

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO.

DISEÑO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO POR ANALISIS TRIAXIAL Y
SU APLICACION A POZOS HORIZONTALES.

T E S I S PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA (P E T R O L E R A)

NICOLAS RODRIGUEZ SAUCEDO.

CIUDAD UNIVERSITARIA, 1 9 9 3

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

01174

4
205

DISEÑO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO POR

ANALISIS TRIAXIALY SU APLICACION A POZOS

HORIZONTALES

1993

CONTENIDO

	PAGINA
I	INTRODUCCION -----1
II	ESFUERZOS PRINCIPALES -----2
III	NORMAS DE OPERACION API DE TUBERIAS DE -----6 REVESTIMIENTO (T.R.)
III.1	TENSION -----7
III.2	PRESION INTERNA -----11
III.3	PRESION DE COLAPSO -----14
III.4	EFFECTOS DE CARGA AXIAL SOBRE EL COLAPSO DE -----18 TUBERIAS DE REVESTIMIENTO
IV	ESFUERZOS CAUSADOS EN LA TUBERIA DE REVESTIMIENTO --22 EN LA INTRODUCCION, CEMENTACION Y POSTERIOR A LA CEMENTACION
IV.1	CARGAS DE CHOQUE -----22
IV.2	EFFECTOS DE CAMBIOS EN PRESION INTERNA -----23
IV.3	EFFECTOS DE CAMBIOS EN PRESION EXTERNA -----27
IV.4	EFFECTOS TERMICOS -----30
IV.5	EFFECTO DE FLEXION -----31
IV.6	ESTABILIDAD DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO -----34
IV.7	PANDEO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO -----39
V	DISEÑO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO -----46 EN POZOS VERTICALES
V.1	CONSIDERACIONES TEORICAS DE DISEÑO -----47
V.2	GENERACION DE LA ELIPSE TRIAXIAL EQUIVALENTE DE ----58 DE PLASTICIDAD Y VENTANA DE SERVICIO API
V.3	EJEMPLO ILUSTRATIVO DE DISEÑO -----63

V. 4	ANALISIS DE RESULTADOS DE DISEÑO EN POZOS VERTICALES	-----80
VI	DISEÑO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO EN POZOS HORIZONTALES	-----82
VI.1	TORQUE Y ARRASTRE	-----87
VI.2	CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO DE T. R. EN POZOS HORIZONTALES	-----91
VI.3	EJEMPLO ILUSTRATIVO	-----95
VI.4	ANALISIS DE RESULTADOS DE DISEÑO EN POZOS HORIZONTALES	-----108
VII	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	-----109
VIII	NOMENCLATURA	-----112
IX	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	-----115
X	APENDICES	-----119
A)	DEDUCCION DE LA ECUACION DE ESFUERZO TRIAxIAL EQUIVALENTE	-----119
B)	DEDUCCION DE ESFUERZOS PRINCIPALES (AXIAL, RADIAL Y TANGENCIAL)	-----125
C)	DEDUCCION DE LA ECUACION PARA PANDEO HELICOIDAL PARA UN TUBO LIGERO	-----134
D)	DEDUCCION DE LA ECUACION PARA PANDEO DE UN TUBO CON PESO	-----138
E)	ECUACION PARA EL CAMBIO DE LONGITUD DE UN TUBO PANDEADO	-----140
F)	MOMENTO DE FLEXION	-----142
G)	ANALISIS DE PANDEO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO EN POZOS HORIZONTALES O ALTAMENTE DESVIADOS	-----144

I.- INTRODUCCION

En la actualidad se cuenta con la mayoría de los principios involucrados en el diseño de la sarta de revestimiento; tal es el caso de los esfuerzos a que está sometida una tubería de revestimiento, que hace algunas décadas eran desconocidos, la creciente aceptación para la evaluación de esfuerzos combinados en las tuberías de revestimiento en pozos profundos (alta presión y alta temperatura) está basada en la teoría de la máxima energía de distorsión frecuentemente referida como la técnica Von Mises Henky^{2ª}. La condición de ductibilidad como está establecida por ésta teoría, generalmente es aceptada como válida para materiales dúctiles sujetos a cargas triaxiales combinadas.

El avance tecnológico en la industria petrolera y la prevención de daños ecológicos, exigen cada día, diseños de tuberías de revestimiento más eficaces, ya que de ello depende la seguridad del pozo tanto en la perforación como en la vida productiva del mismo.

Existe una variedad de procedimientos de diseño que se usan a la fecha, pero no existe un método absoluto para la evaluación del funcionamiento de los diseños de sargas de tuberías de revestimiento. Generalmente, ésta evaluación se basa sobre varios mínimos de capacidad de carga y factores de diseño API, apoyados en experiencias de campo satisfactorias.

En el presente trabajo se intenta aplicar en forma general todos los esfuerzos a los cuales están sometidas las tuberías

de revestimiento, especialmente en pozos profundos parcialmente cementados, con el propósito de definir en forma eficaz y eficiente las tuberías que se deben utilizar de acuerdo a los servicios futuros de carga a los cuales estarán sujetas. Este procedimiento también puede aplicarse a profundidades someras por lo que se hace extensivo a pozos horizontales con importantes variaciones en las consideraciones de diseño.

II.- ESFUERZOS PRINCIPALES

El diseñador puede aplicar sus conocimientos básicos relativos al desarrollo de las tensiones en los cuerpos, al diseño de tuberías de revestimiento o cualquier otra estructura, solamente cuando posee un criterio que le permita establecer los valores admisibles de las tensiones. La selección de éstas resistencias, o tensiones admisibles, constituye un campo de investigación que se ha considerado ampliamente por los estudiosos,^{1,2} y que aún en el presente es objeto de su constante atención. Las complejidades del comportamiento de los materiales frente a las necesidades ha conducido a diferentes interpretaciones y opiniones, y es poco probable que una teoría relativa a la naturaleza de la rotura pueda ser enteramente razonada, y por lo tanto de aceptación universal. Tal aceptación sólo sería posible si los materiales fabricados por el hombre o que suministra la naturaleza, además de ser perfectos en sus propiedades, lo fuera también el conocimiento de los mismos, así como el de su comportamiento. Aún cuando la constante investigación nos amplia los conocimientos que poseemos sobre éstos puntos de vista, nunca se llega a un grado tal de entendimiento.

Además, el uso al cual los materiales puedan destinarse, siempre son causa de problemas adicionales. por ejemplo, una información de características relativas a materiales que se ha obtenido mediante ensayos a condiciones de medio ambiente, puede tener escasa validez cuando se usan en condiciones que puedan presentarse temperaturas extremadamente altas o extremadamente bajas.

Las propiedades mecánicas de los materiales estructurales se

determinan por ensayos en los que se somete la muestra a condiciones de tensión relativamente simples.⁴

Para determinar las tensiones admisibles adecuadas a las condiciones de tensión complicadas que concurren en el proyecto práctico se han ideado varias teorías de resistencia.^{4,2} La finalidad de éstas teorías es predecir las condiciones de rotura o fallo bajo tensiones combinadas, suponiendo que es conocido el comportamiento en un ensayo a la tensión o compresión simples. Por fallo se entiende cualquier deformación permanente o rotura real, la que ocurra primero.

En la actualidad existen cuatro teorías que se aceptan como base de cálculo. Estas son: la teoría de la tensión máxima,⁴ la teoría de la deformación máxima,⁴ la teoría del esfuerzo cortante máximo,⁴ y la teoría de la máxima energía de distorsión.^{2,9}

Esta última es la que después de muchas investigaciones describe el comportamiento de los materiales dúctiles. También se conoce con el nombre de teoría de Von Mises-Henky.

Así, todos los análisis de tuberías de revestimiento desde el punto de vista triaxial, utilizan ésta teoría como base de cálculo. Su expresión matemática cuya deducción se encuentra en el apéndice (A) es la siguiente.^{2,9}

$$2\sigma_{VME}^2 = (\sigma_a - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_a)^2 \text{ -----(1)}$$

Donde, σ_{VME} , se conoce como el esfuerzo triaxial equivalente o sencillamente esfuerzo de Von Mises; y σ_a , el esfuerzo axial. σ_t y σ_r son los esfuerzos tangencial y radial respectivamente cuyas expresiones más generales para un cilindro de pared

gruesa se conocen como ecuaciones de Lamé, y cuya deducción se encuentra en el apéndice² (B).

$$\sigma_t = (p_i r_i^2 - p_o r_o^2) / (r_o^2 - r_i^2) + (p_i - p_o) r_o^2 r_i^2 / (r_o^2 - r_i^2) r^2 \text{----(2)}$$

$$\sigma_r = (p_i r_i^2 - p_o r_o^2) / (r_o^2 - r_i^2) - (p_i - p_o) r_o^2 r_i^2 / (r_o^2 - r_i^2) r^2 \text{----(3)}$$

y el esfuerzo axial es simplemente:

$$\sigma_a = F_a / A_{a\circ\circ} \text{-----(4)}$$

Donde:

p_o = presión externa

p_i = presión interna

r_i = radio interno

r_o = radio externo

r = radio al cual σ_r y σ_t son medidos (radio de interés)

$A_{a\circ\circ}$ = área de la sección transversal del cuerpo del tubo

F_a = Fuerza axial

III.-NORMAS DE OPERACION API DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO

Las propiedades de operación más importantes de las tuberías de revestimiento (T.R.) incluyen su relación de valores para tensión axial, presión interna y presión al colapso.^a La carga de tensión axial, resulta principalmente del peso soportado de la sarta de T.R. abajo de la junta de interés. La resistencia de cedencia del cuerpo del tubo es la fuerza tensional requerida para causar que el cuerpo del tubo exceda su límite elástico. Similarmente, la resistencia de la junta es la fuerza de tensión mínima requerida para causar que la junta falle, la capacidad al estallamiento es la presión interna mínima requerida para causar la ruptura del tubo en ausencia de presión externa y carga axial.^a

La capacidad de presión al colapso es la presión externa mínima que causará el colapso de las paredes del tubo en la ausencia de presión interna y carga axial.^a

El API proporciona formulas específicas para el cálculo de éstas propiedades de operación.²²

III.1. - TENSION

La resistencia del cuerpo del tubo en tensión puede calcularse por el uso del diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura 1.0. La fuerza de tensión F_{ten} , tendiendo a estirar la parte del tubo es soportada por la resistencia de las paredes del tubo, la cual ejerce una contrafuerza F_2 que es dada por³:

$$F_2 = \sigma_{yield} A_{sec}$$

Donde σ_{yield} es la resistencia mínima de cedencia y A_{sec} es el area de sección transversal del cuerpo del tubo. Así, la resistencia del cuerpo del tubo es dada por³

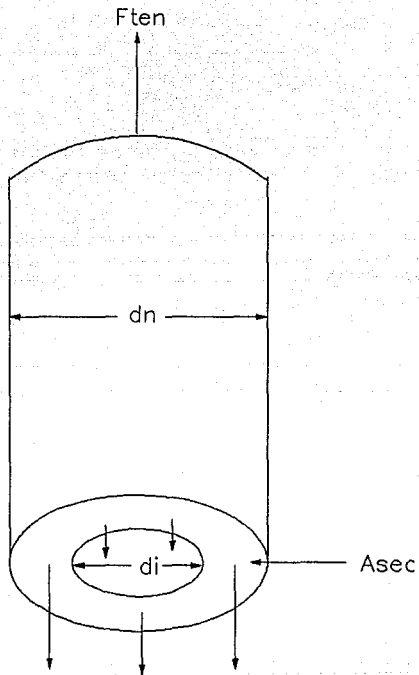
$$F_{ten} = (\pi/4) \sigma_{yield} (d_n^2 - d_i^2) \text{ -----(3.1)}$$

La resistencia del cuerpo del tubo calculada con la ecuación anterior, es la fuerza mínima esperada para causar deformación permanente. La fuerza mínima esperada requerida para partir el tubo en dos, deberá ser significativamente mayor que éste valor. Sin embargo, en la ecuación 3.1, se utiliza el espesor nominal de pared en lugar del espesor de pared mínimo aceptable.

Debido a que el espesor de pared mínimo aceptable²⁴ es 87.5% del espesor nominal de pared, la ausencia de deformación de pared no puede asegurarse.

Las fórmulas de resistencia de la junta basada sobre consideraciones teóricas y parcialmente empíricas se han aceptado por el API. Para conecciones API de rosca redonda, las fórmulas para el cálculo de fractura mínima de la junta y la fuerza externa de jalón mínima, se presentan en la tabla 1.3.

Los valores bajos se recomiendan para usarse en diseños de



$$F_2 = \sigma_{yield} A_{sec}$$

FIGURA 1.- BALANCE DE FUERZA TENSIONAL SOBRE EL CUERPO DEL TUBO

tuberías de revestimiento. Similarmente, para conexiones butress, se presentan fórmulas para la resistencia mínima de cuerda del tubo y para resistencia mínima de rosca del cople tabla 1.3b. Además se presentan tres fórmulas para conexiones "extreme line", dependiendo del area del acero si es mínima en la caja, piñón o cuerpo del tubo tabla 1.3c

Area bajo la última cuerda perfecta

$$A_{jp} = (\pi / 4) [(dn - 0.1425)^2 - d^2]$$

Fuerza de tensión para fractura

$$F_{ten} = 0.95 A_{jp} \sigma_{ult}$$

Fuerza de tensión para jalón en la junta

$$F_{ten} = 0.95 A_{jp} L_{et} \left[\frac{0.74 dn \sigma_{ult}^{0.95}}{0.5 L_{et} + 0.14 dn} + \frac{\sigma_{yield}}{L_{et} + 0.14 dn} \right]$$

(a) Conector de rosca redonda

Area del acero en el cuerpo del tubo

$$A_{sec} = (\pi / 4) (dn^2 - d^2)$$

Area de acero en el cople

$$A_{ec} = (\pi / 4) (d_{o2}^2 - d_{o1}^2)$$

Fuerza de tensión para la falla de la rosca del tubo

$$F_{ten} = 0.95 A_{sec} \left[1.008 - 0.0396 \left(1.083 - \frac{\sigma_{yield}}{\sigma_{ult}} \right) dn \right]$$

Fuerza de tensión para la falla del cople

$$F_{ten} = 0.95 A_{sec} \sigma_{ult}$$

(b) Conector de rosca buttress

Fuerza de tensión para que el tubo falle

$$F_{ten} = (\pi \sigma_{ult} / 4) (d_n^2 - d^2)$$

Fuerza de tensión para que la caja falle

$$F_{ten} = (\pi \sigma_{ult} / 4) (d_{jz}^2 - d_b^2)$$

Fuerza de tensión para que la junta falle

$$F_{jo} = (\pi \sigma_{ult} / 4) (d_{pin}^2 - d_{js}^2)$$

(c) conector extreme line

Tabla 1.3.-fórmulas para cedencia de junta^{4B} API

III.2. -PRESION INTERNA

Como se muestra en el diagrama simplificado de cuerpo libre de la figura 2.0, la tendencia para la fuerza, F_1 , al estallamiento de una sarta de T.R. Es soportada por la resistencia de las paredes del tubo, la cual ejerce una contrafuerza, F_2 . La fuerza F_1 , la cual resulta de la presión interna, P_{br} , actuando sobre el area proyectada (Lds), es dada por.

$$F_1 = P_{br} L (d_i / 2) d_i \phi$$

La fuerza resistente F_2 , resultante de la resistencia del acero, σ_a , actuando sobre el area de acero (tL), es dada por.

$$F_2 = \sigma_a t L (d \phi / 2)$$

La fuerza total para condiciones estáticas resulta:

$$F_1 - 2 F_2 = 0$$

Sustituyendo las expresiones apropiadas para F_1 y F_2 y resolviendo para el valor de presión de estallamiento, P_{br} , se reduce a:

$$P_{br} = 2 \sigma_a t / d_n$$

Esta ecuación es válida únicamente para tubos de paredes delgadas con valores de d_n / t mayores que aquellos de muchas sarts de T.R.

Las ecuaciones de Barlow²⁵ para espesor de paredes de tubo es idéntica a la ecuación anterior para paredes de tubos delgados si el diámetro exterior OD, (d_n), se utiliza en lugar del diámetro interior, d_i . Las ecuaciones de Barlow resultan de una solución no rigurosa pero es una fórmula de espesor de pared claramente exacta aunque ligeramente conservativa.

El valor de presión de estallamiento API es basado en las ecuaciones de Barlow²⁵. El uso de 87.5% de resistencia mínima de cedencia para el acero, σ_a , tiene contemplado el mínimo

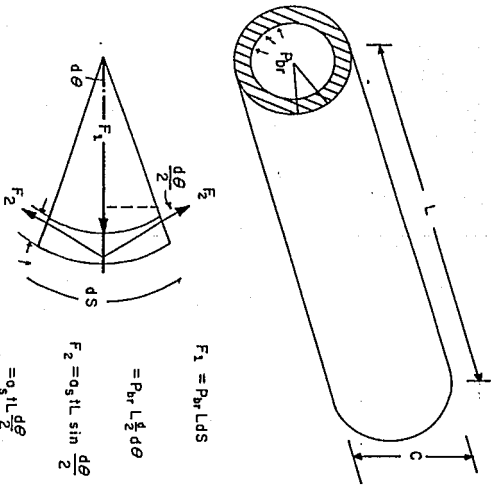


Fig.2- DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE PARA EL ESTALLAMIENTO DE LA TUBERIA DE REVESTIMIENTO

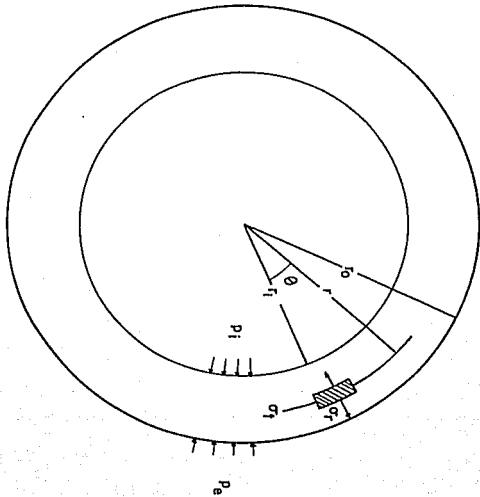


Fig. 3 ESFUERZO BIDIMENSIONAL EN EN LA PARED DEL TUBO

espesor de pared disponible y es²⁵:

$$P_{br} = 0.875 * (2 * \sigma_{yield} * t / d_n) \text{ -----(3.2)}$$

El API recomienda el uso de ésta ecuación a espesores de pared cercanos a .001pg. y el resultado redondearlo a las 10 unidades más cercanas.^a

La ecuación para corregir la presión interna por efectos biaxiales de acuerdo a la construcción de la elipse de plasticidad API es²²:

$$RPI = P_{br} [1 - 0.75 * (\sigma_a / \sigma_{yield})^3]^5 + .5 * (\sigma_a / \sigma_{yield}) \text{ -----(3.2a)}$$

donde:

RPI: resistencia a la presión interna (estallamiento),
corregida por efectos biaxiales

P_{br}: resistencia a la presión interna proporcionada de
datos de manufactura

σ_{yield} : resistencia mínima de cedencia del tubo

σ_a : Esfuerzo axial

III.3.-PRESION DE COLAPSO

El colapso de un tubo de acero ocasionado por la presión externa es mucho mas complejo que la presión de estallamiento por presión interna. Un análisis de diagrama de cuerpo libre tal como se muestra en la figura 2 no permite resultados útiles. Es más complejo, sin embargo puede usarse la teoría de la energía clásica de la elasticidad para establecer el esfuerzo radial y tangencial en la pared del tubo.² Por ejemplo, considere la sección transversal del tubo mostrado en la figura 3.0 con cualquier presión externa, P_o , y presión interna P_i . La aplicación de la teoría clásica de elasticidad para éste problema bidimensional a cualquier radio r , entre el radio interior, r_i , y el radio exterior r_o , conduce a las siguientes expresiones, ver el apéndice B.

$$\sigma_r = \frac{P_i r_i (r_o^2 - r^2) + p_o r_o^2 (r^2 - r_i^2)}{r^2 (r_o^2 - r_i^2)} \quad \text{-----}(3.3)$$

$$\sigma_t = \frac{P_i r_i^2 (r_o^2 + r^2) - p_o r_o^2 (r_i^2 + r^2)}{r^2 (r_o^2 - r_i^2)} \quad \text{-----}(3.4)$$

Donde σ_r y σ_t , son los esfuerzos radial y tangencial, respectivamente, evaluadas a un radio r . Para condiciones de colapso y estallamiento, el esfuerzo máximo será en la dirección tangencial.

Si se supone que el tubo está sujeto únicamente a presión externa, p_o , entonces para $r = r_i$, la ecuación 3.4 se reduce a:

$$\sigma_t = \frac{2 p_o r_o^2}{t(r_o + r_i + r_i - r_i + 2t - 2t)}$$

Usando la resistencia de cedencia compresiva para $-\sigma_t$ y

rearrreglando términos en la ecuación anterior se reduce a las siguientes fórmulas para la clasificación de presión al colapso,²² P_{cr} .

$$P_{cr} = 2(\sigma_{yield})_o \left[\frac{d_n / t - 1}{(d_n / t)^2} \right] \text{-----(3.5)}$$

El colapso que coincide aproximadamente con la ecuación 3.5, es llamado resistencia de colapso cedente. Se ha mostrado experimentalmente²⁷ que el colapso ocurre únicamente para rangos bajos de valores de d_n / t aplicables para tuberías en pozos de aceite.

El límite superior del rango de la resistencia al colapso cedente es calculado con.²²

$$\frac{d_n}{t} = \frac{\sqrt{(F1 - 2)^2 + 8[F2 + F3/(\sigma_{yield})_o] + (F1 - 2)}}{2[F2 + F3/(\sigma_{yield})_o]} \text{-----(3.6)}$$

La resistencia de cedencia efectiva, $(\sigma_{yield})_o$, es igual a la resistencia de cedencia mínima cuando el esfuerzo axial es cero y las variables F1, F2, F3, F4, y F5, están definidas por fórmulas proporcionadas por el API, las cuales se definirán más adelante.

A valores altos de d_n / t , el colapso puede ocurrir a presiones menores que las predichas por la ecuación 3.5 causado por la inestabilidad geométrica. La aplicación de la teoría de estabilidad elástica²⁶ conduce a la siguiente fórmula para el colapso:

$$P_{cr} = \frac{2 E}{(1 - \mu^2)(d_n / t)(d_n / t - 1)^2}$$

Posteriormente se aplica un ajuste por variaciones estáticas en las propiedades de manufactura del tubo,²⁴ ésta ecuación se convierte en:

$$P_{cr} = \frac{46.95 \times 10^6}{(d_n / t)(d_n / t - 1)^2} \text{-----}(3.7)$$

El colapso que coincide aproximadamente con la ecuación 3.7 se llama colapso elástico. El límite inferior del rango de colapso elástico es calculado por.²²

$$(d_n / t) = \frac{2 + F2/F1}{3F2/F1} \text{-----}(3.8)$$

La transición de resistencia de colapso cedente a colapso elástico no es clara pero cubre un rango considerable de valores de d_n / t . Basado sobre los resultados de muchas pruebas experimentales,²⁷ el API, ha adoptado dos presiones de colapso adicionales para cubrir la región de transición. Una relación de valores para colapso plástico justamente arriba de la región de colapso cedente es predicha con.²²

$$P_{cr} = (\sigma_{yield})_e [F1/(d_n / t) - F2] - F3 \text{-----}(3.9)$$

El límite superior de colapso plástico es calculado por²²:

$$\frac{d_n}{t} = \frac{(\sigma_{yield})_e (F1 - F4)}{F3 + (\sigma_{yield})_e (F2 - F1)} \text{-----}(3.10)$$

Una región de colapso de transición entre el colapso plástico y elástico se define por el uso de²²:

$$P_{cr} = (\sigma_{yield})_e (F4/(d_n / t) - F5) \text{-----}(3.11)$$

Para el cálculo de los valores de $F1$, $F2$, $F3$, $F4$ y $F5$, el API

recomienda las siguientes fórmulas²²:

$$F1 = 2.8762 + 1.0679E-6 * YM + 2.1301E-11 * YM ^ 2 - 5.3132E-17 * YM ^ 3$$

$$F2 = 0.026213 + 5.069E-17 * YM$$

$$F3 = - 465.93 + 0.030867 * YM - 1.0483E-8 * YM ^ 2 + 3.6989E-14 * YM ^ 3$$

$$H = 3 * F2 / (F1 * (2 + F2/F1) ^ - 1)$$

$$F4 = 46.95E-6 * H ^ 3 * (YM * (H - F2/F1) * (1 - H ^ 2)) ^ - 1$$

$$F5 = F4 * F2 / (F1 * (2 + F2/F1) ^ - 1)$$

Donde: Ym; es la resisitencia de cedencia mínima de la T.R.

III.4. - EFECTOS DE CARGA AXIAL SOBRE EL COLAPSO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO

La figura 4 es una forma general esquemática de relación entre modos de colapso elástico, plástico y de resistencia última, para el caso de ausencia de carga axial. Es importante realizar una curva similar que pueda generarse en presencia de carga axial.^{1,2} La figura 5 presenta una serie de tales puntos por el incremento de valores de carga axial. Por ejemplo, observe, que para unas propiedades de material dadas, una sección transversal de T.R. Puede exhibir colapso plástico para cero de carga axial (línea I), pero el modo de falla puede cambiar a resistencia de colapso último conforme la carga axial se incrementa a un cierto valor. También observe que la carga de colapso disminuye continuamente con el incremento de carga axial.

Puede inducirse una conclusión mas interesante por consideración de la línea II en la figura 5. Por ésta línea, el modo de colapso inicial (curva 0 - sin carga axial), para la tubería es elástico. Además se observa que la carga al colapso permanece constante e igual al valor inicial de colapso elástico hasta una carga axial representada por la curva 1. de ese punto, la carga de colapso disminuye con la carga axial mientras el modo de falla pasa sucesivamente a través de la región de colapso plástico y colapso de resistencia última.

El API recomienda el siguiente procedimiento para determinar la presión al colapso en presencia de un esfuerzo axial (σ_x), significativo:

Primero se calcula la resistencia efectiva de cedencia (σ_{yield})e por medio de:

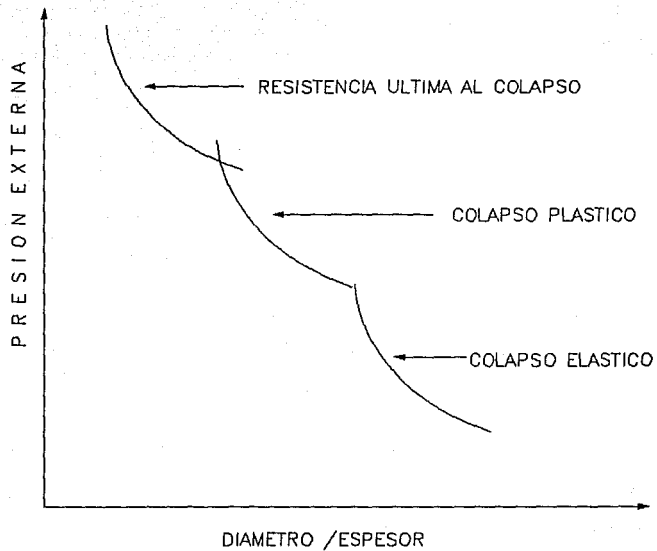


FIGURA 4.- ILUSTRACION DE LOS MODOS DE FALLA DE COLAPSO

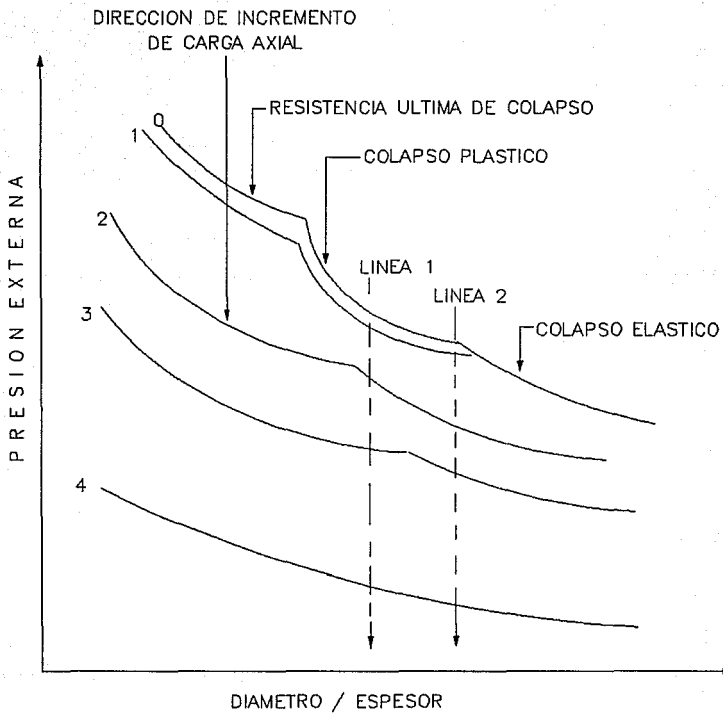


FIGURA 5.- RAMAS DE CURVAS DE COLAPSO EN PRESENCIA DE CARGA AXIAL

$$\frac{(\sigma_{yield})_e}{\sigma_{yield}} = [1 - .75(\sigma_a / \sigma_{yield})^2]^{.5} - .5 (\sigma_a / \sigma_{yield})$$

Note que ésta ecuación puede obtenerse de la construcción de la elipse de plasticidad API con una presión interna igual a cero. Posteriormente la resistencia de cedencia efectiva es sustituida en las ecuaciones 3.6, 3.8, y 3.10 para determinar el modo de falla y en las ecuaciones 3.5, 3.7, 3.9 o' 3.11 para determinar el colapso efectivo. Para un modo elástico, la presión al colapso es independiente de la resistencia de cedencia efectiva y una presión al colapso corregida no debe de calcularse.⁹

El API recomienda ecuaciones que ignoran el efecto de presión interna sobre la corrección al valor de presión al colapso, ésto es, la diferencia de presión mínima requerida para que el tubo falle se supone que es independiente de la presión interna.⁹ Sin embargo, la presión de colapso es la presión diferencial mínima requerida actuando a través de la pared del tubo para que se presente la falla.⁹

IV.- ESFUERZOS CAUSADOS EN LA TUBERIA DE REVESTIMIENTO EN LA INTRODUCCION, CEMENTACION Y POSTERIOR A LA CEMENTACION

I V.1. - CARGAS DE CHOQUE

Durante la corrida de una sarta pueden desrrollarse cargas significativas de choque si la introducción se suspende súbitamente. el esfuerzo axial resultante de cambios de velocidad repentina es de una manera similar al golpe causado por agua en un tubo cuando la válvula se cierra repentinamente. Los principios de la teoría elástica conducen a la siguiente ecuación para cargas de choque resultantes de una parada instantánea en la introducción de T.R.^a

$$\Delta\sigma_z = \Delta V (E \rho_a)^{1/2}$$

Donde $\Delta\sigma_z$ es el cambio en el esfuerzo axial causado por la carga de choque, ΔV es el cambio en la velocidad del tubo, E es el módulo de Young, y ρ_a es la densidad del acero. Sustituyendo los valores promedio de módulo de Young y densidad del acero, la ecuación anterior resulta:

$$\Delta\sigma_z = 1780 \Delta V \text{ -----(4.0)}$$

En ésta ecuación, $\Delta\sigma_z$ está dada en psi y ΔV en pies/segundo. Nótese que normalmente las cargas de choque no son severas para cambios modestos en la velocidad del tubo.^a

IV.2.- EFECTO DE CAMBIOS EN PRESION INTERNA

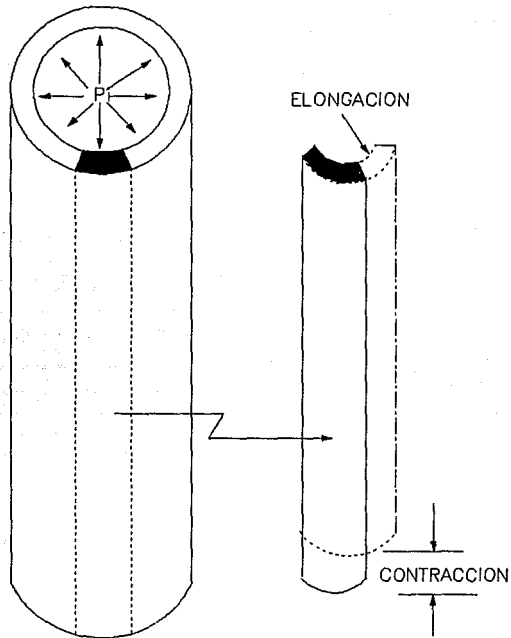
Los cambios de presión interna pueden causar cargas importantes adicionales.^a Estos cambios pueden ocurrir durante y después que la sarta se ha cementado y asentado en el cabezal del pozo.

Durante las operaciones de cementación, la sarta está expuesta a cambios de presión interna causada por la presión hidrostática de la lechada del cemento y presión de desplazamiento. Esto no crea únicamente esfuerzo tangencial en la pared del tubo, el cual tiende al estallamiento, sino también tiende a incrementar el esfuerzo axial. Mientras la tendencia al estallamiento es reconocida y mantenida dentro de los límites por el personal de campo, la carga axial algunas veces es despreciada. Esto puede tener consecuencias graves, especialmente si el cemento ha iniciado a fraguar al terminar el desplazamiento. La presión superficial dentro de la T.R. causa una carga axial de:

$$\Delta F_a = p_i * A_i \text{-----(4.1)}$$

Como se muestra en la figura 6, un incremento en la presión interna causa un incremento en el esfuerzo tangencial; así el tubo tiende a contraerse. Similarmente, una reducción en presión interna tiende a causar que se elongue. Sin embargo, una vez que la T.R. se ha cementado y colgado en el cabezal, puede no estar libre a contraerse o elongarse en respuesta al cambio de presión interna.

De acuerdo a la Ley de Hooke, esto puede causar cambios en el esfuerzo axial que son directamente proporcional a la deformación suprimida. La ley de Hooke es aplicable si: (1) la



LA PRESION INTERNA TIENDE A CAUSAR INCREMENTO EN EL DIAMETRO INTERIOR Y REDUCCION EN LA LONGITUD DE LA T.R.

FIGURA 6.- EFECTO DE PRESION INTERNA SOBRE EL ESFUERZO AXIAL

tubería fué colgada con suficiente tensión para prevenir el pandeo helicoidal ocurriendo en una porción libre del tubo arriba de la cima de cemento,^a y (2) el esfuerzo axial máximo fué menor que la resistencia de cedencia del acero.^a

La deformación que pudiera ocurrir si la tubería estuviera libre al movimiento se representa por la siguiente ecuación^a:

$$\Delta \epsilon_z = \frac{\mu}{E} \Delta(\sigma_r + \sigma_t) \text{-----(4.2)}$$

y la suma de esfuerzo radial y tangencial es^a:

$$\begin{aligned} (\sigma_r + \sigma_t) &= 2 \frac{r_i^2 p_i - r_o^2 p_o}{r_o^2 - r_i^2} \\ &= 2 \frac{A_i p_i - A_o p_o}{A_o - A_i} \\ &= \frac{2}{A_{\text{aoc}}} (A_i p_i - A_o p_o) \text{-----(4.3)} \end{aligned}$$

y el cambio en el esfuerzo radial y tangencial causado por un cambio en la presión interna es representado por^a:

$$\Delta(\sigma_r + \sigma_t) = 2 \frac{A_i}{A_{\text{aoc}}} \Delta p_i$$

Esto puede causar una deformación axial resultante de^a:

$$\Delta \epsilon_z = - 2 \frac{\mu}{E} \frac{A_i}{A_{\text{aoc}}} \Delta p_i$$

Donde el signo negativo indica un decremento en la longitud por una presión interna dada. Si ésta deformación es prevenida, la

ley de Hooke es aplicable a la deformación total, y un esfuerzo axial (tensión), es dado por^a:

$$\Delta \sigma_z = 2 \mu \frac{A_i}{A_{o \circ \circ \circ}} \Delta P_i$$

Sustituyendo un valor promedio de relación de Poisson de 0.3 para el acero y convirtiendo de esfuerzo axial a fuerza axial

$$\Delta F_a = + 0.471 d^2 \Delta P_i \text{ -----(4.4)}$$

Donde el signo positivo indica un incremento en tensión para una presión interna dada.

La ecuación 4.4 fué derivada para un cambio uniforme en presión externa sobre un intervalo de longitud dado. Un cambio uniforme en presión en un pozo es causado generalmente por un cambio en presión superficial.

Cuando el cambio en presión no es uniforme, la ecuación anterior puede aplicarse discretamente, ya que a lo largo del intervalo de longitud el cambio de presión es conocido. En general, el cambio de presión promedio es^a:

$$\bar{\Delta p} = \frac{\int_0^L \Delta P dx}{L} \text{ ----- (4.5)}$$

Con ésta relación, el cambio promedio de presión para un cambio en la densidad del lodo en un pozo vertical se reduce a^a:

$$\bar{\Delta P} = \frac{0.052 \Delta \rho \int_0^L X dx}{L} = \frac{0.052 \Delta \rho L}{2} \text{ -----(4.6)}$$

Así, el cambio de presión promedio por un cambio en la densidad del lodo en un pozo vertical ocurre en el punto medio de la profundidad del intervalo.

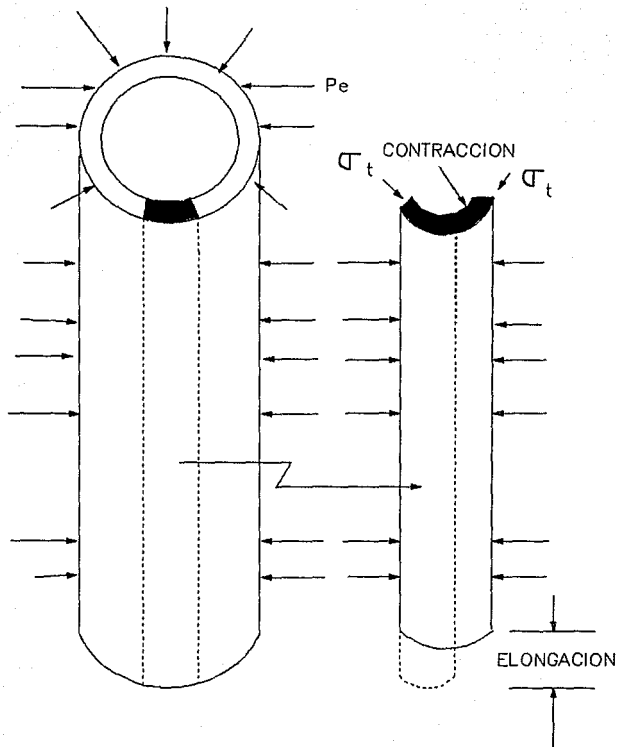
IV.3. - EFECTO DE CAMBIOS EN PRESION EXTERNA

Las condiciones de carga para presión externa son basadas en la densidad del lodo en el exterior de la T.R. durante las operaciones de cementación⁹, sin embargo se encuentran otras situaciones algunas veces cuando, la presión externa puede ser mayor que la causada por el lodo. Esto ocurre mas comunmente cuando la tubería es colocada frente a secciones de formaciones plásticas (tal como domos salinos), eventualmente la sal transmitirá a la sarta la carga vertical de sobrecarga.

Un esfuerzo axial puede también resultar del cambio de presión externa después de la terminación del pozo.⁹ Un ejemplo común del cambio de presión externa es causado por la degradación del lodo en el exterior de la tubería de revestimiento. Como se muestra en la figura 7, un incremento en la presión externa causa un decremento en el esfuerzo tangencial tensional (es decir, un incremento compresivo tangencial). Esto puede causar que el diámetro de la T.R. disminuya y la longitud se incremente. Similarmente una reducción en la presión externa puede causar que la tubería se acorte.

Si la tubería es cementada y colgada en el cabezal con suficiente tensión para prevenir el pandeo, puede no estar libre a contraerse o elongarse en respuesta al cambio de presión externa. Como se discutió previamente para cambios en presión interna, ésto puede causar el esfuerzo axial que es directamente proporcional a la deformación sufrida (desarrollada en la ecuación 4.3) que proporciona el cambio en el esfuerzo radial y tangencial causado por un cambio en presión externa.

$$\Delta (\sigma_r + \sigma_t) = .2 (R_o / R_{o\text{ooo}}) \Delta P_o$$



LA PRESION EXTERNA TIENDE A REDUCIR EL DIAMETRO E INCREMENTA LA LONGITUD DE LA T.R.

FIGURA 7.- EFECTO DE PRESION EXTERNA SOBRE EL ESFUERZO AXIAL

sustituyendo ésta expresión en 4.2 resulta

$$\epsilon_z = + 2 [(\mu / E)(A_o / A_{ooc})] \Delta P_o$$

Donde el signo positivo describe un incremento en longitud dado por un incremento en la presión externa. Si la deformación es prevenida, la ley de Hooke es aplicable para la deformación total y el esfuerzo axial (compresión), es:

$$\Delta \sigma_a = - 2 \mu (A_o / A_{ooc}) \Delta P_o$$

Sustituyendo la relación de Poisson de 0.3 para el acero y convirtiendo el esfuerzo axial en fuerza axial resulta:

$$\Delta F_a = - 0.471 d n^2 \Delta P_o \text{ -----(4.7)}$$

Donde el signo negativo describe una reducción en tensión por incremento en presión externa promedio. Si el cambio promedio en presión no es constante sobre la longitud expuesta al incremento de presión, entonces, el cambio promedio en presión puede calcularse con la ecuación 4.5. Para un cambio en la densidad externa del lodo, la ecuación 4.6 podrá utilizarse para determinar el cambio en presión promedio.^a

IV.4- EFECTOS TERMICOS

En el diseño común de las tuberías de revestimiento no se considera el esfuerzo axial causado por cambios de temperatura después de que la tubería es cementada y colgada en el cabezal. Los cambios de temperatura encontrados durante la vida del pozo generalmente no son pequeños y no pueden despreciarse. Cuando la variación de temperatura no es pequeña, el esfuerzo axial resultante debe ser considerado en el diseño de la tubería y en el procedimiento de colgado. Como ejemplo de pozos en los cuales se encontrarán grandes variaciones de temperatura son:

- a).- Pozos de inyección de vapor
- b).- Pozos geotérmicos
- c).- Pozos en el Ártico
- d).- Pozos profundos de gas
- e).- Pozos costa fuera
- f).- Areas con gradientes geotérmicos anormales

La deformación axial por un cambio de temperatura ΔT , es determinada del coeficiente de expansión térmica, α , usando^a

$$s_z = \alpha_l \Delta T \text{----(4.8)}$$

El coeficiente promedio de expansión térmica para el acero es $6.667 \times 10^{-6} / ^\circ\text{F}$. Así, la tubería es cementada y colgada con suficiente tensión para prevenir el pandeo y si el esfuerzo axial es menor que el esfuerzo de cedencia, entonces el cambio en esfuerzo axial es dado por^{2a}

$$\sigma_z = - E \alpha_l \Delta T = - 200 \Delta T \text{-----(4.9)}$$

Convirtiendo éste esfuerzo en una fuerza axial resulta

$$F_a = -200 A_{\text{aoc}} \Delta T = -58.8 W \Delta T \text{----- (4.10)}$$

IV.5.- EFECTO DE FLEXION

En el diseño de la T.R. debe considerarse el efecto de la curvatura de perforación del pozo y el ángulo de desviación vertical sobre el esfuerzo axial en la tubería y cople. Cuando la tubería es forzada a doblarse, la tensión en el lado convexo de la curva puede incrementarse grandemente. Por otro lado, en secciones de agujero relativamente rectas con un ángulo de desviación vertical significativa, el esfuerzo axial causado por el peso del tubo es reducido. El esfuerzo axial también es afectado significativamente por el incremento de fricción entre el tubo y la pared del pozo. En la práctica del diseño común, el efecto perjudicial de la flexión del tubo es considerado, pero el efecto favorable de la desviación del ángulo vertical es despreciado.^a La fricción de la pared, la cual es favorable para el movimiento de la tubería hacia abajo y desfavorable para el movimiento hacia arriba, generalmente es compensado por adición de un mínimo aceptable de fuerza de jalón a la tensión axial.

La curvatura de un pozo direccional generalmente se expresa en términos de cambio en el ángulo del eje del agujero, en grados por cada 100 pies de longitud.^a

La figura 8 ilustra la severidad de la pata de perro y el incremento de esfuerzo axial causado por flexión. Note que el incremento máximo en el esfuerzo axial, $\Delta\sigma_z$, en el lado convexo del tubo es dado por^a

$$(\Delta\sigma_z)_{\max} = 218 \alpha d_n \text{ -----(4.11)}$$

Esta ecuación es válida para flexión pura, donde el momento de flexión es constante a lo largo de la longitud del tubo y el tubo toma la forma de un arco circular con radio de curvatura

r_c , (figura 8). Esto es frecuentemente conveniente para expresar el esfuerzo axial incrementado causado por flexión en términos de una fuerza axial equivalente, F_{ab} , donde^s:

$$F_{ab} = (\Delta\sigma z)_{\max} A_a = 218 \alpha d_n A_a \text{ -----(4.12a)}$$

El area del acero , A_a , puede expresarse convenientemente como el peso por pie de tubo dividido por la densidad del acero.

Para unidades comunes de campo, la ecuación 4.12a viene dada por^a :

$$F_{ab} = 64 \alpha d_n W \text{ -----(4.12b)}$$

Donde F_{ab} , α , d_n y W tienen unidades de lbf, grados/100 pies, pg y lbf/pies respectivamente. El uso de un peso nominal por pie generalmente dará una exactitud aceptable. Varios autores²⁰ han recomendado el uso de la ecuación 4.12b, es muy usada en la práctica común de diseño y es válida cuando la pared de tubo está en contacto uniforme con la pared del agujero es decir, cuando el tamaño del upset* en diámetro exterior en los conectores del tubo es pequeño comparado con las irregularidades del agujero.

Upset* : extremos recalados

$$\begin{aligned} \Delta L &= (R+r) \Delta\theta - R\Delta\theta \\ \Delta L &= r \Delta\theta = \frac{dn}{2} \Delta\theta \\ \Delta\epsilon &= \frac{\Delta L}{L} = \frac{dn}{2} \frac{\Delta\theta}{L} = \frac{dn}{2(12)} \frac{\alpha}{100} \cdot \frac{\pi}{180} \\ \Delta\sigma &= E\Delta\epsilon = \frac{30 \times 10^6}{2400} \frac{\pi}{180} \alpha dn = 218 \alpha dn \end{aligned}$$

$$r = \frac{dn}{2}$$

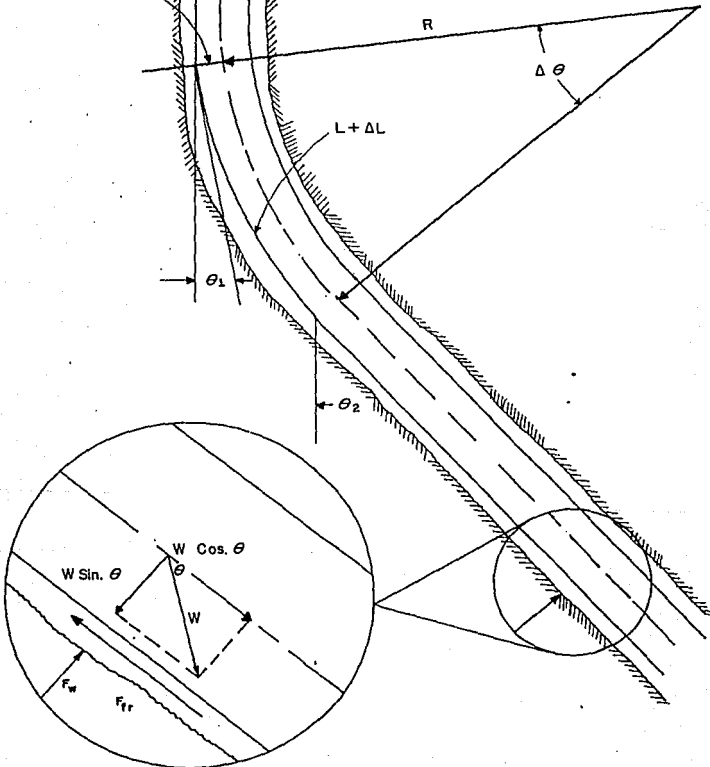


Fig. 6.— INCREMENTO DE ESFUERZO CAUSADO POR FLEXION DE LA TUBERIA EN UN POZO DIRECCIONAL

IV. 6. -ESTABILIDAD DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO

Se ha demostrado⁴⁵ que la presión actuando únicamente en las paredes interiores, y no en el extremo inferior de un tubo tienden a ladear o pandear el tubo, y la presión actuando únicamente sobre la pared exterior, y no en el extremo inferior, tiende a prevenir la flexión. Cuando el tubo es cementado la presión puede causar flexión. Esto puede prevenirse ajustando la carga axial en el tubo, así, será igual o excederá la carga de estabilidad; la carga axial es determinada por⁴⁵:

$$F_a = \pi r_i^2 P_i - \pi r_o^2 P_o \text{ -----(4.13)}$$

Donde:

F_s = " Carga de estabilidad " o carga axial requerida para la estabilidad.

Esta ecuación muestra que la presión interna actuando al final de un tubo cerrado en su extremo, resulta en una carga axial exactamente igual a la carga de estabilidad causada por la presión actuando en las paredes, si la presión externa es cero. Cuando una sarta de tubería es suspendida verticalmente, pero no cementada, la carga axial en el punto más bajo es exactamente igual a la carga de estabilidad, la sarta es estable en éste punto más bajo. Se tiene así la siguiente regla⁶: los puntos de arriba serán más estables ya que la carga axial es mayor debido al peso de la sarta y excederá a la carga de estabilidad en esos puntos.

Aunque la sarta es estable al tiempo de instalación, puede convertirse en inestable a causa de los cambios de presión y temperatura resultantes de operaciones posteriores⁶. Los cambios en las cargas de estabilidad y axial ocurren a causa de éstos

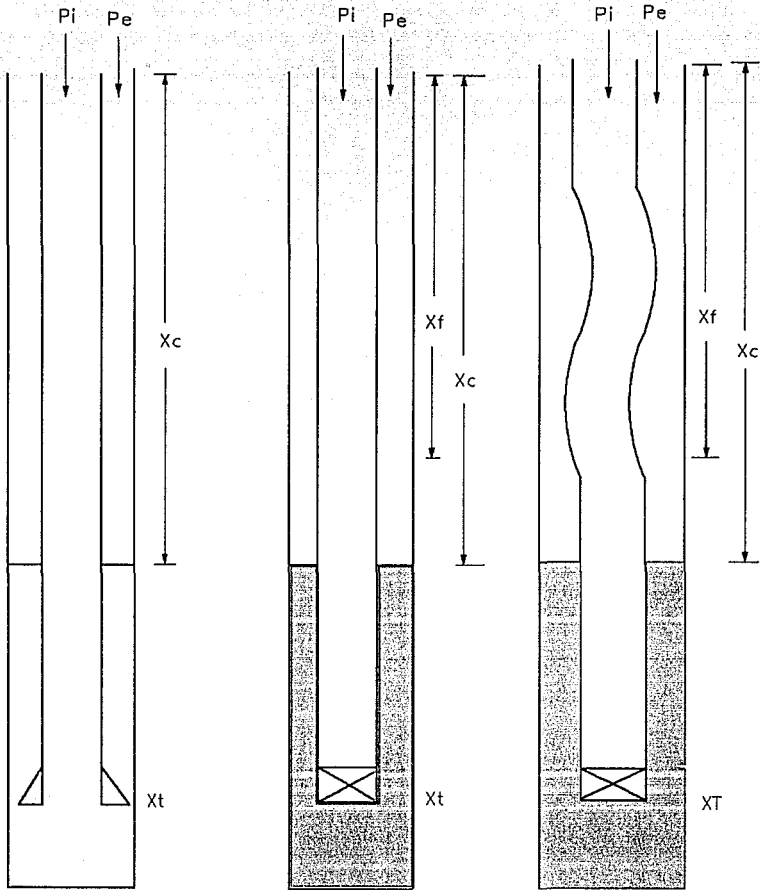
efectos y es posible que una carga axial llegue a ser menor que la carga de estabilidad, con lo cual la estabilidad es perdida. Esto se ilustra en la figura 9 la cual muestra en la sección (a), una sarta de éste tipo suspendida en un pozo con la misma presión superficial y densidades de fluido como aquel cuando la sarta es instalada.

Si la sarta es cementada, la comunicación de presión entre el interior y exterior de la sarta no es posible. La sarta permanecerá estable a menos que el proceso de fijación resulte en una reducción de la carga axial, en tal caso, la carga de estabilidad excederá la carga axial y la sarta será inestable. suponiendo que no exista cambio de carga axial cuando es colgada, la sarta permanecerá estable, como se muestra en la sección (b) de la figura 9 hasta que ocurran cambios de presión y temperatura de operaciones posteriores.

La sarta se convierte en inestable, como se muestra, en la sección (c) de la figura 9, si las operaciones causan incremento en la presión interna pero la presión externa permanece igual como cuando la sarta fué instalada.

Como se mostró previamente, la pérdida de estabilidad ocurrirá primero en el punto mas bajo donde la sarta es libre al movimiento lateral. Por tanto, es necesario considerar únicamente éste punto, ya que los otros puntos serán estables si éste lo es.

Si se predice que la estabilidad se pierde cuando los cambios de presión resultante en carga de estabilidad excedan la carga axial, la pérdida de estabilidad podrá prevenirse ajustando la carga axial cuando la sarta se instale, tomando en consideración que las cargas axiales futuras serán mayores que la estabilidad futura.



(a)
SARTA SUSPENDIDA
LIBREMENTE
AL TIEMPO
DE INTRODUCCION

(b)
SARTA FIJA
AL TIEMPO
DE CEMENTACION

(c)
CONDICIONES
FINALES AL
AL TIEMPO DE
INSTALACION

FIGURA 9.— CONCEPTOS DE ESTABILIDAD DE LA SARTA

Los incrementos en presión interna y los posibles decrementos en la presión externa, después de la instalación de la sarta, causan incrementos de carga de estabilidad o incrementos al menos comparables con el incremento de carga axial⁶. Los incrementos de temperatura debidos a la circulación de fluidos reducen la carga axial. La pérdida de estabilidad puede prevenirse cementando la sarta entera pero en muchos casos no es posible y la instalación será similar a la ilustrada por "c" de la figura 9.

La predicción de las presiones superficiales y las densidades de fluido que se usarán en operaciones posteriores obviamente requieren de un criterio considerable y del conocimiento de las operaciones a las cuales una T.R. estará expuesta.

Ajuste de carga axial por estabilidad

Como se indicó previamente para que una sarta permanezca estable la carga axial debe ser igual o exceder la carga de estabilidad en el punto crítico en todos los trabajos posteriores es decir⁶.

$$F_a = F_s$$

Si la carga axial llegara a ser menor que la carga de estabilidad a cualquier tiempo, el ajuste de carga axial es requerido en el tiempo de instalación para que la sarta permanezca estable. El ajuste requerido es⁶:

$$F_{aad} = F_s - F_a \text{ -----(4.14)}$$

donde F_{aad} = fuerza adicional para mantener la estabilidad.

El punto crítico para una sarta, como se muestra en la sección (c) figura 9 es en la cima de cemento.

El ajuste mínimo de carga necesario para que la sarta permanezca estable cuando la condición de operación predichas ocurran es la diferencia entre la carga de estabilidad la cual puede calcularse por sustitución en la ecuación anterior y la carga axial será la calculada a las condiciones de operaciones posteriores más críticas⁶, las cuales serán tratadas posteriormente.

Por lo tanto para ajustar la carga de estabilidad se pueden tomar las siguientes opciones⁶:

- 1).- Ajustar la altura del cemento
- 2).- Aplicar presión interna en superficie hasta que la sarta sea colgada.
- 3).- Modificar la fuerza axial en el punto crítico.

IV.7. - PANDEO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO

Las condiciones críticas de pozo como son: alta profundidad, alta presión y alta temperatura, requieren un análisis y diseño seguro de sartas de tuberías de revestimiento y producción ya que tales pozos son frecuentemente diseñados al llamado factor de diseño límite. El pandeo helicoidal es un parámetro importante en un análisis de diseño. Este fenómeno inicialmente fué investigado por Lubinski^B. Primero por la derivación del conocimiento de la relación hélice-pitch^{*} / fuerza del pozo, la cual posteriormente se usó extensivamente por otros investigadores^C. La suposición fundamental para la ecuación de Lubinski es correcta para un tubo de diámetro interior uniforme sin peso (ligero), tubo concéntricamente redondo. Sin embargo, todos los tubos tienen peso, así, "sin peso" realmente el peso del tubo es despreciable comparado con la fuerza externa aplicada. Sin embargo, la longitud total del tubo en un pozo de aceite y/o gas, puede ser muy grande, consecuentemente, éste peso total, diferente a la carga externa, no puede ser despreciable en pozos que requieren espesor de pared de tubo grueso.

Así, una nueva ecuación de pandeo helicoidal es derivada⁴ de la ecuación de columna de vigas. Ya que la longitud de la columna es sustancialmente mayor que la dimensión de sección transversal, se usó la teoría de vigas delgadas. Para ésta suposición, la deflexión causada por fuerza cortante es despreciada. La ecuación resultante de pandeo helicoidal es una ecuación diferencial de cuarto orden no lineal. Esta puede resolverse numéricamente, pero es tediosa y consume tiempo. Consecuentemente, se desarrolló una solución semianalítica con un método de solución de series⁴. Esta aproximación reduce la distancia entre hélices variando a lo largo de la longitud del tubo. Esta aproximación calcula también el cambio

*Pitch: distancia entre hélices

en la longitud de la columna y el momento de flexión resultante del pandeo⁴. La aplicación de ésta solución a las combinaciones de terminación también se ha discutido por varios autores. En adición a la solución para las fuerzas y esfuerzos en un tubo pandeado helicoidalmente, es conveniente calcular el paso libre de herramienta en un tubo pandeado.

La formula de paso libre de herramienta fué derivada por Lindsay y colaboradores; sin embargo, en la derivación, la hélice fué aproximada por un toro (coordenadas toroidales)⁴.

Pandeo helicoidal de un tubo sin peso (ligero)

Una fuerza externa aplicada en el fondo del tubo permanecerá constante a lo largo de la longitud del tubo si el tubo es ligero. Esto implica que la forma del pandeo helicoidal será la misma a lo largo del tubo ligero si el pandeo helicoidal ocurre. Cosecuentemente, la distancia entre hélices (pitch) es constante a través de la porción pandeada del tubo. A causa de ésta simplicidad, la ecuación de pandeo helicoidal de un tubo ligero fué derivada de una geometria simple de hélice, la cual expresa la distancia entre hélices en términos de una fuerza externa⁴.

$$p^2 = \frac{8 \pi^2 E I}{F_o} \text{ -----(4.15)}$$

La cual se obtuvo tomando una derivada de energia potencial total con respecto a p con un claro radial r constante, su deducción se encuentra en el apéndice C.

Pandeo helicoidal de un tubo con peso

Cuando el peso del tubo no es despreciable comparado con la fuerza aplicada en él, la fuerza no permanece constante a lo largo de la longitud del tubo⁴. Esto implica que la distancia de las hélices no es constante, sino que varía a lo largo del tubo. Así, la ecuación de pandeo helicoidal⁴ no puede establecerse de una geometría de hélice simple bajo estas circunstancias. Para superar esta dificultad, puede usarse la ecuación generalizada de columnas de vigas⁴ para obtener la ecuación de pandeo helicoidal para un tubo con peso. La ecuación resultante es una ecuación diferencial⁴ no lineal de cuarto orden, la cual puede resolverse por métodos numéricos. Sin embargo, los métodos numéricos son consumidores de tiempo y pueden producir errores, divirgiendo las soluciones para problemas no lineales, tal como una aproximación de series, es aplicada. Las soluciones son deducidas en el apéndice D y proporcionan las ecuaciones:⁴

$$\frac{2\pi}{P} = \frac{d\theta}{dz} = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 \dots (4.16)$$

$$a_0 = (F_0 / 2EI)^{1/5} \dots (4.17)$$

$$a_1 = a_0 / 3L \left[(1.5 + (z/3)a_0^2 L^2 - (1.5 + 1.22 a_0^2 L^2 + .44 a_0^4 L^4)^{1/5}) \right] \dots (4.18)$$

$$a_2 = - (a_1 / 3L + (2 a_1 / z^2 a_0))^{-2} \dots (4.19)$$

$$a_3 = (a_0 / 3L + (z/3) a_1) a_0^2 \dots (4.20)$$

y

$$L = F_0 / W \dots (4.21)$$

Donde :

Z = Coordenada a lo largo de la longitud del tubo deformado medido desde el fondo donde la fuerza externa es aplicada.

θ = ángulo polar

W = peso del tubo por unidad de longitud

En la ecuación 4.16 el pitch helicoidal varía a lo largo de la longitud del tubo. Un cambio de longitud de tubo causado por pandeo helicoidal puede calcularse con la ecuación 4.16.

La derivación de la ecuación del cambio de longitud se muestra en el apéndice E y es.⁴

$$\Delta L_b = (a_0^2 L_0 + a_0 a_1 L_0 + (1/3 a_1^2 + 2/3 a_0 a_2) L_0^3 + (1/2 a_0 a_3 + 1/2 a_1 a_2) L_0^4 + (1/5 a_2^2 + 2/5 a_1 a_3) L_0^5 + 1/3 a_2 a_3 L_0^6 + 1/7 a_3^2 L_0^7) * .5r^2 \text{-----} (4.22)$$

Donde ΔL_b es el cambio total en la longitud del tubo y L_0 es la longitud del tubo pandeado helicoidalmente (L).

Momento de flexión

El momento de flexión de un tubo pandeado helicoidalmente puede establecerse de la ecuación de varillas delgadas, y puede dividirse en dos componentes en los planos XY y YZ.

El momento resultante de flexión⁴ (derivado en el apéndice F), es:

$$M_b = EI_r [(d\theta / dz)^4 + (d\theta^2 / dz^2)^2]^{.5} \text{-----} (4.23)$$

Para un tubo sin peso, el momento de flexión es equivalente a la ecuación dada por Lubinski⁸ y colaboradores. Sin embargo, el

momento de flexión, no es constante para un tubo con peso. El momento de flexión para tales tubos es obtenido por sustitución de la ecuación 4.16 en la ecuación F-6, el esfuerzo resultante del momento de flexión es⁴:

$$\sigma_b = \pm \frac{M_b d}{2 I} \text{-----}(4.24)$$

Donde d es el diametro en la localidad donde el esfuerzo de flexión es evaluado.

Sartas combinadas

Por definición, en una sarta combinada, la geometria y/o materiales del tubo no son uniformes, en tal caso, la ecuación diferencial no lineal de cuarto orden, derivada de la ecuación de columnas de vigas, puede resolverse numéricamente⁴.

sin embargo, puede usarse una modificación simple de la ecuación 4.18 para obtener una solución rápida⁴:

$$\dot{a}_1 = \dot{a}_0 / 3L [1 / 2 + 2 / 3 \dot{a}_0 L^2 - (1/4 + \dot{a}_0 / a_0 + 8 / 3 a_0 L^2 + 4 / 9 a_0^4 L^4)^{.5}] \text{-----}(4.25)$$

y

$$\dot{a}_0 = [(Fe / 2EI)^{.5}]^l - [(Fe / 2EI)^{.5}]^{l+1} \text{-----}(4.26)$$

El superíndice indica el número de secciones bajo consideración.

Para aplicar la ecuación a una sarta combinada, la sarta total es dividida en varias secciones⁴, cada una de las cuales es

uniforme en geometría y propiedades del material. Entonces las ecuaciones 4.16, 4.17, 4.19, 4.20, 4.24 y 4.25 pueden aplicarse a cada sección, cuando la sección está en un estado de pandeo helicoidal total⁴.

Aquí L es la longitud de cada sección y los superíndices i e i+1 representan la sección bajo consideración y la siguiente sección de arriba, respectivamente. Para una sección parcialmente pandeada, L es la longitud pandeada de la sección. Una vez que el pitch es conocido a través de cada sección, el cambio total de longitud resultante del pandeo helicoidal es calculado con una integración numérica de:

$$\Delta L_b = \int_0^{L_0} \frac{2\pi^2 r^2}{p^2} dz \text{ -----(4.27)}$$

Donde L₀ es la longitud pandeada de el tubo y Z es la coordenada a lo largo del tubo deformado, medida desde el fondo, donde la fuerza externa es aplicada⁴.

Espacio libre de herramienta

Ya que relmente el tubo no es perfectamente redondo o recto, las especificaciones API contienen un requerimiento para un diametro del drift, el cual es definido como el diametro especifico y longitud de una herramienta cilindrica que pueda pasar libremente a través del tubo. Sin embargo si el tubo es pandeado helicoidalmente, el diametro efectivo del drift será fuertemente restringido.

El tamaño, longitud y diametro de una herramienta cilindrica, la cual puede pasar libremente a través del tubo pandeado helicoidalmente, puede calcularse desde la forma del tubo

pandeado helicoidalmente⁷. Suponiendo que el diámetro de la herramienta es dado, la longitud de la herramienta puede calcularse por la siguiente ecuación⁷:

$$L_c = 4 [EI(-d_c) / F_p]^{.5} = [(2P^2 / \pi^2 r) (d_d - d_c)]^{.5} \text{---(4.28)}$$

La cual fué obtenida por Lindsay y colaboradores utilizando coordenadas toroidales⁵.

Pandeo de T.R. en pozos horizontales o altamente desviados
 Los resultados teóricos (experimentales), descritos por Yu-Che-chen y colaboradores⁷ para predecir el comportamiento de pandeo en pozos horizontales, condujeron a dos modos de pandeo a los cuales puede estar expuesto un tubo en un agujero horizontal. Estos modos de pandeo son: sinusoidal y helicoidal, Estableciendo que el pandeo se iniciará en una forma sinusoidal a lo largo del lado inferior del agujero a una fuerza compresiva axial dada por⁷:

$$F_{cr} = 2[EI(W/r)]^{.5} \text{---(4.29)}$$

y el pandeo helicoidal no ocurrirá hasta que la fuerza axial alcance un valor dado por

$$F^* = 2(2)^{.5} [EI(W / r)]^{.5} \text{---(4.30)}$$

La discusión de éstas ecuaciones es ilustrada en el apéndice G

V. - DISEÑO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO EN POZOS VERTICALES

El diseño convencional de sartas de tuberías de revestimiento depende de factores de diseño en ruptura, colapso y tensión de las cargas generadas por el peso del tubo colgado, presión de superficie interna, externa y densidades del fluido.

Los efectos de cementación, cambios de temperatura, cambios en área de la sección transversal, flexión y pandeo helicoidal generalmente no se consideran.

El diseño convencional de sartas de T.R. no considera eventos posteriores a la cementación, además, algunos de los factores de diseño que se usan en la industria pueden conducir peligrosamente a sartas con resistencias menores que las requeridas.

No existe un método absoluto para la evaluación del funcionamiento de sartas de T.R. y T.P. Generalmente, ésta evaluación se basa sobre varios mínimos de capacidad de carga establecidos por el API.

En el presente trabajo se incluye, además de los factores de diseño API, el factor de diseño triaxial equivalente.

V.1. -CONSIDERACIONES TEORICAS DE DISEÑO

Toda sarta de tuberías de revestimiento debe de ser diseñada para resistir maneras múltiples de carga que incluyen inicialmente la corrida, cementación y altas presiones diferenciales de presión interna y colapso.

También, las condiciones de operación incluyen frecuentemente cambios significativos en temperatura.

Esencialmente, la eficiencia de vida de una sarta de tuberías de revestimiento inicia en la fase de cementación. Una vez que el cemento se ha colocado, cambios posteriores en las condiciones del pozo generan fuerzas adicionales y esfuerzos en el cuerpo del tubo y conecciones alterando las fuerzas/estado de esfuerzos del tubo. Estos cambios en las fuerzas como un resultado del servicio de carga que puede ser mayor que aquellas generadas durante las operaciones de corrida y cementación. Además, la magnitud de las fuerzas/cambio de presión es una función de las propiedades atribuidas al cemento, por lo tanto, las condiciones de cementación deben considerarse como la causa base sobre la cual todos los cambios posteriores en presión, gradiente de presión y temperatura son adicionados. por tanto, la causa básica más importante es el servicio de carga. Así, múltiples servicios de carga pueden usarse para describir el servicio de vida de las sargas de T.R. Una sarga de T.R. es generalmente total o parcialmente cementada en toda su longitud. En algunas circunstancias especiales las tuberías de revestimiento cortas (liners) son parcialmente cementadas y después se efectúa una cementación forzada en la parte superior (boca del liner). La presión aplicada y las propiedades físicas de los fluidos usados en la

fase de cementación, establecen un gradiente de presión y perfil de temperaturas como perfil de presión fuerza a lo largo de la longitud de la sarta (fig. 10 y 11).

El método de diseño supone que después de fraguado el cemento, un movimiento axial no puede ocurrir abajo de la cima de cemento, Por lo tanto, la fuerza axial de la cementación actuando abajo de la cima de cemento es discretamente despreciada.

Arriba de la cima de cemento la sarta está libre al movimiento axial como un resultado de cualquier cambio de presión o temperatura.^{4o} Por tanto, Únicamente los efectos de cambio promedio en presión y temperatura son considerados y sumados sobre la causa básica (cementación) y de distribución de carga axial.

En la condición de cementación, la carga axial es igual al peso colgado del tubo menos la fuerza de flotación que actúa sobre el fondo de la sarta.

La fuerza de flotación que actúa sobre el fondo de la sarta con flotador/ cerrado (extremo obturado), se muestra en la siguiente ecuación^{4o} :

$$F_b = -P_o A_{o\circ\circ} + (\pi/4)d_t^2 (P_t - P_o) \text{-----(5.1)}$$

Para tubería libre al flujo⁹ (con flotador no cerrado)

$$F_b = -P_o A_{o\circ\circ} \text{-----(5.2)}$$

Y para sargas de T.R. con tie-back^{4o} (sellos de extensión)

$$F_b = P_o (\pi/4)(d_t^2 - d_o^2) - P_t (\pi/4)(d_t^2 - d_i^2) \text{-----(5.3)}$$

Las fuerzas de tensión se consideran positivas y las de compresión negativas.^{4o}

Cualquier cambio geométrico en la sarta, es decir, sarta combinada, resulta en un cambio en la carga axial en el límite

geométrico, es decir, una variación en la fuerza de flotación. La siguiente ecuación se proporciona para calcular el cambio en la fuerza axial causada por un cambio en la geometría de la sarta.⁴⁰

$$\Delta F_{ab} = (\pi/4)[P_i(d_{ia}^2 - d_{ib}^2) - P_o(d_{oa}^2 - d_{ob}^2)] \text{-----}(5.4)$$

Los subíndices a y b indican una propiedad arriba y abajo de la discontinuidad en la geometría.

Cada condición de servicio de carga de la sarta genera por experiencia un perfil de temperatura y presión único (figuras 12 y 13). Así, las fuerzas axiales impuestas sobre el tubo son una función de las fuerzas desde el caso de cementación y entonces resulta la diferencia en presión y temperatura entre la condición de servicio y la de cementación.⁴⁰

Específicamente, a causa de que la tubería es colgada en la parte superior y fijada en el fondo por el cemento, los cambios en el perfil de presión interna/externa no producen únicamente cambios en el esfuerzo radial y tangencial sino también cambios en el esfuerzo axial causados por el efecto de Poisson.

Estos cambios en el esfuerzo axial son sumados discretamente al esfuerzo axial en la parte inferior de tubo, parte superior del cemento, pero sumados sobre un promedio en la base de la sección no cementada. Los efectos de cambios de temperatura son manejados en una forma similar.

La fuerza axial causada por cambios de presión y temperatura son calculados por las siguientes formulas^{40,28}:

$$\Delta F_{ap} = 0.6(\Delta P A_i - \Delta P A_o) \text{-----}(5.5a)$$

y

$$\Delta F_{at} = - 200 \Delta T A_{sec} \text{-----}(5.5b)$$

FACTORES DETERMINANTES DE FUERZA/ESFUERZO EN LA T.R.

$$F\sigma = f(F_b, W, L, S)$$

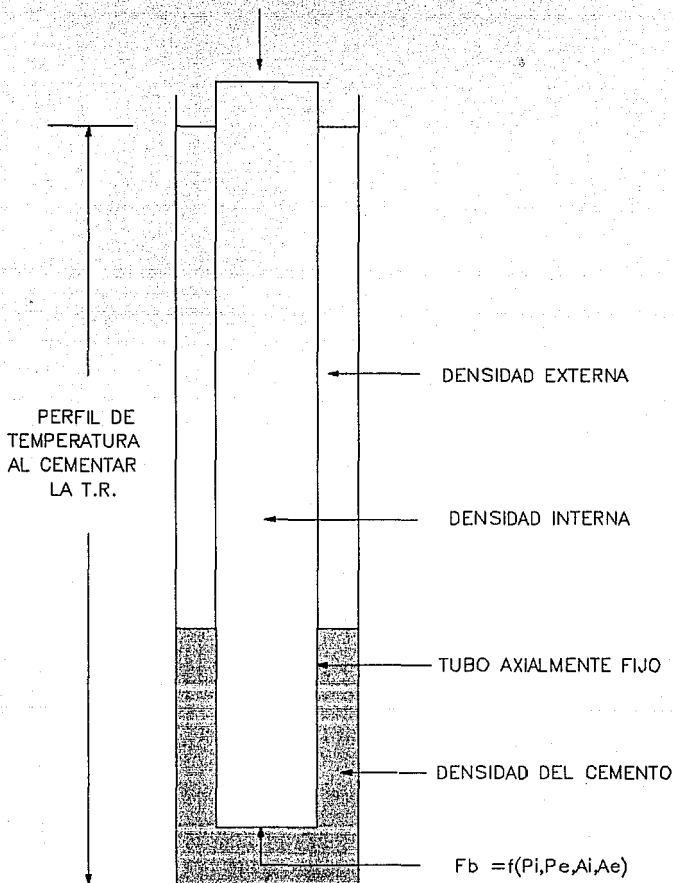


FIGURA 10.- CONDICION INICIAL DE CARGA - CEMENTACION

PERFIL TÍPICO DE CARGA Y TEMPERATURA

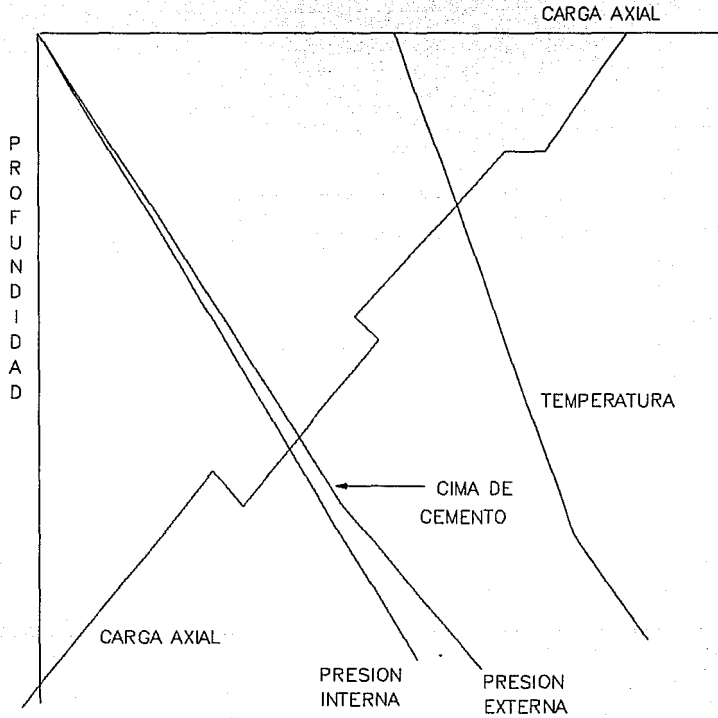


FIGURA 11.—DIAGRAMA DE CARGA -T.R. CEMENTADA

FACTORES DETERMINANTES DE FUERZAS/ESFUERZOS EN LA SARTA DE TUBERIA DE REVESTIMIENTO

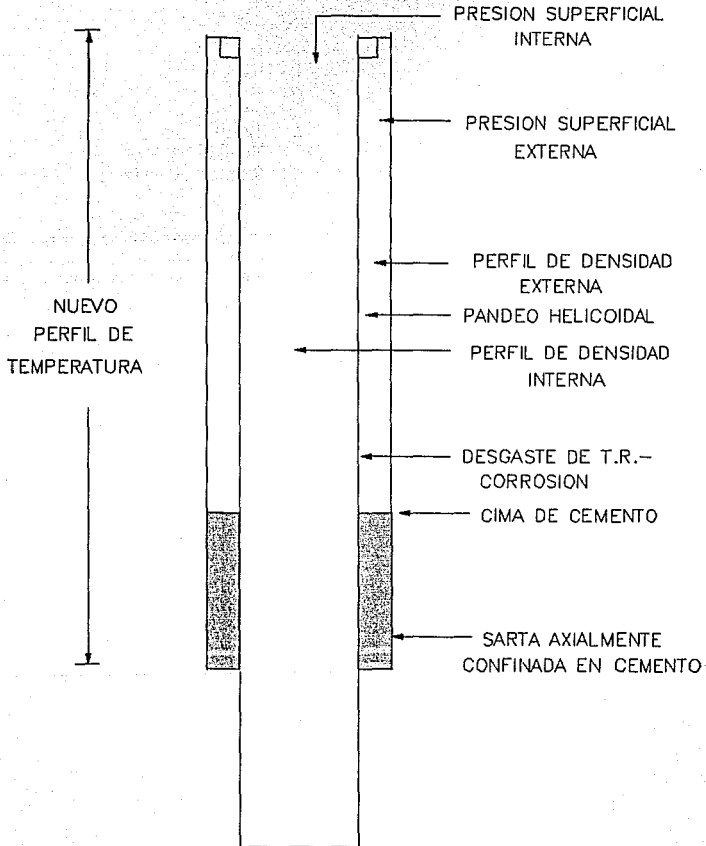


FIGURA 12.—CONDICIONES DE SERVICIO DE CARGA
SOBRE LA TUBERIA DE REVESTIMIENTO CEMENTADA

CASO DE CARGA TIPICO – FUGA DE GAS

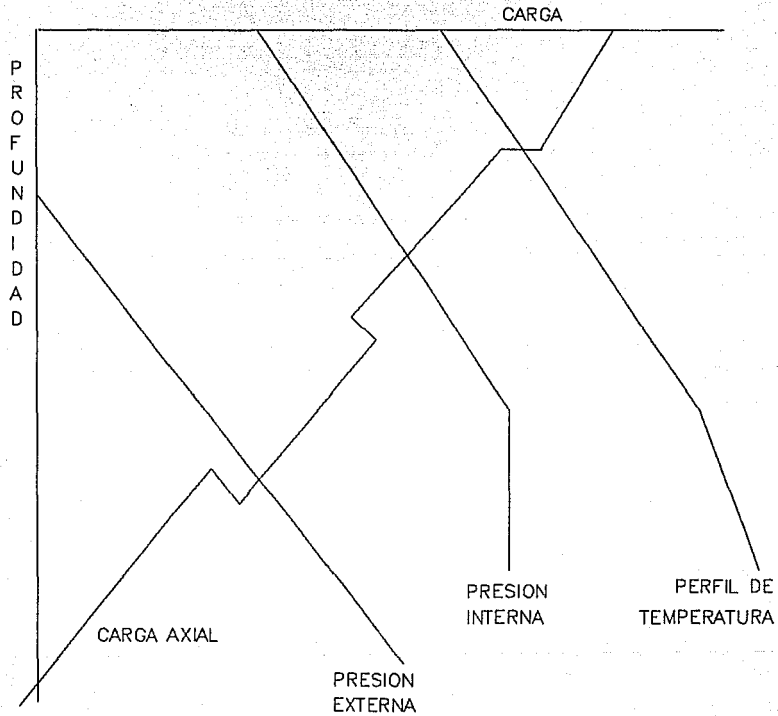


FIGURA 13.- DIAGRAMA DE SERVICIO DE CARGA

Además de los efectos de cambio de presión y temperatura sobre la carga axial en el cuerpo del tubo, un cambio en la fuerza axial en la sarta también puede ocurrir por discontinuidades geométricas como un resultado de cambios en la presión interna/externa en ese punto.¹⁰

Las discontinuidades geométricas pueden ser por un cambio de peso o por un cambio de tamaño en el área de sección transversal del tubo.

Ya que la sarta cementada se supone axialmente fija, los efectos de cambio de presión y de sección transversal del área son muy locales y no se transmiten al cuerpo del tubo.

Por otro lado, arriba de la cima de cemento cualquier cambio en presión a cualquier cambio de área de sección transversal causa una redistribución de la carga axial arriba y abajo de ese punto.

La redistribución en la carga axial es una función de las propiedades de la sarta arriba y abajo del cambio geométrico. El cambio total de fuerza es mostrado en la siguiente ecuación.¹⁰

$$R = \Sigma(A_{\text{ext}} / L)^a / \Sigma(A_{\text{ext}} / L)^b \text{ -----(5.6)}$$

Arriba de la cima de cemento, el cambio promedio en presión y temperatura para la porción entera no cementada es aplicado para las profundidades específicas en los cálculos.

A causa de que la tubería es libre al movimiento radialmente, los esfuerzos radial y tangencial son calculados estrictamente como una función de los perfiles de presión interna/externa.¹⁰

La sección entera de la sarta no cementada es verificada por pandeo durante cada condición de servicio anticipado, ya que

durante operaciones de perforación, generalmente no puede tolerarse el pandeo de la tubería de revestimiento.

Si el pandeo es predicho, fácilmente se pueden hacer cambios en el ajuste de la fuerza de estabilidad ya sea aumentando la cima de cemento o pretensionando la tubería después de que se colocó el cemento.⁶

Los resultados generados en la sarta son más bien triaxiales que biaxiales o uniaxiales como se infiere en la ecuación de capacidad de cargas API. Los tres esfuerzos principales para un cilindro son axial, radial y tangencial.²

Un criterio muy aceptado para cedencia de materiales dúctiles e isotrópicos se basa en conceptos de energía.

En ésta aproximación, la energía total es dividida en dos partes:^{2a} una asociada con el cambio volumétrico del material y la otra causando fracturas de distorsión en el punto de cedencia en simple tensión bajo esfuerzos combinados, así un criterio de cedencia para esfuerzos combinados es establecido.^{2a}

La exposición matemática de ésta teoría, es frecuentemente referida como la condición de cedencia del Henky-Von Mises, σ_{vms} que es proporcionado en la siguiente ecuación:^{2a}

$$\sigma_{vms} = \{0.5 [(\sigma_a - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_a)^2]\}^{1/2} \text{-----(5.7)}$$

Los tres esfuerzos principales son calculados con las siguientes ecuaciones:

Para esfuerzo axial

$$\sigma_a = F_a / A_{o.o.a} \text{-----(5.8)}$$

Para esfuerzo radial²

$$\sigma_{r_o} = - P_o \text{-----} (5.9a)$$

$$\sigma_{r_i} = - P_i \text{-----} (5.9b)$$

Para esfuerzo tangencial²

$$\sigma_{t_o} = (2 P_i r_i^2 - P_o (r_o^2 + r_i^2)) / (r_o^2 - r_i^2) \text{-----} (5.10a)$$

$$\sigma_{t_i} = P_i (r_o^2 + r_i^2) - 2 P_o r_o^2 / (r_o^2 - r_i^2) \text{-----} (5.10b)$$

las expresiones para el esfuerzo radial y tangencial son determinadas de las ecuaciones de Lamé para esfuerzos en un cilindro.²

La comparación directa de los esfuerzos equivalentes Von Mises con la resistencia a la cedencia del material proporcionan un simple factor de dsieño equivalente para todas las cargas simultaneas impuestas sobre la sarta.^{4o}

En virtud de que las fuerzas y presiones son esencialmente lineales sobre intervalos cortos, los cálculos son requeridos únicamente para cambios en la sección transversal o condiciones de frontera en la sarta o ambiente de servicio, por lo tanto, la sarta se dividirá en secciones o nodos para la determinación de fuerzas y presiones actuando arriba y abajo de cada nodo como se ilustra en la figura 14.

Posteriormente podrán calcularse los factores de diseño de capacidad de carga API, el esfuerzo equivalente Von Mises y el factor de diseño de intensidad de esfuerzos.^{4o}

Las cargas críticas determinadas serán graficadas en un diagrama de capacidad de carga triaxial para una mejor comparación de dichas cargas y la resistencia del tubo.⁴⁴

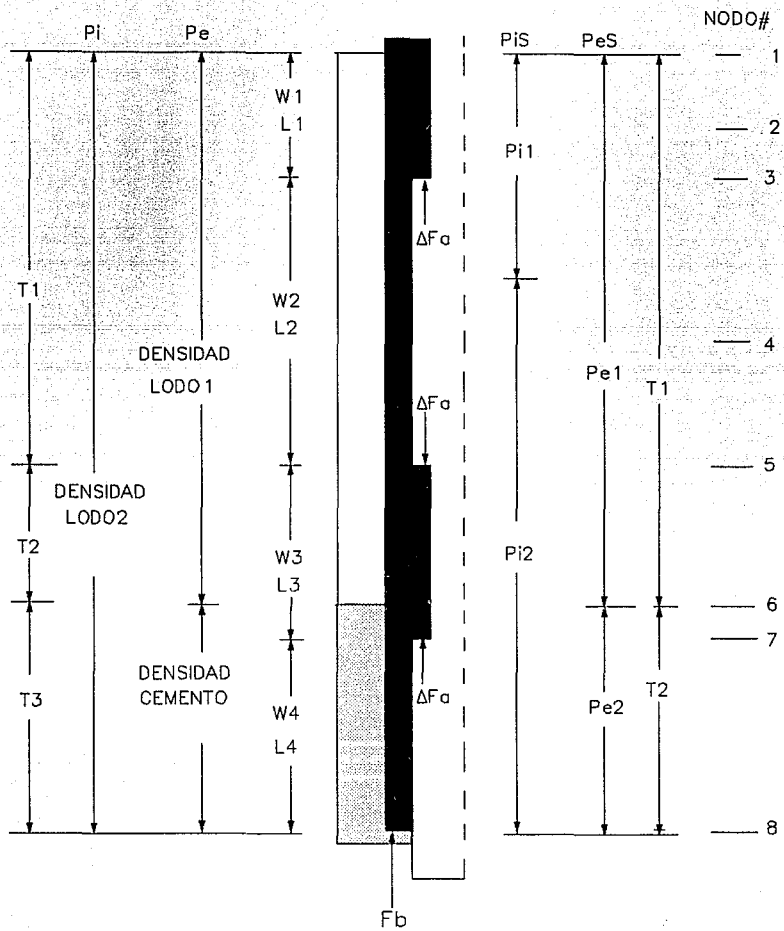


FIGURA 14.- ANALISIS PARA EL DISEÑO DE T.R.

V.2.-GENERACIÓN DE LA ELIPSE TRIAXIAL EQUIVALENTE DE PLASTICIDAD Y VENTANA DE SERVICIO API

El diagrama de capacidad de carga triaxial es una representación del Von Mises equivalente (VME), intensidad de esfuerzo triaxial en relación a la fuerza axial y presión interna o externa.

Ya que el esfuerzo triaxial es definido por éstas tres variables, una operación de normalización es requerida para crear una representación gráfica en dos dimensiones.⁴⁴

Un número de parámetros para el entendimiento de un diagrama de capacidad de carga triaxial son definidos como sigue:

Para la generación de la elipse de plasticidad es necesario considerar las tolerancias de manufactura especificadas por el API.

La tolerancia común sobre las dimensiones del cuerpo del tubo son :

El diámetro nominal puede variar de + 0.75 a - 0.75%

El espesor de pared puede variar de - 12.5% a 0

El peso por pie puede variar de -3.5% a 6.5%

Así, el tubo mínimo y máximo tienen la combinación de dimensiones que produce el esfuerzo triaxial máximo y mínimo,⁴⁴ respectivamente en la ecuación 5.16 para una carga dada de F_a , P_i , P_e . La máxima relación d/t de esfuerzo de cedencia máximo y la mínima relación d/t de esfuerzo mínimo de cedencia en la superficie del diámetro interior del tubo. La especificación de peso mínimo no se usa a causa de que no garantiza la mínima área de sección transversal a lo largo de toda la longitud del tubo.²⁴

De ésta manera, conociendo el diámetro nominal y espesor de pared del tubo en consideración puede calcularse el diámetro y espesor máximo y mínimo como sigue:⁴⁴

$$d_{\max} = 1.0075 d_{\text{nom}}$$

$$A_{p\max} = 1.065 A_{p\text{nom}}$$

$$t_{\min} = 0.875 t_{\text{nom}}$$

$$d_{\min} = .9925 d_{\text{nom}}$$

$$t_{\max} = 0.5 [d_{\min}^2 - (4 / \pi) A_{p\max}]^{.5}$$

Bajo éstas consideraciones se pueden obtener las relaciones $(d/t)_{\min}$, $(d/t)_{\max}$, y $(d/t)_{\text{nom}}$.

El tubo mínimo²⁴ API es definido teniendo las dimensiones que produce el máximo esfuerzo triaxial y corresponde a la máxima relación diámetro exterior/espesor, ésto es (d_{\max} / t_{\min}) .

Una vez consideradas las tolerancias dimensionales se procede como sigue:

Iniciando con la ecuación para esfuerzo triaxial en un material isotrópico²²:

$$2 \sigma_{\text{vmo}}^2 = (\sigma_a - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_a)^2 \text{-----(5.11)}$$

y refiriendonos a la ecuación de Lamé para esfuerzos radial (σ_r) y tangencial (σ_t) desarrollados en la pared de un cilindro debido a la aplicación de presión interna y externa donde²:

$$\sigma_r = \frac{d_t^2 P_i - d_o^2 P_o}{(d_o^2 - d_t^2)} - \frac{d_t^2 d_o^2 (P_i - P_o)}{(d_o^2 - d_t^2) r^2} \text{-----(2)}$$

y

$$\sigma_t = \frac{d_t^2 P_i - d_o^2 P_o}{(d_o^2 - d_t^2)} + \frac{d_t^2 d_o^2 (P_i - P_o)}{(d_o^2 - d_t^2) r^2} \text{-----(3)}$$

donde:

r: es el radio al cual σ_r y σ_t son medidos

d_i : diámetro interior del tubo

d_o : diámetro exterior del tubo

P_i : presión interna

P_o : presión externa

En la derivación propuesta por Johnson, Jellison y Klementich,¹⁰ muestra que el máximo esfuerzo triaxial ocurre en la superficie del diámetro interior del tubo. Esta derivación se reduce a:

$$\sigma_r = - P_i \text{ -----(5.14)}$$

y

$$\sigma_t = \frac{d_o^2 + d_i^2}{d_o^2 - d_i^2} P_i - \frac{2 d_o^2}{d_o^2 - d_i^2} P_o \text{ -----(5.15)}$$

Sustituyendo estas ecuaciones en la ecuación 1 y reorganizando:

$$\sigma_{vm\phi} = \sigma_a^2 + (C_1 P_i + C_2 P_o) \sigma_a + C_3 P_i^2 + C_4 P_o^2 + C_5 P_i P_o \text{ -----(5.16)}$$

donde:

$$C = (d/t)^2 / (2*(d/t - 1))$$

$$C_1 = 2 - C$$

$$C_2 = C$$

$$C_3 = C^2 - C + 1$$

$$C_4 = C^2$$

$$C_5 = -2C^2 + C$$

Para obtener los valores que generan la elipse triaxial equivalente de plasticidad se procede como sigue:

- 1.- Conociendo las características del tubo se hace $\sigma_{vm\phi} =$ resistencia de cedencia mínima del material.
- 2.- Se varía la fuerza axial como se desee hasta el valor de

resistencia mínima a la tensión de la sarta en turno recordando que: $\sigma_a = F_a / A_{app}$

3.- Para cada valor de σ_a o F_a se hace $P_i = 0$ ó $P_o = 0$ y se calcula la otra presión en forma alternada con la ecuación cuadrática resultante (ecuación 5.16)

De ésta forma se obtienen los valores de P_i y P_o para cada F_a dada, recordando que el tubo mínimo es el recomendado por el API, ésto es, se usará la relación (d_{max}/t_{min}) .

Además, éstos valores serán afectados por un factor de diseño triaxial de 1.1 a 1.25 los cuales son recomendados⁴⁴ para acercarse lo menos posible a la resistencia mínima de cedencia de la tubería.

5.- Los valores obtenidos en el punto 3 serán graficados para obtener la configuración de la elipse de plasticidad triaxial equivalente y la afectada por el factor de diseño.

La ventana de operación de servicio API se construye graficando los datos de resistencia al colapso, presión interna y resistencia a la tensión afectados por el factor de diseño adecuado, además el efecto biaxial de tensión sobre la resistencia al colapso deberá incluirse.⁴⁴

6.- un servicio de carga es definido a una profundidad particular por valores específicos de F_a , P_i , P_o ya que éstas tres variables no pueden graficarse al mismo tiempo sobre un diagrama de 2D, puede usarse un proceso de normalización, ésto se ejecuta haciendo el mínimo de $(P_i, P_o) = 0$ PSI y recalculando la otra presión por el uso de la ecuación 5.16 con σ_{vmo} y F_a definidos por el servicio de carga. El procedimiento de normalización no puede usarse si la superficie tridimensional de esfuerzo triaxial constante no intersecta el plano de $P_i = 0$

o el plano de $P_o = 0$ PSI, ésto ocurre cuando la magnitud de σ_a es mayor que $\sigma_{v_{m\phi}}$ para cargas de ruptura en compresión y por cargas de colapso en tensión.

V.3. - EJEMPLO ILUSTRATIVO DE DISEÑO

Para ilustrar la diferencia entre un diseño convencional de tuberías de revestimiento, y el diseño por análisis triaxial, considerese el siguiente ejemplo.⁴⁰

Una sarta de T.R. es corrida a 14000 pies, (4267 m.), en lodo de 9.5 lb/gal, (1.14gr/cc), la tubería se cementará con una lechada de cemento de 15.6 lb/gal, (1.87 gr/cc) cubriendo una longitud de 1000 pies, (304 m), ésto es, la cima de cemento se encontrará a 13000 pies (3963 m).

Posteriormente se continuará perforando con lodo de 13 lb/gal, (1.57 gr/cc), y se utilizará un liner de producción pero no tubería de extensión.

En la terminación del pozo se tendrá un fluido empacador bajo balanceado de KCl con una densidad de 8.4 lb/gal, (1.008 gr/cc), o salmuera pesada de 12.5 lb/gal, (1.5gr/cc), y considerando que existe una fuga en la tubería de producción, cerca de la superficie con una presión de cierre anticipada de 5000 PSI, (352 kg/cm²).

Posterior a la terminación, el pozo requerirá de una estimulación, considerando un fluido empacador de 8.4 lb/gal, y una presión en la cabeza del pozo de 5000 PSI, (352 kg/cm²).

En virtud de que el pozo será productor de gas se considera la tubería completamente vacía al final de su vida productiva.

Sobre las bases del criterio de diseño convencional, la siguiente sarta fué seleccionada: T.R. 7 ⁵/₈" , C-95, 29.7 lb/pie LT&C. Esta T.R. posee alto grado de resistencia al colapso, los factores de diseño de capacidad de carga proporcionados fueron los siguientes:

Factor de diseño a presión interna: 1.17, factor de diseño al colapso: 1.03 y factor de diseño a tensión:1.87.

Bajo las bases de diseño por análisis triaxial, se evaluará la sarta para cada condición de carga anticipada, con el fin de obtener los factores de diseño exactos para cada caso (condición de carga crítica). Debido a que el calculo de de fuerzas y esfuerzos para cada condición de carga anticipada es muy laborioso, se ha desarrollado un programa de computo cuyos datos de entrada, diagrama de flujo y resultados obtenidos se muestran a continuación

DATOS QUE REQUIERE EL PROGRAMA PARA EL DISEÑO DE TUBERIAS DE
REVESTIMIENTO POR ANALISIS TRIAXIAL EN POZOS VERTICALES

Los datos iniciales son:

Profundidad de asentamiento de T.R. (M.)

Profundidad de la cima de cemento (M.)

Diámetro del agujero (pg)

Densidad del lodo (gr/cc)

Densidad del cemento (gr/cc)

Temperatura en la cima de cemento al momento de cementar ($^{\circ}$ C)

Numero de secciones (adim)

Longitud de cada sección (M.)

Profundidad de asentamiento de cada sección (M.)

Diámetro exterior del tubo (pg)

Diámetro interior del tubo (pg)

Espesor nominal de la pared del tubo (pg)

Peso unitario (lb/pie)

Diámetro del drift (pg)

Resistencia a la tensión de la junta (lbf)

Resistencia al estallamiento (presión interna), (psi)

Resistencia mínima de cedencia del cuerpo del tubo (psi)

Numero de nodos

Profundidad de cada nodo (M)

Para cada condición de carga anticipada los datos requeridos
son:

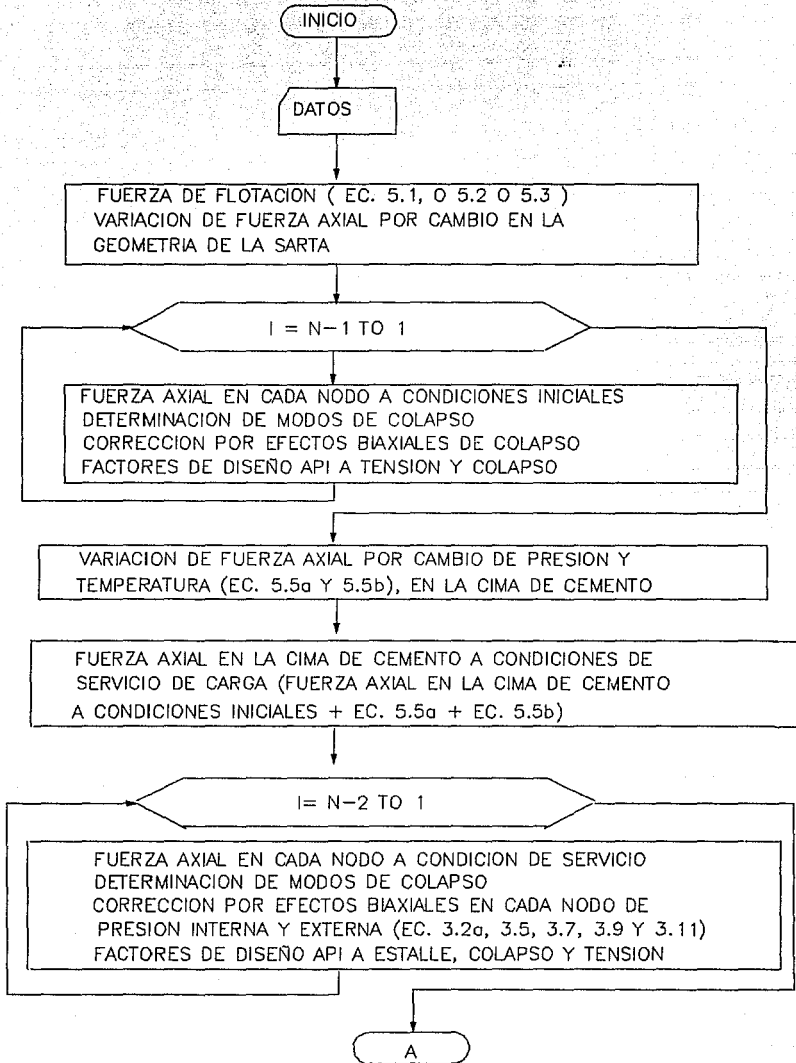
Densidad en el interior de T.R. (lb/gal)

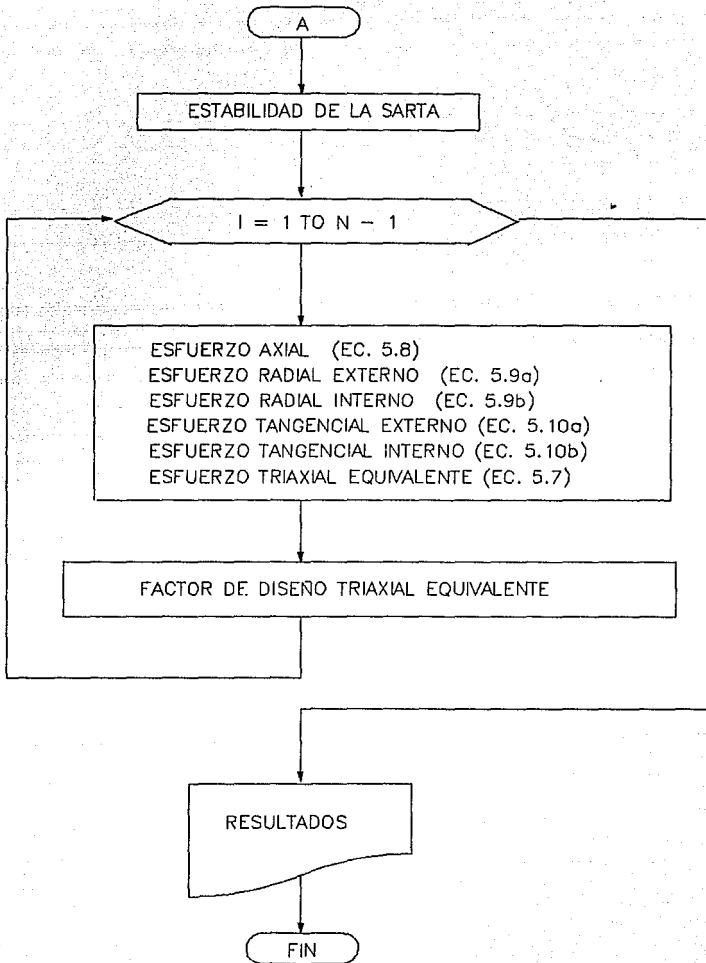
Presión en la cabeza del pozo (psi)

Temperatura a condición de servicio ($^{\circ}$ C)

Diámetro de herramienta que se desee introducir (pg)

DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL DISEÑO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO EN POZOS VERTICALES





DATOS DE LA CEMENTACION DE T.R.

```

-----
DIAMETRO DEL AGUJERO (PG):          10
PROFUNDIDAD DE ASENTAMIENTO (M.):    4267
PROFUNDIDAD CIMA DE CEMENTO (M.):    3962
DENSIDAD DE LODO (GR/CC):            1.14
DENSIDAD DE CEMENTO (GR/CC):         1.87
TEMPERATURA INICIAL EN CIMA DE CEMENTO 9C: 89.4
    
```

CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO: CEMENTACION

FACTORES DE DISEÑO API

NODO	PROF (M)	FZA.AXIAL (LBF)	RES. COLAPSO (PSI)	PRESION		TENSION
				INTERNA	EXTERNA	
				-----	-----	
1	0	342256	3522	0.00	0.00	1.92
2	914	253195	3947	0.00	0.00	2.60
3	1524	193757	4202	0.00	0.00	3.40
4	3048	45257	4917	0.00	0.00	14.56
5	3962	-43804	5331	0.00	0.00	-15.04
6	4267	-73523	5454	0.00	17.23	-8.96

TUBERIA POR ANALIZAR

RESISTENCIA A

PROFUNDIDAD (M)	DIAMETRO (PG)	GRADO	PESO (LB/P)	P. INTERNA (PSI)	COLAPSO (PSI)	TENSION (LBF)
0- 4267	7.625	C- 95	29.7	8176	5130	658764

TUBERIA DE REVESTIMIENTO VACIA

PRESION EN LA CABEZA DEL POZO (KG/CM²): 0.00
 DENSIDAD DEL FLUIDO EN INETRIOR DE T.R. (G/CC): 0.00
 TEMPERATURA EN LA CIMA DE CEMENTO (°C): 113.00

PRESIONES

NODO	PROF (M)	INTERNA (PSI)	EXTERNA (PSI)	DIFERENCIAL (PSI)
1	0	0	0	0
2	914	0	1481	1481
3	1524	0	2469	2469
4	3048	0	4939	4939
5	3962	0	6421	6421

CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO

FACTORES DE DISEÑO API A

NODO	PROF. (M)	FZA. AXIAL (LBF)	RES. COLAPSO (PSI)	COLAPSO	TENSION
1	0	234460	4029	0.00	2.81
2	914	145400	4394	2.97	4.53
3	1524	85961	4704	1.90	7.66
4	3048	-62539	5409	1.10	-10.53
5	3962	-151599	5741	0.89	-4.35

SARTA SEGURA DE PANDEO

 CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO

 FACTORES DE DISEÑO API A

NODO	PROF. (M)	FZA. AXIAL (LBF)	RES. A P. INT. (PSI)	ESTALLAMIENTO	TENSION
1	0	234460	9097	0.00	2.81
2	914	145400	8809	5.95	4.53
3	1524	85961	8574	3.47	7.66
4	3048	-62539	7842	1.59	-10.53
5	3962	-151599	7304	1.14	-4.35

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO

NODO	PROF (M)	R A D I A L		ESFUERZO TANGENCIAL	
		INTERNA (PSI)	EXTERNA (PSI)	INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)
1	0	0	0	0	0
2	914	0	1481	-15840	-14358
3	1524	0	2469	-26411	-23941
4	3048	0	4939	-52821	-47881
5	3962	0	6421	-68661	-62239

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO

NODO	PROF (M)	E S F U E R Z O			FACTOR DE DISEÑO
		AXIAL (LBF)	VMEMAX (PSI)	VMEPROM (PSI)	
1	0	27450	27450	27450	3.46
2	914	17023	28466	27894	3.34
3	1524	10064	32628	31207	2.91
4	3048	-7322	49567	45684	1.92
5	3962	-17750	61730	56417	1.54

PROFUNDIZACION DEL POZO

PRESION EN LA CABEZA DEL POZO (KG/CM²): 0.00
 DENSIDAD DEL FLUIDO EN INETRIOR DE T.R. (G/CC): 1.56
 TEMPERATURA EN LA CIMA DE CEMENTO (°C): 116.00

PRESIONES

NODO	PROF (M)	INTERNA (PSI)	EXTERNA (PSI)	DIFERENCIAL (PSI)
1	0	0	0	0
2	914	2027	1481	545
3	1524	3379	2469	909
4	3048	6759	4939	1819
5	3962	8787	6421	2365

CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO

FACTORES DE DISEÑO API A

NODO	PROF. (M)	FZA. AXIAL (LBF)	RES. COLAPSO (PSI)	COLAPSO	TENSION
1	0	327708	3595	0.00	2.01
2	914	238647	4011	2.21	2.76
3	1524	179208	4261	4.68	3.68
4	3048	30708	4989	2.74	21.45
5	3962	-58352	5392	2.28	-11.29

CONDICIONES DE TUBO PANDEADO:

CIMA DE INTERVALO PANDEADO (M.): 3098
 FUERZA DE PANDEO (LBF): -91329
 SEVERIDAD DE LA HELICE (GRAD/30M): 2.21
 RADIO DE CURVATURA DE LA HELICE (M.): 790.75
 PITCH HELICOIDAL (M): 30.68472
 LONGITUD DE HERRAMIENTA (M.): 5
 DIAMETRO DE LA HERRAMIENTA (PG): 6.56
 ESFUERZO DE FLEXION INTERNO (PSI): 3312
 ESFUERZO DE FLEXION EXTERNO (PSI): 3674
 FUERZA DE ESTABILIDAD (LBF): 32976.48

PARA PREVENIR PANDEO SE REQUIERE ELEGIR UNA DE LAS TRES OPCIONES:

FUERZA AXIAL ADICIONAL EN CIMA CEMENTO (LBF): 91328.25
 PRESION EN LA CABEZA DEL POZO AL INSTALAR T.R. (PSI): 2460.191
 AUMENTAR UNA LONGITUD DE CEMENTO DE (M): 846

 CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO

 FACTORES DE DISEÑO API A

NODO	PROF. (M)	FZA. AXIAL (LBF)	RES. A P. INT. (PSI)	ESTALLAMIENTO	TENSION
1	0	327708	9310	0.00	2.01
2	914	238647	9108	16.69	2.76
3	1524	179208	8927	9.81	3.68
4	3048	30708	8326	4.57	21.45
5	3962	-58352	7866	3.33	-11.29

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO

NODO	PROF (M)	R A D I A L		ESFUERZO TANGENCIAL	
		INTERNA (PSI)	EXTERNA (PSI)	INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)
1	0	0	0	0	0
2	914	2027	1481	3808	3262
3	1524	3379	2469	6350	5440
4	3048	6759	4939	12700	10880
5	3962	8787	6421	16508	14143

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO

NODO	PROF (M)	E S F U E R Z O			FACTOR DE DISEÑO
		AXIAL (LBF)	VMEMAX (PSI)	VMEPROM (PSI)	VMEMIN
1	0	38367	38367	38367	2.48
2	914	27940	27518	27439	3.45
3	1524	20981	21239	20952	4.47
4	3048	3595	16864	15289	5.63
5	3962	-6832	24377	22574	3.90

ESTIMULACION

PRESION EN LA CABEZA DEL POZO (KG/CM²): 352.00
 DENSIDAD DEL FLUIDO EN INETRIOR DE T.R. (G/CC): 1.10
 TEMPERATURA EN LA CIMA DE CEMENTO (°C): 26.00

PRESIONES

NODO	PROF (M)	INTERNA (PSI)	EXTERNA (PSI)	DIFERENCIAL (PSI)
1	0	4998	0	4998
2	914	6427	1481	4946
3	1524	7381	2469	4911
4	3048	9765	4939	4825
5	3962	11194	6421	4773

CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO

FACTORES DE DISEÑO API A

NODO	PROF. (M)	FZA. AXIAL (LBF)	RES. COLAPSO (PSI)	COLAPSO	TENSION
1	0	492885	2674	0.54	1.34
2	914	403825	3197	0.65	1.63
3	1524	344386	3511	0.71	1.91
4	3048	195886	4193	0.87	3.36
5	3962	106825	4590	0.96	6.17

CONDICIONES DE TUBO PANDEADO:

CIMA DE INTERVALO PANDEADO (M.): 3771
 FUERZA DE PANDEO (LBF): -15517
 SEVERIDAD DE LA HELICE (GRAD/30M): 0.38
 RADIO DE CURVATURA DE LA HELICE (M.): 4654.20
 PITCH HELICOIDAL (M): 74.44321
 LONGITUD DE HERRAMIENTA (M.): 13
 DIAMETRO DE LA HERRAMIENTA (PG): 6.56
 ESFUERZO DE FLEXION INTERNO (PSI): 562
 ESFUERZO DE FLEXION EXTERNO (PSI): 624
 FUERZA DE ESTABILIDAD (LBF): 122342.6
 PARA PREVENIR PANDEO SE REQUIERE ELEGIR UNA DE LAS TRES OPCIONES:
 FUERZA AXIAL ADICIONAL EN CIMA CEMENTO (LBF): 15516.7
 PRESION EN LA CABEZA DEL POZO AL INSTALAR T.R. (PSI): 417.9874
 AUMENTAR UNA LONGITUD DE CEMENTO DE (M): 143

 CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO

 FACTORES DE DISEÑO API A

NODO	PROF. (M)	FZA. AXIAL (LBF)	RES. A P. INT. (PSI)	ESTALLAMIENTO	TENSION
1	0	492885	9436	1.89	1.34
2	914	403825	9412	1.90	1.63
3	1524	344386	9338	1.90	1.91
4	3048	195886	8982	1.86	3.36
5	3962	106825	8660	1.81	6.17

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO

NODO	PROF (M)	R A D I A L		ESFUERZO TANGENCIAL	
		INTERNA (PSI)	EXTERNA (PSI)	INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)
1	0	4998	0	48447	43448
2	914	6427	1481	46462	41515
3	1524	7381	2469	45137	40225
4	3048	9765	4939	41827	37002
5	3962	11194	6421	39841	35068

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO

NODO	PROF (M)	E S F U E R Z O				FACTOR DE DISEÑO
		AXIAL (LBF)	VMEMAX (PSI)	VMEPROM (PSI)	VMEMIN	
1	0	57706	58626	55344	1.62	
2	914	47279	53303	49726	1.78	
3	1524	40320	50283	46513	1.89	
4	3048	22934	45210	41091	2.10	
5	3962	12507	44236	40106	2.15	

FUGA EN LA TUBERIA DE PRODUCCION

PRESION EN LA CABEZA DEL POZO (KG/CM²): 352.00
 DENSIDAD DEL FLUIDO EN INETRIOR DE T.R. (G/CC): 1.50
 TEMPERATURA EN LA CIMA DE CEMENTO (°C): 127.00

PRESIONES

NODO	PROF (M)	INTERNA (PSI)	EXTERNA (PSI)	DIFERENCIAL (PSI)
1	0	4998	0	4998
2	914	6947	1481	5466
3	1524	8248	2469	5778
4	3048	11498	4939	6558
5	3962	13447	6421	7026

CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO

FACTORES DE DISEÑO API A

NODO	PROF. (M)	FZA. AXIAL (LBF)	RES. COLAPSO (PSI)	COLAPSO	TENSION
1	0	362698	3417	0.68	1.82
2	914	273637	3854	0.71	2.41
3	1524	214198	4117	0.71	3.08
4	3048	65699	4812	0.73	10.03
5	3962	-23362	5242	0.75	-28.20

CONDICIONES DE TUBO PANDEADO:

CIMA DE INTERVALO PANDEADO (M.): 1726
 FUERZA DE PANDEO (LBF): -229345
 SEVERIDAD DE LA HELICE (GRAD/30M): 5.55
 RADIO DE CURVATURA DE LA HELICE (M.): 314.89
 PITCH HELICOIDAL (M): 19.36336
 LONGITUD DE HERRAMIENTA (M.): 3
 DIAMETRO DE LA HERRAMIENTA (PG): 6.56
 ESFUERZO DE FLEXION INTERNO (PSI): 8318
 ESFUERZO DE FLEXION EXTERNO (PSI): 9226
 FUERZA DE ESTABILIDAD (LBF): 205983.1
 PARA PREVENIR PANDEO SE REQUIERE ELEGIR UNA DE LAS TRES OPCIONES:
 FUERZA AXIAL ADICIONAL EN CIMA CEMENTO (LBF): 229344.5
 PRESION EN LA CABEZA DEL POZO AL INSTALAR T.R. (PSI): 6178.059
 AUMENTAR UNA LONGITUD DE CEMENTO DE (M): 2126

DATOS PARA LA GENERACION DE LA ELIPSE TRIAXIAL ALTERADA
TUBO MINIMO

```

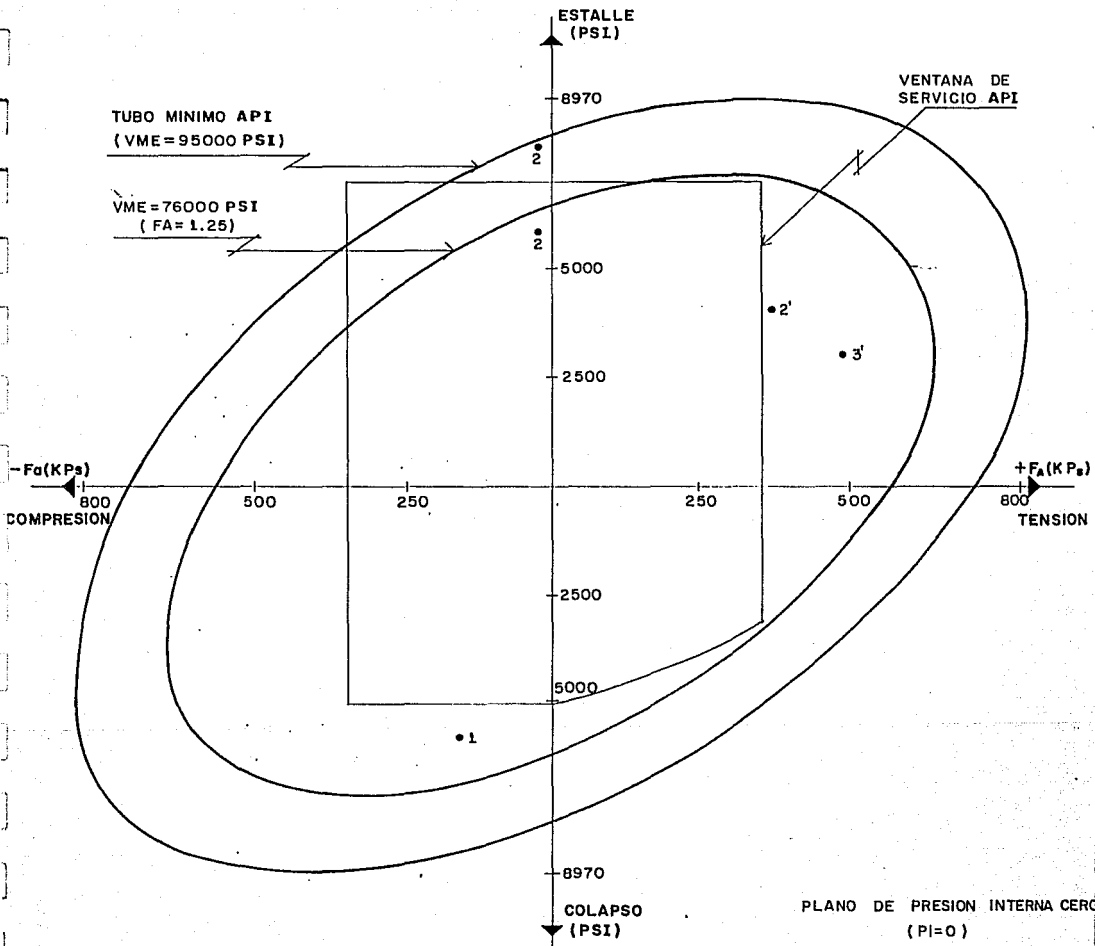
*****
ESFUERZO AXIAL  FUERZA AXIAL          P.INT          P.EXT
*****
-105001          -795987          -3099          -6542
-104001          -788406          -2490          -6723
-103001          -780826          -2062          -6884
-102001          -773245          -1709          -7029
-101001          -765664          -1402          -7161
-100001          -758083          -1125          -7282
-95001           -720179          -1             -7768
-90001           -682275          886            -8121
-85001           -644371          1641           -8386
-80001           -606467          2307           -8586
-75000           -568562          2907           -8735
-70001           -530658          3455           -8843
-65001           -492754          3959           -8915
-60001           -454850          4425           -8956
-55001           -416946          4859           -8970
-50001           -379042          5264           -8959
-45001           -341138          5642           -8924
-40001           -303234          5995           -8869
-35001           -265329          6326           -8793
-30001           -227425          6635           -8699
-25001           -189521          6923           -8586
-20001           -151617          7191           -8456
-15001           -113713          7441           -8309
-10001           -75809           7671           -8145
-5001            -37905          7883           -7965
0                0                8077           -7768
4999            37904           8253           -7556
9999            75808           8411           -7327
15001           113721          8550           -7082
19999           151616          8670           -6820
24999           189520          8772           -6542
29999           227424          8853           -6245
34999           265328          8914           -5931
39999           303233          8953           -5598
44999           341137          8970           -5245
49999           379041          8961           -4870
54999           416945          8927           -4472
59999           454849          8862           -4050
64999           492753          8766           -3600
69999           530657          8631           -3119
75000           568562          8454           -2602
79999           606466          8224           -2044
84999           644370          7927           -1435
89999           682274          7542           -761
94999           720178          7025           0
99999           758082          6271           896
100999          765663          6068           1099
101999          773244          5834           1312
102999          780825          5556           1539
103999          788405          5202           1782
104999          795986          4666           2045

```

PRESIONES CORREGIDAS POR EFECTOS BIAXIALES
 PARA GRAFICACION DE VENTANA DE SERVICIO

ESFUERZO AXIAL (PSI)	FUERZA AXIAL (LBF)	P. AL COLAPSO (PSI)	P. INTERNA (PSI)
0	0	-5137	8176
5853	50000	-4894	8416
11707	100000	-4629	8633
17561	150000	-4378	8826
23415	200000	-4177	8995
29269	250000	-3962	9139
35123	300000	-3731	9256
41244	352280	-3472	9350

PLANO DE PRESION EXTERNA CERO
($P_e=0$)



PLANO DE PRESION INTERNA CERO
($P_i=0$)

Fig. 15- DIAGRAMA DE CAPACIDAD DE CARGA TRIAXIAL Y VENTANA DE SERVICIO API PARA T.R. 7%, C-95, 29.7 Lb/pla

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

V. 4. - ANALISIS DE RESULTADOS DE DISEÑO EN POZOS VERTICALES

En la elipse triaxial de plasticidad (figura 15), Únicamente se muestran las condiciones de servicio más severas. Note que en la condición de T.R. vacía (1), el factor de diseño por colapso en la cima de cemento es 0.89. Este servicio de carga está fuera de los límites de operación API definidos por el factor de diseño al colapso de 1.03 sobre el cuerpo del tubo. Sin embargo, el diseño es adecuado para estas condiciones ya que el factor de diseño mínimo de esfuerzo triaxial (1.54), es mayor al factor de diseño triaxial equivalente de 1.25.

Las condiciones más severas de carga por presión diferencial interna (factor de diseño API de 1.15), es en la cima de cemento durante la fuga en la tubería de producción. Este servicio de carga al igual que en el anterior, está fuera de los límites de operación API definidos por el factor de diseño al estallamiento de 1.17, sin embargo, el diseño es adecuado para esta condición ya que el factor de diseño mínimo de esfuerzo triaxial (1.35), es mayor a 1.25.

Las condiciones de estimulación (3), y fuga en la tubería de producción (2), son los casos más altos por tensión (1.34, y 1.82 respectivamente), los cuales se encuentran fuera de los límites de operación API definidos por un factor de diseño de 1.87. Sin embargo el diagrama muestra que el diseño es adecuado para estas condiciones ya que el factor de diseño triaxial equivalente es mayor a 1.25 para ambos casos.

De acuerdo a los resultados obtenidos, las condiciones más críticas por pandeo helicoidal se tienen durante la fuga en la tubería de producción, de las tres opciones, resulta

recomendable aumentar una longitud de cemento de 2126m., ya que el aumento de presión en la cabeza del pozo al instalar la sarta rebasa la resistencia a la presión interna de la tubería y el aumento de carga axial en la cima de cemento rebasa la resistencia a la tensión de la junta, note además, que las juntas son de resistencia limitada.

VI.-DISEÑO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO EN POZOS HORIZONTALES

Los pozos horizontales se clasifican según el ritmo de construcción de la curva, en pozos de radio corto ($>30^\circ/30.5m$), radio medio (de 6 a $30^\circ/30.5m$), y radio largo hasta $6^\circ/30.5m$.

Las curvas más frecuentemente construidas son las de radio medio y radio largo o una combinación entre ambas y se clasifican en los siguientes tipos:

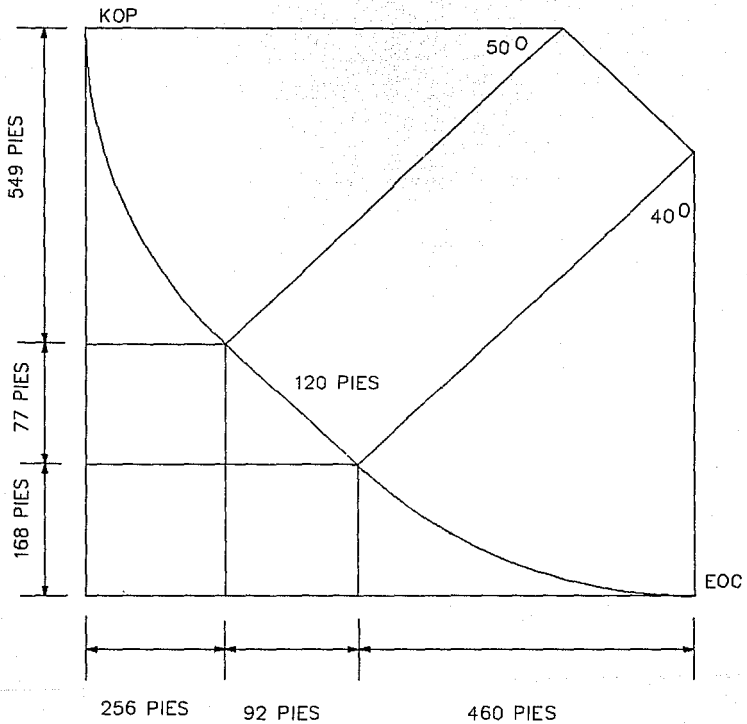
Tipo tangente.- Está formada por un segmento de curva en la sección superior y otra en la sección inferior, conectadas mediante una sección tangente⁴⁶ (figura 16).

Tangente simple.- Este diseño considera las dos secciones curvas (superior e inferior), con un ritmo de construcción igual.⁴⁶

Tangente compuesta.- Este diseño difiere del anterior en que ambas secciones curvas son diferentes en su ritmo de construcción. Este procedimiento tiene la ventaja de obtener una mejor aproximación en la profundidad vertical del objetivo.⁴⁶

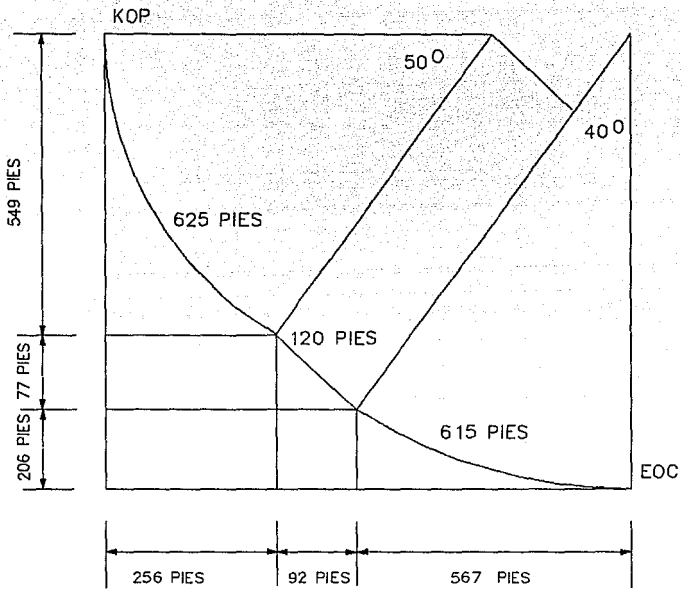
Tipo simple.- Con éste tipo de curvas se obtiene un mayor margen de tolerancia en la profundidad vertical del objetivo comparado con los otros tipos de curvas⁴⁶ (figura 17). Este tipo de curva se utiliza en áreas donde ya se tiene experiencia del uso de la tecnología de perforación horizontal y se conoce el área por perforar.

Curva ideal.- La curva tipo ideal conjuga las ventajas de los diseños anteriores y prácticamente consiste en eliminar la sección tangente de la curva tipo tangente compuesta, y es la que proporciona menor longitud y desplazamiento de la curva.⁴⁶



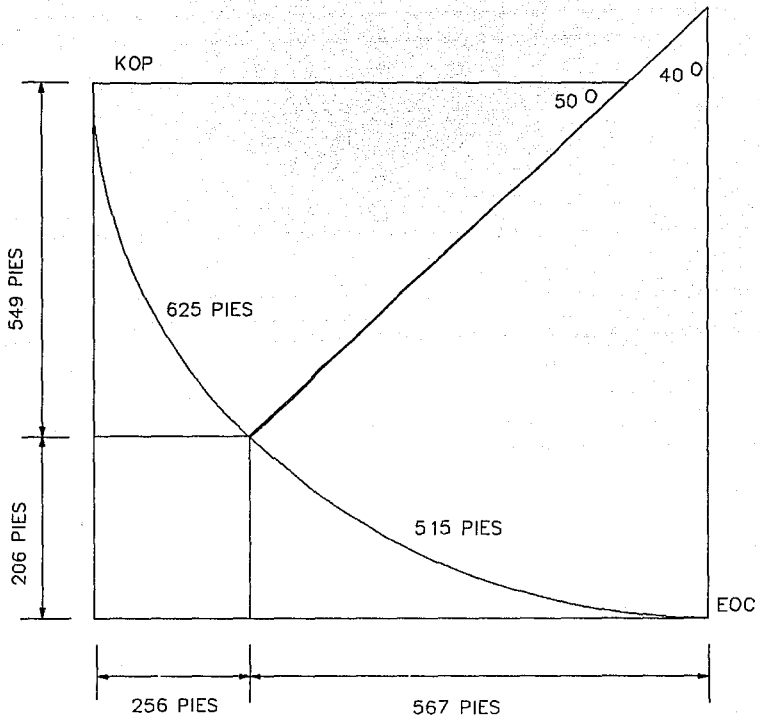
SEVERIDAD DE LA CURVA 8 GRADOS/100 PIES
 INCLINACION DE LA TANGENTE 50 GRADOS
 LONGITUD DE LA TANGENTE 120 PIES

FIGURA 16.— CURVA TIPO TANGENTE SIMPLE



SEVERIDAD DE LA PRIMER CURVA 8 GRADOS/100PIES
 SEVERIDAD DE LA SEGUNDA CURVA 6.5 GRADOS/100PIES
 LONGITUD DE LA TANGENTE 120 PIES
 INCLINACION DE LA TANGENTE 50 GRADOS

FIGURA 17.- CURVA TIPO TANGENTE COMPUESTA



SEVERIDAD DE LA PRIMER CURVA 8 GRADOS/100 PIES
 SEVERIDAD DE LA SEGUNDA CURVA 6.5 GRADOS/100 PIES

FIGURA 18.— CURVA TIPO IDEAL

con menor tolerancia en la profundidad vertical en el objetivo (figura 18).

Sección horizontal.- Una sección horizontal inicia a definirse a partir de 80° de inclinación con respecto al plano del echado de la formación objetivo.⁴⁶ Un aspecto relevante en el diseño de la sección horizontal, es maximizar toda su longitud en el objetivo.

VI.1.- TORQUE Y ARRASTRE

Un gran número de parámetros proporcionan las bases del modelo para la predicción de torque y arrastre.¹⁴

Se supone que el torque y arrastre son causados completamente por la fuerza de fricción que resulta del contacto de la sarta con el agujero. En éste modelo no se consideran otras fuentes de menor importancia de torque y arrastre.¹⁴

Dos factores afectan la fricción lateral del agujero; la fuerza normal de contacto y el coeficiente de fricción entre la superficie de contacto. El producto de éstos factores representa la magnitud de la fuerza de fricción lateral.

La fuerza normal de contacto entre el tubo y la pared del pozo depende de varios factores.¹⁴

Aquí se consideran únicamente dos contribuciones a la fuerza normal, los efectos de gravedad sobre el tubo y los efectos de tensión actuando a través de la curvatura en el agujero. Estas fuerzas, y su contribución a la fuerza normal, se muestran esquemáticamente en la figura 19. Otros factores tales como flexión del tubo pueden contribuir mínimamente en la fuerza normal pero no son considerados.¹⁴

El coeficiente de fricción lateral es la relación de la fuerza de fricción a la fuerza normal de contacto.¹⁴ En realidad éste valor depende del contacto de materiales específicos y sobre el grado de lubricación del agujero. Sin embargo, aquí todos éstos efectos son expresados como un simple coeficiente de fricción característico representando las condiciones promedio en un agujero particular.¹⁴

La determinación de éste coeficiente es fundamental para la aplicación práctica de éste modelo.

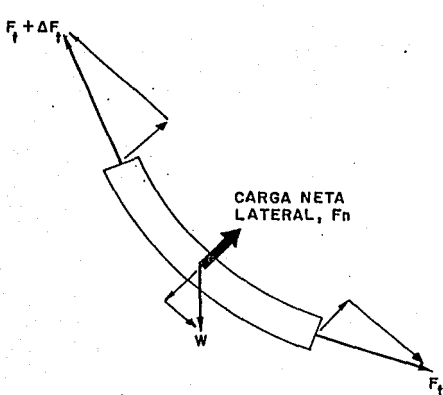


Fig. 19 - BALANCE SOBRE UN ELEMENTO DE LA SARTA ILUSTRANDO UNA FUENTE DE FUERZA NORMAL

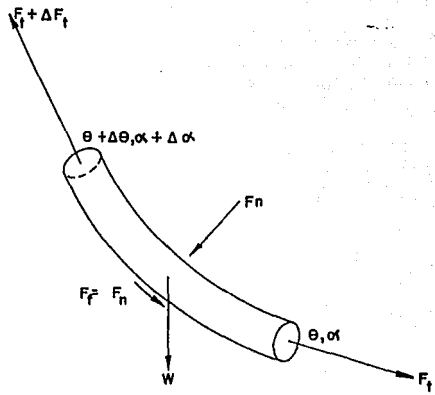


Fig. 20 - FUERZAS ACTUANDO SOBRE UN ELEMENTO DE LA SARTA DURANTE EL LEVANTAMIENTO

El cálculo de la fuerza normal es el primer paso para determinar el incremento de carga para un elemento de la sarta. La figura 20 muestra las fuerzas actuando sobre un elemento corto ligeramente curvo. La fuerza neta normal, F_n , es la suma del vector negativo del componente normal del peso, W , y de las dos fuerzas de tensión, F_t , y $F_t + \Delta F_t$. Todo el eje del elemento se considera un arco de círculo, éste círculo generalmente no es vertical y por lo tanto la fuerza neta normal no es en el plano vertical. Afortunadamente, el cálculo de la fricción únicamente requiere de la magnitud de la fuerza normal y no de su dirección.⁴⁴

La magnitud de la fuerza normal es⁴⁴:

$$F_n = [(F_t \Delta \alpha \sin \bar{\theta})^2 + (F_t \Delta \theta + W \sin \bar{\theta})^2]^{1/2} \text{-----(6.1)}$$

La ecuación para fuerza normal conduce inmediatamente a la ecuación para incremento de tensión⁴⁴:

$$\Delta F_t = W \cos \bar{\theta} \pm \mu F_n \text{-----(6.2)}$$

y para el incremento de torsión

$$\Delta M = \mu F_n r \text{-----(6.3)}$$

En la ecuación 6.2 los signos positivos o negativos, indican el movimiento hacia arriba o hacia abajo; el signo positivo para movimiento hacia arriba y el signo negativo para movimiento hacia abajo, donde la fuerza de fricción se resta.

Las ecuaciones 6.1 a 6.3 deberán ser exactas si se aplican elementos infinitesimales de la sarta.⁴⁴ El uso de elementos grandes introduce mayores errores causados por despreciar términos de segundo orden.⁴⁴

Por ejemplo, la ecuación 6.1 utiliza la tensión en el fondo del

elemento y supone que la tensión no cambia sobre la longitud del elemento. Aproximaciones de primer orden son asociadas aquí ya que el problema fundamental es complejo.¹⁴

La predicción del arrastre de la sarta es un problema estrechamente tridimensional de fricción con gravedad; no existe una solución cerrada para éste problema excepto para casos especiales donde¹⁴ $\Delta\alpha = 0$ ó $W = 0$.

Los errores involucrados en las ecuaciones 6.1 a 6.3 son pequeños si la curvatura de cada elemento es pequeña.

Según la literatura,^{14,15} en cálculos de prueba con datos típicos de registro, cambiando el elemento de 1 a 100, pies producen únicamente alrededor de 1% de cambio en los resultados totales.

VI.2 .- CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO DE T.R. EN POZOS HORIZONTALES

En un pozo horizontal, la sarta de T.R. puede dividirse en segmentos para su análisis. Para fines de ilustración se considerará una curva tipo simple, donde se utilizarán tres segmentos para su análisis por separado, éstos son:¹⁵ intervalo de penetración, (horizontal o inclinado), intervalo curvo y el intervalo vertical. Para los cálculos, la curva es tomada con severidad constante a través de éste intervalo y el intervalo de penetración es mantenido como un ángulo que tiene una inclinación constante. Al igual que en un pozo vertical, la sarta será analizada del fondo hacia arriba.¹⁵

Los siguientes efectos se consideran en los calculos sobre:

- Efecto de flotación
- Cambio de inclinación del pozo
- Efecto de fricción
- Efecto de flexión sobre la carga axial

Los efectos omitidos son:

- Cambio de dirección del pozo
- Pegadura por presión diferencial
- Tamaño irregular del agujero

Como en todo diseño, se procede a calcular la carga de tensión axial. Cada paso representa una sección de agujero entre estaciones consecutivas de los datos proporcionados del programa de perforación.

Intervalo horizontal o inclinado

En éste intervalo la inclinación permanece constante, las fuerzas sobre el tubo incluyen una componente de fricción que actúa en la dirección opuesta al movimiento del tubo.⁴⁴

El incremento de tensión dF es:⁴⁴

$$dF = (W) (BF) \cos \theta \pm (\mu) (W) (BF) (\sin \theta) \text{ ----- (6.4)}$$

donde:

W: peso nominal del tubo (lb/pie)

BF: factor de flotación

θ : angulo de inclinación

μ : coeficiente de fricción

Intervalo curvo

Al mismo tiempo que las cargas en el intervalo horizontal cambian linealmente con la profundidad, las cargas en el intervalo curvo no lo son, y por lo tanto son mas dificiles de estimar. El incremento de tensión dF , es una función de la fuerza normal, la cual a su vez es función de la misma tensión, el angulo de inclinación y el ángulo de construcción. Considerando que no existe cambio en el azimut la ecuación⁴⁴ 6.4 se reduce a:

$$F_n = [F_t (d\theta) + (W) (BF) (\sin \theta)] \text{ ----- (6.5)}$$

Las dimensiones de la curva pueden calcularse de relaciones geométricas simples de lineas rectas y arcos circulares. Las ecuaciones claves para el cálculo de la profundidad vertical, y longitud de arco circular son⁴⁶:

$$R = 5730 / B$$

$$L = 100 (I_2 - I_1) / B$$

$$H = R (\cos I_2 - \cos I_1)$$

donde :

R: radio de curvatura

L: longitud del elemento curvo

H: profundidad vertical

B: severidad de la curva

I_1, I_2 : inclinación inicial y final del elemento

El incremento de fuerza axial (tensión), se calculará con la ecuación 6.2, tomando en cuenta el efecto de la fricción.

Los factores de fricción se han obtenido en base a lecturas directas en campo aplicadas a sartas de tuberías de revestimiento y perforación recomendando por estadística, utilizar los siguientes factores de fricción según el medio ambiente en el cual se encuentre la sarta, éstos factores son:⁴⁵

Medio ambiente	factor de fricción
tubería de perforación en T.R.	.31
tubo en agujero descubierto:	
en lodo base agua	.3 a .35
en lodo base aceite	.25

Para el cálculo de F_n , el intervalo se dividirá en pequeños elementos tantos como se desee, calculando F_n y dF_t en la cima de cada uno.

La severidad de la curva puede producir una carga de flexión bastante significativa. El esfuerzo de flexión en el cuerpo del tubo para un ángulo de construcción α , es dado por⁹.

$$\sigma_{ab} = \pm 218 \alpha d_n$$

Este esfuerzo de flexión ocurre únicamente en una parte de la sarta donde existe un cambio en el ángulo del agujero. El intervalo horizontal se ha tomado de inclinación constante y por lo tanto la carga de flexión no es asociada.⁴⁵

La carga de flexión produce un esfuerzo de tensión axial en la curvatura exterior del tubo (superficie convexa), y una magnitud igual pero esfuerzo compresivo en la curvatura interior⁴⁵ (superficie cóncava). Así, dependiendo del estado de

carga axial del tubo, la tensión y compresión sumada creada por flexión puede aumentar el estado existente de tensión o compresión.

El esfuerzo de flexión puede convertirse en una carga de tensión y compresión correspondiente F_b . Esto se hace determinando la fuerza axial, la cual crea el mismo esfuerzo máximo en el diámetro exterior del cuerpo del tubo como la carga de flexión que se genere.¹⁵

$$F_b = (\sigma)_{\max} A_{\text{seo}}$$

Así el estado de carga axial de la tubería a cualquier localización dentro del intervalo curvo, tendrá una adición simultánea de tensión y compresión.

Intervalo Vertical

Una vez que se ha determinado la carga de tensión en el inicio de la desviación (KOP), la tensión en la superficie es fácil de calcularse, sumando la fuerza axial en el KOP + (el peso flotado de la T.R.) * (profundidad del KOP).

VI.3. - EJEMPLO ILUSTRATIVO

Debido a que el diseño por análisis triaxial es aplicable especialmente para pozos profundos con alta presión y parcialmente cementados, y las tuberías de revestimiento en pozos horizontales son cementadas en su totalidad o en su defecto se introducen tuberías ranuradas para su terminación, para aplicar éste método de diseño se considera el siguiente ejemplo.

Pozo cuitlahuac 671 - H

Este pozo está propuesto para su perforación horizontal en el distrito frontera noreste, con un diseño de curva simple de radio medio con ritmo de curvatura de 6.2 grados/30m.

La curva está programada para construirse en dos etapas, por lo que se tiene contemplado cementar una T.R. de 7 $\frac{5}{8}$ " en la cima de la formación productora, para proteger la primera parte de la curva y posteriormente perforar hasta el punto final de la curva (EOC), donde se alcanzará el ángulo máximo, mismo que será mantenido para alcanzar la longitud horizontal programada. Se recomienda utilizar una tubería con rosca cuadrada debido a la ventaja que tiene con respecto a las roscas redondas.

El lodo que se utilizará en la etapa de cementación es base agua con densidad de 1.72 gr/cc. y una lechada con densidad de 1.87 gr/cc.

Para el diseño de la tubería de revestimiento se considerará que el cemento ya se ha colocado en espacio anular y que la T.R. tiene tres estados de movimiento: hacia arriba, hacia abajo, y el estado neutro (T.R. sin movimiento).

Debido a que la sección curva se dividirá en segmentos con el fin de calcular las fuerzas y esfuerzos en cada elemento de la

superficie convexa del cuerpo del tubo, se ha desarrollado un programa de cómputo cuyos datos de entrada, diagrama de flujo y resultados obtenidos se muestran a continuación, además se incluye el diseño de perforación del pozo.

DATOS QUE REQUIERE EL PROGRAMA PARA EL DISEÑO DE T.R. POR
ANÁLISIS TRIAXIAL EN POZOS HORIZONTALES

Profundidad de inicio de desviación (KOP), :

Profundidad desarrollada del ángulo máximo alcanzado (EOC)

Profundidad desarrollada de asentamiento de T.R:

Factor de fricción

Factor de flotación

Densidad en el interior de la T.R.

Densidad en el exterior de T.R.

Peso unitario de T.R.

Diámetro interior de T.R.

Espesor nominal de T.R.

Grado de la tubería

Resistencia mínima a la tensión

Resistencia a la presión interna

Resistencia mínima de cedencia

Inclinación inicial

Inclinación de la tangente

Longitud de la tangente

Ángulo máximo alcanzado

Severidad de la curva 1

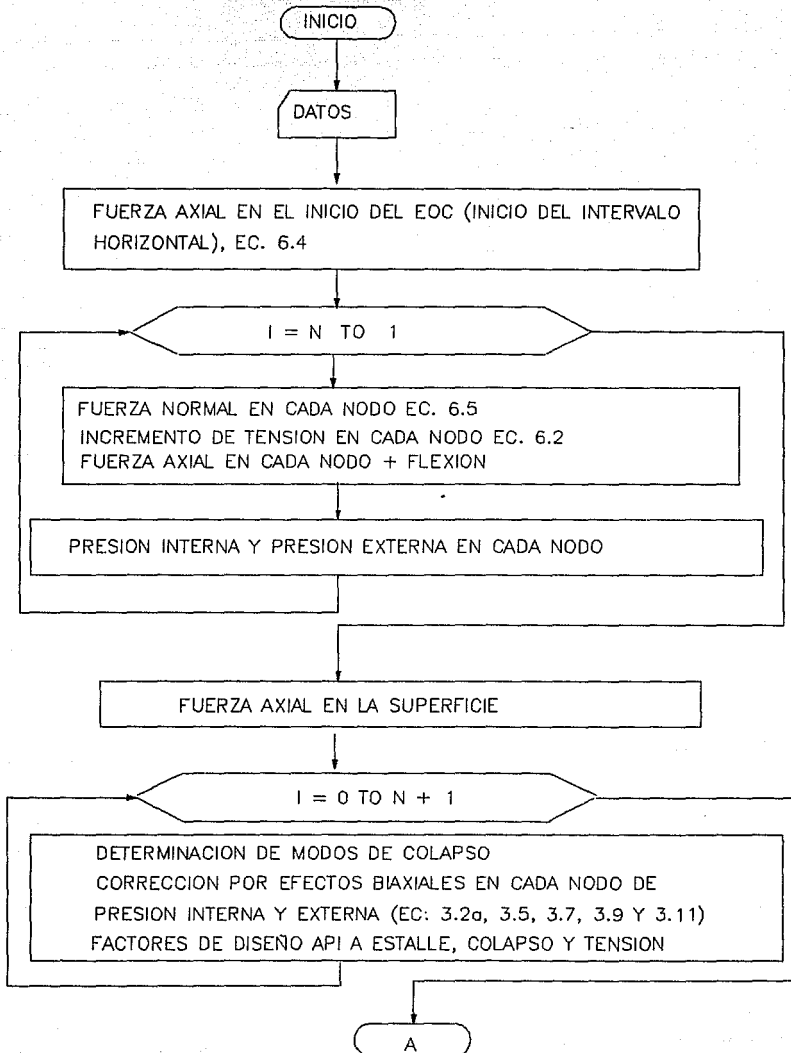
Severidad de la curva 2

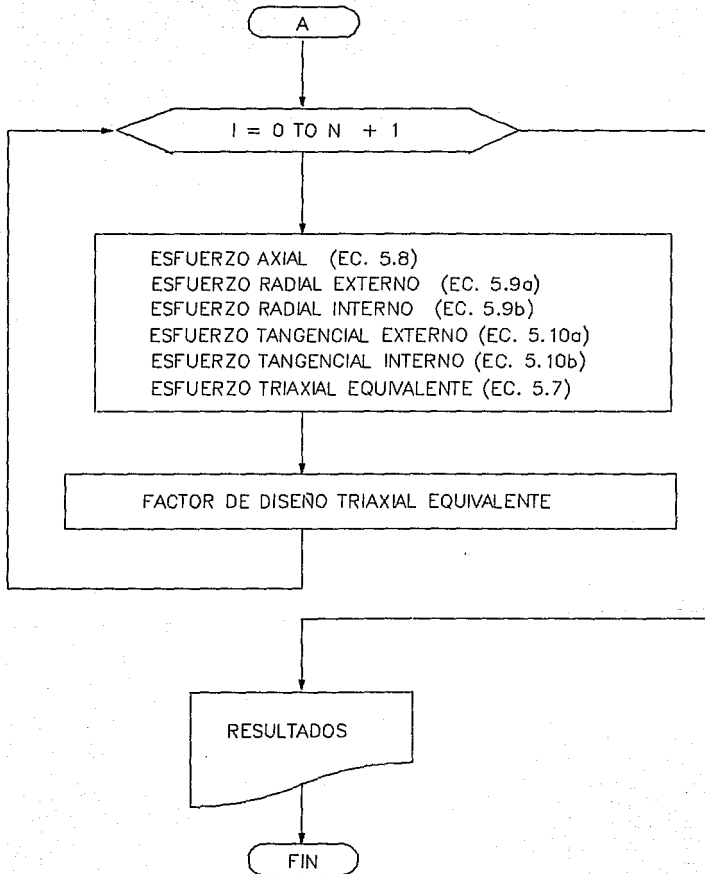
Longitud del intervalo horizontal

Número de divisiones en la curva 1

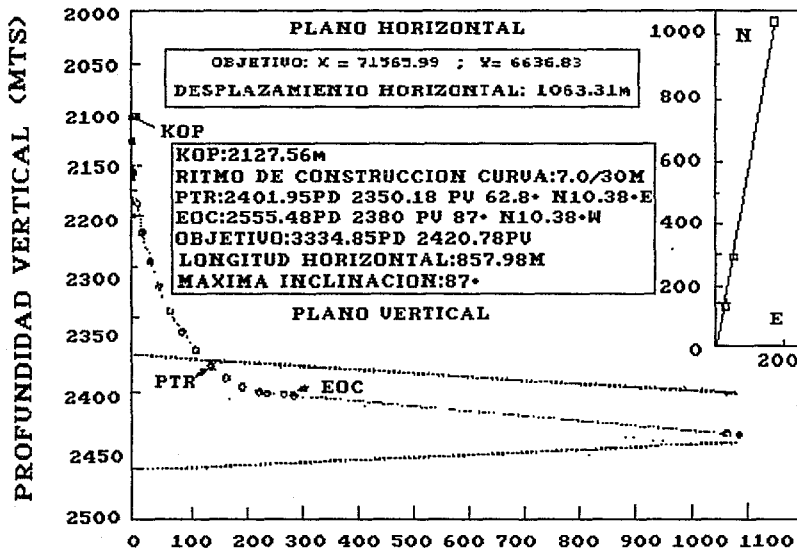
Número de divisiones en la curva 2

DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL DISEÑO DE TUBERIAS DE REVESTIMIENTO EN POZOS HORIZONTALES





DISEÑO: CUITLAHUAC 671-H



DATOS DEL POZO

PROFUNDIDAD DEL KOP (M): 2127.56
 PROFUNDIDAD DEL EOC (M): 2555.48
 PROFUNDIDAD DE ASENTAMIENTO (M): 2555.48
 SEVERIDAD DE LA CURVA (GRADOS/30.5M): 6.2
 DENSIDAD DEL LODO (GR/CC): 1.72
 DENSIDAD DEL CEMENTO (GR/CC): 1.87
 FACTOR DE FRICCION (ADIM): .35
 FACTOR DE FLOTACION (ADIM): .72

 CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO-CEMENTO EN E.A.
 EN LA SUPERFICIE CONVEXA
 BAJANDO T.R.

=====				PROPIEDADES API	
				CAPACIDAD	FACTOR DE DISEÑO API A

				P R E S I O N	

NODO	PROF (M)	FZA. AXIAL (LBF)	COLAPSO (PSI)	EXTERNA	TENSION
0	0	182735	5383	0.00	4.26
1	2127	115331	5860	12.92	6.75
2	2156	113513	5872	12.77	6.85
3	2184	111736	5884	12.63	6.96
4	2213	110023	5895	12.50	7.07
5	2241	108398	5906	12.37	7.18
6	2270	106883	5916	12.25	7.28
7	2298	105501	5925	12.14	7.37
8	2327	104273	5933	12.04	7.46
9	2355	103218	5940	11.95	7.54
10	2384	102354	5946	11.86	7.60
11	2412	101697	5950	11.79	7.65
12	2441	101263	5953	11.73	7.68
13	2469	101063	5954	11.68	7.70
14	2498	101107	5954	11.63	7.69
15	2526	101405	5952	11.60	7.67
16	2555	101962	5948	11.58	7.63

=====

 ESFUERZOS PRINCIPALES Y FACTORES DE DISEÑO
 =====

E S F U E R Z O

NODO	PROF (M)	R A D I A L		TANGENCIAL		ESFUERZO AXIAL (PSI)
		INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)	INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)	
0	0	0	0	0	0	18800
1	2127	-5203	-5657	-9466	-9012	11865
2	2156	-5273	-5732	-9593	-9133	11678
3	2184	-5342	-5807	-9718	-9252	11495
4	2213	-5409	-5881	-9841	-9369	11319
5	2241	-5474	-5952	-9960	-9483	11152
6	2270	-5537	-6020	-10074	-9591	10996
7	2298	-5596	-6084	-10181	-9693	10854
8	2327	-5651	-6144	-10282	-9789	10728
9	2355	-5702	-6199	-10374	-9877	10619
10	2384	-5747	-6249	-10456	-9955	10530
11	2412	-5787	-6292	-10529	-10024	10463
12	2441	-5821	-6329	-10591	-10083	10418
13	2469	-5849	-6359	-10641	-10131	10397
14	2498	-5870	-6381	-10679	-10167	10402
15	2526	-5884	-6397	-10705	-10192	10433
16	2555	-5891	-6405	-10718	-10204	10490

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO
 =====

NODO	PROF. (M.)	ESFUERZO TRIAXIAL		FACTOR DE DISEÑO TRIAX.	
		PROMEDIO (PSI)	MAXIMO (PSI)	PROMEDIO	MINIMO
0	0	18800	18800	4.26	4.26
1	2127	19485	19551	4.11	4.09
2	2156	19405	19473	4.12	4.11
3	2184	19328	19399	4.14	4.12
4	2213	19256	19329	4.15	4.14
5	2241	19190	19264	4.17	4.15
6	2270	19130	19207	4.18	4.16
7	2298	19080	19158	4.19	4.18
8	2327	19039	19119	4.20	4.18
9	2355	19008	19090	4.21	4.19
10	2384	18989	19073	4.21	4.19
11	2412	18983	19068	4.21	4.20
12	2441	18990	19076	4.21	4.19
13	2469	19012	19098	4.21	4.19
14	2498	19048	19135	4.20	4.18
15	2526	19099	19186	4.19	4.17
16	2555	19166	19253	4.17	4.16

 CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO-CEMENTO EN E.A.
 EN LA SUPERFICIE CONVEXA
 LEVANTANDO T.R.
 =====

NODO	PROF (M)	FZA. AXIAL (LBF)	COLAPSO (PSI)	PROPIEDADES API	
				FACTOR DE DISEÑO API A	
				P R E S I O N	
				EXTERNA	TENSION
0	0	206662	5201	0.00	3.76
1	2127	139258	5696	12.56	5.59
2	2156	135754	5720	12.44	5.73
3	2184	132315	5744	12.33	5.88
4	2213	128961	5767	12.23	6.03
5	2241	125715	5789	12.13	6.19
6	2270	122596	5811	12.04	6.35
7	2298	119624	5831	11.95	6.50
8	2327	116816	5850	11.87	6.66
9	2355	114189	5867	11.80	6.81
10	2384	111760	5883	11.74	6.96
11	2412	109541	5898	11.69	7.10
12	2441	107545	5911	11.65	7.23
13	2469	105782	5923	11.61	7.35
14	2498	104260	5933	11.59	7.46
15	2526	102986	5942	11.58	7.55
16	2555	101962	5948	11.58	7.63

=====

 ESFUERZOS PRINCIPALES Y FACTORES DE DISEÑO
 =====

E S F U E R Z O

NODO	PROF (M)	R A D I A L		TANGENCIAL		ESFUERZO AXIAL (PSI)
		INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)	INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)	
0	0	0	0	0	0	21262
1	2127	-5203	-5657	-9466	-9012	14327
2	2156	-5273	-5732	-9593	-9133	13967
3	2184	-5342	-5807	-9718	-9252	13613
4	2213	-5409	-5881	-9841	-9369	13268
5	2241	-5474	-5952	-9960	-9483	12934
6	2270	-5537	-6020	-10074	-9591	12613
7	2298	-5596	-6084	-10181	-9693	12307
8	2327	-5651	-6144	-10282	-9789	12018
9	2355	-5702	-6199	-10374	-9877	11748
10	2384	-5747	-6249	-10456	-9955	11498
11	2412	-5787	-6292	-10529	-10024	11270
12	2441	-5821	-6329	-10591	-10083	11064
13	2469	-5849	-6359	-10641	-10131	10883
14	2498	-5870	-6381	-10679	-10167	10726
15	2526	-5884	-6397	-10705	-10192	10595
16	2555	-5891	-6405	-10718	-10204	10490

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO
 =====

NODO	PROF. (M.)	ESFUERZO TRIAXIAL		FACTOR DE DISEÑO TRIAX.	
		PROMEDIO (PSI)	MAXIMO (PSI)	PROMEDIO	MINIMO
0	0	21262	21262	3.76	3.76
1	2127	21914	21974	3.65	3.64
2	2156	21662	21723	3.69	3.68
3	2184	21415	21479	3.74	3.72
4	2213	21176	21242	3.78	3.77
5	2241	20944	21013	3.82	3.81
6	2270	20721	20792	3.86	3.85
7	2298	20509	20582	3.90	3.89
8	2327	20307	20383	3.94	3.92
9	2355	20117	20195	3.98	3.96
10	2384	19940	20019	4.01	4.00
11	2412	19775	19857	4.05	4.03
12	2441	19625	19707	4.08	4.06
13	2469	19488	19572	4.10	4.09
14	2498	19366	19451	4.13	4.11
15	2526	19259	19345	4.15	4.14
16	2555	19166	19253	4.17	4.16

 CARGAS COMBINADAS Y FACTORES DE DISEÑO-CEMENTO EN E.A.
 EN LA SUPERFICIE CONVEXA
 ESTADO NEUTRO DE T.R.
 =====

NODO	PROF (M)	FZA. AXIAL (LBF)	CAPACIDAD COLAPSO (PSI)	PROPIEDADES API	
				FACTOR DE DISEÑO API A	
				P R E S I O N	
				EXTERN A	TENSI ON
0	0	191768	5315	0.00	4.06
1	2127	124364	5799	12.78	6.26
2	2156	122097	5814	12.65	6.37
3	2184	119854	5829	12.52	6.49
4	2213	117656	5844	12.39	6.61
5	2241	115527	5858	12.27	6.73
6	2270	113489	5872	12.16	6.86
7	2298	111562	5885	12.06	6.97
8	2327	109766	5897	11.97	7.09
9	2355	108119	5908	11.88	7.20
10	2384	106639	5917	11.81	7.30
11	2412	105340	5926	11.74	7.39
12	2441	104236	5933	11.69	7.46
13	2469	103339	5939	11.65	7.53
14	2498	102656	5944	11.61	7.58
15	2526	102196	5947	11.59	7.61
16	2555	101962	5948	11.58	7.63

=====

 ESFUERZOS PRINCIPALES Y FACTORES DE DISEÑO
 =====

E S F U E R Z O

NODO	PROF (M)	R A D I A L		TANGENCIAL		ESFUERZO AXIAL (PSI)
		INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)	INTERNO (PSI)	EXTERNO (PSI)	
0	0	0	0	0	0	19730
1	2127	-5203	-5657	-9466	-9012	12795
2	2156	-5273	-5732	-9593	-9133	12561
3	2184	-5342	-5807	-9718	-9252	12331
4	2213	-5409	-5881	-9841	-9369	12105
5	2241	-5474	-5952	-9960	-9483	11886
6	2270	-5537	-6020	-10074	-9591	11676
7	2298	-5596	-6084	-10181	-9693	11478
8	2327	-5651	-6144	-10282	-9789	11293
9	2355	-5702	-6199	-10374	-9877	11123
10	2384	-5747	-6249	-10456	-9955	10971
11	2412	-5787	-6292	-10529	-10024	10837
12	2441	-5821	-6329	-10591	-10083	10724
13	2469	-5849	-6359	-10641	-10131	10632
14	2498	-5870	-6381	-10679	-10167	10561
15	2526	-5884	-6397	-10705	-10192	10514
16	2555	-5891	-6405	-10718	-10204	10490

 ESFUERZOS COMBINADOS Y FACTORES DE DISEÑO
 =====

NODO	PROF. (M.)	ESFUERZO TRIAXIAL		FACTOR DE DISEÑO TRIAX.	
		PROMEDIO (PSI)	MAXIMO (PSI)	PROMEDIO	MINIMO
0	0	19730	19730	4.05	4.05
1	2127	20401	20465	3.92	3.91
2	2156	20275	20341	3.95	3.93
3	2184	20151	20218	3.97	3.96
4	2213	20029	20099	3.99	3.98
5	2241	19911	19983	4.02	4.00
6	2270	19799	19873	4.04	4.03
7	2298	19693	19769	4.06	4.05
8	2327	19594	19672	4.08	4.07
9	2355	19503	19583	4.10	4.09
10	2384	19422	19504	4.12	4.10
11	2412	19351	19434	4.13	4.12
12	2441	19291	19375	4.15	4.13
13	2469	19241	19327	4.16	4.14
14	2498	19204	19290	4.17	4.15
15	2526	19179	19265	4.17	4.15
16	2555	19166	19253	4.17	4.16

=====

TUBERIA ANALIZADA

=====

RESISTENCIA A

LONGITUD (M)	DIAMETRO (PG)	GRADO	PESO (LB/P)	ESTALLE (PSI)	TENSION MIN. (LBF)
0- 2555	7.625	N - 80	33.7	7900	778000

=====

VI.4. - ANALISIS DE RESULTADOS DE DISEÑO EN POZOS HORIZONTALES

De acuerdo a los resultados obtenidos con el programa, puede observarse que no es necesario construir una elipse triaxial de plasticidad para representar las cargas criticas del diseño, debido a que éstas cargas resultantes están muy por debajo de la resistencia de la tubería y no crean esfuerzos altos inaceptables.

Se puede afirmar que ésta tubería está sobrediseñada, ya que la carga mas alta por tensión API arroja un factor de diseño de 3.76 durante el levantamiento de la T.R. y la carga de tensión mas alta por colapso arroja un factor de diseño API de 11.58 en el EOC para los tres estados de movimiento y el factor mínimo de diseño triaxial equivalente es de 3.76 a la profundidad del KOP durante el movimiento hacia arriba de la tubería.

Como se mencionó anteriormente, la tubería se encuentra sobrediseñada, pero de acuerdo a las existencias de tuberías, es la única de menor peso con la que se cuenta y que además tiene rosca cuadrada (VAM), por lo que será la que se use en éste pozo.

VII.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

Con la literatura revisada y la elaboración del método de diseño, se llegó a las siguientes conclusiones:

- 1.- El método de evaluación triaxial equivalente de esfuerzos, proporciona valores más representativos del nivel de esfuerzos en la sarta bajo condiciones combinadas de presión y carga axial.
- 2.- Los factores de diseño representan una condición de carga propia de acuerdo al servicio que prestará la tubería de revestimiento por lo que las cargas por tensión, presión interna y presión externa son incorporadas en la ecuación de esfuerzo triaxial equivalente. Esto proporciona un diseño de sarta de revestimiento que mantiene el factor de diseño triaxial equivalente deseado dentro de sus límites el cual estará sujeto a condiciones de carga combinadas.
- 3.- Frecuentemente es conveniente tener un margen de seguridad aplicado a cada carga de estallamiento, colapso y tensión, Por ésta razón se usan diferentes factores de diseño API para cada carga aplicada, además éstos factores son necesarios para la construcción de la ventana de servicio de carga API.
- 4.- Uniaxial contra triaxial .- El método de evaluación uniaxial desprecia los efectos de los esfuerzos principales actuando perpendiculares a los esfuerzos por ahora considerados. Como se observa en el ejemplo de cálculo para pozos verticales, ésto puede conducir a que el diseño de la sarta pueda resultar de resistencia mayor o menor que el requerido.

El método de evaluación triaxial compara el resultado de esfuerzos combinados con la resistencia de cedencia del acero , por lo que ésta evaluación predice un nivel de esfuerzos más exacto y así las cargas para el diseño de una sarta indican el margen de seguridad deseado.

- 5.- Un factor de diseño triaxial equivalente de 1.25 se recomienda en el diseño de sartas de T.R. con el fin de trabajar Y/o acercarse lo menos posible a la resistencia de cedencia del acero del cuerpo del tubo.
- 6.- Un análisis de carga y esfuerzos exacto en las sartas de T.R. durante varias condiciones de servicio anticipadas se requiere no únicamente para evitar materiales costosos sino también para evitar sartas con resistencia menor que la requerida lo cuál puede conducir a fallas más costosas.
- 7.- Los esfuerzos desarrollados en la tubería durante operaciones posteriores a la cementación frecuentemente son mayores a los esfuerzos desarrollados durante la corrida y cementación. Esta situación de esfuerzos será considerada cuando se diseñe una sarta de T.R.
- 8.- Una representación gráfica de los esfuerzos dentro de una elipse triaxial equivalente de plasticidad y ventana de servicio API proporcionará un análisis visual más directo de los servicios de carga, ésta representación gráfica es opcional.
- 9.- La ejecución de los cálculos resultará mejor mediante un programa de cómputo, ya que libera al diseñador de cálculos repetitivos, mientras que el diseñador puede efectuar el desarrollo y la estimación de las condiciones de servicio anticipadas.

10.- La restricción que presenta el método de evaluación triaxial es que se necesita conocer la temperatura exacta en la cima de cemento para cada condición de servicio a la cual estará sujeta la T.R.

RECOMENDACIONES

- 1.- Cuando se tiene contemplado cementar una tubería de revestimiento y posteriormente colgar una tubería corta, se recomienda realizar un estudio sobre de que tanto afecta el peso soportado de la T.R. corta y el efecto de las cuñas en la tubería de revestimiento anterior, si el colgador se encuentra en una porción de tubería con pobre adherencia de cemento.
- 2.- Convencer al personal de campo sobre la conveniencia de modificar la fuerza axial en la cima de cemento, si es necesario.
- 3.- Para el diseño de sartas de revestimiento en pozos horizontales o altamente desviados, se necesita conocer la resistencia a la flexión de las juntas por lo que se recomienda exigir a los fabricantes de tubería proporcionar éstos datos.
- 4.- El método de evaluación triaxial se recomienda para el diseño de sartas de tuberías de producción.
- 5.- Tratar de difundir el método de evaluación triaxial en la industria petrolera Mexicana.

VIII. - NOMENCLATURA

A_o	Area externa del tubo
A_i	Area interna del tubo
$A_{j,p}$	Area de la junta del tubo
A_j	Area del tubo
A_{pmax}	Area máxima del tubo
A_{pnom}	Area nominal del tubo
A_{ac}	Area crítica de la sección
A_{aqa}	Area de la sección transversal del cuerpo del tubo
d	Diámetro de interés al cual los esfuerzos son medidos
d_b	Diámetro exterior de la caja (conexión)
d_c	Diámetro interior del cople
d_o	Diámetro exterior del tubo
d_i	Diámetro interior del tubo
d_j	Diámetro de la junta
d_{max}	Diámetro máximo del tubo
d_{min}	Diámetro mínimo del tubo
d_n	Diámetro nominal del tubo
E	Módulo de Young o de elasticidad
F_a	Fuerza axial
F_b	Fuerza de flexión
F_o	Fuerza externa
F_n	Fuerza normal de contacto
F_s	Fuerza de estabilidad
F_t	Fuerza de tensión
H	Profundidad vertical
I	Momento polar de inercia
I_i	Inclinación inicial
I_f	Inclinación final
L	Longitud de arco circular o longitud de interés

M_b	Momento de flexión
P	Pitch helicoidal (distancia entre hélices)
P_{br}	Resistencia a la presión interna (estallamiento)
P_o	Presión externa
P_i	Presión interna
R	Radio de curvatura del pozo
r	Radio de interés al cual los esfuerzos son medidos
r_o	Radio externo
r_i	Radio interno
t	Espesor nominal de pared
t_{min}	Espesor mínimo del tubo
t_{max}	Espesor máximo del tubo
W	Peso flotado del tubo
X_c	Profundidad de la cima de cemento
X_f	Profundidad de la cima del precolchón
X_t	Longitud total de la sarta
YM	Resistencia mínima de cedencia
$\Delta \alpha$	Cambio de azimut
ΔF_t	Variación de fuerza axial
ΔP_i	Cambio de presión interna
ΔP_o	Cambio de presión externa
$\Delta \rho$	Cambio de densidad del fluido
ΔM	Incremento de torsión (torque)
ΔV	Cambio de velocidad del tubo
μ	Factor de fricción
ρ	Densidad del fluido
ρ_a	Densidad del acero
σ_a	Esfuerzo axial
σ_{ab}	Esfuerzo de flexión del tubo
σ_r	Esfuerzo radial

σ_a	Resistencia a la cedencia del acero
σ_t	Esfuerzo tangencial
σ_{ult}	Resistencia última de cedencia del acero
σ_{vmo}	Esfuerzo triaxial equivalente
σ_{yield}	Esfuerzo mínimo de cedencia
$(\sigma_{yield})_e$	Esfuerzo de cedencia efectivo
e	Angulo de inclinación
\bar{e}	Angulo de inclinación promedio

IX.- REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. - TIMOSHENCO S.P. AND GOODIER
"RESISTENCIA DE MATERIALES"
ESPASA-CALPE S.A.
MADRID 1957
2. - TIMOSHENCO S.P. AND GOODIER
"THEORY OF ELASTICITY THIRD EDITION"
Mc GRAW HILL BOOK Co.
NEW YORK CITY (1961)
3. - BOURGOYNE. A.T., MILLHEIM, K.K., CHENEVERT, M.E. YONG
"APPLIED DRILLING ENGINEERING"
SPE TEXTBOOK SERIES 1988
4. - YOWNG W. KWON
"ANALYSIS OF HELICAL BUCKLING"
SPE DRILLING ENGINEERING, JUN 88
5. - CHEATHAM, J.B.Jr AND PATTILLO, P.Q.
"HELICAL POST BUCKLING CONFIGURATION OF A WEIGHTESS COLUMN
UNDER THE ACTION OF AN AXIAL LOAD"
SPE (AVG 84), 467-78
6. - A.J. CHESNEY AND JUAN GARCIA
"LOAD AND STABILITY ANALYSIS OF TUBULAR STRING"
ASME (JUNE 16, 1969)
7. - YU-CHE CHEN, YU-HSU LIN, AND JHON B. CHEATHAM
"TUBING AND CASING BUCKLING IN HORIZONTAL WELLS"
SPE FEBRUARY 1990
8. - LUBINSKI A.
"HELICAL BUCKLING OF TUBING SEALED IN PACKER"
JPT (JUNE / 82), PP 62-70
TRANSAIME 225

9. - HAMERLINDL D. J.

"MOVEMENT, FORCES, AND STRESSES, ASSOCIATED WITH
COMBINATION TUBING STRINGS SEALED IN PACKERS

JPT (FEB / 77) PP 192-208

TRANSAIME 263

10. - ERICH F. KLEMENTICH, MICHEL J. JELLISON

A SERVICE LIFE MODEL FOR CASING STRINGS

SPE DRILLING ENGINEERING APRIL / 86

11. - RICK JHONSON, MICHEL J. JELLISON ERICH F. KLEMENTICH

TRIAXIAL-LOAD CAPACITY DIAGRAMS PROVIDE A NEW APPROACH TO
CASING AND TUBING DESIGN ANALYSIS.

SPE SEPT / 1987

12. - P.D. PATTILLO, N.C. HUANG

THE EFFECT OF AXIAL LOAD ON CASING COLAPSE

SPE JANUARY / 1982

13. - BULL., API 5C3, FOURTH EDITION (FEB. 1, 1985) AND

SUPPLEMENT 2 (MARCH 1983)

FORMULAS AND CALCULATION FOR CASING, TUBING, DRILL PIPE
PROPERTIES

14. - JOHANCISK, C.A. et al

TORQUE AND DRAG IN DIRECTIONAL WELLS PREDICTION AND
MEASUREMENT

JPT, JUNE 1984, PP 987-992

15. - JHON F. GREENIP jr.

HOW TO DESIGN CASING STRINGS FOR HORIZONTAL WELLS

PETROLEUM ENGINEERING INTERNATIONAL DEC / 1989

16. - FRANK J. SHUH

HORIZONTAL DRILLING TECHNOLOGY

APUNTES PROPORCIONADOS EN CURSO "DRILLING TECHNOLOGY", POZA

17. - F. J. SCHUH

THE CRITICAL BUCKLING FORCES AND STRESSES FOR PIPE IN
INCLINED CURVED BOREHOLES
SPE / IADC 21942

18. - MITCHEL R. F.

FRICTIONAL FORCES IN HELICAL BUCKLING OF TUBING
SPE (DEC / 1986) PP 457-65

19. - MITCHEL R. F.

BUCKLING BEHAVIOR OF WELL TUBING THE PACKER EFFECT
SPE (OCT / 1982) PP 616-24

20. - PHD. THESIS, RICE HOUSTON TX. 1987

POSTBUCKLING BEHAVIOR OF A CIRCULAR ROD CONSTRAINED WITH A
CIRCULAR CYLINDER.

21. - R. E. PETERSON

STRESS CONCENTRATION DESIGN FACTORS
NUEVA YORK 1933

22. - BULL 5C3, FOURTH EDITION, API, DALLAS (FEB 1985)

BULLETIN ON FORMULAS AND CALCULATIONS FOR CASING TUBING,
DRILL PIPE PROPERTIES.

23. - POPOV, E. P.

INTRODUCTION TO MECHANICS OF SOLIDS
PRENTICE HALL INC.
ENGLEWOOD CLIFS, N. J. (1968)

24. - SPEC. 5A SPECIFICATIONS FOR CASING, TUBING, AND DRILL

PIPE,
37H EDITION , API, DALLAS (MAYO 1984)

25. - GOODMAN J.

MECHANICS APLIEDD TO ENGINEERING

- EIGHTH EDITION LOGMANS GREEN, LONDON (1914) 421-23
26. - TIMOSHENCO S.P. AND GERE, J.M.
THEORY OF ELASTIC STABILITY
SECOND EDITION, Mc GRAW-HILL BOOK Co. NEW YORK (1961)
27. - HOLMQUIST, J.L. AND NADIA, A.
A THEORETICAL AND EXPERIMENTAL APPROACH TO THE PROBLEM OF
COLLAPSE OF DEEP-WELL CASING
DRILL AND PROD. PRAC. , API , DALLAS (1939), 392
28. - NOLLEY, G.R.
STRAIN LIMIT DESIGN OF 13.375 IN, 72 LBM/FT, N-80 BUTTRESS
CASING
J.PET. TECH
29. - BOWERS C.N.
DESIGN OF CASING STRINGS
PAPERS SPE ANNUAL MEETING, NEW ORLEANS L.A. OCT 2-5
30. - DEN HARTOG J.P.
ADVANCED STRENGTH OF MATERIALS
Mc. GRAW HILL BOOK CO. INC. NEW YORK CITY (1952), 262-63
31. - DAWSON R AND PASLAY, P.R.
DRILL PIPE BUCKLING IN INCLINED HOLES
JPT (OCT. 1984), 1734-38

X.- APENDICES

APENDICE A

El estado más general de tensión que pueda existir en un cuerpo está siempre determinado completamente por la especificación de las tensiones principales σ_1 , σ_2 y σ_3 (figura 1-A). En lo consecuente, la tensión se considera como positiva y la compresión como negativa y los ejes de la figura 1-A se eligen de modo que la relación entre los valores algebraicos de las tensiones principales sean¹:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \text{ -----(A-1)}$$

La teoría de máxima deformación, supone que en un material dúctil la cedencia inicia ya sea cuando la deformación máxima (alargamiento) es igual a la deformación correspondiente al punto de cedencia en tensión simple o bién cuando la deformación mínima (acortamiento) es igual a la deformación correspondiente al límite de cedencia en compresión simple.

Observando que la tensión en una dirección produce deformación lateral en las otras dos direcciones perpendiculares, y utilizando la superposición, se encuentra para las tres componentes principales de deformación del elemento de la figura 1-A las siguientes expresiones¹

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= (1/E) (\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)) \\ \epsilon_2 &= (1/E) (\sigma_2 - \mu (\sigma_1 + \sigma_3)) \text{ (A-2)} \\ \epsilon_3 &= (1/E) (\sigma_3 - \mu (\sigma_1 + \sigma_2)) \end{aligned}$$

Recientemente se ha considerado la energía de deformación por unidad de volumen como base de elección de las tensiones de trabajo en el proyecto de máquinas.^{2,4} Considerando nuevamente el lemento de la figura 1-A y aplicando el mismo razonamiento que para la tracción simple se encontró que la energía de deformación por unidad de volumen es:

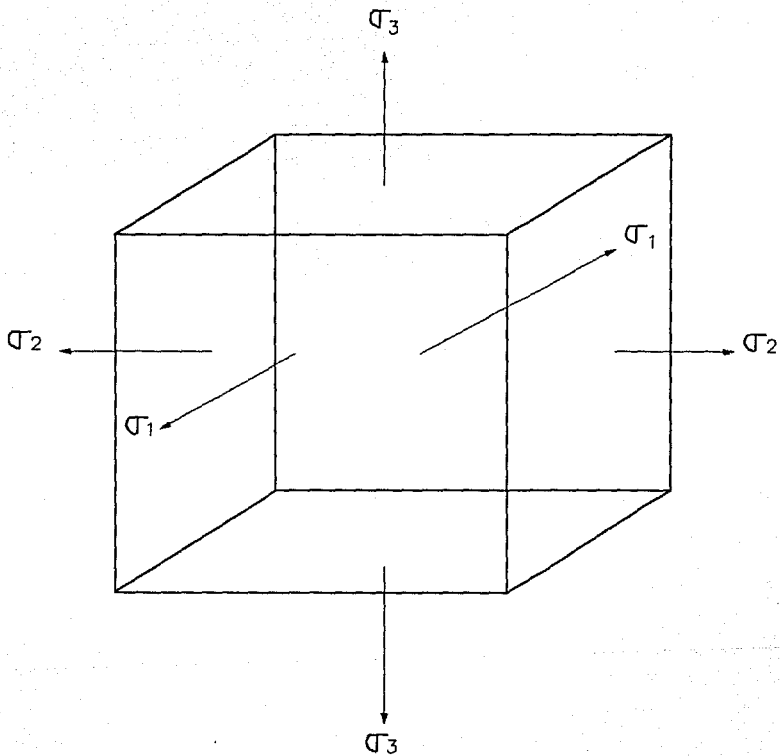


FIGURA 1-A.—ESTADO GENERAL DE TENSIONES EN UN CUERPO

$$U = (1 / 2) (\epsilon_1 \sigma_1 + \epsilon_2 \sigma_2 + \epsilon_3 \sigma_3)$$

Sustituyendo los valores de las componentes de deformación dados por las ecuaciones A-2 la expresión anterior se transforma en:

$$U = (1/ 2E)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)) \text{-----}(A-4)$$

Se sabe que los materiales pueden resistir una presión hidrostática muy grande sin fallo. De aquí que sea lógico descomponer la energía total de deformación en dos partes: (1) energía de alargamiento o acortamiento por tensión o compresión uniformes y (2) energía de deformación de otra clase, y utilizar solo ésta última parte de la energía de deformación de otra clase, es decir la llamada energía de distorsión para determinar la condición de tensión límite. Para efectuar ésta separación utilizamos la ecuación A-2. Sumando ésta ecuación se obtiene:

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = (1-2\mu) / E (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \text{-----}(A-5)$$

Según la cuál la variación por unidad de Volumen es proporcional a la suma de las tres tensiones principales. Si la suma es cero, no hay variación de volumen y el material solo está sometido a la deformación de distorsión.

Si $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = P$, como en el caso de presión hidrostática, tenemos.

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = (1 - 2 \mu / E) P \text{-----}(A-6)$$

En éste caso no habrá distorsión y solo existirá tensión o compresión uniformes.

Para el caso general introducimos la notación⁴

$$(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3 = P \text{-----}(A-7)$$

y repartimos cada una de las tres tensiones principales en dos partes como sigue:

$$\sigma_1 = P + \sigma_1' ; \sigma_2 = P + \sigma_2' ; \sigma_3 = P + \sigma_3' \text{-----}(A-8)$$

Sumando éstas tres cantidades y utilizando la ecuación (A-7) se obtiene:

$$\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 = 0$$

Como la suma de $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ es cero, las tensiones producen solamente distorsión, y las ecuaciones (A-8) proporcionan un medio de separar el sistema dado de tensiones $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ en dos sistemas: (1) tensión o compresión uniformes P , que producen sólo variación de volumen, y (2) el sistema de tensiones $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ que producen sólo distorsión o deformación propiamente dicha.

Como ejemplo de aplicación A-2, consideremos el caso de tensión simple, figura 2.a. Sustituyendo $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ en las ecuaciones (A-7) y (A-8) se obtiene⁴.

$$P = (\sigma_1/3), P = (2\sigma_1/3), \sigma_2' = \sigma_3' = -(\sigma_1/3)$$

Así se puede resolver la tensión en la dirección X en una tensión uniforme figura 2.b y una combinación de esfuerzo cortante puro en los planos XY y XZ (figura 2.c). Se observa que el trabajo de las tensiones que producen sólo distorsión (fig. 2.c) en los desplazamientos originados por la tensión uniforme (figura 2.b) desaparecen. Con ello las energías de deformación de los casos (b) y (c) son independientes entre si y la energía total de deformación en tensión simple se obtiene sumando la energía de deformación de tensión simple y la energía de deformación de distorsión.

Esta condición es válida también en el caso general en que actúan las tres tensiones principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. De ello se desprende que la energía de deformación de distorsión se obtiene restando la energía de deformación correspondiente a tensión uniforme de la energía total de deformación.

Sustituyendo

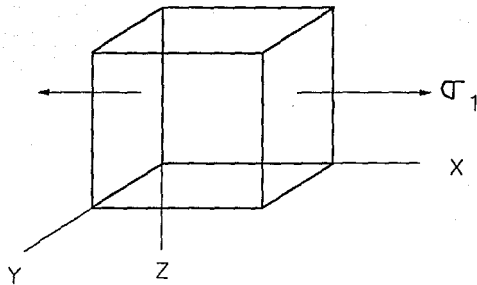


FIGURA 2.a.—TENSION SIMPLE

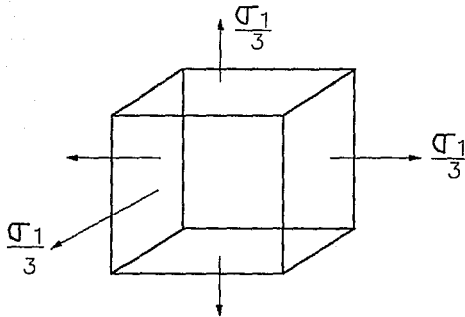


FIGURA 2.b.—TENSION UNIFORME

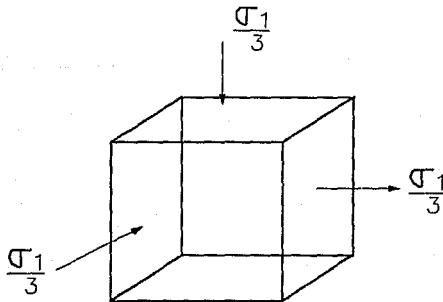


FIGURA 2.c.—COMBINACION DE ESFUERZO CORTANTE PURO EN LOS PLANOS XY Y YZ

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$$

En la ecuación A-4 obtenemos para la energía de deformación de tensión uniforme la expresión sola:

$$(1 - 2\mu / 6E) (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

Según la energía de distorsión en el caso general¹ es:

$$U_d = (1/2E) (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)) - (1 - 2\mu / 6E) (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

rearrreglando la ecuación anterior resulta:

$$U_d = (1 + \mu / 6E) ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2) \text{---(A-9)}$$

Ahora se puede tomar ésta ecuación como base para predecir el fallo de materiales dúctiles que tengan una pronunciada tensión de punto de fluencia σ_f en tensión simple. De acuerdo con ésta teoría, en el caso general de tensiones $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, la cedencia del material comienza cuando la energía de distorsión (ec. A-9) alcanza el valor de energía de distorsión en el punto de cedencia durante un ensayo a la tracción. Esta última cantidad se obtiene substituyendo en la ecuación A-9 las igualdades:

$$\sigma_1 = \sigma_f ; \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

lo que resulta:

$$U_d = (1 + \mu / 3E) \sigma_f^2 \text{---(A-10)}$$

Luego la cedencia basada en la teoría de energía de distorsión es:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_f^2 \text{---(A-11)}$$

por conveniencia para los análisis se reemplaza normalmente el esfuerzo de Von Mises. De ésta manera, para efectos prácticos, es correcto afirmar que cuando la combinación de esfuerzos principales (axial, radial, tangencial para un cilindro) haga que el esfuerzo Von Mises sea igual a la resistencia de cedencia, el material cederá.

APENDICE B

Esfuerzo axial, radial y tangencial

Aplicando la teoría clásica de elasticidad² se pueden establecer los esfuerzos radial y tangencial en la pared de la tubería de revestimiento como una función de las presiones interna, (P_i) y externa, (P_e), los radios internos, (r_i), y externo, (r_e) y la distancia radial, (r).

De acuerdo a la figura 1-B, la suma de fuerzas en la dirección radial en el elemento 1, 2, 3, 4 es:

$$\begin{aligned} \Sigma Fr = & (\sigma_r)_1 r_1 d\phi - (\sigma_r)_3 r_3 d\phi - (\sigma_t)_4 dr \text{sen}(d\phi / 2) - \\ & (\sigma_t)_2 dr \text{sen}(d\phi / 2) - (\tau r\phi)_4 dr \cos(d\phi / 2) \\ & + (\tau r\phi)_2 dr \cos(d\phi / 2) = 0 \text{ -----(B-1)} \end{aligned}$$

La suma de fuerzas en la dirección tangencial es:

$$\begin{aligned} \Sigma Ft = & -(\sigma_t)_4 dr \cos(d\phi / 2) + (\sigma_t)_2 dr \cos(d\phi / 2) - \\ & (\tau r\phi)_3 r_3 d\phi + (\tau r\phi)_1 r_1 d\phi + (\tau r\phi)_4 dr \text{sen}(d\phi / 2) + \\ & (\tau r\phi)_2 dr \text{sen}(d\phi / 2) = 0 \text{ -----(B-2)} \end{aligned}$$

Cuando $d\phi / 2$ es muy pequeño: $\text{sen}(d\phi / 2) = d\phi / 2$ y $\cos d\phi / 2 = 1$

por lo que la ecuación (B-1) queda:

$$\begin{aligned} & (\sigma_r)_1 r_1 d\phi - (\sigma_r)_3 r_3 d\phi - (\sigma_t)_4 dr (d\phi / 2) - (\sigma_t)_2 dr (d\phi / 2) \\ & + ((\tau r\phi)_2 - (\tau r\phi)_4) dr = 0 \text{ -----(B-3)} \end{aligned}$$

y la ecuación (B-2) resulta:

$$\begin{aligned} & [(\sigma_t)_2 - (\sigma_t)_4] dr - (\tau r\phi)_3 r_3 d\phi + (\tau r\phi)_1 r_1 d\phi + (\tau r\phi)_4 dr (d\phi / 2) \\ & + (\tau r\phi)_2 dr (d\phi / 2) = 0 \text{ -----(B-4)} \end{aligned}$$

dividiendo por $dr d\phi$ la ecuación (B-3) resulta:

$$\begin{aligned} & (\sigma_r)_1 - (\sigma_r)_3 / dr - (1/2)[(\sigma_t)_2 + (\sigma_t)_4] + [(\tau r\phi)_2 - (\tau r\phi)_4] / (d\phi) \\ & = 0 \text{ -----(B-5)} \end{aligned}$$

haciendo lo mismo con la ecuación (B-4)

$$\begin{aligned} & (\sigma_t)_2 - (\sigma_t)_4 / d\phi + [(\tau r\phi)_1 r_1 - (\tau r\phi)_3 r_3 + (1/2)[(\tau r\phi)_4 + (\tau r\phi)_2]] \\ & = 0 \text{ -----(B-6)} \end{aligned}$$

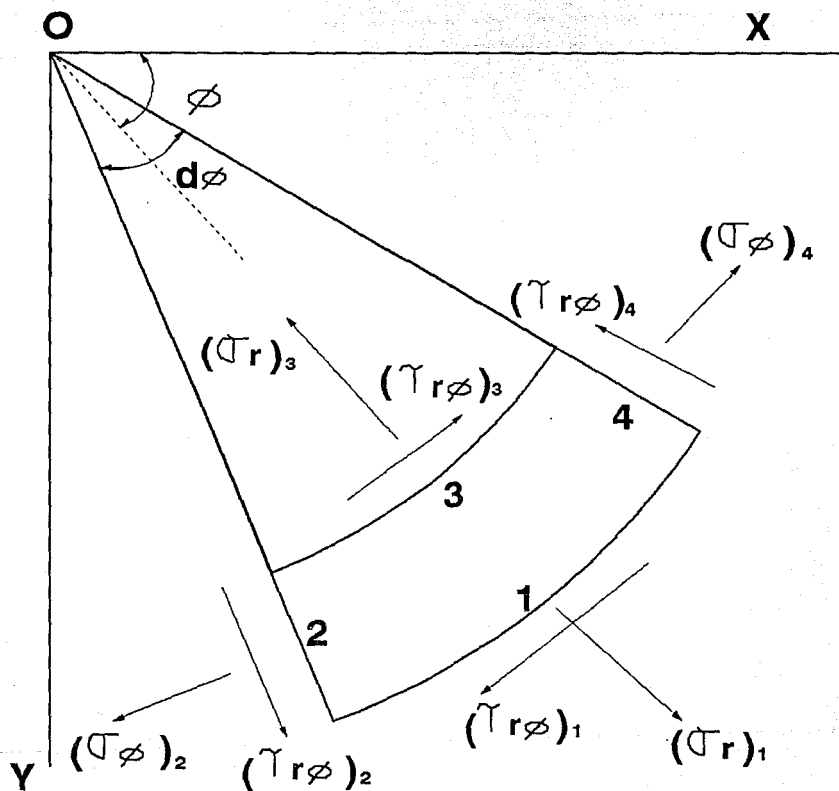


FIGURA 1-B.- DISTRIBUCION DE TENSIONES EN UN ELEMENTO DE TUBO

tomando límites cuando $d\phi$ y dr tienden a cero, la ecuación (B-5) se reduce a:

$$[\delta(\sigma r r) / \delta r] - \sigma + (\delta \tau r \phi) / \delta \phi = 0 \text{ -----(B-7)}$$

$$\text{como } \delta(\sigma r r) / \delta r = r \delta \sigma r / \delta r + \sigma r \text{ -----(B-8)}$$

sustituyendo (B- 8) en (B- 7) y dividiendo entre (r)

$$(\delta \sigma r / \delta r) + (\sigma r - \sigma) / r + (1/r)(\delta \tau r \phi / \delta \phi) = 0 \text{ -----(B-9)}$$

Haciendo algo similar en la ecuación (B-6) se tiene:

$$(\delta \sigma / \delta \phi) + (\delta \tau r \phi / r / \delta r) + \tau r \phi = 0 \text{ -----(B-10)}$$

se sabe que:

$$\delta(\tau r \phi / r) / \delta r = (r \delta \tau r \phi / \delta r) + \tau r \phi \text{ -----(B-10a)}$$

sustituyendo (B-2a) en (B-2) y dividiendo entre (r)

$$(1/ r)(\delta \sigma / \delta \phi) + (\delta \tau r \phi / \delta r) + 2 \tau r \phi / r = 0 \text{ -----(B-11)}$$

Si la distribución de esfuerzos es simétrica con respecto al eje "0" (fig 1-B), perpendicular al plano X-Y, las componentes del esfuerzo no dependen de ϕ , sino solo de r. Por simetría también el esfuerzo cortante $\tau r \phi$ desaparece y únicamente la ecuación (B-9) se conserva.

$$(\delta r / \delta r) + (\sigma r - \sigma) / r = 0$$

La solución de las siguientes ecuaciones satisface a la anterior:

$$\sigma r = (1/ r)(\delta \phi / \delta r) + (1 / r^2)(\delta^2 \phi / \delta \phi^2)$$

$$\sigma = \delta^2 \phi / \delta r^2$$

$$\begin{aligned} \tau r \phi &= (1 / r^2) (\delta \phi / \delta \phi) - (1 / r^2)(\delta^2 \phi / \delta r \delta \phi) \\ &= - (\delta / \delta r)[(1/ r) \delta \phi / \delta \phi] \end{aligned}$$

donde ϕ (funcion esfuerzo) es funcion de r y ϕ .

Una condición que satisface la ecuación de compatibilidad, en coordenadas cartesianas es:

$$(\delta^4 \phi / \delta x^4) + 2(\delta^4 \phi / \delta x^2 \delta y^2) + (\delta^4 \phi / \delta y^4) = 0$$

La relacion entre coordenadas polares y cartesianas es:

$$r^2 = x^2 + y^2 ; \phi = \text{arc tg}(y / x)$$

de aquí que

$$(\partial r / \partial x) = (x / r) = \cos\phi; \quad (\partial r / \partial y) = (y / r) = \sin\phi$$

$$\partial\phi / \partial x = -y / r^2 = -\sin\phi / r; \quad \partial\phi / \partial y = x / r^2 = \cos\phi / r$$

como $\varphi = f(r, \phi)$

$$(\partial\varphi / \partial x) = (\partial\varphi / \partial r)(\partial r / \partial x) + (\partial\varphi / \partial\phi)(\partial\phi / \partial x) = (\partial\varphi / \partial r) \cos\phi - (1 / r) (\partial\varphi / \partial\phi) \sin\phi$$

La segunda derivada será:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \left[\frac{\partial \cos\phi}{\partial r} - \frac{1}{r} \sin\phi \frac{\partial}{\partial\phi} \right] \left[\frac{\partial\varphi}{\partial r} \cos\phi - \frac{1}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial\phi} \sin\phi \right]$$

desarrollando:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = A - B - C + D$$

donde:

$$A = \frac{\partial}{\partial r} \cos\phi \frac{\partial\varphi}{\partial r} \cos\phi$$

$$B = \frac{1}{r} \sin\phi \frac{\partial}{\partial\phi} \frac{\partial\varphi}{\partial r} \cos\phi$$

$$C = \frac{1}{r} \sin\phi \frac{\partial}{\partial\phi} \frac{\partial\varphi}{\partial\phi} \cos\phi$$

$$D = \frac{1}{r} \sin\phi \frac{\partial}{\partial\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial\phi}$$

Derivando A, B, C, D

$$A' = (\partial^2 \varphi / \partial r^2) \cos^2 \phi$$

$$B' = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial\phi \partial r} \sin\phi \cos\phi - \frac{1}{r^2} \frac{\partial\varphi}{\partial\phi} \sin\phi \cos\phi$$

o bien

$$B' = \frac{\delta^2 \varphi}{\delta \phi \delta r} \frac{\text{sen} \phi \cos \phi}{r} - \frac{\delta \varphi}{\delta \phi} \frac{\text{sen} \phi \cos \phi}{r^2}$$

$$C' = \frac{\delta^2 \varphi}{\delta r \delta \phi} \frac{\cos \phi \text{sen} \phi}{r} - \frac{\delta \varphi}{\delta \phi} \frac{\text{sen} \phi \cos \phi}{r^2}$$

$$D' = \frac{\delta^2 \varphi}{\delta \phi^2} \frac{\text{sen}^2 \phi}{r^2} + \frac{\delta \varphi}{\delta r} \frac{\text{sen}^2 \phi}{r}$$

por lo tanto se tiene que:

$$(\delta^2 \varphi / \delta x) = A' - B' - C' + D'$$

Ordenando términos resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 \varphi}{\delta x^2} &= \frac{\delta^2 \varphi}{\delta r^2} \cos^2 \phi - \frac{2\delta^2 \varphi}{\delta \phi \delta r} \frac{\text{sen} \phi \cos \phi}{r} + \frac{2\delta \varphi}{\delta \phi} \frac{\text{sen} \phi \cos \phi}{r^2} \\ &+ \frac{\delta \varphi}{\delta r} \frac{\text{sen}^2 \phi}{r} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta \phi^2} \frac{\text{sen}^2 \phi}{r^2} \end{aligned} \quad \text{----- (B-12)}$$

De una manera similar se obtiene $(\delta^2 \varphi / \delta y^2)$; y es igual a:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} &= \frac{\delta^2 \varphi}{\delta r^2} \text{sen}^2 \phi + 2 \frac{\delta^2 \varphi}{\delta \phi \delta r} \frac{\text{sen} \phi \cos \phi}{r} + 2 \frac{\delta \varphi}{\delta \phi} \frac{\cos^2 \phi}{r} \\ &- 2 \frac{\delta \varphi}{\delta \phi} \frac{\text{sen} \phi \cos \phi}{r^2} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta \phi^2} \frac{\cos^2 \phi}{r^2} \end{aligned} \quad \text{----- (B-13)}$$

Sumando las ecuaciones B-12 y B-13 y utilizando la igualdad trigonométrica de:

$$\text{sen}^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$$

se obtiene:

$$\frac{\delta^2 \varphi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} = \frac{\delta^2 \varphi}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta \varphi}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 \varphi}{\delta \phi^2} \quad \text{-----(B-14)}$$

Utilizando la identidad:

$$\frac{\delta^4 \varphi}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 \varphi}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 \varphi}{\delta y^4} = \left(\frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} \right) \left(\frac{\delta^2 \varphi}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \varphi}{\delta y^2} \right)$$

Transformando la ecuación en coordenadas polares de acuerdo a la ecuación B-14, resulta:

$$\left[\frac{\delta^2}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2}{\delta \phi^2} \right] \left[\frac{\delta^2 \varphi}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta \varphi}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 \varphi}{\delta \phi^2} \right] = 0$$

$$\frac{\delta^2}{\delta r^2} \left[\frac{\delta^2 \varphi}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta \varphi}{\delta r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} \left[\frac{\delta^2 \varphi}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta \varphi}{\delta r} \right] = 0$$

Trabajando los dos términos de la ecuación anterior por separado en derivadas totales y llamándolos F y G respectivamente:

$$F = \frac{d^4}{dr^2} + \frac{d^2}{dr^2} \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} \right]$$

Trabajando el segundo término de la ecuación F, la primera derivada resulta:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} \right] = \frac{1}{r} \frac{d^2 \varphi}{dr^2} - \frac{d\varphi}{dr} \frac{1}{r^2}$$

y la segunda derivada es:

$$H = \frac{1}{r} \frac{d^3 \varphi}{dr^3} - \frac{2}{r^2} \frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{2}{r^3} \frac{d\varphi}{dr}$$

sustituyendo H en F resulta

$$F' = \frac{d^4 \varphi}{dr^4} + \frac{1}{r} \frac{d^3 \varphi}{dr^3} - \frac{2}{r^2} \frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{2}{r^3} \frac{d\varphi}{dr}$$

y

$$G' = \frac{1}{r} \frac{d^3 \varphi}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr^2} - \frac{d\varphi}{dr} \frac{1}{r^2} \right)$$

$$= \frac{1}{r} \frac{d^3 \varphi}{dr^3} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \varphi}{dr^2} - \frac{1}{r^3} \frac{d\varphi}{dr}$$

sumando F' y G' resulta:

$$0 = \frac{d^4 \varphi}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \varphi}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\varphi}{dr}$$

Que es la ecuación de compatibilidad para la distribución de tensiones simétricas respecto a un eje², la cual es una ecuación diferencial ordinaria, que puede reducirse a una ecuación diferencial de coeficientes constantes introduciendo una nueva variable t, tal que $r = e^t$. De ésta manera, puede obtenerse fácilmente la solución general de la ecuación anterior, la cual tendrá cuatro constantes de integración, las que deberán determinarse mediante las condiciones de frontera. Por sustitución, puede probarse que la solución general es²:

$$\varphi = A \log r + B r^2 \log r + C r^2 + D \text{-----} (B-15)$$

a partir de la cual pueden encontrarse las soluciones de todos los problemas de distribución de tensiones simétricas y fuerzas máscas nulas.

Los componentes de esfuerzos correspondientes se deducen de las

ecuaciones de fatigas en función de los alargamientos unitarios ϵ_x y ϵ_y y son:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\delta \rho}{\delta r} = \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \log r) + 2C \text{ -----(B-16)}$$

$$\sigma_\phi = \frac{\delta^2 \rho}{\delta r^2} = -\frac{A}{r^2} + B(3 + 2 \log r) + 2C \text{ -----(B-17)}$$

$$\tau_{r\phi} = 0 \text{ -----(B-18)}$$

Si no existe ningún agujero en el origen de coordenadas las constantes A y B se anulan², pues de no ser así las componentes de la tensión dadas en B-16 y B-17 serían infinitas para $r = 0$. Resulta, pues, que una placa sin fuerzas másicas que no presente un agujero en el origen solo admite una distribución de tensiones simétricas, aquellas para la cual $\sigma_r = \sigma_\phi =$ constante; lo que significa que la placa se encuentra en un estado equitensional de tracción o compresión uniforme en todas las direcciones de su plano².

Si existe un orificio en el origen, las expresiones B-16 y B-17 permiten obtener soluciones distintas de una tracción o compresión uniforme. Por ejemplo, haciendo $B = 0$, las ecuaciones B-16 y B-17 quedan²

$$\sigma_r = (A / r^2) + 2C \quad \text{y} \quad \sigma_\phi = - (A / r^2) + 2C \text{ -----(B-19)}$$

Esta solución se adapta al caso de la distribución de tensiones que se produce en un cilindro hueco sometido a una presión uniforme interior y exterior. Si r_i y r_o son los radios interior y exterior del cilindro y p_i y p_o las presiones uniformes interior y exterior, las condiciones de frontera serán:

$$(\sigma_r)_{r=r_i} = -p_i ; \quad (\sigma_r)_{r=r_o} = -p_o \text{ -----(a)}$$

y sustituyendo en la primera de las ecuaciones B-19 se obtienen las siguientes ecuaciones para determinar A y C.

$$\frac{A}{2} + 2C = -p_i ; \quad \frac{A}{2} + 2C = -p_o$$

de donde :

$$A = \frac{r_i^2 r_o^2 (p_o - p_i)}{r_o^2 - r_i^2}$$

$$2C = \frac{p_i r_i^2 - p_o r_o^2}{r_o^2 - r_i^2}$$

Sustituyendo éstos valores en las ecuaciones B - 19 se obtienen las siguientes expresiones para el esfuerzo radial y tangencial:

$$\sigma_r = \frac{p_i r_i^2 (r^2 - r_o^2) + p_o r_o^2 (r_i^2 - r^2)}{r^2 (r_o^2 - r_i^2)}$$

$$\sigma_t = \frac{p_i r_i^2 (r_o^2 + r^2) - p_o r_o^2 (r_i^2 + r^2)}{r^2 (r_o^2 - r_i^2)}$$

APENDICE C

Ecuación de pandeo helicoidal para un tubo ligero a partir de la ecuación de columnas de vigas.

La ecuación de columnas de vigas en el espacio es como sigue⁴:

$$EI \frac{d^4 V}{dZ^4} + F_0 \frac{d^2 V}{dZ^2} - Q = 0 \text{ -----(C-1)}$$

Donde V es un vector de flexión, Q es un vector de intensidad de carga y Z es un eje mostrado en la figura 1-C. Esta ecuación puede reescribirse en una forma escalar⁴:

$$EI \frac{d^4 V_x}{dZ^4} + F_0 \frac{d^2 V_x}{dZ^2} - Q_x = 0 \text{ -----(C-2)}$$

y

$$EI \frac{d^4 V_y}{dZ^4} + F_0 \frac{d^2 V_y}{dZ^2} - Q_y = 0 \text{ -----(C-3)}$$

La intensidad de carga puede expresarse en términos de una fuerza de contacto de pared para un tubo pandeado helicoidalmente, es decir⁴,

$$Q_x = - Fw \cos \theta \text{ -----(C-4)}$$

y

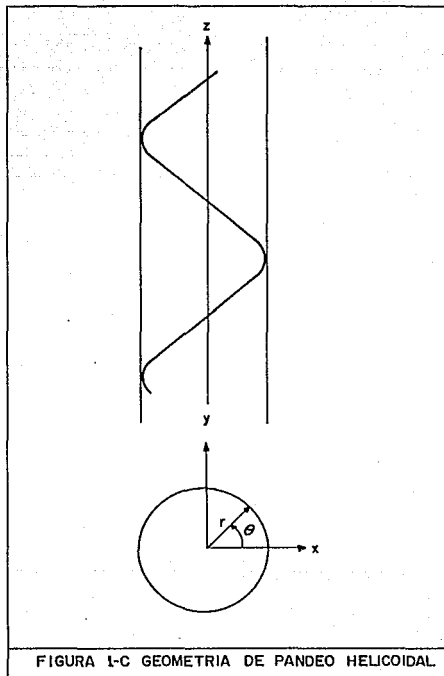
$$Q_y = - Fw \sin \theta \text{ -----(C-5)}$$

Donde Fw es una fuerza de contacto de pared. En adición, la deflexión puede expresarse por⁴

$$V_x = r \cos \theta \text{ -----(C-6)}$$

y

$$V_y = r \sin \theta \text{ -----(C-7)}$$



Sustituyendo las ecuaciones C-4, C-5, C-6 Y C-7 en las ecuaciones C-2 y C-3, y reduciendo términos resulta⁴.

Sustituyendo las ecuaciones C-4 a C-7 en la ecuación C-2 y C-3, y reduciendo resultan las ecuaciones⁴:

$$\frac{d^4 \theta}{d Z^4} + \left[\frac{F_0}{E I} - 6 \left[\frac{d \theta}{d Z} \right]^2 \right] \frac{d^2 \theta}{d Z^2} = 0 \text{ -----(C-8)}$$

Y

$$\frac{F_w}{E I r} + (d \theta / d Z)^4 - \frac{F_0}{E I} (d \theta / d Z)^2 - 4 (d \theta / d Z)$$

$$(d^3 \theta / d Z^3) - 3 (d^2 \theta / d Z^2) = 0 \text{ -----(C-9)}$$

El pitch helicoidal, p, es relacionado⁴ a dθ/dZ como

$$\frac{2 \pi}{p} = \frac{d \theta}{d Z} \text{ -----(C-10)}$$

Para un tubo ligero, se conoce que el pitch helicoidal es constante a lo largo del tubo pandeado helicoidalmente, es decir, d/dZ es constante y es una derivada mayor que resulta cero. Consecuentemente, la ecuación (C-8) es automáticamente satisfecha, y

la ecuación⁴ C-9 se simplifica

$$\frac{F_w}{E I r} + (d \theta / d Z)^4 - \frac{F_0}{E I} (d \theta / d Z)^2 = 0 \text{ -----(C-11)}$$

Para la solución de la ecuación C-11, la fuerza de contacto de

pared, F_w , puede conocerse posteriormente.

La fuerza de contacto de pared fué establecida por Mitchell R.F.^{4,8} con el teorema de trabajo efectivo, y es dada por⁴.

$$F_w = \frac{F_e^2 r}{4 E I} \text{-----} (C-12)$$

Sustituyendo la ecuación C-12 en C-11 y resolviendo la ecuación resultante⁴ se reduce a:

$$(d \theta / d Z)^2 = \frac{F_e}{2 E I} \text{-----} (C-13)$$

De las ecuaciones⁴ C-10 y C-13 resulta:

$$P^2 = \frac{8 \pi^2 E I}{F_e} \text{-----} (C-14)$$

La cual se obtuvo tomando una derivada de energía potencial total con respecto a p con un claro radial "r" constante.

APENDICE D

Ecuación de pandeo helicoidal para un tubo con peso

La ecuación de columnas/vigas es generalizada para incluir el peso de un tubo y es dada por⁴.

$$EI \frac{d^4 \psi}{dZ^4} + F_o \frac{d^2 \psi}{dZ^2} - W \frac{d \psi}{dZ} - Q = 0 \text{ -----(D-1)}$$

Donde W es el peso del tubo por unidad de longitud. La ec. D-1 es la misma que la ecuación C-1 excepto para el primer término de derivada. Si las ecuaciones C-4 a C-7 son introducidas en forma escalar en la ecuación D-1, se obtienen las ecuaciones D-2 y C-9.

$$\left(\frac{d^4 \theta}{dZ^4} \right) + \left(\left(\frac{F_o}{EI} - 6 \left(\frac{d \theta}{dZ} \right)^2 \right) \left(\frac{d \theta^2}{dZ^2} \right) - \left(\frac{W}{EI} \right) \frac{d \theta}{dZ} = 0 \text{ -----(D-2)}$$

El pitch helicoidal no es constante para un tubo con peso, y por lo tanto la ecuación D-2 no es satisfecha automáticamente. Esta ecuación es una ecuación diferencial no lineal de cuarto orden. Para resolver esto, puede usarse una solución de aproximación de series. Si se incluyen mas términos en la aproximación, la solución es mas exacta. Sin embargo, la solución, es mas complicada, por lo que se usó una ecuación polinomial de cuarto orden⁴.

$$\theta = b_0 + b_1 Z + b_2 Z^2 + b_3 Z^3 + b_4 Z^4, \dots \text{ (D-3)}$$

Ya que la ecuación D-2 es de cuarto orden, ahora pueden establecerse condiciones de frontera para resolver la ecuación. Una condición de frontera obvia es $d\theta/dZ = 0$, con no pandeo en un extremo, a causa de que el pitch helicoidal viene como infinito la otra condición de frontera es mas complicada ya que un empacador generalmente existe en el extremo inferior. Un camino exacto para tratar la condición de frontera es el uso de la aproximación dada por Mitchel^{1o} y Sorenson^{2o}. Sin embargo, ésta aproximación, generalmente es consumidora de tiempo y puede divergir numericamente. Alternativamente, puede utilizarse el método de Lubinski^a para la condición de frontera en el empacador al final de la sarta. Aquí el peso del tubo es despreciado; Consecuentemente, la solución de Lubinski puede utilizarse. Aplicando la ecuación 4.16 en la ecuación D-2 con ésta condición de frontera los resultados se reducen en las ecuaciones 4.17 a 4.21 para los coeficientes.

APENDICE E

Deformación de un elemento pequeño en un tubo pandeado helicoidalmente.

La deformación de un elemento pequeño en un tubo pandeado helicoidalmente⁵ puede calcularse por:

$$\xi = \frac{1 - (1 + r^2 (d\theta / dZ)^2)^{.5}}{(1 + r^2 (d\theta / dZ)^2)^{.5}} \text{-----(E-1)}$$

Donde ξ es la deformación de un elemento pequeño de tubo.

Usando $(1 + a)^{.5} = 1 + .5 a$; ($a < 1$), la ecuación E -1 resulta

$$\xi = -.5 r^2 (d\theta / dZ)^2 \text{-----}(E-2)$$

Donde el signo negativo mide el acortamiento de un tubo como un resultado del pandeo helicoidal.

El cambio total de longitud es obtenido a través de la integración de la ecuación E - 2 a lo largo de la longitud pandeada de un tubo, es decir, el cambio total de longitud⁵, ΔL_b es:

$$\Delta L_b = \int_0^{L_0} \xi dZ = -\int_0^{L_0} .5 r^2 (d\theta / dZ)^2 dZ \text{-----}(E-3)$$

Donde L_0 indica la longitud pandeada helicoidalmente del tubo. una vez que la ecuación 4.16 es conocida, la ecuación E-3, se reduce a la ecuación 4.22. La integración puede ejecutarse numéricamente para casos complicados tal como una terminación de sarta combinada⁵.

$$\Delta L_b = (a_0^2 L_0 + a_0 a_1 L_0 + (1/3 a_1^2 + 2/3 a_0^2 a_2) L_0 + (1/2 a_0^3 a_3 + 1/2 a_1 a_2) L_0^4 + (1/5 a_2^2 + 2/5 a_1 a_3) L_0^5 + 1/3 a_2 a_3 L_0^6 + 1/7 a_3^2 L_0^7) * .5 r^2$$

Donde ΔL_b es el cambio total en la longitud del tubo.

APENDICE F

Esfuerzo de flexión

El momento de flexión puede dividirse en dos componentes en los planos XZ y XY como sigue:

$$(M_b)_x = EI (d^2 v_x / dZ^2) \text{-----(F-1)}$$

y

$$(M_b)_y = EI (d^2 v_y / dZ^2) \text{-----(F-2)}$$

La sustitución de las ecuaciones^a C-6 Y C-7 en las ecuaciones F-1 y F-2 se reduce a:

$$(M_b)_x = EIr[\cos \theta (d\theta / dZ)^2 + \sin \theta (d^2 \theta / dZ^2)] \text{-----(F-3)}$$

y

$$(M_b)_y = EIr[-\sin \theta (d\theta / dZ)^2 + \cos \theta (d^2 \theta / dZ^2)] \text{-----(F-4)}$$

El momento de flexión resultante^a es:

$$M_b = \{ [(M_b)_x]^2 + [(M_b)_y]^2 \}^{.5} \text{-----(F-5)}$$

Sustituyendo las ecuaciones F-3 y F-4 en F-5 resulta:

$$M_b = E I r \{ (d\theta / dZ)^4 + (d^2 \theta / dZ^2)^2 \}^{.5} \text{-----(F-6)}$$

Una vez que $d\theta/dZ$ es obtenido, la ecuación de momento de flexión puede (F-6), puede calcularse. Si se considera un tubo sin peso, la ecuación C-10 puede introducirse en la ecuación

F-6 para fines de momento de flexión:

$$M_b = \frac{4 \pi^2 E I r}{p^2} \text{-----(F-7)}$$

Con la relación pitch/fuerza (ecuación 4.25), el momento de flexión es expresado en términos de la fuerza externa:

$$M_b = \frac{F_o r}{2} \text{-----(F-8)}$$

El esfuerzo resultante del momento de flexión es:

$$\sigma_b = \frac{M_b d}{2 I} = \frac{F_o r d}{4 I} \text{-----(F-9)}$$

APENDICE G

Pandeo de T.R. en pozos horizontales o altamente desviados

Dos modos de pandeo ¹⁷ pueden ocurrir para tubos en pozos horizontales o altamente inclinados, helicoidal y sinusoidal (figura 1-G). La fuerza axial compresiva requerida para pandear el tubo en una configuración sinusoidal depende en la rigidez y peso del tubo y en un tamaño de agujero en una manera similar a un establecimiento elástico en una viga.¹⁷

Modos de pandeo

Para un tubo sujeto a una carga axial a lo largo de la parte baja de un agujero horizontal, la configuración sinusoidal y helicoidal puede existir. Para deformación sinusoidal, la configuración es descrita por ¹⁷:

$$\beta = \beta_0 \text{ sen } (N\pi/2 \pi Z / L) \text{-----}(G-1)$$

y para deformación helicoidal, la configuración es:¹⁷

$$\beta = 2 N \pi Z / L \text{-----}(G-2)$$

Donde β es el ángulo medido desde el lado bajo del agujero a la línea central del tubo y Z es el eje alineado con el eje del agujero.

Tubo deformado sinusoidalmente en un pozo horizontal

Dawson y Paslay³¹ proporcionaron la fuerza de iniciación de pandeo para un tubo en un agujero inclinado a un ángulo α que es basado en el trabajo de paislayy bogys.²¹ para $\alpha = 90^\circ$, su ecuación puede escribirse como:

$$F_{cr} = EI(N\pi/2 \pi / L)^2 + (W/r)(L / N\pi/2 \pi)^2 \text{-----}(G-3)$$

Haciendo $l = L / N\pi/2$ en la ecuación G-3, la carga crítica es similar a la fuerza de pandeo para una viga sobre un fundamento elástico con la constante de fundamento $K = W / r$. La ecuación

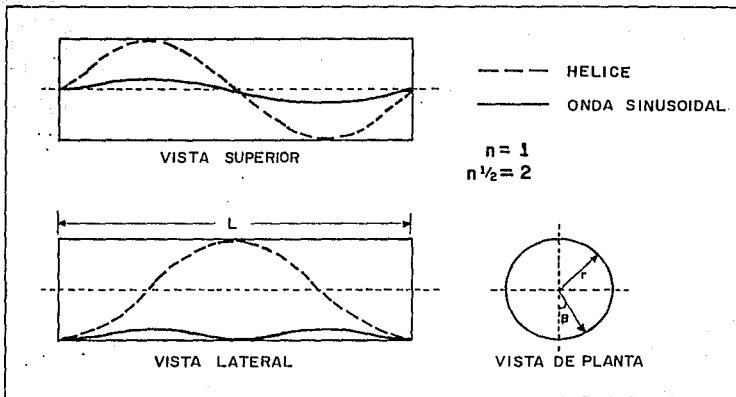


FIGURA I-6. CONFIGURACION DE POSTPANDEO EN UN POZO HORIZONTAL

puede ser introducida en una forma adimensional¹⁷

$$\frac{F_{cr}}{(KEI)^{.5}} = (\pi / 2^{.5} \xi L)^2 + (2^{.5} \xi (L/\pi))^2 \text{-----}(6-4)$$

Donde $\xi = (K / 4EI)^{.25}$ y $K = W / r$

Para una viga corta, el número de medias ondulaciones $N\lambda/2$, puede determinarse de:

$$N\lambda/2 < (2^{.5} / \pi) \xi L < (N\lambda/2 + 1)^{.5} \text{-----}(6-5)$$

Esta desigualdad es usada en el análisis del modelo discutido posteriormente.

Den Hartog³⁰ mostró que para una viga larga, $(2^{.5} / \pi) \xi L = 1$ y

$$1 = \pi / 2^{.5} \xi = \pi (EI / K)^{.25} \text{-----}(6-6)$$

sustituyendo la ecuación 6-6 en la ecuación 6-3 resulta

$$F_{cr} = 2 (KEI)^{.5} = 2 (EIW / r)^{.5} \text{-----}(6-7)$$

Para un agujero inclinado, la sustitución de $W \sin \alpha$ por W dada por Dawson y Paslay³⁴ en la ecuación 6-1.

Note que ésta ecuación se aplica a un pandeo sinusoidal a lo largo del lado de la parte inferior del agujero.

Pandeo helicoidal en un agujero horizontal

Como la fuerza axial compresiva F_{cr} es incrementada arriba, el pandeo helicoidal eventualmente puede ocurrir en un agujero horizontal.⁴⁷ la energía de fuerza de flexión para la hélice derivada por Cheatham y Pattillo⁵ es.

$$E_b = 8 \pi^4 E I L r^2 / (1 / n)^4 \text{-----}(6-8)$$

Y el trabajo externo por la fuerza F durante el pandeo es:⁴⁷

$$W_o = 2 F L \pi^2 r^2 / (L / N)^2 \text{-----}(G-9)$$

Donde la expresión para el pitch se ha remplazado por $P = L/N$. El cambio de energía potencial cuando el tubo se mueve desde una configuración recta a lo largo de la parte baja del agujero dentro de una hélice con centro de gravedad en el centro del agujero es:⁴⁷

$$E_p = W L r \text{-----}(G-10)$$

La energía de conservación requiere que la energía total, E_t sea cero o que.

$$E_t = W_o - E_b - E_p = 0 \text{-----}(G-11)$$

Sustituyendo las ecuaciones G-8 a G-10 en la ecuación G-11 y resolviendo para F^* y reduciendo, se obtiene:⁴⁷

$$F^* = 4EI (N \pi / L)^2 + (W / 2r) (L / N \pi)^2 \text{-----}(G-12)$$

Si $N = N_o/2 / 2$ es sustituido dentro de ésta ecuación, el primer término es el mismo que el primero de la ecuación G-3, pero el segundo término es dos veces mayor que el correspondiente en la ecuación G-3.

Para el valor mínimo de F^* para un tubo largo $\partial F^* / \partial N = 0$ se reduce a

$$(N \pi / L)^2 = (N / P)^2 = (W / 8EIr)^{.5} \text{-----}(G-13)$$

sustituyendo la ecuación G-13 en G-12 resulta⁴⁷

$$F^* = 2 (2)^{.5} (E I W / r)^{.5} \text{-----}(G-14)$$

Para el pandeo helicoidal de un tubo en un agujero horizontal. Resolviendo para W/r desde la ecuación G-13 y sustituyendo en la ecuación G-14, se reduce a:⁴⁷

$$F^* = 8 \pi^2 E I / P^2 \text{-----}(G-15)$$

La cual concuerda con la ecuación clásica para pandeo helicoidal proporcionada por Lubinski y colaboradores.⁴

En conclusión, el pandeo será iniciado en una forma sinusoidal a lo largo del lado inferior del agujero a una fuerza compresiva axial dada por:^{4,7}

$$F_{cr} = 2 [E I (\omega / r)]^5 \text{-----} (6-16)$$

y el pandeo helicoidal no ocurrirá hasta que la fuerza axial alcance un valor dado por:^{4,7}

$$F^* = 2(2)^5 [E I (\omega / r)]^5 \text{-----} (6-17)$$