

FACULTAD DE INGENIERIA
U N A M
POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU



INTERACCION SUELO ESTRUCTURA EN
MARCOS CON ZAPATAS AISLADAS

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A:
ERASMO GALVAN BOCHELEN

MEXICO, D. F.

1993.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA EN MARCOS CON ZAPATAS AISLADAS.

- I.- INTRODUCCION.
- II.- ANTECEDENTES.
- III.- METODO TRADICIONAL DE RIGIDECEZ PARA EL ANALISIS DE MARCOS.
 - III.1.- EXPLICACION GENERAL DEL METODO.
 - III.2.- PROCEDIMIENTO ANALITICO.
 - III.3.- PRESENTACION MATRICIAL DEL METODO.
 - III.4.- OBTENCION DE LA MATRIZ DE RIGIDECEZ DE UNA BARRA CON APOYOS CONTINUOS.
- IV.- METODO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA EN MARCOS CON CIMENTACION DE ZAPATAS AISLADAS.
 - IV.1.- ANALISIS DE MARCOS CON INTERACCION.
 - IV.2.- METODOLOGIA.
- V.- PROGRAMA PARA COMPUTADORA ELECTRONICA DEL METODO TRADICIONAL DE RIGIDECEZ Y DEL METODO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA PARA LA SOLUCION DE MARCOS CON ZAPATAS AISLADAS.
 - V.1.- ASPECTOS GENERALES DEL PROGRAMA.
 - V.2.- PROGRAMA.
- VI.- APLICACIONES DEL METODO TRADICIONAL Y DEL METODO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA.
 - VI.1.- APLICACION DEL METODO TRADICIONAL DE RIGIDECEZ A UN MARCO CON ZAPATAS AISLADAS DE UN NIVEL Y UNA CRUJIA.
 - VI.1.1.- BAJO CARGAS GRAVITACIONALES.
 - VI.1.2.- BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y SISMO.
 - VI.2.- APLICACION DEL METODO DE INTERACCION A UN MARCO CON ZAPATAS AISLADAS DE UN NIVEL Y UNA CRUJIA.
 - VI.2.1.- BAJO CARGAS GRAVITACIONALES.
 - VI.2.2.- BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y SISMO
 - VI.3.- ANALISIS DE UN EDIFICIO PARA OFICINAS CON CIMENTACION DE ZAPATAS AISLADAS.
 - VI.3.1.- SOLUCION POR EL METODO TRADICIONAL BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y SISMO.

VI.3.2.- SOLUCION POR EL METODO DE INTERACCION
BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y SISMO.

VI.4.- APLICACION DEL METODO DE INTERACCION A UN
MARCO CIMENTADO EN SUELO DE BAJA
COMPRESIBILIDAD.

VII.- COMPARACION DE RESULTADOS DEL METODO TRADICIONAL Y
DEL METODO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA.

VII.1.- RESULTADOS DEL MARCO DE UN NIVEL Y UNA CRUJIA
CON CIMENTACION DE ZAPATAS AISLADAS.

VII.2.- RESULTADOS DEL EDIFICIO PARA OFICINAS.

VII.3.- RESULTADOS DEL MARCO CIMENTADO EN SUELO DE
BAJA COMPRESIBILIDAD, CON INTERACCION.

VIII.- COMENTARIOS Y CONCLUSIONES.

VIII.1.- COMENTARIOS.

VIII.2.- CONCLUSIONES.

I.- INTRODUCCION.

INTRODUCCION

En el análisis de marcos se cuenta con diferentes alternativas para su solución. Tradicionalmente se ha optado por separar en el análisis a la superestructura de la cimentación, considerándola como 100% flexible y suponiendo la distribución de reacciones en la masa de suelo como uniforme.

Haciendo estas consideraciones, en un gran número de casos, el análisis de los marcos dista mucho de la realidad. Para evitar esto han surgido nuevos métodos, en los cuales el análisis se lleva a cabo considerando a la superestructura unida con la cimentación; se consideran los hundimientos del suelo de cimentación los que a su vez, afectan los elementos mecánicos de la estructura.

Quando se cimentan estructuras sobre suelos de mediana a alta compresibilidad, en donde los hundimientos del suelo son considerables, conviene utilizar un procedimiento de interacción suelo-estructura, pues las deformaciones que sufre el suelo de cimentación afectan de manera considerable a la superestructura.

En este trabajo, se presenta la comparación del método tradicional de análisis, con un método de interacción suelo-estructura, en marcos con cimentación de zapatas aisladas.

En el método de interacción utilizado en este trabajo, se toma en cuenta la estructura completa, con todos sus niveles y crujías, conjuntamente con la subestructura y la rigidez del suelo de cimentación.

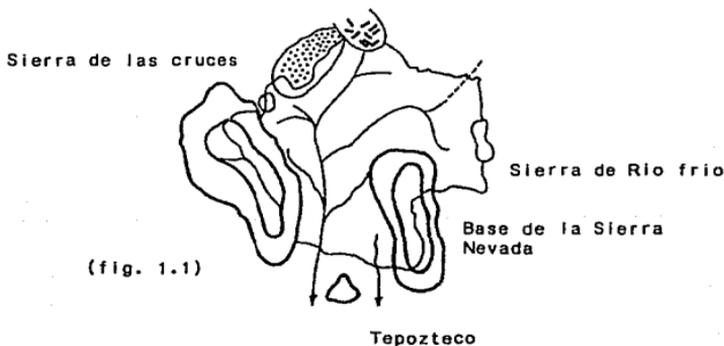
Ya que los métodos de interacción se aplican principalmente en el análisis de estructuras cimentadas sobre suelos de mediana a alta compresibilidad, como lo es en gran parte el Valle de México, el presente trabajo pretende contribuir en algo a la búsqueda de nuevos métodos que conduzcan a mejorar los análisis de las estructuras que se edifican en esta ciudad. Por ello, presentamos a continuación una breve exposición sobre la formación del subsuelo de la cuenca en que se asienta gran parte del México moderno, y poder así, apreciar

INTRODUCCION

la importancia que tiene un terreno de estas características, cuando se utiliza como base de cimentación de los edificios.

La cuenca de México constituye un gran vaso natural azolvado. La enorme cortina natural que represó el vaso fue la Sierra del Chichinautzin extendiéndose entre la Sierra de Zempoala en el Oeste y las bases del Popocatepetl en el Este, apoyada al centro en el Tepozteco.

A fines del Mioceno tuvieron su formación el grupo de Sierras Menores: Sierra de Pachuca, Tepotzotlán, Sierra de Guadalupe, Patlachique y Tepozán; subsecuentemente durante el Plioceno inferior, tuvieron su formación el grupo de Sierras Mayores: La Sierra de las Cruces y la Sierra Nevada. Durante el Pliocuaternario se formaron dos valles, el mayor drenando al área de Cuernavaca y el menor al área de Cuautla.
(fig. 1.1)

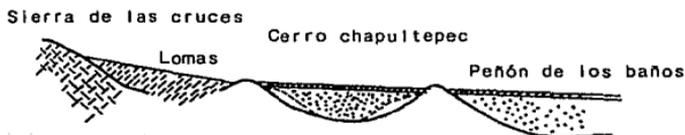


En el Suroeste de la futura Cuenca de México se formaba un gran valle ahora sepultado entre el Cerro de Chapultepec en el Oeste y el Peñón de los Baños en el Este, y desde la Sierra de Guadalupe hasta la Sierra de Zempoala y el Tepozteco. Este valle recibía cuatro afluentes, al

INTRODUCCION

Norte el Río Hondo, al centro los ríos Mixcoac y Contreras y al Sur el sepultado Río Ajusco. A este conjunto, se unía un gran valle proveniente del Noreste que aportaba las aguas de la zona de Pachuca.

Durante este periodo surge el Cerro del Ajusco y la Sierra Chichinautzin con lo que se cierra la Cuenca de México. Las erupciones de la Sierra Chichinautzin cierran el espacio entre el Popocatépetl y la Sierra de Zempoala en el Sur y las cabeceras del sistema hidrográfico por Pachuca en el Norte, comenzando el gran azolvamiento de la Cuenca de México dando lugar a que los Ríos Hondo, Mixcoac, Contreras y el sepultado Ajusco que descendían de las sierras formen en el subsuelo de la futura Ciudad de México abanicos de gravas y arenas; En otras partes de la cuenca el río de las avenidas de Pachuca, el Río Cuautitlán, el Río Teotihuacán y de la Compañía formaron deltas importantes; Las partes centrales de la cuenca alejadas de los bordes, fueron llenándose con depósitos limo-arenosos que se interstratificaron con suelos y capas de ceniza y pómez de las erupciones volcánicas principalmente del Sur. (fig. 1.2)

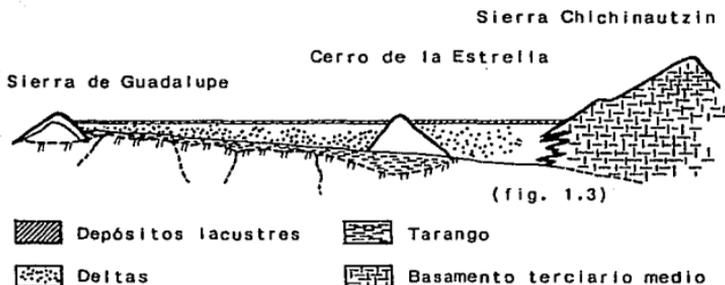


(fig. 1.2)

- | | |
|---|----------------------------|
|  | Depósitos lacustres |
|  | Deltas |
|  | Tarango |
|  | Basamento terciario medio. |

INTRODUCCION

A medida que la cuenca se iba llenando, fueron apareciendo lagos principalmente en las partes centrales bajas y en el Sur. (fig. 1.3)



Dependiendo de las condiciones climatológicas, los lagos iban creciendo o reduciéndose, de modo que esto provocó que los depósitos lacustres en el centro de la cuenca alcancen un espesor de entre 70.00 y 80.00 m. Disminuyendo hacia el Este y Oeste, para acusar en el centro unos 60.00 m. y desapareciendo al pie de las Lomas de Chapultepec.

De lo anterior podemos deducir que la ciudad de México se encuentra sobre un suelo de origen eminentemente lacustre. Con depósitos de arena o grava separados de limo o arcilla arenosa en los depósitos profundos, arcilla volcánica comprimida y resistente en la Formación arcillosa inferior, suelos limoarenosos compactados de aproximadamente 3.00 m. de espesor en su capa dura, arcilla de alta compresibilidad de consistencia blanda o media de entre 15.00 y 32.00 m. de espesor (formada por la sedimentación de ceniza volcánica) en su Formación arcillosa superior y depósitos arenoarcillosos o limosos o rellenos artificiales de hasta 10.00 m. de espesor en su manto superficial.

INTRODUCCION

Por lo tanto, la mayor parte de la Cuenca de México tiene un suelo con una sedimentación muy irregular y de muy alto contenido de agua debido a que el relleno, se formó en un ambiente puramente continental.

Por su irregularidad y su alto contenido de agua el suelo posee una alta compresibilidad, lo que lo convierte en un suelo altamente conflictivo para el análisis, diseño y construcción de estructuras.

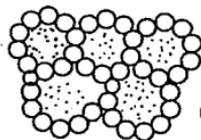
Por tanto, un suelo como el de la Cuenca de México, de origen eminentemente lacustre trae consigo una serie de problemas como son: fuertes asentamientos del suelo, baja resistencia y problemas de consolidación, entre otros.

Si a lo anterior unimos el que la Cuenca de México se sitúa en el centro de la Faja Volcánica Transmexicana, originada por la subducción de la placa de Cocos en el Pacífico, debajo de la masa continental meridional de México, y que en la parte central de la faja aumentando la complejidad de la misma existe una zona angosta de profundo fracturamiento cortical que ejerce un control tectónico elevado sobre un buen número de los grandes volcanes, lo que acarrea un riesgo de alta sismicidad para la Cuenca de México, aumentando los problemas de asentamiento, resistencia, consolidación del suelo y estabilidad de las estructuras.

La estructura molecular de este tipo de suelo lacustre, no adopta la forma tradicional y lógica en que los espacios entre moléculas contienen el agua y el porcentaje de líquido es siempre menor al 100 % del volumen de sólidos, (fig. 1.4) sino que, la estructura que adopta el suelo es de forma esquelética, (fig. 1.5) formada por cadenas de moléculas y por ende el porcentaje de contenido de agua es varias veces superior al 100 % del volumen de sólidos.



(fig. 1.4)



(fig. 1.5)

INTRODUCCION

Cuando a este tipo de suelo se le extrae el agua, queda una estructura cavernosa sumamente débil, que cuando sobrepasa la carga que es capaz de soportar, los asentamientos son bruscos y de gran magnitud.

Si en la Ciudad de México, se extrae agua para satisfacer la demanda diaria en un volumen mayor al de recarga de los mantos acuíferos, se están propiciando cada vez en forma mas acelerada los asentamientos en todo el valle.

Cabe aquí, de paso, hacer un llamado a todas las autoridades y científicos que tengan relación con el agua, para urgir soluciones que no alteren la estructura molecular de los suelos y al mismo tiempo abastecer del vital líquido a la Ciudad.

Es claro el problema que trae con siglo el cimentar una estructura sobre suelos de mediana a alta compresibilidad; el determinar los hundimientos totales y diferenciales, así como los elementos mecánicos (momento flexionante, fuerza cortante y fuerza normal) tanto en la subestructura como en la superestructura, ocasionados por los hundimientos de la cimentación, que dependen tanto de la compresibilidad del suelo como de la rigidez de la estructura.

Si observamos que en el análisis tradicional de estructuras se considera a ésta como empotrada o en el mejor de los casos como articulada en su cimentación y que para el cálculo de los hundimientos del terreno se considera la cimentación cien por ciento flexible o totalmente rígida, es decir, que la rigidez real de la cimentación no es tomada en cuenta, además de que la distribución de reacciones en la base de la cimentación se considera uniforme, es clara la necesidad de elaborar métodos de análisis estructural en los cuales se hagan intervenir los desplazamientos lineales y angulares ocasionados por los hundimientos y que, al mismo tiempo permitan obtener el valor de éstos.

INTRODUCCION

Aunque en estructuras con cimentación de zapatas aisladas de dimensiones usuales la diferencia entre la distribución de reacciones en la base de las zapatas considerada como uniforme y la distribución real de estas es pequeña y en general se cubre con los factores de seguridad empleados al diseñar la pieza estructural; Se ha querido en el presente trabajo, aplicar el problema de interacción Suelo-Estructura a estructuras con cimentación de zapatas aisladas no solo sustentadas sobre suelos de mediana a alta compresibilidad en las que por ser más elevados los asentamientos, los efectos que provocan a la superestructura son considerables; sino también en estructuras cimentadas sobre suelos de baja compresibilidad, para verificar que el problema de interacción es un problema de toda la estructura en su conjunto, que depende tanto de la rigidez del suelo como de la estructura y no solo de una.

Es posible tener una estructura sobre un suelo de rigidez elevada y por tanto con asentamientos pequeños pero que por los efectos de interacción al considerar los asentamientos lineales y giros de las zapatas aisladas, los elementos mecánicos (momento flexionante, fuerza cortante y fuerza normal) de toda la estructura son afectados considerablemente.

Por lo cual, se obtienen y comparan los resultados de marcos analizados primeramente mediante el método tradicional de rigideces y en segundo lugar por el método de Interacción Suelo-Estructura.

En el capítulo II, de antecedentes, se explica en forma general el desarrollo que ha tenido el problema de Interacción Suelo-Estructura, explicando los procedimientos de algunos investigadores pioneros en la materia.

En el capítulo III, se explica el método tradicional de Rigideces y su representación matricial.

Posteriormente, en el capítulo IV se explica ampliamente el método de Interacción Suelo-Estructura

INTRODUCCION

utilizado en este trabajo para la solución de marcos con zapatas aisladas sustentados sobre suelos de rigidez diversa.

En el capítulo V se lleva a cabo el desarrollo de un programa de computadora para la solución de marcos con cimentación de zapatas aisladas por el método tradicional de Rigideces y por el método de Interacción Suelo-Estructura.

En el capítulo VI se aplican ambos métodos a la solución de distintos marcos bajo diversas condiciones de carga y en el capítulo VII se hace una comparación de los resultados obtenidos.

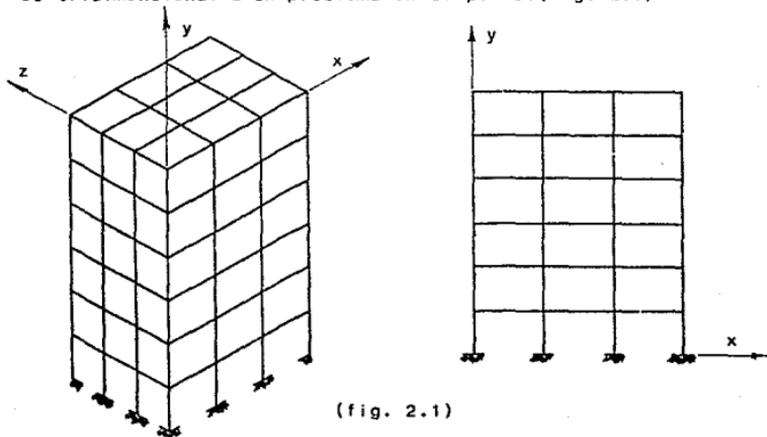
II.- ANTECEDENTES.

ANTECEDENTES

Mediante el diseño estructural, se definen las características como forma, dimensiones y demás especificaciones que debe tener una construcción para cumplir adecuadamente las funciones que está destinada a desempeñar, manteniendo su forma y condiciones a lo largo del tiempo. De modo que el objetivo de un diseño estructural, es que la estructura resista adecuadamente las fuerzas a las que va a estar sometida.

Para poder llevar a cabo un buen diseño estructural, es necesario primero, determinar los materiales así como la forma, arreglo y dimensiones generales de los elementos; teniendo estos aspectos básicos, determinamos los efectos que las cargas producen a la estructura o análisis propiamente dicho. Para efectuar este análisis se requiere de una idealización de la estructura mediante un modelo que pueda ser analizado aplicando algún método o procedimiento de cálculo disponible.

En la mayoría de los casos se realiza la idealización de la estructura, considerando a la misma en dos dimensiones, suponiéndola formada por marcos planos ortogonales, simplificando el problema que en la realidad es tridimensional a un problema en el plano.(fig. 2.1)



(fig. 2.1)

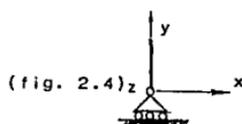
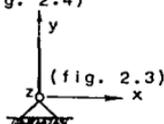
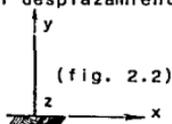
ANTECEDENTES

Así mismo, se suelen idealizar los apoyos de la estructura como mejor convenga para semejarlo lo más posible a la realidad, en cualquiera de las formas siguientes:

a) Empotramiento: quedando restringidos tanto el giro en z como los desplazamientos en x ; y y (fig. 2.2)

b) Articulación : quedando restringidos tanto el desplazamiento en x como en y ; permitiendo el giro en z . (fig. 2.3)

c) Apoyo Simple : quedando restringido únicamente el desplazamiento en y . (fig. 2.4)



Posteriormente se determinan las acciones de diseño o sollicitaciones a las cuales estará sometida la estructura, tales como: peso propio de la estructura, cargas vivas, efecto sísmico, presión de viento, asentamientos, etc. en muchos casos las cargas y agentes que producen esfuerzo en la estructura, están definidos en normas y códigos a los cuales se deberá sujetar el calculista.

Determinadas estas acciones, son aplicadas a la estructura idealizada con el fin de determinar los efectos que producen en todos y cada uno de los elementos de nuestros marcos, tales como: Momentos flexionantes, fuerzas cortantes, fuerzas normales y momentos torsionantes así como deformaciones de la estructura, flechas, agrietamiento, vibraciones, etc. con lo que finalmente se dimensionan los elementos estructurales, revisándolos para que cumplan adecuadamente los requisitos de seguridad adoptados.

De la explicación anterior del proceso general para un diseño estructural, se puede observar que en ningún momento se hacen intervenir los desplazamientos de los elementos estructurales en sus elementos mecánicos y que de igual forma al considerar la base de nuestros marcos,

ANTECEDENTES

idealizados mediante los tipos de apoyo anteriormente mencionados, es claro que no se está tomando en cuenta la forma en que va a reaccionar la masa de suelo en la base de la cimentación, pues se supone la cimentación de una estructura a base de zapatas aisladas como un empotramiento de las columnas basales o en el mejor de los casos como una articulación, sin tomar en cuenta los cambios que sufriría la estructura y la cimentación en sus elementos mecánicos al incluir en el cálculo de los mismos los desplazamientos lineales y desplazamientos angulares originados por los hundimientos y giros que sufre la cimentación, dependiendo estos del tipo y características de la masa de suelo que los sustenta, si es de baja, mediana o alta compresibilidad así como del tipo de estructura de que se trate.

Podemos deducir de lo anterior, que existe una separación marcada entre el campo de la mecánica de suelos y el campo del diseño estructural.

Clara es la necesidad de crear procedimientos de análisis estructural en los cuales se logre una mejor representación de la realidad. Investigadores como el profesor Terzaghi y Leonardo Zeevaert, fueron de los primeros en tratar de evaluar la distribución de esfuerzos y asentamientos considerando la rigidez de la estructura, así como el M.I. Agustín Deméneghi ha desarrollado métodos de análisis estructural que tomen en cuenta los efectos de los hundimientos y que, al mismo tiempo, permitan calcular los valores de estos.

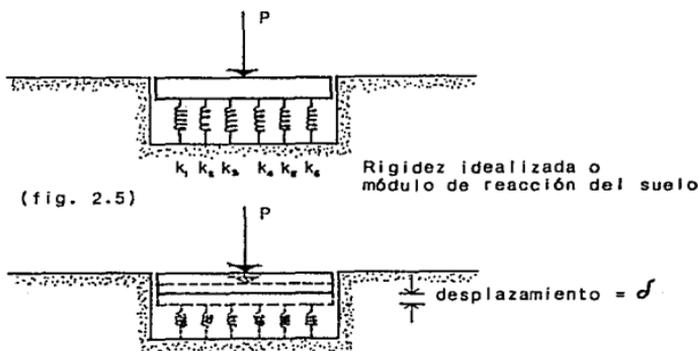
Por tanto, uno de los principales retos a los cuales se ha enfrentado el ingeniero civil, es el de lograr crear modelos y procedimientos de análisis en los cuales se logre una mejor representación de la realidad.

Investigadores del ramo de estructuras y de la mecánica de suelos, conscientes de que los métodos de análisis tradicionales no son cien por ciento apegados a la realidad, se plantean el problema tratando de conjugar dos elementos: el suelo y la estructura, considerándolos como dos elementos con características propias pero que en la realidad actúan

ANTECEDENTES

como un solo elemento, interactuando entre si, pues lo que le ocurra a la masa de suelo que sustenta la estructura, inducirá efectos a la misma, es decir, enfrentan el reto de crear métodos analíticos en los cuales se considere conjuntamente la estructura y el suelo, métodos de interacción suelo-estructura.

Uno de los pioneros en este aspecto fué el profesor Terzaghi, el cual, idealiza el comportamiento de la masa de suelo que sustenta la cimentación por medio de una serie de resortes independientes igualmente espaciados (fig. 2.5) y con un módulo de elasticidad el cual determina simplemente con la relación que existe entre la presión total que puede transmitir un cuerpo rígido (cimentación) y el desplazamiento que produce. A este módulo de elasticidad se le conoce como Módulo de Reacción del Suelo.



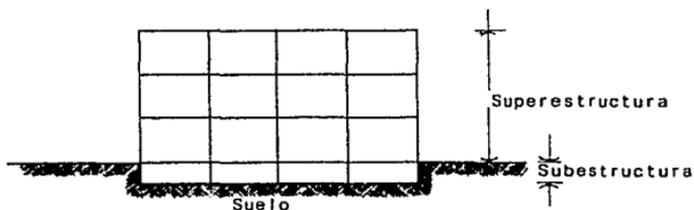
Este Módulo de Reacción del Suelo, está analíticamente representado como:

$$K_s = \frac{P}{\delta} \left[\frac{\frac{Kg}{cm^2}}{cm} = \frac{Kg}{cm^3} \right]$$

ANTECEDENTES

y depende principalmente del tipo de suelo, pues, para una misma presión se tendrá un mayor desplazamiento si se trata de un suelo de alta compresibilidad, por otro lado, depende de la geometría del área de cimentación que soporta la carga así como de su tamaño, pues se ve claro que a mayor área de cimentación, para una misma carga existirá una menor presión sobre la masa de suelo, y por tanto un menor desplazamiento.

El Dr. Leonardo Zeevaert propone tres elementos dentro del estudio de interacción que realiza (fig. 2.6).



(fig. 2.6)

El análisis de interacción suelo-estructura del Dr. Zeevaert se efectúa sin tomar en cuenta la superestructura, por lo que realmente se llama interacción suelo-estructura de cimentación.

El análisis de interacción suelo-estructura de cimentación se realiza basándose en la determinación de las fuerzas y deformaciones de la estructura obtenidas mediante un procedimiento de un análisis estructural convencional, en el que se toma en cuenta las propiedades geométricas de los elementos y propiedades mecánicas de los materiales a utilizar, así como en el comportamiento de la masa de suelo que sustenta la estructura.

Debido a las cargas que la subestructura transmite en el contacto de esta con el suelo, se originan desplazamientos totales y diferenciales.

ANTECEDENTES

La configuración que adopta el suelo debido a las reacciones que aporta a la estructura de cimentación para su equilibrio es la misma a la que estará sujeta la estructura de cimentación junto con las cargas que obran sobre ella y las reacciones provocadas en el suelo.

De modo que la configuración de esfuerzos y deformaciones en la superficie de contacto depende de los siguientes elementos: De la deformabilidad del subsuelo (pues a mayor deformabilidad mayores desplazamientos totales y diferenciales), de la rigidez de la estructura de cimentación y de la distribución de cargas que sobre esta se apliquen.

Se ve clara la necesidad de conocer la estratigrafía del lugar, las condiciones hidráulicas y los cambios que pudiera sufrir, conocer la variación probable de las propiedades mecánicas de los sedimentos en el área de cimentación mediante la estratigrafía y características de los sedimentos. Será indispensable conocer las propiedades esfuerzo-deformación-tiempo para los estratos del subsuelo que pudieran tener influencia en el análisis de interacción.

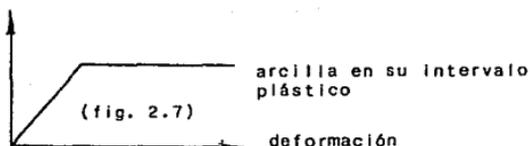
Así, la interacción suelo-estructura de cimentación del Dr. Zeevaert, consiste en lograr encontrar un sistema de reacciones las cuales aplicadas simultáneamente a la estructura de cimentación y a la masa de suelo, produzcan la misma configuración de desplazamientos diferenciales entre los dos elementos.

La masa del subsuelo donde se apoya la estructura deberá estudiarse en su conjunto considerándola como un medio continuo en donde la acción de un punto de la masa afecta a otro punto de la misma.

A pesar de que se sabe que el suelo tiene un comportamiento elasto-plástico (fig. 2.7) principalmente las arcillas debido a su alto contenido de partículas finas laminares lo que influye de manera importante en la compresibilidad del suelo, se hará uso de la teoría de

ANTECEDENTES

la elasticidad para el cálculo de los esfuerzos en la masa de suelo.



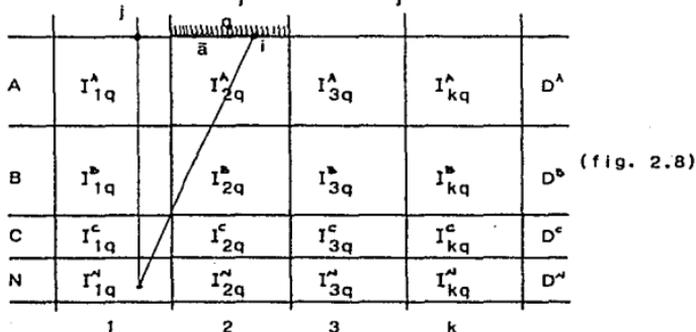
Considerando la figura 2.8 tenemos que:

si: D^N = Deformación volumétrica de un estrato N

$\Delta \sigma_{ji}^N$ = Incremento medio de esfuerzos en el punto j para el estrato N debido a una carga aplicada en una área tributaria ocasionada por la presión de contacto entre el suelo y la cimentación.

La deformación del estrato N en el punto j debido a la carga del área \bar{a}_i es:

$$\Delta \sigma_{ji}^N = D^N \cdot \Delta \sigma_{ji}^N$$



Por tanto el desplazamiento vertical total del punto j en la superficie debido a la carga aplicada en el área

ANTECEDENTES

a sería la suma de las deformaciones de los estratos.

$$d_{ji} = \sum_{e=A}^N D^e \cdot \Delta \bar{v}_{ji}^e$$

Si expresamos el incremento medio de esfuerzos en un punto j para el estrato N en función de una carga unitaria q debida a la presión de contacto entre el suelo y la cimentación en el área \bar{a}_1 ,

$$\Delta \bar{v}_{ji}^N = I_{ji}^N q$$

Con lo que sustituyendo A en 1 obtenemos el desplazamiento vertical unitario del punto j en la superficie debido a la carga unitaria q aplicada en el área tributaria a.

$$d_{ji} = \sum_{e=A}^N D^e \cdot I_{ji}^e$$

Debido a las influencias que tiene la carga unitaria q en los distintos estratos y la distribución de los esfuerzos unitarios I_{jk}^e considerados como en la figura 2.8 podemos calcular los desplazamientos verticales unitarios de la superficie en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \bar{d}_{1q} \\ \bar{d}_{2q} \\ \bar{d}_{3q} \\ \bar{d}_{4q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1q}^A & I_{2q}^A & I_{3q}^A & I_{kq}^A \\ I_{1q}^B & I_{2q}^B & I_{3q}^B & I_{kq}^B \\ I_{1q}^C & I_{2q}^C & I_{3q}^C & I_{kq}^C \\ I_{1q}^N & I_{2q}^N & I_{3q}^N & I_{kq}^N \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} D^A \\ D^B \\ D^C \\ D^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{d}_{11} & \bar{d}_{21} & \bar{d}_{31} & \bar{d}_{k1} \\ \bar{d}_{12} & \bar{d}_{22} & \bar{d}_{32} & \bar{d}_{k2} \\ \bar{d}_{13} & \bar{d}_{23} & \bar{d}_{33} & \bar{d}_{k3} \\ \bar{d}_{14} & \bar{d}_{24} & \bar{d}_{34} & \bar{d}_{k4} \end{bmatrix}$$

\bar{d}_{11} = desplazamiento vertical unitario del cuadro 1 debido a la carga tributaria aplicada en el área tributaria 1

Con lo que finalmente podemos calcular el desplazamiento vertical total de la superficie cargada, sumando los desplazamientos producidos en la superficie en el área tributaria (1,2,3,k) por cada una de las cargas q aplicadas

ANTECEDENTES

en dichas áreas. Esto se logra obteniendo la matriz traspuesta de la anterior y multiplicándola por la matriz columnar de las cargas unitarias q aplicadas en las áreas tributarias \bar{a} .

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

III.- METODO TRADICIONAL DE RIGIDECES PARA EL ANALISIS DE MARCOS.

METODO TRADICIONAL

III.1.- EXPLICACION GENERAL DEL METODO.

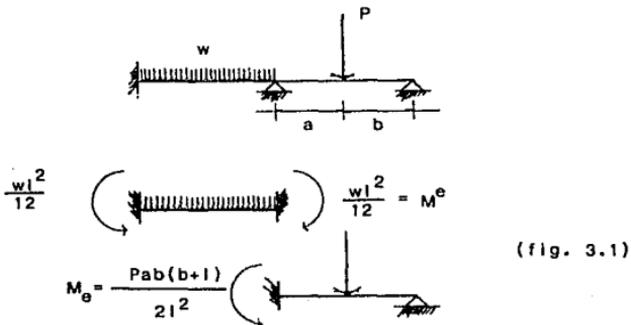
El método consiste en conocer los valores de los desplazamientos lineales y angulares, para con estos calcular las fuerzas internas de la estructura.

Para cada componente de desplazamiento desconocida, se establece una ecuación de equilibrio en función de las fuerzas externas conocidas y de las fuerzas internas desconocidas, las cuales se pueden expresar en términos de los desplazamientos por medio de las relaciones esfuerzo-deformación del material.

Llegamos así a un sistema de ecuaciones cuyo número es igual al número de componentes de desplazamiento desconocidos. La solución del sistema permite conocer los desplazamientos, con los cuales podemos calcular las fuerzas internas de la estructura, excepto las reacciones externas en los apoyos. Estas reacciones externas en los apoyos se pueden calcular por medio de las ecuaciones de equilibrio que no se usaron en el cálculo de los desplazamientos.

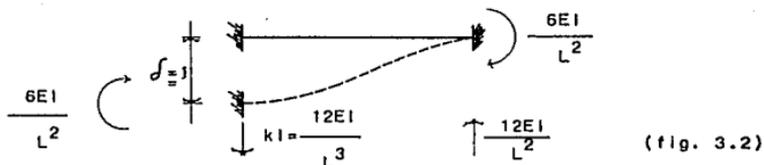
Para la aplicación de este método es indispensable, definir y entender algunos términos como: momento de empotramiento, rigidez lineal y rigidez angular.

Momento de empotramiento: Entendiendo por momento de empotramiento, los momentos en los extremos de una barra aislada considerados estos como empotrados debidos a una carga externa. (fig.3.1)



METODO TRADICIONAL

Rigidez lineal: Fuerza necesaria para producir en el extremo de la barra un desplazamiento lineal unitario. (fig. 3.2)

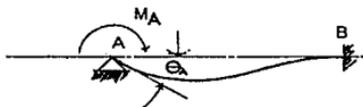


Rigidez angular: Momento requerido para producir en el extremo de una barra un giro de un radián. En el extremo opuesto podrá aparecer un momento inducido que depende del tipo de apoyo. (fig. 3.3)



Si el apoyo A gira un ángulo $\Theta_A = 1$ radián, la barra deformada aparece con línea punteada.

Por lo que toca a las fuerzas internas de la barra, el empotramiento A podemos representarlo por un apoyo simple y el efecto del giro del empotramiento por un par externo M_A (fig. 3.4).

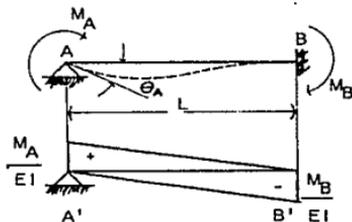


METODO TRADICIONAL

De la figura anterior es fácil comprender la rigidez de la barra A-B o medida de la capacidad de la misma para resistir la rotación de un extremo. Si el valor de $\Theta_A = 1$ radián, entonces el valor de M_A para producir esa rotación unitaria se le llama rigidez angular absoluta de la barra A-B.

Es decir, es el valor del momento, aplicado en un extremo simplemente apoyado de un miembro, capaz de producir una rotación unitaria (de un radián) del extremo simplemente apoyado, siendo el extremo más alejado simplemente apoyado, restringido o fijo.

Podemos determinar la rigidez absoluta de la barra A-B aplicando el principio de la viga conjugada. (fig. 3.5)



(fig. 3.5)

El momento M_A provoca un momento M_B inducido en el apoyo B. Este momento inducido en el extremo fijo o restringido al girar el extremo opuesto, tiene siempre una relación definida con el momento resistente desarrollado en el extremo que gira. A esta relación se le llama factor de transporte, es decir, es el factor por el cual hay que multiplicar el momento desarrollado en el extremo girado para obtener el momento inducido en el extremo fijo o restringido.

Para una barra prismática si el extremo opuesto es fijo, tenemos partiendo de la viga conjugada:

METODO TRADICIONAL

$$M_A = 0$$

$$\frac{M_A}{EI} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{3} - \frac{M_B}{EI} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{2L}{3} = 0$$

$$\frac{M_B}{EI} = \frac{M_A L^2 / 6EI}{2L^2 / 6} = \frac{M_A}{2EI} \quad M_B = \frac{M_A}{2}$$

Lo que indica que el momento inducido M_B es de 0.5 del momento M_A en el extremo que gira, por lo que el factor de transporte tiene un valor de 0.5. Para determinar la rigidez absoluta M_A de la barra A-B, partimos de que el valor del ángulo Θ_A en función del momento aplicado M_A , es igual al cortante de la viga conjugada, así:

$$\Theta_A = \left(M_A \cdot \frac{L}{2} - M_B \cdot \frac{L}{2} \right) \cdot \frac{1}{EI}$$

como:

$$M_B = \frac{M_A}{2}$$

$$\Theta_A = \left(M_A \cdot \frac{L}{2} - \frac{M_A}{2} \cdot \frac{L}{2} \right) \frac{1}{EI} = \frac{M_A \cdot L}{4EI} \quad M_A = \frac{4EI \Theta_A}{L}$$

como: $\Theta_A = 1 \quad M_A = \frac{4EI}{L}$

Por tanto la rigidez absoluta de la barra A-B es:

$$K_{AB} = M_A = \frac{4EI}{L}$$

y la rigidez en el extremo opuesto es:

$$K_{BA} = M_B = F.T \quad M_A = -\frac{2EI}{L}$$

METODO TRADICIONAL

III.2.- PROCEDIMIENTO ANALITICO.

El método de rigideces se puede desarrollar de la siguiente forma:

1.- Se establece una estructura primaria en la que los desplazamientos y giros en los nudos quedan impedidos. (los nudos extremos en una barra pueden salvar la condición). Con lo que se generan momentos y cortantes de empotramiento M , V .

2.- Se aplican las cargas a la estructura primaria y se encuentran los momentos y fuerzas de empotramiento, generados por el empotramiento.

3.- Se permiten los giros y desplazamientos unitarios, uno a la vez de los que fueron restringidos al inicio, generando momentos y cortantes en los nudos y ejes de las barras.

4.- Se establecen las ecuaciones de equilibrio cuyo número es igual al número de componentes de desplazamiento desconocidos. Se sustituyen en ésta los momentos y fuerzas de empotramiento debidas a los desplazamientos unitarios encontrando el valor de nuestras incógnitas (giros y desplazamientos), con los que obtenemos los momentos y cortantes finales.

III.3.- PRESENTACION MATRICIAL DEL METODO DE RIGIDECES.

Para calcular una estructura por el método de rigideces es indispensable obtener las rigideces angulares y lineales de todos los elementos que conforman el marco en estudio. Pues, es necesario tener una medida de la capacidad de cada miembro para resistir la rotación o el desplazamiento en sus extremos al permitirse un giro o desplazamiento unitario.

Con lo cual podemos establecer las ecuaciones de equilibrio

necesarias para obtener los giros y desplazamientos desconocidos para con estos calcular los momentos y

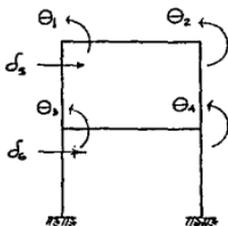
METODO TRADICIONAL

cortantes finales.

Como las ecuaciones de equilibrio deben ser una por cada giro y desplazamiento desconocidos, es claro, que a mayor número de niveles y crujeas, mayor número de incógnitas y por tanto mas ecuaciones de equilibrio, por lo que el problema se complica.

Por tal motivo es recomendable resolver estos problemas en forma matricial, inclusive electronicamente.

Para comprender lo anterior consideremos una estructura sencilla, en la que se tendrían los giros y desplazamientos mostrados como incógnitas:(fig. 3.6)

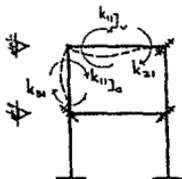


(fig. 3.6)

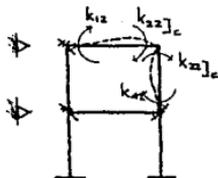
Observemos que se requieren seis ecuaciones de equilibrio con seis incógnitas para la solución del marco.

Al restringir los giros y desplazamientos lineales, permitiendo solo uno a la vez, podemos obtener las rigideces de los elementos como se muestra en las figuras y finalmente la representación matricial de rigideces del marco. Matriz K . (fig. 3.7 a-f)

METODO TRADICIONAL



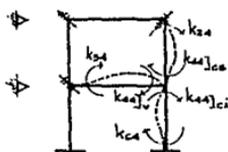
permitiendo el giro θ_1



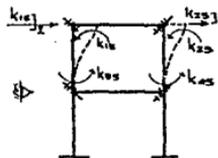
permitiendo el giro θ_2



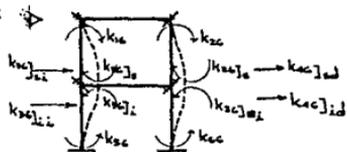
permitiendo el giro θ_3



permitiendo el giro θ_4



permitiendo el despl. δ_5



permitiendo el despl. δ_6

Matriz K de rigideces del marco.

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix}$$

La matriz de rigideces es una matriz cuadrada, simétrica y con la diagonal principal positiva.

METODO TRADICIONAL

Al empotrar la estructura y aplicarle las cargas externas, por un lado los nudos deben guardar el equilibrio debido a los momentos de empotramiento generados y a los momentos producidos por los giros y desplazamientos unitarios, y por otro, las barras también deben guardar el equilibrio debido a los cortantes de empotramiento y a los cortantes generados por los giros y desplazamientos, podemos representar la ecuación de equilibrio

$$\text{en forma matricial como: } \underline{K} \underline{d} + \underline{P}_e + \underline{P}_c = \underline{0}$$

Donde \underline{K} es la matriz que involucra las rigideces de todos los elementos del marco (representada anteriormente), \underline{d} es el vector de incógnitas de giros y desplazamientos, en este caso:

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix}$$

\underline{P}_e , es el vector de cargas de empotramiento

$$\underline{P}_e = \begin{bmatrix} M_1^e \\ M_2^e \\ M_3^e \\ M_4^e \\ V_5^e \\ V_6^e \end{bmatrix}$$

y \underline{P}_c es el vector de cargas concentradas, en el cual se pueden incluir fuerzas de sismo, viento, etc.

METODO TRADICIONAL

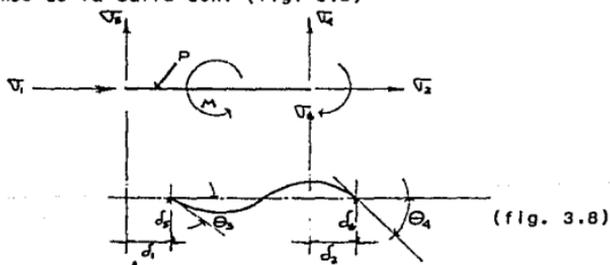
III.4.- OBTENCION DE LA MATRIZ DE RIGIDECES DE UNA BARRA CON APOYOS CONTINUOS.

En el análisis estructural de un marco se pueden presentar comunmente dos casos:

- 1.- El de una barra con apoyos continuos.
- 2.- El de una barra con apoyos continuos y otro articulado.

Para estos dos casos podemos obtener la matriz de rigideces de la barra. Obtenemos la matriz de rigideces para el primer caso partiendo de las rigideces de las estructuras básicas mostradas a continuación, las cuales podemos obtener de la misma forma que en la explicación del punto III.1 de rigidez lineal y angular.

Si para una barra recta los desplazamientos en los extremos de la barra son: (fig. 3.8)



d_1 ; d_2 = Deformaciones axiales lineales unitarias.

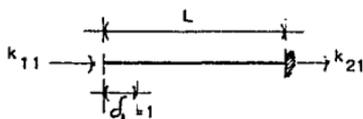
d_3 ; d_4 = Desplazamientos lineales unitarios.

θ_3 ; θ_4 = Desplazamientos angulares o giros unitarios.

Podemos deducir las rigideces de las estructuras básicas

METODO TRADICIONAL

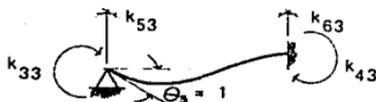
como se muestra en las figuras 3.9 a-f



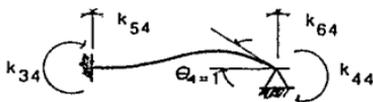
$$\begin{array}{ll}
 k_{11} = EA/L & \delta_1 = 1 \\
 k_{21} = -EA/L & \delta_2 = 1 \\
 k_{31} = 0 & \theta_3 = 0 \\
 k_{41} = 0 & \theta_4 = 0 \\
 k_{51} = 0 & \delta_5 = 0 \\
 k_{61} = 0 & \delta_6 = 0
 \end{array}$$



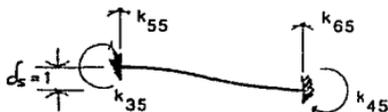
$$\begin{array}{ll}
 k_{12} = -EA/L & \delta_1 = 1 \\
 k_{22} = EA/L & \delta_2 = 1 \\
 k_{32} = 0 & \theta_3 = 0 \\
 k_{42} = 0 & \theta_4 = 0 \\
 k_{52} = 0 & \delta_5 = 0 \\
 k_{62} = 0 & \delta_6 = 0
 \end{array}$$



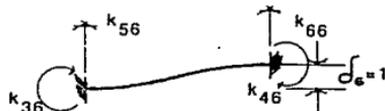
$$\begin{array}{ll}
 k_{33} = 0 & \delta_3 = 0 \\
 k_{43} = 0 & \delta_4 = 0 \\
 k_{53} = 4EI/L & \theta_5 = 1 \\
 k_{63} = 2EI/L & \theta_6 = 1 \\
 k_{73} = -6EI/L^2 & \delta_7 = 1 \\
 k_{83} = 6EI/L^2 & \delta_8 = 1
 \end{array}$$



$$\begin{array}{ll}
 k_{34} = 0 & \delta_3 = 0 \\
 k_{44} = 0 & \delta_4 = 0 \\
 k_{54} = 2EI/L & \theta_5 = 1 \\
 k_{64} = 4EI/L & \theta_6 = 1 \\
 k_{74} = -6EI/L^2 & \delta_7 = 1 \\
 k_{84} = 6EI/L^2 & \delta_8 = 1
 \end{array}$$



$$\begin{array}{ll}
 k_{55} = 0 & \delta_5 = 0 \\
 k_{65} = 0 & \delta_6 = 0 \\
 k_{75} = -6EI/L^2 & \theta_7 = 1 \\
 k_{85} = -6EI/L^2 & \theta_8 = 1 \\
 k_{95} = 12EI/L^3 & \delta_9 = 1 \\
 k_{105} = -12EI/L^3 & \delta_{10} = 1
 \end{array}$$



$$\begin{array}{ll}
 k_{56} = 0 & \delta_5 = 0 \\
 k_{66} = 0 & \delta_6 = 0 \\
 k_{76} = 6EI/L^2 & \theta_7 = 1 \\
 k_{86} = 6EI/L^2 & \theta_8 = 1 \\
 k_{96} = -12EI/L^3 & \delta_9 = 1 \\
 k_{106} = 12EI/L^3 & \delta_{10} = 1
 \end{array}$$

METODO TRADICIONAL

Con los resultados anteriores podemos formar la matriz de rigideces de una barra con apoyos continuos.

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} \begin{matrix} d_1 \\ d_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{matrix}$$

Sustituyendo el valor de las rigideces obtenidas tenemos:

$$K = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -EA/L & EA/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4EI/L & 2EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ 0 & 0 & 2EI/L & 4EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ 0 & 0 & -6EI/L^2 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -12EI/L^3 \\ 0 & 0 & 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 12EI/L^3 \end{bmatrix} \begin{matrix} d_1 \\ d_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{matrix}$$

Como en el análisis de marcos rígidos se pueden despreciar las deformaciones axiales d_1 ; d_2 , podemos eliminar de la matriz de rigideces K , las rigideces K_{11} ; K_{12} ; K_{21} ; K_{22} ; que son las correspondientes a las deformaciones axiales. Eliminando además las rigideces cuyo valor es cero, podemos simplificar la matriz K de

METODO TRADICIONAL

rigideces de una barra con apoyos continuos quedando esta como sigue:

$$\begin{bmatrix} \Theta_3 & \Theta_4 & \delta_5 & \delta_6 \\ 4EI/L & 2EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ 2EI/L & 4EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -12EI/L^3 \\ 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 12EI/L^3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \Theta_3 \\ \Theta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{matrix}$$

Podemos generalizar para una barra cualquiera horizontal o vertical de un marco, haciendo las consideraciones siguientes:

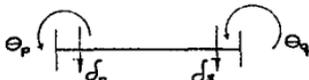
$$\Theta_3 = \Theta_p$$

$$\Theta_4 = \Theta_q$$

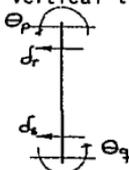
$$\delta_5 = \delta_r$$

$$\delta_6 = \delta_s$$

Para una barra horizontal tenemos:



Para una barra vertical tenemos:



Generalizamos la matriz de rigideces de una barra con apoyos continuos con giros Θ_p ; Θ_q y desplazamientos δ_r ; δ_s como sigue:

METODO TRADICIONAL

$$K = \begin{bmatrix} & \theta_p & \theta_q & \delta_r & \delta_s \\ \begin{bmatrix} 4EI/L & 2EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ 2EI/L & 4EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -12EI/L^3 \\ 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 12EI/L^3 \end{bmatrix} & \theta_p \\ & \theta_q \\ & \delta_r \\ & \delta_s \end{bmatrix}$$

Esta matriz K nos servirá para obtener la matriz de rigideces de cada barra de un marco, para posteriormente sumarias y tener así, la matriz de rigideces de todo el marco; con la que aplicamos la ecuación matricial de equilibrio $K\delta + P_e + B = Q$ conociendo así los giros y desplazamientos desconocidos, pudiendo calcular los momentos y cortantes finales estableciendo las ecuaciones de equilibrio de los nudos, sumando los momentos y cortantes de empotramiento provocados al impedir los giros y desplazamientos del marco, mas los momentos y cortantes que producen los giros y desplazamientos unitarios. Obteniendo las siguientes ecuaciones generales de equilibrio para obtener los momentos y cortantes finales:

$$M_p^F = M_p^E + 4EI/L\theta_p + 2EI/L\theta_q - 6EI/L^2\delta_r + 6EI/L^2\delta_s$$

$$M_q^F = M_q^E + 2EI/L\theta_p + 4EI/L\theta_q - 6EI/L^2\delta_r + 6EI/L^2\delta_s$$

$$V_r^F = V_r^E - 6EI/L^2\theta_p - 6EI/L^2\theta_q + 12EI/L^3\delta_r - 12EI/L^3\delta_s$$

$$V_s^F = V_s^E + 6EI/L^2\theta_p + 6EI/L^2\theta_q - 12EI/L^3\delta_r + 12EI/L^3\delta_s$$

doide: $M_{p,q}^F$ = Momento final en el extremo p ó q de la barra.
 $V_{r,s}^F$ = Cortante final en el extremo r ó s de la barra.

**IV.- METODO DE INTERACCION
SUELO-ESTRUCTURA EN
MARCOS CON CIMENTACION
DE ZAPATAS AISLADAS.**

METODO DE INTERACCION

IV.1.- ANALISIS DE MARCOS CON INTERACCION.

Para realizar el análisis estructural en forma tradicional, se ha optado por separar a la superestructura de la cimentación tal como se vió en el capítulo anterior, considerando en general, que la estructura se encuentra empotrada o articulada en su cimentación, suponiendo una presión de contacto uniforme y calculando los hundimientos del terreno considerando la cimentación cien por ciento flexible o totalmente rígida.

En este contexto, el análisis de marcos dista mucho de la realidad. Por lo que se ha dado una preocupación generalizada en el medio profesional por plantear nuevos métodos de análisis mas reales, considerando los hundimientos que sufre la masa de suelo conjuntamente con el análisis de la superestructura, alterando el valor de los elementos mecánicos de toda la estructura.

El problema de los hundimientos totales y diferenciales se presenta principalmente en suelos de mediana a alta compresibilidad, por lo que es recomendable aplicar algún método de interacción en estos casos, sin embargo no es indispensable el tener un suelo de alta compresibilidad para analizar la estructura tomando en cuenta los efectos de interacción, pues el considerar los giros y desplazamientos de las zapatas así como la rigidez de la superestructura, subestructura y suelo de cimentación nos conduce a un análisis mas real de la estructura.

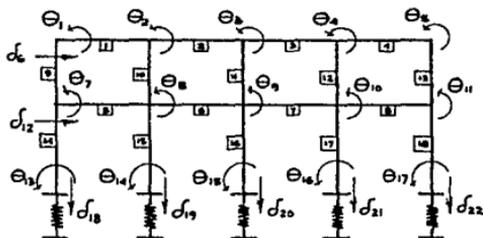
IV.2.- METODOLOGIA.

Para poder resolver el problema del análisis conjunto de la estructura y el suelo en un marco con cimentación de zapatas aisladas, es preciso utilizar un método de análisis estructural como el método de rigideces mencionado con anterioridad en el capítulo III, en el cual, se hagan intervenir los efectos de los hundimientos del suelo.

En la matriz de rigideces se deberán representar tanto los giros como los desplazamientos de cada nudo de la superestructura así como los giros y desplazamientos que

METODO DE INTERACCION

provoca el suelo en las zapatas aisladas, tal como se muestra en la figura (fig. 4.1).



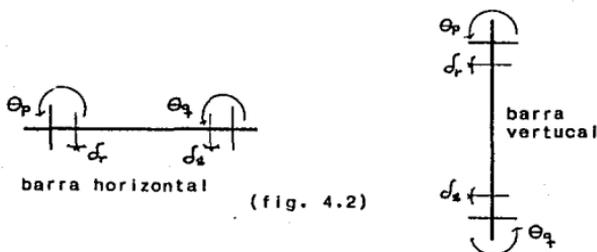
(fig. 4.1)

Partiendo de la matriz de rigideces de una barra con apoyos continuos obtenida en el punto III.4. Matriz K,

$$K = \begin{bmatrix} \theta_p & \theta_q & d_r & d_s \\ 4EI/L & 2EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ 2EI/L & 4EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -12EI/L^3 \\ 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 12EI/L^3 \end{bmatrix} \begin{matrix} \theta_p \\ \theta_q \\ d_r \\ d_s \end{matrix}$$

podemos obtener la matriz de rigideces de cada barra considerando los giros y desplazamientos como se muestra:

METODO DE INTERACCION

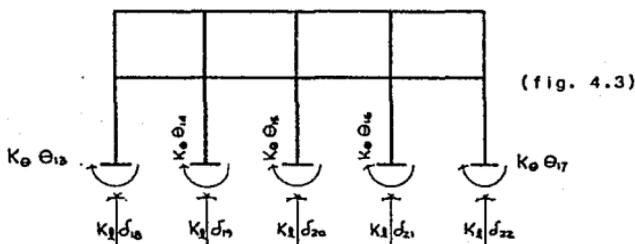


De donde se ve claro, que al obtener la matriz de rigideces de las barras 14, 15, 16, 17 y 18, se hacen intervenir los giros Θ_{13} , Θ_{14} , Θ_{15} , Θ_{16} , Θ_{17} y los desplazamientos d_{18} , d_{19} , d_{20} , d_{21} y d_{22} . De tal forma que al realizar la sumatoria de matrices de todas las barras y formar la matriz K como:

$$K = \sum_{i=1}^n K_i \quad \text{donde:} \quad \begin{array}{l} n = \text{número de barras} \\ i = \text{barra } i \end{array}$$

la cual es representativa de todo el marco, se verá afectada por los giros y desplazamientos de las zapatas anteriormente mencionados. Los cuales ordinariamente en un análisis tradicional no se hacen intervenir.

Por otro lado, para tomar en cuenta la reaccion del suelo sobre la estructura, es necesario calcular las cargas que le transmite a esta, las cuales se representan en la figura 4.3



METODO DE INTERACCION

En donde K_{θ} es la rigidez angular del suelo y K_f la rigidez lineal del mismo. Basándonos en la Ley de Hooke, trabajando con deformaciones elásticas proporcionales a las cargas unitarias, se deduce que la relación carga unitaria-deformación es lineal.

Considerando a P como una carga por unidad de área y f (deformación lineal) al correspondiente asentamiento de la superficie, determinamos la rigidez lineal como:

$$K_f = \frac{P}{f} \left[\frac{\text{Kg/cm}^2}{\text{cm}} = \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right]$$

De igual modo, el momento aplicado entre el giro que sufre la cimentación nos determina la rigidez angular como:

$$K_{\theta} = \frac{M}{\Theta} \left[\frac{\text{Kg cm}}{\text{rad}} \right]$$

Para calcular estas rigideces K_f y K_{θ} del suelo, es necesario conocer el asentamiento instantáneo f que sufriría la zapata así como el giro Θ , de donde se aprecia que este tipo de análisis de interacción suelo-estructura cobra mayor importancia en problemas en los que se tenga un suelo de mediana a alta compresibilidad, en los que estos asentamientos f y giros Θ sean considerables.

Este asentamiento instantáneo que sufre la zapata, lo podemos calcular aplicando la teoría de la elasticidad para un medio semi infinito, teniendo:

$$f = \frac{q}{\pi} \frac{1-\nu^2}{E} \left[L \int_0^{\frac{L}{n}} \frac{B + \sqrt{L^2 + B^2}}{L} + B \int_0^{\frac{L}{n}} \frac{L + \sqrt{L^2 + B^2}}{B} \right]$$

donde:

B = ancho de la zapata
 L = longitud de zapata.

METODO DE INTERACCION

y si P (carga por unidad de area) es igual a:

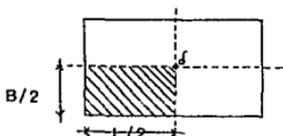
$$P = qBL \quad \text{ya que} \quad q = \frac{P}{A} = \frac{P}{BL}$$

Tenemos entonces que la rigidez lineal del suelo es:

$$K_L = \frac{P}{d}$$

$$K_L = \frac{qBL}{\frac{q}{4} \frac{1-\nu^2}{E} \left[L \ln \frac{B + \sqrt{L^2 + B^2}}{L} + B \ln \frac{L + \sqrt{L^2 + B^2}}{B} \right]}$$

tomando en cuenta que d es el asentamiento bajo la esquina de un rectángulo (esquina de la zapata) y si por simplificación usamos $B=B/2$ y $L=L/2$, obtenemos el asentamiento en la esquina de una cuarta parte del área del rectángulo. (fig. 4.4)



(fig. 4.4)

De esta forma al multiplicar por cuatro obtenemos el asentamiento total del rectángulo como:

$$K_L = \frac{qBL}{4 \frac{q}{4} \frac{1-\nu^2}{E} \left[\frac{L}{2} \ln \frac{B/2 + \sqrt{(L/2)^2 + (B/2)^2}}{(L/2)} + \frac{B}{2} \ln \frac{L/2 + \sqrt{(L/2)^2 + (B/2)^2}}{(B/2)} \right]}$$

simplificando

$$\frac{BL}{4} \frac{4E}{1-\nu^2} \left[\frac{L}{2} \ln \frac{B/2 + \sqrt{(L/2)^2 + (B/2)^2}}{(L/2)} + \frac{B}{2} \ln \frac{L/2 + \sqrt{(L/2)^2 + (B/2)^2}}{(B/2)} \right]^{-1}$$

Para determinar la rigidez angular K_θ , utilizamos la siguiente expresión deducida de la teoría de la

METODO DE INTERACCION

elasticidad válida para un cimiento circular:

$$\Theta = \frac{3(1 - \nu)}{8} \frac{M}{GR^3}$$

donde: M = momento de volteo producido por la estructura
G = módulo dinámico de rigidez al cortante

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

R = radio de giro equivalente para un cimiento circular

$$R = \left[\frac{4I}{\pi} \right]^{1/4}$$

I = momento de inercia de la zapata rectangular respecto al eje centroidal

Tenemos entonces que la rigidez angular del suelo la podemos calcular como:

$$K_{\Theta} = \frac{M}{\Theta} = \frac{M}{\frac{3(1 - \nu)}{8} \frac{M}{\frac{E}{2(1 + \nu)} R^3}}$$

simplificando:

$$K_{\Theta} = \frac{4ER^3}{3(1 - \nu)(1 + \nu)}$$

El módulo de rigidez E, depende del nivel de esfuerzos y del confinamiento (profundidad) es decir, es factible de obtener mediante un estudio geotécnico. Se ha visto por experiencia que en la Ciudad de México el módulo E varía entre 400 a 500 \sqrt{N} (T/m²)

Estas cargas o reacciones del terreno $K_{\Theta} \Theta_i$ y $K_I d_i$ son incorporadas en el vector de cargas concentradas \underline{P}_c de

METODO DE INTERACCION

la ecuación de equilibrio matricial determinada en el punto III.3 como: $K_d + P_s + P_p = Q$ con lo que se logra tener un sistema compatible determinado de ecuaciones en el cual se hacen intervenir tanto las acciones de la superestructura (peso propio, cargas vivas, cargas muertas, sismo, viento, etc.) como las producidas por los hundimientos y giros de la cimentación. Resolviendo este sistema de ecuaciones, obtenemos los elementos mecánicos de todos los miembros de la estructura con valores mas acordes a la realidad.

V.- PROGRAMA PARA COMPUTADORA ELECTRONICA DEL METODO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA PARA LA SOLUCION DE MARCOS CON ZAPATAS AISLADAS.

PROGRAMA

VI.1.- ASPECTOS GENERALES DEL PROGRAMA.

El siguiente programa, permite resolver marcos de n niveles por m crujeas, quedando limitado unicamente por la capacidad propia de la computadora.

Se deberán proporcionar los datos necesarios como son: Propiedades de todos los elementos de la estructura (momento de inercia, modulos de elasticidad del material, longitudes, etc.), grados de libertad, giros y desplazamientos (θ_p , θ_q , d_r , d_s) de cada barra, cargas en los miembros y nudos, asi como las características del suelo y cimentación (rigidez lineal y angular del suelo, dimensiones y momentos de inercia de zapatas, etc.) si se resuelve por el método de interacción.

Permite obtener la matriz de rigideces de todo el marco en estudio, los momentos y cortantes de empotramiento, los giros y desplazamientos desconocidos de la estructura y de las zapatas asi como los momentos y cortantes finales de todos los elementos que conforman el marco ya sea por el método tradicional de rigideces o por el método de interacción.

PROGRAMA

```
2   REM ANALISIS DE MARCOS PLANOS CON ZAPATAS AISLADAS
   POR EL METODO TRADICIONAL Y POR INTERACCION.
5   CLEAR
10  INPUT "NUMERO DE BARRAS"; NB
22  INPUT "GRADOS DE LIBERTAD"; NGL
30  DIM E(NB), IN(NB), LO(NB), W(NB), TP(NB), TQ(NB),
    DR(NB), DS(NB), A(4)
50  REM LECTURA DE PROPIEDADES Y GRADOS DE LIBERTAD DE
    LAS BARRAS.
60  FOR I=1 TO NB
62      PRINT "MOMENTO DE INERCIA DE LA BARRA";I;
63      INPUT IN(I)
64      PRINT "MODULO DE ELASTICIDAD DE LA BARRA";I;
65      INPUT E(I)
66      PRINT "LONGITUD DE LA BARRA";I;
67      INPUT LO(I)
68      PRINT "CARGA UNIFORME (T/m) SOBRE BARRA";I;
69      INPUT W(I)
70      PRINT "  $\theta_p$  DE BARRA";I;
71      INPUT TP(I)
72      PRINT "  $\theta_q$  DE BARRA";I;
73      INPUT TQ(I)
74      PRINT "  $d_r$  DE BARRA";I;
75      INPUT DR(I)
76      PRINT "  $d_s$  DE BARRA";I;
77      INPUT DS(I)
80  NEXT I
85  REM LECTURA DE CARGAS CONCENTRADAS EN LOS NUDOS
86  DIM VC(NGL)
87  FOR I=1 TO NB
88      PRINT "CARGA CONCENTRADA EN EL GRADO DE LIBERTAD"
        ;I;
89      INPUT VC(I)
90  NEXT I
100 REM FORMACION DE LA MATRIZ DE RIGIDECES
102 DIM KR(NGL,NGL)
110 FOR Q=1 TO NB
112     I=TP(Q):J=TQ(Q):K=DR(Q):L=DS(Q)
114     A1=4*E(Q)*IN(Q)/LO(Q):A2=6*E(Q)*IN(Q)/LO(Q)2;
        A3=12*E(Q)*IN(Q)/LO(Q)3
118     KR(I,I)=KR(I,I)+A1:KR(I,J)=KR(I,J)+A1/2
119     KR(I,K)=KR(I,K)-A2:KR(I,L)=KR(I,L)+A2
120     KR(J,J)=KR(J,J)+A1:KR(J,K)=KR(J,K)-A2
121     KR(J,L)=KR(J,L)+A2:KR(K,K)=KR(K,K)+A3
122     KR(K,L)=KR(K,L)-A3:KR(L,L)=KR(L,L)+A3
130     KR(J,I)=KR(I,J):KR(K,I)=KR(I,K)
```

PROGRAMA

```
131      KR(L,I)=KR(I,L):KR(K,J)=KR(J,K)
132      KR(L,J)=KR(J,L):KR(L,K)=KR(K,L)
133  NEXT Q
140  REM IMPRESION DE LA MATRIZ DE RIGIDECES
141  GOTO 6000
142  LPRINT"MATRIZ DE RIGIDECES DE LA ESTRUCTURA"
143  FOR I=1 TO NGL
144      FOR J=1 TO NGL
145          LPRINT "RIGIDEZ EN (";I";";J;")=";KR(I,J)
146      NEXT J
147  NEXT I
148  NEXT I
149  NEXT I
150  REM SUBRRUTINA PARA RIGIDEZ ANGULAR Y LINEAL
151  INPUT"EL ANALISIS ES CON INTERACCION (S/N)";AS
152  IF AS=S THEN GOTO 1000
153  IF AS=N THEN GOTO 155
154  IF AS=N THEN GOTO 155
155  GOSUB 1500
160  REM IMPRESION DEL VECTOR DE CARGAS CONC. SIN INT.
161  FOR I=1 TO NGL
162      LPRINT "CARGA CONCENTRADA EN EL G.L. (";I;")="
163          ;VC(I)
164  NEXT I
165  REM SUBRRUTINA PARA SOLUCION DE ECUACIONES SIMULTANEAS
166  GOTO 3000
1700  REM RIG.ANG. Y LIN.DEL SUELO
1701  INPUT "ANCHO DE LA ZAPATA B=";B
1702  INPUT "LONGITUD DE LA ZAPATA L=";L
1703  INPUT "E DEL SUELO";E
1704  INPUT "Nu=";V
1705  INPUT "MOMENTO DE INERCIA DE ZAPATA=";I
1706  A(1)=(B*L*3.1416*E)/(4*(1-V2))
1707  A(2)=(LOG(((SQR((L/2)2+(B/2)2))+B/2))/(L/2))*L/2
1708  A(3)=(LOG(((SQR((L/2)2+(B/2)2))+B/2))/(B/2))*B/2
1709  A(4)=A(1)*(A(2)+A(3))-1
1710  R=((4*I)/3.1416)2/3 :T=(4*E*R3)/(3*(1-V)*(1+V))
1711  LPRINT "K1=";A(4)
1712  LPRINT "K =" ;T
1713  REM LECTURA R DEL S
1714  DIM VR(NGL)
1715  FOR I=1 TO NGL
1716      PRINT "RIGIDEZ EN EL GRADO DE LIBERTAD";I
1717      INPUT VR(I)
1718  NEXT I
1719  REM SUMA DE RIG DEL SUELO A MATRIZ DE RIG.
1720  FOR I=1 TO NGL
1721      KR(I,I)=KR(I,I)+VR(I)
1722  NEXT I
```

PROGRAMA

```
1120 REM VECTOR DE CARGAS CONCENTRADAS E IMPRESION
1122 DIM VK(NGL)
1125 FOR I=1 TO NGL
1130     VK(I)=VC(I)+VR(I)
1135 NEXT I
1140 FOR I=1 TO NGL
1145     PRINT "CARGA CONCENTRADA ENE EL GRADO DE LIBERTAD
(" ; I ; " ) = " ; VK(I)
1160 NEXT I
1165 REM SUBRRUTINA PARA VECTOR DE C.EMP. Y TERM. IND.
1170 GOSUB 1500
1172 REM SUBRRUTINA PARA SOLUCION DE ECUACIONES SIMULTANEAS
1174 GOTO 3000
1500 REM VECTOR DE MOMENTOS Y CORTANTES DE EMPOTRAMIENTO
1505 DIM VE(NGL),B(NGL)
1510 FOR Q=1 TO NB
1515     I=TP(Q):J=TQ(Q):K=DR(Q):L=DS(Q)
1520     VE(I)=VE(I)+W(Q)*LO(Q)^2/12:
VE(J)=VE(J)-W(Q)*LO(Q)^2/12
1525     VE(K)=VE(K)-W(Q)*LO(Q)/2:
VE(L)=VE(L)-W(Q)*LO(Q)/2
1535 NEXT Q
1540 REM VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
1545 FOR I=1 TO NGL
1555     B(I)=-VC(I)-VE(I)
1560 NEXT I
1565 REM IMPRESION VECTOR DE CARGAS DE EMPOTRAMIENTO
1570 FOR I=1 TO NGL
1575     LPRINT "MOM. O CORT. DE EMPOTRAMIENTO EN EL
G.L. (" ; I ; " ) = " ; VE(I)
1590 NEXT I
1595 RETURN
3000 REM SOLUCION DE ECUACIONES SIMULTANEAS
3005 DIM X(NGL)
3010 PRINT
3015 TL=0
3020 INPUT "QUE TOLERANCIA DE ERROR";TL
3025 IF TL<= 0 THEN TL=.001: LPRINT "TOL. DE ERROR= 0.001"
3030 IT=0
3035 INPUT "CUANTAS ITERACIONES DESEAS";IT
3040 IF IT< 1 THEN IT=1000: PRINT "IT=1000"
3045 FOR I=1 TO NGL
3050     X(I)=0
3055 NEXT I
3060 REM ORDENAMIENTO DEL SISTEMA
3065 GOSUB 4000
```

PROGRAMA

```
3070 REM SOLUCION AL SISTEMA DE ECUACIONES
3075 K=0
3080 FOR J=1 TO NGL
3085   S=0
3090   M=0
3095   FOR I=1 TO NGL
3100     IF I<>J THEN S=S+KR(J,I)*X(I)
3105     NEXT I
3110     XP={B(J)-S}/KR(J,J)
3115     IF ABS(XP-X(J))>TL THEN M=M+1
3120     X(J)=XP
3125   NEXT J
3130   K=K+1
3135   IF K>IT THEN GOTO 4090
3140   IF M<>0 THEN GOTO 3080
3145   REM RESULTADOS
3150   LPRINT "SOLUCION AL SISTEMA:"
3155   FOR I=1 TO NGL
3160     LPRINT "DESPLAZAMIENTO LINEAL O ANGULAR X("";I;"")="";X(I)
3170   NEXT I
3175   PRINT
3180   LPRINT "CONVERGE EN:";K;" ITERACIONES"
3190   GOTO 5000
4000 REM ORDENAMIENTO DEL SISTEMA
4005 FOR J=1 TO NGL-1
4010   MAX=ABS(KR(1,J))
4015   IC=J
4020   FOR I=2 TO NGL
4025     IF ABS(KR(I,J))>MAX THEN MAX=ABS(KR(I,J)):
       IC=I
4030   NEXT I
4035   IF IC=J THEN GOTO 4080
4040   FOR K=1 TO NGL
4045     AT=KR(J,K)
4050     KR(J,K)=KR(IC,K)
4055     KR(IC,K)=AT
4060   NEXT K
4065   AT=B(J)
4070   B(J)=B(IC)
4075   B(IC)=AT
4080 NEXT J
4085 RETURN
4090 END
5000 REM MOMENTOS Y CORT. FINALES
5006 DIM Z(3),VF(NGL)
5010 FOR Q=1 TO NB
```

PROGRAMA

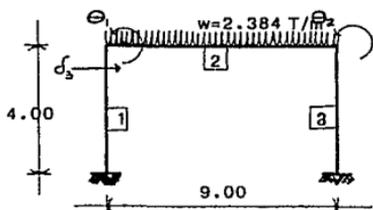
```
5015      I=TP(Q):J=TQ(Q):K=DR(Q):L=DS(Q)
5020      Z(1)=4*E(Q)*IN(Q)/LO(Q): Z(2)=6*E(Q)*IN(Q)/LO(Q)2
          :Z(3)=12*E(Q)*IN(Q)/LO(Q)3
5025      VF(1)=-W(Q)*LO(Q)2/12+Z(1)*X(1)+Z(1)*X(J)/2-Z(2)*
          X(K)+Z(2)*X(L)
5030      LPRINT "BARRA:";Q;"G.L.:";I
5031      LPRINT "MOMENTO FINAL=";VF(1)
5035      VF(J)=-W(Q)*LO(Q)2/12+Z(1)*X(1)/2+Z(1)*X(J)
          -Z(2)*X(K)+Z(2)*X(L)
5040      LPRINT "BARRA:";Q;"G.L.:";J
5041      LPRINT "MOMENTO FINAL=";VF(J)
5049      VF(K)=-W(Q)*LO(Q)/2-Z(2)*X(1)-Z(2)*X(J)+Z(3)*X(K)
          -Z(3)*X(L)
5050      LPRINT "BARRA:";Q;"G.L.:";K
5052      LPRINT "CORTANTE FINAL=";VF(K)
5070      VF(L)=-W(Q)*LO(Q)/2+Z(2)*X(1)+Z(2)*X(J)-Z(3)*X(K)
          +Z(3)*X(L)
5075      LPRINT "BARRA:";Q;"G.L.:";L
5076      LPRINT "CORTANTE FINAL=";VF(L)
5100 NEXT Q
5105 INPUT "OTRO CALCULO (S/N)";A$
5110 IF A$="S" THEN GOTO 5
5115 IF A$="N" THEN GOTO 5120
5120 END
6000 INPUT "DESEAS IMPRIMIR LA MATRIZ DE RIGIDECES (S/N)";A$
6001 IF A$="S" THEN GOTO 142
6002 IF A$="N" THEN GOTO 150
```

VI.- APLICACIONES DEL METODO TRADICIONAL Y DEL METODO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA.

APLICACIONES

VI.1.- APLICACION DEL METODO TRADICIONAL DE RIGIDECES A UN MARCO CON ZAPATAS AISLADAS DE UN NIVEL Y UNA CRUJIA.

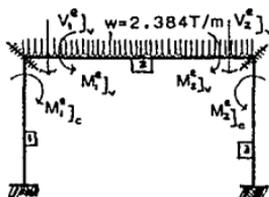
Considerando el marco de la figura 6.1 :



(fig. 6.1)

VI.1.1.- BAJO CARGAS GRAVITACIONALES.

Establecemos la estructura primaria, restringiendo los giros y desplazamientos con lo que generamos los momentos y cortantes de empotramiento (fig. 6.2).



(fig. 6.2)

donde: $M_{i,v}^0$ = Momento de empotramiento en el nudo i en la viga o columna.

Calculamos los momentos y cortantes de empotramiento (fig. 6.3 y 6.4)
momentos de empotramiento de apoyo sobre barra:

$$M_{1,v}^0 = -16.092 \text{ T m} \qquad M_{2,v}^0 = 16.092 \text{ T m}$$

APLICACIONES

momentos de empotramiento de barra sobre apoyo:

$$M_1^e = 16.092 \text{ T m} \qquad M_2^e = -16.092 \text{ T m}$$

cortantes de empotramiento de apoyo sobre barra:

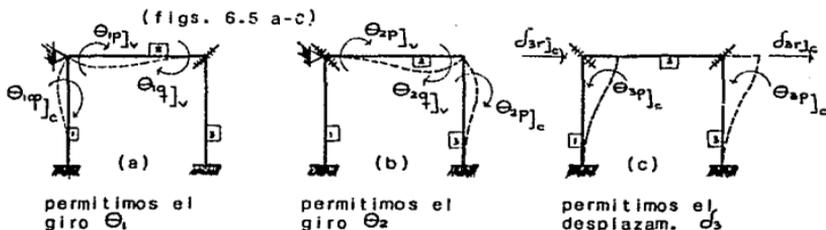
$$V_1^e = 10.728 \text{ T} \qquad V_2^e = 10.728 \text{ T}$$

cortantes de empotramiento de barra sobre apoyo:

$$V_1^c = -10.728 \text{ T} \qquad V_2^c = -10.728 \text{ T}$$

Obtención de la matriz de rigidez del marco:

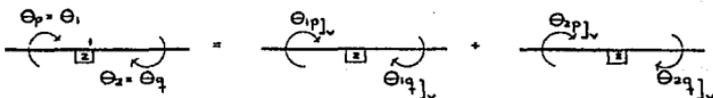
Obtenemos la matriz de rigideces permitiendo los giros y desplazamientos, uno a la vez de los restringidos (fig 6.5 a-c), con lo que se generan los momentos y cortantes debidos a los giros y desplazamientos unitarios, es decir, obtenemos la matriz de rigidez de cada barra con cuya suma formamos la matriz K de rigideces de todo el marco.



donde: $\begin{bmatrix} \Theta_{1p} \\ \Theta_{1q} \\ \Theta_{1r} \\ \Theta_{1s} \end{bmatrix}_v^c$ = Rigidez en el extremo (p,q,r,s) debida al giro o desplazamiento unitario i en la viga o columna (v,c)

Obtenemos la matriz de rigidez de cada barra:

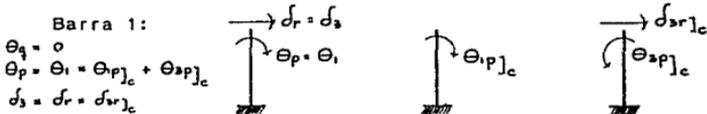
$$\text{Barra 2: } \Theta_p = \Theta_1 = \Theta_{1p} + \Theta_{2p} \qquad \Theta_q = \Theta_2 = \Theta_{1q} + \Theta_{2q}$$



APLICACIONES

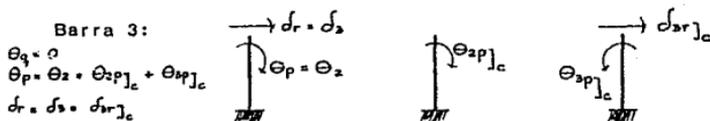
Si $l=0.0243 \text{ m}$; $E= 2213600 \text{ T/m}^2$; $L=9.00 \text{ m}$
 obtenemos de la matriz de rigideces deducida en el punto
 111.4 la matriz de la barra 2.

$$K_2 = \begin{bmatrix} \Theta_p = \Theta_1 & \Theta_q = \Theta_2 \\ 4EI/L & 2EI/L \\ 2EI/L & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r = \delta_1 \\ \delta_s = \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23906.88 & 11953.44 \\ 11953.44 & 23906.88 \end{bmatrix}$$



Si $l=0.002133 \text{ m}$; $E=2213600 \text{ T/m}^2$; $L=4.60 \text{ m}$
 obtenemos la matriz de rigidez de la barra 1

$$K_1 = \begin{bmatrix} \Theta_p = \Theta_1 & \delta_r = \delta_s \\ 4EI/L & -6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r = \delta_1 \\ \delta_s = \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4105.75 & -1338.83 \\ -1338.83 & 582.10 \end{bmatrix}$$



Si $l=0.002133 \text{ m}$; $E=2213600 \text{ T/m}^2$; $L=4.60 \text{ m}$
 obtenemos la matriz de rigidez de la barra 3

$$K_3 = \begin{bmatrix} \Theta_p = \Theta_2 & \delta_r = \delta_s \\ 4EI/L & -6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & 12EI/L^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r = \delta_1 \\ \delta_s = \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4105.75 & -1338.83 \\ -1338.83 & 582.10 \end{bmatrix}$$

APLICACIONES

Obtenemos la matriz de rigideces K de todo el marco como:

$$K = \sum_{i=1}^n K_i$$

donde i =barra i ; n =número de barras

$$\text{de donde: } K = \sum_{i=1}^3 K_i = K_1 + K_2 + K_3$$

La matriz K de todo el marco será una matriz de 3×3 ya que son tres los giros y desplazamientos desconocidos del marco (θ_1, θ_2, d_3)

$$K = K_1 + K_2 + K_3$$

$$K = \begin{bmatrix} \theta_p \theta_p & \theta_q \theta_p \\ \theta_p \theta_q & \theta_q \theta_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_r \theta_p \\ \theta_p d_r \\ d_r d_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_q \theta_q & d_r \theta_q \\ \theta_q d_r & d_r d_r \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \sum \theta_p \theta_p & \sum \theta_q \theta_p & \sum d_r \theta_p \\ \sum \theta_p \theta_q & \sum \theta_q \theta_q & \sum d_r \theta_q \\ \sum \theta_p d_r & \sum \theta_q d_r & \sum d_r d_r \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez de cada barra es una matriz de 3×3 , pues algunos elementos tienen un valor de cero como se puede ver a continuación:

$$K = \begin{bmatrix} 23906.88 & 11953.44 & 0 \\ 11953.44 & 23906.88 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4105.75 & 0 & -1338.83 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1338.83 & 0 & 582.10 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4105.75 & -1338.83 \\ 0 & -1338.83 & 582.10 \end{bmatrix}$$

APLICACIONES

$$\text{por tanto } K = \begin{bmatrix} 28012.63 & 11953.44 & -1338.83 \\ 11953.44 & 28012.63 & -1338.83 \\ -1338.83 & -1338.83 & 1164.20 \end{bmatrix}$$

matriz cuadrada, simétrica y con la diagonal principal positiva.

Aplicación y solución de la ecuación matricial.

Aplicando la ecuación matricial de equilibrio del punto III.3 $Kd + P_e + P_c = 0$

obtenemos el valor de los desplazamientos θ_1, θ_2, d_3 .

$$\begin{bmatrix} 28012.63 & 11953.44 & -1338.83 \\ 11953.44 & 28012.63 & -1338.83 \\ -1338.83 & -1338.83 & 1164.20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ d_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16.092 \\ -16.092 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

de donde se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{rclcl} 28012.63 & + & 11953.44 & - & 1338.83 & = & -16.092 \\ 11953.44 & + & 28012.63 & - & 1338.83 & = & 16.092 \\ -1338.83 & - & 1338.83 & + & 1164.20 & = & 0 \end{array}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tenemos:

$$\begin{array}{l} \theta_1 = -1.002 \times 10^{-3} \\ \theta_2 = 1.002 \times 10^{-3} \\ d_3 = 0 \end{array}$$

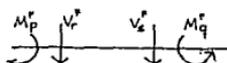
Obtención de los momentos y cortantes finales:

Para calcular los momentos y cortantes finales establecemos las ecuaciones de equilibrio de los nudos, sumando los momentos y cortantes de empotramiento originados al impedir los giros y desplazamientos del marco más los momentos y cortantes que producen los giros y desplazamientos unitarios.

Así, partiendo de las ecuaciones generales de equilibrio de momentos y cortantes para una barra con apoyos continuos, vistas en el punto III.4 calculamos los momentos y cortantes finales.

APLICACIONES

Momentos y cortantes finales de barra 2:



$$M_P^F = M_P^0 + (4EI/L)\theta_P + (2EI/L)\theta_Q - (6EI/L^2)\delta_r + (6EI/L^2)\delta_s$$

$$M_P^F = 16.092 + 23906.88(-1.002 \cdot 10^{-3}) + 11953.44(1.002 \cdot 10^{-3}) - 0 + 0$$

$$M_P^F = 4.114 \text{ Tm}$$

$$M_Q^F = M_Q^0 + (2EI/L)\theta_P + (4EI/L)\theta_Q - (6EI/L^2)\delta_r + (6EI/L^2)\delta_s$$

$$M_Q^F = -16.092 + 11953.44(-1.002 \cdot 10^{-3}) + 23906.88(1.002 \cdot 10^{-3}) - 0 + 0$$

$$M_Q^F = -4.114 \text{ Tm}$$

$$V_P^F = V_P^0 - (6EI/L^2)\theta_P - (6EI/L^2)\theta_Q + (12EI/L^3)\delta_r - (12EI/L^3)\delta_s$$

$$V_P^F = -10.728 - 3984.48(-1.002 \cdot 10^{-3}) - 3984.48(1.002 \cdot 10^{-3}) + 0 - 0$$

$$V_P^F = -10.728 \text{ T}$$

$$V_Q^F = V_Q^0 + (6EI/L^2)\theta_P + (6EI/L^2)\theta_Q - (12EI/L^3)\delta_r + (12EI/L^3)\delta_s$$

$$V_Q^F = -10.728 \text{ T}$$

momentos y cortantes finales de barra 1:

$$M_P^F = 0 + 4105.75(-1.002 \cdot 10^{-3}) + 0 - 1338.83(0) + 1338.83(0)$$

$$M_P^F = -4.114 \text{ Tm}$$

$$M_Q^F = 0 + 2052.87(-1.002 \cdot 10^{-3}) + 4105.75(0) - 0 + 0 - 0$$

$$M_Q^F = -2.057 \text{ Tm}$$

$$V_P^F = 0 - 1338.83(-1.002 \cdot 10^{-3}) - 0 + 0 - 0$$

$$V_P^F = 1.3415 \text{ T}$$

$$V_Q^F = 0 + 1338.83(-1.002 \cdot 10^{-3}) + 0 - 0 + 0$$

$$V_Q^F = -1.3415 \text{ T}$$

Momentos y cortantes finales de barra 3:

APLICACIONES

$$M_p^f = 0 + 4105.75(1.002 \cdot 10^{-3}) + 0 - 1338.83(0) + 0$$

$$M_p^f = 4.114 \text{ Tm}$$

$$M_q^f = 0 + 2052.87(1.002 \cdot 10^{-3}) + 4105.75(0) - 0 + 0$$

$$M_q^f = 2.057 \text{ Tm}$$

$$V_r^f = 0 - 1338.83(1.002 \cdot 10^{-3}) - 0 + 0 - 0$$

$$V_r^f = -1.3415 \text{ T}$$

$$V_s^f = 0 + 1338.83(1.002 \cdot 10^{-3}) + 0 - 0 + 0$$

$$V_s^f = 1.3415 \text{ T}$$

Solución del marco utilizando el programa del capítulo V:

BARRA	G.L.	MOM.FINAL	CORT.FINAL
1	1	-4.114	
1	0	-2.057	
1	3		1.342
1	0		-1.342
2	1	4.114	
2	2	-4.114	
2	0		-10.728
2	0		-10.728
3	2	4.114	
3	0	2.057	
3	3		-1.342
3	0		1.342

APLICACIONES

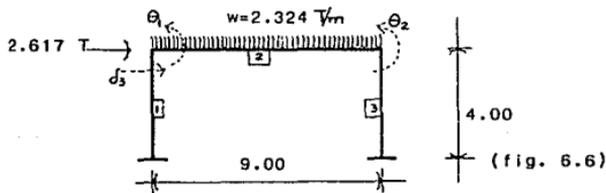
VI.1.2.- BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y ACCIDENTALES (efecto sísmico).

Al tomar en cuenta los efectos de cargas accidentales (sismo, viento, etc.) se verá afectado el vector \underline{P} de cargas concentradas de la ecuación de equilibrio matricial.

El vector de cargas de empotramiento \underline{P} variará ligeramente en sus valores respecto del vector de cargas de empotramiento estático, debido a que estos valores serán calculados con la carga viva instantánea y no con la carga viva máxima utilizada en el análisis estático del marco.

La matriz de rigideces K del marco, no sufre alteración alguna ya que depende únicamente del módulo de elasticidad "E" del material, del momento de inercia "I" de los diferentes elementos estructurales del marco y de la longitud "L" de los mismos.

Considerando el marco de la figura 6.6:



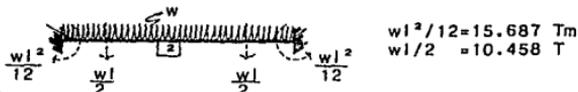
En el marco anterior se representan las cargas estáticas, carga viva instantánea y el efecto sísmico (carga lateral). Los giros y desplazamientos de cada barra se indican en la tabla 6.1.

BARRA	θ_p	θ_q	δ_r	δ_s
1	θ_1	-	δ_5	-
2	θ_1	θ_2	-	-
3	θ_2	-	δ_2	-

tabla (6.1)

APLICACIONES

Obtenemos los momentos y cortantes de empotramiento con $w=2.324 \text{ T/m}$



con lo que obtenemos el vector P

$$P = \begin{bmatrix} 15.687 \\ -15.687 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En el vector de cargas concentradas P se agrega la fuerza sísmica que producirá el desplazamiento d_s .

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.617 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigideces K de todo el marco no se altera:

$$K = \begin{bmatrix} 28012.63 & 11953.44 & -1338.83 \\ 11953.44 & 28012.63 & -1338.83 \\ -1338.83 & -1338.83 & 1164.20 \end{bmatrix}$$

Con lo anterior podemos aplicar la ecuación de equilibrio matricial

$$Kd + P_e + P_c = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones originado, obtenemos los siguientes valores de giros y desplazamiento:

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= -0.001059 \\ \Theta_2 &= 0.000895 \\ d_3 &= -0.002435 \end{aligned}$$

Con los valores anteriores, los valores correspondientes de Θ_p , Θ_q , d_r , d_s , para cada barra según la tabla 6.1 y partiendo de las ecuaciones de equilibrio de momentos y cortantes para una barra con apoyos continuos, obtenemos los momentos y cortantes finales.

APLICACIONES

Barra 1 :

$$\begin{array}{ll} M_p^r = -1.0879 & Tm \\ M_q^r = 1.086 & Tm \end{array} \quad \begin{array}{ll} V_c^r = -0.0006 & T \\ V_s^r = 0.0006 & T \end{array}$$

Barra 2 :

$$\begin{array}{ll} M_p^r = 1.0679 & Tm \\ M_q^r = -6.949 & Tm \end{array} \quad \begin{array}{ll} V_c^r = -9.804 & T \\ V_s^r = -11.1114 & T \end{array}$$

Barra 3 :

$$\begin{array}{ll} M_p^r = 6.9347 & Tm \\ M_q^r = 5.095 & Tm \end{array} \quad \begin{array}{ll} V_c^r = -2.6156 & T \\ V_s^r = 2.6156 & T \end{array}$$

Solución utilizando el programa del capítulo V:

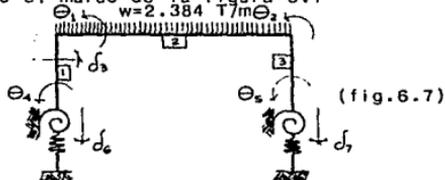
BARRA	G.L.	MOM.FINAL	CORT.FINAL
1	1	-1.0849	
1	0	1.0879	
1	3		$-6.658 \cdot 10^{-4}$
1	0		$6.658 \cdot 10^{-4}$
2	1	1.0841	
2	2	-6.937	
2	0		-9.807
2	0		-11.1083
3	2	6.937	
3	0	5.099	
3	3		-2.616
3	0		2.616

APLICACIONES

VI.2.- APLICACION DEL METODO DE INTERACCION A UN MARCO CON ZAPATAS AISLADAS DE UN NIVEL Y UNA CRUJIA.

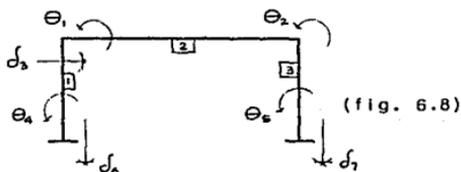
VI.2.1.- BAJO CARGAS GRAVITACIONALES:

Considerando el marco de la figura 6.7



Obtención de la matriz de rigidez de cada barra y del marco en su conjunto:

Para formar la matriz de rigideces del marco tomando en cuenta los efectos de interacción suelo-estructura, introducimos los giros y desplazamientos lineales (hundimientos) que sufren las zapatas aisladas (θ_4 , θ_5 , d_6 , d_7) representados en la figura 6.8



En la tabla 6.2 se indican los giros y desplazamientos de cada barra del marco:

BARRA	θ_p	θ_q	d_r	d_s
2	θ_1	θ_2	d_6	d_7
1	θ_1	θ_4	d_3	0
3	θ_2	θ_5	d_7	0

APLICACIONES

Obtenemos la matriz de rigidez de cada barra partiendo de la matriz de rigideces general de una barra con apoyos continuos (III.4), utilizando la tabla 6.2 y los valores de E, I, L del problema anterior.

Barra 1 :

$$K_1 = \begin{bmatrix} \theta_1 \theta_1 & \theta_4 \theta_1 & \delta_3 \theta_1 \\ \theta_1 \theta_4 & \theta_4 \theta_4 & \delta_3 \theta_4 \\ \theta_1 \delta_3 & \theta_4 \delta_3 & \delta_3 \delta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4EI/L & 2EI/L & -6EI/L^2 \\ 2EI/L & 4EI/L & -6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 4105.75 & 2052.87 & -1338.83 \\ 2052.87 & 4105.75 & -1338.83 \\ -1338.83 & -1338.83 & 582.10 \end{bmatrix}$$

Barra 2 :

$$K_2 = \begin{bmatrix} \theta_1 \theta_1 & \theta_2 \theta_1 & \delta_6 \theta_1 & \delta_7 \theta_1 \\ \theta_1 \theta_2 & \theta_2 \theta_2 & \delta_6 \theta_2 & \delta_7 \theta_2 \\ \theta_1 \delta_6 & \theta_2 \delta_6 & \delta_6 \delta_6 & \delta_7 \delta_6 \\ \theta_1 \delta_7 & \theta_2 \delta_7 & \delta_6 \delta_7 & \delta_7 \delta_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4EI/L & 2EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ 2EI/L & 4EI/L & -6EI/L^2 & 6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & -12EI/L^3 \\ 6EI/L^2 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 12EI/L^3 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 23906.88 & 11953.44 & -3984.48 & 3984.48 \\ 11953.44 & 23906.88 & -3984.48 & 3984.48 \\ -3984.48 & -3984.48 & 885.44 & -885.44 \\ 3984.48 & 3984.48 & -885.44 & 885.44 \end{bmatrix}$$

Barra 3 :

$$K_3 = \begin{bmatrix} \theta_1 \theta_1 & \theta_5 \theta_1 & \delta_3 \theta_1 \\ \theta_1 \theta_5 & \theta_5 \theta_5 & \delta_3 \theta_5 \\ \theta_1 \delta_3 & \theta_5 \delta_3 & \delta_3 \delta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4EI/L & 2EI/L & -6EI/L^2 \\ 2EI/L & 4EI/L & -6EI/L^2 \\ -6EI/L^2 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 4105.75 & 2052.87 & -1338.83 \\ 2052.87 & 4105.75 & -1338.83 \\ -1338.83 & -1338.83 & 582.10 \end{bmatrix}$$

Las matrices K_1 , K_2 , K_3 , son matrices de siete renglones por siete columnas ya que se están considerando los siete

APLICACIONES

giros y desplazamientos mostrados en la fig. 6.8 en las matrices anteriores, solo se están considerando los valores de los elementos diferentes de cero.

La matriz de rigidez del marco en su conjunto, está dada por la suma de los elementos que conforman las matrices de cada barra, con lo que tenemos:

$$K = K_1 + K_2 + K_3$$

$$K = \begin{bmatrix} \mathbb{N} \theta_1 \theta_1 & \mathbb{N} \theta_2 \theta_1 & \mathbb{N} d_3 \theta_1 & \mathbb{N} \theta_4 \theta_1 & \mathbb{N} \theta_5 \theta_1 & \mathbb{N} d_6 \theta_1 & \mathbb{N} d_7 \theta_1 \\ \mathbb{N} \theta_1 \theta_2 & \mathbb{N} \theta_2 \theta_2 & \mathbb{N} d_3 \theta_2 & \mathbb{N} \theta_4 \theta_2 & \mathbb{N} \theta_5 \theta_2 & \mathbb{N} d_6 \theta_2 & \mathbb{N} d_7 \theta_2 \\ \mathbb{N} \theta_1 d_3 & \mathbb{N} \theta_2 d_3 & \mathbb{N} d_3 d_3 & \mathbb{N} \theta_4 d_3 & \mathbb{N} \theta_5 d_3 & \mathbb{N} d_6 d_3 & \mathbb{N} d_7 d_3 \\ \mathbb{N} \theta_1 \theta_4 & \mathbb{N} \theta_2 \theta_4 & \mathbb{N} d_3 \theta_4 & \mathbb{N} \theta_4 \theta_4 & \mathbb{N} \theta_5 \theta_4 & \mathbb{N} d_6 \theta_4 & \mathbb{N} d_7 \theta_4 \\ \mathbb{N} \theta_1 \theta_5 & \mathbb{N} \theta_2 \theta_5 & \mathbb{N} d_3 \theta_5 & \mathbb{N} \theta_4 \theta_5 & \mathbb{N} \theta_5 \theta_5 & \mathbb{N} d_6 \theta_5 & \mathbb{N} d_7 \theta_5 \\ \mathbb{N} \theta_1 d_6 & \mathbb{N} \theta_2 d_6 & \mathbb{N} d_3 d_6 & \mathbb{N} \theta_4 d_6 & \mathbb{N} \theta_5 d_6 & \mathbb{N} d_6 d_6 & \mathbb{N} d_7 d_6 \\ \mathbb{N} \theta_1 d_7 & \mathbb{N} \theta_2 d_7 & \mathbb{N} d_3 d_7 & \mathbb{N} \theta_4 d_7 & \mathbb{N} \theta_5 d_7 & \mathbb{N} d_6 d_7 & \mathbb{N} d_7 d_7 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 28012.6 & 11953.4 & -1338.8 & 2052.8 & 0 & -3984.4 & 3984.4 \\ 11953.4 & 28012.6 & -1338.8 & 0 & 2052.8 & -3984.4 & 3984.4 \\ -1338.8 & -1338.8 & 1164.2 & -1338.8 & -1338.8 & 0 & 0 \\ 2052.8 & 0.0 & -1338.8 & 4105.7 & 0.0 & 0 & 0 \\ 0 & 2052.8 & -1338.8 & 0 & 4105.7 & 0 & 0 \\ -3984.4 & -3984.4 & 0 & 0 & 0 & 885.4 & -885.4 \\ 3984.4 & 3984.4 & 0 & 0 & 0 & -885.4 & 885.4 \end{bmatrix}$$

matriz cuadrada de 7 x 7, simétrica y con la diagonal principal positiva.

Para considerar en el análisis los efectos de interacción suelo-estructura, es necesario calcular el módulo de rigidez lineal y angular del suelo como se vió en el punto IV.2

Considerando un módulo de elasticidad del suelo $E = 400 \sqrt{N}$ si $N=20$ golpes y con un $\gamma = 0.25$ con una dimensión de zapatas de 1.50 x 2.00 m. tenemos:

APLICACIONES

$$E = 400\sqrt{20} = 1788.85$$

$$K_1 = \frac{1.50(2.00)}{4} \frac{\pi (1788.85)}{1-(0.25)} \left[\frac{2.00}{2} I_n \frac{1.5/2 + \sqrt{(2.00/2)^2 + (1.5/2)^2}}{(2.00/2)} + \frac{1.5}{2} I_n \frac{2.00/2 + \sqrt{(2.00/2)^2 + (1.5/2)^2}}{(1.5/2)} \right]^{-1}$$
$$K_1 = 2963.45 \text{ T/m}$$

Para K_θ tenemos:

$$I = \frac{1.50(2.00)^3}{12} = 1$$

$$R_r = \left[\frac{4(I)}{\pi} \right]^{1/4} = 1.062$$

$$K_\theta = \frac{4 (1788.85) (1.062)^3}{3 (1+0.25) (1-0.25)} = 3047.298 \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

$$K_\theta = 3047.298 \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

Los momentos y cortantes de empotramiento, son iguales

APLICACIONES

a los del análisis del marco bajo cargas gravitacionales sin interacción:

$$\begin{aligned} \text{Barra 2} : M_1^* &= 16.092 \text{ T.m} & V_1^* &= -10.728 \text{ T} \\ M_2^* &= -16.092 \text{ T.m} & V_2^* &= -10.728 \text{ T} \end{aligned}$$

Podemos pues formar el vector de cargas de empotramiento \underline{P}_e y el vector de cargas concentradas \underline{P}_c

$$\underline{P}_e = \begin{bmatrix} 16.092 \\ -16.092 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -10.728 \\ -10.728 \end{bmatrix} \quad \underline{P}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_\theta \theta_4 \\ K_\theta \theta_5 \\ K_L d_6 + 1 \\ K_L d_7 + 1 \end{bmatrix}$$

Con lo que aplicamos la ecuación de equilibrio matricial obteniendo el valor de los giros y desplazamientos del marco.

$$K \underline{d} + \underline{P}_e + \underline{P}_c = \underline{0}$$

$$K \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ d_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ d_6 \\ d_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16.092 \\ -16.092 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -10.728 \\ -10.728 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_\theta \theta_4 \\ K_\theta \theta_5 \\ K_L d_6 + 1 \\ K_L d_7 + 1 \end{bmatrix} = \underline{0}$$

De la ecuación anterior obtenemos siete ecuaciones con siete incógnitas:

$$\begin{aligned}
& - 28012.63 \theta_1 + 11953.44 \theta_2 - 1338.83 d_3 + 2052.87 \theta_4 + 0.00 \theta_5 - 3984.48 d_6 + 3984.48 d_7 + 16.092 + 0 = 0 \\
& 11953.44 \theta_1 + 28012.63 \theta_2 - 1338.83 d_3 + 0.00 \theta_4 + 2052.87 \theta_5 - 3984.48 d_6 + 3984.48 d_7 - 16.092 + 0 = 0 \\
& -1338.83 \theta_1 - 1338.83 \theta_2 + 1164.20 d_3 - 1338.83 \theta_4 + 0.00 \theta_5 + 0.00 d_6 + 0.00 d_7 + 0.00 + 0 = 0 \\
& 2052.87 \theta_1 + 0.00 \theta_2 - 1338.83 d_3 + 4105.75 \theta_4 + 0.00 \theta_5 + 0.00 d_6 + 0.00 d_7 + 0.00 + K_8 \theta_4 = 0 \\
& 0.00 \theta_1 + 2052.87 \theta_2 - 1338.83 d_3 + 0.00 \theta_4 + 4105.75 \theta_5 + 0.00 d_6 + 0.00 d_7 + 0.00 + K_9 \theta_5 = 0 \\
& -3984.48 \theta_1 + 3984.48 \theta_2 + 0.00 d_3 + 0.00 \theta_4 + 0.00 \theta_5 + 885.44 d_6 - 885.44 d_7 - 10.728 + K_1 d_6 + l = 0 \\
& 3984.48 \theta_1 + 3984.48 \theta_2 + 0.00 d_3 + 0.00 \theta_4 + 0.00 \theta_5 - 885.44 d_6 + 885.44 d_7 - 10.728 + K_1 d_7 + l = 0
\end{aligned}$$

71

Solución del sistema:

Por simetría tanto de cargas como de los miembros de la estructura, los esfuerzos y deformaciones, giros y desplazamientos también son simétricos, así, tenemos que:

$$\theta_1 = -\theta_2$$

$$d_6 = d_7$$

$$\theta_4 = -\theta_5$$

Por lo anterior solo utilizamos las ecuaciones correspondientes a θ_1 , θ_2 , d_6 , d_7 . Es decir las ecuaciones 1, 3, 4, y 6. De modo que, al tomar estas ecuaciones y hacer la equivalencia $\theta_2 = -\theta_1$, $\theta_5 = -\theta_4$, $d_7 = d_6$ de giros y desplazamientos, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
28012.63\theta_1 + 11953.44(-\theta_1) - 1338.83d_3 + 2052.87\theta_4 + 0.00(-e_2) - 3984.48d_6 + 3984.48d_7 + 16.092 + 0 &= 0 \\
-1338.83\theta_1 - 1338.83(-\theta_1) + 1164.20d_3 - 1338.83\theta_4 - 1338.83(-\theta_4) + 0.00d_6 + 0.00d_7 + 0.00 + 0 &= 0 \\
2052.87\theta_1 + 0.00(-\theta_1) - 1338.83d_3 + 4107.75\theta_4 + 0.00(-e_2) + 0.00d_6 + 0.00d_7 + 0.00 + K_\theta \theta_4 &= 0 \\
-3984.48\theta_1 - 3984.48(-\theta_1) + 0.00d_3 + 0.00\theta_4 + 0.00(-\theta_4) + 885.44d_6 - 885.44d_7 - 10.728 + K_1 d_6 + 1 &= 0
\end{aligned}$$

Simplificando obtenemos el siguiente sistema de cuatro ecuaciones:

$$\begin{aligned}
16059.19 \theta_1 - 1338.83 d_3 + 2052.87 \theta_4 + 0.00 d_6 + 16.092 + 0.00 &= 0 \\
0.00 \theta_1 + 1162.20 d_3 + 0.00 \theta_4 + 0.00 d_6 + 0.00 + 0.00 &= 0 \\
2052.87 \theta_1 - 1338.83 d_3 + 4105.75 \theta_4 + 0.00 d_6 + 0.00 + K_\theta \theta_4 &= 0 \\
0.00 \theta_1 + 0.00 d_3 + 0.00 \theta_4 + 0.00 d_6 - 10.728 + K_1 d_6 + 1 &= 0
\end{aligned}$$

Sustituyendo los valores de K_θ y K_1

$$\begin{aligned}
16059.19 \theta_1 - 1338.83 d_3 + 2052.87 \theta_4 + 0.00 d_6 + 16.092 &= 0 \\
0.00 \theta_1 + 1164.20 d_3 + 0.00 \theta_4 + 0.00 d_6 + 0.00 &= 0 \\
2052.87 \theta_1 - 1338.83 d_3 + 7153.05 \theta_4 + 0.00 d_6 + 0.00 &= 0 \\
0.00 \theta_1 + 0.00 d_3 + 0.00 \theta_4 + 2963.45 d_6 - 10.728 &= 0
\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema tenemos:

$$\theta_1 = -0.00104$$

$$\theta_2 = 0.00104$$

$$d_3 = 0.00$$

$$\theta_4 = 0.0002986$$

$$\theta_5 = -0.0002986$$

$$d_6, d_7 = 0.0036201 \text{ m}$$

APLICACIONES

Obtenemos los momentos y cortantes finales:

Barra 2 :	$M_p^F = 3.6$	T.m
	$M_q^F = -3.6$	T.m
Barra 1 :	$M_p^F = -3.65$	T.m
	$M_q^F = -0.75258$	T.m
Barra 3 :	$M_p^F = 3.65$	T.m
	$M_q^F = 0.75258$	T.m

Solución del marco utilizando el programa del capítulo V.

BARRA	G.L.	MOM.FINAL	CORT.FINAL
1	1	-3.658	
1	4	-0.9098	
1	3		0.993
1	0		-0.993
2	1	3.658	
2	2	-3.658	
2	6		-10.728
2	7		-10.728
3	2	3.658	
3	5	0.9096	
3	3		-0.993
3	0		0.993

Los resultados los podemos verificar obteniendo la rigidez como:

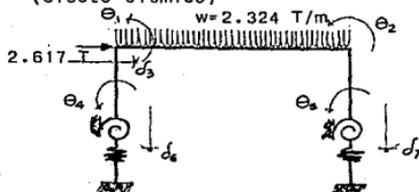
$$\frac{\text{Momento}}{\text{Giro}} = K_{\theta}$$

$$\frac{M_{B1 \text{ G.L.4}}}{\theta_4} = \frac{0.9098}{0.00029857934} = 3047.096 \hat{=} K_{\theta}$$

$$\frac{M_{B3 \text{ G.L.5}}}{\theta_s} = \frac{0.9096}{0.00029849807} = 3047.255 \hat{=} K_{\theta}$$

APLICACIONES

VI.2.2.- BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y ACCIDENTALES (efecto sísmico)



La matriz K del marco no sufre alteración pues las propiedades y dimensiones geométricas de los elementos son los mismos, así tenemos:

$$\underline{P}_e = \begin{bmatrix} 15.687 \\ -15.687 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -10.458 \\ -10.458 \end{bmatrix}$$

$$\underline{P}_c = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 2.617 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

Aplicando la ecuación de equilibrio matricial:

$$\underline{Kd} + \underline{P}_e + \underline{P}_c = \underline{0}$$

mediante el programa elaborado en el capítulo V, obtenemos los siguientes giros y desplazamientos:

APLICACIONES

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= -1.1763075 \times 10^{-3} \\ \Theta_2 &= 8.5181815 \times 10^{-4} \\ \Theta_3 &= -4.4138340 \times 10^{-3} \\ \Theta_4 &= -4.885423 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Theta_5 &= -1.07060 \times 10^{-3} \\ \Theta_6 &= 3.254746 \times 10^{-3} \\ \Theta_7 &= 3.800837 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Momentos y cortantes finales:

BARRA	G.L.	MOM.FINAL	CORT.FINAL
1	1	7.683×10^{-2}	
1	4	1.4887	
1	3		-0.340
1	0		0.340
2	1	-0.07683	
2	2	-7.2077	
2	6		-9.648
2	7		-11.267
3	2	7.2089	
3	5	3.262	
3	3		-2.276
3	0		2.276

Verificamos la rigidez angular:

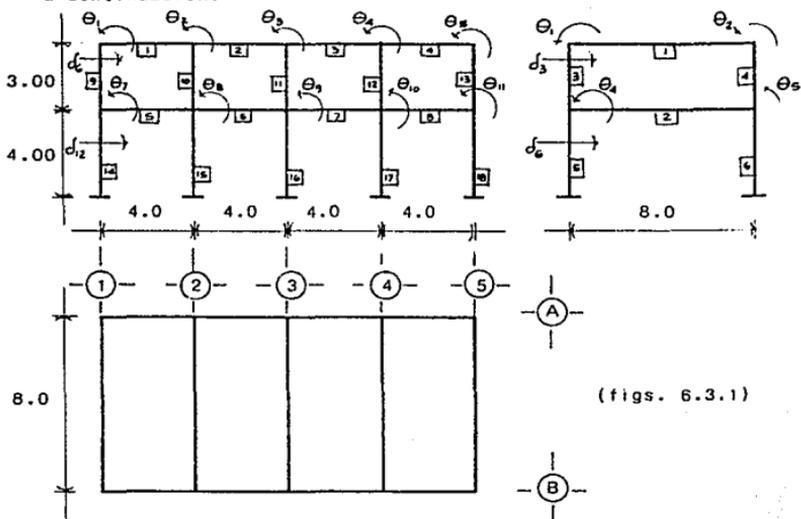
$$\frac{M_{B1} \text{ G.L. } 4}{\Theta_4} = \frac{1.4887}{4.885423 \times 10^{-4}} = 3047.228 \approx K_{\theta}$$

APLICACIONES

VI.3.- ANALISIS DE UN EDIFICIO PARA OFICINAS CON CIMENTACION DE ZAPATAS AISLADAS.

VI.3.1.- SOLUCION POR EL METODO TRADICIONAL DE RIGIDEZES BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y BAJO CARGAS ACCIDENTALES.

Considerando los datos de las figuras 6.3.1 mostrados a continuación:



(figs. 6.3.1)

Marcos A y B:

trabes : sección 0.25 x 0.45 m
 área = 0.1125 m²
 $I_z = 0.0018984 \text{ m}^4$

columnas: sección 0.30 x 0.30 m
 área = 0.090 m²
 $I_z = 0.000675 \text{ m}^4$

APLICACIONES

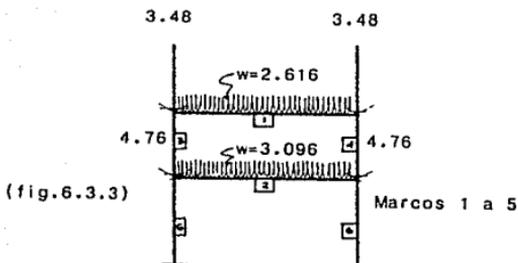
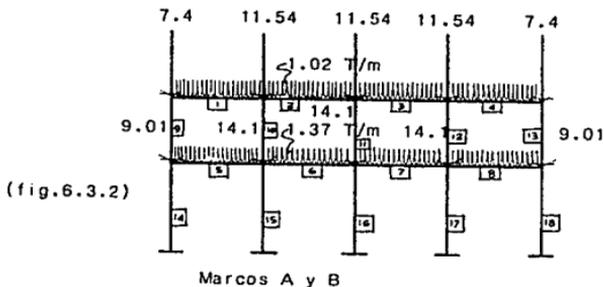
Marcos 1 a 5 :

trabes : sección 0.40×0.85
 área = 0.34 m^2
 $I_z = 0.204708 \text{ m}^4$

columnas : sección $0.30 \times 0.30 \text{ m}$
 área = 0.09 m^2
 $I_z = 0.000675 \text{ m}^4$

$$E_c = 1264910 \text{ T/m}^2$$

Los marcos cargados por fuerzas gravitacionales se muestran a continuación en las figuras 6.3.2 y 6.3.3



APLICACIONES

Momentos y cortantes finales de marcos A y B bajo cargas gravitacionales, utilizandom el programa elaborado.

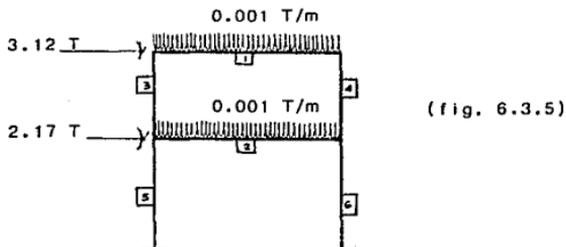
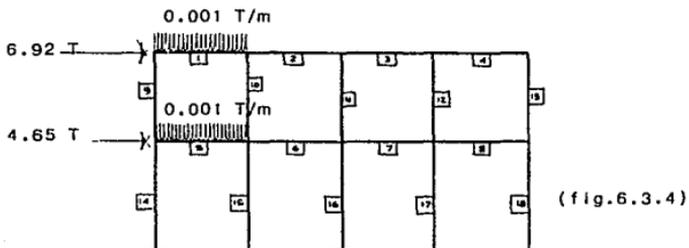
BARRA	G.L.	M.FINAL	C.FINAL	BARRA	G.L.	M.FINAL	C.FINAL
1	1	0.7940		10	2	0.0148	
1	2	-1.3469		10	8	0.0270	
1	0		1.9018	10	6		-0.0139
1	0		2.1782	10	12		0.0139
2	2	1.3321		11	3	-0.00	
2	3	-1.380		11	9	-0.00	
2	0		2.026	11	6		0.00
2	0		2.052	11	12		-0.00
3	3	1.380		12	4	-0.0148	
3	4	-1.3321		12	10	-0.0270	
3	0		2.052	12	6		0.0139
3	0		2.028	12	12		-0.0139
4	4	1.3469		13	5	0.7949	
4	5	-0.794		13	11	0.7814	
4	0		2.1782	13	6		-0.5251
4	0		1.9018	13	12		0.5251
5	7	1.1865		14	7	-0.4051	
5	8	-1.888		14	0	-0.2059	
5	0		2.5644	14	12		0.1528
5	0		2.9156	14	0		-0.1528
6	8	1.8524		15	8	0.0093	
6	9	-1.8186		15	0	0.0030	
6	0		2.7485	15	12		-0.0031
6	0		2.7315	15	0		0.0031
7	9	1.8186		16	9	-0.00	
7	10	-1.8524		16	0	-0.00	
7	0		2.7315	16	12		0.00
7	0		2.7485	16	0		-0.00
8	10	1.8887		17	10	-0.0093	
8	11	-1.1865		17	0	-0.0030	
8	0		2.9156	17	12		0.0031
8	0		2.5644	17	0		-0.0031
9	1	-0.7940		18	11	0.4051	
9	7	-0.7814		18	0	0.2059	
9	6		0.5251	18	12		-0.1528
9	12		-0.5251	18	0		0.1528

Momentos y cortantes finales de marcos 1 a 5 bajo cargas gravitacionales, utilizando el programa elaborado.

BARRA	G.L	MOM.FINAL	CORT.FINAL
1	1	2.961	
1	2	-2.961	
1	0		10.464
1	0		10.464
2	4	4.6142	
2	5	-4.6142	
2	0		12.384
2	0		12.384
3	1	-2.9610	
3	4	-3.0407	
3	3		2.006
3	6		-2.006
4	2	2.9610	
4	5	3.0407	
4	3		-2.006
4	6		2.006
5	4	-1.5735	
5	0	-0.7888	
5	6		0.5906
5	0		-0.5906
6	5	1.5735	
6	0	0.7888	
6	6		-0.5906
6	0		0.5906

APLICACIONES

Determinando las fuerzas sísmicas en los diferentes marcos del edificio, según el método estático del Reglamento del Distrito Federal (RDF) y tomando de éstas, las mas desfavorables, para simplificar el problema evitando analizar todos los marcos, obtenemos los marcos de las figuras 6.3.4 y 6.3.5 bajo cargas sísmicas.



Las cargas de $0.001 T/m$ de los marcos anteriores son meramente virtuales, para efectos de analizarlos mediante el programa elaborado del capítulo V.

APLICACIONES

Momentos y cortantes finales de marcos A y B bajo cargas sísmicas, utilizando el programa del capítulo V:

BARRA	G.L	M.FINAL	C.FINAL	BARRA	G.L	M.FINAL	C.FINAL
1	1	-1.9804		10	2	2.1902	
1	2	-0.8173		10	8	2.1726	
1	0		-0.6974	10	6		-1.4543
1	0		0.7014	10	12		1.4543
2	2	-1.3729		11	3	2.1942	
2	3	-1.0996		11	9	2.1520	
2	0		-0.6181	11	6		-1.4487
2	0		0.6181	11	12		1.4487
3	3	-1.0946		12	4	2.1785	
3	4	-1.3669		12	10	2.1608	
3	0		-0.6154	12	6		-1.4464
3	0		0.6154	12	12		1.4464
4	4	-0.8115		13	5	1.9596	
4	5	-1.9596		13	11	1.8760	
4	0		-0.6928	13	6		-1.2785
4	0		0.6928	13	12		1.2785
5	7	-6.4061		14	7	4.5097	
5	8	-3.7319		14	0	4.6254	
5	0		-2.5325	14	12		-2.2838
5	0		2.5325	14	0		2.2838
6	8	-3.1160		15	8	4.6754	
6	9	-3.4025		15	0	4.7028	
6	0		-1.6296	15	12		-2.3445
6	0		1.6296	15	0		2.3445
7	9	-3.3977		16	9	4.6482	
7	10	-3.1102		16	0	4.6851	
7	0		-1.627	16	12		-2.333
7	0		1.627	16	0		2.333
8	10	-3.7122		17	10	4.6616	
8	11	-6.3600		17	0	4.6890	
8	0		-2.5181	17	12		-2.3676
8	0		2.5181	17	0		2.3676
9	1	1.9804		18	11	4.4840	
9	7	1.8964		18	0	4.5987	
9	6		-1.2923	18	12		-2.2707
9	12		1.2923	18	0		2.2707

APLICACIONES

Momentos y cortantes finales de marcos 1 a 5 bajo cargas sísmicas, utilizando el programa del capítulo V:

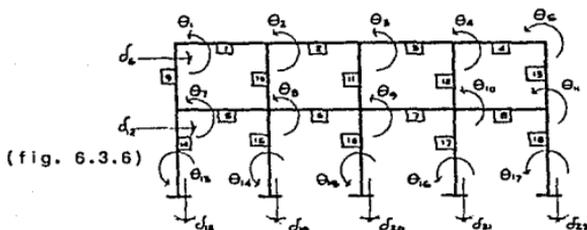
BARRA	G.L	MOM.FINAL	CORT.FINAL
1	1	-2.4137	
1	2	-2.4123	
1	0		-0.599
1	0		0.607
2	4	-7.4732	
2	5	-7.4677	
2	0		-1.8636
2	0		1.8716
3	1	2.4137	
3	4	2.2676	
3	3		-1.5604
3	6		1.5604
4	2	2.4123	
4	5	2.2665	
4	3		-1.5596
4	6		1.5596
5	4	5.2056	
5	0	5.3796	
5	6		-2.6463
6	0		2.6463
6	5	5.2012	
6	0	5.3742	
6	6		-2.6439
6	0		2.6439

APLICACIONES

VI.3.2.- SOLUCION POR EL METODO DE INTERACCION BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y BAJO CARGAS ACCIDENTALES.

ANALISIS DE MARCOS A y B CARGAS GRAVITACIONALES.

Para formar la matriz de rigideces del marco tomando en cuenta los efectos de interacción, consideramos los giros y desplazamientos que sufren las zapatas como se observa en la fig. 6.3.6



Los giros y desplazamientos de cada elemento del marco se muestran en la tabla 6.3:

BARRA	θ_p	θ_q	d_r	d_s
1	1	2	18	19
2	2	3	19	20
3	3	4	20	21
4	4	5	21	22
5	7	8	18	19
6	8	9	19	20
7	9	10	20	21
8	10	11	21	22
9	1	7	6	12
10	2	8	6	12
11	3	9	6	12
12	4	10	6	12
13	5	11	6	12
14	7	13	12	0
15	8	14	12	0
16	9	15	12	0
17	10	16	12	0
18	11	17	12	0

(tabla 6.3)

(tabla 6.3)

K ■
84

3539.72	1200.65	0.00	0.00	0.00	-569.20	569.20	0.00
1200.65	5941.02	1200.62	0.00	0.00	-569.20	0.00	569.20
0.00	1200.65	5941.02	1200.65	0.00	-569.20	0.00	0.00
0.00	0.00	1200.65	5941.02	1200.65	-569.20	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	1200.65	3539.72	-569.20	0.00	0.00
-569.20	-569.20	-569.20	-569.20	-569.20	1897.36	-569.20	-569.20
569.20	0.00	0.00	0.00	0.00	-569.20	4393.53	1200.65
0.00	569.20	0.00	0.00	0.00	-569.20	1200.65	6794.84
0.00	0.00	569.20	0.00	0.00	-569.20	0.00	1200.65
0.00	0.00	0.00	569.20	0.00	-569.20	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	569.20	-569.20	0.00	0.00
569.20	569.20	569.20	569.20	569.20	-1897.36	249.02	249.02
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	426.90	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	426.90
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-900.48	-900.48	0.00	0.00	0.00	0.00	-900.48	-900.48
900.48	0.00	-900.48	0.00	0.00	0.00	900.48	0.00
0.00	900.48	0.00	-900.48	0.00	0.00	0.00	900.48
0.00	0.00	900.48	0.00	-900.48	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	900.48	900.48	0.00	0.00	0.00

58

0.00	0.00	0.00	569.20	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	569.20	0.00	0.00	0.00	0.00
569.20	0.00	0.00	569.20	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	569.20	0.00	569.20	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	569.20	569.20	0.00	0.00	0.00	0.00
-569.20	-569.20	-569.20	-1897.36	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	249.02	426.90	0.00	0.00	0.00
1200.65	0.00	0.00	249.02	0.00	426.90	0.00	0.00
6794.84	1200.65	0.00	249.02	0.00	0.00	426.90	0.00
1200.65	6794.84	1200.65	249.02	0.00	0.00	0.00	426.90
0.00	1200.65	4393.53	249.02	0.00	0.00	0.00	0.00
249.02	249.02	249.02	2697.81	-320.18	-320.18	-320.18	-320.18
0.00	0.00	0.00	-320.18	853.81	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	-320.18	0.00	853.81	0.00	0.00
426.90	0.00	0.00	-320.18	0.00	0.00	853.81	0.00
0.00	426.90	0.00	-320.18	0.00	0.00	0.00	853.81
0.00	0.00	426.90	-320.18	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-900.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-900.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
900.48	0.00	-900.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	900.48	900.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

0.00	-900.48	900.48	0.00	0.00	0.00
0.00	-900.48	0.00	900.48	0.00	0.00
0.00	0.00	-900.48	0.00	900.48	0.00
0.00	0.00	0.00	-900.48	0.00	900.48
0.00	0.00	0.00	0.00	-900.48	900.48
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	-900.48	900.48	0.00	0.00	0.00
0.00	-900.48	0.00	900.48	0.00	0.00
0.00	0.00	-900.48	0.00	900.48	0.00
0.00	0.00	0.00	-900.48	0.00	900.48
426.90	0.00	0.00	0.00	-900.48	900.48
-320.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
853.81	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	900.48	-900.48	0.00	0.00	0.00
0.00	-900.48	1800.97	-900.48	0.00	0.00
0.00	0.00	-900.48	1800.97	-900.48	0.00
0.00	0.00	0.00	-900.48	1800.97	-900.48
0.00	0.00	0.00	0.00	-900.48	900.48

APLICACIONES

$$P_c = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 15845.4966 \\ 15845.4966 \\ 15845.4966 \\ 15845.4966 \\ 15845.4966 \\ 5944.311928 \\ 5953.541928 \\ 5953.541928 \\ 5953.541928 \\ 5944.311928 \end{bmatrix} \quad P_e = \begin{bmatrix} 1.36 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -1.36 \\ 0.0 \\ 1.82666 \\ -1.612387 \\ 1.612387 \\ 0.0 \\ -1.82666 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -4.78 \\ -7.75845 \\ -7.75845 \\ -9.56 \\ -4.78 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos los giros y desplazamientos desconocidos:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -1.690573731 \times 10^{-4} & d_2 &= 3.444607862 \times 10^{-5} \\ \theta_2 &= 1.494738105 \times 10^{-4} & \theta_3 &= 9.000113028 \times 10^{-6} \\ \theta_3 &= -1.943123206 \times 10^{-5} & \theta_4 &= -9.222139154 \times 10^{-6} \\ \theta_4 &= -1.78872526 \times 10^{-4} & \theta_5 &= 5.362543741 \times 10^{-6} \\ \theta_5 &= 2.719287658 \times 10^{-4} & \theta_6 &= 4.007529877 \times 10^{-6} \\ \delta_6 &= 7.368645148 \times 10^{-4} & \theta_7 &= -7.560416847 \times 10^{-6} \\ \theta_7 &= -3.262225443 \times 10^{-4} & d_8 &= -2.079281734 \times 10^{-3} \\ \theta_8 &= 3.865766503 \times 10^{-4} & d_9 &= -2.892681637 \times 10^{-3} \\ \theta_9 &= -1.83931875 \times 10^{-4} & d_{10} &= -3.032815621 \times 10^{-3} \\ \theta_{10} &= -1.309227837 \times 10^{-4} & d_{11} &= -2.583520053 \times 10^{-3} \\ \theta_{11} &= 3.215751175 \times 10^{-4} & d_{12} &= -2.081296132 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_I &= 5926.901928 \\ K_0 &= 15845.49667 \end{aligned}$$

APLICACIONES

BARRA	G.L.	M.FINAL	C.FINAL	BARRA	G.L.	M.FINAL	C.FINAL
1	1	0.40104		10	2	0.36787	
1	2	-1.9365		10	8	0.50283	
1	18		-1.656136	10	6		-0.29023
1	19		-2.42386	10	12		0.29023
2	2	1.569412		11	3	-0.14915	
2	3	-1.35338		11	9	-0.24278	
2	19		-2.094007	11	6		0.13064
2	20		-1.98599	11	12		-0.13064
3	3	1.50316		12	4	-0.30049	
3	4	-1.40827		12	6	-0.2732	
3	20		-2.06372	12	6		0.19123
3	21		-2.01627	12	12		-0.19123
4	4	1.709211		13	5	0.47027	
4	5	-0.46953		13	11	0.4985	
4	21		-2.34991	13	6		-0.32293
4	22		-1.73008	13	12		0.32293
5	7	0.77499		14	7	-0.2857	
5	8	-2.02251		14	13	-0.1426	
5	18		-2.42811	14	12		0.10708
5	19		-3.05188	14	0		-0.10708
6	8	1.204103		15	8	0.31509	
6	9	-1.2244		15	14	0.14612	
6	19		-0.923631	15	12		-0.1153
6	20		-0.95326	15	0		0.1153
7	9	1.632377		16	9	-0.16578	
7	10	-1.957316		16	15	-8.4972x10 ⁻²	
7	20		-2.65876	16	12		6.268x10 ⁻²
7	21		-2.82123	16	0		-6.268x10 ⁻²
8	10	2.35061		17	10	-0.121106	
8	11	-0.7594		17	16	-6.35012x10 ⁻²	
8	21		-3.13779	17	12		4.615x10 ⁻²
8	22		-2.3422	17	0		-4.615x10 ⁻²
9	1	-0.4004		18	11	0.260308	
9	7	-0.48994		18	17	0.119798	
9	6		0.2968	18	12		-9.502x10 ⁻²
9	12		-0.2968	18	0		9.502x10 ⁻²

Podemos verificar la rigidez angular como:

APLICACIONES

ANALISIS DE LOS MARCOS 1 A 5 BAJO CARGAS GRAVITACIONALES POR EL METODO DE INTERACCION.

Considerando los giros y desplazamientos mostrados en la figura 6.3.7 y la tabla 6.4 aplicamos el programa del capítulo V.

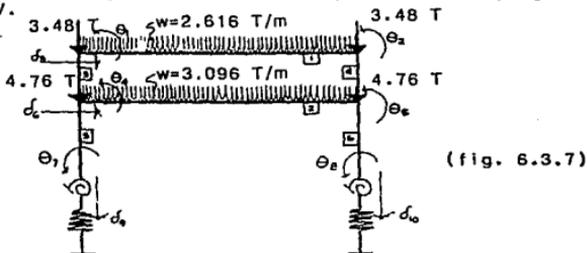


tabla 6.4 de giros y desplazamientos:

BARRA	θ_p	θ_q	d_r	d_s
1	1	2	9	10
2	4	5	9	10
3	1	4	3	6
4	2	5	3	6
5	4	7	6	0
6	5	8	6	0

$$K_I = 5926.9019$$

$$K_Q = 24395.738$$

Con los datos anteriores obtenemos los siguientes vectores P_e y P_c así como la matriz de rigideces K mostrados:

$$P_e = \begin{bmatrix} 13.952 \\ -13.952 \\ 0.0 \\ 16.512 \\ -16.512 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -22.848 \\ -22.848 \end{bmatrix}$$

$$P_c = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 24395.738 \\ 24395.738 \\ 5927.901+8.248 \\ 5927.901+8.248 \end{bmatrix}$$

1485.27	6473.42	-569.21	569.21	0.00	569.21
6473.42	14085.27	-569.21	0.00	569.21	569.21
-569.21	-569.21	758.94	-569.21	-569.21	-758.94
569.21	0.00	-569.21	14939.09	6473.42	249.02
0.00	569.21	-569.21	6473.42	14939.09	249.02
569.21	569.21	-758.94	249.02	249.02	1079.12
0.00	0.00	0.00	426.90	0.00	-320.18
0.00	0.00	0.00	0.00	426.90	-320.18
-2427.53	-2427.53	0.00	-2427.53	-2427.53	0.00
2427.53	2427.53	0.00	2427.53	2427.80	0.00

K =

0.00	0.00	-2427.53	2427.53
0.00	0.00	-2427.53	2427.53
0.00	0.00	0.00	0.00
426.90	0.00	-2427.53	2427.53
0.00	426.90	-2427.53	2427.53
-320.18	-320.18	0.00	0.00
853.81	0.00	0.00	0.00
0.00	853.81	0.00	0.00
0.00	0.00	1213.76	-1213.76
0.00	0.00	-1213.76	1213.76

APLICACIONES

Giros y desplazamientos:

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= -1.6953517 \times 10^{-3} \\ \Theta_2 &= 1.6956692 \times 10^{-6} \\ \Theta_3 &= 9.4069367 \times 10^{-3} \\ \Theta_4 &= -1.8378729 \times 10^{-3} \\ \Theta_5 &= 1.8382542 \times 10^{-3} \\ d_6 &= 6.4238389 \times 10^{-6} \\ \Theta_7 &= 3.1155318 \times 10^{-5} \\ \Theta_8 &= -3.0998848 \times 10^{-5} \\ d_9 &= 2.4631185 \times 10^{-3} \\ d_{10} &= 2.4627234 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Momentos y cortantes finales:

BARRA	G.L.	MOM.FINAL	CORT.FINAL
1	1	2.978	
1	2	-2.978	
1	9		-10.464
1	10		-10.464
2	4	4.616	
2	5	-4.616	
2	9		-12.384
2	10		-12.384
3	1	-2.977	
3	4	-3.058	
3	3		2.012
3	6		-2.012
4	2	2.975	
4	5	3.056	
4	3		-2.010
4	6		2.010
5	4	-1.557	
5	7	-0.760	
5	6		0.579
5	0		-0.579
6	5	1.554	
6	8	0.756	
6	6		-0.577
6	0		0.577

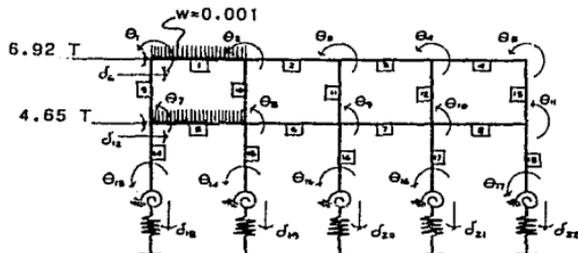
Podemos verificar la rigidez angular como:

$$\frac{M_{B5 \text{ GL7}}}{\Theta_7} = \frac{0.76005}{3.115131815 \times 10^{-5}} = 24395.52 \text{ } \hat{=} K_{\Theta}$$

APLICACIONES

ANÁLISIS DE LOS MARCOS A Y B BAJO CARGAS ACCIDENTALES (SISMO) POR EL METODO DE INTERACCION.

Considerando las fuerzas horizontales, giros y desplazamientos mostrados en la figura 6.3.8 y en la tabla 6.3 aplicamos el programa elaborado en el capítulo V.



Con los valores anteriores obtenemos los siguientes vectores \underline{P}_e y \underline{P}_c , la matriz K de rigideces del marco será la misma que la del marco analizado bajo carga gravitacional, ya que la geometría y material de los elementos estructurales es la misma, así, resolviendo el sistema de ecuaciones generado obtenemos los siguientes giros y desplazamientos:

$$K_I = 5926.901 \quad K_e = 15845.496$$

$$\underline{P}_e = 0$$

$$\underline{P}_c = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 6.92 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 4.65 \\ 15845.496 \\ 15845.496 \\ 15845.496 \\ 15845.469 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -7.423524 \times 10^{-4} \\ \theta_2 &= -3.838744 \times 10^{-4} \\ \theta_3 &= -3.317653 \times 10^{-4} \\ \theta_4 &= -3.839032 \times 10^{-4} \\ \theta_5 &= -7.423187 \times 10^{-4} \\ \delta_6 &= -2.400616 \times 10^{-2} \\ \theta_7 &= -1.867777 \times 10^{-3} \\ \theta_8 &= -8.745980 \times 10^{-4} \\ \theta_9 &= -9.832316 \times 10^{-4} \\ \theta_{10} &= -8.746261 \times 10^{-4} \\ \theta_{11} &= -1.867741 \times 10^{-3} \\ \delta_{12} &= -1.764590 \times 10^{-2} \\ \theta_{13} &= -2.905811 \times 10^{-4} \\ \theta_{14} &= -3.159711 \times 10^{-4} \\ \theta_{15} &= -3.131939 \times 10^{-4} \\ \theta_{16} &= -3.159704 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

APLICACIONES

15845.469
5927.901
5927.901
5927.901
5927.901
5927.901

$$\begin{aligned} \Theta_{11} &= -2.905820 \times 10^{-4} \\ \delta_{10} &= -4.979228 \times 10^{-4} \\ \delta_{15} &= 9.288194 \times 10^{-5} \\ \delta_{10} &= -5.194953 \times 10^{-9} \\ \delta_{11} &= -9.288560 \times 10^{-5} \\ \delta_{11} &= 4.979184 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

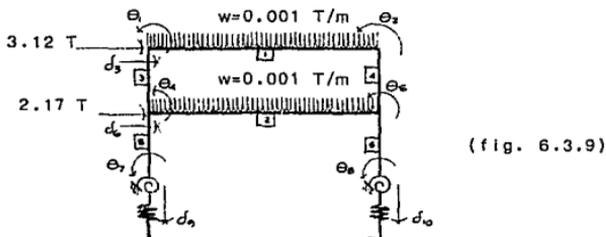
Momentos y cortantes finales:

BARRA	G.L	M.FINAL	C.FINAL	BARRA	G.L	M.FINAL	C.FINAL
1	1	-1.7115		10	2	2.6854	
1	2	-1.2810		10	8	2.4061	
1	18		0.7481	10	6		-1.6972
1	19		-0.7481	10	12		1.6972
2	2	-1.4037		11	3	2.6829	
2	3	-1.3412		11	9	2.3121	
2	19		0.6862	11	6		-1.6650
2	20		-0.6862	11	12		1.6650
3	3	-1.3412		12	4	2.6854	
3	4	-1.4038		12	10	2.4061	
3	20		0.68627	12	6		-1.6971
3	21		-0.6862	12	12		1.6971
4	4	-1.2811		13	5	1.7121	
4	5	-1.7114		13	11	1.0715	
4	21		0.7481	13	6		-0.9278
4	22		-0.7481	13	12		0.9278
5	7	-5.0031		14	7	3.9310	
5	8	-3.8107		14	13	4.6044	
5	18		2.2034	14	12		-2.1338
5	19		-2.2034	14	0		2.1338
6	8	-3.3643		15	8	4.7682	
6	9	-3.4947		15	14	5.0067	
6	19		1.7147	15	12		-2.4437
6	20		-1.7147	15	0		2.4437
7	9	-3.4947		16	9	4.6766	
7	10	-3.3644		16	15	4.9627	
7	20		1.7148	16	12		-2.4098
7	21		-1.7148	16	0		2.4098
8	10	-3.8107		17	10	4.7682	
8	11	-5.0031		17	16	5.0067	
8	21		2.2034	17	12		-2.4437
8	22		-2.2034	17	0		2.4437
9	1	1.7120		18	11	3.9311	
9	7	1.0714		18	17	4.6044	
9	6		-0.9278	18	12		-2.1338
9	12		0.9278	18	0		2.1338

APLICACIONES

ANÁLISIS DE LOS MARCOS 1 A 5 BAJO CARGAS ACCIDENTALES (SISMO) POR EL MÉTODO DE INTERACCIÓN.

Considerando las fuerzas horizontales, giros y desplazamientos mostrados en la figura 6.3.9 y de la tabla 6.4, aplicamos el programa del capítulo V, obteniendo los siguientes vectores P_C y P_E .



La matriz K del marco no sufre alteración, quedando igual a la del marco analizado en el punto VI.3.2 bajo carga gravitacional.

$$P_E = \begin{bmatrix} 5.333 \times 10^{-3} \\ -5.333 \times 10^{-3} \\ 0.0 \\ 5.333 \times 10^{-3} \\ -5.333 \times 10^{-3} \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -0.008 \\ -0.008 \end{bmatrix} \quad P_C = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 3.12 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 2.17 \\ 24395.738 \\ 24395.738 \\ 5926.9 \\ 5926.9 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos los siguientes giros y desplazamientos:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -2.2934125 \times 10^{-4} & d_5 &= -1.7934250 \times 10^{-2} \\ \theta_2 &= -2.2796924 \times 10^{-4} & \theta_7 &= -2.1911643 \times 10^{-4} \\ d_3 &= -2.3120955 \times 10^{-2} & \theta_8 &= -2.1913737 \times 10^{-4} \\ \theta_4 &= -4.9097967 \times 10^{-4} & d_6 &= -4.1646188 \times 10^{-4} \\ \theta_5 &= -4.8974114 \times 10^{-4} & d_{10} &= 4.1914354 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

APLICACIONES

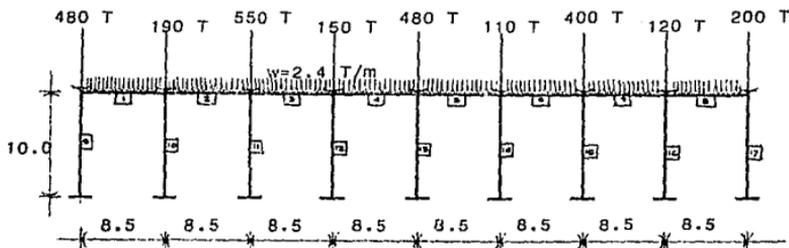
Momentos y cortantes finales:

BARRA	G.L	MOM.FINAL	CORT.FINAL
1	1	-2.411196	
1	2	-2.41298	
1	9		0.5990
1	10		-0.6070
2	4	-7.49315	
2	5	-7.4958	
2	9		1.8696
2	10		-1.8776
3	1	2.41176	
3	4	2.26283	
3	3		-1.5582
3	6		1.5582
4	2	2.414	
4	5	2.265	
4	3		-1.5596
4	6		1.5596
5	4	5.2294	
5	7	5.3455	
5	6		-2.6437
5	0		2.6437
6	5	5.2304	
6	8	5.3460	
6	6		-2.6441
6	0		2.6441

APLICACIONES

VI.4.- APLICACION DEL METODO DE INTERACCION A UN MARCO CIMENTADO EN SUELO DE BAJA COMPRESIBILIDAD.

Se realiza un análisis de interacción suelo-estructura estático, a la cimentación de un edificio de un conjunto comercial ubicado en el área de las lomas de la ciudad de México, consistente en una trabe de concreto armado de 0.5 m de base y 2.0 m de peralte, la cual se encuentra apoyada sobre nueve pilas de cimentación de concreto reforzado de 1.12, 1.48 y 1.74 m de diámetro, como se muestra en la figura 6.3.10 con las cargas que se consideraron sobre cada pila y el peso propio de la trabe.

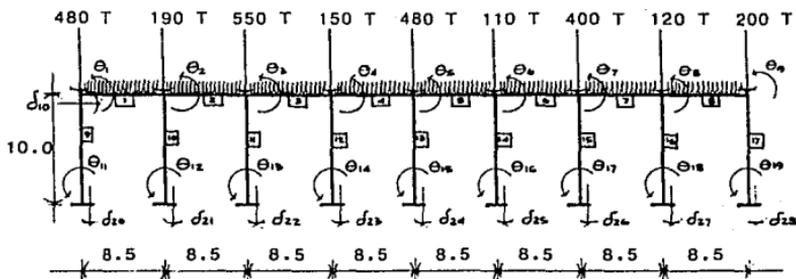


(fig. 6.3.10)

El suelo de cimentación es una toba de origen volcánica (propia del poniente de la ciudad de México), con un módulo de deformación de entre 8000 T/m^2 y 10000 T/m^2 , el material comprendido entre la trabe superior y el nivel de desplante de las pilas es un relleno suelto cuya rigidez se desprecia para fines de análisis.

En la figura 6.3.11 se muestran las cargas, giros y desplazamientos considerados para el análisis de interacción, así como las propiedades de cada barra. Para el análisis se consideró un módulo de elasticidad del concreto $E = 2214000 \text{ T/m}^2$ y un módulo de deformación del suelo de $E = 8000 \text{ T/m}^2$.

APLICACIONES



trabes 1 a 8

$$A = 1.00 \text{ m}^2$$

$$I_z = 0.3333 \text{ m}^4$$

col. 14,16,17

$$A = 0.9852 \text{ m}^2$$

$$I_z = 0.07724 \text{ m}^4$$

$$D = 1.12 \text{ m}$$

col.10,11,12,13,15

$$A = 1.7203 \text{ m}^2$$

$$I_z = 0.23551 \text{ m}^4$$

$$D = 1.48 \text{ m}$$

col.9

$$A = 2.3778 \text{ m}^2$$

$$I_z = 0.44995 \text{ m}^4$$

$$D = 1.74 \text{ m}$$

Tabla de giros y desplazamientos:

BARRA	Θ_p	Θ_q	d_r	d_s
1	1	2	20	21
2	2	3	21	22
3	3	4	22	23
4	4	5	23	24
5	5	6	24	25
6	6	7	25	26
7	7	8	27	28
8	8	9	27	28
8	1	11	10	0
10	2	12	10	0
11	3	13	10	0
12	4	14	10	0
13	5	15	10	0
14	6	16	10	0
15	7	17	10	0
16	8	18	10	0
17	9	19	10	0

Con los datos anteriores, obtenemos la matriz de rigideces de la estructura.
Matriz cuadrada de 28 x 28 y simétrica.

K =

745735.10	173629.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
173629.70	903086.40	173629.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	173629.70	903086.40	173629.70	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	173629.70	903086.40	173629.70	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	173629.70	903086.40	173629.70	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	173629.70	762922.50	173629.70	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	173629.70	903086.40	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	173629.70	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-59771.36	-31285.15	-31128.15	-31128.15	-31128.15	-10260.56	-31128.15	0.00
199237.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	104283.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	104283.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	104283.80	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	104283.80	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	34201.87	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	104283.80	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
-61281.07	-61281.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
61281.07	0.00	-61281.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	61281.07	0.00	-61281.07	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	61281.07	0.00	-61281.07	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	61281.07	0.00	-61281.07	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	61281.07	0.00	-61281.07	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	61281.07	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	61281.07	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	61281.07
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-61281.07	61281.07
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-61281.07	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-61281.07
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
104283.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	34201.87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	104283.80	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	34201.87	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	34201.87	0.00	0.00
-31285.15	-10260.56	-31285.15	-10260.56	-10260.56	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
208567.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	68403.75	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	208567.70	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	68403.75	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	68403.75	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	14419.07	-14419.07
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-14419.07	28838.15
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-14419.07
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

APLICACIONES

Para determinar la rigidez lineal K_I y angular K_θ del suelo, procedemos de igual modo que en el punto IV.2 pero utilizando el asentamiento en cualquier punto de una placa circular dado por:

$$\sigma_R = \frac{1}{4} (1 - \mu^2) \frac{P_m}{E} D \quad P_m = \frac{P}{A}$$

obtenemos así la rigidez lineal $K_I = \frac{P}{\sigma_R}$

$$K_I = \frac{4ER^2}{(1 - \mu^2)D}$$

E = módulo de deform. del suelo
 D = diámetro de la pila
 R = radio
 $\mu = 0.25$

Para la rigidez angular, utilizamos la expresión obtenida en el punto IV.2 válida para un cilindro circular.

$$K_\theta = \frac{4ER^3}{3(1 + \mu)(1 - \mu)}$$

Con la rigidez lineal y angular del suelo en cada pila junto con las cargas aplicadas sobre estas, formamos el vector de cargas concentradas P_c

Con las cargas que actúan sobre la estructura, obtenemos los momentos y cortantes de empotramiento para formar el vector P_e

Aplicando la ecuación de equilibrio matricial resulta un sistema de 28 ecuaciones con 28 incógnitas que al resolverlo se obtienen los giros y desplazamientos siguientes:

$\Theta_1 = -0.0006580988$	$\Theta_{12} = 0.0001897241$
$\Theta_2 = -0.0001040427$	$\Theta_{13} = -0.0002414081$
$\Theta_3 = -0.0000389996$	$\Theta_{14} = -0.0002281352$
$\Theta_4 = -0.0002357983$	$\Theta_{15} = -0.0009177047$
$\Theta_5 = -0.0003966594$	$\Theta_{16} = -0.002663764$
$\Theta_{11} = -0.0000692138$	$\Theta_{17} = -0.0004837332$
$\Theta_{12} = -0.0003399122$	$\Theta_{18} = -0.0002728295$

APLICACIONES

$\Theta_{16} = -0.0003738448$
 $\Theta_{17} = -0.0002755737$
 $\Theta_{18} = -0.0001955235$
 $d_{21} = -0.0239901585$
 $d_{22} = -0.0230884799$
 $d_{23} = -0.0219105011$
 $d_{27} = -0.016079994$

$\Theta_{16} = -0.000277394$
 $\Theta_{18} = 0.0000576051$
 $d_{20} = -0.0288521631$
 $d_{22} = -0.0300247428$
 $d_{24} = -0.0269568329$
 $d_{26} = -0.023629243$
 $d_{28} = -0.0108904141$

Con estos valores de giros y desplazamientos y las ecuaciones de equilibrio deducidas en el punto III.4 obtenemos los siguientes momentos y cortantes finales:

BARRA	G.L	M.FINAL	C.FINAL	BARRA	G.L	M.FINAL	C.FINAL
1	1	116.81		1	2	235.12	
1	20		-51.60	1	21		31.20
2	2	-307.58		2	3	-387.52	
2	21		71.58	2	22		-91.98
3	3	361.38		3	4	308.67	
3	22		-89.03	3	23		68.63
4	4	-313.21		4	5	-306.97	
4	23		62.76	4	24		-83.16
5	5	270.54		5	6	208.80	
5	24		-66.59	5	25		46.19
6	6	-211.04		6	7	-241.27	
6	25		43.01	6	26		-63.41
7	7	235.85		7	8	88.55	
7	26		-48.37	7	27		27.97
8	8	-55.08		8	9	6.48	
8	27		-4.48	8	28		-15.92
9	1	-116.81		9	11	0.52	
9	10		11.63	9	0		-11.63
10	2	72.46		10	12	2.23	
10	10		-7.47	10	0		7.47
11	3	26.14		11	13	1.57	
11	10		-2.77	11	0		2.77
12	4	4.53		12	14	1.26	
12	10		-0.58	12	0		0.58
13	5	36.42		13	15	1.71	
13	10		-3.81	13	0		3.81
14	6	2.24		14	16	0.55	

APLICACIONES

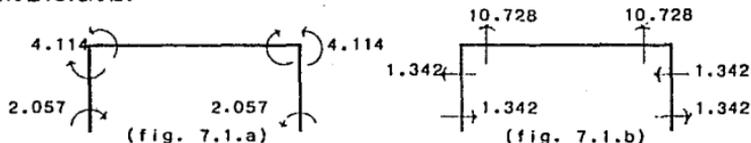
14	10		-0.28	14	0		0.28
15	7	5.42		15	17	1.27	
15	10		-0.67	15	0		0.67
16	8	-33.47		16	18	-0.12	
16	10		3.36	16	0		-3.36
17	9	-6.49		17	19	0.39	
17	10		0.61	17	0		-0.61

VII.- COMPARACION DE RESULTADOS DEL METODO TRADICIONAL Y DEL METODO DE INTERACCION SUELO ESTRUCTURA.

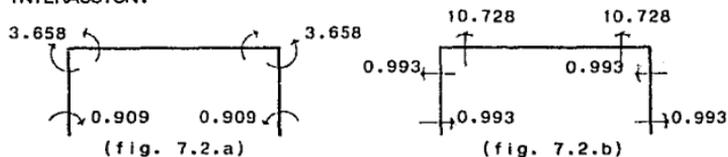
COMPARACION DE RESULTADOS

VII.1.- RESULTADOS DEL MARCO DE UN NIVEL Y UNA CRUJIA CON CIMENTACION DE ZAPATAS AISLADAS.

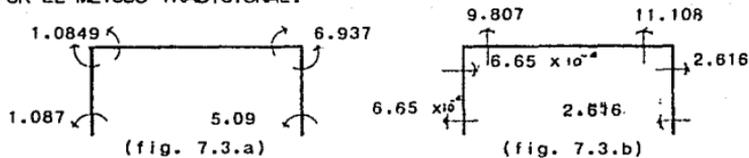
MOMENTOS Y CORTANTES BAJO CARGAS GRAVITACIONALES POR EL METODO TRADICIONAL.



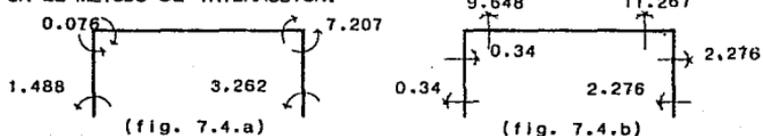
MOMENTOS Y CORTANTES BAJO CARGAS GRAVITACIONALES POR EL METODO DE INTERACCION.



MOMENTOS Y CORTANTES BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y ACCIDENTALES POR EL METODO TRADICIONAL.



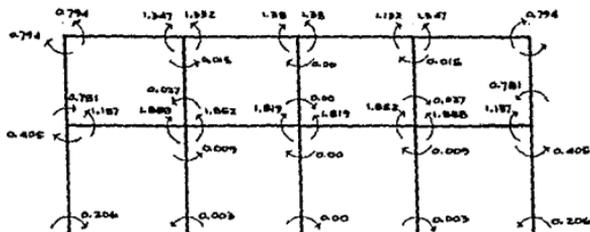
MOMENTOS Y CORTANTES BAJO CARGAS GRAVITACIONALES Y ACCIDENTALES POR EL METODO DE INTERACCION.



COMPARACION DE RESULTADOS

VII.2.- RESULTADOS DEL EDIFICIO PARA OFICINAS DE DOS NIVELES Y CUATRO CRUJIAS CON ZAPATAS AISLADAS.

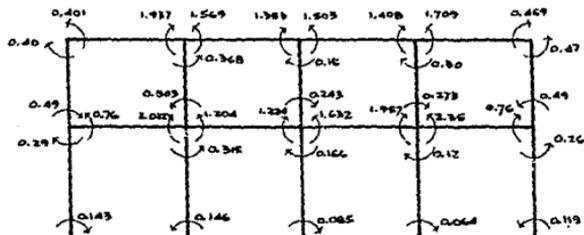
MOMENTOS FLEXIONANTES. METODO TRADICIONAL.



(fig. 7.5.a)

Tm

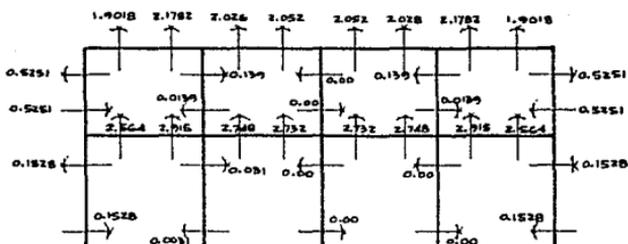
MOMENTOS FLEXIONANTES. METODO DE INTERACCION.



(fig. 7.5.b)

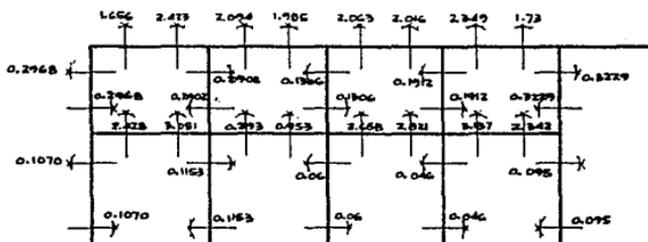
COMPARACION DE RESULTADOS

FUERZAS CORTANTES. METODO TRADICIONAL. T.



(fig. 7.6.a)

FUERZAS CORTANTES. METODO DE INTERACCION. T.

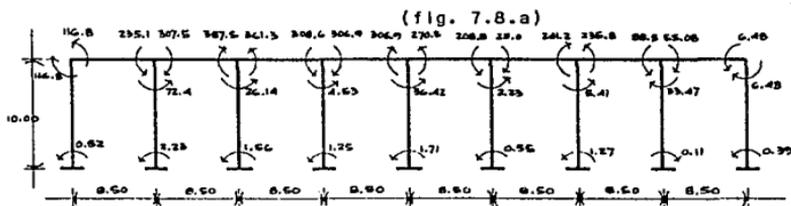


(fig. 7.6.b)

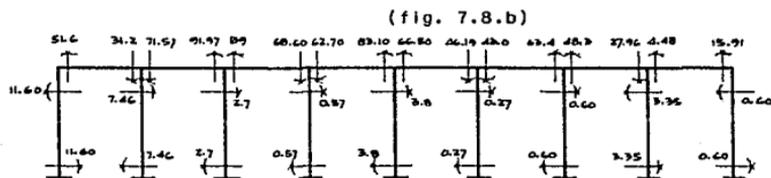
COMPARACION DE RESULTADOS

VII.8.- RESULTADOS DEL MARCO CIMENTADO EN SUELO DE BAJA COMPRESIBILIDAD, ANALIZADO CON INTERACCION SUELO ESTRUCTURA.

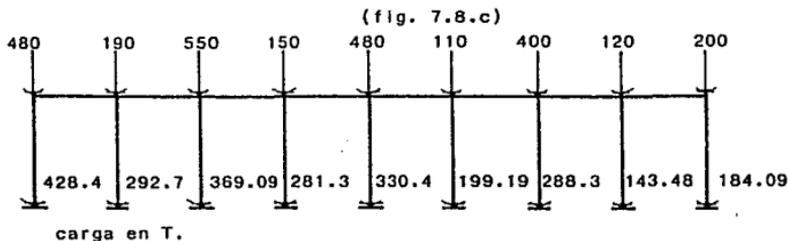
MOMENTOS FLEXIONANTES. Tm



FUERZAS CORTANTES. T.



CARGAS APLICADAS SOBRE LAS PILAS Y FUERZAS NORMALES RESULTANTES DEL ANALISIS DE INTERACCION.



VIII.- COMENTARIOS Y CONCLUSIONES.

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

VIII.1.- COMENTARIOS.

Por tratarse de estructuras con cimentación de zapatas aisladas y cimentadas sobre suelos de mediana a alta compresibilidad en las que las concentraciones de cargas de gran magnitud pueden ocasionar asentamientos diferenciales considerables de la cimentación, en el capítulo VI, hemos analizado estructuras simples con cargas adecuadas al tipo de cimentación, para obtener las comparaciones necesarias.

De los resultados obtenidos en los capítulos VI y VII, se puede observar al comparar los momentos flexionantes y fuerzas cortantes del análisis tradicional con los obtenidos por el método de interacción, que tanto en el marco de un nivel y una crujía como en el marco de dos niveles y cuatro crujías, son generalmente de menor magnitud cuando se analiza el marco considerando los giros y desplazamientos de las zapatas aisladas en dicho análisis.

El porcentaje de diferencia del momento flexionante en la base de la columna del marco de un nivel y una crujía es hasta un 55% menor en el marco analizado tomando los efectos de interacción con respecto al momento flexionante en la base de las columnas del marco analizado por el método tradicional de rigideces. Algo similar ocurre cuando se analiza el marco aplicándole una fuerza horizontal de sismo, aunque el porcentaje en la base de la columna se reduce a un 30% aproximadamente, en el extremo superior de esta, en el punto en el cual se aplicó la fuerza horizontal, el momento flexionante es prácticamente nulo, a diferencia del momento que resulta del análisis tradicional.

Lo anterior hace pensar que en algún problema específico, bajo ciertas condiciones de suelo, estructura y carga, pudiera ocurrir que considerando los efectos de interacción suelo-estructura el valor del momento flexionante en algún punto de la estructura cambiara de signo en comparación con el momento flexionante resultante del análisis tradicional. Lo cual, nos conduciría a un diseño de la estructura que a pesar de estar diseñada siguiendo todas las normas y especificaciones requeridas

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

por las leyes y reglamentos vigentes, resultaría erróneo, pues es claro que el acero de refuerzo existiría donde el elemento estructural no lo requiere y viceversa.

De los resultados obtenidos del análisis de interacción del marco cimentado en suelo de baja compresibilidad, analizado en el capítulo VI, se puede observar la redistribución que sufren las cargas debido a la interacción. Nótese como las cargas en los nudos sufren fuertes cambios (fig.7.8.d, en las pilas 10, 12 y 14 en las que, por el efecto combinado de rigidez de estructura y suelo, la carga en la pila bajo el nudo aumenta de 190 ton a 292.77 ton, de 150 ton a 281.3 ton y de 110 ton a 199.19 ton, respectivamente, prácticamente un 100% de incremento y en pilas como las 11, 13 y 15 la carga en la pila bajo el nudo disminuye considerablemente de 550 ton a 369.03 ton, de 480 ton a 330.4 ton y de 400 ton a 283.3 ton, respectivamente.

De igual forma se puede observar en el marco de dos niveles y cuatro crujeas (figs.7.5-7.6) como los momentos flexionantes y esfuerzos cortantes son menores en los elementos extremos y mayores en los intermedios del análisis con interacción en comparación con los resultados del análisis tradicional, es decir, se da una distribución de los momentos y cortantes en los elementos más real, lo cual nos permitiría llegar a un mejor diseño estructural más acorde a la realidad.

Debido a que el edificio de oficinas analizado en el capítulo VI es de tamaño mediano y con concentraciones de carga de poca magnitud propia para cimentación de zapatas aisladas, los momentos flexionantes y esfuerzos cortantes finales obtenidos por ambos métodos (tradicional y de interacción), comparados en su valor absoluto, a pesar de que varían desde 30% hasta 50% en algunos elementos del marco, es posible que comparados así, la diferencia no parezca considerable, pues se trata de valores en los que, aunque la variación de un análisis a otro es grande, los valores absolutos de estos son pequeños, en los que no se aprecia claramente la importancia de esta diferencia. Con la finalidad de evaluar la importancia de la diferencia entre los momentos flexionantes y esfuerzos

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

cortantes de ambos métodos, se obtienen a continuación los diagramas de momentos flexionantes y esfuerzos cortantes de la trabe de entrepiso de los marcos A y B del edificio para oficinas (figs.8.1.a,b 8.2.a,b 8.4.a,b 8.5.a) bajo cargas gravitacionales y accidentales con los valores de ambos métodos. Posteriormente trazamos la envolvente de los diagramas siguientes:

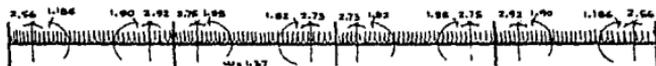
Diagramas de cargas gravitacionales afectados por el factor de carga f_c de 1.4

Diagramas de cargas gravitacionales mas accidentales afectados por el factor de carga f_c de 1.1

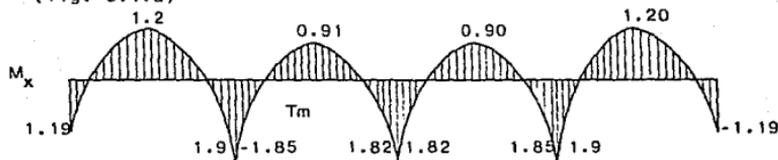
Diagramas de cargas gravitacionales menos accidentales afectadas por el factor de carga f_c de 1.1 (figs. 8.3.a y 8.6.a)

Así, con estas envolventes, obtenemos los valores de los momentos y cortantes de diseño del método tradicional y del método de interacción suelo estructura.

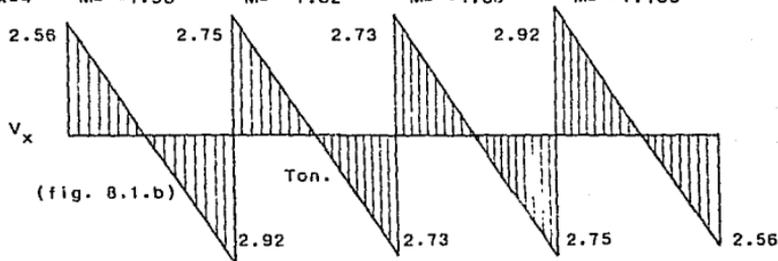
TRABE ENTREPISO EJES A y B. CARGA GRAVITACIONAL



(fig. 8.1.a)



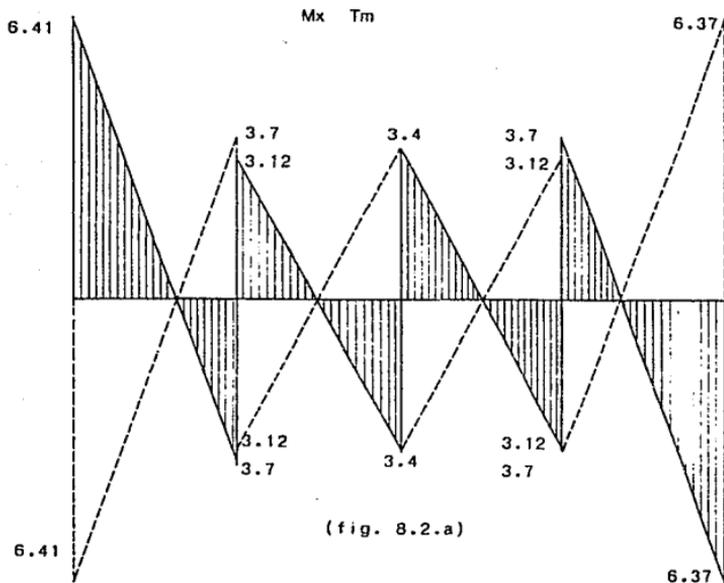
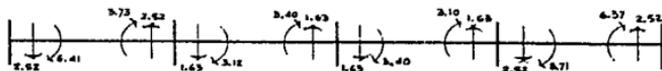
x=0	M= -1.186	M= -1.85	M= -1.82	M= -1.90
x=1	M= 0.69	M= 0.22	M= 0.23	M= 0.33
x=2	M= 1.20	M= 0.91	M= 0.90	M= 1.20
x=3	M= 0.33	M= 0.24	M= 0.21	M= 0.69
x=4	M= -1.90	M= -1.82	M= -1.85	M= -1.186



(fig. 8.1.b)

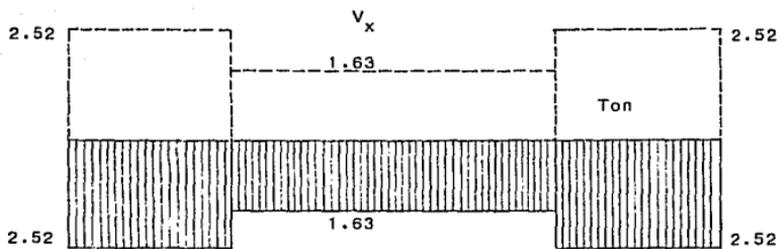
x=0	V= 2.56	V= 2.75	V= 2.73	V= 2.92
x=1	V= 1.19	V= 1.38	V= 1.36	V= 1.55
x=2	V= -0.18	V= 0.01	V= -0.01	V= 0.18
x=3	V= -1.55	V= -1.36	V= -1.38	V= -1.19
x=4	V= -2.92	V= -2.73	V= -2.75	V= -2.56

TRABE ENTREPISO EJES A y B. EFECTO SISMICO.



x=0	M= 6.41	M= 3.12	M= 3.4	M= 3.70
x=1	M= 3.89	M= 1.49	M= 1.77	M= 1.18
x=2	M= 1.37	M= -0.14	M= 0.14	M= -1.33
x=3	M= -1.15	M= -1.77	M= -1.49	M= -3.85
x=4	M= -3.70	M= -3.40	M= -3.12	M= -6.37

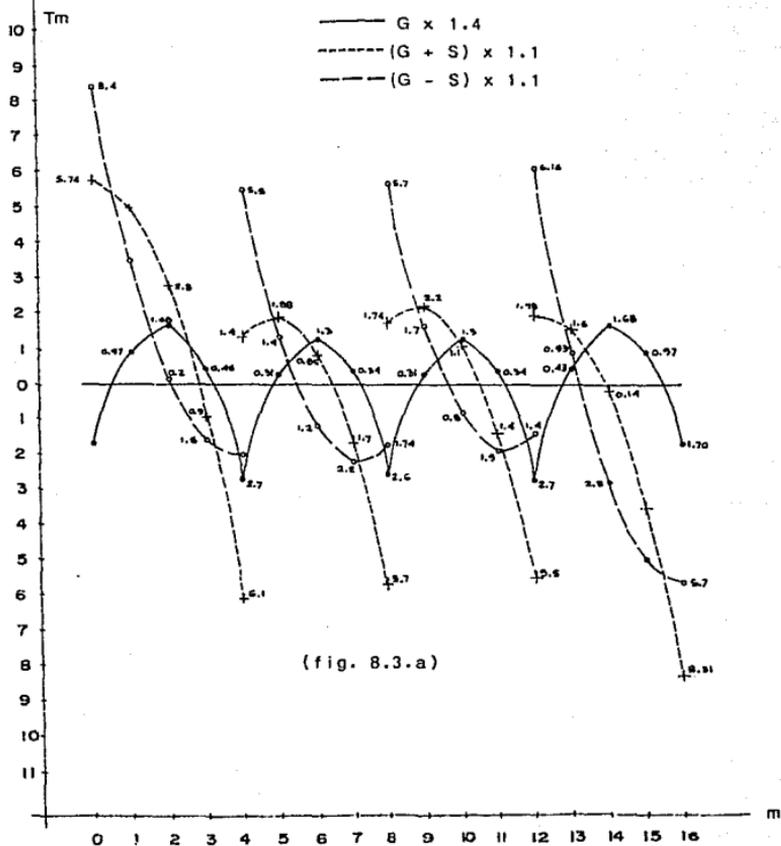
----- Sismo en sentido contrario.



(fig. 8.2.b)

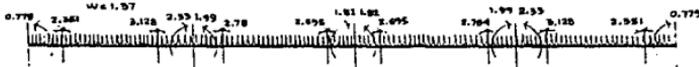
----- Sismo en sentido contrario

ENVOLVENTE DE MOMENTOS TRABE ENTREPISO MARCOS A y B.
METODO TRADICIONAL.

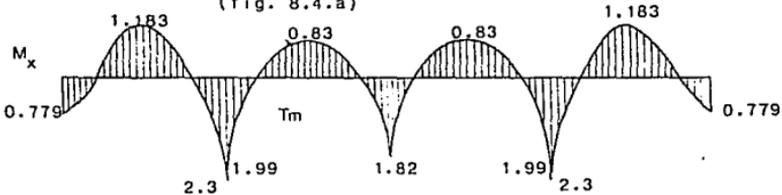


(fig. 8.3.a)

TRABE DE ENTREPISO MARCOS A y B. CARGA GRAVITACIONAL
CON INTERACCION SUELO ESTRUCTURA.

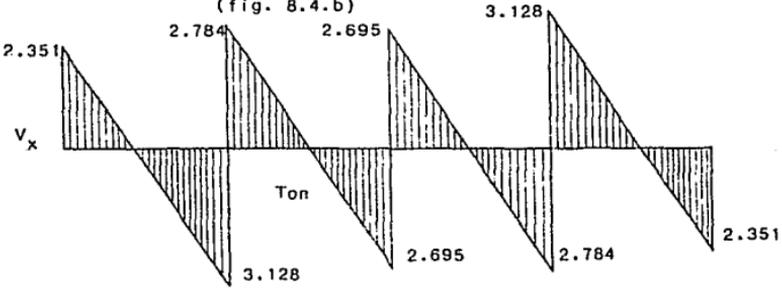


(fig. 8.4.a)

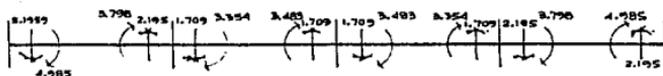


x=0	M= -0.779	M= -1.995	M= -1.82	M= -2.333
x=1	M= 0.202	M= 0.104	M= 0.19	M= 0.11
x=2	M= 1.183	M= 0.83	M= 0.83	M= 1.183
x=3	M= 0.109	M= 0.192	M= 0.10	M= 0.202
x=4	M= -2.333	M= -1.82	M= -1.995	M= -0.779

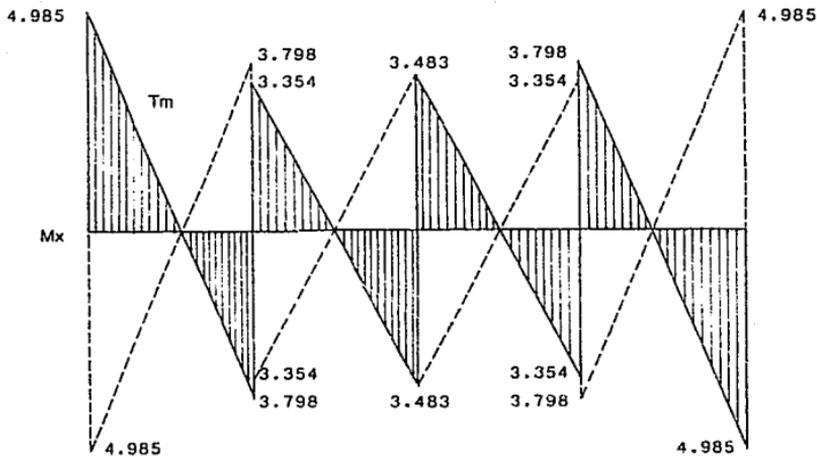
(fig. 8.4.b)



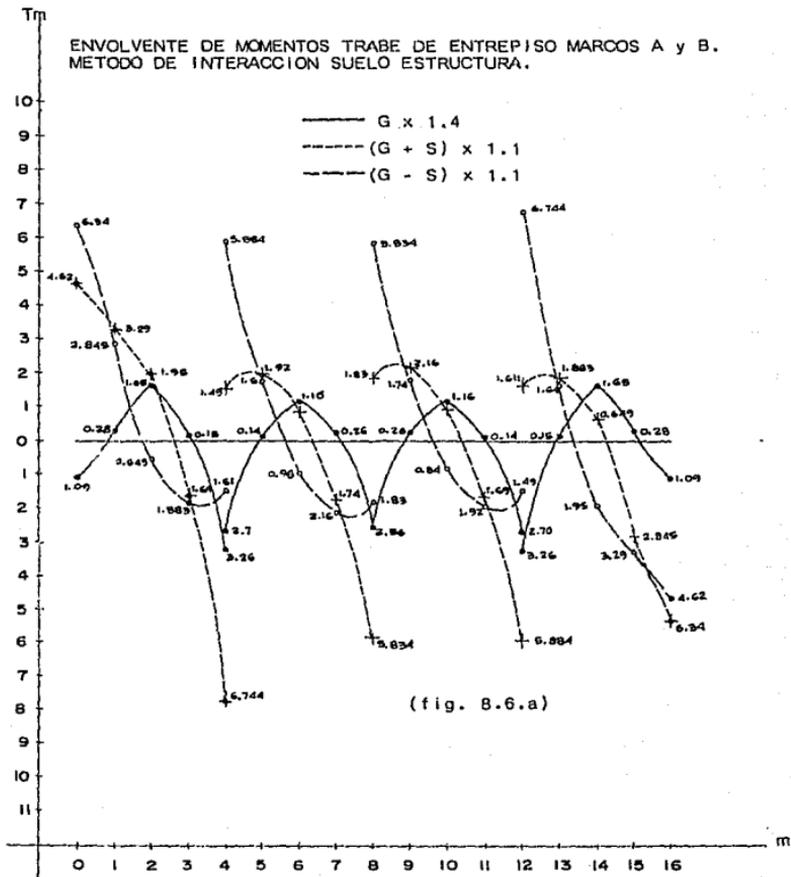
TRABE DE ENTREPISO MARCOS A y B. EFECTO SISMICO
CON INTERACCION SUELO ESTRUCTURA.



(fig. 8.5.a)



x=0	M= 4.985	M= 3.354	M= 3.484	M= 3.798
x=1	M= 2.789	M= 1.644	M= 1.774	M= 1.602
x=2	M= 0.593	M= -0.064	M= 0.064	M= -0.593
x=3	M= -1.602	M= -1.774	M= -1.644	M= -2.789
x=4	M= -3.798	M= -3.484	M= -3.354	M= -4.985



COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

De las envolventes de los diagramas de momentos flexionantes de la trabe de entrepiso bajo carga gravitacional obtenidos anteriormente, podemos diseñar la trabe con los resultados de ambos métodos y de este modo determinar el porcentaje de ahorro de acero obtenido al considerar en el análisis de la estructura los efectos de interacción, visualizando de una manera mas real la importancia de la diferencia en el valor de los momentos flexionantes y cortantes comentada anteriormente.

Para este diseño de la trabe tomaremos el máximo momento flexionante de la envolvente de cada método, con lo cual para los fines anteriores, sin requerir de un diseño detallado de la trabe, cubrimos adecuadamente todos los momentos flexionantes actuantes en la trabe, evaluando de una forma rápida pero considerando las especificaciones del reglamento del Distrito Federal en vigor la cantidad de acero requerida en ambos métodos y obtener el porcentaje de diferencia entre estos.

Calculamos el área de acero de refuerzo requerida para la sección de trabe propuesta en el análisis del capítulo VI. De la envolvente de momentos de la trabe del método tradicional (fig.8.3.a), el máximo momento flexionante tanto de tensión como de compresión es $M_u = 8.4 \text{ Tm}$, para el cual obtenemos el área de acero de refuerzo:

Los porcentajes de acero máximo, mínimo y balanceado para nuestra sección de $0.25 \times 0.45 \text{ m}$, son:

$$p_b = 0.0204 \quad p_{\text{máx}} = 0.0153 \quad p_{\text{mín}} = 0.0028$$

El porcentaje de acero para nuestra sección y momento último, es de:

$$\frac{M_u}{bd^2} = Fr \left(p f_y \left(1 - \frac{p m}{2} \right) \right) \quad \text{si} \quad \begin{matrix} r=2.5 \text{ cm} \\ m= 23.53 \end{matrix}$$

de donde:

$$18.82 = 3600 p - 42354 p^2$$

ya que :

$$p_1 = 0.0794 \quad p_2 = 0.0055$$

$$p_{\text{mín}} < p_2 < p_{\text{máx}}$$

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

$$A_s = pbd = 0.0055 (25) (42.5)$$

$$A_s = 5.84 \text{ cm}^2 \quad 3 \text{ Vs No.5} = 5.94 \text{ cm}^2$$

De la envolvente de momentos de la trabe del método de interacción suelo estructura (fig.8.6-a), el máximo momento tanto de tensión como de compresión es $M_u = 6.744 \text{ Tm}$.

El porcentaje de acero para la sección y el momento último es de:

$$\begin{aligned} \text{de donde:} \quad 14.93 &= 3600p - 42354p^2 \\ p_1 &= 0.0806 \quad p_2 = 0.00437 \\ \text{ya que :} \quad p_{\min} &< p < p_{\max} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_s = pbd = 0.00437 (25) (42.5) &= 4.64 \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ V No.3} &= 0.71 \\ 2 \text{ V No.5} &= 3.96 \\ \hline &4.67 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Con las áreas de acero obtenidas anteriormente, podemos evaluar el incremento en el área real de acero de la trabe por el método tradicional y su porcentaje con respecto al área real de acero de la trabe por el método de interacción:

Si el área de acero real por el método tradicional es: $A_{sr} = 5.94 \text{ cm}^2$

Si el área de acero real por el método de interacción es: $A_{sr} = 4.67 \text{ cm}^2$

La diferencia de área de acero es de 1.27 cm^2 . (área correspondiente a una varilla del No.4), lo que significa un 21.38% de incremento en el acero sin considerar los efectos de interacción suelo estructura.

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

VIII.2.- CONCLUSIONES.

Basándonos en los resultados obtenidos en los capítulos anteriores, podemos apuntar las siguientes conclusiones:

1.- En la mayoría de las estructuras con cimentación de zapatas aisladas, por ser de tamaño chico y medio y destinadas a soportar cargas no muy elevadas, el no considerar en el análisis estructural los giros y hundimientos de las zapatas, derivados de la rigidez de la estructura (subestructura y superestructura), del tipo de suelo y de su rigidez y de las cargas que se aplican a esta, nos conduce generalmente a una diferencia considerable en los momentos flexionantes y esfuerzos cortantes respecto de los obtenidos por el método de interacción suelo estructura.

2.- Es conveniente aclarar que el método tradicional de rigideces arroja resultados generalmente satisfactorios y con un alto porcentaje de confiabilidad para el diseño adecuado de la estructura.

3.- Cuando el valor de los momentos flexionantes o esfuerzos cortantes obtenidos por el análisis tradicional de rigideces de la estructura es mayor que los obtenidos por el método de interacción suelo estructura, esta diferencia se puede considerar como "favorable", pues el elemento se diseñará con un valor de momento o cortante mayor al que realmente estará sometido, lo cual favorece la seguridad estructural pero repercute en el costo de la estructura.

El realizar únicamente un análisis tradicional de la estructura, conduce a una incertidumbre en el valor de los momentos y cortantes de algunos elementos en los cuales, éste valor quede por debajo del valor real al cual se encontrará sometido debido a la interacción existente entre el suelo y la estructura, pudiendo inclusive en algunos casos presentarse un cambio de signo conduciéndonos a un diseño totalmente erróneo del elemento.

4.- El método de interacción suelo estructura para

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

marcos con cimentación de zapatas aisladas descrito con anterioridad, es un método que nos permite tomar en cuenta con relativa facilidad la influencia de los diferentes elementos que intervienen en esa interacción, realizando así un análisis más real de la estructura, introduciendo los giros y desplazamientos de las zapatas en la ecuación de equilibrio matricial del método tradicional de rigideces, la rigidez de las zapatas aisladas y de la estructura, así como la rigidez lineal y angular del suelo, logrando la interacción entre el suelo y la estructura. Además de poder considerar los efectos de fuerzas laterales (sismo, viento), considerándolas como cargas concentradas en el vector correspondiente de la ecuación matricial.

Cuando la cantidad de cálculos a realizar es grande, como se basa en el método matricial de rigideces, el cual es factible de programarse en una computadora, de forma similar el método de interacción se puede programar como se vió en el capítulo V, introduciendo los elementos anteriormente mencionados en el análisis, ahorrándose así todo el trabajo repetitivo de los cálculos y evitando errores en los mismos.

5.- El método aquí utilizado y cualquier otro método de interacción, toman mayor sentido ejecutarse cuando la estructura se va a cimentar sobre suelo de mediana a alta compresibilidad donde los asentamientos son considerables.

Sin embargo, no es requisito indispensable para poder aplicar algún método de interacción suelo estructura el que la estructura este cimentada en suelo de mediana o alta compresibilidad, todo dependerá de las características propias de cada caso, del tamaño de la estructura, dimensión de sus elementos y magnitud de sus cargas.

Es preciso efectuar una buena predicción del comportamiento del suelo, pues de esto depende en gran medida los buenos resultados que se puedan obtener del método de interacción.

6.- Al obtener los diagramas de momentos flexionantes del marco con los resultados obtenidos del análisis por ambos métodos (tradicional y de interacción) es claro que las diferencias más notables entre estos, radica principalmente en los momentos flexionantes de las columnas

COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

o elementos que no soportan carga directamente, en los que la diferencia que se obtuvo en el valor de los momentos flexionantes entre ambos métodos no es fácilmente absorbida por el momento estático que provoca una carga directa como es el caso de las trabes en las que al obtener el diagrama final, la diferencia entre los momentos obtenidos de los análisis es prácticamente absorbida por el momento estático debido a la carga uniformemente repartida que soporta.

De modo que la diferencia mas grande entre los dos métodos, radica principalmente en los momentos flexionantes de las columnas y momentos flexionantes negativos de las trabes, en los que el valor del momento estático no influye demasiado.

7.- En marcos con varias crujeas como los analizados en el capítulo VI, los momentos flexionantes y esfuerzos cortantes, generalmente son menores en los extremos del marco y mayores en los intermedios en comparación con los momentos flexionantes obtenidos por el método tradicional.

8.- El método de interacción suelo estructura para marcos con zapatas aisladas aquí estudiado, arroja resultados mas acordes con el comportamiento de la estructura, que finalmente repercute en un mejor diseño de la misma, pues se aplica el acero de refuerzo necesario donde realmente se requiere, garantizando su estabilidad.

9.- Independientemente del tipo de suelo con el que se cuenta, es recomendable analizar la estructura mediante algún método de interacción suelo estructura, debido a que es un problema que influye a la estructura en su conjunto y no a elementos separados de esta. Como se puede apreciar de los resultados del marco cimentado sobre suelo firme (analizado en el punto VI.4), en el que al considerar los efectos de interacción suelo estructura los elementos mecánicos y las cargas sufren una redistribución importante, aumentando o disminuyendo la carga que había sido considerada sobre cada pila de cimentación, carga con la que generalmente se diseñaría la pila, corriendo el riesgo de que algunos elementos trabajen al límite del margen de seguridad con el que fueron diseñados e incluso bajo acciones como la fuerza sísmica sobrepasen este margen poniendo en peligro la estabilidad de la estructura.

Bibliografía:

- 1.- El subsuelo y la Ingeniería de cimentaciones en el área urbana del Valle de México.
Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos.
México 1978.
- 2.- Mecánica de Suelos.
Juárez Badillo, Rico Rodríguez.
Tomo II. Teoría y aplicaciones de la Mecánica de Suelos.
Ed. Limusa. 1987
- 3.- Temas de Cimentaciones.
Deméneghi Colina Agustín.
México 1990.
- 4.- Interacción Suelo-Estructura de Cimentación.
Zeevaert Leonardo.
Ed. Limusa. México 1980.
- 5.- Análisis de estructuras indeterminadas.
J. Sterling Kinney
Ed. CECSA. México 1986.
- 6.- Análisis Estructural. Teoría y Problemas.
Jan J. Tuma
McGraw-Hill. México 1977
- 7.- Análisis Estructural.
Rodolfo Luthé.
Representaciones y servicios de Ingeniería, S.A.
Primera edición. México 1971
- 8.- Apuntes de Métodos Numéricos.
Rafael Iriarte, Hugo Borrás, Rossynela Duran.
Div. de Ciencias Básicas. Facultad de Ingeniería UNAM.
- 9.- Introducción a la Mecánica de Sólidos.
Popov, Egor P.
Ed. Limusa. México 1986.
- 10.- Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado.
González Cuevas, Oscar M, Robles F.V. Francisco.
Ed. Limusa. México 1986.

- 11.- Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el D.F. Colegio de Ingenieros Civiles de México.
- 12.- Análisis Estructural. Mc.Cormac., Jack C. Ed. Harla. México,1983.