

01163

2  
2e)



**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**Facultad de Ingeniería**

**CÁLCULO RÁPIDO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE  
MODELOS DE DEPÓSITOS SEDIMENTARIOS**

**MARTHA MARIA SUAREZ LOPEZ**

**T E S I S**

**PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA  
FACULTAD DE INGENIERIA  
DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERIA  
( MECÁNICA DE SUELOS )  
CIUDAD UNIVERSITARIA**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

1994



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# **Cálculo rápido de la respuesta sísmica de modelos de depósitos sedimentarios**

|  |            |
|--|------------|
| <b>1. Introducción</b>   | <b>1</b>   |
| <b>2. Elementos de elastodinámica</b>  | <b>3</b>   |
| <b>3. Difracción de ondas</b>  | <b>13</b>  |
| <b>4. Modelos en forma de cuña</b>   | <b>19</b>  |
| 4.1 <i>Soluciones analíticas</i>   |            |
| <b>5. Modelos de depósitos aluviales</b>   | <b>34</b>  |
| 5.1 <i>Cálculo rápido para casos simétricos (teoría de rayos)</i>                      |            |
| 5.2 <i>Cálculo basado en una aproximación de la función de Green</i>                   |            |
| 5.3 <i>Método de superposición modal</i>   |            |
| <b>6. Aplicación</b>   | <b>74</b>  |
| 6.1 <i>Características del valle de México</i>   |            |
| 6.2 <i>Aplicación del modelo de cuña para el cálculo de funciones de transferencia</i> |            |
| <b>7. Análisis y recomendaciones</b>   | <b>106</b> |
| <b>Anexo A: Análisis de los espectros de Fourier de señales sencillas</b>              | <b>108</b> |
| <b>8. Referencias</b>  | <b>113</b> |

## RESUMEN

Se estudian valles aluviales bidimensionales de forma triangular con el propósito de conocer su respuesta sísmica ante incidencia de ondas  $SH$ . Para ello se analizan modelos sencillos de cuñas y se utiliza esta formulación para obtener la de valles triangulares asimétricos. Se proponen dos métodos. Uno de ellos aborda el problema de la difracción basándose en una aproximación de las funciones de Green y el otro utiliza la expansión modal. En el primero se calcula el campo de desplazamientos considerando la superposición de ondas generadas por fuentes ubicadas en la frontera que une a las cuñas que forman el valle (principio de Huygens), mas la respuesta geométrica de cada cuña considerada de manera independiente. El segundo analiza el problema de la difracción basándose en la superposición de modos. Ambos métodos son rápidos comparados con otros encontrados en la literatura y pueden ser usados en computadoras personales. Los resultados que se obtienen se comparan con los calculados con un método pseudoespectral teniendo buen acuerdo. Finalmente, se calculan funciones de transferencia para algunos sitios de la ciudad de México aplicando el modelo de cuñas. Se comparan resultados con los cocientes espectrales obtenidos para algunas estaciones acelerográficas.

## ABSTRACT

Bi-dimensional triangular alluvial valleys subjected to an incident  $SH$  wave field in order to obtain their seismic response are studied. To this purpose a class of dipping layers are analyzed and the formulation is applied to obtain that of non-symmetrical triangular valleys. Two methods are proposed. One of them resolve the diffraction problem based on an approximation of Green functions and the other one employs the modal expansion. The former computes the displacement field considering the superposition of waves generated by sources located at the boundary between the wedges that form the valley (Huygens principle), plus the geometrical response of each wedge considered independently. The latter analyzes the diffraction problem based on the superposition of modes. Both methods are fast compared with others found in the literature and also they can be used in personal computers. The results are compared with those obtained by a pseudospectral method showing good agreement. Finally, transfer functions by applying the dipping layers model are computed for some sites in Mexico city. Results with the spectral ratios obtained for some accelerographic stations are compared .

## 1. Introducción

La respuesta sísmica de un sitio está influida por las características de la fuente, el trayecto que siguen las ondas y las condiciones geológicas y topográficas locales. En la mayoría de los casos, cuando se define la excitación sísmica para fines de diseño de estructuras o de predicción del comportamiento de las ya existentes, se omiten explícitamente la fuente y el trayecto de las ondas y se recurre a estudios de sismicidad o reglas empíricas para construir las llamadas leyes de atenuación. En los efectos de las condiciones locales son de fundamental importancia las características mecánicas y geométricas del sitio pues son las que determinan la respuesta sísmica. Debido a lo complicado y/o a los enormes recursos de cómputo necesarios para efectuar el análisis, es práctica común recurrir a modelos unidimensionales olvidando casi siempre la importancia que las irregularidades laterales de la topografía del sitio tienen en la respuesta. Los resultados no siempre son adecuados. Con el avance de la tecnología no sólo se hicieron más poderosos los medios de cálculo, sino que también las estructuras aumentaron en importancia, en algunos casos por la cantidad de personas o equipo que albergan, y en otros por el peligro que representan a comunidades enteras en caso de falla (por ejemplo, plantas nucleares o presas). La necesidad de contar con diseños óptimos requiere de un análisis más detallado de su comportamiento ante excitación dinámica.

Se observa entonces, por un lado, la tendencia a construir modelos más realistas que implican desarrollos teóricos y equipo de computo avanzado y, por otra parte, se continúan analizando modelos con estratigrafías horizontales debido a que los resultados que de ellos se obtienen proporcionan estimaciones gruesas de las amplificaciones máximas esperadas para determinadas frecuencias, y además son económicos y rápidos. Sin embargo, los modelos realistas son tan complicados que muchas veces no pueden usarse o el vago conocimiento de las características del sitio no amerita utilizarlos, mientras que los modelos unidimensionales en ocasiones son sobresimplificados. No obstante, ante las dificultades para el uso de modelos realistas es preferible emplear reglas sencillas basadas en esos modelos elementales. Una alternativa que parece promisoría es construir modelos sencillos con algunas hipótesis simplificadoras, que no

utilicen grandes recursos de cómputo y tomen en cuenta los principales efectos de la irregularidad lateral. Se espera que estos modelos proporcionen una idea más acertada de la respuesta de un sitio ante excitación dinámica y ayuden a entender el comportamiento de estructuras geológicas más complejas.

En este trabajo se presentan algunos métodos rápidos para el cálculo de la respuesta sísmica en depósitos aluviales. El propósito es contar con fórmulas relativamente sencillas que permitan obtener la respuesta de valles al aproximar su topografía a la de uno triangular donde no se requiera discretizar su geometría. Para ello se analiza primero la importancia que tienen las pequeñas variaciones de la topografía en la respuesta sísmica al estudiar los efectos del cambio de inclinación en la base de un estrato. Posteriormente, aprovechando la rapidez y facilidad en el cálculo de la respuesta sísmica de estratos con ciertos ángulos de inclinación donde no se presenta el fenómeno de difracción, se estudia la respuesta de valles aluviales triangulares simétricos formados por cuñas que tienen esos ángulos de inclinación; aquí, la difracción causada por la presencia de la otra cuña es despreciable. Se proponen además dos nuevos modelos para el análisis de depósitos triangulares asimétricos. La respuesta se calcula superponiendo la generada por la cuña más la debida a la difracción. Uno de los modelos aborda el problema de la difracción utilizando las funciones de Green, el otro se basa en la superposición modal al conectar dos estratos en forma de cuña para cada modo, y es aplicable únicamente para casos donde se tenga base rígida. La importancia de ambos modelos radica en la mejor aproximación que se tiene al aplicarlos a casos reales con relación a la que se logra con los unidimensionales, en la rapidez con la que se realizan los cálculos y en que se pueden obtener resultados utilizando computadoras personales. Se analizan modelos sometidos a un movimiento antiplano *SH*.

Finalmente, utilizando estos modelos, se estudian las funciones de transferencia empíricas correspondientes a algunas zonas de la ciudad de México y se comparan resultados calculados con los observados. Para ello se construyen curvas de igual profundidad de los depósitos aluviales y se redefinen las curvas de isopacas de los estratos arcillosos al abarcar casi la totalidad de las zonas donde se localizaban los antiguos lagos de Texcoco y Xochimilco-Chalco.

## 2. Elementos de elastodinámica

Una onda es una perturbación que se propaga de un punto a otro en un medio. La propagación se lleva a cabo a una determinada velocidad y el tipo de onda que se produce depende de la naturaleza de los enlaces que existen entre los puntos por los que se propaga. El tipo de ondas que se analizan en este trabajo son las ondas elásticas de cuerpo que se dividen en ondas  $P$ , de compresión o primarias que provocan en el medio donde se propagan un cambio de volúmen, y las ondas  $S$ , de cortante o secundarias que generan en el medio un cambio de forma. En la fig 2.1 se presenta un diagrama de cómo se propagan este tipo de ondas. En su estudio se toman en cuenta las hipótesis de la teoría de la elasticidad que relaciona a las fuerzas externas que actúan en un medio con sus fuerzas internas que se manifiestan mediante cambios de tamaño y forma que sufre éste. En la fig 2.2 se presentan las componentes de esfuerzos a los que es sometido un elemento infinitesimal. Las deformaciones que experimenta este elemento a consecuencia de los esfuerzos están dadas por

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} [u_{i,j} + u_{j,i}] \quad 2.1$$

donde  $u_i$  es el desplazamiento del cuerpo en la dirección  $x_i$ . La coma indica derivación con respecto a la dirección señalada. La ley de Hooke o ley de la proporcionalidad entre esfuerzos y deformaciones se puede expresar como

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad 2.2$$

siendo  $\delta_{ij}$  la delta de Kronecker ( $=1$  si  $i=j$ ;  $=0$  si  $i \neq j$ ),  $i, j, k = 1, 2, 3$  y  $\lambda, \mu$  las constantes de Lamé. Empleando la segunda ley de Newton y despreciando las fuerzas de cuerpo, la ecuación de movimiento en la dirección  $x_i$  puede expresarse de la forma

$$\rho \ddot{u}_j = \sigma_{ij,j} \quad 2.3$$

Utilizando las relaciones de elasticidad 2.1 y 2.2 la ec 2.3 se transforma en

$$\rho \ddot{u} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) + \mu \nabla^2 u \quad 2.4$$

Al hacer uso del teorema de Helmholtz y considerar nulo el rotacional y la divergencia en la ec 2.4 se encuentran las ecuaciones asociadas a los dos tipos de movimiento que se generan debido a las ondas  $P$  y a las ondas  $S$ . Si se supone que las ondas son periódicas con dependencia temporal dada por  $e^{i\omega t}$  donde  $i = (-1)^{1/2}$  y  $\omega =$  frecuencia angular, el movimiento dilatacional asociado a las ondas  $P$  que viajan a una velocidad  $\alpha = [(\lambda + 2\mu)/\rho]^{1/2}$  queda descrito por

$$(\lambda + 2\mu) \nabla^2 (\nabla \cdot u) + \rho \omega^2 \nabla \cdot u = 0 \quad 2.5$$

y el asociado a las ondas  $S$  que tienen una velocidad de propagación  $\beta = [\mu/\rho]^{1/2}$  está dado por

$$\mu \nabla^2 (\nabla \times u) + \rho \omega^2 \nabla \times u = 0 \quad 2.6$$

Una diferencia importante entre las ondas  $P$  y  $S$  radica en la forma en como se propagan. Las oscilaciones longitudinales producidas por las ondas  $P$  son simétricas con respecto a la dirección de propagación; en cambio las oscilaciones de las ondas transversales (ondas  $S$ ) dependen del plano que cruza la dirección de propagación en el cual se efectúa el movimiento transversal. Al rumbo que tienen las ondas de corte en ese plano se le denomina *polarización*. Para el estudio de las ondas  $S$  su movimiento puede descomponerse en una componente horizontal (ondas polarizadas horizontalmente o *SH*) y en una vertical (ondas polarizadas verticalmente o *SV*). En la fig 2.3 se ilustra este concepto. En el cálculo de las funciones de transferencia de los modelos que se analizan en este trabajo se consideran únicamente los efectos que producen la propagación de ondas *SH*.



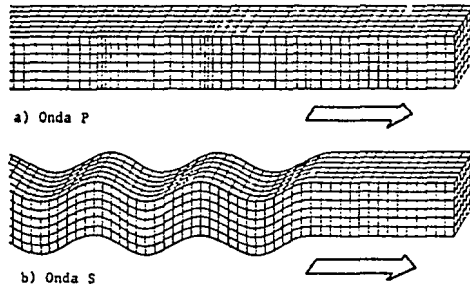


Fig 2.1 Propagación de ondas de cuerpo. a) Ondas de compresión u ondas P; b) ondas de cortante u ondas S.

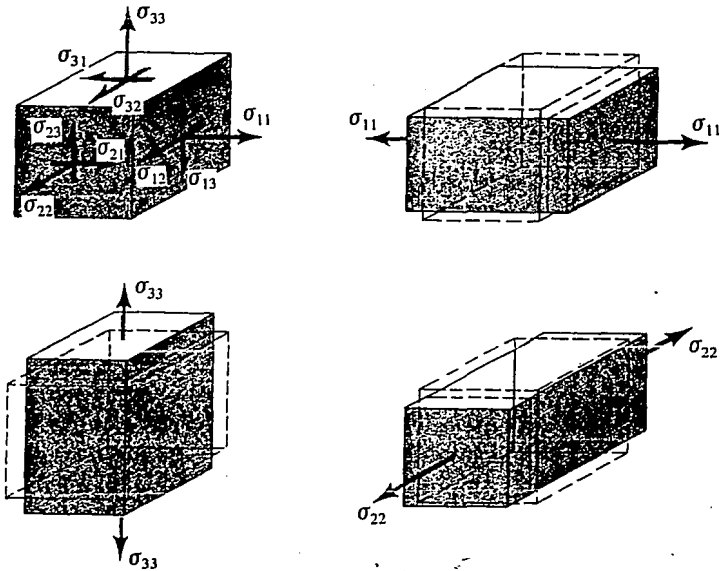


Fig 2.2 Componentes de esfuerzos a los que es sometido un elemento diferencial de volúmen.

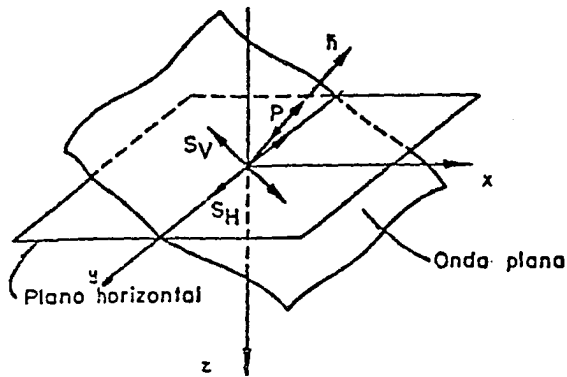


Fig 2.3 Frente de una onda plana. Polarización de las ondas S en ondas SH y SV.

La ec 2.4 proporciona una regla general que debe cumplir toda función que describa un movimiento ondulatorio. Esta función puede ser un pulso o una señal registrada en un sismograma. Para facilitar la interpretación y manejo matemático en el estudio de la propagación de una señal arbitraria, se considera que ésta se puede representar como la suma de un conjunto de funciones armónicas (principio de superposición) que cumplen con la ecuación de onda (ec 2.4) y observar la acción de cada sumando por separado. Basándose en el desarrollo en series de Fourier (Newland, 1980), una señal se reemplaza por la suma de funciones trigonométricas seno y coseno. Esta forma de representar señales facilita mucho la interpretación de los fenómenos en la propagación de ondas pues en estas funciones es fácil identificar el periodo  $T$  ( $=\lambda/\beta$ ), la fase y la longitud de onda  $\lambda$  y obtener su relación con la frecuencia ( $f=1/T$  o frecuencia angular  $\omega=2\pi f$ ) y velocidad de propagación o velocidad de fase ( $\beta=\lambda f$ ); además su empleo en forma de funciones exponenciales facilita mucho el manejo matemático. En la fig 2.4 se presenta la trayectoria que tiene una partícula con movimiento armónico y la nomenclatura de algunas de las características del movimiento comentadas arriba. Por esta razón, en el estudio de la propagación de ondas sísmicas se trabaja con espectros de frecuencia. De esta manera su manejo e interpretación es más sencillo. Los espectros se obtienen al pasar la serie de tiempo del movimiento al dominio de la frecuencia por medio de la transformada de Fourier (espectro de Fourier) que se basa en los conceptos descritos arriba. Con base en estas ideas es posible pasar del dominio de la frecuencia, al del tiempo. Las transformadas de Fourier que se utilizan son (Newland, 1980)

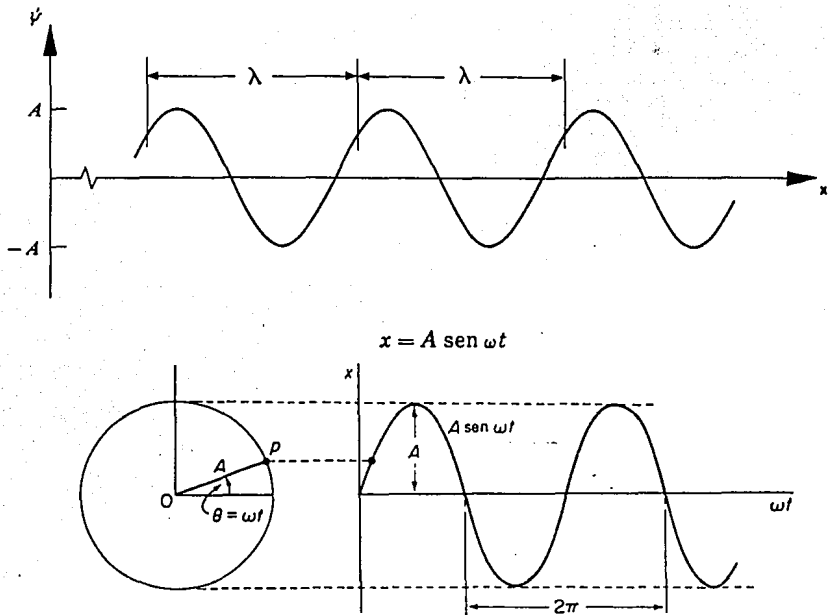


Fig 2.4 Onda monocromática.  $A$  representa la amplitud de la onda y  $\lambda$  su longitud de onda.  $\omega$  es la velocidad angular o frecuencia angular del movimiento armónico que tiene una partícula  $p$  que se mueve describiendo un círculo.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad 2.7$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad 2.8$$

donde  $F(\omega)$  y  $f(t)$  son funciones que representan al espectro de Fourier y a la señal respectivamente.

Cuando una onda plana (que se propaga en forma rectilínea a lo largo de líneas paralelas denominadas rayos) incide con amplitud  $A_2$  y ángulo  $\alpha_2$  en una frontera que divide a dos medios (medio 1 y medio 2), parte de su energía ( $A_2'$ ) se refleja con el mismo ángulo con el que incidió (ángulo  $\alpha_2$ ), y la otra parte ( $A_1$ ) penetra en el otro medio modificando su dirección en un ángulo  $\alpha_1$  con respecto a un plano vertical (ver fig 2.5). El ángulo  $\alpha_1$  (ángulo de refracción) está relacionado con el ángulo de incidencia ( $\alpha_2$ ) y la velocidad de propagación en los medios 1 y 2 de la siguiente manera (ley de Snell),

$$\frac{\text{sen}\alpha_2}{\beta_2} = \frac{\text{sen}\alpha_1}{\beta_1} \quad 2.9$$

donde  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son las velocidades de propagación en los medios 1 y 2, respectivamente. Otra manera de interpretar este resultado consiste en reconocer que la velocidad de fase aparente a lo largo de la interfaz de todas las ondas involucradas en la reflexión y refracción se conserva. Las amplitudes  $A_1$  y  $A_2'$  con las que se propaga dependerán de las condiciones de compatibilidad (o condiciones de frontera) de igualdad de desplazamientos y esfuerzos en cualquier punto ubicado en la frontera de ambos medios.

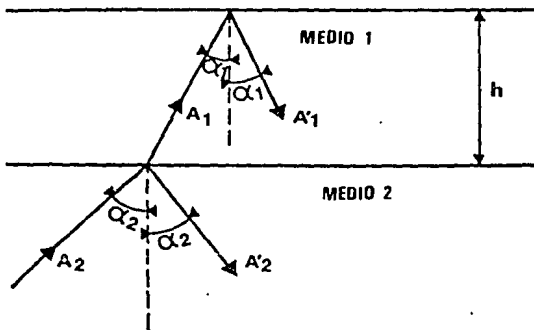


Fig 2.5 Reflexión y refracción de una onda que incide con un ángulo  $\alpha_2$  y amplitud  $A_2$  en un medio 1.

Cuando se registra la señal de un sismo cuyo epicentro se localiza a varios kilómetros de distancia, el registro que se obtiene es generalmente diferente al registrado en alguna estación localizada directamente sobre el foco del sismo, debido a que las ondas viajan a través de

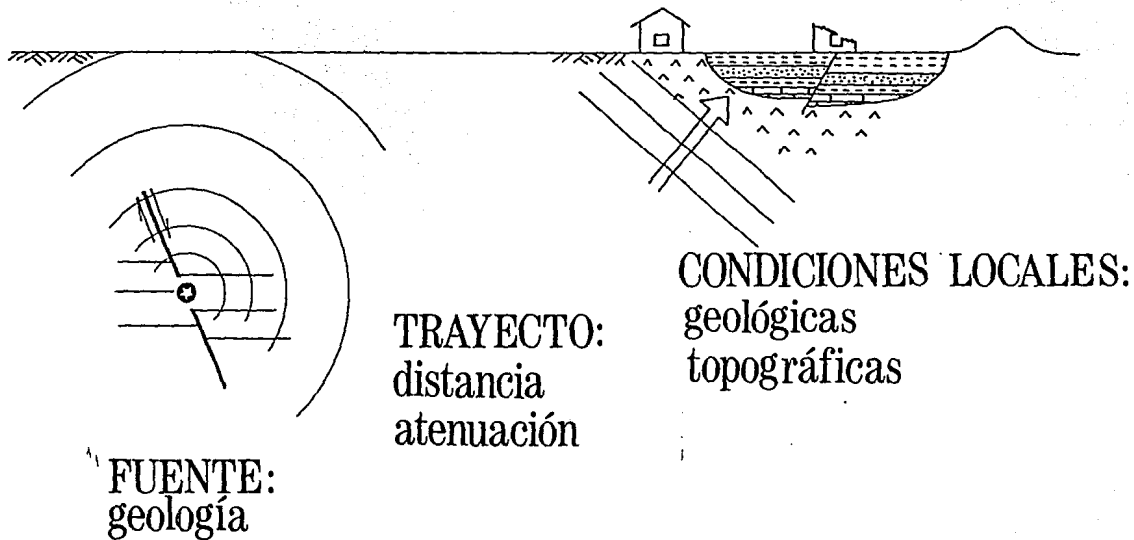
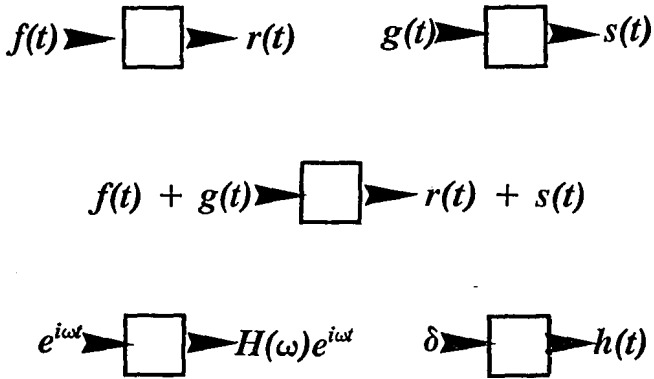


Fig 2.6 Elementos influyen en la propagación de ondas sísmicas. Fuente, trayecto y condiciones locales (modificada a partir de Chávez-García, 1987).

distintos materiales con diferentes velocidades de propagación y configuraciones varias que provocan que éstas modifiquen su trayecto, velocidad y amplitud (efectos de trayecto). Cuando las ondas atraviesan los suelos o formaciones locales del sitio, sufren también modificaciones adicionales (efectos de sitio o condiciones locales). En la fig 2.6 se presentan estos conceptos. Considerando efectos lineales únicamente, si se conoce la señal antes y después de ser afectada por las condiciones locales, la contribución de los efectos de sitio se obtiene al efectuar la división de los espectros de Fourier de la señal ubicada en el sitio, con aquella que no se afectó por las condiciones locales. Al espectro que se obtiene de esta manera se le conoce con el nombre de función de transferencia o cociente espectral. Las funciones de transferencia calculadas en este trabajo para un sitio dado, indican las magnitudes espectrales en el sitio cuando es sometido a una excitación que tiene un espectro de Fourier con amplitud unitaria constante (fig 2.7). De esta manera, cuando se tiene cualquier incidencia se puede obtener la respuesta del sitio al multiplicar su espectro de Fourier por la función de transferencia.

Una hipótesis adicional que se hace es considerar planas a las ondas que se propagan dentro de medios homogéneos e isotrópicos. Esta hipótesis implica que se puede identificar el lugar geométrico de los puntos que se encuentran en una misma fase donde se localiza un frente de onda recto (fig 2.8). Si la fuente de una perturbación es muy pequeña y la onda se propaga en un medio isotrópico, entonces el frente de onda tendrá una superficie esférica con el centro en la fuente. Si la distancia  $r$  a la fuente es muy grande, el frente de onda se puede considerar con buena aproximación como plano (fig 2.9). A la dirección con la que se propagan los frentes de onda se le representa por rayos que son líneas perpendiculares a estos.



$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int F(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

$$r(t) = \frac{1}{2\pi} \int F(\omega) H(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Fig 2.7 Sistema lineal en el que se basa el concepto de función de transferencia ( $H(\omega)$ ). Una señal en el tiempo  $f(t)$  al atravesar un sistema lineal se transforma en otra señal  $r(t)$ . Debido a la linealidad del sistema, la suma de dos funciones  $f(t)+g(t)$  que atraviesan el sistema da por resultado la suma de dos funciones  $r(t)+s(t)$  que independientemente son el resultado de las respuestas individuales de cada función  $f(t)$  y  $g(t)$ . Dada la linealidad del sistema, el espectro de amplitud unitaria de una señal tendrá como espectro al salir del sistema una amplitud  $H(\omega)$  que se conoce con el nombre de función de transferencia.

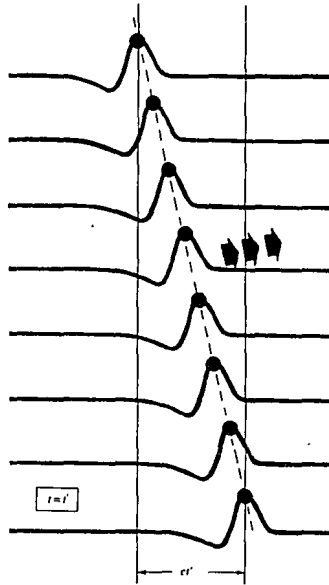


Fig 2.8 Frente de onda (línea a trazos) que pasa por los puntos indicados por un círculo lleno en un tiempo  $t=t'$ . Las flechas indican la dirección de la propagación del frente de onda.

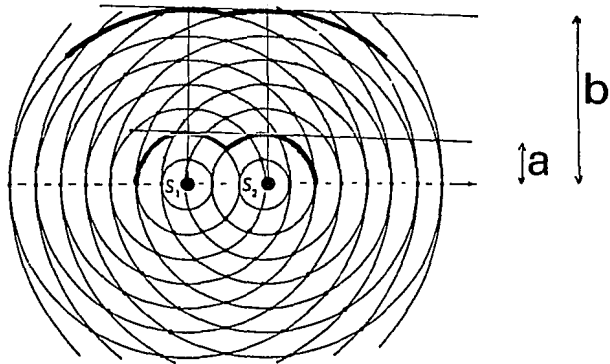


Fig 2.9 Un frente de onda a una distancia  $b$  puede considerarse más cercanamente representado por un frente de onda plano que el ubicado a una distancia menor  $a$ . En la figura se presentan los campos generados por dos fuentes ( $S_1$  y  $S_2$ ).



### 3. Difracción de ondas

Un fenómeno importante en la propagación de ondas es la difracción. Muchos de los efectos que se observan en la realidad son debidos a esta y no pueden ser explicados considerando que las ondas se propagan únicamente en forma rectilínea de acuerdo con las leyes de la óptica geométrica. La difracción es la desviación en la dirección de los trayectos de las ondas pues estas tienden a bordear los obstáculos que impiden a una parte de un frente de onda continuar propagándose (fig 3.1). La primera interpretación ondulatoria de la difracción se debe a Thomas Young quién decía que "la difusión de la amplitud (de las ondas) está acompañada de la variación de la fase de oscilación. De esta manera, a medida que se propaga el frente ondulatorio tiene lugar una nivelación o una 'disipación' de la distribución heterogénea de la amplitud en el frente ondulatorio" (Landsberg, 1976). Young partía del concepto de la propagación rectilínea de las ondas, concepto que tiempo atrás había introducido Huygens. Sin embargo, fue Fresnel quién le dió un sentido físico al completarlo con la idea de la interferencia de las ondas.

El fenómeno de la difracción depende de la longitud de onda  $\lambda$ , de las dimensiones del obstáculo  $d$  y de la posición y distancia a la que se encuentre un observador. Los parámetros de una onda que se ven afectados son su amplitud y su fase. El problema se reduce a encontrar esos valores. Es conveniente considerar a la difracción como ondas emitidas por fuentes ficticias ubicadas en los lugares donde se genera y aplicar los conceptos de la teoría de rayos para estas ondas. Esto implica que el punto en donde se miden sus efectos se encuentra lejos de la fuente o que las ondas que se analizan son de alta frecuencia. Considérese por ejemplo un frente de onda al que se le interpone una pantalla opaca que tiene dos orificios (fig 3.2); para un observador ubicado lejos de la pantalla, la amplitud y forma de las ondas que le lleguen estarán dadas por la suma de las ondas consideradas en forma independiente "emitidas" desde cada orificio. La fase con la que llegan al punto de observación depende de las distancias entre los orificios y el ángulo que forman con respecto al observador. La diferencia de fases entre las ondas emitidas por los distintos orificios está dada por

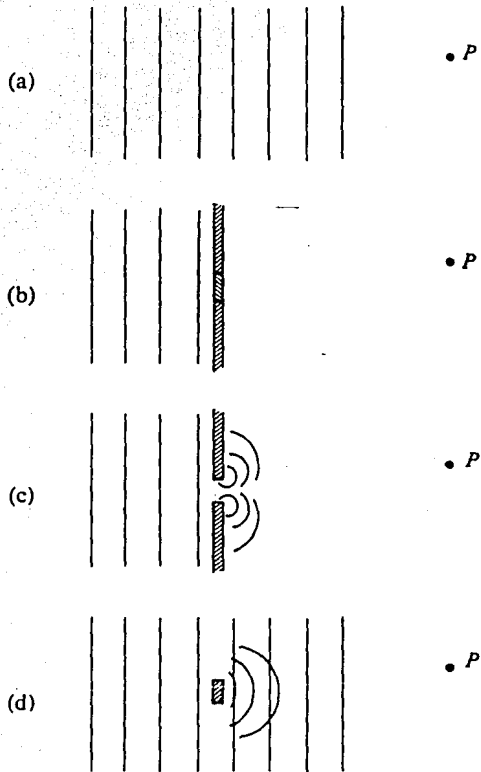


Fig 3.1 Propagación de izquierda a derecha de ondas planas a un punto de observación  $P$  (a) sin presencia de obstáculos, (b) con bloqueo total al campo de ondas, (c) Bloqueo parcial con una pantalla permitiendo el paso de la onda por un orificio, (d) bloqueo parcial debido a la presencia de un objeto de dimensiones finitas.

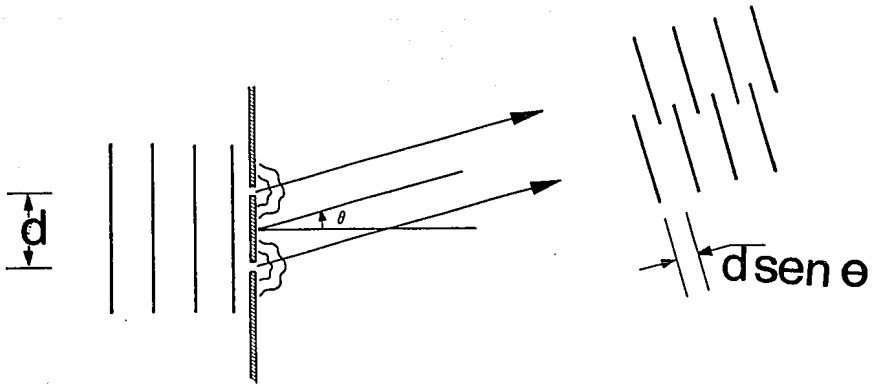


Fig 3.2 Difracción de ondas que inciden en la cara izquierda de la pantalla. Para un observador ubicado a gran distancia y a un ángulo  $\theta$  con respecto al centro de la pantalla, las ondas difractadas que le llegan se pueden considerar como ondas planas que se encuentran desfasadas debido a la diferencia en distancias que recorren (Main, 1978).

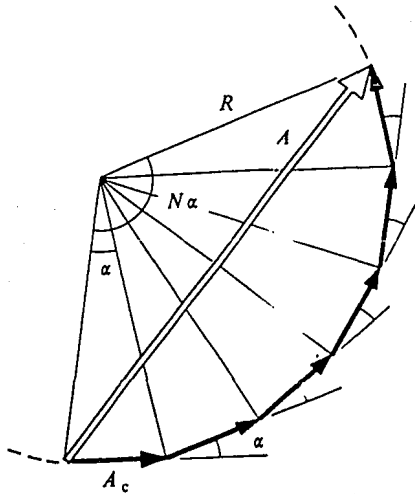


Fig 3.3 Cálculo de la amplitud  $A(\theta)$  para un punto ubicado en una posición con ángulo  $\theta$  con respecto a la normal de la pantalla, que en este caso contiene  $N$  orificios.  $\alpha$  es la diferencia de fases entre dos orificios consecutivos.

$$\alpha(\theta) = kd \operatorname{sen}\theta$$

3.1

donde  $k = \omega/c$ ,  $\omega$  = frecuencia circular y  $c$  = velocidad de propagación. La amplitud total de la onda  $A(\theta)$  que llega a un observador ubicado a un ángulo  $\theta$  con respecto a la normal de la pantalla, se obtiene al sumar las amplitudes  $A_c(\theta)$  de las ondas emitidas por cada fuente (que se consideran iguales) tomando en cuenta su diferencia de fases  $\alpha(\theta)$ . En una pantalla que tenga varios orificios separados una distancia  $d$  uno de otro, la amplitud  $A(\theta)$ , siendo escalar, admite una construcción geométrica, y se obtiene como se indica en la fig 3.3, resultando

$$A(\theta) = A_c(\theta) \left| \frac{\operatorname{sen}[1/2 N \alpha(\theta)]}{\operatorname{sen}[1/2 \alpha(\theta)]} \right| \quad 3.2$$

donde  $N$  = número de orificios. Si se define a la intensidad  $\Phi(\theta)^2 = (A(\theta)/A_c(\theta))^2$ , se puede obtener su variación dependiendo de  $\lambda$ , de la distancia  $d$  y de  $\theta$ . En la fig 3.4 se presenta la variación de la intensidad de un frente de onda cuando atraviesa 2 y 5 orificios (Main, 1978).

De acuerdo al principio de Huygens se puede obtener el campo total difractado debido a la presencia de una ranura de dimensión  $a$  en una pantalla (fig 3.5) considerando la suma de los campos de ondas emitidos por un número finito de fuentes ubicadas a lo largo de la ranura. Si se tienen muchas fuentes, el diagrama correspondiente para el cálculo de la amplitud  $A(\theta)$  da por resultado un arco de ángulo  $\beta$  (fig 3.6) donde  $A_{\max}$  es la longitud del arco. Considerando que el radio del arco es igual a  $A_{\max}/\beta$  o a  $A_c/(2\operatorname{sen}\beta/2)$  donde  $A_c$  es la amplitud de las ondas emitidas por cada fuente. La intensidad  $\Phi(\theta)^2$  se obtiene como

$$\Phi(\theta)^2 = \left( \frac{A_c}{A_{\max}} \right)^2 = \left| \frac{\operatorname{sen}\beta/2}{\beta/2} \right|^2 \quad 3.3$$

La intensidad tiene valores nulos cuando  $\beta(\theta) = 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$ , esto es cuando  $\theta \approx m\pi/ka = \lambda/a$ , donde  $m$  es par. De aquí que la difracción sea más importante cuando es más pequeña la ranura de la pantalla y/o cuando la longitud de onda es grande (frecuencias pequeñas).

El número de fuentes necesarias para la construcción adecuada de un frente de onda plano dependerá de la longitud de onda. Esto es, el número de fuentes se deberá incrementar cuando la longitud de onda crezca, por esta razón, mientras más fuentes se consideren por longitud de onda, se tendrá mayor exactitud en los cálculos. En este trabajo la emisión de ondas por fuentes puntuales está representada mediante funciones de Green (capítulo 5). La amplitud correspondiente a cada fuente se obtendrá de la solución de sistemas de ecuaciones que se forman al considerar las condiciones de frontera del problema que se analice.

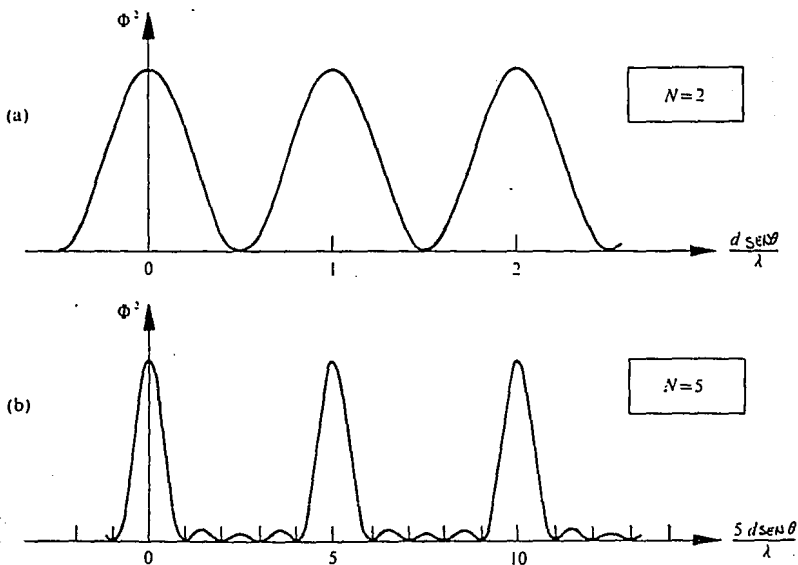


Fig 3.4 Gráficas de intensidad  $\Phi^2$  contra fase  $\alpha$  de las ondas difractadas debido a la presencia de una pantalla con (a) dos orificios y (b) cinco orificios.

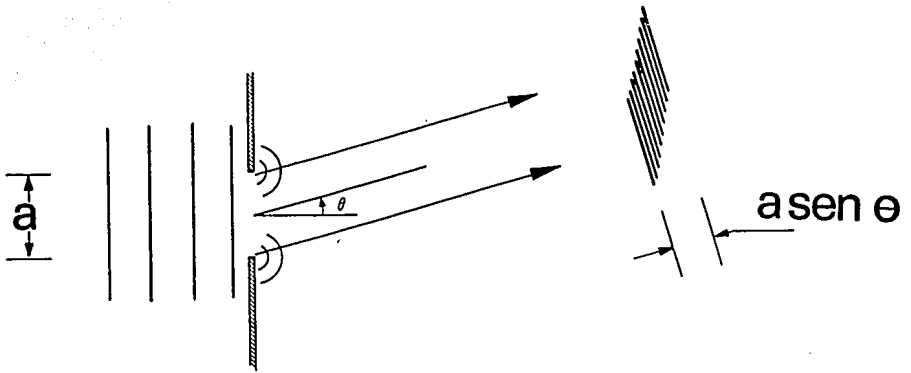


Fig 3.5 Difracción provocada por la presencia de una ranura de dimensión  $a$  en una pantalla. Para considerar la difracción, en este caso se colocan varias fuentes distribuidas a lo largo de la ranura. El patrón de ondas planas a gran distancia de las fuentes que estas generan se observa a la derecha. En esta gráfica sólo se dibujaron las fuentes de los extremos de la ranura (Main, 1978).

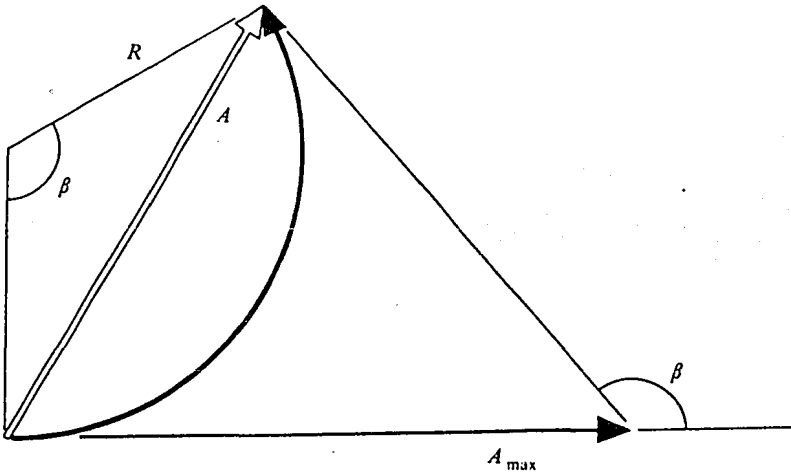


Fig 3.6 Diagrama de vectores para el cálculo de la amplitud  $A(\theta)$ . La diferencia de fases  $\beta(\theta)$  entre el primero y último vector está dada por  $k a \text{sen} \theta$ .

#### 4. Modelos en forma de cuña

El estudio de la propagación de ondas en un medio infinito es relativamente sencillo de realizar (ver cap 2). El problema se complica cuando el medio en el que se propaga una perturbación está limitado, pues en este caso se hace necesario resolverlo tomando en cuenta las condiciones de frontera. Si por ejemplo, se tienen dos medios seminfinitos limitados por una frontera común, las condiciones de igualdad de esfuerzos y desplazamientos en un punto dado ubicado en la frontera deberán satisfacerse al comparar los resultados obtenidos al examinar independientemente cada medio. El modelo más sencillo que se conoce para el análisis de propagación de ondas sísmicas es el de un estrato plano apoyado sobre una base rígida. La función de transferencia que de él se obtiene es una gráfica que presenta picos en su frecuencia fundamental y en los armónicos secundarios dados por  $j(\beta/4H)$ ; donde  $j = 1, 3, 5, \dots$ , y  $\beta$  y  $H$  son la velocidad de propagación de ondas de corte y el espesor del estrato respectivamente (fig 4.1a). Sin embargo, en la naturaleza es más frecuente encontrar varios estratos con propiedades que pueden ser muy distintas. Haskell (1960) propuso un modelo que consiste en obtener la respuesta de una serie de medios (o estratos). Si se analiza únicamente el caso de ondas de cortante con movimiento antiplano (ondas  $SH$ ), las funciones de transferencia que se obtienen con este método dan como resultado una gráfica diferente debido a que cada estrato cuando vibra tiende a interactuar con los que le subyacen (fig 4.1b). Con fines ilustrativos, para subrayar la influencia que tiene el simplificar las características de un sitio al ajustarlas a las condiciones que impone un modelo, en la fig 4.1 se presenta el cálculo de las funciones de transferencia para un depósito de suelo constituido por tres estratos con propiedades y espesores diferentes y para uno sólo con características promedio de las de los tres estratos. Las diferencias de amplitud y ubicación de las frecuencias pico que se observan entre ambas gráficas indican un comportamiento diferente en los modelos analizados, aunque se intente con ambos modelos representar el mismo caso correspondiendo uno de ellos a las propiedades promedio del otro. Los esfuerzos realizados por distintos investigadores se concentran en crear modelos simplificados que resuman la complejidad de las características del sitio (o del problema real) y en tratar de reproducir al menos los principales rasgos del fenómeno.

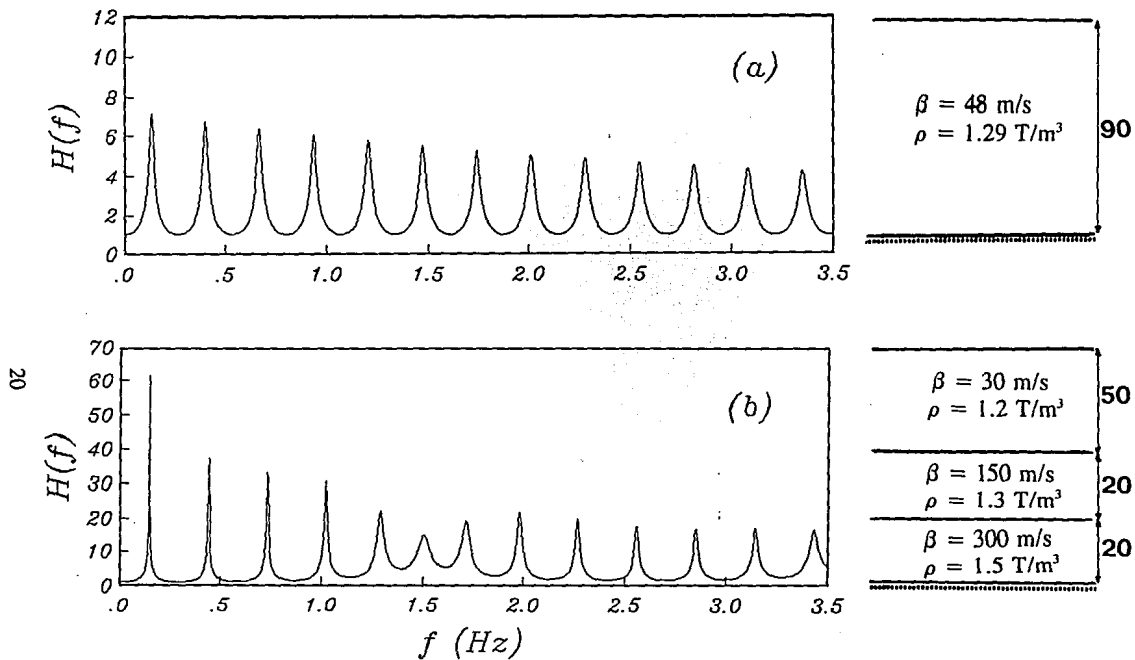


Fig 4.1 Funciones de transferencia (a) para un estrato que tiene las características promedio de los estratos de la gráfica de arriba y (b) para los estratos mostrados a la derecha de la gráfica.



Las formas espectrales que se aprecian en los cocientes calculados al dividir los espectros de Fourier de los registros obtenidos en estaciones asentadas en suelos blandos con respecto a los obtenidos en roca, revelan lo complicado que es el problema (fig 6.11). En ellas es frecuente observar distintos anchos de los picos o picos "truncados" que no se reproducen con los modelos descritos arriba, llegando estas diferencias a ser significativas lo que indica que los modelos que se utilizan no son del todo adecuados.

Una situación interesante se presenta al estudiar la respuesta de un conjunto de estratos paralelos entre sí en los cuales incide un campo de ondas con cierto ángulo azimutal  $\theta$  que queda fuera del plano de análisis (Kennett, 1983), lo que le da al modelo un carácter tridimensional pues aunque las propiedades del modelo sólo varían en la dirección vertical, la propagación de ondas en el medio estratificado se describe en dos de los planos de referencia que se consideran (fig 4.2). Se ha supuesto incidencia simultánea de ondas  $SH$  y  $SV$  de manera que la polarización con respecto a ejes locales referidos al frente de onda y el azimut  $\phi$  de incidencia sea constante e igual a  $45^\circ$ . Sólo se varía el ángulo de incidencia  $\theta$  con respecto a la vertical. Se tomó el modelo de la tabla 4.1. En la fig 4.3 se presentan las funciones de transferencia para estas condiciones para los componentes  $u$ ,  $v$  y  $w$  en el sistema de referencia original  $(x,y,z)$  de manera que se superponen las contribuciones de las ondas  $SH$  y  $SV$ . Esto es suficiente para que en algunos casos se encuentren truncamientos o modificaciones significativas en alguno de los componentes horizontales.

TABLA 4.1

| estrato | $\alpha$<br>(m/s) | $\beta$<br>(m/s) | $\rho$<br>t/m <sup>3</sup> | H<br>m | $Q_\alpha$ | $Q_\beta$ |
|---------|-------------------|------------------|----------------------------|--------|------------|-----------|
| 1       | 1500              | 100              | 1.2                        | 50     | 50         | 50        |
| 2       | 3000              | 1500             | 2.0                        | 600    | 500        | 500       |

En la tabla 4.1,  $Q_\alpha$  y  $Q_\beta$  son los factores de calidad para las ondas  $P$  y  $S$  respectivamente, que quedan descritos por:

$$Q_i = \frac{1}{2\xi_i}, \quad i = \alpha, \beta \quad 4.1$$

$\alpha$  y  $\beta$  son las velocidades de propagación de ondas compresionales y de cortante respectivamente,  $\rho$  = densidad, H = espesor del estrato que para este ejercicio se consideraron con un ángulo

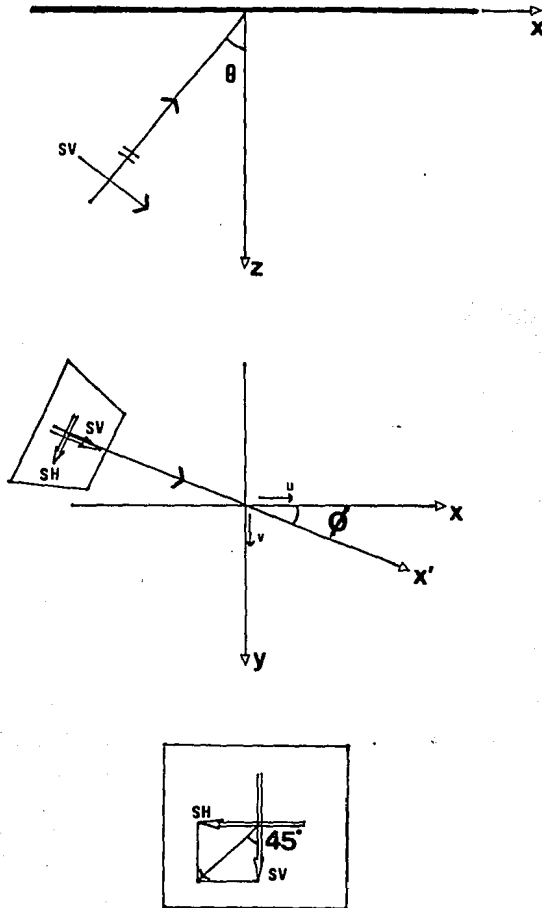


Fig 4.2 Propagación de un frente de onda plano con ángulo de incidencia  $\theta$  y ángulo acimutal  $\phi$  de ondas  $S$ . En este ejemplo se consideraron ondas polarizadas un ángulo de  $45^\circ$ .

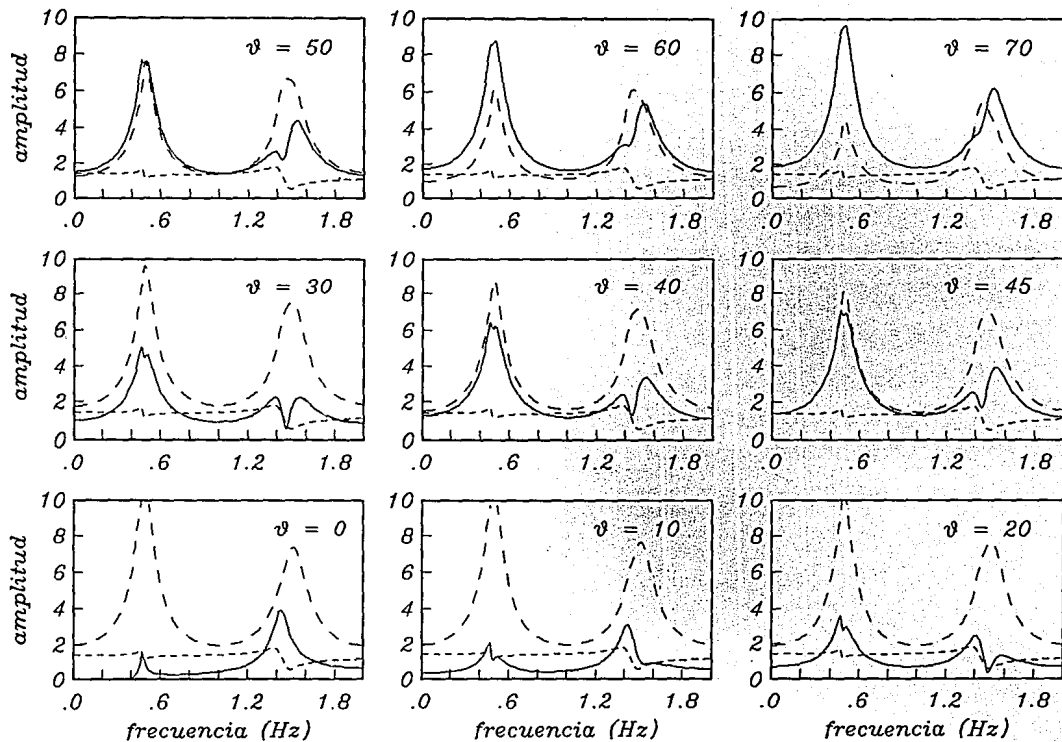


Fig 4.3 Funciones de transferencia para un estrato con las características descritas en la tabla 4.1. El cálculo se realizó para diferentes ángulos de incidencia ( $\theta$ ) y considerando un ángulo acinutal de  $45^\circ$ . La línea continua representa la respuesta horizontal en el plano, la discontinua con guiones grandes es la respuesta horizontal antiplana y la de trazos pequeños la vertical.

de polarización de  $45^\circ$ . En la figura se aprecia cómo para determinados ángulos de incidencia ( $\theta=30^\circ, 40^\circ$  y  $45^\circ$ ) la respuesta en la componente horizontal que está sobre el plano, presenta alguno de los picos (o ambos) "rebanado". Para modelos con mayor número de estratos debido a la interferencia entre ellos, la función de transferencia adquiere una configuración más complicada. Es de esperarse que si se tienen varias ondas arribando con distintos azimutes y polarizaciones se logre reproducir cercanamente la respuesta de algunos sitios que no presentan cambios drásticos en su topografía.

Para los casos donde la configuración de los estratos no es horizontal, se requerirá aplicar otro tipo de modelos (modelos bi y tridimensionales) que describan mejor la naturaleza del problema. El modelo bidimensional más sencillo es el de un estrato plano apoyado en una base cuya superficie plana no es paralela a la superficie libre del estrato, formando así una cuña. En el siguiente inciso se describe en forma general un método para la obtención de la respuesta en este tipo de configuraciones. Los modelos se analizan sólo para movimientos antiplanos *SH*.

#### 4.1 Soluciones analíticas

A la incluir en un modelo fronteras como en el caso de una cuña, se introduce un fenómeno adicional en la propagación de ondas: *la difracción*. El hecho de contar con una geometría bidimensional complica seriamente el problema pues no sólo se requieren tomar en cuenta las trayectorias de propagación de las ondas, también es necesario incluir las ondas que se difractan en este caso por la presencia del vértice de la cuña (fig 4.1.1). Hudson (1963) propuso que la solución para cuñas apoyadas sobre base rígida podría obtenerse independientemente, considerando por un lado el campo de ondas reflejadas y por el otro el campo de las difractadas. Sin embargo, debido a lo complicado que resultan las fórmulas derivadas de la solución del problema, algunos autores prefieren desprestigiar los efectos de la difracción al advertir que su solución es adecuada para "un punto de observación distante del vértice que recibe las ondas reflejadas y refractadas primero que las ondas difractadas las cuales resultan de las colisiones con el vértice" (Ishii y Ellis, 1970); otros desprecian el efecto de las ondas difractadas por el vértice de la cuña, "removiendo el vértice del modelo" (Hong y Helmberger, 1977). Sánchez-Sesma y Velázquez (1987) proponen un modelo para cuñas con ángulos dados por  $\pi/2N$  ( $N = \text{impar}$  es el número de trayectorias que sigue una onda que penetra en la cuña con un ángulo de  $90^\circ$ ) en donde no se presenta difracción (fig 4.1.2). La solución que proporcionan es sencilla. A continuación se describe en detalle el modelo propuesto por Sánchez-Sesma y Velázquez (1987) debido a que en el capítulo 5 de esta tesis se utilizará para el desarrollo de modelos de valles aluviales.

El modelo se basa en las siguientes hipótesis:

- a) El medio en el que se propagan las ondas es homogéneo, isotrópico y elástico lineal

- b) Se consideran válidos los fundamentos de la óptica geométrica, esto es, la propagación de las ondas es rectilínea, cada rayo se propaga en forma independiente y cumple con las leyes de reflexión y refracción (ley de Snell).
- c) Los rayos que entran en la cuña lo hacen con un ángulo de  $90^\circ$  con respecto a la base; lo que obliga a que su última reflexión sea paralela a la superficie libre de la cuña (fig 4.1.4).
- d) La propagación de ondas es generada por un movimiento antiplano de la base

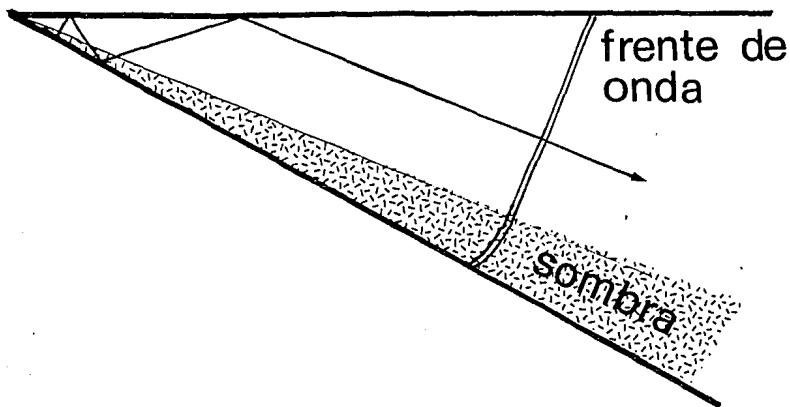


Fig 4.1.1 Difracción causada por el vértice de la cuña. La zona sombreada representa el lugar donde un frente de onda plano se curva creando una zona de penumbra debida al fenómeno de la difracción. En la figura se presenta un rayo que describe la trayectoria de una onda que penetra al estrato formando un ángulo recto con respecto a la base de la cuña.

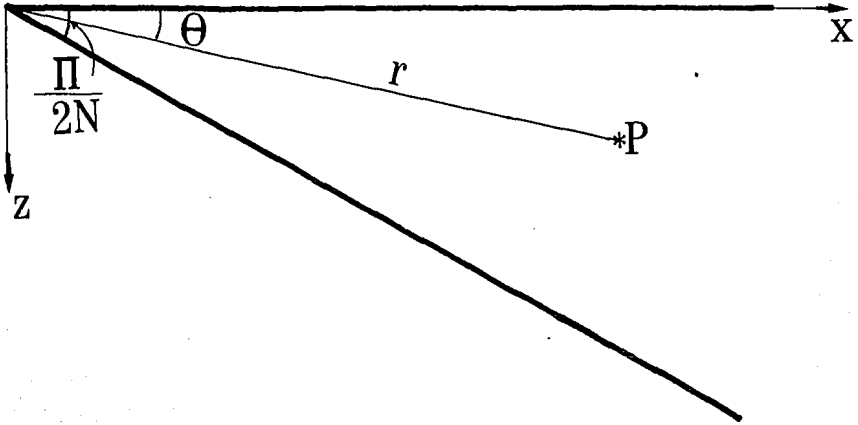


Fig 4.1.2 Cuñas de ángulos  $\pi/2N$ . Coordenadas polares y cartesianas de un punto P donde interesa medir los desplazamientos.

Para una onda que se propaga en la dirección d (fig 4.1.3) el movimiento de cualquier punto estará definido por:

$$v = e^{-ikd} e^{i\omega t} \quad 4.1.1$$

donde  $k = \omega/\beta$ ,  $\omega$  = frecuencia circular,  $\beta$  = velocidad de ondas de cortante,  $i = (-1)^{1/2}$ ,  $t$  = tiempo y  $d = r \cos(\theta \pm \theta_j)$ . Debido a que el factor  $e^{i\omega t}$  aparece en todas las ecuaciones, éste se omite. Para el análisis que se presenta aquí se considera que la base de la cuña es rígida. La propagación de un rayo dentro del estrato tendrá las reflexiones que se muestran en la fig 4.1.4.

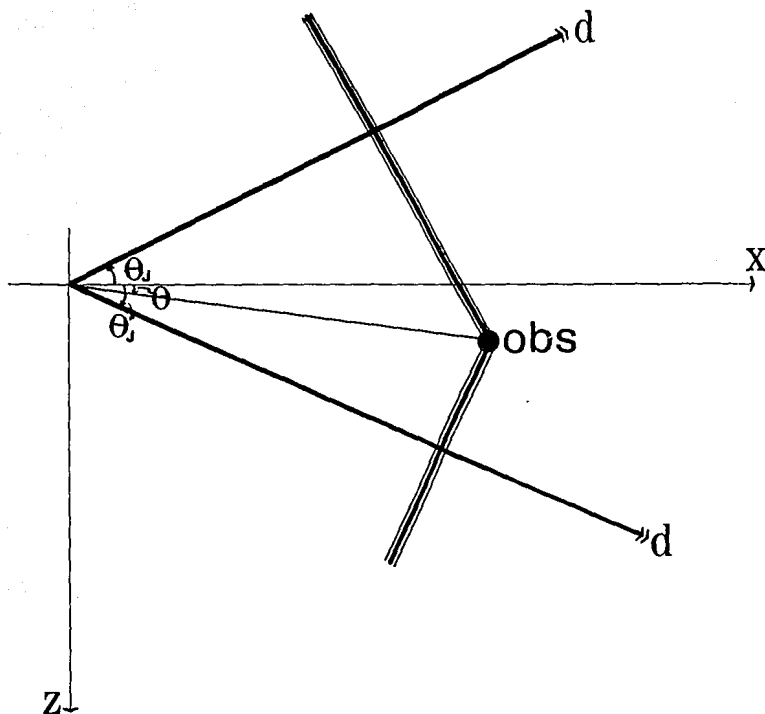


Fig 4.1.3 Propagación de una onda plana en la dirección de d.

De la geometría del modelo se observa que para cuñas cuyos ángulos sean de  $\pi/2N$  ( $N = \text{impar}$ ) el número de reflexiones es igual a  $N-1$ . Los ángulos con los que los rayos inciden en la base de la cuña están dados por  $\pi(N-2j)/2N$  con  $j=1,2,\dots,(N-1)/2$  (fig 4.1.4), lo que garantiza que la última reflexión tendrá un ángulo igual al ángulo de la cuña ( $\pi/2N$ ) con respecto a la base, cubriendo todo el espacio y con ello evitando la generación de áreas de sombra (áreas donde no pasan los rayos). Debido a que los rayos cuando chocan con alguna frontera son reflejados con el mismo ángulo que inciden y que la amplitud de las ondas en la frontera libre se duplica, se utiliza el concepto de cuña imagen para representar estos efectos, de tal manera que los rayos

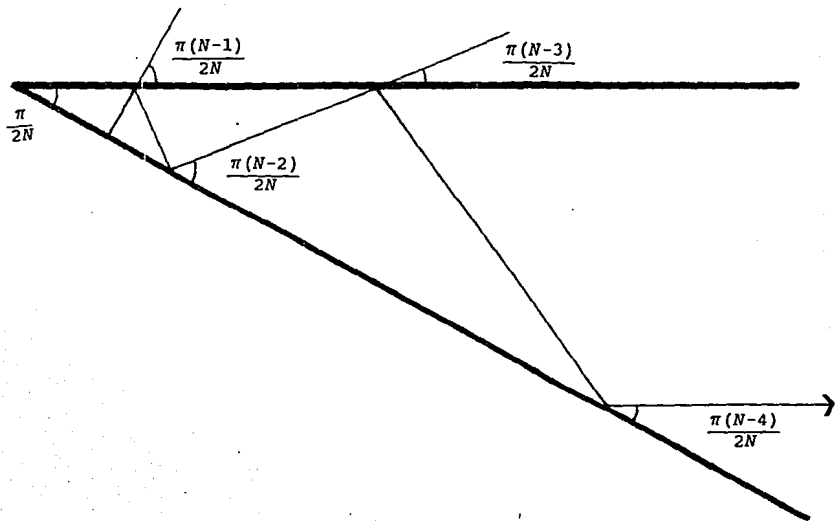


Fig 4.1.4 Trayectoria de un rayo que incide con un ángulo de  $90^\circ$  en una cuña de ángulo  $\pi/2N$ .



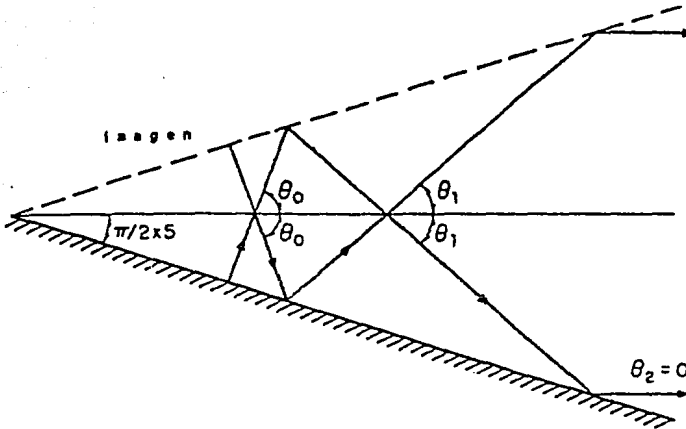


Fig 4.1.5 Rebotes de un rayo que representa las trayectorias de una onda plana emitida de la base con ángulo de 90°; la última reflexión es paralela a la superficie de la cuña. En la fig se presenta el caso para  $N=5$ . La cuña imagen proporciona los efectos de la superficie libre.

de la cuña imagen que arriban a la superficie en el mismo punto que los de la cuña real se suman a éstos duplicando la amplitud (fig 4.1.5). La solución de la ecuación de onda que describe este problema está dada por

$$\frac{v}{v_0} = \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j \{ e^{-ikr \cos(\theta + \theta_j)} + e^{-ikr \cos(\theta - \theta_j)} \} + (-1)^m e^{-ikr \cos \theta} \quad 4.1.2$$

donde  $v_0$  es la amplitud del movimiento de la base,  $\theta$  es el ángulo medido a partir de la horizontal donde interesa calcular los desplazamientos,  $\theta_j = (N-2j-1)\pi/2N$  (fig 4.1.5) y

$m=(N-1)/2$ . En esta ecuación (ec 4.1.2) el sumando  $e^{-ikr \cos(\theta+\theta_j)}$  representa a las ondas que inciden en el punto de observación a partir de la base de la cuña (ondas que se dirigen a la superficie libre), y el sumando  $e^{-ikr \cos(\theta-\theta_j)}$  representa a las ondas que inciden en el punto de observación a partir de la superficie libre de la cuña (ondas que se dirigen a la base). El último sumando  $e^{-ikr \cos\theta}$  indica a las ondas que se propagan paralelas a la superficie libre. Para un punto localizado en la superficie de la cuña ( $z=0$ ) la ecuación 4.1.2 expresada en coordenadas cartesianas es

$$\frac{v}{v_0} = 2 \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j e^{-ikx \cos\theta_j} + (-1)^m e^{-ikx} \quad 4.1.3$$

Los efectos que se presentan en la respuesta dinámica de una cuña con relación a los observados en un estrato apoyado sobre una base horizontal, pueden llegar a ser importantes. Por ejemplo para un estrato con un ángulo pequeño ( $N=21$ ,  $\theta=4.28^\circ$ ) los espectros calculados son muy diferentes de los obtenidos con modelos unidimensionales. En la fig 4.1.6 está graficado este caso donde la línea con los círculos superpuestos corresponde al modelo unidimensional. Se observa como las ordenadas espectrales se llegan a sobrestimar hasta por más del doble en algunos casos y en otros a subestimar aún cuando el punto de observación esté localizado lejos del vértice (a una distancia  $x > 13h$ , con  $h$  = espesor). La ubicación de las frecuencias pico también puede llegar a ser muy diferente. Pese a que en este ejemplo se advierte que con ángulos pequeños se obtienen respuestas diferentes a la unidimensional, estas diferencias se acentúan para ángulos mayores. La tendencia es de acercarse a la respuesta unidimensional cuando más pequeños son los ángulos de la cuña (fig 4.1.7).

Una forma alternativa de representar la respuesta de una cuña sujeta a una excitación dinámica obtenida en la ec 4.1.2 es utilizando series de Fourier. Esta forma de analizar el problema es útil pues agiliza en mucho los cálculos que se requieren al analizar modelos más complejos (ver cap 5).

Considérese el caso de una cuña cuya ec 4.1.2 en coordenadas cartesianas está dada por

$$v = 2v_0 \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j e^{-ikx \cos\theta_j} \cos\eta_j z + (-1)^m e^{-ikx} \quad 4.1.4$$

con  $\eta_j = k \text{ sen } \theta_j$ . El valor  $\cos\eta_j z$  puede ser expresado en términos de una serie de Fourier como

$$\cos \eta_j z = \sum_{m=0}^{\infty} F_m \cos \frac{(2m+1) \pi z}{2h(x)} \quad 4.1.5$$

donde  $F_m$  es un coeficiente cuyo valor se obtiene mediante técnicas convencionales y está dado por

$$F_m = (-1)^m \left[ \frac{(2m+1) \pi / 2}{[(2m+1) \pi / 2]^2 - [\eta_j h(x)]^2} \right] 2 \cos(\eta_j h(x)) \quad 4.1.6$$

aquí  $h(x)$  es la profundidad de la base rígida de la cuña que depende de la posición  $x$ . Sustituyendo 4.1.5 en la ec 4.1.4 se obtiene

$$v = v_0 \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos \frac{(2m+1) \pi z}{2h(x)} \quad 4.1.7$$

donde  $v_0$  es la amplitud del movimiento de la base rígida,  $m$  es el modo a calcular, y  $A_m$  está dada por

$$A_m = \sum_{j=0}^M (-1)^j F_m e_{M-j} e^{-i \gamma_j x} \quad 4.1.8$$

con  $\gamma_j = k \cos \theta_j$ ,  $\theta_j = [N - (2j + 1)] \pi / 2N$ ,  $M = (N - 1) / 2$  y  $\epsilon = 1$  para  $j = M$  y  $\epsilon = 2$  si  $j \neq M$ . En el capítulo 5 de este trabajo se utiliza la solución geométrica de la cuña dada por ec 4.1.7 en el cálculo de la respuesta sísmica de valles aluviales al considerar un método de expansión modal.

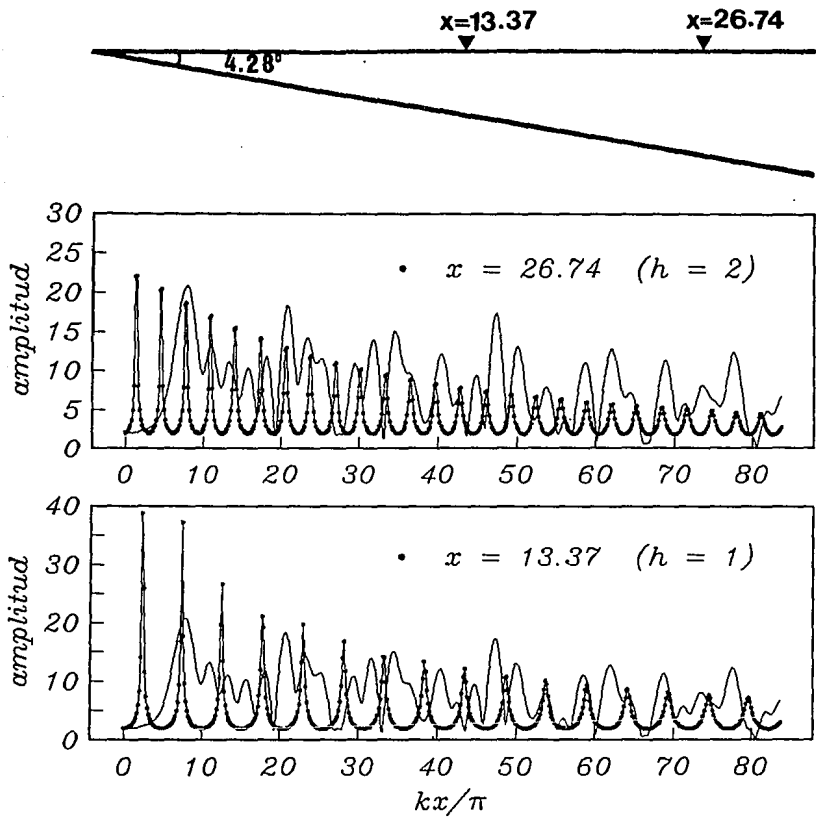


Fig 4.1.6 Funciones de transferencia calculadas para una cuña con ángulo de  $4.28^\circ$  (línea continua). La línea con los círculos sobrepuestos corresponde a la respuesta unidimensional para estratos con espesores  $h=1$  y  $2$  que corresponden al cálculo de la función en la cuña para las posiciones  $x=13.37$  y  $26.74$ .

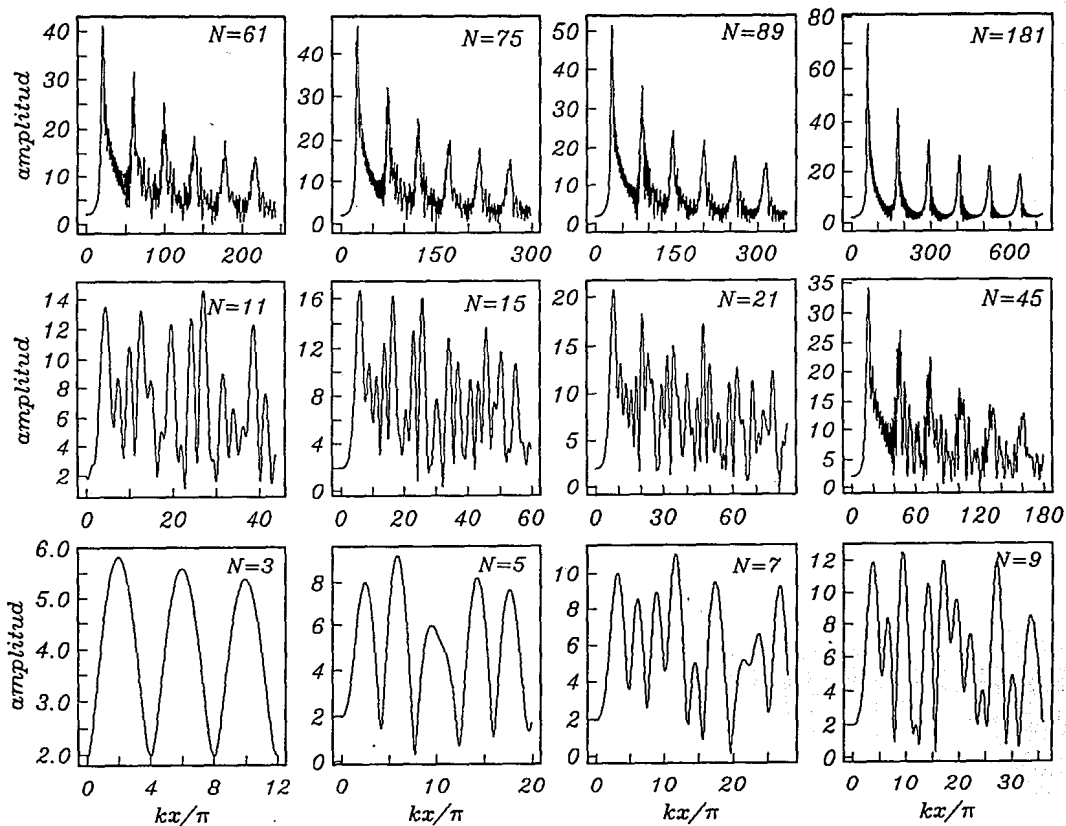


Fig 4.1.7 Funciones de transferencia calculadas para distintos ángulos de cuña. La gráfica para  $N=181$  corresponde a un ángulo de  $0.5^\circ$ .

## 5. Modelos de depósitos aluviales

Lo que se ha analizado hasta ahora han sido estratos abiertos que permiten el paso de un rayo sólo una vez por un punto de observación. En este capítulo se analizan los fenómenos que se presentan al limitar la extensión de los estratos. Se tratan valles cerrados de formas geométricas sencillas que permiten estudiar los diferentes efectos que se tienen al variar los parámetros del modelo. El objetivo principal sigue siendo el proporcionar fórmulas matemáticas que permitan el cálculo rápido de la respuesta sísmica de estas configuraciones.

### 5.1 Cálculo rápido para casos simétricos (teoría de rayos)

El cálculo de la respuesta sísmica de estratos en forma de cuña con ángulos  $\pi/2N$  ( $N= 3,5,7,\dots$ ) se extiende en este inciso al considerar una cuña imagen que cierra el valle; de tal manera que las trayectorias que sigue un rayo dentro de una de las cuñas se completan con las que se presentan en la otra cuña, formando familias completas de rayos -generadas en la frontera con la base- que cubren todo el valle, minimizando la formación de áreas de sombra que hagan que el fenómeno de la difracción sea importante. La difracción causada por la presencia de la otra cuña se desprecia, dándole a este modelo el carácter de aproximado. Este tipo de valles fue propuesto y estudiado por Sánchez-Sesma y col (1988). Ellos analizan varios ejemplos de aplicación y hacen comparaciones con otros métodos; por lo que este inciso se limitará a explicar en forma general lo que sus autores analizan en detalle. Se pone énfasis en las hipótesis en las que se basan este tipo de modelos.

Tanto el modelo de cuñas como el de valles triangulares simétricos se basan en la teoría de rayos cuyo principio fundamental es el *principio del menor tiempo* (teoría formalizada por Fermat en 1654), que establece que entre una fuente y un observador "el camino real de propagación del rayo es aquel camino que... recorre en un tiempo mínimo en comparación con cualquier otro camino posible entre los mismos puntos" (Landsberg, 1976). Este principio es

consecuencia de las cuatro leyes fundamentales de la óptica geométrica (ver cap 4).

Al estudiar las cuñas se analizó la trayectoria que sigue un sólo rayo que penetra en el estrato, pues todos los rayos tienen estas mismas trayectorias. Para los valles simétricos, debido a la presencia de la otra cuña, estas trayectorias se ven interrumpidas por una frontera ficticia formada en los límites entre ambas cuñas, ocasionando que sólo algunos de los rayos que inciden en el estrato en determinadas posiciones de la base, tengan las mismas trayectorias. Un rayo que sale de otra posición, aunque incida y se refleje con los mismos ángulos, tendrá una trayectoria diferente (fig 5.1.1). Si se representa por fuentes puntuales a cada punto de la frontera del depósito donde inciden las ondas sísmicas, estas fuentes serán a su vez centros "generadores" de ondas. La superficie que para un tiempo  $t$  delimita el contorno de estas ondas señala la posición del frente de onda que se propaga (principio de Huygens) (fig 5.1.2); el ancho de la superficie del frente de onda queda determinado en este problema por las fuentes que emitan ondas que sigan las mismas trayectorias formando una especie de banda, y está dado por  $W_j = L_j \tan \pi/2N$ , donde  $L_j = 2a \cos \theta_j$  es la longitud total del trayecto del frente de onda,  $j=0, 1, \dots, M$  ( $j$  corresponde a la banda que se analiza);  $a$  es el semiancho del valle. Las reflexiones que sufre cada una de las bandas al chocar con las fronteras es el equivalente a tener hojas de papel del mismo ancho ( $W_j$ ) que se doblan cada vez que hay un cambio en la trayectoria del rayo; de aquí que el método se denomine como método origami. El número de familias de rayos o bandas que se tienen es de  $(N+1)/2$ . En la fig 5.1.3 se presentan las trayectorias de las distintas bandas para  $N = 5$ .

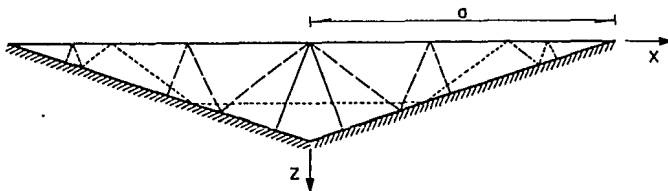


Fig 5.1.1 Trayectorias de rayos dentro de un depósito simétrico con ángulos de cuña de 18°; en este caso se presentan tres familias de rayos (Sánchez-Sesma y col, 1988).

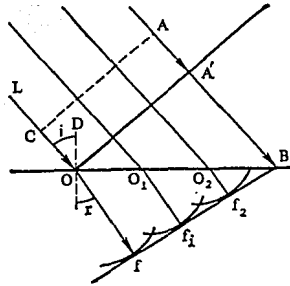


Fig 5.1.2 Construcción de una onda refractada según Huygens (L Elsgoltz, 1969).

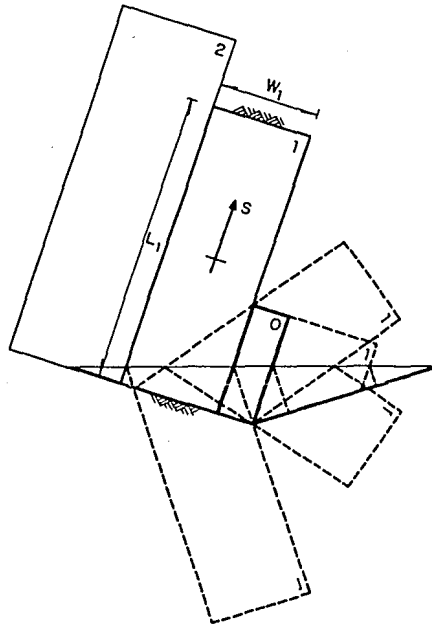


Fig 5.1.3 Bandas correspondientes a un valle simétrico con  $N = 5$ .  $S$  representa una coordenada independiente para cada banda a partir de la cual se calculan los desplazamientos correspondientes por la banda analizada. Los dobles para cada banda se presentan con línea punteada.



Si se considera un ángulo  $\gamma$  de incidencia de ondas con respecto a la vertical, los ángulos de reflexión y transmisión en dos puntos localizados simétricamente en las posiciones **A** y **B** en el valle serán los que se indican en la fig 5.1.4; estas posiciones se asocian necesariamente a alguna de las bandas. Se considera que las ondas que se emiten en el interior del depósito lo hacen con un ángulo de  $90^\circ$  con respecto a su base. Esta hipótesis equivale a suponer la base infinitamente rígida. No obstante es suficientemente aproximada si se tiene un contraste fuerte de impedancias entre los depósitos del valle y el semiespacio; si el contraste de impedancias no fuera alto, los rayos entrarían con un ángulo diferente y la construcción geométrica que se ha presentado dejaría de ser válida.

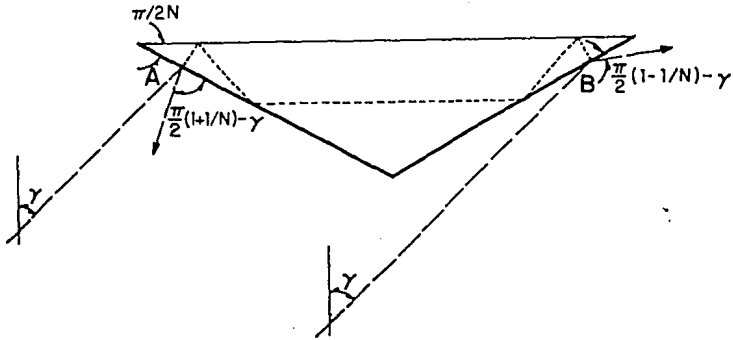


Fig 5.1.4 Angulos de reflexión para un campo de ondas que incide con un ángulo  $\gamma$ . El ángulo de transmisión de las ondas dentro del estrato se considera de  $90^\circ$  lo que implica tener base rígida.

Las amplitudes desconocidas de las ondas emitidas por los puntos **A** y **B** son  $a'$  y  $b'$  respectivamente. De acuerdo con la geometría del valle, en la banda  $j$  las ondas emitidas por **B** llegarán al punto **A** con una amplitud

$$b' \prod_{k=0}^j A_k^2. \quad 5.1.1$$

donde  $k$  se refiere a la  $k$ -ésima reflexión y  $A_k$  son los coeficientes de reflexión. Nótese que estos coeficientes aparecen elevados al cuadrado pues en realidad se tienen  $2j$  reflexiones debido a que un rayo se refleja dos veces con el mismo ángulo pues el valle es simétrico (fig 5.1.5).

Similarmente, la onda que llega a B emitida por el punto A tendrá una amplitud de

$$a' \prod_{k=0}^j A_k^2 \quad 5.1.2$$

Para la reflexión  $k$ -ésima que ocurre en un punto con coordenadas  $(x_k, y_k)$  (fig 5.1.6) el campo de ondas incidente, reflejado y transmitido queda definido respectivamente por:

$$v(i) = e^{-i\omega/\beta_s [x_k \cos(\theta + \pi/2N) - y_k \sin(\theta + \pi/2N)]}$$

$$v(r) = A_k e^{-i\omega/\beta_s [x_k \cos(\theta + \pi/2N) + y_k \sin(\theta + \pi/2N)]}$$

$$v(t) = T e^{-i\omega/\beta_r [x_k \cos\delta - y_k \sin\delta]} \quad 5.1.3$$

donde  $T$  es el coeficiente de refracción o transmisión y

$$\sin\delta = \sqrt{1 - (\beta_s/\beta_r)^2 \cos^2(\theta_k + \pi/2N)}, \quad \text{Im}(\sqrt{\quad}) \leq 0$$

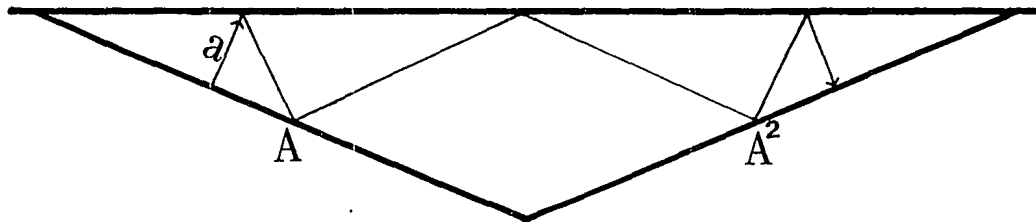


Fig 5.1.5 Coeficientes de reflexión de un rayo que penetra en el valle con un ángulo de  $90^\circ$ . Debido a la simetría del valle los coeficientes de reflexión se repiten dos veces de aquí que aparezcan elevados al cuadrado.

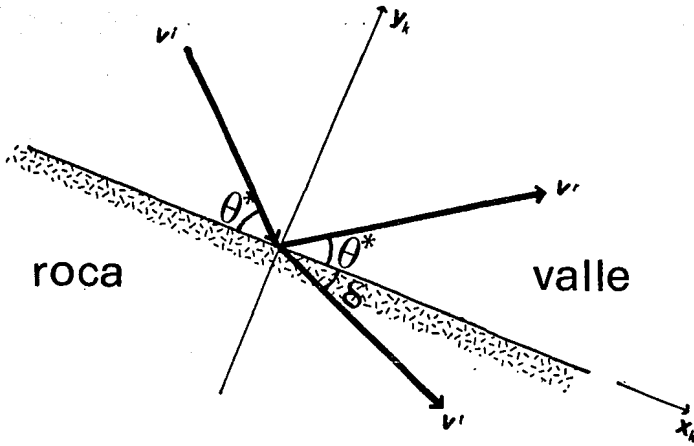


Fig 5.1.6 Sistema coordenado para un rayo que incide en  $x_k=0$  y  $y_k=0$ .  $v^{(i)}$  es el campo de ondas incidente,  $v^{(r)}$  el reflejado y  $v^{(t)}$  el refractado.

Para  $x_k=0$  y  $y_k=0$  se deben considerar las condiciones de igualdad de esfuerzos y desplazamientos, obteniendo:

$$\begin{aligned} 1+A_k &= T \\ 1-A_k &= \eta'/T \end{aligned} \quad 5.1.4$$

donde:

$$\eta' = \frac{\rho_s \beta_s}{\rho_r \beta_r} \frac{\sqrt{1 - (\beta_s/\beta_r)^2 \cos(\theta_k + \pi/2N)}}{\text{sen}(\theta_k + \pi/2N)}$$

con  $\rho$  = densidad de masas y  $\beta$  = velocidad de propagación de ondas de corte (el subíndice  $s$  se refiere al material que está dentro del valle y  $r$  al del semiespacio).

Los coeficientes de reflexión se obtienen de resolver el sistema de ecuaciones dado por 5.1.4 resultando:

$$A_k = \frac{\eta - \frac{\sqrt{1 - (\beta_r/\beta_s)^2 \cos^2(\theta_k + \pi/2N)}}{\text{sen}(\theta_k + \pi/2N)}}{\eta + \frac{\sqrt{1 - (\beta_r/\beta_s)^2 \cos^2(\theta_k + \pi/2N)}}{\text{sen}(\theta_k + \pi/2N)}}, \quad I_m(\sqrt{\quad}) \leq 0, \quad 5.1.5$$

donde  $\eta = \rho_s \beta_s / \rho_r \beta_r$  = relación de impedancias y  $A_0 \equiv 1$ . Los valores de  $a'$  y  $b'$  se obtienen al considerar las fases de todas las ondas y las condiciones de frontera en los puntos A y B, resultando

$$a' = \frac{2V_0 V^j \left[ (1 + \eta_D) - e^{-i\omega\tau} (1 - \eta_I) A^2 e^{-i2\omega/\beta L \cos\theta_j \text{sen}\theta'_j} \right]}{(1 + \eta_I) (1 - \eta_D) - (1 - \eta_I) (1 - \eta_D) A^2 A^2 e^{-i2\omega/\beta L \cos\theta_j (\text{sen}\theta'_I + \text{sen}\theta'_D)}}$$

5.1.6

$$b' = \frac{2V_0 V^j \left[ e^{-i\omega\tau} (1 + \eta_I) - (1 - \eta_D) A^2 e^{-i2\omega/\beta L \cos\theta_j \text{sen}\theta'_D} \right]}{(1 + \eta_I) (1 - \eta_D) - (1 - \eta_I) (1 - \eta_D) A^2 A^2 e^{-i2\omega/\beta L \cos\theta_j (\text{sen}\theta'_I + \text{sen}\theta'_D)}}$$

5.1.7

los subíndices  $D$  e  $I$  se refieren al sistema independiente de coordenadas para cada cuña (derecha o izquierda respectivamente) donde se miden los ángulos de reflexión y transmisión (fig 5.1.7) y  $\tau = 2x^D/\beta_r \text{sen} \gamma$ .

La respuesta del campo total está dada por

$$\frac{v}{v_0} = e^{-i(\omega a/\beta) \cos\theta_j} \sum_{I=0}^j \left\{ a \prod_{-} e^{-i(\omega/\beta) S_{-}} + b' \prod_{-} e^{i(\omega/\beta) S_{-}} \right\} R_{1j}(x) \quad 5.1.8$$

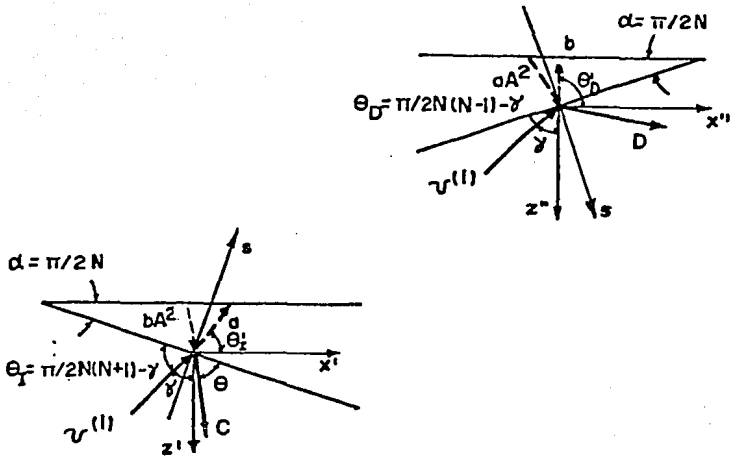


Fig 5.1.7 Sistema de coordenadas independiente para cada cuña para medir los ángulos de reflexión y transmisión.

donde  $S = a \cos \theta_j - (a - |x|) \cos \theta_i$ ,  $j$  se refiere a la banda que se estudia con  $l$ -ésima reflexión,  $R_{ij}(x)$  es una variable cuyo valor depende del punto donde se ubica el observador y está dado por

$$R_{ij}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{k=1}^{j-1} e_{k-1} \cos \theta_k \leq \left| \frac{x \operatorname{sen} \theta_1}{L \tan \pi/2N} \right| \leq \sum_{k=1}^j e_{k-1} \cos \theta_k, \text{ y } l < j \\ 1 & \text{si } 0 \leq \left| \frac{x \operatorname{sen} \theta_j}{L \tan \pi/2N} \right| < \cos \theta_j, \text{ y } l = j \\ 0 & \text{de cualquier otra forma} \end{cases}$$

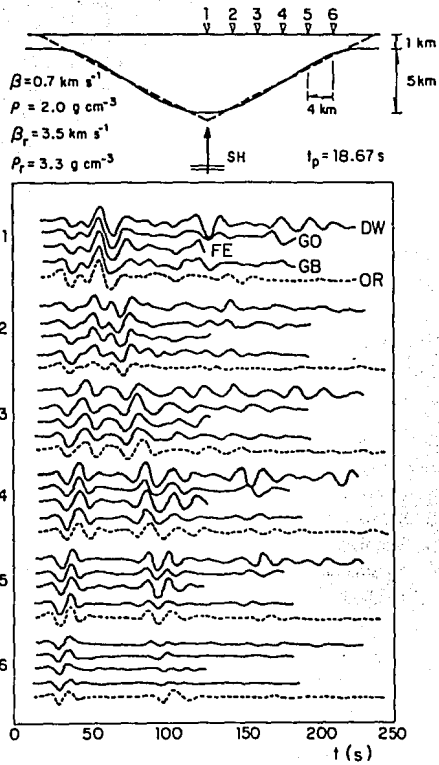


Fig 5.1.8 Comparación de los resultados obtenidos para seis estaciones utilizando los métodos de número de onda discreto (DW), óptica geométrica (GO), elementos finitos (FE), haces gaussianos (GB) y origami (OR). (Sánchez-Sesma y col, 1988).

$$\prod_{-} = \begin{cases} \left( \prod_{k=0}^l A_k \right) & \text{si } S < 0 \text{ o } l=j \\ \left( \prod_{k=0}^l A_k \right) \left( \prod_{k=l+1}^j A_k^2 \right) & \text{si } S > 0 \text{ y } l \neq j \end{cases}$$

donde  $\epsilon_n$  = factor de Neumann ( $\epsilon_n = 1$  si  $n=0$ ,  $\epsilon_n = 2$  si  $n \geq 1$ ) y

$$\prod_{-} = \begin{cases} \left( \prod_{k=0}^l A_k \right) \left( \prod_{k=l+1}^j A_k^2 \right) & \text{si } S < 0 \text{ y } l \neq j \\ \left( \prod_{k=0}^l A_k \right) & \text{si } S > 0 \text{ o } l=j \end{cases}$$

En la fig 5.1.8 se comparan los resultados con otros métodos más rigurosos (Sánchez-Sesma y col, 1988). El modelo analizado es el de un valle con forma gaussiana al que se le ajustó un valle triangular simétrico (línea a trazos). La respuesta se obtuvo para las estaciones marcadas con los números del 1 al 6 separadas una de otra 4km, mostrando que existe muy buen acuerdo de los resultados obtenidos con otros métodos con los calculados con el método origami que utiliza menores recursos de cómputo. La estación 6 es la que presenta algunas discrepancias en el segundo arribo debido a que ésta está ubicada cerca de la orilla del valle que en el modelo original no se encuentra cerrada.

## 5.2 Cálculo basado en una aproximación de la función de Green

El uso de modelos de valles triangulares simétricos implica fuertes restricciones en su aplicación pues es difícil encontrar en la naturaleza valles con estas características de simetría. Por ello se pensó en el desarrollo de un modelo de valles triangulares no simétricos, que aunque requiriera mayores recursos de cómputo tuviera el atractivo de ser rápido en comparación con otros modelos como los que utilizan el método de elementos de frontera o elementos finitos, y además pudiera aplicarse en forma más versátil. En este capítulo se describe la formulación del modelo y se analizan algunas consecuencias de su aplicación.

El método que se propone para el cálculo de la respuesta sísmica de valles asimétricos es aplicable a valles que estén formados por cuñas con ángulos  $\pi/2N$  ( $N = 3, 5, 7, \dots$ ), y se obtiene



al considerar independientemente la respuesta de cada cuña dada por la suma de la respuesta geométrica debida al movimiento de su base más la difracción causada por la presencia de la otra cuña que forma el valle (fig 5.2.1). La contribución geométrica de las cuñas es ampliamente descrita en Sánchez-Sesma y Velázquez (1987) y en el capítulo 4 de esta tesis. La difracción se obtiene utilizando las funciones de Green asociadas al problema que a continuación se describen.

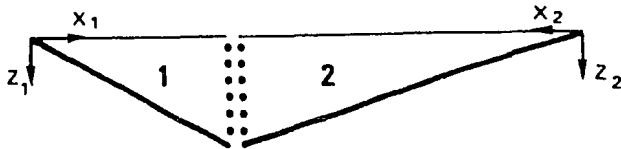


Fig 5.2.1 El valle triangular se divide en dos porciones para considerar independientemente la respuesta de cada cuña con sistemas coordenados  $x$ - $z$  y subíndices 1 y 2 correspondientes a cada porción. La unión de ambas cuñas se realiza al considerar las condiciones de frontera dadas en cada punto que se ubica en la zona de separación.

Para calcular el campo difractado se considera el campo producido por una fuente puntual que irradia energía, más los campos de sus fuentes imágenes. Para cada cambio de trayecto que sufra un rayo emitido por la fuente debido a un rebote con alguna frontera, habrá una fuente imagen ubicada a una distancia tal que sea la equivalente a la distancia total recorrida por el rayo hasta el momento en que se desvió y esta fuente ficticia estará emitiendo un rayo con la misma dirección y sentido del rayo ya desviado (fig 5.2.2).

Dada la ecuación:

$$\mu \nabla^2 v + f = \rho \dot{v} \quad 5.2.1$$

si  $v = G(\omega, x, z)e^{i\omega t}$  y  $f = F(\omega)\delta(x)\delta(z)$ , entonces:

$$\nabla^2 G + k^2 G = -\frac{F}{\mu} \delta(x) \delta(z) \quad 5.2.2$$

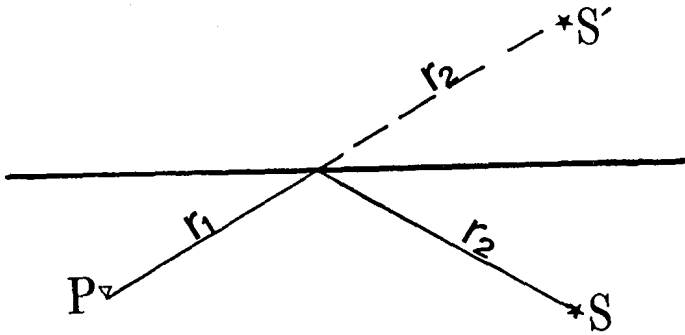


Fig 5.2.2 Rayo emitido por una fuente ficticia  $S'$  imagen de la fuente real  $S$ .

La función de Green  $G(\omega, x, z)$  solución de esta ecuación se puede expresar como:

$$G(R, \omega) = \frac{F(\omega)}{4i\rho\beta^2} H_0^{(2)}\left(\omega \frac{R}{\beta}\right) \quad 5.2.3$$

donde  $F(\omega)e^{i\omega t}$  es una fuerza armónica antiplana (el factor  $e^{i\omega t}$  se omite de 5.2.3 y de todas las ecuaciones pues aparece en todas),  $i^2 = -1$ ,  $\omega =$  frecuencia angular,  $t =$  tiempo,  $\rho =$  densidad,  $\beta =$  velocidad de ondas de corte,  $R =$  distancia entre la fuente y el punto de observación, y  $H_0^{(2)}(\bullet) =$  función de Hankel de segunda especie y orden 0. Esta ecuación representa a una fuente lineal de ondas  $SH$  que irradia al infinito en un medio isótropo, homogéneo y elástico. Si esta fuente es ubicada en un estrato plano asentado en una base rígida, con espesor  $H$ , densidad  $\rho$  y velocidad de propagación de ondas de cortante  $\beta$ , la función de Green solución de la ecuación de onda asociada a este problema está dada por ec 5.2.3 más la contribución de las imágenes. En la fig 5.2.3 se dibujaron las trayectorias para algunos rayos emitidos por una fuente en la posición  $(x_0, z_0)$ . Para un observador ubicado en el punto  $P(x, z)$ , un rayo que le llega después

de algún número de rebotes se puede representar como el arribo de un rayo directo (sin rebotes) emitido por una fuente distante (posiciones  $S'$  y  $S''$  en la fig 5.2.3). La fase de las ondas que arriban depende del tipo y número de fronteras que atraviesan desde la fuente emisora ficticia hasta el observador, y éstas corresponden al número de veces que el rayo original rebota en las fronteras. El movimiento en un punto  $P$  se calcula con la siguiente expresión:

$$G(x, z, \omega) = \frac{F(\omega)}{4i\rho\beta^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ [\Gamma(\gamma_m^{(1)})]^{2m} H_0^{(2)}\left(\frac{\omega R_m^{(1)}}{\beta}\right) + [\Gamma(\gamma_m^{(2)})]^{2m} H_0^{(2)}\left(\frac{\omega R_m^{(2)}}{\beta}\right) + \right. \\ \left. [\Gamma(\gamma_m^{(3)})]^{2m+1} H_0^{(2)}\left(\frac{\omega R_m^{(3)}}{\beta}\right) + [\Gamma(\gamma_m^{(4)})]^{2m+1} H_0^{(2)}\left(\frac{\omega R_m^{(4)}}{\beta}\right) \right\}$$

5.2.4

donde:

$$R_m^{(j)} = \{ (x-x_0)^2 + [z - ((-1)^{j-1} z_0 + (2m+C) 2H)]^2 \}^{1/2}$$

$$C = \begin{cases} 0 & (j=1, 2) \\ 1 & (j=3, 4) \end{cases}$$

$\Gamma(\gamma_m^{(j)})$  es el coeficiente de reflexión para ángulos de incidencia  $\gamma_m^{(j)}$ , con  $\text{sen}(\gamma_m^{(j)}) = |x-x_m|/R_m^{(j)}$ .

Para el caso del valle triangular se considera primero un estrato homogéneo en forma de cuña con ángulo  $\pi/2N$  ( $N=3,5,7,\dots$ ) medido a partir de la horizontal. Trabajando con un sistema de coordenadas polares en donde el vértice de la cuña coincide con el origen (fig 5.2.4), interesa encontrar la función de Green que describa la respuesta en un punto  $P(r, \phi)$  localizado dentro de la cuña, debido a un movimiento antiplano generado por una fuente puntual  $S(r_0, \phi_0)$  también localizada dentro del estrato. La primera contribución al movimiento en el punto  $P$  está dada por ec 5.2.3; las contribuciones debidas a las reflexiones ocasionadas por las fronteras de la base y la superficie libre se pueden obtener considerando los rayos emitidos por fuentes ficticias, como se hizo en el caso del estrato plano. Estas fuentes están localizadas a la misma distancia  $r$  del origen en cuñas imágenes del estrato cuña, y separadas una longitud  $z_1$  y  $z_0$  de las fronteras libre y de la base respectivamente, formando de esta manera un círculo (fig 5.2.5). El número total de fuentes imágenes de  $S(r_0, \phi_0)$  es igual a  $4N-1$  debido a que el número total de cuñas con

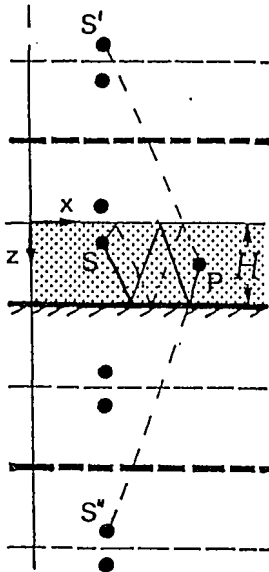


fig 5.2.3 Trayecto de dos rayos emitidos por una fuente  $S$  con coordenadas  $(x_0, z_0)$  y observados en el punto  $P(x, z)$  en un estrato de espesor  $H$ . El último rebote de un rayo se considera emitido por una fuente ficticia ( $S'$  y  $S''$ ) ubicada a una distancia que corresponde a varias veces el espesor del estrato dependiendo del número de veces que el rayo real rebote con las fronteras del estrato.

ángulo  $\pi/2N$  que caben en el círculo formado por la caña más las cañas imágenes es  $4N$ . Para facilitar el análisis se consideró que los ángulos  $\alpha$  que forman los vectores de posición del punto de observación y las fuentes, se miden en el sentido de las manecillas del reloj para las fuentes ubicadas en el semicírculo inferior, y en sentido contrario para las ubicadas en el superior (fig 5.2.6); la parte superior se denotó con el signo  $+$  y la inferior con el signo  $-$  y las fuentes se han numerado en forma progresiva a partir de la superficie libre de la caña y en forma independiente las del medio círculo superior de las del inferior (fig 5.2.5). La distancia  $R_1^{(\pm)}$  de una fuente  $l$  al punto de observación  $P(r, \phi)$  está dada por:

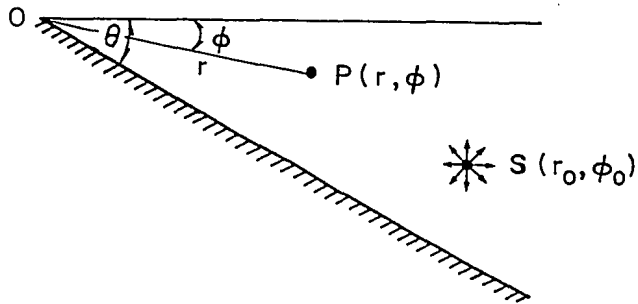


Fig 5.2.4 Sistema coordenado utilizado para el cálculo de la respuesta sísmica de un estrato en forma de cuña. En el esquema se presentan la ubicación de un punto de observación  $P(r, \phi)$  y de un punto fuente  $S(r_0, \phi_0)$ .

$$R_1^{(\pm)} = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \alpha_1^{(\pm)}} \quad 5.2.5$$

donde  $\alpha_1^{(\pm)} = m\pi/N + (-1)^l \phi_0 \pm (-\phi)$ ,  $m$  representa el número de rebotes de un rayo con la base del estrato; las coordenadas para la fuente  $l$  están dadas por:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 \\ \phi_1^{(\pm)} &= \pm \left[ \frac{m\pi}{N} + (-1)^l \phi_0 \right] \end{aligned} \quad 5.2.6$$

donde  $l = 0, 1, \dots, 2N-1$ ,  $m = l/2$  si  $l$  es par y  $m = (l+1)/2$  si es impar.

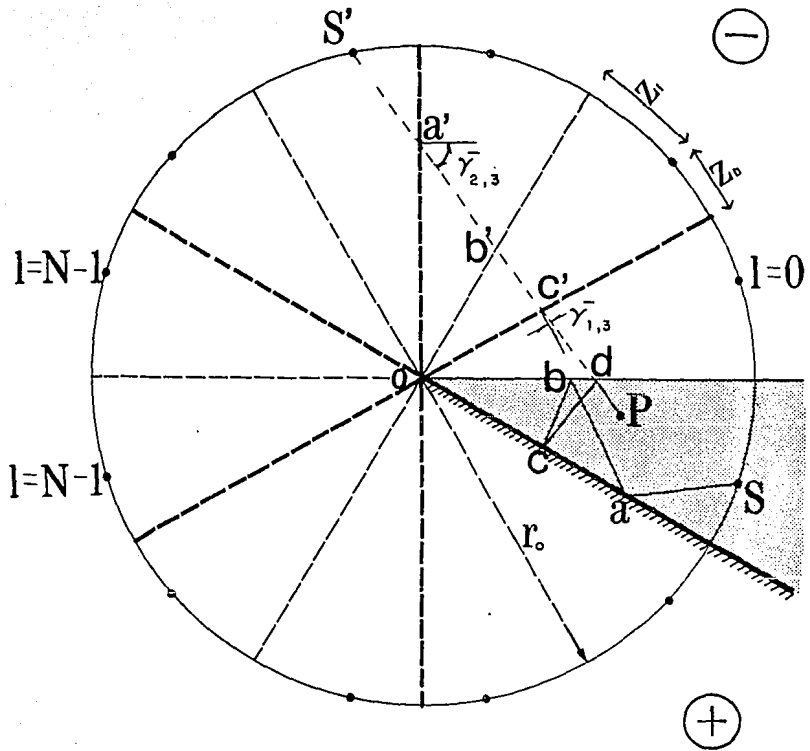


Fig 5.2.5 Construcción de las  $4N$  imágenes de una fuente  $S(r_0, \phi_0)$  para una cuña con  $N = 3$ . Los desplazamientos se miden en un punto  $P(r, \phi)$ . El último rebote de un rayo con trayecto  $SabcdP$  se puede representar por el trayecto  $S'a'b'c'd'P$  de un rayo emitido por una fuente ficticia  $S'$ . En la figura se presentan los ángulos de incidencia del rayo ficticio con las fronteras de la base elástica dibujadas con línea gruesa.

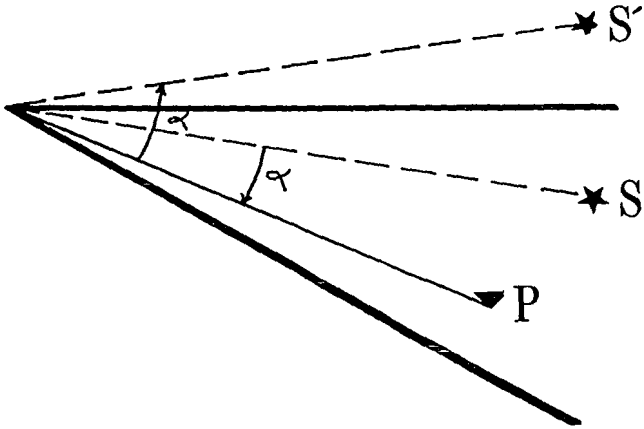


Fig 5.2.6 Convención tomada para medir los ángulos entre las fuentes y el punto donde se calculan los desplazamientos.  
 Para las fuentes localizadas abajo de la superficie libre de la cuña, el ángulo se mide en sentido de las manecillas del reloj; para las fuentes localizadas arriba, el ángulo se mide en el sentido contrario

El movimiento en el punto  $P$  queda descrito por:

$$G(r, \phi, \omega) = \frac{F(\omega)}{4i\rho\beta^2} \left\{ \sum_{I=0}^{2N-1} \left[ \prod_{j=0}^m \Gamma(\gamma_{j,I}^{(+)} H_0^{(2)} \left( \frac{\omega R_I^{(+)}}{\beta} \right) + \prod_{j=0}^m \Gamma(\gamma_{j,I}^{(-)} H_0^{(2)} \left( \frac{\omega R_I^{(-)}}{\beta} \right) \right] \right\}$$

5.2.7

donde  $\Gamma(\bullet)$  es el coeficiente de reflexión de la  $j$ -ésima de las  $m$  reflexiones y  $\gamma_{j,I}^{(\pm)}$  es el ángulo de incidencia del rebote  $j$  en la frontera de la base elástica de un rayo emitido por la fuente  $I$  (fig 5.2.7), el cual se obtiene con la siguiente ecuación:

$$\gamma_{j,I}^{(\pm)} = \text{sen}^{-1} \left( \frac{1}{R_I^{(\pm)}} \left\{ r_0 \cos \left[ \frac{m\pi}{N} + (-1)^j \phi_0 - \frac{\pi}{2N} (2j-1) \right] - r \cos \left[ \frac{\pi}{2N} (2j-1) \pm (-\phi) \right] \right\} \right)$$

5.2.8

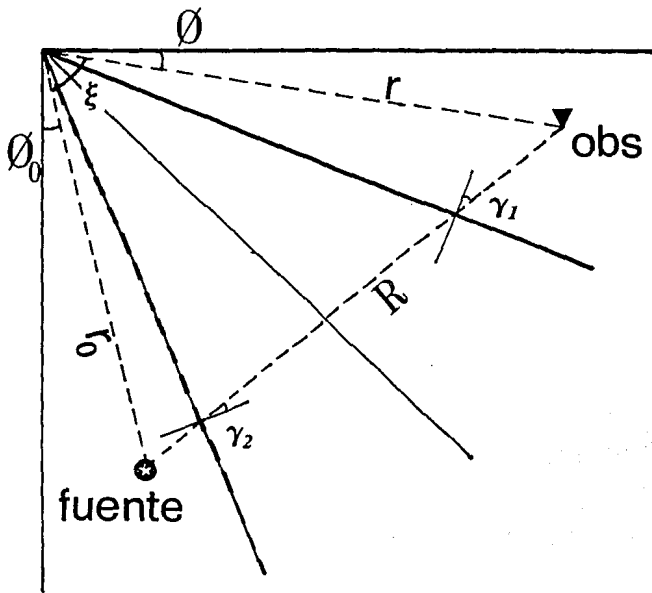


Fig 5.2.7 Geometría para la obtención de los ángulos y dimensiones que se utilizan en la solución de la función de Green asociada al problema de la difracción en cuñas.

Para el caso en el que la fuente coincida con el punto de observación, la función de Green es singular. Sin embargo, el comportamiento de la función de Hankel para argumentos pequeños es logarítmico por lo que esta singularidad es integrable. Por ello se puede calcular el desplazamiento promedio en el entorno de la singularidad. Para el cálculo de la tracción en el punto de aplicación de la perturbación puntual se ha encontrado (Sánchez-Sesma y Campillo, 1991) que la contribución de esta perturbación en su punto de aplicación es  $1/2$  si se evalúa en un segmento rectilíneo.



Una vez obtenida la función de Green se puede calcular el desplazamiento en un punto  $P$  del valle de la siguiente manera:

$$v_j(P) = v_j^{(g)}(P) + v_j^{(d)}(P) \quad 5.2.9$$

donde  $j$  se refiere ya sea a la cuña del lado izquierdo o derecho del valle,  $v_j^{(g)}$  es la respuesta debida a la contribución geométrica (ec 4.1.4) y  $v_j^{(d)}$  es la respuesta debida al campo difractado que se obtiene al considerar un número discreto ( $M$ ) de fuentes puntuales ubicadas en la frontera que une a ambas cuñas y que varía dependiendo de la longitud de onda en estudio. Estas fuentes están separadas una de otra una distancia  $\Delta z$  (fig 5.2.8). De esta manera, si se omiten las fuerzas de cuerpo, para cada fuente  $j$ -ésima que irradia con una fuerza de intensidad  $\psi_j \Delta z$  el campo difractado está dado por:

$$v^{(d)}(P) = \sum_{j=1}^M \psi_j G(P, z_j) \Delta z_j \quad 5.2.10$$

El ensamble de ambas cuñas se realiza al imponer la continuidad de desplazamientos y tracciones para cualquier punto ubicado en la frontera que une a ambas cuñas (fig 5.2.1). Ello conduce a las siguientes condiciones de frontera:

$$\begin{cases} v_1(z_j) = v_2(z_j) \\ \frac{\partial v_1(z_j)}{\partial x_1} = -\frac{\partial v_2(z_j)}{\partial x_2} \end{cases} \quad (j=1, \dots, M) \quad 5.2.11$$

Para obtener un sistema de  $2M$  ecuaciones con  $2M$  incógnitas se hace coincidir a los puntos de observación con la ubicación de las fuentes y calcular en cada punto los valores  $\psi_j$  considerando las condiciones dadas por 5.2.11. El sistema lineal resultante tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^M [\psi_j G_1 - \psi_j G_2] \Delta z_j &= -v_1^{(g)} + v_2^{(g)} \\ \sum_{j=1}^M \left[ \psi_j \frac{\partial G_1}{\partial x_1} + \psi_j \frac{\partial G_2}{\partial x_2} \right] \Delta z_j &= -\frac{\partial v_1^{(g)}}{\partial x_1} - \frac{\partial v_2^{(g)}}{\partial x_2} \end{aligned} \quad 5.2.12$$

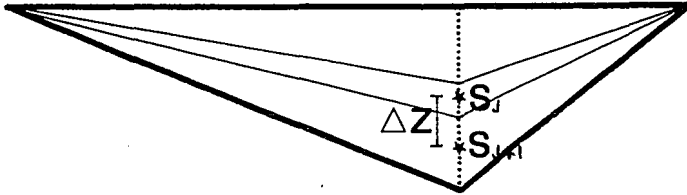


Fig 5.2.8 Ubicación de las fuentes en la frontera que une a las cuñas que forman el valle

Encontrados los valores de  $\psi_j$  para cada frecuencia, se podrá calcular la respuesta en cualquier punto del valle.

Para validar los resultados que se obtienen con este método, se compararon con los que se obtienen utilizando el método pseudoespectral (Faccioli, 1991; Faccioli y Paolucci, 1992) que resuelve la ecuación de movimiento (ec 2.4) utilizando diferencias finitas y aplicando en el término que se deriva con respecto al espacio la transformada de Fourier. En la fig 5.2.9 se presenta un modelo de valle triangular asimétrico utilizado como ejemplo para comparar ambos métodos (pseudoespectral y el analizado en este inciso). Los resultados se presentan en el dominio del tiempo en la fig 5.2.10. Para este ejemplo se utilizó como excitación un pulso de Ricker con un segundo de periodo característico, se calcularon 120 frecuencias en un intervalo de 0 a 3 Hz y se utilizaron para la discretización espacial seis fuentes por longitud de onda. El tiempo de computadora requerido con el método pseudoespectral fue 4.7 veces mayor que el tiempo requerido con el método que se propone aquí.

Con el propósito de estudiar la influencia de algunos parámetros en la respuesta sísmica de un valle, utilizando el método descrito arriba se calculó la respuesta de un valle triangular asimétrico para distintos ángulos de incidencia, y se compararon los resultados obtenidos con los que se obtienen al utilizar un modelo unidimensional. La respuesta de los modelos se calculó ubicando a los detectores en la superficie ( $z=0$ ). En la fig 5.2.11 se presenta el diagrama de frecuencia-espacio (diagrama  $f-x$ ) para un valle con ángulos de cuña de  $8.18^\circ$  ( $N=11$ ) y  $10^\circ$

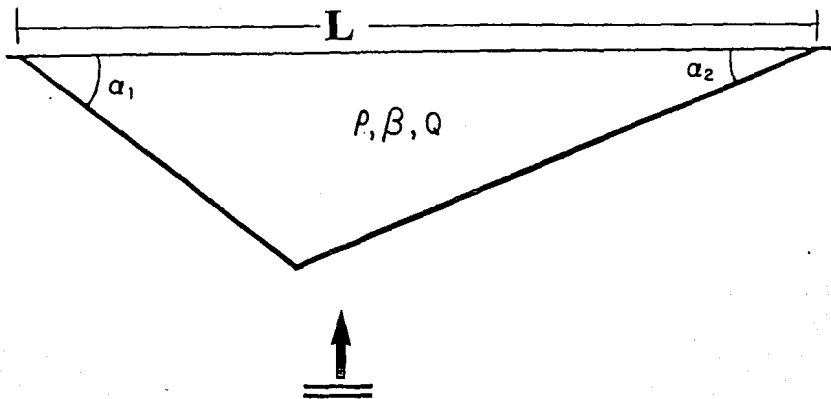


Fig 5.2.9 Valle triangular bajo incidencia vertical de ondas SH con  $\alpha_1 = 30^\circ$  y  $\alpha_2 = 18^\circ$ ,  $\beta = 200$  m/s y  $\beta_r = 1000$  m/s,  $\rho = 1.2$  g/cm<sup>3</sup> y  $\rho_r = 2.0$  g/cm<sup>3</sup>,  $L = 2000$  m, y  $Q = 50$

( $N=9$ ), y ángulo de incidencia de ondas de  $0^\circ$ . Estos diagramas indican los contornos de igual amplitud para un rango de frecuencias y sitios ubicados en el valle. En las abscisas se indican las posiciones de los detectores y en las ordenadas las frecuencias. La representación de los resultados en diagramas  $f$ - $x$  es conveniente porque proporciona información respecto a las amplitudes esperadas para varias frecuencias en varios sitios, permitiendo ver los patrones de resonancia que se generan en el modelo. La longitud total del valle fue de 2000m y para este caso se consideró un amortiguamiento de 0.2% ( $Q=250$ ), velocidades de propagación de ondas de corte de  $\beta = 200$  y 1000 m/s, y densidades  $\rho = 1.2$  y 2.0 g/cm<sup>3</sup> para el material que rellena el valle y para el semiespacio respectivamente. Para el caso de incidencia vertical, se observa que la respuesta máxima se presenta en la parte más profunda del valle con una amplitud de 36 correspondiente a una frecuencia de 0.4 Hz. Para el resto del valle, a esta frecuencia las amplitudes son despreciables (fig 5.2.11). Comparando con la respuesta unidimensional de un estrato con este espesor, la amplitud es casi tres veces menor que la observada en el valle y ésta se presenta a los 0.31 Hz. En general, para cualquier sitio en el valle, existe no sólo un aumento en las amplitudes comparadas con las que se obtienen para el caso unidimensional, sino también un corrimiento a frecuencias mayores donde se presenta la máxima respuesta. En el diagrama  $f$ - $x$  se aprecia el contorno de las amplitudes de las frecuencias; fuera de este contorno las

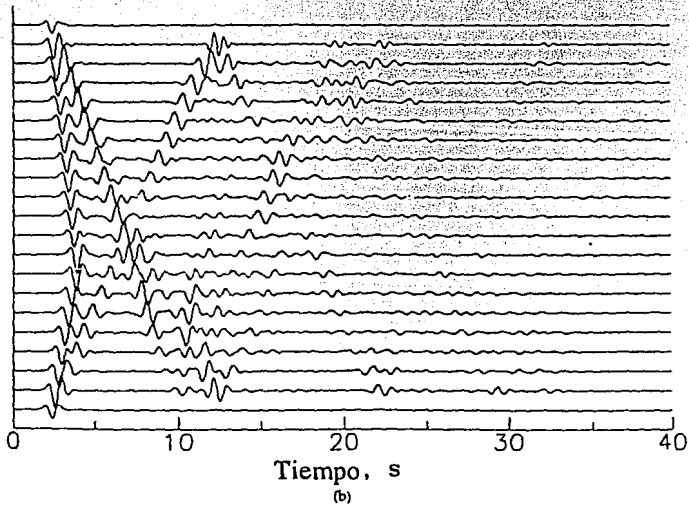
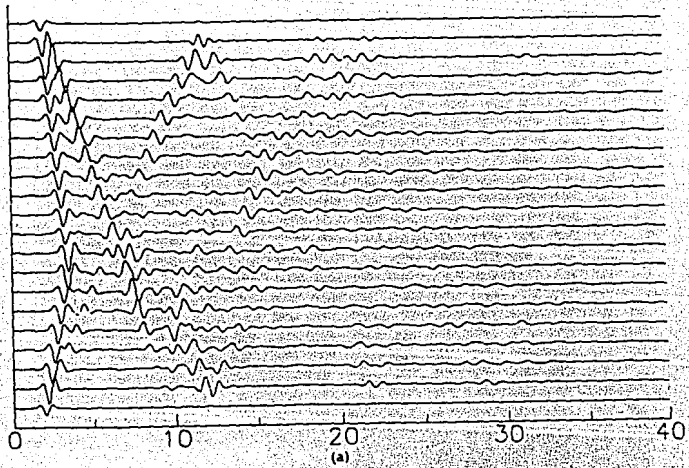


Fig 5.2.10 Sismogramas sintéticos calculados para un valle con las características mostradas en la fig 5.2.9 con estaciones ubicadas a una distancia  $\Delta = 100$  m; (a) Sismogramas obtenidos con el método basado en una aproximación de la función de Green presentado en esta tesis; (b) sismogramas obtenidos con el método pseudoespectral (Paolucci y col, 1992).

amplitudes son despreciables y dentro de éste se aprecia un patrón bien definido que está relacionado con la geometría del valle. Analizando independientemente la respuesta de cada una de las cuñas que forman el valle (que tienen ángulos  $8.18^\circ$  ( $N=11$ ) y  $10^\circ$  ( $N=9$ )) se observa que los contornos en los diagramas  $f$ - $x$  (fig 5.2.12) son sencillos comparados con los obtenidos para el valle, mostrando la gran importancia que las interferencias (constructivas o destructivas) de las ondas a determinadas frecuencias, generadas por la presencia de la otra cuña que cierra el valle, tienen en el análisis de la respuesta sísmica. Estas interferencias definen patrones de resonancia en todo el depósito y producen los grandes picos del diagrama  $f$ - $x$ . Generalmente la aparición simultánea de los máximos se da en ciertas frecuencias que pueden llamarse de resonancia.

El efecto que el ángulo de incidencia de ondas  $SH$  produce en la respuesta sísmica del valle es disminuir su amplitud en el lado donde inciden, e incrementarla en la zona opuesta. Los resultados para un ángulo de incidencia  $\gamma = 30^\circ$  se presentan en la fig 5.2.13. En este caso, aparecen dos frecuencias (0.4 y 0.52 Hz) para las cuales se tienen amplitudes importantes (de 45 y 30 veces la amplitud de la señal de entrada, respectivamente). En la fig 5.2.14 se presentan las funciones de transferencia calculadas para las posiciones  $x = 0.4, 1.1$  y  $1.4$  km. Con línea punteada se grafican las correspondientes a la respuesta unidimensional (1D). La presencia de varios picos adicionales a los observados en la función correspondiente al problema 1D se debe a los efectos de la topografía del valle. En la fig 5.2.15 se presentan los diagramas de amplitud-espacio para las frecuencias  $f = .4, .6$  y  $1.4$  Hz; se observa que para algunas frecuencias (en este caso para  $f = 0.6$ ) se pueden presentar amplificaciones importantes para varios sitios del valle entre los 500 y los 1600m. Estos resultados corresponden a  $\xi=0.2\%$  ( $Q=250$ ). Un efecto sorprendente es que en la segunda frecuencia resonante se presenten cuatro máximos mientras que entre 0.7 y 1.1 Hz se tienen amplificaciones moderadas. La resonancia lateral se manifiesta claramente entre 1.1 y 1.6 Hz (fig 5.2.13).

Los diagramas de contornos de las funciones de transferencia en el dominio frecuencia-espacio ( $f$ - $x$ ) revelan una estructura fina, en la cual la propagación lateral juega un papel importante para frecuencias mayores que la que controla la respuesta unidimensional en la zona más profunda del valle. En estos resultados, los contornos que tienen la amplificación máxima ocurren en los bordes de una porción que crece con la frecuencia. Fuera de ellos la amplificación es moderada; dentro puede ser muy grande con un comportamiento resonante claramente definido. Este fenómeno puede ser explicado si se considera que desde una zona de resonancia "local" la propagación de ondas es estimulada hacia los sitios más profundos del valle. Los máximos muestran un patrón de resonancia lateral (ver p ej Ramos-Martínez y Sánchez-Sesma, 1992; Sánchez-Sesma y col, 1993).

Una forma de explicar cómo ocurre el fenómeno de amplificación en el valle en frecuencias altas se obtiene al analizar las trayectorias de los rayos dentro del depósito. En la fig 5.2.16 se presentan las trayectorias seguidas por los rayos que entran al depósito estudiado en las distintas posiciones señaladas con flecha. Se observa que existen zonas cercanas a los vértices para las

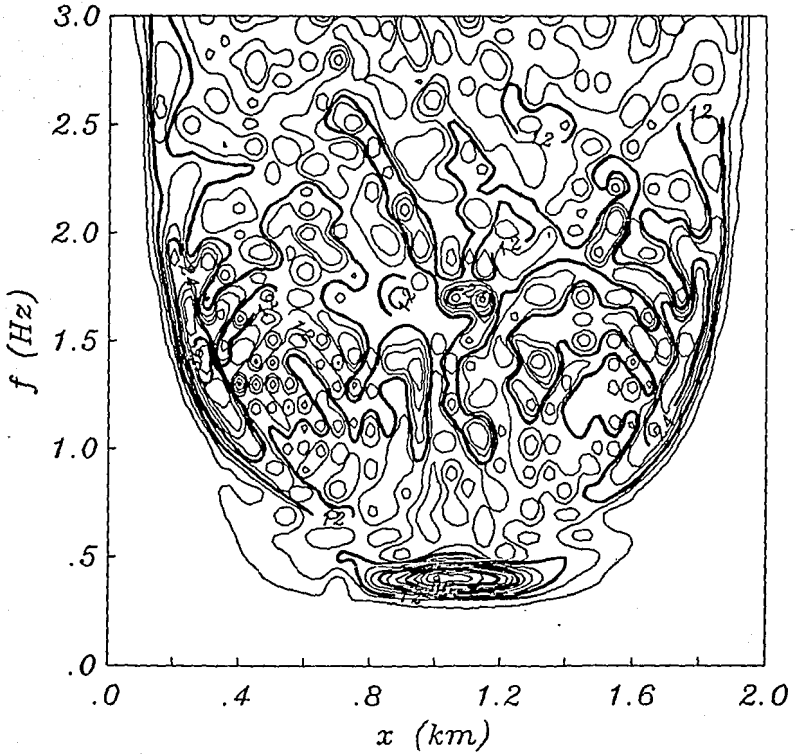


Fig 5.2.11 Amplitudes que se presentan en un valle triangular de 2000 m de longitud y ángulos de cuña iguales a  $8.18^\circ$  ( $N=11$ ) y  $10^\circ$  ( $N=9$ ). Las propiedades usadas para el material que rellena el valle fueron  $\beta=200\text{m/s}$  y  $\rho=1.2\text{ g/cm}^3$ ; y para el semiespacio  $\beta_s=1000\text{ m/s}$  y  $\rho_s=2.0\text{ g/cm}^3$ . El amortiguamiento usado fue de  $\xi=0.2\%$  ( $Q=250$ ) para un ángulo incidente de ondas de  $\gamma=0^\circ$ .

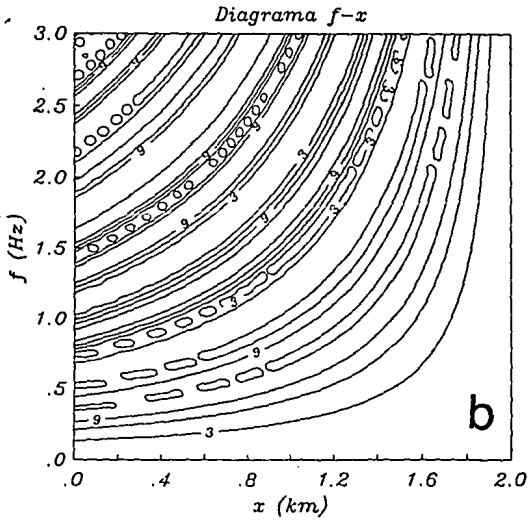
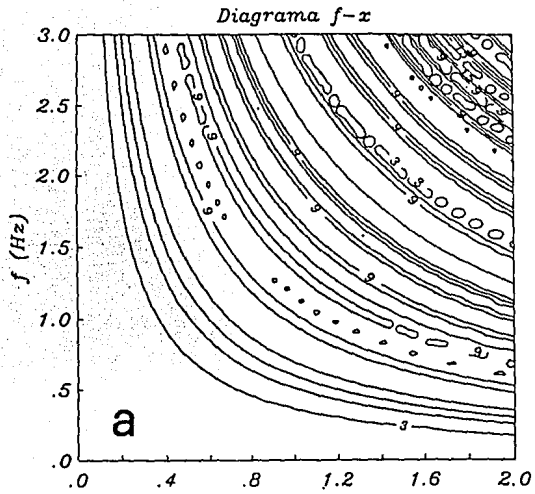


Fig 5.2.12 Diagramas  $f$ - $x$  para (a) una cuña con ángulo  $8.18^\circ$  ( $N=11$ ) y (b) una cuña con ángulo  $10^\circ$  ( $N=9$ ).

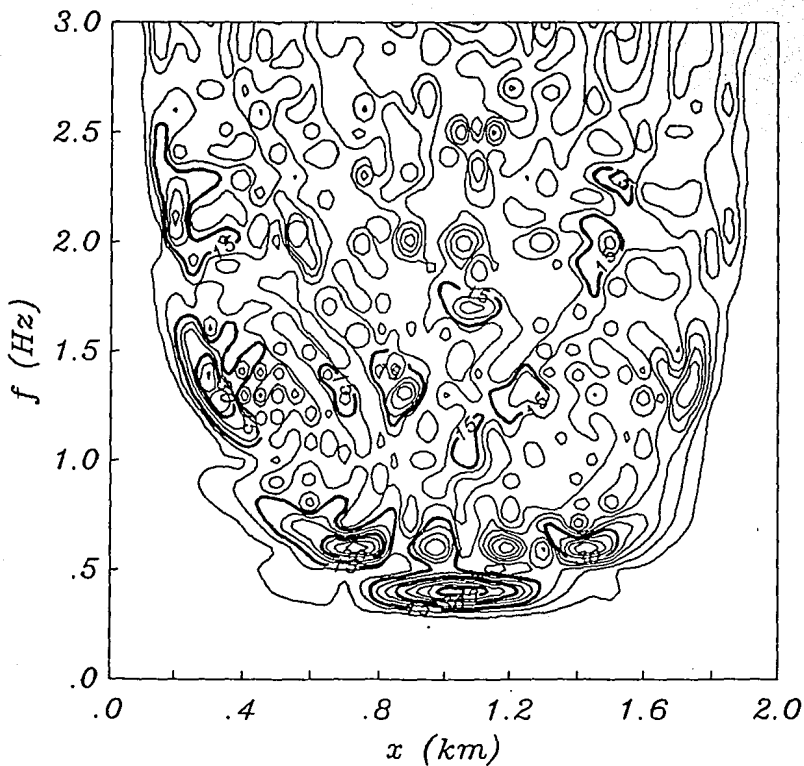


Fig 5.2.13 Amplitudes que se presentan en un valle triangular de 2000 m de longitud y ángulos de cuña iguales a  $8.18^\circ$  ( $N=11$ ) y  $10^\circ$  ( $N=9$ ). Las propiedades usadas para el material que rellena el valle fueron  $\beta=200\text{m/s}$  y  $\rho=1.2\text{ g/cm}^3$ ; y para el semiespacio  $\beta_s=1000\text{ m/s}$  y  $\rho_s=2.0\text{ g/cm}^3$ . El amortiguamiento usado fue de  $\xi=0.2\%$  ( $Q=250$ ) para un ángulo incidente de ondas de  $\gamma=30^\circ$ .



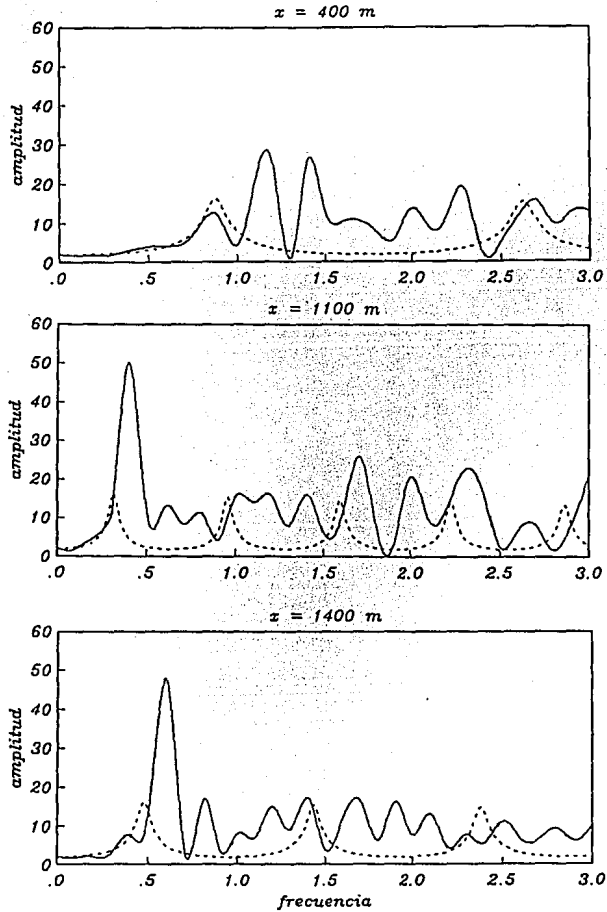


Fig 5.2.14 Funciones de transferencia calculadas para el valle triangular con las características descritas en la fig 5.2.13, para las posiciones  $x=400$ , 1100 y 1400m consideradas a partir del vértice izquierdo. La respuesta unidimensional esperada se presenta con línea punteada.

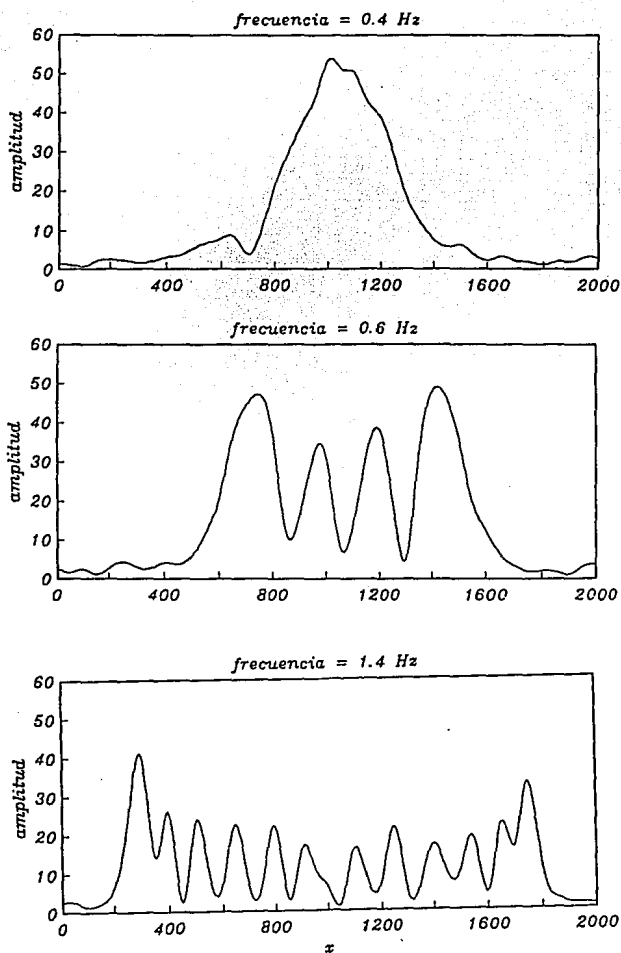


Fig 5.2.15 Diagramas *amplitud-espacio* calculados para el valle triangular con características descritas en la fig 5.2.13, para las frecuencias  $f=0.4, 0.6$  y  $1.4$ .

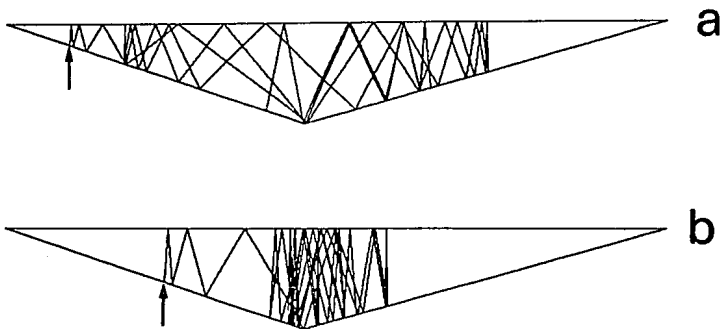


Fig 5.2.16 Trayectorias seguidas por los rayos que entran al depósito en las posiciones señaladas con la flecha.

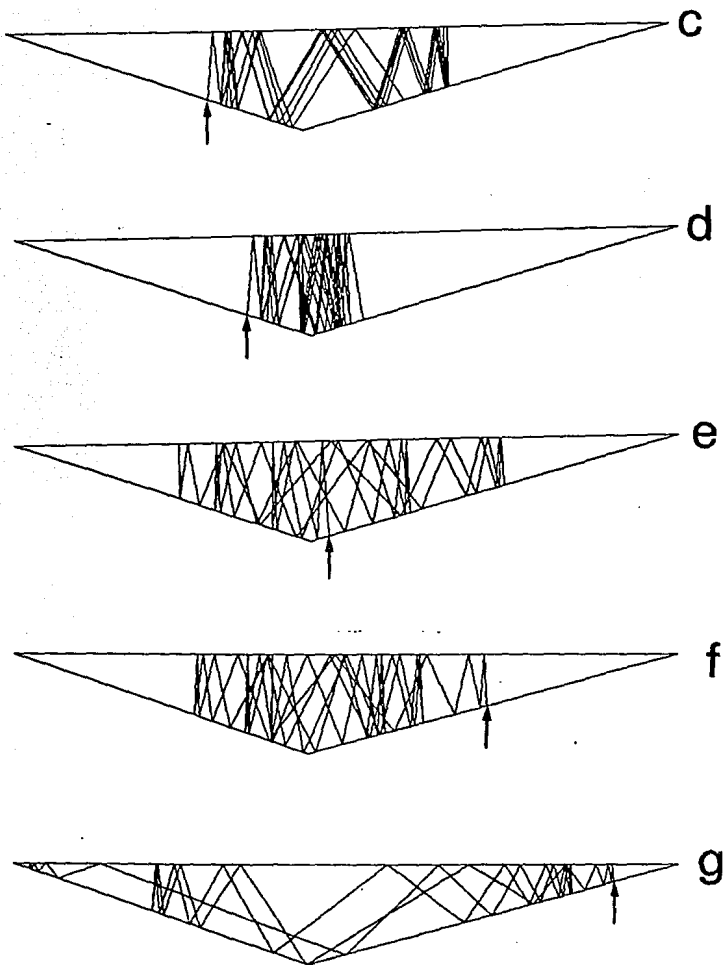


Fig 5.2.16 (Continuación).

cuales los rayos no se propagan lateralmente, presentándose un efecto de barrera que impide el paso de estos aún cuando hayan iniciado su trayecto dentro de estas zonas (fig 5.2.16a b y f). Esta barrera se forma en los sitios que tienen aproximadamente la misma profundidad. Se trata de un efecto controlado por el espesor del depósito. Las trayectorias que siguen algunos rayos son casi las mismas generando un efecto de enfocamiento de energía (fig 5.2.16c). Otra manera de interpretar estos resultados se basa en considerar la longitud de la onda que se propaga dentro del depósito; cuando ésta es muy grande no puede propagarse por sitios donde el espesor es muy pequeño. Este comportamiento se debe a la difracción.

### 5.3 Método de superposición modal

El método descrito en el inciso anterior, aunque es rápido, tiene el inconveniente de incrementar el tiempo requerido de la computadora para el cálculo de la respuesta sísmica conforme van analizándose frecuencias más grandes o cuando el ángulo de las cuñas que forman el valle es pequeño. Un método aún más rápido consiste en considerar la respuesta pseudomodal de las cuñas. El método tiene la restricción de analizar modelos sólo con base rígida y ángulos pequeños, sin embargo es un método muy veloz y las fórmulas que se requieren para el cálculo son sencillas y proporcionan una idea general del comportamiento de la respuesta sísmica ayudando a comprender la física del fenómeno. Al igual que en el inciso anterior, para obtener la respuesta sísmica del valle se requiere calcular para cada cuña de manera independiente la respuesta debida al movimiento de la base (respuesta geométrica) que conviene expresar como una expansión por medio de una serie de cosenos (ec. 4.1.7), más la respuesta debida a la presencia de la otra cuña (respuesta de la difracción). Para obtener esta última, se consideran las formas modales de la cuña que se pueden expresar como una función  $J_\nu(kr)\cos(\nu\theta)$  que es solución de la ecuación de onda y además cumple condiciones de frontera de desplazamiento nulo en la base y esfuerzos nulos en la superficie (fig 5.3.1), donde  $J_\nu$  = función de Bessel de primera especie y orden  $\nu$  y  $\nu = N(2m + 1)$  ( $m$  es el número de modos). Si se considera que los ángulos de la cuña son muy pequeños, entonces se tiene que como

$$\begin{aligned} \theta &\approx z/r \\ \frac{\pi}{2N} &\approx \frac{h}{r} \\ r &\approx x \end{aligned} \qquad 5.3.1$$

la respuesta debida a la difracción estará dada aproximadamente por

$$v^{(d)} = v_0 \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m J_{N(2m+1)}(kx) \cos \frac{(2m+1)\pi z}{2h(x)} \quad 5.3.2$$

donde  $\psi_m$  son coeficientes desconocidos.

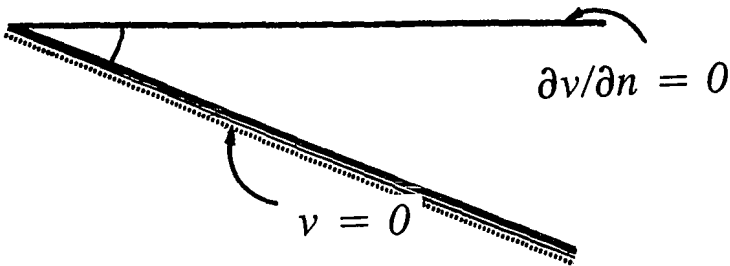


Fig 5.3.1 Condiciones de frontera para una cuña con base rígida.

El ensamblaje de las cuñas se lleva a cabo para cada frecuencia al satisfacer las condiciones de frontera dadas por las ecs 5.2.9. Estas se satisfacen de manera continua a lo largo de  $z$  para una posición  $x$  dada debido a que la función coseno de las ecs 4.1.7 y 5.3.2 que depende de la coordenada  $z$  desaparece al despejar  $\psi_m$ . De acuerdo con la aproximación implícita en la ec 5.3.2 se tiene que la forma de los modos locales es la misma en la zona de contacto entre las cuñas. Para la obtención de las derivadas con respecto a  $x$  se hace la suposición adicional que la derivada de  $h(x)$  es despreciable. En este caso se requerirán resolver sistemas de ecuaciones de  $2 \times 2$  (uno para cada modo local considerado) que tienen la siguiente estructura:

$$\psi_m^{(1)} J_{N(2m+1)}^{(1)} - \psi_m^{(2)} J_{N(2m+1)}^{(2)} = A_m^{(2)} - A_m^{(1)}$$

$$\psi_m^{(1)} J_{N(2m+1)}^{(1)'} + \psi_m^{(2)} J_{N(2m+1)}^{(2)'} = -i\gamma_j [A_m^{(2)} + A_m^{(1)}]$$

5.3.3

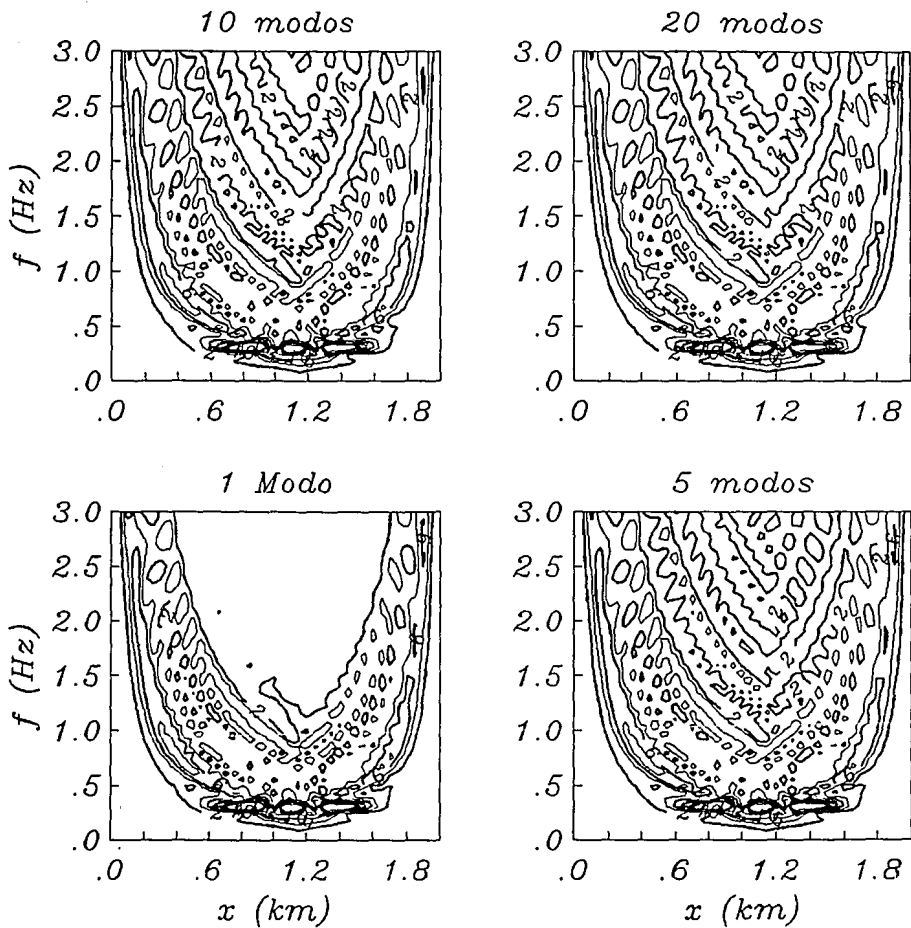


Fig 5.3.2 Amplitudes presentadas en valles con ángulos de cuña de  $6^\circ$  ( $N = 15$ ) y  $8.18^\circ$  ( $N = 11$ ) con  $\beta=200$  m/s y  $\rho=1.2$  g/cm<sup>3</sup>; para 1, 5, 10 y 20 modos.

donde  $A_m$  está definida por la ec 4.1.8,  $m$  se refiere al modo que se analiza, y los superíndices 1 y 2 se refieren a la cuña izquierda y a la derecha respectivamente, que forman el valle. Debido a la sencillez del sistema de ecuaciones los cálculos se realizan de manera muy rápida y no se requiere mucha memoria de la computadora.

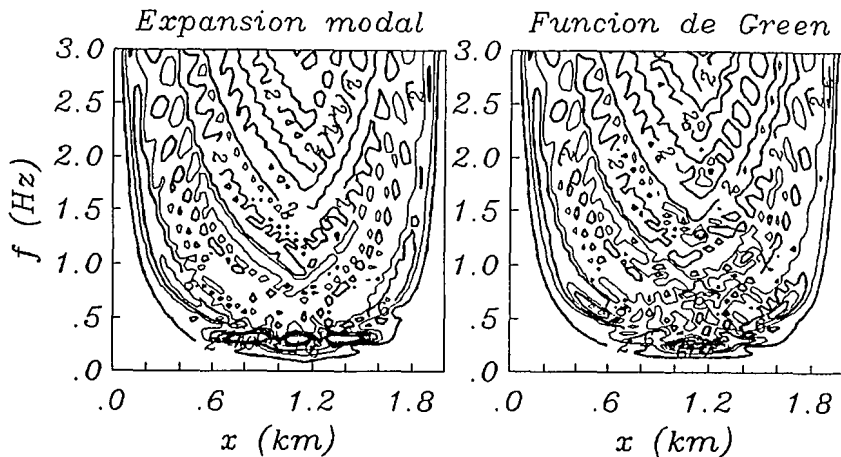


Fig 5.3.3 Comparación de los diagramas  $f$ - $x$  para un valle con ángulos de cuña de  $6^\circ$  ( $N = 15$ ) y  $8.18^\circ$  ( $N = 11$ ) con  $\beta=200$  m/s y  $\rho=1.2$  g/cm<sup>3</sup> calculados con el método de expansión modal y el de aproximación con una función de Green (inciso 5.2) presentados en este trabajo.

El número de modos a calcular dependerá de la aproximación que se quiera obtener en la respuesta. En la fig 5.3.2 se presentan cuatro diagramas  $f$ - $x$  donde se traza la respuesta sísmica para un valle con ángulos de cuña de  $6^\circ$  ( $N = 15$ ) y  $8.18^\circ$  ( $N = 11$ ). La respuesta se calculó para 20, 10, 5 y 1 modos. En general se observa que incluso para el caso en que sólo se utilizó un modo (que corresponde a resolver únicamente un sistema de ecuaciones de  $2 \times 2$ ) la frecuencia fundamental queda bien representada. El efecto que tiene considerar pocos modos en el cálculo es el de no estar representadas las frecuencias de resonancia superiores; pero se advierte que para 5 modos la aproximación es ya bastante buena. Para este mismo valle se calculó la respuesta utilizando el modelo basado en una aproximación de la función de Green descrito en el inciso anterior; el diagrama  $f$ - $x$  se presenta en la fig 5.3.3 donde también se ha reproducido el diagrama calculado con la expansión modal para diez modos. Se aprecia que existen algunas diferencias en la respuesta de la frecuencia fundamental para la parte más profunda del valle pero en general el patrón de resonancias queda bien representado. Para mayor claridad, en la



fig 5.3.4 se dibujaron las amplitudes en el valle para las frecuencias  $f= 0.5, 1.2, 2.0$  y  $3.5$  Hz donde la línea punteada corresponde al cálculo con expansión modal y la llena al de aproximación con la función de Green. En ellas se observa que para la parte más profunda del valle en algunas frecuencias (en este caso para  $f=1.2$  Hz) la amplitud puede subestimarse incluso hasta en un 50%; pero en general la respuesta está bien representada. En la fig 5.3.5 se graficaron contra frecuencia las amplitudes para  $x= 250, 500, 1000$  y  $1500$ m. Aquí también se observa que para frecuencias altas la aproximación en la respuesta es muy buena, existiendo algunas discrepancias para frecuencias bajas pero que son aceptables si se consideran las hipótesis del modelo y la rapidez del método.

La fig 5.3.6 muestra las gráficas de espacio-amplitud calculadas con el método de expansión modal para frecuencias de  $.8, 1.2, 1.6$  y  $2$  Hz considerando valles triangulares simétricos con ángulos que varían de  $12.85^\circ$  ( $N=7$ ) a  $2.2^\circ$  ( $N=41$ ). En ellas se aprecia que la respuesta es más compleja mientras mayor sea la frecuencia a considerar. El efecto de tener valles más someros es únicamente el de incrementar la frecuencia fundamental de resonancia del valle; esto es, la respuesta por ejemplo en la zona más profunda del valle será a frecuencias más altas mientras más somero sea éste. Aunque las amplitudes no sean las mismas, la posición y forma de los picos se repite para distintos valles a frecuencias distintas (ver p ej para  $N = 31$  en la frecuencia de  $1.6$  hz y para  $N = 41$  en  $f = 2.0$  Hz) lo que indica que todos los valles con diferentes ángulos pero con la parte más profunda ubicada a la misma distancia horizontal del vértice de las cuñas, tienen un patrón de amplitudes de resonancia similar para diferentes frecuencias.

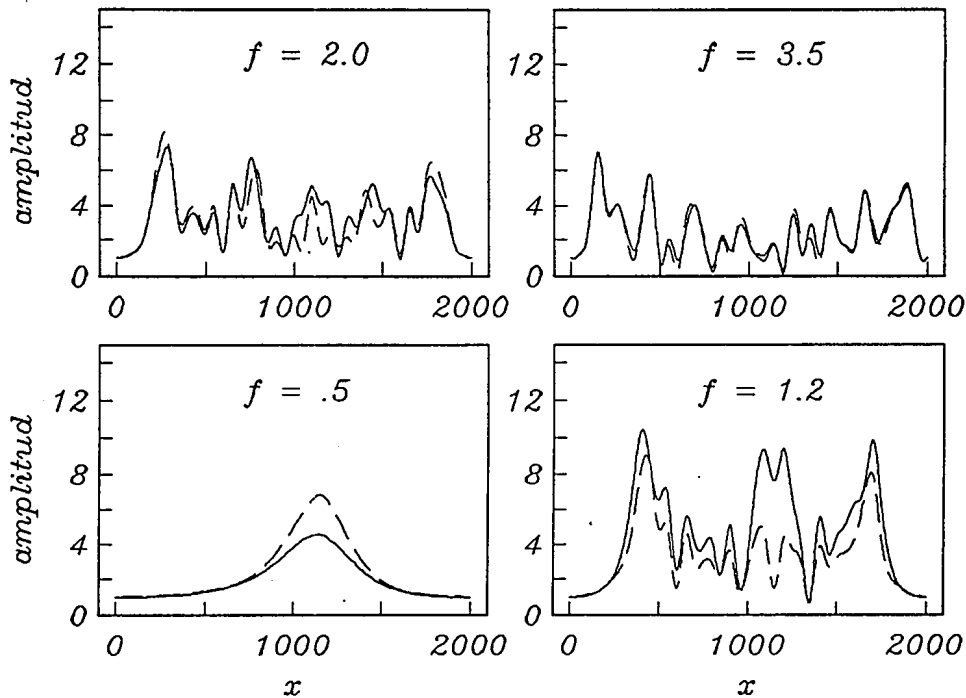


Fig 5.3.4 Diagramas *amplitud-espacio* calculados para el valle triangular con las características descritas en la fig 5.3.4, para las frecuencias  $f=0.5, 1.4, 2.0$  y  $3.5$ . Con línea punteada se dibujan los resultados obtenidos con el método de expansión modal para 10 modos y con línea continua los obtenidos con el método descrito en el inciso 5.2.

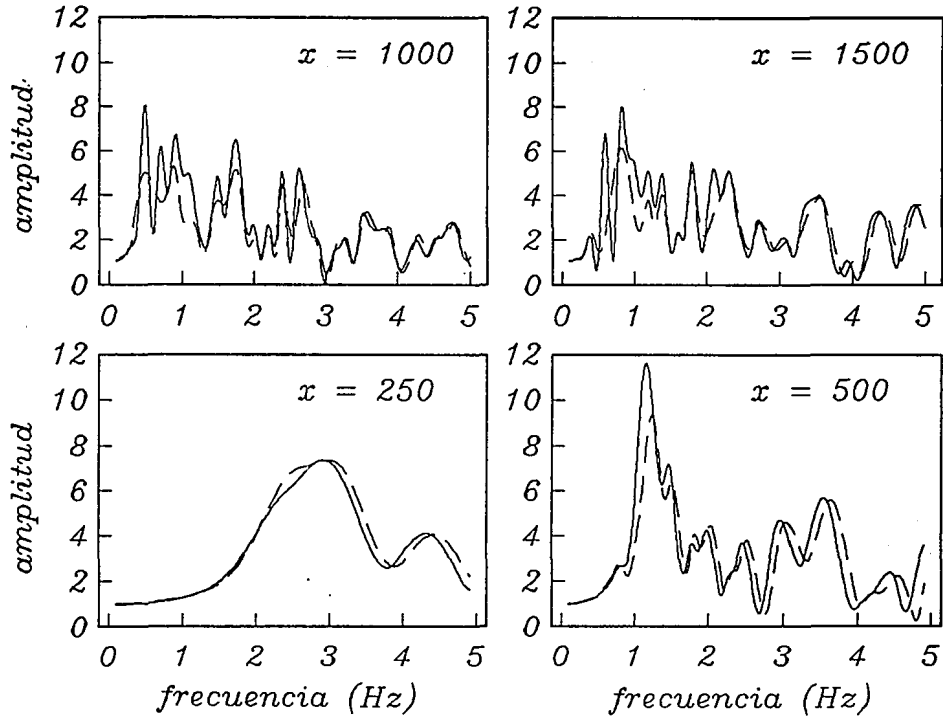
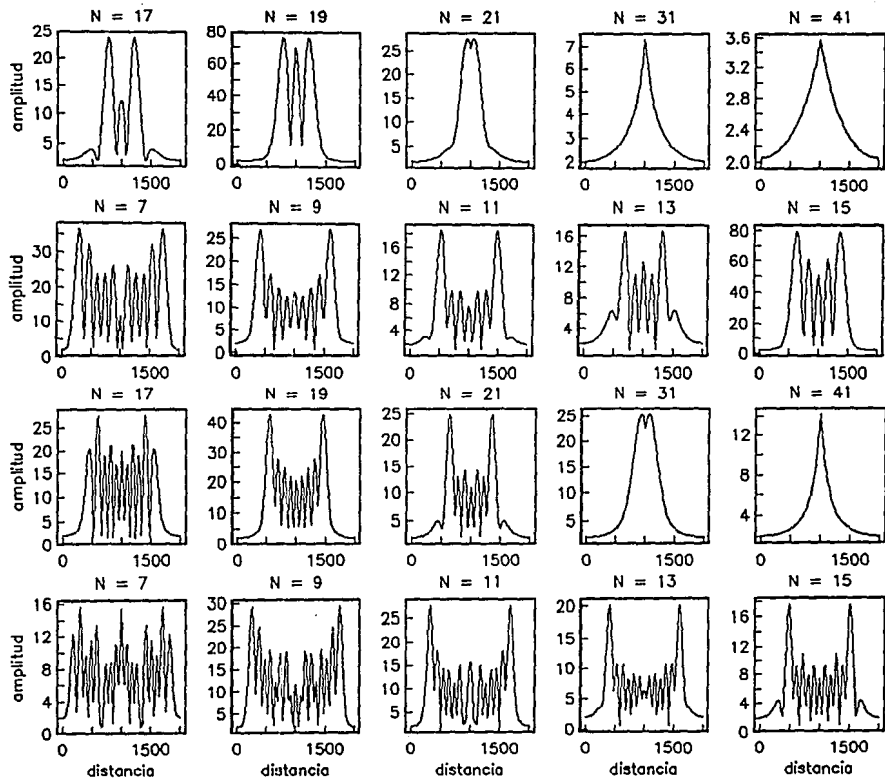


Fig 5.3.5 Funciones de transferencia calculadas para el valle triangular con las características descritas en la fig 5.3.4, para las posiciones  $x=250$ , 500, 1000 y 1500 m consideradas a partir del vértice izquierdo. Con línea punteada se dibujan los resultados obtenidos con el método de expansión modal para 10 modos y con línea continua los obtenidos con el método descrito en el inciso 5.2.



$f = 0.8$

$f = 1.2$

Fig 5.3.6 Gráficas *espacio-amplitud* para valles triangulares simétricos con ángulos que varían de  $12.85^\circ$  ( $N=7$ ) a  $2.2^\circ$  ( $N=41$ ) y  $\beta=200$  m/s y  $\rho=1.2$  g/cm<sup>3</sup> para las frecuencias  $f=0.8, 1.2, 1.6$  y  $2$  Hz.

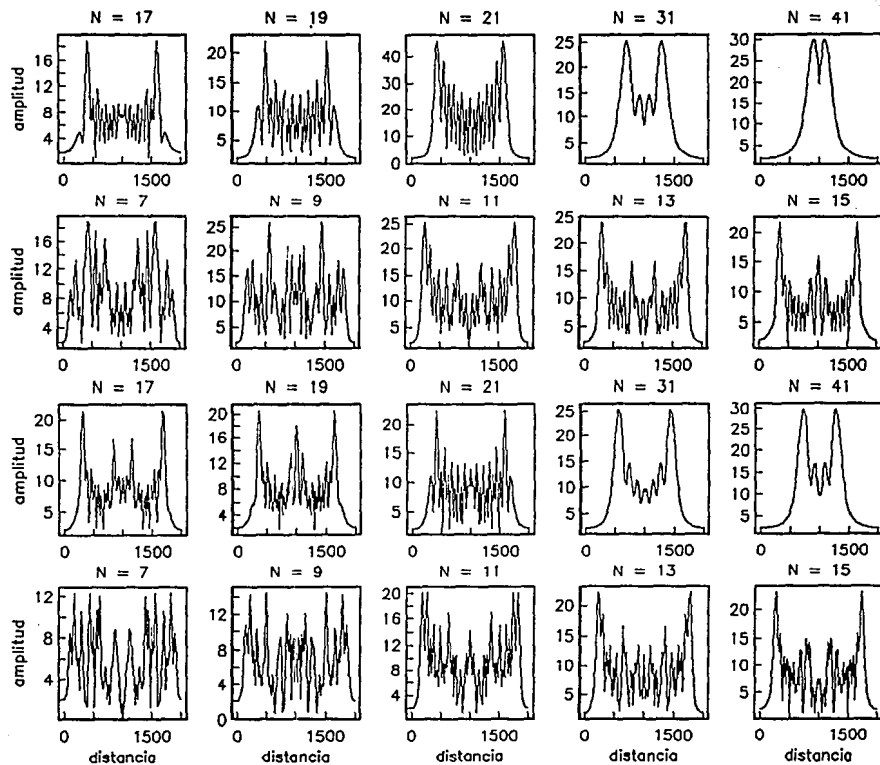


Fig 5.3.6 (Continuación)

## 6. Aplicación

El empleo de modelos sencillos de valles triangulares para el análisis de su respuesta sísmica tiene como objetivos estudiar los fenómenos que se presentan al variar algunos de sus parámetros como las características geométricas, los ángulos de incidencia, los tipos de señales o las características mecánicas de los materiales que lo componen. La comprensión de estos fenómenos es indispensable para entender lo que ocurre en la naturaleza durante los sismos y para poder predecir lo que ocurriría si se presentara un terremoto de determinada magnitud. El propósito es diseñar estructuras resistentes a las intensidades sísmicas esperadas en una zona y el poder reforzar las ya existentes en caso de que se sospeche que no son seguras. En este capítulo se analiza la respuesta sísmica de algunos sitios de la ciudad de México. Para ello, se propone la variación del espesor de los estratos arcillosos superficiales y de los depósitos aluviales que les subyacen. El análisis se lleva a cabo considerando las estructuras geológicas propuestas para estos estratos y el modelo geométrico que más se ajusta a su topografía. Los resultados, que se presentan en el dominio de la frecuencia, se comparan con los cocientes espectrales calculados en esos sitios al considerar los registros de varios sismos.

### *6.1 Características del valle de México*

El valle de México es sin duda fascinante como ejemplo para el estudio de los fenómenos sísmicos. No sólo por las intensidades que en ella generan terremotos localizados en la zona de subducción (más de 250km de distancia en su punto más cercano), también desde el punto de vista económico y social es importante estudiarlo, pues en ella se genera más del 50% del producto nacional y habitan más de la cuarta parte de los pobladores de este país. En este capítulo es analizada la respuesta sísmica de algunos sitios de la ciudad de México; para ello se caracteriza la zona y se estudian los efectos que algunas estructuras geotécnicas tienen en la respuesta.

La ciudad de México está asentada en depósitos arcillosos con características tan peculiares que

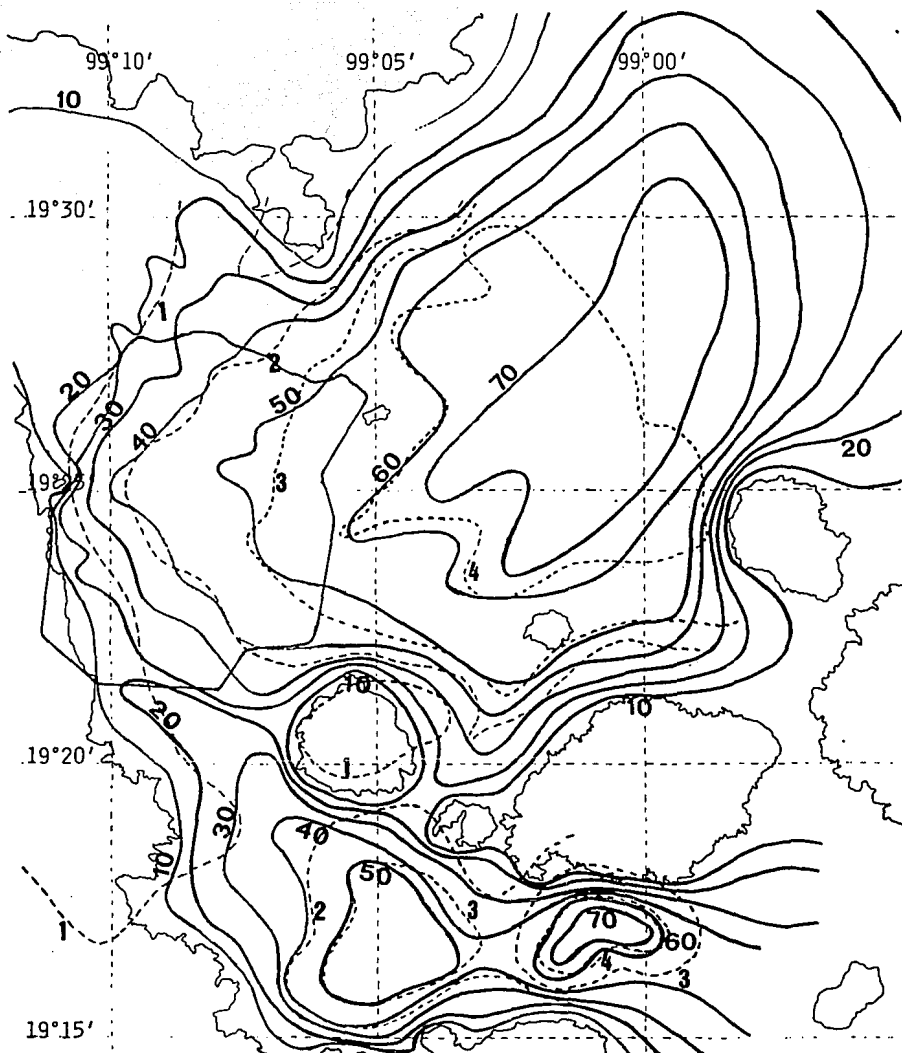


Fig 6.1 Isopacas de arcilla del valle de México (línea continua); con línea en trazos se presentan las curvas de isoperiodos.

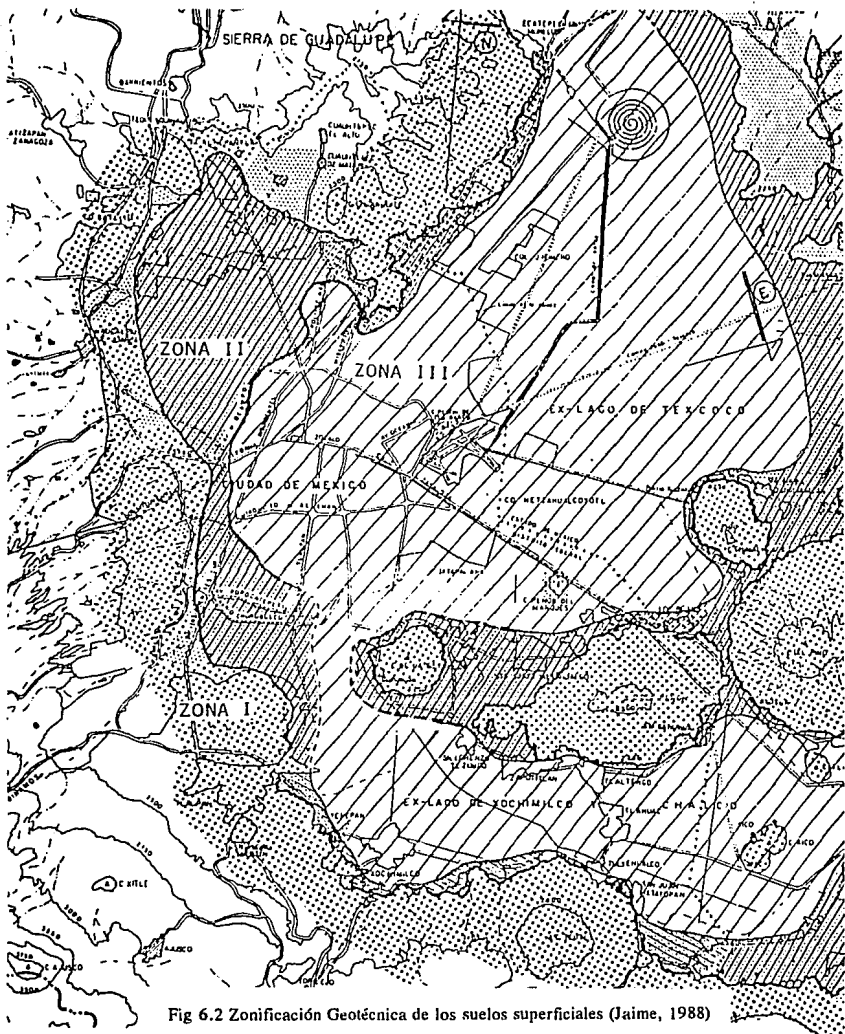


Fig 6.2 Zonificación Geotécnica de los suelos superficiales (Jaime, 1988)



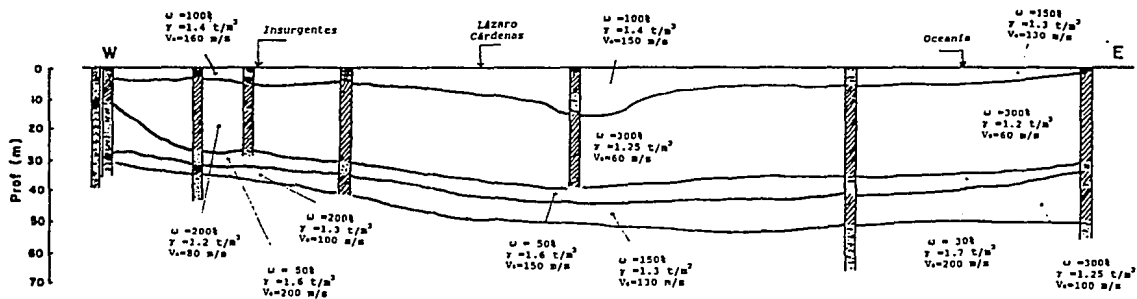
las hacen casi únicas en el mundo. Entre estas características se pueden mencionar su alto contenido de agua que varía entre 200 y 400%, presentando en casos excepcionales incluso un 600%, y un índice plástico con valores entre 200 y 300% que las sitúan en la carta de plasticidad como arcillas de alta compresibilidad que es característica común a todas las arcillas de origen volcánico. Su peso volumétrico fluctúa entre 1.15 y 1.3 t/m<sup>3</sup> con velocidad de propagación de ondas de corte entre los 30 y 130 m/s correspondiendo los valores más bajos a las arcillas con los contenidos de agua mayores. Estos depósitos constituyen una capa de espesor que varía en la ciudad de oeste a este con una pendiente muy suave (aproximadamente de .1%), encontrándose los espesores más grandes hacia el este. En la fig 6.1 se presenta un plano con las isopacas de arcilla de las zonas que antiguamente ocupaban los lagos de Texcoco y Xochimilco-Chalco. En él se han localizado las principales calles de la ciudad como referencia y las configuraciones topográficas más relevantes. Estas curvas se construyeron con base en la información obtenida de sondeos directos (Suarez y *col*, 1987) y la interpretación de mapas de isoresistividad (Benhumea León y Vázquez Contreras, 1988) y de isoperíodos (Lermo y *col*, 1993). Basándose en las características de los estratos más superficiales y en la topografía del valle, Marsal y Mazari (1959) propusieron la zonificación geotécnica que se muestra en la fig 6.2 que en términos generales describe bien el comportamiento de los suelos que se localizan en cada una de las distintas zonas y son a las que en adelante se hace referencia. También se sigue la clasificación de las distintas capas superficiales propuestas por Reséndiz y *col* (1979).

Intercaladas en el estrato de arcilla se encuentran capas de arenas y limos de espesor variable que aumentan en número conforme se acercan a la llamada zona de lomas, y tienden a disminuir en número y espesor hasta desaparecer cuando se acercan al centro del lago. Estas capas tienen resistencias altas (más de 50 golpes en la prueba de penetración estandar) con contenidos de agua inferiores al 50%, peso volumétrico de 1.6 a 1.7 t/m<sup>3</sup> y velocidad de propagación de ondas de corte de 150 a 300 m/s.

En la parte superior del estrato arcilloso se localiza una pequeña capa de arcilla desecada y/o de materiales de relleno de resistencias relativamente altas, llamada costra superficial. El espesor de esta capa es muy variable teniendo un promedio de 5m, aunque en algunas zonas como lo es la del centro de la ciudad, llega a tener espesores de 15m o más (Mazari y *col*, 1985). Su peso volumétrico varía entre 1.4 y 1.7 t/m<sup>3</sup> con humedades inferiores a 100%, aunque excepcionalmente se presentan valores de 150%. La velocidad de propagación de las ondas de corte está comprendida entre los 80 y 200 m/s.

Estudios efectuados en laboratorio indican que el comportamiento de las arcillas ante excitación dinámica es elástico mientras no se rebasa su deformación de umbral (Romo, 1990); de hecho diversas evidencias sugieren que durante los sismos de 1985 el comportamiento de las arcillas del valle de México fue esencialmente elástico (Singh y *col*, 1988). Mediciones del período del suelo por medio de microtemblores indican que existe una buena correlación entre éstos y el espesor de las arcillas como se aprecia en la fig 6.1 donde con línea discontinua se dibujaron

### Sección 1-1'



### Sección 2-2'

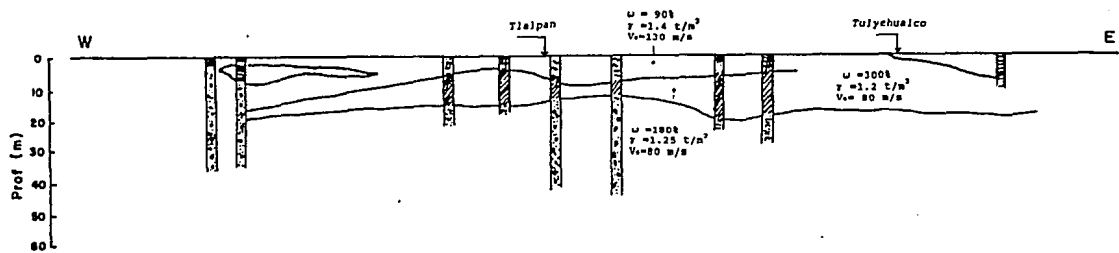


Fig 6.3 Variación del espesor de los estratos en las secciones ubicadas en la fig 6.4.

Sección 3-3'

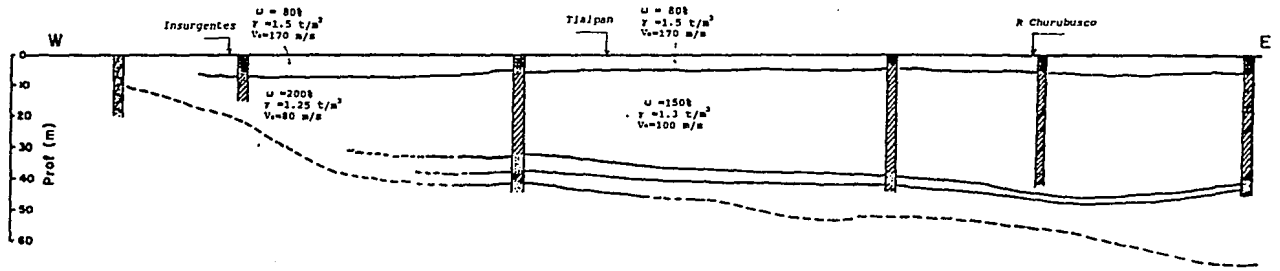


Fig 6.3 Continuación.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

### Sección 4-4'

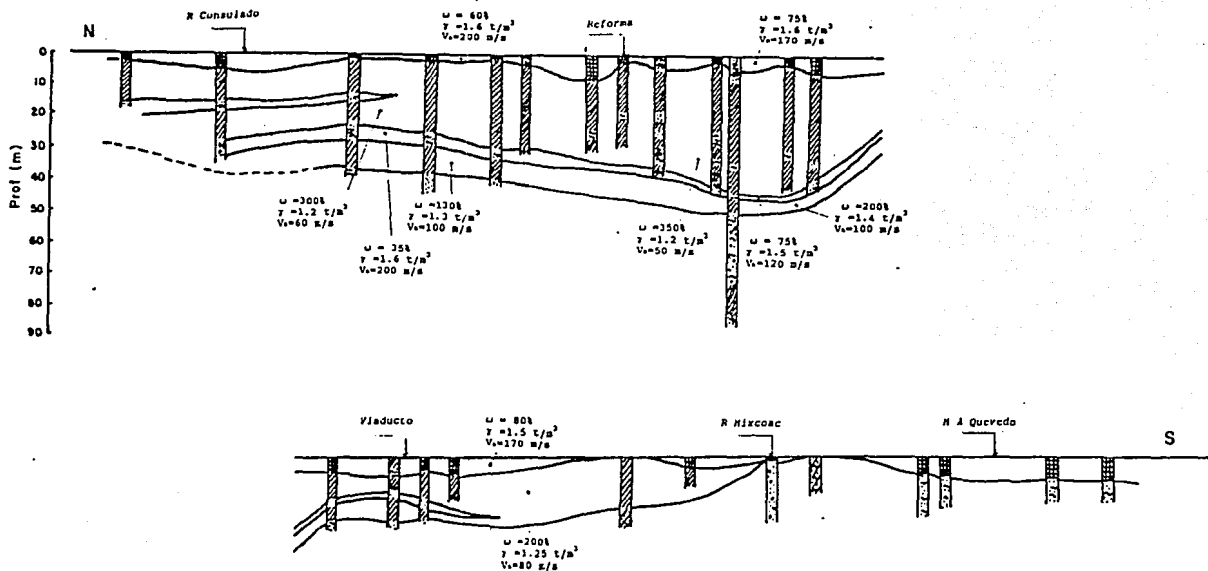


Fig 6.3 Continuación.

# Sección 5-5'

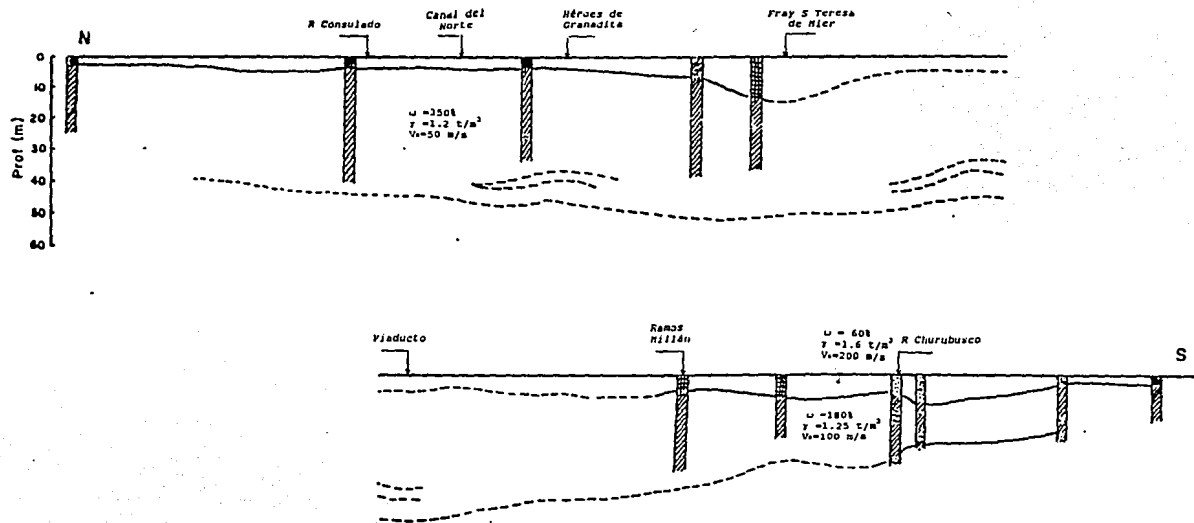


Fig 6.3 Continuación.

Sección 6-6'

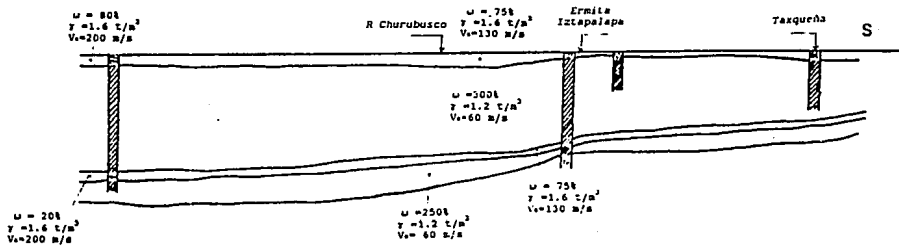
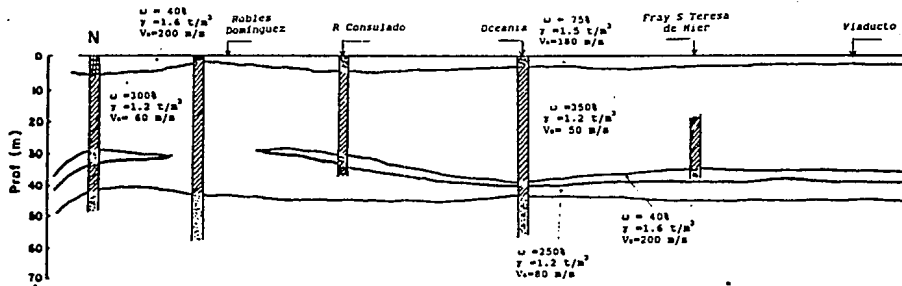


Fig 6.3 Continuación.

Sección 7-7'

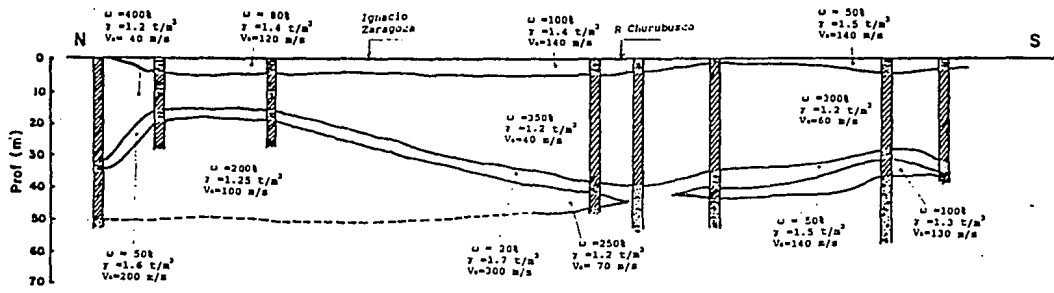


Fig 6.3 Continuación.

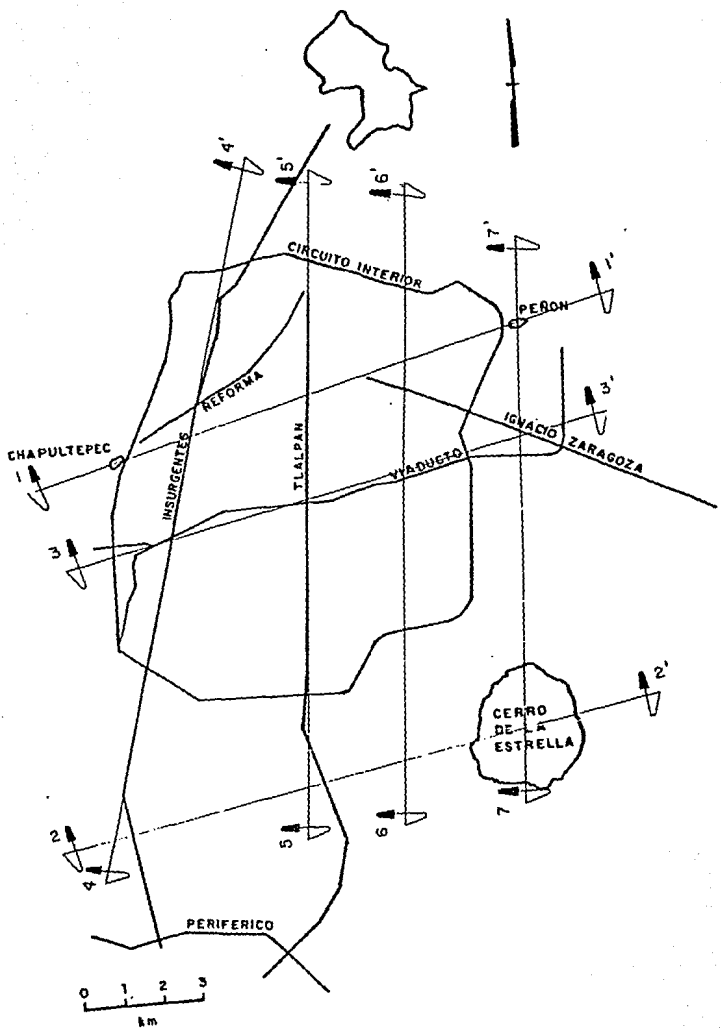


Fig 6.4 Ubicación de las secciones de la fig 6.3.



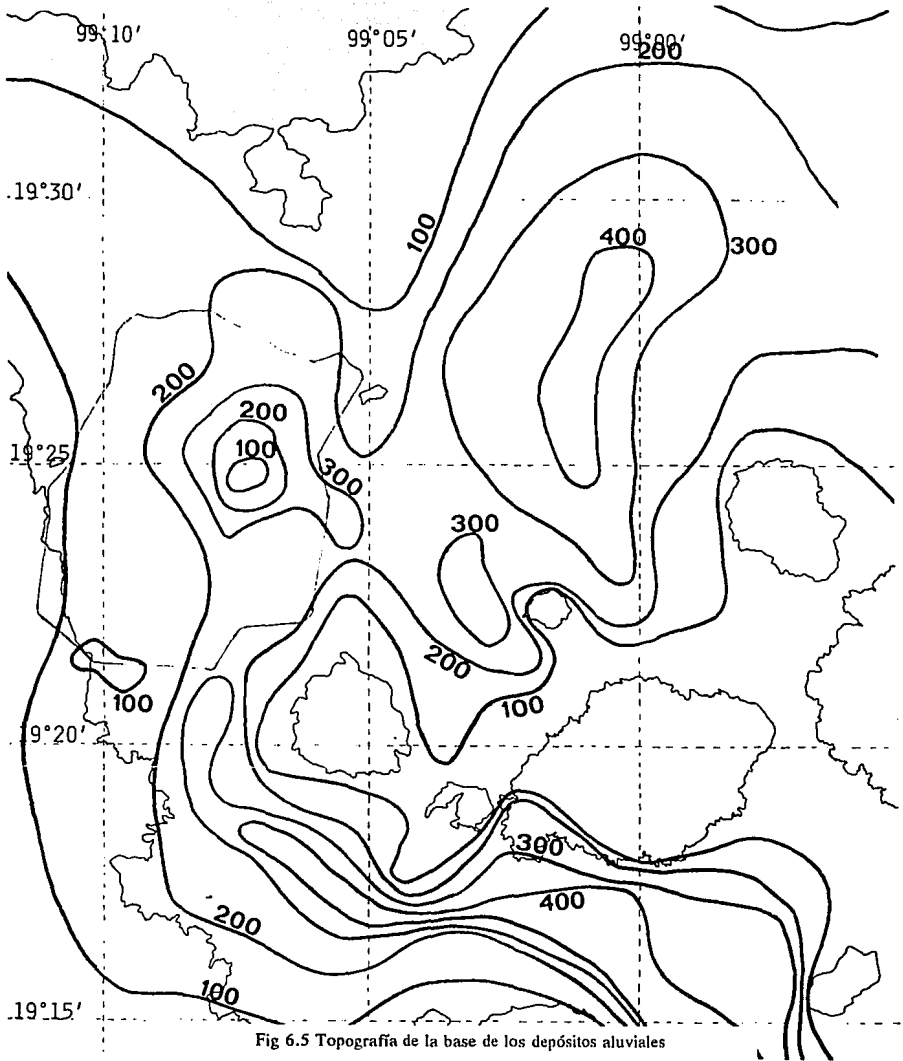


Fig 6.5 Topografía de la base de los depósitos aluviales



las curvas de isoperiodos obtenidas de Lermo y *col* (1993). Se observa que algunas zonas de la ciudad, las correspondientes a Nezahualcoyotl, se encuentran sobre espesores que alcanzan los 70m siendo sitios donde los suelos tienen períodos naturales de vibración grandes (mayores de 4s); afortunadamente la mayoría de las edificaciones de esta zona son estructuras de uno a tres niveles que se pueden considerar como rígidas y que por lo regular tienen una frecuencia de resonancia muy diferente a la del suelo donde están desplantadas (Meli y Avila, 1989). Estudios realizados de los daños sufridos por las estructuras en sismos pasados indican que las zonas más vulnerables se encuentran en el centro de la ciudad, ubicadas entre los cerros de Chapultepec y Peñón de los Baños en donde las arcillas tienen espesores entre 30 y 40m con periodos naturales cercanos a 2s; y en la comprendida entre el cerro de la Estrella y los derrames de lava volcánica del oeste de la ciudad con espesores de arcilla de 20m con periodos de vibración menores de 2s (Iglesias, 1989). En la fig 6.3 se aprecia la variación geométrica de los estratos más superficiales obtenidos de las secciones que se presentan en la fig 6.4. En ellos se proporcionan algunas de las propiedades del suelo. Se observa que las variaciones laterales de cada estrato debidas tanto al espesor como a sus propiedades mecánicas, no son importantes si se comparan con las variaciones verticales.

Abajo del estrato de arcilla se localiza una capa de depósitos aluviales formada principalmente por arenas, limos y arcillas saturadas. A estos depósitos se les llama depósitos profundos. El conocimiento de sus propiedades es escaso. Esta capa tiene espesores que llegan hasta los 500m, con densidad promedio de  $1.8 \text{ t/m}^3$  y una velocidad de propagación de ondas  $P$  de 1700m/s. Con base en la información proporcionada por Mooser y Montiel (1993) y en la interpretación realizada por Pérez Cruz (1988), se hizo la estimación de la topografía de la base donde se asientan los depósitos aluviales que se presenta en la fig 6.5.

Los depósitos aluviales se encuentran apoyados sobre formaciones volcánicas llamadas Unidad Volcánica Superior, formada principalmente por rocas piroclásticas (brechas, conglomerados y tobas) y en menor cantidad por basaltos; y Unidad Volcánica Inferior compuesta principalmente por basaltos, andesitas y productos piroclásticos (Pérez Cruz, 1988). Abajo de estas unidades volcánicas se encuentra la formación de caliza conocida como el basamento del valle de México. El mapa de anomalías gravimétricas (fig 6.6, Marsal y Mazari, 1959) proporciona una idea aproximada de la topografía de la superficie del basamento aunque se observan algunas incongruencias con los modelos propuestos por Mooser y Montiel, (1993) y por Pérez Cruz (1988). Pérez Cruz da una explicación para algunas anomalías observadas como la del alto gravimétrico entre el cerro del Tepeyac y el Peñón de los Baños que no se observa en su modelo, haciendo coincidir las estructuras que él propone con las mediciones gravimétricas al variar las densidades de las diferentes formaciones, pero manteniendo el espesor de cada capa.

Entre los modelos estratigráficos que proponen Mooser y Montiel (1993) se observa que en casi todo el valle de México existe un estrato de depósitos lacustres relativamente blando (con velocidad de propagación de ondas compresionales de 1700 m/s) atrapado entre una capa de

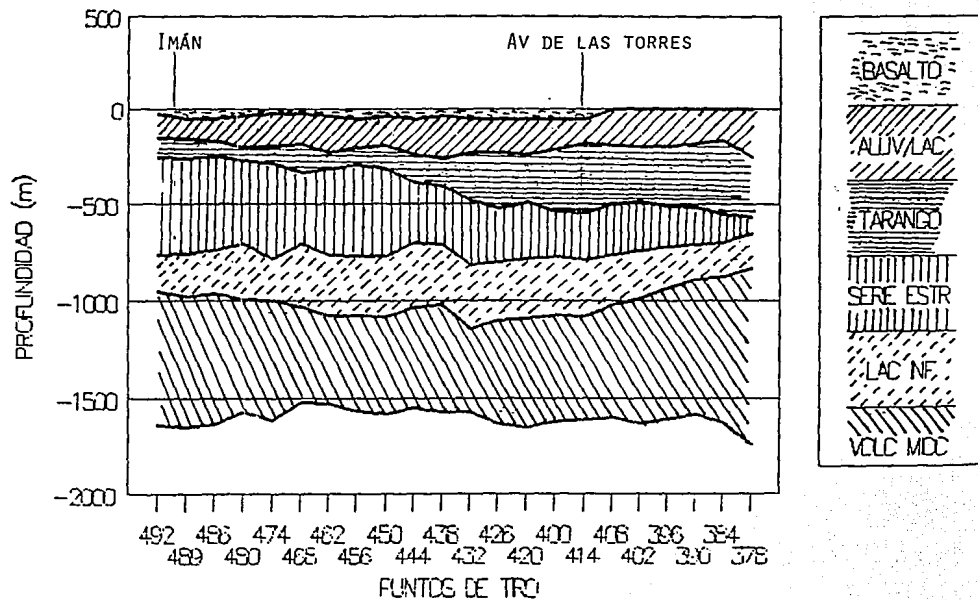


Fig 6.7 Perfil de los diferentes horizontes de los estratos a lo largo de la avenida Insurgentes (Mooser y Montiel, 1993).

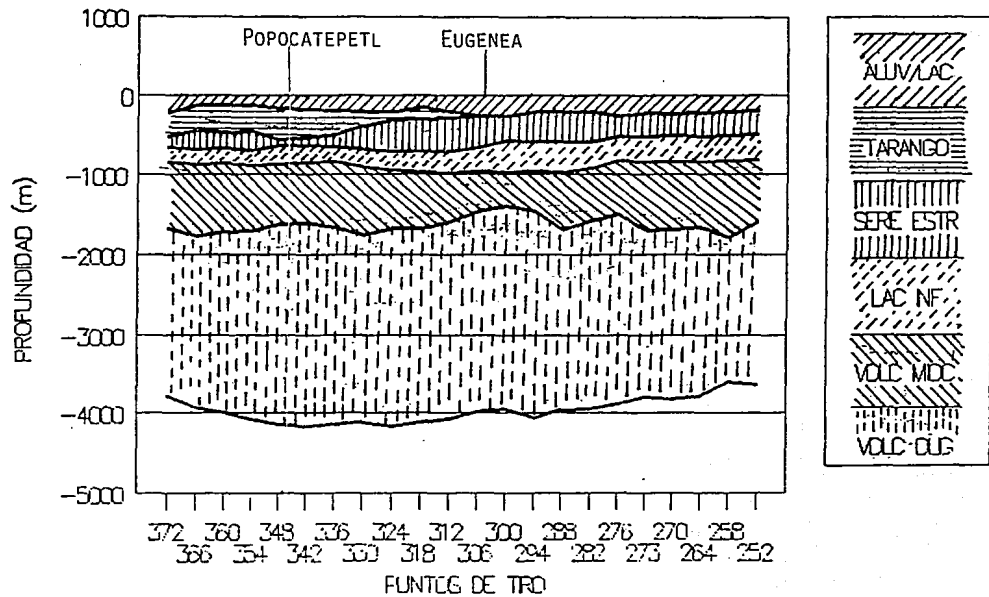


Fig 6.7 Continuación.

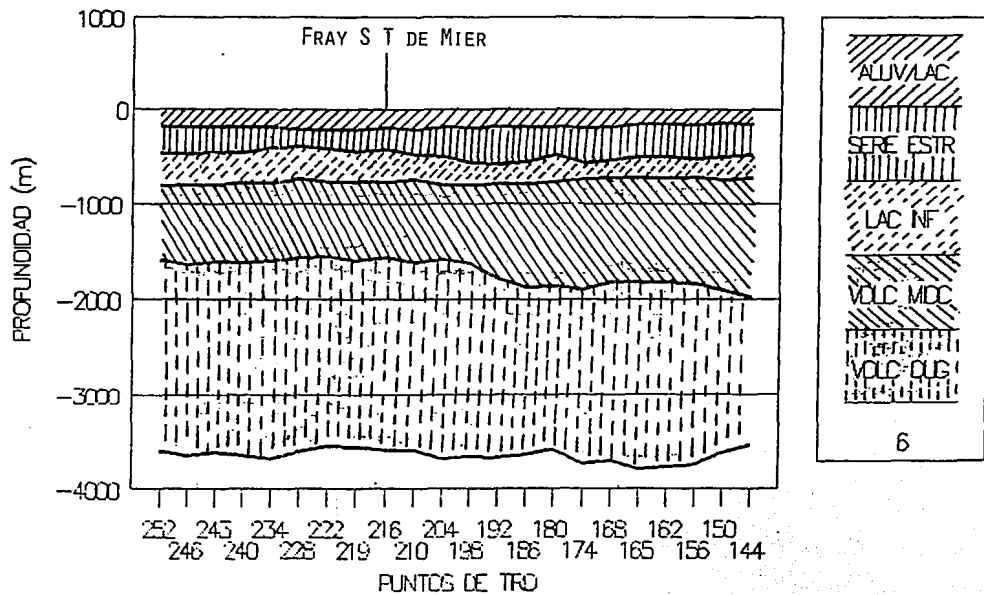


Fig 6.7 Continuación.

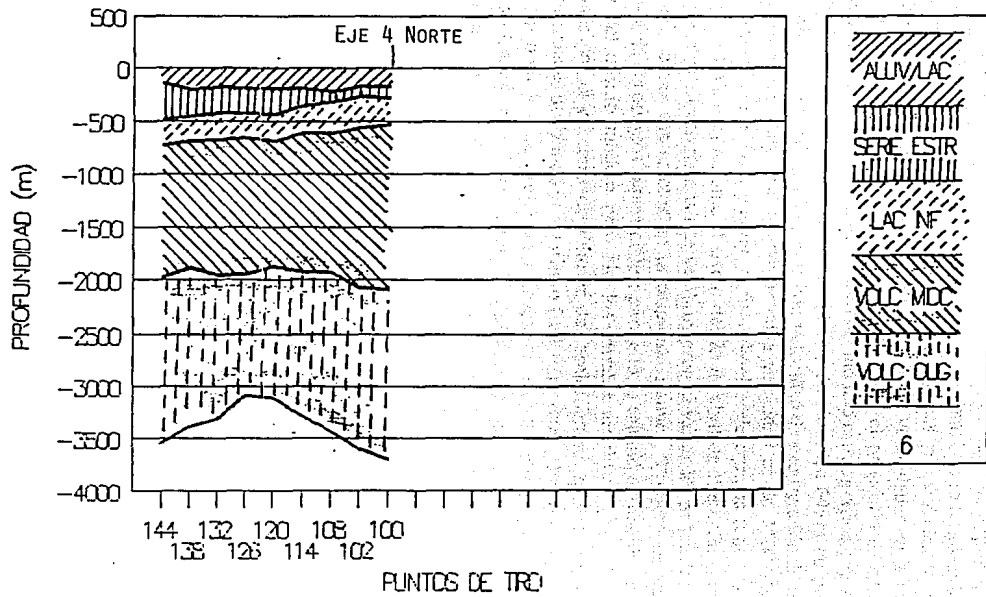


Fig 6.7 Continuación.

depósitos clásticos correspondiente a la formación del Tepozteco (vel de ondas  $P$  de 2100 m/s) y la Unidad Volcánica Superior (vel de ondas  $P$  de 2900 m/s aprox); en la fig 6.7 se presenta el perfil correspondiente a los estratos que se encuentran a lo largo de la Av Insurgentes. Debido a esta capa, existe un contraste drástico entre sus propiedades y la de los estratos que la subyacen, presentándose el efecto de inversión de velocidades en la propagación de ondas que podría afectar la respuesta sísmica del valle. Con el propósito de explorar su influencia en la respuesta se analizó con fines ilustrativos el modelo estratigráfico que se presenta en la tabla 6.1 (modelo tipo) propuesto por Rietman (1990) donde a los 649m de profundidad se localiza un estrato blando de depósitos lacustres con velocidad de propagación de ondas de 1000m/s, menor que la del estrato adyacente superior cuya velocidad es de 1500m/s. Se utilizó para ello el método de Haskell (1960) y como excitación el acelerograma (componente N-S) obtenido en la estación de Tacubaya durante el sismo del 25 de abril de 1989. En la misma tabla se identifican otros modelos estratigráficos que se obtuvieron al variar las propiedades del modelo tipo con el propósito de ver sus efectos en la respuesta sísmica. Primero se analizó la influencia en la respuesta de los estratos superficiales; para ello se calculó la función de transferencia del modelo tipo y del mismo modelo pero sin los estratos arcillosos (caso 1) y se multiplicaron estas funciones por el espectro de Fourier del acelerograma que se utilizó como señal incidente. Posteriormente, utilizando el algoritmo FFT (Claerbout, 1976) se regresó al dominio del tiempo. En la fig 6.9b y c se presentan respectivamente los acelerogramas obtenidos con y sin los estratos blandos superficiales. En ellos se aprecia que los estratos más profundos incrementan ligeramente la amplitud de la aceleración, mientras que el incremento en la respuesta es considerable tanto en amplitud como en duración cuando se toman en cuenta los estratos blandos, lo que confirma lo ya mencionado por varios autores en relación con las arcillas que actúan como amplificadores de las ondas sísmicas. Con respecto a la influencia de la inversión de la velocidad de propagación se calculó la respuesta para los modelos 2, 3 y 4 de la tabla 6.1 que consisten en:

- a) Estratigrafía donde no existe inversión de velocidades (caso 2).
- b) Estratigrafía donde el estrato blando tiene la mitad de la velocidad de la del estrato blando del modelo tipo (caso 3)
- c) Estratigrafía donde el estrato blando tiene el doble del espesor del estrato blando del modelo tipo (caso 4)

Los resultados se presentan en la fig 6.8d, e y f. Se observa que a excepción del caso 3, la respuesta obtenida en los otros modelos (casos 2 y 4) no difiere mucho de la del modelo tipo. Para el caso 3 las diferencias en el acelerograma son notorias a partir de los 30s con relación a la del modelo tipo. En la fig 6.9 se presentan las funciones de transferencia calculadas para cada caso (línea continua) y la calculada para el modelo tipo (línea punteada). Considerando que en los modelos estratigráficos propuestos por Mooser y Montiel (1993) la inversión de



TABLA 6.1

| ESTRATO            | MODELO TIPO |                  |                                 | CASO 1   |                  |                                 |
|--------------------|-------------|------------------|---------------------------------|----------|------------------|---------------------------------|
|                    | H<br>(m)    | $\beta$<br>(m/s) | $\gamma$<br>(T/m <sup>3</sup> ) | H<br>(m) | $\beta$<br>(m/s) | $\gamma$<br>(T/m <sup>3</sup> ) |
| (1) limo arcilloso | 4           | 115              | 1.5                             |          |                  |                                 |
| (1) arena limosa   | 2           | 120              | 1.5                             |          |                  |                                 |
| (1) arcilla        | 9           | 45               | 1.18                            |          |                  |                                 |
| (1) limo arcilloso | 2           | 80               | 1.25                            |          |                  |                                 |
| (1) arcilla        | 3           | 50               | 1.17                            |          |                  |                                 |
| (1) arcilla        | 5           | 70               | 1.16                            |          |                  |                                 |
| (1) arena limosa   | 2           | 95               | 1.22                            |          |                  |                                 |
| (1) arcilla        | 4           | 50               | 1.22                            |          |                  |                                 |
| (1) arcilla        | 7           | 80               | 1.22                            |          |                  |                                 |
| (1) limo arenoso   | 5           | 400              | 1.8                             |          |                  |                                 |
| (1) arcilla        | 4           | 80               | 1.35                            |          |                  |                                 |
| (1) limo arenoso   | 2           | 400              | 1.9                             |          |                  |                                 |
| (2) aluvi3n        | 200         | 1000             | 1.9                             | 200      | 1000             | 1.9                             |
| (2) seq. estr.     | 400         | 1500             | 1.9                             | 400      | 1500             | 1.9                             |
| (2) dep. lacustres | 200         | 1000             | 1.9                             | 200      | 1000             | 1.9                             |
| (2) dep. mioceno   | 1000        | 1700             | 1.9                             | 1000     | 1700             | 1.9                             |
| (2) lutitas        |             | 2000             | 2.0                             | 2000     | 2.0              |                                 |

(1) Jaime y col (1986).

(2) Rietman (1990).

Nota: con letra cursiva se presentan los datos cuyos valores fueron supuestos.

| ESTRATO            | CASO 2   |                  |                                 | CASO 3   |                  |                                 | CASO 4   |                  |                                 |
|--------------------|----------|------------------|---------------------------------|----------|------------------|---------------------------------|----------|------------------|---------------------------------|
|                    | H<br>(m) | $\beta$<br>(m/2) | $\gamma$<br>(T/m <sup>3</sup> ) | H<br>(m) | $\beta$<br>(m/2) | $\gamma$<br>(T/m <sup>3</sup> ) | H<br>(m) | $\beta$<br>(m/2) | $\gamma$<br>(T/m <sup>3</sup> ) |
| (1) limo arcilloso | 4        | 115              | 1.5                             | 4        | 115              | 1.5                             | 4        | 115              | 1.5                             |
| (1) arena limosa   | 2        | 120              | 1.5                             | 2        | 120              | 1.5                             | 2        | 120              | 1.5                             |
| (1) arcilla        | 9        | 45               | 1.18                            | 9        | 45               | 1.18                            | 9        | 45               | 1.18                            |
| (1) limo arcilloso | 2        | 80               | 1.25                            | 2        | 80               | 1.25                            | 2        | 80               | 1.25                            |
| (1) arcilla        | 3        | 50               | 1.17                            | 3        | 50               | 1.17                            | 3        | 50               | 1.17                            |
| (1) arcilla        | 5        | 70               | 1.16                            | 5        | 70               | 1.16                            | 5        | 70               | 1.16                            |
| (1) arena limosa   | 2        | 95               | 1.22                            | 2        | 95               | 1.22                            | 2        | 95               | 1.22                            |
| (1) arcilla        | 4        | 50               | 1.22                            | 4        | 50               | 1.22                            | 4        | 50               | 1.22                            |
| (1) arcilla        | 7        | 80               | 1.22                            | 7        | 80               | 1.22                            | 7        | 80               | 1.22                            |
| (1) limo arenoso   | 5        | 400              | 1.8                             | 5        | 400              | 1.8                             | 5        | 400              | 1.8                             |
| (1) arcilla        | 4        | 80               | 1.35                            | 4        | 80               | 1.35                            | 4        | 80               | 1.35                            |
| (1) limo arenoso   | 2        | 400              | 1.9                             | 2        | 400              | 1.9                             | 2        | 400              | 1.8                             |
| (2) aluvi3n        | 200      | 1000             | 1.9                             | 200      | 1000             | 1.9                             | 200      | 1000             | 1.9                             |
| (2) seq. estr.     | 400      | 1500             | 1.9                             | 400      | 1500             | 1.9                             | 400      | 1500             | 1.9                             |
| (2) dep. lacustres | 200      | 1700             | 1.9                             | 200      | 500              | 1.9                             | 400      | 1000             | 1.9                             |
| (2) dep. mioceno   | 1000     | 1700             | 2.0                             | 1000     | 1700             | 2.0                             | 1000     | 1700             | 2.0                             |
| (2) lutitas        |          | 2000             | 2.0                             |          | 2000             | 2.0                             |          | 2000             | 2.0                             |

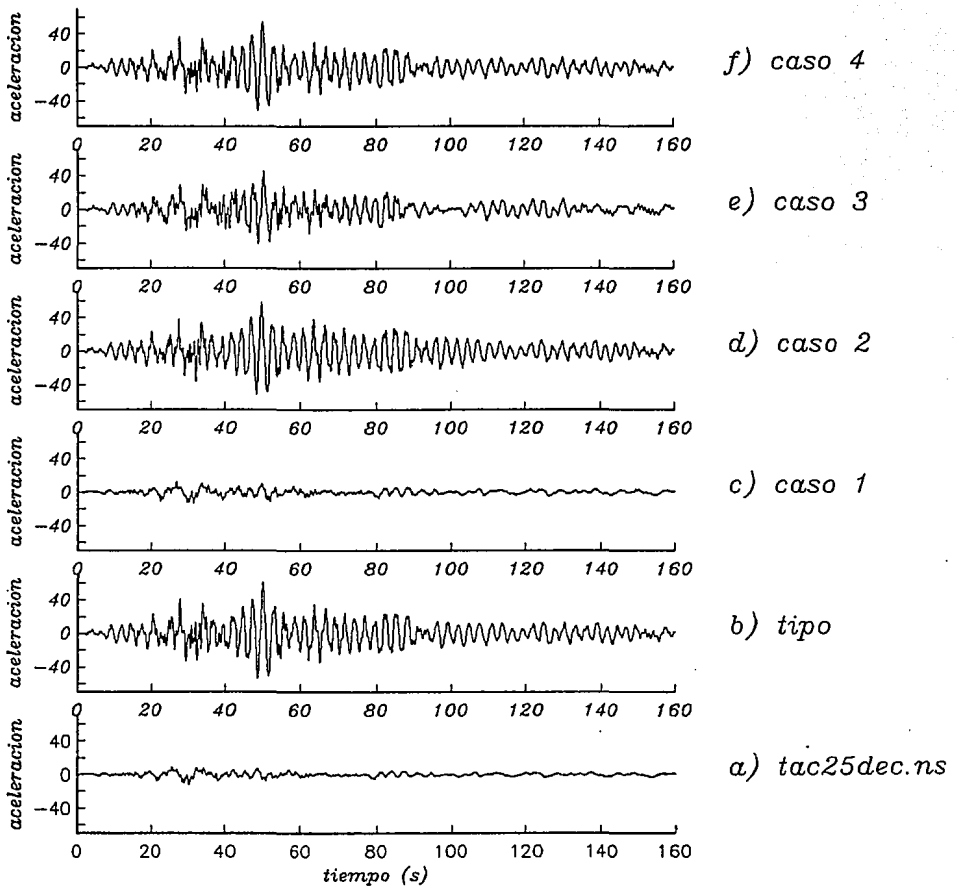


Fig 6.8 Acelerogramas calculados para las distintas estratigrafías presentadas en la tabla 6.1, considerando como señal de entrada el acelerograma del sismo del 19 de septiembre de 1985 registrado en Tacubaya (componente N-S).

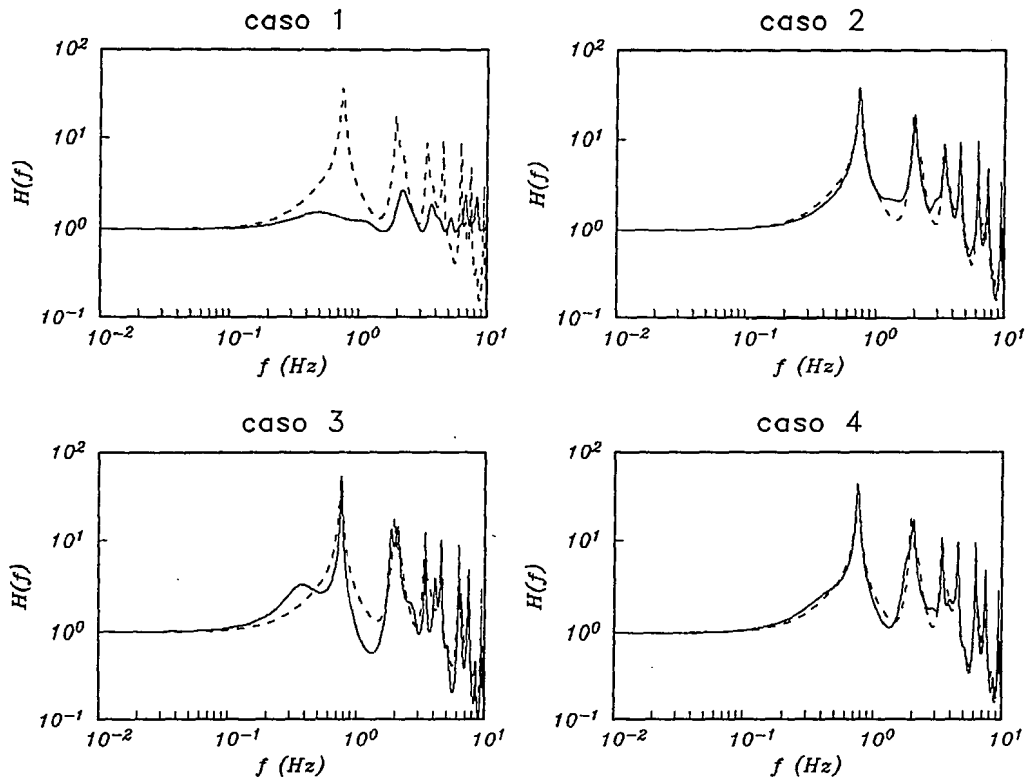


Fig 6.9 Funciones de transferencia calculadas para los casos de estratigrafía propuestos en la tabla 6.1. Con línea discontinua se presenta la función de transferencia de la estratigrafía tipo.

velocidades observada no presenta contrastes tan grandes como el del caso 3, se puede concluir que su influencia en la respuesta sísmica es despreciable.

## *6.2 Aplicación del modelo de cuña para el cálculo de funciones de transferencia.*

Reinoso y col (1992) estudiaron los acelerogramas registrados durante el sismo del 25 de abril de 1989 en varios sitios de la ciudad (fig 6.10) concluyendo que las variaciones espaciales en la respuesta no podían ser únicamente atribuidas a la respuesta unidimensional de los estratos superficiales. En la fig 6.11 se presentan con línea discontinua los cocientes espectrales obtenidos para algunas estaciones acelerométricas -todas ubicadas en la zona del lago- con respecto al espectro de Fourier promedio obtenido de las estaciones cimentadas en roca localizadas en la zona de lomas (Pérez Rocha, 1993). En ellos están superpuestos los cocientes de ambas componentes (N-S y E-W). La ubicación de estas estaciones se presenta en la fig 6.12. Algunos de los cocientes (como en el caso de las estaciones PT29, PT56 y PT59) sugieren que la respuesta en esos sitios es preferentemente unidimensional pues ambas componentes tienen aproximadamente las mismas amplitudes y formas espectrales; sin embargo en otras estaciones los picos de los armónicos son sensiblemente anchos (ver p ej PT41 o PT45), o presentan en alguna de las componentes el primer armónico con el pico "truncado" (PT58 y PT72) por lo que no pueden ser explicados con modelos unidimensionales, sugiriendo efectos debidos o bien a la presencia de irregularidades laterales o a la orientación azimutal de los campos incidentes. Con el propósito de comparar la respuesta unidimensional de los estratos blandos y de los depósitos aluviales con los cocientes espectrales, en la misma fig 6.11 están graficadas con línea continua las funciones de transferencia obtenidas para cada sitio utilizando el método de Haskell (1960) empleando para ello las propiedades para los depósitos blandos y los aluviales señaladas en las figs 6.3 y 6.13. Los resultados muestran que aunque el acuerdo es muy bueno, en algunos casos la amplitud de las frecuencias pico se sobreestima (estaciones PT11, PT29, PT41, PT56 y PT58), el ancho de banda de los picos se subestima (estaciones PT05, PT29, PT41, PT56 y PTcd), o las frecuencias a las que se presentan los armónicos secundarios no coinciden con las calculadas (PT05, PT11, PT59 o PTcd); lo que indica que aunque la influencia de la respuesta unidimensional es evidente, ésta por sí misma no explica del todo los fenómenos de amplificación y ubicación de las frecuencias pico que se observan.

Pretender que con los modelos sencillos propuestos en este trabajo se podrán explicar todos los fenómenos que se han presentado durante los sismos en la ciudad de México, sería utópico dada la complejidad de la topografía del valle, las incertidumbres que aún existen en cuanto a su geometría y características mecánicas, y a que el comportamiento del valle es tridimensional. Sin embargo, utilizando algunos modelos bidimensionales que se han analizado -y si se aceptan las hipótesis en las que se basan-, se pueden llegar a identificar en las funciones de transferencia calculadas con estos modelos, algunas características que se acercan a las observadas en los cocientes espectrales. En lo que sigue se analizará la respuesta en algunos sitios de la ciudad

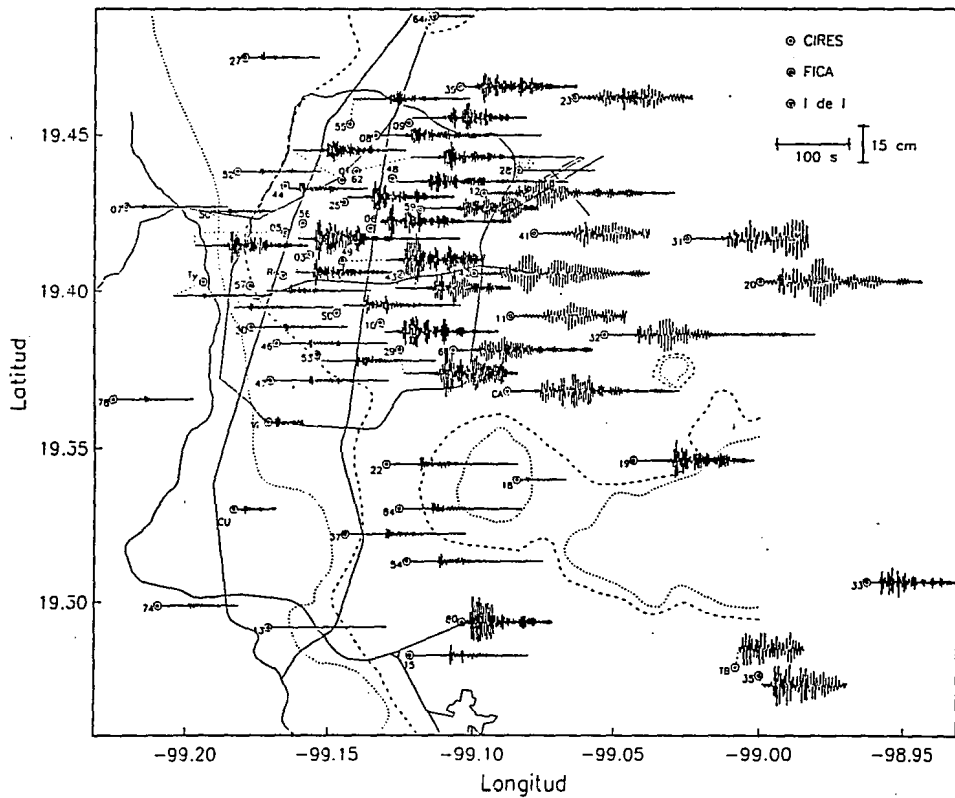


Fig 6.10 Acelerogramas registrados en la ciudad de México durante el sismo del 25 de abril de 1989 (Pérez Rocha y col, 1993) (a) componente N-S.

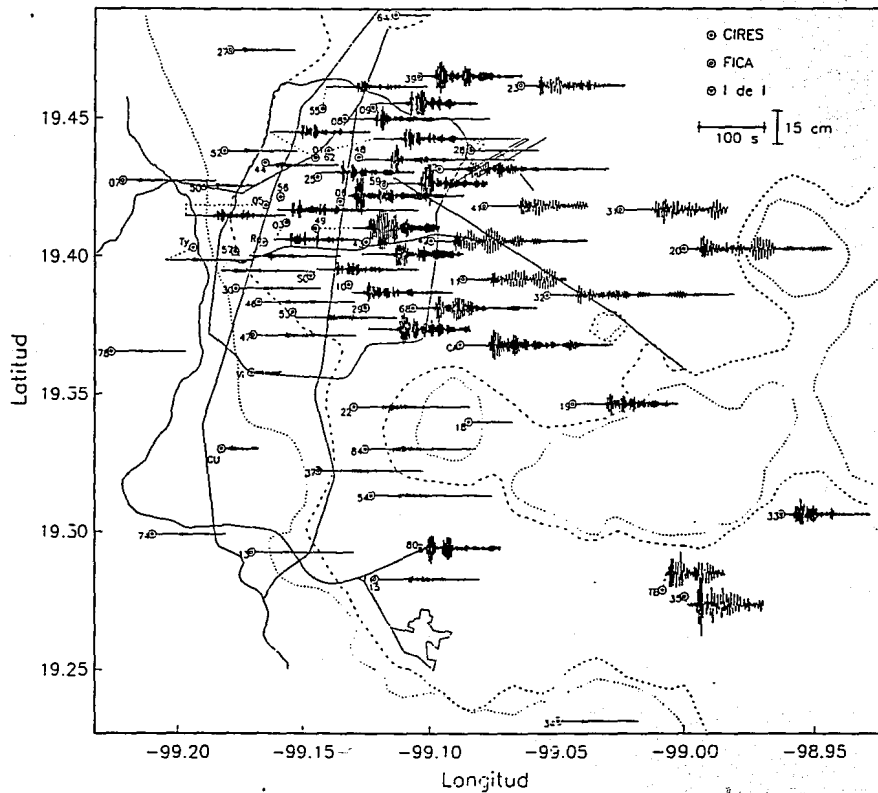


Fig 6.10 Continuación. (b) Componente E-W.

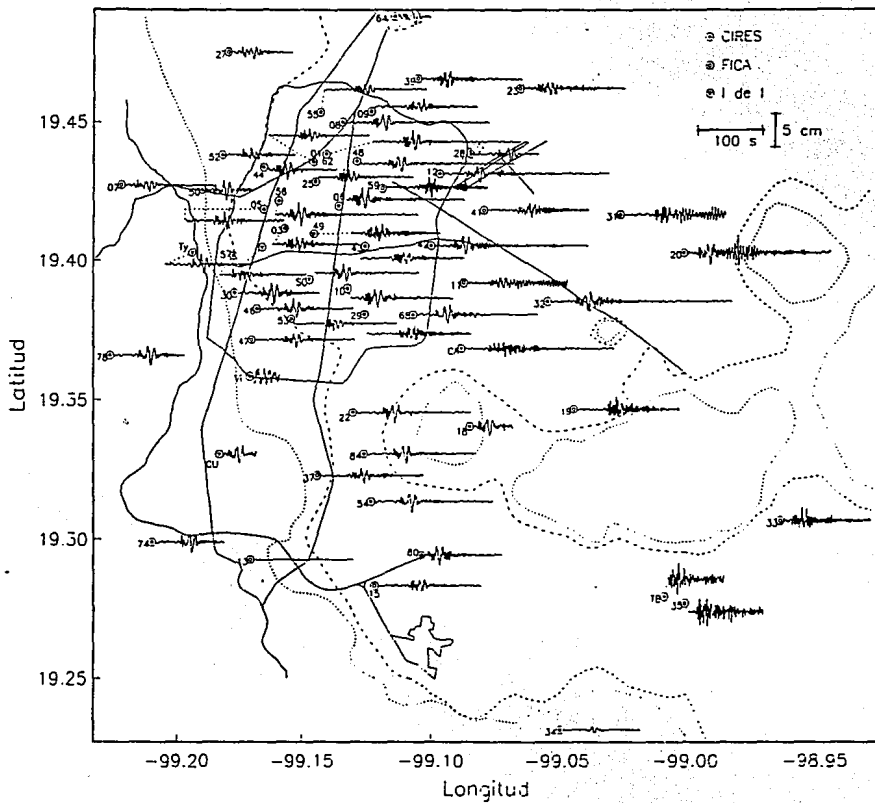


Fig 6.10 Continuación. (c) Componente vertical.

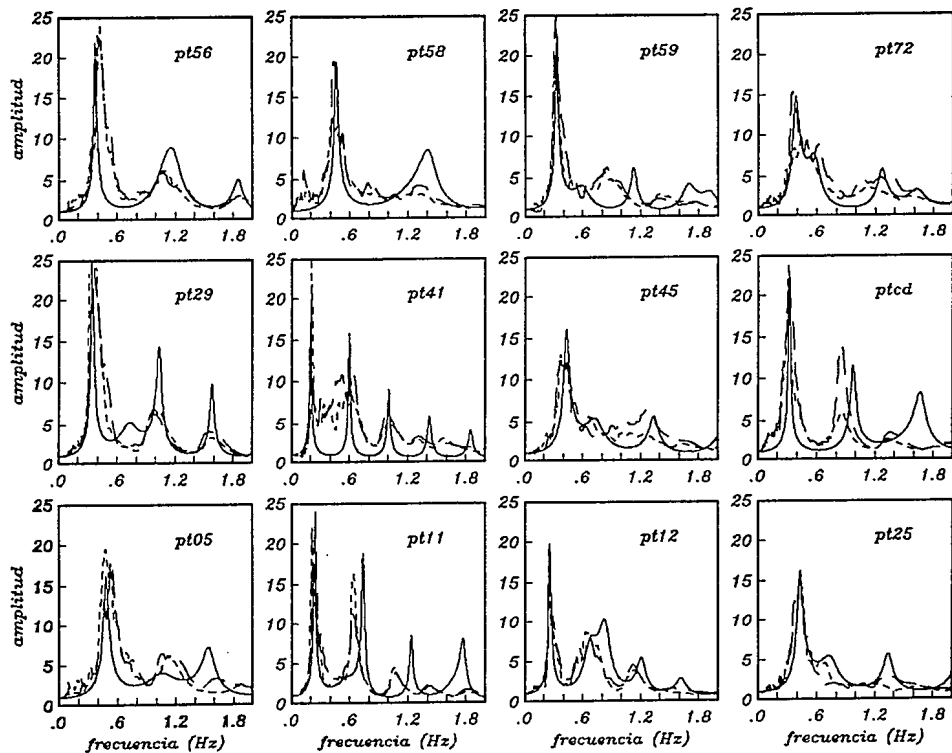


Fig. 6.11 Cocientes espectrales componentes N-S y E-W obtenidos para distintas estaciones (información proporcionada por Pérez Rocha). Con línea continua se observa la función de transferencia calculada para el sitio utilizando el método de Haskell (1960).



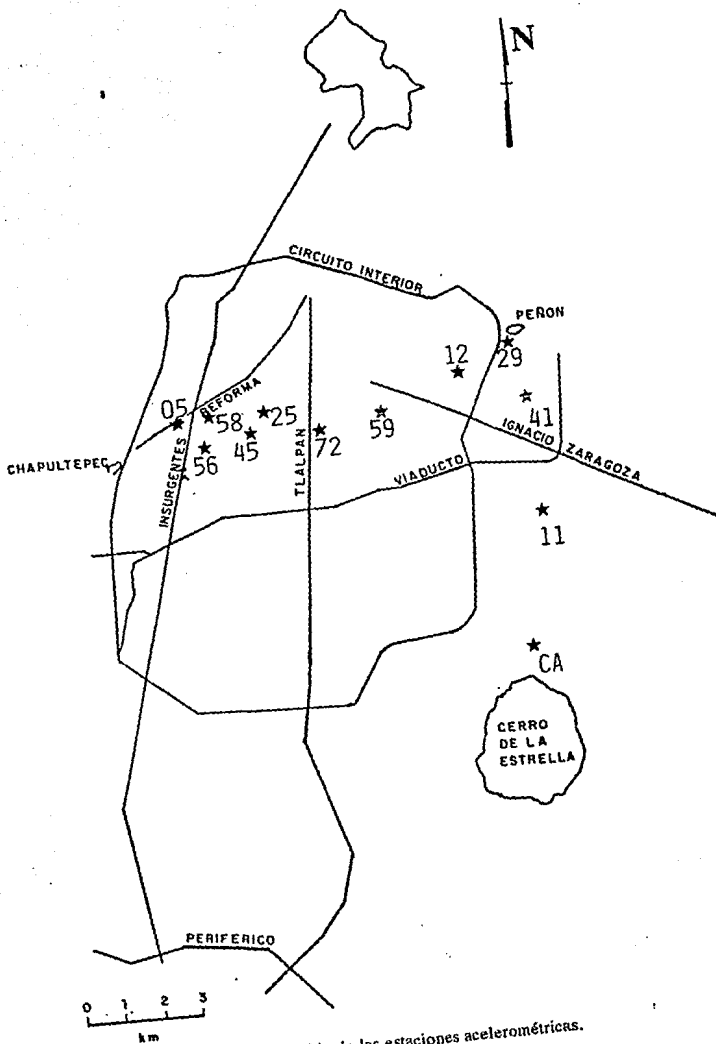


Fig 6.12 Ubicación de las estaciones acelerométricas.

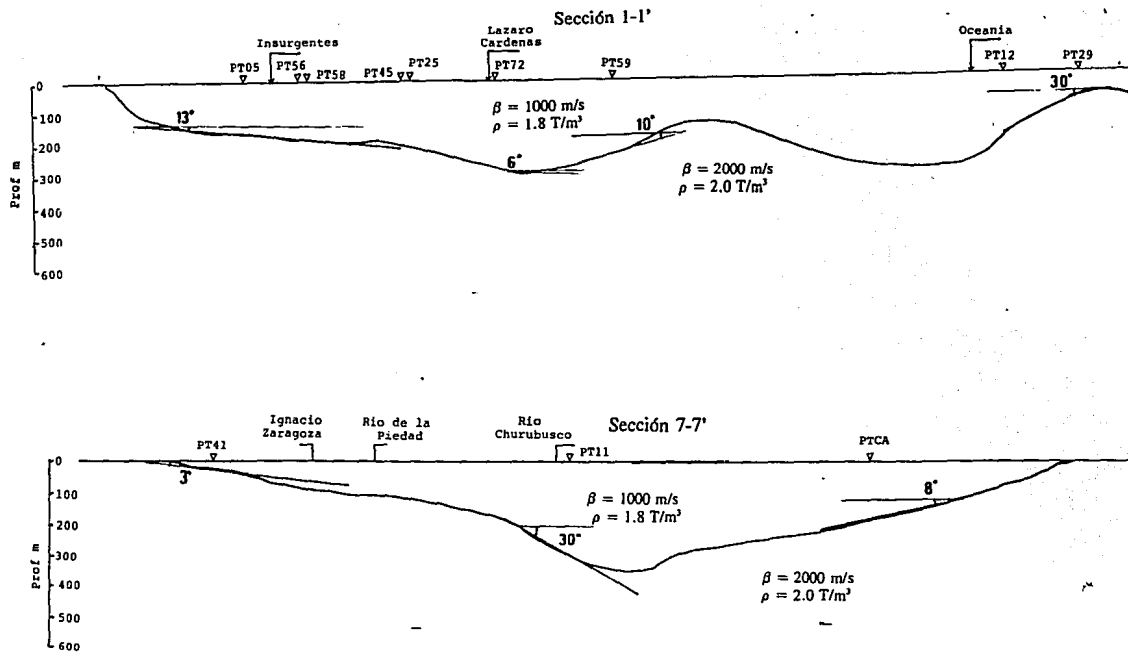


Fig 6.13 Perfil de la topografía de la base de los depósitos profundos para las secciones 1-1' y 7-7'. En ella se indican los ángulos de las cuñas utilizadas para el cálculo de las función de transferencias de la fig 6.14.

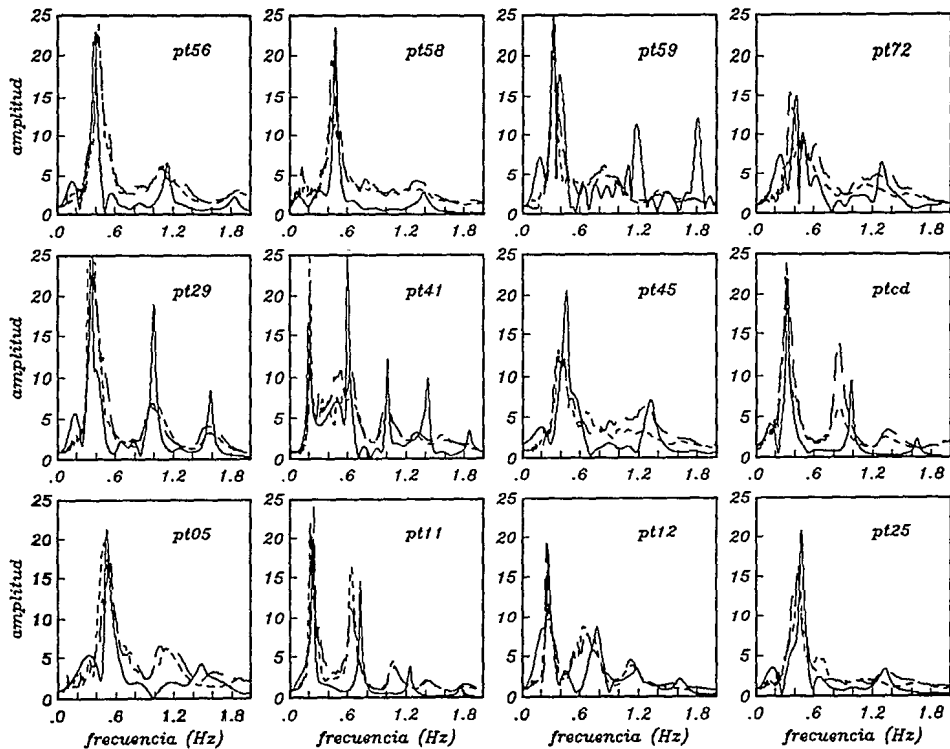


Fig 6.14 Funciones de trasferencia calculadas para distintas estaciones utilizando el modelo de cuña para los depósitos profundos y el modelo unidimensional para las arcillas (con línea punteada se muestran los cocientes espectrales).

utilizando el modelo de un estrato en forma de cuña, y se explicarán las consecuencias de su aplicación con relación a lo observado. Para ello se considera únicamente la influencia de la respuesta bidimensional de los depósitos profundos. La influencia debida a las arcillas se toma en cuenta considerando su respuesta unidimensional. La razón para escoger el modelo en forma de cuña radica principalmente en que la extensión del valle de México es muy grande en comparación con las dimensiones de la profundidad de la base de los depósitos aluviales, y en que las ondas sísmicas que viajan a través de él no alcanzan a regresar debido a la atenuación que sufren. El análisis se realizó procediendo de la siguiente manera:

- 1) Se calculó la función de transferencia de los depósitos aluviales aplicando el modelo de cuña que más se ajustó a la topografía o el que proporcionaba resultados más cercanos a los cocientes espectrales.
- 2) Se calculó la respuesta de las arcillas, utilizando para ello el método de Haskell (1960).
- 3) La función de transferencia del sitio se obtuvo al efectuar el producto de las obtenidas en los incisos 1 y 2.

Los análisis se efectuaron bajo las hipótesis de que los suelos se comportan elásticamente ante excitación dinámica y sus características mecánicas no varían lateralmente para un mismo estrato. Las secciones utilizadas en el cálculo fueron las de Chapultepec-Peñón de los baños (sección 1-1') y Peñón de los baños-Estrella (sección 7-7'), que se encuentran cerca de las estaciones analizadas.

Una de las zonas en donde se cuenta con buena información geotécnica superficial es la localizada entre los cerros de Chapultepec y Peñón de los Baños (figs 6.3 y 6.4). Esta atraviesa desde la zona de lomas al poniente, hasta la del lago donde se encuentra ubicado el cerro del Peñón de los Baños, pasando por la zona de transición que es particularmente estrecha en este sitio. Los depósitos profundos están asentados en una topografía como la mostrada en la fig 6.13 donde se encuentra un promontorio de aproximadamente 150m de altura. La longitud de la sección es de 10.29km y la mayor profundidad de los depósitos aluviales es de 300m aproximadamente.

En la zona comprendida entre los cerros de la Estrella y del Peñón de los baños que mide 11.7km de longitud la información geotécnica es escasa, sin embargo, de sondeos efectuados se conoce que las arcillas tienen espesores grandes (mayores de 50m) con altos contenidos de agua (de 400 a 500%). Los depósitos aluviales en la parte más profunda del valle alcanzan espesores de 350m (fig 6.13) que equivalen a un 3% de pendiente (similar a la de la sección 1-1'), teniendo en ambas secciones valles muy someros.

El cálculo de la función de transferencia se realizó considerando un valor de velocidad de ondas

de corte de 700m/s y densidad de 1.8gr/cm<sup>3</sup> para los depósitos aluviales aunque estos parámetros variaron un poco al ajustarlos a los que daban los mejores resultados (la velocidad de ondas de corte varió entre 400 y 800m/s y la densidad entre 1.7 y 1.9gr/cm<sup>3</sup>), y para la base una velocidad de 2000m/s y densidad de 2.0gr/cm<sup>3</sup>. La ubicación de las estaciones que se localizan en la vecindad de las secciones se presenta en la fig 6.13. En la fig 6.14 se muestran los resultados obtenidos en cada estación para la función de transferencia global (producto de las funciones de transferencia de las arcillas y los depósitos aluviales). Para las estaciones PT25 y PT72 localizadas cerca de la zona más profunda del valle, el acuerdo entre lo observado y lo calculado es muy bueno. Se logra casi reproducir la amplitud y ancho de los primeros picos y algunas fluctuaciones que presenta la gráfica del cociente espectral entre cada armónico que no se observan al utilizar sólo el modelo unidimensional (ver fig 6.11); esto se aprecia más claramente en la estación PT41 en donde se presenta una banda ancha de frecuencias entre los .3 y .7Hz que con aproximación moderada es reproducida con el modelo de las cuñas. La estación PT45 ubicada también cerca de la zona más profunda tiene un buen acuerdo, aunque la amplitud de la frecuencia fundamental se sobrestima con respecto a la observada. En los cálculos para las estaciones PT56 y PT58 se logran reproducir las amplitudes de los armónicos, aunque prevalece el problema de obtener el ancho de los picos; sin embargo, se observan algunas oscilaciones que aunque son de menor amplitud, concuerdan muy bien con las que se presentan en los cocientes espectrales. En las gráficas para las estaciones PT11, PT12 y PTcd aunque se reproduce razonablemente bien la amplitud y ancho del primer pico, no existe concordancia con las frecuencias de los armónicos secundarios con respecto a la posición que tiene en los cocientes espectrales pero su amplitud se acerca mucho a la observada teniendo una mejor aproximación que con los modelos unidimensionales. Para la estación PT29, la ubicación de los armónicos de la función de transferencia calculada si concuerda con la de los cocientes espectrales, pero su amplitud es mayor. Los cálculos efectuados para las estaciones PT05 y PT59 no muestran un buen acuerdo; pero aún aquí, el ancho del primer pico obtenido con el modelo bidimensional se acerca más que el calculado con el unidimensional y se puede observar la generación de frecuencias pico secundarias que aparecen en los cocientes espectrales aunque no muy bien definidas.

## 7. Conclusiones y recomendaciones

En este trabajo se han examinado y propuesto algunos métodos que permiten el cálculo rápido de la respuesta sísmica bidimensional, aplicable a sitios donde la topografía admite desprestigiar alguna de sus dimensiones. El objetivo fue proporcionar métodos relativamente sencillos y que pudieran ser utilizados en computadoras personales. El estudio se inició con el análisis en el capítulo cuatro de modelos de estratos en forma de cuña cuya formulación se utilizó posteriormente en la elaboración de los métodos de cálculo para valles triangulares presentados en el capítulo cinco. Los valles analizados fueron valles triangulares simétricos en los que los efectos de la difracción generada por el vértice central es despreciable, y los valles asimétricos donde el fenómeno de la difracción ocasionado por la presencia de la otra cuña que cierra el valle deben considerarse porque ya no son despreseables. Para el análisis de este último caso se propusieron dos métodos que consideran a la difracción desde dos puntos de vista diferentes. Uno de ellos se basa en una aproximación por medio de las funciones de Green para cuyo efecto fuentes puntuales son ubicadas en la frontera entre ambas cuñas; el método es rápido y los resultados que de él se obtienen son muy buenos como se observa de comparaciones hechas con otro método de cálculo más riguroso. El otro es un método basado en la expansión modal. Este último destaca porque con él es posible obtener la respuesta sísmica calculando sólo sistemas de ecuaciones de dos por dos lo que lo hace muy veloz. La comparación de los resultados que de él se obtienen con el que utiliza funciones de Green hacen ver que se cuenta con un método muy poderoso; que si bien existen algunas diferencias en baja frecuencia, los resultados en alta frecuencia son excelentes, con lo que se puede utilizar el método de las funciones de Green para el cálculo de la respuesta en valles para bajas frecuencias y emplear el de expansión modal para las altas donde el otro método consume más tiempo. Aplicando estos modelos a un problema real como el cálculo de la respuesta sísmica de algunos sitios en el valle de México se logran identificar en las funciones de transferencia algunas formas que se observan en los cocientes espectrales. En muchos casos, los modelos unidimensionales predicen con buena aproximación estas formas espectrales, presumiendo que la respuesta unidimensional es la que predomina, siendo los efectos bidimensionales despreciables. El grado de precisión que se tiene para obtener

la respuesta sísmica de algunos sitios analizados, no parece ser el adecuado, y ya sea por las distintas hipótesis que se toman en cuenta en los modelos o por la falta de conocimientos de la geología del sitio, es evidente que se requiere estudiar más. Quizá los esfuerzos se debieran concentrar en tratar de entender mejor cómo operan los distintos modelos (comenzando por los más sencillos) al revisar algunas de sus variantes; ya en el capítulo cuatro se discutieron las diferencias que se presentan en funciones de transferencia calculadas con un modelo unidimensional al variar el ángulo azimutal de las ondas incidentes, dándole al modelo el carácter de bidimensional.

El problema es complejo y por esta razón se requiere cuidado al definir donde y cómo se pueden aplicar los modelos, y se debe tener una idea aproximada de lo que se espera obtener. Para ello es útil calcular la respuesta sísmica de un sitio donde se tienen registros y ver con ello el grado de aproximación que se logra, para posteriormente aplicarlos en lugares donde no los hay. Decidir cuales datos se van a proporcionar al modelo es también tarea difícil pues una pequeña variación de estos puede proporcionar resultados muy diferentes. Se requiere entonces un mayor conocimiento de los fenómenos que se presentan cuando ocurre un sismo y educar también a la intuición. Los modelos matemáticos son muy sensibles cuando se varían ligeramente sus datos. En el anexo A se presenta un estudio de los diferentes resultados que se pueden obtener al utilizar en los análisis de la respuesta sísmica de un sitio diferentes señales, y la importancia que tiene el considerar la fase de éstas.

Otro aspecto a tomar en cuenta es el referente al conocimiento de las propiedades y topografía de los estratos del sitio que se estudia. En el caso del valle de México existen aún grandes dudas acerca de sus características y a pesar de los esfuerzos hechos para definir las se tienen varias versiones para un modelo del valle que difieren una de otra en ocasiones de manera considerable. Montiel y *col* (1990) reunieron en un estudio los resultados obtenidos en sondeos de refracción y reflexión sísmica y de resistividad eléctrica, y definieron para el suroeste de la cuenca de México los espesores de algunas de sus formaciones que se localizan entre los 400 y 500m de profundidad. En él se aprecia que para una misma formación los resultados obtenidos con los distintos estudios geofísicos pueden diferir incluso en más de 100m. Con estas discrepancias no se puede justificar el uso de modelos rigurosos para el cálculo de la respuesta sísmica de un sitio. Los modelos sencillos como los que se analizan en este trabajo, al no ser costosos, pueden ser utilizados para proporcionar una idea de la respuesta sísmica de algunas estructuras geológicas.

De aquí que la importancia de los modelos sencillos expuestos en esta tesis radique no sólo en poder proporcionar una idea de las amplitudes que se pueden presentar en caso de sismos, sino también en ayudar a educar la intuición al permitir -debido a la rapidez del método- el cálculo paramétrico en forma masiva que permita apreciar los fenómenos que ocurren al variar las características del modelo y con ello comprender mejor la respuesta sísmica.

## Anexo A: Análisis de los espectros de Fourier de señales sencillas.

El problema de definir las señales adecuadas para el estudio de la respuesta sísmica de un sitio es importante, pues el considerar indiscriminadamente cualquier señal puede llevar a la obtención de resultados erróneos. Algunos factores a tomarse en cuenta lo son las provincias tectónicas de donde proviene el evento, las características de los aparatos que lo registraron y el tiempo de duración del mismo, debido a que estos factores afectan el contenido de frecuencias del sismo y por consiguiente son determinantes en la calidad de los espectros de Fourier que se obtienen. Con el propósito de analizar los efectos que tiene una señal en su espectro de Fourier, se estudiaron varias señales variando algunas de sus características. Del análisis se concluye que la fase de cada señal es el principal factor que afecta la forma que tiene el espectro de Fourier.

Considérese por ejemplo el cálculo de los espectros de Fourier utilizando para ello el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (*FFT*) (ver p ej Newland, 1980); supóngase que se tiene una señal sencilla compuesta por dos pulsos de Ricker iguales. El espectro de Fourier para cada uno considerado en forma independiente es el mismo, pero al tomar en cuenta ambos pulsos su espectro varía drásticamente. Si se analizan las fases (calculadas al considerar la función tangente inversa de la parte imaginaria sobre la parte real de la amplitud espectral) de cada pulso en forma independiente se observará que estas son diferentes (fig 7.1) y son las causantes del espectro tan complejo obtenido para la señal completa. Si por otro lado, lo que se varían son las características de cada pulso, los espectros que resultan son muy diferentes (fig 7.2). Sin embargo, cuando ambos pulsos tienen igual amplitud pero periodos diferentes, es indistinto para las amplitudes del espectro de Fourier si el de menor periodo se presenta primero o al final de la señal (fig 7.2b y c). La situación se complica cuando la señal se vuelve más compleja; como ejemplo, en la fig 7.3 se presentan los espectros de Fourier calculados para una señal compuesta por tres pulsos de Ricker. Esto hace evidente que aún para los datos observados en un sitio, distintos registros pueden proporcionar diferentes espectros de Fourier y con ello distintos cocientes espectrales. Aún incluso si se tiene cuidado de tomar un promedio de ellos sin



considerar los efectos de trayecto de sismos o los mecanismos focales, los espectros pueden tener variaciones importantes. En el capítulo seis de este trabajo se utilizaron los cocientes espectrales promedio obtenidos de los temblores localizados en la zona de subducción (Pérez Rocha y *col*, 1993) con lo que se trató de minimizar estos problemas.

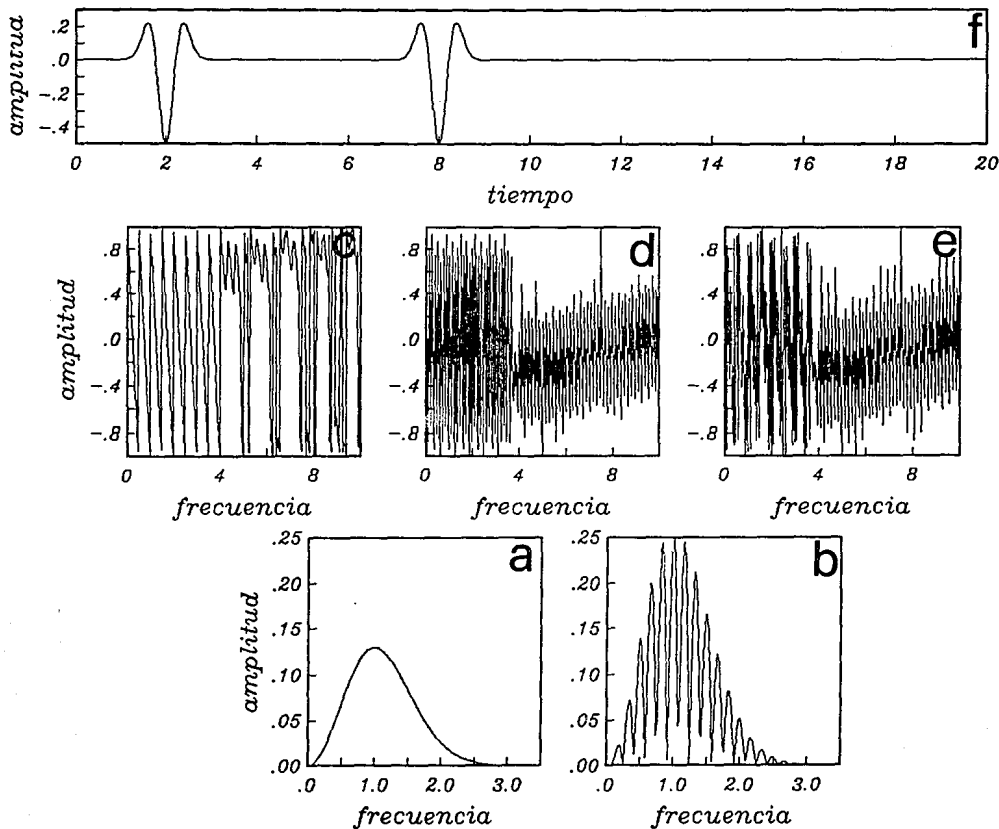


Fig A.1 (a) Espectro de Fourier calculado para cualquiera de los pulsos de Ricker de la señal mostrada en (f); (b) Espectro de Fourier para la señal completa; (c) Fase considerando sólo el primer pulso; (d) Fase un pulso de Ricker con  $\tau_r=8$ ; (e) Fase para la señal mostrada en (f); (f) Señal.

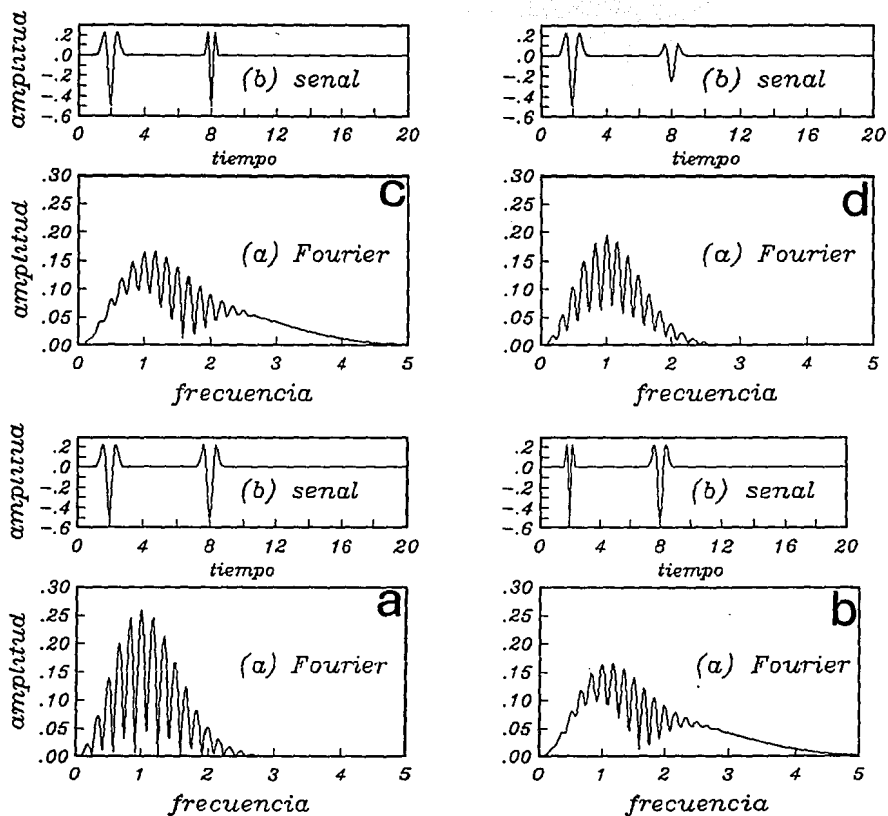


Fig A.2 Espectros de Fourier considerando una señal compuesta por dos pulsos de Ricker (a) Pulsos idénticos con distintos  $t_p$  ( $t_p=1$ ); (b) El primer pulso tiene  $t_p=0.5$  el segundo lo tiene del doble; (c) El primer pulso tiene  $t_p=1$  el segundo lo tiene de la mitad; (d) El segundo pulso tiene la mitad de la amplitud del primero.

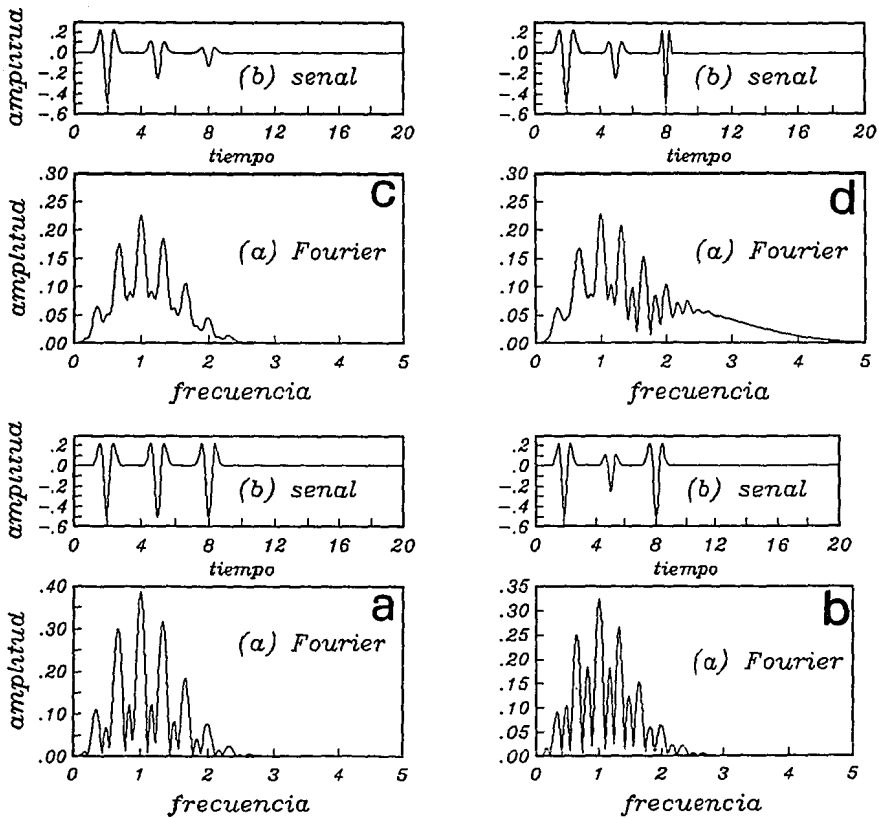


Fig A.3 Espectros de Fourier para una señal compuesta por tres pulsos de Ricker (a) Para tres pulsos idénticos pero con distintos  $t_c$  ( $t_p=1$ ); (b) El pulso del centro con la mitad de la amplitud de los otros dos pulsos (c) Pulsos con el doble de la amplitud del contiguo; (d) Igual que en (b) sólo que el último pulso tiene un  $t_c$  de la mitad de los otros pulsos.

## 8. Referencias

Benhumea León M y A Vázquez Contreras (1988), "Estudios geofísicos del valle de México", Subdirección de Construcción, Unidad de estudios de Ingeniería Civil, Subjefatura de Estudios Geológicos, *Comisión Federal de Electricidad*.

Benítez F (1983), "Historia de la ciudad de México", **1**, *Ed Salvat*.

Claerbout J (1976), "Fundamentals of Geophysical data processing", *McGraw Hill Book Company*, N Y.

Chávez-García F J (1987). "Evaluation de risque sismique à Thessalsniki", Trabajo presentado para la obtención del grado D E A, *Université Joseph Fourier de Grenoble*, Francia.

Elsigoltz L (1969), "Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional", *Ed Mir*, Moscú.

Faccioli E (1991), "Seismic amplification in the presence of geological and topographic irregularities", *Proc 2nd Int Conf Recent Advances in Geological Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, **2**, St Louis , Missouri, 1779-1797.

Faccioli E y R Paolucci (1992), "2D and 1D ground motion prediction at Ashigara valley by pseudospectral method", *Proc Int Sym on the Effects of Surface Geology on Seismic Motion*, **2**, Odawara, Japón, 87-90.

Haskell N A (1960), "Crustal reflection of plane SH waves", *J Geophys Res*, **65**, 4147-4150.

Hong T-L y D V Helmberger (1977), "Generalized ray theory for dipping structure", *Bull Seism Soc Am*, **67**, Num 4, 995-1008.

Hudson J A (1963), "SH waves in a wedge-shaped medium", *Geophys J R Astr Soc*, **7**, 517-546.

Iglesias J (1989), "Seismic zoning of Mexico city after the 1985 earthquake", *Earthquake Spectra*, **5**, Num 1, EUA.

Ishii H y R M Ellis (1970), "Multiple reflection of plane SH waves by a dipping layer", *Bull Seism Soc Am*, **60**, 15-28.

Jaime A (1988), "Geotecnia y sismicidad del valle de México", *Serie Café, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.*

Jaime A, M P Romo y E Ovando (1986), "Características del suelo en el sitio Eugenia y Calzada de la Viga", *Serie blanca, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.*

Kennett B L N (1983), "Seismic wave propagation in stratified media", *Cambridge University Press, Cambridge, London, New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney.*

Kolsky H (1963), "Strees waves in solids", *Dover Publications Inc, New York.*

Lándsberg G S (1976), "Óptica", 1, ed Mir, Moscú.

Lapwood E R (1961), "The transmission of a Rayleigh waves pulse round a corner", *Geophys J R Astr Soc, 4, 174-196.*

Lermo J, F J Chávez García y R Montecillo (1993), "Efectos de sitio en el D F. Evaluación de periodos dominantes y amplificación relativa con datos de movimientos fuertes y vibración ambiental", *Serie Azul, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.*

Main G I (1978), "Vibrations and waves in Physics", *Cambridge University Press, Cambridge, London, New York, Melbourne.*

Marsal R J y M Mazari (1959), "El subsuelo de la ciudad de México", 2 (Ilustraciones y Figuras), *Facultad de Ingeniería, UNAM, México.*

Mazari M, R Marsal y J Alberro (1985), "Los asentamientos del Templo Mayor analizados por la mecánica de suelos", *Instituto de Ingeniería, UNAM, Soc Mex de Mec de Suelos, Instituto de Investigaciones Históricas, UNAM, México.*

Meli R y J A Ávila (1989), "Analysis of building response", *Earthquake spectra, 5, Num 1, EUA.*

Montiel A, F Mooser, E Ovando, J L Rangel y A R Zúñiga (1990), "Evaluación geológica y geofísica del suroeste de la cuenca de México", *Informe final del Centro de Investigación sísmica para el DDF.*

Mooser M y A Montiel (1993), Comunicación personal.

Newland D E (1980), "An introduction to random vibrations and spectral analysis", *Longman, London.*

Paolucci R, M Suarez y F J Sánchez-Sesma (1992), "Fast computation of *SH* seismic response for a class of alluvial valleys", *Bull Seism Soc Am*, **82**, 2075-2086.

Pérez Cruz G A (1988), "Estudio sismológico de reflexión del subsuelo de la ciudad de México", *Tesis para obtener el grado de maestro en Ingeniería (exploración)*, División de estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Pérez Rocha E (1993), Comunicación personal

Pérez Rocha E, F J Sánchez-Sesma y E Reinoso (1993), "Efectos de sitio tridimensionales en la ciudad de México: Evidencias a partir de observaciones instrumentales y resultados teóricos", *Soc Mex de Ing Sísmica*, en prensa.

Popov E P (1983), "Introducción a la mecánica de sólidos", *Limusa*, México.

Ramos Martínez J , F J Sánchez-Sesma y L E Pérez-Rocha (1992), "Resonance characteristics in the seismic response of shallow alluvial valleys", *Proc Int Sym Earthquake Disaster Prevention*, Centro Nacional de Prevención de Desastres, México, **1**, 253-260.

Reinoso E, M Ordaz y F J Sánchez-Sesma (1990), "A note on the fast computation of response spectra estimates", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **19**, 971-976.

Reséndiz D, G Springall, J Rodríguez y R Esquivel (1970), "Información reciente sobre las características del subsuelo y la práctica de la Ingeniería de cimentaciones en la ciudad de México: Coatzacoalcos, Guadalajara, México D F, Monterrey", **1**, *SMMS*, México.

Rietman J (1991), Comunicación personal.

Romo M P (1990), "Comportamiento dinámico de la arcilla de la ciudad de México y su repercusión en la ingeniería de cimentaciones", *El subsuelo de la cuenca del valle de México y su relación con la ingeniería de cimentaciones a 5 años del sismo*, *Soc Mex de Mec de Suelos*, 83-94.

Sánchez-Sesma F J (1987), "Site effects on strong ground motion", *Soil Dyn Earthquake Eng*, **6**, 124-132.

Sánchez-Sesma F J y M Campillo (1991), "Diffraction of *P*, *SV* and Rayleigh waves by topographic features: a boundary integral formulation", *Bull Seism Soc Am*, **81**, 2234-2253.

Sánchez-Sesma F J, F J Chávez-García y M A Bravo (1988), "Seismic response of a class of alluvial valleys for incident *SH* waves", *Bull Seism Soc Am*, **78**, 83-95.

Sánchez-Sesma F J, J Ramos Martínez y M Campillo (1992a), "Seismic response of alluvial valleys for incident *P*, *S* and Raleigh waves: a boundary integral formulation", *Proc 10th World Conf Earthq Engrg*, **2**, Madrid, España.

Sánchez-Sesma F J, J Ramos Martínez y M Campillo (1993), "An indirect boundary element method applied to simulate the seismic response of alluvial valleys for incident *P*, *S* and Raleigh waves", *Earthq Engrg Structl Dyn*, **22**, 279-295.

Sánchez-Sesma F J y S Velázquez (1987), "On the seismic response of a dipping layer", *Wave Motion*, **9**, 387-391.

Singh S K, E Mena y R Castro (1988), "Some effects of source characteristics on the 19 September, 1985, Michoacan earthquake and ground motion amplification in and near Mexico City from strong motion data", *Bull Seis Soc Am*, **78**, 451-477.

Suarez M, F J Sánchez Sesma, M Bravo y J Lermo (1987), "Características de los depósitos superficiales del valle de México", *VII Congreso Nal de Ingeniería Sísmica*, A61-A74.