

1
205



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**



**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
CUAUTITLAN**

**“ COMPARACION DE 3 MODELOS MATEMATICOS PARA
EL AJUSTE DE CURVAS DE LACTANCIA EN BOVINOS
LECHEROS HOLSTEIN ”**

T E S I S

**Que para obtener el Titulo de
MEDICO VETERINARIO ZOOTECNISTA**

p r e s e n t a

CARLOS AGUILAR RODRIGUEZ

Asesor: MVZ Benito López Baños

Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.

1993

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE.

	PAG.
RESUMEN	1
INTRODUCCION	2
OBJETIVOS	4
REVISION DE LITERATURA	5
MATERIAL Y METODOS	30
RESULTADOS	36
DISCUSION	76
CONCLUSIONES	81
BIBLIOGRAFIA	82

RESUMEN

Con el fin de comparar 3 funciones matemáticas para ajustar las curvas de lactancia se analizaron los registros de producción de Leche diarios de los bovinos pertenecientes al Módulo de Bovinos Productores de Leche de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, U.N.A.M..

Se seleccionaron para tal efecto 253 lactancias cuyo registros comprende el periodo de 1984 a 1992.

Los modelos matemáticos evaluados fueron: 1) Función Gamma Incompleta ó Función de Wood representada por $Y_n = A_n b e^{-c n}$ donde A, b y c son constantes del modelo, e es la base de los logaritmos naturales y Y_n es el promedio de producción en el n-ésimo día de lactancia; 2) Función Gamma Modificada ó Función Wood Modificada representada por $Y_n = A_n b e^{-c n} (1 + u \sin(x) + v \cos(x))$ donde u y v representan las variaciones estacionales y por época de parto; y 3) Función Gamma Ponderada o Wood Ponderada representada por $Y_n^2 = A_n b e^{-c n}$ donde Y_n^2 es el promedio diario de producción en el n-ésimo día de lactancia elevado al cuadrado.

Estos modelos se utilizaron para ajustar y estimar los parámetros de la curva de lactancia con un método de regresión lineal después de una transformación logarítmica de las fórmulas (\ln).

La comparación de las funciones de Wood y Wood Modificada en base a los valores obtenidos por la estimación y su error estándar en dos lactancias muestra de cada grupo de lactancias mostró que la función Wood Modificada presentó ligeramente un mejor ajuste que la de Wood.

Para evaluar la efectividad de ajuste de los modelos se obtuvieron los Coeficientes de Determinación (R^2) presentando valores muy similares entre la Wood y la Wood Modificada. Por el procedimiento empleado la función Wood Ponderada no pudo compararse con las otras dos pero presentó un buen ajuste obteniendo valores muy altos de R^2 .

INTRODUCCION.

El mejoramiento genético animal, consiste en la aplicación de los principios de la genética Cuantitativa, al diseño y conducción de programas enfocados a la obtención de animales con mejores características productivas (carne, leche, huevo, lana, etc.), que la población que les sirve de base. Este comprende la estimación de parámetros genéticos, el diseño de sistemas de selección y reproducción, el desarrollo de criterios para estimar el valor reproductivo de un animal y el diseño de procedimientos prácticos de prueba, para estimar diferencias genéticas en las características de importancia económica en los animales (1, 2, 12, 14).

En el mejoramiento del ganado lechero, al buscar la forma de influir genéticamente en los caracteres que determinan la producción de leche y/o sus componentes, se especializa esta búsqueda por medio de diversos caminos.

Uno de estos caminos lo constituyen las curvas de lactancia, expresión misma de la producción láctea, y características que la influyen de manera importante con lo que el genetista pueda trabajar y establecer un mecanismo de su estudio.

Para tal finalidad, y con la intención de hacer más exacto este análisis han surgido métodos matemáticos que describen, al estimar una serie de parámetros, los diferentes componentes de la curva de lactancia (inicio, pico y persistencia) con lo que la detección de factores que la modifican favorable o desfavorablemente puede ser posible. Además al tener tales medidas se puede hacer el análisis de animales, ya sean

Sementales o Hembras, que pudieran transmitir sus características con respecto a los parámetros constituyentes de la curva de lactancia, que representaran un avance genético en el hato lechero. Así, se buscará seleccionar animales cuya curva de lactancia sea benéfica tanto para el productor de leche, que busca la rentabilidad de su explotación, como para el animal, que presentará una lactancia productiva pero sin repercusiones desfavorables en su salud o metabolismo.

Los modelos matemáticos aquí estudiados constituyen una muestra de las múltiples posibilidades que se tienen para la descripción de la curva de lactancia y que se presentan como el primer paso de toda una serie de estudios tendientes a determinar el valor de estas fórmulas matemáticas para tener una base científica, para estudiar con la determinación de los Parámetros Genéticos correspondientes la posibilidad de implementar un programa de Mejoramiento Genético a partir de los Parámetros que describen la curva de lactancia.

Es por lo anterior, que el estudio aquí presentado junto con los demás trabajos citados tiene el objetivo de identificar aquellos modelos que más exactitud presentan en su descripción del proceso fisiológico de la Lactancia y así tener una base para su estudio al ser aplicado en un hato. Estas fórmulas seguirán a la determinación de la existencia de Variación Genética y los mecanismos mediante los cuales se da esta y experimentar utilizando las bases del mejoramiento genético, como son la Heterosis y la Selección, cómo se comportan los parámetros y ver la posibilidad de realizar mejoramiento genético.

OBJETIVOS

Comparar tres modelos matemáticos en el ajuste de curvas de lactancia en bovinos lecheros Holstein

REVISION DE LITERATURA

VARIANZA FENOTIPICA Y SELECCION

Los programas de selección, como una herramienta del Mejoramiento Genético, se diseñan buscando utilizar de una manera eficiente, la variabilidad genética aditiva de las poblaciones animales. Esta variación se refiere a las diferencias mensurables u observables en los individuos para un carácter particular. Este es el material con el que cada mejorador de animales debe trabajar. Si no hubiera variaciones entre los individuos no habría necesidad de seleccionar o desechar animales con fines de cría, debido a que todos se parecerían y se comportarían igual, o al menos habría poca diferencia entre ellos (12, 14, 18).

Las variaciones fenotípicas u observables en los caracteres productivos de importancia económica en los animales son el resultado de un conjunto de efectos genéticos de tipo aditivo e interacciones alélicas y no alélicas, cuya expresión se ve modificada por el medio ambiente en que los animales se desarrollan. El medio ambiente que modifica la expresión genotípica y produce variabilidad en el fenotipo, lo constituyen factores externos que actúan sobre el individuo, como son el clima, la alimentación, enfermedades, etc., los cuales pueden influir en etapa prenatal y postrnatal (12, 14, 18).

PARTICION DE LA VARIANZA FENOTIPICA

La Varianza Fenotípica (σ^2_p), es aquella que es obtenida de un conjunto de valores observados en los animales y es a su vez la suma de las varianzas atribuibles a fuentes de variación genéticas y ambientales, así como las interacciones (covarianzas) entre

ellas. Una simplificación para describir la variación fenotípica de una característica en los individuos estaría dada por la siguiente ecuación :

$$P = G + E$$

donde

P = Fenotipo, característica medida en el animal.

G = Genotipo, acción de factores genéticos.

E = Ambiente, factores externos que actúan sobre el individuo.

Entonces la varianza del valor fenotípico (σ^2_P), sería :

$$V(P) = V(G + E)$$

$$\sigma^2_P = \sigma^2_G + 2\sigma_{GE} + \sigma^2_E$$

Suponiendo, que no existe correlación entre el genotipo y el ambiente, $\sigma_{GE}=0$, la partición de varianza sería :

$$\sigma^2_P = \sigma^2_G + \sigma^2_E$$

donde

σ^2_P = Varianza de Valores Observados.

σ^2_G = Varianza de las diferencias genéticas entre individuos.

σ^2_E = Varianza de las diferencias ambientales entre individuos.

El principal interés del genetista o mejorador de animales es el conocimiento de la proporción de las diferencias fenotípicas que es debida a efectos de genes, ya que en caso de que dicha proporción sea muy baja o no exista, sus programas de selección carecerían de sentido (14, 18).

Es por ello que para expresar lo anterior se puede estandarizar la varianza fenotípica o total, con lo que se tendrá:

$$1 = h^2 + e^2$$

donde

$h^2 = \frac{\sigma_G^2}{\sigma_P^2}$, es la heredabilidad de un carácter en el sentido amplio.

e^2 , es la proporción de la varianza fenotípica causada por efectos ambientales, tales como los efectos de manejo, nutrición, sanidad, etc.

Para reducir la variación de los efectos ambientales que influyen en la manifestación de una característica, es conveniente uniformizar los sistemas de alimentación, manejo, sanidad, etc. en los hatos ganaderos.

La varianza Genotípica (σ_G^2) puede ser teóricamente subdividida según los efectos de genes y las interacciones entre ellos, en Varianza Aditiva (σ_A^2), Varianza de Dominancia (σ_D^2) y Varianza Epistática (σ_I^2), o sea :

$$\sigma_G^2 = \sigma_A^2 + \sigma_D^2 + \sigma_I^2$$

donde

σ_A^2 = Varianza aditiva o atribuible al promedio de efectos de genes individuales.

σ_D^2 = Varianza de dominancia atribuible a la interacción entre genes alélicos.

σ_I^2 = Varianza epistática o atribuible a la interacción entre genes no alélicos.

de tal manera que, una mayor división de la varianza fenotípica sería :

$$\sigma_P^2 = \sigma_A^2 + \sigma_D^2 + \sigma_I^2 + \sigma_E^2$$

o en forma más general :

$$\sigma^2_P = \sigma^2_A + \sigma^2_D + \sigma^2_{AA} + \sigma^2_{AD} + \sigma^2_{DD} + \dots + \sigma^2_E$$

donde :

σ^2_{AA} , σ^2_{AD} y σ^2_{DD} son varianzas de interacciones.

Ahora bien, estandarizando la varianza fenotípica, se tiene :

$$1 = h^2 + c^2$$

donde

$$h^2 = \frac{\sigma^2_A}{\sigma^2_P}, \text{ es el índice de herencia o heredabilidad en el sentido estricto}$$

c^2 = La porción de la varianza fenotípica que es debida a desviaciones causadas por factores genéticos no aditivos más el medio ambiente (12, 14, 18).

La definición de Heredabilidad (h^2), como una proporción de la varianza fenotípica causada por efectos aditivos de genes, es de gran importancia en la estimación del progreso genético logrado en los programas de selección (14, 18).

Esta definición de h^2 es la que comúnmente se reporta en los resultados de investigaciones, debido a que está dada en función de la varianza aditiva y los efectos aditivos de genes que se transmiten a la progenie y no así las combinaciones o interacciones de genes, las cuales desaparecen en el proceso de meiosis y aparecen nuevas combinaciones aleatorias en la progenie (12, 14, 18).

La varianza ambiental reduce la precisión en la estimación del valor reproductivo de un animal debido a que los efectos causados por los genes y el medio ambiente son difíciles de separar. Las

causas de la magnitud de la varianza ambiental son diversas y se pueden mencionar, el nivel de nutrición, clima, efectos maternos, tipo de manejo, sanidad, errores de medición, etc. (12, 14, 18).

SELECCIÓN DENTRO DE LAS POBLACIONES

La selección es el proceso biológico que permite que cierto tipo de individuos produzcan más descendientes que otros. O sea, este proceso causa una tasa diferencial de reproducción en la población debido a que algunos individuos son escogidos como padres potenciales de la siguiente generación y otros son descartados por el hombre o la naturaleza (12, 18).

Cuando la selección es determinada por la aptitud que tienen los individuos para sobrevivir en su medio ambiente, entonces se denomina selección natural y ésta actúa principalmente debido a diferencias en fertilidad y en mortalidad de los individuos o de los gametos que producen. Si esta adaptación es consecuencia de una combinación de genes superiores, entonces la selección incrementa los genes superiores y elimina los inferiores (12, 14, 18).

La selección artificial es aquella determinada por las acciones del hombre al escoger los progenitores que serán responsables de la siguiente generación. El objetivo de esta selección es cambiar la Frecuencia Génica y la Frecuencia de Gametos de la población motivo de su interés, de tal manera que las combinaciones genotípicas producidas cumplan con las metas establecidas por el genetista en un período de varias generaciones.

La selección de animales puede basarse en características de tipo cualitativas, cuantitativas o ambas, dependiendo del objetivo u objetivos del criador o genetista animal, sin embargo, éstas características de importancia económica en los animales domésticos son el resultado de un gran número de pares de genes cuya acción es una combinación de efectos aditivos, dominantes y epistáticos, la cual es influenciada por interacciones con el medio ambiente (12, 14, 18).

La selección de animales, se basa en las diferencias fenotípicas que presentan los individuos o familias en las características de interés económico para el criador y, que son el resultado de la diferente información genética con que los animales nacieron y de sus interrelaciones con el medio ambiente.

MÉTODOS DE SELECCIÓN

Los métodos de selección basados en un simple carácter medido en el individuo y/o en sus parientes colaterales son :

a). Selección individual o masal.

Consiste en seleccionar como procreitores de la siguiente generación a los animales que tengan los mejores registros individuales, es decir, los individuos son seleccionados en base a su propio comportamiento fenotípico. Este método de selección es apropiado cuando la característica es altamente heredable ($h^2 > 0.25$).

b). Selección familiar.

Consiste en seleccionar o rechazar familias enteras como unidades basadas en el comportamiento fenotípico promedio de la familia. El término familia se refiere básicamente a animales

cercanamente emparentados, como son hermanos carnales y medios hermanos. Este método de selección es apropiado cuando el carácter que se desea seleccionar tiene baja heredabilidad, existe un ambiente común para los miembros de la familia y el tamaño de la familia es grande.

c). Selección de hermanos.

Este es un método de selección familiar en la cual los individuos seleccionados no contribuyen a la estimación de la media familiar. Por ejemplo, si se seleccionan machos en base a características productivas como la producción de leche y/o sus componentes (grasa, proteína), para la evaluación del animal se utilizarán las medias hermanas ó hermanas carnales. Este método puede ser utilizado en aves, cerdos, conejos y ganado lechero.

d). Prueba de progenie.

La prueba de progenie es un tipo de selección familiar en el cual los animales son seleccionados basados en el valor fenotípico promedio de su progenie, es comúnmente usado en bovinos, ovinos, cerdos y aves. Este método de selección tiene el inconveniente de alargar el intervalo entre generaciones debido a que los padres potenciales no pueden ser seleccionados hasta que pueden ser medidos sus descendientes. Este tipo de prueba es ampliamente practicada en la selección de toros lecheros debido a que la característica (producción de leche) solo puede ser evaluada en las hembras.

e). Selección intrafamiliar.

En este tipo de selección el criterio usado es el de la desviación de los registros de cada individuo del valor medio de

la familia a la cual pertenece. Los individuos que superan la media familiar por una mayor cantidad son seleccionados. Este método puede ser usado cuando existen factores ambientales que influyen en gran medida el promedio de la familia.

f). Selección combinada.

Esta considera para propósitos de selección de un individuo, sus propios registros además de aquellos correspondientes a su familia.

g). Selección por genealogía.

Este método considera la información de los ancestros cercanos de un animal para su evaluación. Por lo general los criadores de ganado han considerado la información de los padres y abuelos de un animal en dicha selección. La selección por genealogía es de gran utilidad cuando se desea escoger animales jóvenes los cuales aún no han manifestado su potencial para la característica de interés o cuando éste se manifiesta en un solo sexo.

MÉTODOS DE SELECCION PARA VARIAS CARACTERISTICAS.

a). Selección tandem.

Este método consiste en la selección de varias características, $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$ cada una de las cuales se seleccionan en un determinado tiempo y se continúa durante varias generaciones hasta que se alcanza un progreso genético satisfactorio. Es decir, se selecciona X_1 durante una o más generaciones hasta lograr una meta de antemano definida, entonces se selecciona X_2 de la misma manera y así sucesivamente para todas las características. Por lo general la característica de mayor importancia económica se selecciona primero aún cuando

debería ser aquella que maximiza el progreso genético favorable entre las características de mayor importancia para el criador o mejorador de animales, en caso contrario, puede nulificarse el progreso genético.

b). Niveles independientes de desecho.

Consiste en la selección de dos o más características a la vez, de tal manera que se establece un estándar mínimo que debe llenar cada animal para conservarlo en el hato. Bajo este método de selección se han desechado animales sobresalientes en alguna característica pero que no han llenado el estándar requerido de la (s) otra (s) por causas distintas a su calidad genética.

c). Índices de selección.

La selección de animales basadas en varias características de importancia económica, es una práctica común en las explotaciones pecuarias, es por ello necesario utilizar un procedimiento de selección lo más preciso posible. Para lograr lo anterior, es necesario considerar que las características por las cuales selecciona el criador tienen una importancia económica relativa, distinto grado de heredabilidad y se correlaciona genética y fenotípicamente en forma diferente. Un índice de selección, es un criterio de selección basado en una función lineal de valores fenotípicos ponderado, los cuales tienen una correlación máxima con el valor genotípico agregado del animal. Los componentes que intervienen en la construcción de un índice de selección son: la Ponderación Económica, la cual es una medida del aumento que se espera en la utilidad, por cada unidad de cambio en las características de interés que componen el índice; la Varianza

Genética, la cual determina la efectividad de la selección medida a través del progreso genético y, las Covarianzas Fenotípicas y Genotípicas las cuales indican como el cambio en una característica afecta a la otra (12, 14, 18).

MEJORAMIENTO GENETICO O RESPUESTA A SELECCION Y FACTORES QUE LA MODIFICAN.

En el desarrollo de planes de mejoramiento animal, es necesario obtener estimadores del progreso genético obtenido en la selección directa de una característica o Respuesta de Selección, así como la respuesta indirecta como consecuencia de la correlación existente entre otras características y aquellas bajo selección (18).

La forma de expresar el avance genético de una generación de selección puede ser determinado por la siguiente ecuación :

$$AG/año = \frac{r_{gp} \cdot i \cdot \sigma_G}{I}$$

donde

AG = Cambio genético por generación/ año.

r_{gp} = Precisión de la selección.

σ_G = Desviación estándar genética.

i = Intensidad de selección.

I = Intervalo entre generaciones.

Esta ecuación indica que aumentando o disminuyendo cualquiera de los factores, el cambio o progreso genético debido a selección es modificado (12, 14, 18).

PRECISION DE SELECCION (r_{gp})

La precisión es la correlación entre el criterio fenotípico de -

selección y el valor reproductivo del animal, o sea : $r_{GP} = h^2$. Para obtener una mayor precisión en la selección es necesario reducir la variación ambiental, lo cual puede lograrse manteniendo uniforme las condiciones de manejo de los animales, corrigiendo los datos por diferencias no genéticas y obteniendo más de una medida en el caso de características que se repiten en la vida de un animal (18).

INTENSIDAD DE SELECCION (1).

Es el diferencial de selección en unidades de desviación estándar; esta será mayor a medida que la proporción de individuos seleccionados de una población sea menor y viceversa. Sin embargo, una alta intensidad de selección no significa siempre un gran avance genético debido a que se incrementa el intervalo entre generaciones.

La magnitud de la intensidad de selección depende de varios factores : la especie animal, la proporción necesaria para reemplazo y de las tasas de reproducción, concepción y sobrevivencia de los individuos. Así por ejemplo, si se desea mantener constante el tamaño de un hato lechero es necesario seleccionar de un 50 a un 75% de las becerras y un 4 a 5% de becerros nacidos en un sistema de monta natural. Es claro que, entre mayor sea la intensidad de selección mayor será el avance genético, pero esto dependerá del programa de selección que tenga el productor. En el caso de hatos en expansión es casi imposible lograr avances de consideración en la selección (18).

En el caso de los bovinos el mejoramiento animal es más efectivo a través de la selección de machos que de las hembras

además, la inseminación artificial permite aplicar una intensidad de selección muy alta en los machos alcanzando proporciones de selección menores del 1% (18).

La reproducción puede frenar el avance genético al reducir la población de la cual se va a seleccionar, provocando que se aumente la proporción de dicha población para propósitos de reemplazo y nulifique y disminuya en alto grado la intensidad de selección (14,18).

VARIANZA GENÉTICA (σ^2_G).

La varianza genética se refiere básicamente a varianza aditiva la cual es función de la frecuencia génica para una característica en la población.

Si variabilidad no existe, las posibilidades de selección son nulas. Es por lo anterior que los programas de selección deben basarse en características que presenten variabilidad genética (12, 18).

INTERVALO ENTRE GENERACIONES (I).

El intervalo entre generaciones es el promedio de edad de los padres cuando sus hijos que van a ser responsables de la siguiente generación nacen. A través de la selección de la progenie de animales jóvenes, el intervalo entre generaciones puede acortarse pero puede ocasionar una disminución en la intensidad de selección debido a que puede ser necesario seleccionar un mayor número de descendientes. En general, se deberían reemplazar en forma más rápida a los progenitores con un mérito genético medio y conservar un mayor tiempo a los sobresalientes. Los intervalos entre generaciones, promedio en

años, según sexo para los Bovinos de Leche es de 4 para los machos y 4.5 para las hembras (14, 18).

Podemos afirmar con lo antes expuesto, que el avance logrado en las últimas décadas en el Mejoramiento Genético Animal, hace imprescindible que los criadores de ganado y los profesionistas dedicados a esta área, tengan un conocimiento claro de las herramientas genéticas básicas involucradas en dicho avance, de esta manera participan en la dinámica de la cría moderna animal (1, 2, 12).

EL MEJORAMIENTO GENETICO EN EL GANADO LECHERO

El objetivo primordial de cualquier programa de mejoramiento debe ser producir vacas con la mayor capacidad genética posible para obtener beneficios. La satisfacción de este objetivo requiere vacas que puedan producir grandes cantidades de leche con eficiencia y un mínimo de cuidados, vacas que puedan aprovechar eficientemente los nutrientes contenidos en los alimentos que se les proporcionan, que permanezcan fuertes y sanas a lo largo de los rigores de toda una vida prolongada de producción. Esto se puede alcanzar mediante un programa equilibrado de mejoramiento que utilice el mayor valor genético para los caracteres económicamente importantes que existe tanto en las vacas como en los toros. El alcance de esto dará como resultado un hato de vacas con genotipos sobresalientes en lo que se refiere al valor económico total (2, 14).

El mejoramiento genético se tiene que evaluar en función de la importancia económica de cada carácter para hacer que una vaca sea provechosa en un hato dado. Uno de los resultados finales

económicamente importantes de una constitución firme es la capacidad de longevidad. En el ganado lechero, esta última significa una larga vida productiva que se mide, por lo común, en años de edad o número de lactancia completas. Cuantas más sean las lactancias durante las que una vaca permanece provechosa, tanto más largo será el período en que el ganadero podrá amortizar su inversión en ella. Además la capacidad de longevidad es un ingrediente de un provechoso programa de mejoramiento en la mayoría de los hatos (2).

No obstante, una proporción de vacas viejas en una manada es con frecuencia una señal de que la eficiencia del programa de mejoramiento disminuyó en los últimos años. Un programa eficaz de mejoramiento debiera producir un flujo constante de vaquillas que sean genéticamente superiores a las vacas más viejas, por buenas que estas fueran (2).

La producción de leche presenta situaciones interesantes que hay que considerar. Primero, la existencia de una raza, la Holstein, cuya producción bajo condición estabulada y de buen manejo es difícil de superar. La evaluación de la producción de leche es, en cierta forma, sencilla, requiriendo sólo un esfuerzo extra del ganadero para poder complementar los registros. Sin embargo, estos datos requieren de arreglos y ajustes que permitan aumentar la validez de la calificación que se le otorgue a cada animal. Esto ha dado relevancia a los sistemas computarizados para captar información, que a la vez permiten obtener datos para programas de investigación genética (1, 2).

El fenotipo de un animal es el resultado de la acción de su

genotipo y su interacción con el medio ambiente. El fenotipo simple más importante de una vaca lechera es su rendimiento de leche. La meta del mejoramiento genético del ganado lechero es la de producir el mejor genotipo posible que funcione a la máxima eficiencia en el ambiente en que se encuentra el animal, con el fin de obtener los máximos beneficios posibles para el ganadero. Una razón para esto es que el rendimiento puede evaluarse en forma relativamente fácil y precisa en esta especie midiendo la leche producida y el contenido de grasa a ciertos intervalos durante la lactación. Otra razón es que son bien conocidas las demandas del consumidor por la calidad de los productos lácteos y no ha habido necesidad de revisar los objetivos de selección durante años (2, 14).

Al avanzar hacia esta meta, el mejoramiento genético del ganado lechero es, en realidad, un proceso de dos fases. La primera de éstas fases se dedica a la estimación del valor reproductivo del animal, mediante la utilización de las técnicas ya descritas y que como ya se mencionó su eficacia reside en que el ambiente no influya de manera importante en las evaluaciones, de modo que sea posible identificar animales con genotipos superiores. La segunda fase consiste en utilizar lo mejor posible, con fines de reproducción, los animales que tengan genotipos superiores, con el fin de elevar al máximo el progreso genético (2, 12, 14).

LAS CURVAS DE LACTANCIA Y LOS MODELOS MATEMÁTICOS

Por el interés de investigar, se hace una recolección de registros de producción resultando importante que estos datos

reflejen diferencias, entre vacas en particular y aquellos grupos en evaluación, tan exacto como sea posible y que el máximo de información aprovechable sea recolectado de ellos. Para llevar a cabo esto, las ecuaciones de curvas de lactancia pueden ser aplicadas en datos de vacas en particular. Las curvas de lactación resultantes pueden después ser usadas para estimar la producción total, diaria o a intervalos de producción de interés, día del pico de lactación y medidas de persistencia (10).

La selección por producción de leche en ganado lechero ha estado basado principalmente en el rendimiento total de leche. El rendimiento equivalente total puede resultar en curvas de lactación de diferentes formas. La curva más deseable es materia de debate. Vacas que producen moderadamente con alta persistencia durante la lactación usualmente estarán bajo menos estrés que vacas que son menos persistentes y tienen un gran diferencial entre la producción al pico y el fin de lactación. Hay también una pregunta económica en cuanto a los requerimientos de alimento para una vaca con más persistencia. Para examinar el efecto de la forma de las curvas de lactación en el rendimiento de leche y factores económicos la curva de lactación podría ser descrita por coeficientes de una ecuación matemática, si estos coeficientes son controlados genéticamente, entonces hay bases para la selección de lactaciones con formas deseadas (3, 8).

Las curvas paramétricas representan el modelo de las producciones de leche o la producción de los constituyentes de la leche durante una lactación y tiene varios usos. Estas proveen resúmenes concisos de los ejemplos por lo cuales las curvas acumulati-

vas pueden ser estimadas. Estas estimaciones, o los parámetros mismos, pueden estar sujetos a análisis estadísticos formales a fin de estimar efectos sistemáticos. Las curvas pueden ser usadas para predecir futuras producciones de registros de lactación incompletos para, por ejemplo, detectar cuando un hato o una vaca en particular se sale de su función esperada, o para proveer estimaciones tempranas de producción en lactaciones a 305 días en pruebas de progenie (5, 14).

Las curvas también pueden ser incorporadas dentro de modelos matemáticos en empresas lecheras, y en este contexto las reacciones en la forma de la curva o cambios en los factores de manejo son particularmente importantes (5, 17).

Muchos factores pueden influenciar la producción total de leche de una lactación en particular, pero la forma general de la curva, definida por el lugar de la producción semanal o diaria, permanece sustancialmente inalterada. Económicamente, la configuración de la curva es importante, para el animal que produce leche en un nivel moderado regularmente durante toda su lactancia será preferido a un animal que produce una gran parte de leche en su pico pero poco después de este (17, 21, 23).

En estas aplicaciones la función de la curva no depende solamente de su habilidad para ajustar a los modelos de las producciones durante una lactación completa. Idealmente, cada parámetro de la curva tendría una interpretación biológica simple, o cada uno controlaría una propiedad geométrica única de la curva. Esto también sería conveniente si los efectos de los factores de manejo, por ejemplo, pudieran estar representados por

cambios en solamente uno o dos de los parámetros de la curva, y si la interdependencia entre los parámetros fué baja de modo que podrían ser analizados individualmente y cualquier prueba de significancia que fuera llevada a cabo no estaría altamente correlacionada (17, 20, 21, 22, 23).

LA FUNCIÓN GAMMA MODIFICADA O MODELO DE WOOD

La curva de lactancia se incrementa rápidamente del parto al pico de producción, seguido por un declive más o menos gradual hasta que el animal es secado alrededor de los 10 meses. Esto es esencialmente una curva tipo Gamma y puede ser representada generalmente por una función matemática.

Los modelos algebraicos simples para la fase descendente de la curva de lactación en vacas lecheras fueron propuestas desde 1923.

El modelo:

$$y = An^b e^{-cn} \quad (A)$$

presentado por Wood (1967) fué, sin embargo, el primer intento para describir la lactación completa. En este modelo (y) representa la producción diaria promedio de leche (kg) en la n-ésima semana de lactación y A, b y c son parámetros positivos los cuales determinan la forma de la curva. En sus artículos Wood discutió las propiedades de est curva, introdujo una medida de la persistencia de la lactación, definida en términos de b y c, y subsecuentemente aplicó el modelo en una serie de estudios (20, 21, 22, 23).

Wood al obtener la expresión algebraica de la curva de

lactancia la utilizó en sus estudios para aplicaciones tales como extensión de registros parciales, pronóstico de comportamiento productivo de rebafios, etc.. Con este modelo se pueden obtener:

- A : es una constante que representa el nivel de producción inicial de la vaca.
- b : es un parámetro que representa el índice de incremento al Pico de producción.
- c : representa el índice de declinación después del Pico.

Además es posible obtener :

- La producción a 305 días, que está dado por :

$$Y = a \left(\frac{b}{c} \right)^b e^{-cn}$$

- Las semanas al Pico de Producción, que ocurre donde :

$$n = b/c$$

- El pico máximo de producción :

$$Y_{\max} = a \left(\frac{b}{c} \right)^b e^{-b}$$

y la extensión para que el pico de producción sea mantenido o un "Factor de Persistencia" propuesto por Wood :

$$S = c^{-(b+1)}$$

Un modelo algebraico, tal como (A), puede ser usado para sumarizar la lactación individual de un animal y así las curvas promedio de grupos de animales puede ser comparado en términos de los parámetros en el modelo. Una curva también provee una descripción matemática del rendimiento promedio de leche necesarios en cualquier modelo de simulación en una empresa lechera.

Los parámetros de (A) pueden ser estimados, después de una

transformación lineal y por mínimos cuadrados. Al estimar los parámetros del modelo :

$$\ln y = \ln A + b \ln n - cn$$

así, se estima el $\log A, b$ y $-c$ pudiendo ser obtenidas de una regresión múltiple de $\ln (y)$ en $\ln (n)$. Wood ha demostrado que la función gamma incompleta puede dar un buen ajuste a la curva de lactancia, contabilizando para un mínimo del 73.8 % de la variación en la producción de leche y un máximo del 91.2 % con un promedio de 82.3 % (4, 8). La curva descrita por (A) tiene la forma de una típica curva de lactancia y tiene la ventaja práctica que, seguido de una transformación de los datos, los parámetros pueden ser estimados usando regresión múltiple. Sin embargo, este método de estimación puede algunas veces conducir a un pobre ajuste de la curva para los datos por la falta de ajuste debido probablemente por datos muy grandes, causando así imprecisión de la estimación de la producción máxima de leche (4).

En trabajos llevados a cabo por diversos investigadores sobre la extensión de registros parciales con ésta representación algebraica en las curvas de lactancia individuales han demostrado la presencia de sesgo en la estimación. Este sesgo se manifiesta en la subestimación sistemática de la producción real (4, 6, 16).

MODELO DE WOOD PONDERADO

Una alternativa a la estimación no lineal de mínimos cuadrados de los parámetros en (A) es usar una regresión múltiple ponderada del $\ln (y)$ en $\ln (n)$. Esto provee una aproximación al procedi-

miento no lineal por medio de un simple análisis lineal ponderado de mínimos cuadrados. En un estudio se muestra que las ponderaciones apropiadas son proporcionales a y^2 , es decir, al cuadrado del rendimiento correspondiente de leche (4, 10). La ecuación resultante es:

$$y^2 = Ar^b e^{-cn} \quad (B)$$

Cobby y Le Du propusieron que la forma lineal de la ecuación de Wood podría ser resuelta con un análisis ponderado, con ponderaciones proporcionales a el cuadrado del rendimiento diario de leche no transformado. Para así asignar ponderaciones aproximadamente iguales a cada rendimiento de leche mientras que el análisis de los registros de producción de leche no ponderados (A) asignan proporcionalmente mayores pesos a rendimientos más bajos, que es lo que típicamente les ocurre hacia el fin de la lactación (4, 10).

En un estudio realizado por Hohenboken (1992), se realizaron las comparaciones de 3 modelos matemáticos para determinar cuál de estos realizaba un mejor ajuste, entre éstos 3 se evaluaron la función de Wood y la Wood Ponderada, obteniendo como resultado que la ecuación de Wood Ponderada presenta en su ajuste menor variación y es más realista en sus estimaciones que el modelo de Wood. En general, concluye, la ecuación de Wood Ponderada se presenta con mayor capacidad de identificar variabilidad entre y dentro de vacas en producción (10, 17).

MODELO DE WOOD MODIFICADO

Kuck y col. (1986), modificaron la ecuación de Wood por adición de los términos seno y coseno para contabilizar la variación estacional y de la temporada de parto reportando que esta ecuación contabiliza para 92,8% de la variación en los registros de producción de leche con un rango del 61 al 99% (3, 3).

La ecuación resultante es:

$$Y_n = An^b e^{-cn} (1 + u \sin(x) + v \cos(x)) \quad (C)$$

SELECCION EN BASE A LA CURVA DE LACTANCIA

Como ya se mencionó anteriormente, la gráfica de la producción de leche diaria durante la lactancia puede ser descrita por los coeficientes de los modelos matemáticos ya mencionados. Si estos coeficientes están genéticamente controlados entonces hay una base para explotar la varianza genética por producir curvas de lactancia en forma deseada (3).

TRABAJOS CON EL MODELO DE WOOD MODIFICADO.

Batra (1986) en sus estudios utilizando la función Gamma Modificada ó Wood Modificada la aplicó a grupos de lactancias provenientes de animales estudiados en estaciones experimentales en las cuales se estudiaban la efectividad de la selección para producción de proteína en la primera lactancia de 44 semanas tomando 2 líneas de vacas lecheras, al cruzar estas dos líneas diferentes así como dos líneas de toros de razas Holstein; encontró que hay diferencia significativa en los parámetros de la función con respecto a la Línea del Semental, Línea de la Madre y

entre Sementales de una misma línea, esto provee bases genéticas para cambiar la forma de la curva de lactancia a través de selección. La línea de Sementales tuvo efectos significativos ($P < 0.01$) para $\ln A$ en las 3 lactancias y fué significativa ($P < 0.05$) en índice de incremento al pico de producción (3).

La línea de la Madre fué significativa ($P < 0.05$) para el $\ln A$ en las 3 lactancias y para b y c en la primera lactancia.

Los efectos de los sementales de una misma línea fueron altamente significativos ($P < 0.01$) para todos los coeficientes de la primera lactancia excepto para u y v . En adición los efectos del semental fueron significativos ($P < 0.05$) para $\ln A$, b y c en la 2a. lactancia y c en la tercera lactancia (3).

Los efectos significativos de la Línea del Semental y de la Madre en el $\ln A$ de las 3 lactancias indica la presencia de variación genética aditiva para Producción Inicial y así el mejoramiento genético de éstas características podría ser logrado a través de selección. Sin embargo $\ln A$ es un factor escalar, el cual es responsable de la disminución o aumento de la curva de la lactancia y no cambiaría la forma general (3).

Batra concluye que los efectos medioambientales de estación, año de parto, mes de parto y días abiertos fueron altamente significativos; sin embargo, el efecto de la edad al parto no fué significativo para los coeficientes de la curva. La presencia de variación genética aditiva para la producción inicial indica que la curva de lactancia podría ser aumentada o disminuida a través de selección, debido a que no hubo efectos significativos de raza y maternos para sus coeficientes. Muchos de los efectos

de heterosis no fueron significativos indicando muy poca evidencia de variación genética no aditiva asociada con los coeficientes de la curva de lactancia (2).

Grossman y col. (1986), en otro estudio, determinaron correlaciones entre los parámetros utilizando también la función gamma Modificada encontrando que hay una correlación negativa de $\ln A$ con b , u y v indicando asociaciones negativas de la producción inicial con la curvatura pre-pico y las variaciones estacionales.

El coeficiente b mostró una correlación negativa con u , así, la curvatura pre-pico está negativamente asociada con las variaciones estacionales. Los coeficientes estacionales están positivamente correlacionados (8).

La correlación de c con otros parámetros muestra correlación positiva con $\ln A$, u y v ; y correlación negativa con b . La interpretación podría ser que la curvatura post-pico está asociada negativamente con la producción inicial y las variaciones estacionales y positivamente asociada con la curvatura pre-pico (9).

Estos autores obtienen resultados similares a los de Batra (1986) en la influencia de los Sementales y las Madres en los coeficientes de la curva y concluyen que en base a los resultados de las evaluaciones reproductivas y genéticas, determinaron que hay expectativas de selección para cambiar la forma de la curva de lactancia. La significancia de $\ln A$ para la raza del Semental indica variación genética aditiva y posibilidad de selección para producción inicial (8).

Agregan, además, que la interacción significativa de raza del Semental con raza de la madre indica variación genética aditiva para los coeficientes $\ln A$, c , u y v ; sin embargo esta variación no es generalmente útil en un programa de selección (8).

TRABAJOS CON EL MODELO DE WOOD.

Shanks y col. (1981) en su estudio determinaron la heredabilidad de los parámetros de la curva utilizando la función de Wood y encontrando que la heredabilidad para la primera lactancia de $\ln A$ y c fueron constantes por lactancia y la heredabilidad de b se incrementa por lactancia. La persistencia y semana del pico de producción tienen heredabilidades que fueron bajas en la 1a. lactancia, negativas en la 2a., cercanas a 0 en la 3a. y moderada en la 4a. o más lactancias. El parámetro c de la curva de lactancia tiene mayor potencial como criterio de selección para cambiar la forma de la curva de lactancia que por persistencia o semana al pico de producción (19).

MATERIALES Y METODO.

MATERIAL.

Se utilizaron las lactancias obtenidas entre los años de 1984 a 1992 en el módulo de Bovinos Productores de Leche del Centro de Producción Agropecuaria perteneciente a la División de Ciencias Agropecuarias, de la F.E.S. Cuautitlán; éste se encuentra localizado geográficamente en el municipio de Cuautitlán Izcalli, Estado de México a 99°10.7' Longitud Oeste y 19°40.1' Latitud Norte y a una altura sobre el nivel del mar de 2240 metros.

La forma en que se tomaron en cuenta los registros de lactancia para el presente estudio fueron con los siguientes criterios de inclusión:

- a. Todas las lactancias obtenidas en el período señalado.
- b. Todas las lactancias que se consideraron completas a dos ordeños durante un mínimo de 180 días.

y se excluyeron todas aquellas lactancias que produciendo por más de 180 días no presentaron información concerniente a su identificación, fecha de nacimiento, número de lactancia, fecha de inicio y término de lactancia o con registros de leche incompletos durante mucho tiempo.

Se obtuvieron un total de 253 lactancias completas las cuales estaban agrupadas por el número de lactancia a la que pertenecían, una vez obtenidos estos grupos se realizó la determinación de los parámetros para evaluar los modelos matemáticos.

METODO.

La información se capturó por computadora con la ayuda del paquete LOTUS 1-2-3 versión 2.0 en diskettes y posteriormente se analizaron los datos utilizando el paquete estadístico SAS.

Se siguieron dos procedimientos para la evaluación de los modelos matemáticos; el primero, para evaluar las funciones Gamma Incompleta ó modelo de Wood y el modelo de Wood Modificado, se tomaron dos lactancias muestra de los grupos de lactancias y se realizaron los cálculos para obtener los parámetros de cada función, y la segunda, se obtuvieron los promedios de producción de leche de cada pesaje de los grupos de lactancias y se calcularon los parámetros, a éstos se les aplicó el modelo matemático de la función Wood Ponderada y así obtener las curvas de lactación ajustadas para los tres modelos.

De manera más detallada se hizo el siguiente manejo de datos; se tomaron las 2 lactancias muestra de los cuatro grupos y se realizaron los siguientes cálculos con la ayuda del paquete Lotus 1-2-3 :

1a. Columna	2a. Columna	3a. Columna
Día	Ln Día	Ln del Registro Correspondiente
X1	X2	X3

Con los datos ordenados en éstas columnas se realizó el análisis de varianza mediante el paquete estadístico SAS con lo cual se obtuvo los valores de :

INTERCEPTO = Correspondiente al parámetro A.

X2 = Correspondiente al parámetro b.

X1 = Correspondiente al parámetro c.

que presentaban además sus valores de R^2 con su Error del Modelo de los Cuadrados Medios con lo cual se hizo posteriormente la comparación de los modelos y además de los Parámetros Estimados con sus Errores Estandar, correspondientes a los valores que presentan los parámetros y que sirvieron para comparar la efectividad del modelo por sí solo para el cálculo de parámetros.

Ejemplo :

Para la lactancia lb con el modelo de Wood el SAS al hacer el análisis de Varianza mostró esto:

Variable Dependiente : X3

Análisis de Varianza					
FUENTE	DF	SUMA DE CUADRADOS	CUADRADOS MEDIOS	VALOR F	PROB F
Modelo	2	8.57663	4.28832	115.605	0.0001
Error	270	10.01552	0.03709*		
C Total	272	18.59215			

$R^2 = 0.4613^*$
 R^2 ajustada = 0.4573

Parámetros Estimados					
VARIABLE	DF	PARAMETROS ESTIMADOS	ERROR ESTANDAR	T PARA Ho PARAMETRO=0	PROB T
INTERCEPTO	1	2.389976*	0.108014*	22.126	0.0001
X2	1	0.195697*	0.031922*	6.130	0.0001
X1	1	-0.003798*	0.000336*	-11.304	0.0001

* Valores Tomados para el Estudio.

Tomando los datos obtenidos en la prueba de ANDEVA se hizo la transformación del valor de A ya que en las fórmulas linealizadas se necesita que esté en números reales y los demás valores se

dejaron así ya que deben estar en su forma de Ln, estos valores son los que se muestran en las tablas de parámetros de cada modelo y fueron éstos los que se sustituyeron en las fórmulas de cada modelo matemático para obtener el valor de Yn con lo que se procedió a graficar.

Para la función de Wood Modificada se agregaron, además, dos columnas en las que se incluyeron los siguientes datos :

4a. Columna

SENO (X)

5a. Columna

COSENO (X)

donde (X) es el día del año en el que la vaca parió y por lo mismo inicia su lactancia y que se da como un número que corresponde al número de día que corresponde del año en curso, estos es, si la vaca parió el 10. de Enero el número que corresponde a su primer registro de lactancia es el 1, si parió el 28 de Diciembre el número que inicia en sus registros será el 362; estos números fueron transformados a Seno y Coseno para determinar con el modelo de Wood Modificado si hay influencia de Estación del Año y Epoca de Parto en la curva de lactancia.

Para la Wood Ponderada se hizo igual al primer procedimiento pero las columnas de los registros de producción contenían los promedios obtenidos día por día de los grupos de lactancia, así el primer registro del grupo Lactancia 1 fué el promedio del primer registro de las 80 lactancias que abarca el primer grupo.

Los modelos matemáticos a evaluados fueron :

a), MODELO DE WOOD.

$$Y_n = A n^b e^{-cn}$$

donde

Y_n : es el promedio diario de producción en el n -ésimo día de lactación.

A, b y c : son constantes.

e : es la base de los logaritmos naturales.

La forma logarítmica de esta ecuación:

$$\ln Y_n = \ln A + b \ln n - cn$$

es usada frecuentemente debido a que puede ser resuelta por técnicas de regresión lineal múltiple (4,6,9,10,13,15,17,20,21,22,23).

b). FUNCION WOOD PONDERADA.

$$Y_n^2 = A n^b e^{-cn}$$

donde

Y_n^2 : es el promedio diario de producción en el n -ésimo día de lactancia elevado al cuadrado (4, 10).

A, b y c : son constantes.

e : es la base de los logaritmos naturales.

a fin de poder resolver la ecuación por medio de regresión lineal múltiple se utilizó la forma logarítmica de la misma que es:

$$2 \ln Y_n = \ln A + b \ln n - cn$$

c). FUNCION GAMA MODIFICADA

$$Y_n = A n^b e^{-cn} (1 + u \sin(x) + v \cos(x))$$

donde

Y_n : es la producción diaria promedio de leche en la n -ésima semana de lactación.

A, b, c, u y v : son los coeficientes a ser estimados.

e : es la base del logaritmo natural.

\sin y $\cos x$: día del año computado en radianes.

en esta función

A: es una constante que representa el nivel de producción inicial de la vaca.

b: es un parámetro que representa el índice de incremento al pico de producción.

c: representa el índice de declinación después del pico.

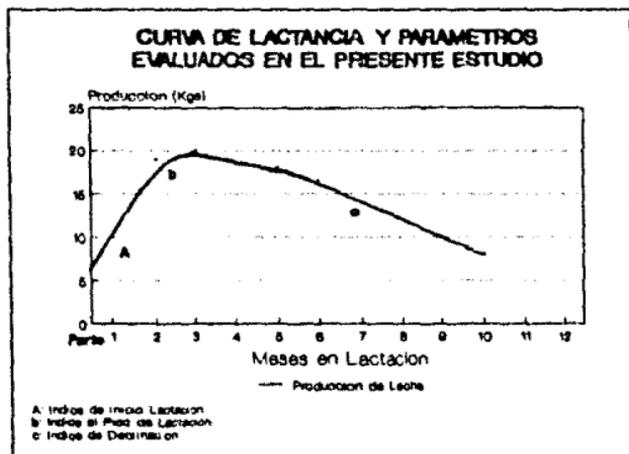
u y v: representan las variaciones estacionales y la época de parto.

la ecuación siguiente:

$$\ln(Y) = \ln(a) + b \ln(n) + cn + u \sin(x) + v \cos(x)$$

se utilizó para estimar los parámetros de la ecuación (c) como si fuera un modelo de regresión lineal múltiple (7, 8).

La forma de evaluación de los modelos anteriores fué mediante la obtención del Coeficiente de Determinación (R^2), y para cada una de las constantes de los modelos se determinó el Error Estándar de Estimación (7).



RESULTADOS

En el cuadro 1 se muestra la estadística general de las lactancias obtenidas ya sea por grupo de lactancia o bien en forma general; los datos incluyen Número de Lactancia que comprenden cada Grupo, el Promedio de Mediciones obtenidas, la Producción Total Promedio en kilogramos de cada Grupo y en General, el Promedio de Producción Diaria en kilogramos, el registro mínimo obtenido así como el máximo, la Desviación Estandar de las Medias de Producción Promedio y su Varianza.

Los cuadros 2, 3 y 4 muestran los valores de los Parámetros para cada modelo obtenidos al hacer la determinación en cada caso Junto con su Error Estándar para evaluar la efectividad de ajuste y poder hacer la comparación.

Los cuadros 5, 6 y 7 se presentan los valores de R^2 que es la forma en que se podrán comparar la efectividad del ajuste de los modelos y que en este caso sirve para comparar entre la función Wood ó Gamma Incompleta y la Wood Modificada; así como comparar la efectividad del ajuste entre grupos de lactancias de la función Wood Ponderada.

A continuación de las tablas se presentan las gráficas de las producciones reales de las lactancias muestra de cada grupo con sus curvas ajustadas, superpuestas y aisladas para su comparación, con las funciones de Wood y Wood Modificada así como las gráficas de producción real promedio de cada grupo de lactancias y su curva ajustada, superpuesta, con la función Wood Ponderada.

CUADRO 1.

ESTADISTICA GENERAL.

LACTACION	NUMERO LACTACIONES	PROMEDIO MEDICIONES	PROM. PROD TOTAL	PROMEDIO PRODUCCION	VALOR MINIMO	VALOR MAXIMO	DESVIACION ESTANDAR	VARIANZA
1	80	308.587	4150.043	13.51	3.437	21.833	2.616917	6.848256
2	79	299.481	4377.024	14.704	3.152	24.805	2.283773	5.215622
3	54	291.111	4480.702	15.345	3.719	25.777	2.596658	6.742773
MAS DE	4	288.775	4563.715	16.215	3.793	26.287	3.138118	9.847785
PROMEDIO GENERAL TOTAL	253	297	4417.75	14.95	3.57	24.67	2.6588665	7.163609

CUADRO 2.
PARAMETROS ESTIMADOS DEL MODELO DE WOOD.

LACT.	A	E.E.	B	E.E.	C	E.E.
1A	10.91323	1.11406	0.195697	0.031923	-0.003798	0.000336
1B	20.84308	1.13253	-0.106358	0.037220	0.000480	0.000387
2A	7.90492	1.28486	0.229007	0.073887	-0.004679	0.000776
2B	8.22323	1.10520	0.287530	0.028737	-0.006217	0.000278
3A	28.90906	1.37939	-0.015305	0.087971	-0.003427	0.000723
3B	15.29660	1.07972	0.073614	0.022812	-0.002318	0.000251
4A	21.85643	1.06486	0.024384	0.018350	-0.001733	0.000189
4B	9.46524	1.06699	0.253596	0.193617	-0.004578	0.000219

A,B y C : Constantes del Modelo.

E.E. : Error Estándar, para la Evaluación de los Parámetros.

CUADRO 3.
PARÁMETROS ESTIMADOS DEL MODELO DE WOOD MODIFICADO

LACTACION	A	ERROR ESTÁNDAR	B	ERROR ESTÁNDAR	C	ERROR ESTÁNDAR	U	ERROR ESTÁNDAR	V	ERROR ESTÁNDAR
1A	10.95379331	1.1142686205	1.214824819	1.0524929273	0.3962191654	1.0003365597	0.00117	0.01654684	0.019513	0.01647011
1B	20.923786	1.132923	-0.105365	0.057324	0.006473	0.00036657	0.000559	0.020723	0.017096	0.020674
2A	7.7613821	1.284554506	1.257900425	1.07858619	0.3995179449	1.00077537	0.005616	0.03059221	-0.017657	0.03048443
2B	8.215811	1.105537	0.297458	0.02684	-0.00622	0.000279	-0.004367	0.013444	-0.003596	0.013458
3A	29.110779478	1.380125172	-0.017121	0.0811446	-0.005414	0.00022399	-0.03446	0.02731367	-0.002424	0.02770796
3B	15.329233	1.079334	0.075261	0.022709	-0.00231	0.00025	0.024846	0.013274	-0.016666	0.013232
4A	21.64425592	1.06453754	1.024730223	1.019429762	0.994299499	1.000187538	-0.022296	0.00994429	-0.004629	0.00999186
4B	9.475822	1.067195	0.253256	0.013417	-0.004576	0.00022	0.005753	0.012466	0.002204	0.012466

A, B, C, U y V: PARÁMETROS DEL MODELO

ERROR ESTÁNDAR PARA LA EVALUACION DE LOS PARÁMETROS

CUADRO 4.
PARAMETROS ESTIMADOS DEL MODELO DE WOOD PONDERADO.

LACT.	A	E.E.	B	E.E.	C	E.E.
1	9.90885	1.01843	0.143667	0.005401	-0.002363	0.000059
2	12.36238	1.00838	0.148514	0.002470	-0.003466	0.000027
3	12.81494	1.15720	0.152870	0.004319	-0.003644	0.000047
4	11.17448	1.02815	0.198127	0.008213	-0.003884	0.000090

A,B y C : Constantes del modelo.

E.E. : Error Estándar para la Evaluación de los Parámetros.

CUADRO 5.
VALORES DE R² PARA EL MODELO DE WOOD.

LACTANCIA	R ²	ERROR ESTANDAR
1A	0.4613	0.03709
1B	0.0691	0.5624
2A	0.2245	0.17855
2B	0.8036	0.02687
3A	0.4973	0.09396
3B	0.4420	0.02581
4A	0.5357	0.01528
4B	0.6593	0.02280

R² : COEFICIENTE DE DETERMINACION.

ERROR ESTANDAR PARA LA EVALUACION DE LOS MODELOS.

CUADRO 6.
VALORES DE R² PARA EL MODELO DE WOOD MODIFICADO.

LACTANCIA	R ²	ERROR ESTANDAR
1A	0.4641	0.03718
1B	0.0719	0.05651
2A	0.2346	0.17781
2B	0.8037	0.02703
3A	0.5006	0.09412
3B	0.4343	0.02554
4A	0.5437	0.01512
4B	0.6600	0.02291

R² : COEFICIENTE DE DETERMINACION.

ERROR ESTANDAR PARA LA EVALUACION DE LOS MODELOS.

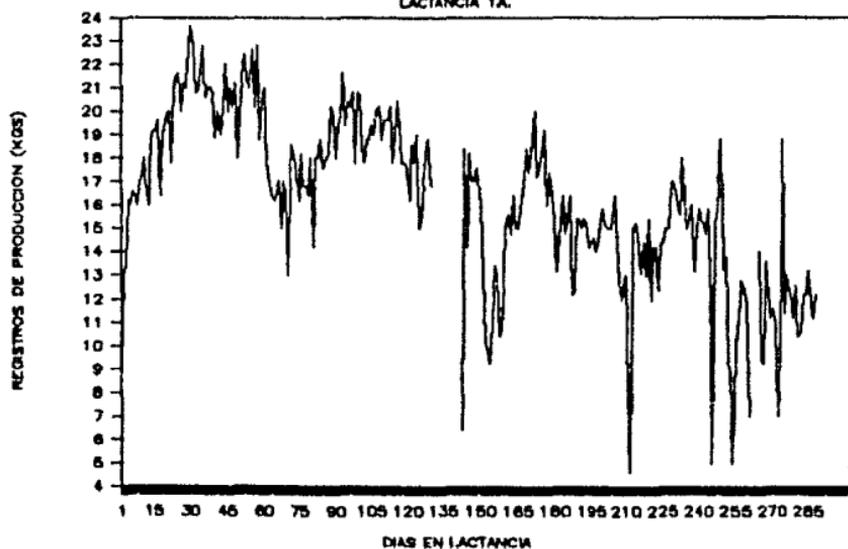
CUADRO 7.
VALORES DE R^2 PARA EL MODELO DE WOOD PONDERADO.

LACTANCIA	R^2	ERROR ESTANDAR
1	0.7606	0.00368
2	0.9795	0.00077
3	0.9463	0.00236
4	0.8185	0.00852

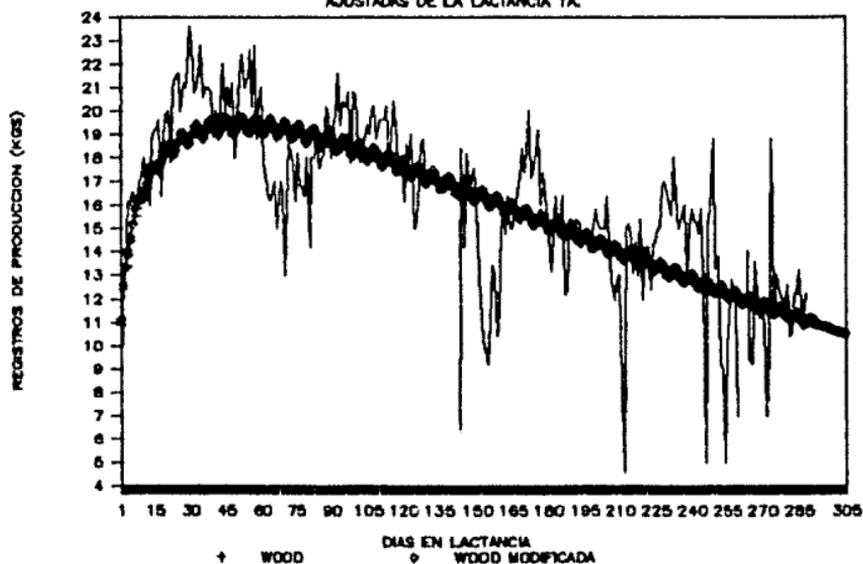
R^2 : COEFICIENTE DE DETERMINACION.

ERROR ESTANDAR PARA LA EVALUACION DE LOS MODELOS.

GRAFICA 1. PRODUCCION REAL DE LA
LACTANCIA 1A.

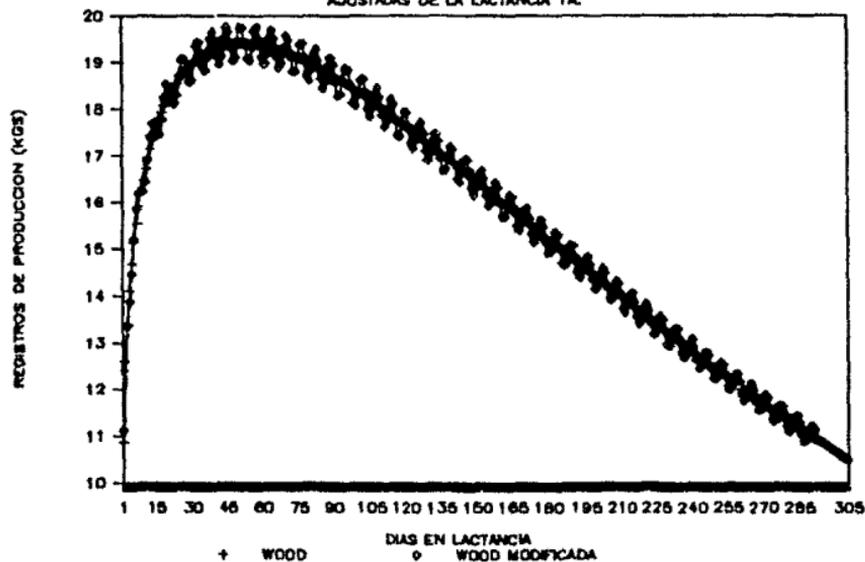


GRAFICA 2. PRODUCCION REAL Y CURVAS
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 1A.

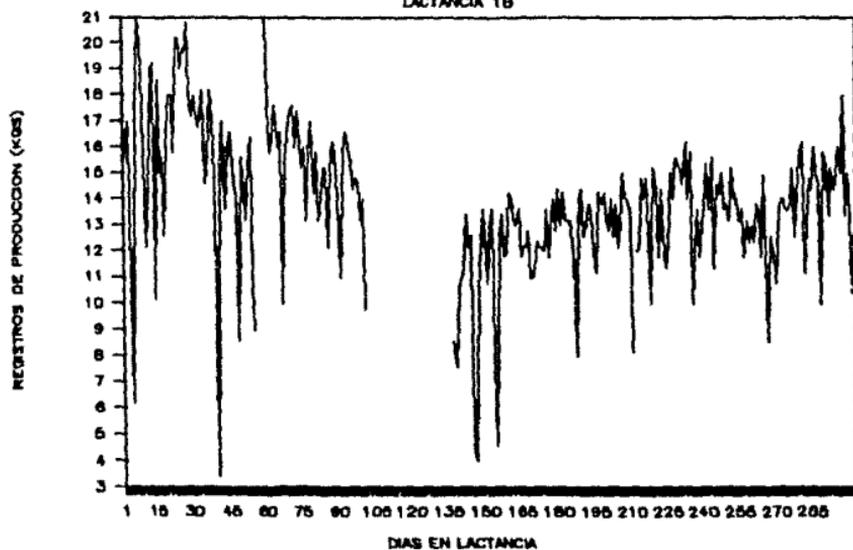


GRAFICA 3.COMPARACION DE LAS CURVAS

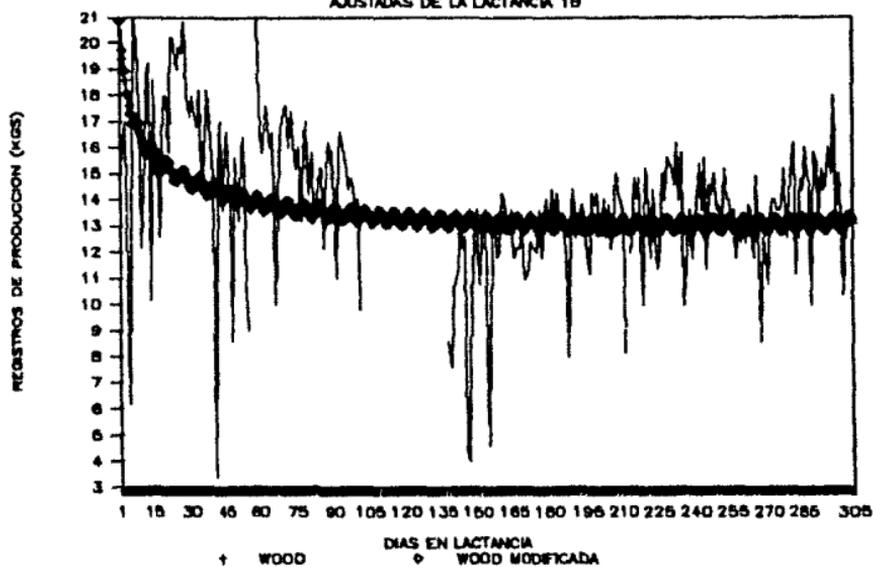
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 1A.



GRAFICA 4. PRODUCCION REAL DE LA
LACTANCIA 1B

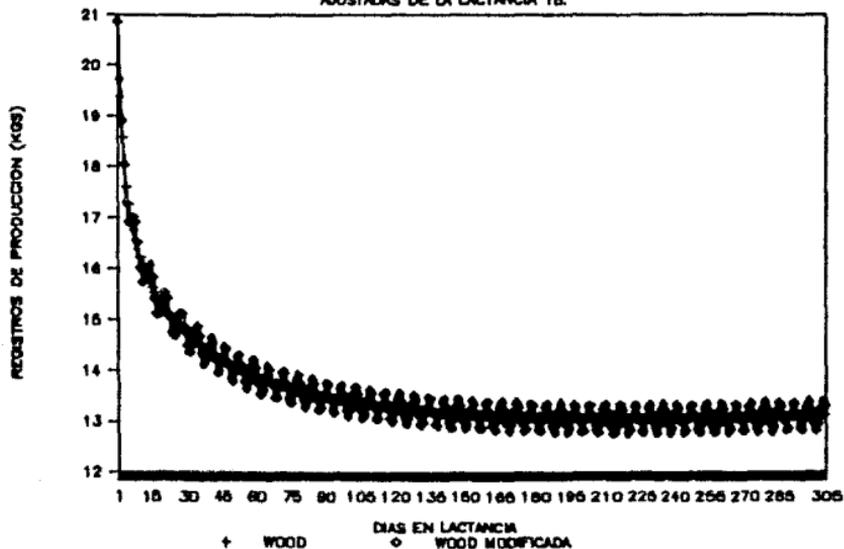


GRAFICA 5. PRODUCCION REAL Y CURVAS
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 1B

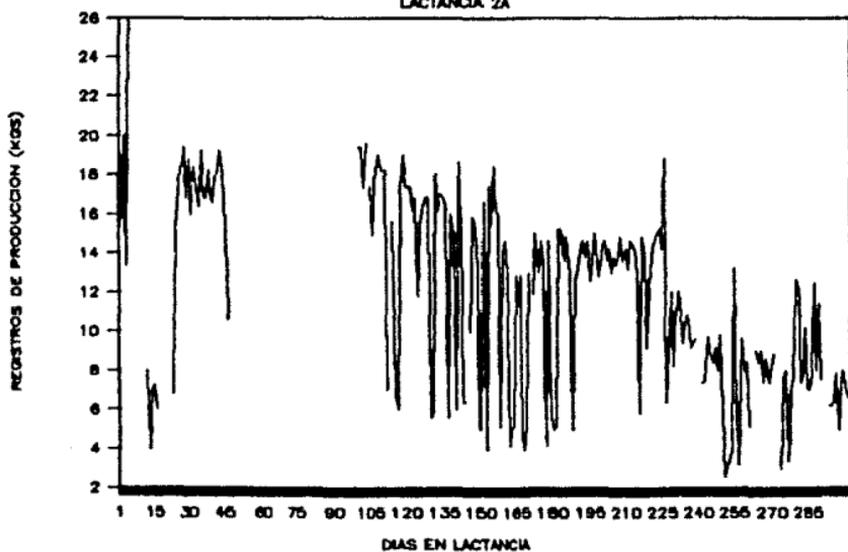


GRAFICA 6.COMPARACION DE LAS CURVAS

AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 18.

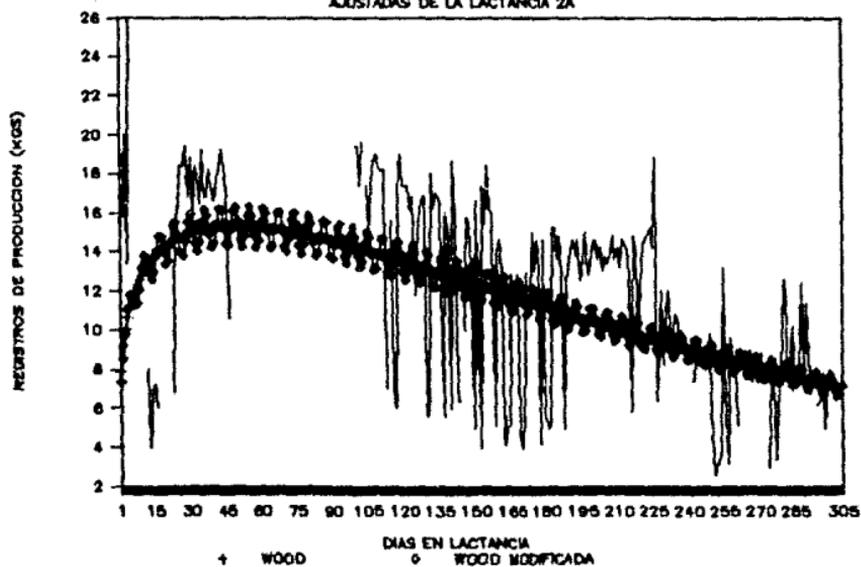


GRAFICA 7. PRODUCCION REAL DE LA
LACTANCIA 2A



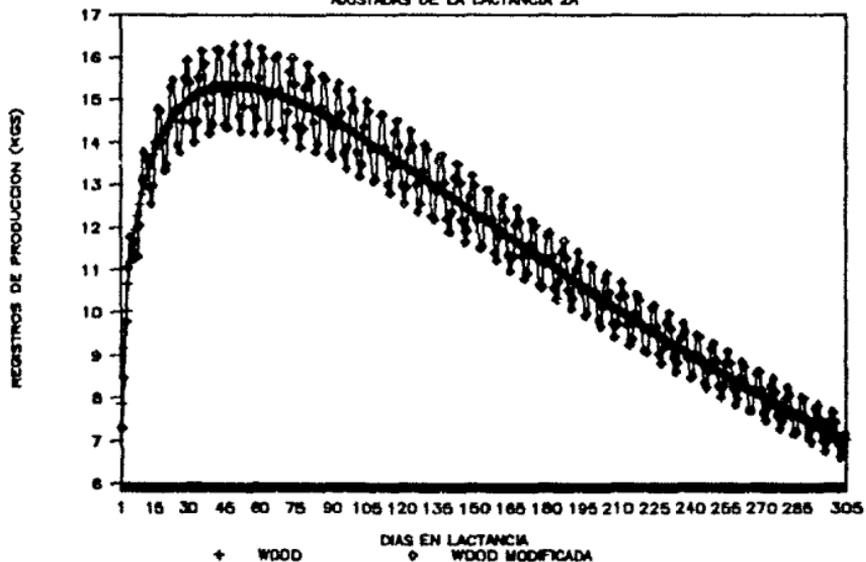
GRAFICA 8. PRODUCCION REAL Y CURVAS

AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 2A

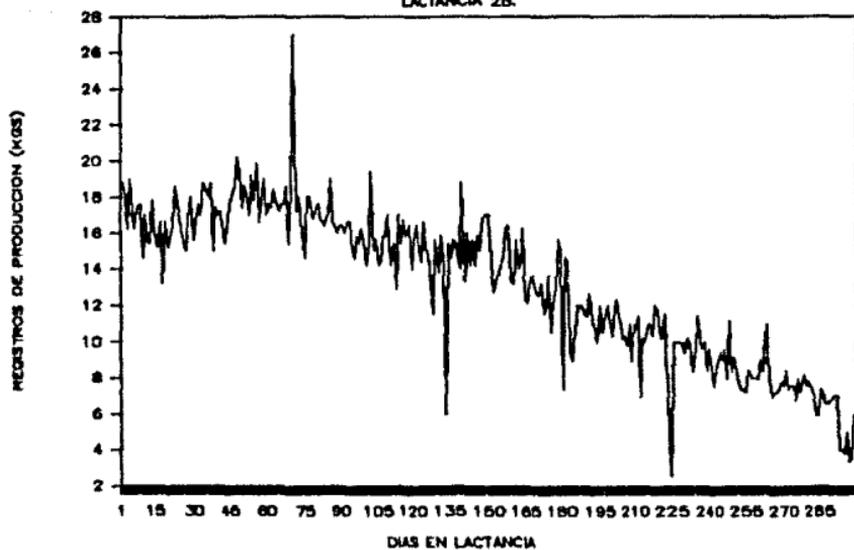


GRAFICA 9.COMPARACION DE LAS CURVAS

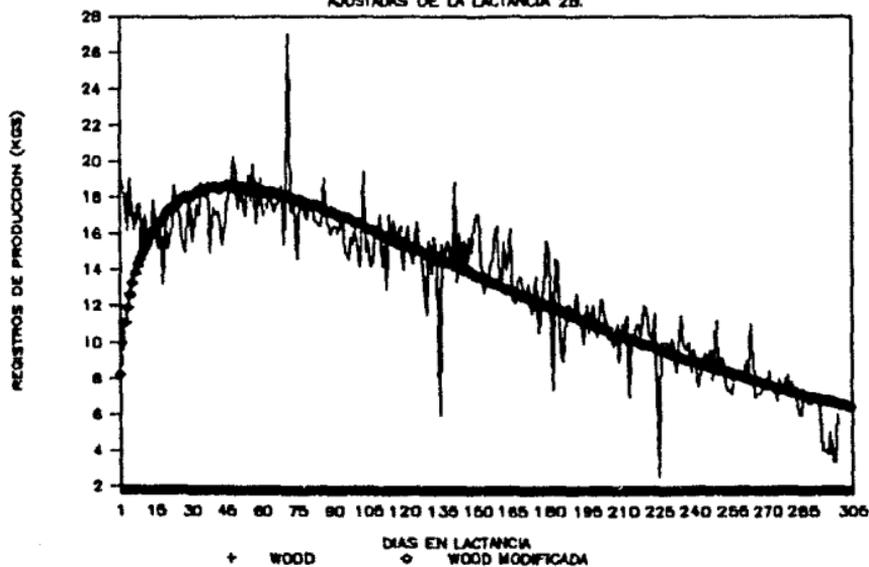
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 2A



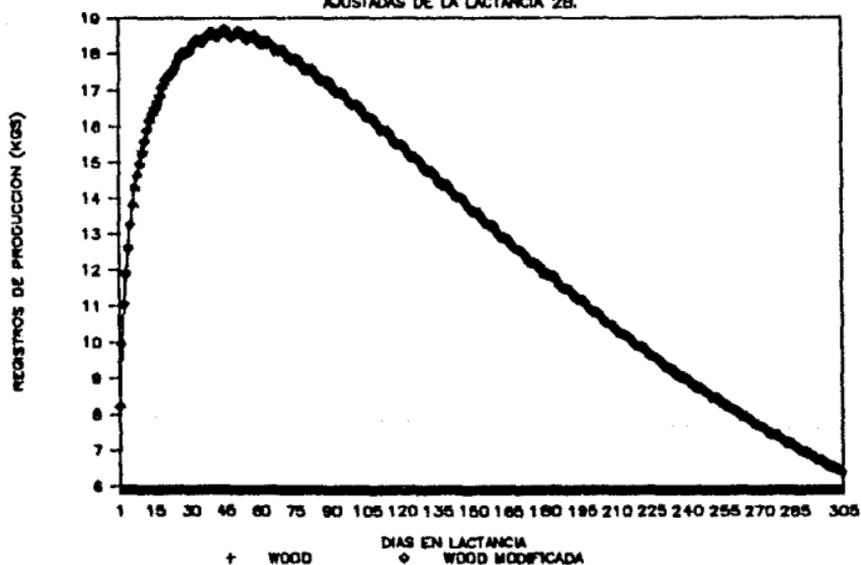
GRAFICA 10. PRODUCCION REAL DE LA
LACTANCIA 2B.



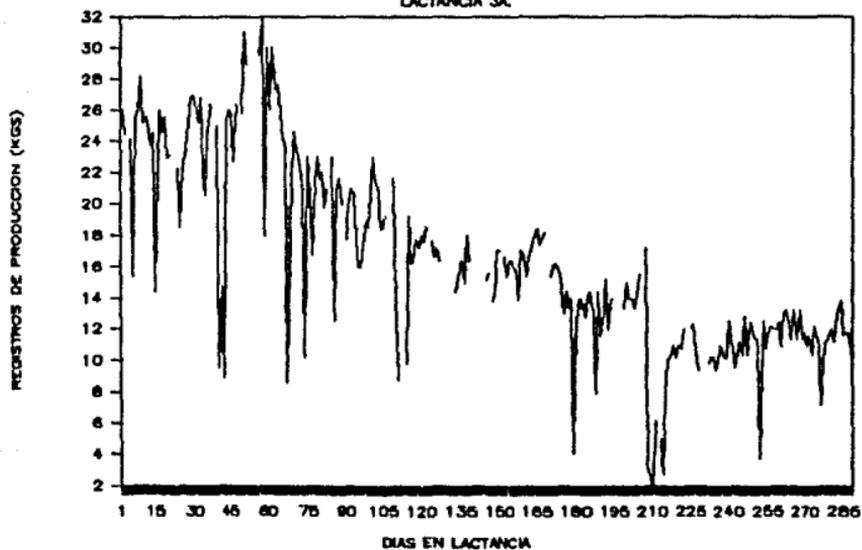
GRAFICA 11. PRODUCCION REAL Y CURVAS
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 2B.



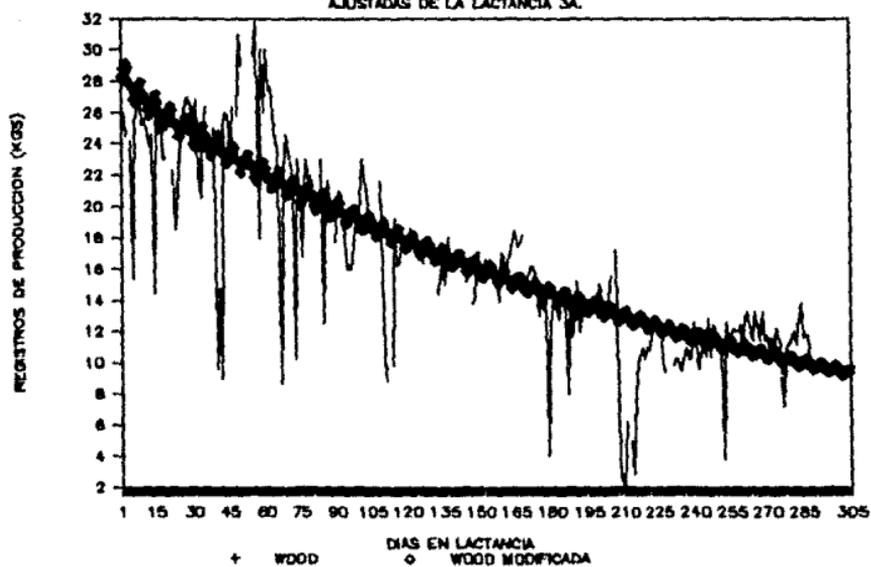
GRAFICA 12.COMPARACION DE LAS CURVAS
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 2B.



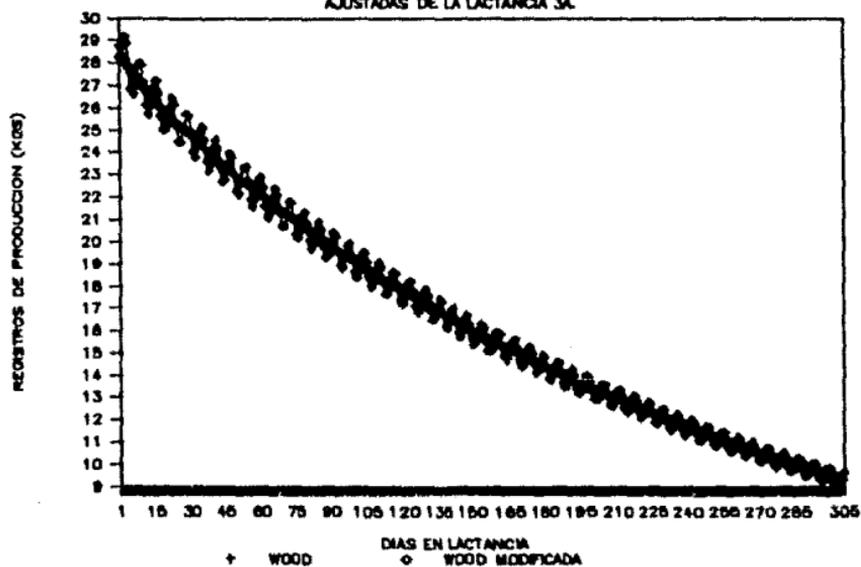
GRAFICA 13. PRODUCCION REAL DE LA
LACTANCIA 3A.



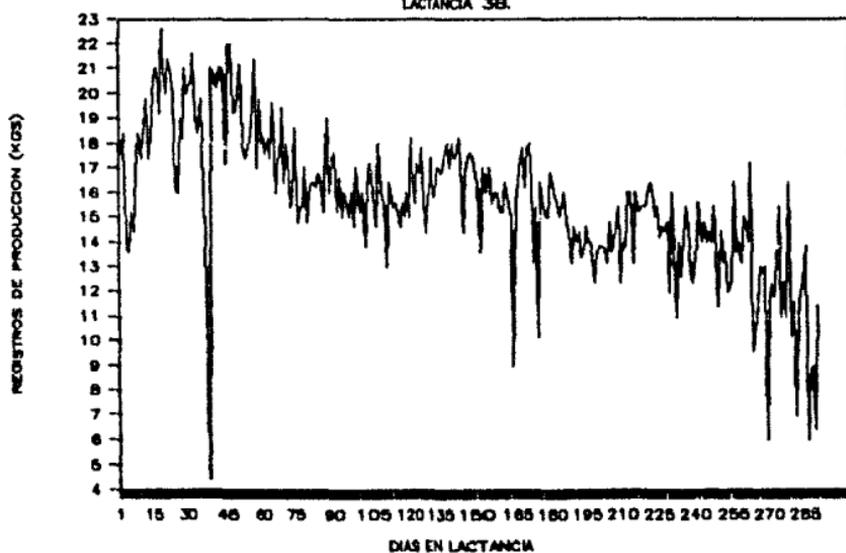
GRAFICA 14. PRODUCCION REAL Y CURVAS AJUSTADAS DE LA LACTANCIA SA.



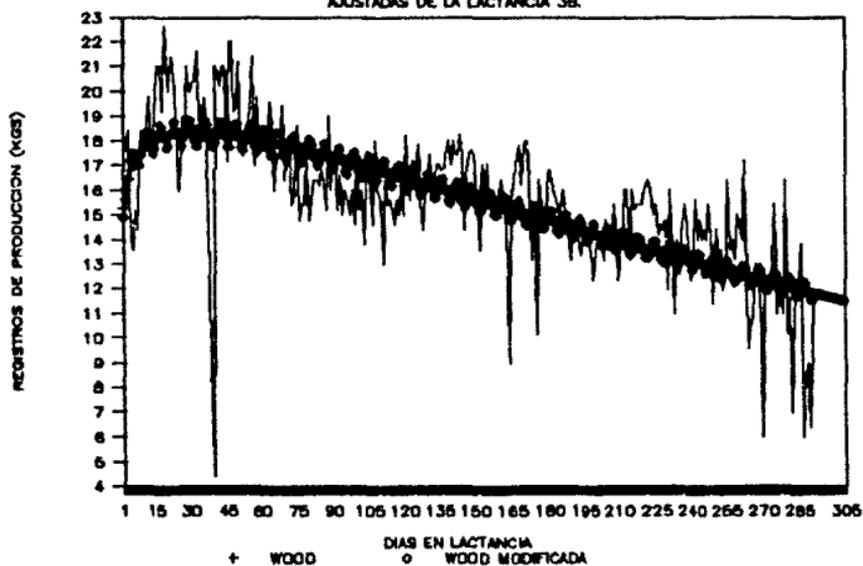
GRAFICA 15.COMPARACION DE LAS CURVAS
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA SA.



GRAFICA 16. PRODUCCION REAL DE LA
LACTANCIA 388.

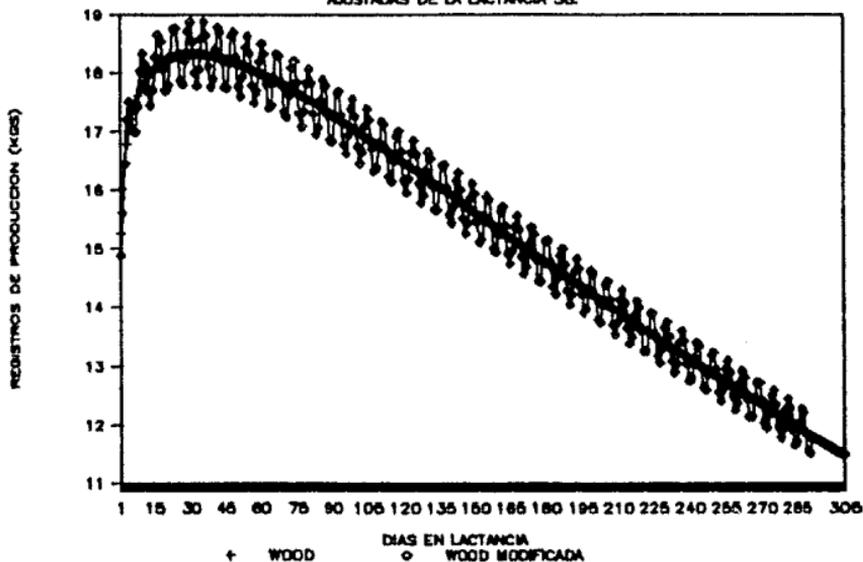


GRAFICA 17. PRODUCCION REAL Y CURVAS
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 3B.

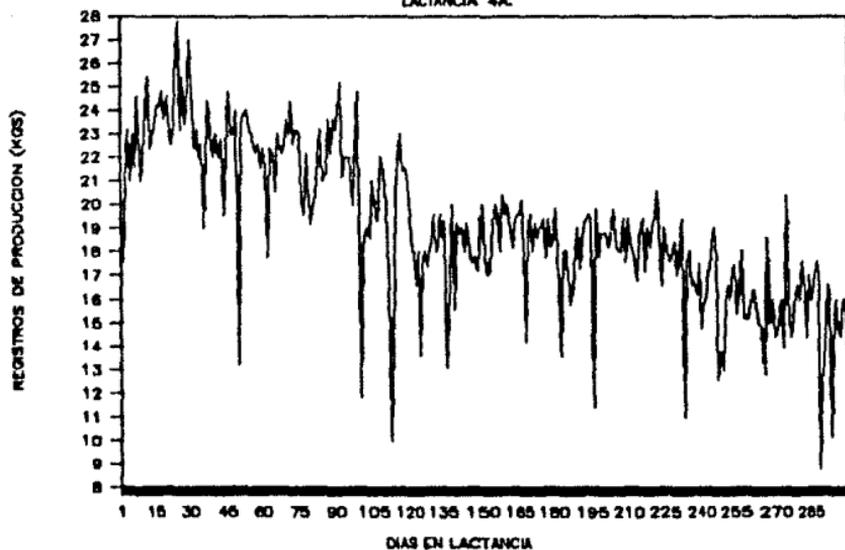


GRAFICA 18.COMPARACION DE LAS CURVAS

AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 38.

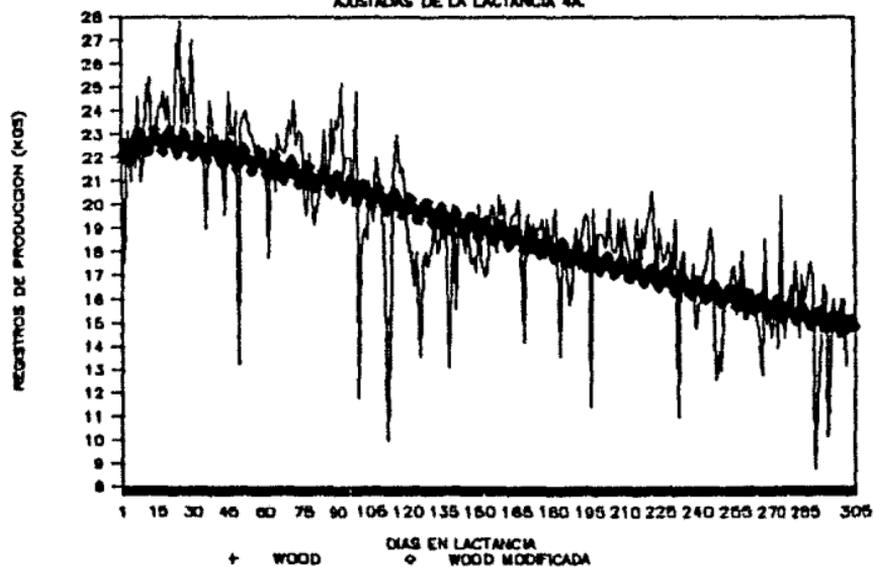


GRAFICA 19. PRODUCCION REAL DE LA
LACTANCIA 4A.



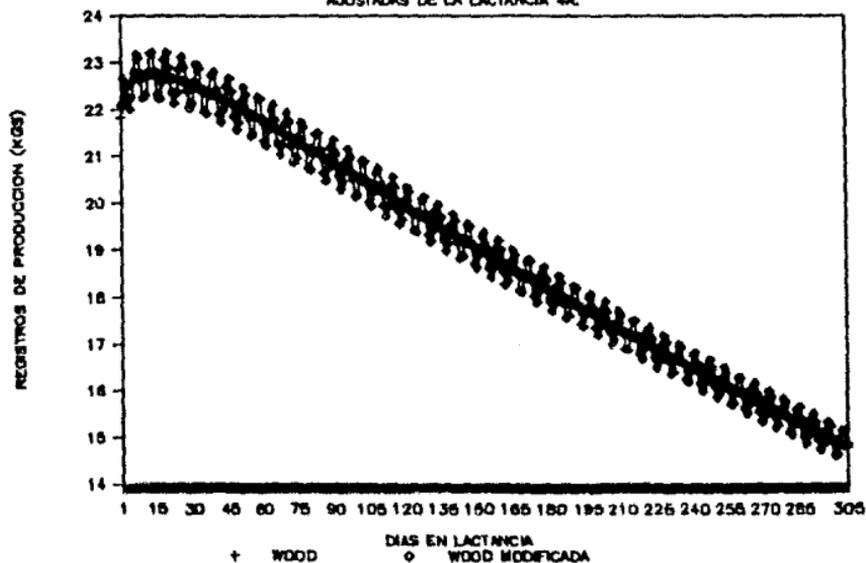
GRAFICA 20. PRODUCCION REAL Y CURVAS

AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 4A.

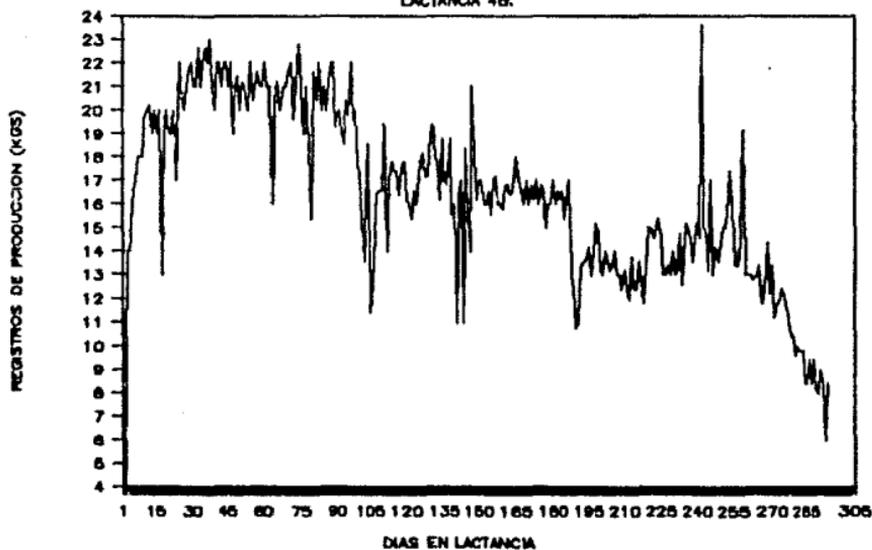


GRAFICA 21.COMPARACION DE LAS CURVAS

AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 44.

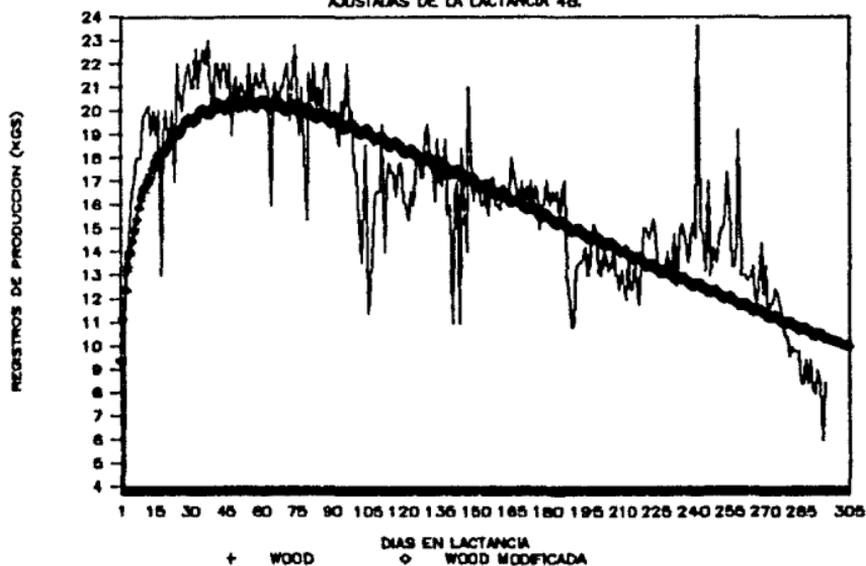


GRAFICA 22. PRODUCCION REAL DE LA
LACTANCIA 4B.



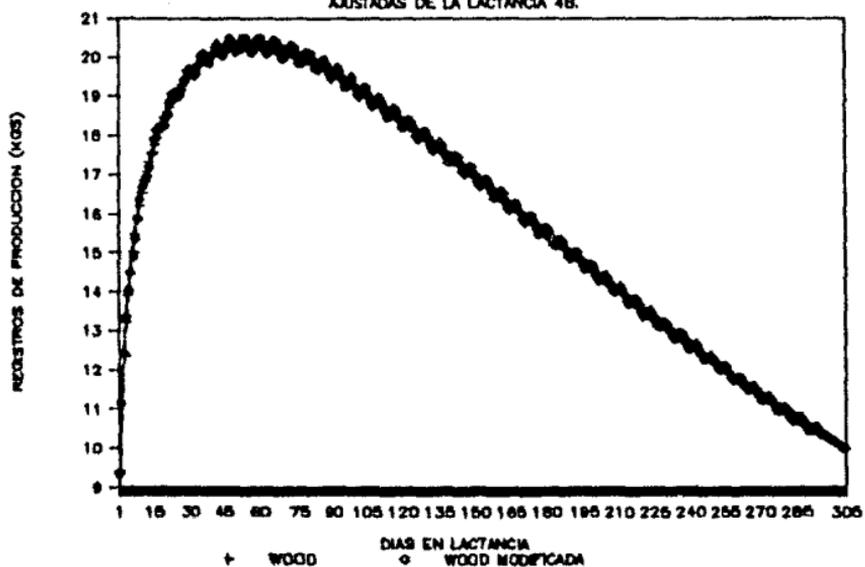
GRAFICA 23. PRODUCCION REAL Y CURVAS

AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 4B.

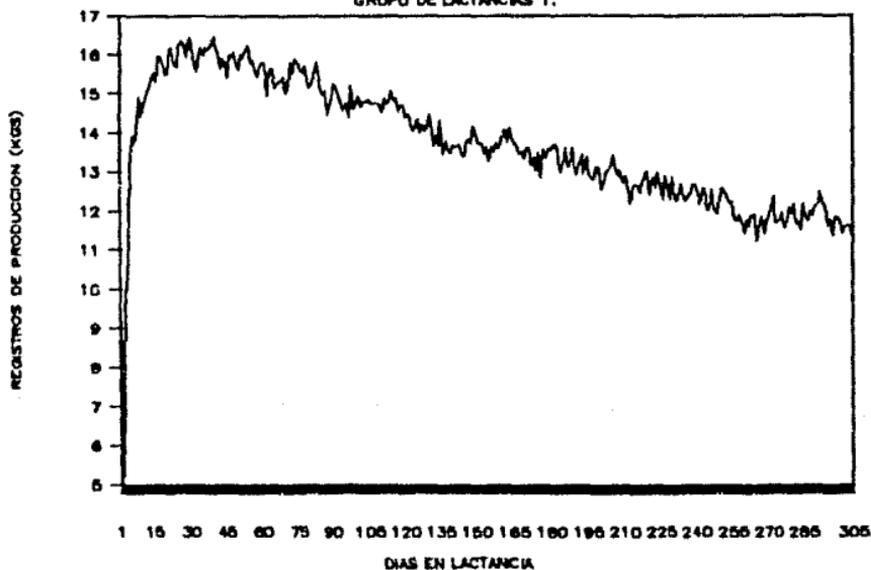


GRAFICA 24. COMPARACION DE LAS CURVAS

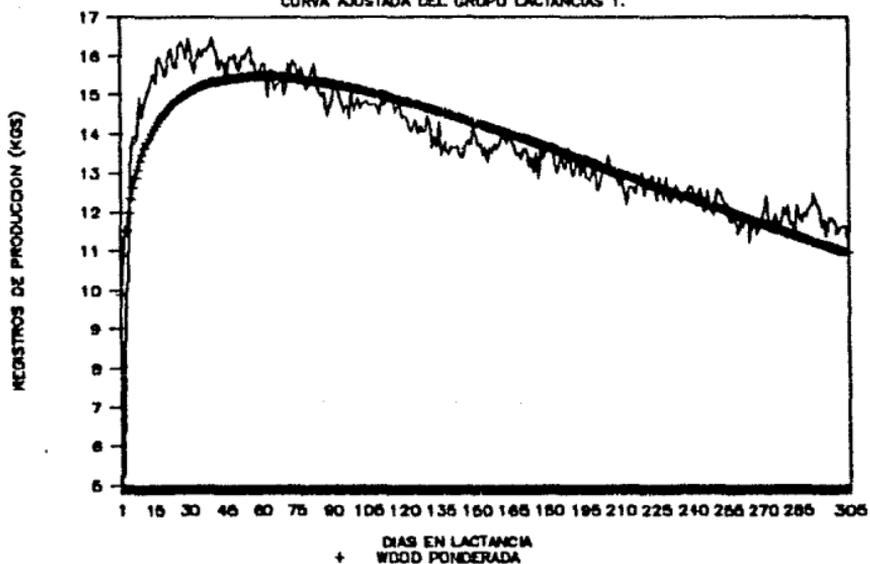
AJUSTADAS DE LA LACTANCIA 48.



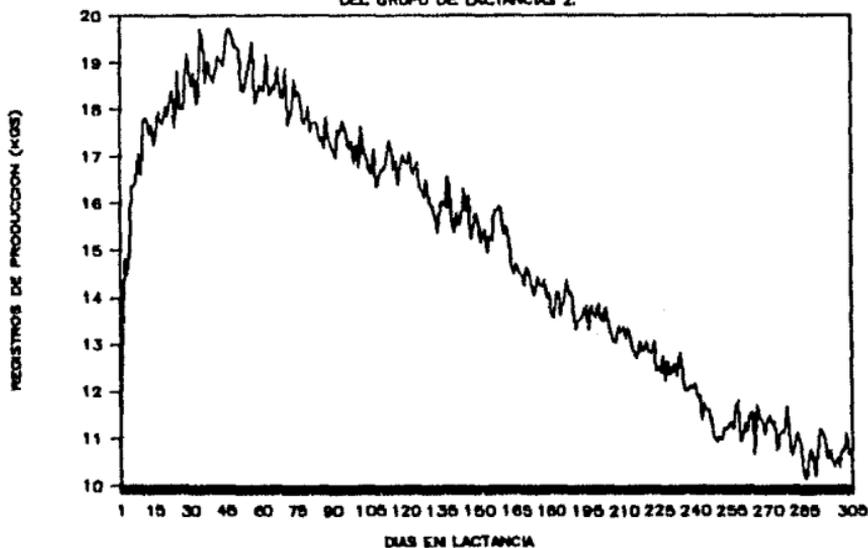
GRAFICA 25. PRODUCCION REAL PROMEDIO
GRUPO DE LACTANCIAS 1.



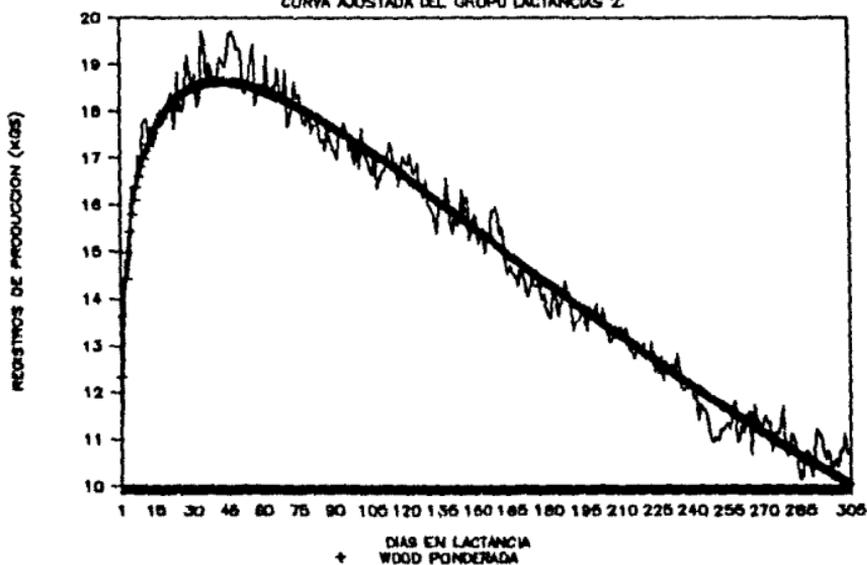
GRAFICA 26. PRODUCCION REAL PROMEDIO Y
CURVA AJUSTADA DEL GRUPO LACTANCIAS 1.



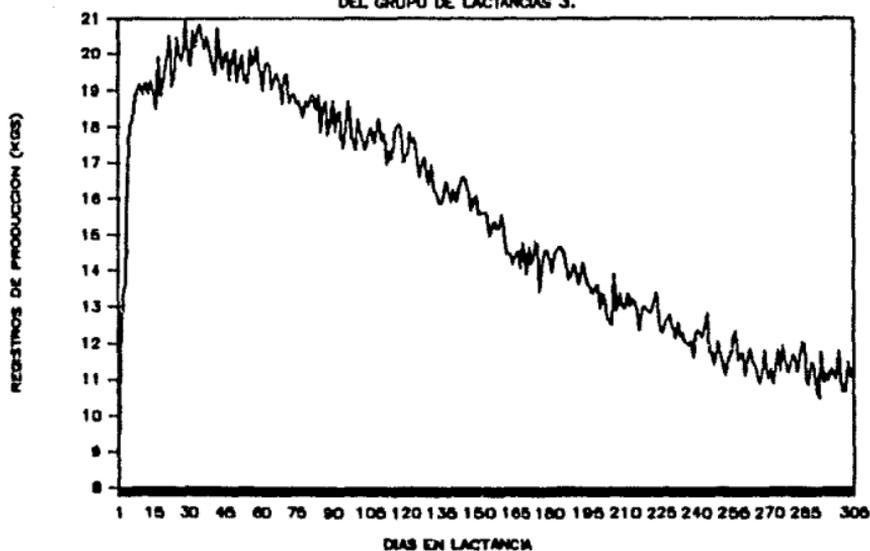
GRAFICA 27. PRODUCCION REAL PROMEDIO
DEL GRUPO DE LACTANCIAS 2.



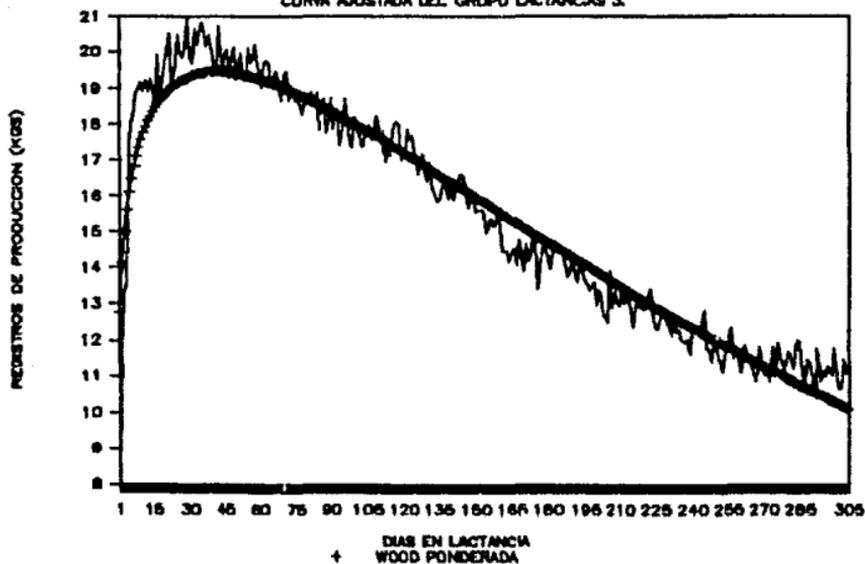
GRAFICA 28. PRODUCCION REAL PROMEDIO Y
CURVA AJUSTADA DEL GRUPO LACTANCIAS 2.



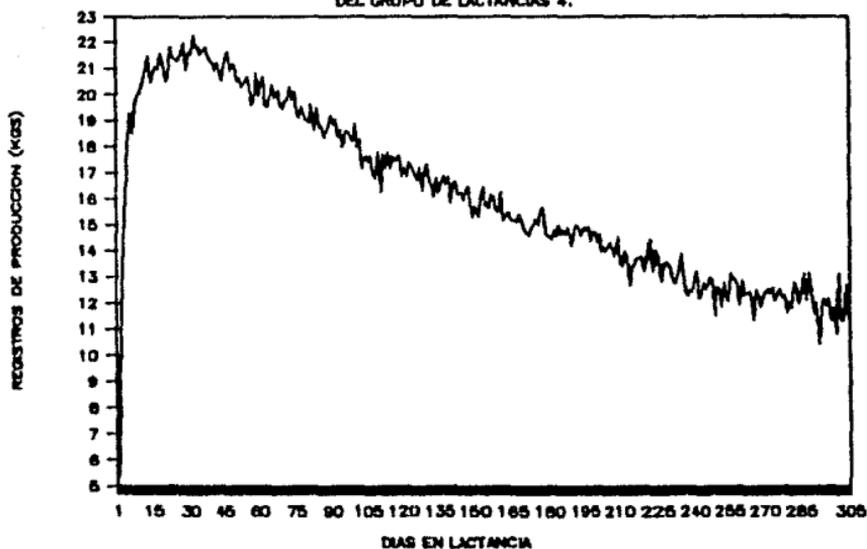
GRAFICA 29. PRODUCCION REAL PROMEDIO
DEL GRUPO DE LACTANCIAS 3.



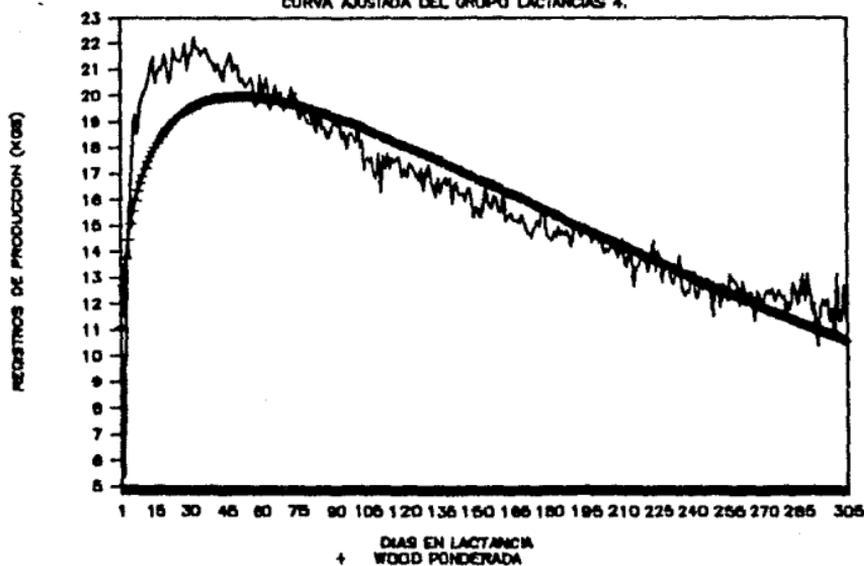
GRAFICA 30. PRODUCCION REAL PROMEDIO Y
CURVA AJUSTADA DEL GRUPO LACTANCIAS 3.



GRAFICA 31. PRODUCCION REAL PROMEDIO
DEL GRUPO DE LACTANCIAS 4.



GRAFICA 32. PRODUCCION REAL PROMEDIO Y
CURVA AJUSTADA DEL GRUPO LACTANCIAS 4.



DISCUSION

El análisis del cuadro 1 nos indica la estadística general del hato estudiado y del cual podemos identificar la característica de un aumento progresivo en las características de producción, a saber, hay un aumento en cada lactancia de la Producción Total Promedio y en el Promedio Diario de Producción.

El Promedio de Producción Total se ha mantenido casi sin variación importante desde la última evaluación del hato y aunque se menciona que es el nivel normal de producción de un hato especializado en producción de leche en México esta cifra está muy por debajo de lo que la asociación Holstein de México refiere que es el promedio de un hato, basado en su Programa de Control de Producción, que para el año de 1992 esta en los 6519 kilogramos promedio por año (7,11).

En los cuadros 2 y 3 se muestran los valores obtenidos en la estimación de los parámetros de las funciones de Wood y Wood Modificada y, con el fin de comparar la exactitud de la estimación de los parámetros se presentan los valores de Error Estándar.

Analizando los valores de Error Estándar se determina que son bastante similares los resultados y la diferencia de éstos es mínima, si acaso se observa diferencia importante en el parámetro b de las lactancias 1a, 2a y 4a donde los valores tanto para el parámetro así como para su error estándar son más altos.

El análisis dentro del modelo para cada lactancia presentó las siguientes características; para el modelo de Wood los parámetros más altos correspondieron, para el parámetro A , a las lactancias

3 y 4 y los más bajos para las lactancia 2a y 2b. El error estándar muestra que la mejor determinación fué en general para las lactancias 3 y 4 aunque la diferencia con respecto a las lactancias 1 y 2 fué mínima.

Para el parámetro B los valores más altos correspondieron a las lactancias 2 y presentan diferencias importantes con las demás lactancias a excepción de la lactancia 4b; los errores estándar indican que la mejor determinación correspondió a las lactancias 4a, 3b y 2b y el valor más alto, y en consecuencia menor exactitud de determinación, a la lactancia 4b.

En el parámetro C se observó que los valores más altos correspondieron a las 2 muestras de la lactancia 3 y el error estándar más bajo correspondió a las lactancias 4a y 4b siguiéndole las muestras de las lactancia 1, 2 y 3, éstos dos últimos presentando valores altos y bajos en sus muestras, que se manifestarán al mostrar sus gráficas mayor y menor persistencia respectivamente.

Para el modelo de Wood Modificado los resultados presentan características, en el parámetro A, muy similares al anterior ; en el parámetro B los valores más altos correspondieron principalmente a las muestras de la lactancia 2 aunque el mayor resultó ser el de la lactancia 1a y los valores más bajos correspondieron a las lactancia 3a y 1b. Los errores estándar señalan a las muestras de la lactancia 3 como las más exactas aunque de forma particular la 4b resultó la mejor.

Para C el valor mayor correspondió a la 1a, 2a y 4a y los menores a las 2b y 4b aunque éstas mismas presentaron los valores

más altos de error estándar siendo las lactancias del grupo 3 las más bajas en general en este aspecto.

Con respecto a las constantes U y V, estos presentaron valores muy similares tanto en los correspondientes a la determinación como a sus errores estándar con lo que en estas muestras los efectos estacionales no mostraron algún efecto importante para alterar la curva de lactancia.

El análisis de los parámetros para el modelo de Wood Ponderado nos señala que para el parámetro A el valor más alto correspondió a la lactancia 3 y el menor a la lactancia 1 aunque en el error estándar la lactancia 2 presenta valor más bajo. Para el parámetro B el valor mayor fué para la lactancia 4 y el menor para la lactancia 1 y con menor error estándar para la lactancia 2 y el mayor correspondió a la lactancia 4. El parámetro C presenta en la lactancia 4 su valor más alto aunque también con el error estándar más alto y su valor más bajo en la lactancia 1 y con el error estándar más bajo se presenta la lactancia 2.

Como se observa en éstos cuadros, el patrón general al hacer la determinación de los parámetros para cada modelo concuerda con los estudios realizados, esto es, se observaron en general valores en los parámetros A, B y C menores en las primeras lactancias que las posteriores, sugiriendo que las primeras lactancias son más bajas y más favorables que las siguientes.

El Error Estándar de la estimación siguió un patrón similar indicando una menor exactitud en el ajuste en las primeras lactancia que en las posteriores (3, 5, 8, 19).

Con respecto a la función Wood Modificada los valores de los

parámetros y sus errores estándar indican que no hubo gran diferencia y por lo que se deduce que un influencia importante de la época de parto y de estación no influyó de manera importante en las lactancias tomadas de muestra.

En cuanto a la efectividad del modelo para el ajuste de las lactancias se observó que para la función Gamma Incompleta ó de Wood se obtuvieron valores R^2 0.0691 de la lactancia 1b, muy bajo, hasta el 0.8036 de la lactancia 2b, con una media de 0.4616; para la función Wood Modificada los valores fueron 0.0719 de la misma lactancia anterior y 0.8037 de la misma anterior con una media de 0.4641 y obteniendo como conclusión que la función Wood Modificada tuvo ligeramente una mayor exactitud de ajuste que la función de Wood, aunque ambas presentaron en general baja exactitud en el ajuste debido tal vez a que las muestras obtenidas presentaban registros de producción diaria muy irregulares y amplios consecuencia ya sea de la forma de llevar los registros en el módulo de leche, o bien problemas generales en la vaca, de ubre, cambios de alimentación, etc.; esto se puede comprobar al observar las gráficas correspondientes a las valores R^2 más bajos y más altos en las que se nota que a mayor variación en los registros de producción menor valor del coeficiente de determinación y viceversa.

Con respecto a la función Wood Ponderada los valores de R^2 estuvieron dentro de un rango de 0.7606 del grupo de Lactancias 1 y el 0.9795 del grupo de Lactancias 2, que fué en general el mejor grupo en cuanto a su ajuste, con una media de 0.8762. Tales valores de R^2 se explican ya que correspondieron a los promedios

diarios de producción de los grupos y por lo mismo la variación de los datos fué mínimo.

Las gráficas que siguen a los cuadros representan los resultados obtenidos, observándose en éstas el grado de exactitud de los ajustes tanto entre producciones reales así como entre los modelos evaluados.

En las gráficas de las lactancias 1b y 3a se observa una situación que se presenta al hacer ajuste de lactancias; trabajos con la función de Wood llevados a cabo por diversos autores indican un alto porcentaje calculado de Curvas de Lactancia Atípicas. Una curva de Lactancia Atípica fué una curva con estimaciones negativas de A , b o c . Estimaciones negativas implican que los promedios de la producción fueron menores que cero. Una estimación negativa de b con un positivo de c se presenta como una curva de lactancia en forma de pendiente. La implicación fué que el pico de producción diaria de leche comienza con el parto para las curvas con forma de pendiente. En diversos estudios se encontró que el 32% de los registros totales tuvieron curvas con pendientes. Congleton y Everet (referidos por Shanks, 1981) encontraron que 19.1% de las curvas de lactancia tienen b 's negativas cuando la primera prueba fué mayor a los 29 días postparto. Una curva cóncava fué definida si tanto b y c eran negativas, con rangos del 2% al 45%.

Shanks y col. sugieren que el gran porcentaje de curvas de lactancia atípicas se podría reducir mediante la observación y análisis de la metodología usada, para así mejorar las estimaciones de los parámetros de la curva de lactancia (19).

CONCLUSIONES

- Con respecto a la determinación de los parámetros no se observó diferencia importante entre las funciones Gamma Incompleta ó de Wood y la Wood Modificada.
- Entre lactancias, de los tres modelos se observó poca diferencia en los errores estándar con lo que la exactitud de los tres modelos para tal caso resultó ser muy similar.
- Se observó mayor exactitud de ajuste, al analizar los valores de R^2 , por parte de la Función Wood Modificada con respecto a la Gamma Incompleta ó de Wood aunque en general mostraron ambas baja exactitud en el ajuste.
- La función Wood Ponderada presentó valores altos de ajuste debido al procedimiento seguido pero resulta interesante su uso ya que sus valores de R^2 son muy altos.

BIBLIOGRAFIA

1. AVILA T.S. Producción intensiva de ganado lechero. 5a Impresión. Edit. CECSA, México 1990.
2. BATH D.L., DICKINSON F.N., TUCKER H.A. y APPLEMAN R.D.; GANADO LECHERO: Principios, prácticas, problemas y beneficios. 2a. Edición Edit. Interamericana, México 1986.
3. BATRA T.R. Comparison of two mathematical models in fitting lactation curves for pureline and crossline dairy cows. Canadian Journal Animal Science 66:405-414, 1986.
4. COBBY J.M. and LE DU L.P. On fitting curves to lactation data. Animal Production 26:127-135, 1978.
5. CONGLETON W.R. and EVERETT R.W. Application of the Incomplete Gamma Function to predict cumulative milk production. Journal Dairy Science, 63:109-119, 1980.
6. CONGLETON W.R. and EVERETT R.W. Error and bias in using the Incomplete Gamma Function to describe lactation curves. Journal Dairy Science 63:101-108, 1980.
7. DANIEL W.W. Biestadística. 3a. Edición. Edit. Limusa, México 1992.
8. GROSSMAN M., KUCK A.L. and NORTON H.W. Lactation curves of purebred and crossbred dairy cattle. Journal Dairy Science 69:195-203, 1986.
9. GUERRERO M.S. Ajuste de lactancias por el modelo de Wood en vacas Holstein del módulo lechero de la F.E.S. Cuautitlán. Tesis de Licenciatura. F.E.S. Cuautitlán, 1991.
10. HOHENBOKEN W.D., DUDLEY A. y MOODY D.E. A comparison among equations to characterize lactation curves in beef cows. Animal Production 55:23-28, 1992.
11. HOLSTEIN DE MEXICO. Memorias de la 9a. Conferencia Internacional sobre Ganado Lechero. México, D.F.. Agosto 1993.

12. JOHANSSON I. Genética y mejora animal. Edit. Acribia. Zaragoza, España. 1972.
13. KEOWN J.F., EVERETT R.W., EMPET N.B. y WADELL L.H. Lactation curves. Journal Dairy Science 69:769-781, 1986.
14. LASLEY J.F. Genética del mejoramiento del ganado. 1a Edición Edit. UTEHA, México D.F. 1982.
15. MAINLAND D.D. A note on lactation curves of dairy cows in Scotland. Animal Production. 41:413-416. 1985.
16. MENCHACA M.A. Corrección por sesgo en método de Wood para la estimación de la producción de leche en la lactancia completa. Revista Cubana de Ciencia Agrícola. 14:105-109. 1980
17. MORANT S.V. and GNANASAKTHY A. A new approach to the mathematical formulation of lactation curves. Animal Production. 49:151-162, 1989.
18. NICHOLAS, F.W. Genética Veterinaria 1a. Edición. Edit. Acribia. Zaragoza, España. 1990.
19. SHANKS R.D., BERGER P.J. and FREEMAN A.E. Genetic aspects of lactation curves. Journal Dairy Science 64:1852-1860, 1981.
20. WOOD P.D.P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. Nature. 216:164-165, 1967.
21. WOOD P.D.P. Factors affecting the shape of the lactation curve in cattle. Animal Production. 11:507-516. 1968.
22. WOOD P.D.P. Breed variation in the shape of the lactation curve of cattle and their implications for efficiency. Animal Production. 31:133-141. 1980.
23. WOOD P.D.P. Relationships between size, live-weight change and milk production characters in early lactation in dairy cattle. Animal Production. 31:143-151. 1980.