

12  
29°

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**



**USO DE LAS SEUDO FUNCIONES EN LA  
SIMULACION DE YACIMIENTOS.**

**TESIS QUE PRESENTA:  
FRANCISCO X. GUTIERREZ SARAVIA  
PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO PETROLERO**

**DIRECTOR DE TESIS: ING. JORGE A. OSORNO MANZO**



**MEXICO, D. F.**

**1993**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# USO DE LAS SEUDO FUNCIONES EN LA SIMULACIÓN DE YACIMIENTOS

## ÍNDICE

	PAG
Índice	1
Introducción	3
Capítulo I	
Aspectos Generales de la Simulación de Yacimientos	5
I.1 Modelos Matemáticos	5
I.1.1 Ecuación de Continuidad	5
I.1.2 Ecuación de Movimiento	6
I.1.3 Ecuación de Estado	6
I.1.4 Flujo Monofásico	6
I.1.5 Flujo Multifásico	8
I.2 Modelos Numéricos	12
I.2.1 Expansión en Diferencias Finitas	13
I.2.2 Discretización de las Ecs. de Flujo	14
I.2.3 Cálculo de Transmisibilidades	18
I.3 Esquemas de Solución	19
I.3.1 Explícito	20
I.3.2 Mixto	21
I.3.3 Implícito	21
I.3.4 De Crank-Nicholson	22

Capítulo II	
Definición Del Problema	24
Capítulo III	
Seudo Funciones en la Simulación de Yacimientos	27
III.1 Propiedades de las Seudo Funciones	27
III.2 Método del Equilibrio Vertical	29
III.3 Método de Jacks	32
III.4 Método de Kyte & Berry	34
III.5 Método de Thomas	44
III.6 Método Stone	51
Capítulo IV	
Ejemplo de Aplicación	61
Capítulo V	
Conclusiones	79
Nomenclatura	81
Referencias	84

## INTRODUCCIÓN

La evolución y desarrollo de la Industria Petrolera, ha traído como consecuencia la aplicación de técnicas cada vez más depuradas y sofisticadas, orientadas a maximizar la producción de hidrocarburos; pero al mismo tiempo, llevando a cabo la explotación racional de los mismos.

Entre estas técnicas se encuentra la simulación matemática de yacimientos. Dada la importancia que tiene la ingeniería de yacimientos en la explotación de los hidrocarburos, el ingeniero petrolero ha procurado todo el tiempo usar las mejores herramientas, capaces de ayudarlo a entender los mecanismos de los yacimientos de petróleo, para aplicarlos a la eficiente producción de los mismos. Hoy en día, el uso de la simulación ha hecho de la computadora una herramienta, como lo fueron la regla de cálculo y la calculadora hace 20 o más años.

La simulación de grandes y complejos yacimientos siempre requerirá dividir el yacimiento en un gran número de celdas. El uso de seudo funciones dinámicas<sup>3(\*)</sup> es una forma de disminuir las dimensiones de la malla a un nivel más aceptable y con pérdidas mínimas de precisión.

El término "seudo función" fue aplicado en la literatura sobre simulación primeramente para describir modificaciones hechas a los valores de permeabilidad relativa y de presión capilar medidos en laboratorio; sin embargo, las seudo funciones se refieren, en forma más amplia, a propiedades de roca o de fluidos-roca cuyos valores obtenidos en laboratorio han sido modificados para llevar a cabo algún objetivo en particular.

\* Nomenclatura y referencias al final

La tecnología de las pseudo funciones tiene sus raíces en los intentos de introducir una tercera dimensión en simuladores numéricos desarrollados a principios de 1960. En este tiempo, la eficiencia del equipo y programas de computación no fue desarrollada lo suficiente como para hacerlo de forma rigurosa.

Eventualmente esto fue realizado con el advenimiento de mejores computadoras y algoritmos computacionales mejorados. Sin embargo, los cálculos para modelos tridimensionales pueden ser costosos. Además, los datos requeridos para cada simulación son considerables. Como consecuencia, persiste el interés en reducir dimensionalmente por medio de las pseudo funciones

Uno de los primeros conceptos desarrollados formalmente y utilizado para reducir dimensionalmente un problema de simulación, fue el concepto del equilibrio vertical, el que caracteriza la distribución vertical de fluidos bajo ciertas suposiciones, por medio de un estado de equilibrio que persiste durante toda la vida del yacimiento.

Los métodos de pseudo funciones dinámicas fueron desarrollados para esos yacimientos que no satisfacen la suposición de equilibrio vertical. Una aproximación es tratar los efectos dinámicos como una sucesión de estados de equilibrio vertical.

El objetivo de este trabajo es el de presentar la metodología, suposiciones y limitaciones de los principales métodos, utilizados para el cálculo de pseudo funciones dinámicas aplicadas en simulación de yacimientos, así como la aplicación de éstas en un simulador.

# CAPITULO 1

## ASPECTOS GENERALES DE LA SIMULACIÓN DE YACIMIENTOS

### I.1 MODELOS MATEMÁTICOS

Para el desarrollo matemático del flujo de los fluidos a través de un medio poroso, antes que nada, se debe establecer la ecuación fundamental de flujo o ecuación de difusividad, la cual es una combinación de tres expresiones:

- a) Ecuación de continuidad o Principio de conservación de la masa .
- b) Ecuación de movimiento del fluido en el medio poroso.
- c) Ecuación de estado que represente el comportamiento PVT del fluido.

#### I.1.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Esta ecuación describe el principio de conservación de masa y establece que:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{MASA QUE ENTRA} & - & \text{MASA QUE SALE} & + & \text{TERMINO FUENTE} & - & \text{CAMBIO DE MAS} \\ \text{AL SISTEMA} & & \text{DEL SISTEMA} & & \text{O SUMIDERO} & & \text{EN EL SISTEMA} \end{array}$$

Su expresión matemática es:

$$\nabla \cdot (\rho_r \bar{v}_r) \pm \frac{q_r \rho_r}{v_c} = - \frac{\partial (\phi \rho_r S_r)}{\partial t} \quad (I.1)$$

### 1.1.2 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

El movimiento de los fluidos en un medio poroso se puede representar por medio de la ecuación de Darcy, la cual establece que el gasto es proporcional al gradiente de potenciales.

La forma más usual de la ecuación de Darcy es:

$$\bar{v}_r = -\frac{k_r}{\mu_r} \nabla \Phi_r \quad (1.2)$$

### 1.1.3 ECUACIÓN DE ESTADO

Esta es una expresión que relaciona a la densidad como una función de la presión y la temperatura.

$$\rho = \rho(p, T) \quad (1.3)$$

### 1.1.4 FLUJO MONOFÁSICO

#### a) Fluido incompresible (agua)

En este caso la densidad del fluido ( $\rho$ ) permanece constante, por lo que la ecuación para éste caso es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\mu q^*_{\text{inj}}}{v_c} = 0 \quad (1.4)$$

En la ecuación anterior y para los desarrollos posteriores, el termino  $q^*$  denota inyección de fluido.



La ecuación (I.4) en forma vectorial se escribe:

$$\nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla p) + \frac{\mu \mathbf{q}^*}{v_c} = 0 \quad (\text{I.5})$$

b) Fluido ligeramente compresible (aceite)

En el caso de fluido ligeramente compresible, la compresibilidad se define como:

$$C = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

Si se toma para ser independiente de la presión, como resultado se tiene que la densidad es:

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)} \quad (\text{I.6})$$

De la cual, una aproximación es:

$$\rho = \rho_0 (1 + c[p - p_0]) \quad (\text{I.7})$$

Sustituyendo las ecuaciones (I.2), (I.6) y (I.7) en la ecuación (I.1) y suponiendo que  $k_r=1$  y  $S=1$  se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\mu \mathbf{q}^*}{v_c} = \mu c \phi \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{I.8})$$

La ecuación anterior expresada en forma vectorial queda como:

$$\nabla \cdot [\mathbf{K} \nabla p] + \frac{\mu \mathbf{q}^*}{v_c} = \mu c \phi \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{I.9})$$

c) fluido compresible (gas)

Considerando la ecuación de estado para un gas real:

$$\rho = \frac{pM}{zRT} \quad (\text{I.10})$$

Suponiendo un medio poroso incompresible y saturación de gas constante por la expansión del mismo y sustituyendo las ecuaciones (I.10) y (I.2) en la ecuación (I.1) se obtiene:

$$\nabla \cdot \left( \frac{pM}{zRT} \frac{K}{\mu} \nabla p \right) \pm \frac{q^* pM}{v_c zRT} = \phi S_g \frac{\partial \left( \frac{pM}{zRT} \right)}{\partial t} \quad (I.11)$$

Definiendo el potencial de los gases reales como:

$$m(p) = 2 \int \frac{p}{\mu z} dp$$

Y continuando el desarrollo, se llega a la ecuación siguiente:

$$\nabla \cdot (k \nabla m(p)) \pm \frac{2q_{cs} p_{cs} T_{cy}}{v_c T_{cs}} = \phi S_g c \mu \frac{\partial m(p)}{\partial t} \quad (I.12)$$

La ecuación (I.12) es el modelo matemático que representa el movimiento del gas en el medio poroso, en términos del potencial de los gases reales.

### I.1.5 FLUJO MULTIFASICO

Al desarrollar el modelo matemático para flujo multifásico se procede de la siguiente manera:

Sustituyendo la ecuación (I.2) en la ecuación (I.1) y sabiendo que:

$$\rho_{fgy} = \frac{\rho_{fcs}}{B_f}$$

se tiene que:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{\rho_{fcs}}{B_f} \frac{kk_{rf}}{\mu_f} \nabla \phi_f \right] \pm \frac{q_f \rho_{fcs}}{v_c B_f} = \frac{\partial \left( \frac{\rho_{fcs}}{B_f} \phi S_f \right)}{\partial t} \quad (I.13)$$

Por lo que la ecuación para la fase aceite queda:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{\rho_{ocs}}{B_o} \frac{kk_{ro}}{\mu_o} \nabla \phi_o \right] \pm \frac{q_o \rho_{ocs}}{v_c B_o} = \frac{\partial \left( \frac{\rho_{ocs}}{B_o} \phi S_o \right)}{\partial t} \quad (I.14)$$

Siendo la densidad del aceite a condiciones estándar ( $\rho$ ) una constante, se puede eliminar de ambos miembros, quedando la ecuación (I.14) como:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} \nabla \phi_o \right] \pm \frac{q_{ocs}}{v_c} = \frac{\partial \left( \frac{S_o}{B_o} \phi \right)}{\partial t} \quad (I.15)$$

Realizando el mismo desarrollo para el agua se tiene:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{kk_{rw}}{\mu_w B_w} \nabla \phi_w \right] \pm \frac{q_{wcs}}{v_c} = \frac{\partial \left( \frac{S_w}{B_w} \phi \right)}{\partial t} \quad (I.16)$$

Para el gas se considera que:

$$q_{gt} = q_{gl} + q_{gdo} + q_{gsw}$$

Si suponemos que no existe gas disuelto en el agua, entonces:

$$q_{gt} = q_{gl} + \frac{B_g R_{SO}}{B_o} q_o$$

La ecuación anterior en términos de velocidad queda como:

$$v_{gt} = v_{gl} + v_{gdo}$$

$$v_{gl} = -\frac{kk_{rg}}{\mu_g} \nabla \Phi_g \quad (I.17)$$

$$v_{gdo} = -\frac{kk_{ro}}{\mu_o} \nabla \Phi_o \left( \frac{B_g R_{so}}{B_o} \right) \quad (I.18)$$

Sustituyendo las ecuaciones (I.17) y (I.18) en la ecuación (I.1) y además:

$$\rho_{gcy} = \frac{\rho_{gcs}}{B_g}$$

se tiene que:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{\rho_{gcs}}{B_g} \left[ \frac{kk_{rg}}{\mu_g} \nabla \Phi_g + \frac{kk_{ro}}{\mu_o} \frac{B_g R_{so}}{B_o} \nabla \Phi_o \right] \right] \pm \frac{q_{rt} \rho_{gcs}}{v_c B_g} = \frac{\partial \left( \frac{\rho_{gcs}}{B_g} \phi S_{gt} \right)}{\partial t} \quad (I.19)$$

Simplificando términos se tiene:

$$\nabla \cdot \left[ \frac{kk_{rg}}{\mu_g B_g} \nabla \Phi_g \right] + \nabla \cdot \left[ \frac{kk_{ro} R_{so}}{\mu_o B_o} \nabla \Phi_o \right] \pm \frac{q_{gcs} + q_{ocs} R_{so}}{v_c} = \frac{\partial \left( \frac{\rho_{gcs}}{B_g} \phi S_{gt} \right)}{\partial t} \quad (I.20)$$

Junto con las siguientes relaciones :

$$S_o + S_g + S_w = 1 \quad (I.21)$$

$$p_{gso} = p_g - p_o \quad (I.22a)$$

$$p_{cwo} = p_o - p_w \quad (I.22b)$$

Para definir adecuadamente el problema matemático, además de las ecuaciones de flujo (I.15), (I.16) y (I.20) es necesario definir las condiciones iniciales y de frontera.

a) condiciones iniciales

$$p_f(x,y,z,0) = p_{if}(x,y,z)$$

$$S_f(x,y,z,0) = S_{if}(x,y,z)$$

Lo anterior implica un equilibrio gravitacional y capilar.

b) condiciones de frontera

$$\left. \frac{\partial p_f}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0 \quad \text{y} \quad \left. \frac{\partial p_f}{\partial \eta} \right|_{\eta=\eta} = 0$$

Las ecuaciones (I.15), (I.16) y (I.20) generan un sistema de tres ecuaciones con seis incógnitas  $p_o$ ,  $p_g$ ,  $p_w$ ,  $S_o$ ,  $S_g$ , y  $S_w$ . Éste se puede reducir a tres incógnitas, acoplado las relaciones adicionales en las ecuaciones de flujo. Escogiendo como incógnitas a  $p_o$ ,  $S_g$ , y  $S_w$ , las ecuaciones anteriores se transforman en:

Para el aceite :

$$\nabla \cdot \left[ \lambda_o \left( \nabla p_o - \gamma_o \nabla D \right) \right] \pm \frac{q_{ocs}}{V_c} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi}{B_o} (1 - S_g - S_w) \right] \quad (I.23)$$

Para el gas:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot [\lambda_g (\nabla p_o + \nabla p_{cgo} - \gamma_g \nabla D)] + \nabla \cdot [\lambda_o R_o (\nabla p_o - \gamma_o \nabla D)] \\ \pm \frac{q_{gcs} + q_{ocs} + R_{so}}{V_c} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_{so}}{B_o} (1 - S_g - S_w) \right] \end{aligned} \quad (I.24)$$

Para el agua

$$\nabla \cdot [\lambda_w (\nabla p_o - \nabla p_{cwo} - \gamma_w \nabla D)] \pm \frac{q_{wcs}}{V_c} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\phi S_w}{B_w} \right] \quad (I.25)$$

## 1.2 MODELOS NUMÉRICOS

Al dar solución numérica a una ecuación diferencial parcial no lineal, se obtienen resultados en puntos discretos dentro del sistema, es decir, las ecuaciones que se emplean en la simulación de yacimientos serán resueltas en forma numérica, esto determinará los parámetros dependientes, presiones y saturaciones en puntos discretos en espacio y tiempo.

La discretización en espacio se hace al dividir al yacimiento en un número determinado de celdas, y la discretización en el tiempo se realiza al tomar intervalos pequeños de este y para cada uno de los cuales se resuelve el problema.

La transformación de una ecuación diferencial continua a una forma discreta se hace generalmente utilizando el método de diferencias finitas, que consiste en sustituir las derivadas de las ecuaciones diferenciales por fórmulas de derivación. Así entonces se reemplazan por su equivalente en diferencias finitas, las cuales pueden obtenerse al expandir el polinomio de Taylor generado por una función en un punto y después resolver para la derivada que se requiere.

### 1.2.1 EXPANSIÓN EN DIFERENCIAS FINITAS

Aproximación de la primera y segunda derivadas en diferencias finitas

- primera derivada-

Diferencia finita progresiva

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_1 = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + \theta (\Delta x) \quad (1.26)$$

Diferencia finita regresiva

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_1 = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + \theta (\Delta x) \quad (1.27)$$

Diferencia finita central

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_1 = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + \theta (\Delta x)^2 \quad (1.28)$$

- segunda derivada-

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_1 = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{(\Delta x)^2} + \theta (\Delta x)^2 \quad (1.29)$$

- derivada con respecto al tiempo-

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} \quad (1.30)$$

## 1.2.2 DISCRETIZACION DE LAS ECUACIONES DE FLUJO

### Ecuación del gas

Para este caso, se utilizarán diferencias regresivas para el tiempo y centrales para el espacio, para simplicidad se considerará flujo en dos dimensiones.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial m(p)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial m(p)}{\partial y} \right) \pm \frac{2q_{cs} p_{cs} T_y}{v_c T_{cs}} = \phi \mu c S_v \frac{\partial m(p)}{\partial t}$$

haciendo :

$$U = K \frac{\partial m(p)}{\partial x} \quad (1.31)$$

tomando diferencias centrales:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{i+1/2,j} - U_{i-1/2,j}}{\Delta x} \quad (1.32)$$

En donde:

$$U_{i+1/2,j} = K_{i+1/2,j} \frac{\partial m(p)}{\partial x} \Big|_{i+1/2,j} \quad (1.33)$$

$$U_{i-1/2,j} = K_{i-1/2,j} \frac{\partial m(p)}{\partial x} \Big|_{i-1/2,j} \quad (1.34)$$



$$\left. \frac{\partial m(p)}{\partial x} \right|_{i+1/2,j} = \frac{m(p)_{i+1,j} - m(p)_{i,j}}{\Delta x} \quad (1.35)$$

$$\left. \frac{\partial m(p)}{\partial x} \right|_{i-1/2,j} = \frac{m(p)_{i,j} - m(p)_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (1.36)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1.33), (1.34), (1.35) y (1.36) en la ecuación (1.32) se obtiene:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x^2} [K_{i+1/2,j} [m(p)_{i+1,j} - m(p)_{i,j}] - K_{i-1/2,j} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i-1,j}]] \quad (1.37)$$

Haciendo el mismo desarrollo para la dirección y se tiene:

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{\Delta y^2} [K_{i,j+1/2} [m(p)_{i,j+1} - m(p)_{i,j}] - K_{i,j-1/2} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i,j-1}]] \quad (1.38)$$

La derivada del potencial con respecto al tiempo, en términos de diferencias finitas queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial t} = \frac{m(p)_{i,j}^{n+1} - m(p)_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (1.39)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1.37), (1.38) y (1.39) en la ecuación (1.12) se tiene:

$$\frac{1}{(\Delta x)^2} \left[ K_{i+1/2} [m(p)_{i+1,j} - m(p)_{i,j}] - K_{i-1/2} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i-1,j}] \right] +$$

$$\frac{1}{(\Delta y)^2} \left[ K_{i,j+1/2} [m(p)_{i,j+1} - m(p)_{i,j}] - K_{i,j-1/2} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i,j-1}] \right] \pm$$

$$\frac{2q_{\alpha} p_{\alpha} T_y}{V_{\alpha} T_{\alpha}} = \phi \mu c S_{\alpha} \frac{m(p)_{i,j}^{n+1} - m(p)_{i,j}^n}{\Delta t}$$

(I.40)

Multipliando la ecuación (I.40) por el volumen de la celda ( $\Delta x \Delta y h$ ) se llega a:

$$\frac{h \Delta y K_x}{\Delta x} \Big|_{i+1/2,j} [m(p)_{i+1,j} - m(p)_{i,j}] - \frac{h \Delta y K_x}{\Delta x} \Big|_{i-1/2,j} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i-1,j}] +$$

$$\frac{h \Delta x K_y}{\Delta y} \Big|_{i,j+1/2} [m(p)_{i,j+1} - m(p)_{i,j}] - \frac{h \Delta x K_y}{\Delta y} \Big|_{i,j-1/2} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i,j-1}] \pm \frac{2q_{\alpha} p_{\alpha} T_y}{T_{\alpha}} =$$

$$\Delta x \Delta y h \phi \mu c S_g \frac{m(p)_{i,j}^{n+1} - m(p)_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (I.41)$$

Haciendo:

$$\frac{h \Delta y K_x}{\Delta x} \Big|_{i+1/2} = T_{i+1/2}$$

De la misma forma para los términos  $i-1/2$ ,  $j+1/2$  y  $j-1/2$ .

$$T_{i+1/2,j} [m(p)_{i+1,j} - m(p)_{i,j}] - T_{i-1/2,j} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i-1,j}] + T_{i,j+1/2} [m(p)_{i,j+1} - m(p)_{i,j}] - T_{i,j-1/2} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i,j-1}] \pm \frac{2q_{cs} p_{cs} T_y}{T_{cs}} = \frac{V b_{i,j} \phi \mu c S_g}{\Delta t} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i,j}] \quad (I.42)$$

Expresando la ecuación (I.42) en términos de operadores diferenciales tenemos:

$$\Delta T \Delta m(p) \pm \frac{2q_{cs} p_{cs} T_y}{V_c T_{sc}} = \frac{V b_{i,j} \phi \mu c S_g}{\Delta t} \Delta_t [m(p)] \quad (I.43)$$

Donde el operador  $\Delta$  esta definido por:

$$\Delta T \Delta m(p) = \Delta x T \Delta x m(p) + \Delta y T \Delta y m(p)$$

$$\Delta x T \Delta x m(p) = T_{i+1/2,j} [m(p)_{i+1,j} - m(p)_{i,j}] - T_{i-1/2,j} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i-1,j}]$$

$$\Delta y T \Delta y m(p) = T_{i,j+1/2} [m(p)_{i,j+1} - m(p)_{i,j}] - T_{i,j-1/2} [m(p)_{i,j} - m(p)_{i,j-1}]$$

$$\Delta t m(p) = m(p)_{i,j}^{n+1} - m(p)_{i,j}^n$$

### Ecuación del fluido ligeramente compresible (aceite).

Discretizando la ecuación (I.9) en términos de operadores diferenciales y de manera análoga al procedimiento antes visto:

$$\Delta T \Delta p \pm q^* = \frac{V b_{i,j} \phi \mu c S_o}{\Delta t} \Delta_t [p] \quad (I.44)$$

En donde los operadores  $\Delta T$ ,  $\Delta p$  y  $\Delta_t(p)$  ya fueron definidos anteriormente.

### Ecuación de flujo multifásico

Discretizando las ecuaciones (I.15), (I.16) y (I.20) en términos de operadores diferenciales:

$$\Delta T_o \Delta \Phi_o \pm q_{o, i, j} c_s = \frac{V_{r, i, j}}{\Delta t} \Delta t \left[ \frac{\phi S_o}{B_o} \right] \quad (I.45)$$

$$\Delta T_w \Delta \Phi_w \pm q_{w, i, j} c_s = \frac{V_{r, i, j}}{\Delta t} \Delta t \left[ \frac{\phi S_w}{B_w} \right] \quad (I.46)$$

$$\Delta T_g \Delta \Phi_g + \Delta T_o R_s \Delta \Phi_o \pm q_{gt, i, j} c_s = \frac{V_{r, i, j}}{\Delta t} \Delta t \left[ \frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi S_o R_s}{B_o} \right] \quad (I.47)$$

### I.2.3 CALCULO DE TRANSMISIBILIDADES

Las transmisibilidades se definen como:

$$T_x = \frac{\Delta y \ h \ K_x}{\Delta x}$$

$$T_y = \frac{\Delta x \ h \ K_y}{\Delta y}$$

Esta forma de evaluar transmisibilidades resulta inadecuada cuando existen cambios drásticos de permeabilidad y/o tamaño de las celdas cercanas a la cual se están calculando las transmisibilidades, debido a lo cual, es necesario calcular éstas con un promedio armónico. La forma de obtener este promedio se muestra a continuación:

Para la dirección x se tiene:

$$T_{x_{i,j}} = \frac{K_{i+1/2,j+1/2} h_{i,j} \Delta y_{i,j}}{[\Delta x_{i,j} + \Delta x_{i+1,j}]/2} \quad (I.48)$$

Donde  $K_{i+1/2,j+1/2}$  es la permeabilidad que se obtiene con un promedio armónico:

$$\frac{\Delta x_{i,j} + \Delta x_{i+1,j}}{K_{i+1/2,j+1/2}} = \frac{\Delta x_{i,j}}{K_{i,j}} + \frac{\Delta x_{i+1,j}}{K_{i+1,j}} \quad (I.49)$$

Despejando  $K_{i+1/2,j+1/2}$  de la ecuación anterior se tiene:

$$K_{i+1/2,j+1/2} = \frac{[\Delta x_{i,j} + \Delta x_{i+1,j}] K_{i,j} K_{i+1,j}}{\Delta x_{i,j} K_{i+1,j} + \Delta x_{i+1,j} K_{i,j}} \quad (I.50)$$

Sustituyendo la ecuación (I.50) en la ecuación (I.48) se tiene:

$$T_{x_{i,j}} = \frac{2 K_{i,j} K_{i+1,j} h_{i,j} \Delta y_{i,j}}{\Delta x_{i,j} K_{i+1,j} + \Delta x_{i+1,j} K_{i,j}} \quad (I.51)$$

Siguiendo el mismo procedimiento, pero en la dirección y se obtiene:

$$T_{y_{i,j}} = \frac{2 K_{i,j} K_{i,j+1} h_{i,j} \Delta x_{i,j}}{\Delta y_{i,j} K_{i,j+1} + \Delta y_{i,j+1} K_{i,j}} \quad (I.52)$$

### 1.3 ESQUEMAS DE SOLUCIÓN

Una vez que la(s) ecuación(es) parcial(es) ha(n) sido discretizada(s), es necesario determinar el tiempo al cual los términos de flujo serán evaluados.

A esto se le llama esquema de solución y sirve para dar estabilidad y precisión a los sistemas de ecuaciones lineales. En general, se puede decir que mientras mas

implícito sea el esquema de solución, se tendrá una mayor estabilidad y se podrán utilizar intervalos de tiempo mayores. Aunque entre mayor sea, habrá más dificultad para resolverlo.

Los esquemas más comúnmente usados son:

- explícito
- implícito
- mixto
- De Crank-Nicholson

Considerando una ecuación de flujo monofásico, se ilustrará en seguida cada uno de los esquemas:

$$\frac{\partial \left( \frac{k}{\mu B} \frac{\partial p}{\partial x} \right)}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial t} \quad (I.53)$$

La cual expresada en diferencias finitas centrales queda:

$$Tx_{i+1/2}(p_{i+1} - p_i) - Tx_{i-1/2}(p_i - p_{i-1}) = \frac{Vb_i}{\Delta t} (p_i^{n+1} - p_i^n) \quad (I.54)$$

### 1.3.1 ESQUEMA EXPLÍCITO

En este caso, las presiones y transmisibilidades de los términos de flujo se evalúan al nivel de tiempo conocido "n", razón por la cual es el esquema más sencillo y se expresa de la siguiente manera:

$$Tx^{n_{i+1/2}}(p_{i+1}^n - p_i^n) - Tx^{n_{i-1/2}}(p_i^n - p_{i-1}^n) = \frac{Vb_i}{\Delta t}(p_i^{n+1} - p_i^n) \quad (1.55)$$

Se puede notar que para avanzar la solución de  $n$  a  $n+1$  se aplicará la ecuación a cada uno de los puntos de la malla. Debido a su sencillez, representa problemas de estabilidad, teniéndose que evaluar a intervalos pequeños de tiempo, esto provoca que su aplicación sea impráctica en problemas de simulación.

### 1.3.2 ESQUEMA MIXTO

Para este esquema las presiones se evalúan al tiempo  $n+1$  y las transmisibilidades se evaluarán al tiempo " $n$ ", por lo que la ecuación tendrá la forma:

$$Tx^{n_{i+1/2}}(p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}) - Tx^{n_{i-1/2}}(p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1}) = \frac{Vb_i}{\Delta t}(p_i^{n+1} - p_i^n) \quad (1.56)$$

Por lo que para cada celda se tienen tres incógnitas ( $p_{i+1}^{n+1}, p_i^{n+1}, p_{i-1}^{n+1}$ ) y la solución de " $n$ " a " $n+1$ " requerirá escribir todas las ecuaciones de las celdas y resolver el sistema de ecuaciones lineales originado.

El esquema se usa con éxito en simuladores areales y tridimensionales en donde no se den cambios bruscos de presión y/o saturaciones de un intervalo de tiempo a otro. Sin embargo, en simuladores de conificación podrían presentar problemas de estabilidad.

### 1.3.3 ESQUEMA IMPLÍCITO

En este caso se evaluarán tanto las presiones como las transmisibilidades al nivel de tiempo " $n+1$ " quedando la ecuación de la siguiente manera:

$$T_{x_{i+1/2}}^{n+1} (p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}) - T_{x_{i-1/2}}^{n+1} (p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1}) = \frac{Vb_i}{\Delta t} (p_i^{n+1} - p_i^n) \quad (1.57)$$

Nuevamente se escribe la ecuación para cada celda con las incógnitas  $(p_{i+1}^{n+1}, p_i^{n+1}, p_{i-1}^{n+1})$  originando otra vez un sistema de ecuaciones, pero como las transmisibilidades  $Tx^{n+1}$  dependen de las presiones al nivel "n+1" será un sistema no lineal y su solución se obtiene por procesos iterativos. Debido a esto, el esquema involucra un mayor esfuerzo de cómputo para avanzar de un nivel a otro, aunque se tiene la ventaja de poder usar incrementos de tiempo mayores que en el mixto y tener estabilidad. Para flujo multifásico, las técnicas de solución comúnmente combinan los dos últimos esquemas presentados.

#### 1.3.4 ESQUEMA DE CRANK-NICHOLSON

Además de los esquemas anteriores, se tiene el de Crank-Nicholson, el que involucra una combinación con valores de nivel de tiempo viejo y nuevo para las variables dependientes.

n+1	nivel de tiempo nuevo
n+1/2	nivel de tiempo medio
n	nivel de tiempo viejo



$$\theta [Tx_{i+1/2}^{n+1}(p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}) - Tx_{i-1/2}^{n+1}(p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1})] +$$

$$(1 - \theta) [Tx_{i+1/2}^n(p_{i+1}^n - p_i^n) - Tx_{i-1/2}^n(p_i^n - p_{i-1}^n)] =$$

$$\frac{Vb_i}{\Delta t} (p_i^{n+1} - p_i^n)$$

(I.58)

En donde si:

- $\theta = 0$  es el esquema explícito
- $\theta = 1$  es el esquema implícito
- $\theta = 1/2$  es el esquema de Crank-Nicholson

## CAPITULO II

### DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

La simulación numérica de yacimientos ha incrementado su uso como una herramienta de la ingeniería de yacimientos a últimas fechas. Una importante consideración en el uso de modelos numéricos, es la definición vertical del yacimiento. Una descripción exacta de la eficiencia vertical de barrido es importante si el modelo es para simular el comportamiento de un campo. La única forma rigurosa para modelar los efectos verticales es utilizando un simulador tridimensional, pero esta técnica no es siempre práctica. Para evitar el consumo excesivo de tiempo en la preparación de datos y costos computacionales, es preferible utilizar un modelo areal bidimensional. Desafortunadamente un cálculo areal bidimensional implica uniformidad en la saturación de fluido y demás propiedades en todo el espesor del yacimiento, una suposición que es incorrecta en la mayoría de los mismos. Esto significa que la entrada de datos para el modelo bidimensional debe ser ajustada para que de este modo aproxime los efectos verticales.

La simulación numérica de comportamiento normalmente abarca una gran variedad de procesos de recuperación y tipos de yacimientos. Una característica común a todos los estudios de simulación de yacimientos es la elección de simulación en una, dos o tres dimensiones. Mas frecuentemente esta elección es entre un estudio areal (x-y) y un estudio tridimensional (3-D). Mientras que el estudio areal es considerablemente más barato que una simulación tridimensional, la validez o precisión del primero es frecuentemente cuestionada por su aparente incapacidad para simular el flujo y distribución de saturaciones de fluido en la

dirección vertical. Los estudios areales son frecuentemente realizados con poca atención como para entender la extensión a la cual los cálculos (x-y) son o pueden ser hechos para relacionar el flujo vertical y la distribución de fluidos.

Los estudios que se pueden hacer actualmente, abarcan casi todos los tipos de yacimientos ya que los simuladores tridimensionales de yacimientos se pueden aprovechar, pero de cualquier modo, los modelos areales se pueden utilizar para resolver problemas ingenieriles adecuadamente, dado que la distribución de fluidos no es uniforme y el flujo de fluidos en la dirección vertical se debe describir apropiadamente. Lo anterior se logra mediante el uso de unas funciones especiales dependientes de la saturación y que han sido llamadas: seudo permeabilidad relativa y seudo presión capilar o simplemente "seudo funciones" para distinguirlas de los valores convencionales medidos en laboratorio que son utilizados en su derivación.

Los principales métodos en la literatura para el cálculo de las seudo funciones dinámicas, son debidos a Coats, Jacks, KYTE & BERRY, Thomas y Stone. Starley en 1988 propuso un método de balance de materia para calcular las seudo funciones, pero su ecuación y suposiciones pueden ser reducidas a las de Jacks. Emanuel y Cook<sup>7</sup> publicaron seudo funciones de pozo similares a las de KYTE & BERRY, y Woods y Khurana propusieron un método similar al de KYTE & BERRY para simulaciones de conificación de agua. Hales<sup>8</sup> reportó un método indirecto, en el cual las seudo funciones fueron obtenidas mediante regresión sobre presiones y gastos de producción de aceite.

La metodología, suposiciones y limitaciones de cada uno de los métodos anteriores serán discutidos en el siguiente capítulo. También es proporcionada una comparación y evaluación de la efectividad de los métodos directos.

El método de regresión de Hales a pesar de ser teóricamente válido y proporcionar pseudo funciones efectivas, es significativamente mas difícil de aplicar que los métodos directos, especialmente para yacimientos heterogéneos en donde son necesarias muchas tablas de pseudo funciones.

Los primeros modelos no consideraban los efectos de grandes cambios en los gastos de producción que se dan a medida que un campo se desarrolla.

Posteriormente surgieron métodos alternativos para desarrollar pseudo funciones que son aplicables a un amplio rango de gastos y saturaciones iniciales de fluido. Estas funciones pueden ser dependientes en espacio y tiempo, las cuales son analizadas en el presente trabajo y son denominadas "Pseudo funciones dinámicas".

## CAPITULO III

### SEUDO FUNCIONES EN LA SIMULACIÓN DE YACIMIENTOS

#### III.I PROPIEDADES DE LAS SEUDO FUNCIONES

En la ausencia de histéresis, la permeabilidad relativa y la presión capilar son funciones únicamente de la saturación de fluidos. Estas funciones dependen solamente de las propiedades de la roca del yacimiento; aquí estas son referidas como funciones de roca para distinguirlas de las seudo funciones, las cuales son también función de otras variables. La saturación en una celda de la malla en el yacimiento únicamente determina su permeabilidad relativa y presión capilar. Esta singularidad hace que no sea aplicable para la seudo permeabilidad relativa dinámica de una celda de la malla burda, porque es un promedio de las permeabilidades relativas de cada celda individual de la malla fina, cada una de las cuales es función únicamente de la saturación de la celda en la malla fina. Entonces la seudo es una función de todas las saturaciones de las celdas en la malla fina localizadas dentro de su celda de malla burda, no es determinado únicamente mediante el promedio de estas saturaciones, porque hay múltiples combinaciones de estas saturaciones que pueden proporcionar el mismo promedio. Estas diferentes combinaciones dan normalmente diferentes seudos. Así, cuando los seudos son generados como una función de las correspondientes saturaciones promedio, la seudo función se aplica estrictamente sólo a la celda burda para la cual fue generada y más específicamente para la historia de saturación de las celdas de la malla burda que lo comprende. Una historia diferente dará una seudo función diferente para la misma celda burda.

Para obtener resultados precisos en un modelo de malla burda por medio de las seudo funciones las siguientes condiciones deben cumplirse: Las historias de saturación de la malla fina implicadas en cada malla burda del campo completo debe igualar a las de las celdas de la malla burda del modelo idealizado del cual los datos de las seudo fueron derivadas.

Considerando esta condición para precisión y nuestra incapacidad para conocerla, es sorprendente que las seudos trabajen tan bien como se ha reportado. Una explicación racional es que durante el flujo de un yacimiento inicialmente a la saturación de agua congénita, cada saturación se mueve a una velocidad adimensional constante, como es mostrado por Buckley - Leverett y Welge.

Saturaciones de celdas adyacentes a la malla fina dentro de la malla burda que existen a un tiempo finito se propagarán corriente abajo aproximadamente a la misma velocidad, y así permanecerán a través del flujo. La saturación promedio de una celda de malla burda ocurrirá solamente de una combinación de las saturaciones de las celdas de la malla fina, así para un sistema dado, las seudo funciones son los únicos factores de las saturaciones promedio, y de esta forma trabajarán bien para él, sin embargo, cuando la historia de producción, incluyendo las condiciones iniciales son mas complejas, esta singularidad desaparece. Algo que ocasione un cambio significativo en los patrones de flujo dentro del yacimiento puede dañar la singularidad de las seudo funciones. Sin embargo, es razonable suponer que si los patrones de flujo permanecen invariantes, entonces los cambios en el gasto total pueden ser compensados aproximadamente haciendo las seudo funciones dependientes del gasto.

Otra forma de destruir la singularidad de las seudo funciones es tener la saturación de agua mayor que la saturación de agua congénita en parte del yacimiento. en este

caso, la saturación de agua en las celdas  $\eta$  que integran la malla burda no se mueve a la misma velocidad, empezando a moverse al mismo tiempo, pero no permanecerían así. Las pseudo permeabilidades relativas como una función de la saturación promedio para una cierta celda puede ser totalmente diferente de los resultados que se obtendrían si la misma celda iniciara a la misma saturación de agua congénita. Este efecto y la dependencia de las pseudo funciones del gasto total fueron notados por Jacks y por Kyte & Berry. Es claro de estas referencias que diferentes pseudo funciones deberán ser utilizadas en regiones que tienen diferentes saturaciones iniciales, y que las pseudo funciones son función del gasto total.

### III.2 MÉTODO DE EQUILIBRIO VERTICAL

El método llamado de Equilibrio Vertical (EV)<sup>12</sup>, es aplicable solamente a yacimientos que tienen una buena comunicación vertical. Se adapta a cálculos areales bidimensionales proporcionando técnicas especiales para calcular el flujo y la variación de la saturación en la dirección normal a los planos de estratificación en el yacimiento.

Las expresiones matemáticas del Equilibrio Vertical (EV) son ecuaciones diferenciales análogas a los sistemas de flujo dinámico bifásico en yacimientos de aceite y gas. Las ecuaciones diferenciales empleadas en los análisis son aproximaciones finitas a las ecuaciones diferenciales que gobiernan el flujo de dos fases fluidas en el medio poroso.

Los sistemas de flujo en el yacimiento están limitados cuando la presión en cada fase fluida varía hidrostáticamente a lo largo de alguna línea transversal a la capa de arena normal a sus confinamientos subyacente y suprayacente y/o planos de

estratificación. La experiencia obtenida de numerosas simulaciones bidimensionales, secciones transversales y tridimensionales en yacimientos han mostrado que el equilibrio vertical (EV) ocurre frecuentemente.

Los factores que favorecen el equilibrio vertical (EV) son:

- Baja resistencia al flujo normal a los planos de estratificación.
- Arenas delgadas en la dirección normal a los planos de estratificación
- Bajas relaciones areales de movimiento del fluido.

Alternativamente, el equilibrio vertical implica que los componentes normales de las fuerzas gravitacionales y capilares están balanceadas y que para todos los propósitos prácticos, la componente normal de la fuerza viscosa es cero.

Las relaciones resultantes permiten realizar los cálculos bidimensionales considerando la variación normal de saturación, y con eso simular ambos, el carácter vertical y areal del comportamiento de flujo del yacimiento si el equilibrio vertical prevalece.

Algunos autores han mostrado que en donde los efectos verticales son dominados por la segregación gravitacional, los simuladores de yacimientos bidimensionales pueden ser usados para aproximar la solución tridimensional por medio del uso de apropiadas pseudo permeabilidad relativa y funciones de presión capilar.

La pseudo permeabilidad relativa del equilibrio vertical es un promedio ponderado de la permeabilidad relativa puntual, y es obtenida por integración sobre el espesor del yacimiento.



$$\tilde{k}_{r.o} = \frac{\int_0^h k k_{r.o} dz}{\int_0^h k dz} \quad (\text{III.1})$$

En todas las ecuaciones, la tilde sobre una variable indica que es una pseudo variable.

La aproximación en diferencias finitas de esta integral en una columna vertical de celdas con un ancho  $\Delta y$  y una longitud  $\Delta x$  es:

$$\tilde{k}_{r.o} = \frac{\sum_{k=1}^k (T_x k_{r.o})_k}{\sum_{k=1}^k (T_x)_k} \quad (\text{III.2})$$

La correspondiente pseudo saturación es un promedio ponderado con respecto a la porosidad :

$$\tilde{S}_w = \frac{\int_0^h \phi S_w dz}{\int_0^h \phi dz} \quad (\text{III.3})$$

La aproximación en diferencias finitas de la ecuación anterior es :

$$\tilde{S}_w = \frac{\sum_{k=1}^k (V_p S_w)_k}{\sum_{k=1}^k (V_p)_k} \quad (\text{III.4})$$

Los seudos del equilibrio vertical son eficientes solamente si la relación de fuerzas viscoso-gravitacionales es lo suficientemente bajo como para que el gradiente de potencial en cada fase sea aproximadamente cero. Esta es una grave limitación que restringe el uso de los seudos de equilibrio vertical a yacimientos con muy bajos gastos y solo un bajo grado de heterogeneidad en cualquier dimensión, ya sea horizontal o vertical.

Los seudos del equilibrio vertical son iguales a los seudos dinámicos cuando los gastos de producción se aproximan a cero. Coats notó que el único camino aceptable de establecer la validez de los seudos del equilibrio vertical es comparar una simulación de malla burda con una simulación de malla fina usando funciones de roca. Si los dos resultados son esencialmente idénticos, entonces el equilibrio vertical existe.

El procedimiento requiere una simulación de malla fina de la cual las seudo funciones dinámicas pueden ser fácilmente generadas, una generación por separado de los seudos, asumiendo equilibrio vertical no se justifica. Por lo tanto, en la práctica, el equilibrio vertical no debe ser supuesto; Las seudo funciones dinámicas son supuestas; Si el equilibrio vertical existe, entonces los seudo dinámicos calculados serán en realidad seudos del equilibrio vertical, y pueden ser identificados porque no están en función del gasto total.

### III.3 MÉTODO DE TRANSMISIBILIDAD PONDERADA DE JACKS

Los seudo dinámicos fueron concebidos por Jacks<sup>3</sup> en un intento de vencer las limitaciones de gastos bajos del equilibrio vertical. Asumiendo que un modelo de sección transversal bidimensional de un yacimiento puede ser simulado utilizando

una malla fina en la dirección vertical y los resultados son utilizados para generar las seudo funciones a ser usadas en un modelo areal bidimensional para una sola capa.

Para generar las seudos para el modelo de sección transversal, las ecuaciones siguientes se aplican a cada columna de celdas de la malla fina a diferentes tiempos.

Gasto en la malla burda = suma de gastos en la malla fina

$$\bar{q}_o = \sum_{k=1}^k q_{o_k} \quad (\text{III.5})$$

Sustituyendo la ley de Darcy en esta ecuación queda:

$$-(\bar{T}_x) \frac{\bar{k}r_o}{\mu_o} (\Delta\Phi_o) = -\sum_{k=1}^k (T_x)_k \frac{k r_{o_k}}{\mu_o} (\Delta\Phi_o)_k \quad (\text{III.6})$$

La seudo viscosidad del aceite es un promedio ponderado con respecto a las viscosidades del gasto de aceite en la capa.

La transmisibilidad en la malla burda es calculada por:

$$\bar{T}_x = \sum_{k=1}^k (T_x)_k \quad (\text{III.7})$$

Este método supone que todos los  $(\Delta\Phi_o)_k$  son iguales y que asimismo son iguales a la diferencia de seudo potencial.

Utilizando estas igualdades, simplificando y resolviendo la ecuación (III.6) para la seudo permeabilidad relativa, se obtiene la ecuación (III.2), la ecuación en diferencias finitas análoga a la ecuación (III.1) la que define los seudos del equilibrio vertical. De la misma forma las demás seudo saturaciones son tomadas

de la ecuación (III.4), así que en esencia, las mismas ecuaciones son utilizadas para calcular el equilibrio vertical y los pseudo dinámicos de Jacks.

Hay una inconsistencia fundamental en esta aproximación desde que fue desarrollada específicamente para yacimientos en los cuales el equilibrio vertical no existe, y aún utiliza las ecuaciones de equilibrio vertical, las ecuaciones (III.2) y (III.4) para calcular los seudos. Cuando el yacimiento no está en equilibrio vertical, las pseudo funciones de Jacks ya no aseguran que los gastos en la malla burda de cada fase sean iguales a la suma de los gastos de la malla fina. Bajo estas condiciones, el sistema de malla burda será una aproximación de mala calidad de la malla fina, así es necesario en cada aplicación ejecutar el modelo de el yacimiento idealizado para determinar si es una aproximación satisfactoria de la versión de la malla fina.

Es importante tener en mente que la mejor aproximación de las simulaciones de malla fina y burda es obtenida por todos los métodos de pseudo dinámicos en cada columna de celdas. Combinando curvas similares para varias columnas juntas y aproximando la curva sencilla resultante a todas estas columnas hace que se facilite la preparación de datos y la simulación de la malla burda, pero el costo es disminuir su precisión.

Para yacimientos estratificados sin heterogeneidad areal y no teniendo inicialmente movilidad del fluido desplazante, la combinación introduce un pequeño error.

#### III.4 MÉTODO DE KYTE & BERRY

Kyte & Berry<sup>4</sup> presentan un procedimiento mejorado para el cálculo de las pseudo funciones dinámicas que pueden ser utilizadas en simulaciones areales de

yacimientos en dos dimensiones, para aproximar el comportamiento tridimensional del yacimiento, y mediante la comparación de resultados entre un modelo areal unidimensional y un modelo de sección transversal bidimensional, muestran que los nuevos "seudos" transfieren exactamente los efectos de las variaciones verticales de las propiedades del yacimiento, presiones del fluido y saturaciones del modelo de sección transversal al modelo areal. La seudo presión capilar dinámica transfiere los efectos de diferentes gradientes de presión en distintas capas del modelo de sección transversal al modelo areal.

El procedimiento para calcular las seudo funciones dinámicas de la corrida de sección transversal (Fig.III..1 a y b) es el siguiente.

1. Calcular la seudo saturación de agua. Esta saturación es simplemente el promedio ponderado con respecto al volumen de poros para todos los bloques de la sección transversal representados por el bloque areal II.

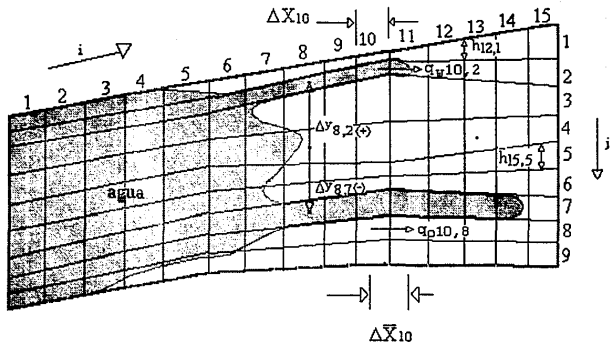
$$S_{pwII} = \frac{\sum_{i=6}^{i=10} h_i \phi_i \Delta x_i S_{w_i}}{1 / 2(hI + hII) \Delta xII \phi II}$$

2. Calcular los seudo gastos de agua y aceite a través de los límites entre los bloques areales II y III.

$$q_{pwII} = \sum_{j=1}^{j=9} q_{w_{10,j}}$$

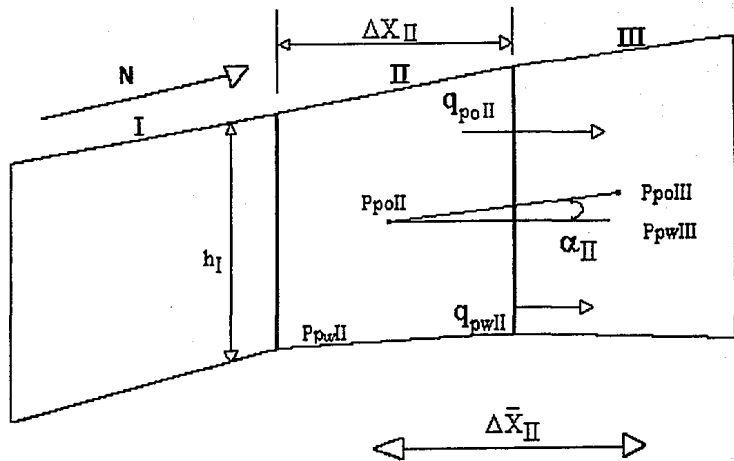
$$q_{poII} = \sum_{j=1}^{j=9} q_{o_{10,j}}$$

3. Calcular las seudo presiones dinámicas para el agua y el aceite, estas presiones pueden ser consideradas como presiones puntuales localizadas en el punto medio



### SECCION TRANSVERSAL

FIGURA III.1a



SECCION AREAL 1-D

FIGURA III.1b

del bloque areal II. Estas son calculadas de los datos de la sección transversal como presiones promedio para el conjunto vertical de bloques en la misma localización horizontal que el punto medio del bloque areal.

$$P_{pwII} = \frac{\sum_{j=1}^{j=9} \left( P_{w_{8,j}} + \frac{\rho_{w_{8,j}} \Delta y_{8,j}}{144} \right) k_{8,j} k_{rw_{8,j}} h_{8,j}}{\sum_{j=1}^{j=9} k_{8,j} k_{rw_{8,j}} h_{8,j}}$$

$$P_{poII} = \frac{\sum_{j=1}^{j=9} \left( P_{o_{8,j}} + \frac{\rho_{o_{8,j}} \Delta y_{8,j}}{144} \right) k_{8,j} k_{ro_{8,j}} h_{8,j}}{\sum_{j=1}^{j=9} k_{8,j} k_{ro_{8,j}} h_{8,j}}$$

4. Calcular las pseudo permeabilidades relativas dinámicas, esto se realiza utilizando la ec. de Darcy para flujo multifásico y suponiendo permeabilidad ponderada corriente arriba para el modelo areal. Las densidades y viscosidades son evaluadas a la presión promedio o aritmética.

$$k_{prwII} = \frac{888 q_{pwII} \bar{\mu}_{wII} \Delta \bar{x}_{II}}{k_{II} h_{II} \left( P_{pwII} - P_{pwIII} - \frac{\rho_{wII} \Delta \bar{x}_{II} \text{sen } \alpha_{II}}{144} \right)}$$

$$k_{proII} = \frac{888 q_{poII} \bar{\mu}_{oII} \Delta \bar{x}_{II}}{k_{II} h_{II} \left( P_{poII} - P_{poIII} - \frac{\rho_{oII} \Delta \bar{x}_{II} \text{sen } \alpha_{II}}{144} \right)}$$

5. Calcular la pseudo presión capilar. Esta pseudo presión capilar considera que por algún fenómeno, la componente gravitacional en la dirección de flujo ocasiona que



el gradiente de presión fluyendo sea diferente en una fase que en otra. Esta componente gravitacional es incluida en los cálculos del modelo areal.

$$P_{pcII} = P_{poII} - P_{pwII}$$

Las pseudo funciones anteriores son similares a las derivadas por Jacks en que son calculadas de corridas de secciones verticales bidimensionales, y se diferencian en que:

- Existen diferencias en las longitudes de los bloques de cálculo entre los modelos de sección transversal y areal.
- Transfieren los efectos de diferentes potenciales de flujo de diferentes capas del modelo de sección transversal a el modelo areal.

Es decir, el método de Kyte & Berry es diferente al método de transmisibilidad ponderada de Jacks en dos sentidos. Primero, el método intenta vencer la suposición de diferencias de potencial iguales en las capas de la mallas burda y fina por medio de la estimación de las presiones en la malla burda de las presiones en la malla fina y utilizándolas para calcular las diferencias de potencial en la malla burda. Estas diferencias de potencial son entonces utilizadas para calcular la pseudo permeabilidad relativa de la ley de Darcy:

$$\bar{q}_o = \sum_{k=k_1}^{k_2} q_{ok} = - \frac{(\bar{T}_x) \bar{k}_{ro} \Delta \bar{\Phi}_o}{\bar{\mu}_o} \quad (III.8)$$

Resolviendo para la pseudo permeabilidad relativa tenemos:

$$\bar{k}_{ro} = \frac{\bar{\mu}_o \sum_{k=k_1}^{k_2} \bar{q}_{ok}}{\bar{T}_x \Delta \bar{\Phi}_o} \quad (III.9)$$

Para estimar las presiones de la malla burda, Kyte & Berry promediaron las presiones en la malla fina, utilizando el producto de permeabilidad relativa de la fase-permeabilidad total de la capa-espesor de la capa, como un factor de ponderación. Los métodos de Emanuel y Cook y el de Khurana son similares a los de Kyte & Berry, pero difieren utilizando un promedio ponderado con respecto al volumen poroso, presión o potencial. Ninguno de estos autores demostraron una base teórica de su método para promediar presiones o potenciales. Pequeños porcentajes de error en el promedio ponderado de la presión o potencial pueden generar grandes porcentajes de error cuando se calculan las diferencias de potencial.

Mientras esta fuente de error puede ser significativa, algunas veces es empujeñecida por errores asociados con el término gravitacional en las ecuaciones de Kyte & Berry. Como un primer paso para aclarar el origen de tal clase de errores, la ley de Darcy para cada fase es supuesta para flujo entre dos celdas adyacentes de la malla burda, y en la ecuación resultante se despeja ( $\Delta P$ ) la diferencia de presiones entre las celdas. Despreciando la presión capilar, el resultado es:

$$\Delta P = - \frac{q_t}{T \kappa \lambda t} + \bar{\rho} \Delta D \quad (\text{III.10})$$

en donde:

$$\bar{\rho} = \frac{\lambda_o \rho_o + \lambda_w \rho_w}{\lambda_o + \lambda_w} \quad \rho_w \geq \bar{\rho} \geq \rho_o \quad (\text{III.11})$$

El término de la diferencia de presión debido a la gravedad en la ecuación (III.10) es proporcional al promedio ponderado de la densidad del fluido, con respecto a la movilidad, la cual varía entre las densidades individuales de cada fase.

En el procedimiento de Kyte & Berry, la diferencia de potencial entre las dos celdas es calculado utilizando la siguiente ecuación:

$$\Delta\Phi_w = \Delta P - \rho_w \Delta D \quad (\text{III.12})$$

Sustituyendo la ecuación (III.10 en la ecuación (III.12) y acomodando se tiene:

$$\Delta\Phi_w = \frac{q_t}{T_x \lambda t} + (\bar{p} - \rho_w) \Delta D \quad (\text{III.13})$$

Esta ecuación contiene un término gravitacional el cual puede ser mucho más grande en magnitud que el término de gasto, éste puede también ser de signo opuesto. Cuando ambos casos ocurren, una diferencia de potencial ocurre y da como resultado del cálculo un obviamente incorrecto e inusable valor de permeabilidad negativa. Considerando el potencial para un error catastrófico debido a el término gravitacional en la ecuación (III.13), debe ser imprudente suponer que permeabilidades relativas calculadas mediante el uso de esta ecuación sean correctas.

Las ecuaciones (III.10) a (III.13) son para un sistema de una sola capa; pero ecuaciones similares pueden derivarse para sistemas multicapas.

La segunda diferencia es que además de permitir hacer una malla burda de la malla de cálculo en la dirección vertical, este método permite hacer un malla burda de la malla areal. Esto es logrado mediante el cálculo de las pseudo saturaciones como un promedio ponderado con respecto al volumen poroso sobre el sistema completo

de malla fina dentro de una malla burda, mientras se evalúan los  $q_{ok}$  en la ecuación (III.9) sólo en los límites de la malla burda.

La ecuación que define la pseudo saturación es:

$$\bar{S}_w = \frac{\sum_{l=1}^{I_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} (v_p S_w)_k}{\sum_{l=1}^{I_1} \sum_{k=K_1}^{K_2} (v_p)_{lk}} \quad (\text{III.14})$$

Reducir las dimensiones de la malla horizontal sin incrementar el error de simulación es ventajoso. Kyte & Berry notaron que esta es una forma viable de controlar la dispersión numérica (favoreciendo la mezcla de aceite con el fluido desplazante) en una simulación de malla burda. Thomas<sup>5</sup> se dió cuenta de que este procedimiento requiere las pseudo permeabilidades relativas direccionales si una malla fina tridimensional es remplazada por una malla burda; para extender el método de Kyte & Berry a tres dimensiones como sugiere Thomas, es necesario solamente agregar una sumatoria sobre la tercera dimensión con el índice  $j$  en las ecuaciones (III.9) y (III.14) y definir el rango de los índices  $i, j$  y  $k$  como una parte solamente del rango de la malla fina contenida dentro de una celda de la malla burda. La ecuación (III.9) modificada nos da la permeabilidad relativa en la dirección  $x$ . Dos ecuaciones más, análogas a la ecuación (III.9) nos dan las pseudo funciones en la dirección  $y$  y dirección  $z$ .

Davies y Haldorsen<sup>11</sup> observaron que si las heterogeneidades del yacimiento celda a celda se introducen en el modelo de malla fina, entonces los pseudos resultantes no sólo controlarán la dispersión numérica sino que tomarán en cuenta esta heterogeneidad a fina escala.

Davies y Haldorsen<sup>11</sup> observaron que si las heterogeneidades del yacimiento celda a celda se introducen en el modelo de malla fina, entonces los seudos resultantes no sólo controlarán la dispersión numérica sino que tomarán en cuenta esta heterogeneidad a fina escala.

El concepto de malla burda de la malla areal es una contribución significativa de Kyte & Berry. Sin embargo, el uso de presiones de fase estimadas en los cálculos de la ley de Darcy para las seudo funciones no es un proceso muy factible.

### III.5 MÉTODO DE THOMAS

El análisis de éste método está dedicado a el equilibrio vertical para segregación gravitacional (EV) y un concepto de seudo función dinámica, que no requiere hacer suposiciones con respecto a los fluidos en un yacimiento, extendiendo el concepto de equilibrio vertical con segregación gravitacional a un sistema de N capas estratificadas, intentando unir todos los conceptos de seudo función, el cual inicia con un examen de la idea de equilibrio vertical, la que cae en dos categorías; equilibrio vertical con efectos gravitacionales y equilibrio vertical con segregación gravitacional, concentrándose principalmente en ésta última y desarrollando fórmulas generalizadas para medios estratificados. Los seudos del equilibrio vertical toman los efectos de los cambios de saturación en la dirección en que son mayores y los ignora en donde son menores, esto implica una integración plana y en base a ésta observación, una conjetura aplicable a seudo dinámicos es hecha implicando el cálculo de propiedades de los fluidos en cuerpos bidimensionales.

Si la comunicación vertical es pobre, entonces las perturbaciones en esta dirección no serán rápidamente disipadas en relación al movimiento lateral. De esta forma, pueden existir apreciables gradientes de potencial en la dirección normal, violando la suposición de que la variación del gradiente de potencial con respecto a la dirección vertical es igual a cero.

$$\frac{\partial \Phi_w}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_o}{\partial z} = 0 \quad \text{(III.15)}$$

Bajo algunas circunstancias, el concepto de dinámicos, basado en una secuencia de estados de equilibrio vertical, no logró proporcionar resultados satisfactorios.

Lo que se necesita es un procedimiento que no requiera suposiciones con respecto a el estado de los fluidos en el yacimiento.

Una posible solución para lograr esto, consiste en extender las integrales en las ecuaciones:

$$\bar{K}_{rm} = \frac{\int_0^h K_{xy}(z) K_{rm}(z) dz}{\int_0^h K_{xy}(z) dz}, m = w = 0 \quad (\text{III.16})$$

$$\bar{S}_m = \frac{\int_0^h \phi(z) S_m(z) dz}{\int_0^h \phi(z) dz}, m = w = 0 \quad (\text{III.17})$$

La justificación para hacerlo es la observación de que representan los promedios ponderados con respecto a la profundidad. Estas son buenas aproximaciones a los promedios reales en donde las variaciones en la dirección x son mínimas. Si por otra parte nuestra sección transversal x-z se encuentra en un estado dinámico en lugar de en equilibrio vertical, entonces las ecuaciones (III.16) y (III.17) no proporcionarán buenas aproximaciones a los promedios. La razón es que pueden ocurrir variaciones substanciales en la saturación en ambas direcciones coordenadas. Bajo estas circunstancias, el verdadero promedio ponderado para algún parámetro, f, está dado por:

$$\bar{f} = \frac{\int_0^h \int_0^l f w \, dx \, dz}{\int_0^h \int_0^l w \, dx \, dz} \quad (\text{III.18})$$

En donde w es una función ponderante, y  $0 \leq x \leq L$  y  $0 \leq z \leq h$ . Escribiendo una

aproximación finita de la ec. (III.18)

$$\bar{f} = \frac{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I (fw)_{i,j} \Delta x_i \Delta z_{i,j}}{\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I w_{i,j} \Delta x_i \Delta z_{i,j}} \quad (\text{III.19})$$

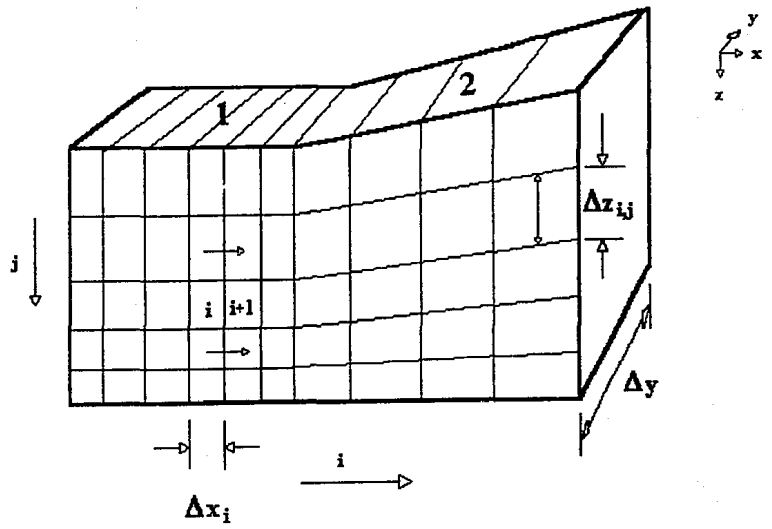
En donde  $\Delta x_i$  y  $\Delta z_{i,j}$  son bloques de la celda en las direcciones x y z (o sea particiones de L y h), I y J son el número total de celdas en estas direcciones coordenadas respectivamente.

Considerando dos bloques grandes, cada uno de los cuales es dividido en pequeños bloques (Fig. III.2). El espaciamiento de los bloques en la malla no debe ser uniforme necesariamente; cuando nos referimos a esta figura, decimos bloques 1 y 2 y las particiones de estas son "celdas", entonces cada bloque consiste en un conjunto de celdas, suponemos entonces un total de  $I * J$  celdas.

Suponiendo que se aplica la ecuación (III.19) a cada uno de los bloques 1 y 2 para encontrar los valores promedio de saturación, permeabilidad y potencial, las funciones ponderantes o de peso son respectivamente  $\Phi$ , 1 y  $kk_m / \mu_n$ , en donde estas elecciones son determinadas primeramente por una consideración de las ecuaciones de flujo del yacimiento. Al hacer esto, se toman  $S_{ml}$ ,  $k_l$  y  $\Phi_{ml}$ , con  $l = 1, 2, \dots$  consistentes con la práctica usual en la simulación del yacimiento, y se asocian estos valores a los centros de los bloques. Después se calcula un promedio armónico de permeabilidad en la interfase entre 1 y 2, llamado  $k_h$ .

$$k_h = \frac{\bar{k}_1 \bar{k}_2 (L_1 + L_2)}{\bar{k}_1 L_2 + \bar{k}_2 L_1} \quad (\text{III.20})$$





PARTICION DE DOS BLOQUES DE LA SECCION TRANSVERSAL

FIGURA III.2

En donde  $L_1$  y  $L_2$  son las longitudes de los bloques 1 y 2. Si los efectos dinámicos están caracterizados por fuerzas viscosas predominantes en las direcciones  $x$  y  $z$ , entonces los pseudo gastos  $q_{mx}$  y  $q_{mz}$  se pueden calcular sumando los gastos individuales en las celdas adyacentes a las interfases vertical y horizontal entre bloques contiguos en la dirección apropiada. Después, la pseudo permeabilidad relativa es calculada de la ley de Darcy.

Por ejemplo, suponiendo flujo entre los bloques 1 y 2 se tiene:

$$\tilde{k}_{r_{mx}} = \frac{\bar{q}_{mx} \bar{\mu}_m \Delta x_c}{k_h h_c \Delta y \Delta \Phi_m} \quad (\text{III.21})$$

En donde  $\Delta x_c$  es la distancia entre los centros de los bloques,  $\Delta \Phi_m = \Phi_{m_1} - \Phi_{m_2}$ ,  $h_c$  es la altura de la interfase, y  $\bar{\mu}_m$  es un promedio aritmético de la viscosidad de los bloques. Si se emplea la ponderación corriente arriba, entonces, el valor de  $\tilde{k}_{r_{mx}}$  corresponde al valor de  $\tilde{S}_m$  en el bloque 1 y se puede utilizar la ley de Darcy para flujo en la dirección  $z$  utilizando  $\tilde{q}_{mz}$ , suponiendo que hay más de una capa de bloque, y entonces calculamos  $\tilde{k}_{r_{mz}}$ .

Hay que hacer hincapié en que las pseudo permeabilidades relativas serán, en general diferentes dependiendo de la dirección de flujo, de aquí la razón del subíndice adicional en las  $\tilde{k}_r$ . Esto es especialmente importante en donde los pseudo-dinámicos son utilizados para reducir un gran problema tridimensional a un pequeño problema tridimensional, en tal aplicación, uno debe generar seudos para reducir el número de capas y posiblemente reducir el número de bloques en la dirección  $x$ ;  $\tilde{k}_{r_{mx}}$  es utilizada para los cálculos laterales y  $\tilde{k}_{r_{mz}}$  para los verticales. El concepto de permeabilidad relativa con dependencia direccional no es nuevo, Killough y Foster encontraron que era necesario adoptar la dependencia direccional en la  $k_r$  para igualar el comportamiento de la historia del campo. Más

aún, se ha encontrado que las permeabilidades relativas de laboratorio tienen dependencia direccional.

Para completar los cálculos de seudo funciones dinámicas para el caso general, se relacionan la seudo presión capilar a la diferencia entre los seudo potenciales de fase:

$$(\bar{p}_{cwo})_l = ((\tilde{\Phi}_o - \tilde{\Phi}_w) + (\gamma_w - \gamma_o)z)_l \quad (III.22)$$

$$(\bar{p}_{cgo})_l = ((\tilde{\Phi}_g - \tilde{\Phi}_o) + (\gamma_o - \gamma_g)z)_l \quad (III.23)$$

Para  $l=1$  ó  $2$  en donde  $\gamma_m$  es el peso específico ( $m= o,w,g$ ) y  $z$  es la profundidad al centro de los bloques.

Hay varias características favorables de este procedimiento, primero, no hay suposiciones en cuanto a las condiciones dinámicas del yacimiento, en segundo lugar, si se emplea una malla fina, dividiendo los bloques 1 y 2 y haciendo  $\Delta_x$  y  $\Delta_z$  muy pequeños, entonces  $\bar{S}_{mi}$ ,  $\bar{k}_i$  y  $\bar{\Phi}_{mi}$  serán mucho mas cercanos a los verdaderos promedios. Esto se ve realmente, ya que la ec.(III.18) es el límite de la ec.(III.19) como  $\Delta_x$  y  $\Delta_z$  simultáneamente se aproximan a cero ( lo cual implica que  $I$  y  $J \rightarrow \infty$ ) este incremento de precisión es llevado mas allá dentro del plano de la simulación por medio de las ecuaciones (III.20) a (III.23) sin tomar en cuenta el espaciamento de los bloques. Dicho de otra forma,  $\bar{k}_{r,m}$  y  $\bar{p}_c$  toman la precisión inherente en el espaciamento de la malla empleada en su generación. Esto es, si una malla muy fina es empleada en un modelo de sección transversal para generar los seudos, estos lo reflejarán. Si son usados subsecuentemente en un modelo areal de malla burda, transferirán la precisión de la malla fina. Este fenómeno ha sido ampliamente demostrado por Kyte & Berry.

Finalmente, utilizando las ecuaciones (III.21), (III.22) y (III.23) para calcular las pseudo permeabilidades relativas y presiones capilares, automáticamente se involucra la dependencia del tiempo en estas funciones tabulares en cuanto a que;  $\bar{\Phi}_m$  y  $\bar{q}_m$  varían con el tiempo.

Para muchos puntos en el tiempo, llamados  $N_t$ , generados para un bloque M de una sección transversal x-z, las series  $\{k_{rms(l)}\}^n$ ,  $\{s_{m(l)}\}^n$ ,  $\{p_{cwo(l)}\}^n$  y  $\{p_{cgo(l)}\}^n$ .

En donde  $l = 1, 2, \dots, m$ ,  $n = 1, 2, \dots, k$ ,  $k+1, \dots, N_t$  y el subíndice "s" denota x o z. En un punto específico del tiempo, el k esimo por ejemplo, las series de pseudos que corresponden al tiempo son suministrados para el modelo que lo utilizará.

Por último se proporciona una serie diferente, en esta forma, uno debe ser capaz de hacer los calculos para cambios súbitos de gastos y condiciones de flujo en el yacimiento, no importando que tan drásticos sean. Esto requiere que se anticipe a los gastos que se encontrarán en la historia y fases de producción de un estudio y utilizarlos en la sección transversal. El simulador que se utilice debe estar equipado para manejar permeabilidades relativas con dependencia direccional y ser capaz de manejar permeabilidades relativas dependientes del tiempo y tablas de presión capilar. Esto último puede requerir algún reestructuramiento básico del simulador.

El procedimiento de KYTE & BERRY actualmente es una forma modificada de este método. La diferencia principal es que involucra la suposición de la ec. (III.15). (Aunque no lo dice explícitamente). También calculan un tipo de "promedio armónico" el cual estrictamente hablando, no es un verdadero promedio armónico.

El promedio de Kyte & Berry es típicamente 4-5% menor que el calculado en la ec.(III.20). Esto es por que su método toma en cuenta la influencia de solamente la mitad de las celdas en el bloque. No obstante, ambos métodos toman el mismo valor cuando  $k$  y  $\Delta z$  son constantes en una capa. Finalmente, calculan las presiones a una profundidad promedio  $p_m$ , corregidas para los puntos centrales de cada bloque y utilizan  $\Delta p_m$  en la ec. (III.20) en lugar de  $\Delta \Phi_m$ . También utilizan diferencias en estas presiones de fase para llegar a las pseudo presiones capilares.

### III.6 MÉTODO DE STONE

Un método mas ampliamente aplicable que los métodos precedentes ha sido desarrollado para calcular pseudo funciones para dos o tres fases de una simulación de malla fina en dos o tres dimensiones. Esto evita tener que conocer las diferencias de potencial utilizando la formulación de un flujo fraccional en vez de la ley de Darcy. Los flujos en las mallas burda y fina en los límites de la malla burda en la dirección  $x$  son series iguales a las anteriores.

$$\tilde{q}_o = \sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} q_{o,jk} \quad (III.24)$$

Sustituyendo el producto de gasto total por la fracción de aceite del gasto de aceite en vez de la ley de Darcy queda:

$$\tilde{q}_i \tilde{f}_o = \sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} (q_i f_o)_{jk} \quad (III.25)$$

Hay que notar que el gasto total de la malla burda es también igual a la suma de los gastos en la malla fina:

$$\bar{q}_t = \sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} q_{tjk} \quad (\text{III.26})$$

Dividiendo esta ecuación entre la anterior nos da la fracción de el gasto total en el modelo de malla burda que es aceite:

$$\bar{f}_o = \frac{\sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} (q_t f_o)_{jk}}{\sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} q_{tjk}} \quad (\text{III.27})$$

Esta ecuación muestra que para hacer el gasto de una malla burda de una fase, igual a la suma de sus gastos de malla fina, es necesario solamente hacer el flujo fraccional de la malla burda un promedio ponderado del gasto total de las fracciones de la malla fina.

Para igualar el nivel de presión a través del yacimiento, el gradiente de potencial de la malla burda es hecho un promedio ponderado transmisibilidad- movilidad de los de la malla fina. Este promedio es logrado haciendo la seudo movilidad total un promedio ponderado de la transmisibilidad de las de la malla fina.

$$\bar{\lambda}_t = \frac{\sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} (Tx \lambda_t)_{jk}}{\sum_{j=J_1}^{J_2} \sum_{k=K_1}^{K_2} (Tx)_{jk}} \quad (\text{III.28})$$

La ecuación (III.28) se deriva de la ecuación (III.26) sustituyendo la ley de Darcy para cada flujo, y definiendo la suma de términos seudo capilares y gravitacionales que sean iguales a la correspondiente suma de la malla fina.

Las pseudo permeabilidades relativas en tres fases en la dirección  $x$  puede ser calculada combinando dos (solo dos de las tres que son independientes) de las ecuaciones de flujo fraccional con la ecuación de movilidad total (III.28). El cálculo de las saturaciones correspondientes como en el método de KYTE & BERRY proporciona un nuevo método con la capacidad para controlar la dispersión numérica y considerar la heterogeneidad a escala fina en un yacimiento de malla burda.

Puesto que los métodos anteriores requieren bajos gastos, buena comunicación vertical y cercanía al equilibrio vertical, el método de flujo fraccional es correcto para el modelo idealizado de malla burda para todos los gastos en capas totalmente incomunicadas.

Ambos modelos idealizados, el de malla fina y burda son iniciados a la misma presión promedio, saturación y contenido molar de fluido. Para cada intervalo de tiempo subsecuente, ecuaciones como la ecuación (III.27) igualan los flujos volumétricos de la fase a través de los límites de la celda de la malla burda, y la ecuación (III.28) asegura la igualdad de el nivel de presión promedio en cada celda. Esta igualdad de presiones asegura una igualdad en las propiedades de los fluidos ya que estas son función solamente de la presión. Ya que las propiedades de los fluidos son igualadas, un flujo volumétrico igual implica flujos molares iguales y por lo tanto la acumulación durante cada intervalo de tiempo. Como resultado, al fin de cada intervalo de tiempo, las mallas burda y fina, tendrán el mismo contenido molar promedio y propiedades de los fluidos, y por lo tanto la misma presión promedio y distribuciones de saturación.

Este resultado no es totalmente nuevo; Pande<sup>11</sup> demostró la capacidad para incorporar mil capas no comunicadas y arealmente homogéneas en una capa tan grande que la relación de movilidades es unitaria. Por lo tanto, la ausencia de generalidad en sus resultados no lo hace aplicable a la técnica presentada aquí, la cual no requiere homogeneidad areal o relación de movilidad unitaria.

Como resultado de esta capacidad para incorporar uniformemente capas sin comunicación, el sistema de malla fina en la dimensión vertical puede ser condensada dentro de una simple capa burda. Los métodos anteriores generalmente requieren límites horizontales de la halla burda dondequiera que las restricciones de la permeabilidad vertical extensiva ocurran, como en el caso de pozos con penetración parcial.

Como se discutió anteriormente, los seudos son supuestos para ser determinados por la descripción del yacimiento, saturación inicial de fluido y vector de velocidad de flujo total que existe en la celda de la malla burda de el modelo idealizado del cual son derivadas. Es supuesto de nuevo que la precisión en aplicaciones prácticas resultarán si estas variables son tan parecidas como sea posible a las celdas en todo el yacimiento en el cual las seudos y la celda de la malla burda idealizada fueron derivadas. Esta igualdad puede ser obtenida aproximadamente si el modelo idealizado es una versión simplificada de el yacimiento real.

Por ejemplo, una sección transversal no puede representar la variación en ambas; propiedades del yacimiento o flujo total en la dirección  $y$ . El usuario debe igualar estos factores lo mejor que pueda, no debe haber una gran variación en las propiedades reales del yacimiento en la dirección  $y$ , porque esta variación debe ser



reemplazada por un promedio en el yacimiento idealizado. Los gastos totales son controlados especificando los gastos de inyección y producción.

#### EVALUACIÓN ANALÍTICA DE LOS MÉTODOS DE GENERACIÓN DE SEUDOS

Los métodos de Jacks, Kyte & Berry y Stone para la generación de seudos son comparados para un desplazamiento con agua de lado a lado de una sección transversal consistente en dos capas incomunicadas originalmente a saturación de agua congénita.

Las capas incomunicadas son utilizadas porque tal sistema es una estricta medición de los métodos de generación de seudos. Además las técnicas de Buckley-Leverett y Welge proporcionan una solución analítica para tal yacimiento, el cual es de ayuda en la validación de que tan bien trabajan los métodos de seudos.

#### DESCRIPCIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Datos pertinentes para cada una de las dos capas de la sección transversal son tomadas de la tabla 1 junto con las propiedades de los fluidos. La capa 1 es la capa superior. Las permeabilidades de las capas son 100 md (superior) y 200 md. Las porosidades son 15% (superior) y 10%. Diferentes curvas de permeabilidad relativa de roca son aplicadas a cada capa y son tomadas de las ecuaciones en la tabla 1. La viscosidad del agua es de 1 cp y la viscosidad del aceite es de 100 cp. El gasto de inyección de agua en cada capa esta en proporción a la permeabilidad de la capa y es tan baja como para hacer de la gravedad un factor significativo en el proceso de desplazamiento.

## SOLUCIÓN ANALÍTICA

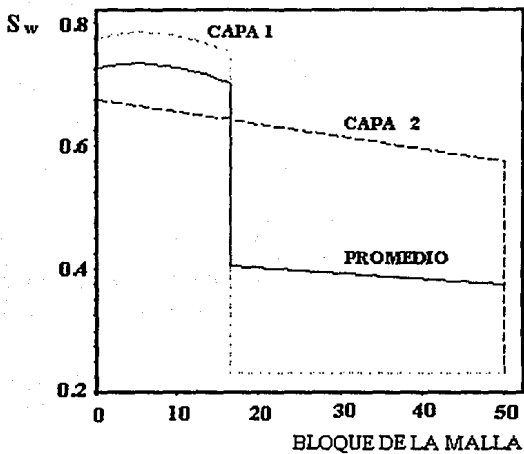
La solución analítica de cada capa de esta sección transversal fue obtenida utilizando datos de la permeabilidad relativa de roca. La Fig.(III.3) muestra la distribución de saturaciones calculadas para cada capa a todo lo largo con el promedio ponderado con respecto al volumen de poros de las dos capas en el momento del rompimiento de agua. Este perfil de saturación de agua promedio obtenido utilizando permeabilidades relativas de roca, será comparado con perfiles calculados utilizando seudo permeabilidades relativas en un modelo de una sola capa.

## DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN

El rompimiento en esta sección transversal ocurre primero en el fondo, en la capa más permeable 2. El perfil de saturación promedio tiene dos distintos frentes correspondiendo a los frentes en las dos capas. En el primer frente, la saturación de agua salta de la saturación de agua de 23% a 38%, entonces crece gradualmente a 40.5% al pie del segundo frente, aquí salta a 67% desde el cual aumenta gradualmente de nuevo hasta 71%, la saturación de agua correspondiente al aceite residual. Esta saturación es obtenida en el punto de inyección de agua. El frente en la capa 1 había cruzado el 29% de la longitud del sistema al momento del rompimiento del frente en la capa 2.

## SOLUCIONES UTILIZANDO LAS SEUDO FUNCIONES

Las soluciones analíticas de las dos capas fueron utilizadas para calcular las seudo funciones por los métodos de Stone, Jacks y KYTE & BERRY. Los seudos de Jacks y



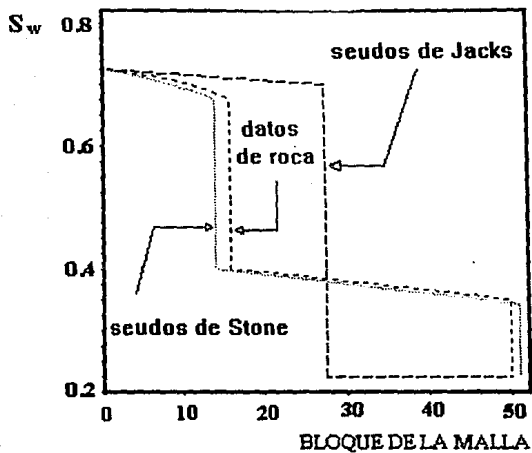
Soluciones Analíticas: Permeabilidad Relativa de Roca

**FIGURA III.3**

de Stone fueron utilizados para calcular las distribuciones de pseudo saturaciones analíticas. Estas distribuciones son mostradas en la Fig. (III.4). Las tres soluciones fueron obtenidas gráficamente por la técnica de Buckley-Leverett y Welge. Los seudos de Kyte & Berry fueron negativos en algunos rangos de saturación y de esta manera no pueden ser usados para obtener una solución para su problema de desplazamiento con agua.

#### DISCUSIÓN DE SOLUCIONES ANALÍTICAS

Los datos de la Fig. (III.4) muestran como la solución de Stone iguala a la solución analítica completamente. Las pequeñas diferencias son debidas a la mezcla de los seudos de cada segmento de la sección transversal a la forma relativa de la relación permeabilidad-saturación para la sección transversal completa. Ambos frentes de saturación son distintos y aproximadamente las posiciones correctas y cambios de saturación. Sin embargo, la solución de Jacks tiene solamente un frente de saturación, el cual combina los cambios de saturación de ambos frentes verdaderos, y esta localizado entre ellos. Como resultado, los seudos de Jacks predicen un desplazamiento con agua, lo cual esta lejos de ser eficiente las primeras veces, tomando un tiempo de rompimiento de agua demasiado grande, de 85%. Esta pobre predicción no es sorprendente por la falta de comunicación entre las dos capas en el yacimiento. Es ampliamente aceptado que los seudos de Jacks no son efectivas bajo tales condiciones, en las cuales la relación de fuerzas viscoso-gravitacionales es infinito.



Comparacion de soluciones para curvas de seudo funciones y de roca

**FIGURA III.4**

## EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LOS MÉTODOS DE GENERACIÓN DE SEUDOS

La comparación analítica precedente demuestra la gran precisión de el nuevo método para una difícil descripción de una sección transversal, ambos métodos, el de Jacks y el de Kyte & Berry no son efectivos para esta descripción. Estos resultados han sido verificados utilizando simulación de yacimientos para calcular las soluciones. Además, el caso de un campo de 20 capas ha sido simulado. Solo el método de Stone tuvo éxito duplicando el comportamiento de la malla fina en todos estos casos.

### DESCRIPCIÓN BASE DEL YACIMIENTO

		capa 1	capa 2
porosidad	%	15.00	10.00
permeabilidad	md	100.00	200.00
longitud	ft	2000.00	2000.00
altura	ft	10.00	10.00
ancho	ft	1000.00	1000.00
presiones cap.	psi	0.00	0.00
s	%	75.00	80.00
s	%	25.00	20.00
s	%	25.00	35.00
presión salida	pal	2000.00	2000.00
gasto de iny.	bl/día	0.07329	0.14658
nclin. de capa	ft/ft	0.10	0.10

**TABLA 1**

$$\text{PERMEABILIDAD RELATIVA AL ACEITE} \quad \left( \frac{S_w1 - S_{wc1}}{1 - S_{wc1}} \right)^3 \quad \left( \frac{S_w2 - S_{wc2}}{1 - S_{wc2}} \right)^4$$

$$\text{PERMEABILIDAD RELATIVA AL AGUA} \quad \left( \frac{1 - S_w1 - S_{orw1}}{1 - S_{wc1} - S_{orw1}} \right)^{15} \quad \left( \frac{1 - S_w2 - S_{orw2}}{1 - S_{wc2} - S_{orw2}} \right)^{17}$$

## CAPITULO IV

### EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con objeto de aplicar los métodos vistos en el capítulo anterior, se simuló el comportamiento de flujo bifásico gas-agua de la sección transversal de un yacimiento en el cual se tienen un pozo inyector de agua y uno productor de gas, localizados en la primera y última celdas en la dirección x respectivamente. Se realizaron varias corridas con el simulador al cual se le incorporaron subrutinas para el cálculo de pseudo funciones por los métodos de Kyte & Berry, Thomas y Stone. A continuación se presenta la información proporcionada al simulador (para el modelo real).

NÚMERO DE CELDAS EN LA DIRECCIÓN "X"	9
NÚMERO DE CELDAS EN LA DIRECCIÓN "Y"	1
NÚMERO DE CELDAS EN LA DIRECCIÓN "Z"	3
PRESIÓN @ CONDICIONES ESTÁNDAR	1.03 Kg/cm <sup>2</sup>
TEMPERATURA @ CONDICIONES ESTÁNDAR	293 °K
PRESIÓN INICIAL DEL YACIMIENTO	605 Kg/cm <sup>2</sup>
PROFUNDIDAD DE LA CIMA	4000 m
PROFUNDIDAD DEL CONTACTO	4150 m
LONGITUD DEL YACIMIENTO EN LA DIRECCIÓN "Z"	150 m
LONGITUD DEL BLOQUE ( $\Delta X$ ) CTE. P/TODOS.LOS NODOS	200m
ANCHO DEL BLOQUE ( $\Delta Y$ ) CTE P/TODOS LOS NODOS	1
PROF. DEL BLOQUE ( $\Delta Z$ ) CTE. P/TODOS LOS NODOS	50
PROFUNDIDAD CTE. PARA TODOS LOS NODOS	0.2
PERMEABILIDAD EN DIRECCIÓN "X" CTE.	10 mD
PERMEABILIDAD EN DIRECCIÓN "Y" CTE.	10 mD
PERMEABILIDAD EN DIRECCIÓN "Z" CTE	1 mD

LOCALIZACIÓN DEL POZO PRODUCTOR	(9,1)
LOCALIZACIÓN DEL POZO INYECTOR	(1,1)
GASTO DE INYECCIÓN DE AGUA	1.65 m <sup>3</sup> /d
GASTO DE PRODUCCIÓN DE GAS	525 m <sup>3</sup> /d

### DATOS PVT DEL AGUA

PRESION (Kg/cm <sup>2</sup> )	FACT. VOL. (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	R <sub>s</sub> (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	VISCOSIDAD (Cp)	PESO ESP. (Kg/m <sup>3</sup> )
1.00	1.0455	0.0014	0.1870	0.09571
43.28	1.0435	0.0544	0.1870	0.09589
85.57	1.0415	0.0951	0.1870	0.09608
127.85	1.0395	0.1264	0.1870	0.09626
170.13	1.0375	0.1504	0.1870	0.09645
212.42	1.0355	0.1688	0.1870	0.09664
254.70	1.0335	0.1829	0.1870	0.09682
296.98	1.0315	0.1938	0.1870	0.09701
339.27	1.0295	0.2021	0.1870	0.09720
381.55	1.0275	0.2085	0.1870	0.09739
423.83	1.0255	0.2134	0.1870	0.09758
466.12	1.0235	0.2172	0.1870	0.09777
508.40	1.0215	0.2201	0.1870	0.09796
550.68	1.0195	0.2223	0.1870	0.09815
592.97	1.0175	0.2240	0.1870	0.09835
635.25	1.0155	0.2254	0.1870	0.09854



## DATOS PVT DEL GAS

densidad relativa del gas = 0.65

<b>PRESION</b> <b>(Kg/cm<sup>2</sup>)</b>	<b>FACT. VOL.</b> <b>(m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>)</b>	<b>VISCOSIDAD</b> <b>(Cp)</b>	<b>PESO ESP.</b> <b>(Kg/m<sup>3</sup>)</b>
1.00	1.7796	0.0179	0.00004
43.28	0.0407	0.0182	0.00195
85.57	0.0205	0.0187	0.00388
127.85	0.0137	0.0194	0.00579
170.13	0.0104	0.0202	0.00766
212.42	0.0084	0.0210	0.00945
254.70	0.0071	0.0219	0.01115
296.98	0.0062	0.0229	0.01274
339.27	0.0056	0.0239	0.01421
381.55	0.0051	0.0249	0.01559
423.83	0.0047	0.0259	0.01686
466.12	0.0044	0.0269	0.01804
508.40	0.0042	0.0279	0.01914
550.68	0.0039	0.0288	0.02015
592.97	0.0038	0.0298	0.02111
635.25	0.0036	0.0307	0.02200

## TABLA DE PERMEABILIDADES RELATIVAS

### MODELO 9X1X3 (MODELO REAL)

<b>S w</b> <b>(fracción)</b>	<b>K r w</b> <b>(adim.)</b>	<b>K r g</b> <b>(adim.)</b>	<b>P c</b> <b>(Kg/cm<sup>2</sup>)</b>
0.200	0.000	0.270	13,997
0.205	0.001	0.262	4,199
0.210	0.002	0.254	2,100
0.215	0.003	0.247	1,050
0.220	0.004	0.240	0.840
0.250	0.010	0.204	0.595
0.300	0.020	0.158	0.490
0.350	0.030	0.125	0.420
0.400	0.042	0.100	0.350
0.450	0.058	0.070	0.315
0.500	0.077	0.045	0.280
0.550	0.100	0.020	0.245
0.600	0.123	0.005	0.210
0.700	0.196	0.000	0.175

Los resultados obtenidos de presión promedio y saturación de agua en la localización de los pozos inyector y productor para un yacimiento de gas con desplazamiento con agua se graficaron para los modelos de 9x1x3 (real), 9x1x1 y 3x1x1; las cuales se muestran en las figs. IV.1-9.

**TABLA DE SEUDO PERMEABILIDADES RELATIVAS****MODELO 3X1X1**

<b>S w</b> <b>(fracción)</b>	<b>K r w</b> <b>(adim.)</b>	<b>K r g</b> <b>(adim.)</b>	<b>P c</b> <b>(Kg/cm<sup>2</sup>)</b>
0.200	0.000	0.270	13,997
0.209	0.001	0.237	5,777
0.387	0.002	0.200	0.659
0.498	0.008	0.076	-0.640
0.600	0.070	0.035	-0.029
0.657	0.166	0.005	-0.285
0.681	0.168	0.002	-0.566
0.682	0.170	0.002	-0.555
0.700	0.186	0.000	-0.430

### MODELO 9X1X1

<b>S w</b> <b>(fracción)</b>	<b>K r w</b> <b>(adim.)</b>	<b>K r g</b> <b>(adim.)</b>	<b>P c</b> <b>(Kg/cm<sup>2</sup>)</b>
0.200	0.000	0.270	13,997
0.206	0.001	0.261	5,777
0.215	0.003	0.247	1,872
0.272	0.014	0.184	0.683
0.368	0.032	0.116	0.482
0.488	0.070	0.051	0.359
0.587	0.116	0.009	0.201
0.668	0.172	0.002	0.061
0.686	0.186	0.001	-0.016
0.696	0.193	0.000	-0.139
0.699	0.195	0.000	-0.330
0.700	0.196	0.000	-0.430

Las tablas presentadas corresponden al método de Kyte & Berry, pero dado que las obtenidas por Thomas y Stone son muy parecidas no se incluyen.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE KYTE &  
BERRY

MA LLA 3X1X1			MA LLA 9X1X1			MA LLA 9X1X3		
t (dias)	P med. Kg/cm <sup>2</sup>		t (dias)	P med. Kg/cm <sup>2</sup>		t (dias)	P med. Kg/cm <sup>2</sup>	
35	606 .3914		35	606 .3898		35	606 .3901	
385	604 .1556		385	604 .1696		385	604 .1712	
1955	593 .6988		1955	594 .4286		1955	594 .6196	
3755	582 .4846		3755	583 .2148		3755	583 .5700	
5555	570 .2961		5555	570 .3007		5555	570 .7591	
7355	554 .0925		7355	555 .4665		7355	555 .9842	
9125	536 .6229		9125	537 .8172		9125	538 .3229	
t (dias)	Swm (Pi)	Swm (Pp)	t (dias)	Swm (Pi)	Swm (Pp)	t (dias)	Swm (Pi)	Swm (Pp)
35	0.2123	0.2092	35	0.2154	0.2060	35	0.2154	0.2059
385	0.2447	0.2095	385	0.3109	0.2062	385	0.3109	0.2062
1955	0.3911	0.2098	1955	0.6102	0.2066	1955	0.6059	0.2065
3755	0.5535	0.2104	3755	0.6707	0.2071	3755	0.6626	0.2070
5555	0.6522	0.2110	5555	0.6873	0.2077	5555	0.6840	0.2076
7355	0.6728	0.2120	7355	0.6945	0.2084	7355	0.6931	0.2084
9125	0.6831	0.2235	9125	0.6972	0.2093	9125	0.6969	0.2093

**COMPARACIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE THOMAS**

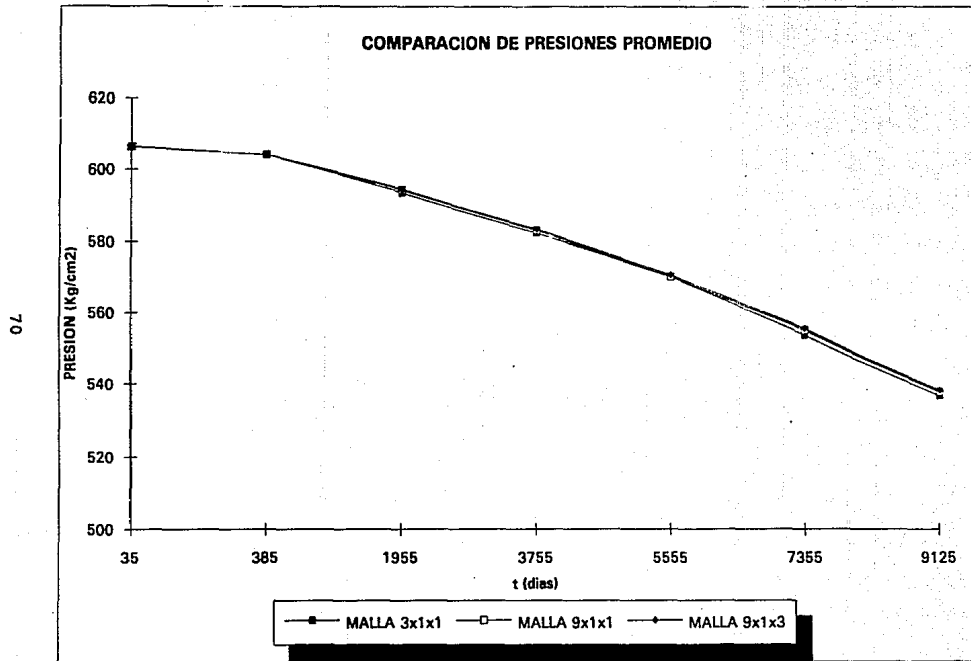
<b>MA LLA 3X1X1</b>		
<b>t (días)</b>	<b>P med. Kg/cm<sup>2</sup></b>	
35	606	.3917
385	604	.1552
1955	593	.6981
3755	582	.4839
5555	570	.2957
7355	554	.0900
9125	536	.6210
<b>t (días)</b>	<b>Swm (Pi)</b>	<b>Swm (Pp)</b>
35	0.2124	0.2093
385	0.2449	0.2097
1955	0.3913	0.2099
3755	0.5537	0.2105
5555	0.6524	0.2111
7355	0.6730	0.2123
9125	0.6834	0.2237

<b>MA LLA 9X1X1</b>		
<b>t (días)</b>	<b>P med. Kg/cm<sup>2</sup></b>	
35	606	.3897
385	604	.1693
1955	594	.4281
3755	583	.2130
5555	570	.2800
7355	555	.4650
9125	537	.8143
<b>t (días)</b>	<b>Swm (Pi)</b>	<b>Swm (Pp)</b>
35	0.2154	0.2060
385	0.3109	0.2062
1955	0.6103	0.2067
3755	0.6709	0.2072
5555	0.6874	0.2078
7355	0.6946	0.2084
9125	0.6973	0.2095

<b>MA LLA 9X1X3</b>		
<b>t (días)</b>	<b>P med. Kg/cm<sup>2</sup></b>	
35	606	.3901
385	604	.1719
1955	594	.6200
3755	583	.5746
5555	570	.7598
7355	555	.9852
9125	538	.3241
<b>t (días)</b>	<b>Swm (Pi)</b>	<b>Swm (Pp)</b>
35	0.2154	0.2059
385	0.3109	0.2062
1955	0.6060	0.2066
3755	0.6627	0.2071
5555	0.6842	0.2077
7355	0.6933	0.2087
9125	0.6969	0.2094

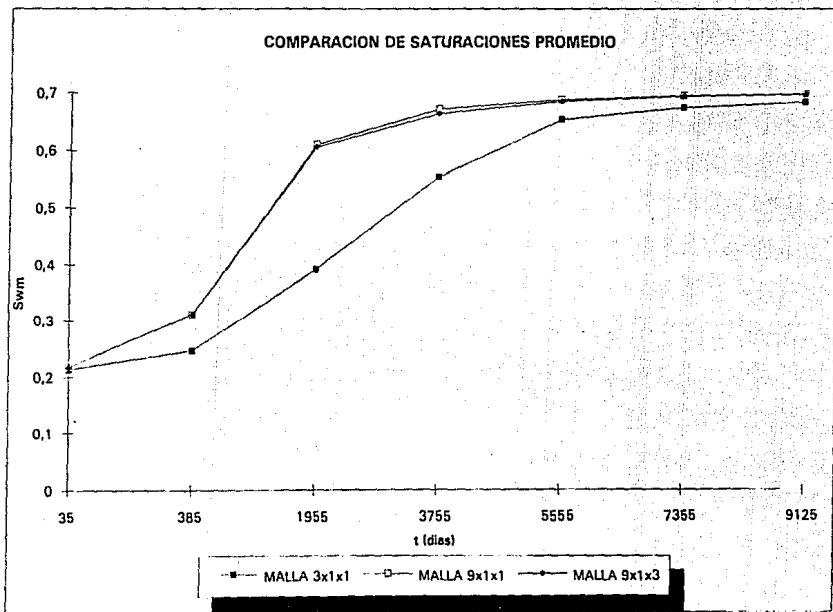
**COMPARACIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE STONE**

<b>MA LLA 3X1X1</b>			<b>MA LLA 9X1X1</b>			<b>MA LLA 9X1X3</b>		
<b>t (días)</b>	<b>P med. Kg/cm<sup>2</sup></b>		<b>t (días)</b>	<b>P med. Kg/cm<sup>2</sup></b>		<b>t (días)</b>	<b>P med. Kg/cm<sup>2</sup></b>	
35	606.3915		35	606.3897		35	606.3900	
385	604.1556		385	604.1698		385	604.1713	
1955	593.6989		1955	594.4289		1955	594.6193	
3755	582.4850		3755	583.2151		3755	583.5713	
5555	570.2962		5555	570.3010		5555	570.7593	
7355	554.0928		7355	555.4672		7355	555.9846	
9125	536.6231		9125	537.8179		9125	538.3231	
<b>t (días)</b>	<b>Swm (Pi)</b>	<b>Swm (Pp)</b>	<b>t (días)</b>	<b>Swm (Pi)</b>	<b>Swm (Pp)</b>	<b>t (días)</b>	<b>Swm (Pi)</b>	<b>Swm (Pp)</b>
35	0.2123	0.2052	35	0.2154	0.2060	35	0.2154	0.2060
385	0.2447	0.2095	385	0.3109	0.2063	385	0.3109	0.2062
1955	0.3912	0.2098	1955	0.6102	0.2065	1955	0.6058	0.2066
3755	0.5538	0.2105	3755	0.6709	0.2072	3755	0.6626	0.2071
5555	0.6524	0.2111	5555	0.6876	0.2080	5555	0.6830	0.2077
7355	0.6729	0.2122	7355	0.6949	0.2088	7355	0.6935	0.2085
9125	0.6832	0.2236	9125	0.6973	0.2094	9125	0.6971	0.2094





71

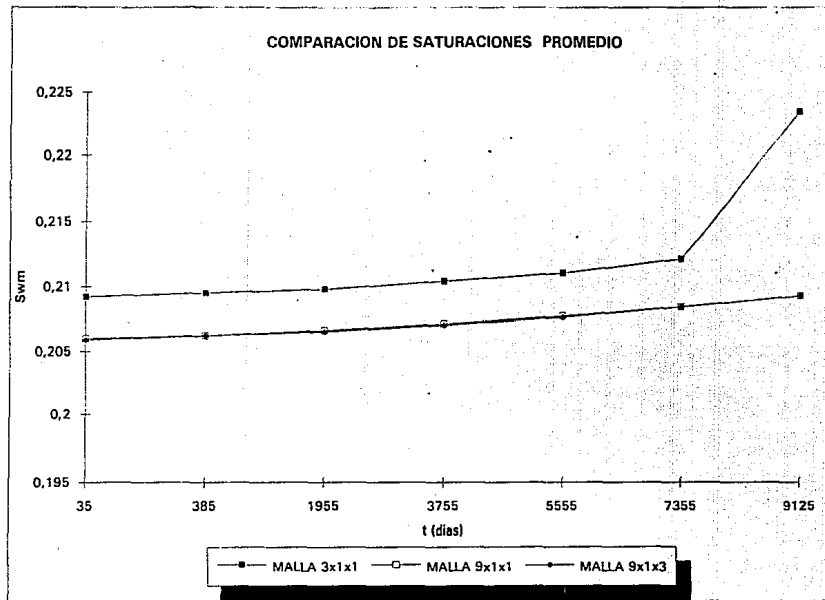


GRAFICA IV.2

POZO INYECTOR

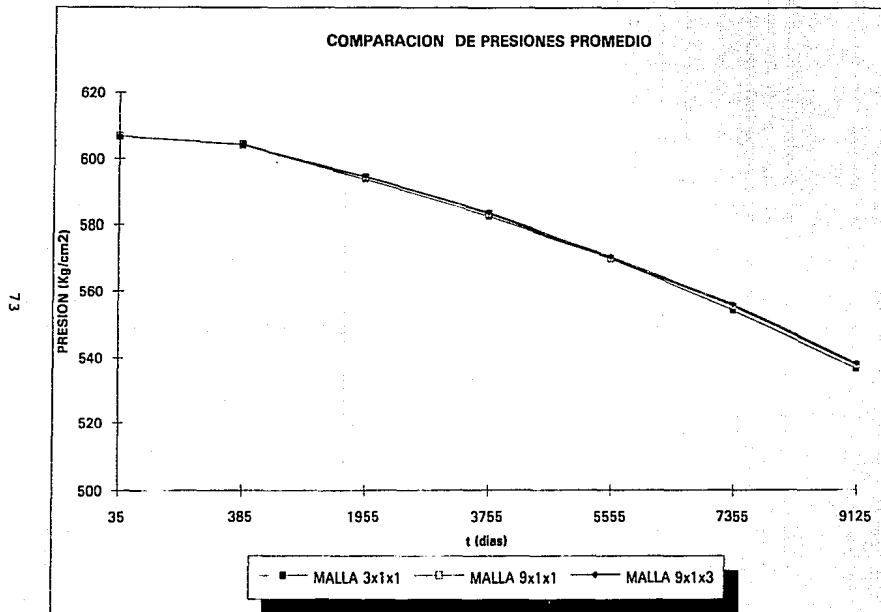
# KYTE Y BERRY

72

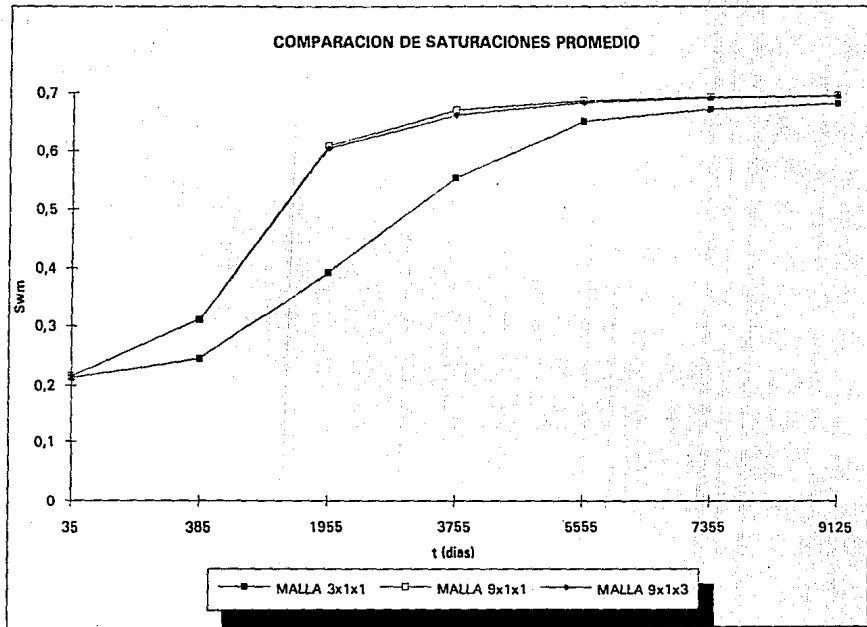


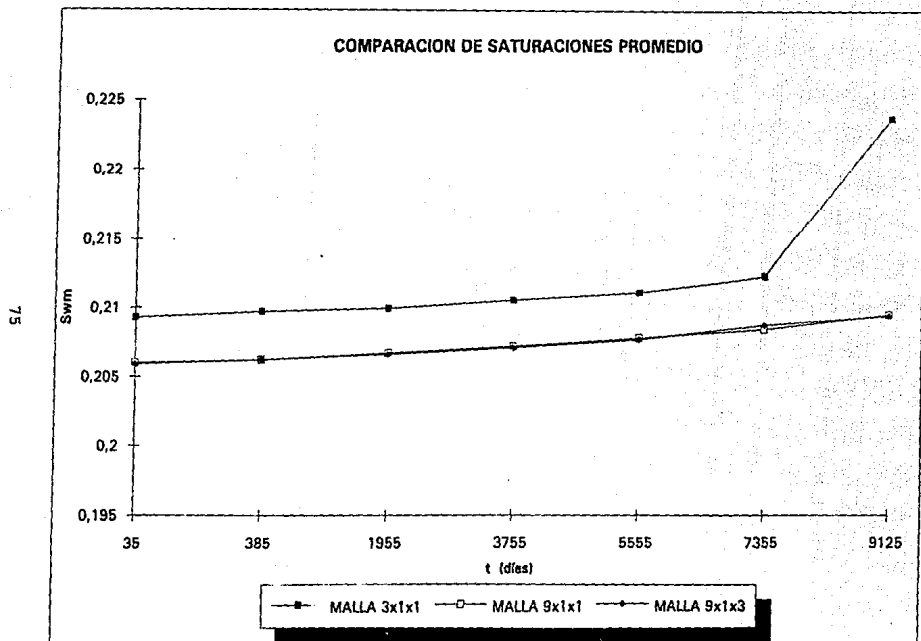
GRAFICA IV.3

POZO PRODUCTOR



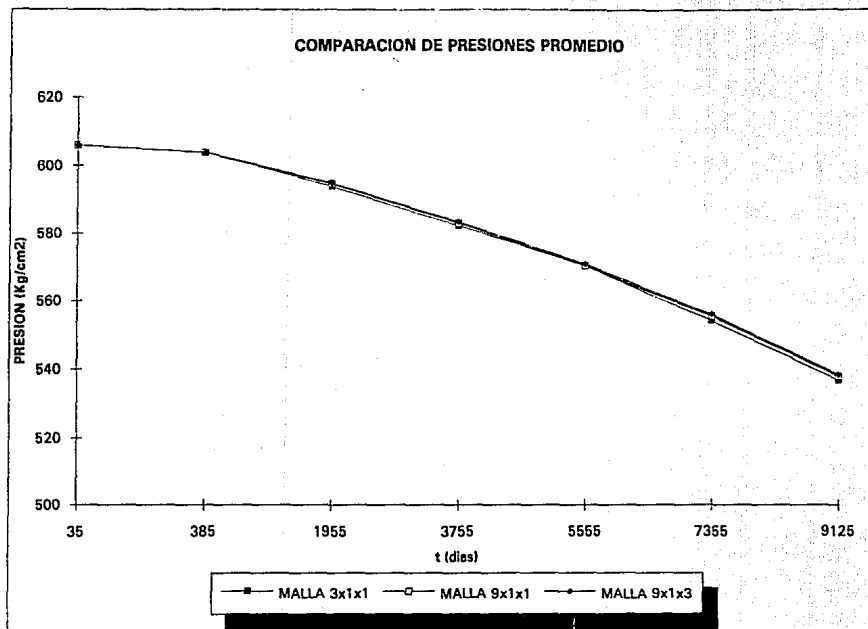
GRAFICA IV.4





GRAFICA IV.6

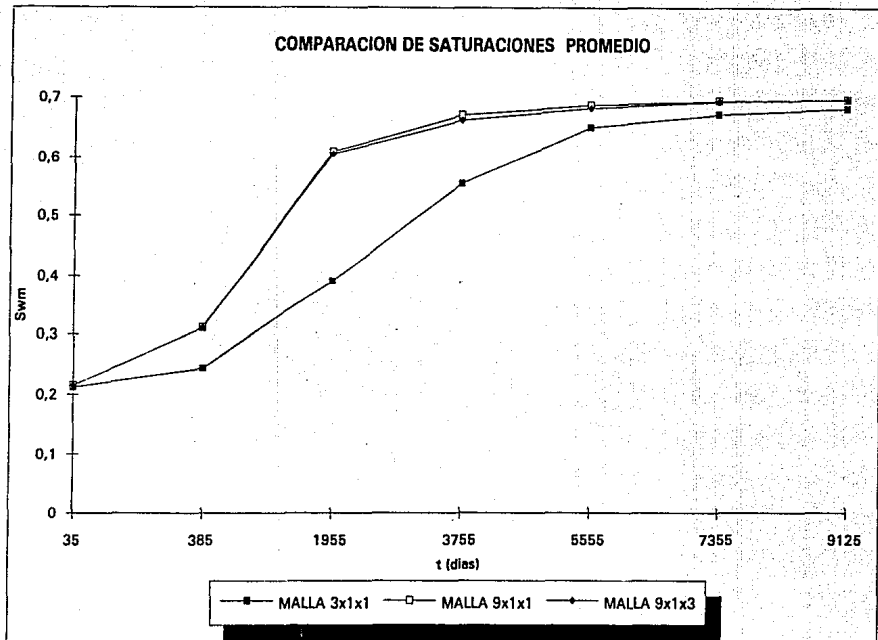
# STONE



GRAFICA IV.7

# STONE

77

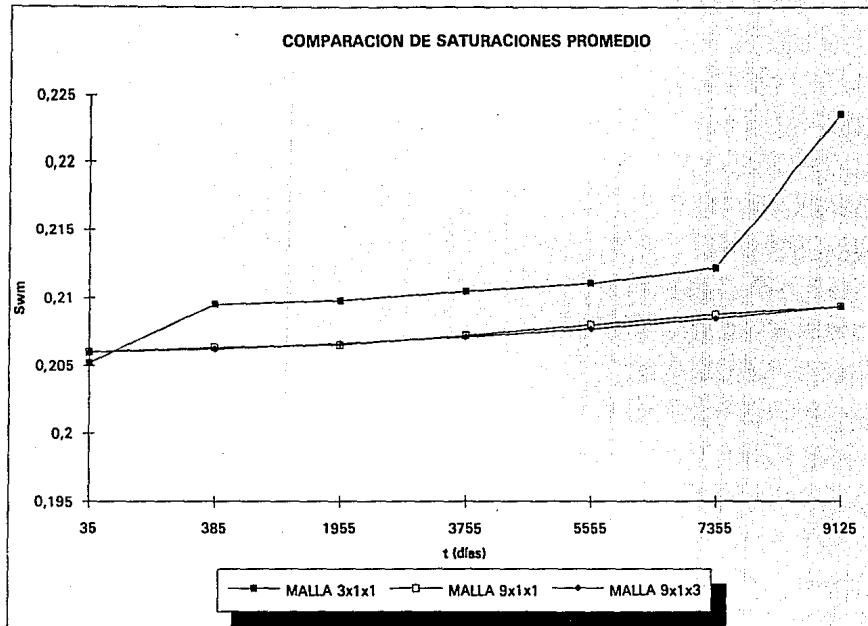


GRAFICA IV.8

POZO INYECTOR

# STONE

78



GRAFICA IV.9

POZO PRODUCTOR



## CAPITULO V

### CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se obtuvieron en el presente trabajo, al revisar los métodos de generación de seudo funciones, son las que se muestran a continuación.

1. Una buena opción, cuando se requiere una simulación precisa de los efectos verticales de los fluidos en el yacimiento, pero evitando el consumo excesivo de tiempo en la preparación de los datos y gastos computacionales, es el uso de las seudo funciones, las cuales llevan implícito el comportamiento vertical de los fluidos. Las seudo funciones son utilizadas en un simulador con un número menor de dimensiones, proporcionando resultados muy cercanos a los obtenidos por un modelo tridimensional.

2. El equilibrio vertical no debe ser supuesto. Las seudo funciones dinámicas son supuestas; si el equilibrio vertical existe, entonces las seudo funciones dinámicas calculadas son, en efecto, seudos del equilibrio vertical y se identifican por que no están en función del gasto.

3. El método de transmisibilidad ponderada de Jacks es preciso solamente para bajas relaciones de fuerzas viscoso-gravitacionales, lo cual equivale a tener equilibrio vertical y corresponde a una combinación de bajos gastos y buena comunicación vertical entre capas.

4. El método de pseudo funciones de Kyte & Berry generalmente no es factible, porque está basado en la suposición incorrecta de que las diferencias de potencial en la fase, pueden calcularse de diferencias de presión y la correspondiente densidad de la fase.

5. El método de pseudo funciones de Stone proporciona buenos resultados para todos los gastos, lo mismo que para capas incomunicadas. En tales sistemas la relación de fuerzas viscoso-gravitacionales es infinito.

6. Para el problema del ejemplo se concluye que dentro de un mismo método se nota una ligera desviación en el comportamiento del modelo más simple (3x1x1), pero entre los diferentes métodos el ajuste es casi exacto. Una posible causa de la separación en el comportamiento del modelo (3x1x1) puede ser al considerar el centro del bloque de cálculo, el cual varía de uno a otro.

## NOMENCLATURA

<b>D</b>	Profundidad desde el plano base.
<b>f</b>	Fracción de flujo volumétrico.
<b><math>\bar{f}</math></b>	Seudo función arbitraria de dimensiones variables.
<b>h</b>	Espesor del yacimiento.
<b><math>h_c</math></b>	Altura de la interfase entre dos bloques.
<b>k</b>	Permeabilidad total.
<b><math>k_h</math></b>	Promedio armónico de la permeabilidad o permeabilidad horizontal.
<b><math>k_r</math></b>	Permeabilidad relativa.
<b><math>\bar{k}_{rx}</math></b>	Seudo permeabilidad relativa en la dirección x.
<b>L</b>	Distancia en la dirección x
<b>p</b>	Presión.
<b><math>(p_{cw})_i</math></b>	Seudo presión capilar en la interfase agua -aceite en el bloque I.
<b><math>(p_{cw})_i</math></b>	Seudo presión capilar para la interfase gas-aceite en el bloque I.
<b>q</b>	Gasto.
<b>S</b>	Saturación.
<b><math>T_x = k\Delta y\Delta z/\Delta x</math>, y es la transmisibilidad del bloque en la dirección-x.</b>	
<b><math>V_p = \phi\Delta x\Delta y\Delta z</math>, representa el volumen de poros de un bloque de la malla.</b>	
<b>w</b>	Función ponderante.
<b>x</b>	Coordenada espacial este-oeste.
<b>y</b>	Coordenada espacial norte-sur.
<b>z</b>	Coordenada espacial vertical.

$\Delta$	Es un operador que indica una diferencia.
$\Delta x_i$	Tamaño de la celda en la dirección x en la localización i.
$\Delta \bar{\Phi}_m$	Cambio en el pseudo potencial en la fase m.
$\Phi$	Potencial de flujo.
$\Phi_o$	Potencial del aceite.
$\Phi_w$	Potencial del agua o potencial del pozo.
$\gamma_o$	Peso específico del aceite.
$\gamma_w$	Peso específico del agua.
$\lambda = kr/\mu$	Movilidad.
$\mu$	Viscosidad.
$\rho$	Densidad.
$\phi$	Porosidad de la formación.

## ÍNDICES

<b>i</b>	Indica dirección x.
<b>j</b>	Indica dirección y.
<b>k</b>	Indica dirección z.
<b>K</b>	Número total de capas en la dirección z.

## SUBÍNDICES

<b>l</b>	Índice del bloque
<b>o</b>	Aceite.
<b>r</b>	Relativo.
<b>t</b>	Total de todas las fases.
<b>w</b>	Agua.
<b>x</b>	En la dirección x.

- 1** Valor inicial de un índice, el valor menor dentro de un bloque de la malla burda.
- 2** Valor final de un índice, el valor mayor dentro de un bloque de la malla burda.

## REFERENCIAS

1. Coats, K. H; Nielson, R. L; Terhune, M.H; and Weber, A. G, "Simulation of Three-Dimensional, Two-Phase Flow in Oil and Gas Reservoirs, "SPEJ (diciembre 1967) 377.
2. Coats, K. H; Dempsey, J. R; and Henderson, J. H, "The Use of Vertical Equilibrium in Two Dimensional Reservoir Performance" SPEJ ( marzo 1971) 63.
3. Jacks, H.H; Smith, O.J.E. and Mattax, C.C, "The Modeling of a Three-Dimensional Reservoir with a Two-Dimensional Reservoir Simulator - The Use of Dynamic Pseudo Functions", " SPEJ (junio 1973) 175.
4. Kyte, J.R. and Berry, D. W, "New Pseudo Functions to Control Numerical Dispersion," SPEJ (agosto 1975),269.
5. Thomas, G. W, "An Extension of Pseudo Function Concepts". Artículo SPE 12274 presentado en el simposium SPE de 1983 sobre simulación de yacimientos, San Francisco, Noviembre 15-18.
6. Stone, H. L, "Rigorous Black Oil Pseudo Functions". Artículo SPE 21207 presentado en el simposium SPE de 1991 sobre simulación de yacimientos; Anaheim, California , Febrero 1991.
7. Emanuel, A. S; y Cook, G.W, "Pseudo-Relative Permeability for Well Modeling" SPEJ (Feb. 1974) 7-9

8. Woods, E.G., y Khurana, A.K, "Pseudo Functions for Water Coning in a Three-Dimensional Reservoir Simulator." SPEJ (Agosto 1977), 251-262
9. Starley, G.P, "A Material Balance Method for Deriving Interblock Water-Oil Pseudofunctions for Coarse Grid Reservoir Simulation," SPEJ (Agosto 1988), 977.
10. Hales H.B, "Parameterization of Match-Derived Pseudo-Relative Permeabilities, "SPE 11494, procedente de la conferencia del AIME sobre el aceite del medio oriente en 1983. Abril 14-17, 445-452.
11. Pande, K.K., Ramey, H.J., Jr., Brigham, W.E., y Orr, F. M. Jr" Frontal Advance Theory for Flow in Heterogeneous Porous Media. "Artículo SPE 16344 presentado en el encuentro regional de California del SPE en 1987, Ventura, Abril 8-10.
12. Hearn, C.L, "Simulation of Stratified Water-Flooding by Pseudo Relative-Permeability Curves", JPT, (julio 1971), 805.