Pico de carga pronóstico [MW]</u>
1	MW
2	$MW(1+i)$
3	$MW(1+i)^2$
4	$MW(1+i)^3$
5	$MW(1+i)^4$
6	$MW(1+i)^5$
...	...

En general sería el pico de carga pronóstico original multiplicado por  $(1+i)^{n-1}$ . Donde  $n$  es el año que se desea. De la tabla anterior puede derivarse que como el pronóstico de pico de carga se incrementa, el riesgo también aumentará, y por lo tanto, para cada año se tendrá una nueva necesidad de aumentar capacidad, y en su caso agregar unidades. Esto gráficamente se interpreta como una serie de curvas de forma muy similar a la mostrada en la figura VI-2.

Si se desea mantener más o menos constante una misma pérdida de carga esperada y un riesgo ciertamente estable, las unidades que se adicionan tendrán que ser de una capacidad tal que el riesgo nunca sobrepase un nivel límite prefijado de pérdida de carga. Esto se ilustra en la figura VI-3, donde la línea punteada representa el riesgo, y el número e la pérdida de carga que se pretende conservar.

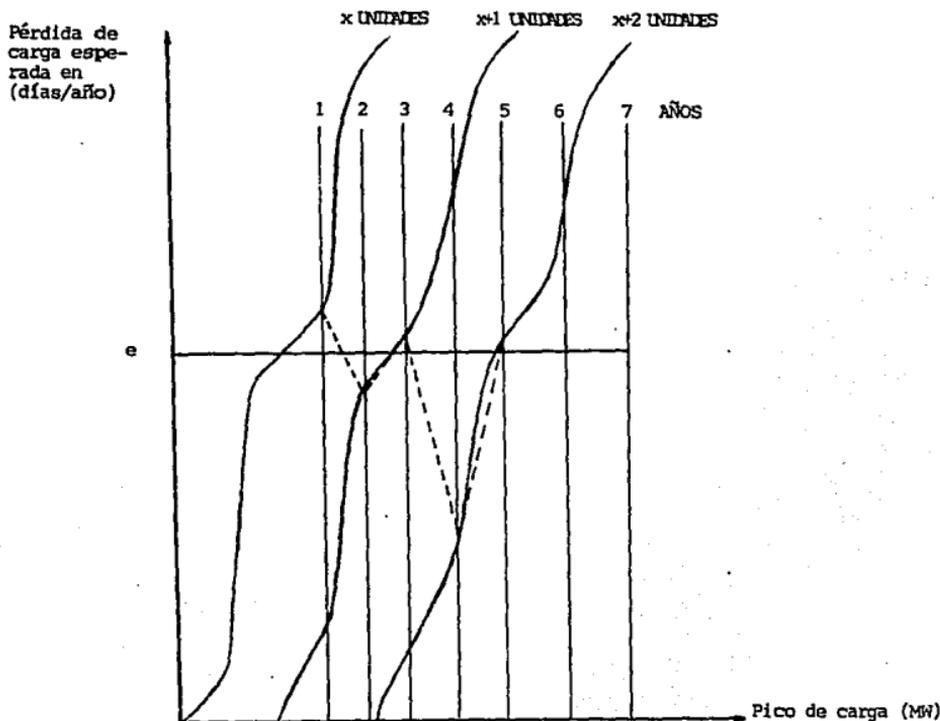


Figura VI-3.- Razón de cambio del riesgo con la adición de unidades.

El nivel de riesgo e debe ser usado para adecuar la capacidad del sistema en los subsecuentes años, y debe ser muy bien seleccionado. Esta adecuación no es otra cosa que decidir las capacidades de los generadores que se necesitan en los tiempos precisos.

La expansión  $MW(1+i)^n$  es infinita, sin embargo como es difícil conservar una característica de carga igual, se considera que un periodo de 20 años para este análisis es correcto.

Otro aspecto muy importante es determinar el costo de la capacidad que se requiere en los siguientes años. Sea "C" el costo por MW instalado, "T" la capacidad de la unidad que se adicionará, "i" la tasa de interés anual, "a" el año en que se utilizará y "r" la tasa anual de cargo fijo. El valor presente de los cargos anuales del año "a" está dado por:

$$V.P. = \frac{T \cdot C \cdot r}{i(1+i)^a} \quad [\$]$$

#### Ejemplo VI-D

Se necesitan agregar 6 unidades de 45 MW anualmente a un sistema. Cada MW instalado cuesta N\$ 432.00, si  $i=0.07$  y  $r=0.16$  calcular el valor presente de los cargos anuales asociados con el patrón de expansión.

#### Solución:

Año	T [MW]	Costo [\\$]	Cargas anuales (C·r)	V.P.
1	45	19440	3110.4	41527.36
2	45	19440	3110.4	38810.62
3	45	19440	3110.4	36271.61
4	45	19440	3110.4	33898.70
5	45	19440	3110.4	31681.03
6	45	19440	3110.4	29608.44
				<u>211797.78</u>

... el VP por concepto de agregar un generador de 45 MW durante 6 años es N\$ 211,797.78.

El análisis realizado hasta aquí ha considerado que la capacidad del sistema permanece constante en el periodo en cuestión. Sin embargo, en la realidad esto no acontece debido a la remoción de unidades por inspección y mantenimiento de acuerdo con un programa establecido.

Al no ser considerada constante la capacidad disponible, no puede usarse una sola tabla de probabilidad de salida. El mantenimiento se puede considerar agregando la capacidad en mantenimiento a la carga y utilizando una sola tabla de probabilidad de salida. Esto se muestra en la figura VI-4.

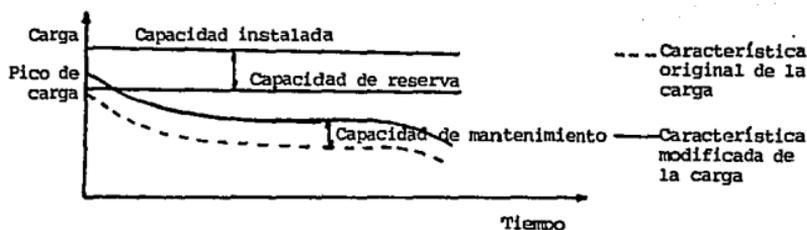


Figura VI-4. Características de la carga considerando mantenimiento.

Otra forma de considerar el mantenimiento es reducir la capacidad disponible debido a la magnitud de la salida, y usar sólo una tabla, tal y como se puede apreciar en la figura VI-5.

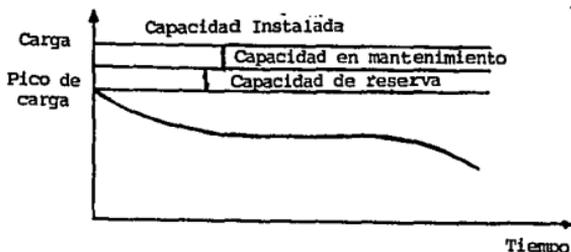


Figura VI-5. Reducción de capacidad considerando mantenimiento.

Las dos formas anteriores de analizar el mantenimiento son sólo aproximadas. El método exacto es calcular la tabla con las unidades disponibles en su momento para el periodo estudiado. Sin embargo, las aproximaciones mencionadas serán mejores a medida que la capacidad en mantenimiento represente un bajo porcentaje de la totalidad de la capacidad instalada.

### VI.3 PROBABILIDAD DE PERDIDA DE CARGA CONSIDERANDO INCERTIDUMBRE

Si ya no se supone que el pico de carga es igual al valor pronosticado, se está aceptando la idea de una variación en el pico de carga. Esta variación recibe el nombre de incertidumbre y se describe por una distribución probabilística cuyas características son determinadas mediante la experiencia.

La incertidumbre puede describirse con una muy buena aproximación mediante una distribución normal, en donde su punto medio sea el pico de carga pronosticado. Esta distribución puede dividirse en un número discreto de intervalos de clase. Se acepta como una buena exactitud tomar 7 intervalos, como se muestra en la figura VI-6.

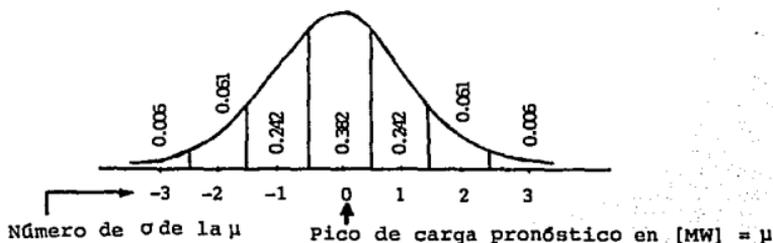


Figura VI.6. Incertidumbre representada por la distribución normal en 7 intervalos.

Mediante el siguiente ejemplo puede ilustrarse el cálculo de la pérdida de carga esperada considerando incertidumbre en el pronóstico de carga.

#### Ejemplo VI-E

Sea un sistema que consta de 8 unidades de 10 MW con TSF = 0.018. El pico de carga pronosticado es de 60 MW con 5% de

incertidumbre suponiendo una distribución como la mostrada en la figura VI-6. La característica de la carga se representa por una recta con 60% de factor de carga.

En la primera instancia, la tabla de probabilidad de salida es:

<u>Capacidad fuera [MW]</u>	<u>Operación</u>	<u>Probabilidad individual</u>	<u>Probabilidad acumulada</u>
0	(0.982) <sup>8</sup>	0.86475265	1.00000
10	8(0.982) <sup>7</sup> (0.018)	0.012680690	0.13524732
20	28(0.982) <sup>6</sup> (0.018)	0.00813526	0.00844042
30	56(0.982) <sup>5</sup> (0.018)	0.00029823	0.00030516
40	70(0.982) <sup>4</sup> (0.018)	0.00000683	0.00000693
50	56(0.982) <sup>3</sup> (0.018)	0.00000010	0.00000010
60	28(0.982) <sup>2</sup> (0.018)	-	-
70	8(0.982)(0.018)	-	-
80	(0.018)	-	-

Pico de carga pronóstico =  $\mu=60$  MW  
 $\tau(5\%) = 60(5/100) = 3$  MW

Por lo tanto, deben construirse 7 rectas, cada una con el pico de carga de valores 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69 MW y se obtienen las respectivas probabilidades de pérdida de carga, siguiendo el mismo procedimiento del ejemplo VI-C y aplicando el programa PPCE.

<u>Número de <math>\tau</math> de <math>\mu</math></u>	<u>Pico de carga [MW]</u>	<u>Probabilidad de la distribución (P)</u>	<u>Recta de carga</u>	<u>PPC [días/año]</u>	<u>P(PPC)</u>
-3	51	0.006	$y=-0.204x+51$	0.00667804	0.00004006
-2	54	0.061	$y=-0.216x+54$	0.02177381	0.00132820
-1	57	0.242	$y=-0.228x+57$	0.03527694	0.00653701
0	60	0.382	$y=-0.240x+60$	0.04743318	0.01811947
1	63	0.242	$y=-0.252x+63$	0.41177719	0.07965007
2	66	0.061	$y=-0.264x+66$	0.74306139	0.04532674
3	69	0.006	$y=-0.276x+69$	1.04320785	0.00625924
					0.17926079

Nótese como la pérdida de carga esperada se incrementó de 0.04743318 a 0.17926079 con 5% de incertidumbre.

Este método es el más usado para evaluar la confiabilidad de la capacidad de generación.

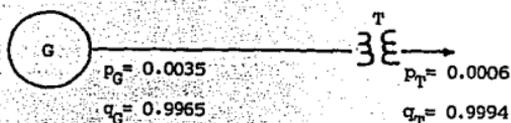
En algunos casos resulta muy conveniente analizar configuraciones de generador-transformador para determinar el efecto que tiene sobre la confiabilidad del sistema.

Generalmente, el transformador y todo su equipo asociado, se consideran parte de la unidad de generación (llamada compuesta). Lo interesante radica en ver el efecto que tendría si se separaran el generador y el transformador. Cabe señalar que la probabilidad de salidas forzadas en un transformador oscila entre 1/20 y 1/5 de la de una unidad compuesta.

Esto puede aclararse mediante el siguiente ejemplo.

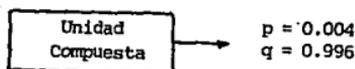
Ejemplo VI-F

Sean los siguientes equipos:

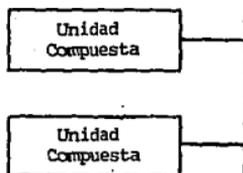


La probabilidad de disponibilidad es:  $q_G \cdot q_T = 0.9959021 = 0.996$ .

La probabilidad de salida forzada es:  $p_G + p_T - p_G \cdot p_T = 0.0040979 = 0.004$ . Y esto puede representarse como:



Ahora, considérese el caso de dos unidades generadoras en paralelo cada uno con su transformador individual.



<u>Número de unidades fuera</u>	<u>Operación</u>	<u>Probabilidad</u>
0	$q^2$	0.992016
1	$2pq$	0.007968
2	$p^2$	0.000016
		1.00000

Si ahora la disposición es de colocar los generadores en paralelo con un solo transformador, se tiene que:

		<u>Número de unidades fuera</u>	<u>Operación</u>	<u>Probabilidad</u>
Generador		0	$q_G^2 \cdot q_T$	0.992416
		1	$2p_G \cdot q_G \cdot q_T$	0.006971
Generador		2	$p_G^2 + p_T - p_G^2 \cdot p_T$	0.000612
				1.00000

Comparando los dos casos anteriores, se aprecia que cuando se pierden las dos unidades, el transformador al compartirse afecta más notablemente al sistema.

Este resultado conduce a pensar que aún y cuando el transformador tiene una probabilidad de salida muy pequeña con respecto a los generadores, la disposición en que se coloquen es muy importante, y esto se refleja en el riesgo de pérdida de carga.

Si se tienen  $x$  generadores de capacidad  $c$  y  $x$  transformadores, y por otro parte,  $w$  generadores de capacidad  $c$  pero con  $w$  transformadores ( $w < x$ ) aunque las disposiciones tengan la misma capacidad, el riesgo es mayor en el último caso, ya que a medida a que tengan más independencia los equipos es mejor.

Este razonamiento puede utilizarse para aquellas configuraciones que posean equipos en común. Debe analizarse desde el punto de vista de riesgo de pérdida de carga y del costo de cada equipo empleado. Un ejemplo típico de esto son los calentadores comunes en plantas térmicas.

#### VI.4 METODO DE LA FRECUENCIA Y DURACION EN LOS DIVERSOS ESTADOS DE GENERACION

En el capítulo II se estableció que la tasa de salidas forzadas es:

$$TSF = \frac{\lambda}{\lambda + u}$$

donde  $\lambda$  es la tasa de falla y  $u$  es la tasa de reparación.



Para obtener las probabilidades y frecuencias acumuladas se deben utilizar las siguientes expresiones:

$$P_n' = P_{n'+1} + P_n \quad - 1$$

$$f'n = f_{n'+1} + P_n(u+n - \lambda - n) \quad - 2$$

Sustituyendo datos se calcula la siguiente tabla:

<u>Capacidad fuera [MW]</u>	<u>Probabilidad acumulada <math>P_n'</math></u>	<u>Frecuencia acumulada <math>f_n'</math></u>	<u>Tiempo acumulado <math>[1/f_n']</math></u>
0	1.00000	-	-
60	0.09631209	0.02896756	34.52
120	0.00362616	0.00222766	448.90
180	0.00006132	0.00005668	17642.90
240	0.00000039	0.00000048	208333.33

Este modelo indica la probabilidad y la frecuencia de encontrar una condición de capacidad disponible igual o menor que una cantidad determinada.

Cabe señalar que este método puede utilizarse de manera similar al de pérdida de carga. Esto es, si el modelo de carga es tratado como una distribución probabilística, los valores de frecuencia acumulada pueden ponderarse mediante las probabilidades de este modelo, y así obtener una frecuencia esperada de encontrar una condición de pérdida de carga.

Este análisis no toma en cuenta las variaciones propias del modelo de carga. Es por ello por lo que este método debe incluir dichas variaciones bajo el siguiente enfoque:

Sea un modelo de carga con picos de carga  $L_i$  cuya duración media es "e" días ( $e < 1$ ), tal y como se muestra en la figura VI-7. Estos picos de carga son aleatorios y lo representa un nivel fijo o de carga normal.

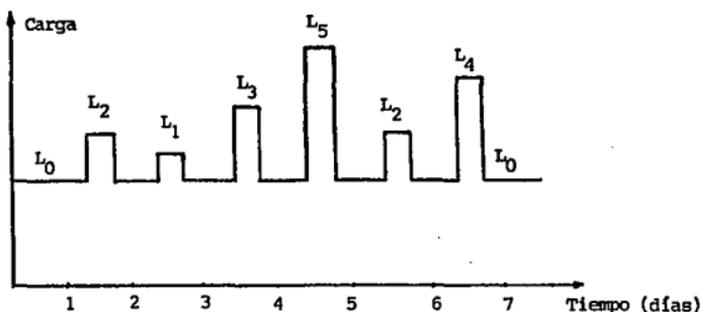


Figura VI-7. Modelo de carga con diferentes picos de carga.

La probabilidad y frecuencia de encontrar un estado  $L_i$  son respectivamente:

$$P_i = \frac{n_i \cdot e}{D} \quad \text{y} \quad f_i = \frac{n_i}{D}$$

donde  $n_i$  es el número de ocurrencias de  $L_i$  y  $D$  son los días. En este caso se define  $\lambda^-$  como  $\lambda^- = \frac{1}{D}$  y  $\mu^+ = \frac{1}{r}$ .

Para el periodo de carga nominal se definen los siguientes parámetros:

$L_0$  estado de carga

$P_0 = 1 - e$  probabilidad

$$\lambda - L_0 = \frac{1}{e}$$

$$\mu + L_0 = \frac{1}{1 - e}$$

tasas de transición

$$f_0 = 1$$

Este modelo de carga establece que la carga regresa al nivel  $L_0$  cada vez antes de tener un nuevo  $L_1$ .

Si se combina este modelo de carga con la capacidad se obtiene una tabla de probabilidad de capacidad marginal, donde un estado marginal  $m_k$  es la diferencia del estado de capacidad  $C_n$  y el estado de carga  $L_i$  ( $m_k = C_n - L_i$ ). Las tasas de apertura asociadas con este estado marginal son:

$$\alpha + m = u + c + \lambda - L$$

$$\beta - m = \lambda - c + u + L$$

La disponibilidad de un estado marginal es el producto del estado de capacidad y el de carga.

$$P_k = P_n \cdot P_i$$

y la frecuencia de encontrarlo es el producto de la disponibilidad anterior y la suma de las tasas de apertura del estado:

$$f_k = P_k(\alpha + k + \beta - k)$$

Una vez que estos dos índices son calculados, pueden hallarse los valores acumulados de manera semejante al modelo de capacidad.

#### Ejemplo VI-H

Si en el sistema del ejemplo VI-G, se sabe que la duración de cada pico de carga es de  $1/3$  de un día y el número esperado de ocurrencias están dadas en un periodo de 30 días.

Para empezar se calcula las tasas de apertura de la carga:

$$\lambda - L_1 = \frac{1}{e} = \frac{1}{1/3} = 3 \quad ; \quad u + L_1 = \frac{1}{1-e} = \frac{1}{2/3} = 1.5$$

y para la generación se tiene:

$$\lambda - L = \frac{1}{e} = \frac{1}{30} = 0.033 \quad ; \quad \mu + L = \frac{1}{r} = \frac{1}{3.2} = 0.3125$$

Construyendo la tabla:

Estado <u>i</u>	Nivel de pico de carga [MW]	Ocurrencias	Operación	Probabilidad			Tasas de apertura	
				<u>P<sub>i</sub></u>	<u>μ+L<sub>i</sub></u>	<u>λ-L<sub>i</sub></u>		
1	180	2	2(1/3)/365	0.00182648	0	3		
2	100	6	6(1/3)/365	0.00547945	0	3		
3	20	5	5(1/3)/365	0.00456621	0	3		
4	0	30	30(1/3)/365	0.02739726	1.5	0		

Ahora, calculando todas las probabilidades para cada uno de los estados marginales posibles, se puede llenar la tabla VI-1. Las cargas  $L_i$  son supuestas.

Puede observarse en la tabla VI-1 que en la generación los valores de  $\mu+$  empiezan a aumentar a partir de cero hasta llegar a  $\mu$  en múltiplos de  $\frac{\mu}{4}$ , y también como  $\lambda-$  disminuye a partir de  $\frac{1}{30}$  hasta cero en intervalos iguales de longitud  $\frac{1}{4(30)}$ .

Nótese como en esa misma tabla, de diferentes combinaciones y estados de carga puede resultar en un mismo estado marginal, y que éstos sólo pueden cambiar para el efecto de un cambio en la capacidad.

Carga:								
i			1	2	3	4		
Li			180	100	20	0		
Pi			0.00182648	0.00547945	0.00456621	0.02739726		
$\mu+Li$			0	0	0	1.5		
$\lambda-Li$			3	3	3	0		
Generación:								
n	Cn	$\mu+$	$\lambda-$					
1	240	0	0.033	m	60	140	220	240
0.90368789				P	0.00165056	0.00495171	0.00412642	0.02475857
				$\alpha+$	3	3	3	0
				$\beta-$	0.033	0.033	0.033	1.533
2	180	0.3125	0.025	m	0	80	160	180
0.09268593				P	0.00016928	0.00050786	0.00042322	0.00253934
				$\alpha+$	3.3125	3.3125	3.3125	0.3125
				$\beta-$	0.025	0.025	0.025	1.525
3	120	0.625	0.016	m	-60	20	100	120
0.00356484				P	0.00000615	0.00001953	0.00001627	0.00009766
				$\alpha+$	3.625	3.625	3.625	0.9375
				$\beta-$	0.016	0.016	0.016	1.516
4	60	0.9375	0.008	m	-120	-40	40	60
0.00006093				P	0.00000011	0.00000033	0.00000027	0.00000166
				$\alpha+$	3.9375	3.9375	3.9375	0.9375
				$\beta-$	0.008	0.008	0.008	1.508
5	0	1.25	0	m	-180	-100	-20	0
0.00000039				P	0	0	0	0.00000001
				$\alpha+$	4.25	4.25	4.25	1.25
				$\beta-$	0	0	0	1.5

Tabla VI-1. Estados marginales para el ejemplo VI-H

Las probabilidades y frecuencias derivadas de cada uno de los 5 estados marginales  $m_k$ , se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$P_k = \sum_{i=1}^S P_i \quad \text{y} \quad f_k = \sum_{i=1}^S f_i$$

Aplicando éstas a los datos anteriores se obtiene la siguiente tabla:

<u>Capacidad marginal [MW]</u>	<u>Probabilidad</u>	<u>Frecuencia</u>
240	0.02475857	0.03795488
220	0.00412642	0.01251543
180	0.00253934	0.00466603
160	0.00042322	0.00141249
140	0.00495171	0.01501853
120	0.00009766	0.00020909
100	0.00001627	0.00005923
80	0.00050786	0.00169498
60	0.00165222	0.00501020
40	0.00000027	0.00000106
20	0.00001953	0.00007110
0	0.00016929	0.00056499
-20	0	0
-40	0.00000033	0.00000130
-60	0.00000651	0.00002370
-100	0	0
-120	0.00000011	0.00000043
-180	0	0

Las probabilidades y frecuencias acumuladas para los estados marginales pueden calcularse de la misma manera que en el modelo de capacidad (ver ejemplo VI-6).

Estos valores acumulativos se aprecian en la siguiente tabla, en la cual la capacidad marginal es igual o menor que el valor indicado.

<u>Capacidad marginal</u>	<u>Probabilidad acumulada</u>	<u>Frecuencia acumulada</u>	<u>Tiempo acumulado [días]</u>
240	0.03926731	-	-
220	0.01451074	0.03243802	30.828
180	0.01038432	0.02019493	49.517
160	0.00784498	0.02327388	42.966
140	0.00742176	0.02188255	45.698
120	0.00247005	0.00719082	139.066
100	0.00237239	0.00727784	137.403
80	0.00235612	0.00721912	138.521
60	0.00184826	0.00554953	180.195
40	0.00019604	0.00065327	1530.760
20	0.00019577	0.00065221	1533.248
0	0.00017624	0.00058172	1719.040
-20	0.00000695	0.00002522	39651.070
-40	0.00000695	0.00002522	39651.070
-60	0.00000662	0.00002392	41806.020
-100	0.00000011	0.00000043	2325581.395
-120	0.00000011	0.00000043	2325581.395
-180	0	0	-

Puede verse en la tabla anterior como los valores acumulativos para P siempre son crecientes a medida que crece la capacidad marginal, sin embargo con los valores acumulativos de f no sucede lo mismo, debido a que no es una simple suma, ya que como lo dice la ecuación 2 depende de la diferencia de  $\mu+$  y  $\lambda-$ .

Un estado marginal negativo representa una condición de pérdida de carga en el sistema. Por ejemplo para el valor marginal de -60 MW sus índices de confiabilidad asociados son: probabilidad de pérdida de carga = 0.00000662 y la frecuencia de pérdida de carga = 0.00002392/día.

Todos estos valores se pueden transformar de un periodo de 30 días a una base de 365. En general, si k denota el valor anual e i los valores de cada n intervalo, la disponibilidad anual y frecuencias vienen dados por:

$$A_k = \prod_{i=1}^n A_i \quad \text{y} \quad f_k = \prod_{i=1}^n f_i$$

## VI.5 EVALUACION DE LA CONFIABILIDAD DE LA CAPACIDAD DE GENERACION RODANTE

Estadísticamente hablando, hay una diferencia fundamental entre el análisis de la reserva rodante y la reserva estática.

La estadística en el primer caso se refiere a la probabilidad de que una unidad tenga que ser removida del servicio debido a una salida forzada y todavía no sea remplazada por otra. En el segundo caso, la capacidad instalada total del sistema y el criterio es encontrar algún nivel de riesgo para el cual la carga excederá la capacidad disponible probable.

En un análisis del estudio de la reserva rodante, se asume que hay suficiente capacidad instalada disponible para el sistema, y si bien una unidad sale de servicio, es sólo cuestión de poco tiempo antes de que otra unidad entre en servicio para satisfacer los requerimientos. El retraso de tiempo es dependiente de la disponibilidad del equipo.

Así como en el caso de generación estática se definió una tasa de salida forzada (TSF), para el caso de generación de reserva rodante se establece una tasa de reemplazo de salida (TRS), que viene dado por:

TRS = (Tasa de falla de la unidad) (Retraso de tiempo para el equipo adicional).

$$\Rightarrow TRS = \lambda \cdot t$$

Esta expresión sólo tiene validez si  $\lambda t \ll 1$ . Si se asume de que la unidad está en el periodo de vida útil y su tasa de falla es constante, entonces la confiabilidad de la unidad es independiente del tiempo de operación anterior, tal y como se vio en la sección 3 del capítulo II.

Se sabe que la probabilidad de falla  $Qs(t)$  está dada por:

$$Qs(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

pero como  $\lambda t \ll 1 \Rightarrow Qs(t) = \lambda t$ .

El término  $\lambda t$  representa la probabilidad de que una unidad falle en el intervalo  $t$ . Si  $t$  es el tiempo que tarda en reemplazarse una unidad por otra, entonces  $\lambda t$  es la probabilidad de que la unidad falle durante el periodo donde no puede ser reemplazada.

Si la capacidad generadora que entrará en servicio es de turbina hidráulica o de gas, el retraso de tiempo es muy corto. Pero si se trata de una generación térmica, el retraso si es considerable.

El procedimiento para obtener una tabla de probabilidad de salida de capacidad es muy similar al del caso de generación estática. Para un pronóstico de carga igual a la capacidad disponible, la probabilidad acumulada asociada es la

probabilidad de que el sistema resista o falle, soportando el nivel de carga.

**Ejemplo VI-1**

Sea un sistema con capacidad de operación de 60 MW con las siguientes características:

<u>Número de Unidades</u>	<u>Tipo</u>	<u>Capacidad</u>	<u><math>\lambda</math> [fallas/año]</u>
3	Hidráulicas	10	1
2	Térmicas	15	3

Suponiendo que el retraso de tiempo es de 2 horas en lo que entran las unidades, se tiene que:

$$TRS_H = 1(2/8760) = 0.00022831 \quad \text{y} \quad TRS_T = 3(2/8760) = 0.00068493$$

Si se hacen los siguientes cambios de variable por motivos de simplicidad:

$$K = TRS_H, \quad P = 1-K, \quad L = TRS_T \quad \text{y} \quad D = 1-L$$

Se puede construir la tabla de probabilidad de capacidad disponible.

<u>Capacidad fuera de servicio [MW]</u>	<u>Capacidad en servicio [MW]</u>	<u>Operación</u>	<u>Probabilidad</u>	<u>Probabilidad acumulada</u>
0	60	$p^3 \cdot 0^2$	0.997794676	1.00000
10	50	$3p^2 \cdot k \cdot 0^2$	0.00068368	0.00205320
15	45	$20 \cdot l \cdot p^3$	0.00136798	0.00136952
20	40	$3p \cdot k^2 \cdot 0^2$	0.00000015	0.00000154
25	35	$3p^2 \cdot k \cdot 20 \cdot l$	0.00000093	0.00000139
30	30	$k^3 \cdot 0^2 + p^3 \cdot l^2$	0.00000046	0.00000046
35	25	$3p \cdot k^2 \cdot 20 \cdot l$	-	-
40	20	$3p \cdot k^2 \cdot l^2$	-	-
45	15	$k^3 \cdot 20 \cdot l$	-	-
50	10	$3p \cdot k^2 \cdot l^2$	-	-
60	0	$k^3 \cdot l^2$	-	-

Considerese la condición de 15 MW fuera de servicio, su probabilidad acumulada asociada es 0.00136952 y representa la probabilidad de que 45 o menos MW estén en servicio.

Para ubicar muy bien el riesgo, basta con observar el comportamiento de la tabla anterior. El riesgo cae bruscamente

si la reserva rodante se sostiene en 15 o más MW. Este valor también determina la capacidad de la unidad más grande de la reserva rodante.

En este ejemplo se utilizó un retraso de dos horas en lo que entran las unidades adicionales. Si se tuviese un retraso de 4, 6 u 8 horas, el riesgo para el nivel de 45 MW no es precisamente su probabilidad multiplicada por 2, 3 y 4 horas respectivamente, sino que hay que repetir el proceso de construcción de la tabla pero utilizando  $t=x$  horas/8760.

Finalmente cabe mencionar que cuando se consideran unidades generadoras de gran capacidad, se deben tomar en cuenta las probabilidades asociadas con una o más estados reducidos (o intermedios), en lugar de que toda la unidad esté o no disponible. En este caso, un generador puede estar no sólo en 2 sino en  $n$  estados, donde el primero es de operación normal o dentro, el último es de salida forzada o fuera y los  $n-2$  estados intermedios son de reducción forzada. Este último razonamiento es válido tanto para estudios de reserva estática como de reserva rotativa.

## CAPITULO VII

### SEGURIDAD EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

La seguridad en los sistemas eléctricos de potencia representa un aspecto fundamental de la confiabilidad y son una parte integral de lo que se conoce como Sistema de Automatización. Dos funciones estrechamente ligadas a la seguridad son: el "Control Automático de Generación" (CAG) y el "Control de Supervisión y Adaptación de Datos" (CSAD).

Ai CAG normalmente se le dice que es un control de frecuencia de carga y tiene como propósito controlar la generación real del sistema, así como mantener la frecuencia y el intercambio neto de potencia (suma de potencias de enlace) en los niveles deseados. El CAG también abarca el despacho económico, cálculos de reserva de generación y otras funciones necesarias asociadas a la interface con el despachador del sistema.

Por su parte, el CSAD se refiere a la recopilación de información en todo el sistema, muestra esa información al centro de control, y tiene la habilidad para operar dispositivos en lugares remotos desde ese centro de control.

La función de CSAD, aunque no se le considera una función de seguridad del sistema, es un ingrediente muy importante como a continuación se muestra.

#### VII.1 ESTADOS DE SEGURIDAD EN UN SISTEMA

Desde el punto de vista operativo de un sistema, se puede dividir la evaluación de la seguridad (por el monitoreo y control automático) en cuatro etapas:

- 1) Estado Normal
- 2) Estado de Alerta
- 3) Estado de Restauración
- 4) Estado de Emergencia.

La figura VII-1 describe la telemedición y muestra el nivel de automatización del CSAD. Supongamos que el CAG mantiene la frecuencia y el intercambio neto de potencia a niveles aceptables. A ese nivel de automatización, un operador no tiene la capacidad de predecir cómo se comportaría el sistema para alguna carga adicional, sólo conoce la condición actual. La función de predicción, la cual representa el siguiente nivel de

seguridad se muestra en la figura VII-2, donde un predictor se adiciona, así como un evaluador de contingencias.

En SEP, el predictor es un programa de computadora el cual modela el sistema. El modelado en estado estable es un programa digital de flujo de carga. El operador, mediante uso del programa, tiene la capacidad de estudiar cargas futuras del sistema a un tiempo determinado: una hora, un día, etc.

El evaluador de contingencias prueba si pueden tolerarse la salida de un generador y/o la interrupción de una línea. La función, como se observa en la figura VII-2, se ejecuta en ciertos intervalos (generalmente pocos minutos) en el sistema, así como en la condición futura representada por un flujo de carga.

La figura VII-3 muestra un bloque adicional denominado "Estrategia Correctiva". Este es un término que abarca funciones y algoritmos para ayudar al despachador a superar un problema que se ha presentado o que se espera.

En la figura VII-4 una línea del diagrama de bloques se adicionó entre el monitor de estado y el controlador. Esta línea evita la función del operador y de esa manera, el control automático.

Con las funciones de seguridad ya señaladas, se pueden describir las 4 etapas en las cuales la seguridad ha sido clasificada. Esta clasificación se muestra en la figura VII-5.

El estado normal es el estado donde todas las cargas son conocidas. Se tiene la frecuencia apropiada. Y los niveles de voltaje y seguridad son los deseados. Por definición, en este estado ninguna emergencia inminente es detectada por el evaluador de contingencias. El objetivo es operar al sistema y permanecer en ese estado en términos de calidad y seguridad. También asigna la generación para minimizar el costo total o el consumo de combustible dentro de los márgenes de seguridad.

El estado de alerta es donde un problema inminente ha sido detectado, ya sea por el evaluador de contingencias o por algún otro medio, pero en el cual todas las cargas son conocidas y los dispositivos no tienen sobrecarga.

El objetivo del operador debe ser retornar al estado normal tan rápido como se pueda, ya sea por una redistribución de generación real o reactiva o por alguna otra forma posible. Las flechas en la figura VII-5 corresponden al punto de estado de alerta al estado normal y viceversa.

El estado de emergencia es cuando un deterioro en el servicio ha tomado lugar, cuando alguna carga no se conoce, o cuando la calidad del servicio en términos de frecuencia o voltaje se ha

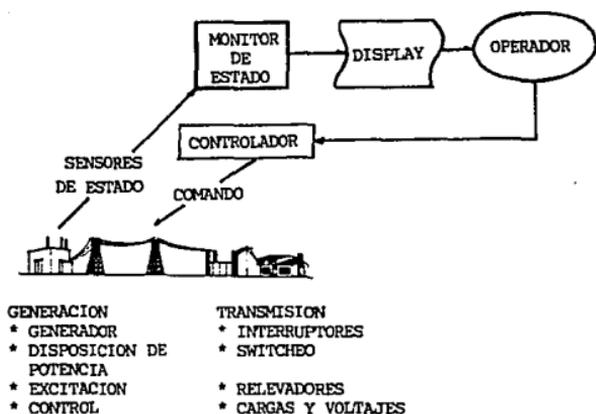


Figura VII-1. Primer paso en la seguridad: Datos telemididos y visualización en el display.

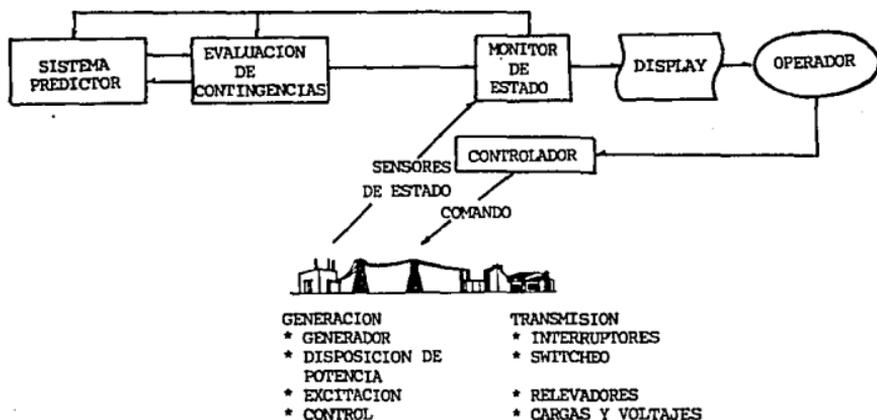


Figura VII-2. Segundo paso en la seguridad: Sistema predictor.

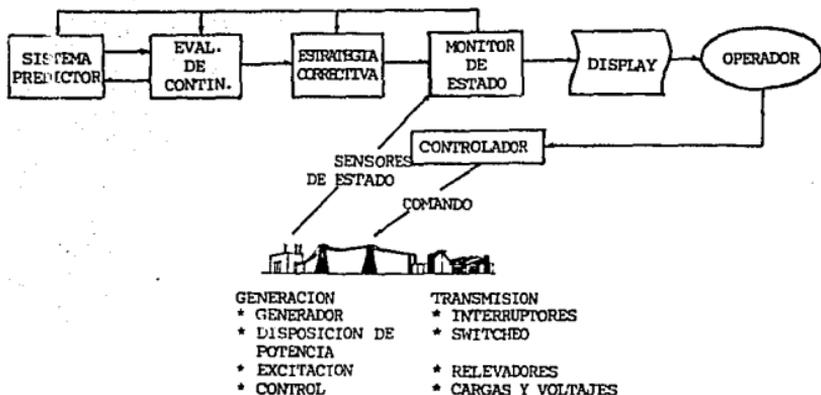


Figura VII-3. Tercer paso en la seguridad: Estrategia correctiva.

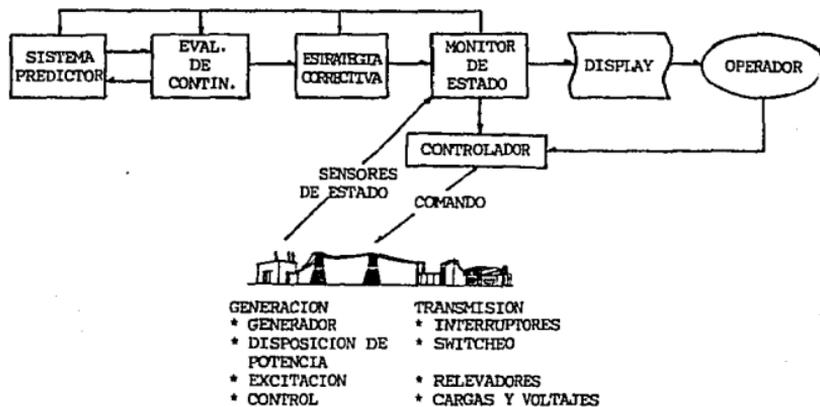


Figura VII-4. Cuarto paso en la seguridad: Control automático.

demeritado. La función del operador aquí es detener la emergencia para evitar una posible expansión de problema, y obtener un balance en la generación debido a la variación de las cargas o enlaces. Las flechas en la figura VII-5 muestran que el estado de emergencia puede resultar de alguno de los otros estados.

El estado de restauración es el estado que continúa al de emergencia, pero donde esta no ha sido estabilizada y es un previo al establecimiento del estado normal. Esta condición de restauración denota que el deterioro del sistema ha sido superado, aunque las condiciones de operación están lejos de la normalidad, en que no todas las cargas se conocen y la calidad del servicio puede no ser normal. El objetivo del operador es restaurar el servicio tan rápido como sea posible, y retornar al estado normal. Las flechas del estado de restauración indican que el sistema posiblemente regrese al estado de emergencia.

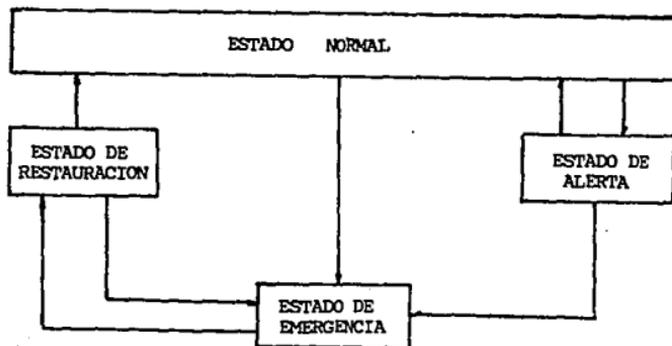


Figura VII-5. Cuatro estados de seguridad en un sistema de potencia.

Los cuatro pasos señalados anteriormente para mejorar la operación del sistema pueden combinarse con los cuatro estados para formar el diagrama de bloques mostrado en la figura VII-6. Como se indica en la figura, no se requiere de una acción

controladora para la seguridad en el estado normal. En el estado de alerta se ejecuta una estrategia correctiva diagnosticando directamente del sistema o a través de una evaluación de contingencias. Se asume, como lo muestra la figura VII-6 que eso es realizado por el operador dentro del control automático.

Si se detecta un estado de emergencia, se inicia el control automático a través de una estrategia correctiva lógica para aliviar la emergencia. Un aumento en los datos en el primer bloque de la figura VII-6 mejora la estimación de estado, ya que se tienen suficientes datos que están teledidos, límites verificados, seleccionados, etc.

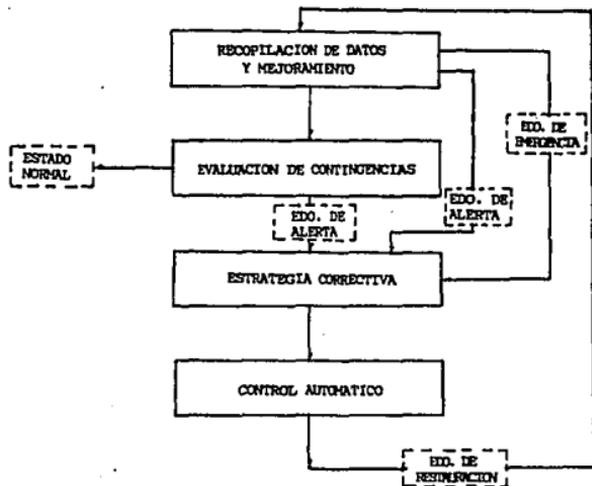


Figura VII-6. Diagrama de flujo que combina los aspectos con los estados de seguridad.

## VII.2 FUNCIONES DE SEGURIDAD EN UN SISTEMA

Aunque la lógica anterior parece factible, la industria aún no alcanza el punto en donde lo descrito se logre en su totalidad. Las funciones generalmente más usadas se muestran en la figura VII-7. EL CAG (que incluye un despacho económico) controla la asignación de generación para mantener la frecuencia y el intercambio neto de potencia minimizando el

costo total de combustible. Este se ejecuta aproximadamente cada 2 segundos.

Por su parte, el evaluador de contingencias ejecuta sus funciones en pocos minutos. El determinador de reserva revisa si hay suficiente reserva en el sistema, y puede nacerlo determinística o estocásticamente. En este último caso, se toma en consideración la probabilidad de pérdida de generación o de una línea, además de la probabilidad de que una carga cambie más allá de lo anticipado.

Las 3 funciones anteriores son operadas en-línea ya que el sistema está modelado bajo un proceso de cómputo. Las 3 funciones de la derecha de la figura VII-7 son operadas cuando el sistema no está en servicio, en que las condiciones son estudiadas y las cuales son generalmente diferentes a las reales.

La asignación de recursos, la primera de las tres, es responsabilidad del programa, o bien, por un despachador de carga manual. Esta función puede aplicarse a plantas nucleares, y por lo tanto su extensión puede extenderse de una día hasta dos años. También en esta función se incluye el mantenimiento programado.

El flujo de carga se ubica en la parte de abajo de la figura VII-7 con la función pronosticadora de carga en medio. Todas las funciones interactúan ya que cada una depende de las otras.

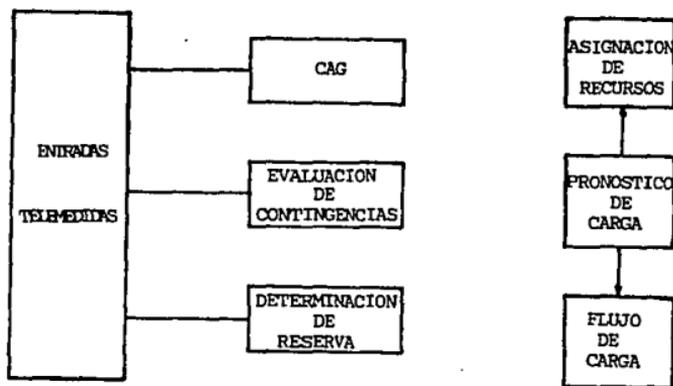


Figura VII-7. Funciones de seguridad en el sistema.

Un aspecto en la seguridad que específicamente hasta ahora no ha sido considerado cuando el sistema opera (excepto por los operadores) es el problema del voltaje.

Un ejemplo de un estado de emergencia donde las pérdidas en cascada del voltaje en generadores ocurre es el siguiente:

Se presenta una limitación en la capacidad de transmisión, entre una planta y otra adyacente, justo inmediatamente después de una pérdida de generación. Frecuentemente el voltaje y los reactivos de la fuente se presentan en el área afectada antes de que la generación local se incremente y el flujo de los enlaces se reduzca.

La combinación de ese flujo incrementado sobre los enlaces y la reducción en los reactivos debido a la pérdida de generación, generalmente se traduce en un incremento del flujo de kVAR sobre los enlaces, y resulta un bajo voltaje en el área de recepción. Los generadores locales intentan suministrar potencia reactiva operando cerca del tope de la excitación. Después de varios segundos (o un minuto) así, los reguladores automáticos de voltaje pueden regresar a la excitación de campo normal. Esto propiciará todavía un menor voltaje, un incremento de excitación en otras máquinas, una propagación de bajo voltaje y una pérdida en cascada del control de voltaje de generación. La capacidad de potencia real también disminuye por las reducciones que ocurren en el área de carga. En otras palabras, como los kVAR se incrementan en el área de carga, la capacidad de potencia real se reduce.

La solución al estado de emergencia es planear como satisfacer una emergencia reactiva para sostener el voltaje durante ese estado, así como la cantidad apropiada de potencia real de emergencia que pueda ser proporcionada por la planta adyacente. Un método de proporcionar reactivos emergentes es corregir la carga local para obtener un factor de potencia cercano a uno.

Los kVAR disponibles de los generadores representan los kVAR de emergencia. El equipo de control de voltaje disponible incluye un excitador, capacitadores síncronos, transformadores con cambiadores de taps, capacitores shunt, reactores, capacitores serie y otros dispositivos.

Los procedimientos presentados en gran parte consisten de programación de voltajes mediante flujos de carga para carga futura y condiciones anormales incluyendo contingencias.

La capacidad de telemedición y de cómputo en-línea se incrementan día a día, por lo tanto el control en línea de las reservas reales y reactivas se esperan en un futuro cercano.

El diagrama del flujo presentado en la figura VII-8 contiene un flujo de carga óptimo, una evaluación de contingencias complejas y una estrategia correctiva para despachar potencia real y reactiva durante los diversos estados de seguridad, mientras se satisfacen el flujo de la línea y las limitaciones de voltaje durante las contingencias.

Un flujo de carga óptimo es un proceso por el cual todos los watts y VARS entregados son programados tal que las limitaciones de hardware y software del sistema sean satisfechas. Es un elemento clave en la lógica de economía-seguridad mostrado en la figura VII-8.

Los bloques lógicos adicionales empleados en la figura VII-8 son la revisión de la seguridad bajo condiciones de operación y de contingencia, así como las de estrategia correctiva.

Una descripción de la lógica de la figura VII-8 es la siguiente: las variables del sistema son continuamente checadas como lo indica la línea directa desde la entrada del sistema a la función. "Flujo de carga óptimo". Si en una línea fluye un voltaje inadecuado es detectado (posible estado de emergencia) y la estrategia correctiva con el control subsecuente se inicia con o sin ayuda la ayuda del flujo de carga óptimo.

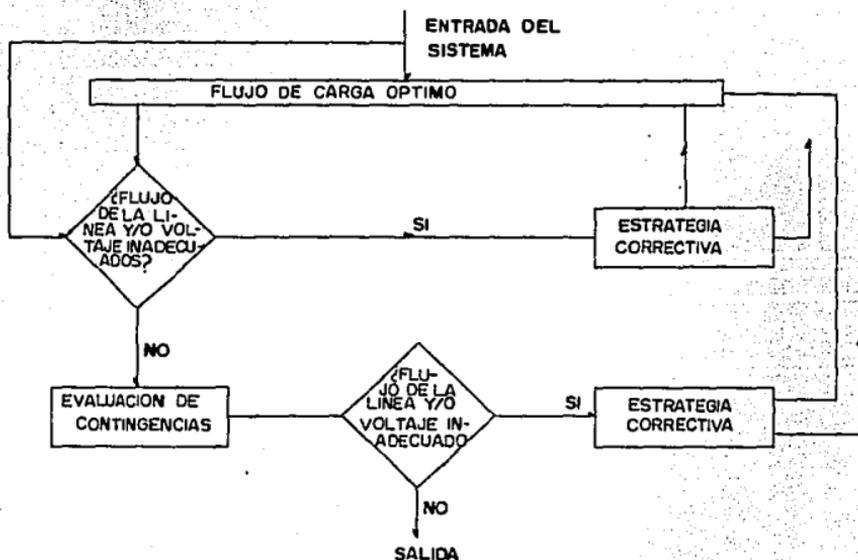


Figura VII-8. Lógica de economía-seguridad.

La función de evaluación de contingencias se efectúa a intervalos frecuentes (pocos minutos), utilizando las mediciones actuales del sistema. Obviamente, si no se detectan condiciones anormales, el sistema está en estado normal. Si se detecta alguna alteración, el sistema pasa al estado de alerta con estrategia correctiva con o sin la ayuda del CAG.

Cada cierto tiempo (pocos minutos), el flujo de carga óptimo es ejecutado para obtener una asignación de potencia real o reactiva apropiada con propósitos de seguridad. Al mismo tiempo la condición del sistema se determina. La función de un flujo de carga óptimo y de un evaluador de contingencias brevemente se discuten a continuación.

### VII.3 FLUJO DE CARGA OPTIMO

En un flujo de carga ordinario, la potencia de salida de todos los generadores (excepto uno) y sus respectivos voltajes se especifican. El programa de flujo de carga determina los VARS de los generadores, todos los voltajes de los buses, ángulos y todos los flujos de las líneas.

Un flujo de carga óptimo (FCA), tal como uno ordinario resuelve las ecuaciones de la red con excepción del generador que no se especifica, en cambio se dan los rangos mínimo-máximo para cada generador. De las curvas de costos de las unidades, el FCO determina la asignación económica y por lo tanto, la potencia de salida de las unidades. Nótese que se realiza un despacho económico a lo largo de la solución de la red.

Los requerimientos de datos, como mínimo, son los mismos que aquellos del despacho económico ordinario, y consiste de las potencias de los generadores y de los enlaces.

El FCO descrito hasta ahora solamente optimiza la asignación de generación real. El voltaje deseado para cada terminal del generador se especifica y produce un valor único de VAR para cada unidad. Si en lugar de que el voltaje deseado para cada terminal del generador, se especifique, se da un rango satisfactorio de esa tensión terminal para cada unidad, como lo muestra la figura VII-7, existe la posibilidad de optimizar watts y VARS.

El FCO con los bloques adicionales de la figura VII-8 puede usarse para evitar condiciones de operación donde los flujos de

las líneas o los voltajes se alteren durante la operación normal o en contingencia.

La estrategia correctiva puede incorporarse para evitar rebasar límites en la línea, como puede ser cambiar la generación lejos del óptimo económico. El FCO logra el cambio por el establecimiento de límites máximo y mínimo para todas las unidades en-línea los cuales son impuestos por el programa de despacho económico. Nótese que la imposición de los límites de la línea y la estrategia correctiva moverá al sistema lejos del punto óptimo de operación, seguridad y por lo tanto, de su economía.

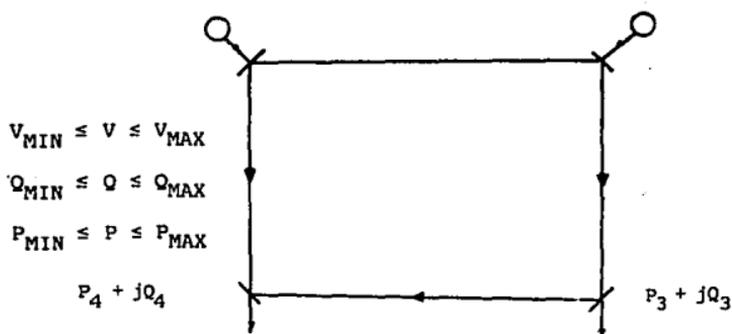


Figura VII-9. Flujo de carga óptimo con límites de generación.

Otras estrategias correctivas también pueden usarse, como por ejemplo una modificación en el intercambio de potencia y cambio en la configuración en la transmisión a través del switcheo, etc.

#### VII.4 EVALUACION DE CONTINGENCIAS

El FCO, cuando se usa como una herramienta de despacho económico representa una ayuda muy útil en el aspecto de seguridad, pero ésta tiene que medirse. La evaluación de contingencias proporciona tales mediciones.

Hasta ahora, el evaluador de contingencias ha sido restringido sólo al flujo de potencia real. El caso de cambio en el flujo de la potencia real en una red de transmisión viene determinado al perderse una línea o cuando un generador se pierde como lo ilustran las figuras VII-10 y VII-11 respectivamente.

En un caso complejo, no sólo se puede determinar el cambio de potencia real esperado en las líneas de la red, sino también el cambio en el flujo reactivo. Un caso complejo es más exacto cuando los límites de la línea son dados en MVA. Además el cambio esperado de los voltaje en los buses también puede calcularse en este caso y compararse al cambio permitido tal y como lo muestran las figuras VII-10 y VII-11.

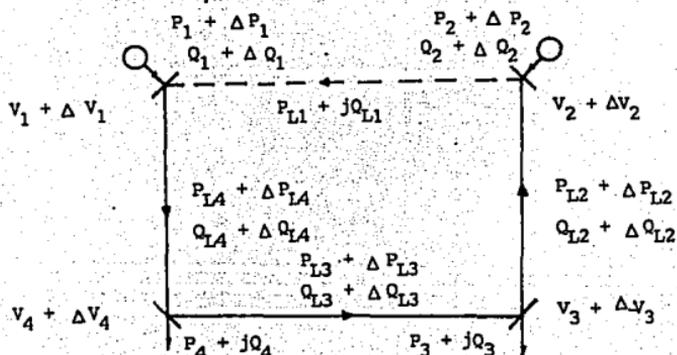


Figura VII-10. Evaluación de contingencias. Ilustración de la pérdida de una línea.

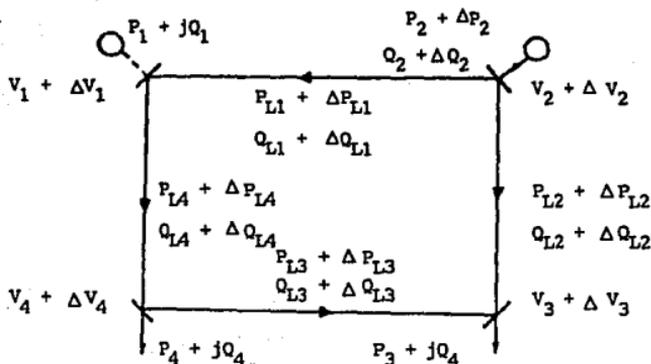


Figura VII-11. Evaluación de contingencias. Ilustración de la pérdida de un generador.

Como en muchos aspectos de esta índole, se debe pagar un precio para obtener una seguridad adicional y eso representa un incremento en el tiempo así como de más requerimientos comparados con caso real que es más limitado.

Nótese que la evaluación de contingencias discutida aquí supone que el sistema, cuando se encuentra una línea a generador interrumpido, alcanzará un nuevo estado estable y por lo tanto será transitoriamente estable.

## VII.5 FUNCIONES MAS GENERALES DE SEGURIDAD

La figura VII-12 contiene un diagrama de bloques con funciones generales, incluyendo las operaciones de planeación de toda la energía y recursos de VAR y sus controles. No debe suponerse que el control de los watts y VAR en el bloque del CAG, ni otros bloques requeridos son simultáneos.

El manejo de los recursos energéticos mostrados en la figura VII-12 es a largo plazo (todos los recursos de energía y VAR que están disponibles en el sistema). En la actualidad todos los sistemas consisten de una mezcla de fuentes de energía, tales como unidades térmicas, de pico, hidráulicas (de acumulación o de agua corriente) y nucleares.

El problema enfrentado por el personal de operación es: cómo repartir las fuentes de energía tal que se satisfaga la carga de cada hora más todos los intercambios que se hagan para mantener los requerimientos de reserva especificada, cómo satisfacer las múltiples restricciones operativas, y finalmente, cómo minimizar el costo del combustible empleado.

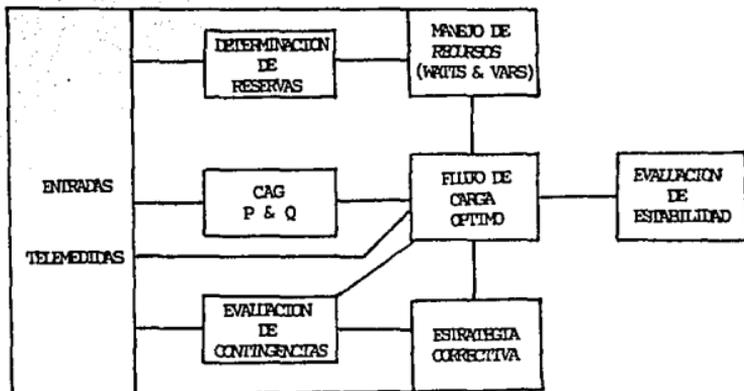


Figura VII-12. Funciones generales de seguridad.

Nótese que se involucran varias jerarquías en el tiempo de las fuentes de energía enlistadas, y todas están ligadas entre sí.

Las unidades nucleares típicamente operan en ciclos de programación anual, o con grandes cantidades de combustible. Las de acumulación hidráulicas operan en ciclos que varían desde semanalmente hasta anualmente, dependiendo del tamaño de la reserva de agua. Las unidades térmicas están operando buena parte del día y las turbinas de gas son usadas en periodos de horas pico.

Se requieren de varios programas que traten los diversos periodos de tiempo. Un programa anual para una unidad nuclear y para grandes unidades de acumulación hidráulica, un programa semanal para pequeñas unidades hidráulicas de acumulación, y un programa diario para unidades térmicas y de gas. Los programas de largo plazo proporcionan la entrada a los de corto plazo.

Esto es, la operación de una unidad de acumulación hidráulica grande se determina con base en la cantidad de energía asignada por semana para un año determinado, y se usa como entrada para el programa semanal. El programa semanal, en más detalle, asigna la energía diaria, y las entradas al programa diario. Este a su vez asigna la energía por hora y determina los tiempos de inicio y paro de las unidades de vapor y de gas, tomando en consideración a las unidades hidráulicas de gas corriente.

Una configuración multicomputarizada consiste de una jerarquía de computadoras las cuales están ligadas unas con otras mediante canales de comunicación. La figura VII-13 muestra detalladamente una visión de todos los centros de acción a través de los cuales se realiza el control de la seguridad.

La única forma en que los métodos pueden ser ejecutados es utilizando computadoras con la capacidad de enlazar globalmente todas las operaciones de seguridad del SEP.

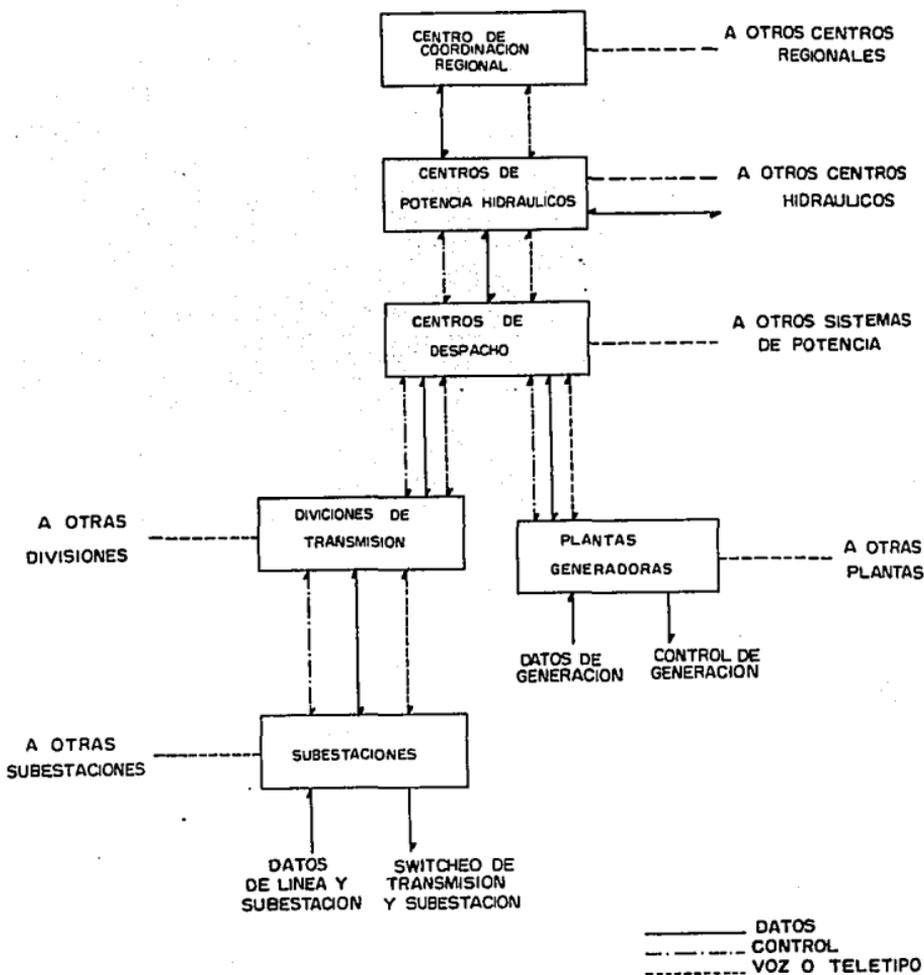


Figura VII-13. Jerarquía de centros de acción.

## CAPITULO VIII

### CONCLUSIONES

Con base en lo que se ha visto en esta tesis, se puede afirmar que es fundamental la aplicación de técnicas probabilísticas en la evaluación de un sistema eléctrico.

Un sólo índice de confiabilidad no es suficiente para satisfacer la necesidad de conocer el riesgo al que está sujeto un sistema o parte del él. Es por ello por lo que se han tenido que desarrollar diversos métodos analíticos de aplicación útil para cada una de las áreas que constituyen una red eléctrica.

La definición de confiabilidad concebida como la probabilidad de que un elemento o sistema desempeñe su función adecuadamente dentro de un periodo de tiempo establecido y bajo condiciones de operación, es sumamente útil, pero es limitada para algunas áreas del conjunto.

En la tesis se ha intentado ilustrar mediante la aplicación, los métodos más conocidos de evaluación de la confiabilidad en un sistema eléctrico. Para hacer válida una predicción de los efectos debidos a cambios en las redes, sobresalen por su importancia tres índices: la tasa de frecuencia de falla, la duración promedio de interrupción y la tasa de indisponibilidad del sistema. Estos índices son aplicables en las áreas de generación, transmisión y distribución.

El primer capítulo demostró que la aplicación de los recursos probabilísticos proporcionan una predicción cuantitativa del comportamiento de un sistema y sobretodo una forma consistente de evaluar los niveles de confiabilidad respectivos de propuestas alternas. En este capítulo resaltan por su importancia la aplicación de las distribuciones binomial, normal y de Poisson.

En el segundo capítulo se ofrecieron aquellos conceptos básicos en la teoría de la confiabilidad que fueron de utilidad en las evaluaciones cuantitativas en las respectivas áreas que cubrieron los capítulos IV, V y VI. Aquí destacan los índices de confiabilidad, mencionados dos párrafos arriba.

El capítulo III acordó el manejo de la disponibilidad que fue definido como un método sistemático de ingeniería usado para lograr una meta numérica de disponibilidad a un costo mínimo. Este método puede aplicarse a componentes específicos, a plantas en su conjunto, a modificaciones en su operación y a nuevas plantas.

Esta técnica se basa en la experiencia expresada como una frecuencia de salidas y su duración para identificar la disponibilidad respecto a las acciones de hardware, software y de personal. Identifica las acciones correctivas que son necesarias para poder lograr la meta de ofrecer un servicio de calidad a un costo razonable. También identifica los controles que deben implementarse para prevenir degradaciones durante la instalación, operación y mantenimiento.

Un aspecto muy interesante que quiere resaltarse es el que, no obstante la habitual separación del análisis de confiabilidad en los sistemas de potencia y los sistemas de distribución, aquí se ha buscado integrarlos en una sola guía de referencia como pretende ser una de las finalidades de este trabajo.

El capítulo IV dedicado al análisis de la confiabilidad en sistemas de distribución, ha descrito un procedimiento y las ecuaciones para calcular los índices de confiabilidad de diseños o estructuras de distribución (especialmente subterráneas).

Se desarrolló un programa de computadora denominado "CONFIA" que ejecuta los cálculos correspondientes para determinar un índice de comparación entre las diferentes estructuras. CONFIA está basado en las tasas de falla de los componentes y los tiempos de restauración de las funciones de trabajo. El lenguaje de programación elegido para codificarlo fue el BASIC, por su facilidad y la versatilidad que ofrece para adaptarse a calculadoras manuales.

Mediante este programa, se puede realizar un análisis de sensibilidad, en donde los índices de confiabilidad para los diseños mencionados se pueden validar al hacer algunas modificaciones en los datos.

Se estudiaron varios diseños de esquemas de distribución en términos del costo y la confiabilidad. Un factor de conveniencia se definió como un útil indicador para determinar las prioridades en los sistemas. Es importante notar que este método de costo-confiabilidad puede extenderse a sistemas de transmisión y generación.

Por otra parte, el capítulo V se orientó a la evaluación de la confiabilidad de sistemas de transmisión. Aquí los métodos de evaluación son totalmente diferentes y eso hace imposible una comparación para determinar cual es mejor.

El método de Markov puede aplicarse sin demasiada dificultad en sistemas pequeños, pero a medida que éstos crecen se hace indispensable el uso de recursos digitales. Resulta inútil tratar de obtener expresiones generales para determinar su comportamiento.

Este método puede aplicarse a segmentos de un sistema, así como configuraciones en paralelo que sufren de variaciones ambientales. Ciertos elementos poseen tasas de falla que no se afectan por el ambiente y por lo tanto no requieren la condición de estado dual. Estos componentes simplifican el análisis considerablemente. Las probabilidades de estado del método de Markov puede también aplicarse con facilidad a sistemas que son totalmente redundantes.

En el método de la tasa promedio de interrupción, los índices de confiabilidad están basados completamente en la continuidad del suministro a los respectivos puntos de carga, y por lo tanto, supone sistemas redundantes. Su facilidad lo hace muy accesible, ya que consiste de combinar correctamente las tasas de falla de los componentes serie y paralelo para cada sección.

Por su parte, el método de frecuencia y duración utiliza las ecuaciones correspondientes estudiadas en el capítulo II. Involucra más teoría de probabilidad que el método anterior.

Los índices de confiabilidad calculados en este último método no pueden calcularse directamente. La razón es que la tasa de falla puede estar en función de las condiciones ambientales.

La aplicación de un método particular depende de los resultados que se quieran obtener, así como de las características del sistema en estudio.

El capítulo VI se dedicó a la determinación de la confiabilidad en la generación. Ahí se demostró que es fundamental la formación de tablas de probabilidad.

En el análisis de los requerimientos de reserva de generación estática, se utilizan fundamentalmente dos métodos de evaluación. El primero es el de la probabilidad de pérdida de carga y consiste en calcular la probabilidad de falla de las unidades capaz de satisfacer los picos de carga esperados en un periodo de tiempo específico. Esta técnica incluye la característica de la carga.

El otro método es el de la frecuencia y duración, el cual utiliza más datos acerca de cada unidad. Se usan los tiempos promedios de disponibilidad e indisponibilidad y de reparación.

Esta técnica permite el cálculo de la probabilidad a largo plazo de que el sistema de generación se dañe por un estado de salida de exactamente una cantidad dada, y de la frecuencia con la cual este estado se repetirá.

El método de probabilidad de pérdida de carga es mucho más simple de apreciar y aplicar que el de la frecuencia y

duración, sin embargo, el primero carece de significado físico y el segundo no.

Estas técnicas de planeación de la capacidad de generación son mucho más objetivas que aquellas que son rígidas, tal como lo es el porcentaje de reserva. También pueden usarse para enlazar la generación con la transmisión y permite la evaluación de la confiabilidad en cualquier punto de la red, ya que sus bases son lo suficientemente generales.

El programa propuesto llamado "PPCE" permite conocer la probabilidad de carga que excede la capacidad disponible en un tiempo específico. PPCE puede manejar  $n$  unidades de generación y asume la ocurrencia de las salidas de manera independiente, y por lo tanto, los estados de probabilidad se calculan por simple multiplicación.

Este algoritmo está codificado en BASIC y al igual que CONFIA fue elaborado para que su utilización sea didáctica y accesible. Una de las virtudes principales de programa PPCE es el de evitar cálculos repetitivos cuando se tiene un propósito de carga con incertidumbre.

Al final de ese mismo capítulo se estableció que el sostenimiento de un nivel deseado de confiabilidad respecto a los equipos de generación dependen de la cantidad de la capacidad rotativa que se tenga en reserva por arriba del requerimiento actual del sistema.

Operar con un nivel de riesgo más bajo que el estándar indica un sistema más confiable pero lamentablemente viene estrechamente ligado con un encarecimiento del mismo.

Confiabilidad y economía no son variables independientes en el esquema de generación diaria, y en general, una vez que se determina el grado de confiabilidad, el programa económico de corto plazo es directo.

La reserva rodante debe ser capaz de satisfacer los cambios imprevistos en la carga. Esos cambios pueden reducirse considerablemente mediante un precio pronóstico de carga horario y diario, acompañado por un permanente y adecuado despacho económico.

La dificultad de evaluar la reserva rodante es mucho mayor que en el caso de la generación estática. Esto se debe a los diversos factores que entran en el análisis tal como la rapidez con la que deben arrancar las unidades, la interconexión de las mismas, la lentitud de las unidades térmicas y los problemas de operación dinámica del sistema.

El capítulo VII ofreció una revisión de los aspectos más importantes en la seguridad en sistemas de potencia desde el

punto de vista operativo. Se presentaron las etapas de la evaluación de la seguridad desde el monitoreo hasta el control automático.

Se describieron los cuatro estados de la seguridad: el normal, el de alerta, el de emergencia y el de restauración. También fue presentada una jerarquía de los centros de acción por medio de los cuales se controla la seguridad de los sistemas.

En el desarrollo de la presente tesis, se considera haber cumplido con el objetivo de integrar de manera congruente y lógica las principales técnicas de cuantificación que han sido aplicadas en la predicción de la confiabilidad y la disponibilidad. El multicitado término de confiabilidad se utilizó en un sentido que indica calidad de la constancia del servicio.

Este trabajo no pretendió hacer análisis complicados y aparentar un irreal dominio de conceptos de alto nivel, sino más bien, realizar un estudio de calidad con procedimientos útiles, sencillos, didácticos y fáciles de entender. Nunca se perdió de vista que esta investigación intenta ser una guía de referencia rápida para aquellas personas que quieran iniciar un estudio sobre el tema de confiabilidad, así como servir de material de apoyo a personas relacionadas con el tema.

La tesis enfatiza los procedimientos numéricos empleados en las predicciones de confiabilidad y disponibilidad, cumpliendo con el otro objetivo básico trazado por el autor desde un principio. Este objetivo lo constituyó la adquisición de nuevos conocimientos sobre el tema elegido y que fue de inquietud constante durante el desarrollo de la maestría.

## BIBLIOGRAFIA

- 1) Billinton R., Allan R.  
"Reliability evaluation of engineering systems: concepts and techniques"  
Ed. Pitman. 1983.
- 2) Henley E.J., Linn J.W.  
"Generic techniques in systems reliability assessment"  
Ed. Noordhoff-Leyden. 1976.
- 3) Miller Robert  
"Power system operation". Capitulo 9  
Ed. McGraw-Hill. 1983.
- 4) Becerra Espinosa José Manuel  
"Análisis de las diferentes alternativas de alimentación de energía eléctrica factibles de utilizar por el STC (Metro)"  
Tesis profesional. FI. UNAM. 1988.
- 5) Billinton Roy  
"Power system reliability, evaluation"  
Ed. Gordon and Breach, science publishers. 1970.
- 6) Espinosa y Lara Roberto  
"Sistemas de distribución". Capitulo 7.  
Ed. Limusa, 1990.
- 7) Billinton R., Ringlee R., Wood A.  
"Power system reliability calculations"  
Ed. MIT Press. 1973.
- 8) Chang N.E.  
"Life-cycle cost evaluation of underground distribution system"  
Specifying Engineer. Octubre 1979. pp. 102-104.
- 9) Chang N.E.  
"Cost-Reliability index of underground distribution system"  
IEEE. Underground Transmission and Distribution Conference. 1974. pp. 414-422.
- 10) IEEE Committee Report.  
"Guidelines for use in developing a specific underground distribution system design standar"  
IEEE. Transmission and Distribution Committee. 1977. pp. 1-8.
- 11) Schwobel L., Shula W.E.  
"Reliability studies guide circuit design"  
Electrical World. Transmission/Distribution. Febrero 1973.

- 12) Chang N.E.  
"A modular design for underground residential distribution"  
IEEE, Underground Transmission and Distribution Conference.  
1976 pp. 574-578.
- 13) Lipschutz Seymour  
"Probabilidad"  
Ed. McGraw-Hill. 1980.
- 14) Spiegel Murray R.  
"Estadística"  
Ed. McGraw-Hill. 1970.
- 15) Vega Ortiz, Miguel  
"Evaluación de confiabilidad de sistemas de transmisión"  
Tesis de Maestría. FI, UNAM, 1989.
- 16) Billington R., Allan R.  
"Reliability evaluation of power systems"  
Ed. Plenum Press. 1991.
- 17) Dhillon B.S., Singh Chanan  
"Engineering reliability. New Techniques and applications"  
Ed. John Wiley & Sons. 1981.
- 18) Nelson Wayne  
"How to analyze reliability data"  
Ed. American Society for Quality Control. Volumen 6. 1983.
- 19) Pansini, Anthony J.  
"Power Transmission and distribution"  
Ed. The Fairmont Press. 1991.
- 20) Cleveland, E.B.  
"Assessment of methods for implementing availability  
engineering in electric power plants".  
EPRI-496. 1976, pp. 1-1 a 2-31.
- 21) Sullivan R.L.  
"Power system planning"  
Ed. McGraw-Hill. 1977.
- 22) Bazovsky I.  
"Reliability theory and practice"  
Ed. Prentice-Hall. 1965.
- 23) Barlow R.E., Proschan F.  
"Statistical theory of reliability and life testing"  
Ed. To Begin With. 1981.

- 24) Mann N., Schafer R., Singpurwalla N.  
"Methods for statistical analysis of reliability and life data"  
Ed. John Wiley & Sons. 1974.
- 25) Nelson Wayne  
"Applied life data analysis"  
Ed. John Wiley & Sons. 1982.
- 26) Reliability Division  
"A reliability guide to failure reporting, analysis and, corrective action systems"  
Ed. American Society for Quality Control. 1989.
- 27) Goldberg Harold.  
"Extending the limits of reliability theory"  
Ed. John Wiley & Sons. 1981.
- 28) Gulliver John. Arndt Roger  
"Hydropower engineering handbook"  
Ed. McGraw-Hill. 1991.
- 29) Shipley, Bruce  
"Introduction to matrices and power systems"  
Ed. John Wiley & Sons. 1976.
- 30) Bigelow, R.O.  
"Reliability criteria for generating planning in New England"  
Power system. Planning and operations: Future problems and research needs.  
EPRI EL-377-SR. Special report. Febrero 1977.
- 31) Knight U.G.  
"Power systems engineering and mathematics"  
Ed. Pergamon Press. 1972.
- 32) Zhang Jié.  
"Cadenas de decisión markovianas con costos especiales"  
Tesis de maestría. FI. UNAM. 1986.