UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

IMPLANTACION DE UN METODO INTERACTIVO PARA TOMA DE DECISIONES CON OBJETIVOS MULTIPLES BAJO INCERTIDUMBRE

TESIS
PRESENTADA COMO REQUISITO PARA
OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE

MAESTRO EN INGENIERIA
ESPECIALIDAD EN INVESTIGACION DE OPERACIONES

GUILLERMO SAGRARIO PEREZ
JUNIO DE 1993

INDICE

INTRODUCCION

De una manera natural, a veces inconsciente pero cotidiana, todos y cada uno de nosotros nos enfrentamos a la resolución de problemas que involucran Objetivos Múltiples. Frecuentemente estos Objetivos tienen dimensiones distintas y a veces antagónicas entre si, por lo que nuestro proceder se orienta a buscar de entre todas las posibles soluciones aquella que los satisfaga simultáneamente a todos y cada uno de acuerdo con una jerarquía preestablecida de preferencias entre objetivos.

En el caso dado de que un objetivo predomine sobre el resto de los considerados o bien cuando un único punto de vista sea el considerado, la resolución puede llevarse a cabo siguiendo los procedimientos tradicionales de optimización. En caso contrario, esto es cuando tanto los objetivos secundarios como otros puntos de vista adquieren relevancia, al ser considerados como restricciones a la realización del objetivo primario, es necesario emplear otras técnicas para manejar de una manera mas eficiente estas consideraciones dentro del problema.

Las limitaciones practicas existentes en las décadas anteriores, para la resolución de sistemas que involucraban Objetivos Múltiples, abocaron a la toma de decisiones hacia una simplificación del problema basada en un enfoque de Objetivo único, a pesar de existir un reconocimiento implícito de que una visión mas realista del problema implicaría desarrollar metodologías "ah hoc" para tratar con dichos sistemas complejos.

Buena prueba de ello es el hecho de que desde la década de los cincuenta, en la que la Investigación de Operaciones se constituyo en el enfoque científico de la toma de decisiones, hasta hoy, se han desarrollado y aplicado múltiples herramientas matemáticas a problemas de ingeniería, administración, negocios, economía, ciencias sociales y naturales, pero en general la mayoría de las contribuciones se enfocan a la optimización de un Objetivo único, a pesar de que el marco teórico para manejar Objetivos Múltiples dentro del análisis de problemas era ya una disciplina madura.

Las primeras contribuciones en el campo de la toma de decisiones con objetivos múltiples se iniciaron en 1951 cuando **Koopmans** (17) incorporó el concepto de Optimalidad de Pareto y **Kuhn y Tucker** (18) aportaron un enfoque general al problema de la maximización de un vector de funciones. Posteriormente **Geoffrion** (8), define dentro del enfoque de programación matemática los conceptos de eficiencia, etapas necesarias y condiciones suficientes. **Markowitz** (22), **Zeleny** (30), **Charnes y Cooper** (4), **Marglin** (21) y mas recientemente **Haimes** (11), **Cohon y Major** (5) son algunos de los autores que han aportado al análisis de los problemas de la vida real un enfoque de consecución de Objetivos Múltiples.

Actualmente la disponibilidad de instrumentos de calculo mas poderosos aunado a una mayor proliferación de contribuciones en este campo, están propiciando su difusión y aplicación paulatina, a pesar de que uno de los factores que mas afectan a la velocidad con que se incorporan estos métodos al quehacer cotidiano, es el hecho de que no existe de antemano una herramienta predefinida para ser aplicada, sino mas bien es el tipo de problema el que dicta que técnica emplear. Si a esto le sumamos el hecho de que normalmente en este tipo de problemas encontramos la presencia de un gran número de decisores prácticamente independientes entre si, cada uno de los cuales adoptando decisiones de acuerdo con su propia versión de las metas a lograr, y tratando individualmente de optimizar un elevado numero de objetivos, algunos de los cuales no son mensurables y siendo la gran mayoría de los parámetros a considerar de índole estocástica, coincidiremos en afirmar que hoy por hoy es un área relevante de investigación.

Revisando las numerosisimas aportaciones a este tema de los últimos años, quedo de manifiesto el poco material existente en relación al manejo de parámetros estocásticos dentro del problema de Multiobjetivos. Considerando esta necesidad, se estudiaron las posibilidades de extensión de cada método y se opto por el método denominado "Surrogate Worth TradeOff" (SWT), el cual presenta ventajas tanto desde el punto de vista de su facilidad de aplicación como de la generalidad de los problemas que puede abarcar.

Propósito

Se propone analizar y extender el método convencional de Intercambio y Sustitución de Mérito (SWT) entre funciones objetivo, para que se puedan abordar problemas de índole probabilistica con Objetivos Múltiples, obviando la necesidad de obtener una función de utilidad con atributos múltiples en una forma explicita. Asimismo se propone implantar un programa de computadora que operando en forma interactiva, permita abordar problemas estocásticos con esta metodología.

Dicho programa se circunscribirá al tratamiento de problemas lineales, tanto en las restricciones como en las Funciones Objetivo, siendo los coeficientes de estas ultimas variables aleatorias distribuidas normalmente. Esta limitante es exclusivamente aplicable al programa, ya que el marco teórico desarrollado puede dar cabida tanto a problemas lineales como a no lineales y a variables con cualquier tipo de distribución continua.

Estructuración del Trabajo

En el capitulo 1 se hace una breve reseña de como ha ido cobrando importancia el estudio de Objetivos Múltiples, al tratarse de resolver problemas reales cada vez mas complejos. Se analiza el papel que juega el decisor dentro del proceso de toma de decisiones con base en sus funciones y limitaciones y se revisan los conceptos, la formulación del problema y un mecanismo general para abordar con éxito este tipo de problemas.Una recopilación de algunas aplicaciones relevantes completan este capitulo.

El capitulo 2 esta destinado a mostrar una clasificación y un estudio comparativo de las diferentes técnicas existentes para abordar estos problemas. Se profundiza sobre el enfoque de programación matemática, así como las diferentes técnicas para incluir variables estocásticas y mas concretamente los equivalentes deterministicos. El desarrollo completo del método SWT y algunos ejemplos relevantes constituyen el núcleo del capitulo 3.

En el capitulo 4 se muestran las modificaciones que son necesario incluir en el método SWT para manejar variables aleatorias. El capitulo 5 esta dedicado a describir las características, limitaciones y opciones del programa desarrollado para implantar en forma interactiva el modelo propuesto. La formulación de varios problemas y la discusión de los resultados obtenidos al aplicar el método SWT modificado, constituye el núcleo principal del capitulo 6, dedicándose el resto a enumerar un conjunto de posibles aplicaciones al método obtenido. El capitulo 7 constituye las conclusiones del presente trabajo y en el apartado destinado a Referencias, se muestran los diferentes artículos y libros consultados.

El trabajo finaliza con tres Anexos que contienen respectivamente el Listado de computadora del programa elaborado en FORTRAN 77, ejemplos de los modelos alimentados al programa externo de Optimización No lineal y sus correspondientes salidas y un Diskette con el programa ejecutable y los archivos de datos a que hacen referencia los ejemplos del capitulo 6.

Capitulo 1

TOMA DE DECISIONES CON OBJETIVOS MULTIPLES

1.1 Evolución del Tratamiento a Problemas Complejos.

Dentro de nuestra sociedad actual detectamos cada vez más frecuentemente el surgimiento de problemas altamente complejos, interrelacionados y nuevos en sus planteamientos. Gran parte de las soluciones presentadas en las décadas anteriores a problemas análogos pueden considerarse a la vista de lo que hoy día conocemos solamente como parciales y pueden justificarse con base en las limitaciones existentes en ese entonces para analizar integralmente los problemas.

Para ofrecer una respuesta acorde con la magnitud del problema necesitamos no solo contar con una metodología diseñada específicamente para resolver este tipo de problemas, sino también necesitamos formar grupos multidisciplinarios de profesionales que sustituyan al concepto tradicional de analista y decisor durante el proceso de búsqueda y evaluación de posibles soluciones al problema. Es en este momento cuando nos preguntamos si disponemos tanto de las técnicas analíticas como de gestión necesarias para abordar estos nuevos retos ya que los nuevos problemas aunados a una mayor concienciación sobre nuestras necesidades, conjunto de valores y expectativas tanto a nivel individual como comunal generan a la hora de tratar de resolver los varios objetivos múltiples que deben ser satisfechos simultáneamente.

Si bien es cierto que necesitamos nuevas herramientas analíticas, también es cierto que necesitamos nuevos modelos conceptuales y estructuras metodológicas para eliminar la rigidez y ganar relevancia.

En lo que respecta a las técnicas analíticas observamos que las herramientas clásicas como la programación lineal, el análisis de regresión, la programación dinámica y muchas otras mas tienen su lugar y aceptabilidad bien definidos en los campos a los que concurren, conscientes de las limitaciones y flexibilidad que imponen las bases sobre las que se establecen sus fundamentos por lo que su aplicación a este tipo de problemas es muy restringida.

En este sentido, si bien es de destacar el surgimiento de técnicas como Electre, la Teoría de Utilidad con Atributos Múltiples y la Teoría Tricotiledon, por mencionar algunas de la que van abriendo el camino para nuevos enfoques sobre el tema de objetivos múltiples, no debemos relegar las aportaciones que a este campo efectúan las adaptaciones a las técnicas que abordan el problema desde la perspectiva de la programación matemática.

Esta última, es una estructura muy versátil para el tratamiento de objetivos múltiples cuando tanto las funciones objetivo como las restricciones se pueden expresar en función de las variables de decisión. Un punto clave en este enfoque, es el hecho de que nos permite seleccionar un rango de planes razonablemente bien ubicados y administrados, basados en premisas realistas sobre los niveles de las actividades, recursos disponibles, costos de la actividad y contribución de los diferentes variables de decisión a cada uno de los objetivos.

Evidentemente dado que nuestra tarea no se resume a generar un universo de soluciones factibles contenidas dentro de un conjunto de restricciones, sino que mas bien se enmarca dentro del proceso de establecer un dialogo efectivo con el decisor, bien sea este un individuo o un grupo, orientado a incluir sus metas y aspiraciones dentro del contexto matemático normalmente debemos resolver previamente y de común acuerdo con él consideraciones tales como número de objetivos a analizar, técnica matemática a emplear, modo de interacción, presentación de resultados y algunos otros aspectos que permitan establecer desde el principio una base sólida de colaboración.

En este sentido la elección del número y contribución de los objetivos a analizar determina en gran medida el nivel de éxito a alcanzar ya que aun cuando la misma naturaleza del proyecto sugerirá los objetivos mas adecuados, el número de ellos debe ser un compromiso entre el tiempo, los recursos disponibles y el grado de fidelidad requerido para la aceptabilidad de la solución generada.

Por lo que respecta al tratamiento de la estructura de preferencias del decisor, existen varias opciones que cubren desde el empleo de ponderaciones, hasta el uso de funciones de utilidad, pero ninguna de las dos soluciones es completamente efectiva, aunque ambas han demostrado su aplicabilidad.

En lo que a la elección de la técnica matemática a emplear concierne, existe un amplio espectro disponible, pero generalmente no hay herramientas definidas por cada tipo de problema, sino que mas bien hay determinadas características del problema que lo hacen susceptible de ser atacado desde varios enfoques. Por lo tanto para cada problema en particular tendremos que considerar la técnica a emplear, y frecuentemente deberemos emplear una combinación de varias.

A la vista de lo anterior, aunque se acepte la necesidad de involucrar en el proceso de toma de decisiones objetivos múltiples, no siempre es fácil abordarlo, por lo que a continuación se sugiere un posible diagrama de flujo que representa la secuencia lógica a seguir.

- 1 Recopile las necesidades de acuerdo al estudio del problema en cuestión.
- 2 Formule metas y objetivos específicos. Estos deben reflejar tanto las necesidades del punto 1, como los valores sociales.
- 3 Identifique las variables de decisión pertinentes.
- 4 Seleccione una herramienta matemática para el Análisis de Objetivos Múltiples. La naturaleza del problema sugerirá el tipo de técnica a emplear.
- 5 Formule un conjunto de funciones objetivo. Cada función debe contemplar una o mas de las metas y objetivos presentados en el punto 2. Además debe de expresarse en términos de las variables de decisión mencionadas en el punto 3.

  De una manera general todas las metas y objetivos deben quedar incluidos en el conjunto de funciones objetivo empleadas.
- 6 Enuncie un conjunto de restricciones que sean función de las variables de decisión y representen una limitación a los recursos disponibles.
- 7 Genere una solución alternativa (Plan). La contribución de esta solución puede ser un valor obtenido para cada una de las funciones objetivo.

• 8 Evalúe las consecuencias actuales tanto directas como indirectas. Una vez que una solución es generada, sus consecuencias deben ser analizadas en términos de recursos empleados y grado de cumplimiento de los objetivos del punto 2.

• 9 Determine en que medida es aceptable la solución alternativa para el decisor (un individuo o un grupo). Se tratará de obtener una respuesta del decisor responsable del proyecto, acerca del valor subjetivo o "utilidad" de la solución propuesta. En caso de que los valores obtenidos para las distintas funciones objetivo, satisfagan al decisor, se procede

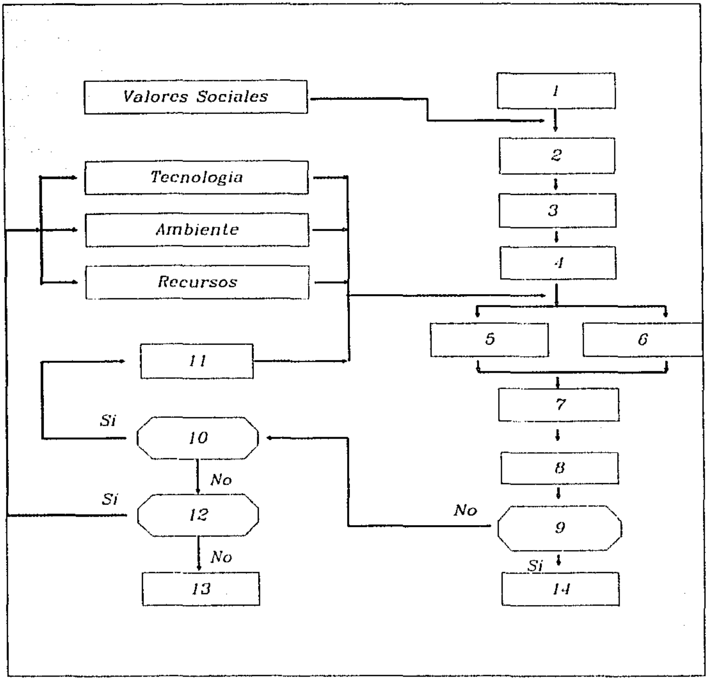


Figura 1.1

a implantar el plan (paso 14). En caso negativo se continua con la siguiente etapa .

- 10 Determine en que funciones objetivo, aceptaría el decisor relajar sus pretensiones, a cambio de obtener mejores valores en otras y mantener un valor agregado total aceptable. En caso de que sea posible aceptar otros niveles en ciertas funciones objetivo, proceder a la siguiente etapa 11. En caso contrario saltar a la numero 12.
- 11 Establezca una serie de preguntas para ser respondidas por el decisor y cuyas respuestas permitan establecer una jerarquía de preferencias dentro de las funciones objetivo.

  La estructura de estas respuestas permitirá ponderar dentro de la técnica matemática empleada, las funciones objetivo y así obtendremos una solución alternativa.
- 12 Determine si un mayor numero de recursos o mas tecnología pueden ser adicionados al proyecto. En caso afirmativo ir al paso 6, de otra manera pasar al 13.
- 13 No hay ningún plan (solución) factible.
- 14 Implantar la solución alternativa.

En la Figura 1.1 se muestra el diagrama de flujo que condensa los pasos precedentes.

1.2 Papel del Decisor, Funciones y Limitaciones

Cuando se trata con Objetivos Múltiples dentro de un problema, el conjunto de soluciones posibles a implantar suele ser elevado por lo que se hace necesario ordenarlas de acuerdo a una determinada estructura de preferencias. Esto se logra a través de una estrecha comunicación entre el analista y el decisor, para que los juicios de valor que externa este ultimo puedan ser incluidos dentro del proceso de solución.

Algunas técnicas interaccionan con el decisor al inicio del proceso mientras que otras adoptan un esquema progresivo basado en el mayor conocimiento del problema que va adquiriendo el decisor conforme se va avanzando en el proceso. Independientemente de como se lleve a cabo, la estructura de preferencias del decisor contribuye a clasificar todas y cada una de las alternativas con base en una cierta medida de utilidad.

Ahora bien conforme se va incrementando el número de objetivos a satisfacer, la medida de utilidad comienza a ser mas difícil de definir y con ello el proceso de ordenación se vuelve mas complejo. Esta circunstancia acrecienta la importancia del papel del decisor ya que sus aportaciones constituyen un ingrediente sumamente valioso para estructurar el problema, crear y evaluar alternativas, identificar criterios relevantes, ajustar sus prioridades y procesar la información, dentro de un proceso en cuya dinámica los componentes evolucionan durante su curso bien por adición o eliminación de alternativas o bien porque cambia el criterio de evaluación.

Frecuentemente, nos encontramos con un conflicto entre los objetivos al no poder obtener simultáneamente los valores deseados de todas y cada una de las funciones consideradas. Para resolver esto solo se puede recurrir, bien a la innovación o bien a la adaptación.

La primera se refiere al desarrollo de alternativas desconocidas hasta ese momento de manera tal que las metas originales puedan ser mantenidas. En este sentido la información juega un papel relevante. La adaptación es un proceso que logra que el individuo acepte como valida dentro de su estructura de valores alguna de las alternativas que tiene disponibles.

De todo lo anterior observamos que normalmente es mas adecuado hablar de solución satisfactoria que de solución óptima, ya que la satisfacción de una meta múltiple implica la aceptación de todos los valores de las diferentes funciones objetivo.

1.3 Formulación Analítica.

Objetivo Unico.

En el caso de la optimización con un objetivo único se busca maximizar o minimizar una determinada función constituida por ciertas variables y sujeta a restricciones.

El problema se formula así:

$$\begin{aligned} &\text{Max } z(x) \\ &\text{s.a.} \quad g_i(x) \le 0 \qquad \forall\, i = 1, 2, \ldots m \\ &\qquad\; x_j \ge 0 \qquad \forall\, j = 1, 2, \ldots n \end{aligned}$$

La función objetivo z(x) y las restricciones g(x) están definidas sobre un espacio vectorial de dimensión n.

$X = \{ x_1, x_2, x_3, \ldots x_n \} \in R^n$ donde R es el conjunto de los números Reales.

En este tipo de problemas se busca el máximo valor de la función objetivo a través de alguna combinación de variables pertenecientes a la región factible y definida como:

$$\mathbf{X} = \{ x: x \in R^n ,\ g_i(x) \leq 0 ,\ x_j \geq 0 \quad \forall\, i, j \}$$

El problema de optimización tratará de localizar un elemento x* de la región factible **X**, que logre el máximo valor de z(x) en el caso de que estemos maximizando.

Dependiendo de si z(x) y $g_i(x)$, son lineales o no sobre las variables de decisión x_j, el problema caerá dentro del ámbito de la programación lineal o de la no lineal.

Objetivos Múltiples

Empezaremos a abordar el problema de Objetivos Múltiples, introduciendo dos conceptos importantes que manejaremos frecuentemente.

- 1 La función objetivo ya no es única, sino que tenemos un vector con dimensión p, cuyos elementos son funciones objetivo
  $z(x) = [z_1(x),\ z_2(x), \ldots\ z_p(x)]$
- 2 La noción de búsqueda de la solución óptima es reemplazada por la del conjunto de soluciones no dominantes.

El concepto de solución no dominante aparece a veces en la literatura bajo el nombre de óptimo de Paretto o solución eficiente. Dicho conjunto de soluciones no dominantes será un subconjunto de la región factible, cuya principal característica es el hecho de que para cada solución que no pertenece a dicho conjunto, pero que esta incluida dentro de la región factible, hay una solución no dominante para la cual todas las funciones objetivo permanecen inalteradas o mejoradas y al menos una es estrictamente mejorada.

El enfoque de solución dominante puede ser caracterizado por la aceptación de que la función de utilidad es demasiado compleja y suficientemente inestable como para poderla representar adecuadamente en la realidad y por lo tanto en lugar de ella se analiza un conjunto de soluciones no dominantes, las cuales contienen un máximo de cualquier función de utilidad implícita y con esto damos respuesta al hecho de que la función de utilidad de decisor se conoce solo de una manera implícita.

Formulación A la vista de lo anterior nuestro problema podría formularse como:

$$\text{"Max-Dominante"} \quad z(x) = [z_1(x),\ z_2(x), \ldots\ldots z_p(x)].$$
$$\text{s. a} \qquad x \in X$$

donde la palabra "Max-Dominante" expresa el hecho de que tratamos de encontrar el conjunto de soluciones no dominantes en X.

1.4 Caracterización de soluciones.

Conjunto de Soluciones No Dominantes.

Dado un conjunto de soluciones factibles **X**, el conjunto de soluciones no dominantes **S** se define como:

$$S = \{ x : x \in X \ ; \text{ No existe otro } x' \in X \text{ tal que } z_q(x') > z_q(x)$$
$$\text{para algún } q \in \{1, 2, \ldots p\} \text{ y } z_k(x') \geq z_k(x) \quad \forall k \neq q\}$$

Esto es, si al movernos desde una solución no dominante a otra, alguna función objetivo se mejora, necesariamente una o varias de las restantes funciones objetivos deben decrecer en su valor.

Para aclarar la definición anterior, consideremos el siguiente ejemplo, con dos funciones objetivo y dos variables de decisión en un problema lineal.

$$\begin{array}{ll}
\text{Max-Dom} & z(x) = [\, z_1(x),\ z_2(x)] \\
\text{donde:} & z_1(x) = x_1 - 3x_2 \\
 & z_2(x) = -4x_1 + x_2 \\
\text{s. a.} & g_1(x) = -x_1 + x_2 - 7/2 \\
 & g_2(x) = x_1 + x_2 - 11/2 \\
 & g_3(x) = 2x_1 + x_2 - 9 \\
 & g_4(x) = x_1 - 4 \\
 & \text{con} \quad x_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0
\end{array}$$

La región factible X, esta definida por los siguientes vértices:
$x_1 = (0, 0)$, $x_2 = (4, 0)$, $x_3 = (4, 1)$, $x_4 = (7/2, 2)$, $x_5 = (1, 9/2)$, $x_6 = (0, 7/2)$

Para poder llegar a definir el conjunto de soluciones no dominantes S, podemos proceder a hacer un mapeo entre los puntos del espacio de decisiones (x_1, x_2) y los puntos del espacio de funciones objetivo (z_1, z_2) empleando para ello las dos funciones objetivo $z_1(x)$ y $z_2(x)$ que tenemos. Así para cada punto x' de la región factible calculamos los valores de $z_1(x')$ y de $z_2(x')$.

La región factible resultante **B**, en el espacio de funciones objetivo tiene como puntos extremos:

$z(x_1) = (0,\ 0)$, $z(x_2) = (4, -16)$, $z(x_3) = (4,-15)$
$z(x_4) = (-5/2, -1/2)$ $z(x_5) = (-25/2, 1/2)$, $z(x_6) = (-21/2, 7/2)$.

Los cuales son el mapeo de los puntos extremos de la región factible **X**

Una breve inspección de la región factible definida en el espacio de funciones objetivo nos revela para este simple ejemplo en dos dimensiones cual es el conjunto de soluciones no dominantes. Para ello consideremos los puntos entre $z(x_5)$ y $z(x_6)$. Observamos que $z_1(x)$, se incrementa desde -25/2 a -21/2 y $z_2(x)$, también se incrementa desde 1/2 a 7/2, por lo que de acuerdo con nuestra definición de conjunto de soluciones no dominantes S, los puntos entre x_5 y x_6 no pertenecen a dicho conjunto, esto es el punto x_6 domina cualquier punto entre x_5 y el mismo. Por otro lado analizando los puntos entre $z(x_1)$ y $z(x_6)$ notamos que $z_2(x)$ se incrementa desde 0 a 7/2 y a la par $z_1(x)$ decrece desde 0 a -21/2, por lo que los puntos entre x_1 y x_6 pertenecen al conjunto de soluciones no dominantes S.

Procediendo de esta manera, identificamos para este caso al conjunto de soluciones no dominantes como la frontera de la región factible definida entre los puntos x_2, x_1 y x_6.

Como consecuencia de lo anterior podemos definir un conjunto de objetivos no dominantes de la siguiente forma:
Dado un vector de funciones objetivo Z(x) de dimensión p, un conjunto de soluciones factibles **X**, y un conjunto de soluciones no dominantes S, podemos definir el conjunto de objetivos no dominantes Z, tal que :

$$Z = \{\, z(x) :\ z(x) \in R^p \ \text{ y } \ x \in S \,\}$$

Entonces para cada x e S hay un correspondiente elemento $[z_1(x),\ z_2(x),\ \ldots.. z_p(x)]$ en el conjunto de objetivos no dominantes Z.
Existen algunas otras definiciones de solución no dominante, que nos ayudan a profundizar en este concepto:

Zadeh (29) da una definición alterna de solución no dominante
Definición.- Tengamos una ordenación parcial $\geq$ definida sobre R^n al asociar a cada $x \in R^n$ los siguientes tres conjuntos disjuntos de R^n.

- El subconjunto denominado $S^{>}(x)$ de todos los vectores en R^n que dominan x (Este subconjunto como puede notarse, no incluye a x).
- El subconjunto denotado $S^{\leq}(x)$ de todos los vectores en R^n que son igual a o dominados por x.

- El subconjunto llamado $S^{\sim}(x)$ de todos los vectores en R^n que no son comparables con x.

Nótese que cualquier punto debe de caer en alguno de los tres subconjuntos definidos, por lo tanto la unión de los tres subconjuntos será el espacio total, esto es:

$$R^n = S^{>}(x) \cup S^{\leq}(x) \cup S^{\sim}(x)$$

Con lo anterior podemos matizar el concepto de solución no dominante con base en dichos subconjuntos, ya que la solución factible $x \in X \subseteq R^n$ es una solución no dominante, si la intersección de X y $S^{>}(x)$ es vacía:

$$X \cap S^{>}(x) = \varnothing.$$

Para el caso donde las funciones objetivo son lineales, se puede obtener mas información examinando el cono polar del cono expandido por el gradiente de las funciones objetivo.

Se conoce como cono polar C* de un cono C, al conjunto de vectores que forman ángulos de 90° ó menores con todos los vectores de C. Dicho cono ("cono de las direcciones buenas") tiene la propiedad de mostrar las direcciones en las cuales hay que moverse, para mejorar simultáneamente todas las funciones objetivo, por lo que $S^{>}(x) = C^*$.

Ya que tanto la forma, como la orientación del cono $S^{>}(x)$, no cambian conforme uno se mueve dentro de la región factible, podemos aprovechar esta circunstancia para generar el conjunto entero de soluciones no dominantes S, al mover dicho cono a lo largo de los limites de la región factible **X**. Es decir podemos proceder, posicionando el origen del cono en la vecindad de un punto x y si tanto el cono como la región factible no tocan ningún otro punto se puede concluir que el punto x es una solución no dominante. Por lo tanto conforme el tamaño del cono es mas pequeño aparece un mayor conflicto entre los objetivos y viceversa.

Otra definición de solución no dominante, se la debemos a **Kuhn y Tucker** (18), quienes desarrollaron las condiciones necesarias, para que el punto x*, sea considerado una solución no dominante.

$$x^* \in X$$

$$\lambda_i \, g_i(x^*) = 0 \quad \forall \, i = 1, 2 \ldots m$$

$$\sum_{k=1}^{p} w_k \nabla z_k(x^*) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla g_i(x^*) = 0$$

Estas condiciones, son idénticas a las condiciones de optimalidad para un solo objetivo, quizás con la excepción del primer termino de la ultima ecuación, el cual ahora ha sido reemplazado por una combinación lineal de los gradientes de las diferentes funciones objetivo, evaluadas en x .

En el caso actual, el desarrollo de esta ultima ecuación se ha hecho de acuerdo con **Zadeh** (29) al considerar solo funciones objetivo lineales.

El desarrollo de **Kuhn y Tucker** (18) es para funciones objetivo cóncavas, ya que cuando la región factible **X** es convexa, un punto frontera $x \in X$ es una solución no dominante, mientras sea posible pasar un hiperplano a través de x, separando **X** y $S^{>}(x)$.

Ordenación del Conjunto.

Lógicamente la determinación del conjunto de objetivos no dominantes introduce una ordenación parcial del conjunto de soluciones factibles en el espacio de objetivos, aunque usualmente se requerirá de un esfuerzo adicional para ordenarlo totalmente a través de algún otro criterio que considerará la estructura de preferencias del decisor, los compromisos entre objetivos y las probabilidades asociadas con su consecución.

El conjunto asociado de objetivos no dominantes, representará generalmente una colección de soluciones no comparables, ya que las funciones objetivo pueden llegar a ser no cuantificables. Esta ordenación incompleta, es característica de problemas con objetivos múltiples, y por lo tanto se hace necesario incorporar juicios de valor en el proceso de solución, para ordenar las soluciones alternativas dentro del conjunto no dominante.

1.5 Aplicaciones y Ejemplos

Algunos de los campos donde se ha aplicado con éxito el concepto de objetivos múltiples en problemas de la vida real son:

* Planeación Industrial y Producción.

  El proceso de planeacion de la producción y control de diferentes centros de trabajo.

* Control de Calidad en grandes plantas químicas, enfocado sobre los costos asociados con:

  Muestreos, cantidad de errores y análisis no realizados
  Contratación de Servicios externos en Análisis

* Producción de diferentes productos en plantas Multipropositos.

* Manejo y tratamiento de desechos Industriales.

* Ubicación de Instalaciones para nuevas inversiones con base en demandas proyectadas.

  Aprovechamiento de fuentes alternas de energía.
  Política regional para generación de electricidad empleando diferentes fuentes.
  Ubicación de hospitales, bibliotecas, almacenes, ..etc.

* Problemas de Transporte y Administración publica relacionados con:

  Asignación de vehículos a rutas de recolección, tanto desde el punto de vista industrial como de autobuses escolares.
  Asignación de vehículos a bases, buscando satisfacer diversos objetivos tanto industriales como militares.

* Diseño y evaluación de redes de transporte, buscando minimizar:.

  Tiempo total empleado en el viaje.
  Tiempo de construcción.
  Numero total de unidades de mantenimiento a emplear.

* Planeación Financiera.

  Administración del Capital de Trabajo en el corto plazo.
  Factores que afectan el crecimiento de las pequeñas empresas.
  Selección de Portafolios
  Ubicación de recursos en áreas potenciales de inversión.

* Planeación Académica.

  Administración de los recursos destinados a las diferentes actividades académicas.
  Proceso de Admisión, selección de candidatos y asignación de cargas académicas.

* Asignación de la fuerza de trabajo.

  En instituciones militares, servicio postal, servicios de transporte,.. etc.

* Diseño Evaluación y Selección de proyectos de Investigación y Desarrollo.

  En empresas químicas, militares, aeroespaciales, institutos , universidades.
  Estrategias para fusión de empresas.

* Administración de Recursos Naturales.

  En las áreas de minería, distribución de agua, reforestacion, reservas ecológicas.

* Planeación del crecimiento a través de la distribución y asignación del espacio a las diversas actividades económicas.

* Planeación del uso, recuperación y contaminación del agua.

Capitulo 2

ASPECTOS ESTRUCTURALES DEL PROBLEMA

2..1 Marco de Referencia.

El paso previo para poder efectuar una revisión y clasificación de los métodos existentes, es identificar aquellas variables relevantes que puedan ayudar a establecer diferencias entre ellos. Entre estas podemos mencionar la generación del conjunto de soluciones no dominantes, el momento en el que el decisor especifica sus preferencias, el número de planes alternativos que pueden obtenerse y la forma que adopta el decisor.

En lo que respecta a la primera, encontramos métodos que para poder llegar a una solución necesitan generar dicho conjunto, mientras que otros no. En relación al momento en el que el decisor expresa sus preferencias para ayudar a clasificar las posibles soluciones, hay métodos que requieren que esto se haga con antelación, otros a lo largo del proceso y otros posteriormente. El hecho de que haya métodos discretos y otros continuos responde a la necesidad de que el número de planes alternativos o soluciones sea finito o infinito. La forma que adopta el decisor podemos clasificarla como individual o bien de conjunto, esto un grupo de decisores.

2.2 Clasificación de Métodos

De acuerdo con las bases anteriores, revisaremos y analizaremos las características y aplicabilidad de cada uno de los métodos disponibles.

Generadores del Conjunto de Soluciones No Dominantes

Existen numerosos métodos para generar dicho conjunto de soluciones no dominantes, pero cualquiera de ellos tomara en consideración un vector de funciones objetivo y usara este vector para identificar y generar dicho subconjunto dentro de la región factible inicial.
Al proceder así el método opera exclusivamente con las restricciones del problema y no toma en consideración las preferencias del decisor.

Inicialmente esto le aportara al decisor mayor conocimiento del problema y le facilitara en consecuencia la toma de decisiones, aunque la cantidad de soluciones posibles haga necesario incorporar otro criterio adicional para llegar a definir el plan óptimo.
Dentro de esta clasificación los métodos a considerar son:

* Restricción ε
* Ponderaciones
* Phillip's
* Zeleny's

Cabe mencionar que para llegar a generar el conjunto de soluciones no dominantes, se puede proceder con o sin transformación del problema de multiobjetivos en uno de un solo objetivo.

En el caso de optar por transfórmale se aplican unos parámetros sobre cada función objetivo (ya sea lineal o no), y las variaciones de dicho parámetro, originan el conjunto de soluciones no dominantes. En este caso se inscriben los dos primeros métodos enumerados.

Si no transformamos el problema los métodos operan directamente sobre el vector de objetivos para obtener las soluciones no dominantes. Este es el caso de los dos últimos métodos presentados, siendo un requisito la linealidad.

Método Ponderaciones

En el se le asigna a cada función objetivo un peso dentro del problema y se combinan todas dentro de una sola función. Posteriormente se van variando parametricamente los pesos para generar el conjunto de soluciones no dominantes. Se puede demostrar que este método sigue las condiciones de Kuhn Tucker para una solución no dominante.

$$\text{Max. } z(x) = w_1 z_1(x) + w_2 z_2(x) + \ldots\ldots\ldots w_p z_p(x)$$
$$\text{s.a.} \quad x \in X$$

Si los pesos de las distintas soluciones son interpretados como las preferencias relativas del decisor, entonces la solución es equivalente a la mejor solución de compromiso esto es la solución relativa a una determinada estructura de preferencias.

Para problemas lineales con objetivos múltiples el conjunto completo de soluciones no dominantes puede ser generado desde el conjunto de puntos extremos no dominantes mediante combinaciones lineales entre puntos adyacentes.

Método de la Restricción ε

En este se acotan los valores de los objetivos que se desean obtener de una manera secuencial.

"Max. Domi" $z(x) = [z_1(x), z_2(x), \ldots\ldots z_p(x)]$

s.a. $x \in X$

Se transforma en: Max. $z_l(x)$

s.a. $x \in X$

$z_k(x) \geq \varepsilon_k \quad \forall\, k = 1, 2, \ldots\, l-1, l+1, .., p$

Donde la l-esima función es elegida arbitrariamente para ser maximizada. Cuando las funciones objetivo y las restricciones son funciones lineales de las variables, el problema puede ser resuelto a través del método Símplex convencional.

La especificación por parte de decisor de los máximos y mínimos niveles deseados para las p-1 funciones objetivo elegidas originan la solución preferida.

En este método la variación apropiada de ε puede originar el conjunto de soluciones no dominantes.

Método de Phillips.

Emplea un tableau símplex para multiobjetivos el cual incluye todas las ecuaciones que definen la región factible y todas las funciones objetivo.
El algoritmo localiza una solución factible y luego busca que pesos se pueden aplicar para hacer que una solución particular sea máximo. Posteriormente de acuerdo con los teoremas que soportan a este tableau se ve si la solución es dominante o no.

El método usa un cono formado por los gradientes de las funciones objetivo para identificar soluciones no dominantes a lo largo de la frontera de la región factible. Un punto extremo es identificado como una solución no dominante si un hiperplano puede pasar a través de este punto separando el cono y la región factible.

Método de Zeleny's

Es un símplex multiobjetivo que se mueve desde un extremo no dominante a otro no dominante, hasta que el conjunto entero ha sido definido.

Los cálculos se hacen en tableau, almacenando p funciones objetivo y m variables de holgura. Asociado con cada función objetivo hay una fila de costos reducidos para cada variable, los cuales representan la velocidad de cambio de una determinada función objetivo.

Este método emplea los costos reducidos para determinar cuando una solución puede ser mejorada. El método explora los diversos puntos de la región factible avanzando de uno a otro.

Especificación de Preferencias

Algunos de estos métodos requieren que se haya logrado establecer previamente el conjunto de soluciones no dominantes, para que a través de ellos se pueda incorporar la estructura de valores del decisor dentro del problema. Esto permite reducir el conjunto de soluciones no dominantes a un valor mas pequeño y así facilitar la tarea de seleccionar una final. Ahora bien dependiendo del método que empleemos podemos tener en este subconjunto muchas, una o ninguna solución.

Dentro de este enfoque, existen por el contrario otros métodos que obvian la necesidad de construir el conjunto de soluciones no dominantes.

En ambos casos, para poder trasladar la jerarquía de valores del decisor dentro de una formulación matemática, normalmente tenemos que recurrir tanto a elementos de la teoría de utilidad como a consideraciones probabilistas.

En este sentido la clasificación general seria:

- Especificación Preliminar de preferencias
  - Métodos Continuos
    - Programación de Metas
    - Funciones de Utilidad
    - Método "Surrogate Worth Tradeoff"
  - Métodos discretos
    - Tamizado excluyente
    - Clasificación conjunta
    - Función de bienestar social de Coperland's
    - Peso promedio
    - Electre I
    - Electre II
- Especificación Progresiva de preferencias
  - Método del Escalón
  - Método de Geoffrion
  - Método de Zionts-Wallenius

Programación de compromiso
Método Secuencial

Especificar Previamente

Revisaremos brevemente las características de los métodos expuestos.

Programación de Metas

La programación de Metas tiende a que el decisor especifique una meta para cada función objetivo, definiéndose una solución preferida como aquella que minimiza la suma de las desviaciones entre el conjunto prescrito de metas.

Para aplicarle el método símplex a la formulación de este problema, se recurre a definir una desviaciones positivas o negativas para con las metas frente a los objetivos.

Métodos Continuos

Es deseable a veces expresar preferencias para sobre o infra lograr una meta y esto se logra empleando diferentes pesos en las desviaciones positivas y negativas respectivamente con cada meta. Al estar minimizando si se escoge un peso mayor para las desviaciones positivas que para las negativas, estamos expresando una preferencia para infra lograr las metas generales.

Cuando se tienen objetivos en conflicto, se pueden llegar a ordenar de acuerdo con sus importancias en p rangos y se le asigna un factor de prioridad P (i=1,..p) a la variable de holgura de la desviación asociada con la meta.

Funciones de Utilidad

Una función de utilidad es un mapeo de los valores en el rango de un atributo ("objetivo"), en una escala fundamental de mérito de acuerdo al individuo ("representación formal de una determinada estructura de preferencias").

Normalmente se define sobre un conjunto de atributos ("dominio") con valores en el conjunto de los números reales ("el rango"). El dominio puede contener uno o varios atributos.

Idealmente la expresión de una función de utilidad debe de tener las siguientes características:

* Ser lo suficientemente general como para tener aplicación a numerosos problemas reales
* Requerir un mínimo numero de cuestiones a ser preguntadas al decisor
* Ser fácil de usar en la evaluación de alternativas y en el proceso de análisis de sensitividad.

En problemas de objetivos múltiples, estas funciones pueden en principio llegar a ordenar completamente el conjunto de soluciones no dominantes y la solución con la mas alta utilidad es conocida como la mejor solución de compromiso

Este enfoque esta basado en los postulados de la teoría de utilidad y de acuerdo a ella asumimos que un individuo puede elegir entre varias alternativas, de forma que la satisfacción derivada de su elección sea lo mayor posible. Para relacionar esto con el vector de objetivos, se asume también que toda la información relativa a los distintos niveles de los objetivos, puede ser representada a través de una función de utilidad individual y dicha función representa por lo tanto la estructura de preferencias.

Existen determinados axiomas - **Markowitz** (22) - que establecen las condiciones que deben de cumplir las preferencias individuales, en orden a poder ser representadas por una función de utilidad. Si el individuo cumple esos cuatro axiomas, entonces podemos construir una función de utilidad.

Método Surrogate Worth Trade-Off

Este método asume que el decisor es capaz de expresar una función de utilidad con atributos múltiples de una manera implícita, al ir comparando sistemáticamente dos atributos ("objetivos") a un tiempo. La comparación es facilitada por la generación y evaluación explicita de una función de intercambio ("tradeoff") entre el i-esimo y el j-esimo objetivo.

Dichas funciones se construyen interaccionando con el decisor para conocer sus preferencias dentro del conjunto de soluciones no dominantes y se usa un conjunto de intercambios óptimos, para identificar la mejor solución de compromiso.

Como la construcción de la función de intercambio entre el i-esimo el j-esimo objetivo, se basa en la teoría de la Dualidad, el uso de los multiplicadores generalizados de Lagrange, simplifica bastante los cálculos ya que se puede demostrar que solo aquellos multiplicadores distintos de cero, corresponden a soluciones no dominantes. Adicionalmente si un decremento en la función objetivo j, acarrea un incremento en la función i, tendremos un multiplicador mayor que cero.

Una vez que se han identificado todos los posibles intercambios, se emplea para evaluarlos una función de sustitución ("surrogate"). Este proceso de comparación entre el i-esimo y el j-esimo objetivo continua hasta que las funciones de sustitución para todos los objetivos sean simultáneamente igual a cero, en cuyo caso se tiene que las perdidas marginales igualan a las ganancias para todos los objetivos tomados de dos en dos, y en consecuencia no puede haber ninguna otra función mejor a esta.

En la practica varias soluciones pueden tener funciones de sustitución iguales a cero, por lo que este conjunto se conoce como banda de indiferencia. Debemos puntualizar aquí que este método no tiende a generar todo el conjunto completo de soluciones no dominantes, ya que solo busca identificar un conjunto de soluciones prometedoras, ordenar estas usando una cierta figura de mérito que expresa la estructura de preferencias del decisor y finalmente seleccionar la mejor.

Método Discreto

Hay necesidades que no requieren trabajar con un numero infinito de alternativas, sino con un valor finito. En problemas de este tipo, la solución puede obtenerse a través de las siguientes etapas:

* Se establecen las metas generales de acuerdo a las situaciones.
* Se identifican o desarrollan las alternativas.
* Se especifica el conjunto común de criterios relevantes, para propósitos de evaluación.
* Se determinan los niveles de los criterios para cada alternativa.
* Se elige de acuerdo a una evaluación formal.

Ahora bien la estructura de un problema discreto se puede representar a través de una matriz de resultados, donde se tiene la clasificación del i-esimo criterio sobre la j-esima alternativa. Análogamente la alternativa que maximiza la utilidad del decisor es la que debe de ser elegida y por lo tanto el primer paso en la aplicación de cualquier método discreto multiatributo es la eliminación de todas las alternativas dominantes.

La elección del método a usar depende de las características del problema, pero pueden aplicarse los siguientes cuatro criterios para compara y evaluar métodos a la hora de seleccionar alguno.

Validez teórica, Flexibilidad, Facilidad de uso y Resultados comparables con otro método.

Especificar Progresiva

Los tres primeros métodos enumerados, emplean valores ordinales de la función, mientras que los tres restantes emplean intervalos o relaciones entre valores de funciones.

El procedimiento para llegar a obtener una solución en este tipo de métodos es:

* Se define una solución no dominante.
* El decisor es requerido para expresar su preferencia en relación a esta solución.

Estos dos pasos son repetidos hasta que el decisor esta conforme con el nivel obtenido.

Los métodos se basan en ciertas premisas psicológicas del proceso de toma de decisiones y específicamente:

* La percepción esta influenciada por el conjunto total de elementos y por la situación ambiental en la cual el proceso está inmerso.
* Las funciones de preferencia individual o estructura de valores pueden ser expresadas analíticamente, por lo tanto se asume que el decisor describe un conjunto de creencias.
* Las estructuras de valores cambian con el tiempo y diferentes componentes de estas estructuras pueden cambiar a distintas velocidades.

* Aspiraciones o deseos cambian como resultado del aprendizaje o la experiencia.
* El decisor normalmente satisface mas que optimiza.
* Una solución a un problema de decisión es cualquier curso de acción aceptable.
* Aceptabilidad es una percepción aprendida.
* Maximizar o minimizar no es siempre una meta valida debido a que sus logros no están definidos en muchos problemas reales.

En estos métodos el problema se va modificando conforme avanza el proceso

2.3 Aspectos Comparativos

Métodos para Generar el Conjunto de Soluciones No Dominantes

Método de las Ponderaciones.

En lo que respecta a este método lo mas que se puede esperar de él es una aproximación del conjunto no dominante, ya que la representatividad del resultado está en función del numero de puntos extremos que estén definidos

Adicionalmente el método parece simple pero en la practica es laborioso y distintos pesos pueden generar el mismo punto no dominante.

Método de las Restricciones.

El método presenta el inconveniente de que solo tiende al conjunto de soluciones no dominantes bajo ciertas condiciones dadas.

Método de Philip.

Desgraciadamente este método consume muchos recursos computacionales y no ha sido aplicado a grandes problemas

Método de Zeleny .

Solo pueden emplearse funciones lineales

Métodos Continuos y Especificación Preliminar de Preferencias.

Programación de Metas.

Esquiva la generación del conjunto de soluciones no dominantes y usualmente requiere de un solo esfuerzo para lograr unos resultados adecuados.

Es de resaltar el hecho de que esta técnica no siempre tiende a una solución no dominante, debido a que las metas a lograr están basadas en las percepciones del decisor y en las necesidades de la organización. La efectividad del análisis puede realzarse, si se resuelve el problema para distintas metas.

Teoría de Utilidad

Este enfoque obvia la necesidad de determinar el conjunto de soluciones no dominantes, ya que una vez definida la función de utilidad, se puede resolver para determinar la mejor solución de compromiso.

El único inconveniente es que para poder determinar una función de utilidad con atributos múltiples, es necesario determinar primero n funciones de utilidad sencillas. Si solo tenemos dos atributos, un proceso de ajuste con suficientes datos disponibles, puede determinar la forma funcional de cada función de utilidad.

Cuando la función tiene tres o mas atributos deben hacerse simplificaciones acerca de las preferencias en el riesgo del decisor.

Como no ha habido necesidad de obtener el conjunto de soluciones no dominantes, los requerimientos computacionales son pocos

Método Surrogate Worth Tradeoff

Obliga a resolver el problema varias veces, pero se elimina la necesidad de llegar a definir una función de utilidad para el problema en cuestión, con todas las implicaciones que ello trae consigo.

Esto se logra al asumir que el decisor es capaz de proporcionar dicha función de una manera implícita en la medida que compara sistemáticamente dos atributos a un tiempo.
También puede manejar funciones no lineales, con lo que su aplicabilidad se amplia considerablemente.

Especificación Progresiva de Preferencias.

Estos métodos consumen mucho tiempo y requieren de gran participación del decisor.

2.4 Extensión al Caso Estocástico

Muchos de los coeficientes y parámetros involucrados en los problemas de Objetivos Múltiples son variables aleatorias mas que cantidades fijas, por lo que el desarrollar métodos alternos para considerar esta situación es una consecuencia de la necesidad de manejar al menos tres fuentes de error.

Las variaciones en los datos que pueden ocurrir durante el desarrollo e implementación de las soluciones acordadas para lograr un decisión óptima, la presencia de incertidumbre en el tipo de distribución de probabilidad asociada con los datos disponibles y el error y la variación en que se incurre al estimar los parámetros asociados con las distribuciones de probabilidad que gobiernan a las variables aleatorias de interés.

Estas fuentes de error se presentan en la formulación de problemas con objetivos múltiples, pero solo se han tratado en detalle dentro del ámbito de la programación estocástica con un solo objetivo.
En dicho contexto los tres enfoques clásicos son:

- Análisis de sensitividad estocástica
- Modelos de Decisión - Programación Teórica
- Modelos de programación de riesgos en Programación Lineal
  - Programación en dos etapas
  - Programación Estocástica Lineal

Programación Teoría de Transición
Programación Oportunidad - Restricción

Análisis de sensibilidad Estocástica

Un problema típico en el análisis de sensibilidad estocástica se tiene cuando las variaciones aleatorias en los parámetros de un problema de programación lineal, retienen la misma base conforme los parámetros varían. En este caso **Prekopa** (23) demuestra que la función objetivo puede ser expandida en forma de una serie de Taylor alrededor del valor esperado de la solución y posteriormente muestra que esta serie tiene una distribución normal asintótica.

Un mayor nivel de complejidad se logra cuando los errores paramétricos son significantes y la misma base óptima no puede ser retenida a través del rango entero de dichos errores. Para tratar con esta situación se pueden construir aproximaciones adecuadas del problema de programación lineal sujeto a errores paramétricos, denominados "equivalentes deterministicos" ya que transforman una declaración probabilista en una expresión algebraica (igualdad o desigualdad), la cual no contiene ninguna variable aleatoria. La expresión resultante es no lineal y la dimensión del problema original se incrementa.

Otra situación analizada, es cuando la elección entre distintas alternativas de riesgo, puede ser efectuada a través de una función de utilidad. El caso donde dicha función de utilidad es una función analítica continua, con su dominio en el valor esperado y la varianza expresada como el beneficio, ha sido tratado por **Freund** (7) y **Markowitz** (22) en el análisis de portafolios.

Modelos de Decisión - Programación Teórica

Los problemas bajo este enfoque, involucran características especiales en la toma de decisiones secuenciales tales como, distribuciones de parámetros antes y después, niveles de aspiración y funciones de castigo por no factibilidad. El enfoque deterministico a la programación estocástica a través del criterio de los fractiles - **Geoffrrion** (8) y **Roy** (24) - asume que el vector de precios netos dentro de la función objetivo, tiene una distribución multinormal y procede a asignar los niveles de aspiración a los fractiles de la distribución.

Aplicaciones empíricas de este enfoque a los estudios de insumo-producto en agricultura, han sido realizados por **Sengupta** y **Tintner** (25) , para determinar la sensibilidad del beneficio óptimo a las variables de decisión.

La dificultad básica con algunos de estos modelos econométricos es que el vector de precios netos no siempre esta distribuido como un vector multivariado normal y si se usan variables aleatorias con rangos no negativos, la distribución resultante es extremadamente difícil de manejar dentro del contexto de la programación no lineal.

Modelos de Programación de Riesgos en Programación Lineal

Cuando las variables aleatorias en un programa lineal estocástico, tienen una distribución de probabilidad conocida, las metodologías de programación con riesgo, convierten al modelo lineal en uno equivalente deterministico y no lineal.

Programación en Dos Etapas

El método de programación en dos etapas es atribuido generalmente a **Dantzig** y **Madansky** (6) y considera el problema general de la programación lineal donde el recurso b_i es una variable aleatoria con una función de distribución conocida. Se han desarrollado reglas secuenciales de decisiones óptimas para el caso donde ese recurso esta uniformemente distribuido, pero por el contrario existen pocos resultados para el caso en el que los coeficientes de ubicación de recursos a_{ij} son variables aleatorias también.

Modelo Estocástico Lineal

Los dos enfoques mas conocidos dentro de la programación lineal estocástica, son el pasivo y el activo. En el primero **Babbar** (1), **Prekopa** (23) y **Tintner** (27) asumen que los errores aleatorios alrededor de la base óptima tienen una estructura particular y proceden a desarrollar la distribución de la función objetivo.

En el enfoque activo cada vector de recursos es descompuesto en términos de variables de decisión adicionales y la distribución de la función objetivo queda sujeta a la elección de los valores seleccionados para aquellas variables de decisión adicionales. **Sengupta** y sus colaboradores (25) han desarrollado y aplicado este enfoque a problema agrícolas y económicos.

Teoría de Transición

Cuando en un problema se puede aceptar que los elementos estocásticos están gobernados por un proceso de Markow, entonces es posible en este caso considerar las probabilidades de transición entre estados para llegar a reglas secuenciales óptimas (**Howard** (16) y **Bellman** (2)). Problemas de este tipo se presentan en modelos de teoría de colas, modelos discretos de inventarios y modelos de inversión, bien con horizonte de tiempo finito o infinito.

Programación Oportunidad - Restricción

Charnes y Cooper (4) han propuesto una clase general de reglas de decisión lineales en el ámbito de la programación de oportunidad-restricción bajo los siguientes tipos de objetivos.

* Máximo valor esperado (Modelo E)
* Máxima varianza (Modelo V)
* Máxima probabilidad (Modelo P)

En los últimos dos modelos usualmente se asume que las variables involucradas están normalmente distribuidas.

A la vista de esta revisión, concluimos que es posible manejar de una manera efectiva variables aleatorias bien en el conjunto de restricciones y/o en las funciones objetivo, siendo los enfoques mas aceptados:

Cuando las variables aleatorias aparecen en el conjunto de restricciones, entonces los **equivalentes deterministicos** pueden ser aplicados para reemplazar la desigualdad de oportunidad - restricción inicial.

Cuando las variables aleatorias aparecen en la función objetivo, el **modelo Alfa** logra tomar en cuenta el rango de valores de la variable aleatoria dentro del conjunto de restricciones, mediante la función de distribución acumulada de dichas variables en el intervalo $0 \leq \alpha \leq 1$. Este concepto puede extenderse también para manejar variables aleatorias dentro del conjunto de restricciones.

Analicemos en mas detalle ambas opciones.

2.5 Equivalentes Deterministicos

Consideremos una función de variables aleatorias ci, bien discretas o continuas y lineal o no en los coeficientes x_i. Nótese que para obtener los equivalentes deterministicos, estamos considerando a la variable de decisión x_i como el coeficiente y a c_i como la variable aleatoria.
Para propósitos ilustrativos consideremos el caso lineal

Definición.- Dada la desigualdad $\sum_{i=1}^{n} c'_i x_i \leq b$ donde x_i es una variable matemática y alguno o todos de los valores b y c'_i son variables aleatorias con distribuciones conocidas, entonces la ecuación probabilista siguiente, se denomina una desigualdad de oportunidad - restricción. y se cumple con un mínimo de probabilidad de α , para $0 \leq \alpha \leq 1$

$$\text{Prob} \left[\sum_{i=1}^{n} c'_i x_i \leq b \right] \geq \alpha$$

Definición .- Tengamos una variable aleatoria y tal que, $y = \sum_{i=1}^{n} c'_i x_i$ la cual tiene una función de distribución acumulada F(*), entonces la ecuación:

$$\text{Prob} \left[\sum_{i=1}^{n} c'_i x_i \leq b \right] \geq \alpha$$

se cumplirá si y solo si $F(b) \geq \alpha$

Esta ultima expresión se denomina un equivalente deterministico y para propósitos ilustrativos, ejemplificaremos lo anterior en el caso de tener variables aleatorias normales.

Consideremos la ecuación :

$\text{Prob}\,[z'(x) \geq d] \geq 1-\alpha$ donde $z'(x)=c'_1x_1+c'_2x_2+ \ldots +c'_nx_n$
Siendo $\alpha \in R[0,1]$, $d \in R$ y los coeficientes c' variables aleatorias distribuidas normalmente, esto es $c'_i \sim N[E(c'_i), Var(c'_i)]$.

Si hacemos ahora uso de las propiedades de las funciones normales, podemos reexpresar la ecuación de probabilidad anterior en la forma:

$$\text{Prob} \left[\{ (z'(x) - \sum_{i=1}^{n} E(c'_i) x_i)/[x^t B x]^{1/2} \} \geq \{ (d - \sum_{i=1}^{n} E(c'_i) x_i)/[x^t B x]^{1/2} \} \right]$$

$\geq 1-\alpha$ Donde **B** es la matriz simétrica de varianza - covarianza.

La ecuación precedente, se cumple si y solo si :

$$(d - \sum_{i=1}^{n} E(c'_i) x_i)/[x^t B x]^{1/2} \leq K_\alpha$$

dónde K_α es un valor normal estándar tal que $\Phi(K_\alpha) = \alpha$, y Φ representa la distribución acumulada para una variable aleatoria estándar normal.

La desigualdad anterior, representa entonces el equivalente deterministico

$$\sum_{i=1}^{n} E(c'_i)x_i + K\alpha\,[x^t B x]^{1/2} \geq d$$

el cual puede reemplazar a la restricción estocástica original y el problema de programación puede ser resuelto.

Cuando las variables aleatorias consideradas no están distribuidas normalmente (y por lo tanto no podemos aprovechar estas propiedades especiales), el desarrollo anterior no aplica, pero en su lugar se emplea la técnica del "cambio de variable", desarrollada por **Hogg y Craig** (15) para obtener el correspondiente equivalente deterministico.

2.6 El Modelo Alfa

En este inciso, trataremos el caso donde alguna o todas las variables en la función objetivo son variables aleatorias con distribución conocida.

Consideremos el siguiente problema:
Sea $z'(\mathbf{c},\mathbf{x})$ una función de $\mathbf{c}=(c'_1, c'_2, c'_3, \ldots c'_n)$. donde cada c'_i es una variable aleatoria con distribución $f(c_i)$ y $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \ldots x_n)$, siendo $n \geq 2$ y tal que $x_i \geq 0$. Considere también que $z'(\mathbf{c},\mathbf{x})$ es lineal en $\mathbf{c}$ y $g(\mathbf{x})$ representa un vector de dimensión m y cuyos elementos son funciones de $\mathbf{x}$.

Ahora supongamos que la solución al problema conforme al Modelo E, esto es el Máximo Valor Esperado de acuerdo con la programación de oportunidad - restricción se plantea como:

$$\text{Max } E\,[z'(\mathbf{c},\mathbf{x})]$$
$$\text{s.a. } g(\mathbf{x}) \leq 0$$

y nos da un valor $\mathbf{x}^*$. Entonces el siguiente teorema aplica:

Teorema: Dado el problema :

$$\text{Max } z'(\mathbf{c},\mathbf{x})$$
$$\text{s.a. } g(\mathbf{x}) \leq 0$$
$$F\,[z'(\mathbf{c},\mathbf{x})] = \alpha$$

donde $z(\mathbf{c},\mathbf{x}) \in$ al rango de $[z'(\mathbf{c},\mathbf{x})]$ y $F[.]$ es la función de distribución acumulada de $z(\mathbf{c},\mathbf{x})$. Existe un valor único de $\alpha \in R[0,1]$ para el cual $(\mathbf{c}^*, \mathbf{x}^*)$ es solución y $z(\mathbf{c}^*, \mathbf{x}^*) = E[\,z(\mathbf{c}, \mathbf{x}^*)]$

Una aplicación importante del teorema anterior es que cuando tenemos variables aleatorias presentes en la función objetivo, el problema puede considerarse perteneciente al área de influencia de la teoría de distribución y por lo tanto el problema se resume a tratar de encontrar la distribución de la función objetivo por si misma como una variable aleatoria en el espacio (c,x).

Esta ultima formulación se conoce como el modelo α y puede ser resuelto para diferentes valores de $\alpha \in R[0,1]$, con lo que al proceder así transformamos un problema estocástico, bien lineal o no lineal con dimensión n, en un modelo deterministico no lineal y de dimensión m, siendo $m > n$.

Nótese que en este planteamiento, las variables estocásticas originales c_i se transforman en variables matemáticas adicionales, restringidas por sus funciones de distribución.

A titulo de ejemplo consideremos el siguiente problema:

Sean c_1 y c_2 los coeficientes de la función objetivo $z = c_1 x_1 + c_2 x_2$, la cual esta sujeta a las siguientes restricciones:

$$\text{s.a.:} \quad \begin{aligned} & x_1^2 + x_2^2 \leq 25 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Adicionalmente c_1 y c_2 están distribuidas exponencialmente con medias respectivas de $\lambda_1 = 1/10$ y $\lambda_2 = 1/5$.
Ahora bien para un valor dado de $\alpha \in R[0,1]$ debemos determinar un valor de $z \in$ rango(z') tal que la Prob $[z' \leq z] = \alpha$

Nuestro modelo α puede ser formulado ahora con la ayuda del teorema precedente en la siguiente forma.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & c_1 x_1 + c_2 x_2 \\ \text{s.a.} \quad & x_1^2 + x_2^2 \leq 25 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & c_1, c_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\lambda_1 \lambda_2 / (\lambda_1 x_2 - \lambda_2 x_1) \left[\{(x_2/\lambda_2)-(x_1/\lambda_1)\} + \{(x_1/\lambda_1) \exp(-(\lambda_1/x_1)(c_1x_1+c_2x_2)\} - \{(x_2/\lambda_2) \exp(-(\lambda_2/x_2)(c_1x_1+c_2x_2)\}\right] = \alpha.$$

El problema anterior es no lineal y no convexo, y la elección del método de solución para abordar el problema debe considerar esto.

Es importante mencionar en este momento, que la solución de un problema estocástico vía el modelo α, le aporta al decisor toda la información relevante que el necesita ya que si nosotros vamos variando de una manera sistemática y definida el valor de α dentro de un intervalo, iremos obteniendo los diferentes valores de la función objetivo en función de la probabilidad de lograrla. Este conjunto de valores $z^*(c^*, x^*)$ es susceptible de ser graficado frente a α y generar un "curva", que no es nada mas que la función de distribución acumulada de z^*. Ahora bien esta última contiene las soluciones tanto del modelo E, como del P enunciados por **Charnes y Cooper** (4).

Otro beneficio de este enfoque es que la solución del modelo α constituye una buena aproximación a la solución que se obtendría al resolver vía simulación Monte Carlo el problema presentado, sin requerir tantos recursos computacionales.

En dicho caso el método requeriría resolver cientos de veces el problema estocástico, para unos parámetros dados de c_1 y c_2, obteniendo un valor z^* en cada ejecución. Posteriormente con todos los valores de z^* generaríamos un histograma, el cual trataríamos de ajustar a una función de densidad y probaríamos su bondad de ajuste. Si todo sale bien obtendríamos una función de distribución acumulada para z^*, la cual seria similar a la que obtuvimos aplicando el método α.

Capitulo 3

EL METODO DE INTERCAMBIO Y SUSTITUCION DE MERITO ENTRE FUNCIONES OBJETIVO

3.1 Descripción

El problema a resolver, ha sido planteado en la sección anterior y para efectos de simplificar la notación, no aparecen restricciones de igualdad, ya que puede asumirse, que cada una de estas restricciones, ha sido reemplazada por dos restricciones de desigualdad.

El método SWT, se puede aplicar tanto a restricciones de igualdad, como de desigualdad, no representando un obstáculo la no linealidad de todas o alguna de las funciones en X. Convexidad y algunas otras propiedades, se irán asumiendo en la medida en que se necesiten para el desarrollo del método.

Tanto las funciones de intercambio o compromiso, como las de sustitución de mérito, se construirán en el espacio de funciones, ya que es en este, donde se dan las interacciones con el decisor para posteriormente trasladarlas al espacio de decisiones.

Normalmente el enfoque de la función de utilidad, òbvia la necesidad de determinar el conjunto de soluciones no dominantes y la subsiguiente ordenación de el, ya que una vez que se ha definido dicha función, se puede resolver y determinar la mejor solución de compromiso.

Sin embargo la determinación de la función de utilidad con atributos múltiples (FUM), requiere el conocimiento previo del total de las funciones de utilidad sencillas que constituyen dicha función múltiple. El proceso de obtención de esta, es relativamente simple cuando se tienen dos atributos solamente, pero cuando el numero de atributos es mayor, deben hacerse

simplificaciones acerca de las preferencias en el riesgo del decisor, para considerar su mayor o menor grado de aversión hacia este.
En el método SWT, se asume que el decisor es capaz de generar la FUM de una manera implícita, al comparar simultanea y sistemáticamente dos atributos ("objetivos").

La comparación se ve facilitada por la generación y evaluación explicita de una función de compromiso entre el i-esimo y el j-esimo objetivo. La obtención de dichas funciones, se lleva a cabo interaccionando con el decisor, para conocer sus preferencias dentro del conjunto de soluciones no dominantes y de esta forma, se llega a tener el mejor conjunto de soluciones de compromiso desde el punto de vista del decisor. De entre estas saldrá la solución que mas satisfaga al decisor.

En este momento es necesario enfatizar que el método SWT, no tiende a generar el conjunto entero de soluciones no dominantes, ya que solo busca identificar un conjunto de soluciones prometedoras, ordenar estas de acuerdo con una cierta figura de mérito, que representa la estructura de preferencias del decisor y finalmente seleccionar aquella que mas le satisfaga.

El problema quedaría expresado así:

$$\text{Max.-Satisfacer} \quad z(x) = [z_1(x),\ z_2(x)\ ,\ldots\ldots .z_p(x)]$$

$$\text{s.a.} \quad g_k\ (x) \leq 0 \quad \forall\ k = 1, 2, \ldots\ m$$

El proceso en líneas generales, busca obtener y evaluar la función de compromiso $T_{ij}(x)$, entre los diferentes pares de objetivos i,j del problema.
Se define la función $T_{ij}(x) = d\,z_i(x) / d\,z_j(x) \quad \forall\ i \neq j \quad ,i,j, = 1, 2, \ldots .p$

$$\text{donde} \quad dz_i(x) = \sum_{k=1}^{n} dx_k \quad (\delta\ z_i(x) / \delta\ x_k)$$

y $z_i(x)\ \forall\ i = 1, 2, \ldots\ p$ son las funciones objetivo relevantes.

La teoría de la Dualidad constituye la base para obtener los compromisos entre la *i* esima y la *j* esima función objetivo, mediante el empleo de los multiplicadores de Lagrange generalizados, ya que se puede demostrar que solo aquellos multiplicadores, que tengan valor distinto de cero, corresponden a soluciones no dominantes. Entonces dado el problema:

$$\begin{array}{lll} & \text{Max}\ z_i(x) & \\ \text{s.a.} & x \in X & \\ & z_j(x) \geq L_j & \forall\ j = 1,\ 2\ ,\ldots p \quad \text{con } i \neq j \end{array}$$

siendo L_j el limite inferior en la j esima función objetivo. y siendo la forma generalizada del Lagrangiano $L = L(x, \lambda, \mu)$, entonces:

$$L=L(x, \lambda, \mu)=z_i(x) + \sum_{j=1}^{p} \lambda_{ij}(z_j(x) - L_j) + \sum_{k=1}^{m} \mu_k g_k(x)$$

$\forall\ i \neq j$ y donde λ_{ij} y μ_k son los multiplicadores generalizados de Lagrange

Ahora bien nosotros estamos interesados en el comportamiento del valor óptimo de la función objetivo, en la medida en que variamos L_j, por lo que de la ecuación precedente

$$d L / \delta L_j = -\lambda_{ij}$$

y retomando las condiciones de **Kuhn - Tucker:**

$$l_{ij} \geq 0,\ \lambda_{ij}(z_j - L_j) = 0 \quad \forall\ i \neq j,\ i,j = 1, 2, \ldots$$

$$m_k \geq 0,\ \mu_k g_k = 0 \quad k = 1, 2, \ldots, m$$

Notamos que los dos últimos términos del lado derecho del Lagrangiano son igual a cero, confirmando que x, λ y μ satisfacen las condiciones de Kuhn - Tucker. Esto es para el conjunto de x, λ, y μ que satisfacen las condiciones de Kuhn - Tucker tendremos $z_i(x) = L(x, \lambda, \mu)$

Tomando entonces la derivada con respecto a L_j tendremos:

$$(\delta z_i(x) / \delta L_j) = (\delta L / \delta L_j) = -\lambda_{ij} \quad \forall\ i \neq j,\ i,j = 1, 2, \ldots p$$

El ultimo paso en el desarrollo , pasa por reconocer que solamente estamos interesados en aquellos valores de $\lambda_{ij} > 0$, los cuales corresponden a

$$z_j(x) = L_j.$$

De las ecuaciones precedentes es obvio que $\lambda_{ij} > 0$ puede ocurrir solo cuando $z_j(x) - L_j = 0$, ya que de otra manera $\lambda_{ij} = 0$.

Dado que nuestro interés esta en evaluar simplemente los compromisos entre elementos del conjunto de soluciones no dominantes y como adicionalmente se puede demostrarse que solamente los multiplicadores de Lagrange distintos de cero corresponden a soluciones no dominantes, entonces si $\lambda_{ij} = 0$, la $\delta z_i / \delta L_j = 0$, y esto se traduce en que un decremento en el nivel del j esimo objetivo no origina ninguna mejora en el i esimo objetivo, o lo que es lo mismo, esta solución pertenece al conjunto de soluciones dominantes.

De otra forma, si $\lambda_{ij} > 0$, entonces $(\delta z_i / \delta L_j) = -\lambda_{ij}$, lo cual significa que un decremento en el nivel del j esimo objetivo, se traduce en una mejoría del i esimo objetivo. Esto es, la solución pertenece al conjunto de soluciones no dominantes.

De lo anterior concluimos que solo estamos interesados en aquellos $\lambda_{ij} > 0$, sin embargo como esto solo puede ocurrir cuando $z_j(x) = L_j$, el resultado deseado se obtiene al sustituir $z_j(x)$ por L_j en la ecuación anterior, y por lo tanto $\lambda_{ij} = -\delta z_i(x) / \delta z_j(x)$ o bien $\lambda_{ij} = -T_{ij}$

3.2 Funciones de Intercambio y su Evaluación

El procedimiento que sigue constituye el Método "Surrogate Worth Tradeoff" (SWT) convencional y en la figura 3.1 se muestra el diagrama de flujo correspondiente.

Etapa 1 - Cada función es maximizada individual e independiente de las otras funciones objetivo y sujeta a las restricciones generales del problema. La solución óptima a cada uno de estos p problemas de maximización, $x^{+}{}_j$, $\forall j = 1, 2, .. p$ es empleada posteriormente para calcular su correspondiente $z^*_j = z_j(x^+_j)$

$$\text{Max } z_j(x)$$
$$\text{s.a.} \quad x \in X \qquad \forall\ j = 1, 2, \ldots p$$

Etapa 2 - Se establece una función objetivo primaria que será empleada como única función objetivo a maximizar a lo largo de todo el problema. Las restantes funciones objetivo serán tratadas como restricciones. Para efectos de ejemplificar el método, seleccionaremos a la función 1.

En este momento el problema planteado está íntimamente relacionado con el problema de la restricción ε mencionado en el capitulo 2, ya que fijamos una función objetivo para ser maximizada siempre y el resto de las funciones objetivo (p-1) se incorporan al problema en forma de restricciones.
Ahora bien de estas p-1 funciones objetivo restantes, solamente una de ellas (k) será considerada como desigualdad (≥) y el resto serán tratadas como igualdad (=).

Etapa 3 - Una vez que se conocen los valores que podría alcanzar cada función objetivo por si misma, se procede a obtener del decisor los denominados *Niveles Mínimos Tolerables* (L_k) para todas aquellas funciones objetivos que no fueron seleccionadas como la principal. Este

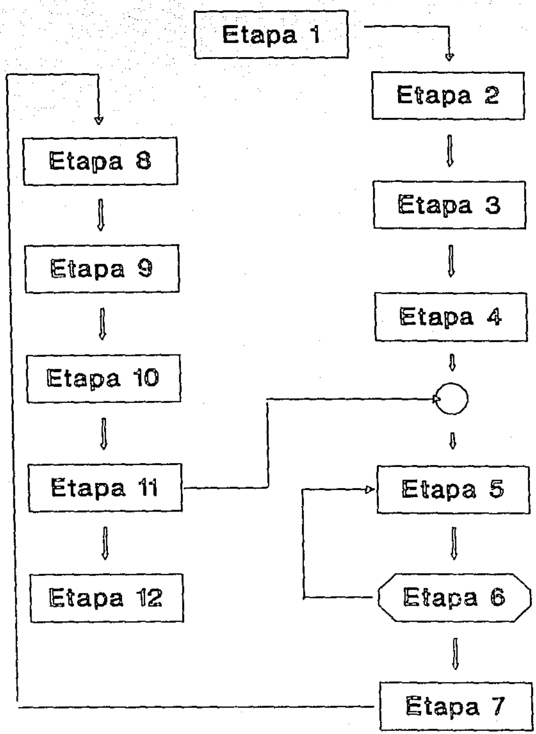


Figura 3.1

valor refleja el menor valor aceptable para el decisor en relación a cada una de las funciones objetivo.

Para ayudar en este proceso, normalmente se le muestran al decisor los valores que se obtendrían al minimizar individual e independientemente a cada función objetivo sujeta a las restricciones del problema.
El valor mínimo tolerable quedará entonces entre el máximo y el mínimo de cada función, los cuales definen un rango que es el que permite que a través del método se pueda llegar a la mejor solución de compromiso.

Etapa 4 - Se selecciona la función objetivo (k) que permanecerá en las restricciones con desigualdad ($\geq$) , y esto es el inicio de la etapa para calcular el correspondiente λ_{1k} .

Etapa 5 - Los *niveles mínimos tolerables* constituirán el lado derecho de las restricciones integradas por funciones objetivo, aunque:

- Para el caso de las restricciones de igualdad (=) será siempre el L_j correspondiente.
- Para la restricción de desigualdad ($\geq$) iremos variando parametricamente el valor y así exploraremos todo el intervalo en busca de soluciones no dominantes.

Dado que $L_k = z^*_k - \varepsilon_k$ y siendo ε_k la amplitud del rango podemos dividir el intervalo en m subintervalos y calcular asi $L_k^1, L_k^2, L_k^3 \ . \ . \ . \ L_k^m$ donde $L_k^{m+1} > L_k^m$.

Etapa 6 - Esto nos lleva a tener que resolver entonces m+1 veces el problema iniciando con $L_k^t = L_k$.
El problema queda:

$$\begin{aligned} &\text{Max } z_1(x) \\ &\text{s.a.} \quad x \in X \\ &\qquad\quad z_k(x) \geq L_k^t \\ &\qquad\quad z_j(x) = L_j \quad \text{con } j \neq 1, k \end{aligned}$$

Las etapas 5 y 6 se repetirán m+1 veces, generándose como máximo m+1 soluciones, las cuales conforme a nuestro planteamiento, para sernos útiles deben ser no dominantes, esto es ninguna de las funciones objetivo $z_i(x)$ puede ser mejorada, sin causar una degradación en cualquiera otra $z_j(x)$ cuando $i \neq j$.

Para facilitar su identificación como no dominantes podemos analizar el valor que adopta el multiplicador de Lagrange correspondiente λ_{1k}^t de esta función objetivo tratada como restricción, ya que mostramos anteriormente que si un multiplicador de Lagrange es distinto de cero la restricción particular limita al óptimo y por lo tanto esta solución pertenece al conjunto de soluciones no dominantes.

Etapa 7 - Nosotros estamos interesados solo en aquellos $\lambda_{1k}^t > 0$ ya que cada uno de estos es una realización particular de la función de compromiso T_{1k}., Por lo tanto, seleccionaremos de todos los posibles $\lambda_{1k}^t \ \forall \ t = 1, 2, . . m, m+1$ exclusivamente aquellos que sean mayores que cero

Obtención de Funciones de Intercambio

Etapa 8 - Evidentemente estos multiplicadores son función tanto del nivel óptimo obtenido para la función k, como de los niveles de las restantes funciones objetivo, satisfechas como restricciones de igualdad.
Como estamos interesados en obtener la función de intercambio T_{1k}, en estricto proceder deberíamos hacer una regresión múltiple del $\lambda_{1k}(z_k)$ con respecto a todos los valores de las diferentes funciones objetivo, $z_1, .. z_k ... z_p$, pero normalmente solo será necesario hacer una regresión de los $\lambda_{1k}^t > 0$ en función de z_k.
La inclusión en la regresión del resto de los objetivos debe efectuarse evidentemente cuando se sospeche una fuerte influencia.

A primera vista parece que este proceso debería repetirse para calcular todos los posibles valores de $i \neq j$ y $\forall$ $i,j = 1, 2, .. p$ para obtener así todos los T_{ij}, pero afortunadamente esto se simplifica si hacemos uso de las relaciones generales que existen entre los λ_{ij}, esto es : $\lambda_{ij} = \lambda_{ik}\ \lambda_{kj}$ y $\lambda_{ij} = 1 / \lambda_{ji}$. Por lo tanto calculando λ_{12} , λ_{13} , . . . λ_{1p} podemos generar el resto de los λij.

3.3 Funciones de Sustitución de Mérito y su Generación

Una vez que las funciones de intercambio han sido calculadas, es necesario evaluar el mérito asociado a las diferentes soluciones, con objeto de identificar la mejor solución de compromiso. Esto se logra a través de la interacción con el decisor y el empleo de las funciones de sustitución de mérito.

Obtención de Funciones de Sustitución de Mérito

Etapa 9 - Existe una función de Mérito por cada función de Compromiso. Estas funciones de mérito son ordinales por naturaleza y se identifican como w_{ij}. Las relaciones de mérito, solo representan mérito relativo y por lo tanto cualquier relación de sustitución que varíe monótonamente será suficiente.

El procedimiento mas usual para construir estas w_{ij} es asignar un valor ordinal a cada compromiso entre el i-esimo y el j-esimo objetivo, que represente el grado en que se desea ese intercambio. La escala para w_{ij} oscila entre +10 y -10 , representando estos extremos respectivamente el hecho de que fijados los niveles para el resto de los otros objetivos, λ_{ij} unidades del objetivo **i**, son mucho mas (+10) o mucho menos (-10) apreciadas que una unidad del objetivo j. Cuando $w_{ij} > 0$ entonces z_i será

incrementada a expensas de z_j y cuando $w_{ij} < 0$ entonces z_j crece y z_i decrece.
Evidentemente lo anterior es tomando en consideración que el resto de los objetivos que no son ni i, ni j permanecen fijos en un determinado nivel.
Cuando el valor de $w_{ij} = 0$ entonces el cambio marginal de λ_{ij} unidades del objetivo i es completamente equivalente o indiferente al cambio de una unidad del objetivo j. Este resultado indica un compromiso nivelado.
Los λ_{ij} son calculados por el programa pero los w_{ij} son aportados por el decisor. El proceso se lleva a cabo cuando el programa le proporciona los valores que tienen actualmente las funciones objetivo y el λ_{1k} y el decisor a la vista de estos datos, se inclina por el grado de sustitución con el que esta mas de acuerdo.

Etapa 10 - Una vez obtenidos los diferentes w_{1k} para los diferentes valores de z_k se procede a ajustar vía regresión estos datos con el fin de obtener las funciones de sustitución de mérito $W_{1k}(z_k)$ en función de z_k. Con la función obtenida se puede calcular el valor de z_k^I que logra $W_{1k} = 0$

Etapa 11 - Conocido este dato, se asigna $L_k = z_k^I$ y se regresa a la etapa 4, en donde este dato entrará a formar parte de las restricciones de igualdad y una nueva función objetivo $k = k+1$, con $p \neq 1$ será asignada a la desigualdad.
El proceso continua con la secuencia de etapas 5 , 6, ... 11, repitiéndose para todas las parejas de objetivos definidos, hasta el momento en que todas las diferentes funciones de sustitución de mérito sean simultáneamente igual a cero.

En ese punto las perdidas marginales igualan a las ganancias para todos los objetivos tomados de dos en dos, y no puede haber ninguna otra solución mejor que esta. En la practica pueden existir varias soluciones de este tipo, y cuando este es el caso, al conjunto se le conoce como banda de indiferencia, reflejando simplemente este concepto el hecho de que para el decisor existe un rango de valores de z_i y z_j entre los cuales no le es posible decidir que es mas deseable.

Una vez que se ha llegado a obtener todas las funciones de mérito en forma simultanea e igual a cero, se procede con la etapa 12.

Etapa 12 - La obtención de los valores finales tanto de las funciones objetivo, como de la mejor solución de compromiso se lleva a cabo al resolver el sistema:

$$\begin{aligned} &\text{Max } z_1(x) \\ &\text{s.a.} \quad x \in X \\ &\qquad\quad z_j(x) \geq z_j \quad \forall\ j=2,3,\ldots p \end{aligned}$$

La solución obtenida se considera la mejor solución de compromiso posible y el método se da por finalizado. En caso de que el resultado no sea satisfactorio, se puede reiniciar, pero ya incorporando el conocimiento adquirido a lo largo de la etapa anterior, bien en forma de diferentes valores mínimos tolerables o como diferentes funciones de sustitución de mérito.

3.4 Ejemplos de Aplicación

Desarrollo de la cuenca del Río Maumee.

En esta aplicación se plantea el problema de establecer planes para el desarrollo de la cuenca del río Maume, involucrando compromisos entre conceptos como tipo de suelos, erosión, sedimentación de lodos, calidad del agua, demanda biológica de oxigeno, cargas de contaminantes, tipo y origen de contaminantes, extensión agrícola y tipo de cultivos, para tres diferentes estados (Ohio, Indiana y Michigan).

La extensión considerada es aproximadamente de 9,000 millas cuadradas, de las cuales cerca de 6,000 son de uso agrícola. Para facilitar el trabajo, se integraron modelos de administración, uso del suelo, contaminación y calidad del agua. En el primero se analizan las contribuciones e interacciones entre los periodos y actividades agrícolas a los diferentes contaminantes.En el segundo se identifican y analizan las interacciones entre las fuentes de contaminación municipales y las industriales. En el tercero se analiza la calidad del agua como consecuencia de los anteriores y del resto de las situaciones propias de ese entorno.

Se obtuvieron las ecuaciones correspondientes (modelo no lineal) y se evaluaron los compromisos resultantes desde el punto de vista de desarrollo económico frente a calidad ambiental para cada una de las subregiones definidas.

Los detalles, ecuaciones y soluciones de este problema pueden encontrarse en la pag 149 y siguientes de la referencia (9).

Planeación en Sistemas Hidrológicos.

Una presa puede conceptualizarse como un recipiente con una altura finita y con funciones tan diversas como: control de inundaciones, riego, uso

industrial y urbano del agua , generación de electricidad, aspectos recreativos como pesca y turismo y también como control de polución, salinidad, ... etc.
El problema es esencialmente determinar la capacidad del recipiente maximizando el beneficio de su inversión y satisfaciendo todas las consideraciones. El planteamiento considera dos variables de decisión: x_1 = total de horas - hombre asignadas a construir la presa y x_2 = radio medio del lago resultante.

Hay tres funciones objetivo: $z_1(x_1,x_2)$ = costo del proyecto, $z_2(x_2)$ = perdidas en volumen de agua por año, debidas a la evaporación y $z_3(x_1,x_2)$ = capacidad total de la presa. El problema se trata como minimización y por lo tanto la función z_3 es reexpresada como $z_3(x_1,x_2) = 1/z_3(x_1,x_2)$.

Todas las variables y objetivos están restringidos a ser positivos y aunque el problema representa una simplificación de un problema real, para los efectos de ejemplificación es adecuado.
Las funciones consideradas son:

$$z_1(x_1,x_2) = \exp\{(0.01x_1)(x_1)^{0.02}(x_2)^2\}$$
$$z_2(x_2) = 0.5\, x_2^2$$
$$z_3(x_1,x_2) = \exp\{(0.005x_1)(x_1)^{-0.01}(x_2)^{-2}\}$$

Las soluciones no dominantes obtenidas junto con los diferentes compromisos, las funciones de sustitución de mérito y las conclusiones se presentan en la referencia (9.) del anexo.

Asignación de recursos

El ejemplo es sobre una empresa que manufactura celdas fotovoltaicas para conversión de energía solar en eléctrica.
Su línea actual consta de dos productos, uno para aplicación en satélites y el otro en calculadoras. El proceso de fabricación genera emisión de contaminantes a la atmósfera y aparece por lo tanto un compromiso entre maximizar las utilidades y minimizar los contaminantes emitidos.

El resumen de características unitarias por producto es:

	Producto 1	Producto 2
Numero de Unidades a producir	x_1	x_2
Unidades Materia Prima -Ga(As)-	1.0	5.0
Tiempo maquina (hr)	0.5	0.25
Horas Hombre ensamblado	0.2	0.2
Costo Materiales ($)	0.25	0.75
Costo Trabajadores ($)	2.75	1.25
Precio Venta unitario ($)	4.0	5.0

Se consideran adicionalmente las siguientes restricciones:

* 1.- Solo un periodo de producción.
* 2.- Capacidad de maquina 8 hr por periodo.
* 3.- Capacidad de ensamblado 4 horas hombre por periodo.
* 4.- Materias primas limitadas a 72 unidades.
* 5.- Los únicos costos variables son materiales y trabajadores.
* 6.- La cantidad de polución emitida es de 3 unidades por cada unidad de x_1 producidas y de 2 por cada unidad de x_2.

El problema se plantea como Maximizar beneficios (z_1) y simultáneamente Minimizar la emisión de contaminantes (z_2).

Las funciones objetivo son:

$$z_1=(4.0-0.25-2.75)\, x_1 + (5.0-0.75-1.25)\, x_2$$
$$z_2= 3.0\, x_1 + 2\, x_2$$

El problema quedaría:

$$\begin{array}{ll}
\text{Max} & z_1= 1.0\, x_1 + 3.0\, x_2 \\
 & z_2= -3.0\, x_1 - 2.0\, x_2 \\
\text{s.a.} & 0.5\, x_1 + 0.25\, x_2 \leq 8 \\
 & 0.2\, x_1 + 0.20\, x_2 \leq 4 \\
 & x_1 + 5\, x_2 \leq 72 \\
 & x_1\, ,\, x_2 \geq 0
\end{array}$$

Planeación Financiera

Dentro de la Planeación Financiera en un banco, existen múltiples objetivos que satisfacer. Entre ellos están los Beneficios, la Adecuación del Capital y el Riesgo. El primero es evidente, cualquier Banco busca Maximizar sus Beneficios. El segundo es una medida de la relación existente entre el capital requerido y el capital actual. Por ultimo el riesgo es medido como la relación entre los activos con riesgo y el capital actual.

Consideremos que los activos de un banco están divididos en seis categorías, cuyas tasas de retorno y algunos otros datos se muestran a continuación:

Activos	Tasa de Retorno (%)	Variable
Caja	0.0	x_1
A Corto Plazo	4.0	x_2
Gobierno (1-5 Años)	4.5	x_3
Mínimo Riesgo	5.0	x_4
Mediano Plazo	6.0	x_5
Portafolio	10.0	x_6

	Depósitos y Capital	Símbolo
A Plazo	20 Millones	TD
Sin Plazo	40 Millones	DD
Capital	5 Millones	K

	Reservas Requeridas
A Plazo	0.04
Sin Plazo	0.14

De acuerdo con lo anterior, las Funciones Objetivo y restricciones del problema serian:

* Objetivo de Beneficios:

$$\text{Max } Z_1=0.04x_2 + 0.045x_3 + 0.05x_4 + 0.06x_5 + 0.10x_6$$

* Objetivo Riesgo:

Los activos del portafolio son los únicos que miden el riesgo, por lo tanto la relación x_6/K es una media del riesgo en el que incurre el banco y constituye la segunda función objetivo.

$$\text{Min } Z_2=0.2x_6$$

* Objetivo Adecuación del Capital.

Los valores que puede adoptar este parámetro son muy amplios y dependen mucho del criterio del administrador. En general varia en función de los activos y por lo tanto la función Objetivo adopta una forma lineal sujeta a restricciones por intervalos ("piece-wise"). Para este fin emplearemos las variables L_1, L_2 y L_3 como auxiliares en la construcción de las restricciones por intervalos. Para determinar la forma tanto de la Función Objetivo como de las restricciones recurriremos a un valor de esta adecuación del capital conservador.

$$\text{Min } Z_3=0.001x_2 + 0.0088x_3 + 0.008x_4 + 0.012x_5 + 0.02x_6 + 0.013L_1 + 0.008L_2 + 0.019L_3$$

En lo que respecta a las restricciones, tendremos:

* Restricciones de Adecuación del Capital:

$$x_1 + 0.995x_2 + 0.96x_3 + L_1 \geq 0.47DD + 0.36TD$$

$$x_1 + 0.995x_2 + 0.96x_3 + 0.94x_4 + L_2 \geq 0.47DD + 0.36TD$$

$$x_1 + 0.995x_2 + 0.96x_3 + 0.94x_4 + 0.85x_5 + L_3 \geq 0.47DD + 0.36TD$$

* Restricciones como consecuencia del Balance:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = DD + TD + K$$

* Restricciones de Requisitos de Reserva

$$x_1 \geq 0.14DD + 0.04TD$$

* Restricción sobre Diversificación del portafolio

Debe de haber como mínimo 5 % del portafolio en cada categoría.

$$x_i \geq 0.05\ (DD + TD + K)\ \forall i=1,2,..6$$

Capitulo 4

EL METODO PROPUESTO Y SUS EXTENSIONES

4.1 Modificaciones a efectuar.

En líneas generales la operación del método SWT clásico, pasa en una primera etapa por establecer una función objetivo como primaria, la cual se maximizará sujeta tanto a las restricciones particulares del problema, como al resto de las funciones objetivo. En una segunda etapa, se selecciona una determinada función objetivo, de las que permanecen en las restricciones, para ser evaluado su intercambio y mérito frente a la que se tiene como función objetivo principal.

El método inicia obteniendo los valores mínimos tolerables y posteriormente se efectúa una variación paramétrica del coeficiente del lado derecho, tomando como punto de partida dicho valor mínimo tolerable. Esto llevará a tener que resolver el sistema un cierto número de veces y cada una de las soluciones encontradas a lo largo de este proceso será catalogada como dominante o no. Solo se considerarán para la siguiente etapa las segundas, ya que serán estas las que serán presentadas al decisor para que externe su opinión respecto al mérito que le merece el intercambio entre valores de las funciones objetivo que están siendo confrontadas. Dicho mérito expresado en forma relativa y ordinal es procesado a través de un análisis de regresión para identificar el punto de indiferencia en el intercambio entre estas dos funciones.

La siguiente etapa, fija este punto de indiferencia en la restricción correspondiente, se selecciona otra función objetivo que este en las restricciones para ser comparada contra la principal y se repite todo el procedimiento mencionado hasta ahora.

Cuando se han agotado todas las comparaciones, hemos obtenido una región de indiferencia, por lo que el ultimo paso consiste en encontrar la solución óptima al problema dentro de ella. Para esto simplemente se resuelve el sistema una vez mas, pero restringido a esta región.

La modificación propuesta a este método, no altera para nada el procedimiento convencional expuesto, ya que dicha modificación está constituida exclusivamente por dos etapas posteriores a la ya mencionada.

Por lo tanto el primer paso en el método propuesto es resolverlo en la forma clásica empleando para ello los valores esperados de los coeficientes de las funciones objetivo. Recordemos aquí que las funciones y/o restricciones pueden ser lineales o no, no siendo un obstáculo esto ultimo para el desarrollo del Método SWT. En el caso de funciones lineales, el método SIMPLEX puede aportar las soluciones, y en el caso de no linealidad puede optarse por algoritmos de búsqueda, métodos de gradiente o algún otro método especifico acorde a la forma del problema considerado.

En la segunda etapa se emplearan los equivalentes deterministicos para transformar alguna o varias de las declaraciones probabilisticas en deterministicas. Independientemente de si en la etapa anterior las funciones eran lineales o no, al introducir en esta etapa los equivalentes deterministicos el problema se vuelve no lineal en las restricciones, por lo que es necesario emplear un algoritmo de resolución acorde con esto.

Posteriormente se formulará un modelo de Metas, a través del cual se llegará a una solución satisfactoria que minimiza las desviaciones en probabilidad para las funciones Objetivo a las cuales no se les especifico un valor. Se aplicará el concepto de variable de desviación, íntimamente ligada a la programación de metas, para evitar el tener mas funciones no lineales dentro de las restricciones y función objetivo.

El procedimiento es:
Una vez obtenidas las soluciones aplicando el método convencional, podemos concluir que la probabilidad de que la función Objetivo i, alcance el valor de Z_i, $\forall i=1,2,3$ es de 0.5, por el hecho de haber estado trabajando con valores esperados.
En ese momento se abren varias opciones como consecuencia de la mayor o menor satisfacción del decisor con el resultado logrado tanto desde el punto de vista del valor de todas y cada una de las funciones objetivo, como de las probabilidades de lograrlas. En general pueden darse tres situaciones.

A.- Es posible que el decisor este de acuerdo con los valores de las Z_i pero desee incrementar la probabilidad de lograr alguno de esos valores en particular, a expensas de reducir la probabilidad de lograr otro u otros. En este caso se procedería con la modificación probabilistica presentada en este trabajo.

B.- Es posible que este de acuerdo con las probabilidades, pero desee incrementar algún valor de alguna Función Objetivo especifica, a expensas de otro u otras. Aquí se volvería a ejecutar la parte deterministica.

C.- Puede desear incrementar alguna probabilidad y algún valor de alguna Función Objetivo. Este caso seria una combinación de los dos anteriores y se efectuaría primero la parte deterministica. Una vez alcanzados los niveles deseados se procedería con la parte probabilistica.

Analicemos ahora como se desarrolla la modificación probabilista. Consideremos que el decisor desea mantener los valores (K_i) obtenidos para las Funciones Objetivo, pero desea incrementar la probabilidad de ocurrencia del valor logrado para el objetivo i, desde 0.5 a ($1-\alpha_i$).
Dado que los Coeficientes de las funciones objetivo C_{ij} se consideran distribuidos normalmente, esto es $C_{ij} \sim N(\mu_{ij},\sigma_{ij})$, entonces lo anterior puede expresarse como :

$$P\,[Z_i\,(x) \geq K_i\,] \geq (1-\alpha_i)$$

Ahora bien para todo el resto de las funciones objetivo distintas de i, y cuyos valores de las funciones objetivo son K_j, debe cumplirse también que la

$$P\,[Z_j\,(x) \geq K_j\,] \geq k_j$$

Los respectivos k_j son desconocidos y deben ser calculados como consecuencia del intercambio de probabilidades entre la función Objetivo i y las restantes. Esto es el incremento de probabilidad de z_i será a expensas de las probabilidades de ocurrencia de los z_j con $i \neq j$.
Como los k_j son probabilidades, sus valores estarán comprendidos entre 0 y 1, y evidentemente buscamos que los k_j difieran lo menos posible de 0.5, ya que al haber estado trabajando a lo largo de toda la primera parte del método con valores promedio, hemos llegado a la solución de compromiso mas satisfactoria y no deseamos alterarle demasiado la probabilidad de que se pueda obtener ese valor.

Hasta este momento el problema adopta la siguiente forma:

1.- Las restricciones estructurales del problema original permanecen:

s.a. $\quad g_k(x) \leq 0 \qquad \forall\ k=1, 2, ..\ m$

2.- Se incluye una restricción estructural mas - El equivalente deterministico correspondiente a la Función Objetivo que deseamos incrementar su probabilidad, ya que la ecuación Prob $[Z_j(x) \geq K_j] \geq k_j$ es equivalente a: Prob $[\ Z_j(x) \geq K_j] \geq (1-\alpha_j)$ y esta se puede transformar conforme a lo visto en la sección 2.5 en:

$$\sum_{i=1}^{n} E(c_{ij})x_i + L\alpha_j\,[x^tBx]^{1/2} \geq K_j$$

Donde **B** es una matriz simétrica de varianza - covarianza, L_α es un valor normal estándar tal que $\Phi(L_\alpha) = \alpha$, y Φ representa la distribución acumulada para una variable aleatoria estándar normal.

3.- Se adicionan n-1 restricciones mas, siendo n el número total de funciones objetivo en el problema. Estas n-1 también deben de ser contempladas como equivalentes deterministicos, de las cuales:

a.- Conocemos K_j, esto es el valor que alcanzó dicha función objetivo en la etapa deterministica.

•b.- Desconocemos los $L\alpha_j$, que resultarán al darse el intercambio de probabilidades.

c.- Tienen la forma $\sum_{i=1}^{n} E(c_i)x_i + L\alpha_l\,[x^tBx]^{1/2}\} \geq K_l$

d.- Buscamos mantener lo mas alto posible las probabilidades de ocurrencia de los valores logrados para estas funciones Objetivo en la etapa deterministica. Esto es lo mas cercano a 0.5, aunque estamos conscientes de que el incremento de probabilidad que buscamos para una, originará el descenso en la probabilidad de otra u otras.

e.- Todas ellas tienen la misma prioridad para nosotros en cuanto a unidades de probabilidad ya que la solución que obtuvimos en la etapa deterministica, la logramos al resolver el sistema en el espacio de indiferencia.

En este momento, debemos formular el problema como uno de Metas, y para ello debo basarme en la analogía existente entre las ecuaciones de restricción de meta y las ecuaciones que expresan los equivalentes deterministicos.
La analogía a que se hace mención en el párrafo anterior se da al comparar los segundos términos de ambos tipos de ecuaciones.

Por un lado, cualquier restricción de meta adopta la forma:

$$\Sigma E[C_{ij}]x_i + \text{Variable(s) de Desviación} = \text{Valor Meta.}$$

Por otro, el equivalente deterministico tiene la forma:

$$\Sigma E[C_{ij}]x_i + L\alpha_j[x^tBx]^{1/2} \geq \text{Valor Meta.}$$

Por lo tanto el termino $L\alpha_j\,[x^tBx]^{1/2}$ representa una desviación positiva o negativa sobre el valor esperado o primer termino de la ecuación, de forma similar al papel que juegan la combinación de variables de desviación en el otro tipo de restricciones.

Este hecho es el que es aprovechado para que el problema pueda ser formulado como uno de metas en el que :

a.- Empleamos variables de desviación tanto en las restricciones como en la función objetivo con lo que se facilita la resolución al no emplear términos no lineales.

b.- Una vez resuelto el problema y conocidos los valores de dichas variables de desviación, se calcula que valor de $L\alpha_i$ hubiera generado esta misma desviación y eso se transforma en su correspondiente $(1-\alpha_i)$ lo cual resuelve el problema de conocer el intercambio de probabilidades.

En nuestro caso cada una de las n-1 funciones objetivo que se formularían como equivalentes deterministicos, son expresadas como restricciones de meta, esto es:

$$\Sigma E[C_{ij}]x_i - \delta_j^+ + \delta_j^- = K_j$$

En estas ultimas aparecen las variables de desviación δ_j^+ y δ_j^- para reflejar respectivamente el sobrepasar la meta fijada en K_j o no alcanzarla.

Al formular así el problema se cumple que como mínimo una de las dos variables δ_j^+ o δ_j^- será cero al resolver el sistema y dado que deseo lograr lo mas exactamente posible la meta, esto es no desviarme del valor obtenido para dicha función objetivo al resolver el problema deterministico, plantearé la Función Objetivo del problema de Metas como:

$$\text{Minimizar } W = \Sigma\delta_j^+ + \delta_j^- \quad \forall\ j \neq i$$

Esta forma de la Función Objetivo tenderá a localizar soluciones en las que simultáneamente todas las variables de desviación sean cero, con lo que tenderemos a las menores desviaciones en probabilidades de ocurrencia.

En este momento ya tengo planteado el problema como uno de metas, por lo que puedo proceder a resolverlo y obtendré los valores tanto para las variables estructurales como para las variables de desviación, esto es los x_i y las δ_j^+ y δ_j^-

Ahora bien la interpretación tiene dos partes:

a.- Las variables estructurales son la respuesta a la pregunta que formula el planteamiento en términos de unidades a producir, dinero a invertir, .. etc.

b.- Las variables de desviación aportaran la respuesta en términos probabilisticos sobre que intercambio se origina entre las probabilidades respectivas de las funciones Objetivo. Para evaluarlo debo regresar a la analogía entre equivalentes deterministicos y restricciones de meta para establecer la equivalencia de estas variables de desviación en términos de probabilidad.

Para ello observo que valores han adoptado las respectivas δ_j^+ y δ_j^- en cada una de sus correspondientes Funciones Objetivo.

a.- Si ambas valen cero, esto significa que el termino $L\alpha_j[x^tBx]^{1/2}$ es cero. Ahora bien como las xi deben ser distintas de cero si la solución no es degenerada, entonces el termino $[x^tBx]$ es distinto de cero y por lo tanto el único que puede ser cero en consecuencia es $L\alpha_j$, lo cual de acuerdo con la función de distribución acumulada para una variable normal, solo puede corresponder a un área bajo la curva de 0.5, o lo que es lo mismo la probabilidad para esa función como consecuencia del intercambio de probabilidades es al menos 0.5.

b.- Como ambas no pueden ser distintas de cero, selecciono aquella que lo es y la igualo en términos absolutos a $L\alpha_j[x^tBx]^{1/2}$. Sustituyo en dicha igualdad los valores que acabo de obtener para las variables estructurales xj en el termino $[x^tBx]$ y obtengo un valor de $L\alpha_j$, el cual en combinación con el signo de la variable, y a través de la función de distribución acumulada para una variable normal, me da el valor correspondiente del área bajo la curva o probabilidad de ocurrencia de ese valor como consecuencia del intercambio.

Una vez finalizado el calculo he logrado conocer el impacto que causa en el resto de las funciones objetivo, un cambio en la probabilidad de ocurrencia de otra, con lo que el decisor tiene mas elementos de juicio para soportar sus decisiones.

Capitulo 5

EL PROGRAMA ESTOCASTICO INTERACTIVO DESARROLLADO

5.1 Descripción

El programa ha sido desarrollado en FORTRAN 77, para que de una manera interactiva efectúe todos los pasos de la modificación propuesta al método Surrogate Worth Tradeoff (SWT-M).
Posee la versatilidad suficiente como para resolver la parte deterministica del método y/o la parte probabilistica, considerando funciones objetivo lineales y restricciones no lineales. Para ello cuenta con tres métodos de solución. Algoritmo Símplex, el método de Búsqueda de Rosse-Hill y una interfase que replantea el problema en los términos que necesita un programa comercial de propósito general para resolver sistemas no lineales.
Posee un mecanismo especializado para guardar los parámetros representativos de cualquier modelo, lo cual le permite recuperar y/o modificar datos bien con fines de sensibilidad o corrección.
Posee también la capacidad de poder seleccionar la forma de la ecuación de regresión múltiple bien sea lineal o no.

5.2 Estructura

El programa esta diseñado en forma modular, de tal suerte que puede ser actualizado minimizando el esfuerzo y la posibilidad de errores. Consta de 3,340 líneas de Código fuente. La fase ejecutable ocupa 221,000 bytes aproximadamente y las principales funciones que realiza son:

- Ejecución de los pasos definidos en la Modificación al método Surrogate Worth Tradeoff (SWT-M)
- Lectura y Modificación de los parámetros del Problema
- Resolución a través de algoritmo símplex.
- Resolución mediante algoritmo de Búsqueda.

- Ajuste de datos vía Regresión Múltiple
- Envío de Mensajes de Error
- Envío de Mensajes de Ayuda
- Escritura de Resultados iniciales, intermedios y finales
- Creación de archivos intermedios para uso por el mismo programa u otros.

Cada una de estas funciones se lleva a cabo en módulos específicos para ese fin y se generan archivos también específicos. Los módulos involucrados son:

SWT — Programa Principal de Control de flujo y cálculos en el Método SWT-M. Lee archivos que le indican el tipo de ejecución que se esta efectuando (Archivo CONTROL.DAT) y determina en consecuencia el flujo que debe llevar el programa. Llama a los subprogramas de inicialización de variables, lectura de parámetros deterministicos y /o probabilisticos, impresión inicial y final de datos obtenidos, en papel o sobre archivo, modificación de variables que bien por error o con el animo de efectuar sensibilidades, se deseen modificar, calculo de la parte deterministica del método y/o la probabilistica, evaluación del nivel de satisfacción del decisor con las soluciones encontradas, y en el caso deseado recuperación de los datos fundamentales de un problema que fue almacenando anteriormente.

SWTDET — Programa para ejecutar el Método SWT convencional - Parte deterministica, conforme al procedimiento descrito en este trabajo. Esto es inicialmente se ejecuta el método Símplex, para determinar las soluciones individuales a los respectivos problemas de Maximización y Minimización, posteriormente se asigna la función objetivo a ser maximizada siempre, se le solicitan al decisor los valores mínimos tolerables, se inicia la variación paramétrica del lado derecho de las restricciones, se obtienen las soluciones a cada uno de estos problemas, se calculan las derivadas, se verifica la viabilidad de esta solución como no dominante, se obtiene el mérito asociado a esta solución por parte del decisor, se efectúa un análisis de regresión con todos los estimados de mérito y se obtiene el punto de indiferencia. Conocido este se modifica el sistema original y se repite el proceso hasta que se finalizan todos los intercambios entre funciones. En este punto se resuelve el sistema dentro del espacio de indiferencia y se obtiene la mejor solución de compromiso. Se graban estadísticas y se imprime en disco (Archivo CASO.DAT) y papel un resumen de todo lo anterior, que constituye la salida de computadora mostrada en los casos analizados en este trabajo.

SWTPRB — Programa para ejecutar el Método Modificado - Parte Probabilistica. Con los datos que el programa principal le proporciona, inicia la búsqueda de una solución al sistema no lineal planteado a través de las subrutinas que contienen un método de búsqueda. Para que este método inicie su búsqueda, necesita una solución factible inicial. El método integra una subrutina que proporciona soluciones iniciales, pero si al cabo de un determinado numero de iteraciones no ha encontrado una satisfactoria, el mismo programa sugiere que se emplee un método de optimización no lineal externo, el cual es proporcionado por un paquete comercial de computadora, con probado éxito en este campo. El mismo programa genera el archivo de entrada que el programa externo requiere, convirtiendo todos los coeficientes numéricos en ecuaciones alfabéticas. Para esto se construyen varios archivos de trabajo. El primero de ellos guarda los parámetros y configuraciones del problema actual (Archivo DATABANK.DAT), para que una vez que se haya finalizado la ejecución del programa externo de optimización no lineal, se pueda regresar a seguir ejecutando nuestro problema. Otro de ellos (Archivo SWTAGINO.DAT) es escrito por el programa creado y será leido como entrada por el programa externo.

MODI10 — Establece limites para variables del problema, especifica interruptores de impresión, Lee Parámetros Básicos del Problema tales como Número de Funciones Objetivo, Número de Variables, Numero de Restricciones, Inicializa todas las variables que se van a emplear en el problema, y establece las llamadas necesarias a la subrutina que informa sobre la etapa en que se encuentra ejecutándose el programa.

MODI20 — Lee los Coeficientes de las Funciones Objetivo, Restricciones, Limites para variables, Limites para recursos.

MODI30 — Recupera la formulación del problema anterior del archivo intermedio, interpreta la solución generada por el programa (almacenada en el archivo GINOASWT.DAT) externo de

	optimización y traslada sus valores a las variables adecuadas del problema actual.
MODI40	Lee los datos correspondientes al problema probabilistico.
MODI50	Averigua si los niveles obtenidos en las diferentes funciones objetivo, así como sus probabilidades de ocurrencia son aceptables para el decisor. Averigua en caso de desacuerdo a que función debe cambiársele el valor o probabilidad y activa los interruptores necesarios para que esto tenga lugar.
MODI70	Imprime datos iniciales, enunciado, tipo de problema y restricciones del problema.
MODI90	Recupera los archivos de un problema anterior y/o almacena el problema actual, para su utilización posterior.
MODI95	Permite modificar cualquier dato introducido anteriormente y que se considere que se debe modificar, bien desde el punto de vista de efectuar análisis de sensibilidad y/o corregir algún error.
AYUDA	Envía mensajes acerca del flujo de la información, la etapa en que se encuentra el programa, los indicadores que se están empleando, la información que necesita alimentar el decisor y los resultados que va a obtener.
ERROR	Envía mensaje sobre el lugar y tipo de error que se ha cometido en el transcurso de la ejecución del programa. En caso de ameritarlo cancela dicha ejecución.
SWAGIN	Transforma el problema al formato que necesita el programa externo para poderlo leer / ejecutar, creando un archivo intermedio que es leído posteriormente.
RNTER	Convierte caracteres numéricos a alfabéticos y viceversa.
NORMAL	Dado la media, la desviación estándar y el valor de la probabilidad acumulada, la subrutina calcula el valor de x correspondiente.
SMPLX0	Lee, verifica y prepara los datos para ser resueltos mediante el método Símplex.
SMPLX1	Aplica el algoritmo de resolución Símplex.
INCRE	Calcula las derivadas de la Función Objetivo
REGR00	Verifica y prepara los datos para que sean ajustados via Regresión Múltiple. Selecciona la forma de la ecuación de ajuste.
REGR01	Efectúa Regresión Múltiple, calculando los coeficientes de correlación de los coeficientes.

REGR02	Aplica método de solución de ecuaciones simultaneas.
SEAR00	Controla el método de búsqueda de soluciones óptimas a través de un algoritmo de búsqueda, considerando la linealidad o no tanto en la forma de las funciones objetivo como en las de las restricciones.
SEAR01	Calcula los valores que adopta la función objetivo dentro del método de búsqueda. Puede manejar cualquier forma de función.
SEAR02	Calcula los valores que adoptan las restricciones del problema dentro del algoritmo de búsqueda. Intercambia información con las otras subrutinas de este algoritmo de búsqueda y puede ser manejada cualquier tipo de función.
SEAR03	Calcula el extremo inferior de las restricciones externas, internas, funciones objetivo actuando como restricciones y equivalentes deterministicos, conforme al método de búsqueda. Posteriormente los compara con los limites
SEAR04	Análoga a SEAR03 pero para el extremo superior.
SEAR05	Inicializa todos los datos necesarios para el programa de búsqueda. Calcula soluciones iniciales factibles.
SEAR06	Auxiliar en los cálculos de búsqueda.
CONVT	Calcula soluciones de ecuaciones empleando método de convergencia

Los archivos considerados son:

DATABANK	Guarda los parámetros fundamentales del problema, tanto para reconstruirlo como para modificarlo.
GINOASWT	Guarda la salida que el problema especializado en resolución de problemas de programación no lineal genera.
SWTAGINO	Guarda la formulación que necesita leer el programa externo de resolución no lineal y que fue generada por el programa considerado cuando no se encuentra una solución factible inicial.
CONTROL	Contiene los interruptores de control que le indican en todo momento al programa en que etapa está.
CASO	Contiene la salida intermedia que se genera al resolver la parte deterministica del Método.

5.3 Opciones de Uso

El programa puede emplearse para resolver problemas con el método SWT tanto estocásticos como deterministicos.

5.4 Limitaciones

En su versión actual y desde un punto de vista dimensional, el programa se ha diseñado para manejar como máximo:

* Tres Funciones Objetivo

* Veinte Variables

* Nueve Restricciones

El ampliar esta cobertura no requiere mas que modificar las instrucciones de DIMENSION que tienen los programas y subrutinas actuales.

Desde un punto de vista conceptual, el método puede manejar tanto Funciones Objetivo como Restricciones lineales y no lineales. En el primer caso deberán emplearse las Subrutinas SMPLX y en el segundo las SEAR, para lograr la solución al sistema.

Capitulo 6

EJEMPLOS DE APLICACION

6.1 Problema de Mezcla de Productos

El problema requiere decidir sobre que cantidades de productos fabricar. Las Funciones Objetivo representan respectivamente las Utilidades, el incremento en el nivel de empleo sobre un valor prefijado y las Inversiones necesarias.

Los coeficientes de las Funciones Objetivo se asumen distribuidos normalmente conforme a:

FO_1 : $C_{11}=N(4,2)$,	$C_{12}=N(2,3)$	$C_{13}=N(-2,1)$
FO_2 : $C_{21}=N(5,4)$,	$C_{22}=N(-3,4)$	
FO_3 :	$C_{32}=N(-7,6)$,	$C_{33}=N(8,6)$

Buscamos Maximizar FO_1, Minimizar FO_2 y Minimizar FO_3, por lo que el modelo quedaría así:

$$\text{Max} \quad Z_1 = 4.0\,x_1 + 2.0\,x_2 - 2.0\,x_3$$
$$\text{Min} \quad Z_2 = 5.0\,x_1 - 3.0\,x_2$$
$$\text{Min} \quad Z_3 = -7.0\,x_2 + 8.0\,x_3$$

Las restricciones son:

$$3x_1+x_2+x_3 \leq 180$$
$$x_1-x_2+2x_3 \leq 30$$
$$x_1+x_2-x_3 \leq 60$$

Evidentemente $x_i \geq 0 \ \forall \ i=1,2,3$ y las variables quedan definidas como: x_i = Cantidad a producir del producto i.

Mostraremos aquí varios escenarios posibles en cuanto a valores mínimos tolerables y estructura de preferencias del decisor.

Dado que el modelo trabaja Maximizando las funciones, aquellas que en el planteamiento original deban ser minimizadas simplemente para efectos de ser introducidas al modelo se les cambiará el signo de los coeficientes de las Funciones Objetivo.

El modelo almacenaría estos datos bajo el siguiente formato:

3 3 3

* Coeficientes de las Funciones Objetivo

4.00	2.00	-2.00
-5.00	3.00	.00
.00	7.00	-8.00

* Coeficientes de las Restricciones

3.00	1.00	1.00
1.00	-1.00	2.00
1.00	1.00	-1.00

* Signo y valor de las Restricciones

LE LE LE

180.00 30.00 60.00

* Extremos de las Restricciones

-99999.99	180.00
-99999.99	30.00
-99999.99	60.00

* Extremos de las Variables

.00	99999.00
.00	99999.00
.00	99999.00

* Varianza de los Coeficientes de las Funciones Objetivo

2.00	3.00	1.00
4.00	4.00	.00
.00	6.00	6.00

Analicemos los resultados de un caso posible, para familiarizarnos con su presentación. Normalmente aparecerá un identificador de caso y dos tablas de resultados. La primera de ellas es un resumen de la ejecución deterministica y la segunda de la probabilistica. Cabe mencionar aquí que cabe la posibilidad de no aparezca la segunda tabla, pero esto debe interpretarse como que el decisor esta de acuerdo con una probabilidad de .5 para cada objetivo y por lo tanto no amerita mayor análisis.

Veamos un escenario posible, y aclaremos aquí que de ahora en adelante todos los casos que se muestran llevaran para su identificación la siguiente nomenclatura:

* 1.- Letra C seguida de un guión.

* 2.- Numero que los identifica como pertenecientes al mismo problema (1-Problema 1, 2-Problema 2 ....).
* 3.- Letra que los identifica como pertenecientes al mismo nivel de Valores mínimos tolerables (A, B o C) dentro de la estructura de ese problema.
* 4.- Numero que los identifica como pertenecientes a una estructura de valores del decisor similar (1, 2 o 3)

CASO C-1A1

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
-10.0	109.12	260.00	220.00	1.98
-1.0	105.44	270.00	220.00	2.02
1.0	101.77	280.00	220.00	1.98
3.0	98.10	290.00	220.00	1.98
4.0	94.42	300.00	220.00	2.02
5.0	90.75	310.00	220.00	1.99
6.0	87.07	320.00	220.00	2.02
8.0	83.40	330.00	220.00	1.98

ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
8.0	134.55	280.00	316.36	3.85
1.0	133.79	280.00	320.00	4.09
-1.0	129.66	280.00	340.00	3.85
-5.0	125.52	280.00	360.00	4.09
-9.0	121.38	280.00	380.00	3.85
-10.0	120.00	280.00	386.67	4.09

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	-30.00	100.00	130.62	210.00
2	-180.00	260.00	280.00	360.00
3	-120.00	220.00	335.33	420.00

VAR.	VALOR
1	5.31
2	102.18
3	47.49

Esta primera tabla, obtenida de la ejecución probabilistica comprende cuatro bloques de información.

En el primero aparece el intercambio entre la Función Objetivo 1 y la 2. En este bloque la primera columna representa la Función de Mérito que expresa el decisor. Las columnas 2 a 4 inclusives son los correspondientes valores de las Funciones Objetivo al ser resueltos los diferentes problemas de programación lineal en los cuales una de las funciones es mantenida a nivel constante y la otra es variada parametricamente entre el valor mínimo tolerable y su máximo. La última columna representa el Multiplicador de Lagrange asociado.

En el segundo bloque de información aparece en forma similar al anterior los resultados para el intercambio entre la Función Objetivo 1 y la 3.

En el tercer bloque, las columnas de Mínimo y Máximo corresponden a la Optimización a nivel individual de cada una de las Funciones Objetivo. La columna de Mínimo Tolerable representa el mínimo nivel de aspiraciones del decisor con respecto a esa Función Objetivo y la columna Logro constituye los valores de las Funciones Objetivo correspondientes a la solución de compromiso a la que se llega

El último bloque contiene los valores de las variables que constituyen la solución.

La mecánica de operación del método es la siguiente:
Una vez proporcionados los datos al modelo este calcula inicialmente los valores Máximos y Mínimos para cada una de las funciones objetivo a nivel individual, pero sujeta a las restricciones del problema total.
En este caso al Max. la F.O.$_1$ obtenemos $Z_1 = 210.$ y al Min $Z_1 = -30.$ Análogamente Max $Z_2 = 360$, Min $Z_2 = -180$, Max $Z_3 = 420.$ y Min $Z_3 = -120.$
Conocidos estos datos el modelo solicita los valores mínimos tolerables que en este caso fueron respectivamente 100, 260 y 220. Con esta información el modelo fija uno de los valores mínimos tolerables y varia parametricamente el otro, originándose así un numero determinado de problemas de programación lineal cuyas soluciones en términos de valores de funciones objetivo deben ser valoradas por el decisor.

En el caso que nos ocupa, al estar evaluando las funciones de intercambio para los objetivos 1 y 2 , el modelo nos va solicitando respuestas para las siguientes preguntas.

¿ Cuando la Función Objetivo 3 (Inversiones) vale 220, la 1 (Utilidades) vale 109.12 y la 2 (Nivel de Empleo) vale 260., que valor le concedemos a la perdida de 1.98 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad ?.

A esto el decisor responde con +10, lo que se interpreta como que esta altamente de acuerdo.

El modelo realiza otra iteración y nos vuelve a preguntar. ¿ Cuando la Función Objetivo 3 vale 220, la 1, 105.44 y la 2, 270. que valor le concedemos a la perdida de 2.02 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad ?.

A esto el decisor responde con +1, lo que se interpreta como que le parece adecuado, pero es menos aceptable que la anterior. Observamos que $Z_3=220$ a lo largo de todas las iteraciones.
El modelo realiza con este mismo procedimiento sucesivas iteraciones y llega un momento en el que la opinión del decisor deja de ser favorable al decremento de la función objetivo 1 para mejorar la 2. En ese momento aparecen calificaciones negativas.

¿ Cuando la Función Objetivo 3 vale 220, la 1, 101.77 y la 2, 280. que valor le concedemos a la perdida de 1.98 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad ?.

A esto el decisor responde con -1, lo que se interpreta como que no le parece adecuado este intercambio.

Una vez que se han obtenido todas las evaluaciones , se procede a determinar el punto de indiferencia esto es, aquel valor de Z_1 y Z_2 en el cual el decisor es indiferente respecto al intercambio. Mediante regresión determinamos el valor de $Z_2 = 280$. el cual corresponde a un $\omega_{12}=0$.

Este dato se adopta como nuevo valor mínimo tolerable de Z_2, siendo incluido en la formulación de los problemas lineales que se tendrán que resolver para evaluar el intercambio entre 1 y 3.

Cuando se repite el proceso anterior pero para las funciones 1 y 3, las preguntas que formula el modelo son:

¿ Cuando la Función Objetivo 2 (Nivel de Empleo) vale 280. la 1 (Beneficios) vale 134.55 y la 3 (Inversión) 316.36, que valor le concedemos a la perdida de 3.85 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 3 en 1 unidad ?.

A esto el decisor responde con 8, lo que se interpreta como que esta de acuerdo en gran medida. Observamos aquí que $Z_2=280$ a lo largo de todas

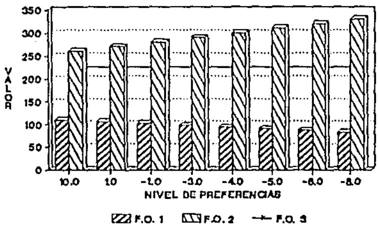
las iteraciones. Se repite este proceso, de evaluación paramétrica y se efectúa el análisis de regresión obteniéndose un $Z_3=335.33$ como valor de indiferencia para el decisor.
Agotado ya el proceso de intercambio entre funciones y conocidos los puntos de indiferencia, se procede a resolver el problema dentro de dicho espacio de indiferencia.

La solución indica que debemos producir $X_1=5.31$ unidades, $X_2=102.18$ unidades y $X_3=47.49$ unidades, con lo que las respectivas funciones Objetivo valdrán $Z_1=130.62$, $Z_2=280.0$ y $Z_3=335.33$.
Observamos que todos los resultados obtenidos son superiores a los valores mínimos especificados (130.62 frente a 100., 280 frente a 260 y 335.33 frente a 220). Adicionalmente observamos también que el nivel de logro se ubica dentro del intervalo delimitado por el Máximo y el Mínimo respectivamente a un 67 % para Z_1, un 85 % para Z_2 y un 84% para Z_3, lo que de una manera indirecta nos da una idea de la oportunidad que hay disponible todavía para intercambiar.
Al haber estado trabajando con valores esperados, las probabilidades de lograr dichos valores para las Z_i $\forall i=1,2,3$ serán de 50% o mas.

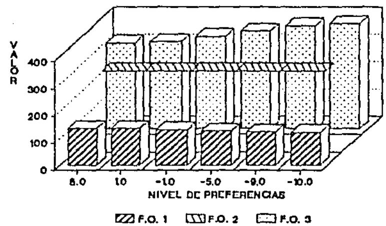
En este momento se le solicitaría al decisor su opinión sobre si le parecen adecuados los valores y probabilidades logrados. Aquí la respuesta fue positiva, por lo que finaliza el problema.

Los resultados obtenidos en este caso se presentan en forma gráfica en la figura 6.1, donde en la parte superior izquierda se muestra el intercambio entre las Funciones Objetivo 1 y 2. En la parte superior derecha el intercambio entre 1 y 3 y en la parte inferior una comparación para cada función objetivo de los valores Máximos, Mínimos, Mínimos Tolerables y solución Final o Logro.

INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2



INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3



MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1A1

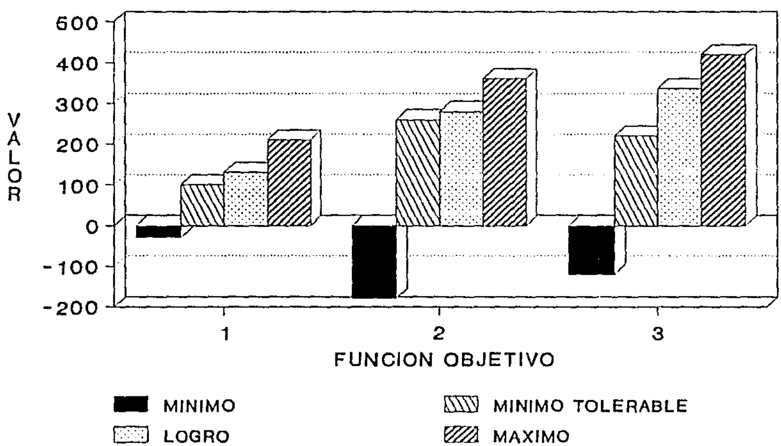


Figura 6.1

Analicemos otro caso

CASO C-1A2

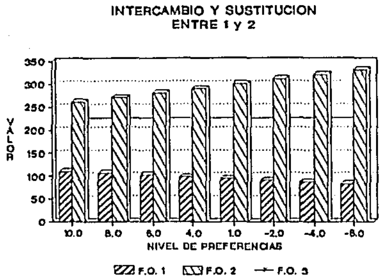
ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	109.12	260.00	220.00	1.98
8.0	105.44	270.00	220.00	2.02
6.0	101.77	280.00	220.00	1.98
4.0	98.10	290.00	220.00	1.98
1.0	94.42	300.00	220.00	2.02
-2.0	90.75	310.00	220.00	1.99
-4.0	87.07	320.00	220.00	2.02
-6.0	83.40	330.00	220.00	1.98

ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
10.0	130.09	304.52	329.74	3.85
1.0	127.96	304.52	340.00	3.85
-2.0	123.83	304.52	360.00	4.09
-4.0	120.00	304.52	378.49	3.85

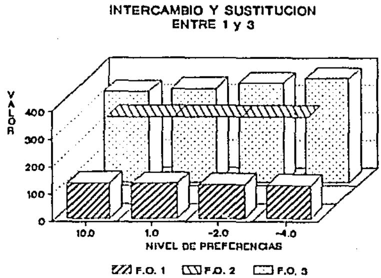
F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	-30.00	100.00	126.51	210.00
2	-180.00	260.00	304.52	360.00
3	-120.00	220.00	347.05	420.00

VAR.	VALOR
1	3.25
2	106.93
3	50.18

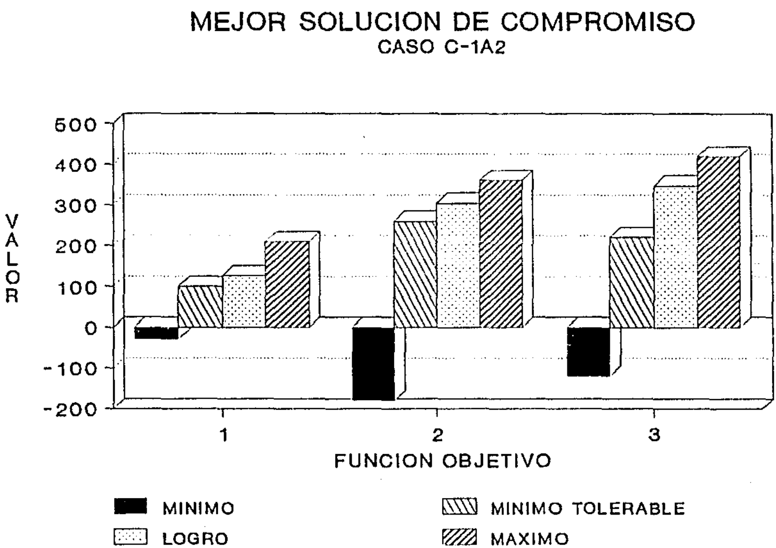
La Figura 6.2 resume en forma gráfica la información precedente. El siguiente paso seria preguntarle al decisor su opinión acerca de los valores obtenidos y supongamos que en este caso el decisor desea mantener los valores obtenidos para las Funciones Objetivo, pero desea incrementar la probabilidad de ocurrencia del valor logrado para el Objetivo 3.
En otras palabras desea evaluar que sucede con las probabilidades de ocurrencia de las otras funciones, al ir incrementando la de la función Objetivo 3. Esto es: $P[Z_3(x) \geq 347.5] \geq 0.55$
La tabla siguiente resume varios casos posibles para la probabilidad de alcanzar un valor de Z_3, mayor de 347.5, y su incidencia sobre las



INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
350
300
250
200
150
100
50
0
10.0
8.0
6.0
4.0
1.0
-2.0
-4.0
-6.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3



INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
400
300
200
100
0
10.0
1.0
-2.0
-4.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3



MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1A2
VALOR
500
400
300
200
100
0
-100
-200
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.2

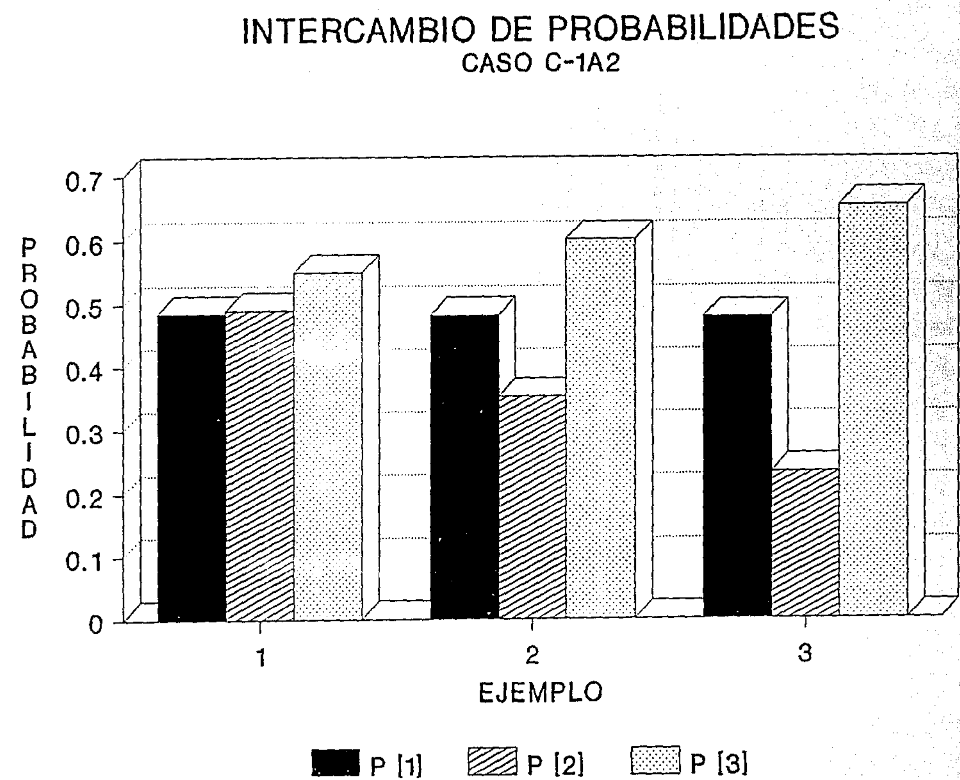

INTERCAMBIO DE PROBABILIDADES
CASO C-1A2
PROBABILIDAD
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
1
2
3
EJEMPLO
P [1]
P [2]
P [3]

Figura 6.3

probabilidades de mantener los valores obtenidos para las restantes funciones objetivo.

x_2	x_3	α_1	α_2	α_3
99.79	39.79	0.485	0.490	0.550
81.05	21.05	0.482	0.352	0.600
68.19	8.19	0.478	0.232	0.650
No Factible				0.70

En todos los casos $x_1 = 0$

La interpretación del primer renglón de la tabla precedente seria: Cuando $x_1=0$, $x_2=99.7$ y $x_3=39.79$ la $P[Z_3(x) \geq 347.5] \geq 0.55$, la $P[Z_2(x) \geq 304.5] \geq 0.49$ y la $P[Z_1(x) \geq 126.5] \geq 0.485$

Similarmente se interpretaría para los otros valores.
En la gráfica 6.3 se resume la información anterior acerca de los intercambios de probabilidad que se originan al ir variando la Función Objetivo 3.

Con estas respuestas de probabilidad se le volvería a preguntar al decisor cual es su percepción respecto a los intercambios de probabilidad y en caso de que estuviera de acuerdo, el problema se daría por terminado. En caso de no ser así se volvería a ejecutar a plantear otro problema y se repetiría la secuencia mostrada hasta aquí.

En el Anexo B, se sumariza el modelo que se construye basado en el problema actual, para ser alimentado al programa externo de optimización no lineal. Tambien se muestra la salida correspondientede este programa y su reinterpretación conforme a nuestro caso.

Veamos algunos otros casos.

CASO C-1A3

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	109.12	260.00	220.00	1.98
6.0	105.44	270.00	220.00	2.02
5.0	101.77	280.00	220.00	1.98
4.0	98.10	290.00	220.00	1.98
2.0	94.42	300.00	220.00	2.02
1.0	90.75	310.00	220.00	1.99
-1.0	87.07	320.00	220.00	2.02
-2.0	83.40	330.00	220.00	1.98

ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
1.0	128.38	313.92	334.87	4.09
-1.0	127.32	313.92	340.00	4.09
-2.0	123.18	313.92	360.00	3.85
-3.0	120.00	313.92	375.36	4.09

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	-30.00	100.00	127.71	210.00
2	-180.00	260.00	313.92	360.00
3	-120.00	220.00	338.08	420.00

VAR.	VALOR
1	3.86
2	111.07
3	54.92

Los resultados se muestran en forma gráfica en al figura 6.4, y el decisor esta satisfecho con lo logrado, por lo que no realizamos el análisis probabilistico.

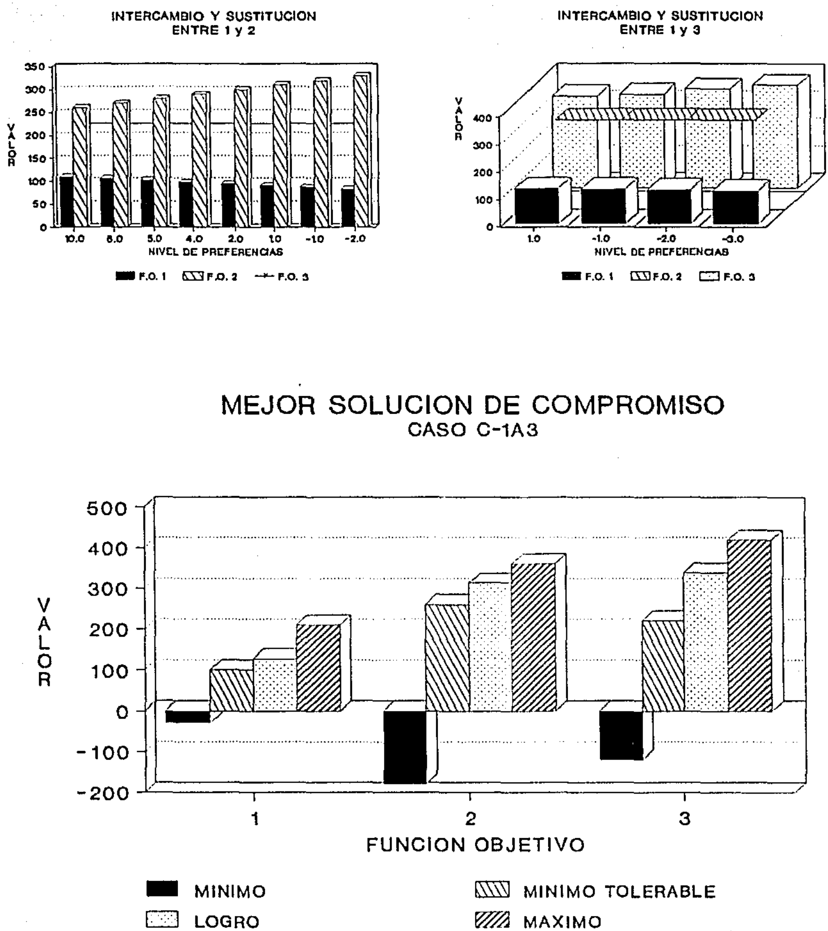

INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3
INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3
MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1A3
VALOR
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.4

CASO C-1B1

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	133.33	90.00	150.00	2.00
1.0	122.33	117.00	150.00	1.99
-1.0	111.33	144.00	150.00	1.98
-2.0	100.33	171.00	150.00	1.98
-3.0	89.33	198.00	150.00	1.98
-4.0	78.33	225.00	150.00	2.00
-6.0	67.33	252.00	150.00	2.01

ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
10.0	159.27	144.00	242.18	4.09
1.0	156.00	144.00	258.00	4.09
-1.0	150.41	144.00	285.00	3.85
-3.0	144.83	144.00	312.00	3.97
-5.0	139.24	144.00	339.00	4.11
-9.0	133.66	144.00	366.00	3.97

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	-30.00	90.00	150.96	210.00
2	-180.00	90.00	144.00	360.00
3	-120.00	150.00	282.37	420.00

VAR.	VALOR
1	15.48
2	73.80
3	29.28

Los resultados precedentes se muestran condensados en la figura 6.5. En la interacción posterior con el decisor, nos encontramos con que desea mas información sobre las probabilidades. La tabla siguiente muestra dichos resultados, que son graficados también en la figura 6.6

x_1	x_2	x_3	α_1	α_2	α_3
13.13	69.88	23.01	0.485	0.500	0.550
11.07	66.45	17.53	0.470	0.500	0.600
9.18	63.61	12.49	0.455	0.500	0.650
7.40	60.34	7.74	0.439	0.500	0.700
5.66	57.43	3.08	0.422	0.500	0.750
2.84	57.16	0.00	0.399	0.546	0.800
	No Factible				0.85

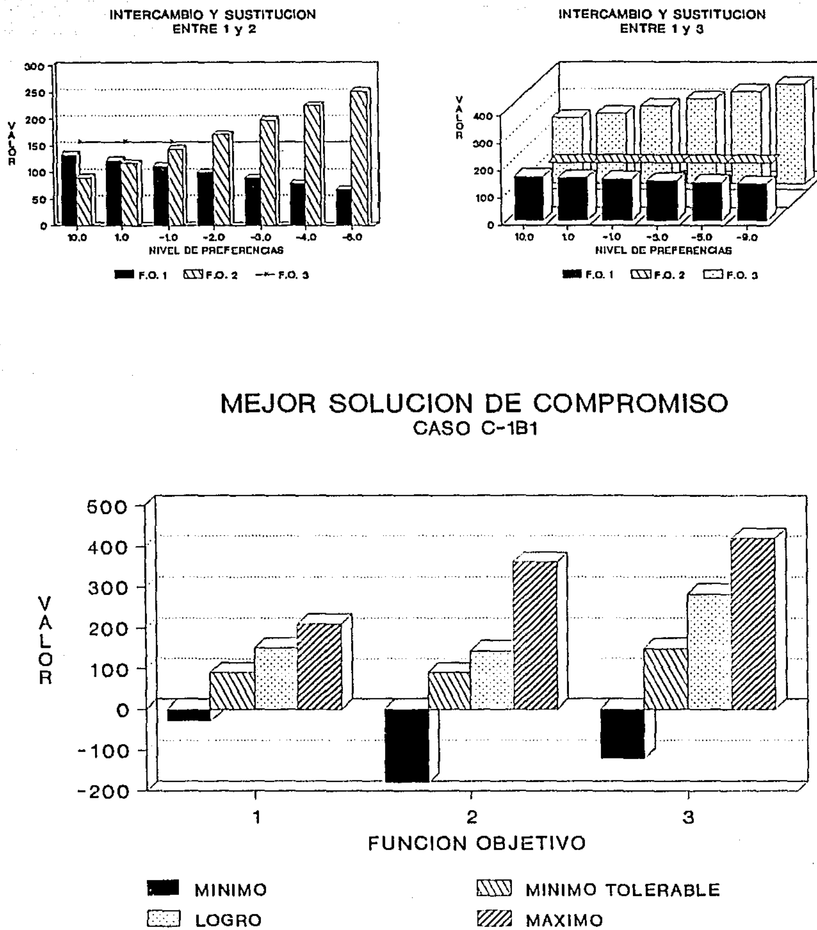

INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3
INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3
MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1B1
VALOR
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.5

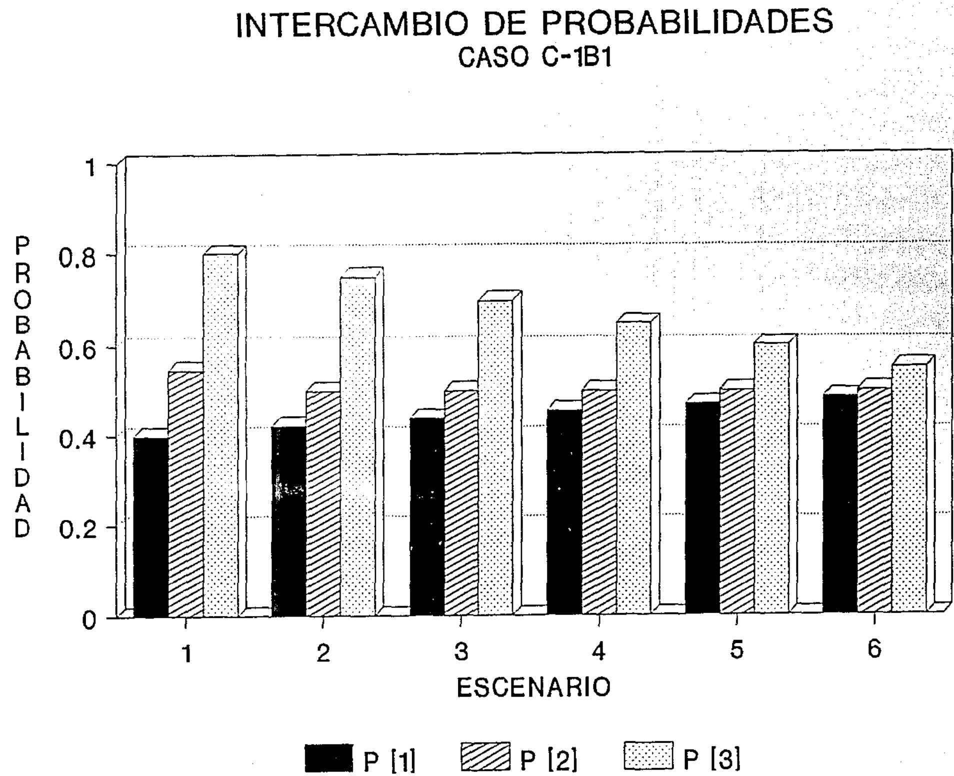

INTERCAMBIO DE PROBABILIDADES
CASO C-1B1
PROBABILIDAD
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
2
3
4
5
6
ESCENARIO
P [1]
P [2]
P [3]

Figura 6.6

CASO C-1B2

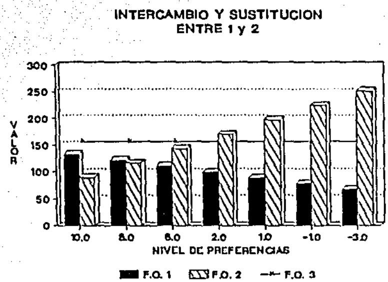
ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	133.33	90.00	150.00	2.00
8.0	122.33	117.00	150.00	1.99
6.0	111.33	144.00	150.00	1.98
2.0	100.33	171.00	150.00	1.98
1.0	89.33	198.00	150.00	1.98
-1.0	78.33	225.00	150.00	2.00
-3.0	67.33	252.00	150.00	2.01

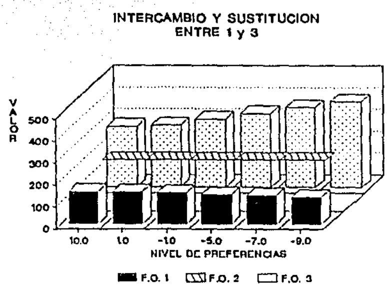
ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
10.0	147.39	209.34	277.82	3.85
1.0	145.91	209.34	285.00	4.09
-1.0	140.32	209.34	312.00	3.85
-5.0	134.74	209.34	339.00	3.85
-7.0	129.15	209.34	366.00	4.09
-9.0	123.56	209.34	393.00	3.97

F.O.	**MINIMO**	**MIN. TOL.**	**LOGRO**	**MAXIMO**
1	-30.00	90.00	141.47	210.00
2	-180.00	90.00	209.34	360.00
3	-120.00	150.00	306.44	420.00

VAR.	**VALOR**
1	10.74
2	87.67
3	38.41

Los resultados precedentes se muestran condensados en la figura 6.7. En la interacción posterior con el decisor, nos encontramos con que esta satisfecho con los valores, y con las probabilidades, por lo que no continuamos con el análisis probabilistico.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
300
250
200
150
100
50
0
10.0
8.0
6.0
2.0
1.0
-1.0
-3.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
500
400
300
200
100
0
10.0
1.0
-1.0
-5.0
-7.0
-9.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3

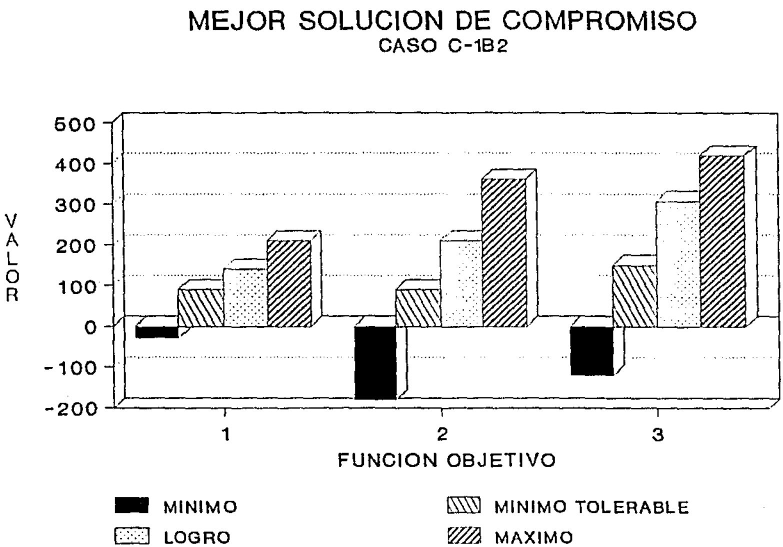

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1B2
VALOR
500
400
300
200
100
0
-100
-200
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.7

CASO C-1B3

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	133.33	90.00	150.00	2.00
8.0	122.33	117.00	150.00	1.99
6.0	111.33	144.00	150.00	1.98
4.0	100.33	171.00	150.00	1.98
2.0	89.33	198.00	150.00	1.98
-2.0	78.33	225.00	150.00	2.00
-4.0	67.33	252.00	150.00	2.01

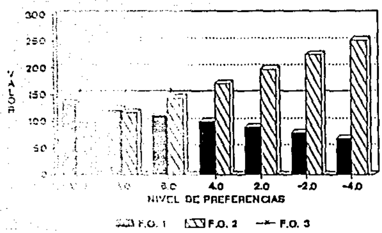
ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
10.0	146.82	212.50	279.55	4.09
1.0	145.69	212.50	285.00	4.09
-1.0	140.10	212.50	312.00	4.09
-3.0	134.52	212.50	339.00	3.85
-5.0	128.93	212.50	366.00	4.09
-7.0	123.34	212.50	393.00	4.11

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	-30.00	90.00	140.33	210.00
2	-180.00	90.00	212.50	360.00
3	-120.00	150.00	310.92	420.00

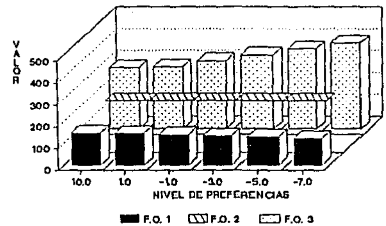
VAR.	VALOR
1	10.16
2	87.77
3	37.94

Los resultados precedentes se muestran condensados en la figura 6.8. En la interacción posterior con el decisor, nos encontramos con que esta satisfecho con los valores, y con las probabilidades, por lo que no continuamos con el análisis probabilistico.

INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2



INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3



MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1B3

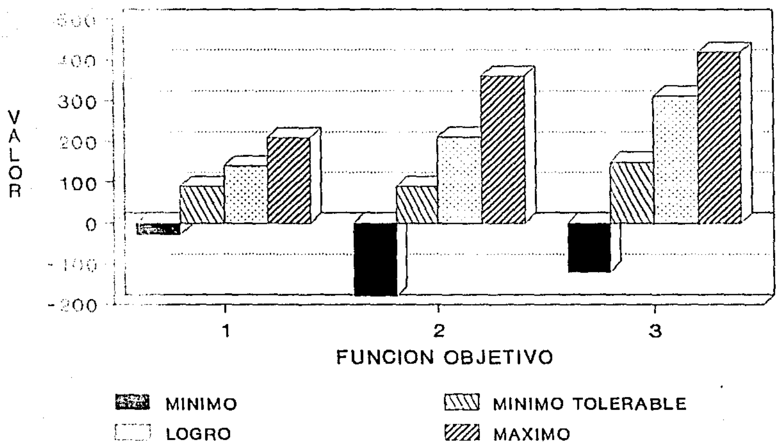


Figura 6.8

CASO C-1C1

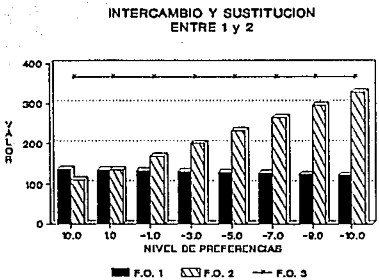
ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	137.14	111.43	360.00	2.00
1.0	135.45	136.00	360.00	1.99
-1.0	133.24	168.00	360.00	2.00
-3.0	131.03	200.00	360.00	2.00
-5.0	128.83	232.00	360.00	2.02
-7.0	126.62	264.00	360.00	2.02
-9.0	124.41	296.00	360.00	1.98
-10.0	122.21	328.00	360.00	1.98

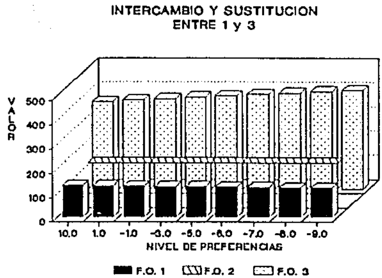
ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
10.0	133.28	167.51	360.00	3.97
1.0	132.03	167.51	366.00	3.97
-1.0	130.79	167.51	372.00	3.97
-3.0	129.55	167.51	378.00	3.97
-5.0	128.31	167.51	384.00	3.97
-6.0	127.07	167.51	390.00	3.98
-7.0	125.83	167.51	396.00	3.96
-8.0	124.59	167.51	402.00	3.98
-9.0	123.34	167.51	408.00	3.97

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	-30.00	160.00	130.80	210.00
2	-180.00	40.00	167.51	360.00
3	-120.00	360.00	371.94	420.00

VAR.	VALOR
1	5.40
2	64.84
3	10.24

Los resultados precedentes se muestran condensados en la figura 6.9. El decisor no desea un análisis probabilistico posterior.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3

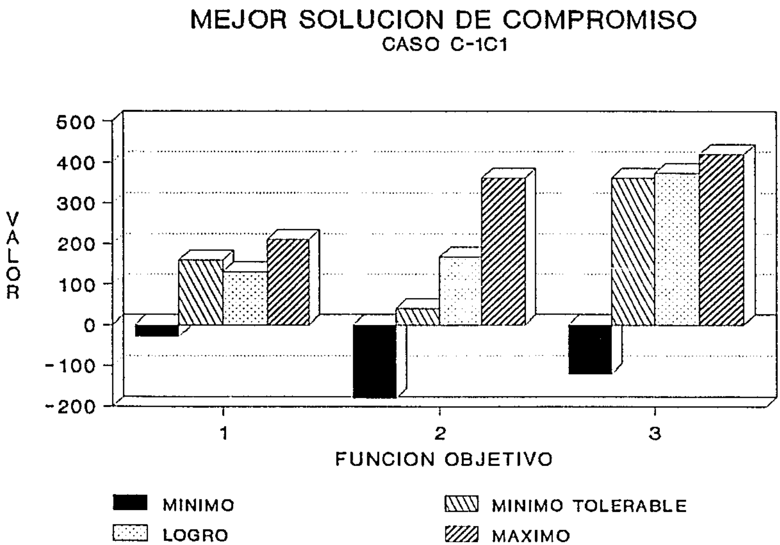

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1C1
VALOR
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.9

CASO C-1C2

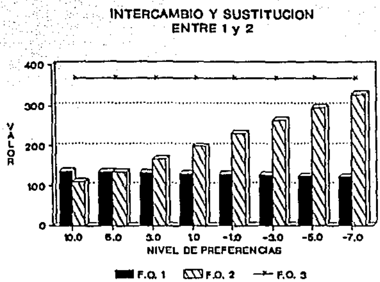
ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	137.14	111.43	360.00	2.00
6.0	135.45	136.00	360.00	1.99
3.0	133.24	168.00	360.00	2.00
1.0	131.03	200.00	360.00	2.00
-1.0	128.83	232.00	360.00	2.02
-3.0	126.62	264.00	360.00	2.02
-5.0	124.41	296.00	360.00	1.98
-7.0	122.21	328.00	360.00	1.98

ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
10.0	130.14	213.01	360.00	4.09
8.0	128.90	213.01	366.00	4.09
6.0	127.65	213.01	372.00	4.11
4.0	126.41	213.01	378.00	4.09
1.0	125.17	213.01	384.00	4.09
-1.0	123.93	213.01	390.00	4.09
-3.0	122.69	213.01	396.00	4.09
-5.0	121.45	213.01	402.00	3.85
-7.0	120.21	213.01	408.00	3.97
-9.0	120.00	213.01	409.00	3.97

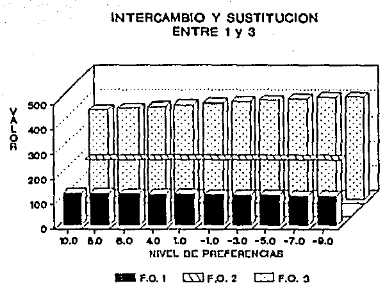
F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	-30.00	160.00	124.35	210.00
2	-180.00	40.00	213.01	360.00
3	-120.00	360.00	387.96	420.00

VAR.	VALOR
1	2.18
2	74.63
3	16.81

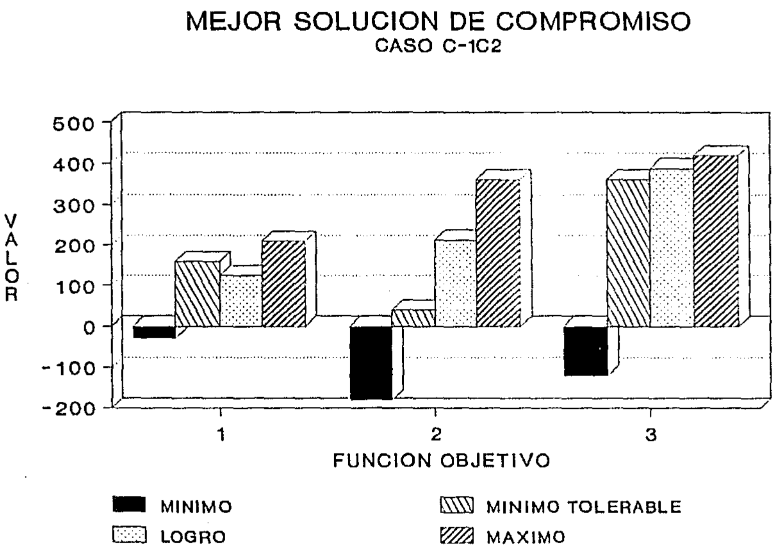
Los resultados precedentes se muestran condensados en la figura 6.10. El decisor no desea un análisis probabilistico posterior.



INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
400
300
200
100
0
10.0 6.0 3.0 1.0 -1.0 -3.0 -5.0 -7.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3



INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
500
400
300
200
100
0
10.0 8.0 6.0 4.0 1.0 -1.0 -3.0 -5.0 -7.0 -9.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3



MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1C2
VALOR
500
400
300
200
100
0
-100
-200
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.10

CASO C-1C3

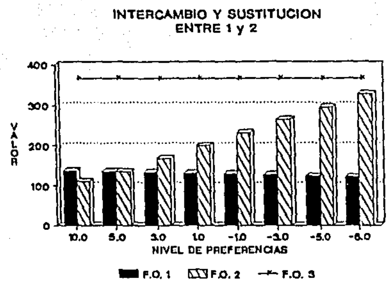
ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	137.14	111.43	360.00	2.00
5.0	135.45	136.00	360.00	1.99
3.0	133.24	168.00	360.00	2.00
1.0	131.03	200.00	360.00	2.00
-1.0	128.83	232.00	360.00	2.02
-3.0	126.62	264.00	360.00	2.02
-5.0	124.41	296.00	360.00	1.98
-6.0	122.21	328.00	360.00	1.98

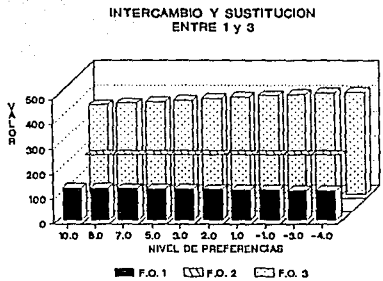
ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
10.0	130.32	210.36	360.00	3.85
8.0	129.08	210.36	366.00	3.85
7.0	127.84	210.36	372.00	3.85
5.0	126.60	210.36	378.00	3.85
3.0	125.35	210.36	384.00	3.85
2.0	124.11	210.36	390.00	4.09
1.0	122.87	210.36	396.00	3.85
-1.0	121.63	210.36	402.00	3.97
-3.0	120.39	210.36	408.00	3.85
-4.0	120.00	210.36	409.88	3.97

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	-30.00	160.00	122.61	210.00
2	-180.00	40.00	210.36	360.00
3	-120.00	360.00	397.27	420.00

VAR.	VALOR
1	1.30
2	72.30
3	13.60

Los resultados precedentes se muestran condensados en la figura 6.11. El decisor no desea un análisis probabilistico posterior.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
400
300
200
100
0
10.0
5.0
3.0
1.0
-1.0
-3.0
-5.0
-6.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
500
400
300
200
100
0
10.0
8.0
7.0
5.0
3.0
2.0
1.0
-1.0
-3.0
-4.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3

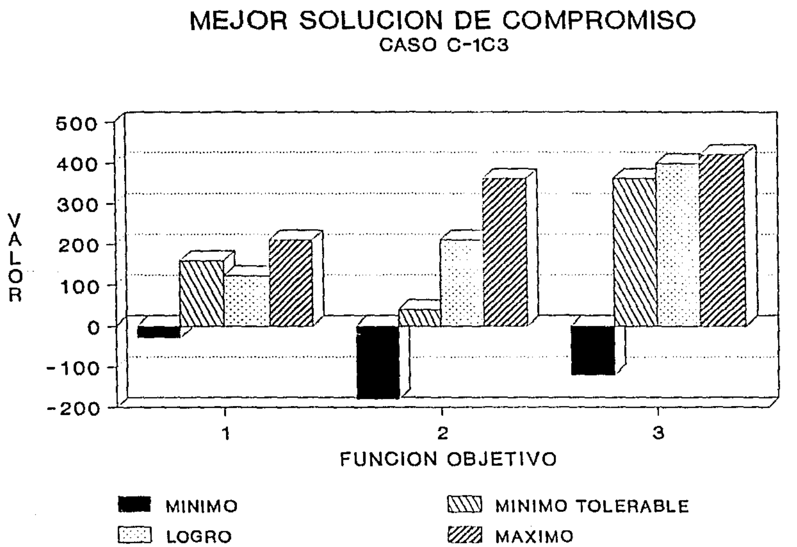

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-1C3
VALOR
500
400
300
200
100
0
-100
-200
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.11

6.2 Problema de Generación de Energía

Consideremos el problema de seleccionar entre diversas fuentes de producción de energía. Asumamos para simplificar que solo tenemos disponibles dos: Geotérmica y Combustión de carbón. Consideremos también tres objetivos a satisfacer: Minimizar los costos, Minimizar la emisión de contaminantes y Maximizar los beneficios obtenidos de los subproductos de la generación de energía. Todos los coeficientes de las diferentes funciones objetivo se consideran distribuidos normalmente.

Los costos de producción por unidad de energía medidos en M$ son N(15,1) y N(10,4) respectivamente para geotérmia y carbón. Las emisiones de contaminantes medidas en unidades adimensionales son N(2,4) y N(20,6). Los beneficios de los subproductos medidos en M$ son N(1,2) y N(2,3) La demanda indica que deben producirse entre 180 y 220 unidades de energía. La capacidad máxima instalada para generación geotérmica es de 75 unidades y la de combustión de carbón es de 175 unidades.

Obtener de acuerdo con el método propuesto la solución mas satisfactoria.

El Modelo quedaría formulado así:

$$\text{Max } Z_1 = 1.0\, x_1 + 2.0\, x_2$$
$$\text{Min } Z_2 = 2.0\, x_1 + 20.0\, x_2$$
$$\text{Min } Z_3 = 15.0\, x_1 + 10.0\, x_2$$

sujeto a:

$$x_1 + x_2 \geq 180.$$
$$x_1 + x_2 \leq 220.$$
$$x_1 \leq 75.$$
$$x_2 \leq 175.$$
$$x_1,\ x_2 \geq 0$$

Dado que el modelo trabaja Maximizando las funciones, aquellas que en el planteamiento original deban ser minimizadas simplemente para efectos de ser introducidas al modelo se les cambiara el signo de los coeficientes de las Funciones Objetivo.

El modelo almacenaría estos datos bajo el siguiente formato:

```
 3  2  4
* Coeficientes de las Funciones Objetivo
 1.00         2.00
-2.00       -20.00
```

-15.00	-10.00

* Restricciones

1.00	1.00
1.00	1.00
1.00	.00
.00	1.00

* Signo y Valor de las Restricciones

GE LE LE LE

180.00	220.00	75.00	175.00

* Extremos de las Restricciones

180.00	99999.00
-99999.99	220.00
-99999.99	75.00
-99999.99	175.00

* Extremos de las Variables

.00	99999.00
.00	99999.00

* Varianza de los Coeficientes de las Funciones Objetivo

2.00	3.00
4.00	6.00
1.00	4.00

Analicemos un escenario posible de preferencias del decisor, dentro del problema considerado. El siguiente es un resumen de la salida del programa, correspondiente a la parte deterministica del modelo.

CASO C-2B2

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	342.86	-3200.00	-2000.00	.14
1.0	336.07	-3105.00	-2000.00	.14
-1.0	329.29	-3010.00	-2000.00	.14
-3.0	322.50	-2915.00	-2000.00	.14

ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
-3.0	333.38	-3067.25	-2000.00	.12
4.0	332.38	-3067.25	-1982.50	.12
6.0	331.38	-3067.25	-1965.00	.12

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	285.00	300.00	333.03	395.00
2	-3590.00	-3200.00	-3067.25	-2250.00
3	-2575.00	-2000.00	-1993.91	-1825.00

VAR.	VALOR
1	32.88
2	150.07

En este caso al Max. la $F.O._1$ obtenemos $Z_1 = 395.$ y al Min $Z_1 = 285.$ Análogamente Max $Z_2 = -2250$, Min $Z_2 = -3590$, Max $Z_3 = -1825$ y Min $Z_3 = -2575$.

Conocidos estos datos el modelo solicita los valores mínimos tolerables. En este caso, el decisor especifico:300, -3200 y -2000. Como el modelo selecciona una función Objetivo para ser Maximizada siempre, la comprobación de que el valor obtenido es superior al valor mínimo tolerable solo podrá ser efectuada al final del proceso, ya que ese dato no entra como valor en ninguna restricción.
En la siguiente etapa el modelo fija uno de los valores mínimos tolerables y varia parametricamente los otros, originándose un numero determinado de problemas de programación lineal cuyas soluciones en términos de valores de funciones objetivo deben ser valoradas por el decisor.

En el caso que nos ocupa, al estar evaluando las funciones de intercambio para los objetivos 1 y 2 , el modelo nos va solicitando respuestas para las siguientes preguntas.
¿ Cuando la Función Objetivo 3 (costos) vale -2000, la 1 (beneficios por subproductos) vale 342.86 y la 2 (emisión contaminantes) vale -3200, que valor le concedemos a la perdida de 0.14 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad ?.
A esto el decisor responde con +10, lo que se interpreta como que esta altamente de acuerdo.
El modelo realiza otra iteración y nos vuelve a preguntar.
¿ Cuando la Función Objetivo 3 vale -2000, la 1 336.07 y la 2 -3105.00, que valor le concedemos a la perdida de 0.14 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad. ?.
A esto el decisor responde con +1, lo que se interpreta como que le parece adecuado, pero es menos aceptable que la anterior.

El modelo realiza este procedimiento varias veces, llegando un momento en el que la opinión del decisor deja de ser favorable al decremento de la función

objetivo 1 para mejorar la 2, y en ese instante aparecen las calificaciones negativas.
Obsérvese aquí que el valor de Z_3=2000 permanece constante (primer bloque de información) a lo largo de todas las iteraciones .

¿ Cuando la Función Objetivo 3 vale -2000, la 1, 329.29 y la 2, -3010.00, que valor le concedemos a la perdida de 0.14 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad. ?.
A esto el decisor responde con -1, lo que se interpreta como que no le parece adecuado este intercambio.

Una vez que se han obtenido todos las evaluaciones , se procede a determinar el punto de indiferencia esto es aquel valor de Z_1 y Z_2 en el cual el decisor es indiferente respecto al intercambio. Este punto corresponde a la transición entre las calificaciones positivas y negativas. Mediante regresión determinamos el valor de Z_2 = -3067.25, el cual corresponde a un $\omega_{12}=0$.
Este dato se adopta como nuevo valor mínimo tolerable de Z_2, siendo incluido en la formulación de los problemas lineales que se tendrán que resolver para evaluar el intercambio entre 1 y 3.
Obsérvese que en este segundo bloque de iteraciones, el valor de Z_2=-3067.25 permanece constante.

Cuando se repite el proceso anterior pero para las funciones 1 y 3, las preguntas que formula el modelo son:
¿ Cuando la Función Objetivo 2 (Emisión de contaminantes) vale -3067.25, la 1 (beneficios por subproductos) vale,333.38 y la 3 (costos de operación) -2000, que valor le concedemos a la perdida de 0.12 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 3 en 1 unidad ?.
A esto el decisor responde con -3, lo que se interpreta como que no esta muy de acuerdo.

Se repite este proceso, de evaluación paramétrica y se efectúa el análisis de regresión obteniéndose un Z_3=-1825.00 como valor de indiferencia para el decisor. Agotado ya el proceso de intercambio entre funciones y conocidos los puntos de indiferencia, se procede a resolver el problema dentro de dicho espacio, para lograr aquella solución de compromiso que integre la estructura de preferencias del decisor.

La solución indica que debemos producir X_1=32.88 unidades vía Geotermia y X_2=150.07 unidades vía Combustión de Carbón, con lo que las respectivas funciones Objetivo valdrán Z_1=333.03, Z_2= -3067.25 y Z_3=-1993.91.

Cuando se ubican los valores obtenidos dentro del intervalo definido por el Máximo y el Mínimo de cada una de las funciones, observamos que:

a.- Para el objetivo 1, se supera en 33 unidades el valor mínimo deseado. Además el valor logrado se sitúa en el 44 % del rango existente entre el Mínimo y el Máximo.

b.- Para el objetivo 2, se logra superar en 133 unidades el mínimo tolerable y el valor logrado se sitúa en un 39 % del rango.

c.- Para el objetivo 3 se supera en 7 unidades y se sitúa en un 77 % del rango. En la figura 6.12 se ve claramente los efectos enumerados.

Al haber estado trabajando con valores esperados, podemos concluir que las probabilidades de lograr dichos valores de las Z_i $\forall i=1,2,3$ serán de 50% o mas.En este momento se abren varias opciones como consecuencia de la mayor o menor satisfacción del decisor con el resultado logrado.En este caso el decisor desea mantener los valores obtenidos para las Funciones Objetivo, pero desea incrementar la probabilidad de ocurrencia del valor logrado para el Objetivo 3. En otras palabras desea que la:

$P[Z_3(x) \geq -1993.91] \geq 0.55$

Para resolver esta situación, procedemos de acuerdo con la modificación propuesta la Método SWT y los resultados para las otras dos funciones Objetivo son::

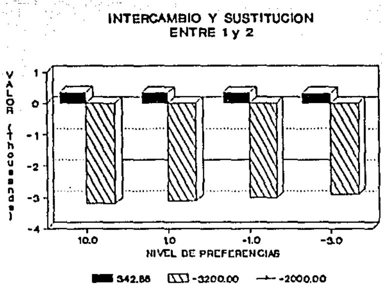
$P[Z_1 \geq 333.028] = .497$, $P[Z_2 \geq -3067.25\ ] = .50$ y evidentemente la $P[Z_3 \geq -1993.91 \geq = .55$ como se planteo.

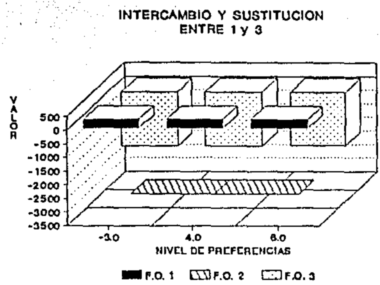
Si repetimos este ejercicio para distintos valores de α_3 obtenemos la siguiente tabla.

x_1	x_2	α_1	α_2	α_3
30.16	150.35	0.497	0.50	0.55
22.84	157.16	0.506	0.377	0.60
13.05	166.95	0.52	0.234	0.65
	No Factible			0.70

En la figura 6.13 se muestran en forma gráfica los diferentes intercambios de probabilidad, correspondientes a la tabla anterior.

Mostraremos a continuación varios casos mas en los que el decisor especifica valores diferentes para los mínimos tolerables y también muestra diferentes respuestas a la jerarquía de valores.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR (thousands)
1
0
-1
-2
-3
-4
10.0
1.0
-1.0
-3.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
342.86
-3200.00
-2000.00


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
500
0
-500
-1000
-1500
-2000
-2500
-3000
-3500
-3.0
4.0
6.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3

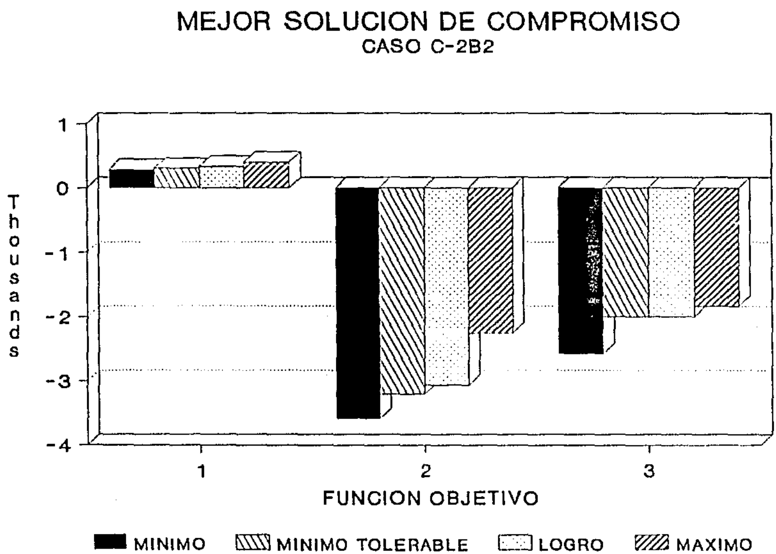

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-2B2
Thousands
1
0
-1
-2
-3
-4
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.12

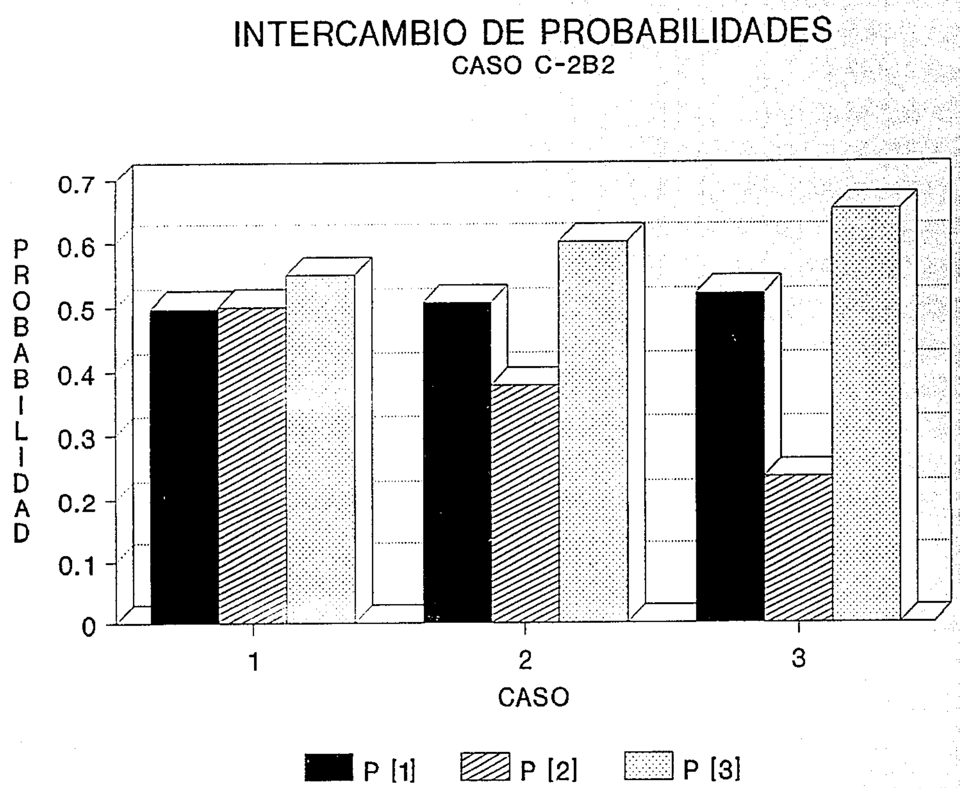

INTERCAMBIO DE PROBABILIDADES
CASO C-2B2
PROBABILIDAD
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
1
2
3
CASO
P [1]
P [2]
P [3]

Figura 6.13

CASO C-2A2

Este caso es similar en su estructura de valores al anterior. Difiere solamente en los valores mínimos tolerables.

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	334.29	-3000.00	-2100.00	.14
8.0	328.93	-2925.00	-2100.00	.14
6.0	323.57	-2850.00	-2100.00	.14
2.0	318.21	-2775.00	-2100.00	.14
-2.0	312.86	-2700.00	-2100.00	.14
-4.0	307.50	-2625.00	-2100.00	.14
-6.0	302.14	-2550.00	-2100.00	.14

ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
-10.0	314.63	-2724.78	-2100.00	.12
8.0	313.06	-2724.78	-2072.50	.12
9.0	311.48	-2724.78	-2045.00	.12

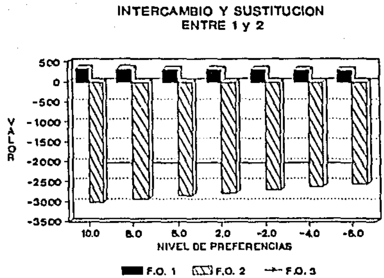
F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	285.00	340.00	313.93	395.00
2	-3590.00	-3000.00	-2724.78	-2250.00
3	-2575.00	-2100.00	-2087.89	-1825.00

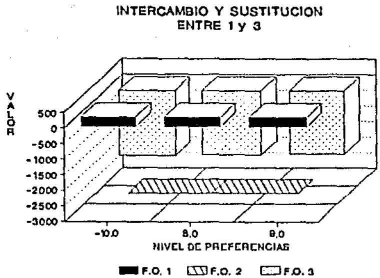
VAR.	VALOR
1	51.82
2	131.06

La gráfica 6.14, recopila los resultados precedentes.

x_1	x_2	α_1	α_2	α_3
53.32	128.81	0.495	0.55	0.50
54.79	126.60	0.490	0.60	0.50
56.29	124.36	0.484	0.65	0.50
57.96	122.04	0.479	0.70	0.497
60.48	119.52	0.474	0.75	0.477
63.23	116.77	0.469	0.80	0.453
66.38	113.62	0.462	0.85	0.426
70.22	109.78	0.455	0.90	0.391
	No Factible		0.95	

La gráfica 6.15, recopila los resultados precedentes y en el Anexo B se encuentran tanto el modelo alimentado al programa externo como la salida enviada por este.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
500
0
-500
-1000
-1500
-2000
-2500
-3000
-3500
10.0
8.0
6.0
2.0
-2.0
-4.0
-6.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
500
0
-500
-1000
-1500
-2000
-2500
-3000
-10.0
8.0
9.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3

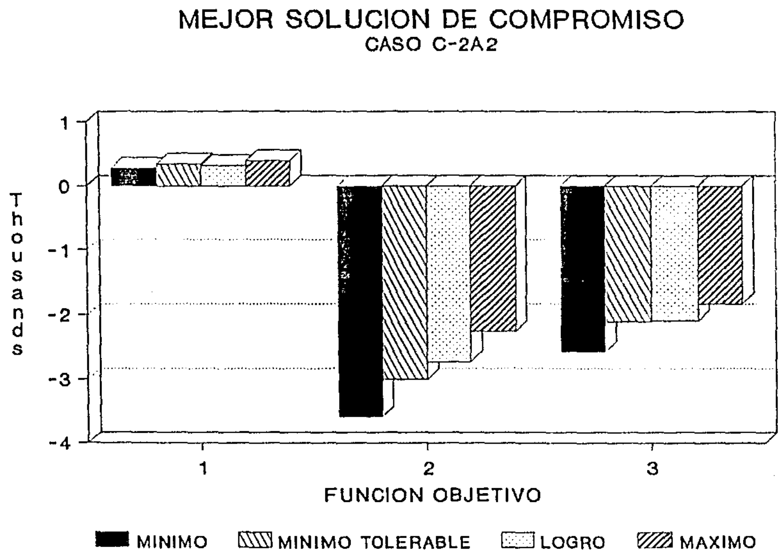

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-2A2
Thousands
1
0
-1
-2
-3
-4
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.14

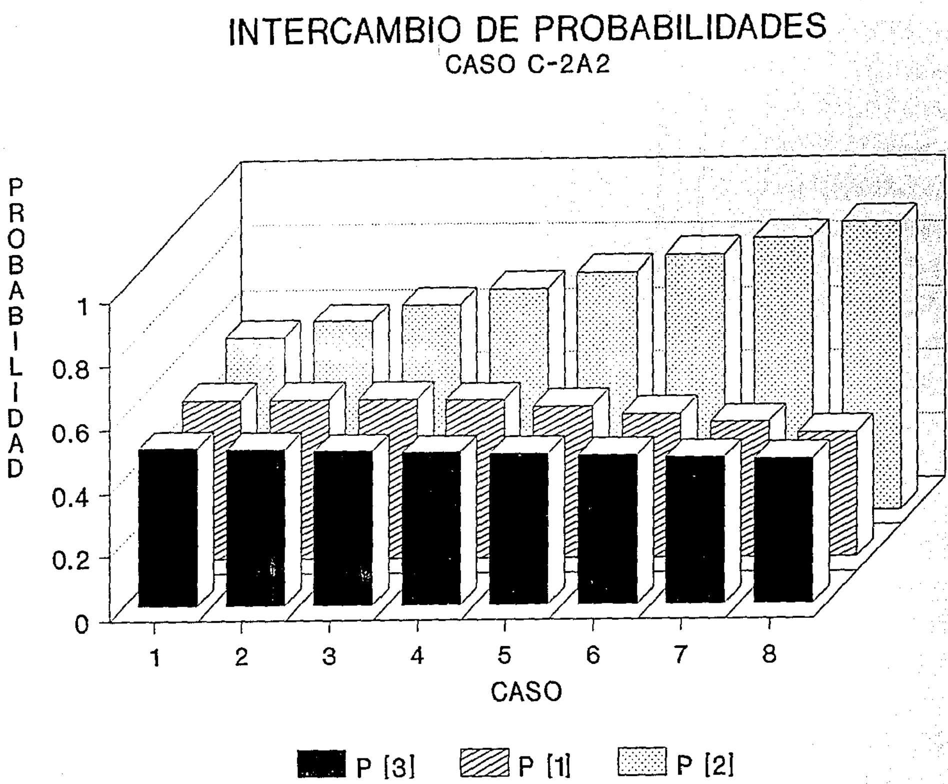

INTERCAMBIO DE PROBABILIDADES
CASO C-2A2
PROBABILIDAD
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
CASO
P [3]
P [1]
P [2]

Figura 6.15

CASO C-2A1

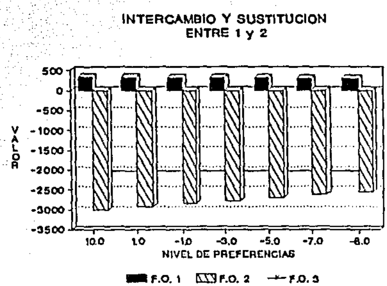
ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	334.29	-3000.00	-2100.00	.14
1.0	328.93	-2925.00	-2100.00	.14
-1.0	323.57	-2850.00	-2100.00	.14
-3.0	318.21	-2775.00	-2100.00	.14
-5.0	312.86	-2700.00	-2100.00	.14
-7.0	307.50	-2625.00	-2100.00	.14
-8.0	302.14	-2550.00	-2100.00	.14

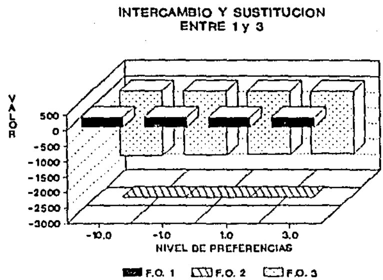
ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
-10.0	324.51	-2863.11	-2100.00	.12
-1.0	322.94	-2863.11	-2072.50	.12
1.0	321.36	-2863.11	-2045.00	.12
3.0	319.79	-2863.11	-2017.50	.12

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	285.00	340.00	322.31	395.00
2	-3590.00	-3000.00	-2863.11	-2250.00
3	-2575.00	-2100.00	-2061.57	-1825.00

VAR.	VALOR
1	45.00
2	138.66

Las gráficas de la figura 6.16 resumen los datos precedentes.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
500
0
-500
-1000
-1500
-2000
-2500
-3000
-3500
10.0
1.0
-1.0
-3.0
-5.0
-7.0
-8.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
500
0
-500
-1000
-1500
-2000
-2500
-3000
-10.0
-1.0
1.0
3.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3

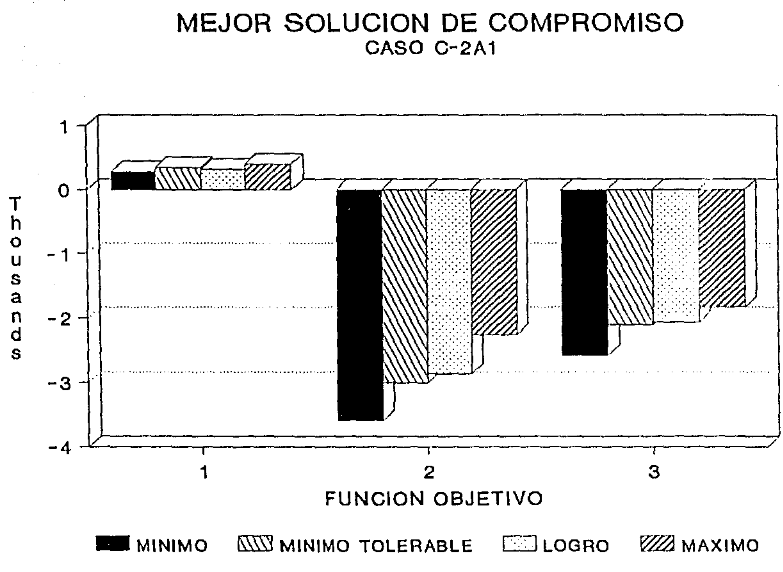

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-2A1
Thousands
1
0
-1
-2
-3
-4
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.16

CASO C-2A3

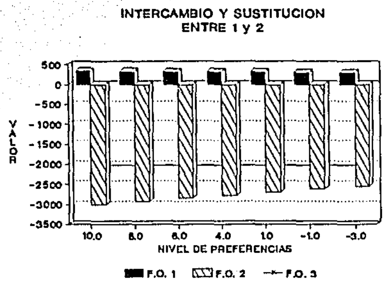
ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	334.29	-3000.00	-2100.00	.14
8.0	328.93	-2925.00	-2100.00	.14
6.0	323.57	-2850.00	-2100.00	.14
4.0	318.21	-2775.00	-2100.00	.14
1.0	312.86	-2700.00	-2100.00	.14
-1.0	307.50	-2625.00	-2100.00	.14
-3.0	302.14	-2550.00	-2100.00	.14

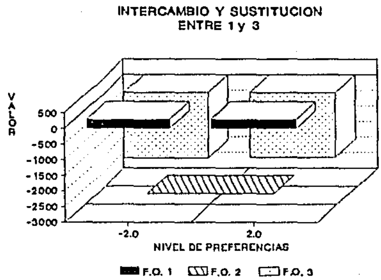
ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
-2.0	309.50	-2652.94	-2100.00	.12
2.0	307.92	-2652.94	-2072.50	.12

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	285.00	340.00	308.71	395.00
2	-3590.00	-3000.00	-2652.94	-2250.00
3	-2575.00	-2100.00	-2086.22	-1825.00

VAR.	VALOR
1	54.27
2	127.22

Las gráficas de la figura 6.17 condensan los resultados precedentes.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR
500
0
-500
-1000
-1500
-2000
-2500
-3000
-3500
10.0
8.0
6.0
4.0
1.0
-1.0
-3.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR
500
0
-500
-1000
-1500
-2000
-2500
-3000
-2.0
2.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3

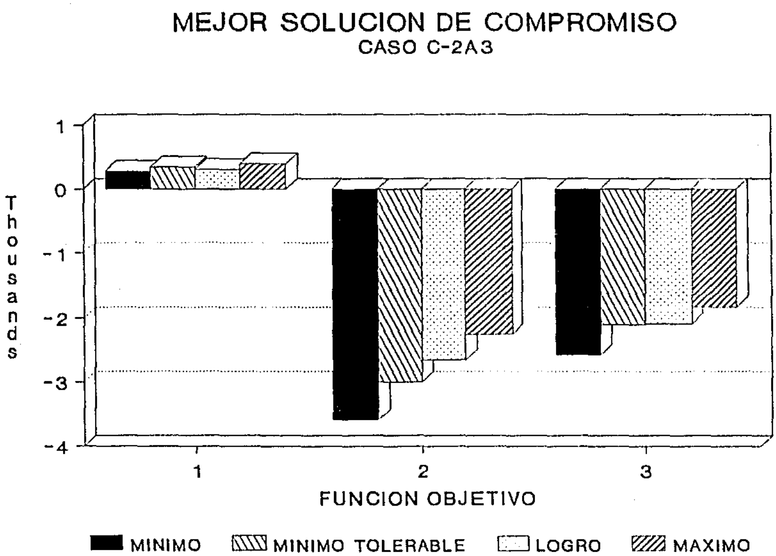

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-2A3
Thousands
1
0
-1
-2
-3
-4
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.17

CASO C-2C2

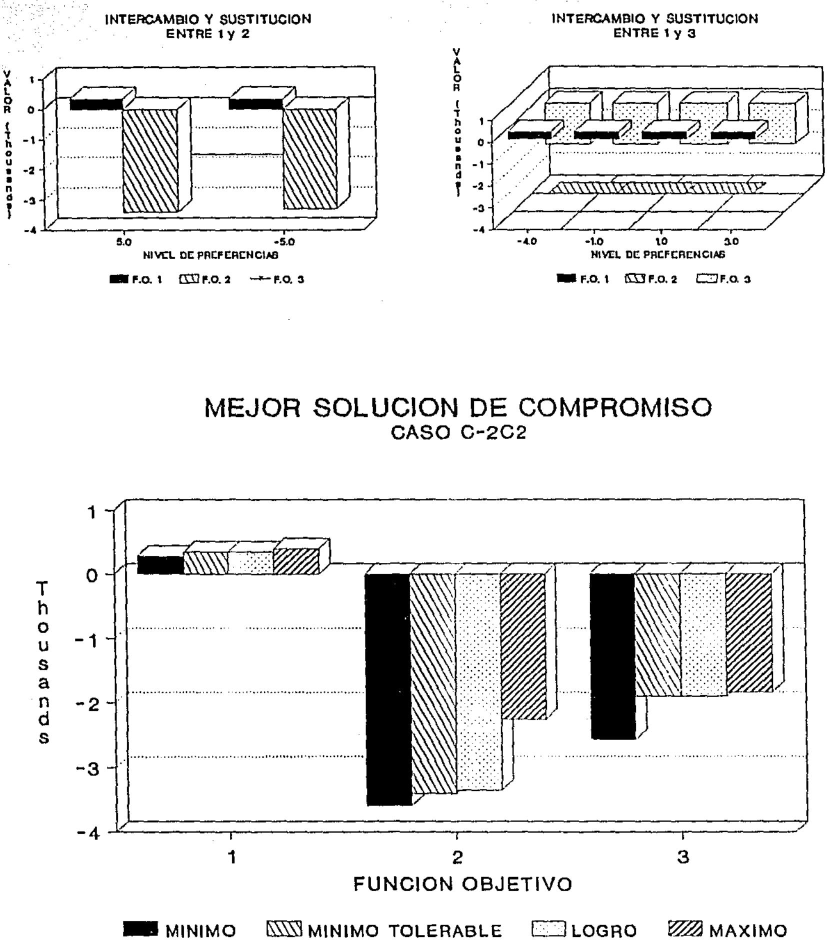
ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
5.0	351.43	-3400.00	-1900.00	.14
-5.0	343.21	-3285.00	-1900.00	.14

ω_{13}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{13}
-4.0	347.32	-3342.54	-1900.00	.12
-1.0	346.90	-3342.54	-1892.50	.12
1.0	346.47	-3342.54	-1885.00	.12
3.0	346.04	-3342.54	-1877.50	.12

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	285.00	340.00	346.69	395.00
2	-3590.00	-3400.00	-3342.54	-2250.00
3	-2575.00	-1900.00	-1888.90	-1825.00

VAR.	VALOR
1	15.55
2	165.57

Las gráficas de la figura 6.18 condensan los resultados precedentes.



INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
VALOR (Thousands)
1
0
-1
-2
-3
-4
5.0
-5.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3
INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 3
VALOR (Thousands)
1
0
-1
-2
-3
-4
-4.0
-1.0
1.0
3.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2
F.O. 3
MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-2C2
Thousands
1
0
-1
-2
-3
-4
1
2
3
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.18

6.3 Problema de Descarga de Efluentes

Una planta química genera dos tipos de corrientes de desecho como consecuencia de la fabricación de un determinado producto. En una de dichas corrientes predomina el agua de proceso mientras que la otra contiene un elevado porcentaje de subproductos, purgas, drenajes ..etc.. Ambas corrientes deben ser descargadas al sistema municipal de tratamiento, pero para ambas existe la opción de ser enviadas previamente a una unidad de tratamiento de efluentes que tiene la industria dentro de sus instalaciones, a fin de reducir su nivel de contaminantes.

En función de que tipo de corriente es descargada al colector municipal, el municipio cobra un impuesto mas alto o mas bajo. El sistema interno de tratamiento de efluentes consta de dos módulos, uno de pretratamiento (Primario) para recibir a la corriente con mas elevado nivel de contaminantes y el otro de tratamiento (Secundario), que recibe la salida del modulo de pretratamiento y la corriente de bajo nivel de contaminantes.

Por lo tanto para fines del municipio existen tres tipos de efluentes. Bajo de contaminantes y sin tratamiento, Alto de contaminantes y sin tratamiento y por ultimo el que ha recibido tratamiento.Desde el punto de vista de la Industria, existen dos Objetivos que satisfacer. Maximizar los beneficios de la operación y Minimizar la emisión de contaminantes al colector.

Existen unos ingresos como consecuencia de la producción y unos costos entre los cuales se encuentran los del tratamiento interno de los desechos, mas el impuesto que debe pagarse por la descarga al colector municipal en función del nivel de contaminantes que lleven las corrientes.Existen también unos niveles de compromiso con la comunidad en lo que a niveles de emisión de contaminantes se refiere.

El análisis se efectúa para satisfacer ambos objetivos y se reconoce que un tratamiento estocástico ayudaría a entender mejor la problemática y llegar a una mejor solución de compromiso.

Para formular el problema, los datos mas relevantes son:
x_1= Toneladas de Producto Producido por día
x_2= Cientos de Galones diarios de la corriente de alto nivel de contaminantes que se envían a tratamiento primario
x_3= Cientos de Galones diarios de la corriente de bajo nivel que se envían a tratamiento secundario.
x_4= Cientos de Galones diarios de la corriente de bajo nivel que salen de la planta sin tratamiento con destino al colector.

x_5= Cientos de Galones diarios de la corriente de alto nivel que salen de la planta sin tratamiento con destino al colector.
x_6= Cientos de Galones diarios que salen del tratamiento secundario y son descargados al colector.
Utilidades a nivel Planta por venta del producto = N(25,2) $ / Ton Ton
Efluente Generado de Alto nivel contaminantes = 10 Galones por Tonelada producida
Efluente Generado de Bajo nivel contaminantes = 100 Galones por Tonelada producida
Costo en la Unidad de Pretratamiento = N(0.20,0.5) $ / Cien Galones
Costo en la Unidad de Tratamiento = N(0.10,0.5) $ / Cien Galones
Capacidad Planta Tratamiento Primario = 20,000 Galones / día
Capacidad Planta Tratamiento Secundario = 250,000 Galones / día
Eficiencia Sistema Tratamiento = 90 %
Impuesto - Efluente Bajo Nivel No tratado = N(0.05,0) $ / Cien Galones.
Impuesto - Efluente Alto Nivel No tratado = N(0.15,0) $ / Cien Galones.
Impuesto - Efluente Tratado = N(0.01,0) $ / Cien Galones
Limitantes de Descarga al Colector para efluentes no tratados - Alto nivel 5,000 Galones / día y Bajo nivel 100,000 Galones / día.

Se tiene definido un índice de impacto ecológico cuyos valores son respectivamente N(5,1) para el efluente x_4, N(100,5) para x_5 y N(10,2) para el efluente x_6.

Aplicar el método SWT para obtener soluciones a este problema.

El modelo quedaría así:

$$\text{Max } Z_1 = 25.0\, x_1 - 0.30\, x_2 - 0.10\, x_3 - 0.05\, x_4 - 0.15\, x_6 - 0.01\, x_6$$
$$\text{Min } Z_2 = 5.0\, x_4 + 100.0\, x_5 + 10.0\, x_6$$

sujeto a:

$$x_1 - x_3 - x_4 = 0$$
$$0.1\, x_1 - x_2 - x_5 = 0$$
$$x_6 - x_2 - x_3 = 0$$
$$x_4 \leq 1000.$$
$$x_2 \leq 200.$$
$$x_5 \leq 50.$$
$$x_6 \leq 2500.$$
$$x_1, x_2, \ldots\ x_6 \geq 0$$

Dado que el modelo trabaja Maximizando para introducirlas al modelo, cambiamos el signo de los coeficientes de las Función Objetivo 2.
El modelo almacenaría estos datos bajo el siguiente formato:

2 6 7

* Coeficientes Funciones Objetivo

25.00	-.30	-.10	-.05	-.15	-.01
.00	.00	.00	-5.00	-100.00	-10.00

* Coeficientes Restricciones

1.00	.00	-1.00	-1.00	.00	.00
.10	-1.00	.00	.00	-1.00	.00
.00	-1.00	-1.00	.00	.00	1.00
.00	1.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	1.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	1.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	1.00

* Signo y Valor de las Restricciones

EQ	EQ	EQ	LE	LE	LE	LE
.00	.00	.00	200.00	1000.00	50.00	2500.00

* Limites de las Restricciones

.00	.00
.00	.00
.00	.00
-99999.00	200.00
-99999.00	1000.00
-99999.00	50.00
-99999.00	2500.00

* Limites de las Variables

.00	99999.00
.00	99999.00
.00	99999.00
.00	99999.00
.00	99999.00
.00	99999.00

* Varianzas de los Coeficientes de las Funciones Objetivo.

2.00	.50	.50	.00	.00	.00
.00	.00	.00	1.00	5.00	2.00

De acuerdo a la nomenclatura definida en el Ejemplo 1, evaluaremos varios casos que corresponden a diferentes niveles mínimos tolerables y estructuras de preferencias del decisor.

CASO C-3A1

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	45258.18	-15000.00	.00	.20
2.0	41868.32	-13500.00	.00	.20
-2.0	38478.45	-12000.00	.00	.24
-4.0	35088.59	-10500.00	.00	.20
-5.0	31698.73	-9000.00	.00	.22
-6.0	28308.86	-7500.00	.00	.20
-7.0	24919.00	-6000.00	.00	.20
-8.0	18689.25	-4500.00	.00	.20
-9.0	12459.50	-3000.00	.00	.22
-10.0	6229.75	-1500.00	.00	.22

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	.00	30000.00	38428.36	62215.50
2	-31000.00	-15000.00	-11977.83	.00

VAR.	VALOR
1	1543.44
2	154.34
3	543.44
4	1000.00
5	.00
6	697.78

Una breve explicación de los resultados es la siguiente:
En este caso al Max. la $F.O._1$ obtenemos $Z_1 = 62215.$ y al Min $Z_1 = 0.$ Análogamente Max $Z_2 = 0.$ y al Min $Z_2 = -31000.$ Conocidos estos datos el modelo solicita los valores mínimos tolerables. En este caso fueron respectivamente 30000, -15000.

En el siguiente paso el modelo evalúa las funciones de intercambio para los objetivos 1 y 2, a través de solicitar respuestas para las siguientes preguntas. ¿ Cuando la Función Objetivo 1 (beneficios) vale 45258. y la Función Objetivo 2 (índice de Impacto ecológico) vale -15000, que valor le concedemos a la perdida de 0.20 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad ?.

A esto el decisor responde con +10, lo que se interpreta como que esta altamente de acuerdo.

El modelo realiza otra iteración y nos vuelve a preguntar. ¿ Cuando la Función Objetivo 1 vale 41868. y la 2 -13500, que valor le concedemos a la perdida de 0.20 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad. ?.
A esto el decisor responde con 2, lo que se interpreta como que le parece adecuado, pero es menos aceptable que la anterior.

El modelo realiza bajo este procedimiento sucesivas iteraciones y llega un momento en el que la opinión del decisor deja de ser favorable al decremento de la función objetivo 1 para mejorar la 2. En ese momento cuando aparecen calificaciones del negativas.

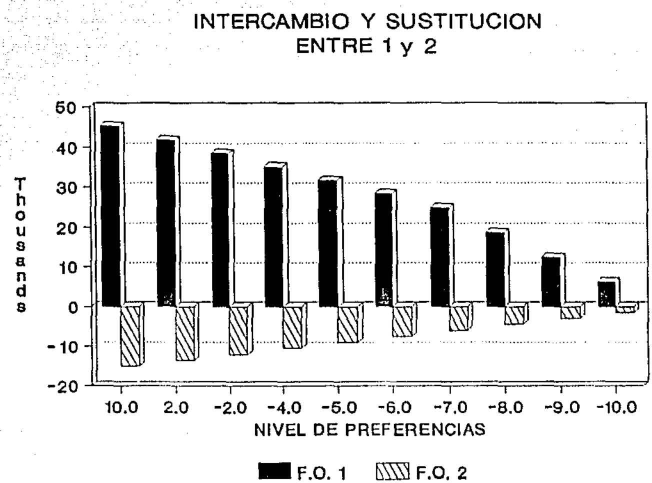
¿ Cuando la Función Objetivo 1 vale 38478 y la 2 -12000, que valor le concedemos a la perdida de 0.24 unidades de la función 1 con objeto de incrementar la función objetivo 2 en 1 unidad. ?.
A esto el decisor responde con -2, lo que se interpreta como que no le parece adecuado este intercambio.

El proceso continua hasta que se cubre todo el intervalo de soluciones factibles. Una vez que se han obtenido todos las evaluaciones , se procede a determinar el punto de indiferencia esto es aquel valor de Z_1 y Z_2 en el cual el decisor es indiferente respecto al intercambio. Este punto corresponde a la transición entre las calificaciones positivas y negativas. y mediante regresión determinamos el valor de Z_2 = -11977.83, el cual corresponde a un $\omega_{12}=0$.

Este dato se adopta como nuevo valor mínimo tolerable de Z_2, el cual se incluye en la resolución del problema dentro del espacio de indiferencia, para lograr la solución de compromiso que integra la estructura de preferencias del decisor.

La solución indica que debemos producir $X_1 = 1543$ Ton, tratar en el sistema primario 154.34 cientos de Galones de la corriente de alto nivel de contaminantes (x_2). Enviar al sistema secundario 543.44 cientos de galones de la corriente de bajo nivel de contaminantes (x_3) y el resto de las corrientes ($x_4 = 1000$. $x_5 = 0.0$) enviarlos al colector sin tratamiento.

Ambas soluciones superan los logros en 8428 y 3023 unidades respectivamente. Cuando se ubican los valores obtenidos dentro del intervalo definido por el Máximo y el Mínimo de cada una de las funciones, observamos que el valor para Z_1 corresponde a un 62 % del rango total, el valor para Z_2 corresponde a un 66 %, lo que nos da idea de una solución


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
Thousands
50
40
30
20
10
0
-10
-20
10.0
2.0
-2.0
-4.0
-5.0
-6.0
-7.0
-8.0
-9.0
-10.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2

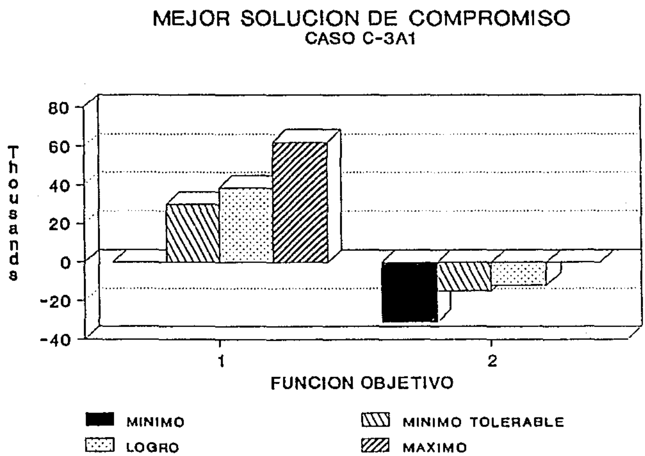

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-3A1
Thousands
80
60
40
20
0
-20
-40
1
2
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.19

de compromiso con un buen logro. En la parte superior de la gráfica 6.19 se muestra el intercambio entre las Funciones Objetivo 1 y 2 y en la parte inferior una comparación para cada función objetivo de los valores Máximos, Mínimos, Mínimos Tolerables y solución Final o Logro.

Al haber estado trabajando con valores esperados, podemos concluir que las probabilidades de lograr dichos valores de las Z_i $\forall i=1,2$ .. ,6 serán de 50% o mas.En este momento se le pregunta al decisor si esta de acuerdo tanto con los valores logrados como con las probabilidades y en caso de que lo este concluimos esta fase. De otra manera se inicia el análisis estocástico. En este caso el decisor esta de acuerdo con lo obtenido y por lo tanto finaliza aquí el problema.

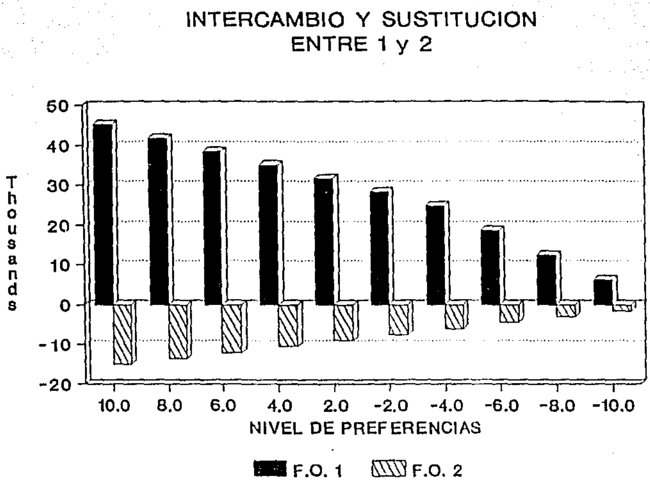
CASO C-3A2

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	45258.18	-15000.00	.00	.20
8.0	41868.32	-13500.00	.00	.20
6.0	38478.45	-12000.00	.00	.24
4.0	35088.59	-10500.00	.00	.20
2.0	31698.73	-9000.00	.00	.22
-2.0	28308.86	-7500.00	.00	.20
-4.0	24919.00	-6000.00	.00	.20
-6.0	18689.25	-4500.00	.00	.20
-8.0	12459.50	-3000.00	.00	.22
-10.0	6229.75	-1500.00	.00	.22

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	.00	30000.00	31151.71	62215.50
2	-31000.00	-15000.00	-8757.95	.00

VAR.	VALOR
1	1250.72
2	125.07
3	250.72
4	1000.00
5	.00
6	375.79

La figura 6.20 refleja lo mostrado anteriormente.. Para continuar con nuestro caso, consideremos que una vez que le mostramos al decisor estos datos, el opina que son aceptables los valores pero no las probabilidades. Adicionalmente nos externa que no tiene una sensibilidad de que nivel de


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
50
40
30
20
10
0
-10
-20
Thousands
10.0
8.0
6.0
4.0
2.0
-2.0
-4.0
-6.0
-8.0
-10.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2

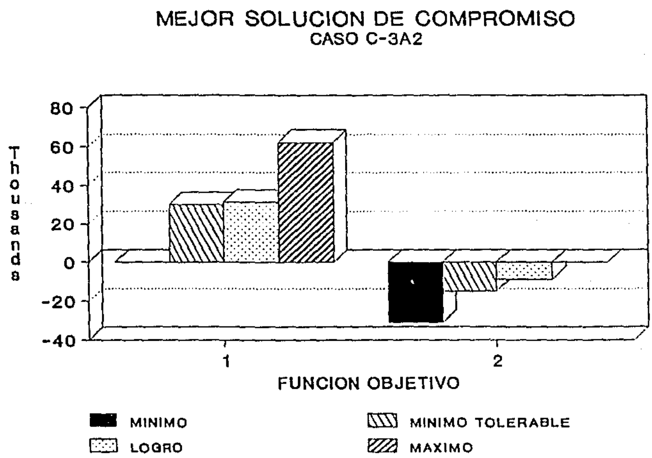

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-3A2
80
60
40
20
0
-20
-40
Thousands
1
2
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.20

cambio en las probabilidades supondría la mejoría de una sobre la otra. y desea ampliar la información en este sentido.Para hacer esto evaluaremos el problema varias veces, modificando en cada caso el valor de la probabilidad de lograr la Función Objetivo numero 1, esto es iniciaremos calculando el impacto de la propuesta $P[Z_1(x) \geq -31151.71] \geq 0.55$ y variamos este ultimo valor. Los resultados son los siguientes:

x_1	x_3	α_1	α_2
1259.96	259.96	0.55	0.4641
1269.11	269.11	0.60	0.4297
1278.93	278.93	0.65	0.3937
1289.53	289.53	0.70	0.3562
1301.00	301.00	0.75	0.3180
1314.12	314.12	0.80	0.2773
1329.83	329.83	0.85	0.2332
1350.11	350.11	0.90	0.1836
1381.40	381.40	0.95	0.1234

En todas las iteraciones $x_4=1000.$, $x_5=0.$, $x_6=x_2+x_3$ y $x_2=0.1^*x_1$

La gráfica 6.21 resume los datos precedentes mostrando los intercambios de probabilidad que se originan al ir variando la Función Objetivo 1. La información obtenida le permite al decisor tener una visión completa de los intercambios y en consecuencia poder tomar una mejor decisión.
En el Anexo B se muestra el modelo correspondiente a este problema que se alimentaria al programa externo de optimización y la salida obtenida al hacerlo así.

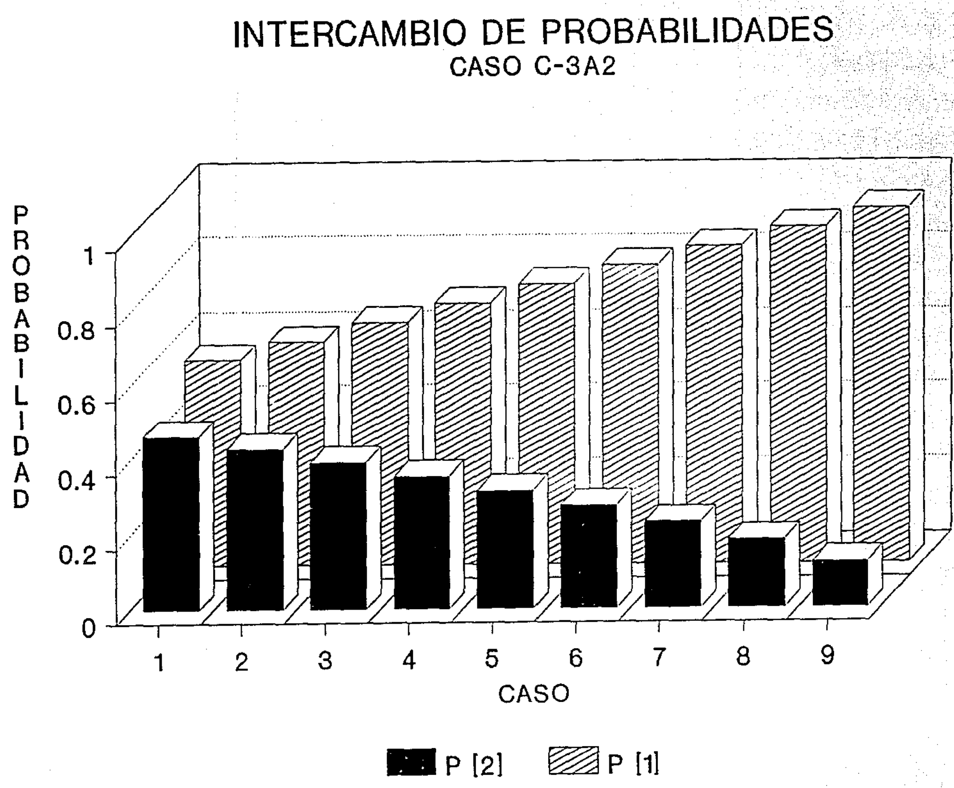

INTERCAMBIO DE PROBABILIDADES
CASO C-3A2
PROBABILIDAD
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
CASO
P [2]
P [1]

Figura 6.21

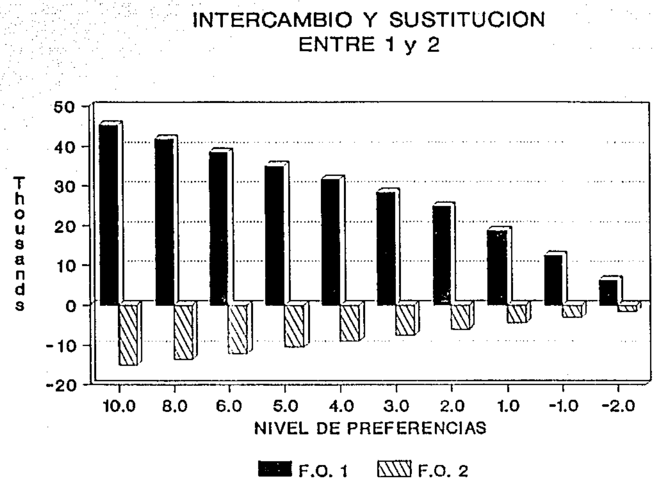
CASO C-3A3

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	45258.18	-15000.00	.00	.20
8.0	41868.32	-13500.00	.00	.20
6.0	38478.45	-12000.00	.00	.24
5.0	35088.59	-10500.00	.00	.20
4.0	31698.73	-9000.00	.00	.22
3.0	28308.86	-7500.00	.00	.20
2.0	24919.00	-6000.00	.00	.20
1.0	18689.25	-4500.00	.00	.20
-1.0	12459.50	-3000.00	.00	.22
-2.0	6229.75	-1500.00	.00	.22

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	.00	30000.00	16291.99	62215.50
2	-31000.00	-15000.00	-3922.79	.00

VAR.	VALOR
1	653.80
2	65.38
3	.00
4	653.80
5	.00
6	65.38

La figura 6.22 resume gráficamente los datos presentados.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
Thousands
50
40
30
20
10
0
-10
-20
10.0
8.0
6.0
5.0
4.0
3.0
2.0
1.0
-1.0
-2.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2

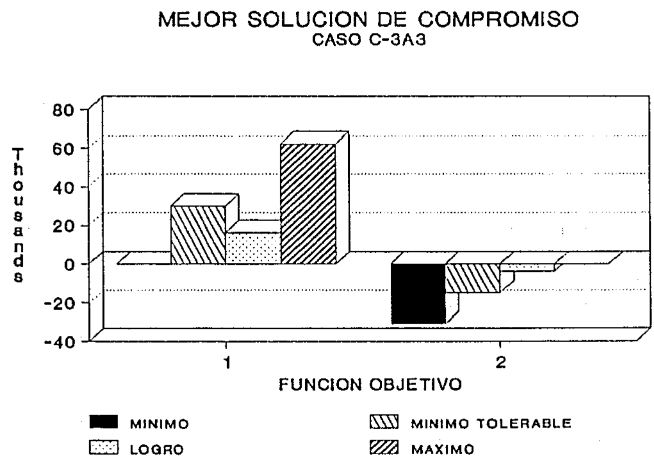

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-3A3
Thousands
80
60
40
20
0
-20
-40
1
2
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.22

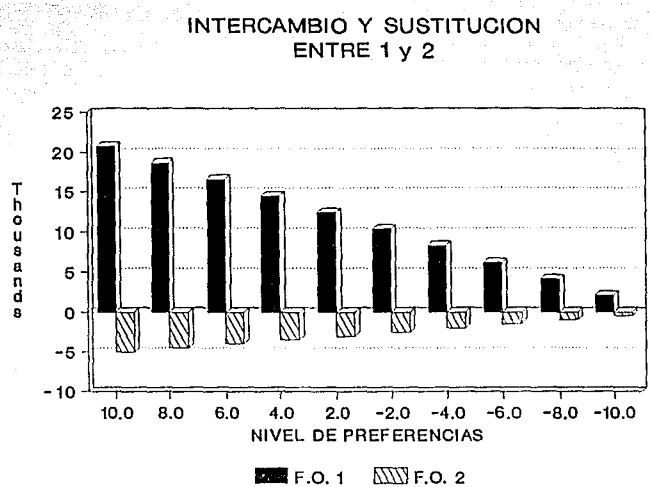
CASO C-3B2

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	20765.83	-5000.00	.00	.20
8.0	18689.25	-4500.00	.00	.20
6.0	16612.67	-4000.00	.00	.20
4.0	14536.08	-3500.00	.00	.21
2.0	12459.50	-3000.00	.00	.22
-2.0	10382.92	-2500.00	.00	.21
-4.0	8306.33	-2000.00	.00	.22
-6.0	6229.75	-1500.00	.00	.22
-8.0	4153.17	-1000.00	.00	.21
-10.0	2076.58	-500.00	.00	.21

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	.00	10000.00	11638.63	62215.50
2	-31000.00	-5000.00	-2802.35	.00

VAR.	VALOR
1	467.06
2	46.71
3	.00
4	467.06
5	.00
6	46.71

La figura 6.23 resume gráficamente los datos presentados.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
Thousands
25
20
15
10
5
0
-5
-10
10.0
8.0
6.0
4.0
2.0
-2.0
-4.0
-6.0
-8.0
-10.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2

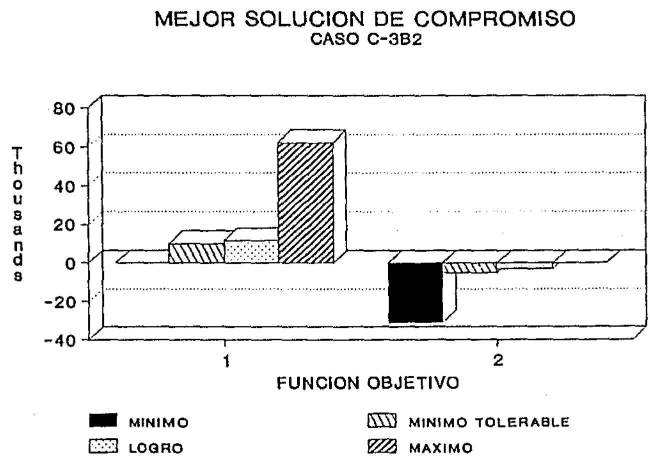

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-3B2
Thousands
80
60
40
20
0
-20
-40
1
2
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
LOGRO
MINIMO TOLERABLE
MAXIMO

Figura 6.23

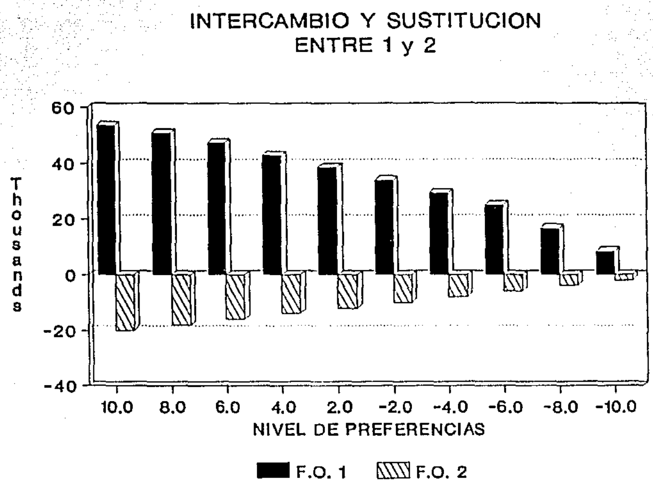
CASO C-3C2

ω_{12}	Z_1	Z_2	Z_3	λ_{12}
10.0	53509.25	-20000.00	.00	.20
8.0	51021.75	-18000.00	.00	.21
6.0	47518.09	-16000.00	.00	.20
4.0	42998.28	-14000.00	.00	.17
2.0	38478.45	-12000.00	.00	.24
-2.0	33958.64	-10000.00	.00	.20
-4.0	29438.82	-8000.00	.00	.20
-6.0	24919.00	-6000.00	.00	.20
-8.0	16612.67	-4000.00	.00	.20
-10.0	8306.33	-2000.00	.00	.22

F.O.	MINIMO	MIN. TOL.	LOGRO	MAXIMO
1	.00	40000.00	35009.70	62215.50
2	-31000.00	-20000.00	-10465.09	.00

VAR.	VALOR
1	1405.92
2	140.59
3	405.92
4	1000.00
5	.00
6	546.51

La figura 6.24 resume gráficamente los datos presentados.


INTERCAMBIO Y SUSTITUCION
ENTRE 1 y 2
Thousands
60
40
20
0
-20
-40
10.0
8.0
6.0
4.0
2.0
-2.0
-4.0
-6.0
-8.0
-10.0
NIVEL DE PREFERENCIAS
F.O. 1
F.O. 2

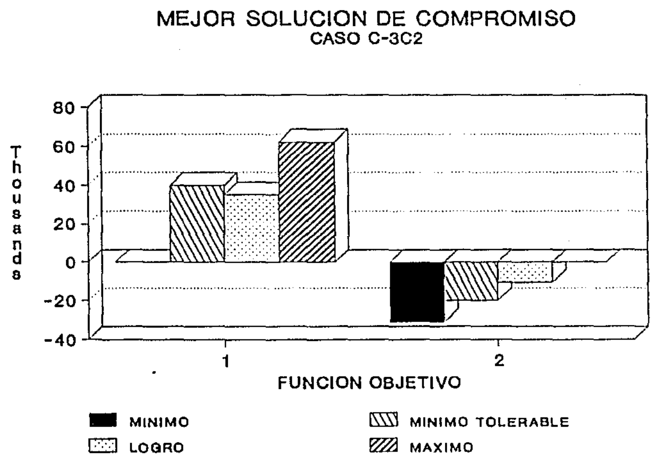

MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO
CASO C-3C2
Thousands
80
60
40
20
0
-20
-40
1
2
FUNCION OBJETIVO
MINIMO
MINIMO TOLERABLE
LOGRO
MAXIMO

Figura 6.24

6.4 Posibles Areas de Incidencia

Cualquier problema de Objetivos Múltiples, como pueden ser:

* Problemas de Planeación Regional
* Problema de Disposición y Manejo de Residuos Sólidos
* Problema de Portafolios de Inversión
* Problema de Producción y Paro de Unidades de Producción.

Capitulo 7

CONCLUSIONES

El presente trabajo constituye un marco solido de partida para sucesivas aportaciones en torno al Método SWT y su aplicabilidad en diferentes escenarios tanto deterministicos, como probabilisticos por las siguientes razones.

Si consideramos exclusivamente el programa desarrollado para aplicar el Método SWT en su forma original, y que sirve de base a todo este trabajo, un aspecto que puede enriquecerse es el poder trabajar con Funciones Objetivo y/o restricciones no lineales. Para lograr este objetivo solo es necesario programar algunas subrutinas que empleen algún algoritmo orientado a la resolución de sistemas no lineales y sustituir estas por las subrutinas actuales que calculan la solución del problema vía el método Símplex.

Ahora bien, cabe mencionar aquí, que en el programa de computadora presentado, se han desarrollado dos opciones diferentes para resolver el problema no lineal que se plantea al introducir un equivalente deterministico, por lo que alguno de los dos enfoques podría ser de utilidad para aplicarse en la parte mencionada anteriormente. De todas maneras se considera que es un área que puede ser susceptible de mejora y por ello se sugiere como futura área de trabajo.

En lo que respecta a la parte probabilistica desarrollada, el programa actual esta diseñado para trabajar solo cuando los coeficientes de las funciones objetivo, son variables aleatorias distribuidas normalmente. En este sentido conviene recordar que previo al desarrollo del programa de computadora, se elaboro un modelo conceptual para manejar los equivalentes deterministicos bajo la estructura de un problema de metas. Evidentemente esto abre la opción de futuros desarrollos basados en este concepto, tomando en cuenta la existencia de otros coeficientes aleatorios, como pueden ser los del lado derecho o los de las restricciones e independientemente de la forma de sus distribuciones, ya que la diferencia aparece en la forma que adopta el equivalente deterministico y en la complejidad del modelo no lineal a resolver, pero definitivamente la forma de llegar a la solución a través del mecanismo propuesto sigue siendo valida.

La base para este desarrollo posterior se ha dejado esbozada en el inciso 2.6 y puede llevarse a cabo fácilmente, al sustituir las subrutinas que construyen los equivalentes deterministicos a partir de la información generada por el decisor.

En conclusión la presente aportación constituye una herramienta sumamente valiosa para el decisor, ya que de una manera compacta y fácilmente asimilable le aporta toda la información relevante que se necesita, tanto desde el punto de vista deterministico, como desde el probabilistico, compitiendo ventajosamente contra otras maneras de llegar a soluciones semejantes como puede ser la simulación.

Esto ultimo queda de manifiesto en las tablas que se han mostrado en las que variando parametricamente los valores de las probabilidades de obtención de algún valor dado en una o varias de las funciones objetivo, el método aporta los valores que adoptarían las probabilidades del resto de las funciones Objetivo. Al graficar lo anterior el decisor obtiene una visión completa del alcance de sus decisiones.

REFERENCIAS

01 **Babbar, M.M.** Distribution of Solutions of a Set of Linear Equations with Aplications to Linear Programing. J. of American Statistical Association 50, 155-164 (1955).

02 **Bellman, R.** Dynamic Programming, Princeton Univ. Pres, Princeton (1957)

03 **Charnes A. y Cooper W.**, Deterministic Equivalents for Optimizing and Satisficing under Chance Constraints. Operations Research Vol 11, pp 18-39

04 **Charnes A. y Cooper W.**, Managements Models and Industrial Applications of Linear Programing. Vol 1, Wiley New York (1961).

05 **Cohon J.L. y D.H. Marks.** Multiobjective Sreeening Models and Water Resources Investment. Water Resources Research 9(4), 826-836 (1973)

06 **Dantzig G.B. and A. Madansky.** On the Solution of Two-Stage Linear programs under Uncertainty. Proceedings of Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. Vol 1 University of California Press. Berkeley (1961)

07 **Freund, R.L.** The Introduction of Risk into a Programming Model. Econometrica 24, 253-263, (1956)

08 **Geoffrion, A. M.** Stochastic Programming with Aspiration of Fractile Criteria. Management Science, 13, 672-679 (1967).

09 **Goicoechea A., Hansen D. y Duckstein L.**, Multiobjetive Decision Analysis with Engineering and Business Applications, John Wiley & Sons, (1982).

10 **Haimes Y y Chankong V.**, Kuhn Tucker Multipliers as Trade Offs in Multiobjective Decision Making Analysis. Presentado en The Eight Annual Hierarchical Approach in Water Resorces Planning and Management. May (1979) y previamente en Automatica Vol 15 pag 59 - 72

11 **Haimes, Y.P., P. Das y K. Sung.** Multiobjective Analisys in the Maumee River Basin. A Case Study on Level-B Planning. Report SED-WRG-77-1, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio, (1977).

12 **Haimes Y., Loparo K., Nanda S. y Olenik S.,** Multiobjective Statistical Methos for Interior Drainage Systems. Presentado en The Eight Annual Hierarchical Approach in Water Resorces Planning and Management. May (1979).

13 **Haimes Y. y Warren H.,** Multiobjectives in water Resource Systems Analysis: The Surrogate Worth Trade Off Method. Water Resources Research Vol 10 Nº 4, pg 615 - 624

14 **Hall Warren.** Surrogate Worth Trade Off. A Method for Multi Objective Planning. The Eight Annual Hierarchical Approach in Water Resorces Planning and Management. May (1979).

15 **Hogg R.B. y A.T. Craig.** Introduction to Mathematical Statistics. MacMillan, New York (1972).

16 **Howard, R. A.** Dynamic Programming and Markow Process. MIT Press Cambridge Mass (1960)

17 **Koopmans, T.C.** Activity Analysis of Production and Allocation. Cowles Commission for Research in Economics, Monograph Nª 13, Wiley, New York (1951).

18 **Kuhn, H.W., and A. W. Tucker,** Nonlinear Programing, Proceedings of the second Berkeley Symposyum on Mathematical Statistics and Probability. University of California Press. Berkeley (1951).

19 **Lindsay B.,** An evaluation of Alternative Sludge Technologies: A Surrogate Worth Tradeoff Approach. Water Resources Bulletin - American Water Resorces Association - Vol 14 Nº1 Feb 78 pg 55 - 62.

20 **Major D.C.** Multiobjective Water Resorce Planning. American Geophysical Union, Water Resources Monograph 4, (1977).

21 **Marglin, S.A.** Public Investment Criteria, MIT Press, Cambridge Mass. (1962).

22 **Markowitz, H. M..** Portfolio Selection, Wiley, New York (1959).

23 **Prekopa A.** On the probability Distribution of the Optimun of a Random Linear Program. SIAM Journal on Control. 4(1) (1966).

24 **Roy, A.D.** Safety First and the Holding of Assets. Econometrica 20, 431-449 (1952)

25 **Sengupta J.K. and G. Tintner,** An approach to a Stochastic Theory of Economic Development with Applications in

Problems of Economic Dynamics and Planning. Essays in honor of M. Kalechi. PWN Polish Science Publishers, Waeshaw (1964)

26 **Sengupta J.K., G. Tintner y C. Millham.** On Some Theorems of Stochastic Linear Programming with Applications. Mangement Science 10, (1963).

27 **Tintner G.** Stochastic Linear Programming with Applications to Agricultural Economics. Proceedings of Second Symposium on Linear Programming. National Bureau of Standards, Washington D.C. (1955).

28 **Vajda,S.** Probabilistic Programing , Academic Press, New York (1972).

29 **Zadeh, L..** Optimality and Non-Scalar-Valued Performance Criteria. IEEE Transactions on Automatic Control AC-8, Nª 59, (1963).

30 **Zeleny, M.** Linear Multiobjective Programming, Springer-Verlag, New York (1974).

ANEXO A

Listado del Programa

```
C
C
C   PROGRAMA PRINCIPAL - SWT + MODIFICACION
C
    CHARACTER*2 CDESI,COPT
C
    DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CEQDE(3,20),CDESI(12),
   *        EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),EEQDE(3,2),
   *        IFOAR(3),IEDAR(3),PHALF(3),ZOPT(3),X(20),
   *        FOMAX(3),FOMIN(3),ACUM(3),CLADE(12),VMINT(3)
C
C   LECTURA DE DATOS DE ARCHIVO
C   ITE = 1  -- LEER PROBLEMA NUEVO
C      = 2  -- PROBLEMA ANTERIOR -  MODIFICACION / CORRECCION
DATO
C      = 3  -- PROBLEMA ANTERIOR -  CALCULOS DE PROBABILIDAD
C
    OPEN  (3,FILE='CONTROL.DAT')
    READ  (3,50) ITE
    CLOSE (3,STATUS='KEEP')
C
    GO TO (2000,3000,1000),ITE
C
C   DATOS PERTENECIENTES A PROBLEMA ACTUAL - FASE
PROBAILISTICA
C
 1000 CALL MODI30
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,PHALF,

+ZOPT,X,FOMAX,FOMIN,VMINT,CDESI,CLADE,IFOAR,IEDAR,ACUM,NA
FOO,

+NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,LS,ICH
)
    GO TO 6000
C
C   INICIALIZACION DE LOS PARAMETROS PRINCIPALES
C
 2000 CALL MODI10
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,CDESI,

+CLADE,IFOAR,IEDAR,PHALF,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFUOB,NVAEX,N
VAIM,
    +NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS)
C
C   LECTURA DE PARAMETROS - PROMEDIO
C
    CALL MODI20
(CFUOB,CREIM,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,NFUOB,NVAEX,
    +NVAIM,INTAYU)
C
C   LECTURA DE VARIANZAS EN LOS COEFICIENTES DE LAS FUNC.
OBJETIVO
C
    CALL MODI40 (CEQDE,NFUOB,NVAEX,INTAYU)
C
C   VE A IMPRESION
C
    GO TO 4000
C
C   LEE PROBLEMA ANTERIOR
C
 3000 CALL MODI90
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,CDESI,

+CLADE,IFOAR,IEDAR,PHALF,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFUOB,NVAEX,N
VAIM,
    +NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,1)
C
C   IMPRIME
C
 4000 CALL MODI70
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,
    +NFUOB,NVAEX,NVAIM)
C
C   MODIFICA EN CASO DE ERROR
C
    CALL MODI95
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,
    +NFUOB,NVAEX,NVAIM,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS)
C
C   PARTE DETERMINISTICA DEL METODO SWT
C
 5000 CALL SWTDET
(CFUOB,CREIM,CDESI,CLADE,EREEX,EREIM,ZOPT,X,FOMAX,

+FOMIN,VMINT,NAFOO,NFUOB,NVAEX,NVAIM,INTAYU,INTSMP,INTREG
,
    +NFOSE)
C
C   AVERIGUA NIVEL DE SATISFACCION DEL DECISOR
C
    CALL MODI50
(X,ZOPT,PHALF,FOMAX,FOMIN,VMINT,NFUOB,NVAEX,ICH,
    +NFOSE,1)
    IF (ICH.EQ.O) GO TO 9000
    GOTO (5000,6000,5000),ICH
C
C   PARTE PROBABILISTICA DEL METODO
C
 6000 CALL SWTPRB
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,PHALF,

+ZOPT,X,FOMAX,FOMIN,VMINT,CDESI,CLADE,IFOAR,IEDAR,ACUM,NA
FOO,

+NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,LS,
    +ICH,ITE)
C
C   AVERIGUA NIVEL DE SATISFACCION DEL DECISOR
C
    CALL MODI50
(X,ZOPT,PHALF,FOMAX,FOMIN,VMINT,NFUOB,NVAEX,ICH,
    +NFOSE,2)
    IF (ICH.EQ.O) GO TO 9000
    GO TO 6000
C
C   FINALIZA PROBLEMA
C
 9000 WRITE (*,60)
    READ (*,10) COPT
C
    IF (COPT.EQ.'NO') GO TO 9500
C
C   GUARDA PROBLEMA
C
    ITE=2
    CALL MODI90
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,CDESI,

+CLADE,IFOAR,IEDAR,PHALF,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFUOB,NVAEX,N
VAIM,
    +NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,2)
    GO TO 9750
C
 9500 ITE=1
C
 9750 OPEN  (3,FILE='CONTROL.DAT')
    WRITE (3,50) ITE
    CLOSE (3,STATUS='KEEP')
C
    STOP
  10 FORMAT (A2)
  50 FORMAT (2X,I2)
  60 FORMAT (1X,'ARCHIVAR LOS DATOS DEL PROBLEMA ACTUAL -
SI O',
    +' NO')
    END
    SUBROUTINE SWTDET
(CFUOB,CREIM,CDESI,CLADE,EREEX,EREIM,ZRSL,XIN,
```

```
+FOMAX,FOMIN,VMINT,NAFOO,NFUOB,NVAEX,NVAIM,INTAYU,INTSM
P,INTREG,
    +NFOSE)
C
    CHARACTER*2 CDESI,CDE,SEP
C
    DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CDESI(12),EREEX(20,2)
    DIMENSION EREIM(12,2),FOMAX(3),VMNTOL(3),XIN(20),FOMIN(3)
    DIMENSION
XREGR(20,5),YREGR(20),YYREG(20),CLADE(12),ZTOT(20,3)
    DIMENSION COEF(5),CRLFZ(3,20),ZRSL(3),VMINT(3),XANT(20)
    DIMENSION CFO(20),CRE(12,20),CLD(12),CDE(12)
C
C   ABRE ARCHIVO PARA GUARDAR DATOS DE ITERACIONES
INTERMEDIAS
C
    OPEN (4,FILE='CASO.DAT')
C
C   ASIGNA PARA METODO SIMPLEX
C
    IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA (2,0,0,0)
    DO 2600 KI = 1, NFUOB
    DO 2400 LI = 1, NVAEX
    CFO(LI) = CFUOB(KI,LI)
    DO 2300 LM = 1, NVAIM
    CRE(LM,LI) = CREIM(LM,LI)
    CLD(LM) = CLADE(LM)
    CDE(LM) = CDESI(LM)
 2300 CONTINUE
 2400 CONTINUE
C
C   VERIFICA SI ES PRIMERA ITERACION
C
    IF (NFOSE.NE.0) GO TO 2660
C
C   MAXIMIZA Y MINIMIZA INDIVIDUALMENTE CADA FUNCION
OBJETIVO
C
    CALL SMPLX0
(NVAEX,NVAIM,+1,CFO,CRE,CLD,CDE,XIN,OF,ICODE,INTSMP)
    FOMAX(KI)=OF
    IF (ICODE.NE.0) FOMAX(KI)=0.0
    CALL SMPLX0
(NVAEX,NVAIM,-1,CFO,CRE,CLD,CDE,XIN,OF,ICODE,INTSMP)
    FOMIN(KI)=OF
    IF (ICODE.NE.0) FOMIN(KI)=0.0
 2600 CONTINUE
C
C   ASIGNA LA FUNC. OBJ. A SER MAXIMIZADA SIEMPRE
C
    NAFOO = 1
    GO TO 2670
 2660 DO 2665 I=1,NFUOB
    IF (I.EQ.NFOSE) GO TO 2665
    NAFOO = I
 2665 CONTINUE
 2670 IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA(3,NAFOO,0,0)
C
C   ASIGNA EXTREMOS Y SELECCIONA LOS VALORES MINIMOS
TOLERABLES
C   PARA CADA FUNCION OBJETIVO.
C
    IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA (4,0,0,0)
    DO 2700 KI = 1 , NFUOB
    WRITE (*,1030) KI,FOMAX(KI),FOMIN(KI)
    WRITE (*,1080)
    READ  (*,1500) VMINT(KI)
    VMNTOL(KI)=VMINT(KI)
 2700 CONTINUE
C
C   ASIGNA  " 10 " INTERVALOS
C
 3500 M = 10
C
    DO 3550 LN=1,NVAEX
 3550 CFO(LN) = CFUOB(NAFOO,LN)
    NKI=NVAIM+1
    NFT=NFUOB-1
    NKS=NVAIM+NFT
C
C   COMIENZA EL PROCESO DE CALCULO DE LAMDA (NAFOO,I)
C
    IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA(10,0,0,0)
C
    DO 6000 I = 1 , NFUOB
    IF (I.EQ.NAFOO) GO TO 6000
    DELT = (FOMAX(I)-VMNTOL(I))/(M)
    IREG = 0
C
    IRY=1
    DO 3900 LZ = NKI, NKS
    IF (LZ.NE.NKI) GO TO 3800
3700 DO 3750 LJ = 1, NVAEX
3750 CRE(LZ,LJ)=CFUOB(I,LJ)
    CLD(LZ)=VMNTOL(I)
    CDE(LZ)='GE'
    GO TO 3900
3800 IRY=IRY+1
    IF (IRY.GT.NFUOB) IRY=2
    DO 3850 LJ = 1, NVAEX
3850 CRE(LZ,LJ)=CFUOB(IRY,LJ)
    CLD(LZ)=VMNTOL(IRY)
    CDE(LZ)='EQ'
3900 CONTINUE
C
    DO 4800 J = 1 , M
    CLD(NKI)=VMNTOL(I)+((J-1)*DELT)
    CALL SMPLX0
(NVAEX,NKS,+1,CFO,CRE,CLD,CDE,XIN,OF,ICODE,INTSMP)
C
C   VERIFICA SI LA SOLUCION ES FACTIBLE
C
    IF (ICODE.NE.0) GO TO 4750
C
C   VERIFICA SI LA ITERACION ANTERIOR Y ESTA DAN VALORES
DISTINTOS
C
    IF (J.EQ.1) GO TO 4150
    KTS=0
    DO 4100 JLM=1,NVAEX
    IF (ABS(XANT(JLM)-XIN(JLM)).GE.0.001) KTS=1
 4100 CONTINUE
    IF (KTS.EQ.0) GO TO 4750
 4150 DO 4200 JLM=1,NVAEX
    XANT(JLM)=XIN(JLM)
 4200 CONTINUE
C
C   CALCULA LA DERIVADA
C
    IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA (5,0,0,0)
    CALL INCRE (CFUOB,NVAEX,XIN,DFK,NAFOO)
    CALL INCRE (CFUOB,NVAEX,XIN,DFI,I)
    ELKI = ( -1.0 * DFK ) / DFI
    IF (ELKI.LE.0.0) GO TO 4750
C
C   IMPRIME RESULTADOS PARA SOLUCION NO DOMINANTE Y
OBTEN TRADEOFF
C
    IREG = IREG + 1
    IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA (7,0,0,0)
 4400 DO 4500 IK=1,NFUOB
    IF (IK.NE.NAFOO) GO TO 4450
 4425 ZRSL(IK)=OF
    GOTO 4500
 4450 ZP=0.0
    DO 4475 IQ=1,NVAEX
 4475 ZP=ZP+(CFUOB(IK,IQ)*XIN(IQ))
    ZRSL(IK)=ZP
 4500 ZTOT(IREG,IK)=ZRSL(IK)
    CONTINUE
C
    XREGR(IREG,1) = ZRSL(I)
    YYREG(IREG) = ELKI
C
C4600 IF (IREG.GT.1) GO TO 4700
 4600 DO 4650 IK=1,NFUOB
    IF (IK.EQ.NAFOO) GOTO 4650
 4625 IF (IK.EQ.I) GOTO 4650
    WRITE (*,1110) IK,ZRSL(IK)
 4650 CONTINUE
 4700 WRITE (*,1130) NAFOO,NAFOO,I,I,NAFOO,I
    NQ=IREG-1
    DO 4725 NM=1,NQ
 4725 WRITE (*,1140)
ZTOT(NM,NAFOO),YYREG(NM),XREGR(NM,1),YREGR(NM)
    WRITE (*,1145) J,ZRSL(NAFOO), ELKI, ZRSL(I)
    WRITE (*,1010)
    READ (*,1500) WKI
C
```

```
      YREGR(IREG) = WKI
C
 4750 IF ((J.EQ.M).AND.(IREG.LE.1)) CALL ERROR (1,1)
C
 4800 CONTINUE
C
C   GRABA EXTERNAMENTE DATOS PARA ESTADISTICAS
C
      SEP=','
      WRITE (4,7010)
 7010 FORMAT (1X)
      DO 7002 KJ=1,IREG
 7002 WRITE (4,7011)
SEP,YREGR(KJ),SEP,ZTOT(KJ,1),SEP,ZTOT(KJ,2),SEP,
     +ZTOT(KJ,3),SEP,YYREG(KJ)
 7011 FORMAT (1X,A2,F5.1,4(2X,A2,F10.2))
C
C   VERIFICA QUE SE LE HAYAN ASIGNADO A OMEGA TANTO 0
COMO 0
C   O LO QUE ES LO MISMO JP Y JN DISTINTOS DE CERO
C
      JP = 0
      JN = 0
      DO 5150 J = 1 , IREG
      IF (YREGR(J)) 5050,5150,5100
 5050 JN = 1
      GO TO 5150
 5100 JP = 1
 5150 CONTINUE
      IF ( (JP.EQ.1).AND.(JN.EQ.1) ) GOTO 5175
      CALL ERROR (25,1)
C
C   OBTEN LOS EXTREMOS DE LA FUNC. OBJETIVO.
C
 5175 DO 5500 IQ = 1, IREG
      FZKI = XREGR(IQ,1)
      IF (IQ.GT.1) GO TO 5200
      FZSU = FZKI
      FZIN = FZKI
 5200 IF ( FZKI - FZIN ) 5300,5500,5250
 5250 IF ( FZKI - FZSU ) 5500,5500,5350
 5300 FZIN = FZKI
      GOTO 5500
 5350 FZSU = FZKI
 5500 CONTINUE
C
C   EVALUA LA AMPLITUD EN EL INTERVALO DE LAS Zi
C
      IF (FZIN.NE.FZSU) GOTO 5550
      CALL ERROR (26,1)
C
C   CALCULA REGRESION  OMEGA(NAFOO,I) = A0 + A1 * Zi + A2 *
Zi ** 2
C
 5550 IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA (6,0,0,0)
      CALL REGR00 (XREGR,YREGR,COEF,C0,2,1,IREG,INTREG,2)
      CRLFZ(I,1) = C0
      DO 5600 KQ = 1 , 5
      KQL = KQ + 1
      CRLFZ(I,KQL) = COEF(KQ)
 5600 CONTINUE
C
C   CALCULO DE LA F. OBJ. CORRESPONDIENTE AL
w=0=A0+A1+Z+A2*Z**2
C
      FOIN = SQRT((CRLFZ(I,2)**2)-(4.*CRLFZ(I,1)*CRLFZ(I,3)))
      FOINS = (-CRLFZ(I,2)+FOIN)/(2.*CRLFZ(I,3))
      FOINR = (-CRLFZ(I,2)-FOIN)/(2.*CRLFZ(I,3))
C
C   VERIFICA QUE LA SOLUCION ESTE EN EL INTERVALO
C
      IF ((FOINS.GE.FZIN).AND.(FOINS.LE.FZSU)) GO TO 5650
      IF ((FOINR.GE.FZIN).AND.(FOINR.LE.FZSU)) GO TO 5700
      CALL ERROR (3,1)
C
C   ASIGNAMOS EL VALOR OBTENIDO, COMO EXTREMO
C
 5700 VMNTOL(I) = FOINR
      GOTO 5800
 5650 VMNTOL(I) = FOINS
 5800 WRITE (*,1150) I,NAFOO,I,VMNTOL(I)
C
 6000 CONTINUE
C
C   PREPARACION DEL PROBLEMA PARA SER RESUELTO EN EL
ESPACIO DE
C   INDIFERENCIA
C
      KHF=0
      DO 6200 LZ = NK1, NKS
      KHF=KHF+1
      IF (KHF.EQ.NAFOO) KHF=KHF+1
      DO 6100 LJ = 1, NVAEX
 6100 CRE(LZ,LJ)=CFUOB(KHF,LJ)
      CLD(LZ)=VMNTOL(KHF)
      CDE(LZ)='GE'
 6200 CONTINUE
C
C   RESOLUCION DEL SISTEMA
C
      CALL SMPLX0
(NVAEX,NKS,+1,CFO,CRE,CLD,CDE,XIN,OF,ICODE,INTSMP)
C
C   VERIFICA FACTIBILIDAD
C
      IF (ICODE.NE.0) GO TO 7015
C
C   PRESENTACION DE RESULTADOS
C
      WRITE (*,1000)
      DO 6300 I = 1 , NVAEX
      WRITE (*,1020) I,XIN(I)
 6300 CONTINUE
      WRITE (*,1040)
      DO 6500 IK = 1, NFUOB
      ZP=0.0
      DO 6400 IQ=1,NVAEX
 6400 ZP=ZP+(CFUOB(IK,IQ)*XIN(IQ))
      ZRSL(IK)=ZP
      WRITE (*,1050) IK,ZP
 6500 CONTINUE
C
C   GRABA EXTERNAMENTE DATOS PARA ESTADISTICAS
C
 7015 WRITE (4,7010)
      DO 7004 KJ=1,NFUOB
 7004 WRITE (4,7012)
SEP,KJ,SEP,FOMIN(KJ),SEP,VMINT(KJ),SEP,ZRSL(KJ),
     *SEP,FOMAX(KJ)
 7012 FORMAT (4X,A2,I2,4(2X,A2,F10.2))
      WRITE (4,7010)
      DO 7006 KJ=1,NVAEX
 7006 WRITE (4,7013) SEP,KJ,SEP,XIN(KJ)
 7013 FORMAT (4X,A2,I2,2X,A2,F10.2)
C
C   FIN PROCESO PARA DATOS EXTERNOS
C
      CLOSE (4,STATUS='KEEP')
C
      WRITE (*,1160)
      RETURN
C
 1000 FORMAT (1X,'LA MEJOR SOLUCION DE COMPROMISO ES:')
 1010 FORMAT ('EVALUAR EL MERITO QUE SE LE CONCEDE AL
INTERCAMBIO ',
     *'DEFINIDO ANTERIORMENTE — ')
 1020 FORMAT (1X,'X(',I2,')',6X,F10.2)
 1030 FORMAT (1X,'F. O.(',I2,')',6X,'Z OPT MAX=',F10.2,6X,
     +'Z OPT MIN=',F10.2)
 1040 FORMAT (1X,'CON UNOS NIVELES EN LOS VALORES DE LAS
FUNCIONES OBJ',
     +,'ETIVO DE:')
 1080 FORMAT (1X,'DE ACUERDO A LOS DATOS ANTERIORES CUAL
SERIA EL VALO',
     +'R MINIMO TOLERABLE ---')
 1050 FORMAT (1X,'F. O.(',I2,')',6X,F10.2)
 1130 FORMAT (1X,'FUNC. OBJ(',I2,') ',5X,'LAMDA (',I2,',',I2,')',5X,
     +'FUNC. OBJ(',I2,') ',5X,'OMEGA (',I2,',',I2,')',/,
     + 1X,'————',6X,'————',4X,'————',6X,
     +'————')
 1110 FORMAT (1X,'MANTENIENDO LA FUNC. OBJ(',I2,')= ',5X,'EN
',F10.2,/)
 1140 FORMAT (3(5X,F10.2),11X,F4.0)
 1145 FORMAT (1X,I2,2X,F10.2,5X,F10.2,5X,F10.2)
 1150 FORMAT (/,1X,'EL Z(',I2,') QUE HACE W(',I2,',',I2,') =0 ES ',
     +F10.2,/)
 1160 FORMAT (1X,'EN EL ARCHIVO - CASO.DAT - SE HAN
ALMACENADO LOS',
     *' DATOS MAS RELEVANTES DE ESTE CASO')
```

```
 1500 FORMAT (F10.2)
      END
C
      SUBROUTINE SWTPRB
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,
+PHALF,ZOPT,X,FOMAX,FOMIN,VMINT,CDESI,CLADE,IFOAR,IEDAR,A
CUM,
+NAFOO,NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTRO
S,
     +LS,ICH,ITE)
C
C  SUBRUTINA PARA CALCULAR METODO SWT MODIFICADO
C
      CHARACTER*2 CDESI,VLA(160)
      DIMENSION
CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CEQDE(3,20),E(20),FOMIN(3),
     *          EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),EEQDE(3,2),
     *          PHALF(3),ZOPT(3),X(20),FOMAX(3),IFOAR(3),IEDAR(3),
     *          CDESI(12),ACUM(3),W(21),CLADE(12),VMINT(3)
C
      DATA W/-4.01,-1.6452,-1.2817,-1.0364,-0.8415,-0.6742,-0.5240,
     +-0.3849,-0.2529,-0.1254,0.0,+0.1254,+0.2529,+0.3849,+0.5240,
     ++0.6742,+0.8415,+1.0364,+1.2817,+1.6452,+4.01/
C
C  CONTROL: ITE = 3 -- EMPLEO DE PGMA EXTERNO OPTIM
C
      IF (ITE.EQ.3) GO TO 3000
C
      DO 1050 I = 1, NFUOB
      IF (I.EQ.NFOSE) GO TO 1025
      IFOAR(I) = 1
      GO TO 1050
 1025 IFOAR(I) = 0
 1050 CONTINUE
C
      DO 1100 I = 1, NFUOB
      IF (I.EQ.NFOSE) GO TO 1075
      IEDAR(I) = 0
      ACUM(I)=0.0
      GO TO 1100
 1075 IEDAR(I) = 1
      AL=1.0-PHALF(I)
      CALL NORMAL (AL,0.0,1.0,SLF)
      ACUM(I)=SLF
 1100 CONTINUE
C
      DO 1150 I = 1, NFUOB
      EFUOB(I,1)=ZOPT(I)
      EFUOB(I,2)=ZOPT(I)
C
      EEQDE(I,1)=ZOPT(I)
      EEQDE(I,2)=FOMAX(I)
 1150 CONTINUE
C
      NFOAR = NFUOB-1
      NEDAR = 1
C
      WRITE (*,9020)
      GO TO 1500
C
C  METODO ROSEHILL
C
C     CALL SEAR05 (X,E,NVAEX)
C     CALL SEAR00
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,
C
+PHALF,IFOAR,IEDAR,X,E,+1,NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOAR,NEDAR,
C    +OF,NAFOO,INTROS)
C
      RETURN
C
C  METODO EXTERNO SOLUCION
C
C  GUARDA PROBLEMA EN ARCHIVO
C
 1500 LS=NVAEX+((NFUOB-1)*2)
      OPEN (1,FILE='DATABANK.DAT')
      WRITE (1,9050)
NFUOB,NVAEX,NVAIM,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFOSE,
     +INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,LS,ICH
      DO 1550 I = 1, NFUOB
 1550 WRITE (1,9010) FOMIN(I), ZOPT(I), FOMAX(I), VMINT(I)
      DO 1600 I = 1, NVAEX
 1600 WRITE (1,9010) EREEX(I,1),X(I),EREEX(I,2)
      DO 1650 I = 1, NVAIM
 1650 WRITE (1,9010) EREIM(I,1),(CREIM(I,J),J=1,NVAEX),EREIM(I,2)
      DO 1700 I = 1, NFUOB
 1700 WRITE (1,9010) EFUOB(I,1),(CFUOB(I,J),J=1,NVAEX),EFUOB(I,2)
      DO 1750 I = 1, NFUOB
 1750 WRITE (1,9010) EEQDE(I,1),(CEQDE(I,J),J=1,NVAEX),EEQDE(I,2),
     +PHALF(I)
      WRITE (1,9050) (IFOAR(I),I=1,NFUOB)
      WRITE (1,9050) (IEDAR(I),I=1,NFUOB)
      WRITE (1,9060) (CDESI(I),I=1,NVAIM)
      WRITE (1,9010) (CLADE(I),I=1,NVAIM)
      WRITE (1,9010) (ACUM(I),I=1,NFUOB)
      CLOSE (1,STATUS='KEEP')
C
C  PREPARA ARCHIVO PARA PGMA EXTERNO
C
      CALL SWAGIN
(CFUOB,CREIM,CEQDE,CDESI,CLADE,EREEX,EREIM,EFUOB,
     +EEQDE,ACUM,IFOAR,IEDAR,NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOSE,-1)
C
      WRITE (*,9090)
C
      OPEN  (2,FILE='SWTAGINO.DAT')
      LTW=0
 2800 READ  (2,9080,END=2900) VLA
      LTW=LTW+1
      IF (LTW.LE.5) GO TO 2850
      LTW=0
      PAUSE
 2850 WRITE (*,9085) VLA
      GO TO 2800
 2900 CLOSE (2,STATUS='KEEP')
C
      WRITE (*,9070)
      ITE=3
      OPEN  (3,FILE='CONTROL.DAT')
      WRITE (3,9050) ITE
      CLOSE (3,STATUS='KEEP')
      I=I/0
      RETURN
C
 3000 ITE=0
      J=0
      DO 5000 I=1,NFUOB
      IF (IFOAR(I).EQ.0) GO TO 5000
      J=J+1
      NVI=NVAEX+1+(2*(J-1))
      IF (X(NVI)-0.001) 3100,3100,3300
 3100 IF (X(NVI+1)-0.001) 3200,3200,3600
 3200 ACUM(I)=0.0
      PHALF(I)=0.5
      GO TO 5000
 3300 IF (X(NVI+1)-0.001) 3500,3500,3400
 3400 G=X(NVI)-X(NVI+1)
      GO TO 3700
 3500 G=X(NVI)
      GO TO 3700
 3600 G=-X(NVI+1)
 3700 S=0.0
      DO 3750 K=1,NVAEX
      S=S+(CEQDE(I,K)*X(K)*X(K))
 3750 CONTINUE
      ACUM(I)=G/SQRT(S)
      LI=0
      DO 4100 ML=1,20
      IF ((ACUM(I).GT.W(ML)).AND.(ACUM(I).LE.W(ML+1))) LI=ML
 4100 CONTINUE
 4200 AI=0.05*(LI-1)
      AS=AI+0.05
      VI=W(LI)
      VS=W(LI+1)
 4300 AM=(AI+AS)/2
      CALL NORMAL (AM,0.0,1.0,VM)
      Z=(ACUM(I)-VM)
      IF (ABS(Z).LE.0.001) GO TO 4700
      IF (Z) 4400, 4700, 4600
 4400 VS=VM
      AS=AM
      GO TO 4300
 4600 VI=VM
      AI=AM
      GO TO 4300
 4700 PHALF(I)=1.0-AM
 5000 CONTINUE
```

```
    RETURN
 9010 FORMAT (8F10.2)
 9020 FORMAT (8('+++****+++'),
    +       ,1X,'*EN ESTA ETAPA, EL ALGORITMO EMPLEADO PARA
OBTENER L',
    +'A SOLUCIONES DEL PROBLEMA *',
    +       ,1X,'*ES EL METODO DE ROSSHILL, EL CUAL AL SER UN
METODO ',
    +'DE BUSQUEDA REQUIERE DE  *',
    +       ,1X,'*UNA SOLUCION INICIAL. EL PROGRAMA EN SU
VERSION ACT',
    +'UAL CUENTA CON UNA RUTINA *',
    +       ,1X,'*PARA GENERAR SOLUCIONES INICIALES FACTIBLES,
PERO E',
    +'N ESTE PROBLEMA EN       *',
    +       ,1X,'*NO SE HA ENCONTRADO DESPUES DEL NUMERO
ESPECIFICADO',
    +'DE ITERACIONES NINGUNA   *',
    +       ,1X,'*POR LO QUE SE PROCEDE A EMPLEAR UN
PROGRAMA EXTERNO',
    +'DE OPTIMIZACION NO LINEAL *')
 9040 FORMAT (I1)
 9050 FORMAT (20(2X,I2))
 9060 FORMAT (20(2X,A2))
 9070 FORMAT (1X,'+ EL PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER EL
PROBLEMA EMPLEAN',
    +'DO -- GINO -- ES:        +',
    +       ,1X,'+ 1.- EJECUTAR PAQUETE EXTERNO -- GINO          ',
    +'                         +',
    +       ,1X,'+ 2.- REDIRECCIONAR SU SALIDA  -- DIVE
GINOASWT.DAT',
    +'                         +',
    +       ,1X,'+ 3.- LEER ARCHIVO YA CREADO   -- TAKE
SWTAGINO.DAT',
    +'                         +',
    +       ,1X,'+ 4.- EJECUTAR                 -- GO            ',
    +'                         +',
    +       ,1X,'+ 5.- REGRESAR EL CONTROL      -- RVRT          ',
    +'                         +',
    +       ,1X,'+ 6.- SALIR                    -- QUIT          ',
    +'                         +',
    +       ,1X,'+ 7.- REGRESAR A SWT           -- SWT           ',
    +'                         +')
 9080 FORMAT (160A1)
 9085 FORMAT (1X,159A1)
 9090 FORMAT (8('+++****+++'),
    +       ,1X,'*EL PROBLEMA QUEDA FORMULADO PARA -- GINO --
COMO: ',
    +'                         *')
    END
    SUBROUTINE AYUDA (K,I,J,L)
C
C   AYUDA PARA PROGRAMA PRINCIPAL
    IF ( K - 10 ) 100,10,200
  100 GOTO (1,2,3,4,5,6,7,8,9),K
   1 WRITE (*,1001)
    GOTO 2000
   2 WRITE (*,1002)
    GOTO 2000
   3 WRITE (*,1003) I
    GOTO 2000
   4 WRITE (*,1004)
    GOTO 2000
   5 WRITE (*,1005)
    GOTO 2100
   6 WRITE (*,1006)
    GOTO 2000
   7 WRITE (*,1007)
    GOTO 2100
   8 WRITE (*,1008)
    GOTO 2000
   9 WRITE (*,1009) I,J,L
    GOTO 2000
  10 WRITE (*,1000)
    GOTO 2100
  200 K = K - 10
    IF ( K - 10 ) 300 , 20 , 400
  300 GOTO (11,12,13,14,15,16,17,18,19),K
  11 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  12 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  13 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  14 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  15 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  16 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  17 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  18 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  19 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  20 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  400 K = K - 10
    IF ( K - 10 ) 500 , 30 , 600
  500 GOTO (21,21,21,21,21,21,21,21,21),K
  21 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  30 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  600 K = K - 10
    IF ( K - 10 ) 700 , 40 , 800
  700 GOTO (31,31,31,31,31,31,31,31,31),K
  31 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  32 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  33 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  40 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  800 K = K - 10
    IF ( K - 10 ) 900 , 50 , 5000
  900 GOTO (41,41,41,41,41,41,41,41,41),K
  41 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  42 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  43 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  50 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
 5000 K = K - 10
    IF ( K - 10 ) 5100 , 60 , 5200
 5100 GOTO (51,51,51,51,51,51,51,51,51),K
  51 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
  60 WRITE (*,1000)
    GOTO 2000
 5200 CALL ERROR (8,0)
 2000 PAUSE
 2100 CONTINUE
    RETURN
 1000 FORMAT (1X,8('*********-'))
 1001 FORMAT (1X,8('*********-'),
    +'*LA PRIMERA ETAPA DENTRO DE ESTE PROCESO ES LA
LECTURA E INICIA',
    +'LIZACION DE    *',
    +'*TODAS LAS VARIABLES INVOLUCRADAS                ',
    +'        *')
 1002 FORMAT (1X,8('*********-'),
    +'*EL SIGUIENTE PASO ES MAXIMIZAR Y MINIMIZAR
INDIVIDUALMENTE CAD',
    +'A FUNC. OBJETIVO*',
    +'*DENTRO DE LAS RESTRICCIONES DEL PROBLEMA, PARA
OBTENER ASI LOS',
    +' EXTREMOS DE LOS*',
    +'*VALORES DE LAS FUNCIONES OBJETIVO, QUE SERAN
CONSIDERADOS DENT',
    +'RO DEL PROBLEMA *')
 1003 FORMAT (1X,'*SE ASIGNA A LA FUNCION OBJETIVO
NUMERO',I2,' PARA S',
    +'ER MAXIMIZADA SIEMPRE        *',
    +'*LAS RESTANTES FUNCIONES OBJETIVO SON INCLUIDAS COMO
RESTRICCIO',
    +'NES          *')
 1004 FORMAT (1X,8('*********-'),
    +'*EN LA SIGUIENTE ETAPA SE ASIGNARAN VALORES MINIMOS
TOLERABLES ',
    +'PARA CADA F. OBJ*',
    +'*ESTOS DATOS DEBEN ESTAR COMPRENDIDOS ENTRE LOS
LIMITES IMPUEST',
    +'OS POR LAS      *',
    +'*FUNCIONES AL SER OPTIMIZADAS INDIVIDUALMENTE
',
```

```
     +'           *')
 1005 FORMAT (1X,8('*********-'),
     +'*CALCULO DE LAS DERIVADAS DE LAS FUNCIONES OBJETIVO
',
     +'           *')
 1006 FORMAT (1X,8('**********'),
     +'*INICIO PROCESO DE REGRESION DE LANDA vs Zi                ',
     +'           *')
 1007 FORMAT (1X,8('*********-'),
     +'*EN LA SIGUIENTE ETAPA SE CALCULAN LOS VALORES DE
LAMDA Y SE AN',
     +'ALIZA SI LA     *',
     +'*SOLUCION CORRESPONDIENTE ES DOMINANTE O NO
',
     +'           *')
 1008 FORMAT (1X,8('*********-'),
     +'*EL PRESENTE PROGRAMA SE HA DESARROLLADO PARA
APLICAR DE MANERA',
     +' INTERACTIVA UNA*',
     +'*MODIFICACION AL METODO - SURROGATE WORTH TRADEOFF
- DESARROLLA',
     +'DO POR HAYMES Y *',
     +'*COL.                                    ',
     +'           *',
     +'*LA PRINCIPAL ADICION / MODIFICACION, ES INCORPORAR
COEFICIENTE',
     +'S ESTOCASTICOS *',
     +'*DENTRO DE LAS FUNCIONES OBJETIVO. CON LO QUE AL
COMBINAR LAS V',
     +'ENTAJAS DE ESTE *',
     +'*METODO DE POR SI, CON EL CONCEPTO PROBABILISTICO, SE
LOGRA ENR',
     +'IQUECER MUCHO   *',
     +'*MAS EL PROCESO DE TOMA DE DECISIONES                  ',
     +'           *')
 1009 FORMAT (1X,8('*********-'),
     +        '*SE HAN CONSIDERADO LAS SIGUIENTES
RESTRICCIONES:',/  ,
     +        1X,'*NUMERO DE FUNCIONES OBJETIVO     ',I2,/          ,
     +        1X,'*NUMERO DE VARIABLES              ',I2,/          ,
     +        1X,'*NUMERO DE RESTRICCIONES          ',I2)
 1010 FORMAT (1X,8('*********-'),
     +'*SE INICIA EL PROCESO DE EVALUACION PARAMETRICA
',
     +'           *')
      END
C
C  PROGRAMA PRINCIPAL - SWT + MODIFICACION
C
      CHARACTER*2 CDESI,COPT
C
      DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CEQDE(3,20),CDESI(12),
     *          EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),EEQDE(3,2),
     *          IFOAR(3),IEDAR(3),PHALF(3),ZOPT(3),X(20),
     *          FOMAX(3),FOMIN(3),ACUM(3),CLADE(12),VMINT(3)
C
C  LECTURA DE DATOS DE ARCHIVO
C  ITE = 1  -- LEER PROBLEMA NUEVO
C      = 2  -- PROBLEMA ANTERIOR -  MODIFICACION / CORRECCION
DATO
C      = 3  -- PROBLEMA ANTERIOR -  CALCULOS DE PROBABILIDAD
C
      OPEN  (3,FILE='CONTROL.DAT')
      READ  (3,50) ITE
      CLOSE (3,STATUS='KEEP')
C
      GO TO (2000,3000,1000),ITE
C
C  DATOS PERTENECIENTES A PROBLEMA ACTUAL - FASE
PROBAILISTICA
C
 1000 CALL MODI30
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,PHALF,

+ZOPT,X,FOMAX,FOMIN,VMINT,CDESI,CLADE,IFOAR,IEDAR,ACUM,NA
FOO,

+NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,LS,ICH
)
      GO TO 6000
C
C  INICIALIZACION DE LOS PARAMETROS PRINCIPALES
C
 2000 CALL MODI10
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,CDESI,

+CLADE,IFOAR,IEDAR,PHALF,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFUOB,NVAEX,N
VAIM,
     +NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS)
C
C  LECTURA DE PARAMETROS - PROMEDIO
C
      CALL MODI20
(CFUOB,CREIM,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,NFUOB,NVAEX,
     +NVAIM,INTAYU)
C
C  LECTURA DE VARIANZAS EN LOS COEFICIENTES DE LAS FUNC.
OBJETIVO
C
      CALL MODI40 (CEQDE,NFUOB,NVAEX,INTAYU)
C
C  VE A IMPRESION
C
      GO TO 4000
C
C  LEE PROBLEMA ANTERIOR
C
 3000 CALL MODI90
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,CDESI,

+CLADE,IFOAR,IEDAR,PHALF,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFUOB,NVAEX,N
VAIM,
     +NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,1)
C
C  IMPRIME
C
 4000 CALL MODI70
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,
     +NFUOB,NVAEX,NVAIM)
C
C  MODIFICA EN CASO DE ERROR
C
      CALL MODI95
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,
     +NFUOB,NVAEX,NVAIM,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS)
C
C  PARTE DETERMINISTICA DEL METODO SWT
C
 5000 CALL SWTDET
(CFUOB,CREIM,CDESI,CLADE,EREEX,EREIM,ZOPT,X,FOMAX,

+FOMIN,VMINT,NAFOO,NFUOB,NVAEX,NVAIM,INTAYU,INTSMP,INTREG
,
     +NFOSE)
C
C  AVERIGUA NIVEL DE SATISFACCION DEL DECISOR
C
      CALL MODI50
(X,ZOPT,PHALF,FOMAX,FOMIN,VMINT,NFUOB,NVAEX,ICH,
     +NFOSE,1)
      IF (ICH.EQ.O) GO TO 9000
      GOTO (5000,6000,5000),ICH
C
C  PARTE PROBABILISTICA DEL METODO
C
 6000 CALL SWTPRB
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,PHALF,

+ZOPT,X,FOMAX,FOMIN,VMINT,CDESI,CLADE,IFOAR,IEDAR,ACUM,NA
FOO,

+NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS.LS,
     +ICH,ITE)
C
C  AVERIGUA NIVEL DE SATISFACCION DEL DECISOR
C
      CALL MODI50
(X,ZOPT,PHALF,FOMAX,FOMIN,VMINT,NFUOB,NVAEX,ICH,
     +NFOSE,2)
      IF (ICH.EQ.O) GO TO 9000
      GO TO 6000
C
C  FINALIZA PROBLEMA
C
 9000 WRITE (*,60)
      READ (*,10) COPT
C
      IF (COPT.EQ.'NO') GO TO 9500
C
C  GUARDA PROBLEMA
```

```
C
     ITE=2
     CALL MODI90
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,CDESI,

+CLADE,IFOAR,IEDAR,PHALF,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFUOB,NVAEX,N
VAIM,
     +NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,2)
     GO TO 9750
C
 9500 ITE=1
C
 9750 OPEN  (3,FILE='CONTROL.DAT')
     WRITE (3,50) ITE
     CLOSE (3,STATUS='KEEP')
C
     STOP
  10 FORMAT (A2)
  50 FORMAT (2X,I2)
  60 FORMAT (1X,'ARCHIVAR LOS DATOS DEL PROBLEMA ACTUAL --
SI O',
     +' NO')
     END
     SUBROUTINE ERROR (K,L)
C
C     K = CODIGO DE TIPO DE ERROR
C     L = 0 -- LOS CALCULOS SE PROSIGUEN . SE ENVIA MENSAJE DE
ERROR
C     L = 1 -- LOS CALCULOS FINALIZAN . SE ENVIA MENSAJE DE
ERROR
C
     J = 0
     WRITE (*,9000) K
C
C
     IF ( K - 10 ) 100,10,200
 100 GOTO (1,2,3,4,5,6,7,8,9),K
   1 WRITE (*,1001)
     GOTO 2000
   2 WRITE (*,1002)
     GOTO 2000
   3 WRITE (*,1003)
     GOTO 2000
   4 WRITE (*,1004)
     GOTO 2000
   5 WRITE (*,1005)
     GOTO 2000
   6 WRITE (*,1006)
     GOTO 2000
   7 WRITE (*,1007)
     GOTO 2000
   8 WRITE (*,1008)
     GOTO 2000
   9 WRITE (*,1009)
     GOTO 2000
  10 WRITE (*,1010)
     GOTO 2000
 200 K = K - 10
     IF ( K - 10 ) 300 , 20 , 400
 300 GOTO (11,12,13,14,15,16,17,18,19),K
  11 WRITE (*,1011)
     GOTO 2000
  12 WRITE (*,1012)
     GOTO 2000
  13 WRITE (*,1013)
     GOTO 2000
  14 WRITE (*,1014)
     GOTO 2000
  15 WRITE (*,1015)
     GOTO 2000
  16 WRITE (*,1016)
     GOTO 2000
  17 WRITE (*,1017)
     GOTO 2000
  18 WRITE (*,1018)
     GOTO 2000
  19 WRITE (*,1019)
     GOTO 2000
  20 WRITE (*,1020)
     GOTO 2000
 400 K = K - 10
     IF ( K - 10 ) 500 , 30 , 600
 500 GOTO (21,22,23,24,25,25,25,25,25),K
  21 WRITE (*,1021)
     GOTO 2000
  22 WRITE (*,1022)
     GOTO 2000
  23 WRITE (*,1023)
     GOTO 2000
  24 WRITE (*,1024)
     GOTO 2000
  25 WRITE (*,1000)
     GOTO 2000
  30 WRITE (*,1000)
     GOTO 2000
 600 K = K - 10
     IF ( K - 10 ) 700 , 40 , 800
 700 GOTO (31,31,31,31,31,31,31,31,31),K
  31 WRITE (*,1000)
     GOTO 2000
  40 WRITE (*,1000)
     GOTO 2000
 800 K = K - 10
     IF ( K - 10 ) 900 , 50 , 5000
 900 GOTO (41,41,41,41,41,41,41,41,41),K
  41 WRITE (*,1000)
     GOTO 2000
  50 WRITE (*,1000)
     GOTO 2000
5000 K = K - 10
     IF ( K - 10 ) 5100 , 60 , 60
5100 GOTO (51,51,51,51,51,51,51,51,51),K
  51 WRITE (*,1000)
     GOTO 2000
  60 WRITE (*,1000)
2000 IF (L.EQ.1) GOTO 9100
     WRITE (*,9200)
     PAUSE
     RETURN
9100 WRITE (*,9300)
     J = J / 0
     RETURN
1000 FORMAT (8('+++****+++'))
9300 FORMAT (/,'+ESTE ERROR CANCELA LA EJECUCION',40X,'+',
     +/,8('+++****+++'))
9000 FORMAT (8('+++****+++'),/,'+ERROR NUMERO ',I3,53X,'+',
     +,/,8('+++****+++'))
9200 FORMAT (/,'+ESTE ERROR NO CANCELA LA
EJECUCION',38X,'+',
     +/,8('+++****+++'))
C
C FORMATOS DE ERROR
C
1001 FORMAT (1X,'+-- PROG P -- HAY MENOS DE UNA SOLUCION NO
DOMINAN',
     +'TE - NO SE PUEDE AJUSTAR REGR+')
1002 FORMAT (1X,'+-- PROG P -- JPS=JPR EN EL CALCULO DEL
LAMDA QUE ',
     +'HACE OMEGA CERO            +')
1003 FORMAT (1X,'+-- PROG P -- LAS SOLUCIONES NO CAEN EN EL
INTERVA',
     +'LO DADO DE LAS ABSCISAS      +')
1004 FORMAT (1X,'+-- MODI10 -- NUMERO DE FUNCIONES OBJETIVO
ESPECIF',
     +'ICADAS MAYOR QUE PERMITIDAS  +')
1005 FORMAT (1X,'+-- MODI10 -- NUMERO DE VARIABLES
ESPECIFICADS MAY',
     +'OR QUE LAS PERMITIDAS        +')
1006 FORMAT (1X,'+-- MODI10 -- NUMERO DE RESTRICCIONES
ESPECIFICADA',
     +'S MAYOR QUE LAS PERMITIDAS   +')
1007 FORMAT (1X,'+-- MODI70 -- NO DEFINIDO SI LA FUNCION DEBE
MAX. ',
     +'O MINIMIZAR                 +')
1008 FORMAT (1X,'+-- AYUDA  -- NO EXITE INFORMACION
ASIGNADA A ESTE',
     +' VALOR                 +')
1009 FORMAT (1X,'+-- REGR00 -- EL NUMERO DE COEFICIENTES A
CALCULAR',
     +' ES SUPERIOR AL LIMITE       +')
1010 FORMAT (1X,'+-- REGR00 -- EL NUMERO DE VARIABLES
INDEPENDIENTE',
     +'S ES SUPERIOR AL LIMITE      +')
1011 FORMAT (1X,'+-- REGR00 -- EL NUMERO DE DATOS SUPERA
LAS DIMENS',
     +'IONES ESPECIFICADAS         +')
1012 FORMAT (1X,'+-- REGR00 -- LA FORMA DE LA ECUACION
SOLICITADA N',
     +'O ESTA PROGRAMADA           +')
```

```
 1013 FORMAT (1X,'+-- REGR00 -- EL CODIGO DE IMPRESION SOLO
PUEDE VA',
    +'LER CERO O UNO            +')
 1014 FORMAT (1X,'+-- REGR01 -- LA MATRIZ A EVALUAR ES
SIBGULAR    ',
    +'                          +')
 1015 FORMAT (1X,'+-- SEAR00 -- EL PUNTO INICIAL NO DEBE
VIOLAR LAS ',
    +'RESTRICCIONES - VERIFICAR   +')
 1016 FORMAT (1X,'+-- SEAR01 -- EL NUMERO ASIGNADO A LA
FUNCION OBJE',
    +'TIVO ACTIVA ES SUPERIOR AL NU+',
    +        '+MERO TOTAL DE FUNCIONES OBJETIVO              ',
    +'                          +')
 1017 FORMAT (1X,'+-- SEAR02 -- EL NUMERO ASIGNADO A LA
RESTRICCION ',
    +'ES SUPERIOR AL TOTAL DE VAR. +',
    +        '+ RESTRICCIONES + FUNC. OBJ. ACTUANDO COMO
RESTRIC. ',
    +'+ EQUIV. DETERMINISTICOS    +')
 1018 FORMAT (1X,'+-- SEAR02 -- EL NUMERO ASIGNADO A LA
FUNCION OBJE',
    +'TIVO ACTIVA ES SUPERIOR AL NU+',
    +        '+MERO TOTAL DE FUNCIONES OBJETIVO              ',
    +'                          +')
 1019 FORMAT (1X,'+-- SEAR03 -- EL NUMERO ASIGNADO A LA
RESTRICCION ',
    +'ES SUPERIOR AL TOTAL DE VAR. +',
    +        '+ RESTRICCIONES + FUNC. OBJ. ACTUANDO COMO
RESTRIC. ',
    +'+ EQUIV. DETERMINISTICOS    +')
 1020 FORMAT (1X,'+-- SEAR03 -- EL NUMERO ASIGNADO A LA
FUNCION OBJE',
    +'TIVO ACTIVA ES SUPERIOR AL NU+',
    +        '+MERO TOTAL DE FUNCIONES OBJETIVO              ',
    +'                          +')
 1021 FORMAT (1X,'+-- SEAR04 -- EL NUMERO ASIGNADO A LA
RESTRICCION ',
    +'ES SUPERIOR AL TOTAL DE VAR. +',
    +        '+ RESTRICCIONES + FUNC. OBJ. ACTUANDO COMO
RESTRIC. ',
    +'+ EQUIV. DETERMINISTICOS    +')
 1022 FORMAT (1X,'+-- SEAR04 -- EL NUMERO ASIGNADO A LA
FUNCION OBJE',
    +'TIVO ACTIVA ES SUPERIOR AL NU+',
    +        '+MERO TOTAL DE FUNCIONES OBJETIVO              ',
    +'                          +')
 1023 FORMAT (1X,'+-- SMPLX1 -- EL NUMERO TOTAL DE
RESTRICCIONES SUP',
    +'ERA LAS DIMENSIONES ASIGNADAS+')
 1024 FORMAT (1X,'+-- SMPLX1 -- EL NUMERO TOTAL DE VARIABLES
Y TIPO ',
    +'RESTRICCIONES SUPERA DIMENSIO+')
 1025 FORMAT (1X,'+-- PROG P -- NO SE HAN ASIGNADO VALORES A
LOS TRA',
    +'DEOFF POSITIVOS Y NEGATIVOS  +')
 1026 FORMAT (1X,'+-- PROG P -- LOS EXTREMOS DE LA FUNC. OBJ.
SON IG',
    +'UALES - NO POSIBLE REGRESION +')
 1027 FORMAT (1X,'+-- NORMAL -- VALOR ASIGNADO DE LA
PROBABILIDAD IN',
    +'FERIOR A 0 O SUPERIOR A 1    +')
 1028 FORMAT (1X,'+-- SEAR06 -- EL NUMERO ASIGNADO              ',
    +'ES SUPERIOR AL TOTAL DE VAR. +',
    +        '+ RESTRICCIONES + FUNC. OBJ. ACTUANDO COMO
RESTRIC. ',
    +'+ EQUIV. DETERMINISTICOS    +')
      END
      SUBROUTINE MODI10
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,

+CDESI,CLADE,IFOAR,IEDAR,PHALF,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFUOB,NV
AEX,
    +NVAIM,NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS)
C
      CHARACTER*2 CDESI
C
      DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CEQDE(3,20),CDESI(12),
     *        EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),EEQDE(3,2),
     *        IFOAR(3),IEDAR(3),PHALF(3),CLADE(12)
C
C  ESTABLECE LIMITES PARA PROBLEMA
C
      NFUOH = 3
      NVAEH = 20
      NVAIH = 12
C
C  ESPECIFICA SWITCH ESTANDAR PARA IMPRESION
C
      INTAYU=1
      INTSMP=1
      INTREG=1
      INTROS=1
C
C  IMPRESION DEL TIPO DE PROBLEMA A SER RESUELTO
C
      IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA (8,0,0,0)
C
C  IMPRESION DE LAS LIMITACIONES AL PROBLEMA EN VARIABLES
C
      IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA (9,NFUOH,NVAEH,NVAIH)
C
C  IMPRESION DE ETAPA EN LA QUE SE ENTRA
C
      IF (INTAYU.EQ.1) CALL AYUDA (1,0,0,0)
C
C  INFORMA SOBRE VARIABLES SUPCEPTIBLES DE SER
MODIFICADAS AQUI
C
      WRITE (*,100)
C
C  LECTURA DE NUMERO DE FUNCIONES OBJETIVO
C
      WRITE (*,101)
      READ (*,1000) NFUOB
C
C  LECTURA DE NUMERO DE VARIABLES
C
      WRITE (*,102)
      READ (*,1000) NVAEX
C
C  LECTURA DE NUMERO DE RESTRICCIONES
C
      WRITE (*,103)
      READ (*,1000) NVAIM
C
C  VALIDACION DE RESTRICCIONES
C
      IF ( NFUOB .GT. NFUOH ) CALL ERROR (4,1)
      IF ( NVAEX .GT. NVAEH ) CALL ERROR (5,1)
      IF ( NVAIM .GT. NVAIH ) CALL ERROR (6,1)
C
C   INICIALIZACION
C
 5500 DO 5700 I=1,NFUOB
      DO 5600 J=1,NVAEX
      CFUOB(I,J)=0.0
 5600 CEQDE(I,J)=0.0
      IFOAR(I)=0
      IEDAR(I)=0
      PHALF(I)=0.5
      DO 5700 L=1,2
      EFUOB(I,L)=0.0
 5700 EEQDE(I,L)=0.0
      DO 5900 I=1,NVAIM
      CDESI(I)='  '
      CLADE(I)=0.0
      DO 5800 J=1,NVAEX
 5800 CREIM(I,J)=0.0
      DO 5900 L=1,2
 5900 EREIM(I,L)=0.0
      DO 6000 I=1,NVAEX
      DO 6000 J=1,2
 6000 EREEX(I,J)=0.0
      NAFOO = 0
      NFOAR = 0
      NEDAR = 0
      NFOSE = 0
      RETURN
C
  100 FORMAT (1X,'*EL ALGORITMO SIEMPRE MAXIMIZA, PERO EN
EL CASO DA' ,
    + 'DO DE QUE DESEE MINIMIZAR     *',
    +          '*ALGUNA FUNCION EN ESPECIAL, RECUERDE QUE
PUEDE ' ,
    + 'EMPLEAR   Max Z = Min -Z      *',
    +          '*                              ' ,
    + '                               *',
    +          '*LAS VARIABLES QUE DEBEN INTRODUCIRSE O
MODIFICARS' ,
```

```
   + 'E EN ESTA ETAPA SON:        *')
 101 FORMAT (1X,'*NUMERO DE FUNCIONES OBJETIVO (ENTERO - 2)
 ' ,
   + '              -- ')
 102 FORMAT (1X,'*NUMERO DE VARIABLES         (ENTERO - 2)      '
 ,
   + '              -- ')
 103 FORMAT (1X,'*NUMERO DE RESTRICCIONES      (ENTERO - 2)
 ' ,
   + '              -- ')
1000 FORMAT (I2)
     END
     SUBROUTINE MODI20
(CFUOB,CREIM,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,NFUOB,
    +NVAEX,NVAIM,INTAYU)
C
     CHARACTER*2 CDESI
C
     DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CDESI(12),EREEX(20,2),
    *          CLADE(12),EREIM(12,2)
C
C   ENUNCIAR VARIABLES SUPCEPTIBLES DE SER MODIFICADAS
C
     WRITE (*,100)
C
C    COEF. PROMEDIO DE LAS F.O.
C
     DO 1000 I=1,NFUOB
     DO 1000 J=1,NVAEX
     WRITE (*,123) I,J
 1000 READ (*,2) CFUOB(I,J)
C
C     COEF DE LAS RESTRICCIONES PROPIAS DEL PROBLEMA
C
     WRITE (*,101)
     DO 3000 I=1,NVAIM
     DO 2000 J=1,NVAEX
     WRITE (*,125) I,J
 2000 READ (*,2) CREIM(I,J)
     WRITE (*,127) I
     READ (*,1) CDESI(I)
     WRITE (*,135) I
 3000 READ (*,2) CLADE(I)
C
     DO 5000 I=1,NVAEX
     IF ((CDESI(I).EQ.'LE').OR.(CDESI(I).EQ.'LT')) GO TO 4000
     IF ((CDESI(I).EQ.'GE').OR.(CDESI(I).EQ.'GT')) GO TO 4500
     EREIM(I,1)=CLADE(I)
     EREIM(I,2)=CLADE(I)
     GO TO 5000
 4000 EREIM(I,1)=-99999.99
     EREIM(I,2)=CLADE(I)
     GO TO 5000
 4500 EREIM(I,2)=+99999.99
     EREIM(I,1)=CLADE(I)
 5000 CONTINUE
C
C   EXTREMOS SUPERIOR E INFERIOR DE LAS VARIABLES DEL
PROBLEMA
C
     WRITE (*,101)
     DO 8000 I=1,NVAEX
     DO 8000 J=1,2
     GOTO (6000,7000),J
 6000 WRITE (*,129) I
     GOTO 8000
 7000 WRITE (*,131) I
 8000 READ (*,2) EREEX(I,J)
C
 9000 RETURN
C
C    F O R M A T O S
C
  100 FORMAT (1X,'*LOS PARAMETROS QUE DEBEN INTRODUCIRSE
EN ESTA ETA' ,
    + 'PA SON:                  *',
    +          '*COEFICIENTES PROMEDIO DE LAS FUNCIONES
OBJETIVO ' ,
    + '    (DECIMAL - 2)          *',
    +          '*COEFICIENTES DE LAS VARIABLES EN LAS
RESTICCIONES' ,
    + '    (DECIMAL - 2)          *',
    +          '*TIPO DE DESIGUALDAD Y EXTREMOS DE LAS
RESTRICCION' ,
    + 'ES   (DECIMAL - 2)          *',
```

```
    +          '*EXTREMOS INFERIOR Y SUPERIOR DE LAS VARIABLES
' ,
    + '    (DECIMAL - 2)          *')
  101 FORMAT (/)
  123 FORMAT (1X,'COEF. DE LA FUNC. OBJ ',I2,' PARA LA VAR ',I2,'
---')
  125 FORMAT (1X,'COEF. EN RESTRIC. ',I2,' PARA LA VAR. ',I2,'    ---')
  129 FORMAT (1X,'EXTREMO INFERIOR DE LA VARIABLE ',I2,'
---')
  131 FORMAT (1X,'EXTREMO SUPERIOR DE LA VARIABLE ',I2,'
---')
  127 FORMAT (1X,'TIPO DE DESIGUALDAD (LT, LE, EQ, GE, GT) EN
LA REST',
    +'RICCION ',I2,' ---')
  135 FORMAT (1X,'VALOR DEL LADO DERECHO EN LA RESTRICCION
',I2,' ---')
    1 FORMAT (A2)
    2 FORMAT (F10.2)
     END
     SUBROUTINE MODI30
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,

+PHALF,ZOPT,X,FOMAX,FOMIN,VMINT,CDESI,CLADE,IFOAR,IEDAR,A
CUM,

+NAFOO,NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTRO
S,
    +LS,ICH)
C
C   RECUPERACION DE ARCHIVOS Y SOLUCIONES
C
     CHARACTER*2 Z,O,G,VFO,CDESI
C
     DIMENSION
CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CEQDE(3,20),E(20),FOMIN(3),
    *          EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),EEQDE(3,2),
    *          PHALF(3),ZOPT(3),X(20),FOMAX(3),IFOAR(3),IEDAR(3),
    *          CDESI(12),ACUM(3),VFO(80),G(11),O(25),Z(11),ICTL(3),
    *          VART(20),CLADE(12),VMINT(3)
C
     DATA G/'+','-','*','/','"','','=',':','(',')'/
     DATA O/'A','B','C','D','E','F','G','H','I','J',
    *    'K','L','M','N','O','P','Q','R','S','T',
    *    'U','V','X','Y','Z'/
     DATA Z/'1','2','3','4','5','6','7','8','9','0','.'/
C
C   RECUPERA PROBLEMA DEL ARCHIVO DATABANK.DAT
C
     OPEN (1,FILE='DATABANK.DAT')
     READ (1,50) NFUOB,NVAEX,NVAIM,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFOSE,
    +INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,LS,ICH
     DO 150 I = 1, NFUOB
  150 READ (1,30) FOMIN(I), ZOPT(I), FOMAX(I), VMINT(I)
     DO 160 I = 1, NVAEX
  160 READ (1,30) EREEX(I,1),X(I),EREEX(I,2)
     DO 170 I = 1, NVAIM
  170 READ (1,30) EREIM(I,1),(CREIM(I,J),J=1,NVAEX),EREIM(I,2)
     DO 180 I = 1, NFUOB
  180 READ (1,30) EFUOB(I,1),(CFUOB(I,J),J=1,NVAEX),EFUOB(I,2)
     DO 190 I = 1, NFUOB
  190 READ (1,30) EEQDE(I,1),(CEQDE(I,J),J=1,NVAEX),EEQDE(I,2),
    +PHALF(I)
     READ (1,50) (IFOAR(I),I=1,NFUOB)
     READ (1,50) (IEDAR(I),I=1,NFUOB)
     READ (1,60) (CDESI(I),I=1,NVAIM)
     READ (1,30) (CLADE(I),I=1,NVAIM)
     READ (1,30) (ACUM(I),I=1,NFUOB)

     CLOSE (1,STATUS='KEEP')
C
C   RECUPERA SOLUCION DE GINO
C
     OPEN (2,FILE='GINOASWT.DAT')
C
C   ENVIA SOLUCION ENCONTRADA A LA PANTALLA
C
     WRITE (*,70)
     WRITE (*,80)
     WRITE (*,70)
     LTR=0
     PAUSE
 1000 READ (2,10,END=2400) (VFO(I),I=1,80)
     WRITE (*,10) VFO
     IF (LTR.EQ.1) GO TO 1050
C
```

```
C  VERIFICA SI LA SOLUCION ES FACTIBLE Y OPTIMA
C
     IF (VFO(20).NE.'O') GO TO 2300
     IF (VFO(21).NE.'P') GO TO 2300
     IF (VFO(22).NE.'T') GO TO 2300
     IF (VFO(62).NE.'S') GO TO 2300
     IF (VFO(63).NE.'A') GO TO 2300
     IF (VFO(64).NE.'T') GO TO 2300
     LTR=1
 1050 IF (VFO(10).EQ.'X') GO TO 1100
     IF (VFO(10).NE.' ') GO TO 1200
     IF (VFO(11).EQ.'X') GO TO 1300
     IF (VFO(11).NE.' ') GO TO 1400
     GO TO 1000
 1100 ICTL(1)=0
     ICTL(2)=1
     ICTL(3)=1
     KCTL=1
     GO TO 1500
 1200 ICTL(1)=1
     ICTL(2)=1
     ICTL(3)=0
     KCTL=2
     GO TO 1500
 1300 ICTL(1)=0
     ICTL(2)=0
     ICTL(3)=1
     KCTL=3
     GO TO 1500
 1400 ICTL(1)=0
     ICTL(2)=1
     ICTL(3)=0
     KCTL=4
 1500 DO 1700 I=1,3
     IF (ICTL(I).EQ.0) GO TO 1700
     K=10+I-1
     DO 1600 J=1,10
     IF (VFO(K).NE.Z(J)) GO TO 1600
     IF (J.EQ.10) GO TO 1550
     ICTL(I)=J
     GO TO 1600
 1550 ICTL(I)=0
 1600 CONTINUE
 1700 CONTINUE
     F=0.0
     J=9
     DO 1775 I=1,17
     IF (I.EQ.11) GO TO 1775
     DO 1725 K=1,10
     IF (VFO(12+I).NE.Z(K)) GO TO 1725
     IF (K.EQ.10) GO TO 1715
     H=K
     GO TO 1720
 1715 H=0.0
 1720 F=F+(H*10.0**J)
 1725 CONTINUE
     J=J-1
 1775 CONTINUE
     GO TO (1800,1900,2000,2100),KCTL
 1800 NV=(10*ICTL(2))+ICTL(3)
     X(NV)=F
     GO TO 1000
 1900 NR=(10*ICTL(1))+ICTL(2)
     VART(NR)=F
     GO TO 1000
 2000 NV=ICTL(3)
     X(NV)=F
     GO TO 1000
 2100 NR=ICTL(2)
     VART(NR)=F
     GO TO 1000
 2300 DO 2350 LD=1,NVAEX
 2350 X(LD)=0.0
     PAUSE
C
 2400 CLOSE(2,STATUS='KEEP')
C
     RETURN
  10 FORMAT (80A1)
  30 FORMAT (8F10.2)
  50 FORMAT (20(2X,I2))
  60 FORMAT (20(2X,A2))
  70 FORMAT (8('+++****+++'))
  80 FORMAT (1X,'+ LA SOLUCION ENCONTRADA POR EL PAQUETE
EXTERNO DE O',
     +'PTIMIZACION ES LA SIGUIENTE +')
     END
     SUBROUTINE MOD140 (CEQDE,NFUOB,NVAEX,INTIMP)
C
     DIMENSION CEQDE (3,20)
C
C  INFORMACION SOBRE ETAPA EN QUE SE ENCUENTRA
C
     IF (INTIMP.EQ.1) CALL AYUDA (103,0,0,0)
C
C   ENUNCIAR VARIABLES SUPCEPTIBLES DE SER MODIFICADAS
C
     WRITE (*,10)
C
C   VARIANZAS A SER INCLUIDAS EN LOS EQUIVALENTES
DETERMINISTICOS
C
     WRITE (*,11)
     DO 100 I=1,NFUOB
     DO 100 J=1,NVAEX
     WRITE (*,12) I,J
 100 READ (*,20) CEQDE(I,J)
C
C   F O R M A T O S
C
 10 FORMAT (1X,'*LOS PARAMETROS QUE DEBEN INTRODUCIRSE
EN ESTA ETA' ,
    + 'PA SON:              *',
    +          '*VARIANZAS PARA LOS COEFICIENTES DE LAS FUNC.
OBJE' ,
    + 'TIVO (DECIMAL - 2)          *')
  11 FORMAT (/)
  12 FORMAT (1X,'VARIANZA EN LA F. OBJETIVO ',I2,' PARA LA
VARIABBLE '.
    +I2,' --')
  20 FORMAT (F10.2)
     END
     SUBROUTINE MOD150
(X,ZOPT,PHALF,FOMAX,FOMIN,VMINT,NFUOB,NVAEX,ICH,
    +NFOSE,ISWT)
C
     DIMENSION
PHALF(3),ZOPT(3),X(20),GM(3),FOMAX(3),FOMIN(3),VMINT(3)
C
     WRITE (*,1005) (I,X(I),I=1,NVAEX)
     DO 200 I=1,NFUOB
     GM(I)=(ZOPT(I)-FOMIN(I))/(FOMAX(I)-FOMIN(I))
 200 WRITE (*,1006) I,VMINT(I),ZOPT(I),PHALF(I),GM(I)
     WRITE (*,1000)
     PAUSE
C
C   AVERIGUA SI LOS NIVELES OBTENIDOS EN LAS FUNCIONES
OBJETIVO
C   ASI COMO SUS PROBABILIDADES DE OCURRENCIA SON
ACEPTABLES PARA
C   EL DECISOR
C
     IF (ISWT.EQ.2) GO TO 500
C
     WRITE (*,1001)
     READ (*,1510) ICH
     IF (ICH.EQ.0) RETURN
     GOTO (300,400,300), ICH
 300 WRITE (*,1002)
     READ (*,1510) NFOSE
     RETURN
 400 WRITE (*,1003)
     READ (*,1510) NFOSE
     WRITE (*,1004)
     READ (*,1500) PHALF(NFOSE)
     RETURN
C
 500 WRITE (*,1007)
     READ (*,1510) ICH
     IF (ICH.EQ.0) RETURN
     ICH=2
     GO TO 400
C
 1000 FORMAT (1X,8('*********-'))
 1001 FORMAT (1X,8('*********-'),
    +'*CONSIDERA ACEPTABLE TANTO LOS VALORES OBTENIDOS EN
LAS DIFEREN',
    +'TES FUNC. ONJET.*',
    +'*ASI COMO LAS PROBABILIDADES DE OCURRENCIA DE DICHOS
VALORES   ',
```

```
    +'---- 0 -SI- *',
    +'*ESPECIFIQUE EN CASO DE QUE DESEE LOGRAR UN VALOR
DIFERENTE EN:',
    +'           *',
    +'*FUNCION OBJETIVO                    ',
    +'---- 1       *',
    +'*PROBABILIDAD DE OBTENER EL VALOR ORIGINAL DE LA F.O.
',
    +'---- 2       *',
    +'*FUNCION OBJETIVO Y PROBABILIDAD DE OCURRENCIA
',
    +'---- 3       *')
 1002 FORMAT (1X,8('*********-'),
    +'*QUE FUNCION OBJETIVO DESEA MODIFICAR SU VALOR
',
    +'----          *')
 1003 FORMAT (1X,8('*********-'),
    +'*A QUE OBJETIVO DESEA CAMBIARLE LA PROBABILIDAD
',
    +'----          *')
 1004 FORMAT (1X,8('*********-'),
    +'*CON QUE VALOR DE PROBABILIDAD MINIMO DESEARIA QUE
ALCANZARA EL',
    +'VALOR DESEADO   *')
 1005 FORMAT (1X,8('*********-'),/,4(2X,'X (',I2,') =',F10.2))
 1006 FORMAT (1X,8('*********-'),2X,'FUNC. OBJ.(',I1,') MINIMO TOL',
    +'ERABLE =',F10.2,2X,'OPTIMO =',F10.2,/,2X,'CON',F5.3,2X,
    +'DE PROBABILIDAD O MAS Y UN % DEL',2X,F10.2,' DEL RANGO')
 1007 FORMAT (1X,8('*********-'),
    +'*CONSIDERA ACEPTABLE TANTO LOS VALORES OBTENIDOS EN
LAS DIFEREN',
    +'TES FUNC. ONJET.*',
    +'*COMO LAS PROBABILIDADES DE OCURRENCIA DE DICHOS
VALORES        ',
    +'---- 0 -SI- *',
    +'*ESPECIFIQUE EN CASO DE QUE DESEE LOGRAR UN VALOR
DIFERENTE EN:',
    +'           *',
    +'*PROBABILIDAD DE OBTENER EL VALOR ORIGINAL DE LA F.O.
',
    +'---- 2       *')
 1500 FORMAT (F10.2)
 1510 FORMAT (I2)
      END
      SUBROUTINE MOD170
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,
     +NFUOB,NVAEX,NVAIM)
C
      CHARACTER*2 CDESI
C
      DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CDESI(12),EREEX(20,2),
     +EREIM(12,2),CLADE(12),CEQDE(3,20)
C
C     IMPRESION DE PROBLEMA
C
      WRITE (*,100)
 1000 WRITE (*,114)
      GO TO 3000
 2000 WRITE (*,114)
 3000 WRITE (*,101) NFUOB
      WRITE (*,102) NVAEX
      WRITE (*,103) NVAIM
      WRITE (*,107)
      DO 200 I = 1 , NFUOB
  200 WRITE (*,108) (I,J,CFUOB(I,J), J=1,NVAEX)
      WRITE (*,109)
      DO 300 I = 1 , NVAIM
  300 WRITE (*,108) (I,J,CREIM(I,J), J=1,NVAEX)
      WRITE (*,115)
      DO 700 I = 1 , NVAIM
  700 WRITE (*,116) I,CDESI(I),CLADE(I)
      PAUSE
      WRITE (*,111)
      DO 500 I = 1 , NVAEX
  500 WRITE (*,108) (I,J,EREEX(I,J), J=1,2)
      WRITE (*,112)
      DO 600 I = 1 , NVAIM
  600 WRITE (*,108) (I,J,EREIM(I,J), J=1,2)
      WRITE (*,117)
      DO 800 I = 1 , NFUOB
  800 WRITE (*,108) (I,J,CEQDE(I,J), J=1,NVAEX)
      PAUSE
      RETURN
 9000 CALL ERROR (7,1)
      RETURN
```

```
  100 FORMAT (10X,'DATOS DE ENTRADA ')
  101 FORMAT (1X,'NUMERO DE FUNCIONES OBJETIVO      ',I2)
  102 FORMAT (1X,'NUMERO DE VARIABLES               ',I2)
  103 FORMAT (1X,'NUMERO DE RESTRICCIONES           ',I2)
  107 FORMAT (10X,'COEFICIENTES DE LAS FUNCIONES OBJETIVO')
  108 FORMAT (4(1X,'(',I2,',',I2,') = ',F10.2))
  109 FORMAT (10X,'COEFICIENTES DE LAS RESTRICCIONES')
  111 FORMAT (10X,'EXTREMOS INFER. Y SUPER. DE LAS VARIABLES')
  112 FORMAT (10X,'EXTREMOS INFER. Y SUPER. DE LAS
RESTRICCIONES')
  113 FORMAT (10X,'PROBLEMA DE  M I N I M I Z A C I O N')
  114 FORMAT (10X,'PROBLEMA DE  M A X I M I Z A C I O N')
  115 FORMAT (10X,'SIGNO Y VALOR DE LAS DESIGUALDADES')
  116 FORMAT (1X,' - EN LA RESTRICCION - ',I2,' -- ',A2,1X,F10.2)
  117 FORMAT (10X,'VARIANZAS DE LOS COEFICIENTES')
      END
      SUBROUTINE MOD190
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,

+CDESI,CLADE,IFOAR,IEDAR,PHALF,NAFOO,NFOAR,NEDAR,NFUOB,N
AEX,
     +NVAIM,NFOSE,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS,ISW)
C
C   RECUPERACION DE PROBLEMA ANTERIOR
C
      CHARACTER*2 CDESI
C
      DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CEQDE(3,20),CDESI(12),
     *         EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),EEQDE(3,2),
     *         IFOAR(3),IEDAR(3),PHALF(3),CLADE(12)
C
C   ANALIZA SI ES LECTURA O GRABACION
C
      GO TO (1000,2000),ISW
C
C   RECUPERA PROBLEMA DEL ARCHIVO DATABANK.DAT
C
 1000 OPEN (1,FILE='DATABANK.DAT')
      READ  (1,50) NFUOB,NVAEX,NVAIM
      DO 150 I = 1, NFUOB
  150 READ  (1,30) (CFUOB(I,J),J=1,NVAEX)
      DO 160 I = 1, NVAIM
  160 READ  (1,30) (CREIM(I,J),J=1,NVAEX)
      READ  (1,60) (CDESI(I),I=1,NVAIM)
      READ  (1,30) (CLADE(I),I=1,NVAIM)
      DO 170 I = 1, NVAIM
  170 READ  (1,30) EREIM(I,1),EREIM(I,2)
      DO 180 I = 1, NVAEX
  180 READ  (1,30) EREEX(I,1),EREEX(I,2)
      DO 190 I = 1, NFUOB
  190 READ  (1,30) (CEQDE(I,J),J=1,NVAEX)
      CLOSE (1,STATUS='KEEP')
C
C   RESTO PROCESO INCICIALIZACION
C
      DO 200 I=1,NFUOB
      EFUOB(I,1)=0.0
      EFUOB(I,2)=0.0
      EEQDE(I,1)=0.0
      EEQDE(I,2)=0.0
      IFOAR(I)=0
      IEDAR(I)=0
      PHALF(I)=0.5
  200 CONTINUE
C
      NAFOO=0
      NFOAR=0
      NEDAR=0
      NFOSE=0
C
      INTAYU=1
      INTSMP=1
      INTREG=1
      INTROS=1
C
      RETURN
C
C   ALMACENA PROBLEMA EN EL ARCHIVO DATABANK
C
 2000 OPEN (1,FILE='DATABANK.DAT')
      WRITE  (1,50) NFUOB,NVAEX,NVAIM
      DO 2150 I = 1, NFUOB
 2150 WRITE  (1,30) (CFUOB(I,J),J=1,NVAEX)
      DO 2160 I = 1, NVAIM
 2160 WRITE  (1,30) (CREIM(I,J),J=1,NVAEX)
```

```
      WRITE  (1,60) (CDESI(I),I=1,NVAIM)
      WRITE  (1,30) (CLADE(I),I=1,NVAIM)
      DO 2170 I = 1, NVAIM
2170  WRITE  (1,30) EREIM(I,1),EREIM(I,2)
      DO 2180 I = 1, NVAEX
2180  WRITE  (1,30) EREEX(I,1),EREEX(I,2)
      DO 2190 I = 1, NFUOB
2190  WRITE  (1,30) (CEQDE(I,J),J=1,NVAEX)
      CLOSE (1,STATUS='KEEP')
      RETURN
  30  FORMAT (8F10.2)
  50  FORMAT (20(2X,I2))
  60  FORMAT (20(2X,A2))
      END
      SUBROUTINE MODI95
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,CDESI,CLADE,
     +NFUOB,NVAEX,NVAIM,INTAYU,INTSMP,INTREG,INTROS)
C
      CHARACTER*2 CDESI
C
      DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CDESI(12),EREEX(20,2),
     +EREIM(12,2),CLADE(12),CEQDE(3,20)
C
  50  WRITE (*,1100)
      WRITE (*,1300)
      READ  (*,1010) IK
      IF (IK.EQ.0) RETURN
      GO TO (100,200,300,400,500,600,700,800,900,2000,2100),IK
C
 100  WRITE (*,1110)
      READ  (*,1010) IFO
      WRITE (*,1130)
      READ  (*,1010) IVA
      WRITE (*,1150) CFUOB(IFO,IVA)
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1020) CFUOB(IFO,IVA)
      GO TO 50
 200  WRITE (*,1120)
      READ  (*,1010) IRE
      WRITE (*,1130)
      READ  (*,1010) IVA
      WRITE (*,1150) CREIM(IRE,IVA)
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1020) CREIM(IRE,IVA)
      GO TO 50
 300  WRITE (*,1110)
      READ  (*,1010) IFO
      WRITE (*,1130)
      READ  (*,1010) IVA
      WRITE (*,1150) CEQDE(IFO,IVA)
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1020) CEQDE(IFO,IVA)
      GO TO 50
 400  WRITE (*,1130)
      READ  (*,1010) IVA
      WRITE (*,1140)
      READ  (*,1010) IEX
      WRITE (*,1150) EREEX(IVA,IEX)
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1020) EREEX(IVA,IEX)
      GO TO 50
 500  WRITE (*,1120)
      READ  (*,1010) IRE
      WRITE (*,1140)
      READ  (*,1010) IEX
      WRITE (*,1150) EREIM(IRE,IEX)
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1020) EREIM(IRE,IEX)
      GO TO 50
 600  WRITE (*,1120)
      READ  (*,1010) IRE
      WRITE (*,1180) CDESI(IRE)
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1030) CDESI(IRE)
      GO TO 50
 700  WRITE (*,1120)
      READ  (*,1010) IRE
      WRITE (*,1150) CLADE(IRE)
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1020) CLADE(IRE)
      GO TO 50
 800  WRITE (*,1190) INTAYU
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1010) INTAYU
      GO TO 50
 900  WRITE (*,1190) INTSMP
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1010) INTSMP
      GO TO 50
2000  WRITE (*,1190) INTREG
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1010) INTREG
      GO TO 50
2100  WRITE (*,1190) INTROS
      WRITE (*,1160)
      READ  (*,1010) INTROS
      GO TO 50
1010  FORMAT (I2)
1020  FORMAT (F10.2)
1030  FORMAT (A2)
1100  FORMAT (1X,'*SELECCIONE LA OPCION CORRESPONDIENTE A
LA MODIFICAC',
     +'ION                    ',
     +'*NO MODIFICACIONES                                     ',
     +'       --- 0 *',
     +'*COEFICIENTES DE LAS FUNCIONES OBJETIVO                ',
     +'       --- 1 *',
     +'*COEFICIENTES DE LAS RESTRICCIONES                     ',
     +'       --- 2 *',
     +'*VARIANZA DE LOS COEFICIENTES EN LA FUNCION OBJETIVO
',
     +'       --- 3 *',
     +'*EXTREMOS DE LAS VARIABLES                             ',
     +'       --- 4 *',
     +'*EXTREMOS DE LAS RESTRICCIONES                         ',
     +'       --- 5 *')
1300  FORMAT (1X,
     +'*SIGNO DE LAS DESIGUALDADES                            ',
     +'       --- 6 *',
     +'*COEFICIENTES DEL LADO DERECHO                         ',
     +'       --- 7 *',
     +'*PARAMETROS DE CONTROL DE IMPRESION - AYUDAS EN
LINEA        ',
     +'       --- 8 *',
     +'*PARAMETROS DE CONTROL DE IMPRESION - METODO
SIMPLEX        ',
     +'       --- 9 *',
     +'*PARAMETROS DE CONTROL DE IMPRESION - REGRESION
',
     +'       --- 10 *',
     +'*PARAMETROS DE CONTROL DE IMPRESION - METODO DE
BUSQUEDA      ',
     +'       --- 11 *')
1110  FORMAT (1X,'FUNCION OBJETIVO NUMERO .... ---- ')
1120  FORMAT (1X,'RESTRICCION NUMERO ......... ---- ')
1130  FORMAT (1X,'VARIABE NUMERO ............. ---- ')
1140  FORMAT (1X,'EXTREMO INFERIOR=1 / SUPERIOR=2 -- ')
1150  FORMAT (1X,'VALOR ANTERIOR  .............. -- ',F10.2)
1160  FORMAT (1X,'NUEVO VALOR .................. -- ')
1180  FORMAT (1X,'VALOR ANTERIOR  .............. -- ',A2)
1190  FORMAT (1X,'VALOR ANTERIOR  .............. -- ',I2)
      END
      SUBROUTINE SWAGIN (F,R,T,A,Y,E,D,Q,S,H,IFO,IED,NF,NV,NR,
     +NAF,IND)
C
C  SWT A GINO
C
      CHARACTER*2 A,O,G,B,Z,VRE,VFUOB,VED,VVA,VFO
C
      DIMENSION F(3,20),R(12,20),A(12),E(20,2),D(12,2),T(3,20)
      DIMENSION S(3,2),H(3),IFO(3),IED(3),Y(12),Q(3,2)
      DIMENSION O(25),G(11),B(12),Z(10)
      DIMENSION VRE(12,80),VFUOB(3,80),VED(3,160),VVA(20,80),
     *VFO(80)
      DIMENSION LRE(12),  LFUOB(3),  LED(3),   LVA(20)
C
      OPEN  (1,FILE='SWTAGINO.DAT')
C
      DATA G/'+','-','*','/','^',' ',',','=',';','(',')'/
      DATA O/'A','B','C','D','E','F','G','H','I','J',
     *      'K','L','M','N','O','P','Q','R','S','T',
     *      'U','V','X','Y','Z'/
      DATA Z/'1','2','3','4','5','6','7','8','9','.'/
C
C  FUNCION OBJETIVO
C
      K=1
      IF (IND.EQ.-1) GO TO 100
      VFO(K)=O(13)
      K=K+1
```

```
      VFO(K)=O(1)
      K=K+1
      VFO(K)=O(23)
      K=K+1
      VFO(K)=G(8)
      GO TO 200
  100 VFO(K)=O(13)
      K=K+1
      VFO(K)=O(9)
      K=K+1
      VFO(K)=O(14)
      K=K+1
      VFO(K)=G(8)
  200 MM=0
      DO 300 I=1,NF
      IF (IFO(I).EQ.0) GO TO 300
      MM=MM+1
      MI=(NV+1)+(2*(MM-1))
      K=K+1
      VFO(K)=G(1)
      K=K+1
      VFO(K)=O(23)
      K=K+1
      VFO(K)=Z(MI)
      K=K+1
      VFO(K)=G(1)
      K=K+1
      VFO(K)=O(23)
      K=K+1
      VFO(K)=Z(MI+1)
  300 CONTINUE
      K=K+1
      VFO(K)=G(9)
      LFO=K
C
C   RESTRICCIONES
C
      DO 1900 J=1,NR
      K=0
      DO 1100 I=1,NV
      IF (R(J,I)) 700,1100,800
  700 K=K+1
      VRE(J,K)=G(2)
      GO TO 900
  800 K=K+1
      VRE(J,K)=G(1)
  900 P=ABS(R(J,I))
      CALL RNTER (P,B,IN,IL)
      DO 1000 L=IN,IL
      K=K+1
      VRE(J,K)=B(L)
 1000 CONTINUE
      K=K+1
      VRE(J,K)=G(3)
      K=K+1
      VRE(J,K)=O(23)
      K=K+1
      VRE(J,K)=Z(I)
 1100 CONTINUE
      K=K+1
      IF ((A(J).EQ.'LE').OR.(A(J).EQ.'LT')) GO TO 1200
      IF ((A(J).EQ.'GE').OR.(A(J).EQ.'GT')) GO TO 1300
      VRE(J,K)=G(8)
      GO TO 1400
 1200 VRE(J,K)=G(6)
      GO TO 1400
 1300 VRE(J,K)=G(7)
 1400 IF (Y(J)) 1500,1700,1600
 1500 K=K+1
      VRE(J,K)=G(2)
      GO TO 1700
 1600 K=K+1
      VRE(J,K)=G(1)
 1700 P=ABS(Y(J))
      CALL RNTER (P,B,IN,IL)
      DO 1800 L=IN,IL
      K=K+1
      VRE(J,K)=B(L)
 1800 CONTINUE
      K=K+1
      VRE(J,K)=G(9)
      LRE(J)=K
 1900 CONTINUE
C
C   VARIABLES
C
      NTV=NV+(2*(NF-1))
      DO 3000 I=1,NTV
      K=1
      VVA(I,K)=O(23)
      K=K+1
      VVA(I,K)=Z(I)
      K=K+1
      VVA(I,K)=G(7)
      IF (E(I,1)) 2600,2800,2700
 2600 K=K+1
      VVA(I,K)=G(2)
      GO TO 2800
 2700 K=K+1
      VVA(I,K)=G(1)
 2800 P=ABS(E(I,1))
      CALL RNTER (P,B,IN,IL)
      DO 2900 L=IN,IL
      K=K+1
      VVA(I,K)=B(L)
 2900 CONTINUE
      K=K+1
      VVA(I,K)=G(9)
      LVA(I)=K
 3000 CONTINUE
C
C   FUNCIONES OBJETIVO ACTUANDO COMO RESTRICCIONES
C
      DO 4200 J=1,NF
      K=0
      DO 4100 I=1,NV
      IF (F(J,I)) 3700,4100,3800
 3700 K=K+1
      VFUOB(J,K)=G(2)
      GO TO 3900
 3800 K=K+1
      VFUOB(J,K)=G(1)
 3900 P=ABS(F(J,I))
      CALL RNTER (P,B,IN,IL)
      DO 4000 L=IN,IL
      K=K+1
      VFUOB(J,K)=B(L)
 4000 CONTINUE
      K=K+1
      VFUOB(J,K)=G(3)
      K=K+1
      VFUOB(J,K)=O(23)
      K=K+1
      VFUOB(J,K)=Z(I)
 4100 CONTINUE
      LFUOB(J)=K
 4200 CONTINUE
C
C   EQUIVALENTES DETERMINISTICOS ACTUANDO COMO
RESTRICCIONES
C
      DO 5700 J=1,NF
      K=LFUOB(J)
      DO 5100 I=1,K
      VED(J,I)=VFUOB(J,I)
 5100 CONTINUE
      IF (H(J)) 5125,5625,5150
 5125 K=K+1
      VED(J,K)=G(2)
      GO TO 5175
 5150 K=K+1
      VED(J,K)=G(1)
 5175 P=ABS(H(J))
      CALL RNTER (P,B,IN,IL)
      DO 5195 L=IN,IL
      K=K+1
      VED(J,K)=B(L)
 5195 CONTINUE
      K=K+1
      VED(J,K)=G(3)
      K=K+1
      VED(J,K)=G(10)
      DO 5600 I=1,NV
      IF (T(J,I)) 5200,5600,5300
 5200 K=K+1
      VED(J,K)=G(2)
      GO TO 5400
 5300 K=K+1
      VED(J,K)=G(1)
 5400 P=ABS(T(J,I))
```

```
   CALL RNTER (P,B,IN,IL)
   DO 5500 L=IN,IL
   K=K+1
   VED(J,K)=B(L)
5500 CONTINUE
   K=K+1
   VED(J,K)=G(3)
   K=K+1
   VED(J,K)=O(23)
   K=K+1
   VED(J,K)=Z(I)
   K=K+1
   VED(J,K)=G(5)
   K=K+1
   VED(J,K)=Z(2)
5600 CONTINUE
   K=K+1
   VED(J,K)=G(11)
   K=K+1
   VED(J,K)=G(5)
   K=K+1
   VED(J,K)=Z(10)
   K=K+1
   VED(J,K)=Z(5)
5625 K=K+1
   VED(J,K)=G(7)
   IF (S(J,1)) 5635,5700,5640
5635 K=K+1
   VED(J,K)=G(2)
   GO TO 5645
5640 K=K+1
   VED(J,K)=G(1)
5645 P=ABS(S(J,1))
   CALL RNTER (P,B,IN,IL)
   DO 5650 L=IN,IL
   K=K+1
   VED(J,K)=B(L)
5650 CONTINUE
   K=K+1
   VED(J,K)=G(9)
   LED(J)=K
5700 CONTINUE
C
C  FUNCIONES OBJETIVO ACTUANDO COMO RESTRICCIONES LADO
DCHO
C
   MM=0
   DO 6900 J=1,NF
   K=LFUOB(J)
   IF (IFO(J).EQ.0) GO TO 6100
   MM=MM+1
   MI=(NV+1)+(2*(MM-1))
   K=K+1
   VFUOB(J,K)=G(1)
   K=K+1
   VFUOB(J,K)=O(23)
   K=K+1
   VFUOB(J,K)=Z(MI)
   K=K+1
   VFUOB(J,K)=G(2)
   K=K+1
   VFUOB(J,K)=O(23)
   K=K+1
   VFUOB(J,K)=Z(MI+1)
6100 K=K+1
   VFUOB(J,K)=G(8)
   IF (Q(J,2)) 6200,6400,6300
6200 K=K+1
   VFUOB(J,K)=G(2)
   GO TO 6400
6300 K=K+1
   VFUOB(J,K)=G(1)
6400 P=ABS(Q(J,2))
   CALL RNTER (P,B,IN,IL)
   DO 6500 L=IN,IL
   K=K+1
   VFUOB(J,K)=B(L)
6500 CONTINUE
   K=K+1
   VFUOB(J,K)=G(9)
   LFUOB(J)=K
6900 CONTINUE
C
C  GRABADO DE INSTRUCCIONES EN EL ARCHIVO
C
C  INSTRUCCION DE MODEL
   WRITE (1,5) O(13),O(15),O(4),O(5),O(12)
C
C  FUNCION OBJETIVO
   WRITE (1,10) (VFO(L),L=1,LFO)
C
C  RESTRICCIONES
   DO 9000 J=1,NR
   K=LRE(J)
9000 WRITE (1,10) (VRE(J,L),L=1,K)
C
C  FUNCIONES OBJETIVO
   DO 9100 J=1,NF
   IF (IFO(J).EQ.0) GO TO 9100
   K=LFUOB(J)
   WRITE (1,10) (VFUOB(J,L),L=1,K)
9100 CONTINUE
C
C  EQUIVALENTES DETERMINISTICOS
   DO 9200 J=1,NF
   IF (IED(J).EQ.0) GO TO 9200
   K=LED(J)
   WRITE (1,10) (VED(J,L),L=1,K)
9200 CONTINUE
C
C  VARIABLES
   DO 9300 J=1,NTV
   K=LVA(J)
9300 WRITE (1,10) (VVA(J,L),L=1,K)
C
C  INSTRUCCION DE END
   WRITE (1,15) O(5),O(14),O(4)
C
  5 FORMAT (5A1)
 10 FORMAT (80A1)
 15 FORMAT (3A1)
C
   CLOSE(1,STATUS='KEEP')
C
   RETURN
   END
   SUBROUTINE RNTER (P,B,IN,IL)
C
   CHARACTER*2 B,Z,C
C
   DIMENSION B(9),Z(10)
C
   DATA Z/'1','2','3','4','5','6','7','8','9','.'/
C
   K=0
   K=(P*10.0**3)
   H=K/10.0**3
   IF (P.NE.H) K=K+1
   IN=6
   IL=9
   IF (P.LE.99999.999) GO TO 50
   DO 25 I=1,9
 25 B(I)=Z(9)
   B(6)=Z(10)
   IN=1
   RETURN
 50 DO 100 I=1,9
100 B(I)='0'
   B(6)=Z(10)
   IF (P.GE.0.001) GO TO 150
   RETURN
C
150 IF (K.GT.9999999) GO TO 200
   IF (K.GT.999999) GO TO 300
   IF (K.GT.99999) GO TO 400
   IF (K.GT.9999) GO TO 500
   IF (K.GT.999) GO TO 600
   IF (K.GT.99) GO TO 700
   IF (K.GT.9) GO TO 800
   IF (K.GT.0) GO TO 900
   IN=0
175 IN=IN+1
   IF (B(IN).EQ.'0') GO TO 175
   RETURN
200 L=1
   J=7
   GO TO 1000
300 L=2
   J=6
   GO TO 1000
```

```
400 L=3
    J=5
    GO TO 1000
500 L=4
    J=4
    GO TO 1000
600 L=5
    J=3
    GO TO 1000
700 L=7
    J=2
    GO TO 1000
800 L=8
    J=1
    GO TO 1000
900 L=9
    J=0
1000 I=K/10**J
    K=K-(I*10**J)
    B(L)=Z(I)
    GO TO 150
    END
    SUBROUTINE NORMAL(R,C,S,X)
C
C   FUNCION DE DISTRIBUCION ACUMULADA NORMAL
C   X = VALOR A CALCULAR CORRESPONDIENTE A P{X}=R
C   C = MEDIA DE LA DISTRIBUCION
C   S = DESVIACION ESTANDAR
C   R = PROBABILIDAD ACUMULADA
C
    IF (R) 900, 700, 50
 50 IF (R-1.0) 75, 800, 900
 75 IF (R-0.5) 100, 600, 200
 100 V=SQRT(-2.0*ALOG(R))
    GO TO 300
 200 V=SQRT(-2.0*ALOG(1-R))
 300 D=1+(1.432788*V)+(0.189269*V*V)+(0.001308*V*V*V)
    A=2.515517+(0.802853*V)+(0.010328*V*V)
    B=S*(V-(A/D))
    IF (R-0.5) 400, 600, 500
 400 X=C-B
    RETURN
 500 X=C+B
    RETURN
 600 X=C
    RETURN
 700 X=-4.0
    RETURN
 800 X=+4.0
    RETURN
 900 CALL ERROR (27,1)
    RETURN
    END
    SUBROUTINE SMPLX0
(IV,IW,NFO,CFO,CRE,CLD,CDE,XOPT,ZOPT,ICODE,
   +INTSMP)
C
    CHARACTER*2 ZR1,ZR2,ZR3,CDE,FDE,VDE
    DIMENSION CFO(20),CRE(12,20),CLD(12),CDE(12),XOPT(20)
    DIMENSION        FRE(12,20),FLD(12),FDE(12)
    DIMENSION        VRE(12,20),VLD(12),VDE(12)
C
101  FORMAT (6(F10.2,2X))
102  FORMAT (2X,F10.2,3X,A4,3X,6(F10.2,2X))
200  FORMAT (10X,'FUNCION OBJETIVO A ',3A4)
201  FORMAT (2X,'VECTOR B',2X,'DESIGU',2X,'C O E F.   R E S T R ')
203  FORMAT (/10X,'LA DIMENSION ASIGNADA EN EL PROGRAMA
AL NUMERO DE FI
    *LAS ES MAYOR DE ',I3,' MODIFICAR ESTA PARA PODER
EJECUTAR')
204  FORMAT (/10X,'LA DIMENSION ASIGNADA EN EL PROGRAMA
AL NUMERO DE CO
    *LUMNAS ES MAYOR DE ',I3,' MODIFICAR ESTA PARA PODER
EJECUTAR')
301  FORMAT (4(2X,'X(',I2,')=',2X,F10.2))
302  FORMAT (/10X,'F. OBJETIVO OPTIMA=',5X,F10.2)
303  FORMAT (/10X,'DESPUES DE .... ITERACIONES NO HAY
SOLUCION')
304  FORMAT (/10X,'* * * * * SOLUCION NO FACTIBLE * * * * *')
C
    DATA ZFOMX/'MAXI'/,ZFOMN/'MINI'/,ZFT/'MIZA'/,ZFF/'R   '/
    DATA ZR1/'GE'/,ZR2/'EQ'/,ZR3/'LE'/,MXFL/12/,MXCL/45/
C
    IF (IW.LE.MXFL) GOTO 825
    WRITE (*,203) MXFL
    GOTO 600
825  IF (((IW*2)+1).LE.MXCL) GOTO 850
    WRITE (*,204) MXCL
    GOTO 600
850  IF (INTSMP.EQ.0) GOTO 800
    IF (NFO)  500 , 600 , 550
500  WRITE (*,200) ZFOMN,ZFT,ZFF
    GOTO 400
550  WRITE (*,200) ZFOMX,ZFT,ZFF
400  WRITE (*,101) (CFO(N),N=1,IV)
    WRITE (*,201)
    DO  112  M = 1 , IW
    WRITE (*,102) CLD(M),CDE(M),(CRE(M,N),N=1,IV)
112  CONTINUE
C
 800 DO 1500 LW = 1, IW
    IF (CLD(LW)) 1000,1300,1300
 1000 DO 1100 LT = 1, IV
 1100 FRE(LW,LT) = -1.0 * CRE(LW,LT)
    FLD(LW) = -1.0 * CLD(LW)
    IF (CDE(LW).EQ.ZR2) GO TO 1500
    IF (CDE(LW).EQ.ZR1) GO TO 1200
    FDE(LW)=ZR1
    GO TO 1500
 1200 FDE(LW)=ZR3
    GO TO 1500
C
 1300 DO 1400  LT = 1, IV
    FRE(LW,LT) = CRE(LW,LT)
    FDE(LW) = CDE(LW)
    FLD(LW) = CLD(LW)
 1400 CONTINUE
C
 1500 CONTINUE
C
    IA = 0
    NEQ = 0
    LW = 0
C
    DO 2500 MW = 1, IW
    IF (FDE(MW).NE.ZR1) GO TO 2500
    LW = LW + 1
    IA = IA + 1
    VLD(LW) = FLD(MW)
    VDE(LW) = FDE(MW)
    DO 2000 MT = 1, IV
    VRE(LW,MT) = FRE(MW,MT)
 2000 CONTINUE
 2500 CONTINUE
C
    DO 3000 MW = 1, IW
    IF (FDE(MW).EQ.ZR1) GO TO 3000
    IF (FDE(MW).EQ.ZR3) GO TO 3000
    LW = LW + 1
    NEQ = NEQ + 1
    VLD(LW) = FLD(MW)
    VDE(LW) = FDE(MW)
    DO 2750 MT = 1, IV
    VRE(LW,MT) = FRE(MW,MT)
 2750 CONTINUE
 3000 CONTINUE
C
    DO 3500 MW = 1, IW
    IF (FDE(MW).EQ.ZR1) GO TO 3500
    IF (FDE(MW).EQ.ZR2) GO TO 3500
    LW = LW + 1
    VLD(LW) = FLD(MW)
    VDE(LW) = FDE(MW)
    DO 3250 MT = 1, IV
    VRE(LW,MT) = FRE(MW,MT)
 3250 CONTINUE
 3500 CONTINUE
C
    CALL SMPLX1
(IV,IW,IA,NEQ,NFO,CFO,VRE,VLD,XOPT,ZOPT,ICODE)
C
    IF (ICODE.EQ.1) GOTO 700
    IF (ICODE.EQ.2) GO TO 900
    IF (INTSMP.EQ.0) RETURN
    WRITE (*,302) ZOPT
    WRITE (*,301) (M,XOPT(M), M=1,IV)
    GOTO 600
700  WRITE (*,303)
600  PAUSE
    RETURN
```

```
900  WRITE (*,304)
     GO TO 600
     END
     SUBROUTINE SMPLX1
(IV,IW,IA,NEQ,NFO,CFO,CRE,CLD,XOPT,VTFO,ICODE)
C
C  IV=NUM. VARIABLES   IW=NUM. RESTRICCIONES   IA=NUM.
RESTR. =
C  NEQ=NUM. RESTRC. =  NFO=+1 SI ES MAX        CFO=VECTOR
COEF F.O.
C  CRE=COEF. RESTRIC.  CLD=COEF VECTOR L.D.    VTFO= Z OPT.
CON XOPT
C  EL ALGORITMO ESTA PREPARADO PARA MAX, POR LO QUE SI
DESE MIN, DEBE
C  CAMBIAR LOS SIGNOS DE LOS COEFICIENTES
C  ICODE = 0 SOLUCION OPTIMA FACTIBLE
C        = 1 NO SE HA ENCONTRADO CONVERGENCIA EN ..
ITERACIONES
C        = 2 SOLUCION NO FACTIBLE
C
     DIMENSION D(12,45),P(24),IBV(12),SC(24)
     DIMENSION CFO(20),CRE(12,20),CLD(12),XOPT(20)
C
     DATA MXFL/12/,MXCL/45/,MAXITER/99/
C
     ICODE=0
     NN = 0
     IY = IV + 1
     IZ = IY + (2 * IA) + NEQ + (IW - IA - NEQ)
     IF (IW.LE.MXFL) GOTO 825
     CALL ERROR (23,1)
     RETURN
825  IF (IZ.LE.MXCL) GOTO 850
     CALL ERROR (24,1)
     RETURN
850  IX = IZ - 1
     I = IY - 1
     IR = I
     IXK = IA + NEQ
C
     DO 804 N = 1 , I
     XOPT(N)=0.0
804  P(N)=CFO(N)
C
C  LAS RESTRICCIONES EN CRE DEBEN VENIR PRIMERO LAS .GE.
LUEGO LAS
C  .EQ. Y POR ULTIMO LAS .LE.
C
     DO 790 M = 1 , IW
     IF (M-IA) 710,710,720
710  DO 715 N = 1 , I
715  D(M,N)=CRE(M,N)
     GO TO 790
720  IF (M - IXK) 730,730,740
730  DO 735 N = 1 , I
735  D(M,N)=CRE(M,N)
     GO TO 790
740  DO 745 N = 1 , I
745  D(M,N)=CRE(M,N)
790  CONTINUE
C
     DO 620 M = 1 , IW
620  D(M,IZ)=CLD(M)
C
     DO 275 N = 1 , I
275  P(N) = P(N) * NFO
C
     DO 697 JIM = IY , IX
697  P(JIM) = 0.0
     IK = IA + NEQ
     IF (IK.EQ.0) GOTO 69
     NEG = IY + IA
     NEE = NEG + IA - 1 + NEQ
     DO 68 KKK = NEG , NEE
68   P(KKK) = -999.0
69   CONTINUE
C
     DO 105 N = 1 , IX
105  SC(N) = P(N)
C
     DO 113 I = 1 , IW
     DO 113 J = IY , IX
113  D(I,J) = 0.0
     DO 114 I = 1,IW
     J = I + IY + IA - 1
```

```
114  D(I,J) = 1.0
     IF (IA.EQ.0) GOTO 118
     DO 115 I = 1 , IA
     J = I + IY - 1
115  D(I,J) = -1.0
118  CONTINUE
     DO 20 N = IY , IX
     DO 30 L = 1 , IW
     IF (D(L,N)-1.0) 30,40,30
30   CONTINUE
     GOTO 20
40   IBV(L) = N
20   CONTINUE
     NOPIV = 0.0
     GOTO 110
13   SCMAX=0.0
     NN = 1
     DO 31 N = 1 , IX
     DO 32 I = 1 , IW
     IF (-IBV(I)) 32,31,32
32   CONTINUE
     SUM = 0.0
     DO 33 I = 1,IW
     J = IBV(I)
33   SUM = SUM + P(J) * D(I,N)
     SC(N) = P(N) - SUM
     IF (SC(N) - SCMAX) 31,31,310
310  SCMAX = SC(N)
     IPIVC = N
31   CONTINUE
     IF (SCMAX) 110,110,140
140  SMVAL = 99999999.
19   CONTINUE
     DO 4 M = 1 , IW
     IF (D(M,IPIVC)) 4,4,5
5    QUONT = D(M,IZ) / D(M,IPIVC)
     IF (SMVAL - QUONT ) 4 , 4 , 6
6    IPIVR = M
     SMVAL = QUONT
4    CONTINUE
     IBV(IPIVR)=IPIVC
     DIV=D(IPIVR,IPIVC)
     DO 7 N = 1 , IZ
7    D(IPIVR,N) = D(IPIVR,N) / DIV
     NOPIV = NOPIV + 1
     IF (NOPIV - MAXITER) 12, 12, 600
12   DO 10 M = 1 ,IW
     IF (M - IPIVR) 9,10,9
9    CM=-D(M,IPIVC)
     DO 11 N = 1,IZ
     TM = D(IPIVR,N) * CM
11   D(M,N)=D(M,N)+TM
10   CONTINUE
     GOTO 13
110  IF (NN.EQ.0) GOTO 13
     IF (SCMAX.GT.0) GOTO 19
     VTFO=0.0
     DO 15 M = 1, IW
     IF (IBV(M).GT.IR) GOTO 14
     VTFO=VTFO+(P(IBV(M))*NFO*D(M,IZ))
     XOPT(IBV(M))=D(M,IZ)
     GO TO 15
14   IF (M - IA) 810,810,820
810  KPVA=IV+(2*M)
     GO TO 890
820  IF (M - IXK) 830,830,15
830  KPVA=IV+(2*IA)+(M-IA)
890  IF (IBV(M).NE.KPVA) GO TO 15
     IF (ABS(D(M,IZ)).GT.0.0001) ICODE = 2
15   CONTINUE
     RETURN
600  ICODE = 1
     RETURN
     END
     SUBROUTINE REGR00 (X,Y,B,A0,NA,NX,M,KNP,JFE)
C
C
C
     DIMENSION X(20,5),Y(20),A(25),B(5),XBAR(5),YHAT(20),AA(5.5)
C
C    NA  = NUMERO DE COEFICIENTES DESCONOCIDOS MENOS
UNO ( 2 A5 )
C    NX  = NUMERO DE VARIABLES INDEPENDIENTES ( 5 )
C    M   = NUMERO DE DATOS PROPORCIONADOS ( 20 )
C    KNP = CODIGO DE IMPRESION   SI - 1     NO - 0
```

```
C     JFE = FORMA DE ECUACION    VALOR NORMAL -- 1
C
      DATA MNNA/2/,MNNX/1/,MNM/1/
      DATA MXNA/5/,MXNX/5/,MXM/20/,MXFE/3/
C
C     IMPRESION DE INICIO DE REGRESION, LIMITACIONES Y FORMAS
C     ACTUALES DE LA ECUACION DE REGRESION
C
C   IMPRESION DE VALORES DE ENTRADA A SUBRUTINA
C
      IF (KNP.EQ.0) GOTO 300
      WRITE (*,1100) NA,NX,M,KNP,JFE
      DO 1000 I = 1 , M
      DO 1000 J = 1 , NX
      WRITE (*,1200) I,Y(I),I,J,X(I,J)
 1000 CONTINUE
      PAUSE
C
C     PROGRAMA PRINCIPAL DE REGRESION
C
  300 IF ( NA - MNNA )  900,500,500
  500 IF ( NA - MXNA )  510,510,900
  510 IF ( NX - MNNX )  910,530,530
  530 IF ( NX - MXNX )  540,540,910
  540 IF ( M  - MNM  )  920,550,550
  550 IF ( M  - MXM  )  560,560,920
  560 IF (  JFE     )  930,900,570
  570 IF (JFE - MXFE )  580,580,930
  580 IF (  KNP     )  940,600,590
  590 IF (KNP  -  1  )  600,600,940
  600 NN = NA * NA
C
      GOTO (1,2,3),JFE
C
C     Y = A0 + A(1)*X(1) + A(2)*X(2) + A(3)*X(3) + ......
C
    1 GOTO 400
C
C     Y = A0 + A1 * X(1) + A2 * X(1)**2
C
    2 IF ( NA - 2 )  900,102,900
  102 IF ( NX - 1 )  900,202,900
  202 DO 302 I = 1 , M
      X(I,2) = X(I,1) * X(I,1)
  302 CONTINUE
      GOTO 400
C
C     Y = A0 + A1 * X(1) + A(2) * X(1)**2 + A(3) * X(1)**3
C
    3 IF ( NA - 3 )  900,103,900
  103 IF ( NX - 1 )  900,203,900
  203 DO 303 I = 1 , M
      X(I,2) = X(I,1) * X(I,1)
      X(I,3) = X(I,2) * X(I,1)
  303 CONTINUE
C
  400 CALL REGR01 (X,Y,NA,M,A,B,XBAR,YHAT,AA,NN,KNP,A0)
      RETURN
C
  900 CALL ERROR (9,1)
  910 CALL ERROR (10,1)
  920 CALL ERROR (11,1)
  930 CALL ERROR (12,1)
  940 CALL ERROR (13,1)
      RETURN
 1100 FORMAT (/,5X,'NUMERO DE COEFICIENTES MENOS UNO    ',I2,
     *       /,5X,'NUMERO DE VARIABLES INDEPENDIENTES  ',I2,
     *       /,5X,'NUMERO DE DATOS PROPORCIONADOS      ',I2,
     *       /,5X,'IMPRES. RESULT. INTERM. 0-SI 1-NO ',I2,
     *       /,5X,'FORMA ECUACION REGRESION           ',I2)
 1200 FORMAT (2X,'Y(',I2,')='F10.2,5(2X,'X(',I2,',',I2,')=',F10.2))
      END
      SUBROUTINE REGR01
(X,Y,N,M,A,B,XBAR,YHAT,AA,N2,KNP,AZERO)
C
      DIMENSION X(20,5),Y(20),A(25),B(5),XBAR(5),YHAT(20),AA(5,5)
C
      IF (KNP.EQ.1) WRITE (*,1)
C
C     CALCULA VALORES PROMEDIO PARA X E Y
C
      DO 200 I=1,N
      SUMX=0.0
      DO 100 J=1,M
  100 SUMX=SUMX+X(J,I)
  200 XBAR(I)=SUMX/FLOAT(M)
      SUMY=0.0
      DO 300 K=1,M
  300 SUMY=SUMY+Y(K)
      YBAR=SUMY/FLOAT(M)
      IF (KNP.EQ.0) GOTO 350
  325 WRITE (*,2)
      WRITE (*,3) (II,XBAR(II),II=1,N)
      WRITE (*,4) YBAR
      PAUSE
C
C     CALCULA MATRICES DE REGRESION
C
  350 KK=1
      DO 500 I=1,N
      DO 500 J=1,N
      SUMA=0.0
      SUMB=0.0
      DO 400 K=1,M
      SUMA=SUMA+(X(K,I)-XBAR(I))*(X(K,J)-XBAR(J))
  400 SUMB=SUMB+(Y(K)-YBAR)*(X(K,I)-XBAR(I))
      AA(I,J)=SUMA
      A(KK)=SUMA
      KK=KK+1
  500 B(I)=SUMB
      IF (KNP.EQ.0) GOTO 560
  525 WRITE (*,5)
      DO 550 II=1,N
  550 WRITE (*,6) (AA(II,JJ),JJ=1,N)
      WRITE (*,7)
      WRITE (*,6) (B(KK),KK=1,N)
C
C     CALCULA LOS COEFICIENTES PARA LAS MATRICES DE
REGRESION
C
  560 CALL REGR02(A,B,N,KS,N2)
      IF (KS-1) 575,1100,575
  575 SUMX=0.0
      DO 600 I=1,N
  600 SUMX=SUMX+B(I)*XBAR(I)
      AZERO=YBAR-SUMX
      IF (KNP.EQ.0) GOTO 650
      WRITE (*,8)
      WRITE (*,10) AZERO
      WRITE (*,9) (JJ,B(JJ),JJ=1,N)
      PAUSE
C
C     CALCULA LOS VALORES PARA PRUEBA S Y R
C
  650 STEST=0.0
      DO 800 J=1,M
      SUMS1=0.0
      DO 700 K=1,N
  700 SUMS1=SUMS1+B(K)*X(J,K)
      YHAT(J)=AZERO+SUMS1
      DIFF=(Y(J)-YHAT(J))**2
  800 STEST=STEST+DIFF
      SUMST=0.0
      DO 900 I=1,M
  900 SUMST=SUMST+(Y(I)-YBAR)**2
      SUMSR=SUMST-STEST
      RTEST=SUMSR/SUMST
      ERST=SQRT(STEST/(M-NA+1))
      IF (KNP.EQ.0) RETURN
  950 WRITE (*,11)
      DO 1000 KK=1,M
      DFER=Y(KK)-YHAT(KK)
 1000 WRITE (*,12) KK,Y(KK),KK,YHAT(KK),DFER
 1050 WRITE (*,13) SUMST,STEST,SUMSR,RTEST,ERST
      PAUSE
      RETURN
 1100 CALL ERROR (14,1)
      RETURN
    1 FORMAT (10X,'REGRESION LINEAL MULTIPLE',/)
    2 FORMAT (10X,'VALORES PROMEDIO DE LAS VARIABLES',/)
    3 FORMAT (2X,'X(',I2,')=',E14.7)
    4 FORMAT (2X,'Y=',E14.7)
    5 FORMAT (10X,'MATRIZ  A ')
    6 FORMAT (5(2X,E10.4))
    7 FORMAT (10X,'MATRIZ  B')
    8 FORMAT (10X,'VALORES DE LOS COEFICIENTES DE REGRESION')
    9 FORMAT (2X,'A(',I2,')=',E14.7)
   10 FORMAT (2X,'A( 0)=',E14.7)
   11 FORMAT (7X,'Y EXPERIM.',15X,'Y CON
REGRES.',10X,'DIFERENCIA',/)
```

```
 12 FORMAT (2X,'Y(',I2,')=',E10.4,8X,'Y(',I2,') = ',E10.4,5X,E10.4)
 13 FORMAT (/,2X,'DESVIACION TOTAL                  ',E14.6,
  *      /,2X,'DESVIACION NO EXPLICADA           ',E14.6,
  *      /,2X,'DESVIACION EXPLICADA POR LA ECUACION ',E14.6,
  *      /,2X,'COEF. DE CORREL. MULTIPL. AL CUADRAD ',E14.6,
  *      /,2X,'ERROR ESTANDAR DE LA ESTIMACION     ',E14.6)
    END
    SUBROUTINE REGR02 (A,B,N,KS,NS)
C
    DIMENSION A(25),B(5)
C
C    SOLUCION PROGRESIVA
C
    TOL=0.0
    KS=0
    JJ=-N
    DO 65 J=1,N
    JY=J+1
    JJ=JJ+N+1
    BIGA=0.0
    IT=JJ-J
    DO 30 I=J,N
C
C    BUSQUEDA DEL MAXIMO COEFICIENTE EN LA COLUMNA
C
    IJ=IT+I
    IF (ABS(BIGA)-ABS(A(IJ))) 20,30,30
 20 BIGA=A(IJ)
    IMAX=I
 30 CONTINUE
C
C    VERIFICA SI EL PIVOTE ES MENOR QUE LA TOLERANCIA =
MATR. SING.
C
    IF (ABS(BIGA)-TOL) 35,35,40
 35 KS=1
    RETURN
C
C    INTERCAMBIO DE FILAS SI ES NECESARIO
C
 40 I1=J+N*(J-2)
    IT=IMAX-J
    DO 50 K=J,N
    I1=I1+N
    I2=I1+IT
    SAVE=A(I1)
    A(I1)=A(I2)
    A(I2)=SAVE
C
C    DIVIDE LA ECUACIOP POR EL COEFICIENTE QUE ABANDONA
C
 50 A(I1)=A(I1)/BIGA
    SAVE=B(IMAX)
    B(IMAX)=B(J)
    B(J)=SAVE/BIGA
C
C    ELIMINA LA SIGUIENTE VARIABLE
C
    IF (J-N) 55,70,55
 55 IQS=N*(J-1)
    DO 65 IX=JY,N
    IXJ=IQS+IX
    IT=J-IX
    DO 60 JX=JY,N
    IXJX=N*(JX-1)+IX
    JJX=IXJX+IT
 60 A(IXJX)=A(IXJX)-(A(IXJ)*A(JJX))
 65 B(IX)=B(IX)-(B(J)*A(IXJ))
C
C    SOLUCION REGRESIVA
C
 70 NY=N-1
    IT=N*N
    DO 80 J=1,NY
    IA=IT-J
    IB=N-J
    IC=N
    DO 80 K=1,J
    B(IB)=B(IB)-A(IA)*B(IC)
    IA=IA-N
 80 IC=IC-1
C
    RETURN
    END
    SUBROUTINE INCRE (CFUOB,NVAEX,X,DF,I)
C
C   CALCULA DERIVADAS - INCREMENTOS
C   EN LA INSTRUCCION C 12, SE ESPECIFICA EL TIPO DE
C   FUNCIONES OBJETIVO A SER EVALUADAS.
C   SI TODAS SON LINEALES, EMPLEAR (200,200,200)
C   SI LA F.O. NUMERO DOS FUERA NO LINEAL EMPLEARIAMOS
C   (200,400,200) EN ESTA INSTRUCCION.
C
    DIMENSION CFUOB(3,20),X(20),XIX(20)
C
    DDX = 0.001
    VX = 0.0
    VXIX = 0.0
C
    DO 100 J = 1 , NVAEX
100 XIX(J) = X(J) + DDX
C
    GOTO (200,200,200),I
200 DO 300 J = 1 , NVAEX
    VX = VX + ( CFUOB(I,J) * X(J) )
300 VXIX = VXIX + ( CFUOB(I,J) * XIX(J) )
    GOTO 600
C
400 DO 500 J = 1 , NVAEX
    VX = VX + ( CFUOB(I,J) * X(J) * X(J) )
500 VXIX = VXIX + ( CFUOB(I,J) * XIX(J) *  XIX(J) )
C
600 DF = VXIX - VX
    RETURN
    END
    SUBROUTINE SEAR00
(CFUOB,CREIM,CEQDE,EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,

+PHALF,IFOAR,IEDAR,XIN,E,M,NFUOB,NVAEX,NVAIM,NFOAR,NEDAR,

    +OF,NAFOO,MIMP)
C
C  METODO DE ---- BUSQUEDA ------ DE SOLUCIONES OPTIMAS
C  PUEDE OPERAR CONSIDERANDO LINEALIDAD O AUSENCIA DE
ELLA TANTO
C  EN LA FORMA DE LAS FUNCIONES OBJETIVO COMO EN LAS DE
LAS
C  RESTRICCIONES
C
    IMPLICIT REAL*8 (F)
C
    REAL*8 SEAR01
C
    DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CEQDE(3,20),
  *       EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),EEQDE(3,2),
  *       IFOAR(3),IEDAR(3),PHALF(3),XIN(20),E(20)
C
    DIMENSION V(20,20),SA(20),D(20),EINT(20)
    DIMENSION G(32),FH(32),AL(32),PH(32),A(32,32)
    DIMENSION B(32,32),BX(32),VV(32,32),VM(32)
C
    DATA F1/0.0/,LOOPY/100/,ILPR/1/,NSTEP/0/
    DATA LOOP/0/,ISW/0/,INIT/0/,TERM/0.0/,DELY/1.0E-10/
C
C   FORMATOS EMPLEADOS
C
   1 FORMAT (/,2X,'MAXIMIZAR -- +1        MINIMIZAR -- -1',I3,
   +       /,2X,'NUMERO DE VARIABLES                 =  ',I3,
   +       /,2X,'NUMERO DE VARIABLES MAS RESTRICCIONES   =
',I3)
   2 FORMAT (/,2X,' E ( ',I2,' ) = ',1E10.4)
   3 FORMAT
(//,2X,'ETAPA',9X,'FUNCION',12X,'PROGRESO',9X,'PROGRESO'
   +      ,' LATERAL')
   4 FORMAT (1X,I5,3E20.8)
   5 FORMAT (/,2X,'VALORES DE X EN ESTA ETAPA')
   6 FORMAT (/,2X,3('X(',I2,') = ',1PE14.6,4X))
   8 FORMAT (////,2X,'VECTOR DE DIRECCION MATRIZ FINAL')
   9 FORMAT (/2X,3('V(',I2,',',I2,') = ',F10.8,4X))
  11 FORMAT (//,2X,'DIMENSION ETAPAS FINALES')
  12 FORMAT (/,2X,3('S(',I2,') = ',1PE14.6,4X))
C
    ILP = NVAEX
    L = NVAEX+NVAIM+NFOAR+NEDAR
C
    IF (INTIMP.EQ.1) CALL AYUDA (201,0,0,0)
    IF (INTIMP.EQ.1) CALL AYUDA (202,LOOPY,ILPR,NSTEP)
    IF (INTIMP.EQ.1) CALL AYUDA (203,0,0,0)
C
C  IMPRIME VARIABLES DE ENTRADA
```

```
C
    IF (MIMP.EQ.0) GOTO 30
    WRITE (*,1) M,ILP,L
    DO 100 K=1,ILP
    WRITE (*,6) K,XIN(K)
 100 CONTINUE
    DO 200 J=1,ILP
    WRITE (*,2) J,E(J)
 200 CONTINUE
C
C  INICIO PROCESO DE EJECUCION
C
  30 LAP=ILPR-1
    N=L
    DO 40 K=1,L
  40 CALL SEAR06(IFOAR,IEDAR,NFUOB,NVAEX,NVAIM,K,IPR,ISE)
    ZQT=SEAR04(EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,IPR,ISE)
    ZTQ=SEAR03(EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,IPR,ISE)
    AL(K)=(ZQT-ZTQ)*0.0001
    DO 60 I=1,ILP
    DO 60 J=1,ILP
    V(I,J)=0.0
    IF (I-J) 60,61,60
  61 V(I,J)=1.0
  60 CONTINUE
    DO 65 KK=1,ILP
    EINT(KK)=E(KK)
  65 CONTINUE
C
C
 1000 DO 70 J=1,ILP
    IF (NSTEP.EQ.0) E(J)=EINT(J)
    SA(J)=2.0
  70 D(J)=0.0
    FBEST=F1
  80 I=1
    IF (INIT.EQ.0) GO TO 120
  90 DO 110 K=1,ILP
  110 XIN(K)=XIN(K)+E(I)*V(I,K)
    DO 50 K=1,L
  50 FH(K)=F0
C
C
  120 F1=SEAR01(CFUOB,XIN,NFUOB,NVAEX,NAFOO)
    F1=M*F1
    IF (ISW.EQ.0) F0=F1
    ISW=1
    IF (DABS(FBEST-F1)-DELY) 122,122,125
  122 TERM=1.0
    GO TO 450
  125 CONTINUE
C
C
    J=1
C
  130 CALL SEAR06(IFOAR,IEDAR,NFUOB,NVAEX,NVAIM,J,IPR,ISE)
    UC=SEAR04(EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,IPR,ISE)
    RLC=SEAR03(EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,IPR,ISE)
    XC=SEAR02(CFUOB,CREIM,CEQDE,PHALF,XIN,NVAEX,IPR,ISE)
    IF (XC.LE.RLC) GO TO 420
    IF (XC.GE.UC) GO TO 420
    IF (F1.LT.F0) GO TO 420
    IF (XC.LT.(RLC+AL(J))) GO TO 140
    IF (XC.GT.(UC-AL(J))) GO TO 140
    FH(J)=F0
    GO TO 210
C
C
  140 CONTINUE
C
    BW=AL(J)
C
    IF ((XC.LE.RLC).OR.(UC.LE.XC)) GO TO 150
    IF ((RLC.LT.XC).AND.(XC.LT.(RLC+BW))) GO TO 160
    IF (((UC-BW).LT.XC).AND.(XC.LT.UC)) GO TO 170
    PH(J)=1.0
    GO TO 210
C
C
  150 PH(J)=0.0
    GO TO 190
  160 PW=(RLC+BW-XC)/BW
    GO TO 180
  170 PW=(XC-UC+BW)/BW
  180 PH(J)=1.0-3.0*PW+4.0*PW*PW-2.0*PW*PW*PW
C
 190 F1=FH(J)+(F1-FH(J))*PH(J)
C
 210 CONTINUE
    IF (J.EQ.L) GO TO 220
    J=J+1
    GO TO 130
C
 220 INIT=1
    IF (F1.LT.F0) GO TO 420
    D(I)=D(I)+E(I)
    E(I)=3.0*E(I)
    F0=F1
    IF (SA(I).GE.1.5) SA(I)=1.0
C
 230 DO 240 JJ=1,ILP
    IF (SA(JJ).GE.0.5) GO TO 440
 240 CONTINUE
C
C  ROTACION DE EJES
C
    DO 250 ILR=1,ILP
    DO 250 ILC=1,ILP
 250 VV(ILC,ILR)=0.0
    DO 260 ILR=1,ILP
    KR=ILR
    DO 260 ILC=1,ILP
    DO 265 K=KR,ILP
 265 VV(ILR,ILC)=D(K)*V(K,ILC)+VV(ILR,ILC)
 260 B(ILR,ILC)=VV(ILR,ILC)
    BMAG=0.0
    DO 280 ILC=1,ILP
    BMAG=BMAG+B(1,ILC)*B(1,ILC)
 280 CONTINUE
    BMAG=SQRT(BMAG)
    BX(1)=BMAG
    DO 310 ILC=1,ILP
 310 V(1,ILC)=B(1,ILC)/BMAG
C
    DO 390 ILR=2,ILP
C
    IR=ILR-1
    DO 390 ILC=1,ILP
    SUMVM=0.0
    DO 320 KK=1,IR
    SUMAV=0.0
    DO 330 KJ=1,ILP
 330 SUMAV=SUMAV+VV(ILR,KJ)*V(KK,KJ)
 320 SUMVM=SUMVM+SUMAV*V(KK,ILC)
 390 B(ILR,ILC)=VV(ILR,ILC)-SUMVM
    DO 340 ILR=2,ILP
    BBMAG=0.0
    DO 350 K=1,ILP
 350 BBMAG=BBMAG+B(ILR,K)*B(ILR,K)
    BBMAG=SQRT(BBMAG)
    DO 340 ILC=1,ILP
 340 V(ILR,ILC)=B(ILR,ILC)/BBMAG
    LOOP=LOOP+1
    LAP=LAP+1
    IF (LAP.EQ.ILPR) GO TO 450
    GO TO 1000
C
 420 IF (INIT.EQ.0) GO TO 450
    DO 430 IX=1,ILP
 430 XIN(IX)=XIN(IX)-E(I)*V(I,IX)
    E(I)=-0.5*E(I)
    IF (SA(I).LT.1.5) SA(I)=0.0
    GO TO 230
C
 440 CONTINUE
    IF (I.EQ.ILP) GO TO 80
    I=I+1
    GO TO 90
C
 450 IF (MIMP.EQ.0) GOTO 460
    WRITE (*,3)
    WRITE (*,4) LOOP,F0,BMAG,BBMAG
    WRITE (*,5)
C
C  IMPRIME VALORES ACTUALES DE X
    WRITE (*,6) (JM,XIN(JM),JM=1,ILP)
C
 460 LAP=0
    IF (INIT.EQ.0) GO TO 470
    IF (TERM.EQ.1.0) GO TO 480
```

```
      IF (LOOP.GE.LOOPY) GO TO 480
      GO TO 1000
C
  470 CALL ERROR (15,1)
  480 IF (MIMP.EQ.0) GOTO 600
  490 WRITE (*,8)
      DO 500 J=1,ILP
  500 WRITE (*,9) (J,I,V(I,J),I=1,ILP)
      WRITE (*,11)
      WRITE (*,12) (J,E(J),J=1,ILP)
C
  600 OF=F0
      RETURN
      END
      FUNCTION SEAR01 (CFUOB,X,NFUOB,NVAEX,M)
C
C  CALCULO DEL VALOR DE LA FUNCION OBJETIVO EN
COMBINACION CON EL
C  METODO DE BUSQUEDA EMPLEADO EN - SEAR00 -
C  CONTEMPLA FUNCIONES OBJETIVO TIPO LINEAL Y CUADRATICO
C  LA DEFINICION DEL TIPO A EMPLEAR SE DA EN LA
INSTRUCCION 9
C
      REAL*8 SEAR01
C
      DIMENSION CFUOB(3,20),X(20)
C
      IF (K.GT.NFUOB) CALL ERROR(16,1)
      SEAR01 = 0.0
C
C  SI TODAS LAS FUNCIONES SON LINEALES, EMPLEAR (1,1,1),I
C  SI LA F.O. NUMERO 3 FUERA CUADRATICA EMPLEAR (1,1,2),I
C
      GOTO (1,1,1),M
    1 DO 10 I = 1 , NVAEX
   10 SEAR01=SEAR01+(CFUOB(M,I)*X(I))
      RETURN
    2 DO 20 I = 1 , NVAEX
   20 SEAR01=SEAR01+(CFUOB(M,I)*X(I)*X(I))
      RETURN
      END
      FUNCTION SEAR02 (CFUOB,CREIM,CEQDE,PHALF,X,NVAEX,I,M)
C
C  CALCULO DEL NUCLEO CENTRAL DE LAS RESTRICCIONES DEL
PROBLEMA
C  DE ACUERDO CON EL FORMATO NECESARIO PARA EL METODO
DE BUSQUEDA
C  EMPLEADO EN - SEAR00 -
C  CONTEMPLA FUNCIONES LINEALES, CUADRATICAS Y A LA
CUARTA
C  POTENCIA.
C
      DIMENSION CFUOB(3,20),CREIM(12,20),CEQDE(3,20),X(20),
     *PHALF(3)
C
      GO TO (1000,2000,3000,4000),I

 1000 GOTO (1100,1100,1100),M
 1100 SEAR02=X(M)
      RETURN
C
 2000 GOTO (2100,2100,2100),M
 2100 DO 2115 J=1,NVAEX
 2115 SEAR02=SEAR02+(CREIM(M,J)*X(J))
      RETURN
 2200 DO 2225 J=1,NVAEX
 2225 SEAR02=SEAR02+(CREIM(M,J)*X(J)*X(J))
      RETURN
C
 3000 GOTO (3100,3100,3100),M
 3100 DO 3125 J=1,NVAEX
 3125 SEAR02=SEAR02+(CFUOB(M,J)*X(J))
      RETURN
 3200 DO 3225 J=1,NVAEX
 3225 SEAR02=SEAR02+(CFUOB(M,J)*X(J)*X(J))
      RETURN
C
 4000 SIGMA=0.0
      GOTO (4100,4100,4100),M
 4100 DO 4125 J=1,NVAEX
 4125 SEAR02=SEAR02+(CFUOB(M,J)*X(J))
      DO 4150 J=1,NVAEX
 4150 SIGMA=SIGMA+(CEQDE(M,J)*X(J)*X(J))
      GOTO 5000
 4200 DO 4225 J=1,NVAEX
 4225 SEAR02=SEAR02+(CFUOB(M,J)*X(J)*X(J))
      DO 4250 J=1,NVAEX
 4250 SIGMA=SIGMA+(CEQDE(M,J)*X(J)*X(J)*X(J)*X(J))
 5000 AL=1-PHALF(M)
      CALL NORMAL (AL,0,1,SLF)
      SEAR02=SEAR02+(SLF*SQRT(SIGMA))
      RETURN
      END
      FUNCTION SEAR03(EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,L,M)
C
C  DE ACUERDO CON EL VALOR DE ENTRADA (L,M)
C  REGRESA EL VALOR DEL EXTREMO INFERIOR
CORRESPONDIENTE
C
      DIMENSION EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),
     *EEQDE(3,2)
C
      GO TO (1000,2000,3000,4000),L
C
 1000 GOTO (1100,1100,1100),M
 1100 SEAR04=EREEX(M,1)
      RETURN
 2000 GOTO (2100,2100,2100),M
 2100 SEAR04=EREIM(M,1)
      RETURN
 3000 GOTO (3100,3100,3100),M
 3100 SEAR04=EFUOB(M,1)
      RETURN
 4000 GOTO (4100,4100,4100),M
 4100 SEAR04=EEQDE(M,1)
      RETURN
      END
      FUNCTION SEAR04(EREEX,EREIM,EFUOB,EEQDE,L,M)
C
C  DE ACUERDO CON EL VALOR DE ENTRADA (L,M)
C  REGRESA EL VALOR DEL EXTREMO INFERIOR
CORRESPONDIENTE
C
      DIMENSION EREEX(20,2),EREIM(12,2),EFUOB(3,2),
     *EEQDE(3,2)
C
      GO TO (1000,2000,3000,4000),L
C
 1000 GOTO (1100,1100,1100),M
 1100 SEAR04=EREEX(M,2)
      RETURN
 2000 GOTO (2100,2100,2100),M
 2100 SEAR04=EREIM(M,2)
      RETURN
 3000 GOTO (3100,3100,3100),M
 3100 SEAR04=EFUOB(M,2)
      RETURN
 4000 GOTO (4100,4100,4100),M
 4100 SEAR04=EEQDE(M,2)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE SEAR05 (XIN,E,NVAEX)
C
C   INICIALIZACION DE DATOS PARA PROGRAMA DE BUSQUEDA -
SEAR00
C
      DIMENSION XIN(20),E(20)
C
      DO 1000 I = 1 , NVAEX
      WRITE (*,110) I,XIN(I)
      WRITE (*,120) I
 1000 READ (*,510) XIN(I)
      DO 2000 I = 1 , NVAEX
      WRITE (*,130) I,E(I)
      WRITE (*,140) I
 2000 READ (*,520) E(I)
      RETURN
  110 FORMAT (1X,'VALOR ANTERIOR DE X(',I2,')=',F10.2)
  120 FORMAT (1X,'NUEVO VALOR INICIAL PARA X(',I2,')  -- ')
  130 FORMAT (1X,'VALOR ANTERIOR PARA EL
ESCALON(',I2,')=',F10.4)
  140 FORMAT (1X,'NUEVO VALOR INICIAL PARA EL ESCALON (',I2,')
-- ')
  510 FORMAT (F10.2)
  520 FORMAT (F10.4)
      END
      SUBROUTINE SEAR06 (IFOAR,IEDAR,NFUOB,NVAEX,NVAIM,K,L,M)
C
C  ENTRA UN VALOR DE K ASIGNADO POR EL PGMA Y LO
CONVIERTE A LAS
```

```
C   POSICIONES CORRECTAS L,M PARA SER TRATADO POR LOS
OTROS SEAR
C
      DIMENSION IFOAR(3),IEDAR(3),IACR(35)
C
      ITFV=NVAEX
      ITFR=ITFV+NVAIM
      ITFFO=ITFR+NFUOB
      ITFED=ITFFO+NFUOB
C
      ITIV=1
      ITIR=ITFV+1
      ITIFO=ITFR+1
      ITIED=ITFFO+1
C
      DO 100 I=ITIV,ITFV
      IF (I.EQ.1) GO TO 50
      IACR(I)=IACR(I-1)+1
      GO TO 100
   50 IACR(I)=1
  100 CONTINUE
      DO 200 I=ITIR,ITFR
      IACR(I)=IACR(I-1)+1
  200 CONTINUE
      DO 300 I=ITIFO,ITFFO
      IACR(I)=IACR(I-1)+IFOAR(I)
  300 CONTINUE
      DO 400 I=ITIED,ITFED
      IACR(I)=IACR(I-1)+IEDAR(I)
  400 CONTINUE
C
      M=0
      L=0
      IF (K.GT.NVAEX) GO TO 1000
      DO 900 I=1,NVAEX
      IF (K.NE.IACR(I)) GO TO 900
      M=I
  900 CONTINUE
      L=1
      RETURN
 1000 IF (K.GT.(NVAEX+NVAIM)) GO TO 2000
      DO 1900 I=1,NVAIM
      IF (K.NE.IACR(NVAEX+I)) GO TO 1900
      M=I
 1900 CONTINUE
      L=2
      RETURN
 2000 IF (K.GT.(NVAEX+NVAIM+NFUOB)) GO TO 3000
      DO 2900 I=1,NFUOB
      IF (K.NE.IACR(NVAEX+NVAIM+I)) GO TO 2900
      M=I
 2900 CONTINUE
      L=3
      RETURN
 3000 IF (K.GT.(NVAEX+NVAIM+NFUOB+NFUOB)) GO TO 4000
      DO 3900 I=1,NFUOB
      IF (K.NE.IACR(NVAEX+NVAIM+NFUOB+I)) GO TO 3900
      M=I
 3900 CONTINUE
      L=4
      RETURN
 4000 CALL ERROR (28,1)
      RETURN
      END
```

ANEXO B

CASO - C-2A2

A.- Modelo que se alimenta al programa externo de calculo, cuando las iteraciones del programa de busqueda, superan cierto valor.

```
MODEL
MIN=+X3+X4+X5+X6;
+1.000*X1+1.000*X2 ≤ +180.000;
+1.000*X1+1.000*X2 ≤  220.000;
+1.000*X1 ≤  75.000;
+1.000*X2 ≤  175.000;
+1.000*X1+2.000*X2+X3-X4=+313.935;
-15.000*X1-10.000*X2+X5-X6=-2087.885;
-2.00*X1-20.00*X2-.126*(+4.00*X1^2+6.00*X2^2)^.5 ≥ -2724.780;
X1 ≥ .000;
X2 ≥ .000;
X3 ≥ .000;
X4 ≥ .000;
X5 ≥ .000;
X6 ≥ .000;
END
```

B.- Resultado que envia el programa de optimizacion y que es integrado posteriormente al modelo desarrollado.

```
 SOLUTION STATUS:  OPTIMAL TO TOLERANCES.  DUAL CONDITIONS:
SATISFIED.

          OBJECTIVE FUNCTION VALUE
       1)        2.997588

  VARIABLE        VALUE        REDUCED COST
       X3       2.997588          .000000
       X4        .000000          .000000
```

X5	.000000	.000000
X6	.000000	.000000
X1	53.319796	.000000
X2	128.808807	.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	PRICE
2)	2.128603	.000000
3)	37.871397	.000000
4)	21.680204	.000000
5)	46.191193	.000000
6)	.000000	-1.000000
7)	.000000	-.056884
8)	.000010	-.070527
9)	53.319796	.000000
10)	128.808807	.000000
11)	2.997588	.000000
12)	.000000	-2.000000
13)	.000000	-.943116
14)	.000000	-1.056884

CASO C-3A2

A.- Modelo que se alimenta al programa externo de calculo, cuando las iteraciones del programa de busqueda, superan cierto valor.

```
MODEL
MIN= +X7+X8;
+1.000*X1-1.000*X3-1.000*X4=.000;
+.100*X1-1.000*X2-1.000*X5=.000;
-1.000*X2-1.000*X3+1.000*X6=.000;
+1.000*X2 ≤ 200.000;
+1.000*X4 ≤ 1000.000;
+1.000*X5 ≤ 50.000;
+1.000*X6 ≤ 2500.000;
-5.000*X4-100.000*X5-10.000*X6+X7-X8=-8757.946;
+25.000*X1-.300*X2-.100*X3-.050*X4-.150*X5-.010*X6-.525*(+2.000
*X1^2+.500*X2^2+.500*X3^2)^.5 ≥ +31151.709;
```

X1 ≥ .000;
X2 ≥ .000;
X3 ≥ .000;
X4 ≥ .000;
X5 ≥ .000;
X6 ≥ .000;
X7 ≥ .000;
X8 ≥ .000;
END

B.- Resultado que envia el programa de optimizacion y que es integrado posteriormente al modelo desarrollado.

SOLUTION STATUS: OPTIMAL TO TOLERANCES. DUAL CONDITIONS: SATISFIED.

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 426.842927

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X7	426.842927	.000000
X8	.000000	.000000
X1	1289.526291	.000000
X3	289.526291	.000000
X4	1000.000000	.000000
X2	128.952631	.000000
X5	.000000	.000000
X6	418.478922	.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	PRICE
2)	.000000	10.069148
3)	.000000	10.150034
4)	.000000	-10.004568
5)	71.047369	.000000
6)	.000000	5.046306
7)	50.000000	.000000
8)	2081.521078	.000000
9)	.000000	-1.000000

10)	.000000	-.456832
11)	1289.526291	.000000
12)	128.952631	.000000
13)	289.526291	.000000
14)	1000.000000	.000000
15)	.000000	-89.918491
16)	418.478922	.000000
17)	426.842927	.000000
18)	.000000	-2.000000

CASO C-1A2

A.- Modelo que se alimenta al programa externo de calculo, cuando las iteraciones del programa de busqueda, superan cierto valor.

```
MODEL
MIN=+X4+X5+X6+X7;
+3.000*X1+1.000*X2+1.000*X3 ≤ 180.000;
+1.000*X1-1.000*X2+2.000*X3 ≤ 30.000;
+1.000*X1+1.000*X2-1.000*X3 ≤ 60.000;
+4.000*X1+2.000*X2-2.000*X3+X4-X5=+126.507;
-5.000*X1+3.000*X2+X6-X7=+304.516;
+7.00*X2-8.00*X3-.126*(+6.00*X2^2+6.00*X3^2)^.5 ≥ +347.048;
X1 ≥ .000;
X2 ≥ .000;
X3 ≥ .000;
X4 ≥ .000;
X5 ≥ .000;
X6 ≥ .000;
X7 ≥ .000;
END
```

B.- Resultado que envia el programa de optimizacion y que es integrado posteriormente al modelo desarrollado.

SOLUTION STATUS: OPTIMAL TO TOLERANCES. DUAL CONDITIONS: SATISFIED.

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 11.641985

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X4	6.507004	.000000
X5	.000000	.000000
X6	5.134981	.000000
X7	.000000	.000000
X1	.000000	.000000
X2	99.793670	.000000
X3	39.793670	.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	PRICE
2)	40.412660	.000000
3)	50.206330	.000000
4)	.000000	19.375395
5)	.000000	-1.000000
6)	.000000	-1.000000
7)	.000000	-2.141325
8)	.000000	-20.375395
9)	99.793670	.000000
10)	39.793670	.000000
11)	6.507004	.000000
12)	.000000	-2.000000
13)	5.134981	.000000
14)	.000000	-2.000000