

32  
2ej



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE QUIMICA**

**SIMULACION DE LAS CARACTERISTICAS DE OPERACION PARA  
EXTRUSORES PLASTIFICANTES CON HUSILLOS DE CANAL  
CONSTANTE Y VARIABLE: ZONA DE DOSIFICACION**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO QUIMICO  
P R E S E N T A:  
CHAVEZ GUZMAN JOSE LUIS**



**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**MEXICO, D. F.**

**1993.**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

1.- INTRODUCCION	1
2.- ELEMENTOS DE REOLOGIA	9
2.1.- Sólido de Hooke	
2.2.- Fluido Newtoniano	
2.3.- Fluido Viscoelástico	
3.- DESARROLLO TEORICO	24
3.1- Desarrollo del flujo en un extrusor plastificante	24
3.2- Modelo newtoniano	34
3.3- Modelo no newtoniano	45
3.4- Simulación numérica	59
3.4.1- Husillo con profundidad de canal constante	
3.4.2- Husillo con profundidad de canal variable	
4.- PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS	71
5.- CONCLUSIONES	106
APENDICE A: AJUSTE EMPIRICO DE LOS DATOS DE VISCOSIDAD	108
BIBLIOGRAFIA	115
APENDICE B: PROGRAMAS DE COMPUTACION PARA PROFUNDIDAD DE CANAL CONSTANTE	116
APENDICE C: PROGRAMAS DE COMPUTADORA PARA PROFUNDIDAD DE CANAL VARIABLE	119

## 1. INTRODUCCION

La literatura sobre las llamadas macromoléculas y que actualmente conocemos con el nombre de polímeros ("poli", muchos; "mero", parte) ha continuado agrandandose sin mostrar ningún signo que indique que ha llegado a la cima.

Los polímeros han adquirido una gran importancia debido a que han aumentado su producción y uso enormemente en las últimas décadas por dıvesas causas: bajos costos, resistencia química ligereza, dureza y, en general, porque poseen mejores propiedades mecánicas y químicas en comparación con los materiales "tradicionales" (madera, acero, concreto, etc.).

El vocablo polímero se aplica a una molécula constituida por la repetición de una unidad más simple: el (mero o monómero) un gran número de veces con lo que es posible obtener compuestos de peso molecular elevado. Estas moléculas gigantes también denominadas macromoléculas (estructura compleja), corresponden a la hipótesis macromolecular propuesta por Staudinger en 1920.(1)\*

Estos se forman haciendo reaccionar entre si muchas moléculas pequeñas (monómeros) mediante dos mecanismos principales:

a).- Mecanismo de Adición.

b).- Mecanismo de Condensación.

En algunos casos las moléculas pueden reaccionar consigo mismas para formar homopolímeros. En otras ocasiones se requieren dos monómeros diferentes para obtener un copolímero. Si son tres los monómeros será un terpolímero.

Generalmente las grandes moléculas de los polímeros tienen enlaces covalentes mientras que las moléculas o segmentos de la misma molécula se atraen entre si por fuerzas secundarias o de Van der Waals.

\*Los números entre paréntesis representan referencias bibliográficas al final del trabajo.

Los enlaces covalentes se caracterizan por altas energías mientras que las fuerzas secundarias son más difíciles de caracterizar debido a que operan entre moléculas o segmentos de las mismas moléculas.

La manera en que se forman los enlaces, los grupos colgantes y los dobles enlaces que existen en las moléculas conocidas provocan tres tipos de estructuras moleculares poliméricas:

- a).- Lineal
- b).- Ramificada
- c).- Red

#### ESTRUCTURA LINEAL

Las cadenas poliméricas lineales se construyen a partir de monómeros bifuncionales.

Existen dos tipos principales de polímeros lineales: copolímero aleatorio y de bloque. Los copolímeros aleatorios se obtienen al hacer reaccionar monómeros bifuncionales diferentes de tal forma que el arreglo de los mismos en la cadena polimérica es aleatorio. Los polímeros de bloque resultan cuando los dos monómeros se polimerizan en bloque a lo largo de una cadena bajo circunstancias específicas.

#### ESTRUCTURA RAMIFICADA

Si los monómeros son trifuncionales (o más) se pueden formar cadenas lineales en las que se insertan otras cadenas laterales. Una consecuencia importante es que la ramificación interfiere con el ordenamiento de las moléculas de manera que la cristalinidad disminuye. Además también el flujo del material fundido formado por las moléculas ramificadas se complica por efectos elásticos.

## ESTRUCTURA DE RED

Los polímeros de red se obtienen a partir de sistemas reaccionantes que tienen un número suficiente de monómero con funcionalidad tres o mayor. También es posible obtenerlos al entrelazar un polímero lineal o uno ramificado formando una red polimérica abierta como sucede en el caso de la vulcanización. Es decir, todas las cadenas se interconectan unas con otras para que finalmente se forme una molécula gigante.

Las propiedades de los polímeros dependen del tamaño de la molécula, tipo de enlace que las une así como de los elementos químicos involucrados. En términos generales los polímeros se pueden clasificar de la siguiente manera:

a).-NATURALES.- Celulosa, proteínas, almidón, hule, alquitrán y las resinas

b).-ARTIFICIALES.- Pensados y fabricados por el hombre.

Los polímeros naturales pueden ser de origen animal, vegetal o mineral. La naturaleza, por ejemplo sintetiza polímeros como la celulosa.

Los polímeros artificiales o sintéticos elaborados por el hombre se conocen como PLASTICOS.

Debido a las diferentes estructuras y propiedades fisicoquímicas que caracterizan a los polímeros así como, por los diferentes procesos empleados en su transformación, los plásticos pueden agruparse en tres grupos:

- TERMOFIJOS
- TERMOPLASTICOS
- ELASTOMEROS

Los Termofijos son polímeros que una vez que han sido producidos no se ven afectados por la temperatura ya que no se funden ni se reblandecen; con excepción, naturalmente, de la posible degradación.

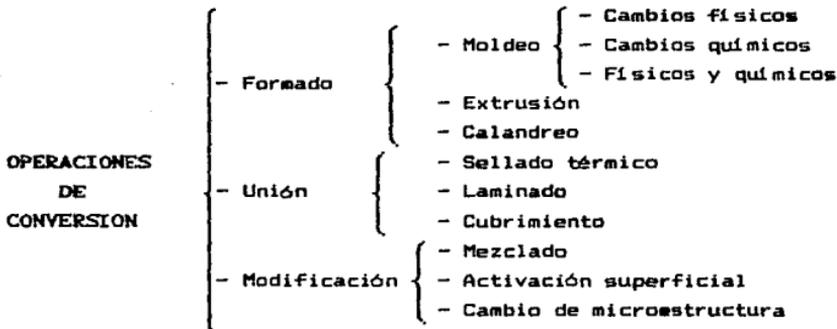
Los Termoplásticos son polímeros que bajo la acción de calor pueden fundirse o reblandecerse y se endurecen al enfriarlos reteniendo una forma determinada, proceso que puede ser repetido un número muy grande de veces. Las fuerzas de Van der Waals son relativamente débiles y pueden vencerse por la acción del calor lo cual hace que el polímero se reblandezca o se funda. La mayoría de estos materiales son solubles en solventes específicos y sus temperaturas de ablandamiento cambian con el tipo de polímero por lo que es necesario tener cuidado para evitar su descomposición o que puedan inflamarse.

Los materiales termoplásticos, tanto en número como en volumen, son más importantes que los termofijos por lo que el número de empresas que se dedican al procesamiento es consecuentemente, también mayor.

Los elastómeros constituyen un grupo importante de materiales poliméricos que poseen un menor grado de entrecruzamiento que los termofijos por lo que también se reblandecen por la acción del calor pero sin llegar a fundirse. Son materiales que pueden estirarse repetidamente al doble de su longitud original y la recobran casi totalmente al liberarlos de la fuerza que provoca la deformación.

Un ejemplo de estos materiales lo representa el hule natural y que, seguramente, fue el primer elastómero usado por el hombre y como era de esperarse al tiempo que ha existido el desarrollo de nuevos materiales ha existido también la necesidad de desarrollar diversas técnicas para lograr la transformación de estos materiales en productos útiles.

El conjunto de operaciones de transformación constituye el campo de procesado de polímeros cuya clasificación general se puede desglosar de la siguiente manera:



Las operaciones de formado constituyen quizá el grupo más grande de procesos utilizados industrialmente para obtener productos útiles. Todos ellos se caracterizan por el hecho de que el material debe fluir para que adquiera una forma y posteriormente debe solidificar para que retenga la forma deseada.

En particular, la operación de extrusión que se lleva a cabo en materiales termoplásticos es de suma importancia a la industria del plástico ya que la máquina conocida como extrusor forma el alma de la mayoría de los procesos de formado, ya que casi todos los polímeros deben pasar al menos una vez por

este tipo de equipo durante su etapa de producción desde el reactor de polimerización hasta el producto terminado. Entre ellos podemos citar artículos domésticos como también para la industria automotriz.

La palabra "EXTRUSION" viene del latin "ex" (fuera) y "trudere" (empujar) y se describe como: empujar o forzar un material en estado semiplástico a través de una boquilla para que tome la forma del contorno de la sección a través del cual fluye. La máquina de extrusión más simple es aquella que esta formada por un husillo o tornillo que gira dentro de un barril de geometría cilíndrica y que es calentado en el exterior; posteriormente el material se endurece mediante enfriamiento.

En la figura 1.1 se muestra un esquema representativo de un proceso de extrusión plastificante en el cual se alimenta polímero sólido para bombear un producto final en estado líquido en condiciones elevadas de temperatura y presión y en forma continua.

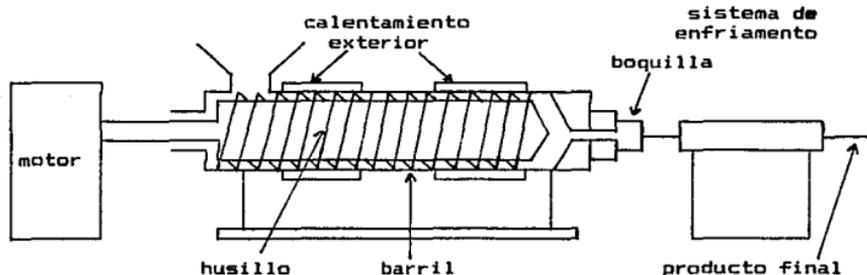


FIGURA 1.1  
PROCESO DE EXTRUSION PLASTIFICANTE

Los primeros trabajos de extrusión de que se tienen noticia ocurrieron en 1795 por Joseph Bramah.(5) Luego en 1870 aparece la extrusión húmeda del nitrato de celulosa. Para 1880 el hule es reblandecido con calor antes de forzarlo por la boquilla y a esto se le conoce "extrusión en seco". Los materiales como el acetato de celulosa, la etilcelulosa y el metilmetacrilato se empezaron a extruir en la década de los treinta; en 1940 se lleva a cabo la extrusión del poliestireno y en 1941 la del polietileno y del nylon. Los principios teóricos del flujo de fluidos en el husillo del extrusor datan del siglo XIX. Con Navier y Boissinesq, los cuales permiten establecer las ecuaciones fundamentales, para el caso de fluidos en canales rectangulares. Posteriormente, Poiseuille confirma algunas de estas ecuaciones con sus trabajos experimentales y proporciona una explicación más clara sobre la mecánica de fluidos viscosos o de bajo número de Reynolds. Más tarde los trabajos de Pigott, Eirich, Rogunosky, Rowel y Filagson (11) contribuyen a formar los cimientos de la teoría del flujo de líquidos en extrusión. En tiempos relativamente recientes esta teoría se ha desarrollado considerablemente aunque todavía existe un largo camino por recorrer.

A raíz del perfeccionamiento de las técnicas de producción, el proceso de extrusión ha evolucionado mucho hasta llegar a obtener equipos muy sofisticados. Existen extrusores de un husillo o varios husillos que poseen geometrías muy complejas y conjuntamente con el comportamiento tan especial que los materiales termoplásticos fundidos tienen, provoca que sean difíciles de analizar desde el punto de vista teórico, por lo que en gran medida se han diseñado y operado de una manera empírica.

Sin embargo, el empiricismo ha tenido que irse sustituyendo por los avances teóricos ya que se ha caído en etapas de ineficiencia muy alta. Los problemas del estudio de

modelos matemáticos, han sido poco a poco resueltos con los adelantos desarrollados en el área de la computación, permitiendo hacer estudios de proceso de extrusión más de acuerdo a sus fenómenos físicos reales.

**Objetivos:**

-Desarrollar la ecuación de cálculo para el bombeo isotérmico de un polímero termoplástico completamente fundido a través de un extrusor que puede expresarse por la ecuación reológica ley de la potencia en:

-Canal Constante

-Canal de Profundidad Lineal

-Comparar las predicciones del Gasto Volumétrico ( $Q$ ) contra caída de presión ( $P$ ), obtenidas con el modelo anterior para los dos tipos diferentes de husillo.

## 2.- ELEMENTOS DE REOLOGIA

Este capítulo es una introducción a la reología, la cual es una ciencia que abarca el análisis y la descripción de la respuesta interna que los materiales muestran a las fuerzas aplicadas; es decir, deformación y flujo. Sin embargo, su sentido realmente es mucho más amplio.

El flujo es el factor fundamental durante el procesamiento de polímeros [extrusión, calandreo, inyección, etc.] porque representa el elemento indispensable que se requiere para fabricar artículos útiles y baratos en forma rápida. El uso de los productos terminados requiere normalmente que las propiedades mecánicas sean las adecuadas para resistir condiciones muy específicas mismas que están influenciadas por el comportamiento reológico del polímero y de la naturaleza del flujo en el proceso de fabricación.

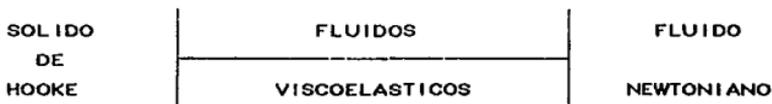
Debido a la gran diversidad de materiales que se conocen en la actualidad han aparecido diferentes grados de repuesta que éstos materiales exhiben cuando se les deforma. Al aplicar un esfuerzo pequeño a un sólido este se deforma continuamente hasta que los esfuerzos internos [moléculares] logran balancearlo, el sólido recupera su estado original al momento de retirar la fuerza que provoca la deformación siempre y cuando no se haya rebasado su límite elástico. El material más simple de este tipo es el sólido elástico de Hooke, para el que la deformación es directamente proporcional al esfuerzo aplicado. También existen materiales cuya respuesta elástica no es lineal.

Sin embargo no todos los materiales presentan este equilibrio entre los esfuerzos internos y externos. Cuando estos últimos son aplicados a un fluido lo que se causa es una deformación permanente hasta que el esfuerzo no ha sido quitado. La respuesta

de un fluido es por lo tanto aquella en que no existe resistencia a la deformación, pero en el que las fuerzas de fricción internas retardan la velocidad de la misma, Eventualmente, se establece un equilibrio en el que la velocidad de deformación es constante y se relaciona directamente con las propiedades del fluido.

El sólido de Hooke y un fluido newtoniano representan los dos extremos en la clasificación de materiales reológicos.

Entre estos dos tipos básicos de materiales existen otros cuyas propiedades muestran características tanto de sólidos elásticos como de fluidos y se denominan fluidos viscoelásticos. El espectro de materiales puede representarse como:



La reología trata con especial énfasis la viscosidad de los materiales ya que ésta es la propiedad de un fluido que da lugar a fuerzas que se oponen al movimiento relativo de capas adyacentes en el fluido. Estas fuerzas viscosas se originan en las que existen entre las moléculas del fluido y son de carácter similar a las fuerzas cortantes de los sólidos.

La viscosidad de los fluidos newtonianos puros (agua, gasolina, miel, ect.) solamente depende de la temperatura y de la presión. En los materiales poliméricos la viscosidad depende, además de la velocidad de deformación a la que estos materiales se someten. Consideremos una capa delgada de fluido newtoniano que se encuentra contenida entre dos placas paralelas infinitas, como se muestra en la Fig. 2.1.

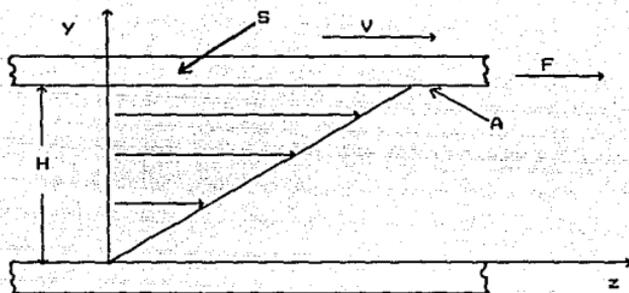


FIGURA 2.1  
FLUJO ENTRE DOS PLACAS PARALELAS

Supongase que la placa inferior permanece fija y que la placa superior se mueve a una velocidad constante ( $V$ ) debido a la aplicación de una fuerza ( $F$ ). Esta fuerza queda balanceada por la fuerza interna en el fluido cuando se ha alcanzado una condición estable en el proceso. Todas las capas del líquido se desplazan en la dirección  $z$ . La capa inmediatamente adyacente a la placa inferior se desplaza a la velocidad de dicha placa. La capa que le sigue hacia arriba se mueve a una velocidad un poco mayor y así sucesivamente al recorrer el fluido en la dirección  $y$ . Se observa que sobre el área superficial ( $A$ ) el fluido se ha deformado una cierta cantidad  $\gamma$  definida como  $\gamma = \frac{S}{H}$ .

Bajo estas condiciones se establece un flujo laminar newtoniano en el que el esfuerzo cortante (definido como  $\tau = F/A$ ) es proporcional al gradiente de velocidad (definido como  $V/H$ ).

$$\tau \propto \frac{V}{H}$$

Es decir:

$$\mathfrak{S} = \mu \frac{V}{H} = \frac{\mu}{H} \frac{dS}{dt} = \mu \frac{dS/H}{dt} = \mu \frac{dy}{dt} = \mu \dot{\gamma} \quad (1)$$

Donde  $\dot{\gamma}$  representa la velocidad de deformación. La constante de proporcionalidad es la viscosidad newtoniana ( $\mu$ ). Notemos que  $\mu$  representa la fuerza tangencial que se ejerce entre las láminas de flujo y es la que se opone al movimiento.

La gráfica de  $\dot{\gamma}$  contra  $\mathfrak{S}$  se usa para representar el comportamiento de los materiales y se le conoce como la curva de flujo. Los fluidos que obedecen la ley de viscosidad de Newton se llaman fluidos newtonianos, para lo que existe una relación lineal entre el esfuerzo cortante ( $\mathfrak{S}$ ) y la velocidad de deformación ( $\dot{\gamma}$ ) y solamente depende de la temperatura y de la presión.

La mayoría de los fluidos de interés poseen, sin embargo, una respuesta no lineal entre  $\mathfrak{S}$  y  $\dot{\gamma}$  se les conoce como fluidos no newtonianos. Ejemplos de ellos son las pastas, lechadas, polímeros fundidos y emulsiones. Su viscosidad depende, además de la temperatura y de la presión, de otros factores:

- 1.- La velocidad de deformación
- 2.- Del tipo de aparato en el que se halla confinado
- 3.- Del tipo de deformaciones a la que fue sometido

En general los fluidos reales pueden clasificarse en tres categorías:

a) Fluidos no newtonianos en los que la velocidad de deformación es únicamente función del esfuerzo cortante y son los llamados fluidos no newtonianos independientes del tiempo.

b) Sistemas más complejos para los que la relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación depende del tiempo en que el fluido ha sido sometido a una determinada historia de deformaciones.

c) Fluidos Viscoelásticos que tienen propiedades de sólidos y líquidos y exhiben una recuperación elástica parcial después que la deformación ha sido removida.

Los fluidos de la primera categoría pueden representarse gráficamente como se muestra en la figura 2.2.

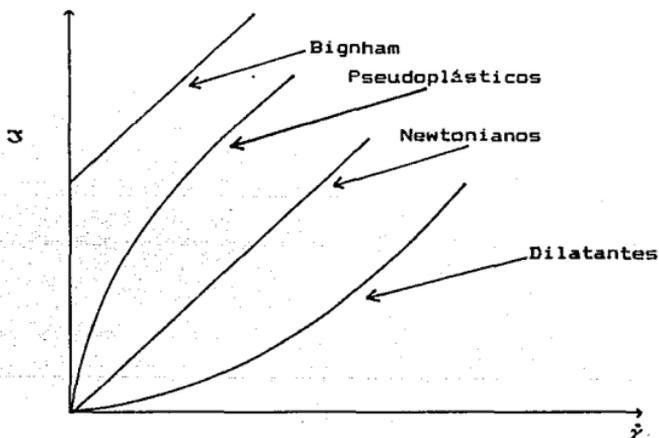


FIGURA 2.2  
CURVAS DE FLUJO DE FLUIDOS NEWTONIANOS  
INDEPENDIENTES DEL TIEMPO

## FLUIDOS INDEPENDIENTES DEL TIEMPO

1. Fluidos Plásticos de Bingham. Estos son los más simples debido a que tal como se muestran en la Figura 2.2 solamente difieren de los newtonianos en cuanto a que la relación lineal no pasa por el origen. Para iniciar el flujo se requiere un exceso de cierto valor del esfuerzo cortante ( $\tau_0$ ). Ejemplo de este tipo de fluidos son los lodos de perforación, la margarina, la pulpa de madera, la mezcla de chocolate, etc.

2. Fluidos Pseudoplásticos. Una gran parte de los fluidos no newtonianos pertenecen a esta categoría e incluyen las soluciones de polímeros, las grasas, las suspensiones de detergentes, los medios de dispersión y las pinturas. Para fines prácticos de Ingeniería se ha visto que afortunadamente los materiales poliméricos fundidos pueden representarse una forma bastante aproximada mediante este tipo de fluidos. La viscosidad aparente disminuye al aumentar el esfuerzo cortante.

3. Fluidos Dilatantes. Estos son mucho menos comunes que los pseudoplásticos y su comportamiento de flujo muestra un aumento de la viscosidad aparente al elevar la velocidad cortante. Algunas soluciones dilatantes son la harina de maíz y azúcar en solución.

## FLUIDOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO

1. Fluidos Tixotrópicos. Estos fluidos exhiben una disminución reversible del esfuerzo cortante con el tiempo cuando la velocidad cortante es constante. Este esfuerzo cortante tiende a un valor límite que depende de la velocidad cortante. Entre los

principales ejemplos pueden incluirse algunas soluciones de polímeros, la manteca y las pinturas.

2. Fluidos Reopécticos. Son muy raros y exhiben un aumento reversible del esfuerzo cortante con el tiempo cuando la velocidad cortante es constante. Algunos ejemplos son algunos geles y las suspensiones de yeso.

#### FLUIDOS VISCOELASTICOS

Los fluidos de esta naturaleza exhiben una recuperación elástica parcial después que ha sido removida la deformación.

Es decir, muestran propiedades tanto viscosas como elásticas pero la descripción de su comportamiento no es sencilla por lo que han sido elaboradas ciertas analogías mecánicas, para ilustrar la respuesta que presentan a los procesos de deformación.

Un sólido de Hooke se puede representar como un resorte porque tienen una respuesta elástica instantánea a la aplicación y liberación de una deformación. (Ver Fig. 2.3)

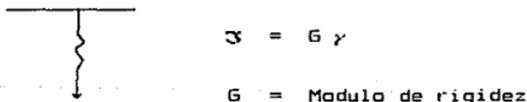
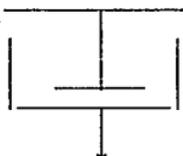


FIGURA 2.3  
REPRESENTACION DEL SOLIDO DE HOOKE

La ley de Hooke establece también que la proporción entre esfuerzo y deformación es una constante característica de un material y esta constante de proporcionalidad se conoce como

módulo de rigidez. Muchos materiales cuando se someten a esfuerzo que excede del mínimo presentan una deformación permanente y no recuperable que se conoce como deformación plástica y es el producto del desplazamiento permanente de átomos o moléculas de sus posiciones originales en el retículo.

El fluido newtoniano se ilustra mediante un amortiguador porque tiene una respuesta viscosa retardada debido a las fuerzas de fricción, y no puede recuperar su estado original cuando cesa la aplicación de la deformación. (Ver Fig. 2.4)



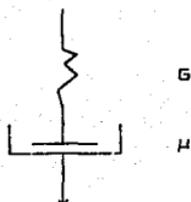
$$\mathfrak{S} = \mu \gamma$$

$$\mu = \text{viscosidad}$$

FIGURA 2.4  
ESQUEMA SIMPLIFICADO DEL FLUIDO NEWTONIANO

Si el resorte sigue la ley de Hooke y el amortiguador es de tipo newtoniano, la unión de estos dos elementos en serie, produce el modelo de Maxwell. Cuando se disponen en paralelo, resulta el modelo de Kelvin o Voigt, tal como se muestra en la Figura 2.5.

FLUIDO DE MAXWELL



SOLIDO DE VOIGT

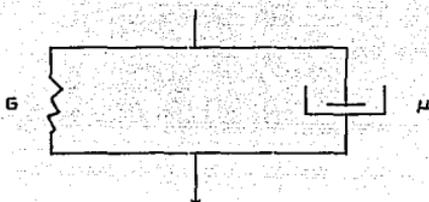


FIGURA 2.5

## ANALOGIAS MECANICAS BASICAS DEL COMPORTAMIENTO DE MATERIALES

El fluido de Maxwell tiene el modelo matemático basado en que la deformación total del sistema corresponde a la suma de las deformaciones en cada elemento: la deformación elástica del resorte más la deformación por flujo del amortiguador.

Es decir, utilizando los modelos básicos obtenemos:

$$\gamma = \gamma_{\text{resorte}} + \gamma_{\text{amortiguadores}} \Rightarrow \mathfrak{I} = \mu \dot{\gamma} - \frac{H}{G} \mathfrak{I}$$

El sólido de Voigh basa su modelo en que el esfuerzo total del sistema es el resultado de la contribución del esfuerzo que ocurre en el resorte y del esfuerzo que se genera en el amortiguador.

Es decir

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_{\text{resorte}} + \mathfrak{I}_{\text{amortiguador}}$$

→

$$\mathfrak{I} = G \gamma + \mu \dot{\gamma}$$

El complejo comportamiento de un fluido viscoelástico puede simularse por la combinación en serie y paralelo de las analogías mecánicas básicas.

En la figura 2.6 se comparan las deformaciones que presentan los fluidos anteriormente mencionados cuando se les somete a un proceso en que el esfuerzo cortante se mantiene constante durante un intervalo de tiempo definido.

En el fluido viscoelástico se observa claramente que presenta una recuperación elástica parcial (resorte) y un estado de deformación constante no recuperable (amortiguador) debido al proceso que ocurre a causa de la viscosidad.

De la misma forma en que el modelo puede complicarse agregando más elementos básicos, podemos inferir que su descripción matemática puede llegar a ser extremadamente difícil, como de hecho sucede. Para fines prácticos de estimaciones cuantitativas en Ingeniería se ha visto que los materiales plásticos fundidos se pueden aproximar razonablemente como fluidos pseudoplásticos para los que la viscosidad aparente (definida como el cociente del esfuerzo cortante entre la velocidad de deformación) decrece a medida que la velocidad de deformación aumenta.

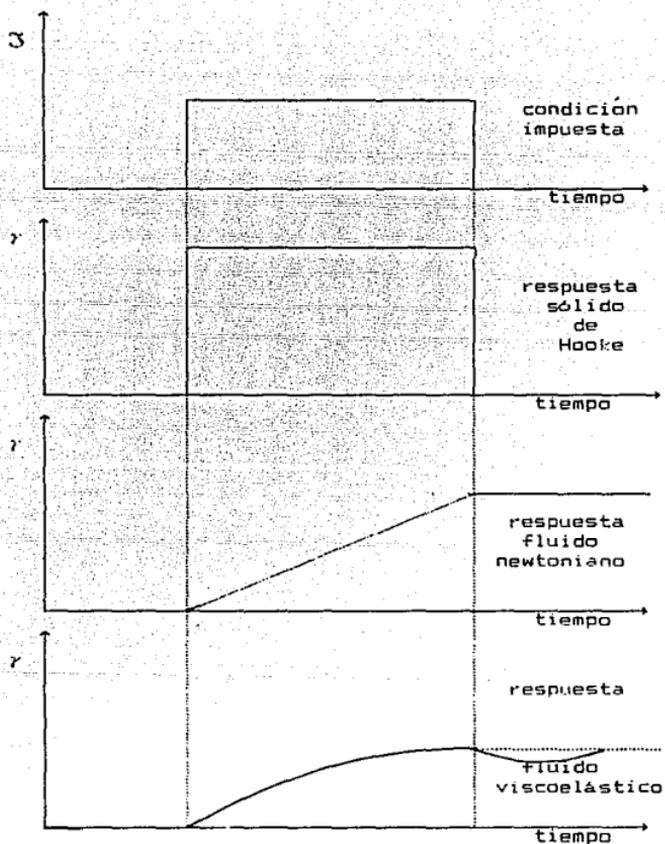


FIGURA 2.6  
 DEFORMACION DE DIFERENTES FLUIDOS AL ESTAR EN TENSION  
 DESPUES DE UN TIEMPO

Numerosas ecuaciones empíricas reológicas o modelos matemáticos se han propuesto para describir el comportamiento del flujo pseudoplástico.

Algunas ecuaciones son:

1. Newton  $\eta = \mu$

2. Ley de la Potencia  $\eta = \eta^0 \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^0} \right)^{n-1}$

3. Reiner  $\eta = \mu + \left( \frac{\mu_0 - \mu}{1 + (\dot{\gamma}/A)^2} \right)$

4. Ellis  $\eta = \frac{\eta_0}{1 + |\dot{\gamma}/\alpha|^B}$

5. Boeche  $\eta = \mu_0 f(\alpha\dot{\gamma})$

6. Rouse  $\eta = \mu_0 g(\beta\dot{\gamma})$

Cada una de las ecuaciones anteriores contienen parámetros empíricos positivos, los cuales pueden ser evaluados numéricamente al graficar los experimentos resultantes entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación a temperatura y presión constante.

La viscosidad aparente de los materiales pseudoplásticos decrece progresivamente a medida que la velocidad de deformación aumenta.

Al graficar en papel log-log la velocidad de deformación ( $\dot{\gamma}$ ), contra la viscosidad no newtoniana ( $\eta$ ) el comportamiento es

mostrado en la Fig. 2.7.

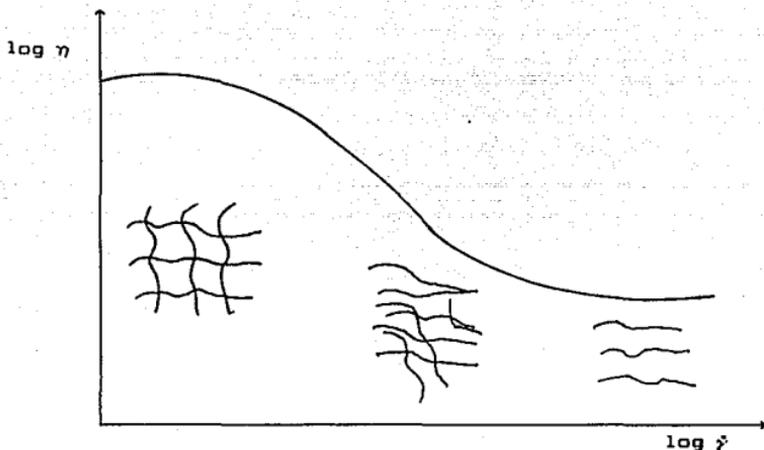


FIGURA 2.7  
VARIACION DE LA VISCOSIDAD CON RESPECTO A  $\dot{\gamma}$  EN LOS FLUIDOS  
PSEUDOPLASTICOS

En la figura 2.7. Se puede observar que existe una zona de valores de  $\dot{\gamma}$  pequeños en los que el polímero fundido se comporta como newtoniano con una viscosidad constante  $\eta_0$ .

Aunque no ha sido posible, obtenerla experimentalmente se supone que existe otra zona de comportamiento también newtoniano para valores de  $\dot{\gamma}$  muy grandes.

En los valores intermedios de  $\dot{\gamma}$  se ha observado que para la

mayoría de los materiales poliméricos la viscosidad decrece al aumentar  $\dot{\gamma}$ . La explicación fenomenológica de este comportamiento consiste en suponer que para un polímero comercial (con un peso molecular determinado) existe una masa muy enredada de cadenas moleculares, situación que tiende a restringir el flujo por lo que el valor de la viscosidad es muy elevado ( $\eta_0$ ). A medida que se aplica una mayor deformación (por ejemplo, se extruye a mayor velocidad) las cadenas pueden alinearse en la dirección de flujo de tal forma que empiezan a desenredarse disminuyendo así su viscosidad.

Para valores muy grandes de  $\dot{\gamma}$  las cadenas se encuentran completamente orientadas estado en el que el sistema adquiere otra viscosidad newtoniana constante.

Observando en la figura 2.7 que en la zona intermedia de valores  $\dot{\gamma}$  (10 - 100 segundos<sup>-1</sup>) la curva es prácticamente lineal, se ha propuesto utilizar la ecuación empírica no. 1 (ver 2.19) del modelo de la ley potencia. Esta ecuación puede escribirse en términos de  $\mathfrak{I}$  como:

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}^0 \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^0} \right)^{n-1} \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^0} \quad (2)$$

El modelo anterior con el cual se va a trabajar fue ajustado al comportamiento del polietileno de alta densidad para intervalos de temperaturas entre 170°C y 210°C con datos experimentales de  $\dot{\gamma}$  vs.  $\mathfrak{I}$ , (4). Un análisis de regresión lineal de estos datos permitió obtener el comportamiento de los parámetros de los modelos empíricos con respecto a su variación de la temperatura.

La funcionalidad de los parámetros es la siguiente:

$$\eta_0 = 10.401 * \exp \left( -2406 * \left( \frac{T - 473.16}{473.16 * T} \right) \right)$$

$$n = 0.4616 + 0.4091 \left( \frac{T - 473.16}{473.16} \right)$$

$$\dot{\gamma}^0 = 1 \text{ s}^{-1}$$

donde T es en grados K y  $\eta_0$  en kPas.

Hay que hacer la observación que las viscosidades de los materiales que se procesan también se ven reducidas por efecto de la presión que se desarrolla en el extrusor y otros factores que normalmente están ocultos, como son la adición de algunos lubricantes al polímero para mejorar su procesabilidad reduciendo su viscosidad. El polímero termoplástico polietileno de alta densidad utilizado no tiene aditivo alguno por lo que nos aseguramos que la viscosidad solamente se ve afectada, además de su dependencia con  $\dot{\gamma}$ , por la distribución de temperaturas a lo largo del barril en el extrusor y por sus características de peso molecular definidas al momento de producirlos. El efecto que la presión tiene sobre la viscosidad de este material no será tomado en cuenta debido a que los valores reportados en la literatura tienden a confirmar esta suposición.(1)

### 3.- DESARROLLO TEORICO

#### 3.1 Desarrollo del flujo en un extrusor plastificante.

La máquina para extrusión recibe el nombre de extrusor y el más simple es aquel que esta formado por un husillo o tornillo que gira dentro de un barril de geometría cilíndrica, el cual es calentado en la parte exterior por diferentes fuentes.

La extrusión como sistema de moldeo puede existir flujo continuo o intermitente. Si es continuo obtendremos objetos bidimensionales, tales como: varillas, tubos, películas, láminas o recubrimientos de cables o alambres. En cambio si es intermitente obtendremos objetos tridimensionales como son en el proceso de inyección o en el soplado. Como sistema de moldeo es sumamente rentable por su continuidad y producción. Los sistemas de moldeo derivados de la extrusión son:

- Soplado
- Compresión
- Inyección

Los extrusores se seleccionan por el diámetro del husillo y por la cantidad de material que plastifican por unidad de tiempo. Con este tipo de maquinaria, se ha extruido una gran variedad de productos a altas velocidades tales como perfiles y películas.

El extrusor consta básicamente de las siguientes partes tal y como se muestran en la figura 3.1.

- Una tolva
- Un husillo
- Un dado o boquilla
- Algun recurso para enfriar el material

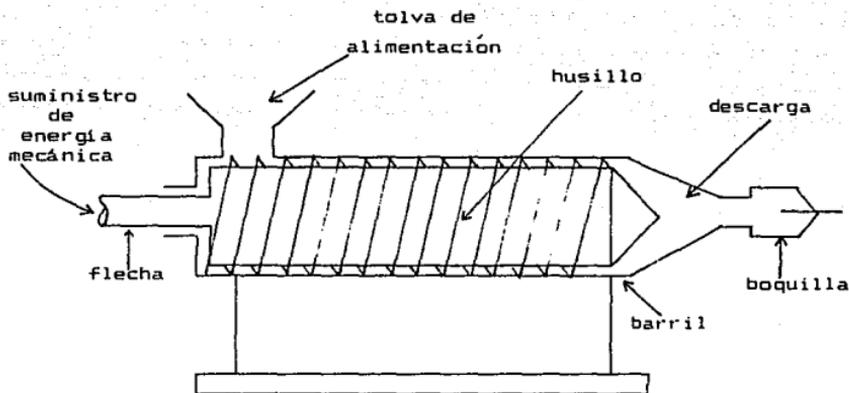


FIGURA 3.1  
EXTRUSOR PLASTIFICANTE

El material termoplástico sólido y sus aditivos se alimentan en forma de polvo o gránulos, a través de la tolva.

El plástico cae por gravedad a los canales del husillo que gira dentro de un cilindro caliente y es forzado hacia adelante por la hélice giratoria del husillo. A medida que el material se desplaza entre el husillo y el barril, este se calienta, se funde, se mezcla y se presuriza en la dirección de la

descarga.

El plástico una vez fundido y mezclado se fuerza a través de un dado o boquilla al final del cilindro para impartirle la forma deseada. Posteriormente el plástico extruido es enfriado, por ejemplo, sobre una banda transportadora para que finalmente se le corte en longitudes convenientes (i.e. papotes); también se le puede simplemente enrollar.

El cilindro de un extrusor es generalmente calentado por resistencias eléctricas, sin embargo también puede calentarse por otros medios tales como vapor de agua, aceite térmico o inducción eléctrica. Pero generalmente se prefiere el calentamiento por resistencias eléctricas, debido a presentar un mínimo de problemas de mantenimiento, normalmente responde más rápidamente y es más fácil de ajustar.

Es importante asegurar que la temperatura del cilindro no sea tan alta que llegue a degradar al material, pero por otro lado, la temperatura debe ser lo suficiente para plastificar completamente dicho material. El rango de temperaturas varía de acuerdo a los diferentes materiales que sean extruidos.

Si el cilindro es enfriado, se utiliza aire o agua fría.

El husillo o tornillo es un transportador de materiales que lleva los gránulos fríos del plástico hacia adelante y los compacta en la sección de compresión: El proceso de fusión se obtiene, por medio de la energía calorífica de conducción y la disipación viscosa generada por la fricción. El husillo de un extrusor es una parte importante del equipo.

Los husillos son hechos de acero en aleaciones especiales y tratados térmicamente para mayor duración; sin embargo, con el uso llegan a desgastarse.

Los tamaños comunes de los husillos (que se especifican por

el diámetro interior del cilindro) son: 1.5, 2, 2.5, 3.25, 3.5, 4.5, 6 y 8 pulgadas. También se han construido extrusores con diámetros de 36 pulgadas. Para evaluaciones de laboratorio se pueden conseguir tamaños más pequeños.

Normalmente se especifica la relación de la longitud al diámetro del barril  $L/D$ . Para los termoplásticos son comunes relaciones de 20:1 y 24:1. Para el hule se usan relaciones menores.

Debido a las características particulares de los diferentes flujos que componen el flujo global en el extrusor es necesario dividir el husillo en tres diferentes secciones:

- Sección de Alimentación
- Sección de Compresión
- Sección de Dosificación

La sección de alimentación (que es la parte donde la profundidad del canal es mayor) transporta los gránulos del polímero hacia adelante donde la zonas del cilindro son más calientes.

La sección de compresión es la zona donde se compacta el material ayudado por medio del calor del cilindro y la fricción creada entre el husillo, el material termoplástico y las paredes del cilindro.

La sección de dosificación comprende usualmente entre 3 y 8 de las últimas vueltas del husillo. Aquí es donde el polímero fundido se mueve con una relación de alimentación prácticamente constante para así obtener una salida uniforme.

Las 3 zonas se representan en la figura 3.2.

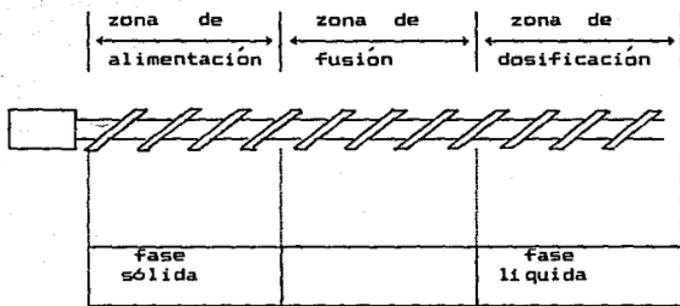


FIGURA 3.2

ZONAS DE FLUJO EN QUE SE DIVIDE EL HUSILLO DEL EXTRUSOR

Para simplificar los problemas anteriores se consideró que la zona de dosificación está extendida a lo largo de todo el husillo para la cual todo el material termoplástico está fundido y debido a esto el análisis de flujo en el extrusor se puede realizar como si fuera una bomba con el fluido de comportamiento no newtoniano puramente viscoso.

Se consideran también las siguientes suposiciones adicionales:

- No hay efectos de aceleración en la dirección del flujo.
- Flujo isotérmico, incompresible y unidimensional en la dirección longitudinal del canal del husillo.
- El flujo está completamente desarrollado.
- No hay flujo de material entre el claro de la hélice del husillo y la superficie del barril.

- Como el husillo tiene canales de forma helicoidal se supondrá que el fluido fluye a través de un canal rectangular, suposición que corresponde a la aproximación de lubricación (5).

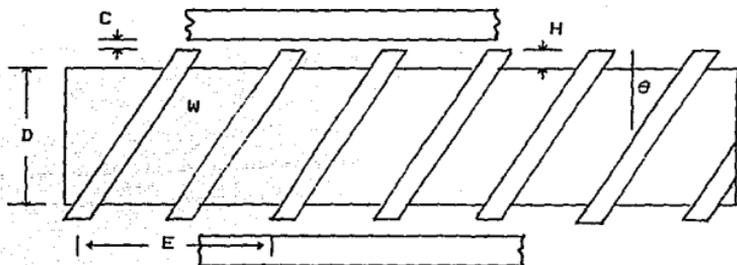


FIGURA 3.3  
GEOMETRIA DEL EXTRUSOR

La geometría de flujo en el extrusor y la nomenclatura que se usará para representar sus diferentes partes se representan en la figura 3.3. Estas son: altura ( $H$ ), diámetro interno del barril ( $D$ ), ancho del canal ( $W$ ), ángulo de la hélice ( $\theta$ ), claro entre la parte superior de la hélice y el barril ( $C$ ), el paso de la cuerda ( $E$ ).

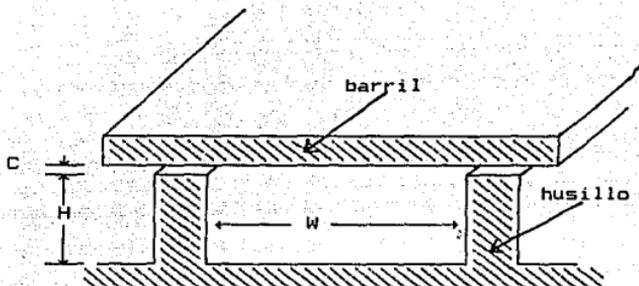


FIGURA 3.4  
GEOMETRIA DEL CANAL DEL HUSILLO

Por medio de la figura 3.4 se muestra el canal del husillo con una altura  $H$  y un ancho  $W$ . Si la relación  $H/W$  es pequeña ( $H/W=0.1$ ) el efecto de las paredes laterales sobre el flujo no es muy importante. Si utilizamos la aproximación por lubricación nos permitirá hacer un estudio en forma unidimensional donde el fluido fluya entre dos placas paralelas e infinitas, una de las cuales está fija ( el husillo ) y otra superior está en movimiento ( el barril ).

Para hacer un análisis del proceso de flujo en el canal del extrusor se utilizó un sistema de coordenadas donde el barril es el que gira en lugar del husillo. Si dicho sistema de coordenadas se coloca en la placa fija, el fluido avanza en la dirección  $z$  y la altura del canal se fija en la dirección del eje  $y$  y tal y como se muestra en la figura 3.5.

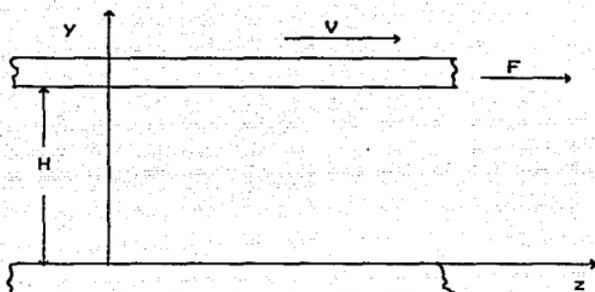


FIGURA 35  
FLUJO ENTRE DOS PLACAS PARALELAS

Para lograr los objetivos planteados en el presente trabajo es necesario encontrar una relación funcional entre diferentes grupos de variables macroscópicas que sean fácilmente medibles y cuantificables. Esta dependencia la podemos representar como la siguiente relación funcional:

$$\text{Características de comportamiento} = f \left\{ \left[ \begin{array}{c} \text{Parámetros} \\ \text{de} \\ \text{diseño} \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c} \text{Propiedades} \\ \text{del} \\ \text{polímero} \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c} \text{Variables} \\ \text{de} \\ \text{operación} \end{array} \right] \right\}$$

en la que podemos identificar cada conjunto en la forma siguiente:

Características de comportamiento: gasto másico de

producción, uniformidad, potencia, temperatura.

Propiedades del polímero: temperatura de fusión, densidad del sólido coeficiente de dilatación.

Variables de operación: velocidad rotacional, temperatura de barril.

Parámetros de diseño: diámetro de barril, longitud del husillo, ángulo de hélice.

Desde luego, el conocimiento de las características de comportamiento solamente puede lograrse una vez que se obtiene el conocimiento del perfil de velocidades.

Como por simplicidad utilizaremos el sistema de coordenadas rectangulares en lugar del sistema complejo helicoidal, el campo de velocidades que posee el fluido (independiente si el fluido sea newtoniano o no newtoniano) debe ser de la forma:

$$\underline{v} = ( v_x , v_y , v_z )$$

Adicionalmente, la suposición de flujo a régimen laminar entre placas paralelas infinitas requiere que  $v_x = v_y = 0$  por lo tanto la componente que describe el flujo del líquido en nuestro sistema es  $v_z$ . Y bajo las condiciones de régimen permanente y flujo completamente desarrollado deberá estar dada por:

$$v_z = v_z (y)$$

La determinación de  $v_z(y)$  permite conocer el perfil de velocidades que el fluido adquiere en nuestro sistema de flujo, el cual debe relacionar el principio de conservación del momentum lineal para fluidos puros a temperatura constante.

Bajo el sistema de coordenadas rectangulares tenemos (11):

$$\begin{array}{ll}
 \text{componente x} & 0 = - \frac{\partial P}{\partial x} \\
 \text{componente y} & 0 = - \frac{\partial P}{\partial y} \\
 \text{componente z} & 0 = - \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}
 \end{array}$$

donde  $\tau_{yz}$  es el esfuerzo cortante para el fluido dado por el modelo reológico de un fluido newtoniano generalizado como:

$$\tau_{yz} = -\eta \frac{dv_z}{dy} \quad (3)$$

Mediante las condiciones impuestas por las componentes x e y se observa claramente que:

$$P = P(x, y)$$

por lo que, a lo más, la presión P sería función de z pero no de x e y.

Combinando las ecuaciones anteriores obtenemos la ecuación diferencial que gobernará el perfil de velocidades como:

$$-\frac{d}{dy} \left[ \eta \frac{dv_z}{dy} \right] = - \frac{\partial P}{\partial z} = - \frac{dP}{dz} = \text{constante} \quad (4)$$

que tiene que ser integrada a las condiciones a la frontera (CF)

$$\text{CF1} \quad v_z (y=0) = 0 \quad (5)$$

$$\text{CF2} \quad v_z (y=H) = V \quad (6)$$

Ecuación diferencial para la que antes de poder integrarla es necesario introducir el comportamiento de la viscosidad newtoniana generalizada  $\eta$  (i.e. no newtoniana) en términos de la velocidad de deformación (ó del esfuerzo cortante) dado por el modelo reológico escogido: newtoniano o ley de la potencia.

La velocidad de flujo volumétrico ( $Q$ ) se obtiene integrando la componente  $z$  del vector de velocidad del fluido a través de una sección perpendicular a la dirección de flujo como:

$$Q = \int_0^W \int_0^H v_z (y) dy dx \quad (7)$$

Hay que conocer los perfiles de velocidades para poder evaluar la ecuación anterior.

### 3.2 Modelo newtoniano

Dentro de los objetivos de nuestro trabajo se encuentra la evaluación y forma de los perfiles de velocidad, así como el establecimiento de la magnitud entre las diferentes variables.

Por esta razón, resulta conveniente conocer el desarrollo del proceso de flujo basado en el modelo newtoniano, ya que en esta forma podemos tener un punto de referencia adecuado para realizar las comparaciones deseadas.

Aunque los principios físicos utilizados para llegar a plantear la ecuación diferencial del flujo son los mismos, es de

esperar que los resultados entre los diferentes tipos de fluidos no serán los mismos aunque es probable que sean similares. Pero de cualquier forma resulta muy útil tener un modelo contra el cual comparar, sobre todo porque el modelo newtoniano por ser lineal presenta soluciones sencillas de obtener y también porque podremos saber que tan no newtoniano es el tipo de materiales que maneja el extrusor.

La viscosidad de un fluido newtoniano puro a temperatura constante es un parámetro de comportamiento constante para el que el efecto de la presión no es significativo. Con este modelo la Ecu. 4 se convierte en:

$$-\frac{d^2 v_z}{dy^2} = -\frac{1}{\mu} \left( -\frac{dP}{dz} \right) \quad (7')$$

La ecuación diferencial anterior es lineal de 2o. orden ya que lo que la ecuación constitutiva del fluido newtoniano es lineal, la resolución del sistema puede separarse en dos problemas:

(1) Flujo por arrastre debido al movimiento de la placa superior para el que no hay gradiente de presión.

(2) Flujo por presión para el que no hay movimiento de la placa superior pero es aquel que se debe precisamente al gradiente de presión.

Para hacer el análisis del flujo por arrastre  $dP/dz=0$  por lo que las ecua. 4, 5 y 6 se reducen a :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_z}{dy^2} &= 0 & \text{CF1: } v_z(0) &= 0 \\ & & \text{CF2: } v_z(0) &= V_z \end{aligned} \quad (8)$$

Integrando la Ecu. 8 se obtiene el perfil de velocidades del flujo por arrastre como:

$$v_z = \frac{V_z}{H} y \quad (9)$$

La figura 3.6 nos muestra el perfil de velocidades del flujo por arrastre donde  $v_z$  varía linealmente en función de  $y$  con pendiente  $V_z/H$ .

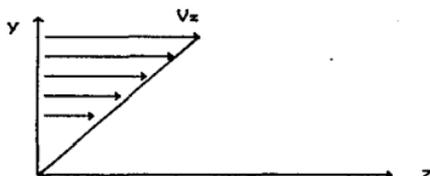


FIGURA 3.6  
PERFIL DE VELOCIDADES POR FLUJO POR ARRASTRE

Para calcular el flujo volumétrico por arrastre  $Q_A$  se introduce 9 en 7 para obtener.

$$Q_A = \frac{V_z H W}{2} \quad (10)$$

Para el caso del flujo por presión se resuelve la Ecu. 7' sujeta a las condiciones frontera como:

$$\begin{aligned} \text{CF1 :} & \quad v(0) = 0 \\ \text{CF2 :} & \quad v(H) = 0 \end{aligned}$$

para obtener el siguiente perfil de velocidades:

$$u_z = \frac{y^2}{2\mu} - \frac{Hy}{\mu} - \frac{dP}{dz} \quad (11)$$

El perfil de velocidades tiene la forma de una parábola tal y como se representa en la figura 3.7.

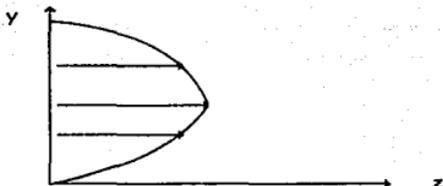


FIGURA 3.7  
PERFIL DE VELOCIDADES POR FLUJO POR PRESION

Para calcular el flujo volumétrico por presión  $Q_p$  se introduce la ecua 11 en la ecua. 7 y se integra para obtener:

$$Q_p = - \frac{H^3}{12\mu} \frac{dP}{dz} \quad (12)$$

El flujo total del extrusor involucra tanto el flujo por arrastre ( $Q_A$ ) provocado por la velocidad rotacional del barril en la dirección del canal y el flujo debido a la caída de de presión ( $Q_p$ ) provocada ya sea por alguna restricción en forma

de boquilla, torpedo o dado que existe al final del husillo en el extrusor.

El flujo volumétrico que proviene del extrusor estará dado por la suma de los flujos anteriores como:

$$Q = Q_A + Q_p \quad (13)$$

$Q$  = flujo total del extrusor  
 $Q_A$  = flujo por arrastre  
 $Q_p$  = flujo por presión

El perfil de velocidades que se obtiene al integrar la ecua. 4 a las condiciones a la frontera (Ecu. 5 y 6) es:

$$v_z = y \left( \frac{v_z}{H} \right) - \frac{y(H-y)}{2\mu} \left( -\frac{dP}{dz} \right) \quad (14)$$

La ecuación del flujo volumétrico con los dos perfiles de velocidad es:

$$Q = \frac{v_z W H}{2} - \frac{W H^3}{12\mu} \left( -\frac{dP}{dz} \right) \quad (15)$$

La ecuación 14 nos dice que si el gradiente de presión es en la dirección  $z$  es positivo (i.e. la presión aumenta en la dirección del flujo) entonces habrá posiciones a lo largo de la dirección y en que  $v_z$  será negativa tal y como se muestra en la figura 3.8.

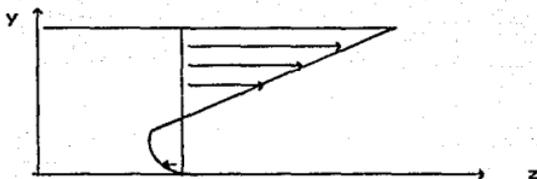


FIGURA 3.8  
 PERFIL DE VELOCIDADES CON FLUJOS MEZCLADOS y  $\frac{dP}{dz} > 0$

En el caso de que el gradiente de presión  $dP/dz$  sea negativo entonces la presión disminuye a lo largo de la dirección  $z$  con lo que tendrá más flujo de material y se podría procesar más material.

Hay que considerar los cinco diferentes tipos de perfiles de velocidad ya que dentro del proceso de flujo habrá uno que determine la cantidad de material procesado. Estos cinco tipos pueden agruparse como sigue:

A) Gradientes de presión cuando el perfil de velocidades tiene un punto crítico.

A.1.- Gradiente de presión positivo.

La aplicación de las ecuaciones 14 y 15 demuestran que la tasa de producción capaz de ser procesada por un extrusor disminuye a medida que aumenta la presión ejercida por la restricción de flujo causada por la boquilla localizada a la descarga del mismo.

El caso anterior se tiene cuando la relación  $Q/WVH$  es mucho menor que 0.5.

Es conveniente el uso del parámetro  $Q/WVH$  como un indicador de los posibles intervalos de gasto que una máquina dada puede manejar ya que el flujo por arrastre está descrito por la misma

ecuación del tipo de fluido que se maneja.

La figura 3.9 muestra un esquema del perfil de velocidades cuando el gradiente de presión es positivo. Observamos que el gasto volumétrico  $Q$  corresponde al área bajo la curva de dicho perfil de velocidades. Cuando las áreas son iguales se tiene la condición  $Q = 0$  o gasto de descarga completamente cerrada.

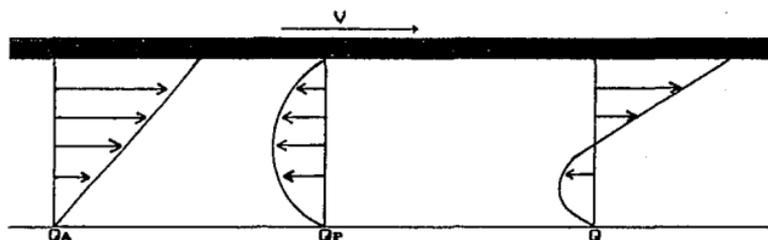


FIGURA 3.9

PERFIL DE VELOCIDADES TIPO A.1 CON GRADIENTE DE PRESION POSITIVO Y UN MINIMO EN EL VALOR DE LA VELOCIDAD

#### A.2.- Gradiente de presión negativo.

En este caso el perfil de velocidades corresponderá al mayor valor de gasto que puede ser procesado ya que el área bajo la curva es también la más grande. La figura 3.10 muestra un esquema representativo de esta condición de flujo.

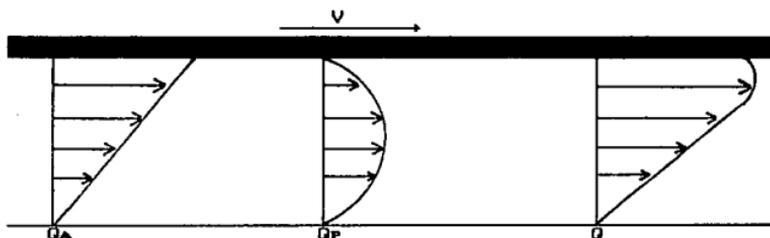


FIGURA 3.10

PERFIL DE VELOCIDADES TIPO A.2 CON GRADIENTE DE PRESION NEGATIVO Y UN MAXIMO EN EL VALOR DE LA VELOCIDAD

Para este caso el valor  $Q/WVH$  será mucho más grande que 0.5.

B) Gradientes de presión cuando no existen puntos críticos en el perfil de velocidades.

B.1.- Gradiente de presión positivo.

Bajo esta condición de flujo el perfil de velocidades no tiene un mínimo en ninguna posición a lo largo del eje  $y$  y ocurre cuando la restricción al flujo causado por la boquilla es menor provocando que el parámetro  $Q/WVH$  adquiera valores menores a 0.5 pero mayores que en el perfil tipo A.1. La figura 3.11 muestra el esquema para esta condición de flujo.

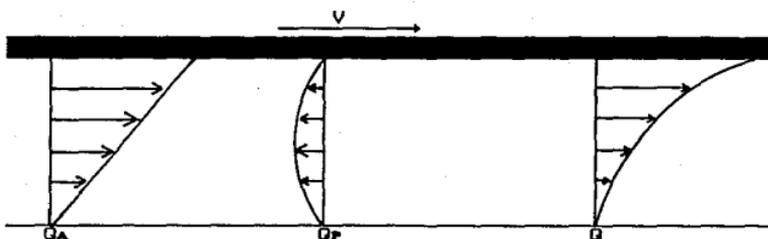


FIGURA 3.11  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO B.1 CON GRADIENTE DE PRESION POSITIVO  
 SIN UN VALOR MINIMO DE LA VELOCIDAD

**B.2.- Gradiente de presión negativo.**

En forma similar al anterior no existe el desarrollo de un punto crítico (máximo) en el perfil de velocidades pero ahora el parámetro de flujo  $Q/WVH$  será mayor que 0.5 pero menor que el tipo A.2. En la figura 3.12 se representa en un esquema de flujo correspondiente.

**C) Gradiente de presión cero.**

Este caso correspondiente a la condición de flujo por arrastre por lo que  $Q/WVH = 0.5$  y el perfil de velocidades es una línea recta. Aunque esta condición corresponde aun punto instantáneo de transición en el flujo del material, debe ser tomada en cuenta al momento de desarrollar las ecuaciones de cálculo ya que representa un punto de referencia para el desarrollo de los procesos de cálculo.

La figura 3.13 muestra un esquema de este caso particular de comportamiento.

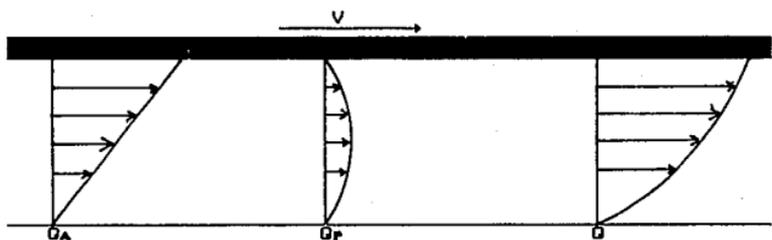


FIGURA 3.12  
PERFIL DE VELOCIDADES TIPO B.2 CON GRADIENTE DE PRESION NEGATIVO  
SIN VALOR MINIMO DE VELOCIDAD

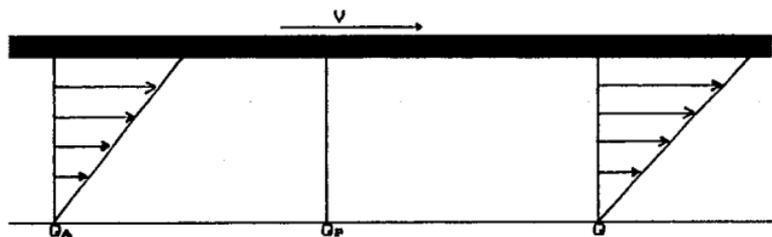


FIGURA 3.13  
PERFIL DE VELOCIDADES TIPO C EN DONDE NO HAY GRADIENTE DE PRESION

La ecuación del flujo volumétrico anterior fue obtenida bajo la suposición de placas paralelas (i.e. profundidad de canal constante) pero nuestra aproximación también se puede aplicar cuando se tiene una variación en la profundidad del canal  $H$  con respecto a la posición  $z$ . Cuando esto sucede, la ecua. 15 puede escribirse como:

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = \frac{12\mu}{W} \left[ \frac{V_z W}{2} \frac{dz}{H(z)^2} - Q \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{H(z)^3} \right] \quad (16)$$

La variación lineal de  $H$  con  $z$  se puede expresar como:

$$H = H_1 - \left( \frac{H_1 - H_2}{Z} \right) z \quad (17).$$

En la figura 3.14 se representa la altura del canal como  $H_1$  al inicio del canal variable,  $H_2$  como la altura al final del mismo y  $Z$  es la longitud total de flujo en esa dirección.

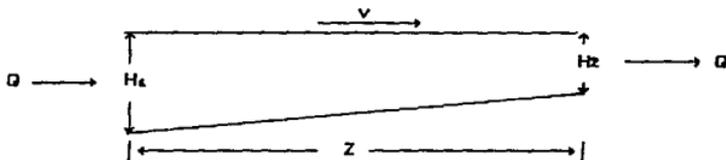


FIGURA 3.14

#### GEOMETRIA DE FLUJO EN UNA ZONA DE CANAL VARIABLE

Una vez con la zona del canal variable se podrá hacer un análisis de cualquier geometría del husillo que bajo la condición de incompresibilidad nos asegura un mismo gasto en cualquier posición  $z$  de flujo a lo largo del husillo.

### 3.3 Modelos no newtonianos

Una vez que ya se ha hecho el desarrollo para el flujo newtoniano en la sección 3.2 observamos que el flujo no newtoniano debe satisfacer el mismo fenómeno físico, siendo la principal diferencia el tipo de funcionalidad que se use para la la viscosidad.

Ahora, con el objeto de generalizar la simulación del proceso de flujo consideraremos un canal con variación lineal de profundidad desde su inicio hasta su final. Este tipo de geometría recibe el nombre de husillos de compresión y son quizá de los más usados a nivel industrial ya que permiten un proceso de fusión más uniforme y con ellos se pueden generar presiones elevadas en la zona de descarga, lo cual es de mucha importancia para procesos como el de inyección de plásticos. En la figura 3.16 se muestra la geometría del husillo de compresión.

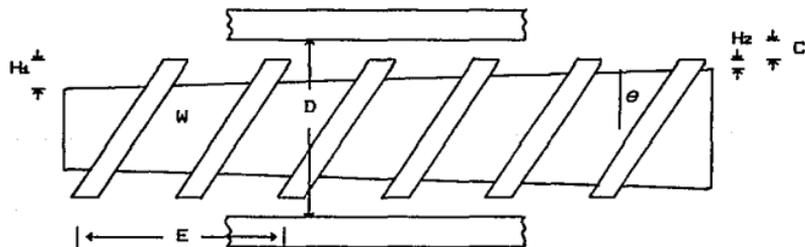


FIGURA 3.16  
HUSILLO DEL TIPO DE COMPRESION

La ecuación de movimiento nos permite saber que la viscosidad no newtoniana de un fluido puramente viscoso  $\eta$  tendrá que ser función de la coordenada  $y$  y puesto que depende de  $\dot{\gamma}$  (o de  $\mathcal{J}$ ).

En cualquier caso, la ecuación 4 se transforma en:

$$\eta(y) \frac{d^2 v_z}{dy^2} + \frac{d\eta}{dy} \frac{dv_z}{dy} + \frac{dv_z}{dy} \frac{d\eta}{dy} + \frac{dP}{dz} = 0 \quad (18)$$

sujeta a las mismas condiciones a la frontera utilizadas en la ecuación 5.

La ecuación 18 es una ecuación diferencial de 2° orden con coeficientes variables debido a la funcionalidad de la viscosidad no newtoniana. Por esto debemos esperar, en general que la ecuación 18 sea además una ecuación diferencial no lineal cuya complejidad será una función directa del modelo reológico, viscosidad utilizada y cuya resolución proporcionará similarmente un perfil de velocidades no lineal.

Es más conveniente rearrreglar la ecuación 17 para la resolución de nuestro problema en términos de un nuevo parámetro de variación de profundidad de canal  $r$  como:  $r = H_0/H_z$  ya que es más fácil generalizar los resultados con variables adimensionales. Usando la ecuación 17 tenemos que  $r$  estará dada por la siguiente ecuación:

$$r = 1 - \left( \frac{H_0 - H_z}{H_0} \right) z \quad (19)$$

Otras variables adimensionales de importancia son:

Longitud adimensional:  $\xi = \frac{y}{H} \quad (20)$

Velocidad adimensional:  $\phi = \frac{uz}{V}$  (21)

mientras que el modelo ley de la potencia puede escribirse como:

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{S}^0 \left[ \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^0} \right]^{n-1} \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^0} \right) \quad (22)$$

donde  $\dot{\gamma} = -\frac{duz}{dy}$

Asimismo las variables adimensionales previamente definidas permiten definir un gradiente de presiones adimensionales como:

$$\alpha = \frac{H}{\mathfrak{S}^0} \left[ \frac{\dot{\gamma}_0 H}{d\xi} \right]^n \frac{dP}{dz} \quad (23)$$

Con todos estos elementos en la mano podemos ahora, utilizando simultáneamente la ecuación diferencial que representa el flujo no newtoniano tipo ley de la potencia como:

$$\alpha = \frac{d}{d\xi} \left[ -\frac{d\phi}{d\xi} \right]^{n-1} \frac{d\phi}{d\xi} \quad (24)$$

sujeta a las condiciones a la frontera:

$$\begin{array}{ll} \text{CF1} & \phi(\xi = 0) = 0 \\ & \\ \text{CF2} & \phi(\xi = 1) = 1 \end{array} \quad (25)$$

y el gasto volumétrico adimensional  $\psi = \frac{Q}{WVH}$  como:

$$\psi = \int_0^1 \phi \, d\xi \quad (26)$$

La integración de la ecuación 24 esta sujeta al signo del gradiente de velocidad y al signo del gradiente de presión, por lo que se tiene que hacer el análisis de los diferentes casos a partir de los diferentes perfiles de velocidad descritos en la sección anterior.

Perfil tipo A.1 Gradiente de presión positivo con un punto crítico en el perfil de velocidades.

En este caso el perfil de velocidades adquiere la forma representada en la figura 3.17 en términos de las variables adimensionales.

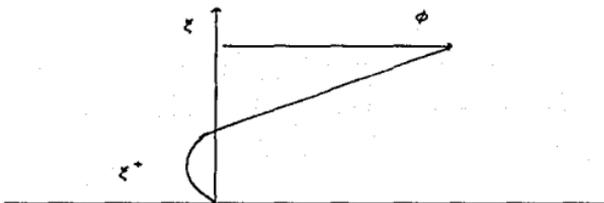


FIGURA 3.17  
PERFIL DE VELOCIDADES ADIMENSIONALES PARA EL PERFIL TIPO A.1

Para evitar la aparición del valor absoluto en nuestra ecuación diferencial generalizada es posible reorganizarla de acuerdo a la zona del perfil donde  $\xi^* > \xi$  en la zona del perfil

donde  $\zeta^* < \zeta$ . De esta forma podemos obtener dos condiciones adicionales en el perfil tipo A.1.

Condición A.1.1. Gradiente de velocidad negativo en  $0 \leq \zeta < \zeta^*$ . Cuando  $\zeta \leq \zeta^*$  la ecuación 24 puede escribirse como:

$$\alpha = - \frac{d}{d\zeta} \left| - \frac{d\phi_1}{d\zeta} \right|^n \quad (27)$$

ya que  $\zeta^* - \zeta > 0$  y  $\phi_1$  representa el perfil de velocidad adimensional inferior.

Integrando la ecuación 27 obtenemos:

$$\phi_1 = \frac{\alpha^s}{s+1} \left[ (\zeta^* - \zeta)^{s+1} - \zeta^{*s+1} \right] \quad (28)$$

donde  $s = 1/n$ .

Cuando se tiene este tipo de perfil se observa claramente que el gasto volumétrico adimensional debe obtenerse como:

$$\psi = \int_0^{\zeta^*} \phi_1 d\zeta + \int_{\zeta^*}^1 \phi_u d\zeta \quad (29)$$

donde  $\phi_u$  representa el perfil de velocidades adimensional superior donde  $\zeta^* \leq \zeta < 1$ .

Al insertar la ecuación 28 en el primer término de la suma dada en la ecuación 29 y llevar a cabo la integración obtenemos la contribución  $\psi_1$  de la parte inferior del perfil de velocidades al gasto volumétrico como:

$$\psi_1 = \frac{\alpha^s}{s+1} \left[ \frac{1}{s+2} \zeta^{*s+2} - \zeta^{*s+2} \right] = - \frac{\alpha^s}{s+2} \zeta^{*s+2} \quad (30)$$

Condición A.1.2. Gradiente de velocidad positivo en  $\zeta^* \leq \zeta < 1$ .

En este caso el gradiente de velocidad es contrario al caso A.1.1 y ocurre en la zona  $\zeta^* \leq \zeta$ . Por lo tanto, la ecuación que representa al gradiente de velocidad superior  $d\phi/d\zeta$  esta dado por la ecuación:

$$\alpha = -\frac{d}{d\zeta} \left[ -\frac{d\phi u}{d\zeta} \right]^n \quad (31)$$

sujeta a la condición frontera:

$$\phi u(1) = 1$$

Al integrar la ecuación 31 obtenemos:

$$\phi u = 1 - \frac{\alpha^s}{s+1} \left[ (1 - \zeta^*)^{s+1} - (\zeta - \zeta^*)^{s+1} \right] \quad (32)$$

La ecuación 32 a su vez permite obtener la contribución superior  $\phi u$  al gasto volumétrico al ser insertada en el segundo término de la ecuación 29 y llevar a cabo la integración para obtener:

$$\psi u = 1 - \zeta^* - \frac{\alpha^s}{s+1} \left[ (1 - \zeta^*)^{s+2} - \frac{1}{s+2} (1 - \zeta^*)^{s+2} \right] \quad (33)$$

Haciendo uso de las ecuaciones 30 y 33 estamos ahora en posibilidades de calcular el gasto volumétrico total que se tiene durante el flujo de este tipo de perfil de velocidades mediante la ecuación 29 y que es más que la suma de las ecuaciones 30 y 33. Es decir,

$$\psi = 1 - \zeta^* - \frac{\alpha^S}{S+2} \left[ (1 - \zeta^*)^{S+2} + \zeta^{*S+2} \right] \quad (34)$$

En este punto debemos observar que la constante de integración  $\zeta^*$  es aún desconocida ya que no aparece en forma explícita en las ecuaciones anteriores y sigue dependiendo del perfil de velocidades adimensionales  $\phi_I$  o  $\phi_U$ . Sin embargo haciendo uso del hecho físico de que en  $\zeta^*$  ambas velocidades deben ser iguales tenemos que cuando:

$$\phi_I(\zeta^*) = \phi_U(\zeta^*)$$

debe cumplirse que:

$$1 = \frac{\alpha^S}{S+1} \left[ (1 - \zeta^*)^{S+1} - \zeta^{*S+1} \right] \quad (35)$$

de donde podemos despejar a  $\alpha$  como:

$$\alpha = \left[ \frac{S+1}{(1 - \zeta^*)^{S+1} - \zeta^{*S+1}} \right]^{\frac{1}{S}} \quad (36)$$

En este momento debe estar claro que la constante de integración  $\zeta^*$  tiene un significado físico muy bien definido.

Al insertar la ecuación 36 en 34 se obtiene el gasto volumétrico en función de  $\zeta^*$  solamente como:

$$\psi = 1 - \zeta^* - \frac{s+1}{s+2} \left[ \frac{(1 - \zeta^*)^{s+2} + \zeta^{*s+2}}{(1 - \zeta^*)^{s+1} - \zeta^{*s+1}} \right] \quad (37)$$

Perfil tipo B.1. Gradiente de presión positivo sin punto crítico en el perfil de velocidades.

En este perfil de velocidades adquiere la forma representada en la figura 3.18 en términos de las variables adimensionales.

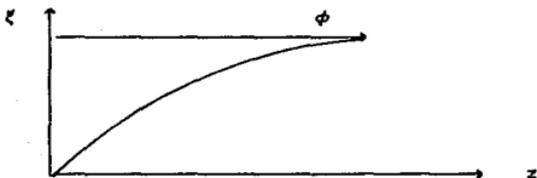


FIGURA 3.18  
PERFIL DE VELOCIDADES ADIMENSIONAL TIPO B.1

Para este caso la ecuación diferencial generalizada se reduce a:

$$\alpha = \frac{d}{dz} \left[ -\frac{d\psi}{dz} \right]^n \quad (38)$$

válida para toda la zona  $0 \leq \zeta \leq 1$ , cuya solución general puede escribirse como:

$$\phi = \frac{\frac{1}{s+1}}{\alpha} \left[ |\alpha + M|^{s+1} - |M|^{s+1} \right] \quad (39)$$

En este tipo de perfil la constante de integración  $M$  no tiene ningún significado físico como en el perfil anterior.

Ahora, insertando la ecuación 39 en la ecuación 26 obtenemos el gasto volumétrico adimensional como:

$$\psi = \frac{\frac{1}{s+1}}{\alpha} \left[ \frac{\frac{1}{s+2}}{\alpha} \left[ |\alpha + M|^{s+2} - |M|^{s+2} \right] - |M|^{s+1} \right] \quad (40)$$

Para obtener el valor de la constante de integración  $M$  utilizamos una de las condiciones a la frontera para demostrar que tenemos que tener en cuenta que esta depende del gradiente de presiones.

$$\alpha = \frac{\frac{1}{s+1}}{\alpha} \left[ |\alpha + M|^{s+1} - |M|^{s+1} \right] \quad (41)$$

ya que para este caso  $\alpha > 0$  entonces podemos considerar que  $M > 0$  para que la ecuación proporcione valores positivos de  $\alpha$ . Claramente no es posible despejar  $\alpha$  de la C.F. para poder sustituir en la ecuación de  $\psi$ .

**Perfil B.2. Gradiente de presión negativo sin punto crítico en el perfil de velocidades.**

En este caso el perfil de velocidades adquiere la forma representada en la figura 3.19 en término de las variables adimensionales.

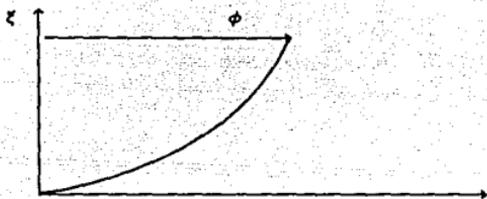


FIGURA 3.19  
 PERFIL DE VELOCIDADES ADIMENSIONAL TIPO B.2

Como podemos observar el gradiente de presiones adquiere un valor negativo en  $0 \leq \zeta < 1$ .

Para este tipo de perfil la ecuación diferencial integrada dependerán finalmente en sus valores numéricos del parámetro  $\alpha$  pero no del proceso para obtener su solución por lo que las ecuaciones serán las mismas anteriormente obtenidas. Es decir,

$$\phi = \frac{1}{(s+1)\alpha} \left[ |\alpha\zeta + M|^{s+1} - |M|^{s+1} \right] \quad (42)$$

$$|\alpha + M|^{s+1} - |M|^{s+1} = (s+1)\alpha \quad (43)$$

$$\psi = \frac{1}{(s+1)(s+2)\alpha^2} \left[ |\alpha + M|^{s+2} - |M|^{s+2} - (s+2)\alpha|M|^{s+1} \right] \quad (44)$$

Perfil tipo A.2. Gradiente de presión negativo con punto crítico en el perfil de velocidades.

En este caso el perfil de velocidades adquiere la forma representada por la figura 3.20 en términos de las variables

adimensionales.

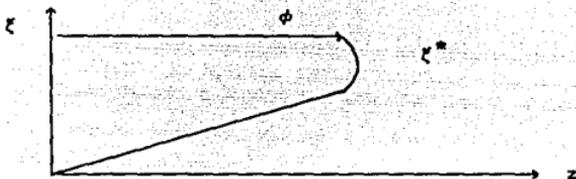


FIGURA 3.20  
PERFIL DE VELOCIDAD ADIMENSIONAL TIPO A.2

Es necesario dividir el perfil en dos zonas la inferior de  $\zeta^*$  ( $0 \leq \zeta \leq \zeta^*$ ) y la zona superior ( $\zeta^* \leq \zeta \leq 1$ ). La ecuación de que debemos partir es la misma.

Condición A.2.1. Gradiente de velocidad negativo en  $0 \leq \zeta \leq \zeta^*$ .

La ecuación diferencial se reduce a:

$$\alpha = -\frac{d}{d\zeta} \left( -\frac{d\phi_I}{d\zeta} \right)^n \quad (45)$$

sujeta a la condición a la frontera correspondiente e integrando para obtener:

$$\phi_I = -\frac{(-\alpha)^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}} \left[ \zeta^{*n+1} - (\zeta^* - \zeta)^{n+1} \right] \quad (46)$$

Para obtener la contribución  $\psi_I$  de la parte inferior del perfil de velocidades al gasto volumétrico se integra la ecuación 46 para obtener:

$$\psi_I = -\frac{(-\alpha)^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n+1}} \zeta^{*n+2} \quad (47)$$

Condición A.2.2. Gradiente de velocidades positivo en  $\zeta^* \leq \zeta \leq 1$ .

Considerando que  $\alpha < 0$  y partiendo de la misma ecuación diferencial pero como en este caso el gradiente es contrario al caso A.2.1, tenemos:

$$\alpha = -\frac{d}{d\zeta} \left( -\frac{d\psi}{d\zeta} \right)^n \quad (48)$$

cuya solución sujeta a las condiciones a la frontera adecuadas resulta:

$$\psi = 1 + \frac{(-\alpha)^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}+1} \left[ (1 - \zeta^*)^{\frac{1}{n}+1} - (\zeta - \zeta^*)^{\frac{1}{n}+1} \right] \quad (49)$$

Asimismo al llevar a cabo la integración correspondiente también obtenemos la contribución  $\psi u$  de la parte inferior del perfil de velocidades al gasto volumétrico como:

$$\psi u = 1 - \zeta^* + \frac{(-\alpha)^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}+2} (1 - \zeta^*)^{\frac{1}{n}+2} \quad (50)$$

Haciendo uso de las ecuaciones 47 y 50 estamos ahora en posibilidades de calcular el gasto volumétrico total que se tiene durante el flujo de este tipo de perfil de velocidades. Es decir.

$$\psi = 1 - \zeta^* + \frac{(-\alpha)^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}+2} \left[ (1 - \zeta^*)^{\frac{1}{n}+2} + \zeta^{*\frac{1}{n}+2} \right] \quad (51)$$

Nuevamente, si hacemos uso del hecho físico de que en  $\zeta^*$  ambas velocidades deben ser iguales entonces:

$$\alpha = - \left[ \frac{s+1}{\zeta^{*s+1} - (1 - \zeta^*)^{s+1}} \right]^n \quad (52)$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación 52 en la ecuación 51 queda como:

$$\psi = 1 - \zeta^* + \frac{s+1}{s+2} \left[ \frac{(1 - \zeta^*)^{s+2} + \zeta^{*s+2}}{\zeta^{*s+1} - (1 - \zeta^*)^{s+1}} \right] \quad (53)$$

Una vez hecho el análisis matemático se puede observar que en el modelo de ley de la potencia las ecuaciones obtenidas no son lineales. Esto nos obliga a que la evaluación numérica de los diferentes parámetros contengan un cierto grado de complejidad que hace necesario el uso de la computadora.

En forma general nuestro problema se reduce a resolver dos ecuaciones algebraicas no lineales simultáneas, que inicialmente son función de cuatro variables. Esto lo podemos representar como

$$\begin{aligned} F_1 \quad | \quad H(z), \quad -\frac{dP}{dz}, \quad K \quad | &= 0 \\ F_2 \quad | \quad H(z), \quad -\frac{dP}{dz}, \quad Q, \quad K \quad | &= 0 \end{aligned} \quad (54)$$

donde K ejemplifica la constante de integración correspondiente al tipo de perfil analizado.

Sin embargo, con el objeto de resolver el sistema de ecuaciones dado por la ecuación 54 es necesario que solamente haya dos incógnitas. Es fácil observar que dos de las cuatro

variables deben considerarse como dos grados de libertad y que deben especificarse para resolver el sistema dado. A pesar de que podemos escoger en forma arbitraria dos de los cuatro parámetros anteriores, la selección de los mismos está determinada en primera instancia por el hecho de que normalmente lo que deseamos especificar es la cantidad de material que podemos bombear con un equipo dado por lo que el gasto volumétrico  $Q$  representa la primera variable independiente. Asimismo, la otra variable independiente que es conveniente fijar corresponde a la geometría del husillo, ya que de esta manera el problema se convierte del tipo de diseño al del tipo de operación. Al fijar  $Q$  y  $H(z)$ , las variables dependientes corresponderán al gradiente de presión y la constante de integración. Es necesario hacer la indicación de que en lugar de fijar  $Q$  podemos fijar  $dP/dz$  pero, debido al fuerte carácter no lineal de las ecuaciones, no es posible encontrar una ecuación explícita para el gradiente por lo que no se tiene ninguna ventaja adicional.

### 3.4 SIMULACION NUMERICA

#### 3.4.1 Husillo con profundidad de canal constante.

Cuando la profundidad del canal  $H$  es constante el gradiente de presión no puede ser función de la posición  $Z$  a lo largo de la dirección de flujo en el husillo por lo que el gradiente de presión puede escribirse como:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\Delta P}{Z} = \text{cte.}$$

Bajo esta condición, es preferible investigar los valores posibles que se tienen de la caída de presión  $\Delta P$  para diferentes valores de la constante de integración en cada uno de los casos de perfiles de velocidad. Desde luego, los valores de  $\Delta P$  obtenidos también dependerán de las condiciones de operación impuestas por la temperatura del barril y velocidad de rotación.

De esta manera, se facilita la resolución del sistema de ecuaciones ya que al fijar el valor de la constante de integración la ecuación dada por la función  $F_1$  se convierte en una sola ecuación algebraica en una variable. La razón es que dicha función proviene de la condición a la frontera  $v_z(y=H)=V$  por lo que no depende de  $Q$ . Una vez obtenida  $\Delta p$  utilizamos la segunda ecuación  $F_2$  por medio de la cual podemos calcular el valor correspondiente de gasto.

Ahora el problema consiste en seleccionar el método numérico que se va a utilizar para resolver el sistema de ecuaciones para que se tenga buena aproximación, buena magnitud de redondeo y errores de discretización, que proporcionen medios adecuados para verificar la aproximación y que dejen campo para la acción correctiva en caso de no convergencia.

El método que se eligió es un método iterativo simple llamado

método de bisección porque nos permite obtener todas las consideraciones descritas con anterioridad. Además nos permite empezar las iteraciones en un punto que proporcione una convergencia satisfactoria para la raíz específica que se está buscando, ya que se tiene un conocimiento previo del posible comportamiento de las ecuaciones analizadas.

El método de bisección, a grandes rasgos, consiste en (12):

Dada una función  $f(x)$  continua sobre el intervalo  $(a_0, b_0)$  tal que  $f(a_0) \cdot f(b_0) \leq 0$ .

Para  $n = 0, 1, \dots$ , hasta el número de iteraciones límite que se elija.

Tomar  $m = (a_n + b_n)/2$

Si  $f(a_n) \cdot f(m) \leq 0$ , tomar  $a_{n+1} = a_n$ ,  $b_{n+1} = m$

En otros casos, tomar  $a_{n+1} = m$ ,  $b_{n+1} = b_n$

Entonces  $f(x)$  tiene una raíz en el intervalo  $(a_{n+1}, b_{n+1})$  el cual contiene un  $f(\xi) = 0$  en donde  $\xi$  es la raíz de  $f(x)$ .

Con este algoritmo se puede localizar siempre una raíz con casi cualquier exactitud deseada pero con el inconveniente de que converge muy despacio.

#### 3.4.2. Husillo con profundidad de canal variable.

Cuando el canal del husillo posee una variación lineal a lo largo de la dirección de flujo, el perfil de velocidades no se mantiene constante ya que el gradiente de presión debe ir cambiando con el objeto de que el flujo  $Q$  sea el mismo en cada posición  $Z$  para satisfacer las condiciones de incompresibilidad y temperatura de operación constante. Por lo tanto, teóricamente, es posible que puedan en un momento dado estar presentes todos los tipos de perfil de velocidades tal y como se esquematiza en la figura 3.21.

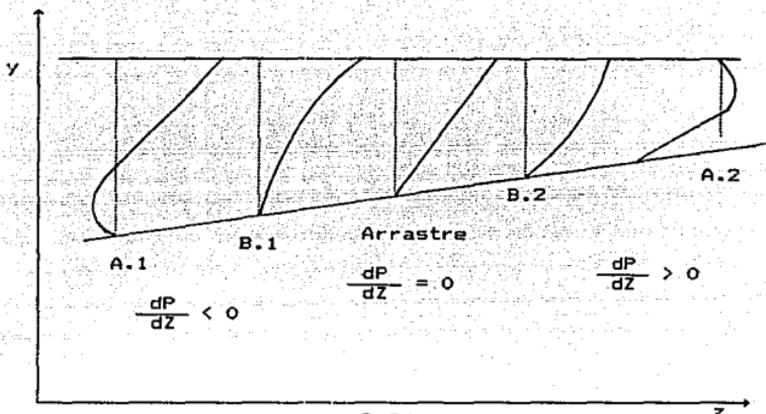


FIGURA 3.21  
PERFILES DE VELOCIDAD POSIBLES A TODO LO LARGO  
DEL HUSILLO DE TIPO COMPRESION

De la figura 3.21 claramente podemos inferir que al igual que la profundidad de canal  $H$  es función de  $z$ , también ocurrirá lo mismo con el gradiente de presión  $dP/dz$  y, como consecuencia, con la constante de integración  $M$  o  $\zeta^*$ . Esto quiere decir que el material puede entrar con un tipo de perfil al principio del canal, y en el transcurso de este, el perfil cambié para así tener a la salida otro perfil diferente al de la entrada. Por ejemplo puede entrar con un perfil tipo A.1. y salir con un perfil tipo B.1. e inclusive con un perfil tipo B.2. Por esta razón es necesario conocer en cada intervalo de cálculo que tipo de perfil se tiene para así utilizar las ecuaciones correspondientes a dicho perfil.

El proceso de evaluación de los diferentes órdenes de magnitud presentado en la sección 3.4.1 nos permite entender como se lleva a cabo el proceso de flujo mostrado en la figura 3.21 y nos permite elaborar también el algoritmo numérico de cálculo en función de las diferentes condiciones locales de flujo en cada posición de la dirección z.

La tabla 3.1 muestra el esquema inicial de análisis de las diferentes posibilidades anteriormente mencionadas.

PERFIL DE VELOCIDADES		POSIBILIDAD NUMERO	ORDEN DE MAGNITUD DE Q	PROBABILIDAD ESPERADA DE OCURRENCIA
EMPIEZA	TERMINA			
A. 1	A. 1	1	MUY PEQUEÑO	SI
	B. 1	2	↓	SI
	B. 2	3	↓	POCA
	A. 2	4	MUY ALTO	NO
B. 1	B. 1	5	PEQUEÑO	SI
	B. 2	6	↓	POCA
	A. 2	7	MUY ALTO	NO
B. 2	B. 2	8	ALTO	POCA
	A. 2	9	MUY ALTO	NO
A. 2	A. 2	10	MUY ALTO	NO

TABLA 3.1  
ESQUEMA INICIAL DE LA EXISTENCIA DE DIFERENTES  
PERFILES DE VELOCIDADES

Como se puede observar de la tabla 3.1 es poco probable que fluido salga con los perfiles B.2 y A.2 debido a que para que esto suceda a lo largo del extrusor hay indicaciones de que se tendrían presiones mayores a  $10^4$  psi con lo cual se corre el riesgo de que la máquina se llegue a romper. Asimismo, el número de posibilidad que se obtendrá depende del valor del gasto másico

G procesado ya que este determina el tipo de perfil con que inicia el proceso.

Con los elementos anteriores de análisis estamos ahora en posibilidad de delinear la metodología de cálculo cuando la variación de la profundidad del canal es lineal.

En primer lugar observamos que las variables de importancia que describen nuestro proceso pueden dividirse en dos grupos. El primer grupo corresponde a las variables que son conocidas y/o fijadas, las cuales están indicadas a continuación.

- Variables consideradas como datos del proceso.

Geometría del husillo  $H_0, H^*, W, \phi, E$

Geometría del barril  $D, L/D$

Propiedades físicas del polímero  $\eta_0, \dot{\gamma}, n$

Condiciones de operación  $T_B, N_{RPM}, G$

El segundo grupo corresponde al conjunto de incógnitas que habrá de obtenerse a partir de las correspondientes al primer grupo. Estas son:

- Variables consideradas como incógnitas del proceso.

Constante de integración  $M$  o  $\zeta^*$

Perfil de presiones

La selección del método numérico que es conveniente utilizar en la resolución de nuestro problema debe basarse en la observación de que la variación del perfil de flujo a lo largo del extrusor hace imposible suponer el valor de  $\zeta^*$  (o  $M$ ) para resolver el sistema de ecuaciones, por que ahora este valor es función de  $r$  y tiene un valor específico, que es necesario calcular conjuntamente con  $dP/dz$  a través del análisis

numérico.

Para resolver numéricamente este problema es conveniente cambiar el método de bisección por otro que resuelva sistema de ecuaciones no lineales con varias variables. Con tal fin se empleará la subrutina llamada BSOLVE que se basa en el método numérico propuesto por Marquart, y la cual puede encontrarse en la literatura correspondiente (12).

Por último, mencionaremos que una vez que se encuentra la distribución del gradiente de presiones a lo largo de la posición Z, podemos calcular la caída de presión total en el husillo mediante un proceso simple de integración numérica, el cual hace uso del hecho de que la caída de presión total  $\Delta P$  en el sistema no es más que el resultado de evaluar la integral dada por la ecuación siguiente:

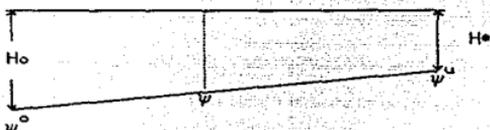
$$\Delta P = \int_{z=0}^{z=Z} -\frac{dP}{dz} dz$$

El método de integración escogido corresponde al método de integración de Gauss-Legendre que nos permite obtener un resultado confiable con un reducido número de intervalos de integración a lo largo de todo el sistema analizado debido a que las ecuaciones que describen el proceso no presentan variaciones muy drásticas de comportamiento.

A continuación se presenta el desglose del algoritmo utilizado para llevar a cabo los cálculos numéricos. En el mismo debe observarse que el parámetro  $\psi = Q/WVH$  es, como ya fue mencionado con anterioridad, el que nos permite determinar cuando y como deben realizarse los cálculos para diferentes perfiles de velocidad.

Los pasos correspondientes al algoritmo son los siguientes:

1.- La geometría del husillo se define en la figura que se presenta a continuación como:



Como conocemos el  $G$  con que está trabajando el proceso, podemos calcular:

al inicio;  $\psi_0 = \frac{G}{WVH_0}$

al final;  $\psi_u = \frac{G}{WVH_u}$

Usando la suposición de incompresibilidad

$$WVH_0\psi_0 = WVH_u\psi_u$$

tenemos que  $\psi_u = \frac{W}{r_u}$ ;  $r_u = \frac{H_0}{H_u}$

2.- Podemos deducir que todo valor de  $\psi$  está acotado entre  $\psi_0$  y  $\psi_u$   $\psi_0 \leq \psi \leq \psi_u$ .

3.- Calculamos el valor de  $\psi$  donde ocurre el cambio de perfil tipo A.1 al tipo B.1, al inicio del husillo ( $r=1$ ).

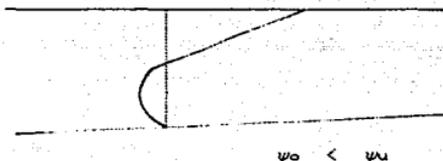
$$\psi \Big|_{z=0, r=1} = \psi_0$$

4.- Comprobaremos si al inicio se tiene perfil tipo A.1 de la siguiente manera:

Si  $\psi_0 \geq \psi_1$  no  $\exists$  A.1, vamos al paso 6

Si  $\psi_0 < \psi_1$  si  $\exists$  A.1, continuamos en 5

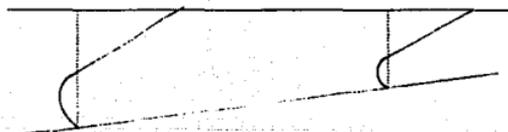
5.- Tenemos al inicio del husillo el perfil A.1.



5.1 Calculamos el valor de  $\psi$  donde ocurre el cambio de perfil tipo A.1 a perfil tipo B.1 al final del husillo.

$$\psi|_{t^* = 0, r=r^*} = \psi_0$$

Si  $\psi_1 \leq \psi_0$  entonces solo  $\exists$  A.1.



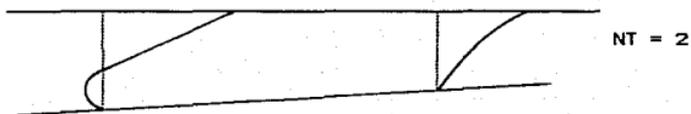
A este tipo de proceso le denominaremos PT = 1

si  $\psi_1 > \psi_0 \exists$  en adelante

5.2 Calculamos el valor de  $\psi$  para el cambio de perfil B.1 al perfil por arrastre en el final del husillo.

$$v_{\max, \text{ref}} = v_{DS} = \frac{1}{2}$$

Si  $v_u \leq v_{DS}$  no se rebasa el perfil tipo B.1, por lo tanto calculamos los valores de  $M$ ,  $dP/dz$  que existen al final.

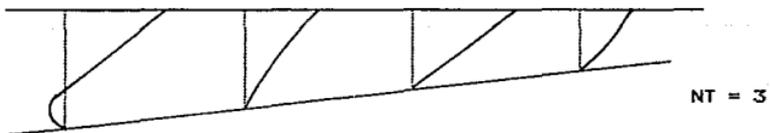


Si  $v_u > v_{DS}$   $\exists$  B.2 o A.2

5.3 Verificamos si existe B.2 al final del extrusor, calculamos  $v$  para el cambio de B.2 a A.2.

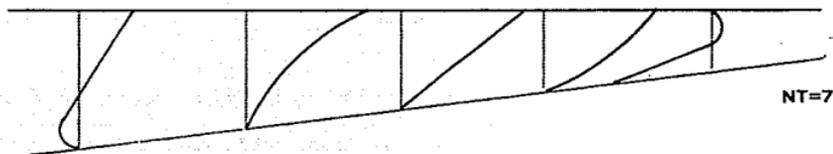
$$v|_{m=k, \text{ref}} = v_{NMS}$$

Si  $v_u \leq v_{NMS}$   $\rightarrow$  sale con B.2



Calculamos  $M$ ,  $\frac{dP}{dz}$  |  $v = v_u$ ,  $r = r^*$

Si  $\psi_u > \psi_{NMS} \rightarrow \exists$  A.2, continuamos en 5.4.  
 5.4 El fluido sale con perfil A.2.



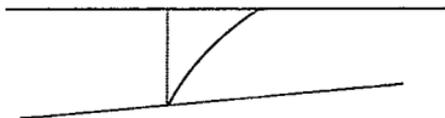
6.- El proceso puede empezar con B.1 y para verificarlo calculamos el valor de  $\psi$  para el cambio de perfil tipo B.1 al perfil de arrastre al inicio del husillo.

$$\psi \Big|_{m=k, r=1} = \psi_{D1} = \frac{1}{2}$$

6.1 Si  $\psi_0 < \psi_{D1} \rightarrow$  si  $\exists$  B.1 continuamos en 7.

6.2 Si  $\psi_0 \geq \psi_{D1} \rightarrow$  no  $\exists$  B.1 continuamos en 8.

7.- Tenemos al inicio del husillo el perfil tipo B.1.



7.1 Calculamos el valor de  $\psi$  par el cambio de perfil tipo B.1 al perfil por arrastre, al final del husillo.

$$\psi \Big|_{m=k, r=r^*} = \psi_{DS} = \frac{1}{2}$$

7.2 Si  $\psi_0 \leq \psi_{DS} \rightarrow$  no rebasa B.1.



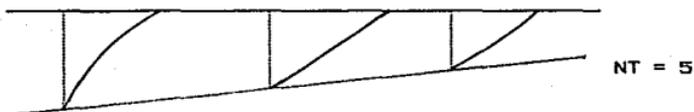
Calculamos  $m$ ,  $\frac{dP}{dz} \Big|_{y=y_u, r=r^*}$

7.3 Si  $y_u > y_{DS} \rightarrow \exists$  B.2 o A.2.

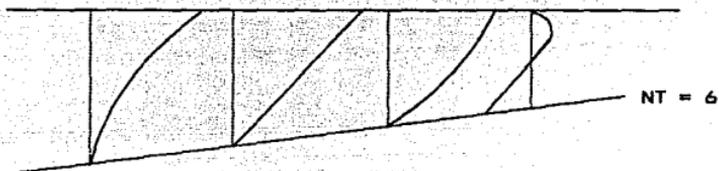
7.4 Verificamos si existe al final del extrusor el perfil tipo B.2. Calculamos el valor de  $y$  en el cambio de B.2 a A.2.

$$\psi \Big|_{m=k, r=r^*} = \psi_{NMS}$$

Si  $y_u \leq y_{NMS} \rightarrow$  sale con B.2.



Si  $y_u > y_{NMS} \rightarrow \exists$  A.2, que es el perfil con que sale el fluido.



8.- Verificar si el fluido inicia al principio del husillo con el perfil por arrastre (lo cual es poco probable) ya que podemos suponer con seguridad que el fluido pasa del perfil tipo B.1 al perfil tipo B.2 casi instantáneamente.

A partir del algoritmo anterior es posible elaborar el programa de computadora que se requiere para realizar los cálculos correspondientes para los diversos conjuntos de datos y para los diferentes modelos utilizados.

#### 4. PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con los programas de computadora desarrollados como se explicó en el capítulo anterior.

##### 4.1 Extrusor de husillo con profundidad de canal constante.

El Apéndice B muestra los programas de computación elaborados para llevar a cabo los cálculos con cada uno de los posibles tipos de perfil de velocidades cuando el flujo se considera a profundidad de canal constante.

El valor numérico de la profundidad de canal  $H$  se tomó como 0.5 cm ya que representa aproximadamente la media de los valores máximo y mínimo del canal con profundidad variable que se representa en la siguiente sección.

Las figuras 4.1 a 4.5 muestran los diferentes perfiles de velocidades calculados a partir del modelo ley de la potencia a una temperatura de  $190^{\circ}\text{C}$  la cual está entre el rango de temperaturas  $170\text{--}210^{\circ}$ .

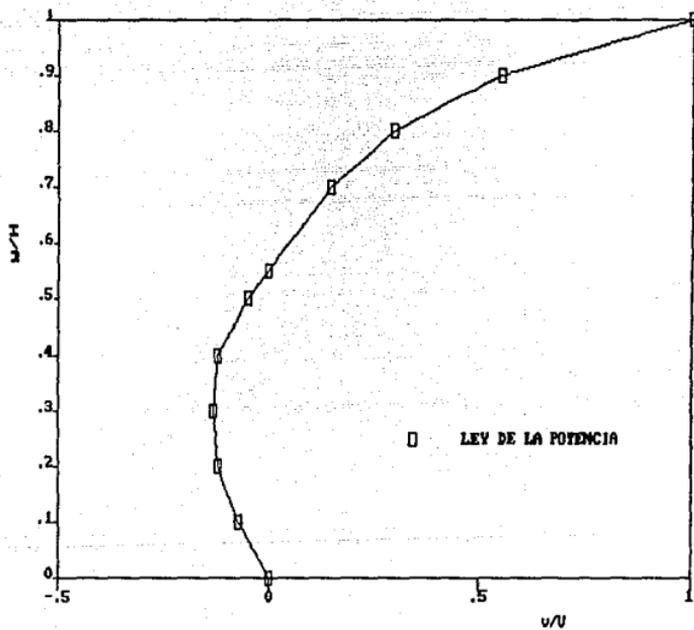


FIGURA 4.1  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO A.1

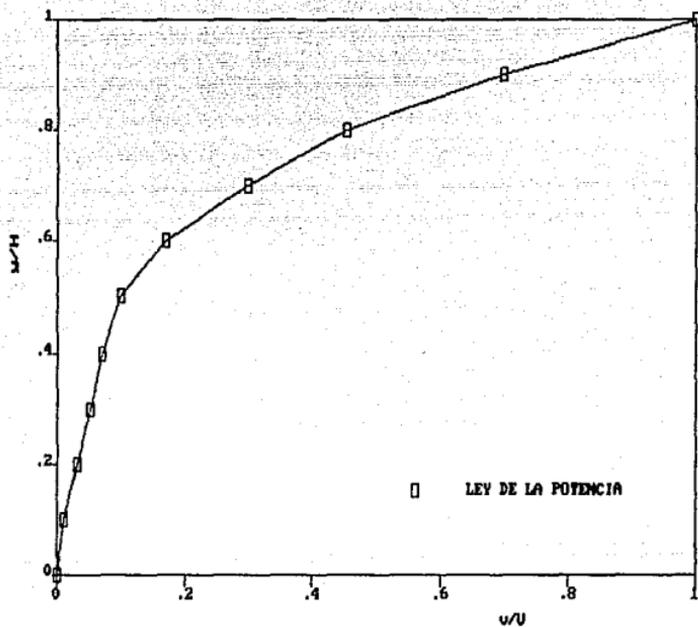


FIGURA 4.2  
PERFIL DE VELOCIDADES TIPO B.1

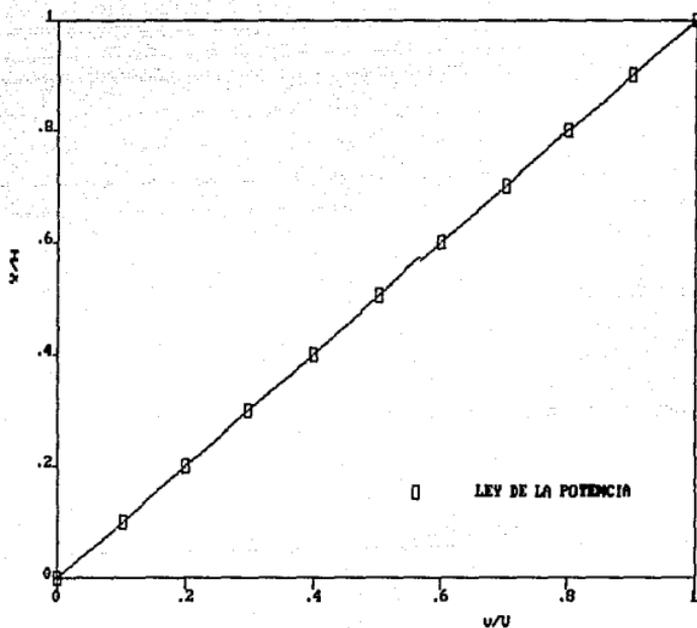


FIGURA 4.3  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO POR ARRASTRE

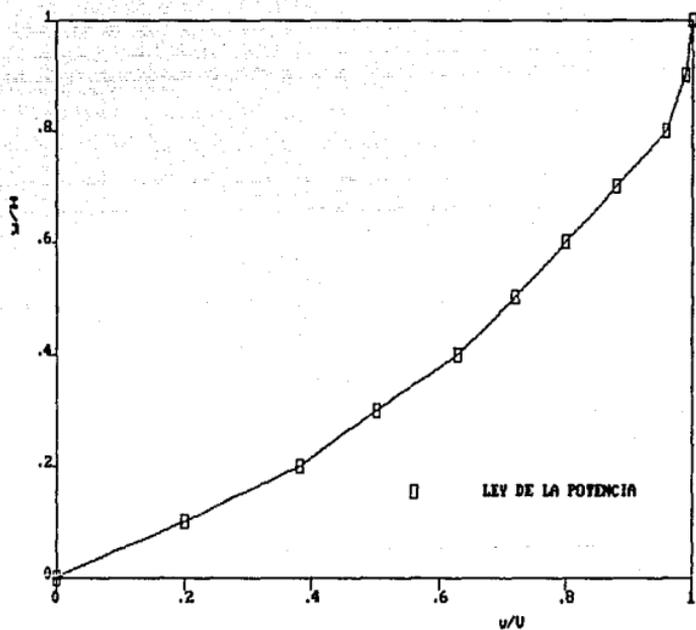


FIGURA 4.4  
PERFIL DE VELOCIDADES TIPO B.2

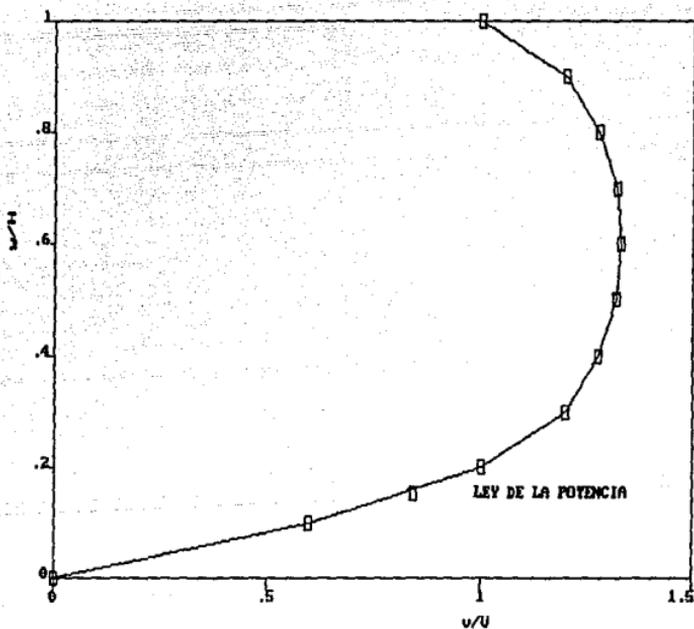


FIGURA 4.5  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO A.2

En la figura 4.6 se hace un comparativo de los perfiles de velocidad tanto en la ley de la potencia como en el modelo newtoniano a una temperatura de  $190^{\circ}\text{C}$ , se observa que a mayor profundidad del canal en el modelo newtoniano es mayor al de la ley de la potencia.

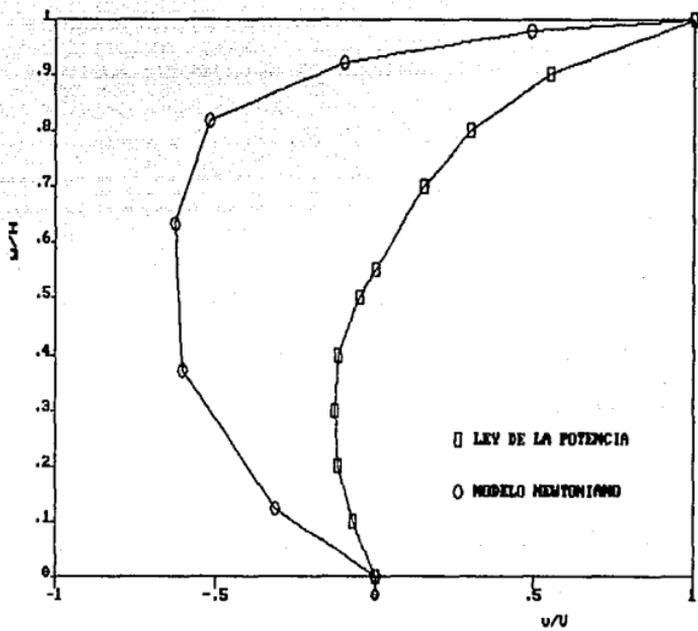
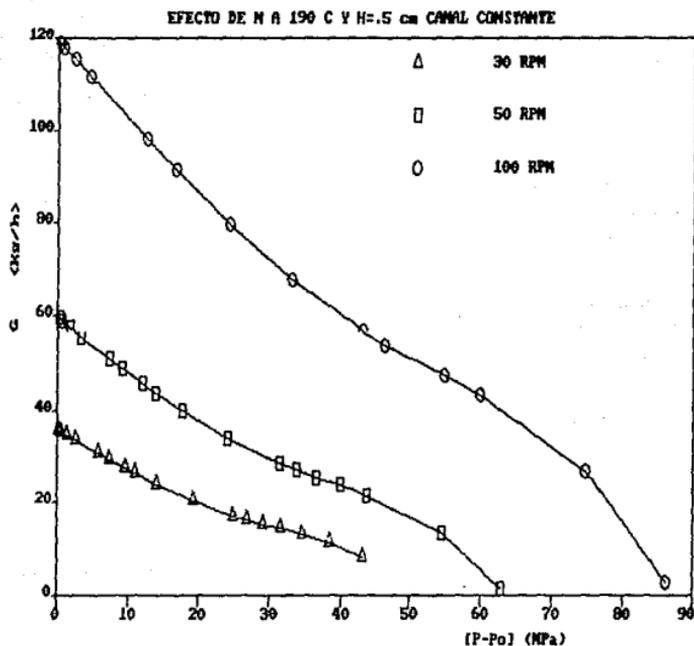


FIGURA 4.6  
 PERFIL DE VELOCIDADES MODELO NEWTONIANO-LEY DE LA POTENCIA

Las predicciones de la caída de presión de nuestro modelo fueron simuladas mediante la variación de la velocidad rotacional a  $T=190^{\circ}\text{C}$  y  $H=0.794$  cm. La figura 4.7 muestra valores de caída de presión ( $\Delta P$ ) hasta 87 MPa. Por diseño y construcción mecánica del extrusor no es posible tener valores más grandes de 70 MPa. ya que este representará el límite mecánico de resistencia de material de construcción.

La tabla 4.1 muestra los valores de gasto másico ( $G$ ) y caída de presión ( $\Delta P$ ) que se obtienen cuando la velocidad rotacional tiene valores de 30, 50 y 100 rpm. En la figura 4.8 se restringe la caída de presión a no mayor de 70 MPa.

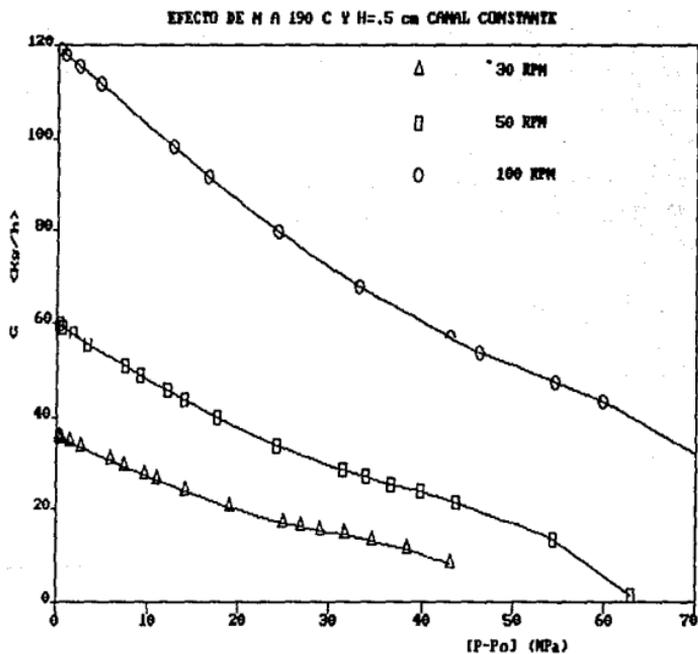
Se observa que a mayor número de revoluciones por minuto se obtiene mayor gasto y a una caída de presión constante el gasto también aumenta.



**FIGURA 4.7**  
**VALORES DE CAIDA DE PRESION A TRAVES DEL EFECTO DE LA**  
**VELOCIDAD ROTACIONAL A T=190° Y H=0.794 CANAL CONSTANTE**

$Q$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$G$ ( $\text{Kg/h}$ )	$\Delta P$ ( $\text{MPa}$ )
N = 30 rpm		
12.30315	34.59531	1.396672
10.90929	30.67602	5.822372
9.360782	26.32175	10.96763
5.447251	15.31722	29.03176
4.624224	13.0031	34.63118
2.866485	8.06032	43.1583
N = 50 rpm		
21.15982	59.49967	0.229911
17.45096	49.0706	9.14
14.18605	39.89009	17.65
9.610797	27.02477	33.84
4.777475	13.43387	54.44
1.39408	3.92003	62.87
N = 100 rpm		
42.31964	118.9994	0.315100
34.90188	98.14121	12.52
24.07604	67.69985	33.06
19.22159	54.0954	46.37
15.41415	43.3442	59.87
2.78816	7.84007	86.17

**TABLA 4.1**  
**EFFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL N A  $190^\circ$  Y  $H=0.794$**   
**SOBRE GASTO MASICO Y CAIDA DE PRESION CANAL CONSTANTE**



**FIGURA 4.8**  
**EFFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL A T=190° Y H=0.794**  
**CANAL CONSTANTE**

La tabla 4.2 muestra los valores de gasto volumétrico, másico y caída de presión que se obtienen cuando se mantienen constantes tres diferentes valores de  $H$  a  $T=190^{\circ}\text{C}$  y 30 rpm. En la figura 4.9 se presenta la gráfica de los valores obtenidos. Se observa que a una misma caída de presión se obtiene más material procesado cuando  $H$  es mayor.

$Q$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$G$ ( $\text{Kg/h}$ )	$\Delta P$ ( $\text{MPa}$ )
<b>H = 0.794</b>		
12.6884	35.67881	0.1327731
11.90104	33.46475	2.663
9.360782	26.32175	10.967
5.447251	15.31722	29.03
4.624245	13.003	34.634
0.836448	2.352023	49.845
<b>H = 0.5</b>		
7.974894	22.48098	0.35715
6.152279	17.29997	18.757
4.548371	12.78965	37.477
3.823448	10.75122	48.788
2.911993	8.188285	67.865
0.526730	1.481123	97.681
<b>H = 1.0</b>		
15.98978	44.96197	0.13029
13.73966	38.63478	4.1626
11.7894	33.15082	7.84111
7.64689	21.50244	17.79911
4.98478	14.0681	27.423215
1.053461	2.96246	35.6362

**TABLA 4.2**  
**EFEECTO DE LA PROFUNDIDAD DE CANAL H A  $T=190^\circ$  Y  $N=30$  RPM**  
**SOBRE GASTO VOLUMETRICO, MASICO Y CAIDA DE PRESION.CANAL CTE.**

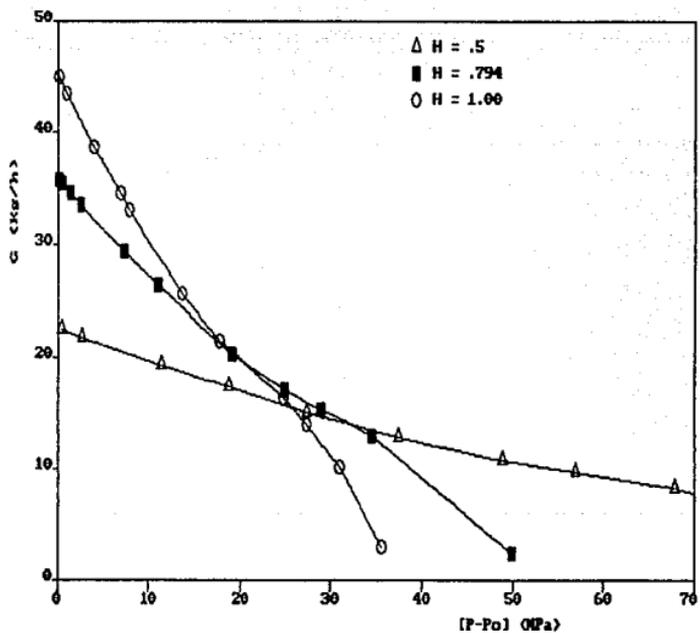


FIGURA 4.9  
 EFECTO DE LA PROFUNDIDAD DE CANAL A  $T = 190^\circ$  Y 30 RPM  
 CANAL CONSTANTE

La tabla 4.3 muestra los valores de  $G$  y  $\Delta P$  que se obtienen a 30 rpm y  $H=0.794$  para diferentes temperaturas. La figura 4.10 presenta en forma gráfica los datos de la tabla 4.3 y se observa que si disminuimos la temperatura a presión constante el gasto volumétrico o másico aumenta, como también la caída de presión.

En las curvas de operación se puede observar también que a mayor caída de presión el gasto másico es menor.

$Q$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$G$ ( $\text{Kg/h}$ )	$\Delta P$ ( $\text{MPa}$ )
$T_B = 140^\circ \text{C}$		
12.67648	36.90641	0.2818729
10.71512	31.19609	8.99
9.040764	26.32135	16.87
5.740231	16.71215	37.64
4.828591	14.058	47.38
1.068196	3.109954	72.76
$T_B = 160^\circ \text{C}$		
12.67772	36.39494	0.236755
11.8479	34.0127	3.4589
9.175392	26.34052	14.2029
5.87665	16.87061	31.9147
4.935037	14.1674	40.30172
2.881496	8.272138	54.5
$T_B = 170^\circ \text{C}$		
12.58642	35.88246	0.57266
10.8362	30.89277	6.9277
9.239292	26.34017	13.03
5.942907	16.94255	29.38
4.547807	12.96528	40.6722
$T_B = 210^\circ \text{C}$		
9.873016	27.38774	8.05
6.195584	17.18655	21.088
4.695905	13.02644	29.47

TABLA 4.3

EFFECTO DE LA TEMPERATURA A 30 RPM Y  $H=0.794$   
 SOBRE GASTO VOLUMETRICO, MASICO Y CAIDA DE PRESION CANAL CTE.

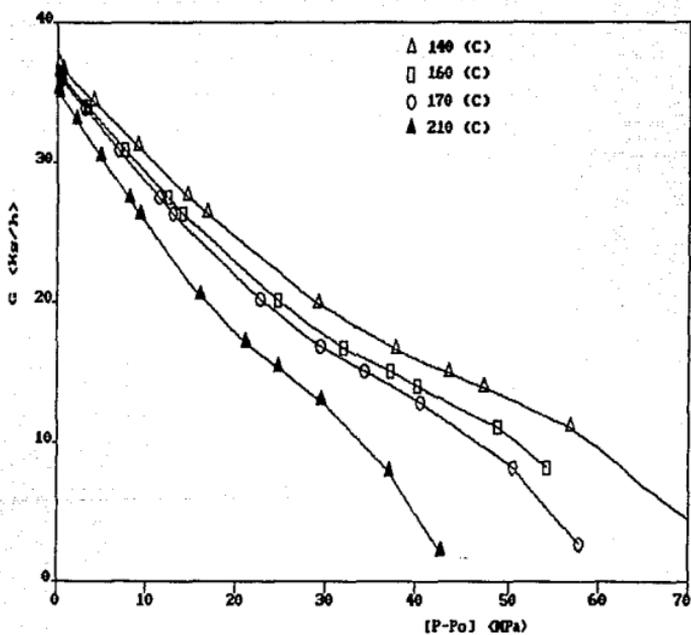


FIGURA 4.10  
 EFECTO DE LA TEMPERATURA A 30 RPM Y H=0.794 CM  
 CANAL CONSTANTE

La tabla 4.4 muestra los valores de  $Q$  y  $\Delta P$  que se obtienen a 30 rpm y  $H=0.794$  para diferentes ángulos de la hélice.

La figura 4.11 presenta en forma gráfica los datos de la tabla 4.4, y en esta observamos que a medida que disminuimos el ángulo de la hélice a presión constante el gasto volumétrico disminuye.

	Q (cm <sup>3</sup> /s)	G (Kg/h)	ΔP (MPa)
$\theta = 10.7^\circ$			
	7.4528	20.9568	0.301828
	6.4042	18.0077	9.6455
	4.9965	14.04997	23.1825
	3.5642	10.0223	41.2439
	2.985	8.39371	52.336
	0.491	1.380705	82.575
$\theta = 17.7^\circ$			
	12.695	35.6975	0.1822
	9.7698	27.4721	9.5715
	7.2228	20.3101	19.124
	5.4472	15.3172	29.031
	3.9579	11.1294	38.3577
	0.83644	2.3520	49.8555
$\theta = 30.7^\circ$			
	20.1481	56.65489	0.10333
	17.3128	48.68224	3.30111
	13.5078	37.98288	7.9341
	9.6355	27.09442	14.115
	7.3385	20.6355	19.6352
	1.3274	3.732615	28.2615

TABLA 4.4  
 EFECTO DEL ANGULO DE LA HELICE A 30 RPM Y H=0.794 CM  
 SOBRE GASTO VOLUMETRICO, MASICO Y CAIDA DE PRESION CANAL CTE.

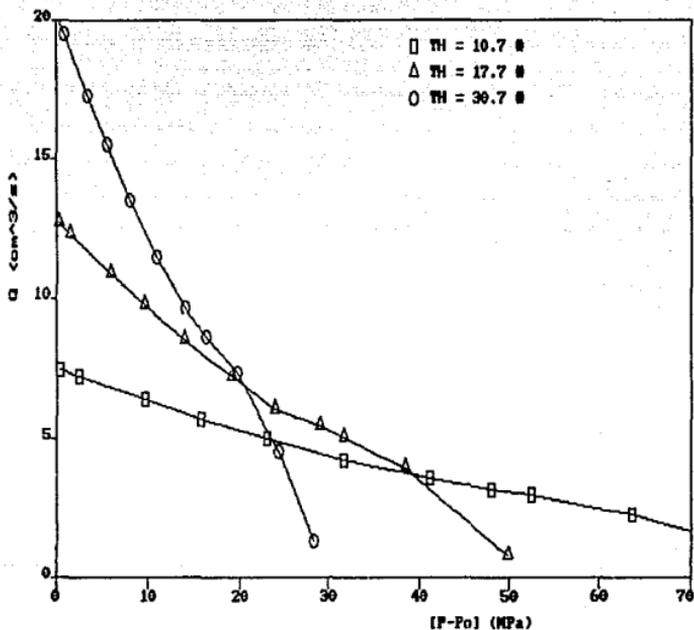


FIGURA 4.11  
 EFECTO DEL ANGULO DE LA HELICE A 30 RPM Y H=0.794  
 CANAL CONSTANTE

La figura 4.12 observamos que el modelo newtoniano es una línea recta, por otro lado observamos que si aumentamos la caída de presión disminuye el gasto másico o volumétrico.

Si mantenemos constante la caída de presión en el modelo newtoniano, observamos que el gasto másico o volumétrico es mayor al que se obtiene al usar el modelo de la ley de la potencia.

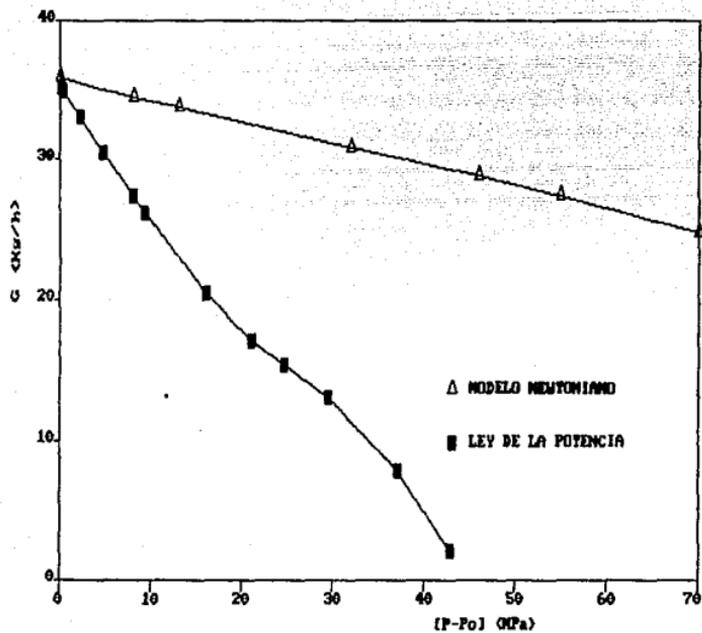


FIGURA 4.12  
EFECTO DE LA TEMPERATURA MODELOS NEWTONIANO-LEY DE LA POTENCIA

#### 4.2 Extrusor de husillo con profundidad de canal variable.

Los valores numéricos de la geometría del husillo utilizado son los siguientes:

$$H_1 = 0.303 \text{ cm}$$

$$D = 5 \text{ cm}$$

$$L/D = 22$$

$$H_2 = 0.794$$

$$e = 0.474 \text{ cm}$$

$$\theta = 17.67^\circ$$

En el apéndice C tenemos el programa de computación elaborado cuando la geometría del husillo corresponde a la profundidad variable.

La tabla 4.5 muestra los resultados obtenidos de la caída de presión ( $\Delta P$ ), los gastos volumétricos ( $Q$ ) y máscos ( $G$ ) cuando para una velocidad rotacional constante se cambia la condición térmica de operación del sistema. En la figura 4.13 se muestra la gráfica correspondiente a los valores presentados en la tabla 4.5, y de la que se observa que para un mismo  $Q$  la caída de presión disminuye a medida que la temperatura va aumentando debido a que la viscosidad del material termoplástico disminuye conforme aumenta la temperatura.

$Q$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$G$ ( $\text{Kg/h}$ )	$\Delta P$ ( $\text{MPa}$ )
T = 140° C		
0.00	0.00	161.577
2.06155	6.00	121.520
3.43591	10.00	79.8865
4.81028	14.00	46.5416
6.18464	20.00	8.2179
T = 160° C		
0.00	0.00	131.835
1.39383	4.00	113.078
3.48458	10.00	64.9931
4.87841	14.00	37.5658
6.27224	18.00	15.5220
T = 170° C		
0.00	0.00	120.17
1.40356	4.00	102.886
2.80713	8.00	74.0673
3.50891	10.00	59.1469
4.21069	12.00	45.8181
4.91248	14.00	33.9729

TABLA 4.5  
EFECTO DE LA TEMPERATURA A VELOCIDAD ROTACIONAL CONSTANTE 30 RPM  
CANAL VARIABLE

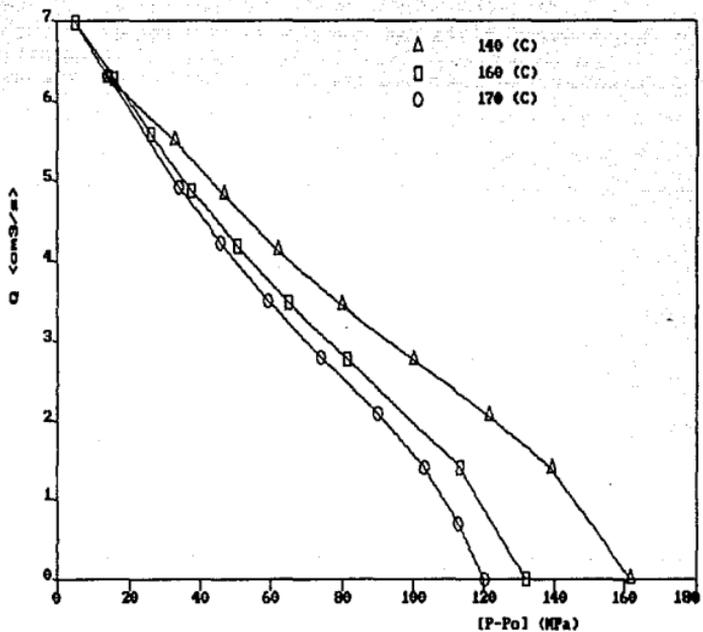


FIGURA 4.13  
 EFECTO DE LA TEMPERATURA CANAL VARIABLE

En la tabla 4.6 se presenta el efecto obtenido cuando el gasto volumétrico ( $Q$ ) se incrementa a temperatura constante y se compara con tres valores diferentes de velocidad rotacional. La figura 4.14 muestra en forma gráfica la variación anteriormente mencionada.

De la figura 4.14 podemos observar que las predicciones son aceptables cuando se llevan a cabo los cálculos de caída de presión para cualquier valor de velocidad rotacional dentro del intervalo de temperatura requerida con variaciones porcentuales de  $\Delta P$  que no son en general significativas. Si queremos mantener el gasto constante a medida que aumentamos la velocidad rotacional tendremos que ir cerrando la descarga, con lo cual la caída de presión se va incrementando. Para cada valor de  $N$  existe un rango determinado de  $Q$  en el que se puede operar el extrusor.

	Q (cm <sup>3</sup> /s)	G (Kg/h)	ΔP (MPa)
N = 30 rpm			
	0.35576	1.00	98.2057
	0.71152	2.00	94.6482
	2.84612	8.00	62.31
	3.91	11.00	43.89
	4.98	14.00	28.24
	6.403	18.00	10.88
N = 50 rpm			
	0.00	0.00	127.889
	1.42303	4.00	117.459
	2.846	8.00	104.24
	4.98	14.00	75.18
	8.53819	24.00	33.2339
	12.09577	34.00	0.80517
N = 100 rpm			
	0.00	0.00	175.060
	2.134	6.00	164.611
	4.269	12.00	152.39
	5.6921	16.00	142.69
	7.82667	22.00	123.796
	14.23031	40.00	66.2362

TABLA 4.6  
 EFECTO DE N CANAL VARIABLE (190° C)

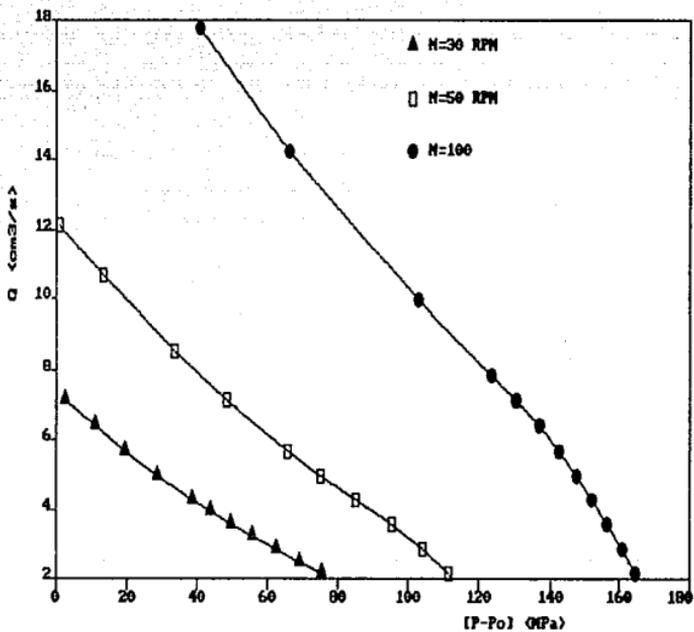


FIGURA 4.14  
 EFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL A GASTO VOLUMETRICO  
 CANAL VARIABLE

La tabla 4.7 muestra los resultados obtenidos de la caída de presión, los gastos volumétricos  $Q$  y máxicos  $G$  cuando a velocidad rotacional constante se cambia la condición térmica tanto para el canal constante y como para el variable. La figura 4.15 muestra en forma gráfica la variación antes mencionada.

De la figura 4.15 podemos observar que si disminuimos la temperatura aumentamos el gasto volumétrico ( $Q$ ). Por otro lado, vemos que al comparar el canal constante con el canal variable existe mayor gasto volumétrico ( $Q$ ) en el canal constante cuando se mantiene constante la caída de presión ( $\Delta P$ ).

	Q (cm <sup>3</sup> /s)	G (Kg/h)	ΔP (MPa)
T = 140 °C Canal Variable			
	0.00	0.00	161.577
	2.7487	8.00	99.957
	6.1846	18.00	20.3359
	7.2154	21.00	2.1103
T = 140 °C Canal Contante			
	12.576	36.615	0.74392
	11.8085	34.379	4.1174
	5.7402	16.7121	37.6438
	4.423	12.8782	51.7381
T = 190 °C Canal Variable			
	0.000	0.00	101.47
	2.134	6.00	75.66
	3.557	10.00	49.711
	4.9806	14.00	28.24
	7.115	20.00	2.514
T = 190 °C Canal Contante			
	12.688	35.6788	0.1327
	12.3031	34.5953	1.3966
	10.471	29.4423	7.246
	7.2222	20.3099	19.124
	5.4447	15.3177	29.035
	0.8364	2.3520	49.8455

TABLA 4.7  
EFECTO DE LA TEMPERATURA EN CANAL CONTANTE-VARIABLE

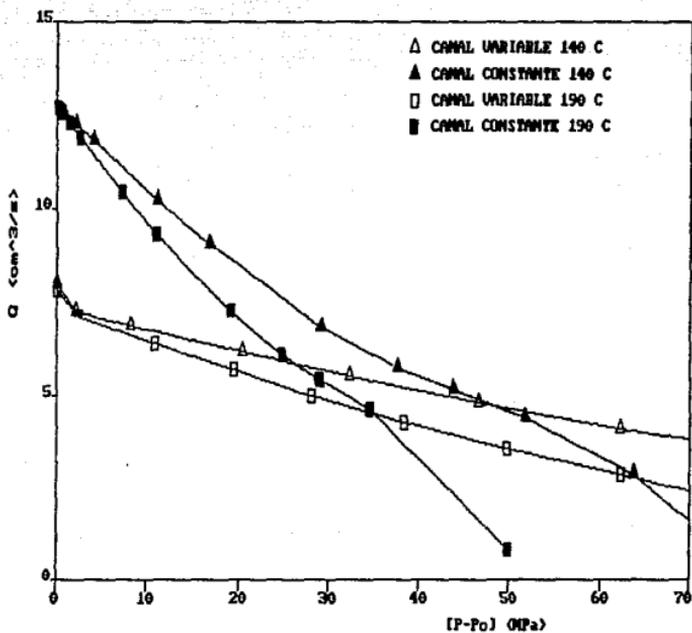


FIGURA 4.15  
EFFECTO DE LA TEMPERATURA EN CANAL CONSTANTE-VARIABLE

Por último, en la tabla 4.8 se presenta el efecto de la velocidad rotacional tanto para el canal variable como para el constante.

De la figura 4.16 podemos observar el comportamiento entre ambos canales cuando se llevan a cabo disminuciones de la velocidad rotacional en cada uno; observamos que el gasto volumétrico disminuye, por otro lado se ve también que el canal constante procesa más gasto volumétrico que el variable a la misma caída de presión.

Q (cm <sup>3</sup> /s)	G (Kg/h)	ΔP (MPa)
<b>N = 100 rpm Canal Variable</b>		
0.00	0.000	175.06
3.5575	10.000	156.69
6.4036	18.000	137.08
10.6727	30.000	96.30
<b>N = 100 rpm Canal Constante</b>		
42.319	118.999	0.3151
36.36	102.253	10.0664
24.07	67.699	33.0645
18.157	51.047	50.1956
<b>N = 50 rpm Canal Variable</b>		
0.000	0.000	127.880
1.423	4.000	117.456
3.5575	10.000	95.365
5.6921	16.000	65.6741
7.8266	22.000	40.5676
<b>N = 50 rpm Canal Contante</b>		
21.159	59.499	0.2299
14.186	39.890	17.6529
9.078	25.528	36.623
1.394	3.920	62.879

TABLA 4.8  
EFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL EN CANAL CONSTANTE-VARIABLE

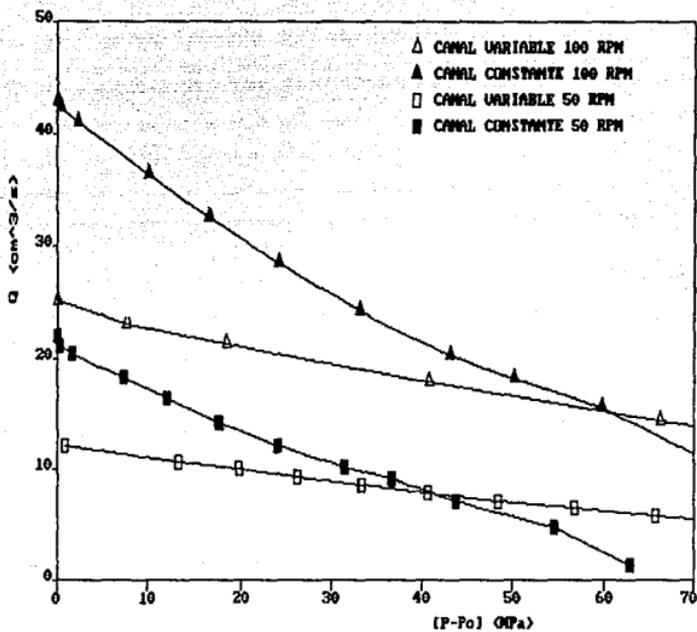


FIGURA 4.16  
 EFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL EN  
 CANAL CONSTANTE-VARIABLE

## 5. CONCLUSIONES

Las conclusiones que se pueden comentar a partir del trabajo elaborado se resumen en los siguientes puntos:

1.- Los resultados obtenidos consideraron al extrusor como una bomba de husillo, similar al que ocurre en la zona de dosificación de un extrusor real.

2.- El modelo de la ley de la potencia muestra claramente los perfiles no lineales de velocidad para el flujo del líquido en la bomba del husillo.

3.- A pesar de la relativa simplicidad del modelo ley de la potencia, observamos que nos permite describir en forma adecuada la geometría estudiada.

4.- Tanto el husillo de canal constante como el variable predicen adecuadamente los perfiles de velocidad puesto que son similares con los que pueden obtenerse utilizando el modelo newtoniano mucho más simple.

La diferencia fundamental entre ambos modelos radica en la linealidad de uno (i.e. newtoniano) y la no linealidad del otro (i.e. ley de la potencia). Y que de acuerdo a los resultados obtenidos esta diferencia se refleja en la variable que seguramente es la de mayor interés: el gasto volumétrico (i.e. equivalente a la tasa de producción).

5.- A presión constante, los cálculos numéricos muestran que el husillo de canal constante genera más gasto volumétrico que el canal variable. Sin embargo, los resultados también muestran que en el husillo de canal constante no se podría obtener un rango de valores grandes a la descarga del extrusor.

6.- Desde el punto de vista numérico, los procedimientos de cálculo claramente son más sencillos cuando las dimensiones del canal del husillo son constantes.

7.-Es recomendable hacer un estudio comparativo con otras geometrías para verificar la validez general de las observaciones realizadas en los cálculos obtenidos.

8.-Desde luego, la confirmación final del planteamiento y utilidad del modelo cuando se aplica en el tipo de flujo que ocurre en el extrusor debería finalmente contrastarse contra mediciones experimentales.

**APENDICE A**  
**AJUSTE EMPIRICO DE LOS DATOS REOLOGICOS DE VISCOSIDAD**

La tabla A.1 presenta los datos reológicos experimentales obtenidos y suministrados por el área de polímeros del Departamento de Ingeniería Química de la Facultad de Química para el material termoplástico polietileno de alta densidad producido por PEMEX a dos temperaturas diferentes

T = 170°C

$\zeta$ (kPa)	$\eta$ (kPa s)
32.180	4.684
47.107	3.283
74.083	1.979
101.595	1.326
137.263	0.880
201.522	0.509
267.844	0.337

T = 210°C

$\zeta$ (kPa)	$\eta$ (kPa s)
17.734	3.164
31.912	2.378
53.838	1.507
76.306	1.032
105.557	0.696
158.138	0.407
212.000	0.269

TABLA A.1  
 DATOS REOLOGICOS EXPERIMENTALES DE ESFUERZO CORTANTE ( $\zeta$ )  
 CONTRA VISCOSIDAD ( $\eta$ ) A LAS TEMPERATURAS DE 170° y 210°C  
 PARA POLIETILENO DE ALTA DENSIDAD

Los datos experimentales calculados en la tabla A.1 fueron obtenidos con la siguiente ecuación empírica:

$$\tau = \eta^{\circ} \left( \frac{\dot{\gamma}^{\circ}}{\dot{\gamma}} \right)^{n-1} \dot{\gamma}$$

$$\eta^{\circ} = 10.401 * \exp \left( -2406 * \left( \frac{TK - 473.16}{473.16 * TK} \right) \right)$$

$$n = 0.4616 + 0.4091 * \left( \frac{TK - 473.16}{473.16} \right)$$

$$\dot{\gamma}^{\circ} = 1 \text{ s}^{-1}$$

en donde los parámetros tienen las siguientes unidades:

$$\eta^{\circ} : \text{kPa s} \quad n : \text{adimensional}$$

En las figuras A.1 y A.2 se muestran en forma gráfica las evaluaciones de viscosidad en función del esfuerzo cortante para las temperaturas correspondientes a 170°C y 210°C.

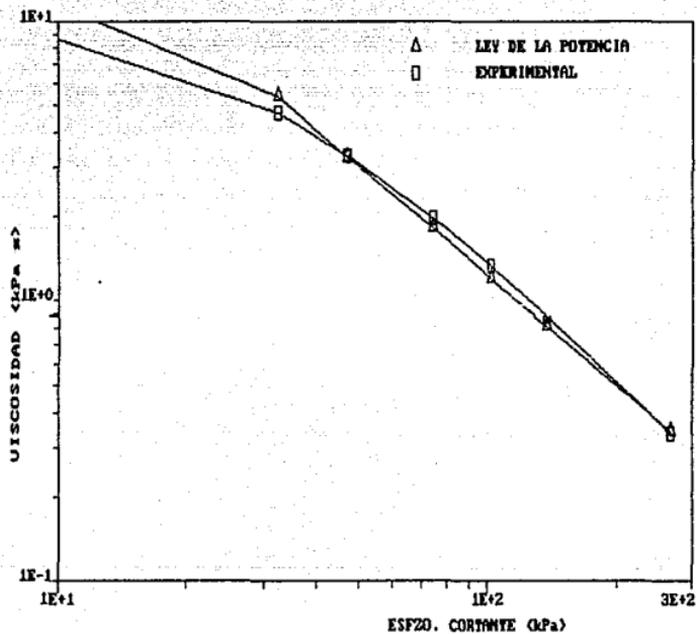


FIGURA A.1  
 CURVA DE FLUJO A 170° C PARA EL POLIETILENO DE ALTA DENSIDAD  
 DATOS EXPERIMENTALES Y VALORES CALCULADOS CON EL MODELO DE  
 LA LEY DE LA POTENCIA

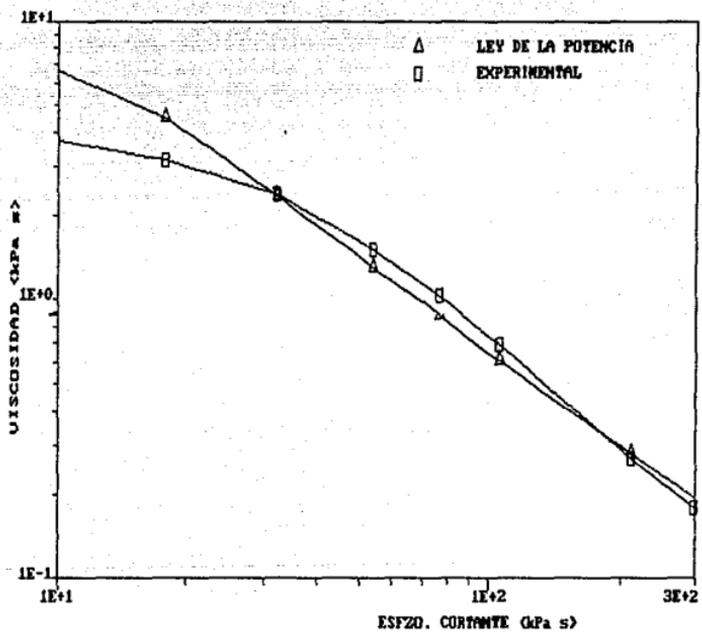


FIGURA A.2  
 CURVA DE FLUJO A 210° C PARA EL POLIETILENO DE ALTA DENSIDAD  
 DATOS EXPERIMENTALES Y VALORES CALCULADOS CON EL MODELO DE  
 LA LEY DE LA POTENCIA

## NOMENCLATURA UTILIZADA

$\tau$ .- Esfuerzo Cortante (kPa)

$\eta$ .- Viscosidad aparente del material (kPa s)

$\eta^{\circ}$ .- Viscosidad aparente de referencia en el modelo de la ley de la potencia (kPa s)

$\dot{\gamma}$ .- Velocidad de deformación ( $s^{-1}$ )

T.- Temperatura en el interior del barril ( $^{\circ}C$ )

n.- Variable adimensional

H.- Altura del canal en el husillo (cm)

W.- Ancho del canal en el husillo (cm)

V.- Velocidad del fluido ( $cm^3/s$ )

D.- Diámetro del barril del extrusor (cm)

Q.- Gasto Volumétrico ( $cm^3/s$ )

G.- Gasto Másico (Kg/h)

$\zeta$ .- Constante adimensional  $\gamma/H$

$v_z$ .- Velocidad del flujo en la dirección z (cm/s)

$\phi$ .-  $v_z/V$ .

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Rodriguez Ferrinand. "Principios de sistemas de Polimeros", Manual Moderno, 1984.
- 2.- Milby Robert V., "Plastics Technology", McGraw-Hill Book Company.
- 3.- Richarson, P. N. "Introduction to Extrusion", Society of Plastic Engineers, Greenwich, Connecticut, 1974.
- 4.- Información obtenida de mediciones reológicas experimentales en el Departamento de Polimeros, Instituto de Investigaciones en Materiales y el Departamento de Ing. Química, Facultad de Química, realizada por el Dr. Luis A. Lopez Latorre entre los años 1982-83.
- 5.-Zehev Tadmor, Imrich Klein, "Engineering Principles of Plasticating Extrusion", Robert Krieger Publishing Company,1970.
- 6.- Bird, R.B. Stewart, E.E., Lightfoot, E.N. "Transport phenomena", John Wiley & Sons, Inc.1960.
- 7.- Morones Escobar Rafael, Dr., Lozano Garcia Fco. Dr. "Dinámica de Cuerpos Viscoelásticos, UNAM. 1978.
- 8.- Altarper Charles, "Handbook of Plastics and Elastomers", McGraw-Hill, Book Company. 1975.
- 9.- Zbigniew D. Jastrzebski. "Naturaleza y Propiedades de los Materiales Para Ingeniería, Interamericana 1979.
- 10.- Diver Walter. Química y Tecnología de los Plásticos". CECSA.1982.
- 11.- Carley, J. F. Strub. R. A., Mallouk, R. S., Mc Kelvey J.M. and Jepson, C. H., "The Theory of Plastics Extrusion", Ind. Eng. Chem 45, 974-989, (1953).
- 12.- Marquart, D.M. An algoritmo for least-square estimation of nonlinear parameter. Soc. Indust. Appl. Math. 11, 431-44(1963)

**APENDICE B**

**PROGRAMAS DE COMPUTACION PARA PROFUNDIDAD  
DE CANAL CONSTANTE**

```

10 ;-----
20 ; "MODELO DE LA LEY POTENCIA FLUJO TIPO I"
30 ;-----
40 PRINT:PRINT TAB(15);"TB(C), S* : ";:INPUT TB,S
50 READ EPS,IIMAX,PI,D,H,TH
60 DATA 1.E-05,100,3.1416,5,.794,.30817
70 READ E, XLD, CK, PATH
80 DATA .474, 22, 273.16, 101.353
90 READ CVO, CV1, BNO, BN1, TR, GAO
100 DATA 10.401, 2406, .463766, .42729, 473.16, 1
110 TK=TB+CK: TT=(TK-TR)/TR: BN=BNO+BN1*TT: B=1/BN: B1=B+1: B2=B+2
120 XNO=CVO*CDBL(EXP(-CV1*TT))
130 W=PI*D*SIN(TH)-E
140 DIM N(20), GV(20), GM(20), DP(20), PT(20)
150 N(1)=10:DN=10:FOR I=2 TO 10:N(I)=N(I-1)+DN:NEXT I:FOR I=1 TO 10:
  U(I)=PI*D*N(I)*COS(TH)/60: NEXT I
160 CO=((1-S)^(B2)+S^(B2))*B1/((B2)*((1-S)^(B1)-S^(B1)))
170 U=1-S-CO: F=B1/((1-S)^B1-S^B1)
180 FOR I= 1 TO 10: GV(I)=U*W**H*V(I): GM(I)=GV(I)*FC: NEXT I
190 FOR I=1 TO 10: DP(I)=(XNO*GAO/H)*(F*V(I))/H*GAO^BN: NEXT I
200 FOR I= 1 TO 10: PT(I)=ZT*DP(I)/1000: NEXT I
210 LPRINT:LPRINT TAB(15); "S* =" ; S; TAB(30); "T (C) =" ; TB; TAB(45); "TH =" ; H
220 LPRINT:LPRINT TAB(16); "U= " ; U; TAB(40); "F= " ; F
230 LPRINT: LPRINT TAB(3); "N(RPM)"; TAB(11); "D(cm^3/s)"; TAB(25); "Q(KG/H)";
  TAB(40); "dP/dZ"; TAB(53); "(P-P0)t(MPa)"
240 FOR I=1 TO 10:LPRINT TAB(4); N(I); TAB(10); GV(I); TAB(24); GM(I); TAB(38);
  DP(I); TAB(53); PT(I): NEXT I
250 END

```

```

10 ,-----
20 , "MODELO DE LA LEY POTENCIA FLUJO TIPO 2"
30 ,-----
40 PRINT:PRINT TAB(15);"TB(C), S* : ";:INPUT TB,S
50 READ EPS,ITMAX,PI,D,H,TH
60 DATA 1.E-05,100,3.1416,5,.794,.30817
70 READ E, XLD, CK, PATH
80 DATA .474, 22, 273.16, 101.353
90 READ CVO, CV1, BNO, BN1, TR, GAO
100 DATA 10.401, 2406, .463766, .42729, 473.16, 1
110 TK=TB+CK: TT=(TK-TR)/TR: BN=BNO+BN1*TT: B=1/BN: B1=B+1: B2=B+2:
TT=TT/TR: FC=3.6*(1/(.875+.000875*TK)): ZT=XLD*D/SIN(TH)
120 XNO=CVO*CDBL(EXP(-CV1*TT))
130 W=PI*D*SIN(TH)-E
140 DIM N(20), GV(20), GH(20), DP(20), PT(20)
150 N(1)=10:DN=10:FOR I=2 TO 10:N(I)=N(I-1)+DN:NEXT I:FOR I=1 TO 10:
V(I)=PI*D*N(I)*COS(TH)/60: NEXT I
160 U=((1+S)^B2-(B2*S^B1)-S^B2)/(B2*((1+S)^B1-S^B1))
170 F=B1/((1+S)^B1-S^B1)
180 FOR I= 1 TO 10: GV(I)=U*N*H*V(I): GH(I)=GV(I)*FC: NEXT I
190 FOR I=1 TO 10: DP(I)=(XNO*GAO/H)*((F*V(I))/H*GAO)^BN: NEXT I
200 FOR I= 1 TO 10: PT(I)=ZT*DP(I)/1000: NEXT I
210 LPRINT:LPRINT TAB(15); "m ="; S; TAB(30); "T (C) ="; TB; TAB(45); "TH ="; TH
220 LPRINT:LPRINT TAB(16); "U= "; U; TAB(40); "F= ";F
230 LPRINT: LPRINT TAB(3); "N(RPH)"; TAB(11); "Q(cm^3/s)"; TAB(25); "Q(KG/H)";
TAB(40); "dP/dZ"; TAB(53); "(P-PO)t(MPa)"
240 FOR I=1 TO 10:LPRINT TAB(4); N(I); TAB(10); GV(I); TAB(24); GH(I); TAB(38);
DP(I); TAB(53); PT(I); NEXT I
250 END

```

**APENDICE C**

**PROGRAMAS DE COMPUTACION PARA PROFUNDIDAD  
DE CANAL VARIABLE**

```

10 '-----
20 '          Nom. POWER.BAS
30 '-----
40 OPTION BASE 1
50 DEFINT I-N:DEFDBL A-H,O-Z
60 DIM CTE(5),GA(5),Y(2),B(2),BMIN(2),BMAX(2),BV(2),Z(2),ZZ(2),BB(2),P(10),
  A(2,4),AC(2,4),FAR(5),ZI(16),WI(16),RR(10,10,5),XSE(10,10,5),XGA(10,10,5),
  GF(10),RINT(10,5),GAI(10,5),SI(11),UZV(11,2)
70 '
80 '----- DATOS DE HUSILLO, POLIMERO Y PARAMETROS -----
90 '
100 READ H$
110 DATA "C-HC-1"
120 READ D,H0,HF,E,TH,XLD
130 DATA S#,.794#,.303#,.474#,.3081691#,22#
140 READ P$
150 DATA "PEAD"
160 READ CVO,CV1,SNO,SN1,CKO,CR1,TR
170 DATA 10.401#,2406#,.4616#,.4091#,.875#,8.76D-04,473.16#
180 READ PI,CK,PATH
190 DATA 3.141592654#,273.16#,101.353#
200 IO$="##.#####^^^^":I1$="###.#####"
210 '
220 '----- DATOS DE CONDICIONES DE OPERACION -----
230 '
240 CLS:PRINT:PRINT TAB(15);"CONDICIONES DE OPERACION":PRINT
250 PRINT TAB(15);:INPUT "TB (C)          ",TB:PRINT:
  PRINT TAB(15);:INPUT "G (Kg/h)         ",GH:PRINT:
  PRINT TAB(15);:INPUT "N (rpm)          ",RPM:PRINT
260 PRINT TAB(15);:INPUT "No. INTERVALOS ",NRI:PRINT:PRINT TAB(15);:
  INPUT "No. Pts GLO          ",NG:PRINT:PRINT TAB(15);:INPUT "U/Disco          ",
  UD$:IJK=1:IF NG>=10 THEN IJK=2
270 AR$=UD$+" :GLO"+RIGHT$(STR$(NG),IJK)+" .DAT"
280 '
290 TK=TB+CK:TI=(TK-TR)/TR:SN=SNO+SN1*TI:S=1#/SN:S1=S+1#:S2=S+2#:S3=S+3#:
  TT=TT/TK:XNO=CVO*CDL(EXP(-CV1*TT)):RHO=1#/(CKO+CR1*TK)
300 '
310 W=PI*D*SIN(TH)-E:ZT=XLD*D/SIN(TH):V=PI*D*RPM*COS(TH)/60#:Q=GM/(3.6**RHO):
  SGD=XNO*CDL((V/HO)^SN)/(1000*HO):SGF=SGD*ZT/(1#-(HF/HO)):SO=Q/(W*V*HO):
  SS=Q/(W*W*HF):R5=2#*SO:RE=1#:RF=HF/HO:GA(1)=0#
320 SI(1)=0#:SI(11)=1#:DSI=.1#:FOR I=2 TO 10:SI(I)=SI(I-1)+DSI:NEXT I
330 PRINT:PRINT TAB(15);"BSOLVE"
340 '
350 '----- CHECAR EMPIEZO CON PERFIL TIPO A.1 -----
360 '
370 SE=0#:R=RE:X1I=S0:X2I=1#:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:IFU=1:ICA=1:
  GOSUB 2500
380 S01=B(1):PRINT TAB(10);"S01 = ";S01
390 '
400 '----- SI => NO HAY PERFILES TIPO A.1 -----

```

```

410 '
420 IF S0>=S01 THEN 1230
430 '
440 '----- CALCULO DE S* PARA W, RE -----
450 '
460 WW=S0:R=RE:X1I=.1#:X2I=1#:B1P=0#:B1G=.5#:B2P=0#:B2G=20#:IFU=2:ICA=1:
GOSUB 2500
470 CTE(1)=RE:PAR(1)=B(1):GF(1)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RE = ";PAR(1):
PRINT TAB(10);"dP/dz = ";SGD*B(2)
480 IZZ=0:IZ=1:ALT=CTE(1):CON=PAR(1):AFA=GF(1):GOSUB 3860
490 '
500 '----- CALCULO DE W PARA S*=0, RF -----
510 '
520 SE=0#:R=RF:X1I=1#:X2I=1#:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:IFU=1:ICA=1:
GOSUB 2500
530 S0S=B(1)/RF:PRINT TAB(10);"S0S = ";S0S
540 '
550 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL A.1 -----
560 '
570 IF SS>S0S THEN 680
580 '
590 '
600 '----- CONDICION EXCLUSIVA PARA PERFIL A.1 -----
610 '
620 NT=1:NC=2:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
630 CTE(2)=RF:WW=S0:R=RF:X1I=.1#:X2I=1#:B1P=0#:B1G=.5#:B2P=0#:B2G=20#:
IFU=2:ICA=1:GOSUB 2500
640 PAR(2)=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RF = ";B(1):PRINT TAB(10);
"dP/dz = ";SGD*B(2):GOSUB 3660:DELI=RE:DEL=RF:B1P=0#:B1G=.5#:B2P=0#:
B2G=20#:INF=1:ISU=2:TP0=.15#:TP1=1#:GOSUB 3740
650 GA(2)=SUM:IZ=1:ALT=RF:CON=PAR(2):AFA=GF(2):GOSUB 3860
660 PA=GA(1)+GA(2):GOTO 1820
670 '
680 '----- CHECAR PERFIL DE SALIDA DIFERENTE CON A.1 -----
SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL A.2
690 '
700 XMS=1#:SDS=.5#:IF SS>SDS THEN 830
710 '
720 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1 Y A.2 -----
730 '
740 NT=2:NC=3:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
750 WW=S0:SE=0#:X1I=.65#:X2I=1#:B1P=RF:B1G=RE:B2P=0#:B2G=20#:IFU=3:ICA=1:
GOSUB 2500
760 RI=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S*=0 = ";RI:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):CTE(2)=RI:PAR(2)=0#:GOSUB 3660:DELI=RE:DEL=RF:B1P=0#:B1G=.5#:
B2P=0#:B2G=20#:INF=1:ISU=2:TP0=.15#:TP1=B(2):IFU=2:ICA=1:GOSUB 3740
770 GA(2)=SUM
780 WW=S0:R=RF:X1I=1#:X2I=1#:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:IFU=2:ICA=2:
GOSUB 2500
790 XMF=B(1):GF(3)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RF = ";XMF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(3)=XMF:CTE(3)=RF:DELI=RI:DEL=RF:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:
B2G=20#:INF=2:ISU=3:TP0=XMF:TP1=B(2):GOSUB 3740

```

```

800 GA(3)=SUM:IZ=2:ALT=RF:CON=PAR(3):AFA=GF(3):GOSUB 3860
810 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3):GOTO 1820
820 '
830 '----- CHECAR PERFIL DE SALIDA DIFERENTE CON B.1 -----
840 '
850 SNHS=S1/S2:PRINT TAB(10);"SNMS = ";SNMS
860 '
870 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE DE B.1 -----
880 '
890 IF SS>SNMS THEN 1060
900 '
910 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1, A.2 Y B.1 -----
920 '
930 NT=3:NC=4:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
940 WM=SO:SE=0#:X1I=.65#:X2I=1#:B1P=RF:B1G=RE:B2P=0#:B2G=20#:IFU=3:ICA=1:
GOSUB 2500
950 RI=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S#=0 ";RI:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):CTE(2)=RI:PAR(2)=SE:CTE(3)=R5:CTE(4)=RF:GOSUB 3660
960 DELI=RE:DELFI=RI:B1P=0#:B1G=.5#:B2P=0#:B2G=20#:INF=1:ISU=2:TPO=.15#:
TP1=B(2):IFU=2:ICA=1:GOSUB 3740
970 GA(2)=SUM
980 YY=1#
990 PAR(3)=YY:GF(3)=0#:PRINT TAB(10);"M,DRAG= ";YY:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
0#:DELI=RI:DELFI=R5:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:INF=2:ISU=3:TPO=1#:
TP1=B(2):IFU=2:ICA=2:GOSUB 3740
1000 GA(3)=SUM
1010 WM=SO:R=RF:X1I=YY:X2I=-1#:B1P=0#:B1G=20#:B2P=-20#:B2G=0#:IFU=2:ICA=2:
GOSUB 2500
1020 XMF=B(1):GF(4)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RF = ";XMF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(4)=XMF:DELI=R5:DELFI=RF:B1P=0#:B1G=20#:B2P=-20#:B2G=0#:INF=3:
ISU=4:TPO=XMF:TP1=B(2):GOSUB 3740
1030 GA(4)=SUM:IZ=2:ALT=RF:CON=PAR(4):AFA=GF(4):GOSUB 3860
1040 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3)+GA(4):GOTO 1820
1050 '
1060 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1, A.2, B.1 Y B.2 -----
1070 '
1080 NT=7:NC=5:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1090 SE=0#:WM=SO:X1I=.65#:X2I=1#:B1P=RF:B1G=RE:B2P=0#:B2G=20#:IFU=3:ICA=1:
GOSUB 2500
1100 RIO=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S#=0 ";RIO:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):CTE(2)=RIO:PAR(2)=SE:GOSUB 3660:DELI=RE:DELFI=RIO:B1P=0#:B1G=.5#:
B2P=0#:B2G=20#:INF=1:ISU=2:TPO=.15#:TP1=B(2):IFU=2:ICA=1:GOSUB 3740
1110 GA(2)=SUM
1120 YY=1#
1130 PAR(3)=YY:GF(3)=0#:PRINT TAB(10);"M,DRAG= ";YY:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
0#:CTE(3)=R5:DELI=RIO:DELFI=R5:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:INF=2:
ISU=3:TPO=YY:TP1=1#:IFU=2:ICA=2:GOSUB 3740
1140 GA(3)=SUM
1150 WM=SO:SE=1#:X1I=.65#:X2I=-B(2):B1P=RF:B1G=RE:B2P=-20#:B2G=0#:IFU=3:ICA=3:
GOSUB 2500
1160 RI=B(1):GF(4)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S#=1 ";RI:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):CTE(4)=RI:PAR(4)=SE:DELI=R5:DELFI=RI:B1P=0#:B1G=20#:B2P=-20#:
B2G=0#:INF=3:ISU=4:TPO=2#:TP1=B(2):IFU=2:ICA=2:GOSUB 3740

```

```

1170 GA(4)=SUM
1180 WW=SO:R=RF:X1I=.8#:X2I=B(2):B1P=.5#:B1G=1#:B2P=-20#:B2G=0#:IFU=2:ICA=3:
GOSUB 2500
1190 SEF=B(1):GF(5)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RF = ";SEF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(5)=SEF:CTE(5)=RF:DELI=RI:DELF=RF:B1P=.5#:B1G=1#:B2P=-20#:
B2G=0#:INF=4:ISU=5:TPO=SEF:TP1=B(2):GOSUB 3740
1200 GA(5)=SUM:IZ=1:ALT=RF:CON=PAR(5):AFA=GF(5):GOSUB 3860
1210 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3)+GA(4)+GA(5):GOTO 1820
1220 '
1230 '----- SI => EMPIEZO DE PERFIL TIPO B.1 O B.2 -----
1240 '
1250 XME=1#:SD1=.5#:IF SO>SD1 THEN 1800
1260 '
1270 '----- EMPIEZO CON PERFIL A.2 -----
1280 '
1290 CTE(1)=RE:WW=SO:R=RE:X1I=YY:X2I=1#:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:
IFU=2:ICA=2:GOSUB 2500
1300 PAR(1)=B(1):GF(1)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RE = ";PAR(1):
PRINT TAB(10);"dP/dz = ";SGD*B(2)
1310 IZZ=0:IZ=2:ALT=RE:CON=PAR(1):AFA=GF(1):GOSUB 3860
1320 '
1330 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL A.2 -----
1340 '
1350 XMS=1#:SDS=.5#:IF SS>SDS THEN 1450
1360 '
1370 '----- CONDICION EXCLUSIVA DE PERFIL TIPO A.2 -----
1380 '
1390 NT=4:NC=2:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1400 WW=SO:R=RF:X1I=1#:X2I=1#:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:IFU=2:ICA=2:
GOSUB 2500
1410 XMF=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RF = ";XMF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(2)=XMF:CTE(2)=RF:GOSUB 3660:DELI=RE:DELF=RF:B1P=0#:B1G=20#:
B2P=0#:B2G=20#:INF=1:ISU=2:TPO=XMF:TP1=B(2):GOSUB 3740
1420 GA(2)=SUM:IZ=2:ALT=RF:CON=PAR(2):AFA=GF(2):GOSUB 3860
1430 PA=GA(1)+GA(2):GOTO 1820
1440 '
1450 '----- CHECAR PERFIL DE SALIDA TIPO B.1 O B.2 -----
1460 '
1470 SNMS=S1/S2:PRINT TAB(10);"SNMS = ";SNMS
1480 '
1490 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL B.1 -----
1500 '
1510 IF SS>SNMS THEN 1640
1520 '
1530 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES TIPO A.2 Y B.1 -----
1540 '
1550 NT=5:NC=3:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1560 YY=1#
1570 PAR(2)=YY:GF(2)=0#:PRINT TAB(10);"M,DRA6 = ";YY:PRINT TAB(10);"dF/dz = ";
OH:CTE(2)=R5:GOSUB 3660:DELI=RE:DELF=R5:B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:
INF=1:ISU=2:TPO=YY:TP1=.1#:IFU=2:ICA=2:WW=SO:GOSUB 3740

```

```

1580 GA(2)=SUM
1590 W=SO:R=RF:X1I=YY:X2I=-.1#:B1P=0#:B1G=20#:B2P=-20#:B2G=0#:IFU=2:ICA=2:
GOSUB 2500
1600 XMF=B(1):GF(3)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RF = ";XMF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(3)=XMF:CTE(3)=RF:DELI=RS:DELFR=B1P=0#:B1G=20#:B2P=-20#:
B2G=0#:INF=2:ISU=3:TPO=XMF:TP1=B(2):W=SO:GOSUB 3740
1610 GA(3)=SUM:IZ=2:ALT=RF:CON=PAR(3):AFA=GF(3):GOSUB 3860
1620 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3):GOTO 1820
1630 '
1640 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES TIPO A.2, B.1 Y B.2 -----
1650 '
1660 NT=6:NC=4:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1670 YY=1#
1680 PAR(2)=YY:GF(2)=0#:PRINT TAB(10);"H,DRAG= ";YY:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
0#:CTE(2)=R5:GOSUB 3460:DELI=RE:DELFR=B1P=0#:B1G=20#:B2P=0#:B2G=20#:
INF=1:ISU=2:TPO=YY:TP1=1#:IFU=2:ICA=2:W=SO:GOSUB 3740
1690 GA(2)=SUM
1700 SE=1#:W=SO:X1I=.65#:X2I=-1#:B1P=RF:B1G=RE:B2P=-20#:B2G=0#:IFU=3:ICA=3:
GOSUB 2500
1710 RI=B(1):GF(3)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S*=1= ";RI:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):CTE(3)=RI:PAR(3)=SE:DELI=RS:DELFR=B1P=0#:B1G=20#:B2P=-20#:
B2G=0#:INF=2:ISU=3:TPO=2#:TP1=B(2):IFU=2:ICA=2:GOSUB 3740
1720 GA(3)=SUM
1730 W=SO:R=RF:X1I=.8#:X2I=B(2):B1P=.5#:B1G=1#:B2P=-20#:B2G=0#:IFU=2:ICA=3:
GOSUB 2500
1740 SEF=B(1):GF(4)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RF = ";SEF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(4)=SEF:CTE(4)=RF:DELI=RI:DELFR=B1P=.5#:B1G=1#:B2P=-20#:
B2G=0#:INF=3:ISU=4:TPO=SEF:TP1=B(2):GOSUB 3740
1750 GA(4)=SUM:IZ=1:ALT=RF:CON=PAR(4):AFA=GF(4):GOSUB 3860
1760 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3)+GA(4):GOTO 1820
1770 '
1780 '----- EMPIEZO CON PERFILES TIPO B.1 O B.2 -----
1790 '
1800 PRINT:PRINT TAB(10);">>>> CONDICION No. 8 : INDESEABLE":GOTO 2480
1810 '
1820 '----- IMPRIME RESULTADOS -----
1830 '
1840 PRINT:PRINT TAB(15);"BOMBEO CON LEY DE LA POTENCIA":PRINT TAB(15);:
FOR I=1 TO 29:PRINT CHR$(196);:NEXT I:PRINT "" :PRINT
1850 PRINT TAB(15);"POLIMERO : ";P#:
PRINT TAB(15);"HUSILLO : ";H#:PRINT
1860 PRINT TAB(15);"TB (C) = ";TB:PRINT TAB(15);"N (rpm) = ";RPM:
PRINT TAB(15);"G (Kg/h) = ";GM:PRINT TAB(15);"d (g/cm3) = ";:PRINT USING
I1%;RHO:PRINT TAB(15);"Q (g/cm3) = ";:PRINT USING I1%;O:PRINT
1870 PRINT TAB(15);"NO (KPa s) = ";:PRINT USING I1%;XNO:
PRINT TAB(15);"n = ";:PRINT USING I1%;SN:PRINT
1880 PRINT TAB(15);"Po (KPa) = ";:PRINT USING I1%;PATH:
PRINT TAB(15);"Zt (cm) = ";:PRINT USING I1%;ZT

```

```

1890 PRINT TAB(15);"Hi (cm) = ";;PRINT USING IO%;HO;
PRINT TAB(15);"Hf (cm) = ";;PRINT USING IO%;HF;PRINT:
PRINT TAB(15);"omega = ";;PRINT USING IO%;SO;PRINT
1900 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
1910 IF INKEY$="" THEN 1910
1920 PRINT TAB(15);"PERFIL TIPO No. ";NT;PRINT:PRINT TAB(12);"H / HO";TAB(29);
"CPJi (MPa)";TAB(46);"Q / WVH";TAB(63);"CONSTANTE"
1930 FOR I=1 TO NC:PSI=SO/CTE(I):PRINT TAB(10) USING IO%+" ";CTE(I);
SGF*GA(I);PSI;PAR(I):NEXT I:PRINT
1940 PRINT TAB(15);"[P-Po]t (MPa) = ";;PRINT USING IO%;SGF*FA
1950 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
1960 IF INKEY$="" THEN 1960
1970 PRINT TAB(16);"DISTRIBUCION AXIAL DE PRESIONES":PRINT:PRINT TAB(18);
"z / Z";TAB(38);"[P-Po]i":PRINT TAB(39);" (MPa)"
1980 PRINT TAB(15) USING IO%;(1#-RINT(1,1))/(1#-RF);:
PRINT TAB(35) USING IO%;SGF*GAI(1,1):K=1
1990 IF K>MN THEN 2020
2000 J=K:FOR I=2 TO NRI+1:PRINT TAB(15) USING IO%;(1#-RINT(I,J))/(1#-RF);:
PRINT TAB(35) USING IO%;SGF*GAI(I,J)
2010 NEXT I:K=K+1:GOTO 1990
2020 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
2030 IF INKEY$="" THEN 2030
2040 PRINT TAB(18);"PERFILES DE VELOCIDAD Vz / V":PRINT:PRINT TAB(16);"y/H";
TAB(25);"en r=1";TAB(40);"en r=r":PRINT
2050 FOR I=1 TO 11:PRINT TAB(14) USING "##.##";SI(I);PRINT TAB(22) USING IO%;
VZV(I,1);:PRINT TAB(38) USING IO%;VZV(I,2):NEXT I
2060 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
2070 IF INKEY$="" THEN 2070
2080 PRINT:PRINT TAB(15);"VALORES EN PUNTOS DE CUADRATURA":PRINT:
PRINT TAB(13);"H / HO";TAB(29);"S* y/o M";TAB(47);"dP/dz";TAB(64);"z/Z":
PRINT TAB(46);"(MPa/cm)"
2090 FOR J=1 TO NN:PRINT TAB(10) USING IO%+" ";CTE(J);PAR(J);SGD*GF(J);
(1#-CTE(J))/(1#-RF):FOR LUP=1 TO NRI:PRINT
2100 FOR I=1 TO NG:PRINT TAB(10) USING IO%+" ";RR(I,LUP,J);XSE(I,LUP,J);
-SGD*XGA(I,LUP,J);(1#-RR(I,LUP,J))/(1#-RF):NEXT I
2110 NEXT LUP:PRINT:NEXT J
2120 PRINT TAB(10) USING IO%+" ";CTE(NC);PAR(NC);SGD*GF(NC);(1#-RF)/(1#-RF)
2130 '
2140 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA IMPRESION? (S/N)"
2150 T$=INKEY$:IF T$="" THEN 2150,ELSE IF T$="S" THEN 2160,ELSE IF T$="N"
THEN 2480,ELSE GOTO 2140
2160 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA EL MENOR NUM. DE RESULTADOS?(S/N)"
2170 T$=INKEY$:IF T$="" THEN 2170,ELSE IF T$="S" THEN 2200,ELSE IF T$="N"
THEN 2210,ELSE GOTO 2160
2180 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA IMPRIMIR TODOS LOS RESULTADOS? (S/N)"
2190 T$=INKEY$:IF T$="" THEN 2190,ELSE IF T$="S" THEN 2210,ELSE IF T$="N"
THEN 2220,ELSE GOTO 2180

```

```

2200 IPAPIRO=2:GOTO 2290
2210 IPAPIRO=1:GOTO 2230
2220 IPAPIRO=0
2230 LPRINT CHR$(27)""51"
2240 LPRINT:LPRINT TAB(15);"BOMBEO CON LEY DE LA POTENCIA":LPRINT TAB(15);
FOR I=1 TO 29:LPRINT CHR$(196);:NEXT I:LPRINT "" :LPRINT
2250 LPRINT TAB(15);"POLIMERO : ";P$:
LPRINT TAB(15);"HUSILLO : ";H$:
2260 LPRINT TAB(15);"NO (KPa) = ";:LPRINT USING I1%;XNO:
LPRINT TAB(15);"n = ";:LPRINT USING I1%;SN
2270 LPRINT TAB(15);"Po (KPa) = ";:LPRINT USING I1%;PATM:
LPRINT TAB(15);"Zt (cm) = ";:LPRINT USING I1%;ZT
2280 LPRINT TAB(15);"Hi (cm) = ";:LPRINT USING I0%;HO:
LPRINT TAB(15);"Hf (cm) = ";:LPRINT USING I0%;HF:
LPRINT TAB(15);"omega = ";:LPRINT USING I0%;SO:LPRINT
2290 LPRINT TAB(15);"TB (C) = ";TB:LPRINT TAB(15);"N (rpm) =";RPM:
LPRINT TAB(15);"G (Kg/h) = ";GM:LPRINT TAB(15);"Q (g/cm^3)=";:LPRINT
USING I1%;Q:LPRINT
2300 LPRINT TAB(15);"PERFIL TIPO No. ";NT:LPRINT TAB(12);"H / HO";TAB(29);
"IP]1 (MPa)";TAB(46);"D / WUH";TAB(63);"CONSTANTE"
2310 FOR I=1 TO NC:PSI=SO/CTE(I):LPRINT TAB(10) USING I0%+" ";CTE(I);
SGF*GA(I);PSI;PAR(I):NEXT I:LPRINT
2320 LPRINT TAB(15);"[F-Po]t (MPa) = ";:LPRINT USING I0%;SGF*FA:LPRINT
2330 IF IPAPIRO=2 THEN 2480
2340 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT TAB(16);"DISTRIBUCION AXIAL DE PRESIONES":
LPRINT:LPRINT TAB(18);"z / Z";TAB(38);"[P-Po]i":LPRINT TAB(39);"(MPa)"
2350 LPRINT TAB(15) USING I0%;(1#-RINT(1,1))/(1#-RF);:
LPRINT TAB(35) USING I0%;SGF*GAI(1,1);K=1
2360 IF K>NN THEN 2390
2370 J=K:FOR I=2 TO NRI+1:LPRINT TAB(15) USING I0%;(1#-RINT(1,J))/(1#-RF);:
LPRINT TAB(35) USING I0%;SGF*GAI(I,J)
2380 NEXT I:K=K+1:GOTO 2360
2390 LPRINT:LPRINT TAB(18);"PERFILES DE VELOCIDAD Uz / V":LPRINT:
LPRINT TAB(16);"y/H";TAB(25);"en r=1";TAB(40);"en r=r*"
2400 FOR I=1 TO 11:LPRINT TAB(14) USING "##.##";SI(I);:LPRINT TAB(22)
USING I0%;VZV(I,1);:LPRINT TAB(38) USING I0%;VZV(I,2):NEXT I
2410 IF IPAPIRO=0 THEN 2480
2420 LPRINT CHR$(12):LPRINT:LPRINT
2430 LPRINT TAB(13);"H / HO";TAB(29);"S* y/o H";TAB(47);"dP/dz";
TAB(64);"z/Z":LPRINT TAB(46);"(MPa/cm)"
2440 FOR J=1 TO NN:LPRINT TAB(10) USING I0%+" ";CTE(J);PAR(J);SGD*GF(J);
(1#-CTE(J))/(1#-RF):FOR LUP=1 TO NRI:LPRINT
2450 FOR I=1 TO N6:LPRINT TAB(10) USING I0%+" ";RR(I,LUP,J);XSE(I,LUP,J);
-SGD*XGA(I,LUP,J);(1#-RR(I,LUP,J))/(1#-RF):NEXT I
2460 NEXT LUP:LPRINT:NEXT J
2470 LPRINT TAB(10) USING I0%+" ";CTE(NC);PAR(NC);SGD*GF(NC);
(1#-RF)/(1#-RF)
2480 END

```

```

2490 '-----
2500 '          ENTRADA/CONVERGENCIA PARA BSOLVE
2510 '-----
2520 K=2:KD=K:N=K:B(1)=X1I=B(2)=X2I:BMIN(1)=B1P:BMAX(1)=B1G:BMIN(2)=B2P:
      BMAX(2)=B2G:FOR I=1 TO 2:BV(I)=1#:Y(I)=0#:NEXT I:ICON=K:I=0:XFNU=0#:
      FLA=0#:TAU=0#:EPS=0#:PHMIN=0#
2530 GOSUB 2680:GOSUB 2560:IF ICON<>0 THEN 2530
2540 RETURN
2550 '-----
2560 '          CONTROL PARA BSOLVE
2570 '-----
2580 IF I<200 THEN 2590,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);">>>> No. ITE MAX":STOP
2590 IF ICON<>0 THEN 2600,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);"ICA = ";ICA:PRINT
      TAB(10);"IFU = ";IFU:PRINT TAB(10);"ITE = ";I:PRINT TAB(10);
      "ICON = ";ICON:PRINT TAB(10);"LSS = ";:PRINT USING I0#;PH:GOTO 2660
2600 IF ICON>0 THEN 2660
2610 IF ICON<(-1) THEN 2620,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);
      ">>>> IMPOSIBLE MEJORAR CONVERGENCIA":STOP
2620 IF ICON<(-2) THEN 2630,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);
      ">>>> EXISTEN HAS INCOGNITAS QUE FUNCIONES":STOP
2630 IF ICON<(-3) THEN 2640,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);
      ">>>> CERO VARIABLES TOTALES":STOP
2640 IF ICON<(-4) THEN 2650,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);
      ">>>> CONVERGENCIA ADECUADA, FLA GRANDE":STOP
2650 PRINT:PRINT TAB(10);">>>> IMPOSIBLE QUE SUCEDA":STOP
2660 RETURN
2670 '-----
2680 '          BSOLVE
2690 '-----
2700 KP1=K+1:KP2=KP1+1:KBI1=K*N:KBI2=KBI1+1:KZI=KBI2+K
2710 IF XFNU<=0# THEN XFNU=10#
2720 IF FLA<=0# THEN FLA=.01#
2730 IF TAU<=0# THEN TAU=.001#
2740 IF EPS<=0# THEN EPS=.00002#
2750 IF PHMIN<=0# THEN PHMIN=0#
2760 KE=0:FOR I=1 TO K:IF BV(I)=0# THEN 2770,ELSE KE=KE+1
2770 NEXT I:IF KE>0 THEN 2780,ELSE ICON=-3:GOTO 3220
2780 IF N>=KE THEN 2790,ELSE ICON=-2:GOTO 3220
2790 I=1
2800 IF I>0 THEN 3160,ELSE FOR J1=1 TO K:J2=KBI1+J1:P(J2)=B(J1):
      J3=KBI2+J1:P(J3)=ABS(B(J1))+.01#:NEXT J1:GOTO 3080
2810 IF PHMIN>PH AND I>1 THEN 2880,ELSE FOR J1=1 TO K:N1=(J1-1)*N:
      IF BV(J1)=0# THEN 2880,ELSE IF BV(J1)>0# THEN 2820,ELSE GOSUB 3390:
      IF JTEST<>-1 THEN 2870,ELSE BV(J1)=1#
2820 FOR J2=1 TO K:J3=KBI1+J2:P(J3)=B(J2):NEXT J2:J3=KBI1+J1:J4=KBI2+J1:
      O1=P(J4):O2=ABS(P(J3)):IF O1>O2 THEN 2830,ELSE O3=O2:GOTO 2840

```

```

2830 Q3=Q1
2840 DEN=.001#Q3:Q4=F(J3)+DEN:IF Q4<=BMAX(J1) THEN 2850,ELSE
P(J3)=P(J3)-DEN:DEN=-DEN:GOTO 2860
2850 P(J3)=P(J3)+DEN
2860 FOR JH1=1 TO K:BB(JH1)=P(KB11+JH1):NEXT JH1:GOSUB 3370:FOR JH1=1 TO N:
P(N1+JH1)=Z(JH1):NEXT JH1:FOR J2=1 TO N:JB=J2+N1:
P(JB)=(P(JB)-ZZ(J2))/DEN:NEXT J2
2870 NEXT J1
2880 FOR J1=1 TO K:N1=(J1-1)*N:A(J1,KP1)=0#:IF BV(J1)=0# THEN 2900,ELSE
FOR J2=1 TO N:N2=N1+J2:A(J1,KP1)=A(J1,KP1)+P(N2)*(Y(J2)-ZZ(J2)):NEXT J2
2890 FOR J2=1 TO K:A(J1,J2)=0#:N2=(J2-1)*N:FOR J3=1 TO N:N3=N1+J3:N4=N2+J3:
A(J1,J2)=A(J1,J2)+P(N3)*P(N4):NEXT J3:NEXT J2:IF A(J1,J1)>1D-20 THEN 2910
2900 FOR J2=1 TO KP1:A(J1,J2)=0#:NEXT J2:A(J1,J1)=1#
2910 NEXT J1:GN=0#:FOR J1=1 TO K:GN=GN+A(J1,KP1)*A(J1,KP1):NEXT J1:
FOR J1=1 TO K:A(J1,KP2)=CDBL(SQR(A(J1,J1))):NEXT J1
2920 FOR J1=1 TO K:A(J1,KP1)=A(J1,KP1)/A(J1,KP2):FOR J2=1 TO K:
A(J1,J2)=A(J1,J2)/(A(J1,KP2)*A(J2,KP2)):NEXT J2:NEXT J1:
FL=FLA/XFNU:GOTO 2940
2930 FL=XFNU*FL
2940 FOR J1=1 TO K:FOR J2=1 TO KP1:AC(J1,J2)=A(J1,J2):NEXT J2:
AC(J1,J1)=AC(J1,J1)+FL:NEXT J1
2950 FOR L1=1 TO K:L2=L1+1:
FOR L3=L2 TO KP1:AC(L1,L3)=AC(L1,L3)/AC(L1,L1):NEXT L3
2960 FOR L3=1 TO K:O5=L1-L3:IF O5=0# THEN 2970,ELSE FOR L4=L2 TO KP1:
AC(L3,L4)=AC(L3,L4)-AC(L1,L4)*AC(L3,L1):NEXT L4
2970 NEXT L3:NEXT L1:DN=0#:DG=0#
2980 FOR J1=1 TO K:AC(J1,KP2)=AC(J1,KP1)/A(J1,KP2):J2=KB11+J1:
O6=B(J1)+AC(J1,KP2):IF BMAX(J1)<O6 THEN 2990,ELSE O7=O6:GOTO 3000
2990 O7=BMAX(J1)
3000 IF BMIN(J1)>O7 THEN 3010,ELSE O8=O7:GOTO 3020
3010 O8=BMIN(J1)
3020 P(J2)=O8:DG=DG+AC(J1,KP2)*A(J1,KP1)*A(J1,KP2):
DN=DN+AC(J1,KP2)*AC(J1,KP2):AC(J1,KP2)=P(J2)-B(J1):NEXT J1
3030 RCDN=CDBL(SQR(DN)):RCGN=CDBL(SQR(GN)):COSG=DG/(RCDN*RCGN):JGAM=O:
IF COSG>0# THEN 3040,ELSE JGAM=2:COSG=-COSG
3040 IF COSG<1# THEN 3050,ELSE O9=1#:GOTO 3060
3050 O9=COSG
3060 COSG=O9:GOSUB 3250:GAMM=180#*ARCOSG/3.141592653589793#:#
IF JGAM>0 THEN 3070,ELSE GOTO 3080
3070 GAMM=180#-GAMM
3080 FOR JH1=1 TO K:BB(JH1)=P(KB11+JH1):NEXT JH1:GOSUB 3370:FOR JH1=1 TO N:
P(KZ1+JH1)=Z(JH1):NEXT JH1:PHI=0#:FOR J1=1 TO N:J2=KZ1+J1:
PHI=PHI+(P(J2)-Y(J1))^2:NEXT J1
3090 IF PHI<.0000000001# THEN 3230,ELSE IF I>0 THEN 3100,ELSE ICON=K:
GOTO 3190
3100 IF PHI>=PH THEN 3160,ELSE ICON=0:FOR J1=1 TO K:J2=KB11+J1:
O10=ABS(AC(J1,KP2)):O11=TAU+ABS(P(J2)):O12=O10/O11:
IF O12>EPS THEN 3110,ELSE GOTO 3120
3110 ICON=ICON+1
3120 NEXT J1:IF ICON=0 THEN 3140,ELSE IF FL>1# AND GAMM>90# THEN 3130,ELSE
GOTO 3180

```

```

3130 ICON=-1:GOTO 3180
3140 IF FL>1# AND GAMH<=45# THEN 3150,ELSE GOTO 3180
3150 ICON=-4:GOTO 3180
3160 D13=I1-2:IF D13>0# THEN 3170,ELSE I1=I1+1:
DN I1 GOTO 2800,2810,2930
3170 IF FL<10000000# THEN 2930,ELSE ICON=-1
3180 FLA=FL:FOR J2=1 TO K:J3=KBI1+J2:B(J2)=P(J3):NEXT J2
3190 FOR J2=1 TO N:J3=KZI+J2:ZZ(J2)=P(J3):NEXT J2:PH=PHI:I=I+1:
IF N=K THEN 3210,ELSE SU1=0#:FOR JH1=1 TO N:SU1=SU1+Y(JH1):
NEXT JH1:YP=SU1/N:SU1=0#:SU2=0#
3200 FOR JH1=1 TO N:SU1=SU1+(Y(JH1)-YP)*(Y(JH1)-YP):
SU2=SU2+(Y(JH1)-ZZ(JH1))*(Y(JH1)-ZZ(JH1)):NEXT JH1:SY=SU1/(N-1):
SYX=SU2/(N-K):R2=1#-(SYX/SY):RETURN
3210 R2=1#
3220 RETURN
3230 ICON=0:GOTO 3180
3240 '-----
3250 ' ARC COS(X)
3260 '-----
3270 KY=0:IF COSG<-1# THEN COSG=-1#
3280 IF COSG>1# THEN COSG=1#
3290 IF COSG>=-1# AND COSG<0# THEN KY=1
3300 IF COSG<0# THEN COSG=ABS(COSG)
3310 IF COSG=0# THEN 3340
3320 ARCCOSG=CDBL(ATN(CDBL(SQR(1#-COSG*COSG))/COSG)):IF KY=1 THEN 3330,
ELSE GOTO 3350
3330 ARCCOSG=3.141592653589793#-ARCCOSG:GOTO 3350
3340 ARCCOSG=1.57079632679449#
3350 RETURN
3360 '-----
3370 ' FUNCIONES CON B(I) <= BB(I) O Z(I)=0
3380 '-----
3390 IF ICA<>1 THEN 3470
3400 IF IFU<>1 THEN 3410,ELSE W=BB(1):XK=BB(2)*CDBL(R^(SN+1#)):GOTO 3430
3410 IF IFU<>2 THEN 3420,ELSE SE=BB(1):XK=BB(2)*CDBL(R^(SN+1#)):GOTO 3430
3420 R=BB(1):XK=BB(2)*CDBL(R^(SN+1#))
3430 UU=1#-SE:F2=CDBL(UU^S2)+CDBL(SE^S2):F0=S2*(CDBL(UU^S1)-CDBL(SE^S1)):
F0=F0*(R*UU-W):F1=S1*F2*R:Z(1)=F0-F1
3440 F0=ABS(S2*(UU-(W/R)))/F2:Z(2)=XK-CDBL(F0^SN)
3450 RETURN
3460 '
3470 IF ICA<>2 THEN 3580
3480 IF IFU<>1 THEN 3490,ELSE W=BB(1):XK=BB(2)*CDBL(R^(SN+1#)):GOTO 3510
3490 IF IFU<>2 THEN 3500,ELSE XX=BB(1):XK=BB(2)*CDBL(R^(SN+1#)):GOTO 3510
3500 R=BB(1):XK=BB(2)*CDBL(R^(SN+1#))
3510 UU=ABS(XK+XX)
3520 IF ABS(XK)>.1# THEN 3540,ELSE TE0=CDBL(XX^S):TE1=S*CDBL(XX^(S-1#))*XK:
TE2=S*(S-1#)*CDBL(XX^(S-2#))*XK*XK

```

```

3530 Z(1)=1#-(TE0/2#)-(TE1/3#)-(TE2/8#)-(W/R);
      Z(2)=1#-TE0-(TE1/2#)-(TE2/6#):GOTO 3560
3540 F0=S2*XX*CDDBL(UU^S1):F0=(F0-CDDBL(UU^S2)+CDDBL(XX^S2))/XX:F0=F0/(S1*S2):
      F0=F0/XX:Z(1)=1#-F0-(W/R)
3550 F0=(CDDBL(UU^S1)-CDDBL(XX^S1))/(S1*XX):Z(2)=F0-1#
3560 RETURN
3570 *
3580 IF ICA<>3 THEN PRINT:PRINT TAB(10);
      ">>>> ERROR : NO EXISTE ESTE TIPO DE PERFIL":PRINT:STOP
3590 IF IFU<>1 THEN 3600,ELSE W=BB(1):XK=BB(2)*CDDBL(R^(SN+1#)):GOTO 3620
3600 IF IFU<>2 THEN 3610,ELSE SE=BB(1):XK=BB(2)*CDDBL(R^(SN+1#)):GOTO 3620
3610 R=BB(1):XK=BB(2)*CDDBL(R^(SN+1#))
3620 UU=1#-SE:F2=CDDBL(UU^S2)+CDDBL(SE^S2):F0=S2*(CDDBL(SE^S1)-CDDBL(UU^S1)):
      F0=F0*(UU*R-W):F1=S1*F2*R:Z(1)=F0-F1
3630 F0=ABS(S1/(CDDBL(SE^S1)-CDDBL(UU^S1))):F0=CDDBL(F0^SN):Z(2)=XK+F0
3640 RETURN
3650 *-----
3660 *           CUADRATURA: LECTURA DE RAICES Y PESOS
3670 *-----
3680 OPEN AR$ FOR INPUT AS #1
3690 INPUT #1,NG:I=1
3700 WHILE NOT EOF(1):INPUT #1,ZI(I),WI(I):I=I+1:WEND
3710 CLOSE #1
3720 RETURN
3730 *-----
3740 *           EVALUACION DE INTEGRALES
3750 *-----
3760 XI=CTE(INF):XS=CTE(ISU):SUM=0#:NN=NN+1
3770 DIVR=(XS-XI)/NRI:RINT(1,NN)=XI:RINT(NRI+1,NN)=XS:
      FOR LUP=2 TO NRI:RINT(LUP,NN)=RINT(LUP-1,NN)+DIVR:NEXT LUP:
      IF NN<>1 THEN 3780,ELSE GAI(1,1)=0#
3780 FOR LUP=2 TO NRI+1:BMA=(RINT(LUP,NN)-RINT(LUP-1,NN))/2#:
      BPA=(RINT(LUP,NN)+RINT(LUP-1,NN))/2#:ADICION=0#
3790 FOR IG=1 TO NG:R=ZI(IG)*BMA+BPA:RR(IG,LUP-1,NN)=R:PRINT:PRINT TAB(10);
      "PUNTO GLO No.":PRINT USING " ##";IG:PRINT TAB(32);"SUBINTERVALO No. ":
      PRINT USING " ##";LUP-1
3800 X1I=TPO:X2I=TP1:GOSUB 2500
3810 XSE(IG,LUP-1,NN)=B(1):XGA(IG,LUP-1,NN)=-B(2)
3820 ADICION=ADICION+BMA*WI(IG)*XGA(IG,LUP-1,NN):TPO=B(1):TP1=B(2):NEXT IG
3830 SUM=SUM+ADICION:ACUMULA=ACUMULA+ADICION:GAI(LUP,NN)=ACUMULA:NEXT LUP
3840 RETURN
3850 *-----
3860 *           EVALUACION DE PERFILES
3870 *-----
3880 IZZ=IZZ+1:AFA=AFA*CDDBL(ALT^(SN+1#)):IF IZ<>1 THEN 3930
3890 FOR I=1 TO 11:IF SI(I)>CON THEN 3910
3900 VZV(I,IZZ)=(CDDBL(ABS(CON-SI(I))^S1)-CDDBL(CON^S1))*CDDBL(ABS(AFA)^S)/S1:
      GOTO 3920
3910 CO=(CDDBL((1#-CON)^S1)-CDDBL(ABS(SI(I)-CON)^S1))*CDDBL(ABS(AFA)^S)/S1:
      VZV(I,IZZ)=1#-CO
3920 NEXT I:GOTO 3940
3930 FOR I=1 TO 11:UU=ABS(AFA*SI(I)+CON):CO=CDDBL(UU^S1)-CDDBL(CON^S1):
      VZV(I,IZZ)=CO/(S1*AFA):NEXT I
3940 RETURN

```