

23  
Reje.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

**ESTUDIO DE ESTABILIDAD DE LA  
CORTINA DE LA PRESA HUITES**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A :  
JOSE LUIS AGUILAR RODRIGUEZ

DIRECTOR DE TESIS: M.I. OSCAR VEGA ROLDAN



MEXICO, D. F.

1994

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-177/92

Señor:  
AGUILAR RODRIGUEZ JOSE LUIS.  
Presente.

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. Oscar Vega Roldán, y que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"ESTUDIOS DE ESTABILIDAD DE LA CORTINA DE LA PRESA HUITES"**

- I.- INTRODUCCION
- II.- GENERALIDADES DE LA PRESA HUITES, SINALOA.
- III.- FACTORES QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE LA CORTINA
- IV.- METODO CONVENCIONAL
- V.- METODO DEL ELEMENTO FINITO
- VI.- CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria, a 22 de septiembre de 1992.  
EL DIRECTOR.

ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

***A mi mamá y mis hermanos:  
Raquel, Paty, Daniel y Manolo***

Este trabajo representa la culminación de una etapa de mi vida. Una etapa en la que la Universidad Nacional Autónoma de México me ha proporcionado una formación que me acompañará en mi desempeño profesional.

Es motivo de orgullo haber podido estudiar en esta Casa de Estudios y formar parte de una generación más que egresa de la Facultad de Ingeniería, quedando el compromiso de poder aportar algo de lo recibido, para las generaciones futuras.

Gracias a cada uno de mis profesores por su desinteresada labor de enseñanza en las aulas y en especial a aquellos que, no limitándose a los alcances del curso, transmiten parte de su experiencia y motivan la inquietud de averiguar que hay más allá de lo que respecta a la Ingeniería, colocándonos frente al compromiso que se tiene con la sociedad.

Agradezco al Ing. Oscar Vega Roldán su apoyo al aceptar dirigir este trabajo y brindar su amistad además de sus enseñanzas para el desarrollo del mismo; así como a CIEPS Consultores el haberme permitido hacer uso de la información de uno de los anteproyectos realizados para la presa Huites.

Quiero agradecer también a algunas de las personas que me brindaron su apoyo, consejos y sugerencias para corregir algunas deficiencias en este estudio como lo fueron: el Ing. Javier Gutiérrez Reynoso que realizó revisiones de gran utilidad a los borradores, el Ing. J. Carlos Fernández Casillas que me auxilió en la preparación y elaboración del programa PEPG-94 y en sugerencias para la presentación del trabajo, y a la Ing. Laura Vélez que dió todas las facilidades de equipo, tiempo y asesoría para la aplicación del programa SAP-90.

**ESTUDIO DE ESTABILIDAD  
DE LA CORTINA DE LA  
PRESA HUITES, SINALOA.**

# ESTUDIO DE ESTABILIDAD DE LA CORTINA DE LA PRESA HUITES

## I N D I C E

<b>I.- INTRODUCCION</b>	<b>4</b>
<b>II.- GENERALIDADES DE LA PRESA HUITES, SINALOA</b>	<b>6</b>
Introducción	7
Presa	9
Obra de desvío	10
Obra de excedencias	10
Obras de toma	10
Planta hidroeléctrica	11
Concepción general del conjunto	11
<b>III.- FACTORES QUE INTERVIENEN EN LA ESTABILIDAD DE LA PRESA</b>	<b>13</b>
Análisis simplificado	14
Peso propio	18
Empuje hidrostático	18
Subpresión	18
Empuje de azolves	19
Efectos sísmicos	21
- Sismo en la masa de la cortina	21
- Sismo en la masa del agua	23

<b>IV.- METODO CONVENCIONAL</b>	<b>26</b>
Introducción	27
Factores de seguridad	28
Condiciones de seguridad	29
Análisis de la estabilidad de la cortina de concreto de sección gravedad del proyecto de la Presa "Huites" de acuerdo con el	
Método Convencional	32
Geometría de la sección máxima	34
Ejemplo	45
Diagramas de resultados	57
<b>V.- METODO DEL ELEMENTO FINITO</b>	<b>62</b>
Introducción	63
Fundamentos del Método del Elemento Finito	63
Aplicación del Método del Elemento Finito para el estudio de estabilidad de la presa "Huites", Sinaloa	72
Resultados	74
<b>VI.- COMENTARIOS Y CONCLUSIONES</b>	<b>82</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>85</b>

**CAPITULO I**

**INTRODUCCION**

## Introducción.

El estudio de la estabilidad de una presa de gravedad tuvo sus inicios en el siglo pasado cuando se planteó como un problema de equilibrio de fuerzas actuando en el plano de la sección transversal de la estructura, diseñándose las presas de manera que cumplieran dos condiciones básicas:

- a) que la presa no deslizará a lo largo de un plano horizontal ("no deslizamiento"), y
- b) que no tuviera rotación alrededor de un eje normal a la sección por el pie de la presa ("no volteo").

El avance en el conocimiento de los materiales y el constante desarrollo en otras áreas de la ingeniería como son la mecánica de suelos y la mecánica de rocas, la computación, los métodos numéricos de análisis estructural y de los fenómenos sísmicos, han permitido que en la actualidad sea posible realizar un diseño de las presas de manera más racional, logrando mejorar las formas estructurales, con el fin de obtener presas más funcionales, seguras y económicas.

El presente trabajo incluye el análisis realizado para estudiar la estabilidad de la presa **Huites** (a nivel de proyecto preliminar), sobre el río Fuerte, en el estado de Sinaloa, así como de los esfuerzos a que se someterá el material de que estará constituida y las deformaciones que sufrirá. Lo anterior se logrará aplicando dos herramientas modernas de diseño como lo son: el **Método Convencional** para la estabilidad de presas de sección gravedad y el **Método del Elemento Finito**, haciendo uso de las consideraciones más recientes que se tienen para estimar la magnitud de las fuerzas a las que se considera pueda estar sometida la estructura a lo largo de su vida de operación, lo que permitirá además comparar los resultados de ambos métodos.

Todo método de análisis o de diseño debe ser validado o calibrado mediante su confrontación con observaciones experimentales, preferentemente a escala natural, lo que solo puede hacerse a posteriori, dando información para ser utilizada en otros proyectos. Para dar validez, por ejemplo, a los métodos más elementales de análisis de presas, enfocados principalmente a la estabilidad global de la presa, basta con observar si el prototipo es estable o no. Pero para el caso de métodos más refinados, orientados a predecir esfuerzos, deformaciones y posible deterioro interno, como es el caso del **Método del Elemento Finito**, su calibración requiere instrumentar cuidadosamente los prototipos.

**CAPITULO II**

**GENERALIDADES DE LA**

**PRESA "HUITES", SINALOA.**

# Generalidades de la presa "Huites", Sinaloa.

## Introducción.

La presa Huites estará ubicada al norte del estado de Sinaloa, sobre el río Fuerte, a 18 km del poblado de Choix, Sinaloa. El proyecto esta destinado para fines de riego, de generación de energía eléctrica y para control de avenidas. Su operación formará parte de un sistema junto con las presas (actualmente en operación ) Miguel Hidalgo, sobre el propio río Fuerte, y Josefa Ortiz de Domínguez, sobre el río Alamos, afluente del río Fuerte, aguas abajo de la presa Miguel Hidalgo, para el mejor aprovechamiento del agua en el noroeste del país (figura 2.1 ).

La información presentada en este trabajo esta basada en uno de los anteproyectos realizados para el sitio de Huites, que ha sido estudiado durante mucho tiempo y durante el cual se han propuesto varias alternativas de presas de materiales graduados o de concreto de sección gravedad, entre otras.

Los principales datos del proyecto de la presa Huites son los siguientes:

Capacidad útil para riego y generación	2 408 mill. m <sup>3</sup>
Capacidad para control de avenidas	1 115 mill. m <sup>3</sup>
Capacidad para azolves	500 mill. m <sup>3</sup>
Capacidad total del vaso al N.A.M.E.	4 023 mill. m <sup>3</sup>
Elevación de la corona	290.20 m.s.n.m.
Elevación del N.A.M.E.	288.43 m.s.n.m.
Elevación del N.A.M.O.	270.00 m.s.n.m.
Elevación del N.A.Mín.O.	215.00 m.s.n.m.
Gasto máximo de la avenida de diseño	30 000 m <sup>3</sup> /s
Gasto máximo de la obra de excedencias	15 000 m <sup>3</sup> /s
Gasto de diseño de la obra de toma para riego	145 m <sup>3</sup> /s
Gasto máximo de la obra de desvío	15 000 m <sup>3</sup> /s

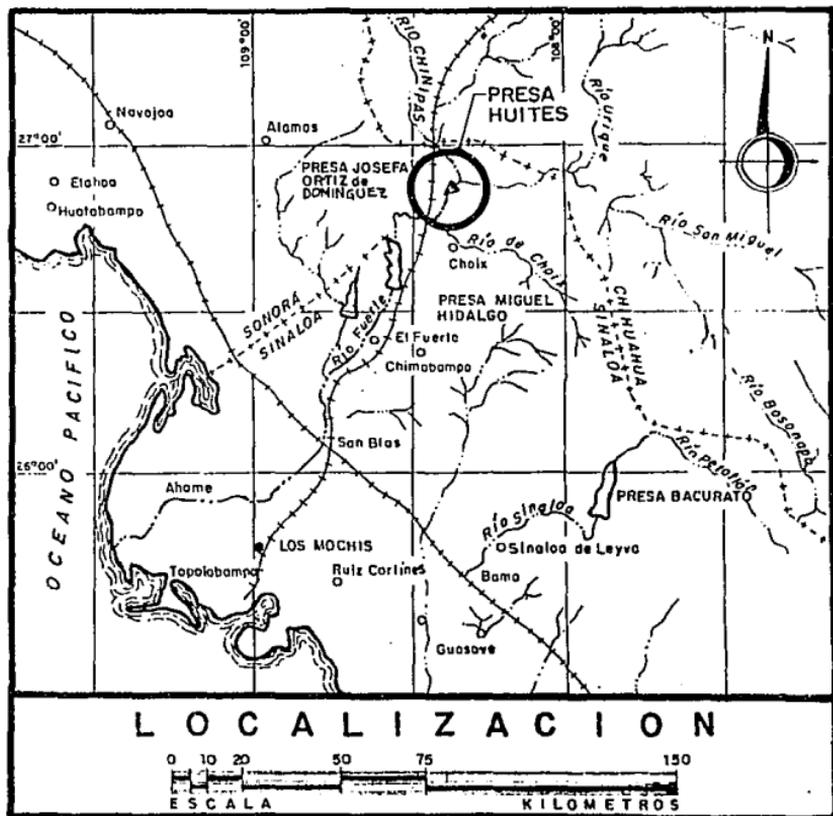


figura 2.1 Localización

## **Presa.**

La presa será de concreto convencional con sección de gravedad y con 160m de altura, por lo que será la mayor de este tipo en nuestro país. De acuerdo con el anteproyecto estudiado, contendrá dos obras de toma independientes, así como las tuberías para riego y para la planta hidroeléctrica. El tratamiento de inyectado comprenderá un tapete de consolidación y una pantalla o cortina de impermeabilización formada por inyecciones profundas que se harán desde la cimentación y desde galerías que se dejarán en el cuerpo de la presa y en las laderas; la pantalla se hará continua alrededor de los túneles de la obra de excedencias. Se tiene planeada la instalación de aparatos y sistemas para el registro de asentamientos, esfuerzos, deformaciones y variaciones de temperatura que ocurrirán en la masa de concreto.

Durante el diseño de la presa Huites se han analizado las condiciones físicas del lugar, tomando en cuenta la interdependencia con las estructuras geológicas contiguas, y se ha considerado como tema importante la disipación de calor de fraguado del concreto para la definición de las características constructivas de la mezcla, la secuencia de colado de los bloques (monolitos) y el diseño de las juntas de contracción. Las condiciones especiales para alojar las tuberías para la obra de toma para riego y para la planta hidroeléctrica serán también estudiadas cuidadosamente.

Los factores de seguridad para los distintos análisis de diseño serán propuestos de acuerdo con las normas actuales de las organizaciones de otros países que han construido presas de este tipo y que tienen experiencia reciente en el diseño de obras de la magnitud de Huites, así como con la experiencia mexicana en el diseño de presas y su comportamiento.

Según el anteproyecto, la cortina la formarán 30 monolitos, de 15m de ancho la mayoría, existiendo algunos mayores para alojar las obras de toma y de desvío del río, así como para el ajuste con la boquilla, acumulando una longitud total de 494m en la elevación de la corona. Se han dispuesto tres galerías principales, con una sección transversal de 2.5m de ancho por 3.0m de altura, ubicadas en las elevaciones 134.00, 180.00 y 250.00. El volumen de concreto para la cortina será de unos 2 300 000 m<sup>3</sup>, con una resistencia a la compresión de  $f_c=200 \text{ kg/cm}^2$  a los 90 días. Se perforarán 4370m lineales de barrenos de 3.25" de diámetro para las inyecciones de la pantalla impermeable y 5250m para las inyecciones del tapete de consolidación, además de 16000m de 6" de diámetro para drenes en el cuerpo de la cortina.

## **Obra de desvío.**

La obra de desvío del río prevista inicialmente para permitir la construcción de la presa comprenderá un tajo, con plantilla a la elevación 150, en la ladera derecha de la boquilla con las correspondientes ataguías de aguas abajo y aguas arriba, que serán de materiales graduados con núcleo de arcilla, lo que permitirá tener en seco la zona de construcción de la presa y de sus obras auxiliares. El lado izquierdo del tajo estará formado por un muro de concreto que se extenderá desde el pie de aguas arriba de la ataguía superior hasta la descarga del canal de desvío con una longitud aproximada de 250m y una altura de 35m, mientras que el lado derecho se conformará mediante excavación de la ladera con talud de 0.25:1. El tajo contendrá una estructura de concreto reforzado, para el manejo y cierre del río en la etapa final del desvío. Esta estructura estará integrada por muros, pilas y losas formando seis vanos rectangulares de 6m por 12m para el paso de los escurrimientos del río y que serán obturados para el cierre definitivo.

**Ataguías.**- la ataguía de aguas arriba requerirá para su construcción de una preataguía de 15m de altura, de enrocamiento a volteo, con un ancho de 6m en la corona. La ataguía tendrá una altura de 38m, un ancho de corona de 10m y estará ubicada 150m aguas arriba del eje de la cortina. Mientras, la ataguía de aguas abajo tendrá el corazón impermeable inclinado y respaldos de enrocamiento y de material del río. Será de 25.5m de altura y tendrá un ancho de corona de 14m, ubicándose a 260m del eje de la cortina.

## **Obra de excedencias.**

La obra de control y excedencias estará formada por tres túneles de 16m de diámetro y 900m de longitud aproximadamente, dotados cada uno de su estructura de control con compuertas radiales, lo que permitirá manejar un gasto máximo de 15000 m<sup>3</sup>/s. La plantilla del canal de llamada estará en la elevación 255 y comunicará a los vertedores que descargarán hacia los túneles. La estructura final de la obra de excedencias será una cuneta deflectora que descargará hacia el cauce natural del río en la elevación 152.00 .

## **Obra de toma.**

La obra de toma para riego de la presa Huites consistirá básicamente en:

- a) una estructura de entrada que alojará las rejillas y estará formada por traveses de 1.5m por 0.75m con las esquinas redondeadas, formando una planta poligonal, empotrada en el cuerpo de la presa y con las columnas, de 2.40m por 1.0m con sección hidrodinámica, necesarias para dar

rigidez a la estructura, a continuación de la cuál se diseñará un abocinamiento tal, que permita la transición a tubería metálica de 4.5m de diámetro, con un funcionamiento hidráulico adecuado;

- b) una tubería de acero que será anclada en el cuerpo de la presa y que se equipará con las válvulas de control de gastos y de emergencia o mantenimiento que requiera; y
- c) una estructura de salida y su caseta de operación para permitir que las descargas se realicen en forma controlada al cauce del río, a través de dos válvulas de chorro divergente de 2.35m de diámetro, a la elevación 167.00 .

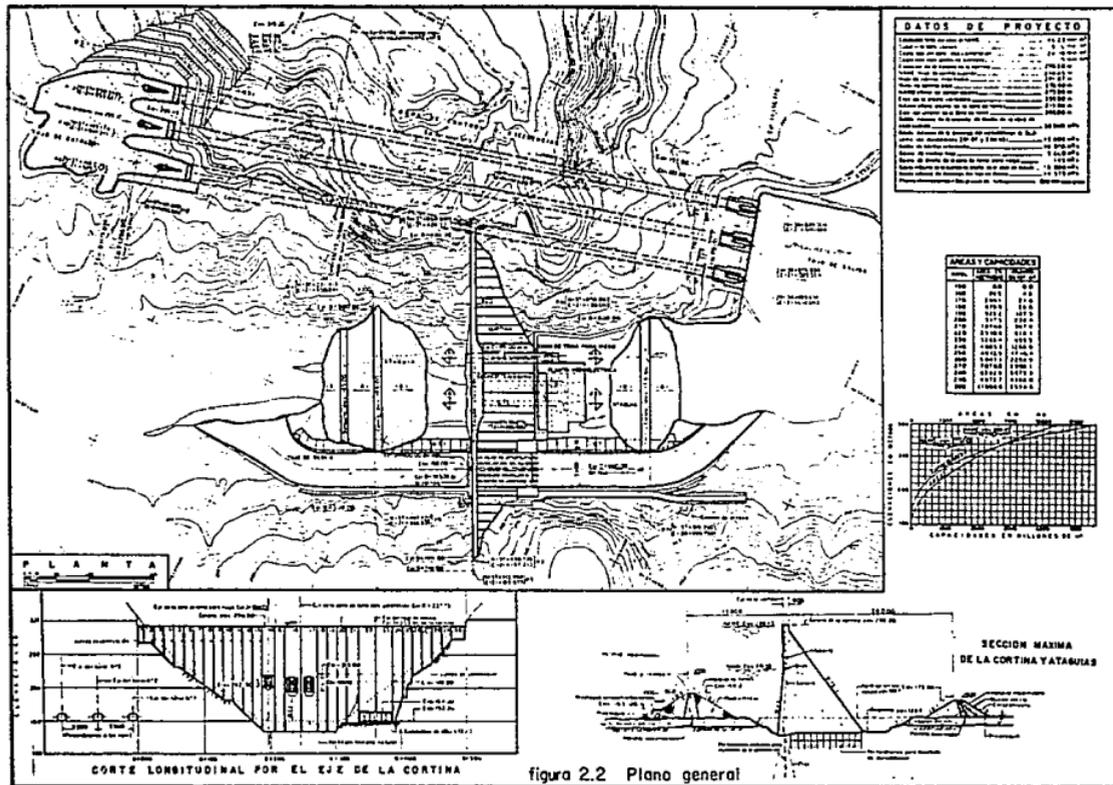
### **Planta hidroeléctrica.**

La planta hidroeléctrica estará construida al pie de la cortina y tendrá una potencia instalada de 400 MW, siendo producida la energía por dos grupos turbina-generador. Se planea que la planta entre en operación en 1995 y que con ella se llegue a cubrir la demanda de energía eléctrica en horas pico para esa región.

La operación y manejo de la planta estará en manos de la C.F.E. (Comisión Federal de Electricidad). Las turbinas a utilizar serán de tipo Francis, y su fabricación será realizada en San Petersburgo. En la parte superior de la planta hidroeléctrica se ubicará el patio de transformadores, en la elevación 172.00 .

### **Concepción general del conjunto.**

En el dibujo que se presenta a continuación, se muestra la concepción general de las obras de la presa Huites, según anteproyecto preparado por la Oficina de Proyectos de la empresa CIEPS CONSULTORES en 1992 (figura 2.2).



DATOS DE PROYECTO	
Superficie total del terreno	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la cortina)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de las vataguas)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la estrada)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación y la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación y la zona de explotación y la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación y la zona de explotación y la zona de explotación y la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación y la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación y la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación y la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación y la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>
Superficie total del terreno a utilizar (sin el área de la zona de explotación y la zona de explotación)	12 500 000 m <sup>2</sup>

ÁREAS Y CAPACIDADES		
ÁREA	FORMA	CAPACIDAD
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0
1000	400	0.0

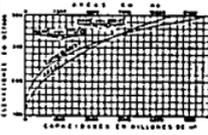


figura 2.2 Plano general

**CAPITULO III**

**FACTORES QUE**

**INTERVIENEN EN LA**

**ESTABILIDAD DE LA PRESA**

## Factores que intervienen en la estabilidad de la presa.

En su concepción original, una presa de gravedad depende principalmente de su propio peso para la estabilidad, diseñándose para que trabaje como un cuerpo rígido formado por materiales cementados. Las presas elaboradas de concreto requieren un terreno de cimentación resistente e incompresible, es decir, requieren que la calidad de la roca de la boquilla sea buena y que la estructura geológica de las formaciones rocosas del lugar (sistema de juntas y fracturas, plegamientos, rumbos y echados), no influya de manera negativa en la estabilidad del conjunto presa-roca.

### Análisis simplificado.

El objetivo principal de la presa es el de retener agua detrás de ella, resistiendo el empuje hidrostático que ésta le produce, con una magnitud:

$$E_H = \frac{\gamma_a \cdot h^2 \cdot b}{2} ;$$

donde:

$E_H$  es el empuje hidrostático producido por el agua del embalse,

$\gamma_a$  es el peso volumétrico del agua,

$h$  es la altura del agua en el vaso, y

$b$  es la medida perpendicular al plano de la sección analizada. ( Ver fig. 3.1 )

Si  $b$ , que es la dimensión perpendicular a la figura, es igual a la unidad, el análisis se puede considerar en un sistema bidimensional. En la misma figura 3.1 se puede observar que la presión hidrostática aumenta en función de la profundidad, mientras que el empuje hidrostático aumenta con el cuadrado de la profundidad. Dado que la razón principal de la estabilidad, como ya se mencionó anteriormente, es el peso, la forma posible de la sección de la presa que aumenta su peso en función del cuadrado de su altura es un triángulo (fig. 3.2). Si consideramos que la base guarda una relación con la altura, podemos definir una constante de proporcionalidad  $k$  que se

calculará como  $B/h$ , lo que indicará que el lado aguas abajo del triángulo tendrá una inclinación  $k:1$ .

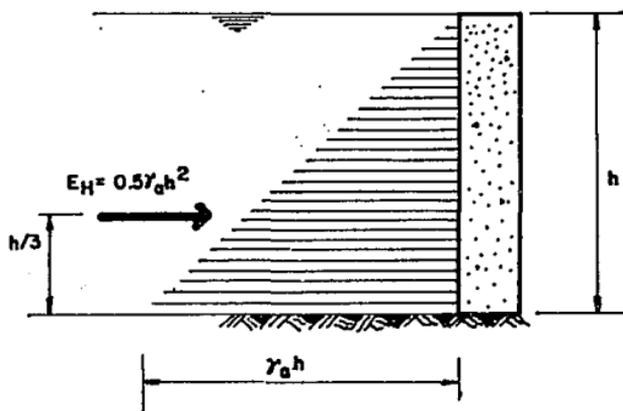


figura 3.1 Empuje hidrostático

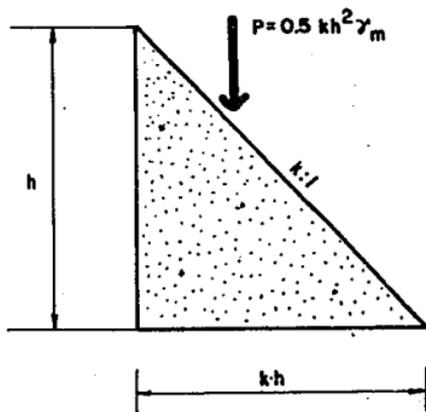


figura 3.2 Posible sección de lo presa

La acción del empuje hidrostático trata de deslizar la presa dando origen a una fuerza de fricción que se presenta entre las superficies de la presa y el terreno en el plano de la cimentación, que se opondrá al deslizamiento con una magnitud:  $\mu \cdot P$ , donde  $\mu$  es el factor de fricción estática entre los materiales de la presa y el terreno, y  $P$  es el peso de la sección. Por otro lado, en la dirección vertical, el peso de la presa origina una reacción del terreno que deberá ser igual, colineal y de sentido contrario al peso. Debido a lo anterior se puede lograr que:  $\Sigma F_x = \Sigma F_y = 0$  (fig. 3.3).

Para asegurar que la presa no gira sobre el punto B debido al empuje del agua que produce un momento actuante:

$$M_{act} = \frac{E_H \cdot h}{3} = \frac{\gamma_w \cdot h^3}{6},$$

se revisa el siguiente mecanismo:

- \* el punto B se trata de enterrar en el terreno al tratar la presa de voltearse; e
- \* instantáneamente se incrementan los esfuerzos de compresión en B y disminuyen en A, desplazándose la reacción del terreno (R) hacia aguas abajo una distancia:

$$d' = \frac{\gamma_w \cdot h}{3 \cdot \gamma_n \cdot k}$$

Por lo anterior se produce un momento resistente entre el peso y la reacción del suelo que iguala al  $M_{act}$  obteniéndose el sistema de fuerzas que se observa en la fig. 3.4.

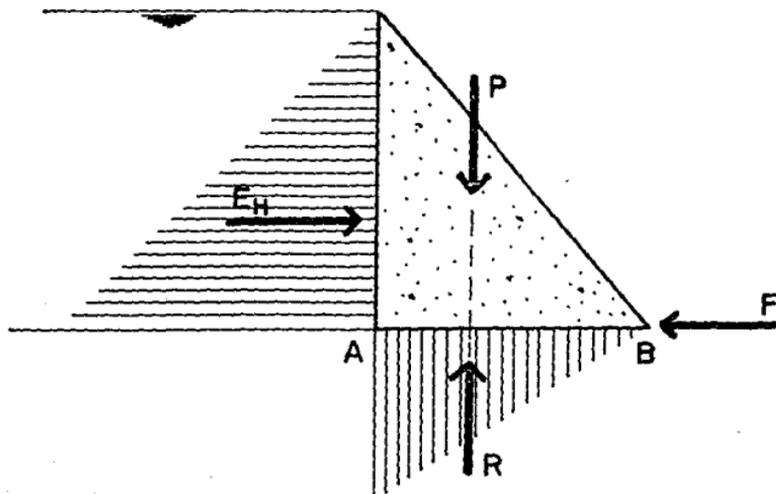


figura 3.3 Análisis Simple

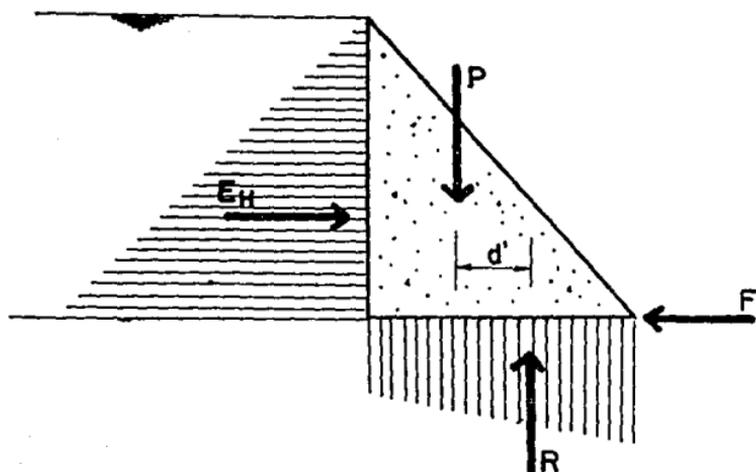


figura 3.4 Desplazamiento de la reacción del terreno

En un análisis más general, las fuerzas que se consideran en el análisis son:

- \* Peso propio
- \* Empuje hidrostático
  - aguas arriba - horizontal
  - peso del agua
  - aguas abajo - horizontal
  - peso del agua
- \* Subpresión
- \* Empuje de azolves
  - horizontal
  - peso de azolves
- \* Efectos sísmicos
  - en la masa del agua actuando contra la presa
  - en la masa de la presa

Algunas consideraciones sobre las fuerzas anteriores, su forma de estimarlas y su aplicación están dadas a continuación:

### **Peso propio.**

Normalmente se desprecian en el análisis los pesos relacionados con volados, banquetas, parapetos y alumbrados de la corona, los huecos de las galerías, los pesos de las compuertas y mecanismos que puedan existir, así como los pesos de las pilas. Pero cuando estos son de cierta importancia es conveniente considerarlos.

### **Empuje hidrostático.**

Se considera el empuje horizontal así como el peso del agua, tanto en el paramento de aguas arriba como en el de aguas abajo, aplicando cada una de las fuerzas en el centroide del volumen de presiones que producen.

### **Subpresión.**

Debido a que el concreto no es 100% impermeable y no se descarta la presencia de microfisuras, se presentan filtraciones a través del cuerpo de la cortina, de las juntas entre colados y en el plano de la cimentación. Considerando la filtración a través de conductos con sección transversal muy pequeña en el plano de la sección transversal, el flujo se considera a presión con una variación lineal de la presión desde la entrada hasta la salida (desde  $\gamma_m \cdot h$  hasta 0, generalmente).

Lo anterior produce la formación de un volumen de presiones verticales hacia arriba con una resultante U de magnitud:

$$U = \frac{\gamma_m \cdot k \cdot h^2}{2}$$

localizada a  $\frac{k \cdot h}{3}$  del paramento de aguas arriba.

Dado que la posición de la resultante de la subpresión coincide en este caso con la fuerza producida por el peso propio de la presa, la fuerza estabilizante se ve reducida a:

$$P - U = \frac{k \cdot h^2}{2} (\gamma_m - \gamma_m)$$

lo que provoca que la presa necesite una sección más amplia para soportar el empuje del agua, quizás produciendo además, que el coeficiente de fricción en el plano en que se presentan las filtraciones ya sea el plano de la cimentación u otro en el cuerpo de la presa, se vea disminuido, por lo que se requiere revisar que no exista deslizamiento en ningún plano.

Para disminuir los efectos de la subpresión se hace uso de dispositivos de alivio como son:

- pantalla de impermeabilización profunda,
- perforaciones para drenaje (drenes),
- galerías de inspección y de drenaje con canaleta colectora de filtraciones, y
- colector-emisor de filtraciones.

La forma usual de considerar la subpresión recomendada por el USBR y el USAE, basándose en mediciones realizadas en diversas presas de gravedad de los Estados Unidos, es la mostrada en los esquemas de la figura 3.5, donde se tienen los siguientes casos:

- a) si hay drenes y funcionan;
- b) no hay drenes o si los hay no funcionan; y
- c) caso extremo.- los drenes no funcionan y la presa se fractura en el talón, por lo que la presa sólo queda apoyada sobre el terreno en la parte de la base que va de A' a B.

*Nota.- Este último caso se puede aplicar para la revisión de una presa en proyecto que no haya pasado la condición de análisis donde se considera el nivel del agua en el vaso al NAMO más la presencia del sismo de diseño o para la revisión de una presa construida que no pase la condición del nivel del agua al NAME, y se tenga que calcular la longitud hipotética de la fractura y verificar que las otras dos condiciones (agua al NAMO y agua al NAMO más sismo, para el caso de la presa construida), se cumplan.*

## **Empuje de azolves.**

El volumen total de azolves se puede calcular como el de sólidos en suspensión que se acumulará durante la vida útil de la presa, más un porcentaje de este volumen para considerar el acarreo de fondo, despreciando la fracción que es arrastrada por las descargas de agua por la obra de toma y por el vertedor. Como los azolves no se depositan horizontalmente, la elevación de los azolves junto a la cara de aguas arriba de la presa se fijará considerando un porcentaje del volumen total de azolves, pudiendo ir del 50 al 100% de acuerdo al criterio del diseñador. Un criterio se puede basar en la extensión del vaso, siendo el 100% para vasos pequeños y hasta del 50% para vasos muy extensos en superficie. Para el cálculo de las fuerzas se utilizará la siguiente expresión:

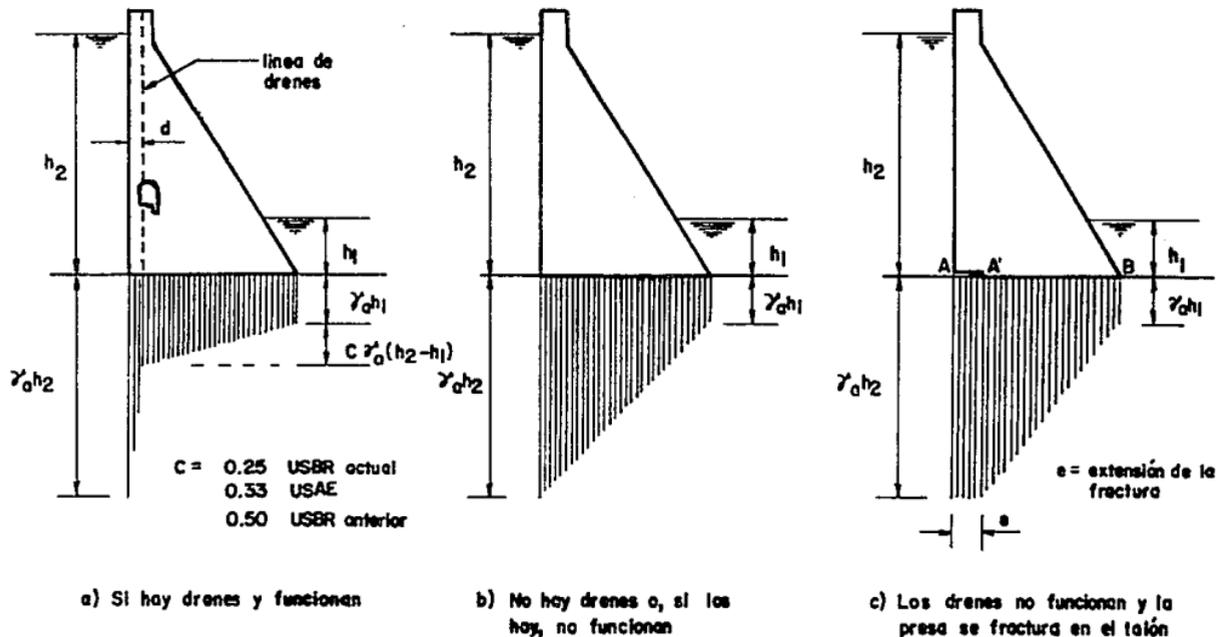


figura 3.5 Diagramas de sobrepresión

$$E_{S,H} = \frac{k_s \cdot \gamma'_s \cdot h_s^2}{2}$$

donde:

- $E_{S,H}$  es el empuje horizontal producido por los azolves;
- $k_s$  es una constante que depende de las propiedades del material de los azolves (semejante al coeficiente de Rankine);
- $\gamma'_s$  es el peso volumétrico sumergido del material de los azolves; y
- $h_s$  es la altura de los azolves acumulados en la base de la presa (fig. 3.6).

Puede ser, por ejemplo,  $k_s \cdot \gamma'_s = 0.4 \text{ ton/m}^3$ , aplicando el total del empuje a  $h_s/3$  sobre el plano de análisis y, el peso de azolves  $P_s$  se puede calcular considerando  $P_s = 0.92 \text{ ton/m}^3$ , siendo aplicado en el centroide del volumen de los azolves que este sobre el cuerpo de la presa (estos valores son aceptados generalmente como representativos de los que pueda adoptar el material).

## Efectos sísmicos.

Se estiman considerando un sismo pseudo-estático. Para los efectos en las masas del agua y de la presa se tienen las siguientes consideraciones:

- *Sismo en la masa de la cortina.*- se suponen fuerzas estáticas proporcionales a los pesos de las diferentes partes de la sección de la cortina, actuando en sus respectivos centros de gravedad. El factor de proporcionalidad se conoce como coeficiente sísmico  $c_s$ , el cual depende de:
  - la sismicidad de la región, frecuencia, intensidad en el foco, distancia y geología del subsuelo entre el foco y el sitio de la obra;
  - la geología de la cimentación y respuesta del subsuelo;
  - el comportamiento de la estructura ante la presencia de un sismo;
  - relación de la magnitud de los daños en caso de falla en comparación con el costo de hacer una obra más segura.

Ante la gran incertidumbre en la estimación de los aspectos anteriores, no es posible establecer con precisión criterios de diseño que garanticen la ausencia de daños en la estructura ante la acción de cualquier sismo.

De acuerdo con la zonificación sísmica que presenta el Manual de diseño de Obras Civiles de la CFE (Sección C Estructuras, tema 1 capítulo 3 "Diseño por sismo"), para la región donde se

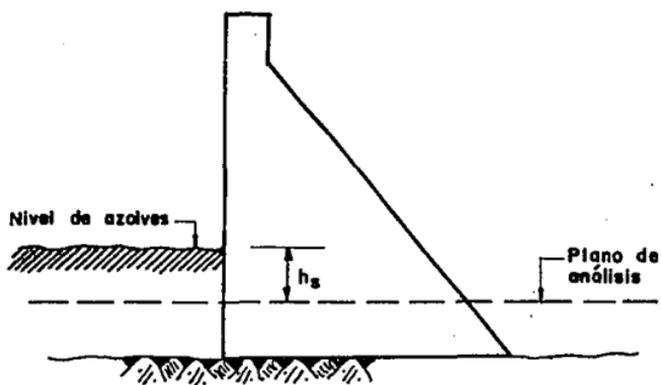
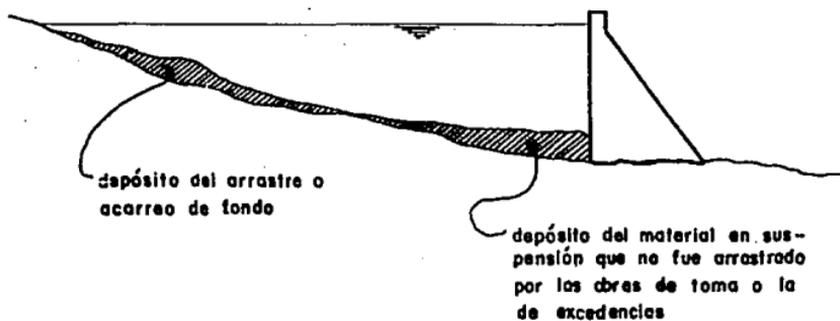


figura 3.6 Azolves

ubicará la presa Huites, se tiene:  $c_s=0.16$  para estructuras que se encuentren cimentadas en roca, que se considera como suelo tipo I. Dado que la estructura puede provocar daños de gran importancia en caso de que llegara a fallar, se considera del grupo "A", el mismo Manual recomienda aumentarlo en un 30%, pasando a ser  $c_s=0.208$ .

Por el material de que se construirá la presa, así como por la forma y geometría de la sección, se consideró adecuado emplear un factor de comportamiento sísmico  $Q=1.4$ , por lo que finalmente se utilizará un coeficiente sísmico de  $c_s = 0.15$ .

- *Sismo en la masa del agua.*- debido a la presencia del sismo se presentan oscilaciones en la masa del agua del embalse, lo que produce una sobrepresión sobre el cuerpo de la presa. La resultante es un empuje  $T_A$  que se puede obtener por diversos métodos como son:

- **Parábola de Westergaard.**- empleada para paramentos verticales, donde la sobrepresión se evalúa con la siguiente expresión:

$$T_A = \int_0^H p \cdot dh$$

donde:

$$p = \frac{7}{8} \cdot \gamma_w \cdot c_s \cdot \sqrt{H \cdot h}$$

es la sobrepresión a la profundidad  $h$ , y  $T_A$  se aplica a una altura  $z_A$  (fig. 3.7), siendo:

$$z_A = \int_0^H (H-h) \cdot p \cdot dh \div \int_0^H p \cdot dh$$

- **Fórmulas de Zangar.**- válidas para paramentos inclinados, verticales o una combinación de ambos, donde la sobrepresión se calcula como:

$$T_A = \alpha \cdot \frac{c_m}{2} \cdot \gamma_w \cdot c_s \cdot h^2 \cdot \sec \theta$$

aplicado en:

$$z_A = \beta \cdot h$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son valores que dependen de la relación entre la altura total de la presa y la profundidad en la que se calcula la sobrepresión ( $h/H$ ); y  $c_m$  depende del ángulo  $\theta$  que forma el paramento con la vertical, tomando estas constantes los valores de la tabla 3.1.

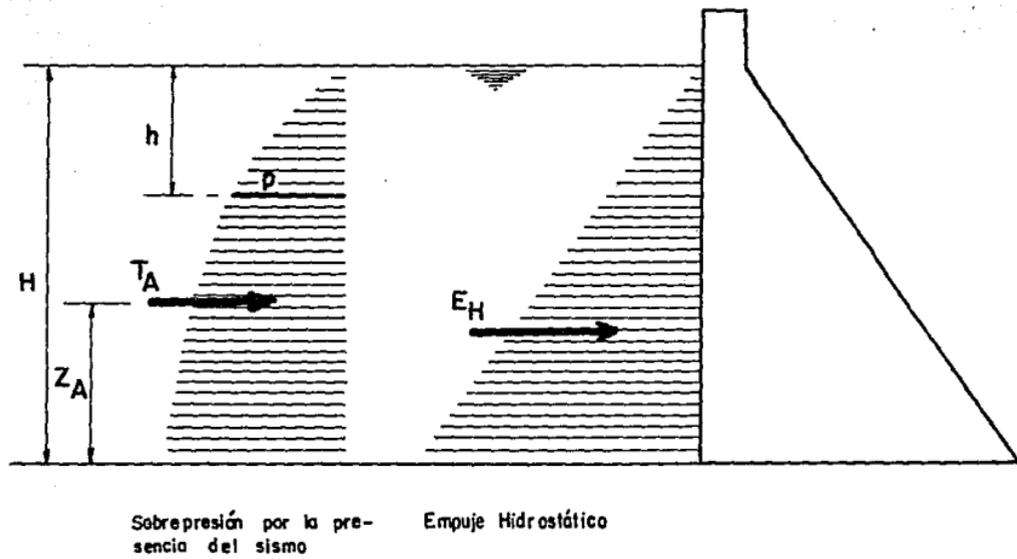


figura 3.7 Sismo en la masa del agua

$h/H$	$\alpha$	$\beta$	$\theta$	$c_m$
0.0	0.00	0.389	0	0.73
0.1	0.04	0.385	10	0.67
0.2	0.11	0.384	20	0.61
0.3	0.22	0.384	30	0.54
0.4	0.35	0.384	40	0.46
0.5	0.51	0.385	50	0.38
0.6	0.68	0.387	60	0.29
0.7	0.87	0.390	70	0.21
0.8	1.06	0.394	80	0.11
0.9	1.24	0.397	90	0.00
1.0	1.44	0.402		

tabla 3.1 Valores de  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $c_m$

$\theta$  se puede tomar como cero cuando más de la mitad del paramento es vertical, si no,  $\theta$  es el ángulo que forma con la vertical una línea que une el talón de la presa con la intersección del nivel del agua con el paramento de aguas arriba, según lo muestra la figura 3.8.

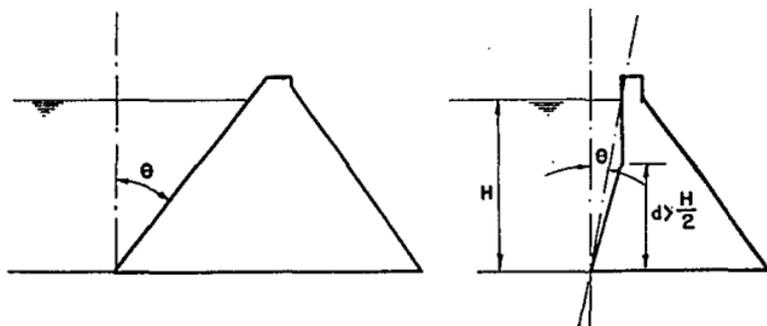


figura 3.8 - Determinación del ángulo  $\theta$

## **CAPITULO IV**

### **METODO CONVENCIONAL**

# Método Convencional para el análisis de estabilidad de presas de gravedad.

## Introducción.

Anteriormente a la mitad del siglo XIX, el diseño de las presas se realizaba por métodos empíricos, con poco conocimiento de los principios de la Mecánica de Materiales, fabricándose estructuras mucho más masivas de lo necesario. Entre los pioneros del diseño práctico mejorado se encuentran los franceses DeSazilly y Lévy y el inglés Rankine.

El **Método Convencional** considera el comportamiento bidimensional de la estructura, suponiendo que no existe transmisión alguna de esfuerzos en el sentido longitudinal de la presa, pudiéndose analizar entonces la estabilidad de cada monolito de manera independiente, desligándolo totalmente de los monolitos vecinos. Al utilizar, tradicionalmente, el espesor unitario del bloque, el análisis se puede considerar como de un fenómeno tridimensional.

Para iniciar, se propone una sección lo más simple y económica posible, con un talud entre **0.70 y 0.75:1**, el cual se podrá modificar en función de los resultados que se obtengan del análisis con cada una de las condiciones de seguridad exigidas.

Las fuerzas que se consideran en este método son:

- \* Peso propio
- \* Empuje del agua
  - aguas arriba
    - empuje horizontal
    - peso del agua
  - aguas abajo
    - empuje horizontal
    - peso del agua
- \* Subpresión
- \* Empuje de azolves
  - empuje horizontal
  - peso de azolves
- \* Efectos sísmicos
  - en la masa del agua actuando contra la masa de la presa
  - en la masa de la presa

Se analizan cuatro condiciones de fuerzas:

**A Cargas usuales ordinarias**

(peso propio, empuje hidrostático con el agua en el vaso al nivel de control u ordinario, subpresión y empuje de azolves )

**B Cargas extraordinarias**

- \* B1 (peso propio, empuje hidrostático con el nivel de aguas extraordinarias, subpresión y empuje de azolves)
- \* B2 (peso propio, empuje hidrostático con el nivel de aguas ordinarias o de control, subpresión, empuje de azolves y efectos sísmicos)
- \* B3 (peso propio, presa vacía y efectos sísmicos )

**Factores de seguridad.**

En el cálculo se hace uso de unos números llamados **factores de seguridad**, que se utilizan para reducir la resistencia considerada de los materiales en el diseño. Como por ejemplo, se busca:

- \* que los esfuerzos normales máximos que se produzcan en el material sean menores que la resistencia última del material dividida entre el factor de seguridad; y
- \* que los esfuerzos cortantes medios no rebasen la resistencia última de los materiales o de los contactos entre ellos, dividida entre el factor de seguridad.

Los factores de seguridad sugeridos para el análisis están basados en la experiencia en el diseño de presas similares, revisión y observación de su comportamiento, por organismos como el *USBR (U.S. Bureau of Reclamation)* y la *SARH (Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos de México)*, así como en la experiencia de los ingenieros mexicanos, especialistas en el diseño de presas. Los factores de seguridad utilizados en este trabajo son los siguientes:

Condición	Factor de seguridad para el plano de análisis en:	
	el cuerpo de la presa	en la cimentación
A	3.0	4.0
B1	2.5	3.3
B2	2.0	2.7
B3	2.0	2.7

## Condiciones de seguridad.

El Método Convencional considera tres condiciones de seguridad que, de cumplirse satisfactoriamente, permiten asegurar la estabilidad de la presa. Estas condiciones de seguridad, que deberán cumplirse en cada plano que sea analizado para cada una de las combinaciones de carga, son:

### I Los esfuerzos principales de compresión deben ser menores que los permisibles.

Calculando los esfuerzos máximos de compresión, se considera que se presentarán al pie de la presa. Debido a esto y aplicando la fórmula de la escuadría a flexocompresión se tiene que:

$$\sigma_{z,B} = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot y_B$$

donde:

**N** es la suma de todas las fuerzas verticales, incluida la subpresión;

**A** es el área de la base de la presa en el plano de análisis;

**M** es la suma de momentos de todas las fuerzas que se involucran, con respecto al centroide de la base;

**I** es el momento de inercia centroidal de la base con respecto a un eje X, paralelo al de la cortina; y

**y<sub>B</sub>** es la distancia que hay del centroide de la base al punto B para ese plano.

El esfuerzo obtenido con la expresión anterior no es el máximo, sino el asociado a un determinado plano, en este caso, horizontal. Para los fines del análisis de estabilidad se deben determinar los esfuerzos máximos que puedan presentarse en el cuerpo en estudio. Los esfuerzos máximos se calcularán como:

$$\sigma_{n,n} = \sigma_{z,n} \cdot (1 + k^2)$$

lo que se puede demostrar de la siguiente manera:

\* el esfuerzo normal proyectado sobre el paramento nos resultaría:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_{z,B}}{\cos(\alpha)} = \sigma_{z,B} \cdot \sec(\alpha)$$

donde:

$$\sec(\alpha) = \sqrt{1 + k^2}$$

presentándose un esfuerzo cortante perpendicular al paramento con magnitud:

$$\tau_n = \frac{\sigma_{z,B}}{\cos(\alpha)} \cdot \tan(\alpha) = \sigma_{z,B} \cdot \sec(\alpha) \cdot \tan(\alpha)$$

siendo:

$$\tan(\alpha) = k$$

\* por lo que el esfuerzo principal será (figura 4.1) :

$$\sigma_{n,B} = \sqrt{\sigma_{z,B}^2 + \tau_B^2} = \sigma_{z,B} \sqrt{\sec^2(\alpha) + \sec^2(\alpha) \cdot \tan^2(\alpha)}$$

$$\sigma_{n,B} = \sigma_{z,B} \cdot \sec(\alpha) \cdot \sqrt{1 + \tan^2(\alpha)} = \sigma_{z,B} \cdot \sqrt{1 + k^2} \cdot \sqrt{1 + k^2}$$

$$\sigma_{n,B} = \sigma_{z,B} \cdot (1 + k^2)$$

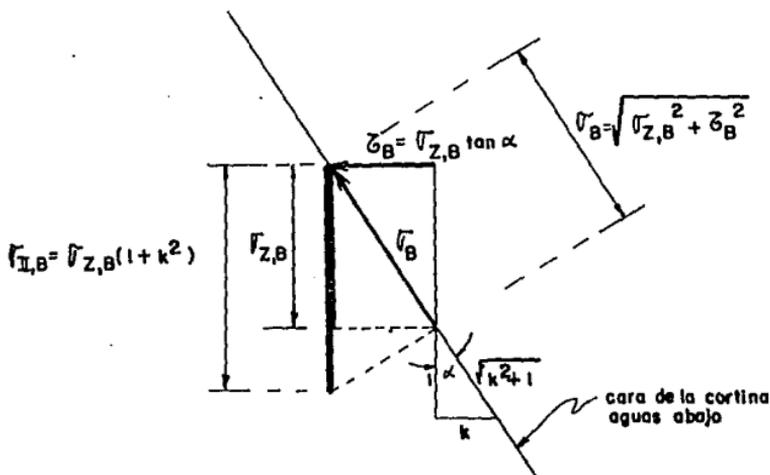


figura 4.1 . Esfuerzo máximo del material

Finalmente, la condición se puede resumir de la siguiente manera:

$$\sigma_{n,B} \leq \frac{f'_c}{F.S.}$$

donde  $f'_c$  es la resistencia del concreto, obtenida del laboratorio a los  $n$  días (por ejemplo,  $n=28$  días ó 90 días), con cilindros de prueba (como por ejemplo, los cilindros estándar según el *ACI American Concrete Institute* u otras más adecuadas al concreto en masa), según las especificaciones del proyecto.

**II El esfuerzo cortante medio en cualquier plano horizontal debe ser menor que el esfuerzo permisible.**

Esta condición se puede traducir en que el factor de fricción-cortante (FFC), donde  $FFC = \frac{\Sigma F_{Ht}}{\Sigma F_v}$  debe ser mayor que el factor de seguridad F.S. Esto es, que:

$$FFC = \frac{N \cdot \tan \phi + c \cdot A}{T} \geq F.S.$$

donde:

**N** es la suma de fuerzas verticales, incluyendo la subpresión,

**$\phi$**  es el ángulo de fricción interna del material de la presa (se puede suponer, a falta de datos de laboratorio,  $\phi = 45^\circ$  para el concreto),

**c** es el valor de la resistencia al cortante del material en el plano de análisis ( $c=0.08 \cdot f'_c$  para el concreto, a menos que se experimente en laboratorio para obtener su valor),

**A** es el área de la base de la presa en el plano de análisis, y

**T** es la suma de las fuerzas horizontales

**III Los esfuerzos que se presentan en el talón de la presa, sin considerar los efectos de la subpresión, deben ser de compresión y mayores que la subpresión, en la zona en que se ubica el talón, reducida por un factor en caso de que existan drenes y estos funcionen adecuadamente.**

La subpresión se considera como  $p \cdot \gamma_a \cdot h$  en vez de  $\gamma_a \cdot h$ , siendo:

**p** un factor que reduce la subpresión por funcionamiento de los drenes y se tiene  $p=0.4$  si los drenes operan perfectamente (valor mínimo usual) y  $p=1.0$  si los drenes no funcionan; y

**$\gamma_a \cdot h$**  es el valor de la subpresión en el plano localizado a una profundidad **h** a partir de la superficie libre del agua, y disminuida por la resistencia a la tensión que ofrece el material entre el F.S., si fuera necesario, pero cuidando de que no se fracture el material  $\left( \frac{f'_t}{F.S.} \right)$ .

Para el concreto puede suponerse  $f'_t$  de 0.03 a 0.06 de  $f'_c$ .

El esfuerzo en el talón de la presa sin considerar la subpresión está dado por:

$$\sigma_{Z_{A_{su}}} = \frac{N_{su}}{A} + \frac{M_{su}}{I} \cdot y_A$$

donde:

**$M_{su}$**  es la suma de momentos de las fuerzas con respecto al centroide de la base, a excepción de la fuerza de subpresión;

**$y_A$**  es la distancia del centroide de la base al punto **A**;

$N_{su}$  es la suma de fuerzas verticales excepto la subpresión.

siendo la parte de la subpresión a resistir igual a  $\sigma_{zu}$ :

$$\sigma_{zu} = p \cdot \gamma_s \cdot h \frac{f'_c}{F.S.}$$

debiéndose cumplir la condición:

$$\sigma_{zA_{su}} \geq \sigma_{zu}$$

Las condiciones de seguridad para la estabilidad de la presa se traducen en:

- No volteo:

\* Esfuerzos de compresión  $\leq \frac{f'_c}{F.S.}$

\* Esfuerzos de tensión menores que los permisibles

- No deslizamiento:

\* Esfuerzo cortante medio menor que el esfuerzo cortante permisible

### **Análisis de la estabilidad de la cortina de concreto de sección gravedad del proyecto de la Presa "Huites" de acuerdo con el Método Convencional.**

Para desarrollar el análisis de estabilidad de acuerdo al Método Convencional, se elaboró el programa **PEFG-94** ( Programa para la Estabilidad de Presas sección Gravedad ). Programa para computadora escrito en lenguaje QuickBasic y estructurado como se muestra en el diagrama de flujo de la página siguiente.

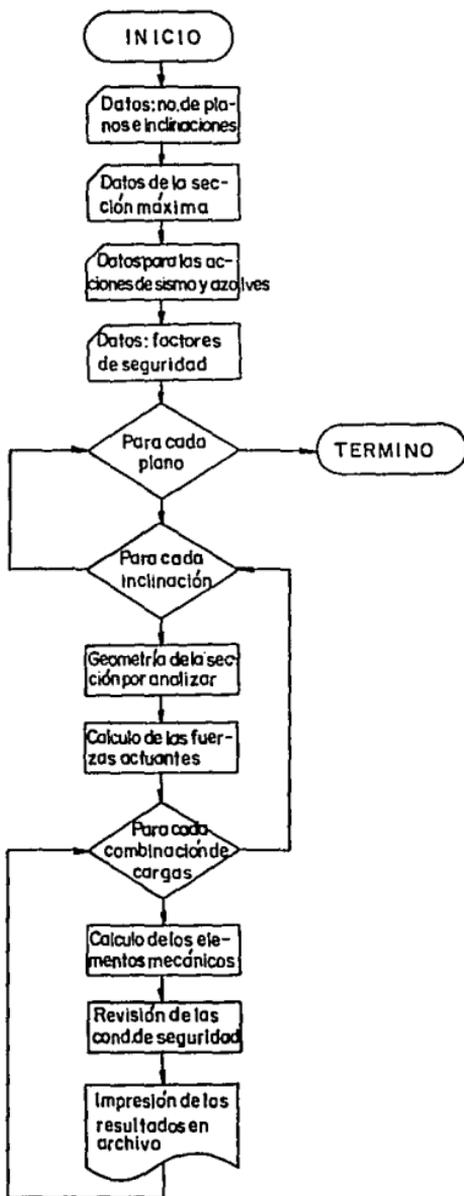


DIAGRAMA DE FLUJO DEL PEPG-94

### Geometría de la sección máxima de la cortina con datos del proyecto.

La geometría de la sección máxima está dada por los siguientes seis puntos:

Coordenadas (m)
P <sub>1</sub> ( 0.000, 124.50 )
P <sub>2</sub> ( 9.050, 215.00 )
P <sub>3</sub> ( 9.050, 290.20 )
P <sub>4</sub> ( 17.050, 290.20 )
P <sub>5</sub> ( 17.050, 278.70 )
P <sub>6</sub> ( 132.700, 124.50 )

como se muestra en la figura 4.2 .

Con el fin de disminuir los volúmenes de excavación en roca, para el desplante de la cortina y los correspondientes volúmenes de colado de concreto para los monolitos de la sección, se estudia la alternativa de utilizar planos inclinados de desplante con diferentes pendientes, por lo que se plantea analizar las siguientes posibilidades:

- \* planos de desplante horizontal a distintas elevaciones; y
- \* planos de desplante con distintas inclinaciones y a diferentes elevaciones.

Se analizaron planos horizontales e inclinados que tienen como origen la cara aguas arriba de la sección a las siguientes elevaciones: 124.50, 141.07, 157.64, 174.21, 190.78, 207.35, 223.92, 240.49, 257.06 y 273.63 m.s.n.m., que son las elevaciones en las que se encuentran los planos horizontales que dividen a la presa en 10 rebanadas de igual espesor.

El cálculo de las fuerzas que intervienen en la estabilidad, se realizará para cada plano de acuerdo con la siguiente metodología:

- \* en primer lugar, se determinará la geometría y dimensiones que adopta la sección a analizar en cada plano y con cada inclinación, de donde se tiene, con origen en la elevación  $epa(i)$ , la geometría mostrada en la figura 4.3; donde:

$$h_1 = h_{as} = \begin{cases} 215.00 - epa(i) & ; \text{ si } epa(i) \leq 215.00 \\ 0 & ; \text{ si } epa(i) > 215.00 \end{cases}$$

$$h_2 = 290.20 - epa(i)$$

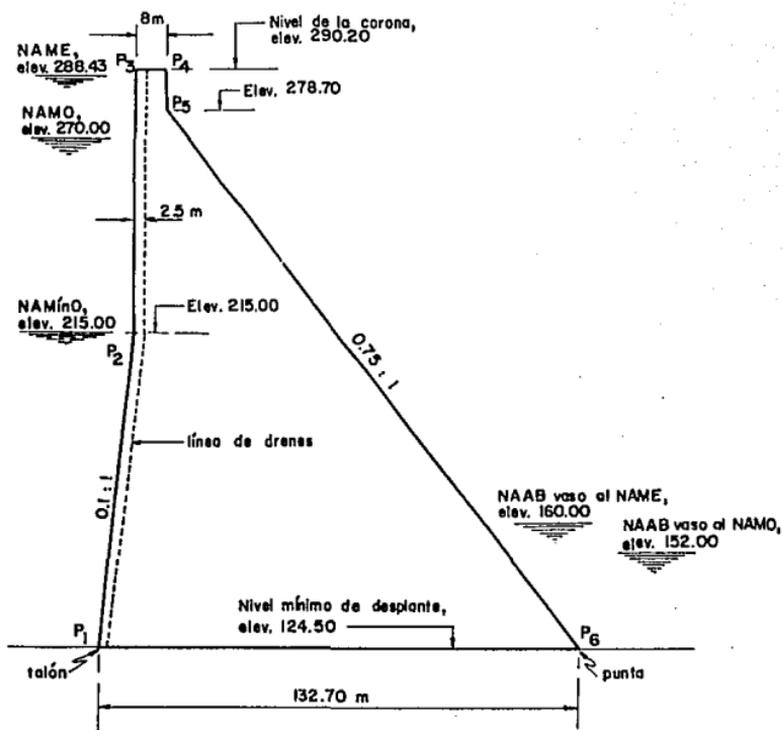


figura 4.2 Sección Máxima

$$h_3 = \begin{cases} 278.70 - \text{epa}(i) & ; \text{ si } \text{epa}(i) \leq 278.70 \\ 0 & ; \text{ si } \text{epa}(i) > 278.70 \end{cases}$$

$$h_{a_{arr}} = \begin{cases} \text{NAV} - \text{epa}(i) & ; \text{ si } \text{epa}(i) \leq \text{NAV} \\ 0 & ; \text{ si } \text{epa}(i) > \text{NAV} \end{cases}$$

$$b_1 = t_s \cdot h_1 ; \quad \text{donde } t_s = \text{talud superior} = 0.10$$

$$b_2 = \text{ancho de la corona} = 8.00 \text{ m}$$

$$b_3 = t_i \cdot h_3 ; \quad \text{donde } t_i = \text{talud inferior} = 0.75$$

$$b_t = b_1 + b_2 + b_3$$

$$l_1 = b_1 / \cos \alpha$$

$$l_2 = b_2 / \cos \alpha$$

$$\text{dado que:} \quad x_1 \cdot \tan \alpha = x_2 \cdot \tan \beta$$

$$\text{se tiene que:} \quad x_1 \cdot \tan \alpha / \tan \beta = x_2$$

$$\text{y como:} \quad x_2 = b_t - x_1$$

$$\text{y adem\u00e1s:} \quad t_i = 1 / \tan \beta$$

$$\text{por lo tanto:} \quad x_1 = b_t / ((t_i \cdot \tan \alpha) + 1)$$

$$l_t = x_1 / \cos \alpha$$

$$l_3 = l_t - l_1 - l_2$$

$$l_4 = 2.50 \cdot \cos(\text{arc tan } t_s) / \cos(\alpha + \text{arc tan } t_s)$$

$$y_1 = l_1 \cdot \sin \alpha$$

$$y_2 = l_2 \cdot \sin \alpha$$

$$y_3 = l_3 \cdot \sin \alpha$$

$$y_t = x_1 \cdot \sin \alpha$$

$$y_c = x_1 / 2$$

$$z_c = y_t / 2$$

$$b_4 = x_1 - b_1 - b_2$$

$$h_{a_{ab}} = \begin{cases} \text{NAAB} - \text{epa}(i) - y_t & ; \text{ si } (\text{epa}(i) + y_t) < \text{NAAB} \\ 0 & ; \text{ si } (\text{epa}(i) + y_t) > \text{NAAB} \end{cases}$$

$$I = 1 \cdot l_t^3 / 12$$

$$A = l_t \cdot I = l_t$$

$$I_A = -0.5 \cdot y_t = y_A$$

$$I_B = -I_A = y_B$$

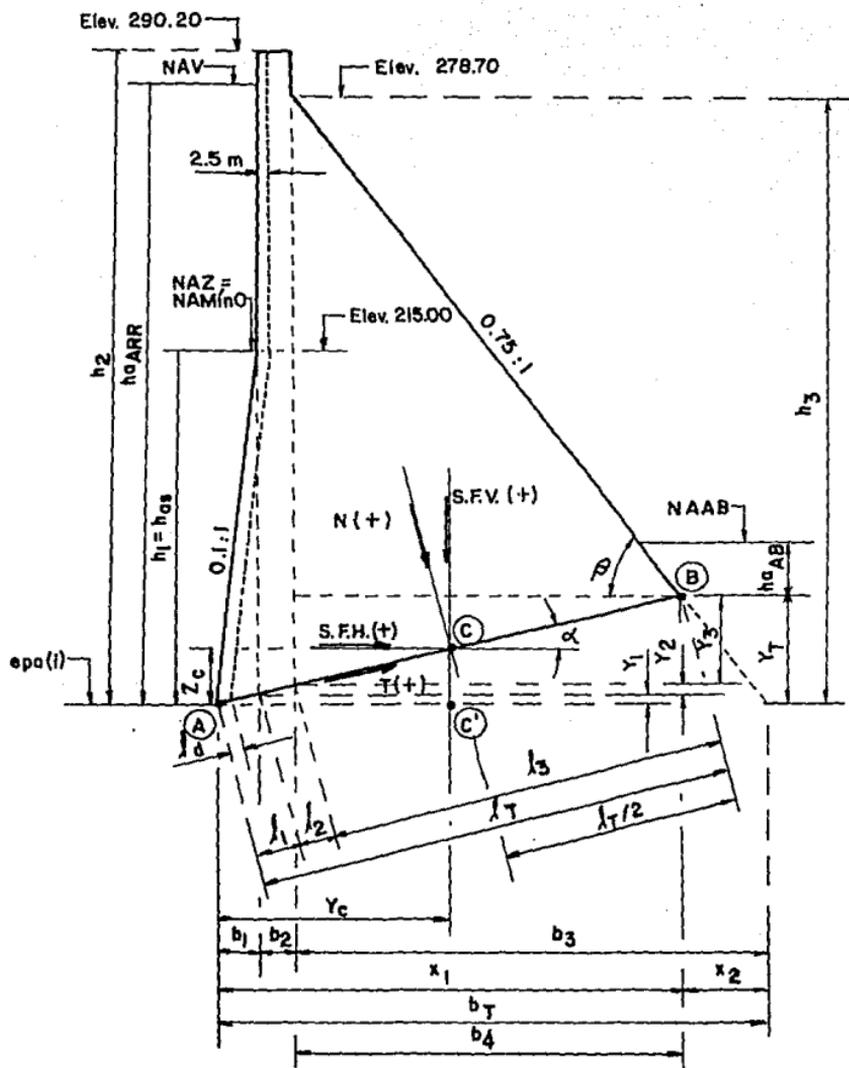


figura 4.3 Geometría de la sección analizada

- segundo, se obtiene la magnitud de las fuerzas que se presentan para la sección generada por el plano  $epa(i)$  y su posición con respecto al centroide de la base. En forma general, el sistema de fuerzas que se presenta sobre la sección es el mostrado en la figura 4.4.

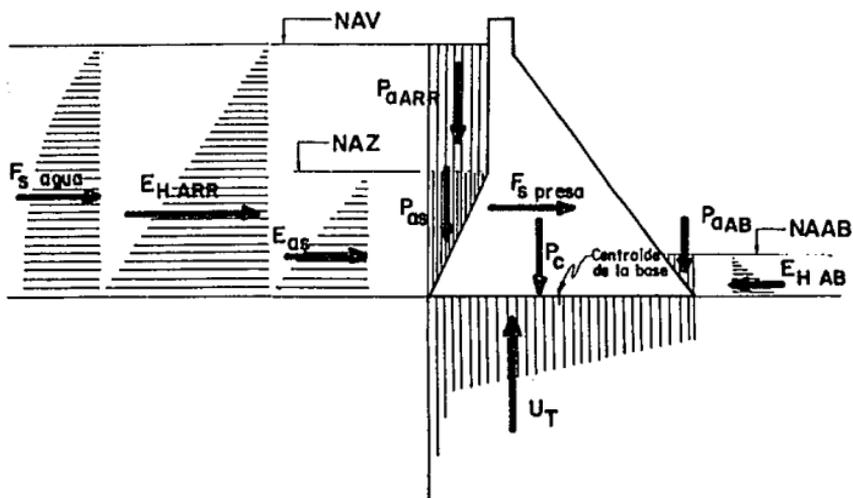


figura 4.4 Sistema general de las fuerzas que actúan sobre la presa

a) **Peso del concreto (P<sub>c</sub>):** considerando la sección formada por seis figuras geométricas: 1, 2, 3, 4, 5 y 6, se tiene:

$$P_c = P_{c1} - P_{c2} + P_{c3} + P_{c4} + P_{c5} + P_{c6}$$

$$Z_{Pc} = (P_{c1} \cdot Z_{Pc1} - P_{c2} \cdot Z_{Pc2} + P_{c3} \cdot Z_{Pc3} + P_{c4} \cdot Z_{Pc4} + P_{c5} \cdot Z_{Pc5} + P_{c6} \cdot Z_{Pc6}) / P_c$$

$$Y_{Pc} = (P_{c1} \cdot Y_{Pc1} - P_{c2} \cdot Y_{Pc2} + P_{c3} \cdot Y_{Pc3} + P_{c4} \cdot Y_{Pc4} + P_{c5} \cdot Y_{Pc5} + P_{c6} \cdot Y_{Pc6}) / P_c$$

donde los pesos de cada una de las partes y su posición con respecto a los ejes Y y Z se calculan con las expresiones:

$$P_{c1} = b_1 \cdot h_1 \cdot \gamma_c / 2$$

$$Z_{Pc1} = h_1 / 3 - Z_c$$

$$Y_{Pc1} = 2 \cdot b_1 / 3 - Y_c$$

$$P_{c2} = b_1 \cdot y_1 \cdot \gamma_c / 2$$

$$Z_{Pc2} = y_1 / 3 - Z_c$$

$$Y_{Pc2} = 2 \cdot b_1 / 3 - Y_c$$

$$P_{c3} = b_2 \cdot (b_2 - y_1 - y_2) \cdot \gamma_c / 2$$

$$Z_{Pc3} = (b_2 + y_1 + y_2) / 2 - Z_c$$

$$Y_{Pc3} = b_1 + b_2 / 2 - Y_c$$

$$P_{c4} = b_2 \cdot y_2 \cdot \gamma_c / 2$$

$$Z_{Pc4} = y_1 + 2 \cdot y_2 / 3 - Z_c$$

$$Y_{Pc4} = b_1 + b_2 / 3 - Y_c$$

$$P_{c5} = b_4 \cdot \gamma_c \cdot (b_3 - y_1) / 2$$

$$Z_{Pc5} = y_1 + (b_3 - y_1) / 3 - Z_c$$

$$Y_{Pc5} = b_1 + b_2 + b_4 / 3 - Y_c$$

$$P_{c6} = b_4 \cdot \gamma_c \cdot y_3 / 2$$

$$Z_{Pc6} = y_1 - y_3 / 3 - Z_c$$

$$Y_{Pc6} = b_1 + b_2 + b_4 / 3 - Y_c$$

siendo  $\gamma_c$  el peso volumétrico del concreto (figura 4.5).

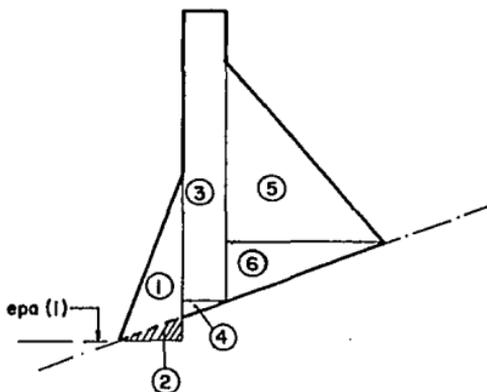


figura 4.5 Peso del concreto

b) **Sismo en la masa de la presa (F<sub>sp</sub>):**

$$F_{sp} = c_s \cdot P_c$$

donde:  $c_s$  es el coeficiente sísmico de diseño y la fuerza  $F_{sp}$  es aplicada en:

$$Z_{Fsp} = Z_{Pc}$$

c) Empuje de azolves ( $E_{AZ}$ ):

$$E_{AZ} = 0.5 \cdot h_1^2 \cdot k_{AZ} \cdot \gamma_{AZ}$$

donde:  $k_{AZ} \cdot \gamma_{AZ} \cdot h_1$  es la presión horizontal que ejerce el material de azolves a la profundidad  $h_1$  y la posición de la resultante es:

$$Z_{E_{AZ}} = (h_1 / 3) - Z_c$$

d) Peso de azolves ( $P_{AZ}$ ):

$$P_{AZ} = 0.5 \cdot b_1 \cdot h_1 \cdot \gamma_{AZ}$$

donde  $\gamma_{AZ}$  es el peso volumétrico del material de azolve y la fuerza es aplicada en:

$$Y_{P_{AZ}} = (b_1 / 3) - y_c$$

e) Empuje horizontal del agua en el vaso ( $E_{HARR}$ ):

$$E_{HARR} = 0.5 \cdot \gamma_a \cdot h_{ARR}^2$$

donde  $\gamma_a$  es el peso volumétrico del agua y la fuerza  $E_{HARR}$  se aplica en:

$$Z_{E_{HARR}} = (h_{ARR} / 3) - Z_c$$

f) Peso del agua en el vaso ( $P_{ARR}$ ): considerando el volumen de agua sobre el cuerpo de la cortina formado por dos figuras geométricas, 1 y 2, se tiene que la resultante  $P_{ARR}$  es:

$$P_{ARR} = P_{ARR1} + P_{ARR2}$$

y su posición está dada por la expresión:

$$Y_{P_{ARR}} = (P_{ARR1} \cdot Y_{P_{ARR1}} + P_{ARR2} \cdot Y_{P_{ARR2}}) / P_{ARR}$$

donde los pesos que forman la resultante (figura 4.6) y la posición de ésta última, se calculan de la siguiente manera:

$$P_{ARR1} = (h_{ARR} - h_1) \cdot b_1 \cdot \gamma_a$$

$$Y_{P_{ARR1}} = b_1 / 2 - y_c$$

$$P_{ARR2} = b_1 \cdot h_1 \cdot \gamma_a / 2$$

$$Y_{P_{ARR2}} = b_1 / 3 - y_c$$

g) Empuje horizontal del agua aguas abajo de la presa ( $E_{HAB}$ ):

$$E_{HAB} = 0.5 \cdot \gamma_a \cdot h_{AB}^2$$

ubicado en:

$$Z_{E_{HAB}} = (h_{AB} / 3) + Z_c$$

h) Peso del agua aguas abajo ( $P_{AB}$ ):

$$P_{AB} = 0.5 \cdot \gamma_a \cdot t_j \cdot h_{AB}^2$$

aplicado en:

$$Y_{P_{AB}} = Y_c - t_j \cdot h_{AB} / 3$$

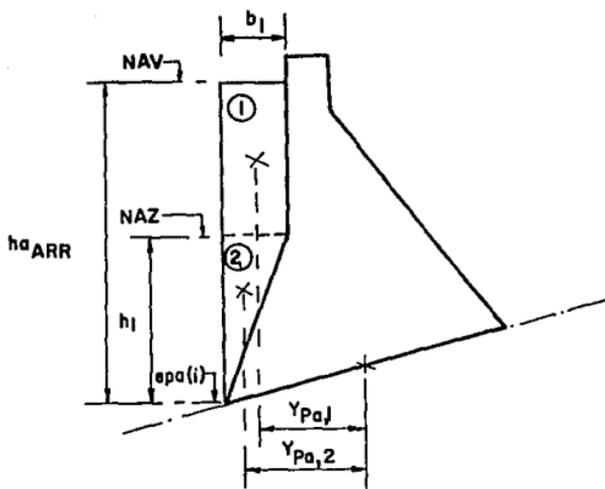


figura 4.6 Peso del agua

i) Sismo en la masa del agua en el vaso ( $F_{SA}$ ): aplicando las fórmulas de Zangar se tiene que la fuerza sísmica en la masa del agua es:

$$F_{SA} = \alpha \cdot (C_m / 2) \cdot \gamma_a \cdot c_s \cdot h_{ARR}^2 \cdot \sec \Theta$$

y su resultante se aplica en:

$$Z_{FSA} = \beta \cdot h_{ARR} - Z_c$$

donde:

$\alpha, \beta$  son factores que dependen de la relación de la elevación en donde se calcula la fuerza sísmica y la altura de la sección analizada. Para nuestro caso:  $h/H=1.0$ , por lo que:

$$\alpha = 1.440 \quad \text{y} \quad \beta = 0.402$$

$\Theta$  es el ángulo formado por el paramento aguas arriba con la vertical. Se considerará:

$$\Theta = 3^\circ$$

$C_m$  es un factor en función del ángulo  $\Theta$  y se manejará para un valor de  $\Theta=0^\circ$  por los planos en donde el paramento es vertical, ya que para  $\Theta < 3^\circ$ , el valor de  $C_m$  no varía en forma notoria, lo que se nos traduce en un valor de:

$$C_m = 0.730$$

j) **Subpresión ( $U_t$ ):** considerando el volumen de subpresión formado por la siguiente geometría, donde para valorar la fuerza por subpresión se observaron las siguientes consideraciones:

- la presión en un punto de un líquido es igual en cualquier dirección;
- se consideró que el factor de alivio de la subpresión para la eficiencia de los drenes es  $e=0.25$ ;
- se calculó el valor de la subpresión en tres puntos del plano ubicados en la intersección: con el paramento de aguas arriba, con la línea de drenes y con el paramento de aguas abajo;
- se dividió la longitud del plano en dos secciones: la primera, desde el paramento aguas arriba hasta la intersección del plano con la línea de drenes y la segunda sección desde este punto hasta el paramento aguas abajo.
- se transportó el valor de la subpresión para cada punto a líneas con dirección normal al plano inclinado, obteniéndose un diagrama de subpresión formado, tanto en la primera sección como en la segunda, por un trapecio, con lo cual el diagrama resulta ser uno con variación lineal.
- se calculó el área total del diagrama de subpresión, así como su posición con respecto al centroide de la base en el plano de análisis, como se muestra en la figura 4.7, donde la resultante  $U_t$  se calcula como:  $U_t = \Sigma au_i$ , y su posición está dada por la expresión:

$$l_{ut} = \Sigma (au_i \cdot y_{au_i}) / \Sigma au_i$$

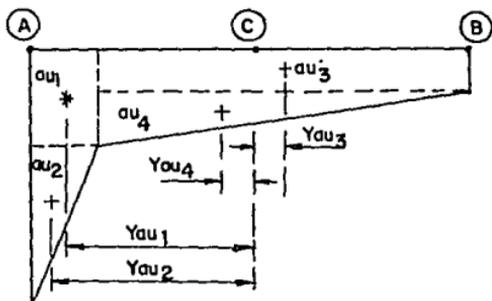


figura 4.7 Diagrama de subpresión

- \* tercero, se obtienen las constantes de cálculo que corresponden a cada plano de análisis para cada una de las combinaciones de las fuerzas, siendo estas:  $N(k)$ ,  $N_{su}(k)$ ,  $M(k)$ ,  $M_{su}(k)$  y  $T(k)$ , donde:

$N(k)$  es la resultante de las fuerzas normales al plano de análisis para la condición de carga  $k$ ,

$N_{su}(k)$  es la resultante de fuerzas normales al plano de análisis sin considerar la subpresión para la condición de carga  $k$ ,

$T(k)$  es la resultante de las fuerzas tangenciales al plano de análisis para la condición de carga  $k$ ,

$M(k)$  es la suma de momentos de todas las fuerzas con respecto al centroide del plano de análisis, para la condición de carga  $k$ , y

$M_{su}(k)$  es la suma de momentos de todas las fuerzas, a excepción de la causada por la subpresión, con respecto al centroide del plano de análisis para la condición de carga  $k$

- a) para la combinación "A" (Cargas usuales ordinarias) se tiene:

$$\text{Suma de fuerzas verticales: } \Sigma F_V (A) = P_{Aarr} + P_{Aab} + P_c + P_{az}$$

$$\text{Suma de fuerzas horizontales: } \Sigma F_H (A) = E_{Harr} + E_{az} - E_{Hab}$$

por lo que las constantes de cálculo toman los siguientes valores:

$$N(A) = \Sigma F_V (A) \cdot \cos \alpha + \Sigma F_H (A) \cdot \sin \alpha - U_t$$

$$N_{su}(A) = N(A) + U_t$$

$$T(A) = \Sigma F_H (A) \cdot \cos \alpha - \Sigma F_V (A) \cdot \sin \alpha$$

$$M(A) = P_{Aarr} \cdot Y_{PAarr} + P_{Aab} \cdot Y_{PAab} + P_c \cdot Y_{Pc} + P_{az} \cdot Y_{Paz} - U_t \cdot l_{Ut} + E_{Harr} \cdot Z_{EHarr} - E_{Hab} \cdot Z_{EHab} + E_{az} \cdot Z_{Eaz}$$

$$M_{su}(A) = M(A) + U_t \cdot l_{Ut}$$

- b1) para la combinación "B1" (Cargas extraordinarias: caso del nivel del agua en el vaso al N.A.M.E.), se tiene:

igual que para la combinación "A" sólo que se consideran las fuerzas producidas por el agua tomando en cuenta que el nivel del agua en el vaso se encuentra al N.A.M.E.

- b2) para la combinación "B2" (Cargas extraordinarias: caso del nivel del agua en el vaso al N.A.M.O. más la presencia del sismo de diseño), por lo que se tiene:

Suma de fuerzas verticales:  $\Sigma F_V (B2) = \Sigma F_V (A)$

Suma de fuerzas horizontales:  $\Sigma F_H (B2) = \Sigma F_H (A) + F_{sp} + F_{sa}$

siendo las constantes de cálculo:

$$N (B2) = \Sigma F_V (B2) \cdot \cos \alpha + \Sigma F_H (B2) \cdot \operatorname{sen} \alpha - U_t$$

$$N_{su} (B2) = N (B2) + U_t$$

$$T (B2) = \Sigma F_H (B2) \cdot \cos \alpha - \Sigma F_V (B2) \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$M (B2) = M (A) + F_{sp} \cdot Z_{Fsp} + F_{sa} \cdot Z_{Fsa}$$

$$M_{su} (B2) = M (B2) + U_t \cdot l_{U_t}$$

**b3A)** para la combinación "B3A" (Cargas extraordinarias: caso de presa vacía más sismo en el sentido de aguas arriba hacia aguas abajo), donde:

Suma de fuerzas verticales:  $\Sigma F_V (B3A) = P_c$

Suma de fuerzas horizontales:  $\Sigma F_H (B3A) = F_{sp}$

por lo que las constantes de cálculo son:

$$N (B3A) = N_{su} (B3A) = P_c \cdot \cos \alpha + F_{sp} \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$T (B3A) = F_{sp} \cdot \cos \alpha - P_c \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$M (B3A) = M_{su} (B3A) = P_c \cdot Y_{Pc} + F_{sp} \cdot Z_{Fsp}$$

**b3B)** para la combinación "B3B" (Cargas extraordinarias: caso de presa vacía más sismo en el sentido opuesto al aplicado en la combinación "B3A"), siendo:

Suma de fuerzas verticales:  $\Sigma F_V (B3B) = \Sigma F_V (B3A)$

Suma de fuerzas horizontales:  $\Sigma F_H (B3B) = \Sigma F_H (B3A)$

por lo tanto, las constantes de cálculo son:

$$N_{su} (B3B) = N (B3B) = \Sigma F_V (B3B) \cdot \cos \alpha - \Sigma F_H (B3B) \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$T (B3B) = F_{sp} \cdot \cos \alpha + P_c \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$M (B3B) = M_{su} (B3B) = P_c \cdot Y_{Pc} - F_{sp} \cdot Z_{Fsp}$$

\* por último, se revisan las condiciones de seguridad (I, II, III) para cada combinación de cargas en cada plano, como lo propone el Método Convencional, de la siguiente manera:

a) Condición I:

$$\sigma_{z,B} = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot I_B$$

$$\sigma_{n,B} = \sigma_{z,B} \cdot (1 + k_2^2)$$

donde  $k_2$  es el talud del paramento aguas abajo con respecto al plano inclinado, siendo valuado como  $k_2 = \cot(\alpha + \beta)$ ; teniéndose que cumplir que:

$$\sigma_{n,B} \leq f_c / F.S.$$

siendo  $f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

b) Condición II:

$$F.F.C. = \frac{N \cdot \tan(\phi) + c \cdot A}{T}$$

donde:  $\phi$  es el ángulo de fricción interna del material ( $\phi = 45^\circ$ ); y

$$c = 0.08 f_c$$

debiéndose cumplir que:

$$F.F.C. \geq F.S.$$

c) Condición III:

$$\sigma_{ZAsu} = \frac{N_{su}}{A} + \frac{M_{su}}{I} \cdot I_A$$

$$\sigma_{ZU} = p \cdot \gamma_s \cdot h_{avr} \cdot \frac{f'_t}{F.S.}$$

donde:  $p = 0.40$ , es el factor de alivio de la subpresión por la presencia de drenes, y

$$f'_t = 0.03 f_c \text{ para fines de diseño,}$$

y donde se tiene que cumplir que:

$$\sigma_{ZAsu} \geq \sigma_{ZU}$$

Lo anterior se realizó para varias inclinaciones propuestas de: 0, 15, 30, 45 y 60°, dado de que las pendientes de los planos de desplante irán variando desde la horizontal, en lo profundo del cauce a inclinaciones más o menos pronunciadas, como se aleje el desplante hacia las partes altas de las laderas.

### EJEMPLO.

*Para ilustrar la metodología anterior se desarrolló a manera de ejemplo, el análisis del plano horizontal a la elevación 124.50 msnm, que se incluye a continuación:*

a) determinación de la geometría y dimensiones que adopta la sección analizada

$$h_1 = h_{AS} = 215.00 - \text{epa}(i) = 215.00 - 124.50 = 90.50 \text{ m} \quad \text{dado que } \text{epa}(i) \leq 215.00$$

$$h_2 = 290.20 - \text{epa}(i) = 290.20 - 124.50 = 165.70 \text{ m}$$

$$h_3 = 278.70 - \text{epa}(i) = 278.70 - 124.50 = 154.20 \text{ m} \quad \text{dado que } \text{epa}(i) \leq 278.70$$

$$h_{ARR} = \text{NAV} - \text{epa}(i) :$$

$$\text{NAMO} - 124.50 = 270.00 - 124.50 = 145.50 \text{ m}$$

$$\text{NAME} - 124.50 = 288.43 - 124.50 = 163.93 \text{ m} , \quad \text{dado que } \text{epa}(i) \leq \text{NAV}$$

$$b_1 = t_s \cdot h_1 = 0.10 \cdot 90.50 = 9.05 \text{ m} ; \quad \text{donde } t_s = \text{talud superior} = 0.10$$

$$b_2 = \text{ancho de la corona} = 8.00 \text{ m}$$

$$b_3 = t_i \cdot h_3 = 0.75 \cdot 154.20 = 115.65 \text{ m} ; \quad \text{donde } t_i = \text{talud inferior} = 0.75$$

$$b_t = b_1 + b_2 + b_3 = 9.05 + 8.00 + 115.65 = 132.70 \text{ m}$$

$$l_1 = b_1 / \cos \alpha = 9.05 / \cos 0^\circ = 9.05 \text{ m}$$

$$l_2 = b_2 / \cos \alpha = 8.00 / \cos 0^\circ = 8.00 \text{ m}$$

$$x_1 = \frac{b_t}{t_i \cdot \tan(\alpha) + 1} = 132.70 / [(0.75 \cdot 0) + 1] = 132.70 \text{ m}$$

$$x_2 = b_t - x_1 = 132.70 - 132.70 = 0 \text{ m}$$

$$l_t = x_1 / \cos \alpha = 132.70 / \cos 0^\circ = 132.70 \text{ m}$$

$$l_3 = l_t - l_1 - l_2 = 132.70 - 9.05 - 8.00 = 115.65 \text{ m}$$

$$l_d = \frac{2.50 \cdot \cos(\arctan(t_s))}{\cos(\alpha + \arctan(t_s))} = \frac{2.50 \cdot \cos(\arctan(0^\circ))}{\cos(0^\circ + \arctan(0^\circ))} = 2.50 \text{ m}$$

$$y_1 = l_1 \cdot \sin \alpha = 9.05 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ m}$$

$$y_2 = l_2 \cdot \sin \alpha = 8.00 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ m}$$

$$y_3 = l_3 \cdot \sin \alpha = 115.65 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ m}$$

$$y_t = x_1 \cdot \sin \alpha = 132.70 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ m}$$

$$y_c = x_1 / 2 = 132.70 / 2 = 66.35 \text{ m}$$

$$z_c = y_t / 2 = 0 / 2 = 0 \text{ m}$$

$$b_4 = x_1 - b_1 - b_2 = 132.70 - 9.05 - 8.00 = 115.65 \text{ m}$$

$$h_{AB} = \text{NAAB} - \text{epa}(i) - y_t :$$

$$\text{NAMO} - \text{epa}(i) - y_t = 152.00 - 124.50 - 0 = 27.50 \text{ m} ;$$

$$\text{NAME} - \text{epa}(i) - y_t = 160 - 124.50 - 0 = 35.50 \text{ m} ; \quad \text{dado que } \text{epa}(i) + y_t < \text{NAAB}$$

$$I = I \cdot l_t^3 / 12 = (1 + 132.70^3) / 12 = 194\,729.40 \text{ m}^4$$

$$A = l_t \cdot 1 = l_t = 132.70 \text{ m}^2$$

$$I_A = -0.5 \cdot y_t = y_A = -66.35 \text{ m}$$

$$I_B = -I_A = y_B = 66.35 \text{ m}$$

b) obtención de la magnitud de las fuerzas que actúan sobre la sección generada de la presa, y su posición con respecto al centroide de la base:

- **Peso del concreto (P<sub>c</sub>):** considerando la sección formada por seis figuras geométricas: 1, 2, 3, 4, 5 y 6, se tiene:

$$P_c = P_{c1} - P_{c2} + P_{c3} + P_{c4} + P_{c5} + P_{c6}$$

$$Z_{Pc} = ( P_{c1} \cdot Z_{Pc1} - P_{c2} \cdot Z_{Pc2} + P_{c3} \cdot Z_{Pc3} + P_{c4} \cdot Z_{Pc4} + P_{c5} \cdot Z_{Pc5} + P_{c6} \cdot Z_{Pc6} ) / P_c$$

$$Y_{Pc} = ( P_{c1} \cdot Y_{Pc1} - P_{c2} \cdot Y_{Pc2} + P_{c3} \cdot Y_{Pc3} + P_{c4} \cdot Y_{Pc4} + P_{c5} \cdot Y_{Pc5} + P_{c6} \cdot Y_{Pc6} ) / P_c$$

donde los pesos de cada una de las partes y su posición con respecto a los ejes Y y Z se calculan con las expresiones:

$$P_{c1} = b_1 \cdot h_1 \cdot \gamma_c / 2 = 9.05 (90.50) (2.4) / 2 = 982.830 \text{ ton}$$

$$P_{c2} = b_1 \cdot y_1 \cdot \gamma_c / 2 = 9.05 (0) (2.4) / 2 = 0 \text{ ton}$$

$$P_{c3} = b_2 \cdot (h_2 + y_1 + y_2) \cdot \gamma_c = 8.00 (165.70 + 0 + 0) (2.4) = 3181.440 \text{ ton}$$

$$P_{c4} = b_2 \cdot y_2 \cdot \gamma_c / 2 = 8.00 (0) (2.4) / 2 = 0 \text{ ton}$$

$$P_{c5} = b_4 \cdot \gamma_c \cdot (h_3 + y_t) / 2 = 115.65 (2.4) (154.20 + 0) / 2 = 21\,399.876 \text{ ton}$$

$$P_{c6} = b_4 \cdot \gamma_c \cdot y_3 / 2 = 115.65 (2.4) (0) / 2 = 0 \text{ ton}$$

$$Y_{Pc1} = 2 \cdot b_1 / 3 - Y_c = [ 2 (9.05) / 3 ] - 66.35 = -60.317 \text{ m}$$

$$Y_{Pc2} = 2 \cdot b_1 / 3 - Y_c = [ 2 (9.05) / 3 ] - 66.35 = -60.317 \text{ m}$$

$$Y_{Pc3} = b_1 + b_2 / 2 - Y_c / 2 = 9.05 + (8.00 / 2) - 66.35 = -53.300 \text{ m}$$

$$Y_{Pc4} = b_1 + b_2 / 3 - Y_c = 9.05 + (8.00 / 3) - 66.35 = -54.633 \text{ m}$$

$$Y_{Pc5} = b_1 + b_2 + b_4 / 3 - Y_c = 9.05 + 8.00 + (115.65 / 3) - 66.35 = -10.750 \text{ m}$$

$$Y_{Pc6} = b_1 + b_2 + b_4 / 3 - Y_c = 9.05 + 8.00 + (115.65 / 3) - 66.35 = -10.750 \text{ m}$$

$$Z_{Pc1} = h_1 / 3 - Z_c = ( 90.50 / 3 ) - 0 = 30.167 \text{ m}$$

$$Z_{Pc2} = y_1 / 3 - Z_c = ( 0 / 3 ) - 0 = 0 \text{ m}$$

$$Z_{Pc3} = (h_2 + y_1 + y_2) / 2 - Z_c = [ ( 165.70 + 0 + 0 ) / 2 ] - 0 = 82.850 \text{ m}$$

$$Z_{Pc4} = y_1 + 2 \cdot y_2 / 3 - Z_c = 0 + [ 2(0) / 3 ] - 0 = 0 \text{ m}$$

$$Z_{Pc5} = y_t + (h_3 + y_t) / 3 - Z_c = 0 + [ ( 154.20 + 0 ) / 3 ] - 0 = 51.400 \text{ m}$$

$$Z_{Pc6} = y_t - y_3 / 3 - Z_c = 0 - ( 0 / 3 ) - 0 = 0 \text{ m}$$

i	$P_{ci}$ (ton)	$Z_{Pci}$ (m)	$P_{ci} \cdot Z_{Pci}$ (ton·m)	$Y_{Pci}$ (m)	$P_{ci} \cdot Y_{Pci}$ (ton·m)
1	982.830	30.167	29649.033	-60.317	-59281.357
2	0	0	29.649.033	-60.317	0
3	3181.440	82.850	0	-53.300	-169570.752
4	0	0	263582.304	-54.633	0
5	21399.876	51.400	1099953.626	-10.750	-230048.667
6	0	0	0	-10.750	0
$\Sigma$	25564.146	54.498	1393184.963	-17.951	458900.776

- Sismo en la masa de la presa ( $F_{sp}$ ):

$$F_{sp} = c_s \cdot P_c = 0.15 (25564.146) = 3834.622 \text{ ton}$$

$$Z_{F_{sp}} = Z_{Pc} = 54.498 \text{ m}$$

- Empuje de azolves ( $E_{az}$ ):

$$E_{az} = 0.5 \cdot h_1^2 \cdot k_{az} \cdot \gamma_{az} = 0.5 (90.50^2) (0.36) = 1474.245 \text{ ton}$$

$$Z_{E_{az}} = (h_1 / 3) - Z_c = (90.50/3) - 0 = 30.167 \text{ m}$$

- Peso de azolves ( $P_{az}$ ):

$$P_{az} = 0.5 \cdot b_1 \cdot h_1 \cdot \gamma_{az} = 0.5 (9.05) (90.50) (0.92) = 376.752 \text{ ton}$$

$$Y_{P_{az}} = (b_1 / 3) - y_c = (9.05/3) - 66.35 = -63.333 \text{ m}$$

- Empuje horizontal del agua en el vaso ( $E_{Harr}$ ):

$$E_{Harr} = 0.5 \cdot \gamma_a \cdot h_{arr}^2$$

$$Z_{E_{Harr}} = (h_{arr} / 3) - Z_c$$

$$\text{para NAMO: } E_{Harr} = 0.5 (1.0) (145.50^2) = 10\,585.125 \text{ ton}$$

$$Z_{E_{Harr}} = (145.50/3) - 0 = 48.500 \text{ m}$$

$$\text{para NAME: } E_{Harr} = 0.5 (1.0) (163.93^2) = 13\,436.522 \text{ ton}$$

$$Z_{E_{Harr}} = (163.93/3) - 0 = 54.643 \text{ m}$$

**Peso del agua en el vaso ( $PA_{arr}$ ):**

$$PA_{arr1} = (h_{aarr} - h_1) \cdot b_1 \cdot \gamma_a :$$

para NAMO:  $PA_{arr1} = (145.50 - 90.50) (9.05) (1.0) = 497.750 \text{ ton}$

para NAME:  $PA_{arr1} = (163.93 - 90.50) (9.05) (1.0) = 664.542 \text{ ton}$

$$PA_{arr2} = b_1 \cdot h_1 \cdot \gamma_a / 2 = 9.05 (90.50) (1.0) / 2 = 409.513 \text{ ton}$$

$$YPA_{arr1} = b_1 / 2 - y_c = (9.05 / 2) - 66.35 = -61.825 \text{ m}$$

$$YPA_{arr2} = b_1 / 3 - y_c = (9.05 / 3) - 66.35 = -63.333 \text{ m}$$

N.A.M.O.			N.A.M.E.			
i	$PA_{arr i}$ (ton)	$YPA_{arr i}$ (m)	$PA_{arr} \cdot YPA_{arr i}$ (ton·m)	$PA_{arr i}$ (ton)	$YPA_{arr i}$ (m)	$PA_{arr} \cdot YPA_{arr i}$ (ton·m)
1	497.750	-61.825	-30773.394	664.542	-61.825	-41085.309
2	409.513	-63.333	-25935.689	409.513	-63.333	-25935.689
$\Sigma$	907.263	-62.506	-56709.083	1074.055	-62.400	-67020.998

• Empuje horizontal del agua aguas abajo de la presa ( $EH_{ab}$ ):

$$EH_{ab} = 0.5 \cdot \gamma_a \cdot h_{ab}^2 :$$

para NAMO:  $EH_{ab} = 0.5 (1.0) (27.50^2) = 378.125 \text{ ton}$

para NAME:  $EH_{ab} = 0.5 (1.0) (35.50^2) = 630.125 \text{ ton}$

$$ZEH_{ab} = (h_{ab} / 3) + Z_c$$

para NAMO:  $Z_{EH_{ab}} = (27.50/3) + 0 = 9.167 \text{ m}$

para NAME:  $Z_{EH_{ab}} = (35.50/3) + 0 = 11.833 \text{ m}$

• Peso del agua aguas abajo ( $PA_{ab}$ ):

$$PA_{ab} = 0.5 \cdot \gamma_a \cdot t_i \cdot h_{ab}^2 \text{ aplicado en: } YPA_{ab} = Y_c - t_i \cdot h_{ab} / 3$$

para NAMO:  $PA_{ab} = 0.5 (1.0) (0.75) (27.50^2) = 283.594 \text{ ton}$

$$YPA_{ab} = 66.35 - 0.75 (27.50) / 3 = 59.475 \text{ m}$$

para NAME:  $PA_{ab} = 0.5 (1.0) (0.75) (35.50^2) = 472.594 \text{ ton}$

$$YPA_{ab} = 66.35 - 0.75 (35.50) / 3 = 57.475 \text{ m}$$

i) Sismo en la masa del agua en el vaso ( $F_{sa}$ ):

$$F_{sa} = \alpha \cdot C_m / 2 \cdot \gamma_a \cdot c_s \cdot h_{arr}^2 \cdot \sec \Theta$$

$$= 1.440 (0.730/2) (1.0) (0.15) (145.50^2) \sec 3^\circ = 1671.353 \text{ ton}$$

y su resultante se aplica en:

$$Z_{F_{3A}} = \beta \cdot h_{a_{arr}} - Z_c = 0.402 (145.50) - 0 = 58.491 \text{ m}$$

j) Subpresión ( $U_t$ ):

$$epa_2 = epa(i) + I_d \cdot \text{sen } \alpha = 124.50 + 2.50 \cdot \text{sen } 0^\circ = 124.50 \text{ m}$$

$$u_1 = h_{a_{arr}} \cdot \gamma_a$$

$$u_2 = h_{a_{ab}} \cdot \gamma_a$$

$$u_3 = (NAV - epa_2) \cdot \gamma_a$$

$$u_4 = (NAAB - epa_2) \cdot \gamma_a$$

$$u_5 = u_4 + 0.25 (u_3 - u_4)$$

$$au_1 = I_d \cdot u_5 \cdot 1.0$$

$$au_2 = (u_1 - u_5) (0.5 \cdot I_d) (1.0)$$

$$au_3 = u_2 (I_t - I_d) (1.0)$$

$$au_4 = (u_5 - u_2) (0.5) (I_t - I_d) (1.0)$$

para NAMO:  $u_1 = 145.50 (1.0) = 145.50 \text{ ton/m}^2$

$$u_2 = 27.50 (1.0) = 27.50 \text{ ton/m}^2$$

$$u_3 = (270.00 - 124.50) (1.0) = 145.50 \text{ ton/m}^2$$

$$u_4 = (152.00 - 124.50) (1.0) = 27.50 \text{ ton/m}^2$$

$$u_5 = 27.50 + 0.25 (145.50 - 27.50) = 57.000 \text{ ton/m}^2$$

$$au_1 = 2.50 (57.00) (1.0) = 142.500 \text{ ton}$$

$$au_2 = (145.50 - 57.000) (0.5) (2.50) (1.0) = 110.625 \text{ ton}$$

$$au_3 = 27.50 (132.70 - 2.50) (1.0) = 3580.500 \text{ ton}$$

$$au_4 = (57.000 - 27.500) (0.5) (132.70 - 2.50) (1.0) = 1920.450 \text{ ton}$$

para NAME:  $u_1 = 163.93 (1.0) = 163.93 \text{ ton/m}^2$

$$u_2 = 35.50 (1.0) = 35.50 \text{ ton/m}^2$$

$$u_3 = (288.43 - 124.50) (1.0) = 163.93 \text{ ton/m}^2$$

$$u_4 = (160.00 - 124.50) (1.0) = 35.50 \text{ ton/m}^2$$

$$u_5 = 35.50 + 0.25 (163.93 - 35.50) = 67.608 \text{ ton/m}^2$$

$$au_1 = 2.50 (67.608) (1.0) = 169.020 \text{ ton}$$

$$au_2 = (163.93 - 67.608) (0.5) (2.50) (1.0) = 120.403 \text{ ton}$$

$$au_3 = 35.50 (132.70 - 2.50) (1.0) = 4622.100 \text{ ton}$$

$$au_4 = (67.608 - 35.500) (0.5) (132.70 - 2.50) (1.0) = 2090.231 \text{ ton}$$

$$y_{au1} = (I_d / 2) - y_c = (2.50 / 2) - 66.35 = -65.100 \text{ m}$$

$$y_{au2} = (I_d / 3) - y_c = (2.50 / 3) - 66.35 = -65.517 \text{ m}$$

$$y_{au3} = I_d + (I_t - I_d) / 2 - y_c = 2.50 + (132.70 - 2.50) / 2 - 66.35 = 1.25 \text{ m}$$

$$y_{su4} = l_d + (l_t - l_d) / 3 - y_c = 2.50 + (132.70 - 2.50) / 3 - 66.35 = -20.450 \text{ m}$$

i	Y <sub>su i</sub> (m)	N A M O		N A M E	
		au <sub>i</sub> (ton)	au·y <sub>su i</sub> (ton·m)	au <sub>i</sub> (ton)	au·y <sub>su i</sub> (ton·m)
1	-65.100	142.500	-9276.750	169.020	-11003.202
2	-65.517	110.625	-7247.818	120.403	-7888.443
3	1.25	3580.500	4475.625	4622.100	5777.625
4	-20.450	1920.450	-39273.203	2090.231	-42745.224
	Σ	5754.075	-51322.146	7001.754	-55859.244

para NAMO :  $u_t = 5754.075 \text{ ton}$  ;  $l_{ut} = -8.919 \text{ m}$

para NAME :  $u_t = 7001.754 \text{ ton}$  ;  $l_{ut} = -7.978 \text{ m}$

c) se obtienen las constantes de cálculo para cada una de las combinaciones de fuerzas:

• para la combinación "A" ( nivel del agua en el vaso al NAMO ) :

$$\Sigma F_V(A) = P_{arr} + P_{ab} + P_c + P_{az} = 907.263 + 283.594 + 25564.146 + 376.752 = 27131.755 \text{ ton}$$

$$\Sigma F_H(A) = E_{arr} + E_{az} - E_{ab} = 10585.125 + 1474.245 - 378.125 = 11681.245 \text{ ton}$$

$$N(A) = \Sigma F_V(A) \cdot \cos(\alpha) + \Sigma F_H(A) \cdot \sin(\alpha) - U_t = 27131.755 \cdot \cos(0^\circ) + 11681.245 \cdot \sin(0^\circ) - 5754.075 = 21377.680 \text{ ton}$$

$$N_{su}(A) = N(A) + U_t = 21377.680 + 5754.075 = 27131.755 \text{ ton}$$

$$T(A) = \Sigma F_H(A) \cdot \cos(\alpha) - \Sigma F_V(A) \cdot \sin(\alpha) = 11681.245 \cdot \cos(0^\circ) - 27131.755 \cdot \sin(0^\circ) = 11681.245 \text{ ton}$$

$$M(A) = P_{arr} \cdot Y_{Parr} + P_{ab} \cdot Y_{Pab} + P_c \cdot Y_{Pc} + P_{az} \cdot Y_{Paz} - U_t \cdot l_{ut} + E_{arr} \cdot Z_{Earr} - E_{ab} \cdot Z_{Eab} + E_{az} \cdot Z_{Eaz} = 907.263(-62.506) + 283.594(59.475) + 25564.146(-17.951) + 376.752(-63.333) - 5754.075(-8.919) + 10585.125(48.500) - 378.125(9.167) + 1474.245(30.167) = 83100.987 \text{ ton·m}$$

$$M_{su}(A) = M(A) + U_t \cdot l_{ut} = 83100.987 + 5754.075(-8.919) = 31780.392 \text{ ton·m}$$

• para la combinación "B1" ( nivel del agua en el vaso al NAME ) :

$$\Sigma F_V(B1) = P_{arr} + P_{ab} + P_c + P_{az} = 1074.055 + 472.594 + 25564.146 + 376.752 = 27487.547 \text{ ton}$$

$$\Sigma F_H(B1) = E_{arr} + E_{az} - E_{ab} = 13436.522 + 1474.245 - 630.125 = 14280.642 \text{ ton}$$

$$N(B1) = \Sigma F_V(B1) \cdot \cos(\alpha) + \Sigma F_H(B1) \cdot \sin(\alpha) - U_t = 27487.547 \cdot \cos(0^\circ) + 14280.642 \cdot \sin(0^\circ) - 7001.754 = 20485.793 \text{ ton}$$

$$N_{su}(B1) = N(B1) + U_t = 20485.793 + 7001.754 = 27487.547 \text{ ton}$$

$$T(B1) = \Sigma F_H(B1) \cdot \cos(\alpha) - \Sigma F_V(B1) \cdot \sin(\alpha) = 14280.642 \cdot \cos(0^\circ) - 27487.547 \cdot \sin(0^\circ) = 14280.642 \text{ ton}$$

$$M(B1) = P_{A_{arr}} \cdot Y_{PA_{arr}} + P_{A_{ab}} \cdot Y_{PA_{ab}} + P_c \cdot Y_{Pc} + P_{az} \cdot Y_{P_{az}} - U_t \cdot l_{U_t} + E_{H_{arr}} \cdot Z_{EH_{arr}} - E_{H_{ab}} \cdot Z_{EH_{ab}} + E_{az} \cdot Z_{E_{az}} = 1074.055(-62.400) + 472.594(57.475) + 25564.146(-17.951) + 376.752(-63.333) - 7001.754(-7.978) + 13436.522(54.643) - 630.125(11.833) + 1474.245(30.167) = 304467.633 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

$$M_{su}(B1) = M(B1) + U_t \cdot l_{U_t} = 304467.633 + 7001.754(-7.978) = 248607.640 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

- para la combinación "B2" (nivel del agua en el vaso al N.A.M.O. más la acción del sismo de diseño) :

$$\Sigma F_V(B2) = \Sigma F_V(A) = 27131.755 \text{ ton}$$

$$\Sigma F_H(B2) = \Sigma F_H(A) + F_{sp} + F_{su} = 11681.245 + 3834.622 + 1671.353 = 17187.220 \text{ ton}$$

$$N(B2) = \Sigma F_V(B2) \cdot \cos(\alpha) + \Sigma F_H(B2) \cdot \sin(\alpha) - U_t = 27131.755 \cdot \cos(0^\circ) + 17187.220 \cdot \sin(0^\circ) - 5754.075 = 21377.680 \text{ ton}$$

$$N_{su}(B2) = N(B2) + U_t = 21377.680 + 5754.075 = 27131.755 \text{ ton}$$

$$T(B2) = \Sigma F_H(B2) \cdot \cos \alpha - \Sigma F_V(B2) \cdot \sin \alpha = 17187.220 \cdot \cos(0^\circ) - 27131.755 \cdot \sin(0^\circ) = 17187.220 \text{ ton}$$

$$M(B2) = M(A) + F_{sp} \cdot Z_{F_{sp}} + F_{su} \cdot Z_{F_{su}} = 83100.987 + 3834.622(54.498) + 1671.363(58.491) = 389839.325 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

$$M_{su}(B2) = M(B2) + U_t \cdot l_{U_t} = 389839.325 + 5754.075(-8.919) = 338518.730 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

- para la combinación "B3A" (presa vacía más sismo actuando de aguas arriba hacia aguas abajo) :

$$\Sigma F_V(B3_A) = P_c = 25564.146 \text{ ton}$$

$$\Sigma F_H(B3_A) = F_{sp} = 3834.622 \text{ ton}$$

$$N(B3_A) = N_{su}(B3_A) = P_c \cdot \cos(\alpha) + F_{sp} \cdot \sin(\alpha) = 25564.146 \cdot \cos(0^\circ) + 3834.622 \cdot \sin(0^\circ) = 25564.146 \text{ ton}$$

$$T(B3_A) = F_{sp} \cdot \cos(\alpha) - P_c \cdot \sin(\alpha) = 3834.622 \cdot \cos(0^\circ) - 25564.146 \cdot \sin(0^\circ) = 3834.622 \text{ ton}$$

$$M(B3_A) = M_{su}(B3_A) = P_c \cdot Y_{Pc} + F_{sp} \cdot Z_{F_{sp}} = 25564.146(-17.951) + 3834.622(54.498) = -249922.758 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

- para la combinación "B3<sub>B</sub>" (presa vacía más sismo actuando de aguas abajo hacia aguas arriba) :

$$\Sigma F_V(B3_B) = \Sigma F_V(B3_A) = 25564.146 \text{ ton}$$

$$\Sigma F_H(B3_B) = \Sigma F_H(B3_A) = 3834.622 \text{ ton}$$

$$N_{su}(B3_B) = N(B3_B) = \Sigma F_V(B3_B) \cdot \cos(\alpha) - \Sigma F_H(B3_B) \cdot \sin(\alpha) = 25564.146 \cdot \cos(0^\circ) - 3834.622 \cdot \sin(0^\circ) = 25564.146 \text{ ton}$$

$$T(B3_B) = F_{sp} \cdot \cos(\alpha) + P_c \cdot \sin(\alpha) = 3834.622 \cdot \cos(0^\circ) + 25564.146 \cdot \sin(0^\circ) = 3834.622 \text{ ton}$$

$$M(B3_B) = M_{su}(B3_B) = P_c \cdot Y_{Pc} \cdot F_{sd} \cdot Z_{Fsd} = 25564.146(-17.951) - 3834.622(54.498) = -667881.218 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

d) se revisan las condiciones de seguridad para cada combinación de cargas :

- para la combinación A :

a) Condición I:

$$\sigma_{u,B} = \sigma_{z,B} (1 + k^2) = \left[ \frac{N(A)}{A} + \frac{M(A)}{I} \cdot I_B \right] \cdot (1 + k^2)$$

$$= [(21377.680/132.70) + (83100.987 \cdot 66.35/194729.40)](1 + 0.75^2) = 296.076 \text{ ton/m}^2$$

$$\frac{f'_c}{F.S.} = 2000 \text{ ton/m}^2 / 4 = 500 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{u,B} = 296.076 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

b) Condición II:

$$FFC = \frac{N(A) \cdot \tan(\phi) + c \cdot A}{T(A)} = (21377.680 \tan 45^\circ + 160 \cdot 132.70) / 11681.245$$

$$FFC = 3.648 < FS = 4.0 \Rightarrow \text{no se cumple}$$

c) Condición III:

$$\sigma_{z,su} = \frac{N_{su}(A)}{A} + \frac{M_{su}(A)}{I} \cdot I_A = 27131.755/132.70 + 31780.392 \cdot 66.35/194729.40$$

$$= 193.631 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{zu} = p \cdot \gamma_a \cdot h_{arr} \cdot \frac{f'_t}{F.S.} = 0.40 (1.0) (145.50) - (60 / 4) = 43.2 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{z,Asu} = 193.631 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{zu} = 43.2 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

• para la combinación B1 :

a) Condición I:

$$\begin{aligned}\sigma_{II,B} &= \sigma_{z,B} (1+k^2) = \left[ \frac{N(B1)}{A} + \frac{M(B1)}{I} \cdot I_B \right] \cdot (1+k^2) \\ &= [(20485.793/132.70) + (304467.633 \cdot 66.35/194729.40)] \cdot (1+0.75^2) = 403.3 \text{ ton/m}^2 \\ \frac{f'_{\epsilon}}{F.S.} &= 2000 \text{ ton/m}^2 / 3.3 = 606.1 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{II,B} = 403.3 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}\end{aligned}$$

b) Condición II:

$$FFC = \frac{N(B1) \cdot \tan(\phi) + c \cdot A}{T(B1)} = [20485.793 \cdot \tan 45^\circ + 160(132.70)] / 14280.642 = 2.92$$

$$FFC = 2.92 < FS = 3.3 \Rightarrow \text{no se cumple}$$

c) Condición III:

$$\begin{aligned}\sigma_{z_{su}} &= \frac{N_{su}(B1)}{A} + \frac{M_{su}(B1)}{I} \cdot I_A = 27487.55/132.70 + 248607.64 \cdot 66.35/194729.40 \\ &= 122.42 \text{ ton/m}^2\end{aligned}$$

$$\sigma_{zu} = p \cdot \gamma_a \cdot h_{arr} \cdot \frac{f'_{\epsilon}}{F.S.} = 0.40(1.0)(163.93) \cdot 60/3.3 = 47.4 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{z_{su}} = 122.42 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{zu} = 47.4 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

• para la combinación B2 :

a) Condición I:

$$\begin{aligned}\sigma_{II,B} &= \sigma_{z,B} (1+k^2) = \left[ \frac{N(B2)}{A} + \frac{M(B2)}{I} \cdot I_B \right] \cdot (1+k^2) \\ &= [(21377.680/132.70) + (389839.325 \cdot 66.35/194729.40)] \cdot (1+0.75^2) = 459.4 \text{ ton/m}^2 \\ \frac{f'_{\epsilon}}{F.S.} &= 2000 \text{ ton/m}^2 / 2.7 = 740.74 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{II,B} = 459.4 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}\end{aligned}$$

b) Condición II:

$$FFC = \frac{N(B2) \cdot \tan(\phi) + c \cdot A}{T(B2)} = [21377.680 \cdot \tan 45^\circ + 160(132.70)] / 17187.220 = 2.48$$

$$FFC = 2.48 < FS = 2.7 \Rightarrow \text{no se cumple}$$

c) Condición III:

$$\sigma_{z_{su}} = \frac{N_{su}(B2)}{A} + \frac{M_{su}(B2)}{I} \cdot l_A = 27131.755/132.70 + 338518.730 \cdot -66.35/194729.40$$

$$= 89.12 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{zu} = p \cdot \gamma_a \cdot h_{arr} \frac{f'_t}{F.S.} = 0.40(1.0)(145.50) \cdot 60/2.7 = 35.98 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{z_{su}} = 89.12 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{zu} = 36.0 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

• para la combinación B3a :

a) Condición I:

$$\sigma_{II,B} = \sigma_{z,B} (1 + k^2) = \left[ \frac{N(B3a)}{A} + \frac{M(B3a)}{I} \cdot l_B \right] \cdot (1 + k^2)$$

$$= [(25564.146/132.70) + (-249922.758 \cdot 66.35/194729.40)] \cdot (1 + 0.75^2) = 168.04 \text{ ton/m}^2$$

$$\frac{f'_c}{F.S.} = 2000 \text{ ton/m}^2 / 2.7 = 740.74 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{II,B} = 168.04 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

b) Condición II:

$$FFC = \frac{N(B3a) \cdot \tan(\phi) + c \cdot A}{T(B3a)} = [25564.146 \cdot \tan 45^\circ + 160(132.70)] / 3834.622 = 12.20$$

$$FFC = 12.20 > FS = 2.7 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

c) Condición III:

$$\sigma_{z_{su}} = \frac{N_{su}(B3a)}{A} + \frac{M_{su}(B3a)}{I} \cdot l_A = 25564.15/132.70 - 249922.76 \cdot -66.35/194729.40$$

$$= 277.82 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{zu} = p \cdot \gamma_a \cdot h_{arr} \frac{f'_t}{F.S.} = 0.40(1.0)(0) \cdot 60/2.7 = -22.2 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{z_{su}} = 277.82 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{zu} = -22.2 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

• para la combinación B3b :

a) Condición I:

$$\sigma_{II,B} = \sigma_{z,B} (1 + k^2) = \left[ \frac{N(B3b)}{A} + \frac{M(B3b)}{I} \cdot l_B \right] \cdot (1 + k^2)$$

$$= [(25564.146/132.70)+(-667881.218 \cdot 66.35/194729.40)] \cdot (1+0.75^2) = -54.57 \text{ ton/m}^2$$

$$\frac{f'_c}{F.S.} = 2000 \text{ ton/m}^2 / 2.7 = 740.74 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{II,B} = -54.57 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

b) Condición II:

$$FFC = \frac{N(B3b) \cdot \tan(\phi) + c \cdot A}{T(B3b)} = [25564.146 \cdot \tan 45^\circ + 160(132.70)] / 3834.622 = 12.20$$

$$FFC = 12.20 > FS = 2.7 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

c) Condición III:

$$\sigma_{Z_{su}} = \frac{N_{su}(B3b)}{A} + \frac{M_{su}(B3b)}{I} \cdot I_A = 25564.15/132.70 - 667881.22 \cdot 66.35/194729.40$$

$$= 420.22 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{zu} = p \cdot \gamma_a \cdot h_{arr} \cdot \frac{f'_t}{F.S.} = 0.40(1.0)(0) - 60/2.7 = -22.2 \text{ ton/m}^2$$

$$\sigma_{Z_{su}} = 420.22 \text{ ton/m}^2 > \sigma_{zu} = -22.2 \text{ ton/m}^2 \Rightarrow \text{si se cumple}$$

Los resultados se muestran más adelante en las figuras de la 4.8 a la 4.12. Dentro de ellos, destacan los siguientes, por no haber cumplido con las condiciones de seguridad de acuerdo con los factores de seguridad propuestos al inicio del análisis:

Elevación del plano analizado (msnm)	Inclinación (°)	Condición de carga	Condición de seguridad	Parámetros
124.50	0	A	II	FFC=3.6 < FS=4.0
	0	B1	II	FFC=2.9 < FS=3.3
	0	B2	II	FFC=2.5 < FS=2.7
	45	B3b	II	FFC=2.3 < FS=2.7
	60	B3b	II	FFC=2.4 < FS=2.7
141.07	0	B1	II	FFC=3.1 < FS=2.7
	45	B3b	II	FFC=2.5 < FS=2.7
	60	B3b	II	FFC=2.6 < FS=2.7
207.35	0	B3b	I	$\sigma_{II,B} = 6.1 \text{ Kg/cm}^2$ $> \Gamma'_t = 6.0 \text{ Kg/cm}^2$

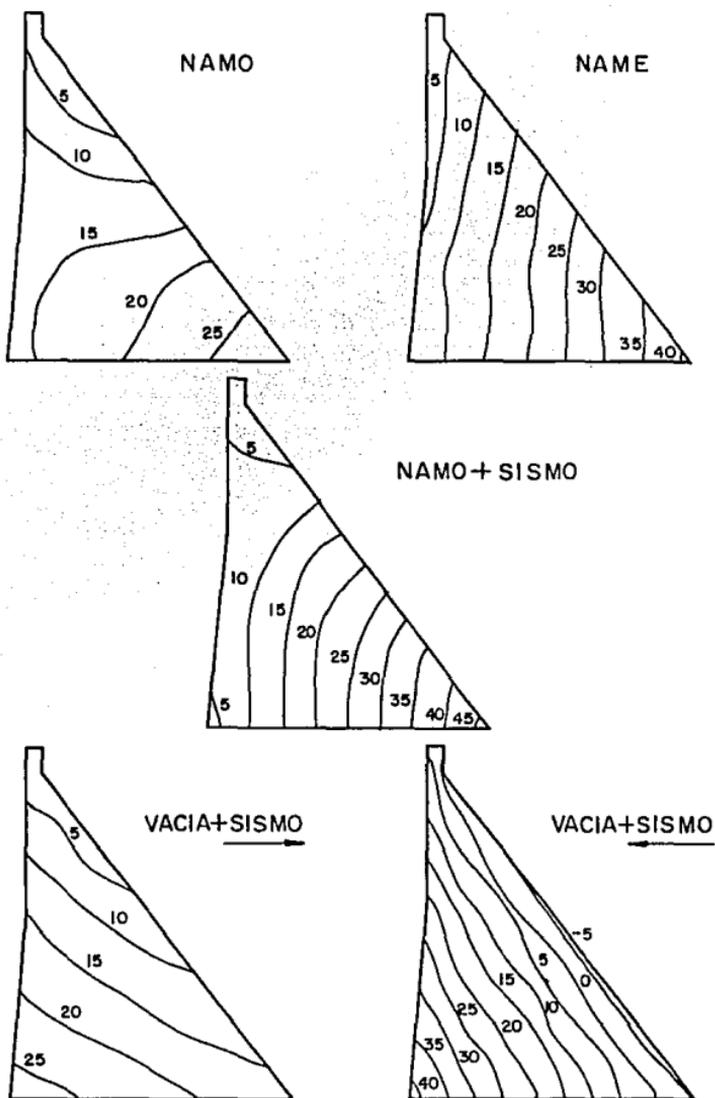


figura 4.8 Esfuerzos que se presentan para planos horizontales. ( $\text{Kg/cm}^2$ )  $\sigma_{II}$

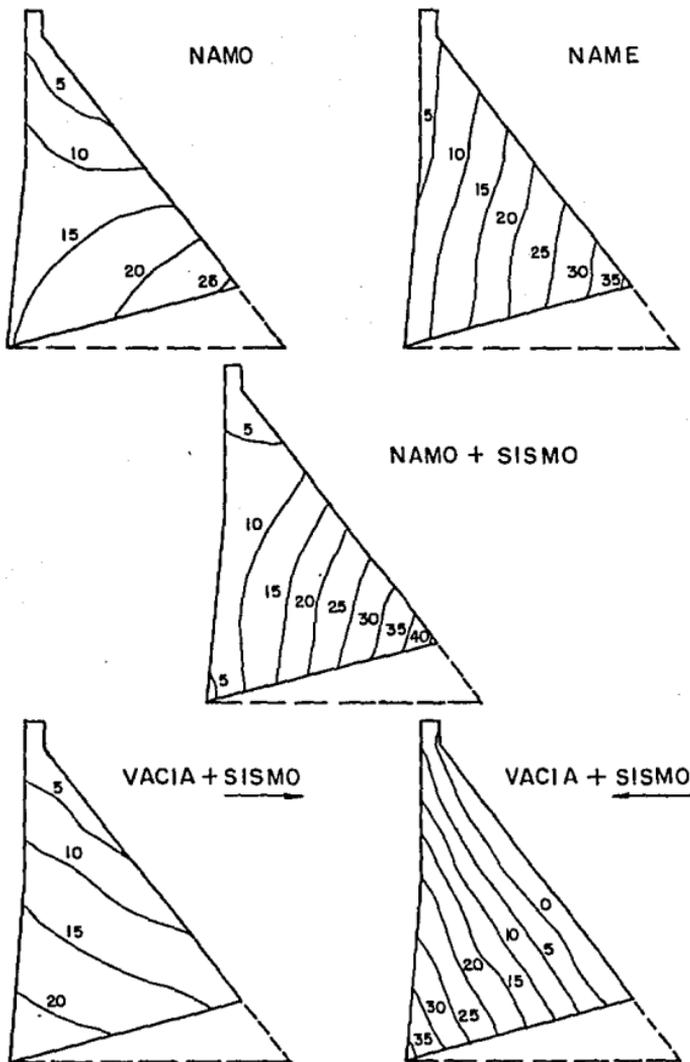


figura 4.9 Esfuerzos que se presentan para planos inclinados  $15^\circ$  ( $\text{Kg/cm}^2$ )  $\sigma_{II}$

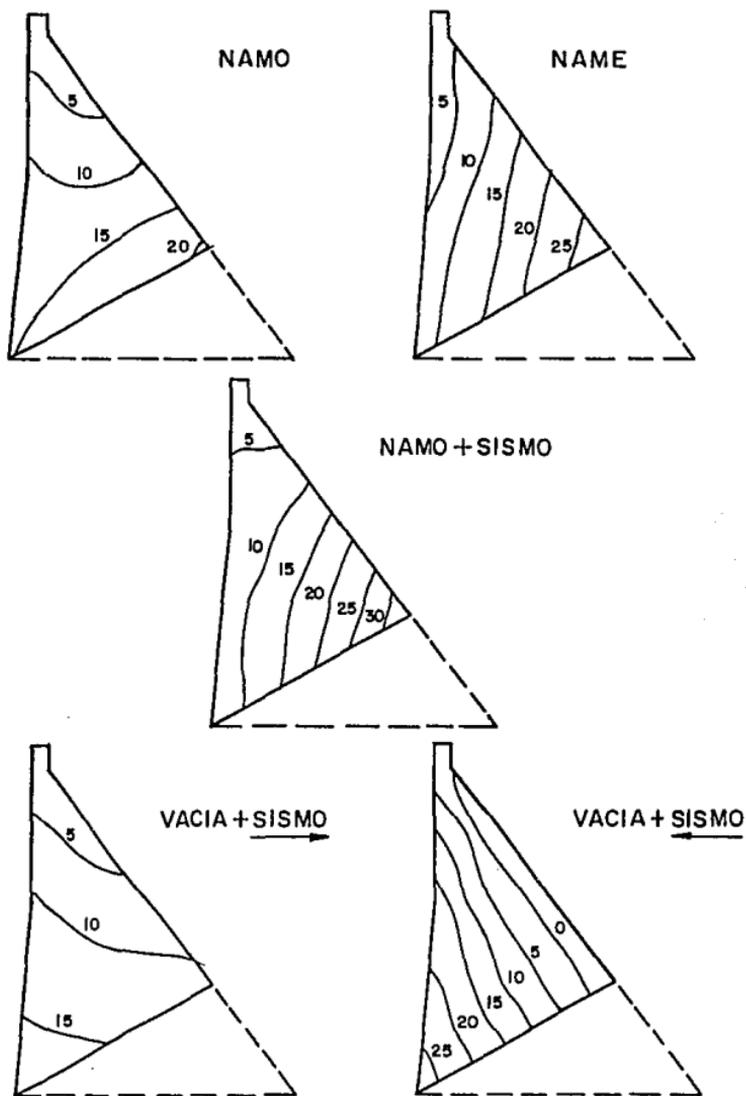


figura 4.10 Esfuerzos que se presentan para planos  
Inclinados  $30^\circ$  ( $\text{Kg/cm}^2$ )  $\sqrt{\pi}$

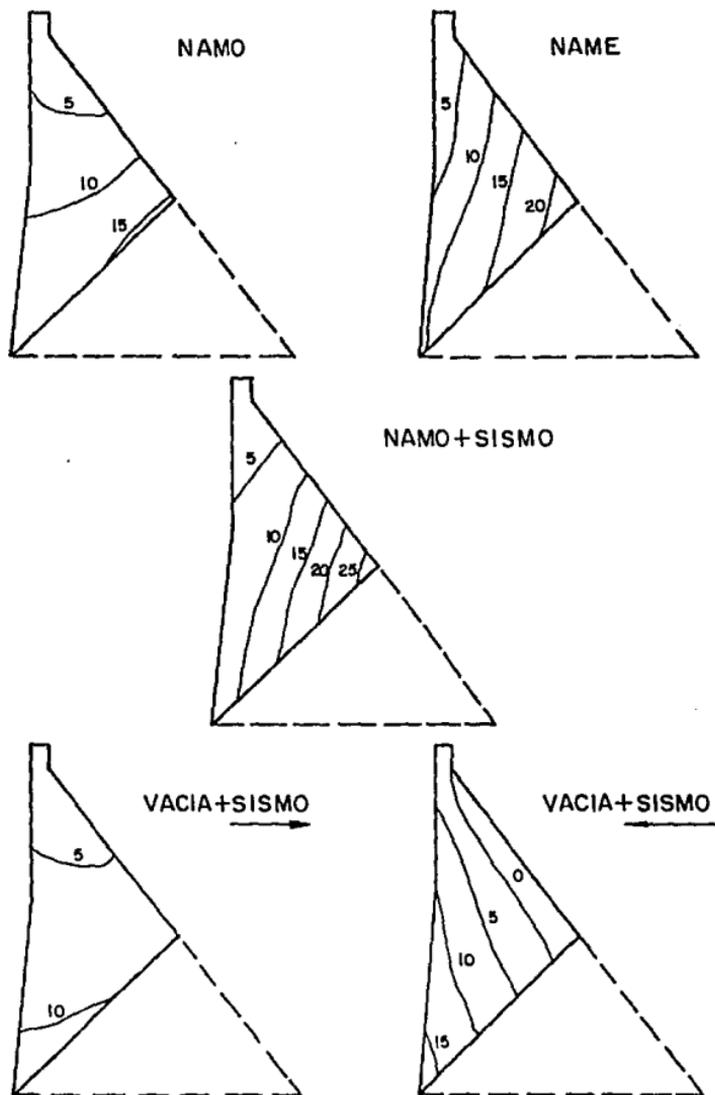


figura 4.11 Esfuerzos que se presentan para planos inclinados  $45^\circ$  ( $\text{Kg/cm}^2$ )  $\sigma_{II}$

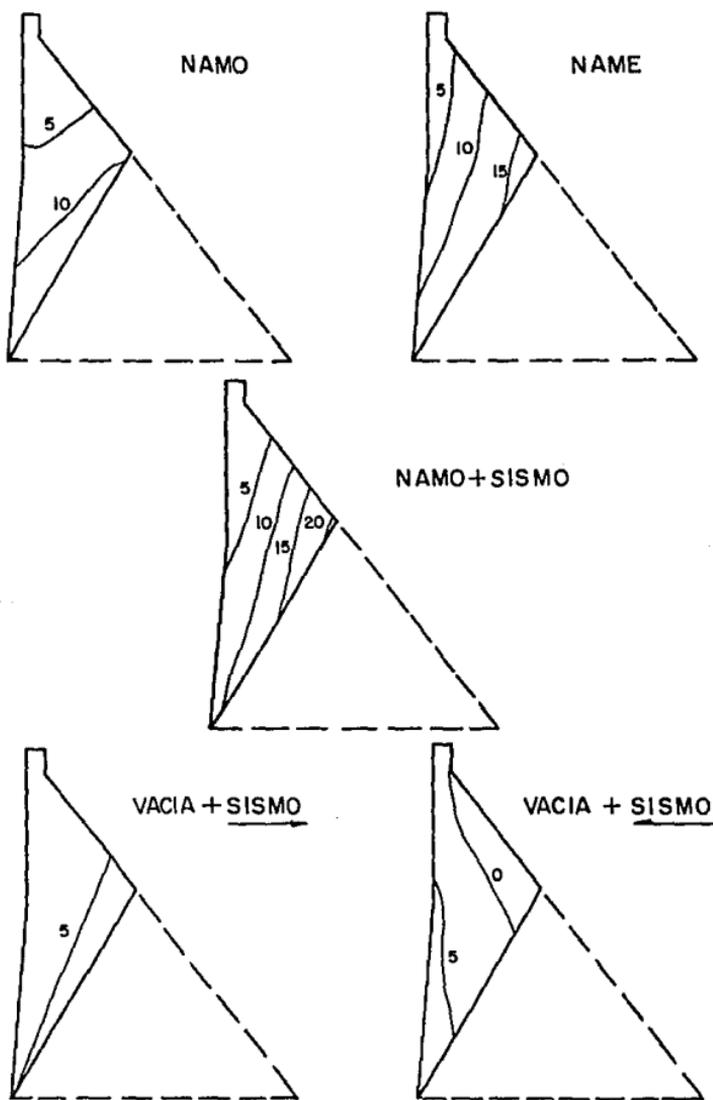


figura 4.12 Esfuerzos que se presentan para planos inclinados  $60^\circ$  ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )  $\sigma_{II}$

**CAPITULO V**

**METODO DEL**

**ELEMENTO FINITO**

# Método del Elemento Finito.

## Introducción.

El Método del Elemento Finito es un procedimiento numérico para obtener la solución aproximada de algunos problemas cuya solución implica resolver ecuaciones diferenciales parciales con las apropiadas condiciones de frontera. Tales problemas aparecen frecuentemente en áreas relacionadas con la ingeniería como son: el análisis de esfuerzos, el flujo de líquidos, la difusión de calor, etc.

El Método del Elemento Finito convierte el manejo de las ecuaciones diferenciales en un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales y para su solución se requiere, por la magnitud del sistema a resolver, el uso de la computadora.

Debido a las hipótesis habituales en el diseño de cualquier obra de ingeniería, que para el caso de la presa "Huites" podrían ser el comportamiento de los materiales y del terreno ante la presencia de las fuerzas reales, el aplicar un método de análisis más exacto para estudiar el comportamiento del conjunto, no es signo de lograr predecir con toda precisión la realidad, sino solamente poder conocer en un rango de cierta confianza otros resultados, que permitan al ingeniero emitir su juicio, partiendo principalmente de su criterio.

## Fundamentos del Método del Elemento Finito.

El Método del Elemento Finito ideado por O. C. Zienkiewicz para estudiar los esfuerzos en un medio plano, consiste en subdividir el medio en elementos que pueden tener cualquier forma, siendo triángular la forma usada en el planteamiento original. Posteriormente, el método se extendió al caso tridimensional. A los elementos se les denomina elementos finitos y a los vértices, nodos. Al conjunto de elementos finitos se le conoce como malla.

Para los fines de este trabajo, se ha considerado analizar los esfuerzos que se presentan en un monolito de la cortina, trabajando en forma independiente del resto de los monolitos, por lo que se plantea dividir al monolito en elementos de forma de "cubos" (fig. 5.1). Por esta razón, se presenta el desarrollo de la teoría para esta forma de elemento en especial, en donde se tendrá una

ecuación de aproximación de tercer grado incompleta, dado que se carece de algunos términos como los  $x^2, y^2, z^2, x^3, y^3, z^3, x^2y, x^2z, y^2z, xy^2, xz^2$  y  $yz^2$ .

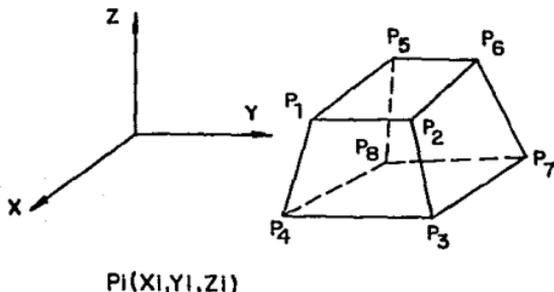


figura 5.1 Elemento finito en forma de "cubo"

La hipótesis en que se basa el método, consiste en considerar que los desplazamientos de los nodos que definen un "cubo" están regidos por una función de aproximación cúbica incompleta de sus coordenadas. La función de aproximación en el Método del Elemento Finito, es una expresión que sirve para evaluar valores que sean una solución muy aproximada (podría considerarse casi exacta) de las ecuaciones diferenciales que determinan la respuesta a nuestro problema de campo. Para el caso de un cubo con nodos: P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7 y P8, los desplazamientos de los nodos se consideran dados por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 U_i &= A + Bx_i + Cy_i + Dz_i + Ex_iy_i + Fy_iz_i + Gx_iz_i + Hx_iy_iz_i \\
 V_i &= I + Jx_i + Ky_i + Lz_i + Mx_iy_i + Ny_iz_i + Ox_iz_i + Px_iy_iz_i \\
 W_i &= Q + Rx_i + Sy_i + Tz_i + Ux_iy_i + Vy_iz_i + Wx_iz_i + Xx_iy_iz_i
 \end{aligned}
 \tag{Ecuación \#1}$$

donde:  $U_i, V_i$  y  $W_i$  son los desplazamientos en las direcciones  $X, Y$  y  $Z$ , para el nudo  $i$ ;

$x_i, y_i$  y  $z_i$  son las coordenadas del nudo  $i$ ;

$A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W$  y  $X$  son incógnitas.

Por lo tanto, planteando las expresiones para los ocho nodos, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones para los desplazamientos en  $X$ :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & x_1y_1 & y_1z_1 & x_1z_1 & x_1y_1z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & x_2y_2 & y_2z_2 & x_2z_2 & x_2y_2z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 & x_3y_3 & y_3z_3 & x_3z_3 & x_3y_3z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & x_4y_4 & y_4z_4 & x_4z_4 & x_4y_4z_4 \\ 1 & x_5 & y_5 & z_5 & x_5y_5 & y_5z_5 & x_5z_5 & x_5y_5z_5 \\ 1 & x_6 & y_6 & z_6 & x_6y_6 & y_6z_6 & x_6z_6 & x_6y_6z_6 \\ 1 & x_7 & y_7 & z_7 & x_7y_7 & y_7z_7 & x_7z_7 & x_7y_7z_7 \\ 1 & x_8 & y_8 & z_8 & x_8y_8 & y_8z_8 & x_8z_8 & x_8y_8z_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \end{bmatrix}$$

Ecuación #2

lo que es lo mismo:

$$\{U_i\} = [A] [A B C D E F G H]^T \quad \text{Ecuación \#3.1}$$

donde:  $[A]$  es una matriz que depende de las coordenadas de los nodos del elemento y su determinante, aunque no muy fácil de observar a la vista, guarda una relación con el volumen del elemento "cubo" elevado a la cuarta potencia. Aprovechando ésta propiedad del determinante de la matriz, definimos un coeficiente  $\lambda$  que se valúa de la siguiente manera:

$$\lambda^{-1} = |A| = (\text{Volumen del elemento cúbico})^4$$

igualmente, para las componentes del desplazamiento en las direcciones  $Y$  y  $Z$ , se tiene:

$$\{V_i\} = [A] [I J K L M N O P]^T \quad \text{Ecuación \#3.2}$$

$$\{W_i\} = [A] [Q R S T U V W X]^T \quad \text{Ecuación \#3.3}$$

Los valores de las variables  $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W$  y  $X$ , se pueden obtener resolviendo el sistema, utilizando, por ejemplo, la regla de Cramer de donde se obtiene, desarrollando los determinantes, que el valor de  $B$  es:

$$\begin{aligned} B = \lambda [ & U_1 ( x_4x_6x_7y_2y_4y_5y_7z_3z_5z_6z_7 - x_3x_4x_6y_3y_5y_6y_8z_3z_4z_5z_7 ) \\ & + U_2 ( x_5x_7x_8y_3y_5y_6y_8z_4z_6z_7z_8 - x_4x_5x_7y_1y_4y_6y_7z_4z_5z_6z_7z_8 ) \\ & + U_3 ( x_1x_6x_8y_1y_4y_6y_7z_1z_5z_7z_8 - x_5x_6x_8y_2y_5y_7y_8z_1z_5z_6z_7 ) \\ & + U_4 ( x_1x_2x_7y_2y_5y_7y_8z_1z_2z_6z_8 - x_1x_6x_7y_1y_3y_6y_8z_1z_2z_7z_8 ) \\ & + U_5 ( x_2x_3x_8y_1y_3y_6y_8z_1z_2z_3z_7 - x_2x_7x_8y_1y_2y_4y_7z_1z_3z_7z_8 ) \\ & + U_6 ( x_1x_3x_4y_1y_2y_4y_7z_2z_3z_4z_8 - x_1x_3x_8y_2y_3y_5y_8z_1z_2z_4z_8 ) \\ & + U_7 ( x_2x_4x_5y_2y_3y_5y_8z_1z_3z_4z_6 - x_1x_2x_4y_1y_3y_4y_6z_1z_2z_3z_5 ) \\ & + U_8 ( x_3x_5x_6y_1y_3y_4y_6z_2z_4z_5z_6 - x_2x_3x_5y_2y_4y_5y_7z_2z_3z_4z_6 ) ] \end{aligned}$$

esto es, expresándolo en forma reducida, que:

$$B = \lambda ( U_{1a1} + U_{2a2} + U_{3a3} + U_{4a4} + U_{5a5} + U_{6a6} + U_{7a7} + U_{8a8} )$$

mientras que para las otras incógnitas se tiene:

$$C = \lambda ( U_{1a9} + U_{2a10} + U_{3a11} + U_{4a12} + U_{5a13} + U_{6a14} + U_{7a15} + U_{8a16} )$$

$$D = \lambda ( U_{1a17} + U_{2a18} + U_{3a19} + U_{4a20} + U_{5a21} + U_{6a22} + U_{7a23} + U_{8a24} )$$

$$E = \lambda ( U_{1a25} + U_{2a26} + U_{3a27} + U_{4a28} + U_{5a29} + U_{6a30} + U_{7a31} + U_{8a32} )$$

$$F = \lambda ( U_{1a33} + U_{2a34} + U_{3a35} + U_{4a36} + U_{5a37} + U_{6a38} + U_{7a39} + U_{8a40} )$$

$$G = \lambda ( U_{1a41} + U_{2a42} + U_{3a43} + U_{4a44} + U_{5a45} + U_{6a46} + U_{7a47} + U_{8a48} )$$

$$H = \lambda ( U_{1a49} + U_{2a50} + U_{3a51} + U_{4a52} + U_{5a53} + U_{6a54} + U_{7a55} + U_{8a56} )$$

$$J = \lambda ( V_{1a1} + V_{2a2} + V_{3a3} + V_{4a4} + V_{5a5} + V_{6a6} + V_{7a7} + V_{8a8} )$$

$$K = \lambda ( V_{1a9} + V_{2a10} + V_{3a11} + V_{4a12} + V_{5a13} + V_{6a14} + V_{7a15} + V_{8a16} )$$

$$L = \lambda ( V_{1a17} + V_{2a18} + V_{3a19} + V_{4a20} + V_{5a21} + V_{6a22} + V_{7a23} + V_{8a24} )$$

$$M = \lambda ( V_{1a25} + V_{2a26} + V_{3a27} + V_{4a28} + V_{5a29} + V_{6a30} + V_{7a31} + V_{8a32} )$$

$$N = \lambda ( V_{1a33} + V_{2a34} + V_{3a35} + V_{4a36} + V_{5a37} + V_{6a38} + V_{7a39} + V_{8a40} )$$

$$O = \lambda ( V_{1a41} + V_{2a42} + V_{3a43} + V_{4a44} + V_{5a45} + V_{6a46} + V_{7a47} + V_{8a48} )$$

$$P = \lambda ( V_{1a49} + V_{2a50} + V_{3a51} + V_{4a52} + V_{5a53} + V_{6a54} + V_{7a55} + V_{8a56} )$$

$$R = \lambda ( W_{1a1} + W_{2a2} + W_{3a3} + W_{4a4} + W_{5a5} + W_{6a6} + W_{7a7} + W_{8a8} )$$

$$S = \lambda ( W_{1a9} + W_{2a10} + W_{3a11} + W_{4a12} + W_{5a13} + W_{6a14} + W_{7a15} + W_{8a16} )$$

$$T = \lambda ( W_{1a17} + W_{2a18} + W_{3a19} + W_{4a20} + W_{5a21} + W_{6a22} + W_{7a23} + W_{8a24} )$$

$$U = \lambda ( W_{1a25} + W_{2a26} + W_{3a27} + W_{4a28} + W_{5a29} + W_{6a30} + W_{7a31} + W_{8a32} )$$

$$V = \lambda ( W_{1a33} + W_{2a34} + W_{3a35} + W_{4a36} + W_{5a37} + W_{6a38} + W_{7a39} + W_{8a40} )$$

$$W = \lambda ( W_{1a41} + W_{2a42} + W_{3a43} + W_{4a44} + W_{5a45} + W_{6a46} + W_{7a47} + W_{8a48} )$$

$$X = \lambda ( W_{1a49} + W_{2a50} + W_{3a51} + W_{4a52} + W_{5a53} + W_{6a54} + W_{7a55} + W_{8a56} )$$

Ecuación #4

donde  $a_1, a_2, \dots, a_{56}$  son constantes que dependen unicamente de las coordenadas de los nodos del elemento "cubo", siendo estas:

$$a_1 = x_4x_6x_7y_2y_4y_5y_7z_3z_5z_6z_7 - x_3x_4x_6y_3y_5y_6y_8z_3z_4z_5z_7$$

$$a_2 = x_5x_7x_8y_3y_5y_6y_8z_4z_6z_7z_8 - x_4x_5x_7y_1y_4y_6y_7z_4z_5z_6z_8$$

$$a_3 = x_1x_6x_8y_1y_4y_6y_7z_1z_5z_7z_8 - x_5x_6x_8y_2y_5y_7y_8z_1z_5z_6z_7$$

$$a_4 = x_1x_2x_7y_2y_5y_7y_8z_1z_2z_6z_8 - x_1x_6x_7y_1y_3y_6y_8z_1z_6z_7z_8$$

$$a_5 = x_2x_3x_8y_1y_3y_6y_8z_1z_2z_3z_7 - x_2x_7x_8y_1y_2y_4y_7z_1z_3z_7z_8$$

$$a_6 = x_1x_3x_4y_1y_2y_4y_7z_2z_3z_4z_8 - x_1x_3x_8y_2y_3y_5y_8z_1z_2z_4z_8$$

$a_7 = x_2x_4x_5y_2y_3y_5y_8z_1z_3z_4z_5 - x_1x_2x_4y_1y_3y_4y_6z_1z_2z_3z_5$   
 $a_8 = x_3x_5x_6y_1y_3y_4y_6z_1z_4z_5z_6 - x_2x_3x_5y_7y_4y_5y_7z_1z_3z_4z_6$   
 $a_9 = x_3x_5x_6x_8y_3y_4y_6z_2z_4z_5z_6 - x_2x_4x_5x_7y_4y_6y_7z_4z_5z_6z_8$   
 $a_{10} = x_1x_4x_6x_7y_4y_5y_7z_3z_5z_6z_7 - x_3x_5x_6x_8y_5y_7y_8z_1z_5z_6z_7$   
 $a_{11} = x_2x_5x_7x_8y_5y_6y_8z_4z_6z_7z_8 - x_1x_4x_6x_7y_1y_6y_8z_1z_2z_7z_8$   
 $a_{12} = x_1x_3x_6x_8y_1y_6y_7z_1z_5z_7z_8 - x_2x_5x_7x_8y_1y_2y_7z_1z_3z_7z_8$   
 $a_{13} = x_1x_2x_4x_7y_2y_7y_8z_1z_2z_6z_8 - x_1x_3x_6x_8y_2y_3y_8z_1z_2z_4z_8$   
 $a_{14} = x_2x_3x_5x_8y_1y_3y_8z_1z_2z_3z_7 - x_1x_2x_4x_7y_1y_3y_4z_1z_2z_3z_5$   
 $a_{15} = x_1x_3x_4x_6y_1y_2y_4z_1z_3z_4z_8 - x_2x_3x_5x_8y_2y_4y_5z_2z_3z_4z_6$   
 $a_{16} = x_2x_4x_5x_7y_2y_3y_5z_1z_3z_4z_5 - x_1x_3x_4x_6y_3y_5y_6z_3z_4z_5z_7$   
 $a_{17} = x_2x_4x_5x_7y_2y_3y_5y_8z_3z_4z_5 - x_3x_5x_6x_8y_2y_5y_7y_8z_5z_6z_7$   
 $a_{18} = x_3x_5x_6x_8y_1y_3y_4y_6z_4z_5z_6 - x_1x_4x_6x_7y_1y_3y_6y_8z_6z_7z_8$   
 $a_{19} = x_1x_4x_6x_7y_2y_4y_5y_7z_5z_6z_7 - x_2x_5x_7x_8y_1y_2y_4y_7z_1z_7z_8$   
 $a_{20} = x_2x_5x_7x_8y_3y_5y_6y_8z_6z_7z_8 - x_1x_3x_6x_8y_2y_3y_5y_8z_1z_2z_8$   
 $a_{21} = x_1x_3x_6x_8y_1y_4y_6y_7z_1z_7z_8 - x_1x_2x_4x_7y_1y_3y_4y_6z_1z_2z_3$   
 $a_{22} = x_1x_2x_4x_7y_2y_5y_7y_8z_1z_2z_6 - x_2x_3x_5x_8y_2y_4y_5y_7z_2z_3z_4$   
 $a_{23} = x_2x_3x_5x_8y_1y_3y_6y_8z_1z_2z_3 - x_1x_3x_4x_6y_3y_5y_6y_8z_3z_4z_5$   
 $a_{24} = x_1x_3x_4x_6y_1y_2y_4y_7z_3z_4z_4 - x_2x_4x_5x_7y_1y_4y_6y_7z_4z_5z_6$   
 $a_{25} = x_3x_4x_6y_2y_4y_7z_2z_3z_4z_8 - x_4x_6x_7y_3y_6y_8z_2z_6z_7z_8$   
 $a_{26} = x_4x_5x_7y_3y_5y_8z_1z_3z_4z_5 - x_5x_7x_8y_1y_4y_7z_1z_3z_7z_8$   
 $a_{27} = x_5x_6x_8y_1y_4y_6z_2z_4z_5z_6 - x_1x_6x_8y_2y_5y_8z_1z_2z_4z_8$   
 $a_{28} = x_1x_6x_7y_2y_5y_7z_3z_5z_6z_7 - x_1x_2x_7y_1y_3y_6z_1z_2z_3z_5$   
 $a_{29} = x_2x_7x_8y_3y_6y_8z_4z_6z_7z_8 - x_2x_3x_8y_2y_4y_7z_2z_3z_4z_6$   
 $a_{30} = x_1x_3x_8y_1y_4y_7z_1z_5z_7z_8 - x_1x_3x_4y_3y_5y_8z_3z_4z_5z_7$   
 $a_{31} = x_1x_2x_4y_2y_5y_8z_1z_2z_6z_8 - x_2x_4x_5y_1y_4y_6z_4z_5z_6z_8$   
 $a_{32} = x_2x_3x_5y_1y_3y_6z_1z_2z_3z_7 - x_3x_5x_6y_2y_5y_7z_1z_5z_6z_7$   
 $a_{33} = x_2x_3x_5x_8y_3y_6y_8z_2z_3z_7 - x_2x_5x_7x_8y_2y_4y_7z_3z_7z_8$   
 $a_{34} = x_1x_3x_4x_6y_1y_4y_7z_3z_4z_8 - x_1x_3x_6x_8y_3y_5y_8z_1z_4z_8$   
 $a_{35} = x_2x_4x_5x_7y_2y_5y_8z_1z_4z_5 - x_1x_2x_4x_7y_1y_4y_6z_1z_2z_5$   
 $a_{36} = x_3x_5x_6x_8y_1y_3y_6z_2z_5z_6 - x_2x_3x_5x_8y_2y_5y_7z_2z_3z_6$   
 $a_{37} = x_1x_4x_6x_7y_2y_4y_7z_3z_6z_7 - x_1x_3x_4x_6y_3y_6y_8z_3z_4z_7$   
 $a_{38} = x_2x_5x_7x_8y_3y_5y_8z_4z_7z_8 - x_2x_4x_5x_7y_1y_4y_7z_4z_5z_8$   
 $a_{39} = x_1x_3x_6x_8y_1y_4y_6z_1z_5z_8 - x_3x_5x_6x_8y_2y_5y_8z_1z_5z_6$   
 $a_{40} = x_1x_2x_4x_7y_2y_5y_7z_1z_6z_8 - x_1x_4x_6x_7y_1y_3y_6z_2z_6z_7$   
 $a_{41} = x_2x_4x_7y_2y_5y_7y_8z_2z_6z_8 - x_3x_6x_8y_2y_3y_5y_8z_2z_4z_8$   
 $a_{42} = x_3x_5x_8y_1y_3y_6y_8z_1z_3z_7 - x_1x_4x_7y_1y_3y_4y_6z_1z_3z_5$

$$\begin{aligned}
 R_{43} &= x_1 x_4 x_6 y_1 y_2 y_4 y_7 z_2 z_4 z_6 - x_2 x_5 x_8 y_2 y_4 y_5 y_7 z_2 z_4 z_6 \\
 R_{44} &= x_2 x_5 x_7 y_2 y_3 y_5 y_8 z_1 z_3 z_5 - x_1 x_3 x_6 y_3 y_5 y_6 y_8 z_3 z_5 z_7 \\
 R_{45} &= x_3 x_6 x_8 y_1 y_3 y_4 y_6 z_2 z_4 z_6 - x_2 x_4 x_7 y_1 y_4 y_6 y_7 z_4 z_6 z_8 \\
 R_{46} &= x_1 x_4 x_7 y_2 y_4 y_5 y_7 z_3 z_5 z_7 - x_3 x_5 x_8 y_2 y_5 y_7 y_8 z_1 z_5 z_7 \\
 R_{47} &= x_2 x_5 x_8 y_3 y_5 y_6 y_8 z_4 z_6 z_8 - x_1 x_4 x_6 y_1 y_3 y_6 y_8 z_2 z_6 z_8 \\
 R_{48} &= x_1 x_3 x_6 y_1 y_4 y_6 y_7 z_1 z_5 z_7 - x_2 x_5 x_7 y_1 y_2 y_4 y_7 z_1 z_3 z_7 \\
 R_{49} &= x_3 x_6 x_8 y_4 y_6 y_7 z_5 z_7 z_8 - x_2 x_4 x_7 y_3 y_4 y_6 z_2 z_3 z_5 \\
 R_{50} &= x_1 x_4 x_7 y_5 y_7 y_8 z_1 z_6 z_8 - x_3 x_5 x_8 y_4 y_5 y_7 z_3 z_4 z_6 \\
 R_{51} &= x_2 x_5 x_8 y_1 y_6 y_8 z_1 z_2 z_7 - x_1 x_4 x_6 y_5 y_6 y_8 z_4 z_5 z_7 \\
 R_{52} &= x_1 x_3 x_6 y_1 y_2 y_7 z_2 z_3 z_8 - x_2 x_5 x_7 y_1 y_6 y_7 z_5 z_6 z_8 \\
 R_{53} &= x_2 x_4 x_7 y_2 y_3 y_8 z_1 z_3 z_4 - x_3 x_6 x_8 y_2 y_7 y_8 z_1 z_6 z_7 \\
 R_{54} &= x_3 x_5 x_8 y_1 y_3 y_4 z_2 z_4 z_5 - x_1 x_4 x_7 y_1 y_3 y_8 z_2 z_7 z_8 \\
 R_{55} &= x_1 x_4 x_6 y_2 y_4 y_5 z_3 z_5 z_6 - x_2 x_5 x_8 y_1 y_2 y_4 z_1 z_3 z_8 \\
 R_{56} &= x_2 x_5 x_7 y_3 y_5 y_6 z_4 z_6 z_7 - x_1 x_3 x_6 y_2 y_3 y_5 z_1 z_2 z_4
 \end{aligned}$$

Ecuación #5

El vector deformación  $\bar{\epsilon}$  para un sistema tridimensional, obtenido a partir de sus desplazamientos en cada dirección, es:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial V / \partial y \\ \partial W / \partial z \\ \partial U / \partial y + \partial V / \partial x \\ \partial V / \partial z + \partial W / \partial y \\ \partial U / \partial z + \partial W / \partial x \end{pmatrix}$$

Ecuación #6

y sustituyendo los valores que se obtienen de derivar las expresiones 1.1, 1.2 y 1.3 se tiene:

$$\begin{pmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial V / \partial y \\ \partial W / \partial z \\ \partial U / \partial y + \partial V / \partial x \\ \partial V / \partial z + \partial W / \partial y \\ \partial U / \partial z + \partial W / \partial x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B + E\phi_y + G\phi_z + H\phi_{yz} \\ K + M\phi_x + N\phi_z + P\phi_{xz} \\ T + V\phi_y + W\phi_x + X\phi_{xy} \\ C + J + E\phi_x + M\phi_y + (F + O)\phi_z + H\phi_{xz} + P\phi_{yz} \\ L + S + (O + U)\phi_x + N\phi_y + V\phi_z + P\phi_{xy} + X\phi_{xz} \\ D + R + G\phi_x + (F + U)\phi_y + W\phi_z + H\phi_{xy} + X\phi_{yz} \end{pmatrix}$$

Ecuación #7



Para relacionar las deformaciones que sufre el elemento "cubo" con los esfuerzos que se presentan en el material se considera aplicable la ley de Hooke, que maneja la hipótesis de una relación de esfuerzo-deformación lineal para el material. Debido a esto el problema se transforma en uno de elasticidad, por lo que se hace necesario el uso de una matriz de transformación o de proporcionalidad  $[D]$  para un estado tridimensional de esfuerzos:

$$[D] = E^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 1 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & -\mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix}$$

donde:  $E$  es el módulo de Elasticidad del material

$\mu$  es la relación de Poisson:

$$\mu = -(\text{def. lateral} / \text{def. axial})$$

$E / 2 (1+\mu) = G$  es el módulo de elasticidad al cortante

De la ley de Hooke se tiene que las deformaciones son proporcionales a los esfuerzos, esto es:

$$\{\epsilon\} = [D] \cdot \{\sigma\} \quad \text{Ecuación \#10}$$

y dado que lo que nos interesa conocer son los esfuerzos, despejamos el vector de esfuerzos y obtenemos:

$$\{\sigma\} = [D^{-1}] \cdot \{\epsilon\} \quad \text{Ecuación \#11}$$

donde:  $[D^{-1}] = [B]$  es la matriz inversa de la matriz de proporcionalidad:

$$[B] = r \begin{bmatrix} 1 & \mu/(1-\mu) & \mu/(1-\mu) & 0 & 0 & 0 \\ \mu/(1-\mu) & 1 & \mu/(1-\mu) & 0 & 0 & 0 \\ \mu/(1-\mu) & \mu/(1-\mu) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\mu)/2(1-\mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\mu)/2(1-\mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\mu)/2(1-\mu) \end{bmatrix}$$

con  $r = E (1-\mu) / (1+\mu) (1-2\mu)$ ; siendo entonces el vector de esfuerzos:

$$\{\sigma\} = [B] \cdot \{\varepsilon\}$$

Ecuación #12

y sustituyendo el vector  $\bar{\varepsilon}$  por la expresión para calcularlo en función de las coordenadas de los nodos y sus desplazamientos, se tiene que:

$$\{\sigma\} = [B] \lambda [C] \{\lambda\}$$

Ecuación #13

Si se recuerda el concepto del principio de trabajo virtual en el que se establece que el trabajo interior que se desarrolla en un elemento es igual al trabajo exterior, se puede aplicar para nuestro caso lo siguiente:

- a) el trabajo interior que se desarrolla en un elemento "cubo" es igual a un medio de la integral, con respecto al area, del producto del vector esfuerzo por el vector deformación, para un espesor constante del elemento, por lo tanto:

$$W_{\text{interior}} = \frac{1}{2} \int_A \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\sigma\} \cdot e \cdot dA$$

- b) el trabajo exterior es producto de las fuerzas exteriores que mantienen en equilibrio al elemento al producirse los desplazamientos en los nodos, lo que se expresa como:

$$W_{\text{exterior}} = \frac{1}{2} \{\lambda\}^T \cdot \{F\}$$

donde  $\{F\}$  es el vector de las fuerzas aplicadas.

Dado que  $W_{\text{interior}} = W_{\text{exterior}}$ , sustituyendo sus ecuaciones, se tiene que:

$$\frac{1}{2} \int_A \{\bar{\varepsilon}\}^T \{\sigma\} \cdot e \cdot dA = \frac{1}{2} \{\lambda\}^T \cdot \{F\}$$

e introduciendo la matriz de rigidez  $[K]$  del elemento "cubo", la cual equivale a:

$$[K] = \int_V \lambda [C]^T [B] \lambda [C] \cdot dV$$

y dado que  $\{C\}$ ,  $\lambda$  y  $\{B\}$  son constantes, se puede establecer que:

$$\{K\} = \lambda^2 \{C\}^T \{B\} \{C\} \int_V dV$$

o sea :

$$\{K\} = \lambda^2 \{C\}^T \{B\} \{C\} V$$

con lo que se llega a la ecuación:

$$\{F\} = \{K\} \{\lambda\} \qquad \text{Ecuación \#14}$$

donde se expresa que, conociendo la matriz de rigidez de un elemento y conociendo las fuerzas que se le aplican, se puede conocer el vector de desplazamientos  $\{\epsilon\}$  para los nodos del elemento y conociendo éstos, se pueden calcular los esfuerzos que se presentan en el material con la expresión #13 :

$$\{\sigma\} = \{B\} \lambda \{C\} \{\lambda\}$$

### **Aplicación del Método del Elemento Finito para el estudio de estabilidad de la presa "Huites", Sinaloa.**

Para la aplicación del Método del Elemento Finito es necesario preparar cierta información que proporcione las características geométricas de los elementos finitos en que se dividió el medio a estudiar, por lo que se requiere proponer primeramente la malla.

En este estudio se analizará un monolito de 15m de espesor y con la sección correspondiente para la altura máxima, considerando que los monolitos vecinos no le transmiten ninguna acción. La malla propuesta de elementos con forma de "cubo" es la mostrada en la figura 5.2 .

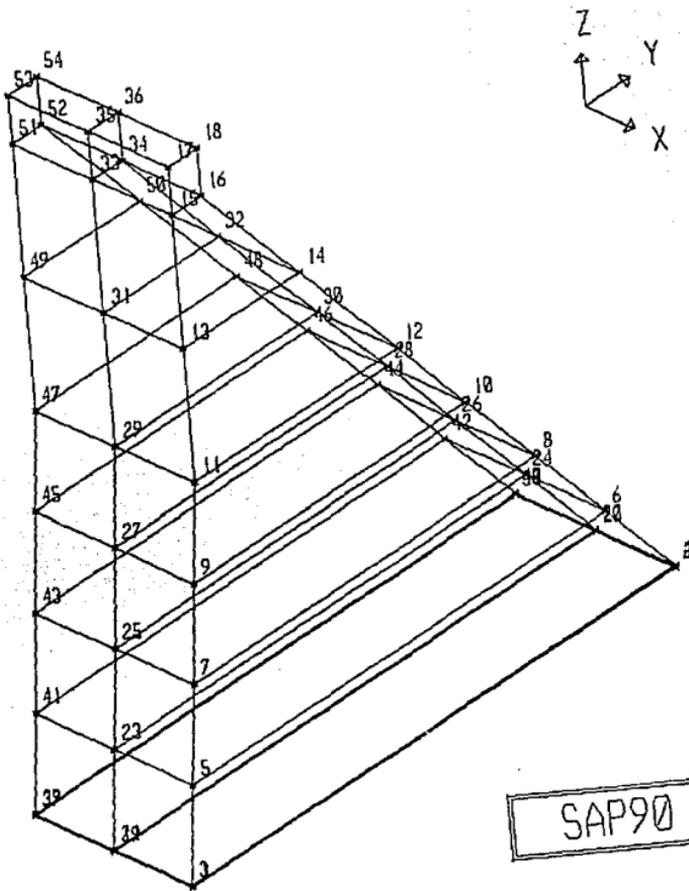


figura 5.2 Malla propuesta de elementos finitos para el análisis haciendo uso del programa SAP-90

Para los fines de éste trabajo en lo que se refiere a la aplicación del Método del Elemento Finito, se utilizó el programa SAP-90. Este programa ha sido desarrollado en la Universidad de California en Berkeley y representa el producto de más de 25 años de trabajo dirigido por el profesor Edward L. Wilson.

Se analizaron las combinaciones de cargas siguientes:

- \* agua al NAMO;
- \* agua al NAME;
- \* agua al NAMO más las acciones debidas al sismo de diseño; y
- \* presa vacía más las acciones debidas al sismo de diseño (actuando hacia aguas arriba)

Considerando que las fuerzas que producen el empuje del agua y de los azolves se concentran en los nodos de la malla, se calcularon las fuerzas concentradas para un metro de ancho del monolito, obteniéndose las que se muestran en las figuras 5.3, 5.4 y 5.5.

Para las fuerzas en el cuerpo de la presa, relacionadas con el peso propio y el sismo actuando en la masa de concreto, el programa las calcula, colocando la aplicación de ellas en el centroide de cada elemento.

## Resultados.

Los resultados obtenidos del análisis fueron los esfuerzos a compresión a que trabaja el material además del esfuerzo cortante en el plano XY, los cuales se muestran en los esquemas de las figuras: 5.6, 5.7, 5.8, y 5.9.

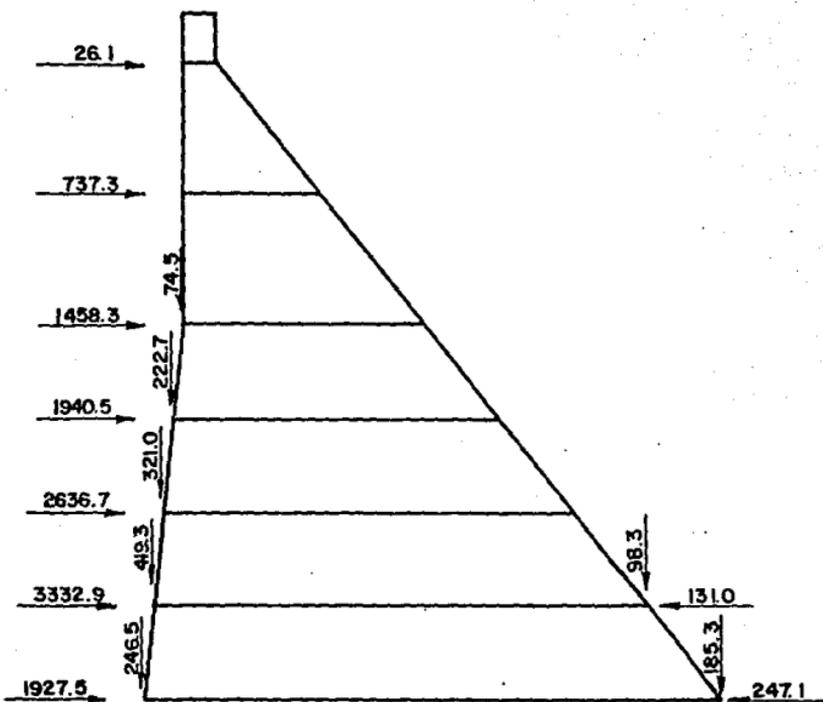


Fig. 5.3 Fuerzas concentradas en los nodos para la combinación de NAMO (ton/m)

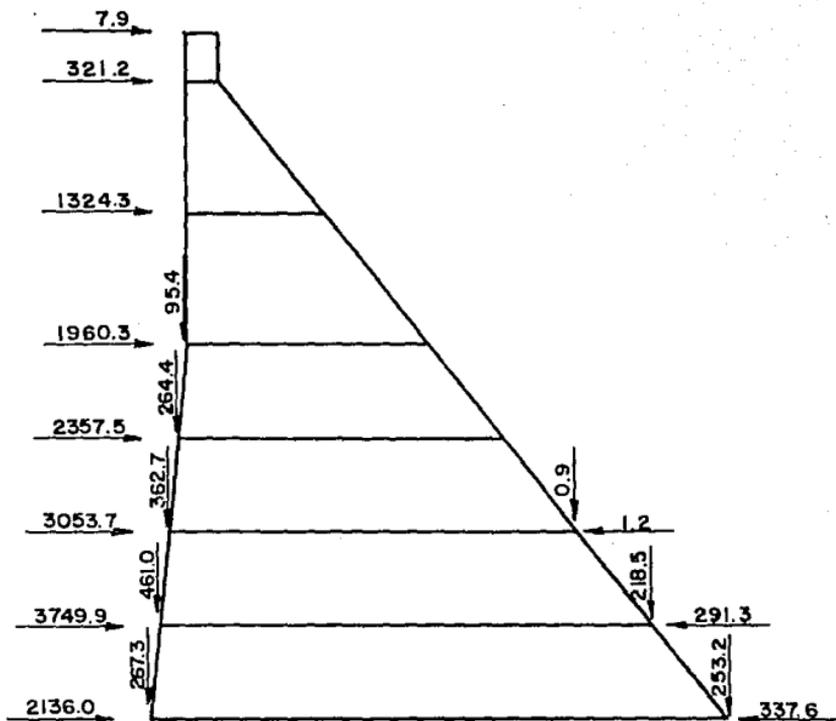


Fig. 5.4 Fuerzas concentradas en los nodos para para la combinación de NAME (ton/m)

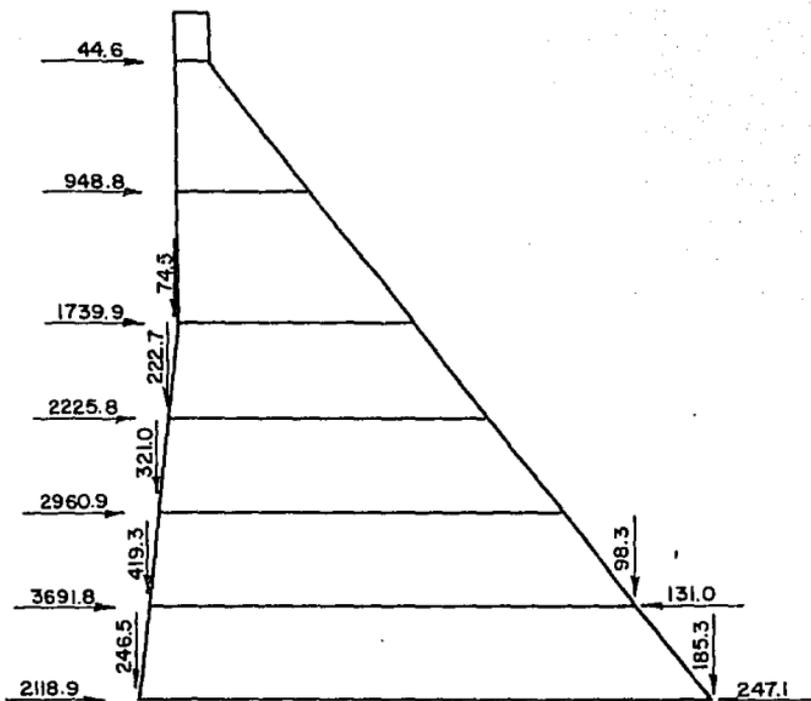


Fig. 5.5 Fuerzas concentradas en los nodos para la combinación de NAMO más las acciones del sismo de diseño (ton/m)

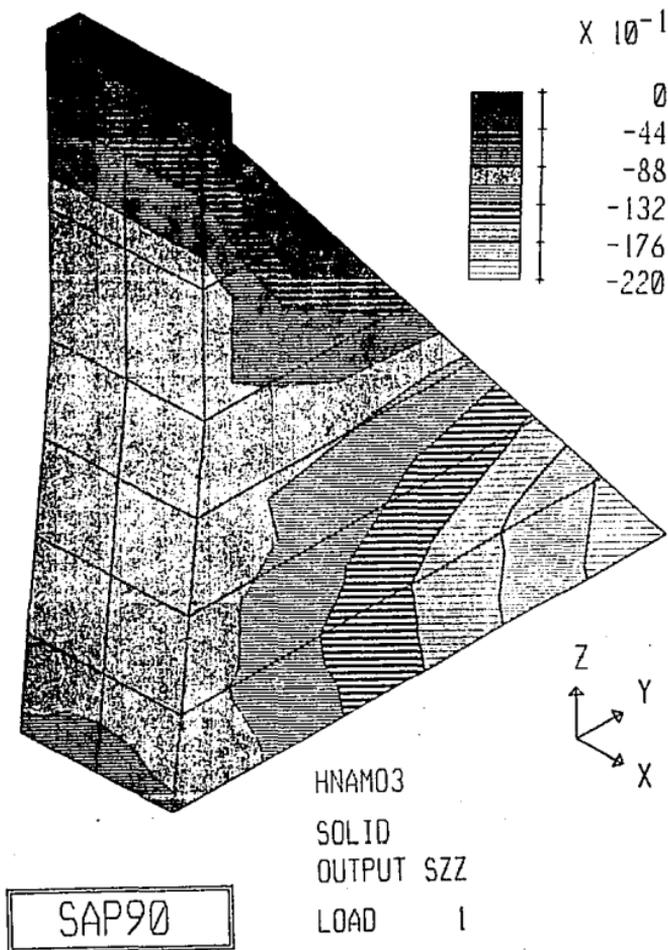


figura 5.6 Esfuerzos  $\sigma_{zz}$  para la combinación de NAMO (Kg/cm<sup>2</sup>)

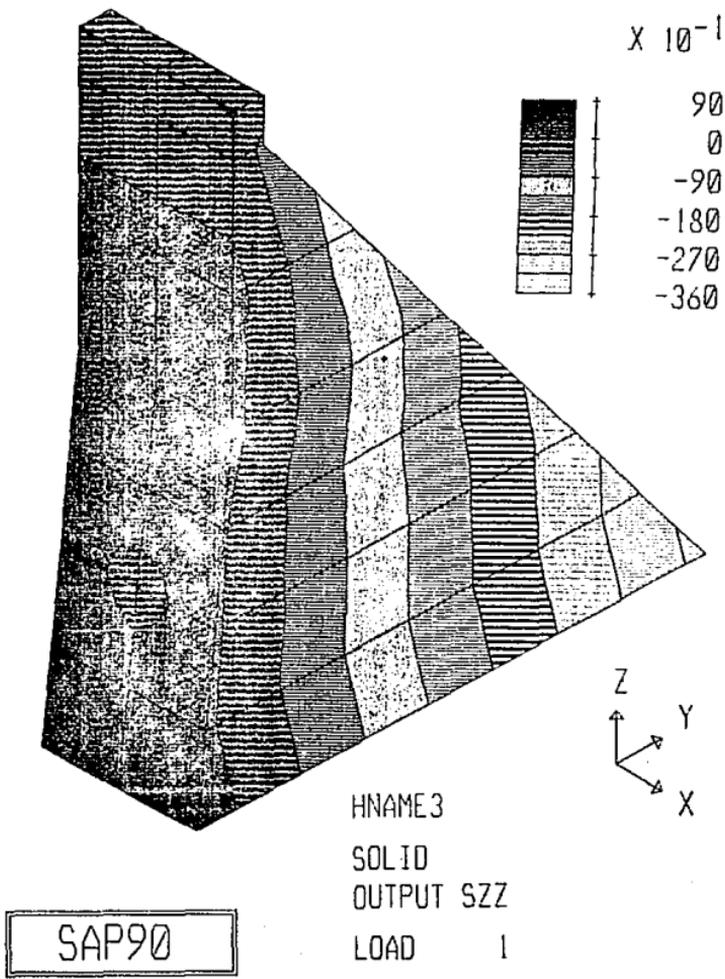


figura 5.7 Esfuerzos  $\sigma_{zz}$  para la combinación de NAME (Kg/cm<sup>2</sup>)

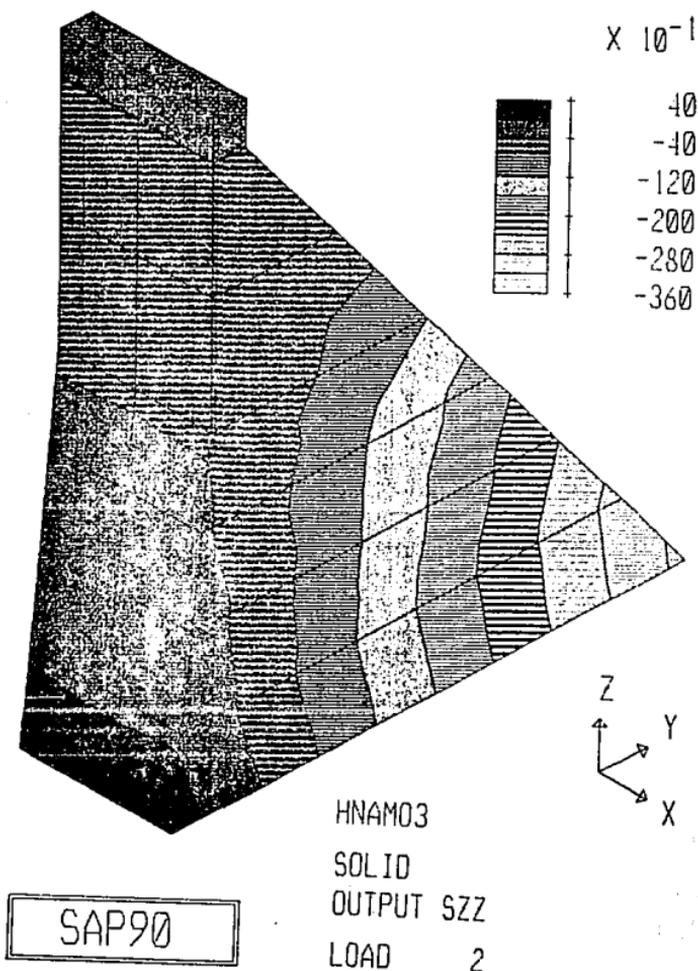


figura 5.8 Esfuerzos  $\sigma_{zz}$  para la combinación de NAMO más la acción del sismo de diseño ( $\text{Kg/cm}^2$ )

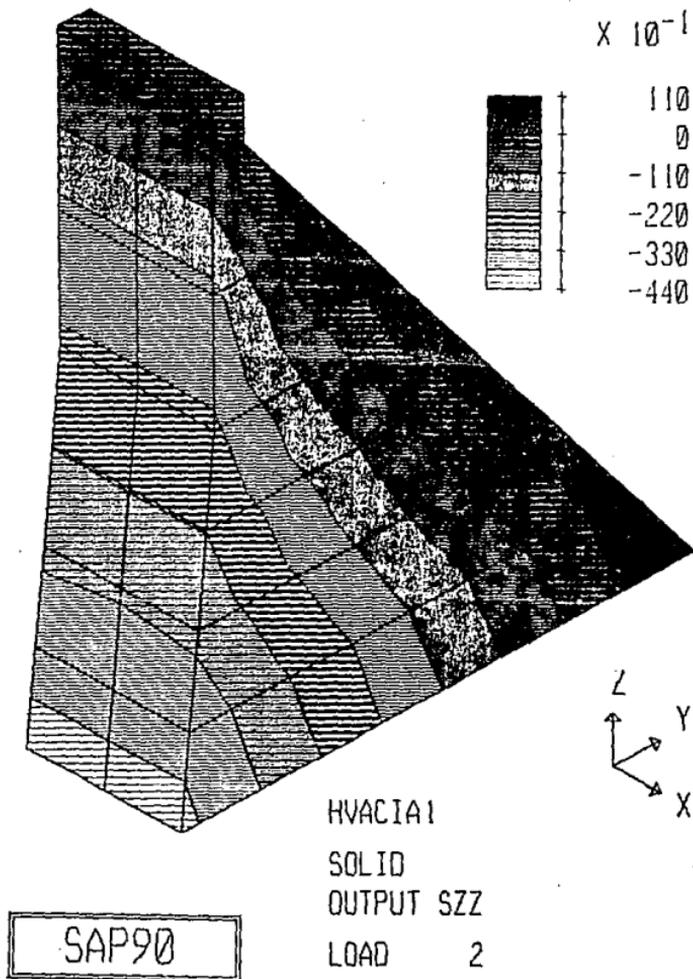


figura 5.9 Esfuerzos  $\sigma_{zz}$  para la combinación de presa vacía más la acción del sismo de diseño actuando hacia aguas arriba (Kg/cm<sup>2</sup>)

**CAPITULO VI**

**COMENTARIOS Y**

**CONCLUSIONES**

## Comentarios y conclusiones.

De comparar los resultados obtenidos en los capítulos anteriores, tanto por el método Convencional como por el del Elemento Finito, se puede concluir lo siguiente:

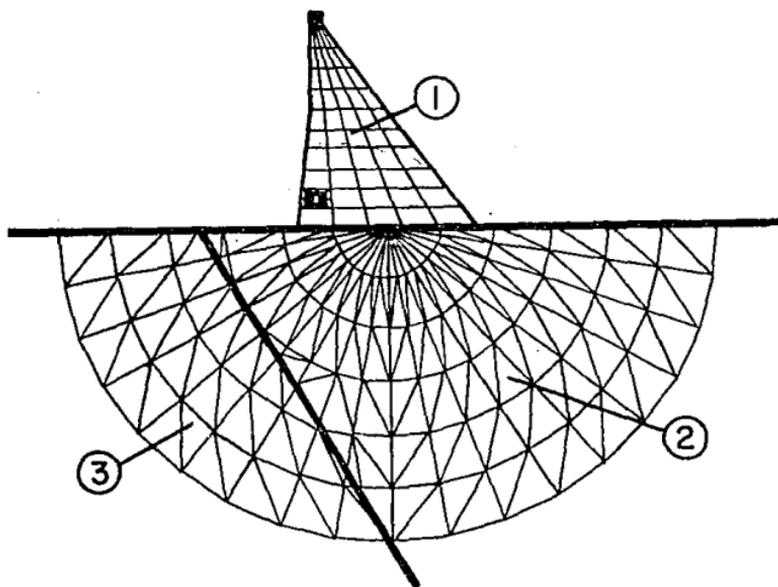
- \* ambos métodos arrojan resultados semejantes;
- \* al observar el valor del factor de seguridad que se empleó, se puede concluir que la presa es estable, no presentando problemas por esfuerzos, de acuerdo con las condiciones de trabajo planteadas en el análisis; y
- \* se puede notar que la magnitud de los esfuerzos va disminuyendo para elevaciones mayores, por lo que puede ser factible realizar un estudio donde se utilicen dos o más mezclas de concreto con una resistencia diferente, dividiendo el cuerpo de la presa en dos o más secciones horizontales.

Cabe hacer hincapié en que aunque se tenga la posibilidad de aplicar un programa más moderno de análisis por computadora, es indispensable tener idea de los resultados que se esperan, con el fin de detectar si alguna de las consideraciones empleadas tiene algún error, o bien, si el programa se utilizó adecuadamente, además de que la interpretación de los resultados deberá realizarse siempre con el criterio del ingeniero.

La utilidad del Método del Elemento Finito radica principalmente en la posibilidad de estudiar con más detalle aspectos como son :

- \* la concentración de esfuerzos en la presa en las zonas cercanas a estructuras como son las galerías, los conductos para el manejo del río y las obras de toma, u otras que se puedan presentar;

- \* el pronóstico de las deformaciones y los esfuerzos que se presentarían si se utilizaran materiales con leyes de esfuerzo-deformación no lineales, o para diseños en el rango elástico;
- \* análisis tridimensionales de estructuras;
- \* los contactos de la presa con el material de desplante, así como de los contactos entre bloques de distintos materiales en el terreno con diferentes características físicas y mecánicas; y
- \* los esfuerzos que se presentan en el terreno en zonas cercanas a la presa, así como de muchos otros detalles para los que se llegarán a estudiar y plantear adecuadamente las condiciones de frontera, así como las ecuaciones de aproximación que se requirieran en el método.



Aplicación del Método del Elemento Finito, con la posibilidad de estudiar los esfuerzos que se presentan en la presa y en el terreno, además de los contactos entre la presa y el terreno o entre dos o más bloques del terreno, de distinto material.

## **BIBLIOGRAFIA**

## Bibliografía

- O. C. ZIENKIEWICZ. *The finite element method*. 3a. edición. Mc. Graw Hill, 1970.
- R. K. LIVESLEY. *Elementos Finitos. Introducción para Ingenieros* 1a. edición. Edit. Limusa. México, 1988.
- SOCIEDAD MEXICANA DE MECANICA DE SUELOS. *Comportamiento de presas construidas en México* ( I ).
- J. M. LUNA MORALES. *Aplicación del Método del Elemento Finito al diseño estructural de obras de control y excedencias. Tesis profesional*. Facultad de Ingeniería, U.N.A.M.
- O. VEGA ROLDAN, F. I. ARREGUIN CORTES. *Presas de almacenamiento y derivación*. 5a. reimpresión. D.E.P.F.I., U.N.A.M. 1987.
- COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD. *Manual de diseño de obras civiles ( Sección C Tema 1 Capítulo 3 Diseño por sismo )*. C.F.E. 1981
- E.L. WILSON, A. HABIBULLAH. *SAP 90 Users manual. A series of computer Programs for the static and dynamic finite element Analysis of Structures*. Computers and Structures, Inc. 1986.
- O. VEGA ROLDAN. *Apuntes del curso "Presas de almacenamiento y de derivación"*. Semestre 1992-I, D.E.P.F.I., U.N.A.M.