



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

**SERIE DE EJERCICIOS PARA LA ASIGNATURA
DE HIDRAULICA DE CANALES**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A N ,
ALEJANDRO GARCIA RUIZ
JORGE GARCIA SERNA**

**DIRECTOR:
ING. JESUS GALLEGOS SILVA**



MEXICO, D. F.

1993

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

SERIE DE EJERCICIOS PARA LA ASIGNATURA HIDRAULICA DE CANALES.

INDICE

	PAG.
I.- INTRODUCCION	1
I.1.- OBJETIVO	1
I.2.- ASPECTOS GENERALES DEL FLUJO PERMANENTE EN CANALES	3
I.3.- EJEMPLOS RESUELTOS	13
I.4.- PROBLEMAS PROPUESTOS	26
II.- FLUJO UNIFORME	29
II.1.- CARACTERISTICAS DEL FLUJO UNIFORME	29
II.2.- ECUACION DE CHEZY	29
II.3.- ECUACION DE MANNING-STRICKLER	30
II.4.- CALCULO DEL FLUJO UNIFORME	30
II.5.- DISEÑO DE CANALES REVESTIDOS	31
II.5.- EJEMPLOS RESUELTOS	33
II.6.- PROBLEMAS PROPUESTOS	46
III.- ENERGIA ESPECIFICA	50
III.1.- CONCEPTO DE ENERGIA ESPECIFICA	50
III.2.- DIAGRAMA ENERGIA ESPECIFICA-TIRANTE. (E-y)	51
III.3.- DIAGRAMA GASTO-TIRANTE. (Q-y)	51
III.4.- EJEMPLOS RESUELTOS	53
III.5.- PROBLEMAS PROPUESTOS	61
IV.- SALTO HIDRAULICO	65
IV.2.- ASPECTOS GENERALES: CARACTERISTICAS DEL FLUJO RAPIDAMENTE VARIADO	65
IV.2.- ECUACION GENERAL PARA SALTO HIDRAULICO	65
IV.3.- FUNCIONAMIENTO HIDRAULICO DE TANQUES AMORTIGUADORES	67
IV.4.- EJEMPLOS RESUELTOS	68
IV.5.- PROBLEMAS PROPUESTOS	81
V.- FLUJO GRADUALMENTE VARIADO	85
V.1.- CARACTERISTICAS Y CLASIFICACION DE LOS PERFILES DE FLUJO	85
V.2.- SECCIONES DE CONTROL	87

V.3.- FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO (GASTO CRECIENTE EN LA DIRECCION DEL FLUJO)	88
V.4.- EJEMPLOS RESUELTOS	91
V.5.- PROBLEMAS PROPUESTOS	110
VI.- TRANSICIONES Y CURVAS	115
VI.1.- INTRODUCCION	115
VI.2.- TRANSICIONES EN REGIMEN SUBCRITICO	116
VI.3.- TRANSICIONES EN REGIMEN SUPERCRITICO	118
VI.4.- CAMBIOS DE DIRECCION EN CANALES CON REGIMENES SUPERCRITICO Y SUBCRITICO	120
VI.5.- ALCANTARILLAS COMO OBRA DE CRUCE DE TERRAPLENES	123
VI.6.- EJEMPLOS RESUELTOS	127
VI.7.- PROBLEMAS PROPUESTOS	133
VII.- PRINCIPIOS DEL ARRASTRE EN SEDIMENTOS	135
VII.1.- ASPECTOS GENERALES	135
VII.2.- PROPIEDADES DE LAS PARTICULAS SEDIMENTARIAS	136
VII.3.- INICIO DE ARRASTRE	141
VII.4.- DISEÑO DE CANALES NO REVESTIDOS, SIN ARRASTRE	144
VII.5.- CLASIFICACION DEL GASTO SOLIDO	146
VII.6.- METODOS PARA CUANTIFICAR EL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	147
VII.7.- EJEMPLOS RESUELTOS	155
VII.8.- PROBLEMAS PROPUESTOS	164
VIII. CONCLUSIONES	175
BIBLIOGRAFIA	177

I INTRODUCCION.

I. INTRODUCCION

I.1 OBJETIVO

La presente Tesis "Serie de ejercicios para la asignatura de Hidráulica de Canales", está elaborada con el propósito de que se utilice como material de apoyo principalmente para los alumnos de la carrera de Ingeniero civil, dentro del área de hidráulica, que se imparte actualmente en la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M.

Los temas tratados en este trabajo se apegan totalmente al programa vigente de la asignatura conteniendo una gran variedad de ejercicios resueltos, en los que se describen los procedimientos de solución a manera de ejemplos, así como también una serie de problemas propuestos en los que se obligue al alumno a profundizar en los conceptos que le permitan alcanzar una solidez en sus conocimientos.

El programa de la asignatura resulta ser bastante ambicioso, por lo que en ocasiones durante el semestre no se alcanza a cubrir en su totalidad, o en su defecto por cubrir todo el programa, los capítulos no se imparten con la profundidad necesaria ocasionando que el alumno se quede con dudas que repercuten en el aprendizaje.

Tradicionalmente las asignaturas del área de Ingeniería Hidráulica han sido unas de las más difíciles de acreditar, y estadísticamente la materia de "Hidráulica de canales" es la que ocupa el primer lugar en porcentaje de reprobados, por lo que consciente de esta problemática, y pensando en aportar se presta mayor atención al aspecto de aplicación de conceptos.

En la figura 1.1 se presentan datos correspondientes a ocho semestres, del 88-I al 91-II, del porcentaje de alumnos acreditados en la asignatura de Hidráulica de Canales.

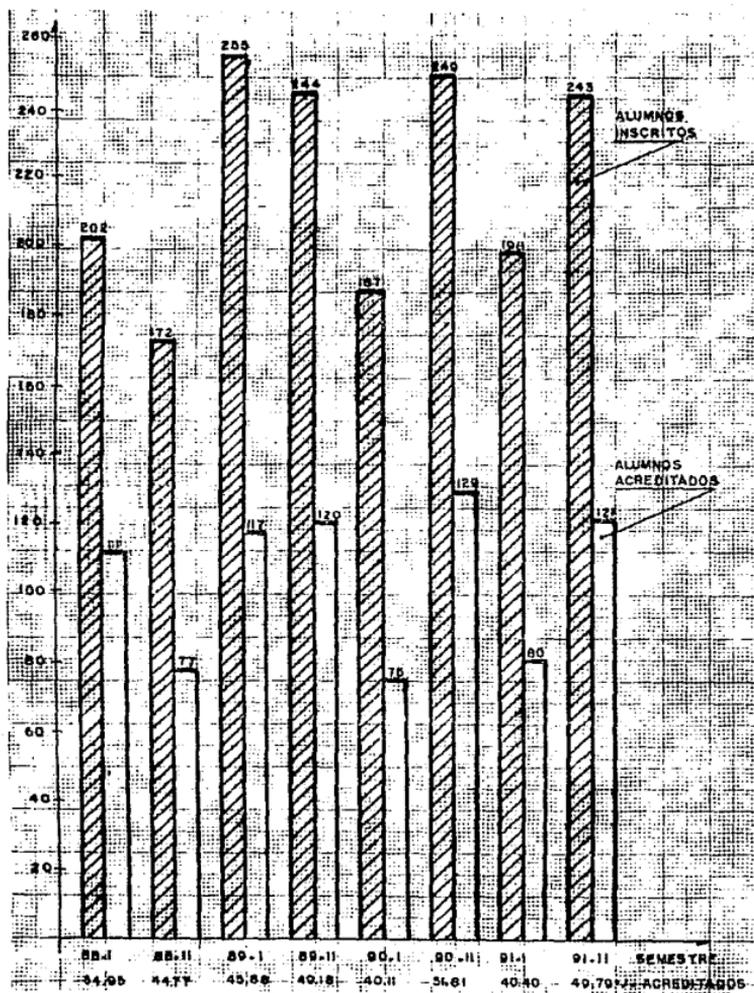


FIG. I.1 Porcentaje de alumnos acreditados.

1.2 ASPECTOS GENERALES DEL FLUJO PERMANENTE EN CANALES.

1.2.1.- CARACTERISTICAS IMPORTANTES DEL FLUJO A SUPERFICIE LIBRE.

Un Canal es una estructura que conduce un líquido Generalmente agua por efecto exclusivo de la acción de la gravedad.

De acuerdo con su origen los canales pueden ser naturales (también llamados no prismáticos) y artificiales (o prismáticos).

Algunos ejemplos de canales naturales podrían ser los ríos y arroyos, mientras que los canales de navegación, riego y drenaje serían ejemplos típicos de canales artificiales.

1.2.2.-ELEMENTOS GEOMETRICOS DE LOS CANALES.

A) CANALES NATURALES (NO PRISMATICOS):

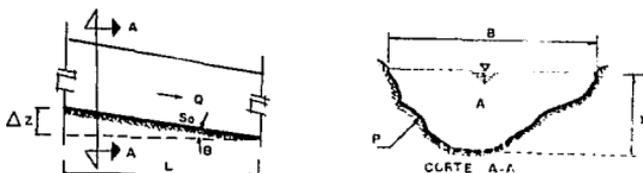


FIG.1.2 Características geométricas de canales naturales.

Donde:

y.- Tirante.-Medido perpendicularmente al flujo o a la plantilla del canal, desde el punto más bajo de la plantilla del canal hasta la superficie libre del agua, (en metros), [L].

P.- Perímetro mojado,(perímetro de la sección del canal en contacto con el agua), (en metros), [L].

B.- Ancho de la superficie libre del agua.(en metros), [L].

A.- Area hidráulica (área de la sección transversal del canal ocupada por el agua),(en m²),[L²].

Rh.-Radio hidráulico = A/P, (en metros), [L].

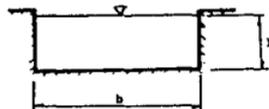
Y.- Tirante Hidráulico = A/B , (en metros), [L].

S_o-Es la inclinación de la plantilla del canal por unidad de longitud en la dirección del flujo

$$S_o = \Delta z / L = \tan \theta ; \text{ para } \theta < 10^\circ ; S_o \approx \text{seno } \theta.$$

B).-CANALES ARTIFICIALES (PRISMATICOS).

a).- Sección rectangular :



$$A = by$$

$$B = b$$

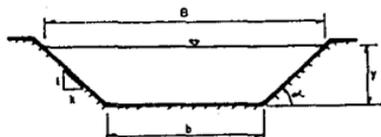
$$P = 2y + b$$

$$Rh = (by) / (2y + b)$$

$$Y = (by) / b = y$$

b).-Sección trapecial:

k .-Inclinación de las paredes de la sección (trapezoidal o triangular), es la distancia horizontal que hay que recorrer para ascender una unidad de longitud.



$$P = b + 2y \cdot (1 + k)$$

$$A = by + ky^2$$

$$B = b + 2ky$$

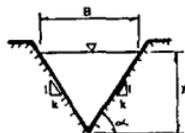
$$Rh = (by + ky^2) / (b + 2y(1 + k^2))$$

$$Y = (by + ky^2) / (b + 2ky)$$

$$K = \cot \alpha$$

α = ángulo que forma la pared con un plano horizontal.

c).-Sección triangular:



$$A = ky^2$$

$$P = 2y (k^2 + 1)$$

$$B = 2ky$$

$$Rh = (ky^2) / (2y (k^2 + 1))$$

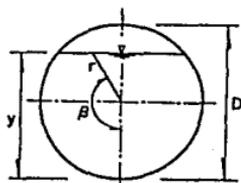
$$Y = (ky^2) / (2ky)$$

d).-Sección Circular y Herradura.

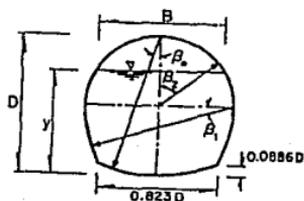
Se definirán las características geométricas de estas secciones por medio de las fórmulas que se encuentran en la figura I.3

También se pueden definir las características de la sección circular por medio de tablas que se encuentran en la tabla I.1

SECCIÓN		ÁNGULO, EN	ANCHO DE LA SUPERFICIE LIBRE, B	ÁREA A	PERÍMETRO P
CIRCULAR	$0 \leq \frac{y}{D} \leq 1$	$\theta = \arccos(1 - \frac{2y}{D})$	$D \sin \theta$	$(\theta - \text{sen}\theta \cos\theta) \frac{D^2}{4}$	$D\theta$
HERRADURA	$0 \leq \frac{y}{D} < 0.0885$	$\theta_1 = \arccos(1 - \frac{y}{D})$	$2\sqrt{(2D-y)^2 - D^2}$	$(\theta_1 - \frac{D-y}{D^2} \frac{B}{2}) D^2$	$2D\theta_1$
	$0.0885 \leq \frac{y}{D} \leq \frac{1}{2}$	$\theta_1 = \arccos(\frac{1}{2} - \frac{y}{D})$	$D[1 + 8\text{sen}^2 \frac{\theta_1}{2} - 4\text{sen}^2 \theta_1]$	$[0.4256 - \theta_1 + \frac{1}{2}(1 - \frac{y}{D})\text{sen}\theta_1] D^2$	$[1.6962 - 2\theta_1] D$
	$\frac{1}{2} < \frac{y}{D} \leq 1$	$\theta_2 = \arccos(\frac{2y}{D} - 1)$	$2\sqrt{(y-D)^2 - D^2}$	$[0.8293 - \frac{1}{4}\theta_2 + (\frac{y}{D} - \frac{1}{2})\frac{\theta_2}{2D}] D^2$	$[3.2670 - \theta_2] D$



a) sección circular



b) sección herradura

FIG.1.3 Elementos geométricos de las secciones circular y herradura.

$\frac{y}{D}$	$\frac{A}{D^2}$	$\frac{R}{D}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{A^3 - B^3}{D^3 - D^3}$	$\frac{A R^{3/2}}{D^{3/2}}$	$\frac{E - T_n}{D}$
0.01	0.0013	0.0066	0.1995	0.0001	0.0000	0.0133
0.02	0.0037	0.0137	0.2800	0.0004	0.0002	0.0267
0.03	0.0069	0.0197	0.3412	0.0010	0.0005	0.0401
0.04	0.0105	0.0262	0.3919	0.0017	0.0009	0.0534
0.05	0.0147	0.0326	0.4359	0.0027	0.0015	0.0668
0.06	0.0192	0.0389	0.4750	0.0039	0.0022	0.0803
0.07	0.0242	0.0451	0.5103	0.0053	0.0031	0.0937
0.08	0.0294	0.0513	0.5420	0.0070	0.0040	0.1071
0.09	0.0350	0.0574	0.5720	0.0087	0.0050	0.1206
0.10	0.0409	0.0635	0.6000	0.0107	0.0065	0.1341
0.11	0.0470	0.0695	0.6258	0.0129	0.0079	0.1476
0.12	0.0534	0.0754	0.6499	0.0153	0.0095	0.1611
0.13	0.0600	0.0813	0.6726	0.0179	0.0113	0.1746
0.14	0.0668	0.0871	0.6940	0.0217	0.0131	0.1882
0.15	0.0739	0.0929	0.7141	0.0238	0.0152	0.2017
0.16	0.0811	0.0986	0.7332	0.0270	0.0173	0.2153
0.17	0.0885	0.1042	0.7513	0.0304	0.0196	0.2289
0.18	0.0961	0.1097	0.7684	0.0339	0.0220	0.2426
0.19	0.1039	0.1152	0.7846	0.0378	0.0247	0.2562
0.20	0.1118	0.1206	0.8000	0.0418	0.0273	0.2699
0.21	0.1199	0.1259	0.8146	0.0460	0.0301	0.2836
0.22	0.1281	0.1312	0.8285	0.0503	0.0333	0.2973
0.23	0.1365	0.1364	0.8417	0.0549	0.0359	0.3111
0.24	0.1449	0.1416	0.8542	0.0597	0.0394	0.3248
0.25	0.1535	0.1466	0.8660	0.0646	0.0427	0.3387
0.26	0.1623	0.1516	0.8773	0.0697	0.0464	0.3525
0.27	0.1711	0.1566	0.8879	0.0751	0.0497	0.3663
0.28	0.1800	0.1614	0.8980	0.0805	0.0536	0.3802
0.29	0.1890	0.1662	0.9075	0.0862	0.0571	0.3942
0.30	0.1982	0.1709	0.9165	0.0921	0.610	0.4081
0.31	0.2074	0.1755	0.9250	0.0981	0.0650	0.4221
0.32	0.2167	0.1801	0.9330	0.1044	0.0590	0.4361
0.33	0.2260	0.1848	0.9404	0.1107	0.0736	0.4502
0.34	0.2355	0.1891	0.9474	0.1172	0.0776	0.4643
0.35	0.2450	0.1935	0.9539	0.1241	0.0820	0.4784
0.36	0.2546	0.1978	0.9600	0.1310	0.0864	0.4926
0.37	0.2642	0.2020	0.9656	0.1381	0.0909	0.5068
0.38	0.2739	0.2061	0.9708	0.1453	0.0955	0.5211
0.39	0.2836	0.2102	0.9755	0.1528	0.1020	0.5354
0.40	0.2934	0.2142	0.9798	0.1603	0.1050	0.5497
0.41	0.3032	0.2181	0.9837	0.1682	0.1100	0.5641
0.42	0.3132	0.2220	0.9871	0.1761	0.1147	0.5786
0.43	0.3229	0.2257	0.9902	0.1844	0.1196	0.5931
0.44	0.3328	0.2294	0.9928	0.1927	0.1245	0.6076
0.45	0.3428	0.2331	0.9950	0.2011	0.1298	0.6223
0.46	0.3527	0.2366	0.9968	0.2098	0.1348	0.6369
0.47	0.3627	0.2400	0.9982	0.2186	0.1401	0.6517
0.48	0.3727	0.2434	0.9992	0.2275	0.1452	0.6665
0.49	0.3827	0.2467	0.9998	0.2366	0.1505	0.6814
0.50	0.3927	0.2500	1.0000	0.2459	0.1558	0.6964
0.61	0.4027	0.2531	0.9998	0.2553	0.1610	0.7114
0.52	0.4127	0.2561	0.9992	0.2650	0.1664	0.7265
0.53	0.4227	0.2591	0.9982	0.2748	0.1715	0.7417
0.54	0.4327	0.2620	0.9968	0.2848	0.1772	0.7570
0.55	0.4426	0.2649	0.9950	0.2949	0.1825	0.7724

TABLA No.1.1 Parámetros geométricos e hidráulicos de la sección circular.

$\frac{z}{D}$	$\frac{\Delta}{D^2}$	$\frac{R_M}{D}$	β	$\frac{z^{1.1}}{z^{0.1}}$	$\frac{A R_M^{1/3}}{D^{1/3}}$	$\frac{E_{in}}{D}$
0.56	0.4526	0.2676	0.9928	0.3051	0.1878	0.7879
0.57	0.4625	0.2703	0.9902	0.3158	0.1933	0.8025
0.58	0.4723	0.2728	0.9871	0.3263	0.1987	0.8193
0.59	0.4822	0.2753	0.9837	0.3373	0.2041	0.8351
0.60	0.4920	0.2776	0.9798	0.3484	0.2092	0.8511
0.61	0.5018	0.2797	0.9755	0.3595	0.2146	0.8672
0.62	0.5115	0.2818	0.9708	0.3710	0.2199	0.8835
0.63	0.5212	0.2839	0.9656	0.3830	0.2254	0.8999
0.64	0.5308	0.2860	0.9600	0.3949	0.2312	0.9165
0.65	0.5404	0.2881	0.9539	0.4068	0.2374	0.9333
0.66	0.5499	0.2899	0.9474	0.4188	0.2437	0.9502
0.67	0.5594	0.2917	0.9404	0.4309	0.2480	0.9674
0.68	0.5687	0.2935	0.9330	0.4437	0.2530	0.9848
0.69	0.5780	0.2950	0.9250	0.4566	0.2560	1.0025
0.70	0.5872	0.2962	0.9165	0.4694	0.2608	1.0204
0.71	0.5964	0.2973	0.9075	0.4831	0.2653	1.0386
0.72	0.6054	0.2984	0.8980	0.4964	0.2702	1.0571
0.73	0.6143	0.2995	0.8879	0.5100	0.2751	1.0759
0.74	0.6231	0.3006	0.8773	0.5248	0.2794	1.0952
0.75	0.6318	0.3017	0.8660	0.5397	0.2840	1.1148
0.76	0.6404	0.3025	0.8542	0.5540	0.2888	1.1349
0.77	0.6489	0.3032	0.8417	0.5683	0.2930	1.1555
0.78	0.6573	0.3039	0.8285	0.5830	0.2969	1.1767
0.79	0.6655	0.3040	0.8146	0.6011	0.3008	1.1985
0.80	0.6736	0.3042	0.8000	0.6177	0.3045	1.2210
0.81	0.6815	0.3044	0.7846	0.6347	0.3082	1.2442
0.82	0.6893	0.3043	0.7684	0.6524	0.3118	1.2685
0.83	0.6969	0.3041	0.7513	0.6707	0.3151	1.2938
0.84	0.7043	0.3038	0.7332	0.6897	0.3182	1.3203
0.85	0.7115	0.3033	0.7141	0.7098	0.3212	1.3482
0.86	0.7188	0.3026	0.6940	0.7307	0.3240	1.3777
0.87	0.7254	0.3017	0.6726	0.7528	0.3264	1.4092
0.88	0.7320	0.3008	0.6499	0.7754	0.3285	1.4437
0.89	0.7385	0.2996	0.6258	0.8016	0.3307	1.4800
0.90	0.7445	0.2980	0.6000	0.8285	0.3324	1.5204
0.91	0.7504	0.2963	0.5724	0.8584	0.3336	1.5655
0.92	0.7560	0.2944	0.5426	0.8917	0.3345	1.6164
0.93	0.7612	0.2922	0.5103	0.9292	0.3350	1.6759
0.94	0.7662	0.2896	0.4750	0.9725	0.3353	1.7465
0.95	0.7707	0.2864	0.4350	1.0242	0.3349	1.8361
0.96	0.7749	0.2830	0.3919	1.0888	0.3340	1.9485
0.97	0.7785	0.2787	0.3432	1.1752	0.3322	2.1110
0.98	0.7816	0.2735	0.2800	1.3050	0.3291	2.3758
0.99	0.7841	0.2665	0.1950	1.5554	0.3248	2.9600
1.00	0.7854	0.2500	0.0000	=	0.3117	-----

Continuación tabla No. I.1

1.2.3 CLASIFICACION DE FLUJOS.

A continuación se presenta un resumen general de clasificación de flujos en canales, tomando como base los diferentes criterios.

CRITERIO	CLASIFICACION	CARACTERISTICAS
Tiempo	a.-Flujo permanente	$\partial v/\partial t = 0$
	b.-Flujo no permanente	$\partial v/\partial t \neq 0$
Espacio	a.-Uniforme	$\partial v/\partial x = 0$
	b.-No uniforme o variado -Gradualmente variado -Rápidamente variado -Espacialmente variado	$\partial v/\partial x \neq 0$
Viscosidad	a.-Flujo laminar	$R_s < 500$
	b.-Transición	$500 \leq R_s \leq 2000$
	c.-Flujo turbulento	$R_s > 2000$
Gravedad	a.-Flujo subcrítico	$F_r < 1.0$
	b.-Flujo crítico	$F_r = 1.0$
	c.-Flujo supercrítico	$F_r > 1.0$

1.2.4 ECUACIONES FUNDAMENTALES

a).- ECUACION DE CONTINUIDAD. (Flujo permanente e incompresible).- Para el volumen de control, mostrado en la figura 1.4, la aplicación del principio de conservación de la masa conduce a la ecuación de continuidad $Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = \text{cte.}$

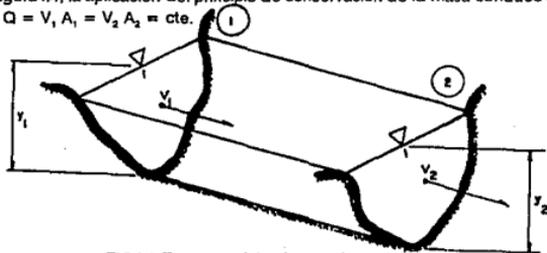


FIG.1.4 Esquema del volumen de control.

b).- ECUACION DE LA ENERGIA.- La aplicación del principio de conservación de la energía, al volumen de control de la figura 1.5, conduce a la ecuación de la energía.



FIG.1.5 Aplicación de la ecuación de la energía.

$$Z_1 + (P_1/\gamma) + \alpha_1((V_1^2)/(2g)) = Z_2 + (P_2/\gamma) + \alpha_2((V_2^2)/(2g)) + h_{f1-2} \quad \text{para } \theta \leq 10^\circ$$

$$Z_1 + y_1 \cos^2 \theta + \alpha_1((V_1^2)/(2g)) = Z_2 + y_2 \cos^2 \theta + \alpha_2((V_2^2)/(2g)) + h_{f1-2} \quad \text{para } \theta > 10^\circ$$

Donde:

Z.- Carga de posición, medido desde un plano horizontal de referencia, es la energía que posee el fluido debido a su posición en el espacio (en metros).

P/γ .-Carga de presión, es la energía correspondiente al trabajo mecánico ejecutado por las fuerzas debidas a la presión (en metros).

α .- Coeficiente de coriolis.-Corrige el efecto de considerar el valor medio de la velocidad (V) en la sección en lugar de la verdadera distribución de velocidades.(adimensional).

$V^2/2g$.-Carga de velocidad.-Representa la energía cinética de la sección determinada, (en metros).

h_f .- Pérdida de energía.- Es la energía utilizada para vencer la fuerzas que se oponen al movimiento.

COEFICIENTE DE CORIOLLIS.- (α).

$$\alpha = (\int v^2 dA) / (V^2 A) = (\sum_{i=1}^n v_i^2 A) / (V^2 A)$$

$\alpha = 1.02$ a 1.2 (flujo turbulento).

c).-ECUACION DE IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO. La aplicación del principio de cantidad de movimiento, al volumen mostrado en la figura 1.6, establece la ecuación vectorial siguiente.

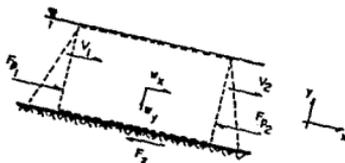


FIG.1.6 Aplicación de la ecuación de cantidad de movimiento.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_c + \vec{F}_z = (\gamma/g) \Sigma (Q \otimes V)$$

$$\vec{F}_{p1} - \vec{F}_{p2} + W_x - \vec{F}_z = (\gamma/g) (Q) (V_2 - V_1)$$

\vec{F}_p .- Fuerzas debidas a la presión (en kg).

$\vec{F}_c = W_x$.- Fuerzas de cuerpo, debidas principalmente al peso propio del volumen de control (en kg).

\vec{F}_z .- Fuerzas debidas a la resistencia de las paredes al movimiento del liquido (en kg).

B.- Coeficiente de Boussinesq, para corregir el efecto de considerar a la velocidad media en lugar de la verdadera distribución de velocidades.

COEFICIENTE DE BOUSSINESQ.- (B)

$$B = (\int v^2 dA) / (V^2 A) = (\sum_{i=1}^n v_i^2 A) / (V^2 A)$$

$B = 1.01$ a 1.15 (flujo turbulento).

Formulas utilizadas para valores aproximados de α y B .

$$\alpha = 1 + 3\epsilon^2 - 2\epsilon^3$$

$$B = 1 + \epsilon^2$$

Donde: $\epsilon = (V_{máx} / V_{med}) - 1$

I.2.5 DISTRIBUCION DE VELOCIDADES EN LA SECCION DEL CANAL

La distribución de velocidades depende de muchos factores entre los cuales se puede mencionar la forma del canal, la rugosidad, la presencia de cambios de dirección, etc. (ver referencia No. 1 y 2).

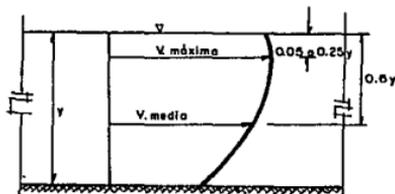


FIG.1.7 Distribución de velocidades sobre una vertical en la sección de un canal.

CRITERIOS PARA DETERMINAR LA VELOCIDAD MEDIA (V_{media}).

a.- $V_{media} = 0.6v$

b.- $V_{media} = (V_{0.2y} + V_{0.8y}) / 2$

c.- $V_{media} = 0.8V_{superficial}$ a $0.9V_{superficial}$

I.2.6. DISTRIBUCION DE PRESIONES EN LA SECCION DE UN CANAL.

a) Pendiente (pequeña $\theta \leq 10^\circ$) ; $(P/\gamma) = Y$
 donde γ .- peso volumétrico del agua (1000 kg/m^3).

b) Pendiente (grande $\theta > 10^\circ$)

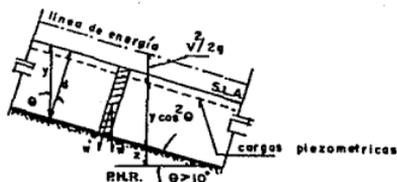


FIG.1.8 Distribución de presiones para flujo paralelo en canales de pendiente grande.

$$W = \gamma d\Delta_s$$

$$W' = \gamma d\Delta_s \cos \Theta$$

$$P = W/\Delta_s = \gamma d \cos \Theta \quad ; \quad d = y \cos \Theta \quad \Rightarrow \quad P = \gamma y \cos^2 \Theta$$

c) Curvas verticales .

Curvatura cóncava

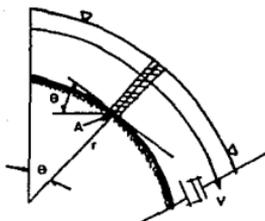


FIG. 1.9 Distribución de presiones en flujo curvilíneo en canales de pendiente grande.

$$P_A = \gamma y \cos \Theta (\cos \Theta + (V^2/gr))$$

Curvatura convexa

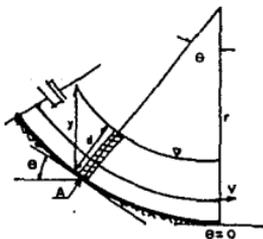


FIG.1.10 Distribución de presiones en flujo curvilíneo (convexo).

$$P_A = \gamma y \cos \Theta (\cos \Theta - (V^2/gr))$$

El factor de corrección es $\pm (V^2/gr)$

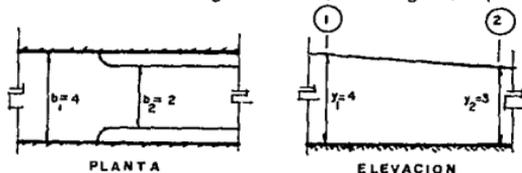
La ecuación de la energía para cualquier caso sería :

$$Z_1 + y_1 \cos \Theta (\cos \Theta \pm (V_1^2/gr)) + \alpha_1 (V_1^2/2g) = Z_2 + y_2 \cos \Theta (\cos \Theta \pm (V_2^2/gr)) + \alpha_2 (V_2^2/2g) + hf_{1-2}$$

1.3 EJEMPLOS RESUELTOS.

Ejemplo 1.1:

En la siguiente contracción del canal rectangular horizontal, calcule el gasto, despreciando pérdidas de energía.



Sol:

Como se trata de un canal rectangular, el área $A = by$, y utilizando la ecuación de continuidad $Q = AV$ tenemos:

$$V_1 \cdot y_1 \cdot b_1 = V_2 \cdot y_2 \cdot b_2 \quad \Rightarrow \quad \text{despejando } V_2 \text{ y sustituyendo valores}$$

$$V_2 = (V_1 \cdot y_1 \cdot b_1) / (y_2 \cdot b_2) = ((4 \cdot 4) / (2 \cdot 3)) \cdot V_1 = (8/3) V_1$$

$$V_2 = (8/3) V_1$$

Aplicando la ecuación de la energía entre las dos secciones, despreciando las pérdidas, y además sabiendo que las cargas de presión en ambas secciones son cero por estar en el medio ambiente, es decir se anulan, entonces la ecuación de la energía queda:

$$y_1 + (V_1^2/2g) = y_2 + (V_2^2/2g) \quad \text{sustituyendo valores tenemos:}$$

$$(64/18) + (V_1^2/g) - (1/2) + (1/2) + (64/9) = 4 - 3 \quad \text{tomando como factor común } V_1^2/g, \text{ en el primer miembro nos queda:}$$

$$V_1^2/g \cdot ((64/18) - (1/2)) = 1 \quad \text{desarrollando operaciones y despejando } V_1, \text{ se obtiene:}$$

$$V_1 = 1.79 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad Q = V_1 \cdot A_1 = 1.79 \cdot 16 = 28.74$$

$$Q = 28.74 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ejemplo 1.2:

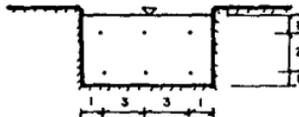
Encuentre los coeficientes de Coriolis (α) y Boussinesq (β) de la siguiente sección transversal:

Datos:

$$V_1 = 2.0 \text{ m/s} \quad ; \quad V_2 = 2.4 \text{ m/s}$$

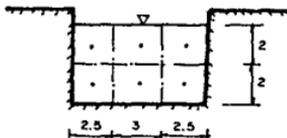
$$V_3 = 2.3 \text{ m/s} \quad ; \quad V_4 = 2.5 \text{ m/s}$$

$$V_5 = 2.1 \text{ m/s} \quad ; \quad V_6 = 2.3 \text{ m/s}$$



Sol:

Primera se calcula el área de influencia en cada punto, quedando de la siguiente manera:



Podemos observar que el área de influencia de los puntos 1, 2, 5 y 6 son iguales así como el área de

influencia de los puntos 3 y 4 ; es decir.

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 5 \text{ m}^2 ; A_5 = A_6 = 6 \text{ m}^2$$

Calculamos la velocidad media (V_{media})

$$V_{media} = (\Sigma Q) / A_1 = (\Sigma (v_i \cdot A_i)) / A_1 = ((5 \cdot 2 + 5 \cdot 2.4 + 5 \cdot 2.1 + 5 \cdot 2.3) + (6 \cdot 2.3 + 6 \cdot 2.5)) / 32 =$$

$$V_{media} = 2.275 \text{ m/s}$$

Aplicando las formulas para calcular α y β tenemos:

$$\alpha = ((2^2 \cdot 5 + 2.4^2 \cdot 5 + 2.1^2 \cdot 5 + 2.3^2 \cdot 5) + (2.3^2 \cdot 6 + 2.5^2 \cdot 6)) / ((2.275^2 \cdot 32)) = 1.006$$

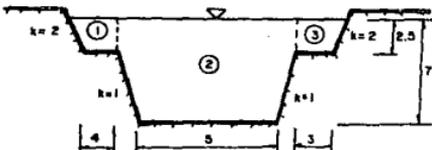
$$\alpha = 1.006$$

$$\beta = ((2^3 \cdot 5 + 2.4^3 \cdot 5 + 2.1^3 \cdot 5 + 2.3^3 \cdot 5) + (2.3^3 \cdot 6 + 2.5^3 \cdot 6)) / ((2.275^3 \cdot 32)) = 1.017$$

$$\beta = 1.017$$

Ejemplo 1.3 :

Para el canal de la siguiente figura.



calcule :

- Si el flujo es laminar o turbulento .
- Gasto total (Q_t) y velocidad media (V_{media})
- Coeficientes α y β .

Datos : $V_1 = 1.76 \text{ m/s}$; $V_2 = 3.98 \text{ m/s}$; $V_3 = 1.68 \text{ m/s}$. Estas velocidades son representativas de las secciones correspondientes.

Sol:

- Empezamos a calcular los gastos , utilizando la ecuación de continuidad . ($Q = VA$).

$$Q_1 = V_1 A_1 = 1.76 (4 \cdot 2.25 + (5 \cdot 2.5) / 2) = 28.6 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q_2 = V_2 A_2 = 3.98 (5 \cdot 4.5 + 2(4.5^2) / 2 + 14 \cdot 2.5) = 309.44 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q_3 = V_3 A_3 = 1.68 (3 \cdot 2.5 + 6.25) = 23.1 \text{ m}^3 / \text{s}.$$

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 28.6 + 309.44 + 23.1 = 361.14 \text{ m}^3 / \text{s}.$$

Cálculo de la V_{media} :

$$V_{media} = Q_t / A_t$$

$$A_t = A_1 + A_2 + A_3 = (4 \cdot 2.5 + 6.25) + (5 \cdot 4.5 + 4.5^2 + 14 \cdot 2.5) + (3 \cdot 2.5 + 6.25) = 107.7 \text{ m}^2$$

$$V_{media} = 361.14 / 107.75 = 3.35 \text{ m/s}$$

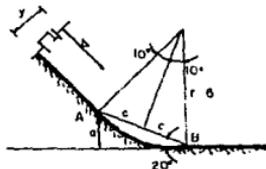
a). Perímetro mojado total. $\rightarrow P_1 = P_1 + P_2 + P_3$
 $P_1 = (4 + 5.59) + (5 + 2 \cdot 6.36) + (3 + 5.59) = 35.9 \text{ m}$
 $R_h = A/P$; $R_h = 107.75/35.9 = 3.00 \text{ m}$
 $R_h = (V_{media} \cdot R_h) / v$; $v = 1.1 \cdot 10^6$
 $R_h = (3.35 \cdot 3.00) / 1.1 \cdot 10^6 = 9.14 \cdot 10^5$

Como $R_h > 2000 \Rightarrow$ Flujo turbulento

c).
 $\alpha = ((1.76^2 \cdot 16.25) + (3.98^2 \cdot 77.75) + (1.68^2 \cdot 13.75)) / (3.35^2 \cdot 107.75) = 1.24$
 $\beta = ((1.76^2 \cdot 16.25) + (3.98^2 \cdot 77.75) + (1.68^2 \cdot 13.75)) / (3.35^2 \cdot 107.75) = 1.09$

Ejemplo 1.4:

Encuentra el tirante al final de la siguiente curva, conocidos los siguientes datos, gasto $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$, ancho de canal $b = 5 \text{ m}$, tirante al inicio de la curva $y_A = 2 \text{ m}$.



Sol:

Ecuación de Bernoulli $Z_A + (P_A/\gamma) + (V_A^2/2g) = Z_B + (P_B/\gamma) + (V_B^2/2g)$

Ahora trabajando los términos en forma independiente de E_A ; es decir del primer miembro.

$$Z_A = a$$

$$a = 2c \operatorname{sen} \Theta$$

$$c = r \operatorname{sen} \Theta \Rightarrow a = 2(r \operatorname{sen} \Theta) \operatorname{sen} \Theta = 2r \operatorname{sen}^2 \Theta = 2 \cdot 6 \cdot \operatorname{sen}^2 10 = 0.362 \text{ m}$$

$$Z_A = 0.362 \text{ m}$$

Cálculo de la presión en el punto A. Utilizamos la fórmula de curvatura cóncava.

$P_A = \gamma y \cos \Theta (\cos \Theta + (V_A^2/2gr))$, pasando γ al primer miembro obtenemos la carga de presión, sin embargo hay que calcular primero la velocidad V_A .

$$V_A = Q/A = Q/(by) = 20/(5 \cdot 2) = 2 \text{ m/s}$$

$$V_A = 2 \text{ m/s}$$

Sustituimos valores en la carga de presión y resolvemos.

$$P_A/\gamma = 2 \cos 20^\circ (\cos 20^\circ + (2^2/(9.81 \cdot 6))) = 1.89 \text{ m}$$

$$P_A/\gamma = 1.89 \text{ m}$$

Cálculo de la carga de velocidad $V_A^2/2g = (2^2/19.62) = 0.20 \text{ m}$

$$V_A^2/2g = 0.20 \text{ m}$$

Realizamos la sumatoria de los términos $E_A = 0.362 + 1.89 + 0.2 = 2.45 \text{ m}$

$$E_A = 2.45 \text{ m.}$$

$E_B = Z_B + (P_B/\gamma) + (V_B^2/2g)$; trabajando en forma independiente sus términos tenemos:

$$Z_B = 0$$

$$P_B/\gamma = y_B$$

$$V_B^2/2g = Q^2/(2gb^2y_B^2) = 20^2/(490.5y_B^2) = 0.82/y_B^2 \quad ; \quad (V_B^2/2g) = (0.82/y_B^2)$$

Sumando todos los términos tenemos:

$$E_B = 0 + y_B + (0.82/y_B^2)$$

Como $E_A = E_B$

$$2.45 = y_B + (0.82/y_B^2)$$

Desarrollando ésta ecuación y despejando el valor de y_B se obtiene una ecuación cúbica, que es la siguiente:

$$y_B^3 - 2.45y_B^2 + 0.82 = 0$$

Donde sus soluciones son $y_1 = -0.525$; $y_2 = 2.29$; $y_3 = 0.68$ por lo tanto $y_B = 2.29 \text{ m}$

la solución No.1 (negativa) no tiene ningún sentido físico, la solución No.3 no es lógica por que el ejemplo trata de una curva cóncava, entonces el tirante en "B" no se puede reducir, al contrario aumenta, por lo tanto la solución es:

$$y_B = 2.29 \text{ m.}$$

Ejemplo 1.5:

Demuestre que en un canal rectangular muy ancho el radio hidráulico es aproximadamente igual al tirante ($R_h \approx y$).

Sol:

Para canal rectangular $A = by$, el perímetro mojado $P = b + 2y$, y el radio hidráulico $R_h = by/(b + 2y)$.

Si al radio hidráulico se le divide al numerador, como al denominador por "b", tenemos:

$$R_h = (by/b)/((b + 2y)/b) = y/(1 + 2y/b)$$

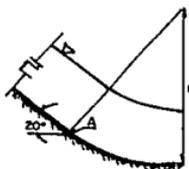
Como se trata de un canal con ancho "b" muy grande, en el denominador de la ecuación anterior $2y/b$ tiende a cero ; es decir $2y/b \approx 0$, quedando la ecuación:

$$R_h = y/(1 + 0) = y/1 = y ; \quad R_h = y \text{ l.q.q.d.}$$

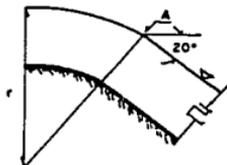
Ejemplo I.6:

Calcule la carga de presión en el punto A en la plantilla de las siguientes curvas verticales:

- a) Curva cóncava mostrada en la figura con $V=4.0$ m/s.
b) Curva convexa mostrada en la figura con $V=4.0$ m/s.



a)



b)

Sol:

a) Datos $\theta=20^\circ$, $d=2.0$ m, $r_s=8.0$ m, $r_m=(8+6)/2=7.0$ m.

$$P/\gamma = (d \cos\theta + V^2 d / (g r)) = (2 \cos 20^\circ + (4^2 \cdot 2) / (9.81 \cdot 7)) = 2.35 \text{ m.}$$

$$P = 2.35 \cdot 1000 = 2350 \text{ kg/m}^2.$$

b) $P/\gamma = (2 \cos 20^\circ - (4^2 \cdot 2) / (9.81 \cdot 7)) = 1.413 \text{ m.}$

$$P = 1.413 \cdot 1000 = 1413 \text{ kg/m}^2.$$

Ejemplo I.7:

La sección transversal de un río fue medida en el campo obteniéndose los siguientes datos:

X	0	1	3	5	8	10	12	16	18	20	22	24	25	27
Y	6.85	5.85	5.25	3.15	2.05	1.55	1.45	0.85	1.20	1.95	3.85	4.45	5.35	6.35

- a).-Calcular y dibujar curvas que relacionen al tirante con los elementos geométricos de la sección (A,B,P,R, R_h , V).
b).-A partir de las curvas dibujadas en el inciso anterior, determinar todos los elementos de la sección para un tirante de 4.30m.
c).-Para el tirante indicado en el inciso anterior, se midió una velocidad superficial del agua, mediante flotadores, resultando ser de 1.38 m/s. Calcular el valor aproximado del gasto.
d).-Considerando que la velocidad superficial es la máxima, determine los valores aproximados de los coeficientes α y β .

Sol:

Para llegar a la solución, y como esta planeado el problema, graficamos en papel milimétrico las coordenadas dadas, posteriormente medimos los tirantes sobre el papel, con la escala adecuada cuantificamos las características geométricas requeridas. (ver figura I.11). Estos tirantes empezaran con 1.5m. de altura, se incrementaran cada medio metro, es decir $y= 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.5$ m. Los resultados que arrojo el papel milimétrico fueron los siguientes:

Para $y_1=1.5\text{m}$.	$P= 14.9\text{ m}$.	$B= 14.5\text{ m}$.	$A= 15.1\text{ m}^2$.	$R_h= 1.01\text{ m}$.	$Y= 1.04\text{m}$.
Para $y_2=2.0\text{m}$.	$P= 16.1\text{ m}$.	$B= 15.4\text{ m}$.	$A= 22.56\text{ m}^2$.	$R_h= 1.40\text{ m}$.	$Y= 1.46\text{m}$.
Para $y_3=2.5\text{m}$.	$P= 17.3\text{ m}$.	$B= 16.4\text{ m}$.	$A= 30.42\text{ m}^2$.	$R_h= 1.76\text{ m}$.	$Y= 1.85\text{m}$.
Para $y_4=3.0\text{m}$.	$P= 18.9\text{ m}$.	$B= 17.5\text{ m}$.	$A= 39.15\text{ m}^2$.	$R_h= 2.07\text{ m}$.	$Y= 2.24\text{m}$.
Para $y_5=3.5\text{m}$.	$P= 21.35\text{m}$.	$B= 19.8\text{ m}$.	$A= 48.52\text{ m}^2$.	$R_h= 2.27\text{ m}$.	$Y= 2.45\text{m}$.
Para $y_6=4.0\text{m}$.	$P= 22.65\text{m}$.	$B= 20.8\text{ m}$.	$A= 58.65\text{ m}^2$.	$R_h= 2.59\text{ m}$.	$Y= 2.82\text{m}$.
Para $y_7=4.5\text{m}$.	$P= 24.15\text{m}$.	$B= 22.0\text{ m}$.	$A= 69.32\text{ m}^2$.	$R_h= 2.87\text{ m}$.	$Y= 3.15\text{m}$.
Para $y_8=5.5\text{m}$.	$P= 29.30\text{m}$.	$B= 26.37\text{m}$.	$A= 93.86\text{ m}^2$.	$R_h= 3.20\text{ m}$.	$Y= 3.56\text{m}$.

a).-Vaciamos estos datos en una gráfica que relaciones tirantes contra elementos geométricos (ver gráfica I.1)

b).Con tirante $y=4.3\text{m}$.y con ayuda de la gráfica I.1, calculamos los elementos geométricos para este tirante.

$A= 65.5\text{ m}^2$; $B= 21.5\text{ m}$; $P= 23.8\text{m}$; $R_h= 2.72\text{m}$; $Y= 3.09\text{m}$.

c).- $Q=VA$; $V_{\text{media}} = 0.8V_{\text{superficial}} = 0.8*1.38 = 1.104\text{m/s}$; $A=65.5\text{m}^2$.

$$Q=1.104*65.5=72.312\text{ m}^3/\text{s}$$

d).- $\epsilon = (V_{\text{máxima}} / V_{\text{media}}) - 1 = (1.38/1.104) - 1 = 0.25$

$$\alpha = 1 + 3\epsilon^2 - 2\epsilon^3 = 1 + 3*0.25^2 - 2*0.25^3 = 1.16$$

$$\beta = 1 + \epsilon^2 = 1 + 0.25^2 = 1.06$$

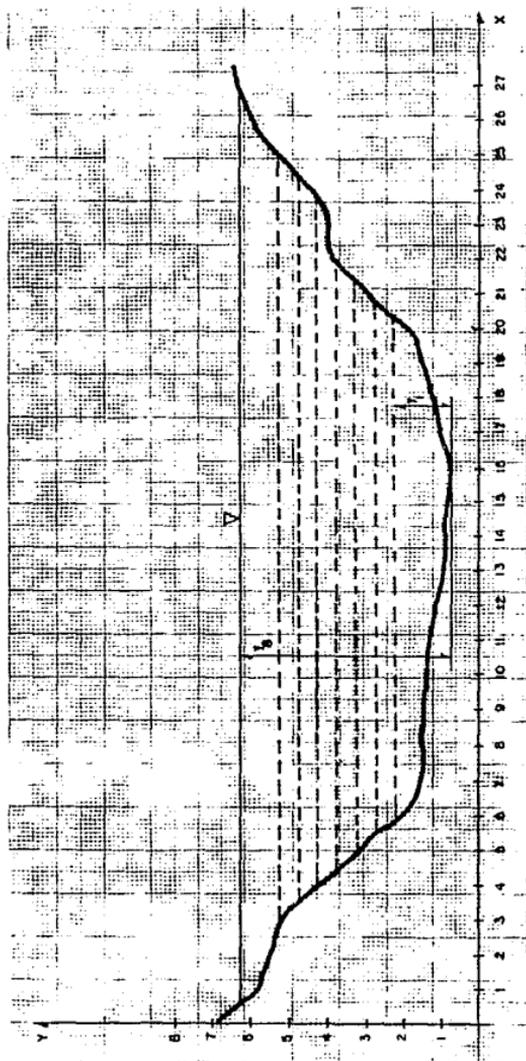
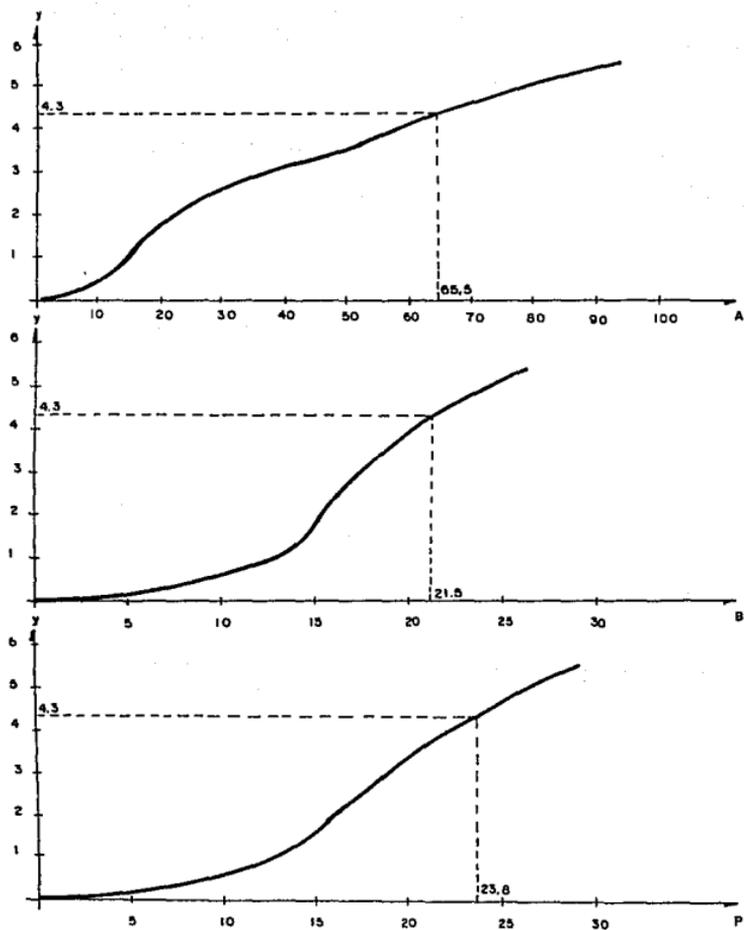
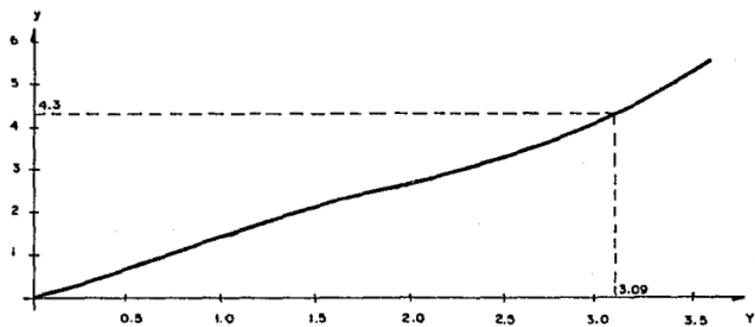
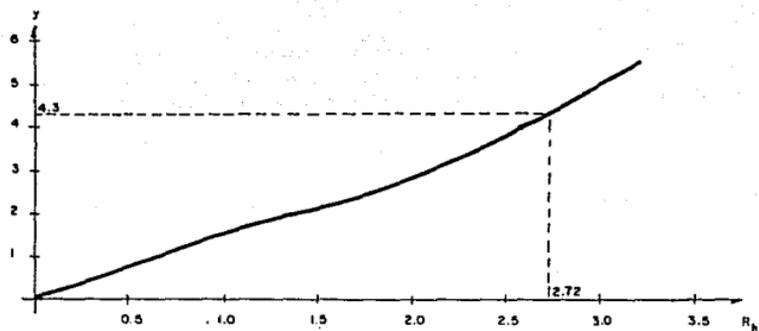


FIG.1.11 Sección transversal de un río, ejemplo 17.



Gráfica I.1, Ejemplo 1.7



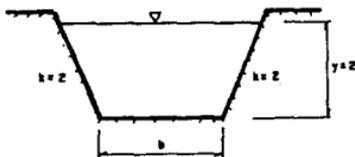
Continuación gráfica 1.1

Ejemplo 1.8:

Para el canal trapezoidal con taludes $k=2$ y tirante $y=2.0\text{m}$ mostrado en la figura.

a).- Calcule los elementos de la sección (R_h , Y) para los siguientes anchos $b=2,5,10,20,40\text{m}$.

b).- Compare los resultados anteriores con el tirante $y=2.0\text{m}$ y enuncie sus conclusiones.



Sol:

$k=2.0$ y $b=2.0\text{ m}$.

$$P=b+2y\sqrt{1+k^2}=2+2(2)\sqrt{1+2^2}=10.94\text{ m.}$$

$$A=by+ky^2=(2)(2)+(2)(2^2)=12\text{ m}^2.$$

$$B=b+2ky=2+(2*2*2)=10\text{ m.}$$

$$R_h=A/P=12/10.94=1.096\text{ m.}$$

$$Y=A/B=12/10=1.2\text{ m.}$$

Para $b=10\text{ m}$. Para $b=20\text{ m}$. Para $b=40\text{ m}$.

$$R_h=1.48\text{ m.}$$

$$R_h=1.66\text{ m.}$$

$$R_h=1.79\text{ m.}$$

$$Y=1.55\text{ m.}$$

$$Y=1.71\text{ m.}$$

$$Y=1.83\text{ m.}$$

b).- Conclusiones: A medida que el ancho de la plantilla del canal aumenta, el " R_h " y " Y ", tienden a aproximarse al tirante $y=2.0\text{m}$

Ejemplo 1.9:

El siguiente problema es una práctica que se realiza en el laboratorio de Hidráulica de la Facultad en la asignatura de Hidrología, pero nos va a ser de gran ayuda, para poder determinar el gasto por el método de sección-velocidad. El gasto se conocerá a través de la práctica experimentalmente y analíticamente por medio del vertedor triangular con que cuenta el modelo. Este modelo asemeja a un canal natural.

Desarrollo:

Se escoge una sección del canal y se divide en dovelas, esto debido a la distribución de velocidades. Con ayuda de un limnómetro calculamos los tirantes al centro de cada dovela y en los límites de cada dovela.

En las dovelas del extremo, se calculará la velocidad con ayuda del micromolinete, esta velocidad es la velocidad media, ya que se medirá a 0.6 del tirante.

En la dovela del centro la velocidad se medirá a 0.2 y 0.8 del tirante y un promedio de estas dos velocidades nos dará la velocidad media (ver criterios para calcular la velocidad media).

El micromolinete es un aparato para conocer la velocidad del flujo en determinado punto del canal, consta de unas campanas que se sujetan al limnómetro en contracorriente y así las hacen girar para contar el número de golpes y el tiempo que se utiliza para estos golpes, la fórmula que utilizaremos para

conocer la velocidad con el micromolinete empleado es la siguiente:

$$V = 0.3 * (\# \text{ golpes/tiempo}) \dots [\text{m/s}]$$

Sol:

Según la figura 1.12:

Calculo de a_1 :

$$(7.06 * 8.25) / 2 + ((33.34 + 27.06) / 2) * 8.25 = 360.7725 \text{ cm}^2 (\text{área geométrica}) + 24.75 \text{ cm}^2 (\text{área no geométrica}).$$

$$a_1 = 385.5225 \text{ cm}^2 = 0.03855225 \text{ m}^2.$$

Calculo de a_2 :

$$((33.34 + 35.56) / 2) * 8.25 + ((34.35 + 35.56) / 2) * 8.25 = 572.591 \text{ cm}^2 (\text{área geométrica}) + 7.5 \text{ cm}^2 (\text{área no geométrica}).$$

$$a_2 = 580.091 \text{ cm}^2 = 0.0580091 \text{ m}^2.$$

Calculo de a_3 :

$$(18.11 * 8.2) / 2 + ((18.11 + 34.35) / 2) * 8.2 = 289.337 \text{ cm}^2 (\text{área geométrica}) + 6.25 \text{ cm}^2 (\text{área no geométrica}).$$

$$a_3 = 295.587 \text{ cm}^2 = 0.0295587 \text{ m}^2.$$

Calculo de la velocidad media en cada dovela:

$$v_1 = 0.3 * (10 / 14.5) = 0.2069 \text{ m/s}; v_2 = (0.3 * (10 / 11.5) + 0.3 * (10 / 12)) / 2 = 0.2554 \text{ m/s}; v_3 = 0.3 * (10 / 18) = 0.167 \text{ m/s}$$

Calculo de gastos parciales:

$$q_1 = (0.03855225 * 0.2069) = 0.00798 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q_2 = (0.0580091 * 0.2554) = 0.01482 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q_3 = (0.0295587 * 0.167) = 0.00494 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Calculo de } Q_{\text{teor}} = 0.00798 + 0.01482 + 0.00494 = 0.028 \text{ m}^3/\text{s} (\text{teórico}).$$

Calculo del gasto analítico, con ayuda de la fórmula de la Universidad Católica de Chile, que es la siguiente:

$$Q = (8/15) \sqrt{(2g) \tan(\Theta/2) \mu k h_v^{5/2}}$$

$$\tan(53.8/2) = 0.507; h_v^{5/2} = (0.4308 - 0.1488)^{5/2} = 0.0422302; \mu = 0.605; k = 1.0$$

$$Q = (8/15) \sqrt{(19.62) * 0.507 * 0.605 * 1 * 0.0422302} = 0.030 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Veamos el error relativo:

$$e_r = ((0.030 - 0.028) / 0.030) * 100 = 6.67\%$$

Podemos observar que el gasto teórico y el gasto analítico son muy parecidos y eso se refleja en el error relativo, lo que nos hace pensar que el método de sección-velocidad es muy confiable.

Ejemplo 1.10:

Demuestre el número de Froude: $F_R = V/\sqrt{gL}$.

Sol:

Partimos de que el número de Froude $F_R = F_{inercia} / F_{gravedad}$

Donde $F_{inercia} = ma$; $F_{gravedad} = F_g$.

En términos dimensionales:

$$m = \rho L^3 ; a = LT^{-2}$$

$$[ma] = \rho L^3 LT^{-2} ; a = VT^{-1} = LT^{-2} ; [ma] = \rho L^3 VT^{-1} ; V = LT^{-1} :$$

$$[F_g] = \rho L^2 V^2$$

$$[F_g] = \gamma L^3$$

$$F_R = (\rho L^3 V^2) / (\gamma L^3) ; g = \gamma / \rho$$

$$F_R = V^2/(gL) = V / \sqrt{gL} \dots \text{l.q.q.d.}$$

Ejemplo 1.11:

Un modelo de canal se usa para simular un canal prototipo de $b=30.48m$, de ancho, llevando un caudal de $Q=14.16m^3/s$ con una profundidad $y=1.22m$. El modelo se a diseñado para el efecto de la gravedad y se asume una condición de flujo turbulento. Determinar el tamaño mínimo del modelo y la relación de escalas, suponiendo que el limite superior de la región de flujo transicional sea $R_{tm}=2000$.

Sol:

La solución de este problema la vamos a realizar iterando; es decir daremos valores a b_m , calculamos y_m , L_m , V_m , R_{tm} , con estos valores calculamos el número de Reynolds del modelo hasta que se cumpla la condición de $R_{tm}=2000$.

b_m	$y_m=0.04b_m$	$L_m=30.48/b_m$	$V_m=0.123/\sqrt{L_m}$	$R_{tm}=1.13/L_m$	$R_{tm}=V_m R_m / v$
3.0	0.12	10.16	0.0366	0.1112	4292
2	0.08	15.24	0.0315	0.0741	2336,18
1.81	0.0724	16.84	0.0300	0.0671	2011
1.7	0.068	17.93	0.029	0.0630	1831

Por lo tanto la solución es :

$L_m = 16.84$, $b_m = 1.81m$, $y_m = 0.0724m$. (ver referencia No.4 para conocer la teoría de "SIMILITUD" aplicada en este ejemplo).

1.4 PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 1.1:

Encuentre las características geométricas de las siguientes secciones:

a) Rectangular con $b=20\text{m}$. ; $y=2\text{m}$.

Sol: $A=40\text{m}^2$, $B=20\text{m}$, $P=24\text{m}$, $R_h=1.67\text{m}$, $Y=2.0\text{m}$.

b) Trapecial con $b=2\text{m}$. ; $y=2\text{m}$; $k=2$

Sol: $A=12\text{m}^2$, $B=10\text{m}$, $P=10.94$, $R_h=1.097\text{m}$, $Y=1.2\text{m}$.

c) Circular con $y=2\text{m}$. ; $D=10\text{m}$.

Sol: $A=11.18\text{m}^2$, $B=8.0\text{m}$, $P=9.24\text{m}$, $Y=1.4\text{m}$, $R_h=1.21\text{m}$.

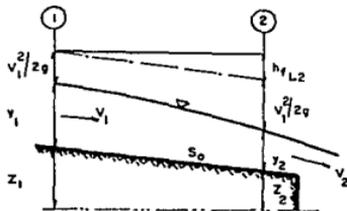
Problema 1.2:

Con referencia a la figura siguiente; demostrar que la descarga teórica del escurrimiento puede expresarse como:

$$Q = A_2 \sqrt{[(2g \cdot (\Delta y - h)) / (1 - (A_2/A_1)^2)]}$$

Donde:

Δy . Es el desnivel de la superficie libre del agua entre las secciones 1 y 2.



Problema 1.3:

En un río de 12 metros de ancho de superficie libre se midió la velocidad media, con un molinete hidráulico, a diferentes distancias horizontales, arrojando los siguientes datos:

X	0	0.75	2.25	3.75	5.25	6.75	8.25	9.75	11.25	12
Y	0	0.30	0.67	0.975	1.34	1.52	1.04	0.67	0.37	0
V _{med}	-	0.46	0.58	0.67	0.88	1.01	0.82	0.55	0.43	-

Donde :

X.-Distancia desde la orilla, en metros.

Y.-Profundidad del fondo, en metros.

V_{med}.-Velocidad media sobre la vertical.

Calcular:

a) El gasto total "Q".

b) Velocidad media de toda la sección transversal "V_{meda}".

c) Coeficientes α y β

Sol:

$$Q_1 = 8.03 \text{ m}^3/\text{s} \quad , \quad V_{meda} = 0.773 \text{ m/s} \quad , \quad \alpha = 1.175 \quad , \quad \beta = 1.060$$

Problema 1.4:

Utilizando la ecuación del radio hidráulico en un canal rectangular, dibuje las curvas que representan las siguientes variaciones:

a) R_h -Y, cuando "b" permanece constante.

b) R_h -b, cuando "Y" permanece constante.

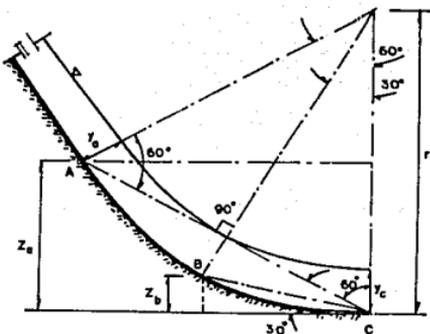
c) Calcular los valores asintóticos de las curvas anteriores.

Sol:

$$c) \quad b = \text{cte} \quad , \quad \lim_{Y \rightarrow \infty} [by/(b+2y)] = \underline{b/2} \quad ; \quad Y = \text{cte} \quad , \quad \lim_{b \rightarrow \infty} [by/(b+2y)] = \underline{y}$$

Problema 1.5:

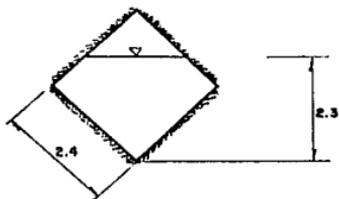
La curva de transición entre la plantilla de un vertedor y el canal horizontal de salida tiene la geometría que se indica en la figura. Considerando que el flujo en la transición tiene una velocidad de 13.8 m/s. Determinar la presión en el punto "B" para la sección intermedia "OB".



Sol: $P = 0.397 \text{ kg/cm}^2$

Ejemplo 1.6:

Para la alcantarilla de sección como se muestra en la figura de 2.4m. de lado, calcule el R_x , Y .



Sol.: $R_x = 0.703 \text{ m}$, $Y = 2.1 \text{ m}$.

II FLUJO UNIFORME.

II. FLUJO UNIFORME.

II.1 CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO UNIFORME.

En general el flujo uniforme ocurre únicamente en canales prismáticos muy largos, rectos, de sección y pendiente constante.

Algunas de las características más importantes del flujo uniforme se representan en la siguiente figura:

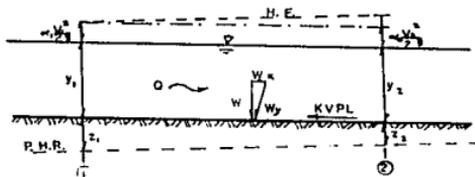


Fig. II.1 Características importantes del flujo uniforme.

S_0 = Pendiente de plantilla.

S = Pendiente de la superficie libre del agua.

S_e = Pendiente de la línea de energía, (gradiente de energía ó gradiente hidráulico)

EN FLUJO UNIFORME:

$$y_1 = y_2 = y_0 = \text{tirante normal}$$

$$A_1 = A_2 = A_{\text{tir.}}$$

$$V_1 = V_2 = V_{\text{tir.}}$$

$$S_0 = S_e.$$

Un flujo uniforme se desarrollará solo si la resistencia de las fuerzas que se oponen al movimiento en la dirección del flujo, se contrarresta con las componentes de las fuerzas de gravedad.

II.2 ECUACION DE CHEZY.

(Fórmula de fricción para canales con flujo uniforme).

La expresión más usual de cálculo para flujo uniforme y permanente en canales, es la ecuación de Chézy:

$$V = CR_h^{1/2} S_f^{1/2} \quad \text{----(Ec. II.1)}$$

$$Q = C(A) \sqrt{R_h S_f} \quad \text{----(Ec. II.1 a)}$$

Donde:

C.- coeficiente de Chézy, en m^{1/2}/s

II.3 ECUACION DE MANNING-STRICKLER.

Dentro de las fórmulas más usuales para el cálculo del coeficiente "C" de Chézy se encuentra la de Manning-Strickler:

$$C = R_h^{1/6} / n \quad \text{----(Ec. II.2)}$$

Dando lugar a la expresión:

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_f^{1/2} \quad \text{----- (Sistemametrico)} \quad \text{----(II.2 a)}$$

$$V = \frac{1.49}{n} R_h^{2/3} S_f^{1/2} \quad \text{----- (Sistemaingles)} \quad \text{----(II.2 b)}$$

donde:

n.- coeficiente de rugosidad, en m^{1/2}/s (depende del tipo de material de que este recubierto el canal, ver referencia tabla 2.4 pag. 49 referencia 1)

RUGOSIDAD EQUIVALENTE (n_{eq}):

Cuando se tiene una sección de canal con porciones del perímetro mojado con rugosidades distintas un valor aproximado del coeficiente de rugosidad, nos lo dan los siguientes criterios: (ver referencia 1 pag. 52).

- Criterio de Lotter.
- Criterio de Pavlovski.
- Criterio de Hurton-Einstein.

II.4 CALCULO DEL FLUJO UNIFORME.

En el cálculo del flujo uniforme se pueden presentar dos tipos de problemas:

a). Revisión

En los problemas de revisión generalmente interesa calcular el gasto "Q" que circula por un canal

conocidos "y", n y S.

B). Diseño

En este tipo de problemas interesa conocer la geometría del canal, si se conoce Q, n y S.

CALCULO DEL TIRANTE NORMAL (y_n):

- Método numérico.- A a partir de la ecuación de Manning, en su forma $Q = VA = (AR_n^{2/3}S^{1/2})/n$, o $Qn/S^{1/2} = AR_n^{2/3}$, se conoce $Qn/S^{1/2}$; se proponen valores del tirante, se calcula el término $AR_n^{2/3}$, y se compara con $Qn/S^{1/2}$, hasta que sean iguales, y ese es el tirante correcto.

- Método gráfico.- La relación $Qn/S^{1/2} = AR_n^{2/3}$, se divide entre $b^{2/3}$, y con el valor de $Qn/(S^{1/2}b^{2/3})$, se entra a la gráfica 2.7 pag. 55 (ref. 1), de donde se obtiene la relación y/b , de donde se despeja el valor de "y".

Para el caso de canales circulares y en herradura $Qn/S^{1/2}$, se divide entre el diámetro $D^{2/3}$, e igualmente entrar a la gráfica 2.7, o para un valor de la relación y/D , se puede recurrir a las tablas 2.5 y 2.6 de las pag. 56 y 57 de la ref. 1.

II.5 DISEÑO DE CANALES REVESTIDOS.

Un tema de gran importancia en el área de hidráulica de canales es el diseño de canales capaces de transportar agua entre dos puntos, de una forma segura a un costo óptimo. aunque economía, seguridad y estética siempre se deben considerar, en esta parte sólo se tratarán los aspectos hidráulicos de canales.

A partir de la ecuación de Manning y Chézy, se desprende que la capacidad de gasto de un canal aumenta al incrementarse el radio hidráulico ó disminuir el perímetro mojado. Por lo tanto, desde el punto de vista hidráulico, existe para todas las secciones transversales, de una forma geométrica determinada, un área óptima. De todas las posibles secciones transversales, la mejor sección hidráulica corresponde a la de un semicírculo, ya que, para un área dada, tiene el menor perímetro mojado. Las dimensiones de la sección hidráulicamente óptima para una forma geométrica dada se pueden derivar fácilmente (referencia 1 y 2); los elementos geométricos de estas secciones se muestran en la tabla II.1.

Cabe aclarar que desde el punto de vista práctico la sección hidráulicamente óptima no es necesariamente la más económica (véase referencia 1).

El término bordo libre se refiere a la distancia vertical entre la parte superior del canal o de su recubrimiento y la de la superficie libre del agua. Su propósito es prevenir el derrame sobre el revestimiento ó el canal por fluctuaciones en la superficie libre causadas por: a).- oleaje producido por el viento; b).- mareas; c).- saltos hidráulicos; d).- sobreelevación del agua ocasionada por su paso por curvas a alta velocidad, etc.

El bordo libre (B.L.) asociado al revestimiento y a la parte superior del canal se puede estimar con las curvas empíricas mostradas en la figura 2.16 (referencia 1); en función del gasto Q.

Finalmente cabe mencionar que el diseño de canales no revestidos será tratado ampliamente en el capítulo VII de este trabajo.

Sección transversal	Area(m ²)	Perímetro mojado(m)	Radio hidráulico (m).	Ancho sup. libre del agua(m)	tirante hidráulico medió(m)
	$A = [(2y^2)/(\text{sen}\theta) - y^2 \cot\theta]$	$P = [(4y)/(\text{sen}\theta) + 2y \cot\theta]$	$R_n = A/P$	$B = 2y/\text{sen}\theta$	$Y = A/B$
<p>sección de máx. eficiencia blo.</p>	$A = 1.735y^2$	$P = 3.465y$	$R_n = y/2$	$B = 2.31y$	$Y = 0.75y$
	$A = 2y^2$	$P = 4y$	$R_n = y/2$	$B = 2y$	$Y = y$
	$A = 0.58y^2$	$P = 2.31y$	$R_n = 0.25y$	$B = 1.154y$	$Y = 0.502y$
	$A = (\pi r^2)/2$	$P = \pi r$	$R_n = y/2$	$B = 2y$	$Y = (\pi r)/4$

TABLA II.1 Secciones hidráulicamente óptimas.

II.6 EJEMPLOS RESUELTOS.

Ejemplo II.1:

Se tiene un canal trapecial revestido con concreto sin acabado ($n=0.017$), diseñado con una pendiente de 0.00067, revisar cual es valor del gasto Q , si presenta un tirante de 1 m., un ancho $b=2$ m., y taludes $k=2$.

Sol:

$$A = (2 + 2 \cdot 1.2)(1.2) = 5.28 \text{ m}^2.$$

$$P = 2 + (2 \cdot 1.2)(\sqrt{1+4}) = 7.36 \text{ m.}$$

$$R_h = 5.28 / 7.36 = 0.716 \text{ m.}$$

aplicando la formula de Manning:

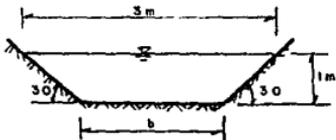
$$Q = (5.28 / 0.017)(0.716)^{2/3} (\sqrt{0.00067}) = 6.44 \text{ m}^3/\text{s}.$$



Ejemplo II.2:

El canal trapecial de la figura está revestido de concreto rugoso y tiene una pendiente de 0.050 m por kilómetro, calcular el gasto utilizando las siguientes formulas de fricción (referencia 1):

- Ganguillet y Kutter
- Kutter
- Bazin
- Kozeny
- Manning-Strickler
- Pavlovski



Sol:

- a). De la tabla 2.3 (ref. 1), se tiene para concreto rugoso: $n = 0.017$

$$\text{el talud } k = \tan 45^\circ = 1$$

$$S_o = 0.05 / 1000 = 0.00005$$

$$\text{de } B = b + 2ky \Rightarrow b = B - 2ky = 3 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \text{ m.}$$

$$A = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1^2 = 2 \text{ m}^2$$

$$P = 1 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{1+1^2} = 3.83 \text{ m}$$

$$R_h = 0.522 \text{ m}$$

Aplicando la formula para el coeficiente "C":

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0.0015}{S_o}}{1 + (23 + \frac{0.0015}{S_o}) \left(\frac{n}{\sqrt{R_h}} \right)} = \frac{23 + \frac{1}{0.017} + \frac{0.0015}{0.00005}}{1 + (23 + \frac{0.0015}{0.00005}) \left(\frac{0.017}{\sqrt{0.522}} \right)} = 49.63$$

Aplicando la ec. II.1

$$V = C\sqrt{R_h S_b} = (49.63)\sqrt{(0.522 \cdot 0.00005)} = 0.21 \text{ m/s}$$

$$\therefore Q = 0.496 \text{ m}^3/\text{s}$$

b). el coeficiente m , para la fórmula de Kutter, es $m = 0.65$ (tabla 2.2 pag. 45 ref. 1)

$$C = (100\sqrt{R_h}) / (m + \sqrt{R_h}) = (100\sqrt{0.522}) / (0.65 + \sqrt{0.522}) = 52.64$$

$$V = 52.64\sqrt{(0.522 \cdot 0.00005)} = 0.269 \text{ m/s}$$

$$\therefore Q = 0.538 \text{ m}^3/\text{s}$$

c). el coeficiente B , de Bazin, vale 0.45 (tabla 2.2 ref. 1)

$$C = 87 / [1 + (B/\sqrt{R_h})] = 87 / [1 + (0.45/\sqrt{0.522})] = 53.61$$

$$V = 53.61 \cdot 0.0051 = 0.274 \text{ m/s}$$

$$\therefore Q = 0.548 \text{ m}^3/\text{s}$$

d). El coef. $N_c = 60$ (ref. 1)

$$Y = A/B = 2/3 = 0.667 \text{ m}$$

$$C = 20 \log Y + N_c = 20 \log 0.667 + 60 = 56.48$$

$$V = 56.48 \cdot 0.0051 = 0.288 \text{ m/s}$$

$$\therefore Q = 0.577 \text{ m}^3/\text{s}$$

e). $n = 0.017$

$$C = R_h^{1/5} / n = 0.522^{1/5} / 0.017 = 52.78$$

$$V = 52.78 \cdot 0.0051 = 0.269 \text{ m/s}$$

$$\therefore Q = 0.539 \text{ m}^3/\text{s}$$

f). $n = 0.017$

$$C = R_h^z / n, \text{ donde } z = 1.5 \cdot n^{1/2} = 1.5 \cdot 0.017^{1/2} = 0.195$$

$$C = 0.522^{0.195} / 0.017 = 51.8$$

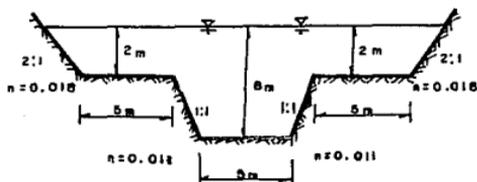
$$V = 51.8 \cdot 0.0051 = 0.264 \text{ m/s}$$

$$\therefore Q = 0.528 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ejemplo II.3:

Determine de manera aproximada la descarga total del canal mostrado en la figura, si en el eje de simetría del mismo las velocidades que se registraron a diferentes profundidades fueron las siguientes:

V(m/s)	profund. (m)
1.35	0.2(β) = 1.600
1.10	0.6(β) = 4.80
0.85	0.8(β) = 6.40



Sol:

Para la sección (2):

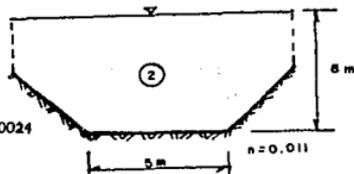
$$V_m = (V_{0.87} + V_{0.27})/2 = (1.35 + 0.85)/2 = 1.1 \text{ m/s}$$

$$A_2 = 5 \cdot 6 + 1 \cdot 6^2 + 17 \cdot 2 = 100 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 5 + 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{1+1^2} = 25.97 \text{ m}$$

$$R_{h2} = 100/25.97 = 3.85 \text{ m}$$

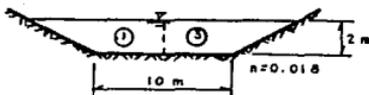
$$S^{1/2} = (vn)/R_h^{2/3} = (1.1 \cdot 0.011)/3.85^{2/3} = 0.0049 \Rightarrow S = 0.000024$$



Aplicando Manning:

$$Q_2 = (100 \cdot 3.85^{2/3} \cdot 0.0049)/0.011 = 109.99 = 110 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para la sección (1) y (3), se tiene que $n_1 = n_3$, entonces se puede considerar a la sección como una sola:



$$A = 10 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 = 28 \text{ m}^2; P = 10 + 2 \cdot \sqrt{1+2^2} = 18.94 \text{ m}; R_h = 28/18.94 = 1.48 \text{ m}$$

$$Q_{1,3} = (2881.46^{2/3} \cdot 0.0049)/0.018 = 9.95 \text{ m}^3/\text{s}$$

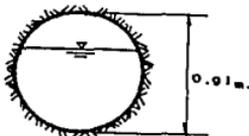
$$Q_1 = Q_{1,3} + Q_2 = 110 + 9.95 = 119.95 = 120 \text{ m}^3/\text{s}$$

Cabe aclarar que para el cálculo del gasto aproximado dado que se está tomando la velocidad media en el eje de simetría del canal como si fuera representativa para toda la sección compuesta.

Ejemplo II.4:

El conducto circular de concreto ($n=0.011$), mostrado en la figura, conduce aguas de lluvia en flujo uniforme con la sección llena a la mitad y $Q=1.2 \text{ m}^3/\text{s}$.

- Determine la pendiente que debe tener el conducto
- Con la pendiente calculada en el inciso anterior, calcule el gasto máximo que podría conducir y el tirante para el que ocurriría
- con la misma pendiente, determine el gasto que conduciría el tubo cuando se llene totalmente la sección



Sol:

- Para diseñar un canal revestido, se debe hacer uso de la expresión de Manning: $Qn/S_0 = AR_h^{2/3}$
 - primamente se tiene que el conducto trabaja a la mitad de capacidad, por lo que la relación $y/D = 0.5$
 - con ese valor de la tabla 2.5 (ref.1), obtenemos que $AR_h^{2/3}/D^{8/3} = 0.1558$
 - entonces $AR_h^{2/3} = 0.1558 \cdot 0.91^{8/3} = 0.1212$
 - el valor calculado deberá ser igual a $Qn/S_0^{1/2}$, de donde despejando S_0 y sust. datos:
 $S_0 = [(Qn)/0.1212]^2 = [(1.2 \cdot 0.011)/0.1212]^2 = 0.0119$
- para determinar el gasto máximo que puede circular en el conducto, de la tabla 2.5 (ref. 1), localizamos el valor máximo de la relación $AR_h^{2/3}/D^{8/3}$. vemos que dicho valor es de 0.3353 y corresponde a una relación $y/D = 0.94$ entonces tenemos que $Qn/(S^{1/2}D^{8/3}) = 0.3353$, conocemos D , n y S . =>
 $Q = (0.3353 \cdot 0.91^{8/3} \cdot \sqrt{0.0119})/0.011 = 2.6 \text{ m}^3/\text{s}$
el tirante se despeja de $y/D = 0.94 \Rightarrow y = 0.94 \cdot 0.91 = 0.85 \text{ m}$
- Ahora la relación $y/D = 1.0$, por lo que de la tabla 2.5 se obtiene:
 $AR_h^{2/3}/D^{8/3} = 0.3117$
 $AR_h^{2/3} = 0.3117 \cdot 0.91^{8/3} = 0.2424$
 $Qn/S^{1/2} = 0.2424 \Rightarrow Q = (0.2424 \cdot \sqrt{0.0119})/0.011 = 2.4 \text{ m}^3/\text{s}$

Ejemplo II.5:

El canal trapecial de la figura conduce $Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$, con una pendiente $S = 0.005$, $n = 0.015$ (Manning), determine tipo de régimen (subcrítico, crítico ó supercrítico).



de la ecuación para canal hidráulicamente óptimo:

$$Qn/S^{1/2} = 12 \cdot 0.015 / \sqrt{0.005} = 2.55 = AR_n$$

proponemos valores de tirante "y" y elaboramos la siguiente tabla de cálculo:

y	A	P	$R_n^{2/3}$	$AR_n^{2/3}$	Qn/S
1.0	4.5	6.24	0.8	3.62	"
0.8	3.52	5.79	0.72	2.53	"
0.805	3.54	5.8	0.72	2.55	"

con $y = 0.805$ m. $\Rightarrow V = Q/A = (R_n^{2/3})(\sqrt{S})/n = (0.72 \cdot \sqrt{0.005})/0.015 = 3.39$ m.

$$B = 4 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.805 = 4.805$$

$Y = A/B = 3.54/4.805 = 0.737$ m. Ahora calculamos el número de Froude:

$$F_r = V/\sqrt{gY} = 3.39/\sqrt{9.81 \cdot 0.737} = 1.26 > 1 \Rightarrow \text{El régimen es supercrítico.}$$

Ejemplo II.6:

El flujo en un canal rectangular muy ancho es aproximadamente uniforme con tirante de 3.50 m. Las velocidades a la profundidad de 0.2y y 0.8y son 0.564 m/s y 0.402 m/s respectivamente, determinar:

- coeficiente "n" de fricción en la ecuación de Manning
- Pendiente "S" del canal
- gasto "q" por unidad de ancho

Sol:

a). $n = [(x-1)y^{1/6}] / [6.78(x+0.95)]$, donde $x = V_{0.2}/V_{0.8} = 0.564/0.402 = 1.4$
 $n = [(1.4-1)(3.5)^{1/6}] / [6.78(1.4+0.95)] = 0.031$

b). $V_m = (0.564 + 0.402)/2 = 0.483$ m/s
 para canales muy anchos $y = R_n = 3.50$ m
 $S = [(Vn)/R_n^{2/3}]^2 = [(0.483 \cdot 0.031)/3.5^{2/3}]^2 = 0.000042$

c). $q = Q/b = (1/n)R_n^{2/3}S^{1/2}y = VA/b = (Vy)/b = Vy = 0.483 \cdot 3.5 = 1.69$ m³/s/m

Ejemplo II.7:

Se tiene un túnel de forma circular de 3 m. de diámetro diseñado con una pendiente de 0.0004, si el túnel transporta un gasto de 2 m³/s y el coeficiente de Manning es de 0.025. Determinar el valor del tirante que se presenta en el túnel.



$$\begin{aligned} Q &= 2 \text{ m}^3/\text{s} \\ S &= 0.0004 \\ n &= 0.025 \end{aligned}$$

a). Solución numérica:

Primero calculamos la relación: $(Qn)/S^{1/2} = (2 \cdot 0.025) / \sqrt{0.0004} = 2.5 = (A)(R_n^{2/3})$.

y	$AR_n^{2/3}$	Qn/\sqrt{S}
2.0	6.35	=
1.0	1.38	=
1.5	2.91	=
1.4	2.52	=

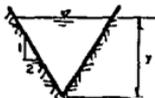
b). Solución gráfica:

$$\begin{aligned} (Qn)/S^{1/2} b^{5/3} &= 2.5/(3)^{5/3} = 0.13 \Rightarrow \text{de la gráfica 2.7 (ref. 1):} \\ y/D &= 0.45 \Rightarrow y_n = 1.35 \text{ m.} \end{aligned}$$

Ejemplo II.8:

Para las secciones mostradas a continuación considere que $S_0 = 0.008$, $n = 0.020$ y que conducen un $Q = 17 \text{ m}^3/\text{s}$, calcular:

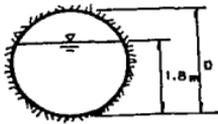
a). El tirante normal " y_n " para el canal triangular de la figura.



- b). El ancho de plantilla "b" del canal trapecial de la figura:



- c). El diámetro "D" del canal de sección circular



Sol:

a). $Qn/S_0^{1/2} = (17 \cdot 0.02) / \sqrt{0.008} = 3.8 = AR_n^{2/3}$

Se proponen valores de y_n y se calcula el término $AR_n^{2/3}$, hasta cumplir la igualdad anterior: los resultados se presentan en la siguiente tabla:

y(m)	A(m ²)	P(m)	R _n (m)	AR _n ^{2/3}	Qn/S ₀ ^{1/2} = 3.8
1	2	4.47	0.45	1.169	≠
1.4	3.92	6.26	0.62	2.87	≠
1.5	4.5	6.71	0.67	3.45	≠
1.6	5.12	7.15	0.715	4.096	≠
1.56	4.87	6.98	0.70	3.83	≈

∴ $y_n = 1.56$ m

b). $Qn/S_0^{1/2} = 3.8 = AR_n^{2/3}$

Ahora se proponen valores del ancho de plantilla hasta que se cumpla la igualdad

b(m)	A(m)	P(m)	R _n (m)	AR _n ^{2/3}	Qn/S ₀ ^{1/2} = 3.8
3.0	9.45	9.93	0.952	9.15	≠
1.0	6.35	7.93	0.863	5.48	≠
0.02	4.84	6.95	0.785	3.785	≈

∴ $b = 0.02$ m.

c). $Qn/S^{1/2} = 3.8$

proponemos una relación $y/D = 0.6 \Rightarrow D = 1.8/0.6 = 3$ m.

De la tabla 2.5 (ref. 1) obtenemos $AR_n^{1/2}/D^{8/3} = 0.2092$, lo cual deberá ser igual si:

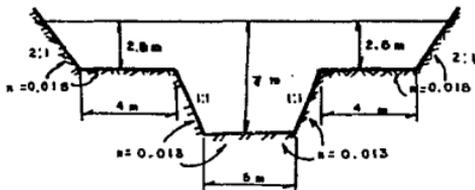
$$Qn/(S^{1/2}D^{8/3}) = 3.8/3^{8/3} = 0.2029 \approx 0.2092$$

∴ $D = 3$ m.

Ejemplo 11.9:

Para el canal de drenaje que se muestra en la figura, calcular la capacidad del canal sobre la base de considerar:

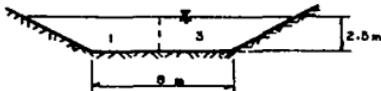
- Sección compuesta.
- Sección única con "n" equivalente (utilizar tres criterios para el calculo de n_{eq} , ver ref. 1).



sol.:

- a) para la sección (1) y (3) se puede considerar que están juntas:

$$n_1 = n_3 = 0.018$$



$$A_2 = 4 \cdot 2.5 + (2 \cdot 2.5^2) / 2 = 16.25 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 4 + 2.5 \cdot \sqrt{5} = 9.59 \text{ m.}$$

$$R_{h2} = 16.25 / 9.59 = 1.69 \text{ m.}$$

$$\Rightarrow Q_2 = (16.25 / 0.018) (1.69)^{2/3} (\sqrt{0.0005}) = 28.69 \text{ m}^3/\text{s.}$$

$$A_3 = 3 \cdot 2.5 + (2 \cdot 2.5^2) = 13.75 \text{ m}^2.$$

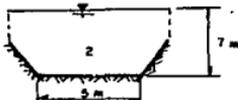
$$P_3 = 3 + 2.5 \cdot \sqrt{5} = 8.59 \text{ m.}$$

$$R_{h3} = 13.75 / 8.59 = 1.6 \text{ m.}$$

$$\Rightarrow Q_3 = (13.75 / 0.018) (1.6)^{2/3} (\sqrt{0.0005}) = 23.37 \text{ m.}$$

$$Q_{2,3} = 52.06 \text{ m}^3/\text{s.}$$

para la sección (1):



$$A_1 = 5 \cdot 4.5 + 1 \cdot 4.5^2 + 14 \cdot 2.5 = 77.75 \text{ m}^2$$

$$P_1 = 5 + 2 \cdot 4.5 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot 2.5 = 22.73 \text{ m}$$

$$R_{h1} = 77.75 / 22.73 = 3.421 \text{ m}$$

$$Q_1 = (77.75 / 0.018) (3.421)^{2/3} (\sqrt{0.0005})$$

$$Q_1 = 303.63 \text{ m}^3/\text{s.}$$

$$\Rightarrow Q_T = Q_{2,3} + Q_1 = 52.06 + 303.62 = 355.69 \text{ M}^3/\text{s}.$$

b). Para el cálculo de "n" utilizaremos : $A_T = 107.75 \text{ m}^2$; $P_T = 35.91 \text{ m}$; $R_T = 3 \text{ m}$.

-Criterio de Letter;

$$n_{eq} = P \cdot R_n^{2/3} / [\sum_{i=1}^n (P_i R_{ni}^{5/2} / n_i)]$$

$$n_{eq} = (35.91 \cdot 3^{2/3}) / [(17.73 \cdot 2.41^{5/2} / 0.013) + (9.59 \cdot 1.69^{5/2} / 0.018) + (8.59 \cdot 1.6^{5/2} / 0.018)]$$

$$n_{eq} = 0.0122$$

$$Q = (107.75 / 0.0122) (3)^{2/3} (\sqrt{0.0005}) = 410.9 \text{ m}^3/\text{s}.$$

-Criterio de Pavlovski:

$$n_{eq} = [\sum_{i=1}^n (P_i n_i^3)^{1/2} / P] = [(17.73 \cdot 0.013^3 + 9.59 \cdot 0.018^3 + 8.59 \cdot 0.018^3)^{1/2} / (35.91)]^{1/2}$$

$$n_{eq} = 0.0157$$

$$Q = (107.75 / 0.0157) (3)^{2/3} (\sqrt{0.0005}) = 318.5 \text{ m}^3/\text{s}.$$

-Criterio de Hurton-Einstein:

$$n_{eq} = [\sum_{i=1}^n (P_i n_i^{1.48} / P)]^{2/3} = 0.0131 + (9.59 + 8.59) \cdot 0.018^{1.48} / 35.91^{2/3}$$

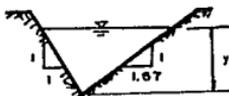
$$n_{eq} = 0.0156$$

$$Q = (107.75 / 0.0156) (3)^{2/3} (\sqrt{0.0005}) = 320.54 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Ejemplo 11.10:

Para el canal mostrado en la figura, se midieron los siguientes datos:

Q (m ³ /s)	y (m)
8.8	3.0
2.9	2.0



Se desea saber cual es el tirante que se va a tener cuando esté circulando un $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$.

Para ello utilice la expresión de Kozeny como fórmula de fricción: (ref. 1)

$$C = 20 \log Y + N_c$$

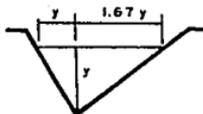
C.- Coeficiente de fricción (aplicable a la expresión de Chézy).

Y.- Tirante hidráulico.

N_c .- coeficiente de rugosidad. (debido a que no se proporcionan las características del canal, habrá que calcularlo)

Sol:

Por geometría se tiene que:



ahora, para $Q = 8.8 \text{ m}^3/\text{s}$ y $y = 3 \text{ m} \Rightarrow A = (1.67*y*y)/2 + (1*y*y)/2 = 12.01 \text{ m}^2$

$$P = y*\sqrt{(1+1.67^2)} + y*\sqrt{(1+1^2)} = 10.08 \text{ m}$$

$$R_h = A/P = 1.19 \text{ m}$$

$$B = 1*y + 1.67*y = 8.01 \text{ m}$$

$$Y = A/B = 1.5 \text{ m}$$

$$V = Q/A = 8.8/12.01 = 0.733 \text{ m/s}$$

$\sqrt{(R_h S)} = \sqrt{(1.19*S)}$, sustituyendo en la expresión de Kozeny:

$$V = (20 \log 1.5 + N_J)(1.19^{1/2}*S^{1/2}) = 0.733; \text{ de la que nos queda}$$

$$3.84*S^{1/2} + 1.09*N_e*S^{1/2} = 0.733 \dots\dots\dots (a)$$

para $Q = 2.9 \text{ m}^3/\text{s}$ y $y = 2.0 \text{ m} \Rightarrow A = 5.34 \text{ m}^2$

$$P = 6.72 \text{ m}$$

$$R_h = 0.79 \text{ m}$$

$$B = 5.34 \text{ m}$$

$$Y = 1.0 \text{ m}$$

$$V = 2.9/5.34 = 0.54 \text{ m/s}$$

$$V = (20 \log 1.0 + N_J)(0.79^{1/2}*S^{1/2}) = 0.54$$

$$0.89*N_e*S^{1/2} = 0.54 \dots\dots\dots (b)$$

tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas, las cuales al resolverlas dan como resultado:

$$N_e = 36 \text{ y } S = 0.0003$$

por otro lado para $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s} : A = 1.67*y^2/2 + y^2/2 = 1.335*y^2$

$$P = 3.36*y$$

$$R_h = 0.397*y$$

$$B = 2.67*y$$

$$Y = 0.5*y$$

$$V = [20 \log (0.5*y) + 36]*[(0.397*y)^{1/2}*0.0003^{1/2}]$$

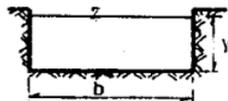
de la ecuación de continuidad $Q=A*V$, tenemos que

$$Q=10 = [20 \log (0.5*y) + 36]*[(0.397*y)^{1/2}*0.0003^{1/2}]*1.335*y^2$$

se resuelve la ecuación, y se tiene que para un valor de $y=3.15 \text{ m}$, el gasto $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$

Ejemplo II.11:

Demostrar que para una sección rectangular hidráulicamente óptima, se cumple que $b = 2y$:



Para un canal rectangular se tiene que:

$$A = by \dots\dots\dots (1)$$

$$P = b + 2y \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{de (2): } b = P - 2y \dots\dots\dots (3)$$

sustituyendo (3) en (1):

$A = Py - 2y^2$, si derivamos A con respecto a y e igualamos a cero:

$$dA/dy = 0 = P - 4y \dots\dots\dots (4)$$

sust. (2) en (4)

$$b + 2y - 4y = 0 \Rightarrow b = 4y - 2y \text{ por lo tanto } b = 2y \quad \text{l.q.q.d.}$$

Ahora mediante la expresión general para sección hidráulicamente óptima de canal trapecial (ver ref. 1):

$b = 2y[(1 - \cos \theta)/\sin \theta]$, donde $\theta = 90^\circ$, por ser canal rectangular, entonces

$$b = 2y[(1 - \cos 90)/\sin 90] = 2y[(1 - 0)/1] = 2y$$

para calcular y , se parte de la siguiente expresión (ver ref. 1):

$$y = \left(\frac{Qn}{S^{1/2}}\right)^{3/8} \left(\frac{\sin \theta}{2 - \cos \theta}\right)^{3/8} (2)^{1/4} = \left(\frac{Qn}{S^{1/2}}\right)^{3/8} \left(\frac{\sin 90}{2 - \cos 90}\right)^{3/8} (2)^{1/4} = \left(\frac{Qn}{S^{1/2}}\right)^{3/8} \left(\frac{1}{2}\right)^{3/8} (2)^{1/4}$$

de donde Q , n y S son datos del problema.

Ejemplo II.12:

La sección transversal de la figura debe conducir un $Q = 16 \text{ m}^3/\text{s}$, con $S = 0.0015$ y $n = 0.014$. Dimensionar el canal tomando como criterio el de sección de máxima eficiencia hidráulica.



Con fórmulas:

$$y = \left\{ \left[\frac{Qn}{S^{1/2}} \right]^{3/8} \left(\frac{\sin \theta}{2 - \cos \theta} \right)^{3/8} (2)^{1/4} \right\} = \left\{ \left[\frac{16 \cdot 0.014}{\sqrt{0.0015}} \right]^{3/8} \left(\frac{\sin 45}{2 - \cos 45} \right)^{3/8} (2)^{1/4} \right\} = y = 1.83 \text{ m.}$$

$$\Rightarrow b = 2y[(1-\cos\theta)/\sin\theta] = (2 \cdot 1.83)[(1-\cos 45)/\sin 45] = 1.51 \text{ m.}$$

Sin fórmulas:

Para sección con máxima eficiencia se cumple:

$$B = 2y\sqrt{1+k^2}; \quad b = B - 2ky = 2y\sqrt{1+k^2} - 2ky$$

$$P = b + B = 2y\sqrt{1+k^2} - 2ky + 2y\sqrt{1+k^2}$$

$$A = By - ky^2$$



sust. $k = 1$ en las ecuaciones anteriores:

$$B = 2.82 y; \quad b = 0.82 y; \quad P = 3.64 y; \quad A = 1.82 y^2; \quad R_h = 0.5 y$$

todos los valores anteriores quedan en función de y , así que sustituyendo en la ecuación de Manning:

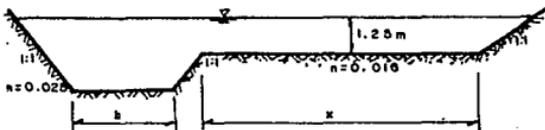
$$Qn/S^{1/2} = 16 \cdot 0.014/\sqrt{0.0015} = 5.783 = AR_h^{2/3}$$

$$5.783 = (1.82 y^2)(0.5 y)^{2/3} = 1.146 y^{8/3} \Rightarrow y = 1.83 \text{ m.}$$

$$\text{sust. } b = 0.82 \cdot 1.83 = 1.51 \text{ m.} \quad y = 1.83 \text{ m.} \quad B = 2.82 \cdot 1.83 = 5.16 \text{ m.}$$

Ejemplo II.13:

Para el canal mostrado en la figura:



- Diseñar el canal trapezoidal principal, sin invadir la ampliación, de tal forma que conduzca un $Q = 60 \text{ m}^3/\text{s}$, con $V = 1.3 \text{ m/s}$. Utilizar para diseño el criterio de sección hidráulicamente óptima.
- Determine el ancho "x" de la ampliación para que la capacidad total de la sección compuesta sea de $500 \text{ m}^3/\text{s}$, con un tirante de 1.5 m .

Sol:

- De la figura se tiene $k=1$, $\Rightarrow \theta = 45^\circ$

aplicando la expresión general para sección hidráulicamente óptima:

$$b = 2y[(1-\cos\theta)/\sin\theta] = 2y[(1-\cos 45)/\sin 45] = 0.828 \cdot y$$

$$A = Q/V = 60/1.3 = 46.15 \text{ m}^2$$

$$46.15 = by + ky^2 = 0.828 \cdot y^2 + y^2 = 1.828 \cdot y^2$$

$$\Rightarrow y = 5.02 \text{ m}; b = 0.828 \cdot 5.02 = 4.16 \text{ m}$$

$$P = 4.16 + 2 \cdot 5.02 \cdot \sqrt{2} = 14.2 \text{ m}$$

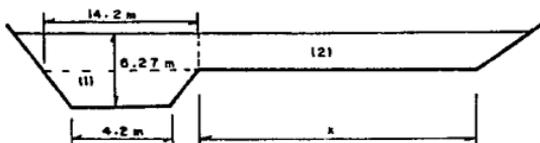
$$R_h = 5.02/14.2 = 3.25 \text{ m}$$

b). Aplicando la expresión de Manning:

$$V = (1/n)(R_h^{2/3})(S^{1/2}) = 1.3; \Rightarrow S = [(1.3 \cdot 0.025)/3.25^{2/3}] = 0.000309$$

$$Q_{\text{ampliación}} = 500 - 60 = 440 \text{ m}^3/\text{s}$$

Nos damos cuenta que el gasto de la ampliación, es muy grande, para un tirante de 1.25 m; por lo que el calculo de "x" se hará proponiendo valores de éste, calculando $AR_h^{2/3}/n$, para cada sección en la cual n es igual, tal como se ve en la siguiente figura:



como en la sección 1 se conoce la geometría, entonces se puede conocer el gasto que circula por el

$$A = 46.15 + 14.2 \cdot 1.25 + 1.25^2/2 = 64.68 \text{ m}^2$$

$$P = 18.36 + 1.25 \cdot \sqrt{2} + 1.25 = 21.38 \text{ m}$$

$$AR_h^{2/3} = 135.31 \Rightarrow Q_1 = 135.31 \cdot S^{1/2}/n_1 = (135.31 \cdot 0.000309^{1/2})/0.021 = 113.26 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{entonces } Q_2 = AR_h^{2/3} S^{1/2}/n_2 = 500 - 113.26 = 386.74 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{donde } A = X \cdot 1.25 + 1.25^2/2 \text{ y } P = X + 1.25 \cdot \sqrt{2}$$

haremos el calculo por iteraciones, los resultados se muestran en la siguiente tabla:

x(m)	$A_{\text{tot}}(\text{m}^2)$	$P_{\text{tot}}(\text{m})$	$R_h(\text{m})$	$AR_h^{2/3} S^{1/2}/n_2$	$Q=386.7 \text{ m}^3/\text{s}$
10	13.28	11.77	1.13	15.82	•
100	125.78	101.76	1.24	159.152	•
200	250.78	201.77	1.24	318.51	•
250	313.28	251.77	1.24	398.18	•
243	304.53	244.77	1.24	387.03	•

por lo tanto la longitud X= 243 m

II.7 PROBLEMAS PROPUESTOS:

Problema II.1:

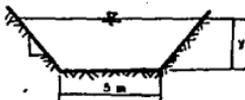
Se tiene un canal de sección rectangular de 2 m de ancho, con acabado en cemento pulido ($n=0.015$), El canal fue diseñado con una pendiente de 0.001 para transportar $5 \text{ m}^3/\text{s}$. Determinar cual es el tirante normal que se presenta en el canal.

Sol: $y_n = 1.63 \text{ m}$.

Problema II.2:

Encuentre el tirante normal de las siguientes secciones: para $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$, $S = 0.001$, $n = 0.01$ usando la fórmula de Manning.

a)



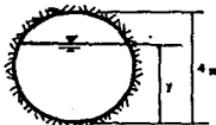
Sol: $y = 0.72 \text{ m}$

b)



Sol: $y = 3.46 \text{ m}$

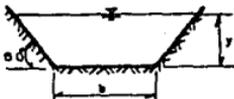
c)



Sol: $y = 1.36 \text{ m}$.

Problema II.3:

Se desea transportar un $Q = 35 \text{ m}^3/\text{s}$ por un canal trapezoidal con $V = 1.1 \text{ m/s}$ y $n = 0.025$, para la sección de máxima eficiencia hidráulica calcule: b , y , B , S_o

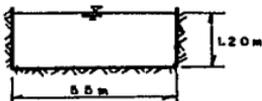


Sol: $b = 4.95 \text{ m}$, $y = 4.28 \text{ m}$, $B = 10 \text{ m}$ y $S_o = 0.00027$

Problema II.4:

Un canal rectangular revestido de concreto, acabado con lana metálica ($n = 0.013$), tiene $b = 5.5 \text{ m}$ y $S_o = 0.002$, determinar para un tirante $y = 1.20 \text{ m}$

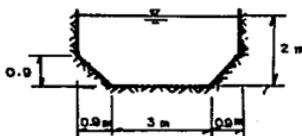
- el esfuerzo cortante medio de fricción sobre el perímetro mojado
- La velocidad media del flujo
- Tipo de régimen
- Factor de fricción f^* que corresponde a $n = 0.013$



Sol: a). $\tau = 1.67 \text{ kg/m}$; b). $V = 3.05 \text{ m/s}$; c). régimen subcrítico; d). $f = 0.01408$

Problema II.5:

Para el canal mostrado en la figura con $S_o = 0.00005$, $n = 0.02$; calcular el gasto que conduce

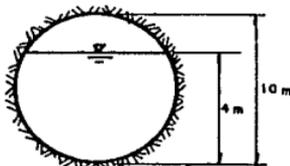


Sol: $Q = 3.37 \text{ m}^3/\text{s}$

Problema II.6:

Calcule el valor del coeficiente N_c de la fórmula de Kozeny para una sección circular y diga a que material corresponde si se tiene los siguientes datos:

$S_o = 0.0009$, $n = 0.019$



Sol: $N_c = 71.74$ (mampostería de ladrillo bien acabado, ref. 1)

Problema II.7:

El flujo uniforme en un canal trapezoidal tiene que ser reproducido en un modelo de laboratorio (sin distorsión geométrica) a escala 1:9. El ancho de plantilla es de 3 m, $y = 1.25$, taludes 1.25:1.0, $S_0 = 0.0009$ y $n = 0.03$. Para el modelo calcular:

- Gasto "Q"
- Pendiente de plantilla
- Coefficiente "n"
- Dimensiones de la sección

Sol: a). $Q_{mod} = 0.041 \text{ m}^3/\text{s}$; b). $S_{mod} = 0.0009$; c). $n_{mod} = 0.0208$; d). $b_{mod} = 0.333 \text{ m}$, $y_{mod} = 0.2 \text{ m}$

Problema II.8:

El canal de la figura conduce un gasto de $20 \text{ m}^3/\text{s}$ con una pendiente de 0.0005 y $n = 0.012$. determine

- tirante normal " y_n " si el ancho de plantilla es de 4 m.
- Si se desea aumentar el gasto en un 50%, que tanto se deberá aumentar el ancho de plantilla si se desea que el tirante no pase de 2.0 m

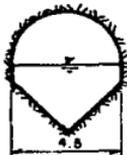


Sol: a). $y_n = 1.98 \text{ m}$; b). $b = 5.82 \text{ m}$

Problema II.9:

En un túnel con sección en herradura, se midieron la velocidad y el tirante, los cuales fueron de 1.35 m/s y 1.8 m respectivamente, el túnel está excavado en roca y revestido de concreto no acabado, en cimbra de acero. Determinar el gasto y la pendiente del túnel.

Sol: $Q = 9.21 \text{ m}^3/\text{s}$; $S_0 = 0.0003$



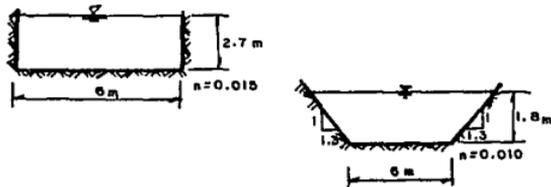
Problema II.10:

- Trazar curvas que relacionen V - y , Q - y y que satisfagan las siguientes condiciones:
 $D = 2.0 \text{ m}$, $S_0 = 80 \text{ cm}$ por cada Km de longitud, $n = 0.013$
- A partir de las gráficas, señalar el valor de $V_{máx}$ y el tirante para el cual ocurriría. Indique también para que relación y/D ocurre $V_{máx}$
- Para que relación y/D ocurre $Q_{máx}$.

Sol: b). $y/D = 0.8$; c). $y/D = 0.94$

Problema II.11:

De los canales representados a continuación, indicar cual de los dos conducirá el mayor gasto si ambos están trazados con la misma pendiente. Justifique su respuesta.



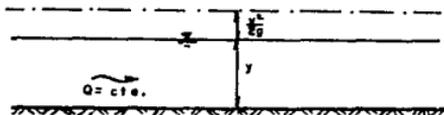
Sol: El trapecial, ya que en la ecuación de Manning, el gasto es directamente proporcional al área y al radio hidráulico, y los del canal trapecial son mayores; e inversamente proporcional al coeficiente de rugosidad, o sea que a mayor valor del coeficiente, el gasto disminuye.

III ENERGIA ESPECIFICA.

III. ENERGIA ESPECIFICA.

III.1 CONCEPTO DE ENERGIA ESPECIFICA Y REGIMEN CRITICO.

Se llama energía específica (E), en una sección cualquiera de un canal, a la suma del tirante (y) más la carga de velocidad ($V^2/2g$) en esa sección, es decir, es la energía medida desde la plantilla del canal sin considerar carga de posición.



$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad [m] \quad \text{----(Ec. III.1)}$$

Como θ es muy pequeño $\Rightarrow \cos^2\theta \approx 1$, por lo tanto al derivar la ecuación de la energía con respecto al tirante se llega a la siguiente expresión:

$$dE/dy = \cos^2\theta - (Q^2/gA^3)(B) = 0 \Rightarrow 1 - (Q^2/gA^3)(B) = 0.$$

despejando se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B} \quad (\text{Ec. general para estado critico}) \quad \text{----(Ec. III.2)}$$

Por otra parte:

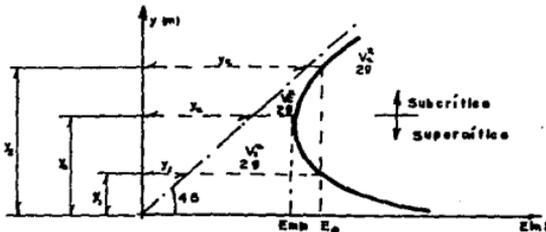
$$Y = A/B ; V = Q/A, \text{ si sustituimos en la ec. III.2:}$$

$Q^2/(A^2g) = A/B = Y = V^2/g$, si dividimos ambos miembros entre 2:

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{Y_c}{2} \quad \text{----(Ec. III.3)}$$

III.2 DIAGRAMA ENERGIA ESPECIFICA-TIRANTE. ($E-y$).

Si consideramos $Q=\text{cte}$ y se conoce la geometría de la sección $\Rightarrow E$ y A dependen del tirante exclusivamente.



de la gráfica anterior se observa lo siguiente:

Para $E_0 = \text{cte.}$, existen dos tirantes que satisfacen la ecuación III.1:

y_1 - alterno menor

y_2 - alterno mayor

para la energía mínima ($E=0$), se tiene:

y_c - tirante crítico

a) si $v=0 \Rightarrow E=y$ (reposo).

b) si $y \rightarrow \infty$; $E \rightarrow \infty$

c) si $y \rightarrow 0$; $E \rightarrow \infty$

cuando $y < y_c \Rightarrow V > V_c$ Régimen supercrítico. ($Fr > 1.0$).

cuando $y > y_c \Rightarrow V < V_c$ Régimen subcrítico. ($Fr < 1.0$).

III.3 DIAGRAMA GASTO-TIRANTE ($Q-y$).

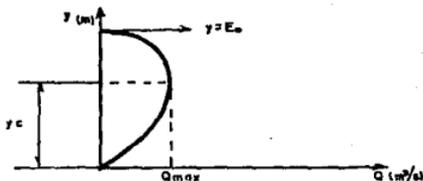
Para una $E_0 = y + V^2/2g = \text{cte} = y + Q^2/(A^2 2g)$ y conociendo la geometría del canal, si se despeja el gasto se tiene que:

$$Q = \sqrt{2g} \cdot A \cdot (E_0 - y)^{1/2} \quad ; Q = f(y) \quad \text{-----(Ec. III.4)}$$

de la ecuación:

si $y=0 \Rightarrow Q=0$

si $y=E_0 \Rightarrow Q=0$



$$dQ/dy = \sqrt{2g} [(dA/dy)(E_0 - y)^{1/2} + (A)(E_0 - y)^{-1/2}(-1)/2] = 0$$

se demuestra: $Q^2/g = A^3/B$

Significa que para $E_0 = \text{cte}$, el Q_{max} ocurre para el edo. crítico

En resumen para el estado crítico, se presentan las siguientes características:

- El número de Froude (F_r) = 1.0.
- $Y/2 = V_c^2/2g$.
- Energía mínima (E_{min}), para un gasto dado
- Gasto máximo (Q_{max}), para $E = \text{cte}$.

Si el régimen crítico se desea hacer extensivo a lo largo de un canal prismático (A, S : ctes.) ello equivale a que dicho canal tenga un flujo uniforme de tirante normal $= y_c$.

La pendiente de plantilla para que ello ocurra recibe el nombre de "pendiente crítica" (S_c).

Cuando $S_c > S_0 \Rightarrow$ el flujo es en régimen subcrítico (Pendiente subcrítica o suave).

Cuando $S_c < S_0 \Rightarrow$ el flujo es en régimen supercrítico (Pendiente supercrítica o pronunciada).

III.4 EJEMPLOS RESUELTOS.

Ejemplo III.1:

Desarrollar las expresiones de tirante crítico y E_{\min} para las secciones:

- rectangular
- trapezoidal
- triangular

Sol:

Sección rectangular: A partir de la ecuación general para régimen crítico. (Ec. III.2)

$Q^2/g = A^3/B$; para sección rectangular $A_c = by_c$; $B = b$

$Q^2/g = (b^3 y_c^3)/b$; $\Rightarrow Q^2/g = b^2 y_c^3$; despejando y_c :

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{(b^2/g)}}; \text{ si, } q = \frac{Q}{b} \Rightarrow y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

Para la energía mínima:

$E_{\min} = y_c + V_c^2/2g$; si la carga de velocidad para el régimen crítico se puede expresar como: $v_c^2/2g =$

$y_c/2$, pero $V_c = y_c$, entonces

$$E_{\min} = y_c + y_c/2 = (3y_c)/2 = (3/2)y_c$$

Sección trapezoidal:

Para sección trapezoidal: $A_c = by_c + ky_c^2$; $B = b + 2ky_c$.

sustituyendo en la ecuación de régimen crítico:

$Q^2/g = (by_c + ky_c^2)/(b + 2ky_c)$; para el valor de tirante crítico, se proponen hasta que se cumpla la igualdad anterior.

Además si $V_c = Q/A_c \Rightarrow V_c^2 = Q^2/A_c^2$;

de la ecuación general: $Q^2/A_c^2 = (gA_c)/B_c$; sust. en la ecuación de la energía.

$$E_{\min} = y_c + [(gA_c)/B_c]/2g = y_c + A_c/(B_c \cdot 2) = (2y_c B_c + A_c)/2B_c$$

Sección triangular:

Para esta sección se tiene: $A_c = ky_c^2$; $B_c = 2ky_c$; $V_c = y_c/2$, sust. en la ec. general

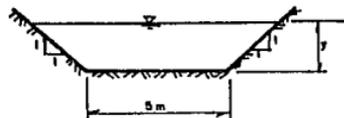
$$Q^2/g = (k^2 y_c^4)/(2ky_c) = (k^2 y_c^3)/2, \text{ despejando } y_c$$

$$y_c = 5 \sqrt{\frac{2Q^2}{gk^2}}$$

$$E_{\min} = y_c + V_c/2 = y_c + (y_c/2)/2 = y_c + y_c/4 = (5/4)y_c$$

Ejemplo III.2:

Para el canal trapecial que se muestra en la figura, determinar el tirante crítico y la energía mínima si conduce un gasto de $20 \text{ m}^3/\text{s}$.



$$Q^2/g = 20^2/9.8 = 40.816 = A^3/B$$

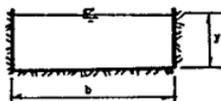
proponemos valores de tirantes hasta que se cumpla la relación anterior.

y	A	B	A^3/B	Q^2/g
2.0	14	9	304.69	•
1.0	6	7	30.86	•
1.5	9.75	8	115.86	•
1.09	6.64	7.18	40.74	=

$$\Rightarrow y_c = 1.09 \text{ m}; E_{\min} = y_c + V_c^2/2g = 1.09 + (20/6.64)^2/19.6 = 1.55 \text{ m.}$$

Ejemplo III.3:

Un canal rectangular ($n = 0.016$) trazado con una pendiente de 0.0064 transporta $16 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua. En condiciones de flujo crítico, ¿qué anchura deberá tener el canal?



sol:

$$Qn/S_c^{1/2} = 16 * 0.016 / \sqrt{0.0064} = 3.2 = A_c R_{hc}^{2/3}, y_c = \sqrt[3]{(Q^2/b^2g)}; S_0 = S_c$$

Ahora proponemos distintos valores de tirante, y despejamos el ancho b de la fórmula para tirante crítico en sección rectangular => $b = \sqrt{(Q^2/y_c^3g)}$.

los resultados se presentan en la siguiente tabla:

y_c	b	A_c	$R_{hc}^{2/3}$	$A_c R_{hc}^{2/3}$	Qn/S_c
2.0	1.8	3.61	0.729	2.63	≠
1.0	5.11	5.11	0.802	4.10	≠
1.5	2.78	4.17	0.805	3.35	≠
1.59	2.55	4.05	0.794	3.22	=

por lo tanto la solución es $b = 2.55$ m.

Ejemplo III.4:

Un canal rectangular presenta un tirante de 1.22 m, en flujo uniforme y $Fr = 0.6$, calcular.

a). tirante crítico

b). ¿Para que valor del gasto unitario q, el tirante de 1.22 m. sería el crítico?.



Sol:

a). $Fr = 0.6 < 1.0$ => Reg. subcrítico; de la ec. del número de Froude:

$$v = Fr \sqrt{(gY)} = 0.6 \sqrt{(9.81 * 1.22)} = 2.08 \text{ m/s.}$$

$$Q = v * A = v * b * y; \text{ pero } q = Q/b \Rightarrow$$

$$q = v * y = 2.08 * 1.22 = 2.53 \text{ m}^3/\text{s/m.}$$

$$y_c = \sqrt[3]{(Q^2/(b^2g))} = \sqrt[3]{(q^2/g)} = \sqrt[3]{(2.52^2/9.81)} = 0.87 \text{ m.}$$

b). Para que $y = 1.22$ sea crítico:

$$1.22 = y_c = \sqrt[3]{(q^2/g)} \Rightarrow q^2/g = y_c^3$$

$$q = \sqrt{(y_c^3 * g)} = \sqrt{(1.22^3 * 9.81)} = 4.22 \text{ m}^3/\text{s/m.}$$

Ejemplo III.5:

Un canal rectangular de 7 m de ancho se angosta aguas abajo a 5 m debido a una contracción de 35 m de largo, construida por paredes rectas y un piso horizontal, si el caudal es de $7 \text{ m}^3/\text{s}$ y la profundidad del flujo aguas arriba es de 2.0 m.

Calcular el tirante en la sección de aguas abajo.



sol:

cálculo de la energía en la sección 1 (antes de la contracción):

$$v = Q/A = 7/2 \times 7 = 0.5 \text{ m/s}; E_1 = 2 + (0.5)^2/19.6 = 2.01 \text{ m.}$$

igualando las energías en las dos secciones ($E_1 = E_2$) y la energía 2 en función del tirante y_2 .

cálculo del número de Froude en la sección 1:

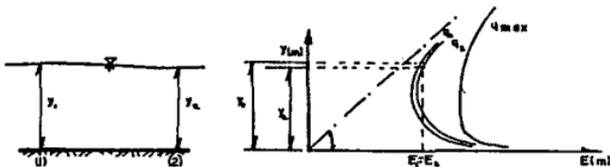
$$Fr = v/\sqrt{gY} = 0.5/\sqrt{9.8 \times 2} = 0.11 < 1 \Rightarrow \text{Régimen subcrítico}$$

$$E_2 = y + Q^2/2gA^2 = y + 7^2/(19.6) \times (5y)^2 = y + 0.1/y^2 = 2.01$$

$y_2 - 2.01y^2 + 0.1 = 0$; es una ecuación de tercer orden, la cual al resolverla nos da tres posibles resultados.:

$$y_2 = \begin{matrix} 1.985 \\ 0.245 \\ -0.22 \end{matrix}$$

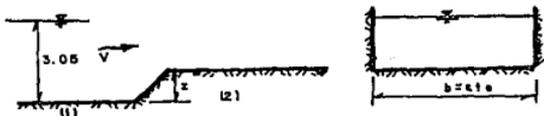
de lo anterior vemos que el resultado negativo no tiene significado físico, por lo tanto para determinar cual es el resultado correcto, ya que el régimen es subcrítico, calculamos y_c y se debe cumplir la condición de que $y_2 > y_c \Rightarrow y_c = \sqrt[3]{(Q^2/b^2g)} = \sqrt[3]{(7^2/7^2 \times 9.8)} = 0.47 \text{ m.} \Rightarrow y_2 = 1.985 \text{ m.}$



Ejemplo III.6:

se tiene un canal rectangular de ancho constante, cuya velocidad es de 3.05 m/s, con tirante en la sección 1 de 3.05 m. Calcular:

- El tirante en la sección 2 de tal forma que no haya cambio de régimen debido a la presencia de un escalón ascendente, $\Delta z = 0.305$ m.
- El tirante en la sección 2 para escalón descendente con $\Delta z = 0.305$ m. y ;
- Determinar la altura Δz máx del escalón.



Sol:

a). calculemos primeramente el número de Froude :

$$Fr = v / \sqrt{g \cdot y} = 3.05 / \sqrt{9.83 \cdot 0.5} = 0.56 < 1 \Rightarrow \text{Régimen subcrítico}$$

entonces $E_2 < E_1$ y $\Delta z = E_1 - E_2$, calculando la energía en 1:

$$E_1 = 3.05 + (3.05)^2 / 19.6 = 3.52 \text{ m.}$$

para la sección 2:

$$E_2 = E_1 - \Delta z = 3.52 - 0.305 = 3.219 \text{ m.} = y_2 + v_2^2 / 2g = y_2 + Q^2 / (b^2 y_2^2 2g)$$

$$\text{como } v = Q/A = Q/by \Rightarrow Q/b = v \cdot y = 3.05 \cdot 3.05 = 9.3 \text{ m}^2/\text{s/m.}$$

sustituyendo:

$$3.22 = y_2 + (9.3)^2 / (y_2^2 \cdot 19.6) = y_2 + 4.41 / y_2^2 \Rightarrow y_2^3 - 3.22 y_2 + 4.41 = 0$$

Resolviendo la ecuación de tercer orden:

$$y_2 = \begin{matrix} 2.53 \\ 1.707 \\ -1.2 \end{matrix}$$

para saber que valor del tirante es el correcto, nos apoyamos en que para régimen subcrítico $y_2 > y_c \Rightarrow$ calculamos el tirante crítico:

$$y_c = \sqrt[3]{(q^2/g)} = \sqrt[3]{(9.3^2/9.8)} = 2.06 \text{ m.}$$

por lo que vemos que $y_2 = 2.53$ m.

b). $Fr = 0.56$ (régimen subcrítico)

$$E_1 = y_1 + v_1^2/2g = 3.52 \text{ m.}$$

$$E_1 + \Delta z = E_2 \Rightarrow E_2 = 3.52 + 0.305 = 3.825 \text{ m.}$$

$$E_2 = 3.825 = y_2 + 9.3^2/(y_2^2 \cdot 19.62) \Rightarrow y_2^3 - 3.825y_2^2 + 4.41 = 0$$

resolviendo la ecuación :

$$3.46$$

$$y_2 \{ 1.33 \text{ como } y_2 > y_c \Rightarrow y_2 = 3.46 \text{ m.}$$

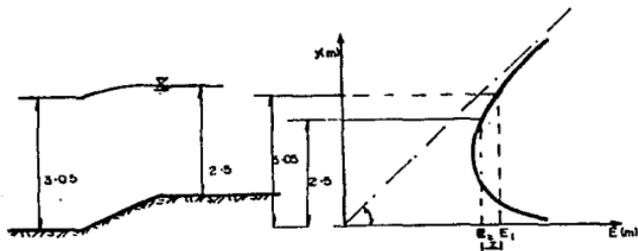
$$-0.96$$

c). considerando que para régimen crítico debe presentarse $E_{\min} = \Rightarrow$

$$E_{\min} = y_c + v_c^2/2g = y_c + q^2/(y_c^2 \cdot 2 \cdot g) = 2.06 + 9.3^2/(2.06^2 \cdot 19.62) = 3.1 \text{ m.}$$

Se puede calcular E_{\min} con la ecuación $E_{\min} = (3/2)y_c$ (demostrada anteriormente)

$$\Delta z_{\text{máx}} = E_1 - E_{\min} = 3.52 - 3.1 = 0.42 \text{ m.}$$



Ejemplo III.7:

Calcular el gasto Q máximo que podría circular por un canal trapezoidal de ancho $b = 5$ m., con taludes $k=2$, para una energía $E = 1.3$ m.

sol:

recordemos que para régimen crítico se presenta la condición de gasto máximo, además de que la energía es mínima, $Fr=1.0$ y la carga de velocidad es igual al tirante hidráulico entre dos, a partir de lo anterior se tiene:

$$E_{\min} = E_0 = 1.3 = y_c + v_c^2/2g = y_c + Y_c/2$$

$Y_c = A_c/B_c = (by_c + ky_c^2)/(b + 2ky_c)$ sustituyendo en la ec. anterior

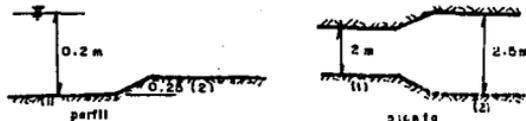
$1.3 = y_c + (5y_c + 2y_c^2)/[2*(5 + 2*2y_c)]$, resolviendo la ecuación obtenemos que $y_c = 0.94$ m. ($A_c = 6.46$ m², $B_c = 8.76$ m.)

de la ecuación para régimen crítico (II.2), despejamos Q:

$$Q = \sqrt{(A_c^3 * g / B_c)} = \sqrt{(6.46^3 * 9.8) / 8.76} = 17.19 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Ejemplo III.8:

Por un canal rectangular circula un gasto de 1.5 m³/s, el cual presenta una ampliación y al mismo tiempo un escalón ascendente, tal como se muestra en la figura, el ancho en la sección 1 es de 2 m. con tirante de 0.2 m. mientras que el ancho en la sección 2 es de 2.5 m y la altura del escalón es de 0.25 m. Calcule el tirante en la sección 2 si se consideran despreciables las pérdidas de energía.



$$Fr_1 = v_1/\sqrt{(gY_1)} = (Q/A_1)/\sqrt{(gY_1)} = (1.5/2*0.2)/\sqrt{(9.8*0.2)} = 3.75/1.4 = 2.68 > 1.0 \text{ (Régimen supercrítico)}$$

$$q_1 = 1.5/2 = 0.75 \text{ m}^3/\text{s/m}$$

$$q_2 = 1.5/2.5 = 0.6 \text{ m}^3/\text{s/m}$$

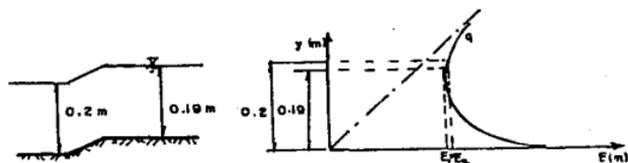
Debido al escalón $E_1 > E_2 \Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta z$

$$E_1 = 0.2 + 3.75^2/19.6 = 0.92 \text{ m}.$$

$$E_2 = 0.92 - 0.25 = 0.67 \text{ m} = y_2 + q_2^2/(y_2^2 * 2g) = y_2 + (0.6)^2/(19.6y_2^2)$$

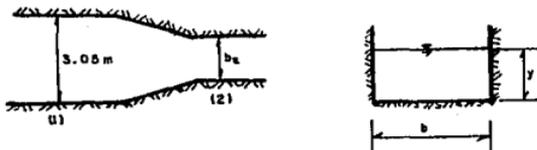
$$y_2 + 0.02/y_2^2 = 0.67 \Rightarrow y_2^3 - 0.67y_2^2 + 0.02 = 0$$

$$y_2 = \{0.19, 0.62 \text{ y } -0.14 \Rightarrow y_2 = 0.19 \text{ m}.$$



Ejemplo III.9:

Por un canal rectangular circula un gasto de $8.5 \text{ m}^3/\text{s}$ con un tirante de 1.52 m , el ancho del canal es de 3.05 m . En la sección 2 se reduce el canal de tal manera que se presenta el tirante crítico en esa sección, calcule el ancho b_2 necesario para establecer esas condiciones.



Sol:

Calculo de la velocidad y del numero de Froude en la sección 1:

$$V_1 = Q/A = 8.5 / (1.52 * 3.05) = 1.83 \text{ m/s} \Rightarrow Fr = v_1 / \sqrt{gY}$$
$$Fr = 1.83 / \sqrt{9.8 * 1.52} = 0.47 < 1.0 \text{ (Régimen Subcrítico)}$$

La energía a lo largo del canal debe ser la misma, pues se desprecian las pérdidas de ella, por lo tanto igualando energía:

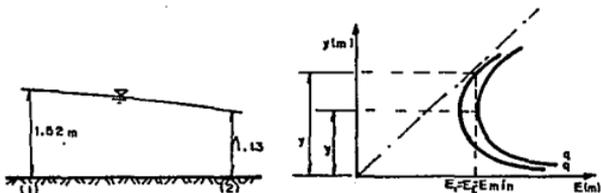
$$E_1 = E_2 = E_{min} = \text{cte.}$$
$$E_1 = 1.52 + (1.83)^2 / 19.6 = 1.69 = E_{min.}$$

por otro lado $E_{min} = y_c + v_c^2 / 2g$, también $v_c^2 / 2g = Y_c / 2$, entonces

$$E_{min} = y_c + y_c / 2 = (3/2)y_c = 1.69 \Rightarrow y_c = 1.13 \text{ m.}$$

Regresando a la expresión original de E y expresando la velocidad en términos del gasto, tenemos:

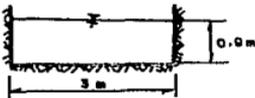
$$1.69 = 1.13 + (8.5)^2 / (b_2^2 * 1.13^2 * 19.6) \Rightarrow b_2 = 2.27 \text{ m.}$$



III.5 PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema III.1:

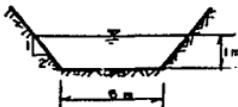
Calcular la energía específica cuando circula un gasto de $6 \text{ m}^3/\text{s}$ por un canal rectangular de 3 m de ancho con un tirante de 0.90 m .



Sol: $E = 1.152 \text{ m}$.

Problema III.2:

Un canal trapecial tiene un ancho $b = 6 \text{ m}$, con taludes $k = 2$. Cuando el tirante es de 1.0 m , el gasto es de $10 \text{ m}^3/\text{s}$. Calcular el valor de la energía específica y clasificar el flujo (si es subcrítico o supercrítico).

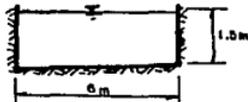


Sol: $E = 1.08 \text{ m}$, Subcrítico.

Problema III.3:

Para un canal rectangular de ancho $b = 6 \text{ m}$, $n = 0.015$, con tirante de 1.5 m y velocidad de 0.611 m/s . Calcular:

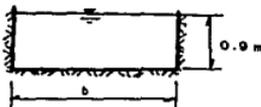
- el número de Froude
- el tirante crítico
- la pendiente necesaria para formar dicho tirante en flujo uniforme
- la pendiente crítica (S_c)
- clasificar la pendiente.



Sol: a). $Fr = 0.16$; b). $y_c = 0.44 \text{ m}$; c). $S_u = 0.000084$; d). $S_c = 0.0035$ y e). Pendiente subcrítica o suave.

Problema III.4:

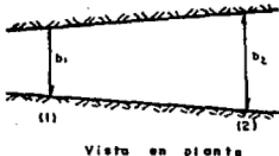
Un canal rectangular presenta en una sección determinada una energía de 2.50 m , para un tirante de 0.90 m . Calcule la magnitud de los tirantes alternos con que puede escurrir el mismo gasto con una energía de 3.0 m , y representar el problema en gráfica "E-y".



Sol: 0.76 (Supercrítico), v 2.83 (supercrítico).

Problema III.5:

Un canal rectangular se extiende suavemente desde un ancho $b_1 = 1.5\text{ m}$ a $b_2 = 3.0\text{ m}$, aguas arriba de la expansión el tirante vale 1.5 m con velocidad de 2 m/s . Calcular el tirante en la sección 2, y representar el problema en una gráfica "E-y".

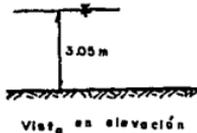
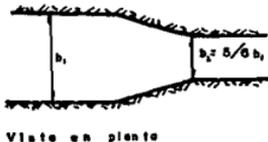


Sol: $y_2 = 1.68\text{ m}$.

Problema III.6:

El canal mostrado en la figura presenta una $V_1 = 3.05\text{ m/s}$ con $y_1 = 3.05\text{ m}$

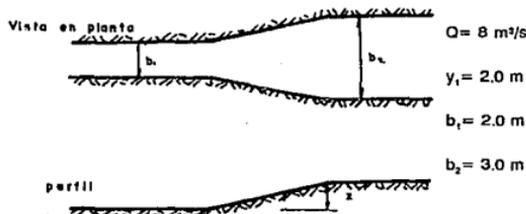
- calcular y_2 para una contracción $b_2 = (5/6)b_1$,
- calcular la máxima contracción " b_2 " sin alterar las condiciones en la sección 1
- represente el problema mediante las gráficas "E-y", "Q-y".



Sol: a) $y_2 = 2.54\text{ m}$; b) $b_2 = 0.824 b_1$

Problema III.7:

Para el canal rectangular mostrado en la figura, calcule la altura necesaria (Δz) del escalón para que no cambie la elevación de la superficie libre del agua, represente el problema en el plano "E-y".

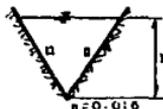


Sol: $\Delta z = 0.66 \text{ m}$

Problema III.8:

En un canal de sección triangular con taludes 1:1, $S_0 = 0.0006$, $n = 0.016$ (Manning), circula un gasto de $15 \text{ m}^3/\text{s}$, determinar:

- El tirante normal (y_n), y la energía específica correspondiente
- El gasto máximo que podría conducir el canal con la energía del inciso anterior
- El tirante para el cual se tendría la E_{\min} y pendiente necesaria para formar dicho tirante en flujo uniforme.
- Clasificar pendiente; y
- Calcular el tirante alterno correspondiente al normal del inciso a).
- Representar el problema en gráfica "E-y"

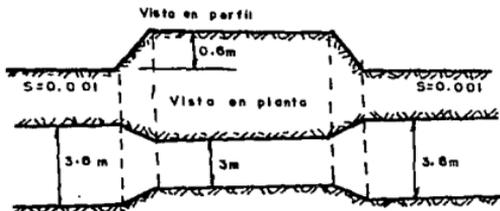


Sol: a) $y_n = 3.05 \text{ m}$, $E = 3.16 \text{ m}$; b) $Q = 22.86 \text{ m}^3/\text{s}$ c) $E_{\min} = 2.69 \text{ m}$, $S = 0.0039$;
d) Pendiente subcrítica; y e) $y_2 = 1.49 \text{ m}$.

Problema III.9:

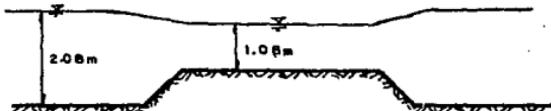
La figura siguiente muestra una contracción realizada en un canal rectangular, con tramos muy largos aguas arriba y aguas abajo de la misma, $n = 0.017$ (Manning). Despreciando pérdidas de energía en la contracción:

- a). calcule el gasto de tal forma que se presente el tirante crítico en la contracción
 b). dibuje el perfil del agua que se tendría para ese gasto
 c). represente el problema en la gráfica "E-y"



Sol: a). $Q = 10.6 \text{ m}^3/\text{s}$

b).



IV SALTO HIDRAULICO.

IV SALTO HIDRAULICO

IV.1 ASPECTOS GENERALES: CARACTERISTICAS DEL FLUJO RAPIDAMENTE VARIADO.

La transición de régimen subcrítico ($y > y_c$) a régimen supercrítico ($y < y_c$) se lleva a cabo en forma gradual, acompañada de poca turbulencia y de pérdida de energía debida exclusivamente a la fricción en el movimiento. A diferencia de lo anterior el fenómeno del salto hidráulico es una transición de régimen supercrítico a subcrítico, donde el flujo cambia en forma violenta del estado rápido ($y_1 < y_c$) al lento ($y_2 > y_c$) acompañada de gran turbulencia y pérdida de energía (ΔH).

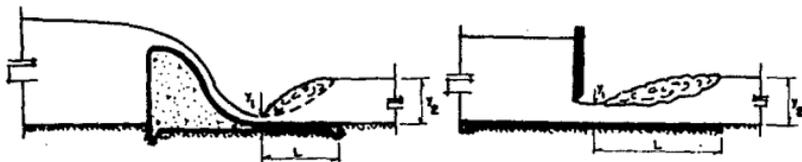


FIG. IV.1 Transición de régimen supercrítico a crítico (salto hidráulico) flujo rápidamente variado.

IV.2 ECUACION GENERAL PARA SALTO HIDRAULICO

Se define como función "MOMENTUM" ó también llamada "FUERZA ESPECIFICA" (referencias 1 y 2).

$$M = Z_0 A + Q^2 / (gA) \dots \dots (m^3)$$

Donde :

Z_0 .- Representa la distancia de la superficie libre del agua al centroide de la sección, (en metros).

La función momentum se representa gráficamente en la figura IV.2 ; para un "Q" dado existen dos tirantes que satisfacen dicha ecuación llamados "tirantes conjugados".

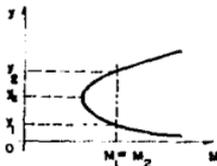


FIG. IV.2 Gráfica de la función momentum para un gasto dado.

Las ecuaciones particulares para las secciones mas usuales que, aunadas a sus representaciones gráficas, permiten el cálculo directo del conjugado mayor, a partir de las condiciones en la sección del conjugado menor ó viceversa pueden ser consultadas en la referencia No.1. así como también pueden verse algunos criterios para determinar los elementos del salto hidráulico.

IV.2.1 TIPOS DE SALTO HIDRAULICO.

la figura IV.3 muestran los tipos de salto hidráulico que pueden presentarse, según el valor del tirante conjugado mayor y_2 .

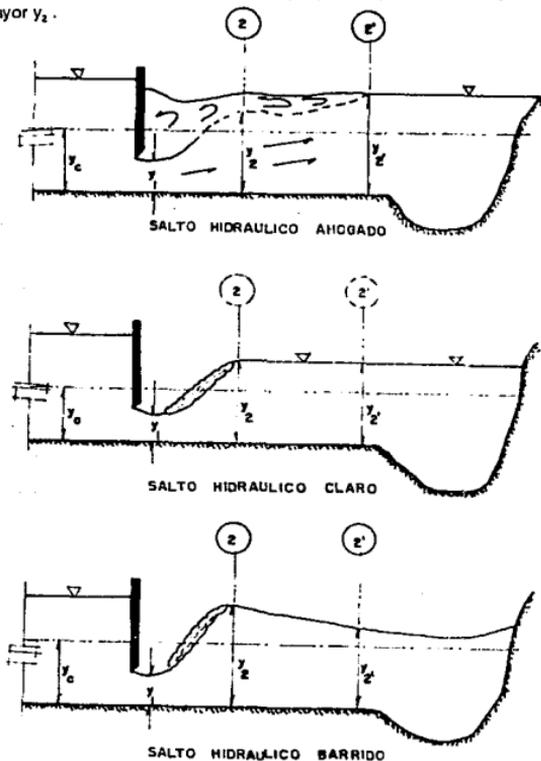


FIG. IV.3 Tipos de salto.

- a.-Salto ahogado si $y_2 < y_c$. La energía en la sección 2 es menor que en la sección 2', entonces es mayor el empuje hacia la izquierda, por lo tanto se "ahoga" la zona del salto.
- b.-Salto claro si $y_2 = y_c$. Ambas secciones tienen la misma energía por lo tanto hay un equilibrio total.
- c.-Salto corrido si $y_2 > y_c$. La energía en la sección 2 es mayor que la de la sección 2', por lo tanto el salto se corre hacia la derecha perdiendo energía hasta alcanzar el tirante y_2 .

En la figura IV.4 se indica la curva de posibles tirantes conjugados mayores y_2 en la zona subcrítica, correspondientes a los conjugados menores y_1 en la zona supercrítica.

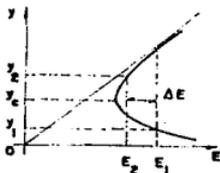


FIG.IV.4 Curva E-y

IV.3 FUNCIONAMIENTO HIDRAULICO DE TANQUES AMORTIGUADORES.

La función de disipar la energía de las descargas del vertedor se cumple con una selección adecuada de la estructura terminal. Si es necesario disipar la energía del escurrimiento antes de efectuar la descarga al río, se empleará como estructura disipadora un tanque amortiguador o una cubeta disipadora de energía.

La selección del tipo de la estructura terminal depende de la posición relativa de las elevaciones del final del canal de descarga y del nivel del agua del río en el punto de descarga.

Se recomienda el uso de tanques amortiguadores con sección rectangular; cuando por razones de economía se emplean tanques de sección trapecial se sugiere limitar la inclinación de los taludes a un máximo de 0.5:1.

Siempre que se piense construir un tanque amortiguador, es necesario probar su diseño en un modelo hidráulico.

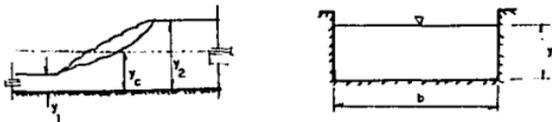
Para tanques con sección rectangular se prefiere el uso de los tanques amortiguadores siguientes:

- Tanque tipo S.A.F. se indica para estructuras menores, tales como obras de excedencias pequeñas, obras de toma y caldas en canales donde $F_{r1} = 1.7$ a 17 .
- Tanque tipo U.S. Bureau of Reclamations (I). Es aplicable para cuando $F_{r1} = 2.5$ a 4.5 ; esto ocurre usualmente en grandes caldas de canales o en presas derivadoras. Su diseño reduce las ondas excesivas creadas en el salto hidráulico para este intervalo del número de Froude.
- Tanques tipo U.S. Bureau of Reclamations (II) y (III). Son idóneos para grandes obras de excedencias donde $F_{r1} > 4.5$.

IV.4 EJEMPLOS RESUELTOS.

Ejemplo IV.1:

Un salto hidráulico ocurre en un canal rectangular, los tirantes antes y después del salto son $y_1 = 0.6\text{m}$ y $y_2 = 1.5\text{m}$ respectivamente. Calcular y_c .



Sol:

Como sabemos que ocurre un salto hidráulico entonces se cumple que $M_1 = M_2$,

$$Z_{01}A_1 + Q^2/(gA_1) = Z_{02}A_2 + Q^2/(gA_2)$$

donde:

$$Z_{01} = y_1/2 ; Z_{02} = y_2/2 ; A_1 = by_1 ; A_2 = by_2$$

sustituyendo:

$$y_1/2 * (by_1) + Q^2/(gby_1) = y_2/2 * (by_2) + Q^2/(gby_2)$$

dividiendo entre "b" tenemos:

$$y_1^2/2 + Q^2/(b^2gy_1) = y_2^2/2 + Q^2/(b^2gy_2)$$

donde:

$$q^2 = Q^2/b^2$$

quedando:

$$y_1^2/2 + q^2/(gy_1) = y_2^2/2 + q^2/(gy_2)$$

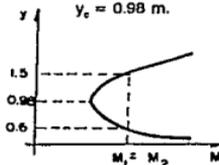
sustituyendo valores y despejando q^2 :

$$q^2 = 3.04 \text{ m}^2/\text{s}$$

sustituimos en

$$y_c = \sqrt[3]{(q^2/g)}$$

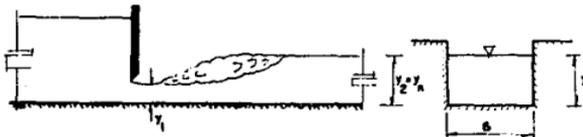
$$y_c = 0.98 \text{ m.}$$



Gráfica "M-y"

Ejemplo IV.2:

La compuerta deslizable mostrada en la figura , descarga un gasto $Q=11.35\text{m}^3/\text{s}$. La compuerta tiene un ancho $b=6.0\text{m}$, $a=0.15\text{m}$, y descarga a un canal a un canal rectangular del mismo ancho, con $n=0.018$, $S_0=0.009$. Calcule las características del salto, si $C_c=0.62$ en la compuerta.



Sol:

Calculamos primero el tirante y_1 enseguida de la compuerta:

$$y_1 = C_c \cdot a = 0.62 \cdot 0.15 = 0.093\text{m}.$$

Con este tirante calculamos la velocidad en la sección 1.

$$V_1 = Q/A = 11.35/(6 \cdot 0.093) = 20.34\text{m/s}.$$

Calculo del número de Froude :

$$F_{r1} = 20.34 / \sqrt{9.81 \cdot 0.093} = 21.29 > 1.0 \rightarrow \text{rég. supercrítico.}$$

Calculo del tirante normal (y_n). Utilizando la fórmula de Manning $Qn/S_0^{1/2} = AR_n^{2/3} = 2.15\text{m}$, proponiendo tirantes hasta que se cumpla esta igualdad resulta $y_n = 0.58$, como $y_n = y_2$, calculamos el número de Froude en la sección 2.

$$F_{r2} = 3.26 / \sqrt{9.81 \cdot 0.58} = 1.37 > 1.0 \rightarrow \text{rég. supercrítico.}$$

no hay cambio de régimen, por lo tanto se sospecha que no se presenta salto hidráulico. Para que esto ocurra la función Momentum en las dos secciones deben ser iguales; es decir $M_1 = M_2$.

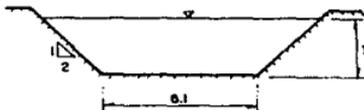
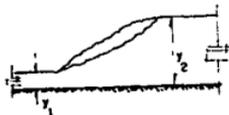
$$M_1 = Z_{o1} A_1 + Q^2 / (g A_1) = (0.093/2) \cdot 0.558 + 11.35^2 / (9.81 \cdot 0.558) = 23.56\text{m}^3.$$

$$M_2 = 4.78\text{m}^3.$$

Por lo tanto $M_1 \neq M_2$, entonces no se presenta ningún salto.

Ejemplo IV.3:

Para un canal trapecial que transporta un gasto $Q=28.31\text{m}^3/\text{s}$, y tiene un conjugado mayor $y_2=2.44\text{m}$. Calcular su conjugado menor, la energía disipada, Momentum mínimo, y la altura del salto, si $b=6.1\text{m}$, $k=2$



Sol:

a) Conjugado menor:

Primero planteamos las condiciones en la sección 2.

$$M_2 = Z_{02} A_2 + (Q^2/gA_2)$$
$$Z_{02} = y_2/3 * ((2b+B_2)/(b+B_2)) \rightarrow \text{centro de gravedad de una sección trapezoidal.}$$
$$B_2 = 6.1 + (2 * 2 * 2.44) = 15.86 \text{ m.}$$
$$Z_{02} = (2.44/3) * ((2 * 2.41 + 15.86)/(6.1 + 15.86)) = 1.039 \text{ m.}$$
$$A_2 = 6.1 * 2.44 + 2 * 2.44^2 = 26.79 \text{ m}^2.$$
$$M_2 = 1.039 * 26.79 + (28.31^2 / (9.81 * 26.79)) = 30.89 \text{ m}^3$$

Como $M_1 = M_2$, el cálculo del tirante conjugado menor lo realizaremos iterando para M_1 y comparando con M_2 .

y_1	Z_{01}	A_1	Q^2/gA_1	M_1	$M_2 = 30.89$
1.0	0.458	8.1	10.08	13.80	<
0.5	0.238	3.55	23.01	23.86	<
0.391	0.188	2.69	30.361	30.86	≈

Por lo tanto el conjugado menor es $y_1 = 0.391 \text{ m}$

Otra forma es utilizando la figura 4.10. pág. 147 (referencia 1).

calculamos $t_2 = b/ky_2 = 6.1/(2 * 2.44) = 1.25$

$$F_{2m} = Q/(g^{1/2} k y_2^{5/2}) = 28.31 / (3.13 * 2 * 9.3) = 0.486 \text{ de gráfica } y_1/y_2 = 0.16$$
$$y_1 = 0.16 * 2.44 = 0.39 \text{ m.}$$

Se observa que con gráficas o con formulas el valor del tirante prácticamente es el mismo.

b) La energía disipada:

$$\Delta E = E_1 - E_2$$
$$E_1 = y_1 + V_1^2/2g ; E_2 = y_2 + V_2^2/2g ; V_1 = 28.31/2.68 = 10.52 \text{ m/s } V_2 = 28.31/26.79 = 1.0 \text{ m/s.}$$
$$E_1 = 0.391 + 10.52^2/19.62 = 6.0 \text{ m. ; } E_2 = 2.44 + 1.056^2/19.62 = 2.49 \text{ m.}$$

$$\Delta E = 6.0 - 2.49 = 3.51 \text{ m.}$$

c) M_{min} :

Condición de estado crítico:

$$Q^2/g = A_c^3/B_c$$

$Q^2/g = 28.31^2/9.81 = 81.7$, iterando proponiendo tirantes hasta que se cumpla esa condición.

y_c	A_c	B_c	A_c^3/B_c	81.7
1.5	13.65	12.1	210.19	>
1.14	9.55	10.65	81.66	\approx

$$y_c = 1.14\text{m. } Z_{0c} = (1.14/3) * (2 * 6.1 + 10.66) / (6.1 + 10.66) = 0.518\text{m}$$

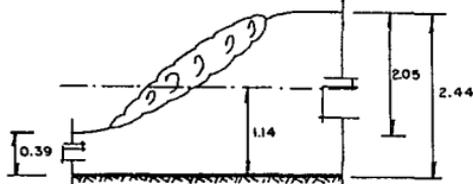
$$M_{mn} = (0.518 * 9.55) + (28.31^2 / (9.81 * 9.55)) = 13.5 \text{ m}^3$$

$$M_{mn} = 13.5\text{m}^3$$

d) Altura del salto:

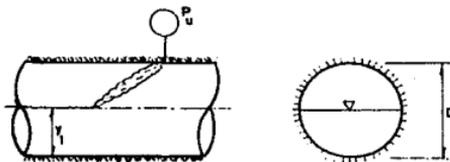
$$h_1 = y_2 - y_1$$

$$h_1 = 2.44 - 0.391 = 2.05\text{m.}$$



Ejemplo IV.4:

En un canal circular ocurre un salto hidráulico, justo después del salto, el tubo se llena hasta alcanzar una presión manométrica de $P_u = 0.07 \text{ Kg/cm}^2$. Calcular el gasto Q , si el diámetro del tubo es $D = 1.22\text{m}$, y el tirante conjugado menor es $y_1 = 0.61\text{m}$.



Sol:

Como ocurre salto hidráulico, se cumple que $M_1 = M_2$.

De sección en 1, se conocen las condiciones del salto, excepto el gasto, por lo tanto lo dejamos en función de él:

$$M_1 = Z_{01} A_1 + Q^2 / g A_1 ; Z_{01} = 0.424R ; A_1 = (\pi D^2 / 4) / 2$$

$Z_{01}=0.424*0.61=0.26\text{m}$; $A_1=(\pi*1.22^2/4)=0.584\text{m}^2$ $M_1=0.26*0.584+Q^2/(9.81*0.584)$
 En la sección "2" también conocemos , las mismas condiciones:

$h=P/\gamma=0.07/0.001=70\text{cm}=0.7\text{m}$. ; $A_2=\pi D^2/4=1.17\text{m}^2$ $Z_{02}=0.7+0.61=1.31\text{m}$.

$M_2=1.31*1.17+Q^2/(9.81*1.17)$

$$M_1=M_2$$

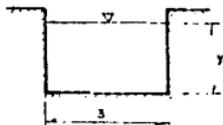
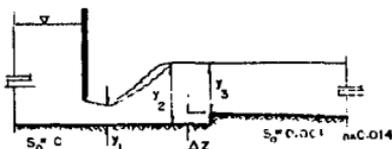
$$0.26*0.584+Q^2/(9.81*0.584)=1.31*1.17+Q^2/(9.81*1.17)$$

Desarrollando y despejando el gasto.

$$Q=4.0 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ejemplo IV.5:

Para el canal rectangular de la siguiente figura, calcule la altura del escalón (ΔZ), para producir un salto hidráulico, si el gasto que circula en el canal es de $Q=5.0\text{m}^3/\text{s}$, el ancho de canal es de $b=3.0\text{m}$, y su tirante conjugado menor $y_1=0.3\text{m}$.



Sol:

Conocemos es conjugado menor, entonces calculemos el número de Froude en sección 1.

$$F_{R1}=V/\sqrt{(gy_1)}=(Q/A)/\sqrt{(gy_1)}=(5/0.3*3)/\sqrt{(9.81*0.3)}=3.24 > 1.0 \rightarrow R. \text{ supercrítico.}$$

$$y_2=(0.3/2)*\sqrt{(1+8*3.24^2)-1}=1.23\text{m}. F_{R2}=(5/1.2*3)/\sqrt{(9.81*1.23)}=0.12 < 1.0 \rightarrow R. \text{ subcrítico.}$$

$$E_2=E_3 + \Delta Z \quad E_2=y_2+V_2^2/2g=1.23 + 1.36^2/19.62=1.32\text{m}.$$

Para tramos muy largos $y_2=y_3$, utilizamos la ecuación de Manning.

$$Qn/S^{1/2}=AR_H^{2/3}=(5*0.014)/0.001^{1/2}=2.21$$

Ahora con iteraciones encontraremos el tirante y_3

y_3	A	$R_H^{2/3}$	$AR_H^{2/3}$	2.21
1.0	3.0	0.719	2.157	<
1.025	3.075	0.718	2.21	=

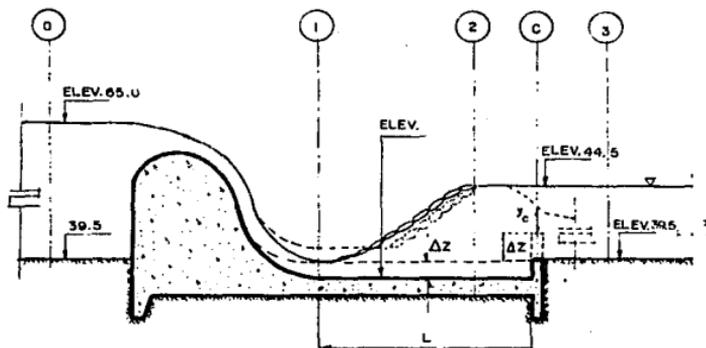
$$E_3=1.025+1.63^2/19.62=1.16\text{m} \quad \Delta Z=E_2-E_3=1.32-1.16=0.16\text{m}.$$

$$\Delta Z=0.16\text{m}.$$

Ejemplo IV.6:

Un gasto $Q = 125 \text{ m}^3/\text{s}$ se derrama sobre un vertedor, de una longitud de cresta $L = 15 \text{ m}$, hasta un tanque amortiguador de sección rectangular del mismo ancho. El nivel aguas arriba del vertedor corresponde a una elevación igual a 65 m , y el nivel aguas abajo del lecho del río corresponde a una elevación igual a 44.50 m .

- Determine la elevación del piso del tanque amortiguador necesaria para formar un salto hidráulico dentro del tanque, así como la longitud del salto hidráulico. Considerar pérdidas de energía $h_f = 0$.
- Calcular el ancho y longitud del tanque amortiguador necesarios para que la elevación de su fondo sea 39.50 m .
- Si no modificar la elevación del inciso anterior, calcular la altura que debe tener un umbral (ΔZ) en el fondo y al final del tanque para forzar el salto hidráulico. Considerar que sobre dicho umbral se forma el tirante crítico.



Sol:

a)

Aplicando la ecuación de la energía entre "0" y "1", sin considerar pérdidas de energía

$$\Delta Z + y_0 + V_0^2/2g = y_1 + V_1^2/2g \quad ; \quad V_0 = Q/A_0 = 125/(15 \cdot 25.5) = 0.33 \text{ m/s} \quad ; \quad V_0^2/2g = 0.0056 \text{ m}.$$

Las incógnitas las dejamos en el primer miembro:

$$y_1 + V_1^2/2g - \Delta Z = 25.506 \quad ; \quad V_1 = Q/(y_1 \cdot 15).$$

$$y_1 + Q^2/[(y_1 \cdot 15)^2 \cdot 2g] - \Delta Z = 25.506 \text{ m}.$$

$$y_1 + 69.44/(2gy_1^2) - \Delta Z = 25.506 \text{ m} \quad \dots \dots \dots (I)$$

$$y_2 = (y_1/2) \cdot (\sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 1) \quad \dots \dots \dots (II)$$

Aplicando ecuación de la energía entre sección "2" y "3".

$$y_2 + V_2^2/2g = \Delta Z + y_3 + V_3^2/2g \quad ; \quad V_2 = 125/(15 \cdot 5) = 1.67 \text{ m/s} \quad ; \quad V_2^2/2g = 0.14 \text{ m}.$$

Las incógnitas las dejamos en el primer miembro:

$$y_2 + V_2^2/2g \cdot \Delta Z = 5.14 \text{ m.} \quad \dots \dots \dots \text{(III)}$$

Para encontrar la solución de este tipo de problemas se tiene que iterar; es decir se propone un ΔZ se sustituye en ecuación I, con y_1 encontrado, se calcula el número de F_{R1} , se sustituye en ecuación II y se encuentra y_2 , con este y_2 encontrado lo sustituimos en ecuación III, despejando el ΔZ y lo comparamos con el ΔZ propuesto, hasta que se igualen.

Proponemos $\Delta Z = 0.5 \text{ m}$ y sustituimos en (I).

$$y_1 + 69.44/(y_1^2 \cdot 2g) = 25.506 + 0.5 = 26.006 \text{ m.} ; y_1 + 3.54/y_1^2 = 26.006 \text{ m.}$$

$y_1^3 - 26.006y_1^2 + 3.54$, encontramos sus raíces, dos positivas y una negativa, tomamos la más lógica de las positivas: $y_1 = 0.370 \text{ m}$.

Sustituimos en (II) y encontramos $y_2 = 6.0 \text{ m}$.

Sustituimos en (III), despejando ΔZ tenemos:

$$\Delta Z = 6.0 + 125^2/(15^2 \cdot 6^2 \cdot 19.62) - 5.14 = 0.96 \text{ m.}$$

resulta diferente al ΔZ propuesto, volvemos a proponer otro valor de ΔZ .

Proponemos $\Delta Z = 0.97$, sustituimos en (I), resulta $y_1 = 0.368 \text{ m}$.

Sustituimos en (II) y resulta $y_2 = 6.02 \text{ m}$, sustituimos en (III), y $\Delta Z = 0.97$, que es igual al propuesto, por lo tanto es la solución.

Elevación del piso del tanque = $39.5 - 0.97 = 38.53 \text{ m}$.

Para calcular la longitud del salto con Froude de sección 1 en tabla 4.1 pág.139 (referencia 1), con $F_{R1} = 11.92 \rightarrow L/y_2 = 6.1$

$$L = 6.1 \cdot 6.02 = 36.7 \text{ m.}$$

b)

$$q = Q/b \quad \dots \dots \dots \text{(IV)}$$

Energía entre "0" y "1".

$$y_0 + V_0^2/2g = y_1 + V_1^2/2g$$

sustituimos datos:

$$25.5 + 0.0054 = y_1 + V_1^2/2g ; V_1 = Q/A_1 = Q/y_1, b = qb/y_1, b = q/y_1 ; V_1^2/2g = q^2/(19.52y_1^2)$$

$$y_1 + q^2/(19.62y_1^2) = 25.505 \quad \dots \dots \dots \text{(V)}$$

$$y_2 = (y_1/2) \cdot [\sqrt{1 + 8F_{R1}} - 1] \quad \dots \dots \dots \text{(VI)}$$

Energía entre "2" y "3"

$$y_2 + V_2^2/2g = y_3 + V_3^2/2g ; V_3 = Q/A_3 = 125/by_3 = 125/(5b) = 25/b ; V_3^2/2g = (25/b)^2/19.62 = 31.85/b^2$$

sustituimos datos:

$$y_2 + V_2^2/2g - 31.85/b^2 = 5$$

$$y_2 + q^2/(19.62y_2^2) - 31.85/b^2 = 5$$

despejamos "b"

$$b = \sqrt{31.85/(y_2 + q^2/(19.62y_2^2) - 5)} \quad \dots \dots \dots \text{(VII)}$$

La solución consiste en proponer un ancho "b", lo sustituimos en ecuación (IV), con el valor de gasto unitario "q" resultante lo sustituimos en ecuación (V) y despejamos a y_1 , calculamos F_{R1} , entonces estos valores los sustituimos en ecuación (VI), conociendo a y_2 , finalmente con este tirante y_2 conocido lo sustituimos en ecuación (VII), junto con el valor "q" de ecuación (IV). Las iteraciones terminan cuando en valor de "b" propuesto en ecuación (IV) es igual al valor "b" resultante de ecuación (VII).

Proponemos $b=21.5\text{m}$, sustituimos en (IV).

$$q=125/21.5=5.81\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$$

sustituimos en (V).

$$y_1+5.81^2/(19.62y_1^3)=25.505$$

$$y_1+1.72/y_1^3=25.505$$

desarrollando:

$$y_1^3-25.505y_1^3+1.72=0$$

resultan 3 raíces, 2 positivas y una negativa, la solución es la positiva lógica.

$$y_1=0.261\text{m}, \quad F_{R1}=13.91 > 1.0 \rightarrow \text{régimen supercrítico.}$$

sustituimos en (VI), y resulta que $y_2=5.0\text{m}$.

Este valor de $y_2=5.0$ y $q=5.81$ los sustituimos en (VII), donde $b=21.51\text{m}$.

Entonces como "b" propuesto es igual a "b" resultante, esta es la solución.

Ahora para conocer la longitud del tanque amortiguador consultamos la gráfica 2.10.141 de la referencia 3, para $F_{R1} > 4.5$ y $V_1 > 15\text{m/s}$ que es nuestro caso, entonces:

$$L/y_2=4.3 ; \quad L=4.3*5=21.5\text{m}.$$

c)

Energía entre "2" y "C"

$$y_2+V_2^2/2g=y_c+V_c^2/2g+\Delta Z ; \quad E_{mínima}=y_c+V_c^2/2g=(3/2)y_c ; \quad y_c=\sqrt[3]{(q^2/g)}=\sqrt[3]{(5.81^2/9.81)}=1.51\text{m}.$$

$$E_{mínima}=(3/2)*1.51=2.265\text{m}.$$

Como conocemos las condiciones en la sección "2", simplemente despejamos Z

$$\Delta Z=5+0.0688-2.265=2.8\text{m}.$$

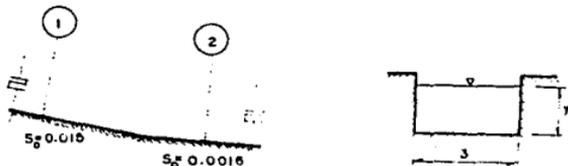
Ejemplo IV.7:

Un canal rectangular se encuentra revestido de concreto ($n=0.015$) y conduce un gasto $Q=11.5\text{m}^3/\text{s}$.

El canal esta formado por dos tramos como se muestra en la figura.

a) Determinar los tirantes que se formaran en cada uno de los tramos.

b) Si ocurre salto hidráulico indicar si éste es claro, barrido o ahogado.



Sol:

a) De ecuación de Manning en sección *1*.

$$Qn/S^{1/2} = AR_m^{2/3}$$

$$Qn/S^{1/2} = (11.5 * 0.015) / 0.015^{1/2} = 1.41$$

y	$AR_m^{2/3}$	
1.0	2.13	>
0.75	1.41	=

El tirante en la sección *1* aguas arriba del cambio de pendiente es $y = 0.75$ m.

$$\text{Sección 2 ; } Qn/S^{1/2} = (11.5 * 0.015) / 0.0016^{1/2} = 4.31$$

y	$AR_m^{2/3}$	
1.5	3.71	<
1.68	4.31	=

El tirante en la sección 2 , aguas abajo del cambio de sección es $y = 1.68$ m.

b) Calcularemos el número de Froude en las dos secciones:

$$\text{Sección 1 } F_r = V / \sqrt{gy} = (Q/A) / \sqrt{(gy)} = [11.5 / (3 * 0.75)] / \sqrt{(9.81 * 0.75)} = 1.88$$

1.88 > 1.00 → R. supercrítico

$$\text{Sección 2 } F_r = [11.5 / (3 * 1.68)] / \sqrt{(9.81 * 1.68)} = 0.56$$

$$0.56 < 1.0 \rightarrow \text{R. subcrítico}$$

Para que se presente salto hidráulico $M_1 = M_2$

$$M_1 = (0.375 * 2.25) + 11.5^2 / (2.25 * 9.81) = 6.84 \text{ m}^3$$

$$M_2 = (0.84 * 5.04) + 11.5^2 / (5.04 * 9.81) = 6.91 \text{ m}^3$$

Como $M_1 \approx M_2$, si ocurre un salto hidráulico.

Para conocer que tipo de salto se presenta , calcularemos el conjugado mayor, conocido el conjugado menor y_1 .

$$y_2 = (0.75/2) * (\sqrt{1 + 8 * 1.88^2} - 1) = 1.68 \text{ m.}$$

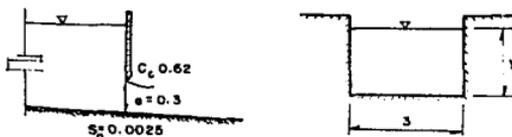
Como el conjugado mayor es aproximadamente igual que el tirante normal en la sección dos , el salto hidráulico es claro.

Ejemplo IV.8:

Un canal rectangular conduce un gasto $Q=5.5 \text{ m}^3/\text{s}$ con una pendiente $S_0=0.0025$, un ancho de canal $b=3.0\text{m}$, y esta excavado en tierra con $n=0.025$. El canal tiene en una sección determinada una compuerta como lo muestra la figura ($C_c=0.62$), $a=0.3\text{m}$.

a) Calcule si habrá salto hidráulico, justifique su respuesta.

b) Si se presenta el salto hidráulico, calcule cual sería el conjugado menor, e indique si el salto se barre, se ahoga ó es claro.



Sol:

a) Calculemos el tirante después de la compuerta $y_{n1} = C_c \cdot a = 0.62 \cdot 0.3 = 0.186\text{m}$.

$$A_{n1} = 3.0 \cdot 0.186 = 0.558\text{m}^2 ; V_{n1} = 5.5 / 0.558 = 9.86\text{m/s}$$

$$F_{r1} = 9.86 / \sqrt{9.81 \cdot 0.186} = 7.3 > 1.0 \rightarrow \text{Régimen supercrítico.}$$

Con Manning calculamos el tirante y_{n2} .

$$Qn/S_0^{1/2} = (5.5 \cdot 0.025) / 0.0025^{1/2} = 2.75 = AR_{n2}^{2/3}$$

Iteramos, proponiendo tirantes hasta que se cumpla esta igualdad, resultando:

$$y_{n2} = 1.2\text{m.}$$

$$A_{n2} = 3.0 \cdot 1.2 = 3.6\text{m}^2 ; V_{n2} = 5.5 / 3.6 = 1.53\text{m/s}$$

$$F_{r2} = 1.53 / \sqrt{9.81 \cdot 1.2} = 0.44 < 1.0 \rightarrow \text{Régimen subcrítico.}$$

Calculo del tirante crítico:

$$y_c = \sqrt[3]{Q^2 / (gb^2)} = \sqrt[3]{(5.5^2) / (9.81 \cdot 3.0^2)} = 0.7\text{m.}$$

Calculo de pendiente crítica:

$$S_c = ((V_c \cdot n) / R_{nc}^{2/3})^2 = ((2.62 \cdot 0.025) / 0.48^{2/3})^2 = 0.0114.$$

Si se presenta un salto hidráulico, ya que se cumplen las siguientes condiciones:

y_{n2} esta en régimen subcrítico, $F_{r2} < 1.0$, $y_{n1} > y_c$, $S_0 < S_c$, $y_{n1} < y_c$.

b) $y_{n2} = 1.2\text{m}$.

$$y_1 = y_2 / 2 \cdot \sqrt{(1 + 8F_{r2}^2) - 1} = (1.2/2) \cdot \sqrt{(1 + 8 \cdot 0.44^2) - 1} = 0.36\text{m} \rightarrow \text{conjugado menor.}$$

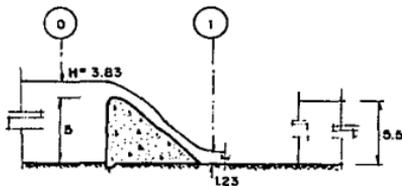
$$y_1 < y_{n1} = 0.186\text{m.}$$

$$\text{Para } y_{n1} = 0.186\text{m}; y_2 = (y_1/2) \cdot \sqrt{(1 + 8F_{r1}^2) - 1} = (0.186/2) \cdot \sqrt{(1 + 8 \cdot 7.3^2) - 1} = 1.829\text{m.}$$

Como $y_2 > y_{n2}$ el salto que se presenta es BARRIDO.

Ejemplo IV.9:

En un río suficientemente ancho se a instalado un cimacio para levantar el nivel del agua que fluye en el río con un tirante de $y_{10} = 5.5\text{m}$. Se desea revisar si al pie del cimacio es necesario un tanque amortiguador teniendo en cuenta que el gasto unitario es $q = 15\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ y que la altura del cimacio es de 5.0m. No considere pérdidas de energía ni carga de velocidad en el cimacio.



Sol:

Ecuación de cimacio para calculo de gasto:

$$Q = CLH^{3/2} \quad ; \quad Q/L = q = CH^{3/2} \quad ; \quad \text{si } C = 2 \\ H = (q/C)^{2/3} = (15/2)^{2/3} = 3.83\text{m}.$$

Planteando la ecuación de la energía entre "0" y "1".

$$5 + H = y_1 + V_1^2/2g \quad ; \quad Q = VA = V(by) \quad ; \quad Q/b = q = Vy \quad ; \quad V = q/y \\ 5 + 3.83 = y_1 + q^2/(2gy_1^2)$$

Sustituyendo valores y desarrollando:

$$y_1^3 - 8.83y_1^2 + 11.48 = 0 \\ \text{despejando } y_1 = 1.23\text{m}$$

Calculo de F_{r1} :

$$F_{r1} = V_1 / (\sqrt{gy_1}) = q / (y_1 \sqrt{gy_1}) = 15 / [1.23 \sqrt{(1.23 \cdot 9.81)}] = 3.51 > 1.0 \rightarrow \text{Rég. supercrítico.}$$

Calculo de tirante crítico y_c

$$y_c = \sqrt[3]{(q^2/g)} = \sqrt[3]{(15^2/9.81)} = 2.84\text{ m}$$

Veamos el régimen del río:

$$F_{r0} = 15 / [5.5 \sqrt{(9.81 \cdot 5.5)}] = 0.37 < 1.0 \rightarrow \text{Rég. subcrítico}$$

Por lo tanto si existe salto hidráulico, ahora veamos si hay necesidad de instalar un tanque amortiguador, ya que si el salto es barrido o ahogado, se tendrá que instalar para confinar el salto justo al pie del cimacio, y si es claro no habrá necesidad:

Calculo del conjugado mayor:

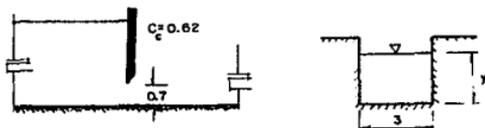
$$y_2 = 1.23/2 * (\sqrt{(1 + 8 * 3.51^2)} - 1) = 5.52\text{m}.$$

Se observa que $y_2 = y_{10}$ por lo tanto el salto se considera claro, entonces, no hay necesidad del tanque amortiguador.

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

Ejercicio IV.10:

Un canal de sección rectangular conduce un gasto de $Q=15\text{m}^3/\text{s}$ y tiene en una sección una compuerta que en un momento dado se baja para dejar una abertura de 0.7m . Determinar la pendiente del canal para que se produzca un salto al pie de la compuerta, si el ancho del canal es $b=3.0\text{m}$, $n=0.015$, $C_c=0.62$.



Sol:

El tirante conjugado menor es obligado en la compuerta, $y_1 = C_c \cdot a = 0.62 \cdot 0.7 = 0.434\text{m}$.

$V_1 = Q/(b \cdot y_1) = 15/(3 \cdot 0.434) = 11.52\text{m/s}$; $F_{r1} = 11.52/(\sqrt{9.81 \cdot 0.434}) = 5.58 > 1.0 \rightarrow$ Régimen supercrítico.

Calculo de y_2 :

$$y_2 = 0.434/2 \cdot (\sqrt{1 + 8 \cdot 5.58^2} - 1) = 3.21\text{m}$$

Para el tirante conjugado menor de $y_1 = 0.434\text{m}$, le corresponde un conjugado mayor de $y_2 = 3.21\text{m}$. que a la vez pasa a ser el tirante normal.

Calculo de la pendiente normal, al pie de la compuerta:

$$S = [Qn/AR_h^{2/3}]^2$$

$$A = 3 \cdot 3.21 = 9.63\text{m}^2 \quad ; \quad P = 3 + 2 \cdot 3.21 = 9.42\text{m} \quad ; \quad R_h = 1.02\text{m}$$

$$S = [(15 \cdot 0.015)/(9.63 \cdot 1.02^{2/3})]^2 = 0.0005317$$

Ejemplo IV.11:

Demuestre que conocido régimen supercrítico (y_1, V_1, F_{r1}), podemos conocer condiciones de régimen subcrítico:

Sol:

Partimos de la ecuación general para salto hidráulico:

$$Z_{o1} A_1 + Q^2/gA_1 = Z_{o2} A_2 + Q^2/gA_2$$

sustituimos los datos en esta ecuación:

$$y_1/2 \cdot b y_1 + Q^2/gb y_1 = b y_2^2/2 + Q^2/gb y_2$$

$$b y_1^2/2 - b y_2^2/2 + Q^2/gb \cdot (1/y_2 - 1/y_1) = 0$$

$$b/2 \cdot (y_2^2 - y_1^2) + Q^2/gb \cdot [(y_1 - y_2)/y_2 y_1] = 0$$

$$b/2 \cdot (y_2^2 - y_1^2) - Q^2/gb \cdot [(y_2 - y_1)/y_2 y_1] = 0$$

Multiplicando por (2/b)

$$(y_2^2 - y_1^2) - 2Q^2/gb^2 * [(y_2 - y_1)/y_2 y_1] = 0$$
$$(y_2 + y_1) * (y_2 - y_1) - 2Q^2/gb^2 * [(y_2 - y_1)/y_2 y_1] = 0$$

Dividiendo entre $(y_2 - y_1)$

$$(y_2 + y_1) - 2Q^2/(gb^2 y_1) = 0$$

Multiplicando por (y_2/y_1^2)

$$y_2^2/y_1^2 + y_2/y_1 - 2Q^2/(gb^2 y_1^3) = 0$$

Sabemos que de la ecuación de continuidad $Q = V * (by)$, por lo tanto sustituimos en ecuación anterior:

$$y_2^2/y_1^2 + y_2/y_1 - 2V^2/gy_1 = 0$$

$$y_2^2/y_1^2 + y_2/y_1 - 2F_1^2 = 0$$

Esta ecuación es del tipo $Ax^2 + Bx + c = 0$, donde la solución de ecuaciones de segundo grado mediante la fórmula general es:

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Por lo tanto nuestra ecuación queda de la siguiente forma:

$$y_2/y_1 = [-1 + \sqrt{(1 + 8F_1^2)}] / 2$$

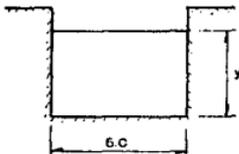
Despejando y_2 que es lo que nos interesa.

$$y_2 = [y_1 / 2 * \sqrt{(1 + 8F_1^2)} - 1] \rightarrow \text{l.q.q.d.}$$

IV.5 PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema IV.1:

Un canal rectangular de $b=6\text{m}$. de ancho, transporta un gasto $Q=11\text{m}^3/\text{s}$ de agua y descarga en una solera protectora de 6m . de ancho, de pendiente nula, con una velocidad media $V=6\text{m/s}$.Calcular la altura del salto hidráulico, además de la pérdida de energía.



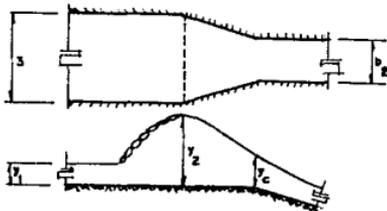
Sol: $h=1.04\text{m}$, $\Delta E=0.7\text{m}$

Problema IV.2:

Demuestre que en un canal rectangular, la pérdida de energía $\Delta E=(y_2-y_1)^3/(4y_2y_1)$.

Problema IV.3:

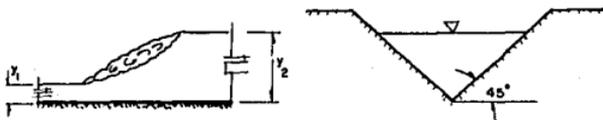
Un canal rectangular de 3.0m . de ancho conduce un gasto de $14\text{m}^3/\text{s}$, con un tirante de 0.6m . en flujo uniforme .El canal reduce su ancho en el extremo final con el objeto de producir un salto hidráulico. Calcular el ancho final de la reducción requerido para que el salto se forme Inmediatamente aguas arriba del cambio de sección.



Sol : $b=1.93\text{m}$.

Problema IV.4

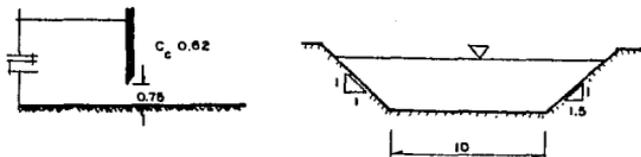
Un salto hidráulico ocurre en un canal triangular con lados inclinados a 45° respecto de la horizontal. Los tirantes aguas arriba y aguas abajo son $y_1=0.9\text{m}$. y $y_2=1.2\text{m}$. respectivamente. Calcular el gasto en el canal.



Sol : $Q=2.46\text{m}^3/\text{s}$

Problema IV.5:

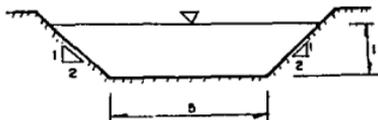
Un canal con pendiente $S=0.0002$, conduce un gásto $Q=50\text{m}^3/\text{s}$ cuando tiene un tirante normal $y_n=2.06\text{m}$ y un coeficiente de rugosidad de Manning $n=0.01$. Si se supone una compuerta Intermedia con una abertura $a=0.75\text{m}$. analizar la posibilidad de que se produzca un salto hidráulico, justificando su respuesta. Considere $C_c=0.62$ para la compuerta.



Sol: Se produce un salto barrido, ya que el $y_2=2.7\text{m} > y_n=2.06$, por lo tanto, como la energía es mayor en la sección "2", que en la sección del tirante normal "2'", el salto se barre hacia la derecha. La ubicación exacta del salto se estudiará en el capítulo V.

Problema IV.6:

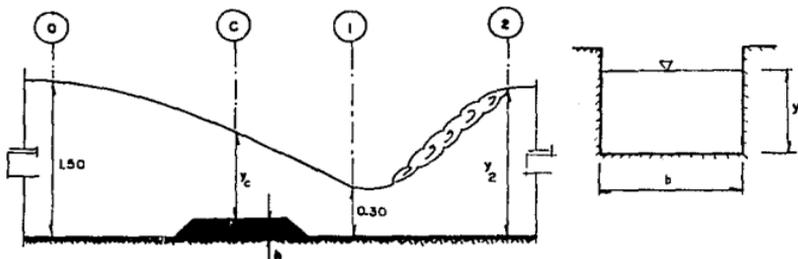
En un canal trapecial con taludes 2:1 circula un gásto de $Q=100\text{m}^3/\text{s}$ y un ancho de plantilla $b=5.0\text{m}$, si el tirante del flujo aguas arriba es de $y_1=1.0\text{m}$. Determine el tirante del flujo aguas abajo que provoque un salto hidráulico.



Sol: $y_2=4.2\text{m}$.

Problema IV.7:

La figura siguiente muestra la situación de flujo en un canal rectangular. Calcule y_c , h , y_2 , si en la sección "C" se presenta y_c .



Sol.: $y_c = 0.608\text{m}$, $h = 0.638\text{m}$, $y_2 = 1.084\text{m}$.

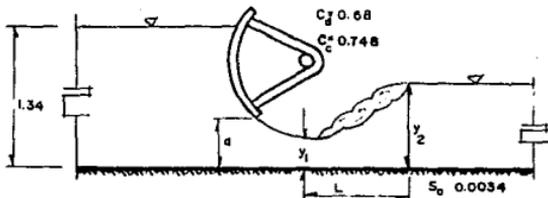
Problema IV.8:

Mostrar que para las características de M_{min} , se presenta el régimen crítico.

Sol.: $Q^2/q = A^3/B$.

Problema IV.9:

La compuerta radial de 4.50m. de ancho, descarga agua a un canal rectangular del mismo ancho, excavado en tierra con $n=0.026$ (Manning). Calcule:



- La abertura "a" de la compuerta, los tirantes conjugados y el gasto que transporta el canal; de tal forma que el salto se presente al pie de la compuerta.
- Las características del salto.
- La pendiente mínima necesaria para eliminar el salto hidráulico en el canal.

Sol :

a) $a=0.75\text{m}$, $y_1=0.56\text{m}$, $y_2=1.32\text{m}$, $Q=11.7\text{ m}^3/\text{s}$.

b) $L=5.74\text{m}$, $h_1=0.76\text{m}$, $\Delta E=0.148\text{m}$.

c) $S_{\text{min}}=0.0423$.

V FLUJO GRADUALMENTE VARIADO.

V. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO.

V.1 CARACTERISTICAS Y CLASIFICACION DE LOS PERFILES DE FLUJO.

Cuando el tirante varía gradualmente con la distancia longitudinal de un canal, se dice que el flujo es gradualmente variado. Estas situaciones ocurren aguas arriba o abajo de las secciones de control.

En flujo gradualmente variado puede ser acelerado ó retardado. En la figura siguiente se muestran ejemplos de este tipo de flujos.



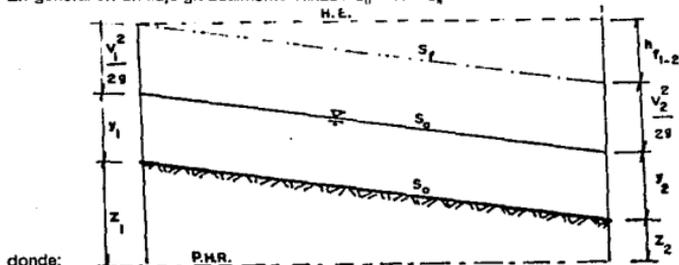
a). Acelerado

b). retardado ó desacelerado

Fig. V.1.1 Ejemplos de flujo gradualmente variado.

El flujo permanente espacialmente variado es un flujo en el cual el gasto varía con la distancia longitudinal. Estas situaciones se presentan en vertedores de canal lateral, colectores de escurrimiento pluviales, etc.

En general en un flujo gradualmente variado $S_0 \neq S_1 \neq S_2$



donde:

S_1 .- pendiente de la línea de energía (pendiente de fricción).

S_2 .- pendiente de la superficie libre del agua.

S_0 .- pendiente de la superficie del canal.

	PEND. NEGATIVA	PEND. HORIZ.	PENDIENTE	POSITIVA	$S_0 > 0$
	$S_0 < 0$	$S_0 = 0$ $y_n > y_c$	Supercrítica $y_n < y_c$	Crítica $y_n = y_c$	Subcrítica $y_n > y_c$
PERFILES EN LA ZONA 1 $y > y_n$ $S_0 > S_1$ $y > y_c$ $Fr^2 < 1$					
PERFILES EN LA ZONA 2 $y_n^1 > y_n^2 > y_c$ $S_0 \leq S_1$ $Fr^2 \leq 1$ $y_n^1 > y_n^2 > y_n$ $S_0^1 > S_1$ $Fr^2 > 1$					
PERFILES EN LA ZONA 3 $y < y_n$ $S_0 < S_1$ $y < y_c$ $Fr^2 > 1$					

TABLA V.1. Clasificación de los perfiles en flujo gradualmente variado. (tomada de la referencia 1).

Como se demuestra en la referencia 1, la variación gradual del tirante con la distancia longitudinal de un canal esta dada por:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \quad (\text{Ec. dinámica de flujo gradualmente variado}) \quad \text{---(Ec. V.1)}$$

La primera clasificación de los perfiles de flujo gradualmente variado fue hecha por Bakhmetaff, y está basada en la pendiente del canal y la "zona" en que se aloja el perfil. En la tabla V.1 se presenta la clasificación de estos perfiles.

V.2 SECCIONES DE CONTROL.

Se define como control cualquier mecanismo que fija una relación única "y-Q". son controles los cimacios, vertedores, compuertas, caldas, etc.

La existencia de controles en los canales da lugar al flujo variado (o también llamado flujo no uniforme). Este escurrimiento es el más común en la practica.

Para resolver un problema de flujo gradualmente variado se determina inicialmente que tipos de controles existen a lo largo del canal, así como el tirante normal (si existe) y el tirante crítico; se clasifica el perfil y se determina el sentido de cálculo

El cálculo del perfil de la superficie libre del agua consiste en obtener los tirantes a lo largo del canal resolviendo la ecuación V.1, con las condiciones de frontera (controles) adecuadas. Así, en régimen supercrítico ó rápido, el control está aguas arriba y el cálculo del perfil debe hacerse hacia aguas abajo (perfiles H_3, M_3, C_3, S_3, A_3); en régimen subcrítico, el control está aguas abajo y la integración debe hacerse hacia aguas arriba (perfiles H_2, M_2, C_2, S_2, A_2).

En la referencia 1 puede consultarse los métodos para el cálculo de perfiles. Los métodos que se aplicarán en está tesis para la solución de los ejercicios son:

- Método de integración gráfica.
- Método del paso directo.
- Método de incrementos finitos.

CAPACIDAD DE CONDUCCION DE UN CANAL. FUNCIONAMIENTO HIDRAULICO DE UN CANAL DE COMUNICACION ENTRE DOS ALMACENAMIENTOS.

Se tienen tres casos, los cuales se clasifican de acuerdo con la magnitud de tres variables,son:

- 1). Tirante y_1 constante.
- 2). Tirante y_2 constante.
- 3). Gasto Q constante.

V.3 FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO. (GASTO CRECIENTE EN LA DIRECCION DEL FLUJO)

Hasta el momento se han tratado problemas en los cuales el gasto permanece constante en la dirección del movimiento. Sin embargo, se presenta en la práctica otro tipo de flujo en el que el gasto del canal aumenta ó disminuye en la dirección del escurrimiento (por la entrada ó salida de un gasto de aportación ó desviación).

El flujo espacialmente variado es el resultado del aumento ó reducción del gasto en la dirección del flujo.

En el flujo espacialmente variado de gasto creciente, la mayor parte de la pérdida de energía se debe a la mezcla turbulenta del agua agregada y del agua fluyendo en el canal (en la mayoría de los casos ésta pérdida de energía es relativamente grande y difícil de evaluar), por ésta razón es más adecuada la aplicación del principio de cantidad de movimiento en el análisis del fenómeno.

ECUACION DINAMICA PARA FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO.-

Se consideran las siguientes hipótesis:

- Flujo unidimensional
- Distribución de velocidades en la sección transversal del canal, constante y uniforme ($\alpha = \beta = 1.0$)
- S_0 del canal colector, pequeña, por lo tanto $y = d$
- Las líneas de corriente se mantienen paralelas en la dirección del movimiento, ó bien la curvatura de éstas es despreciable, por lo que la distribución de presiones sigue la ley hidrostática.

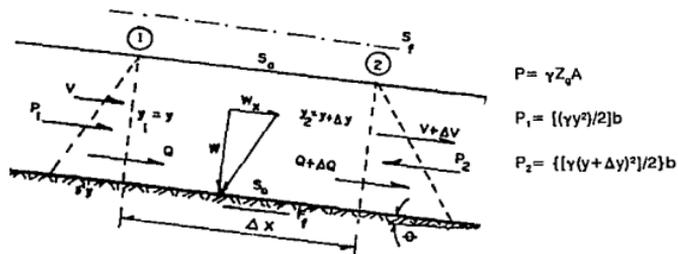


Fig. V.3.1 Distribución de presiones en flujo espacialmente variado.

$$P_1 - P_2 = \frac{\gamma y^2 b}{2} - \left(\frac{\gamma y^2 b}{2} + \frac{2\gamma y \Delta y b}{2} + \frac{\gamma \Delta y^2 b}{2} \right) = \gamma y \Delta y b - \gamma A \Delta y \quad \text{---(1)}$$

$W_x = W \sin \theta$; pero $\sin \theta = S_0$

$A = A_m = (A_1 + A_2)/2$; $A_2 = A_1 + dA$ $\therefore A = (A_1 + A_1 + dA)/2 = A_1 + (dA/2)$

$W_x = \gamma [A_1 + (dA/2)] \Delta x \sin \theta = \gamma A \Delta x S_0$ ---(2)

$F_f = \tau A = \tau P \Delta x = \tau (A/R_h) \Delta x$

del capítulo II: $\gamma A \Delta x \sin \theta = \tau P \Delta x \Rightarrow \tau = \gamma R_h S_0$

$\therefore F_f = \gamma R_h S_0 (A/R_h) \Delta x = \gamma A \Delta x S_0$ ---(3)

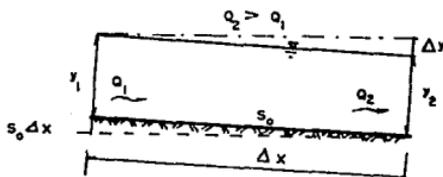
de la ecuación de impulso y cantidad de movimiento: $\Sigma F = \rho(\Sigma QV)$

$-\gamma A \Delta y - \gamma A \Delta x S_0 + \gamma A \Delta x S_0 = (\gamma/g)(-QV) + (\gamma/g)(Q + \Delta Q)(V + \Delta V)$

$-A \Delta y + A \Delta x (S_0 - S_1) = -(QV)/g + (1/g)(QV + Q \Delta V + \Delta QV + \Delta Q \Delta V)$

$A \Delta x (S_0 - S_1) - A \Delta y = (Q \Delta V)/g + [(V + \Delta V) \Delta Q]/g$

$(1/g)[Q \Delta V + \Delta Q(V + \Delta V)] = A(S_0 - S_1) \Delta x - A \Delta y$ ---(4)



de la figura:

$$y' = S_0 \Delta x + y_1 - y_2 \quad \text{---(Ec. V.2)}$$

$Q_2 = Q_1 + \Delta Q$; $V_2 = V_1 + \Delta V$

$\Delta Q = Q_2 - Q_1$; $\Delta V = V_2 - V_1$

sustituyendo en (4):

$[1/(Ag)][Q_1(V_2 - V_1) + (Q_2 - Q_1)(V_2)] = (S_0 - S_1) \Delta x - \Delta y$; $\Delta y = y_2 - y_1$

$[1/(Ag)][Q_1(V_2 - V_1) + (Q_2 - Q_1)(V_2)] = S_0 \Delta x - S_1 \Delta x - \Delta y = S_0 \Delta x - S_1 \Delta x - (y_2 - y_1)$ ---(5)

sustituyendo (5) en (V.2):

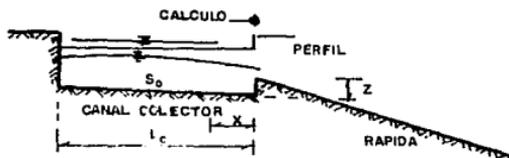
$$\begin{aligned} [1/(Ag)][Q_1(V_2-V_1) + (Q_2-Q_1)(V_2)] &= S_0\Delta x + y_1 y_2 S_1 \Delta x = \Delta y' - S_1 \Delta x \\ [Q_1/(Ag)][(V_2-V_1) + (V_2/Q_1)(Q_2-Q_1)] &= \Delta y' - S_1 \Delta x \end{aligned}$$

donde: A. - área media; $A = Q_m/V_m = (Q_1 + Q_2)/(V_1 + V_2)$

finalmente:

$$\Delta y' = \left(\frac{Q_1}{g}\right) \left[\frac{(V_1 + V_2)}{(Q_1 + Q_2)} \right] \left[(V_2 - V_1) + \frac{V_2}{Q_1} (Q_2 - Q_1) \right] + S_1 \Delta x \quad \text{---(Ec. V.3)}$$

Procedimiento de cálculo:



$q^* = Q_m/L_c$ (gasto unitario por longitud de cresta del cimacio).

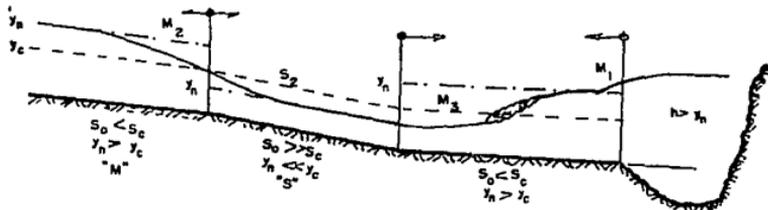
- 1) En la sección de control calcular: $y_c \rightarrow Q^2/g = A^3/B$.
para asegurar régimen subcrítico aguas arriba de la sección de control, se acostumbra construir un escalón de altura Δz , entre el canal colector y la rápida
- 2) calcular el tirante inmediato aguas arriba de la sección de control ($h_f=0$).
 $y_2 + v_2^2/2g = y_c + v_c^2/2g + \Delta z$ (siempre y cuando exista escalón).
- 3) Fijar secciones de cálculo en el canal colector, dando valores a Δx (se sugiere tener de 5 a 10 secciones de cálculo).
- 4) En la ecuación V.2 se supone un valor de $\Delta y'$ y se calcula el valor de " y_1 ".
- 5) Con el valor de y_1 calcular A_1 .
- 6) $Q_1 = Q_2 - q^* \Delta x$.
- 7) SE obtiene $V_1 = Q_1/A_1$; V_m ; R_{m1} y se calcula $S_{m1} = [(V_m n)/R_{m1}^{2/3}]^2$
- 8) Se aplica la ecuación V.3 y se obtiene $\Delta y'$ calculado.
- 9) Se compara Δy calculado con el $\Delta y'$ supuesto (inciso 4):
-Si Δy calculado = $\Delta y'$ supuesto (y_1 es el tirante correcto y se pasa a la siguiente sección cambiando subíndices).
-Si Δy calculado $\neq \Delta y'$ supuesto, se introduce Δy calculado en la ecuación V.2 y se continúa en el paso 5.
- 11) Se sigue el procedimiento hasta terminar con todas las secciones de cálculo propuestas.

V.4 EJEMPLOS RESUELTOS.

Ejemplo V.1:

Analizar los posibles perfiles, suponiendo sección constante y tramos suficientemente largos, indique dirección de cálculo para cada perfil.

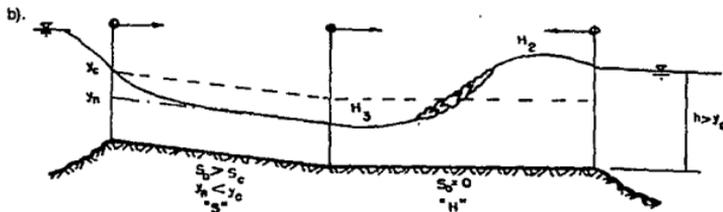
a).



Antes que nada hay que aclarar que el tirante crítico permanece constante a lo largo de todo el canal.

Siendo la zona de descarga una sección de control, el perfil se genera hacia aguas arriba de la sección 3 (debido a que el régimen es supercrítico); ya que el nivel en la zona de descarga es mayor que el tirante normal, generando el perfil M_1 , que termina en la zona donde se produzca el salto hidráulico. En el cambio de pendiente, del tramo 2 a 3, se tiene una sección de control, en la cual el análisis se hará aguas abajo, generando el perfil M_3 .

Del tramo 1 a 2, existe un cambio de pendiente, por lo que en ese lugar se tiene una sección de control, que controla el régimen en los dos tramos; para régimen subcrítico (tramo 1), se generan los perfiles hacia aguas arriba, y para régimen supercrítico hacia aguas abajo. Por lo que en el tramo 1 se tiene que el agua llega con tirante normal, y en la sección de control deberá pasar por el crítico, generando ello un perfil del tipo M_2 . En el tramo 2, del tirante crítico deberá tomar el normal, el cual se encuentra abajo del crítico, lo cual genera un perfil tipo S_2 .

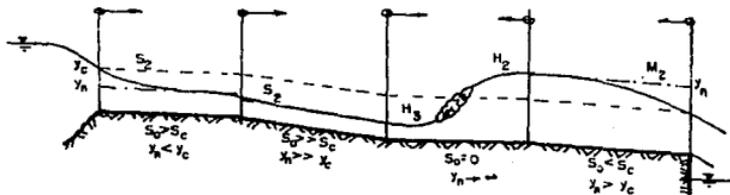


En el tramo 1 del canal, la sección de control se encuentra en la zona de alimentación del canal, donde el nivel del agua está por arriba del tirante crítico. En el tramo 1 el régimen es supercrítico, por lo que el perfil del agua deberá tener el tirante crítico en la sección de control, hasta llegar al normal, generando el perfil S_2 .

De 1 a 2 existe cambio de pendiente de una pendiente fuerte a una nula ($S=0$), entonces en este lugar se tiene una sección de control, analizando hacia aguas abajo (por tener régimen supercrítico), además si se considera que el nivel del agua en la zona de descarga (el cual es también una sección de control), esta encima del tirante crítico (ya que el tirante normal $\rightarrow \infty$), con lo anterior damos por hecho que se presenta un salto hidráulico, lo cual trae consigo dos posibilidades:

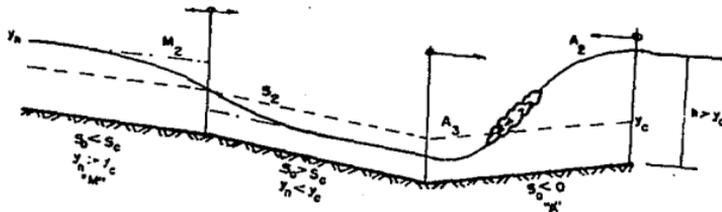
- 1). Que el salto sea barrido, o sea que se presente en el tramo 2 generando con ello un perfil del tipo H_1 antes del salto y un H_2 después de éste y hasta el nivel en el embalse; ó
- 2). Que el salto sea ahogado, que ocurra en el tramo 1, con lo el perfil tipo S_2 será el que se tenga antes del salto, y un perfil tipo S_1 después, pero que se cambia a uno de tipo H_2 , al cambiar de tramo.

c).



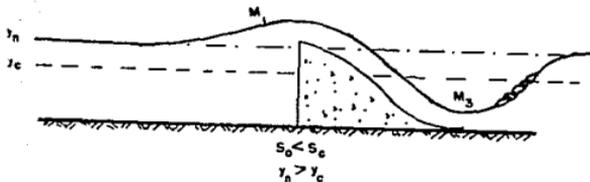
En este canal el análisis para los diferentes tramos es muy semejante al de los anteriores, ya que del tramo 2 a 3 existen dos posibilidades de perfiles como en el caso b).

d).



En este canal ocurre que en el tramo 3 se tiene una pendiente adversa, y al igual que en el caso b), se pueden presentar dos opciones, dado que el salto puede ser ahogado ó barrido, con lo que se generan en el tramo 3 perfiles del tipo A_3 y A_2 , ó solo un tipo A_2 después del salto.

e).

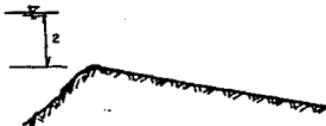


En este caso el canal se compone de un solo tramo, pero el cimacio hace que el nivel del agua aumente en la cresta del mismo, lo cual hace que se genere un perfil tipo M_1 , ya que el nivel del agua llega con el tirante normal. después del cimacio el perfil del agua tiende hacia la plantilla del canal, lo que hace que el tirante este por debajo del crítico, generando un perfil del tipo M_3 , además de producir un salto hidráulico.

Ejemplo V.2:

Un canal trapecial ($n=0.013$) es alimentado por un lago cuyo nivel es de 2 m. arriba de la plantilla de la entrada. Calcular el gasto en el canal para las siguientes condiciones:

- a). $S_0 = 0.0002$
- b). $S_0 = 0.002$



Sol:

a). Suponiendo que $S_0 = 0.0002 < S_c \Rightarrow$ se presenta y_n a la entrada.

igualando energías en el embalse y la entrada del canal:

$$2 = y_n + V_n^2/2g; \text{ pero } V=Q/A, A= by + ky^2$$

$$2 = y_n + Q^2/((by + ky_n^2)^2 * 2g) \dots \dots \dots (1)$$

por otro lado, de la ecuación de Manning:

$$Qn/S^{1/2} = AR^{2/3} \Rightarrow Q = \{AR^{2/3}S^{1/2}\}/n \dots \dots \dots (2)$$

Se procederá por tanteos, suponiendo valores del tirante, hasta que se cumplan la ecuaciones (1) y (2), los resultados se presentan en la siguiente tabla:

y	A	P	R_h	Q	V	$V^2/2g$	$y+V^2/2g$	E=2
1.0	7.0	9.47	0.739	6.224	0.889	0.040	1.040	*
2.0	18.0	13.944	1.291	23.215	1.29	0.085	2.085	*
1.92	16.97	13.586	1.25	21.417	1.262	0.081	2.00	=

obteniéndose el valor de $y_c = 1.92$ m. y $Q = 21.417$ m³/s

con el valor del gasto calculamos y_c con la ecuación para régimen crítico:

$$Q^2/g = 21.417^2/9.81 = 46.76 = A_c^3/B_c; A_c = by + ky^2, B = b + 2ky$$

iterando, obtenemos $y_c = 0.87$ m.; $A_c = 5.86$ m², $P_c = 8.89$ m., $R_h = 0.659$ m.

podemos calcular $S_c = [(Qn)/(A_c R_h^{2/3})]^2 = 0.0039$

vemos que $S_c = 0.0039 > S_0 = 0.0002$, que es lo que se supuso al inicio del problema, en caso de que S_c hubiese sido menor que S_0 , el tirante que se presenta en la entrada sería el y_c .

b). como la pendiente S_c es la misma, tenemos ahora que $S_0 > S_c$, por lo que a la entrada es y_c , entonces se plantean las siguientes ecuaciones:

energía en la entrada del canal:

$$2 = y_c + V_c^2/2g \dots\dots\dots (1)$$

$$Q^2/g = A^3/B \Rightarrow Q = [(A^3/B)(g)]^{1/2} \dots\dots\dots (2)$$

iterando para diferentes valores de y_c :

y_c	A_c	B_c	Q	V_c	$V_c^2/2g$	$y_c+V_c^2/2g$	E=2
1.0	7.0	9.0	19.34	2.76	0.39	1.39	*
1.5	12.0	11.0	39.26	3.27	0.545	2.045	*
1.47	11.67	10.88	37.86	3.24	0.536	2.006	=

∴ $Q = 37.86$ m³/s, $y_c = 1.47$ m.

Ejemplo V.3:

Un canal rectangular $n=0.038$ (Manning), de ancho $b=5$ m., con una pendiente de 0.00101 , conduce un gasto de 15.66 m³/s. Calcular la distancia a partir de la salida del canal en la cual se presenta el tirante normal.



Sol:

Se consideran tramos muy largos, en la zona de descarga, se tiene una sección de control.

Calculamos primeramente el tirante crítico:

$$y_c = \sqrt[3]{15.66^2 / (25 \cdot 9.8)} = 1.0 \text{ m.}$$

Cálculo del tirante normal: (utilizando la fórmula de Manning)

$$\text{con } y_n = 3.02 \text{ m.} \Rightarrow Qn/S_0^{1/2} = AR_n^{2/3},$$

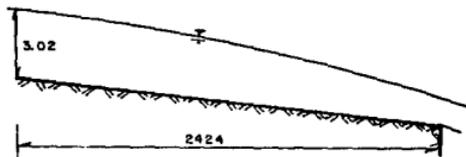
como $y_n > y_c$; $S_0 < S_c \Rightarrow$ Pendiente suave (M); el tirante converge a la plantilla, por lo tanto es un M_2 .

y el cálculo del perfil será desde $y_c = 1.0$ m hasta $y_n = 3.02$ m (dirección aguas arriba).

y(m)	A(m)	P(m)	v(m/s)	$v^2/2g$	E(m)	ΔE (m)
1.00	5.0	7.0	3.13	0.5	1.5	-
1.10	5.5	7.2	2.85	0.41	1.51	0.01
1.20	6.0	7.4	2.61	0.35	1.55	0.04
1.30	6.5	7.6	2.41	0.30	1.600	0.05
1.40	7.0	7.8	2.237	0.255	1.655	0.06
1.60	8.0	8.2	1.957	0.195	1.795	0.140
1.90	9.5	8.8	1.648	0.138	2.038	0.243
2.10	10.5	9.2	1.491	0.113	2.215	0.275
2.40	12.0	9.8	1.305	0.086	2.480	0.273
2.70	13.5	10.4	1.160	0.068	2.760	0.281
3.02	15.0	11.0	1.044	0.055	3.055	0.287

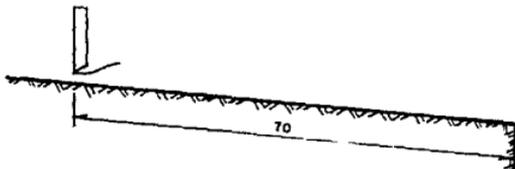
S_0	$S_0 - S_1$	$\Delta x(m)$	$\sum Ax(m)$
-	-	-	-
0.0193	-0.0185	-0.55	-0.55
0.0148	-0.0138	-2.9	-3.45
0.0116	-0.0106	-4.72	-8.17
0.0092	-0.0083	-7.24	-15.04
0.0069	-0.0059	-23.7	-38.77
0.0045	-0.0035	-69.13	-107.9
0.0031	-0.00208	-84.05	-191.0
0.0022	-0.0012	-220.0	-412.0
0.0016	-0.0006	-469.0	-881.0
0.0012	-0.00018	-1543.0	-2424.0

El signo negativo en las distancias acumuladas es por que el análisis se hizo aguas arriba de la sección de control. Nuestro perfil calculado queda:



Ejemplo V.4:

La compuerta mostrada en la figura descarga un gasto de $15 \text{ m}^3/\text{s}$, con una abertura $a=0.8$ y un $C_c=0.6$; la compuerta descarga a un canal rectangular ($n=0.018$), de ancho $b= 5\text{m}$.y con una pendiente de 0.008 ; calcular el tirante que se presenta a la salida del canal, si esta se encuentra a 70 m de la compuerta. (utilizar método del paso directo).



Sol:

Cálculo del tirante crítico (para canal rectangular):

$y_c = \sqrt[3]{(Q^2/b^2g)} = \sqrt[3]{(15^2/(5^2 \cdot 9.8))} = 0.97 \text{ m.}$
 $Qn/S^{1/2} = 3.02$; iterando: $y_n = 0.83 \text{ m.}$
 $y_n < y_c \Rightarrow$ Pendiente fuerte (perfil tipo "S")

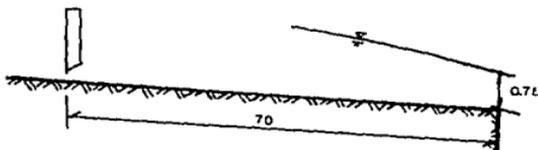
Tirante en la contracción:

$y' = (0.8)(0.6) = 0.48 \text{ m.} < y_c$ (régimen supercrítico). Ahora se propondrán valores del tirante hasta que las distancias acumuladas sumen 70 m.

y(m)	A(m ²)	P(m)	V(m/s)	V ² /2g	E(m)
0.48	2.4	5.96	6.25	1.99	2.47
0.52	2.6	6.04	5.77	1.70	2.22
0.57	2.85	6.14	5.26	1.41	1.98
0.62	3.1	6.24	4.84	1.19	1.81
0.67	3.35	6.34	4.48	1.02	1.69
0.72	3.6	6.44	4.17	0.88	1.61
0.75	3.75	6.50	4.0	0.82	1.57
0.74	3.7	6.48	4.05	0.84	1.58

ΔE (m)	S_{n1}	$S_{c1} - S_{n1}$	Δx (m)	$\Sigma \Delta x$ (m)
-	-	-	-	-
-0.225	0.038	-0.03	8.614	8.614
-0.234	0.029	-0.021	11.248	19.862
-0.169	0.022	-0.014	12.109	31.971
-0.121	0.017	-0.009	13.247	45.218
-0.087	0.014	-0.006	15.432	60.650
-0.040	0.011	-0.003	11.477	72.127
-0.027	0.012	-0.004	7.258	65.516

Observamos que el tirante en la salida es $\approx 0.75 \text{ m.}$ El perfil calculado queda de la siguiente forma:



Ejemplo V.5:

Un canal trapecial $n=0.020$ (Manning), de ancho $b=8$ m., con taludes $k=2.0$ y pendiente de 0.002 , conduce un gasto de 50 m³/s; si la descarga del canal es libre y en la salida se presenta un tirante de 3.5 m. Calcular el tipo de perfil que se presenta, así como su longitud (utilizar el método de incrementos finitos ó por etapas).

**Sol:**

Cálculo de y_c : (a partir de la ecuación de régimen crítico)

$$Q^2/g = (50^2/9.8) = 254.84 = A_c^3/B_c; \text{ iterando } y_c = 1.4 \text{ m.}$$

$$S_c = [(Qn)/(AR_c^{2/3})]^2 = [(50 \cdot 0.02)/(15.12 \cdot 1.06^{2/3})]^2 = 0.00405$$

Cálculo de y_n : (Manning)

$$Qn/S^{1/2} = (50 \cdot 0.020)/\sqrt{0.002} = 22.36 = AR_n^{2/3}; \text{ iterando } y_n = 1.7 \text{ m.}$$

$$y_n > y_c; S_0 < S_c \Rightarrow \text{Perfil tipo "M}_1$$

$$V = 50/(8 \cdot 1.7 + 2 \cdot 1.7^2) = 2.58 \text{ m/s; } Y = 19.38/14.8 = 1.31 \text{ m.}$$

$$Fr = 2.58/\sqrt{9.8 \cdot 1.31} = 0.72 < 1.0 \text{ Régimen subcrítico.}$$

Por lo tanto el cálculo del perfil será aguas arriba y las ecuaciones a usar son:

$$y_2 + v_2^2/2g - S_0 \Delta x = C_2 = y_1 + v_1^2/2g - S_m \Delta x$$

$$C_2 = E_1 - S_m \Delta x$$

El cálculo se hará proponiendo valores de Δx , y calculando el tirante para el cual se cumple la ecuación anterior, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Δx	y	A	P	V	$V^2/2g$	S_m	$E_1 - S_m \Delta x$	C_2
100	3.5	52.5	23.65	0.95	0.046	-	-	3.34
100	3.3	48.18	27.76	1.04	0.055	0.00016	3.34	=
100	3.3	48.18	27.76	1.04	0.055	-	-	3.15
200	3.1	44.02	21.86	1.136	0.068	0.00018	3.1476	=
*	3.11	44.22	21.91	1.131	0.065	0.00021	3.15	=

100	3.11	44.22	21.91	1.131	0.065	-	-	2.97
300	3.0	42.0	21.42	1.19	0.072	0.00021	3.05	*
*	2.94	40.8	21.15	1.22	0.076	0.00022	2.99	**
100	2.94	40.8	21.15	1.22	0.076	-	-	2.82
400	2.90	40.02	20.97	1.25	0.08	0.00023	2.95	*
*	2.80	38.08	20.52	1.31	0.087	0.00027	2.85	**
100	2.80	38.08	20.52	1.31	0.087	-	-	2.69
500	2.62	34.69	19.72	1.44	0.106	0.00034	2.69	**
100	2.62	34.69	19.72	1.44	0.106	-	-	2.53
600	2.5	32.5	19.18	1.54	0.121	0.00043	2.58	**
100	2.5	32.5	19.18	1.54	0.121	-	-	2.42
700	2.35	29.84	18.51	1.68	0.144	0.00053	2.44	**
100	2.35	29.84	18.51	1.68	0.144	-	-	2.29
800	2.2	27.28	17.84	1.83	0.171	0.00067	2.30	**
100	2.2	27.28	17.84	1.83	0.171	-	-	2.17
900	2.08	25.29	17.30	1.98	0.200	0.00084	2.19	**
100	2.08	25.29	17.30	1.98	0.200	-	-	2.06
1000	1.96	23.36	16.76	2.14	0.233	0.00105	2.08	**
100	1.96	23.36	16.76	2.14	0.233	-	-	1.99
1100	1.85	21.64	16.27	2.31	0.272	0.00131	1.99	**
100	1.85	21.64	16.27	2.31	0.272	-	-	1.92
1200	1.80	20.88	16.05	2.39	0.291	0.00154	1.93	**
100	1.80	20.88	16.05	2.39	0.291	-	-	1.89
1300	1.75	20.12	15.83	2.48	0.313	0.00169	1.89	**
100	1.75	20.12	15.83	2.48	0.313	-	-	1.86
1400	1.70	19.38	15.60	2.58	0.339	0.00188	1.85	**

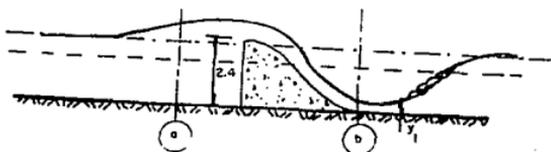
La longitud del perfil es de 1400 m. El perfil se ilustra en la siguiente figura:



Ejemplo V.6:

En un canal rectangular de pendiente $S=0.001$ se construye un cimacio de 4 m. de ancho, con $n=0.015$ (Manning) y que conduce un gasto de $6 \text{ m}^3/\text{s}$. Si la ecuación del cimacio es $Q=Cbh^{3/2}$, suponiendo $C=2.0$, calcular la longitud del perfil que se presenta al pie del cimacio, calculando si hay salto hidráulico y su ubicación, si el flujo aguas abajo del salto es uniforme (suponer canal muy largo).

Sol:



de la ecuación del cimacio obtenemos la altura del agua sobre él:

$$h = (Q/Cb)^{2/3} = [6/(2 \cdot 4)]^{2/3} = 0.82 \text{ m.}$$

$$\text{cálculo de } y_c: y_c = \sqrt[3]{[6^2/(4^2 \cdot 9.8)]} = 0.61 \text{ m.; } S_c = 0.0037$$

$$\text{cálculo de } y_n: Qn/S^{1/2} = 6 \cdot 0.015 / \sqrt{0.001} = 2.85; \text{ iterando: } y_n = 0.955 \text{ m.}$$

$$y_n > y_c; S_0 < S_c \Rightarrow \text{Pendiente suave (perfil tipo "M").}$$

calculando energía antes y después del cimacio, e igualándolas:

$$y_a + V_a^2/2g = y_b + V_b^2/2g; y_a = 2.4 + h = 2.4 + 0.82 = 3.22 \text{ m; } V_a = 6/(3.22 \cdot 4) = 0.47 \text{ m/s}$$

$$3.22 + (0.47)^2/19.6 = y_b + 6^2/(y_b^2 \cdot 4^2 \cdot 19.6)$$

$$3.23 = y_b + 0.115/y_b^2 \Rightarrow y_b^3 - 3.23y_b^2 + 0.115 = 0; \text{ resolviendo la ecuación:}$$

$$y_b = 0.195 \text{ m.; } Fr_b = 5.56 > 1.0 \text{ (régimen supercrítico), el tirante diverge de la plantilla ("M_3").}$$

entonces el tirante normal es el conjugado mayor del salto hidráulico ($y_n = y_2$)

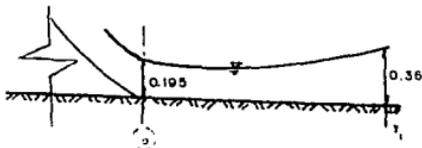
$$y_1 = (0.955/2) \{ \sqrt{1 + 8 \cdot 0.51^2} - 1 \} = 0.36 \text{ m.}$$

el cálculo de la longitud del perfil M_3 , será desde el tirante 0.195 hasta 0.36 (utilizando el método gráfico):

y	A	P	R_h	v	Fr^2	S_f	f(y)
0.195	0.78	4.39	0.178	7.69	30.91	0.133	226.59
0.20	0.80	4.40	0.18	7.5	28.67	0.124	224.96
0.22	0.88	4.44	0.20	6.82	21.55	0.189	233.52

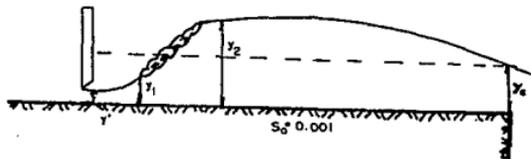
0.24	0.96	4.48	0.21	6.25	16.59	0.070	225.94
0.26	1.04	4.52	0.23	5.77	13.05	0.053	231.73
0.28	1.12	4.56	0.24	5.36	10.46	0.043	225.24
0.30	1.2	4.6	0.26	5.0	8.49	0.034	226.97
0.32	1.28	4.64	0.27	4.69	7.00	0.028	222.22
0.34	1.36	4.68	0.29	4.41	5.83	0.023	219.54
0.36	1.44	4.72	0.30	4.17	4.92	0.019	217.78

elaborando la gráfica $y-f(y)$ a escala se obtiene un área total de 37.25 cm^2 ; si $1 \text{ cm}^2 = 1.0 \text{ m}$. $\Rightarrow \Delta x = 37.25 \text{ m}$, lo que significa que el salto se presenta a 37.25 m al pie del cimacio:



Ejemplo V.7:

Una compuerta descarga a un canal rectangular de ancho $b = 3 \text{ m}$; $n = 0.0135$ (Manning); $S_0 = 0.001$; $y_n = 1.07 \text{ m}$; $a = 0.5$ (apertura de la compuerta); $C_c = 0.6$ (coeficiente de contracción). Calcule si existe salto hidráulico y dónde se presenta, si después del salto el flujo es uniforme. Así también calcule la longitud del canal, si se sabe que descarga libremente. (considerar tramos muy largos).



Sol:

Aplicando la ecuación de Manning para calcular el gasto:

$$Q = (AR_n^{2/3} S_0^{1/2}) / n = (3.21 \cdot 0.731 \cdot \sqrt{0.001}) / 0.0135 = 5.49 \text{ m}^3/\text{s}.$$

El tirante en la contracción vale:

$$y' = a \cdot C_c = 0.5 \cdot 0.6 = 0.3 \text{ m.}$$

$$y_c = \sqrt[3]{(Q^2/b^2g)} = \sqrt[3]{[5.49^2/(9 \cdot 9.8)]} = 0.7 \text{ m.}$$

como $y_n > y_c$; $S_0 < S_c \Rightarrow$ Pendiente suave (M); por lo tanto el tirante normal es el conjugado mayor del salto. Cálculo del conjugado menor:

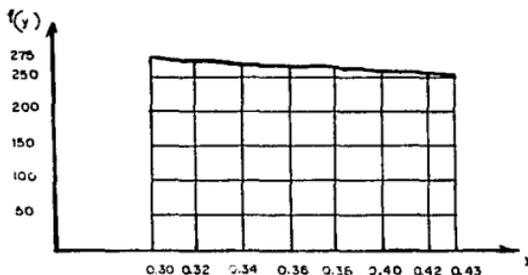
$$Fr_2 = (5.49/3.21)/(\sqrt{9.81 \cdot 1.07}) = 0.527 < 1.0 \text{ (Régimen subcrítico).}$$

$$y_1 = (y_2/2) \{ \sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \} = (1.07/2) \{ \sqrt{1 + 8 \cdot 0.527^2} - 1 \} = 0.425 \text{ m.}$$

Para el cálculo del perfil, utilizaremos el método gráfico desde el tirante $y' = 0.3$ hasta $y_1 = 0.425$. Los resultados se presentan en la siguiente tabla de cálculo:

y(m)	A(m ²)	P(m)	R _h (m)	V(m/s)	Fr ²	S _f	f(y)
0.3	0.90	3.6	0.25	6.1	12.6	0.043	275.8
0.32	0.96	3.64	0.26	5.72	10.37	0.035	272.6
0.34	1.02	3.68	0.27	5.38	8.64	0.029	270.9
0.36	1.08	3.72	0.290	5.08	7.29	0.024	268.6
0.38	1.14	3.76	0.303	4.81	6.12	0.021	263.4
0.40	1.20	3.80	0.315	4.57	5.34	0.018	258.1
0.425	1.275	3.85	0.331	4.31	4.41	0.015	250.5

Ahora con los datos de la tabla elaboramos una gráfica a escala que relaciona y - $f(y)$:



de la gráfica obtenemos que el área es igual a 33.25 u², entonces si decimos que cada unidad cuadrada equivale a un m. se tiene una distancia de 33.25 m., que es la distancia entre y' (tirante en la contracción) hasta y_1 (donde inicia el salto).

Ahora es necesario calcular el perfil que se presenta después del salto:

Sabemos que la descarga es libre, y el régimen después del salto es subcrítico, entonces en la salida

se presenta el tirante crítico, y se tiene un perfil del tipo M_2 , por lo que el cálculo se hará hacia aguas arriba, a partir del tirante crítico $y_c = 0.7$ m, hasta el conjugado mayor del salto $y_2 = 1.07$ m, haciendo uso ahora del método del paso directo ó estándar:

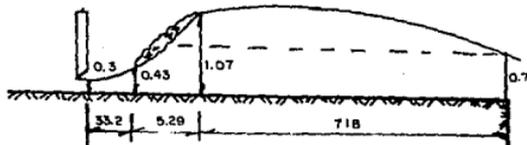
y(m)	A(m ²)	P(m)	V(m/s)	V ² /2g(m)	E(m)	ΔE(m)
0.7	2.10	4.4	2.61	0.348	1.048	-
0.75	2.25	4.5	2.44	0.303	1.053	0.00545
0.80	2.40	4.6	2.29	0.367	1.067	0.0137
0.85	2.55	4.7	2.150	0.236	1.086	0.0192
0.90	2.70	4.8	2.03	0.211	1.111	0.0247
0.95	2.85	4.9	1.93	0.189	1.139	0.0281
1.00	3.00	5.0	1.83	0.1706	1.1707	0.0317
1.07	3.21	5.17	1.710	0.149	1.219	0.0484

S_{n1}	$S - S_{n1}$	Δx (m)	$\Sigma \Delta x$ (m)
-	-	-	-
0.003018	-0.002018	-2.701	-2.701
0.002493	-0.001493	-9.178	-11.877
0.002085	-0.001885	-17.696	-29.573
0.001756	-0.007582	-32.577	-62.150
0.001501	-0.005014	-56.043	-118.193
0.001299	-0.002990	-108.020	-224.213
0.001098	-0.0009802	-493.777	-717.989

Por lo tanto, la longitud después del salto hidráulico, hasta la zona de descarga del canal es de 718 m, para poder determinar la longitud total del canal, es necesario calcular la longitud del salto; para lo que utilizaremos la siguiente expresión:

$$L = 5.9 y, Fr_1 = 5.9 * 0.425 * 2.11 = 5.29 \text{ m.}$$

Ahora, la longitud total del canal es de: $5.29 + 718 + 33.25 = 756.5$ m.



$$y_n + V_n^2/2g = y_b + V_b^2/2g, \text{ pero } V_b = 19.93/(y_b \cdot 6)$$

$$2.967 = y_b + [19.93^2/(y_b^2 \cdot 6 \cdot 19.62)]$$

resolviendo la ecuación obtenemos $y_b = 0.47 \text{ m} < y_c$ (régimen supercrítico)

calculo de y_{n2} :

con la ecuación de Manning $Qn/S^{1/2} = 7.29 = AR_n^{2/3}$, iterando $y_n = 1.3 > y_c$.

Por lo que existe un cambio de régimen supercrítico a subcrítico, entonces si existe salto hidráulico y el conjugado mayor será $y_2 = y_{n2}$

obtenemos el respectivo conjugado menor:

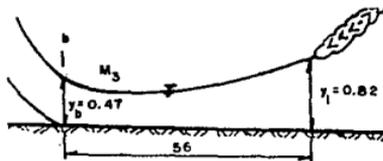
$$y_1 = (1.3/2) \cdot [\sqrt{1+8 \cdot Fr_2^2} - 1] = 0.82 \text{ m.}$$

entonces calculando el perfil M_3 que se presenta al pie del cimacio, desde el tirante $y_b = 0.47$ hasta $y_1 = 0.82$, por el método del paso directo:

y(m)	A(m ²)	P(m)	V(m/s)	V ² /2g	E(m)
0.47	2.82	6.94	7.067	2.55	3.016
0.50	3.0	7.0	6.64	2.25	2.749
0.55	3.3	7.1	6.039	1.86	2.409
0.60	3.6	7.2	5.536	1.562	2.162
0.65	3.9	7.3	5.110	1.331	1.981
0.70	4.2	7.4	4.745	1.148	1.848
0.75	4.5	7.5	4.429	0.999	1.750
0.80	4.8	7.6	4.152	0.879	1.679
0.82	4.92	7.64	4.051	0.830	1.656

$\Delta E(m)$	S_{n1}	$S_{c1} - S_{n1}$	$\Delta x(m)$	$\Sigma \Delta x(m)$
-	-	-	-	-
-0.2666	0.0544	-0.0517	5.157	5.157
-0.339996	0.0425	-0.0398	8.542	13.699
-0.2469	0.03196	-0.029	8.514	22.213
-0.18097	0.0246	-0.0219	8.263	30.476
-0.1333	0.0194	-0.0167	7.982	38.458
-0.0982	0.0156	-0.0167	7.612	46.07
-0.0713	0.0127	-0.00998	7.144	53.214
-0.0226	0.01106	-0.00836	2.703	55.917

Tenemos que a una distancia de 56 m a partir del pie del cimacio, se presenta el salto hidráulico:



Ejemplo V.9:

La compuerta mostrada en la figura descarga un gasto $Q = 14.2 \text{ m}^3/\text{s}$, a un canal rectangular con ancho de plantilla $b = 6.10 \text{ m}$, $n = 0.015$.

- Indique si se presenta un salto hidráulico, justifique respuesta.
- Si el salto hidráulico se presenta calcule su ubicación.
- Calcule el perfil que se genera en el tramo 3.



Sol:

- Calculo del tirante crítico:

$$y_c = \sqrt[3]{(Q^2/(b^2g))} = \sqrt[3]{(14.2^2/(6.1^2 \cdot 9.81))} = 0.82 \text{ m.}$$

Calculo de la pendiente crítica:

$$S_c = (Qn/(A_c R_{hc}^{2/3}))^2 ; A_c = 6.1 \cdot 0.82 = 5.00 \text{ m}^2 ; P_c = 6.1 + 2 \cdot 0.082 = 7.74 \text{ m} ; R_{hc} = 5/7.74 = 0.646 \text{ m.}$$

$$S_c = ((14.2 \cdot 0.015)/(5 \cdot 0.646^{2/3}))^2 = 0.00325.$$

Calculo del tirante normal en el tramo 1. Utilizando la formula de Manning.

$$Qn/S_{01}^{1/2} = 2.13 = AR_h^{2/3}$$

proponiendo tirantes, hasta que se cumpla esta igualdad, resulta que:

$$y_{n1} = 0.57 \text{ m.}$$

Calculo del tirante normal en el tramo 2. Mismo procedimiento

$$Qn/S_{02}^{1/2} = 6.149 = AR_h^{2/3}$$

Iterando proponiendo tirantes, hasta que se cumpla esta igualdad, resulta que:

$$y_{n2} = 1.14 \text{ m.}$$

Calculo del tirante normal en el tramo 3.

$$Qn/S_{03}^{1/2} = 3.043 = AR_1^{2/3}$$

Iterando proponiendo tirantes , hasta que se cumpla esta igualdad, resulta que:

$$y_{n3} = 0.71\text{m.}$$

El salto hidráulico se presenta en el tramo 2, por que hay un cambio de régimen de supercrítico a subcrítico.

$y_{n2} = y_2 = 1.14 =$ conjugado mayor , por ser tramos muy largos.

comprobemos que se encuentra en régimen subcrítico:

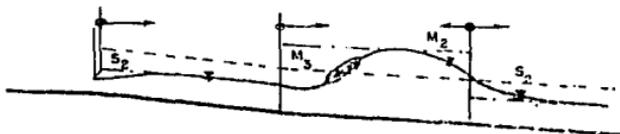
$$F_r^2 = V^2/(gY) ; V = Q/A_2 = 14.2/(6.1 * 1.14) = 2.042\text{m/s} ; Y = y_n = 1.14\text{m. (canal rect.)}$$

$$F_r^2 = 0.373 ; F_r = 0.611 < 1.00 \rightarrow \text{reg. subcrítico.}$$

$$y_1 = y_2/2 * (\sqrt{1+8F_r^2} - 1) = 0.57\text{m} = y_{n1}$$

El salto hidráulico es claro por que el conjugado mayor en el tramo 2 es igual al tirante normal.

La figura del canal queda de la siguiente manera:



b). Como $y_1 = y_{n1}$, esto quiere decir que el salto hidráulico se presenta inmediatamente después del cambio de sección, del tramo 1 con el tramo 2.

c). Calculo de la longitud del perfil en el tramo 3.

Este tramo esta en régimen supercrítico hacia aguas abajo, el análisis se hará del tirante crítico hasta el tirante normal del tramo 3.

Se utilizará el método del paso directo:

y	A	P	V	$V^2/2g$	E	ΔE	S_{r1}	S_{r2}	ΔX	$\Sigma \Delta X$
0.82	5.002	7.74	2.8309	0.4108	1.2308	-	-	-	-	-
0.80	4.88	7.0	2.9098	0.4316	1.2316	0.0008	0.0034	0.0015	0.5209	0.5209
0.75	4.575	7.6	3.1038	0.491	1.2410	0.0095	0.0039	0.0010	9.1328	9.6537
0.71	4.331	7.52	3.2787	0.5479	1.2579	0.0169	0.0046	0.0003	65.1396	74.272

Como se puede observar la longitud del perfil en el tramo 3 es de 74.272 m.

Ejemplo V.10:

En laboratorio se efectuaron mediciones en el modelo de canal lateral, cuyos datos son los siguientes: Canal de sección trapecial, de ancho de 14 cm, taludes $k=0.5$, pendiente $S=0.008$ y coeficiente de rugosidad $n=0.012$. Los datos del canal obtenidos en la medición son:

Características del vertedor:

Longitud de cresta del vertedor (L_v): 134.5 cm.

Longitud del canal colector (L_c): 107 cm.

Longitud de la rápida de descarga (L_r): 174.2 cm

Paramento (P): 3 cm

Escalón (Δz)= 1.5 cm

Gasto de alimentación (Q): 5314.12 cm^3/s .

Para poder ubicar los lugares donde se midieron los tirantes observar la siguiente fig.



A continuación se calcularán los tirantes en cada uno de los lugares señalados, para el canal colector se usará el procedimiento de cálculo del flujo espacialmente variado, mientras que para la rápida de descarga se puede aplicar cualquier método para flujo rápidamente variado.

Δx	v	A_c	P_c	Q_c	$\Delta y'$	y_c	A_c	P_c	Q_c	V_c	V_c	V_c	R_c	S_c	Δy
9	7.5	133.12	30.77	5314.1	1.0	8.428	153.51	32.846	4958.5	39.918	32.301	36.11	4.506	0.025	0.559
*	*	*	*	*	0.599	8.027	144.59	31.949	*	*	34.293	37.1	4.428	0.027	0.555
*	*	*	*	*	0.555	7.983	143.63	31.850	*	*	34.524	37.221	4.419	0.027	0.549
*	*	*	*	*	0.550	7.978	143.52	31.850	*	*	34.550	37.234	4.418	0.027	0.549
*	*	*	*	*	0.549	7.977	143.49	31.837	*	*	34.556	37.237	4.418	0.027	0.549
21.4	7.997	143.49	31.84	4958.5	1.0	8.806	162.05	33.690	4112.9	34.555	25.381	29.968	4.629	0.0166	0.806
*	*	*	*	*	0.806	8.612	157.65	33.256	*	*	26.09	30.323	4.626	0.0172	0.803
*	*	*	*	*	0.803	8.609	157.58	33.25	*	*	25.101	30.328	4.626	*	0.804
*	*	*	*	*	0.804	8.610	157.60	33.252	*	*	25.10	30.326	4.626	*	0.804
20.8	8.61	157.61	33.25	4112.9	1.0	9.444	176.60	35.116	3291.1	26.097	18.615	22.356	4.891	0.0087	0.464
*	*	*	*	*	0.464	8.903	164.38	33.510	*	*	20.022	23.069	4.793	0.0095	0.460
*	*	*	*	*	0.460	8.904	164.28	33.909	*	*	20.033	23.065	4.793	*	0.460
20	8.904	164.29	33.91	3291.2	1.0	9.744	183.89	35.79	2500.9	20.032	13.60	16.816	4.996	0.0048	0.284
*	*	*	*	*	0.284	9.028	167.14	34.167	*	*	14.963	17.497	4.867	0.0053	0.282
*	*	*	*	*	0.282	9.026	167.09	34.193	*	*	14.967	17.499	4.867	*	0.282
17	9.026	167.10	34.18	2500.9	1.0	9.890	187.36	36.115	1929.3	14.967	9.783	12.365	5.042	0.0025	0.157
*	*	*	*	*	0.157	9.047	167.58	34.21	*	*	10.916	12.941	4.892	0.0029	0.156
*	*	*	*	*	0.156	9.048	167.56	34.23	*	*	10.917	12.942	4.892	*	0.156
18.8	9.046	167.56	34.23	1829.3	1.0	8.896	187.50	35.127	1066.5	10.917	5.796	8.356	5.047	0.0012	0.102
*	*	*	*	*	0.102	8.998	166.44	34.119	*	*	6.528	8.723	4.887	0.0013	0.103
*	*	*	*	*	0.103	8.988	166.47	34.122	*	*	6.526	8.722	4.887	*	0.103

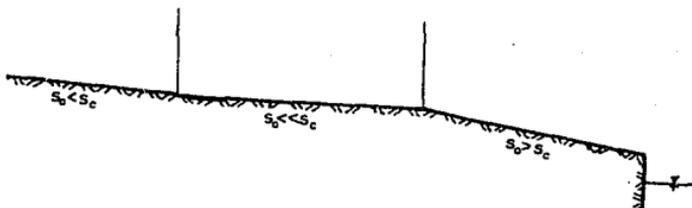
TABLA V.10.1 Cálculo de tirantes en un canal lateral, por el procedimiento de flujo espacialmente variado.

V.5 PROBLEMAS PROPUESTOS.

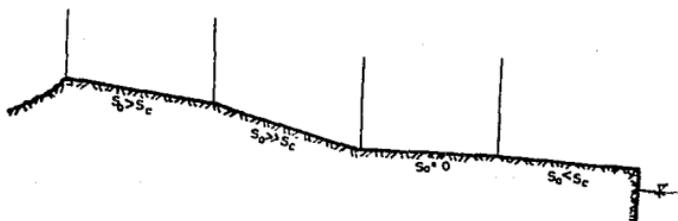
Problema V.1:

Dibujar los posibles perfiles que pueden presentarse, clasificarlos e indicar las direcciones de cálculo. Considerar tramos suficientemente largos y de sección constante.

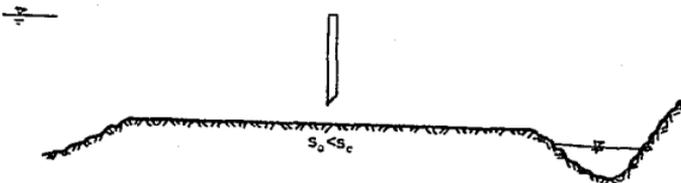
a).



b).



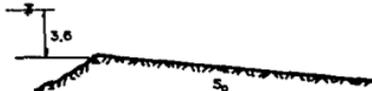
c).



Problema V.2:

Un canal rectangular ($n=0.014$) con ancho de 6 m, lo alimenta un lago cuyo nivel esta 3.6 m. arriba de la plantilla del canal, calcule el gasto para las siguientes condiciones:

- a) $S_0 = 0.0008$; y
b) $S_0 = 0.08$

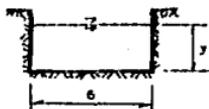
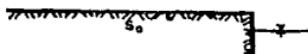


Sol: a) $Q=52.35 \text{ m}^3/\text{s}$; b) $Q=69.87 \text{ m}^3/\text{s}$.

Problema V.3:

Un canal rectangular ($n=0.020$) de ancho $b=6 \text{ m}$., descarga libremente un gasto de $12 \text{ m}^3/\text{s}$, determinar el tirante a la salida (y_c) para los siguientes casos:

- a) $S_0 = 0.0009$; y
b) $S_0 = 0.01$



Sol: a) $y_c = 0.74 \text{ m}$; b) $y_c = 0.63 \text{ m}$.

Problema V.4:

Un canal rectangular ($n=0.018$), de ancho $b=8 \text{ m}$., tiene un cambio de pendiente, $s_{01} = 0.0004$, si en "A", se presenta el tirante crítico (y_c), calcule:

- a). El tirante normal y_n , y el gasto que transporta.
b). El mínimo valor de S_{02} para que efectivamente se presente el tirante crítico en la sección "A".



Sol: a) $y_c = 4.75$ m, $Q = 70.87$ m³/s; b) $S_{oz} = S_c = 0.0043$

Problema V.5:

Un almacenamiento descarga a un canal trapecial ($n=0.018$) de 8 m de ancho con taludes $k= 2.0$. El canal esta formado por dos pendientes diferentes ($S_{o1} = 0.0004$), si suponemos que en el cambio de pendiente se presenta el tirante crítico y tiene un valor de 2 m.

- a). Determine el valor mínimo de S_{oz} que garantice que efectivamente se presente y_c .
 b) Calcule el valor de la carga (H) en el almacenamiento. (considere tramos muy largos).



Sol: a). $S_{oz} = 0.003$; b). $H=3.55$ m.

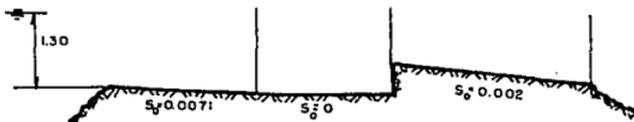
Problema V.6:

En el problema resuelto #6 cual sería la longitud del perfil si el tirante que se presenta en la salida es el crítico ($y_c = y_o$). (método de incrementos finitos)

Sol: Longitud del perfil "M,"= 470 m.

Problema V.7:

Un canal de sección rectangular de ancho $b=5$ m., revestido de concreto ($n=0.021$), conduce un gasto de 12.5 m³/s, el cual es proporcionado por un embalse cuyo nivel es de 1.30 m sobre la plantilla del canal, y es descargado libremente. Dibujar los perfiles que se presentan en cada sección, si cada una de ellas fue diseñada con diferente pendiente ($S_{o1}=0.071, S_{o2}=0.0, S_{o3}=0.002$), y calcular a que distancia se presenta de la salida se presenta un tirante de 1.17 m. (suponer tramos suficientemente largos).



Sol: 74 m antes de la salida del canal.

Problema V.8:

El canal trapecial de la figura esta revestido de concreto ($n=0.021$), se pide:

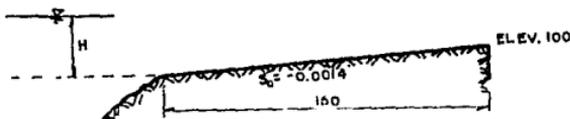
- dibujar y clasificar claramente los perfiles que se presentan, indicando direcciones de cálculo para cada uno de ellos.
- calcule la longitud del tanque amortiguador y la altura Δz del escalón, necesaria para confinar el salto; considere $L = 15(y_2 - y_1)$.
- A que distancia de la salida se presenta el tirante de 0.85 m



Sol: b). $\Delta z = 0.284$ m; c). a 11.7 m antes de la descarga.

Problema V.9:

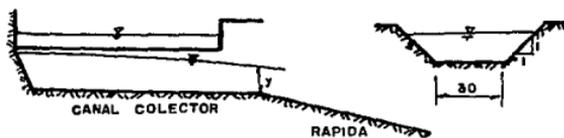
Calcular la elevación en el embalse para que un canal de 150 m de longitud descargue libremente como se muestra en la figura, el canal es de sección rectangular con $b = 5$ m, $n = 0.014$ (Manning) y transporta un $Q = 10$ m³/s.



Sol: Elevación 101.14 m

Problema V.10:

En la Presa Solís, en el Estado de Guanajuato, se tiene un canal colector de forma trapecial ($n = 0.015$) con pendiente horizontal ($S = 0.00$), el ancho del canal es de 30 m, con taludes $k = 1.0$, su longitud es de 135 m antes de llegar a la rápida de descarga. Si transporta un gasto de 1380 m³/s, calcular el perfil que se presenta en el canal colector.



Sol:

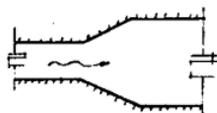
Sección	0-25	0-50	0-75	0-100	0-125	0-135
y	7.930	8.559	8.926	9.137	9.232	9.240

VI TRANSICIONES Y CURVAS.

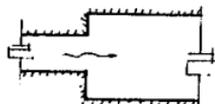
VI TRANSICIONES Y CURVAS.

VI.1 INTRODUCCION

La transición es una estructura diseñada para cambiar de sección, dirección o pendiente de un canal. Las expansiones y contracciones (Fig. VI.1) en canales artificiales constituyen el tramo de unión de dos canales con secciones transversales de forma y dimensiones distintas, a fin de reducir o aumentar la velocidad del flujo e impedir la erosión o depósito de material suelto, evitar pérdidas excesivas de energía, eliminar ondas cruzadas, ondas estacionarias y otras turbulencias, etc.



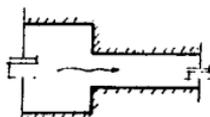
EXPANSION GRADUAL HORIZONTAL



EXPANSION BRUSCA HORIZONTAL



CONTRACCION GRADUAL HORIZONTAL



CONTRACCION BRUSCA HORIZONTAL



CONTRACCION VERTICAL



EXPANSION VERTICAL

FIG. VI.1

La forma geométrica de una estructura de transición puede variar desde un diseño en línea recta hasta un diseño compuesto hidrodinámico, que presenta superficies alabeadas.

VI.2 TRANSICIONES EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO.

a) Contracción en régimen subcrítico. La pérdida de energía en contracciones se calcula como:

$$h_c = k_c \cdot (V_1^2/2g)$$

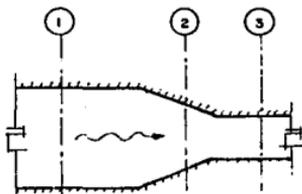


FIG. VI.2 Contracción en régimen subcrítico.

Donde :

k_c .- coeficiente de pérdida, adimensional

h_c .- pérdida de energía por la contracción, en metros.

V_1 .- velocidad media en una sección aguas abajo de la transición en m/s

Formica recomienda como valor máximo $k_c = 0.23$ para contracciones con esquinas cuadradas o bruscas y $k_c = 0.11$ para contracciones suaves o redondeadas, como valor medio se considera $k_c = 0.1$ y 0.06 respectivamente.

En cuanto a la geometría de la contracción, conviene que sea redondeada; si por razones constructivas, esta es recta su longitud debe ser de media a una vez la diferencia de anchos (contracción rectangular a rectangular).

Según Hinds:

$$L = (B_1 - B_2) / 2 \tan 12^\circ 30' \text{ (contracciones de trapecial a rectangular).}$$

b) Expansiones en régimen subcrítico. La pérdida de energía en una expansión " h_e " se calcula con la fórmula de Borda:

$$h_e = K_e \cdot (V_1 - V_2)^2 / 2g$$

Donde :

K_e .- coeficiente de pérdida por expansión, adimensional.

V_1 .- velocidad media antes de la expansión, en m/s.

V_2 .- velocidad media después de la expansión, en m/s.

El coeficiente K_e toma los siguientes valores: $K_e = 1.0$ para expansiones bruscas; $K_e = 0.9$ para expansiones graduales rectas, si su longitud es $L = (b_2 - b_1)/2$; $K_e = 0.7$, si su longitud es $L = b_2 - b_1$; y $K_e = 0.3$ si su longitud es $L = 2(b_2 - b_1)$; si se aumenta más la longitud, K_e vuelve a aumentar. Las expansiones deben hacerse suaves y graduales; se recomienda que su longitud sea 2 veces la diferencia de anchos.

Según Hinds la longitud de la expansión se calcula con la siguiente formula:

$$L = (B_2 - B_1) / 2 \tan 12^\circ 30'$$

Formula para el calculo del tirante y_2 en una expansión:

$$y_2 y_1 = 1 + F_{r1}^2 (b_1/b_2) (1 - b_1/b_2)$$

Donde conocemos las condiciones antes de la expansión y el ancho después de la misma.

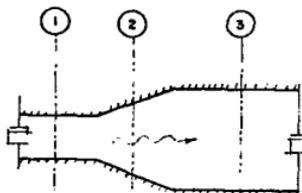


FIG.VI.3 Expansión en régimen subcrítico.

En la referencia (1) pueden consultarse otros valores correspondientes al coeficiente de pérdida (K_c ó K_e) para diversas formas de contracciones y expansiones a régimen subcrítico.

La pérdida en una expansión o en una contracción puede cambiar las condiciones del escurrimiento aguas arriba de la transición, lo que es mas una relación grande de b_1/b_2 en una contracción puede estrangular el canal y producir sobrelevaciones del tirante aguas arriba de la contracción. Para compensar estos cambios es necesario proporcionar un desnivel (μ) en el piso antes y después de la transición y que se distribuya en forma gradual en la longitud de la misma transición, este desnivel se determina con la siguiente formula:

$$\mu = y_1 + V_1^2/2g - (y_2 + V_2^2/2g + h)$$

si $\mu > 0$, el piso debe ascender en dirección del escurrimiento, y descender si $\mu < 0$.

VI.3 TRANSICIONES EN RÉGIMEN SUPERCRÍTICO

En el diseño de contracciones y expansiones en régimen supercrítico debe tomarse en cuenta el problema de la formación de ondas en la superficie del agua, llamadas ondas de Mach u onda oblicua.

a) Contracciones.- Cuando se tiene un régimen supercrítico en un canal donde se va a reducir el ancho de la plantilla, a través de una variación gradual de la misma, se recomienda una variación lineal de los anchos como muestra la figura VI.4. Ahora bien, dado que cualquier variación de ancho en un canal con régimen supercrítico produce ondas de Mach que se manifiestan a partir de la sección donde se varía el ancho, para reducir al máximo la sobrelevación del tirante después de la contracción por efecto de las ondas, se recomienda dar una longitud de transición.

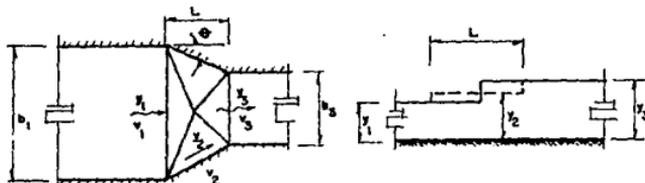


FIG.VI.4 Contracción en régimen supercrítico

La longitud de contracción se diseña con el método propuesto por Ippen y Dawson. Conocidas las condiciones de escurrimiento aguas arriba de la transición y conocido también el ancho b_2 , los pasos son:

- 1.- Se supone una relación de y_2/y_1 , comprendida entre 2 y 3 y puesto que se conoce y_1 , se despeja y_2 para determinar el número de Froude (F_{r2}), el cual debe resultar mayor que uno (de lo contrario habría cambio de régimen, lo que estaría en contra de la condición de que todo el canal debe tener régimen rápido).
- 2.- Se escoge un valor cualquiera de Θ , y entrando con ese valor al cuadrante III de la figura VI.5, se refiere verticalmente hasta cruzar la curva de F_{r1} (conocido). En ese punto de cruce se hace una nueva referencia horizontal hasta cruzar en el cuadrante IV con la curva correspondiente al valor de F_{r1} . Una nueva referencia vertical y hacia abajo, a partir del último punto de cruce, permite leer en el eje horizontal del cuadrante IV un valor de y_2/y_1 , y así mismo, con la referencia horizontal anterior, se encuentra se encuentra en los ejes verticales de los cuadrantes III y IV, un valor de F_{r2} .
- 3.- Entrando nuevamente con el mismo valor de Θ a hacer referencias similares a las del segundo paso, sólo que se supone ahora que las curvas del cuadrante III y IV son los valores de F_{r1} , se obtienen en los mismos ejes los valores y_2/y_1 y F_{r2} .
- 4.- El producto de los valores encontrados $(y_2/y_1)(y_2/y_1) = (y_2/y_1)^2$ se compara con el valor de y_2/y_1 , supuesto en el primer paso. Si son iguales, el valor de Θ también supuesto es el adecuado para la transición y con el se obtiene la longitud (L) de transición :

$$L = (b_1 - b_2) / (2 \tan \Theta)$$

Si no son iguales los dos valores de y_2/y_1 , se procede a cambiar a Θ o bien al y_2/y_1 , supuesto hasta lograr la igualdad deseada.

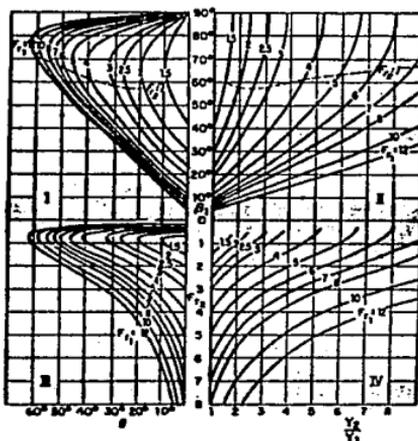


FIG.VI.5 Gráficas de IPEEN y DAWSON

b) Expansiones.- Se procurara que las expansiones a régimen supercrítico sean graduales con la intención de que el flujo siga las fronteras de la transición y no ocurra una separación que altere el escurrimiento aguas abajo. Rouse, Bhoola y Hsu proponen las fronteras indicadas en la figura VI.6

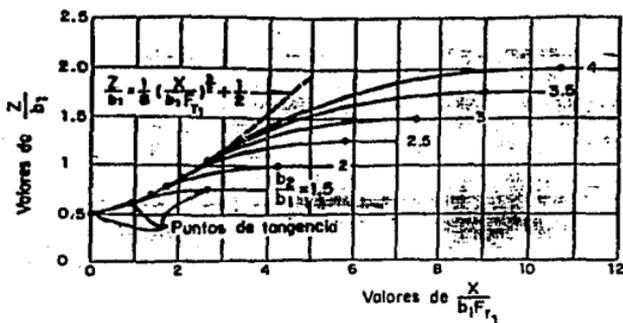
El U.S. Conservation Service propone una transición recta con una variación angular del muro respecto al eje del canal no mayor que :

$$\alpha \leq \text{ang tan } (1/3F)$$

Donde (F) es el número de Froude calculado con la velocidad y tirante promedio de las secciones al principio y fin de la expansión.

En caso de que las circunstancias prácticas lo permitan, las ondas de Mach que se producen después de la transición pueden eliminarse forzando un salto hidráulico al final de la expansión. En otras palabras, se recomienda, siempre que sea posible, colocar la estructura disipadora al final de la expansión.

Cuando al finalizar una expansión, se continúa el canal de descarga con un ancho constante, se eliminan las ondas de Mach si se diseña la transición recomendada en la figura VI.6.



F_{r1} : Número de Froude para la sección antes de la expansión
 b_1 : Ancho del canal antes de la expansión
 b_2 : Ancho del canal después de la expansión

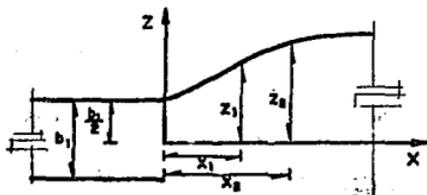


FIG.VI.6 Curvas generales para expansiones.

VI.4 CAMBIOS DE DIRECCION EN CANALES CON REGIMENES SUPERCRTICO Y SUBCRITICO.

La pérdida de energía en régimen subcrítico, depende del número de Reynolds, del ángulo de deflexión, de las relaciones geométricas y de la forma de la sección. La pérdida de energía queda determinada con la siguiente expresión:

$$h_e = K \cdot V^2 / 2g$$

Donde "V" es la velocidad media en la sección del canal, las figuras 6.38 pág. 377 de la referencia (1), muestran los valores del coeficiente de "K", o una ecuación aproximada según Mockmore es :

$$K = 2b/r_c$$

Valida para canales artificiales y ríos naturales en los que el ángulo de deflexión "Θ" varía de 90° a 180°. La longitud de la curva esta dada por:

$$L = \pi r_c \cdot (\Theta/180^\circ)$$

En curvas horizontales siempre hay una sobrelevación de la superficie libre en el lado exterior de la curva y un decremento del tirante en el lado interior. La sobrelevación se calcula con el concepto de fuerza centrífuga, esto es:

$$\Delta y = C \cdot [V^2/B/g]$$

donde:

Δy es la sobrelevación de la superficie libre del agua, medida entre el eje del canal y la pared externa en metros.

C.- coeficiente que depende del régimen, forma del canal y geometría de la curva, adimensional.

B.- ancho de la superficie libre del agua en la zona recta, en metros.

r.-radio de la curva medido al eje del canal, en metros.

Para sección rectangular, C=0.5 si el régimen es subcrítico, y C=1.0 si es supercrítico. En la figura VI.7 se presenta un ábaco que permite resolver la ecuación anterior para varias geometrías.

A fin de disminuir el efecto del flujo helicoidal se recomienda que en régimen subcrítico, $3 < r/B < 7$, siendo 6 el mínimo para canales grandes; en régimen supercrítico se tiene además el efecto de las ondas por lo que $r/B > 4V^2/gy$, donde el tirante se mide al inicio de la curva.

Para canales de sección rectangular es conveniente dar peralte al fondo; si este se combina con transiciones especiales de la curva se obtiene la sobrelevación mínima.

En caso de curvas, contracciones y expansiones en secciones diferentes de la rectangular, se recomienda estudiar estas estructuras en modelos físicos, sobre todo en régimen supercrítico.

En una curva horizontal sencilla de un canal a régimen supercrítico se producen en las orillas del canal sobrelevación del nivel del agua que se propagan hacia aguas abajo de la curva.

El uso de una curva compuesta, según los estudios realizados por Knapp, confina la sobrelevación del nivel del agua a solo el tramo de la curva; las perturbaciones que se propagan hacia aguas abajo son mínimas.

La curva compuesta está formada por una circular, de radio "R", precedida y seguida por curvas circulares de radio "2R". La nomenclatura y esquema se muestran en la figura VI.8.

El ángulo central Θ de estas curvas de transición vale:

$$\Theta = \text{ang tan } [B/(2R+B/2)\text{tan } \beta]$$

donde

$$\beta = \text{ang sen } [1/F_{r1}]$$

el tirante a lo largo de la margen exterior de la curva es :

$$y = y_0 + F_{r1}^2 \text{ sen}^2(\beta + \Theta/2)$$

en el margen interior de la curva el tirante se deprime en la misma magnitud.

Dar una pendiente transversal a la plantilla del canal es el medio más efectivo de reducir las perturbaciones producidas por las ondas de Mach.

La pendiente transversal "S_t" de la plantilla puede calcularse igualando la componente del peso a lo largo de la pendiente transversal con la fuerza centrífuga determinada por el radio "R" y la velocidad "v", esto es:

$$S_t = v^2/gr_c$$

Con objeto de evitar un cambio brusco en el escurrimiento, la depresión debe efectuarse gradualmente desde cero hasta su valor total, empezando en ambos extremos de la curva. Es conveniente que la pendiente longitudinal de la plantilla se conserve a lo largo del extrados de la curva y que el intrados se deprima una altura igual a v^2B/gr_c , donde "B" es el ancho de plantilla del canal.

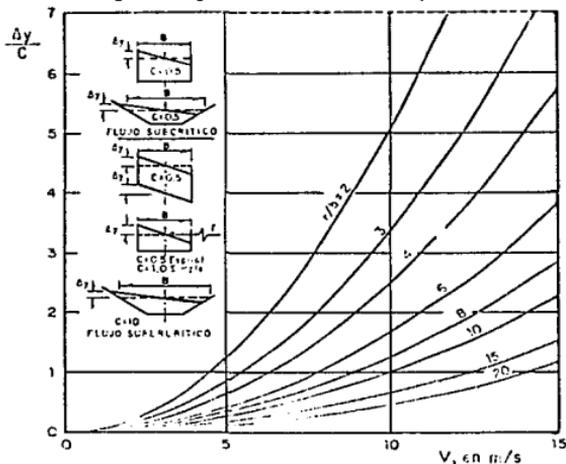


FIG. VI.7 Determinación de la sobrelevación del agua en curvas horizontales.

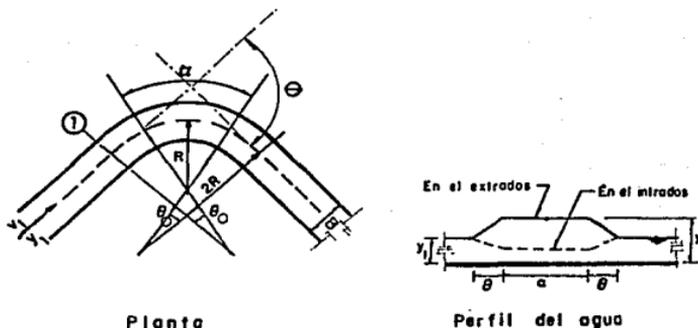


FIG. VI.8 Curva horizontal compuesta.

VIS. ALCANTARILLAS COMO OBRA DE CRUCE DE TERRAPLENES.

Las alcantarillas son conductos cerrados que se construyen transversales a un terraplén y por debajo de este, con objeto de conducir agua de lluvia proveniente de cunetas, contracunetas y arroyos hacia cauces naturales, eliminando así el peligro de daños e interrupciones en el tránsito de caminos o carreteras.

En una alcantarilla generalmente se reduce el área del cauce de la corriente natural, ocasionando un embalse en la entrada y un aumento de velocidad dentro y a la salida de la misma. Cuando se trata de caminos de mucho tránsito o de vías férreas no conviene que la boca de entrada quede sumergida, y menos que las aguas rebasen el terraplén.

El flujo de una alcantarilla esta controlado por muchas variables que incluye la geometría de la entrada, pendiente, dimensiones de la sección, rugosidad, condiciones a la entrada y en el desfogue, etc. el diseño se realizará generalmente para el gasto máximo de la tormenta en la sección de entrada a la alcantarilla.

El funcionamiento puede ser por un conducto forzado o a superficie libre del agua, el primer tipo se presentará cuando la descarga en el desfogue sea ahogada o bien cuando el nivel en la entrada sea alto y el conducto largo, de acuerdo con pruebas de laboratorio la alcantarilla no trabaja como conducto forzado si el desnivel entre la plantilla de la sección de entrada y el nivel de aguas arriba es menor que un cierto valor crítico (H') y la descarga en el desfogue no es ahogada.

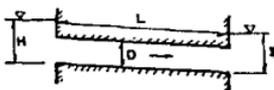
El valor de H' varía de 1.2 a 1.5 veces la altura de la alcantarilla dependiendo de la geometría a la entrada, características del conducto y condiciones de acceso. Para un análisis preliminar se puede

considerar como limite superior a $H' = 1.5D$, donde "D" es la altura o diámetro de la alcantarilla. Usualmente una alcantarilla con cantos afilados en la sección de entrada no se llena cuando la descarga aguas abajo no es ahogada, aunque el nivel aguas arriba no rebasa el conducto.

Para proceder al diseño hidráulico de una alcantarilla es necesario clasificar el tipo de flujo que se presentará en la misma. Existen los seis tipos siguientes:

TIPO No. 1

Salida sumergida; $H > D$; $y_1 > D$; flujo lleno.



$$H = y_1 + \frac{Q^2}{2gA^2} + h_a + h_f + S_o L$$

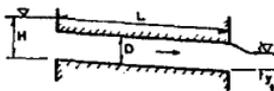
donde:

$$h_a = K_e \cdot \left(\frac{Q^2}{2gA^2} \right) \rightarrow K_e = 0.08 \text{ para entradas redondeadas, } K_e = 0.5 \text{ para entradas afiladas}$$

$$h_f = \left(\frac{Qn}{AR_h^{2/3}} \right)^2 \cdot L$$

TIPO No. 2

Salida no sumergida; $H > H'$; $y_1 < D$; flujo lleno.



Misma condición que el caso anterior.

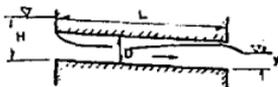
$$H = y_1 + \frac{Q^2}{2gA^2} + h_a + h_f + S_o L$$

En el caso de $y_1 < D/2$, la ecuación anterior cambia a:

$$H = \frac{D}{2} + \frac{Q^2}{2gA^2} + h_a + h_f + S_o L$$

TIPO No. 3

Salida no sumergida; $H > H$; $y_1 < D$; flujo parcialmente lleno.



Se tiene la misma condición que el tipo No. 2, únicamente cambia la longitud, es más corta. (ver figura V1.9)

$Q = C_n B D \sqrt{2g(H - C_n D)}$ → Para alcantarillas rectangulares :

B.-Longitud larga de la sección rectangular.

D.-Longitud corta de la sección rectangular.

C_n = coeficiente de contracción = 0.8 → bordes redondeados.

$C_n = 0.6$ → bordes afilados.

$Q = C_c C_v (\pi/4) * D^2 * \sqrt{2g(H - (D/2))}$ → Para alcantarillas circulares:

C_v .- coeficiente de velocidad = $1 - (1/(128 * ((H/D) - 0.5)^2))$.

C_c .- coeficiente de contracción = 0.6 → bordes afilados.

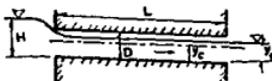
$C_c = 0.61$ → bordes redondeados.

TIPO No. 4

Salida no sumergida ; $H < H'$; $y_1 > y_c$; flujo subcrítico, trabaja como canal.

para conocer y_c , de la siguiente relación $Q^2/g = A_c^3/B_c$

para conocer y_0 . con $Q = VA$, $V = (1/n) * R_h^{2/3} * S^{1/2}$ → $y_0 > y_c$



$$y_0 + Q^2/2gA_0^2 + S_0 L = y_1 + Q^2/2gA_c^2 + (V_m n/R_{hm}^{2/3})^2 L$$

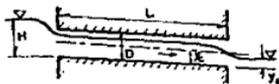
$$H = y_0 + (1 + K_v) * Q^2/2gA_0^2$$

donde $K_v = 0.025$ para bordes redondeados y $K_v = 0.25$ para bordes afilados.

TIPO No.5

Salida no sumergida ; $H < H'$; $y_1 < y_c$; flujo subcrítico ; control a la salida. trabaja como canal.

mismo criterio que la tipo No.4 para conocer y_c y y_0



$$y_0 + Q^2/2gA_0^2 + S_0 L = y_c + Q^2/2gA_c^2 + (V_m n/R_{hm}^{2/3})^2 L \quad (\text{en esta ecuación suponer } y_0)$$

$$H = y_0 + (1 + K_v) * Q^2/2gA_0^2$$

TIPO No. 6

Salida no sumergida $H < H'$; $y_1 < y_c$; control a la salida. Trabaja como vertedor. mismo criterio que tipo No.4 para conocer y_c y y_0 .Flujo supercrítico.



Para alcantarillas circulares ; para $0 < H/D < 0.8$

$$Q/(D^2\sqrt{gD}) = 0.48 * (S_o/0.4)^{0.05} * (H/D)^{1.9}$$

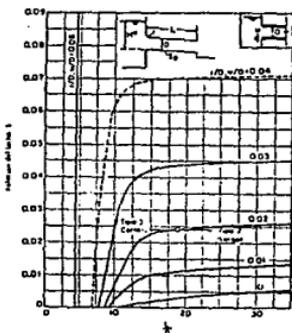
Para $0.8 < H/D < 1.2$

$$Q/(D^2\sqrt{gD}) = 0.44 * (S_o/0.4)^{0.05} * (H/D)^{1.5}$$

Para alcantarillas rectangulares ; para $H/D < 1.2$

$$Q = (2/3) * C_b * B * H \sqrt{(2/3) * g * H} ; \text{ donde } C_b = 1.0 \text{ para bordes redondeados y } C_b = 0.9 \text{ para bordes afilados.}$$

B.- longitud mas larga de la sección rectangular.



Criterio para alcantarillas de tubería hidráulicamente de cañón corto y largo con cuerpo de hormigón y entradas cuadradas, redondeadas o buehudas desde una altura con paredes verticales que o de paredes en abanico.

FIG. VI.9 Gráficas para determinar si una alcantarilla es larga o corta.

VI.6 EJEMPLOS RESUELTOS

Ejemplo VI.1:

Diseñar la contracción recta para reducir el ancho de un canal rectangular de ancho $b_1 = 1.83$ m. a $b_2 = 0.914$ m. El canal lleva un gasto de $Q = 0.123$ m³/s, con una velocidad de llegada $V_1 = 2.19$ m/s. Suponer $y_2/y_1 = 3.0$

Sol.:

Cálculo del tirante y_1 ; $y_1 = Q/(V_1 b_1) = 0.123/(2.19 \cdot 1.83) = 0.031$ m

Cálculo de $F_{r1} = V_1/\sqrt{g y_1} = 2.19/\sqrt{9.81 \cdot 0.031} = 3.97 > 1.0 \rightarrow$ Rég. supercrítico

Diseñamos con el método propuesto por Ippen y Dawson:

1.-Del enunciado del problema suponemos $y_2/y_1 = 3.0$; $y_2 = 3.0 \cdot 0.031 = 0.093$ m.

$V_2 = 0.123/(0.914 \cdot 0.093) = 1.45$ m/s ; $F_{r2} = 1.45/\sqrt{9.81 \cdot 0.093} = 1.52 > 1.0 \rightarrow$ no hay cambio de Régimen.

2.-Se supone $\Theta = 20^\circ$ y $F_{r1} = 3.97$, entramos al III cuadrante de la figura VI.5

$y_2/y_1 = 2.7$; $F_{r2} = 2.1$

3.-Con $\Theta = 20^\circ$ y $F_{r2} = 2.1$, entramos nuevamente al III cuadrante y ahora el IV cuadrante será y_2/y_2 y F_{r2}

$y_2/y_1 = 2.0$, $F_{r2} = 1.0$

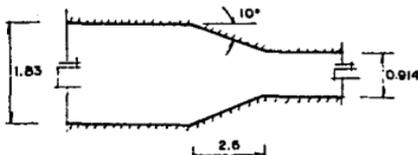
4.-Comprobamos $(y_2/y_1) \cdot (y_2/y_2) = 2.7 \cdot 2.0 = 5.4 \neq 3.0$ supuesto.

Se repite cambiando el valor de Θ , la solución es $\Theta = 10^\circ$ ya que se llega a conocer:

$(y_2/y_1) \cdot (y_2/y_2) = 1.9 \cdot 1.5 = 3.04 \approx 3.0$ supuesto.

Con este valor de Θ , podemos calcular la longitud de la transición:

$$L = (b_1 - b_2)/(2 \tan \Theta) = (1.83 - 0.914)/(2 \tan 10^\circ) = 2.6 \text{ m.}$$



Ejemplo VI.2:

Hacer un diseño preliminar de una expansión curva de $b_1 = 1.83$, que lleva un gasto $Q = 2.38 \text{ m}^3/\text{s}$, a una velocidad $V_1 = 6.096 \text{ m/s}$. Asumir $b_2/b_1 = 3.0$

Sol.:

Calculo de y_1 ; $y_1 = Q/(V_1 * b_1) = 2.83/(6.096 * 1.83) = 0.25 \text{ m}$; $F_{r1} = 6.096/\sqrt{9.81 * 0.25} = 3.89 > 1.0 \rightarrow$ Rég. Supercrítico.

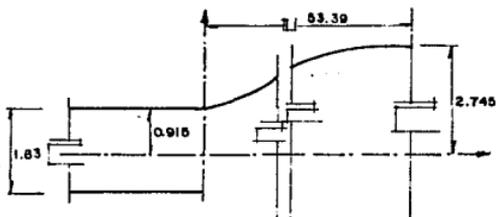
Entramos a las curvas de la figura VI.6, damos valores de Z, referimos horizontalmente a la curva $b_2/b_1 = 3.0$, posteriormente referimos verticalmente hasta el eje de las abscisas, y despejamos a X.

$Z_{\text{transición}}$ cuando $b_2/2 = 5.49/2 = 2.745 \text{ m}$, ya que b_2 es el ancho al final de la transición:

$Z/b_1 = 2.745/1.83 = 1.5 \rightarrow X = 7.5 * 1.83 * 3.89 = 53.39 \text{ m}$.

Z	2.745	2.562	2.379	2.196	2.013	1.83	1.647	1.464	1.281	1.098	0.915
X	53.39	39.15	30.25	25.63	20.64	17.80	17.08	14.24	11.39	7.12	0.0

Podemos observar que la longitud de la transición es de $L = 53.39 \text{ m}$. El diseño queda de la siguiente manera:

**Ejemplo VI.3:**

Un canal rectangular de ancho de plantilla $b_1 = 2.4 \text{ m}$, tiene un tirante $y_1 = 2.78 \text{ m}$, conduce un gasto $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$, se desea diseñar la transición hacia un canal de sección trapezoidal con ancho de plantilla $b_2 = 2.7 \text{ m}$, talud $k = 1.0$ y un tirante $y_2 = 2.1 \text{ m}$. El factor de fricción de Manning $n = 0.018$. Determinar la geometría total de la transición.

Sol.:

Calculemos primero el número de Froude en las dos secciones para comprobar que no hay cambio de régimen.

$$F_{r1} = V_1 / \sqrt{g y_1} = Q / (A_1 \sqrt{g y_1}) = 30 / (2.4 * 2.78 * \sqrt{9.81 * 2.78}) = 0.86 < 1.0 \rightarrow \text{Rég. subcrítico}$$

$$F_{r2} = V_2 / \sqrt{g y_2} = Q / (A_2 \sqrt{g y_2}) = 30 / (10.08 * \sqrt{9.81 * (10.08/6.9)}) = 0.79 < 1.0 \rightarrow \text{Rég. subcrítico}$$

Por lo tanto no hay cambio de régimen.

Calculo de la longitud de la transición (según Hinds)

$$L = (B_2 - B_1) / 2 \tan 12^\circ 30' = (6.9 - 2.4) / 2 \tan 12^\circ 13' = 10.15 \text{ m.}$$

Calculo de las pérdidas por expansión (h_e), donde $C_e = 0.3$ referencia(1) :

$$h_e = C_e * (V_1^2 - V_2^2) / 2g = 0.3 * (4.5^2 - 2.98^2) / 19.62 = 0.17 \text{ m.}$$

Pérdidas por fricción

$$S_{f1} = [V_1 n / R_{h1}^{2/3}]^2 * L = [(4.5 * 0.018) / 0.84^{2/3}]^2 * 10.15 = 0.084 \text{ m.}$$

$$S_{f2} = [V_2 n / R_{h2}^{2/3}]^2 * L = [(2.98 * 0.018) / 1.17^{2/3}]^2 * 10.15 = 0.024 \text{ m.}$$

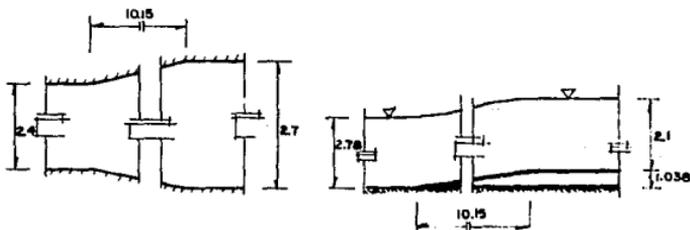
$$S_m = (0.084 + 0.024) / 2 = 0.054 \text{ m.}$$

$$h_f = h_e + S_m = 0.17 + 0.054 = 0.224 \text{ m.}$$

Escalón Para reducir estas pérdidas:

$$\mu = y_1 + V_1^2 / 2g - (y_2 + V_2^2 / 2g + h_f) = 2.78 + 1.032 - (2.1 + 0.45 + 0.224) = 1.038 \text{ m}$$

Quedando finalmente el diseño como muestra la siguiente figura:



Ejemplo VI.4:

Diseñar la geometría de la transición de un canal de sección trapezoidal con un ancho de plantilla $b_1 = 5.0 \text{ m}$, tiene un tirante $y_1 = 2.5 \text{ m}$, $k = 1.0$, a un canal de sección rectangular con un ancho de plantilla de $b_2 = 3.0 \text{ m}$, y un tirante $y_2 = 3.0 \text{ m}$. Conduce un gasto de $Q = 45 \text{ m}^3/\text{s}$, coeficiente de Manning $n = 0.019$ y una pendiente en ambas secciones de $S_{1,2} = 0.001$

Sol.:

Calculo de $F_{r1} = V_1/\sqrt{g(A_1/B_1)} = Q/\sqrt{g(A_1/B_1)} = 45/\sqrt{(9.81 \cdot (18.75/10))} = 0.56 < 1.0 \rightarrow$ Rég. subcrítico.

Calculo de $F_{r3} = Q/(A_3 \cdot \sqrt{g y_3}) = 45/(9 \cdot \sqrt{9.81 \cdot 3.0}) = 0.92 < 1.0 \rightarrow$ Rég. subcrítico.

Por lo tanto no hay cambio de régimen.

Calculo de la pérdida de energía por contracción (de trapezoidal a rectangular):

$$h_c = C_c \cdot [1 - (A_2/A_1)]^2 \cdot V_2^2 / 2g = 0.25 \cdot [1 - (9/10)]^2 \cdot 5^2 / 19.62 = 0.061 \text{ m.}$$

Calculo de la longitud de la transición (según Hinds):

$$L = (B_1 - B_2) / 2 \tan 12^\circ 30' = (10 - 3) / 2 \tan 12^\circ 30' = 15.78 \text{ m.}$$

Calculo de pérdida por fricción:

$$S_{f1} = [V_1 n / R_{h1}^2]^2 \cdot L = [(2.4 \cdot 0.019) / 1.55^2]^2 \cdot 15.78 = 0.018 \text{ m.}$$

$$S_{f3} = [(5 \cdot 0.019) / 1.0^2]^2 \cdot 15.78 = 0.14 \text{ m.}$$

$$S_{m3} = (0.018 + 0.14) / 2 = 0.158 \text{ m.}$$

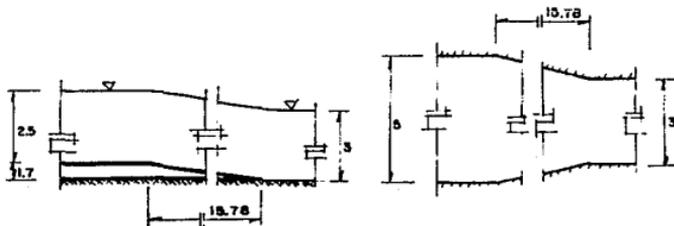
Calculo de las pérdidas totales:

$$h_f = 0.061 + 0.158 = 0.219 \text{ m.}$$

Calculo del escalón para absorber esas pérdidas:

$$\mu = y_1 + V_1^2 / 2g - (y_3 + V_3^2 / 2g + h_f) = 2.5 + 0.29 - (3.0 + 1.27 + 0.219) = -1.7 \text{ m.}$$

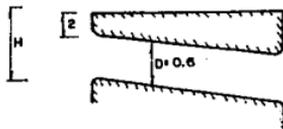
El signo negativo significa que el escalón es descendente como se muestra en la siguiente figura.



Ejemplo VI.5:

Un arroyo que conduce un gasto $Q = 2.0 \text{ m}^3/\text{s}$, será cruzado por una carretera mediante un terraplén, y hay necesidad de colocar una alcantarilla que deberá tener las características siguientes: sección rectangular de concreto ($n = 0.015$), $B = 0.6 \text{ m}$, $D = 0.6 \text{ m}$, de acuerdo a las condiciones del terreno deberá tener una pendiente $S_o = 0.04$ y una longitud $L = 9.0 \text{ m}$. De acuerdo a una revisión hidráulica del arroyo,

el tirante aguas abajo será de $y_2=0.5\text{m}$. y para reducir las pérdidas en la alcantarilla será de aristas redondeadas con un radio $r=0.018\text{m}$. Se estima que puede trabajar hidráulicamente de acuerdo al tipo 2 ó 3. Comprobar si es cierta esta apreciación, en caso afirmativo, a cual de los dos tipos corresponde, valuar la carga "H" aguas arriba de la alcantarilla, para saber si se inundara la carpeta sabiendo que se colocó a 2.0 m encima de la clave de la alcantarilla.



Sol.:

Para conocer si es del tipo 2 ó 3 veamos la figura VI.9

con $S_0=0.04$ y $r/D=0.018/0.6=0.03 \rightarrow L/D=13$; $L=13*0.6=7.8\text{m}$. $< L=9.0\text{m}$, entonces es una alcantarilla tipo 2 (larga).

Se tiene que cumplir que $H > H^*$, $y_1 < D$.

$y_1 = 0.5\text{m} < D=0.6\text{m} \rightarrow \text{OK}$.

Calculo de "H"

$$H = y_1 + Q^2/(A^2 2g) + h_e + h_f S_0 L$$

$$Q^2/(A^2 2g) = 2.0^2 / (0.36^2 * 19.62) = 1.57\text{m}$$

$$h_e = K_v * (Q^2 / (A^2 * 2g)) = 0.08 * 1.57 = 0.126\text{m}$$

$$h_f = [Vn/R_h^{2/3}]^2 * L = [Qn / (A * (A/P)^{2/3})]^2 * L = [(2 * 0.015) / (0.36 * (0.36/2.4)^{2/3})]^2 * 9.0 = 0.784\text{m}$$

$$S_0 L = 0.04 * 9.0 = 0.36\text{m}$$

$$H = 0.5 + 1.57 + 0.126 + 0.784 - 0.36 = 2.62\text{m}$$

$$H^* = 1.5D = 1.5(0.6) = 0.9 \rightarrow H > H^* \dots \text{OK}$$

Sin embargo la carpeta se inundara con $2.62 - (2.0 + 0.6) = 0.02\text{m}$., se tendrá que rediseñar con otro tipo de alcantarilla.

Ejemplo No. VI.6:

Diseñar una curva para una deflexión total $\Theta=90^\circ$ en un canal rectangular, con un ancho de plantilla de $b=6.0\text{m}$, $S_0=0.00085$, $n=0.016$ y un tirante $y_1=3.0\text{m}$. Calcule también la pérdida de energía.

Sol.:

Primero veamos en que régimen se encuentra:

$$A = 6 * 3 = 18\text{m}^2, \quad P = 6 + 2 * 3 = 12\text{m}, \quad R_h = 1.5\text{m}$$

$$V = (1/n) \cdot R_n^{2/3} \cdot S_0^{1/2} = 2.39 \text{ m/s.}$$

$$F_{r1} = V / \sqrt{gy_c} = 2.39 / \sqrt{9.81 \cdot 3.0} = 0.44 < 1.0 \rightarrow \text{Rég. subcrítico.}$$

Calculo de r_c (por ser régimen subcrítico $3.0 < r_f/b < 7.0$). Probemos $r_f/b = 3.0$ ya que produce la pérdida mínima (referencia 1).

$$r_c = 3.0 \cdot 6.0 = 18.0 \text{ m.}$$

El radio interior es $r_i = 18.0 - (6/2) = 15 \text{ m.}$; $r_e = 18.0 + (6/2) = 21.0 \text{ m.}$

Calculo de Δy :

$$\Delta y = C^* (V^2 B) / (g r_c) = 0.5 \cdot (2.39^2 \cdot 6) / (9.81 \cdot 18) = 0.097 \text{ m.}$$

Calculo de la pérdida de energía:

$$h_c = K \cdot V^2 / 2g$$

$$K = 2b/r_c = (2 \cdot 6) / 18 = 0.67$$

$$h_c = 0.67 \cdot (2.39^2 / 19.62) = 0.195 \text{ m}$$

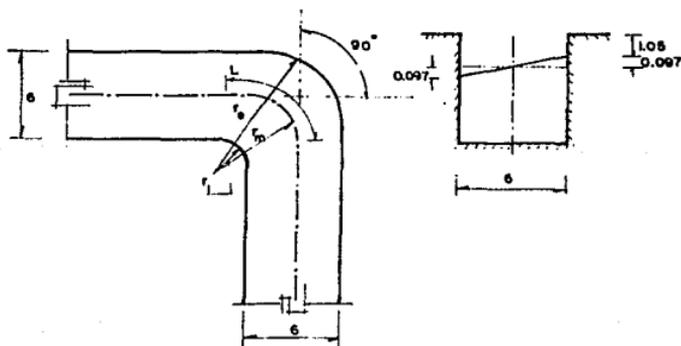
La longitud de la curva es:

$$L = \pi \cdot 18 \cdot (90^\circ / 180^\circ) = 28.27 \text{ m}$$

Bordo libre (página 80, referencia 1) con gasto $Q = VA = 2.39 \cdot 18 = 43.02 \text{ m}^3/\text{s}$

$$B.L. = 1.05 \text{ m.}$$

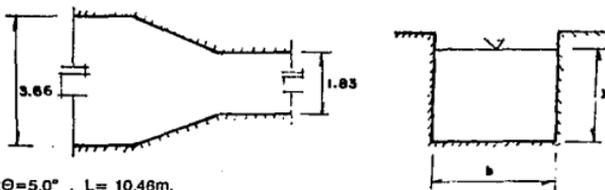
Quedando el diseño como se muestra en la siguiente figura:



VI.7 PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema VI.1:

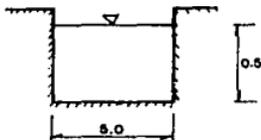
Diseñar una contracción recta, conectando dos canales rectangulares de ancho de plantilla $b_1=3.66\text{m}$ y $b_2=1.83\text{m}$ antes y después de la transición respectivamente, El tirante antes de la transición es $y_1=0.213\text{m}$, y el gasto que circula es de $Q=5.65\text{m}^3/\text{s}$.



Sol.: $\theta=5.0^\circ$, $L=10.46\text{m}$.

Problema VI.2:

Cual sería la longitud de una expansión, si $y_1=0.5\text{m}$, $b_1=5.0\text{m}$, $Q=10\text{m}^3/\text{s}$ y $b_2=10.0\text{m}$.



Sol.: $L=38.9\text{m}$.

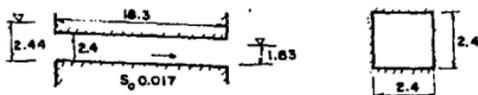
Problema VI.3:

Cual sería la longitud de una transición, si $y_1=0.2\text{m}$, $y_2=0.4\text{m}$, $b_1=4.0\text{m}$, $b_2=2.0\text{m}$, con un gasto $Q=6.0\text{m}^3/\text{s}$.

Sol.: $\theta=4.0^\circ$, $L=14.3\text{m}$

Problema VI.5:

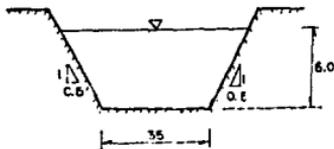
Una alcantarilla de $2.4 \times 2.4 \times 18.3\text{m}$ se apoya sobre una pendiente $S_0=0.017$. Tiene una entrada de aristas cuadradas y paredes verticales en la entrada. Las cotas de aguas arriba y aguas abajo son $H=2.44\text{m}$ y $y_1=1.83\text{m}$, respectivamente. Determinar el gasto de la alcantarilla y también el tipo de flujo a través de la alcantarilla.



Sol.: $Q = 14.04 \text{ m}^3/\text{s}$, tipo No. 4 (flujo subcrítico)

Problema VI.6:

Diseñar la curva entre un canal trapezoidal de ancho de plantilla $b_1 = 35 \text{ m}$, $k = 0.5$, acarrea un gasto de $Q = 3200 \text{ m}^3/\text{s}$, la pendiente longitudinal es de $S_0 = 0.020$. La curva tendrá un radio central de $r_c = 270 \text{ m}$, un ángulo de deflexión $\Theta = 50^\circ$, y el tirante aguas arriba de la curva es de $y_1 = 6.0 \text{ m}$, su velocidad es $V_1 = 14.035 \text{ m/s}$.



Sol. $r_c = 270 \text{ m}$, $2r_c = 540 \text{ m}$, $\Theta_c = 6^\circ 44' 24''$, $y_c = 7.17 \text{ m}$, $y_s = 4.83 \text{ m}$, $S_0 = 0.0744$, $B.L. = 1.60 \text{ m}$.

VII. TRANSPORTE Y ARRASTRE DE SEDIMENTOS.

VII. PRINCIPIOS DEL ARRASTRE EN SEDIMENTOS.

VII.1 ASPECTOS GENERALES.

En hidráulica fluvial se estudian los problemas que se presentan al tratar con corrientes naturales y canales artificiales cuyas paredes y fondo están formados con materiales susceptibles de ser arrastrados por la corriente.

Entre los problemas que pueden resolverse haciendo uso de la hidráulica fluvial figuran los siguientes:

- Cuantificación del material sólido, transportado por un río y que puede llegar a depositarse en un vaso.
- Determinación de las erosiones locales aguas abajo de rápidas o descargas y al pie de pilas y estribos de puentes.
- Diseño de obras de protección contra erosiones locales y para protección contra corrimientos de los márgenes.
- Determinación de tirantes y velocidades en cauces naturales.
- Estudio de las condiciones de equilibrio de los cauces aguas abajo de grandes embalses.

VII.1.1 PROPIEDADES DEL AGUA.

En hidráulica fluvial se trabaja principalmente con agua y con el material sólido que constituyen los sedimentos.

Algunas propiedades del agua son intrínsecas de la materia como Peso específico(γ), densidad(ρ) y densidad relativa(δ). A continuación se hará una breve exposición de las propiedades que solo poseen los fluidos.

a). Viscosidad Dinámica (μ).

La viscosidad es una propiedad de los fluidos por la cual oponen resistencia a su deformación angular. Esa resistencia, para flujo laminar, es proporcional al gradiente de velocidades y a un coeficiente propio del fluido, denominado viscosidad dinámica.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

donde

τ .- Esfuerzo tangencial, en kgf/m^2

μ .- Viscosidad dinámica, en $\text{kgf}\cdot\text{s}/\text{m}^2$

u .- velocidad del fluido, en una dirección paralela a una pared, en m/s

y .- distancia de la pared a la cual se midió u , en m .

En la tabla VII.1 se presentan los valores de la viscosidad dinámica del agua en función de su temperatura.

b). Viscosidad cinemática(ν).

En problemas donde interviene la viscosidad, la practica mas frecuente consiste en utilizar la relación entre la viscosidad dinámica(μ) y la densidad(ρ), relación que se denomina viscosidad cinemática(ν)

$$\nu = \mu / \rho$$

donde

ν .- densidad, en $\text{kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{m}^4$

Las dimensiones y unidades de la viscosidad cinemática son respectivamente [$\text{L}^2 \text{T}^{-1}$] y (m^2/s).

En la tabla VII.1 se indican también algunos valores de la viscosidad cinemática del agua en función de la temperatura.

Temp. en °C	viscosidad dinámica(μ) en $10^4 \text{ kgf} \cdot \text{s} / \text{m}^2$	viscosidad cinemática(ν) en $10^4 \text{ m}^2 / \text{s}$	temperatura en °C	viscosidad dinámica(μ) en $10^4 \text{ kgf} \cdot \text{s} / \text{m}^2$	viscosidad cinemática(ν) en $10^4 \text{ m}^2 / \text{s}$
5	1.548	1.519	16	1.133	1.112
6	1.500	1.472	17	1.104	1.084
7	1.456	1.428	18	1.076	1.057
8	1.413	1.386	19	1.049	1.031
9	1.372	1.346	20	1.025	1.007
10	1.333	1.308	21	1.000	0.983
11	1.296	1.272	22	0.976	0.960
12	1.260	1.237	23	0.954	0.938
13	1.227	1.204	24	0.932	0.917
14	1.194	1.172	25	0.911	0.896
15	1.162	1.141	26	0.890	0.876

TABLA VII.1 Coeficiente de viscosidad dinámica y cinemática del agua en función de la temperatura.

VII.2 PROPIEDADES DE LAS PARTICULAS SEDIMENTARIAS.

Los ríos y arroyos permiten el transporte de agua y sedimentos. El sedimento está formado por todas las partículas, cualquiera que sea el tamaño, provenientes de rocas y suelos de una cuenca, que son arrastrados y transportados por una corriente. Por tanto, no se incluyen en él ni la materia orgánica ni las sales disueltas en el agua.

Desde el punto de vista de resistencia que oponen a ser arrastrados y de su comportamiento al ser

transportados, se distinguen 3 clases de materiales.

- No cohesivo o granular (también llamado friccionante).
- Cohesivo.
- Rocoso.

Las propiedades individuales de las partículas que constituyen un suelo granular y que deben conocerse para resolver problemas en hidráulica fluvial son:

a). Tamaño:

Con el fin de disponer de una nomenclatura común que permita designar las partículas de un mismo tamaño, se usará la clasificación adoptada por la American Geophysical Union que se muestra en la tabla VII.2.

Para conocer el tamaño de las partículas se miden directamente si se trata de cantos rodados o gujarros; se hace un análisis granulométrico si son gravas o arenas, y se efectúa un estudio de sedimentación cuando son limos o arcillas. Las principales formas para determinar el tamaño de una partícula consisten en considerar alguna de las dimensiones siguientes:

- Diámetro de cribado (sirve para determinar el tamaño de gravas y arenas).
- Diámetro de sedimentación (para partículas más finas como limos y arcillas).
- Diámetro nominal
- Diámetro de caída libre
- Dimensiones triaxiales (para cantos rodados o gujarros).

b). Forma:

En general, la forma de las partículas no se ha tomado en cuenta en las fórmulas. El mejor intento que se conoce es el llamado factor de forma (S.F.):

$$S.F. = c/\sqrt{ab}$$

donde a, b, y c son tres longitudes de la partícula medidas en tres direcciones perpendiculares, habiendo hecho coincidir una de ellas con su máxima longitud. ("a"), ("b") la mínima y ("c") la que resulte perpendicular a las otras dos.

c). Peso específico:

Se define como peso específico de una partícula (γ_s) la relación de su peso entre su volumen. Se expresa en kgf/m^3 .

d). Densidad:

La densidad de una partícula (ρ_s) es la relación de su masa entre su volumen. se expresa en kgf-s/m^4 . La relación entre el peso y la masa específica está dada por la segunda ley de Newton

$$\gamma_s = \rho_s g$$

donde

g.- aceleración de la gravedad, en m/s²

e). Velocidad de caída:

La velocidad de caída es la velocidad máxima que adquiere una partícula al caer dentro del agua; se alcanza cuando su peso sumergido se equilibra con la fuerza de empuje que el agua ejerce contra ella. La velocidad de caída toma en cuenta no solo el peso, sino también tamaño y forma de la partícula. Se entiende por peso sumergido el peso que tiene un cuerpo dentro del agua.

La expresión general para obtener la velocidad de caída de una esfera es:

$$\omega = [(4g\Delta D)/(3C_D)]^{1/2} \quad \text{---(Ec. VII.1)}$$

donde

ω .- velocidad de caída, en m/s

D.- diámetro de la partícula, en m.

C_D .- coeficiente de empuje que depende del número de Reynolds, $R_e = (VD)/\nu$

$\Delta = (\gamma_s - \gamma)/\gamma$; γ .- peso específico del agua, en kgf/m³.

Para obtener la velocidad de caída de una partícula esférica de diámetro "D" conocido, se pueden seguir los pasos siguientes:

- Se supone un coeficiente de empuje C_D .
- Se calcula la velocidad de caída con la ec. VII.1
- Se obtiene el número de Reynolds de la partícula $R_e = VD/\nu$.
- Conocido el número de Reynolds se obtiene un nuevo coeficiente de empuje, con ayuda de la gráfica VII.1.
- Se repiten los pasos b) a d) hasta que el coeficiente de empuje con el que se inicia en el paso b) sea igual al obtenido en d).

Para obtener la velocidad de caída de partículas naturales con tamaño entre limos y gravas, Rubey propuso en 1933 la expresión:

$$\omega = F_1 [g\Delta D]^{1/2} \quad \text{---(Ec. VII.2)}$$

donde

$$F_1 = \sqrt{(2/3) + (36\nu^2/g\Delta D^3)} - \sqrt{36\nu^2/g\Delta D^3}$$

En la figura VII.2 se muestra la curva correspondiente a la ec. VII.2

El comportamiento de una partícula aislada, sujeta a la acción de un flujo, difiere de aquel que presenta cuando esta formando parte de un conjunto. Por ello, a fin de entender la dinámica de los sedimentos, es necesario conocer también las propiedades referentes a un conjunto grande de partículas, dentro de

las cuales figuran:

f). Distribución Granulométrica:

Al separar una muestra natural de sedimentos en diferentes fracciones, según sus tamaños, permite obtener la tabla de distribuciones de frecuencias, o sea, la representación tabular de la distribución granulométrica. Sin embargo, para observar objetivamente la forma como se distribuyen los tamaños de las partículas, convienen más las representaciones gráficas, esta forma de representación, es la que se conoce como curva granulométrica. En dicho diagrama las ordenadas se refieren al porcentaje en peso de partículas que es menor que el tamaño representado por la malla en cuestión; las abscisas se refieren al tamaño de las aberturas de tales mallas.

Cuando la granulometría de las partículas sigue una distribución del tipo logarítmico se puede aplicar la siguiente ecuación:

$$D_n = D_{50} 10^{\left[\left(\frac{n-50}{54} \right) \log_{10} \sigma \right]} \quad \text{----(Ec. VII.3)}$$

donde

n.- porcentaje en peso, de las partículas que son menores o iguales al D.

El diámetro medio aritmético de la distribución, D_m , se define como:

$$D_m = (1/100) \cdot \left(\sum \Delta P_i D_i \right) \quad \text{----(Ec. VII.4)}$$

donde

ΔP_i valor en porcentaje de cada intervalo, en que se divide la curva granulométrica, puede ser variable o constante.

D_i diámetro medio correspondiente a cada intervalo en que se dividió la curva granulométrica.

g). Peso volumétrico:

El peso volumétrico, τ_v , de un conjunto de partículas es el peso de la materia entre el volumen total que ocupa el conjunto, conteniendo dentro de él los huacos o vacíos. Sus unidades son las mismas que para el peso específico.

En el peso volumétrico de una muestra de sedimento habrá que distinguir el peso volumétrico seco que tiene cuando todos los vacíos están ocupados por aire, y el parcialmente saturado y el sumergido cuando parte o la totalidad de ellos están ocupados por agua.

Las relaciones de mayor interés que se utilizan al valor el volumen real ocupado por los sedimentos al depositarse, son:



Fig. VII.2.1 Relaciones de mayor interés para valuar el volumen real.

$$\gamma_s = (\text{peso de sólidos})/(\text{volumen total}) = W_s/V_t$$

Si se define la porosidad "n", de la siguiente manera:

$$n = (\text{volumen de vacíos})/(\text{volumen total}) = V_v/V_t$$

se cumple

$$\gamma_s = \gamma_s(1-n)$$

además si la relación de vacíos, "e", se define

$$e = (\text{vol. de vacíos})/(\text{vol. de sólidos}) = V_v/V_s = n/(1-n)$$

entonces "n" queda

$$n = e/(1 + e)$$

y por ello $\gamma_s = \gamma_s/(1 + e)$

VII.3 INICIO DE ARRASTRE.

En un tramo de río o en canal interesa conocer las características hidráulicas del flujo que es capaz de iniciar el movimiento o arrastre de las partículas que forman el cauce.

El inicio del movimiento se puede referir al esfuerzo cortante máximo que una corriente produzca en el fondo, o a la velocidad media de la corriente. En ambos casos se califica a dicha condición como crítica. El conocimiento de la condición crítica de arrastre de una corriente es de gran importancia para diseñar canales que no sufran erosión; diseñar cauces de alivio o canales de acceso que no lleven ni arrastren sedimentos; o bien, conocer bajo que condiciones se mueven las partículas para provocar o evitar su depósito.

VII.3.1 CRITERIO DE ESFUERZO CORTANTE CRITICO DE ARRASTRE.

A). Esfuerzo cortante crítico para suelos granulares:

Las curvas propuestas por Lane se presentan en la fig. VII. 1. en ella se obtiene directamente el esfuerzo cortante crítico en función del diámetro de las partículas. La principal ventaja del criterio de Lane es que permite obtener τ_c tanto cuando el líquido no arrastra partículas en suspensión como cuando transporta poco o mucho material fino. El criterio de Lane permite que la corriente llegue a producir un mayor esfuerzo cortante en el fondo que el dado por otros autores. Ello se debe a que Lane propuso su método para diseñar canales de tierra, permitiendo algo de arrastre al principio de su vida útil hasta que se acoraza el fondo, el cual no los dañarían; ni afectaría a su sección transversal.

B). Esfuerzo cortante crítico para suelos cohesivos:

El esfuerzo cortante crítico para suelos cohesivos se recomienda sea obtenido en función de la relación de vacíos y del contenido de arcilla, mediante las curvas propuestas por el Bureau of Reclamation que se muestran en la fig. VII.3.

VII.3.2 CRITERIO DE VELOCIDAD MEDIA CRITICA.

La velocidad media crítica es la velocidad a la cual se inicia la erosión tanto en suelos no cohesivos como granulares.

A). Velocidad media crítica para suelos granulares:

A partir de la fig. 2.18 (referencia 1 pag. 90), se puede determinar la velocidad permisible para suelos no cohesivos, y trabajar con ella como la velocidad media crítica.

Para poder utilizar la gráfica, se necesita el D_{50} (en mm), donde el 50 corresponde al 50 % del material (en peso) que tiene un diámetro menor que éste.

B). Velocidad media crítica para suelos cohesivos:

Para valuar está se recomienda hacer uso del método de Lischvan-Levediev, quienes propusieron los resultados que se indican en las tablas VII.1 a) y b), en función del diámetro medio de las partículas y

del tirante medio de la corriente, la primera limitada hasta 10 m. y la segunda hasta 3 m.

Diámetro medio, en m	Tirante medio de la corriente en (m)					
	0.40	1.00	2.00	3.00	5.00	> 10
0.005	0.15	0.2	0.25	0.30	0.40	0.45
0.05	0.20	0.3	0.40	0.45	0.55	0.65
0.25	0.35	0.45	0.55	0.60	0.70	0.80
1.0	0.50	0.60	0.70	0.75	0.85	0.95
2.5	0.65	0.75	0.80	0.90	1.00	1.20
5.0	0.80	0.85	1.00	1.10	1.20	1.50
10.0	0.90	1.05	1.15	1.30	1.45	1.75
15.0	1.10	1.20	1.35	1.50	1.65	2.00
25.0	1.25	1.45	1.65	1.85	2.00	2.30
40.0	1.50	1.85	2.10	2.30	2.45	2.70
75.0	2.00	2.40	2.75	3.10	3.30	3.60
100.0	2.45	2.80	3.20	3.50	3.80	4.20
150.0	3.00	3.35	3.75	4.10	4.40	4.50
200.0	3.50	3.80	4.30	4.65	5.00	5.40
300.0	3.85	4.35	4.70	4.90	5.50	5.90
400.0		4.75	4.95	5.30	5.60	6.00
500 o más			5.35	5.50	6.00	6.20

Tabla VII.1 a) velocidades medias de la corriente que son admisibles (no erosivas) para suelos cohesivos, en m/s.

Denominación de suelos	Porcentaje del contenido de partículas	Suelos poco compactos, peso volumétrico del material seco hasta 1660 kg/m ³	Suelos medianamente compactados, peso volumétrico del material seco de 1200 a 1660 kg/m ³	Suelos compactos, peso volumétrico del material seco de 1660 a 2040 kg/m ³	Suelos muy compactos, peso volumétrico del material seco de 2040 a 2140 kg/m ³
		Tirantes medios, en m			
—	<0.005 0.005-0.05	0.4 1.0 2.0 3.0	0.4 1.0 2.0 3.0	0.4 1.0 2.0 3.0	0.4 1.0 2.0 3.0
Arcillas	30-50 70-50	0.35 0.4 0.45 0.5	0.7 0.85 0.95 1.1	1.0 1.2 1.4 1.5	1.4 1.7 1.9 2.1
Tierras fuertemente arcillosas	20-30 80-70				
Tierras ligeramente arcillosas	10-20 90-80	0.35 0.4 0.45 0.5	0.65 0.8 0.9 1.0	0.95 1.2 1.4 1.5	1.4 1.7 1.9 2.1
Suelos de aluvión y arcillas margosas			0.6 0.7 0.8 0.85	0.8 1.0 1.2 1.3	1.1 1.3 1.5 1.7
Tierras arenosas	5-10 20-40	Según la tabla VII.1 a)	en relación con el	Tamaño de las	fracciones arenosas

TABLA VII.1 b) Velocidades de la corriente del agua que son admisibles (no erosivas) en suelos cohesivos, en m/s.

VII.4 DISEÑO DE CANALES NO REVESTIDOS, SIN ARRASTRE.

Con base a lo anterior, existen dos criterios o métodos para diseñar canales y cauces sin arrastre. El primero tomo en cuenta el esfuerzo cortante crítico, y el segundo la velocidad media crítica.

VII.4.1 METODO DEL ESFUERZO CORTANTE CRITICO.

Este método debe preferirse al diseñar canales de tierra, ya que la estabilidad de los taludes es importante y debe tomarse en cuenta. A continuación se describe el procedimiento de cálculo basado en las recomendaciones del Bureau of Reclamation.

Los datos de partida son la pendiente del canal, material del que esta formado y gasto de diseño que pasara por el.

- 1). se selecciona un talud para las márgenes tal que sea igual o más tendido al recomendado en la siguiente tabla. El ángulo que forma el talud con la horizontal se designa como α .

Material	Talud k
Roca	casí vertical
Roca fracturada o alterada	1/4:1
Arcilla muy compacta, con recubrimiento de concreto	1/2:1 a 1:1
Tierra con recubrimiento de piedra	1:1
Arcilla o pequeños canales de tierra	1 1/2:1
Tierra arenosa suelta	2:1
Arcilla porosa	3:1

TABLA VII.2 Taludes recomendados para los lados de canales trapeciales.

- 2). Se obtiene el ángulo de reposo del material, si este es granular con ayuda de la fig VII.4, dicho ángulo se designa como ϕ ; debe tomarse en cuenta que α sea menor que ϕ .
- 3). Se obtiene el valor de K que relaciona el esfuerzo cortante crítico que resista una partícula colocada en el talud, con el correspondiente que resiste en el fondo y se expresa como.

$$K = \sqrt{1 - (\sec^2 \alpha / \sec^2 \phi)}$$

- 4). Se calcula el esfuerzo cortante crítico para el material del canal. Ese valor corresponde al esfuerzo cortante crítico máximo que una partícula resiste en el fondo; es decir en un plano casi horizontal, y se designa como τ_{cr} .

- 5). Se calcula el esfuerzo cortante crítico que resiste ese material en el plano del talud, τ_{co} , a partir de τ_{co} , mediante la expresión

$$\tau_{ca} = K\tau_{co}$$

- 6). Se supone una relación entre el ancho de la plantilla (b), y el tirante (y), es decir, b/y

- 7). Se obtiene el esfuerzo cortante máximo que produce la corriente en el fondo y en los taludes, en función del tirante. Para ello se utilizan las figs. VII.5 y VII.6 que permiten obtener ϵ de las expresiones

$$\tau_o = \epsilon_o \Gamma y S \quad \text{en el fondo}$$

$$\tau_t = \epsilon_t \Gamma y S \quad \text{en los taludes}$$

donde

τ_o .- esfuerzo cortante máximo en el fondo, en kg/m^2

τ_t .- esfuerzo cortante máximo en el talud, en kg/m^2

Al sustituir los valores conocidos, quedan dos expresiones en función de (y)

- 8). Se igualan los esfuerzos cortantes τ_{ca} y τ_t obtenidos de los pasos 5) y 7), y en igual forma τ_{ca} y τ_o . Así se obtienen dos valores de (y); se escoge el menor.

- 9). Se despeja el ancho de la plantilla de la relación b/y .

- 10). Conocida la geometría de la sección transversal; se revisa (con ayuda de una ecuación de fricción para fondo sin arrastre) para verificar si pasa el gasto de diseño.

- 11). Si el gasto calculado difiere del de diseño, se escoge un nuevo valor de b/y , y se repiten los pasos 6) a 10). Hasta igualarlo con el de diseño.

- 12). Se añade un bordo libre, para ello se puede consultar la fig. 2.16 (ref. 1) ó darlo de 0.5 m como recomienda la C.F.E. (ref. 3), y ajustar las dimensiones de la sección a valores prácticos.

A continuación se describe un método que permite determinar el esfuerzo cortante crítico de materiales friccionantes bien o mal graduados, útil solo para distribuciones normal y log-normal.

METODO DE CRUICKSHANK-GARCIA.

Este método permite valuar el τ_c máximo que resiste un cauce cuyo material del fondo tiene una granulometría extendida. El esfuerzo cortante crítico se determina mediante:

$$\tau_c = 0.047(\gamma_s - \gamma) D_n \quad \text{----(Ec. VII.5)}$$

El n por ciento que define el tamaño del diámetro efectivo se determina con ayuda de la fig. VII.16, en la que σ_g es la desviación estándar geométrica de la distribución granulométrica del material original. Si por ejemplo, $\sigma_g = 4$, con ayuda de la fig. VII.16 se obtiene que para una distribución logarítmica $n = 84\%$ y para la log-normal $n = 90.5\%$. Es decir, si la granulometría del material del cauce se ajusta a una

distribución logarítmica, el tamaño del diámetro que habría de utilizarse en la ec. VII.5 sería el correspondiente a D_{64} ; si la granulometría se ajustara a una log-normal, el tamaño del diámetro sería el correspondiente a $D_{90.5}$.

VII.4.2 METODO DE LA VELOCIDAD MEDIA CRITICA.

Por su sencillez se recomienda cuando la sección es ancha y se permiten ligeras erosiones en los márgenes.

Consiste en igualar la velocidad media de la corriente con la velocidad máxima que pueden soportar las partículas antes de iniciar su movimiento

$$U_{\text{corriente}} = U_{\text{crítica}} = U_{\text{permisible}}$$

Secuencia de cálculo:

- 1). Se elige la forma de la sección, si es trapecial, sus taludes se seleccionan de acuerdo a la tabla VII.2.
- 2). Obtener R_h , utilizando la ecuación de Manning, para ello igualar la velocidad de la corriente con la permisible (que se obtiene de la fig. 2.18 ref.1).
- 3). calcular área con la ec. de continuidad

$$A = Q/V_p \dots\dots\dots (1)$$
- 4). se obtiene el perímetro mojado:

$$P = A/R_h \dots\dots\dots (2)$$
- 5). Se resuelven simultáneamente las ecuaciones (1) y (2)
- 6). Se añade un bordo libre.

VII.5 CLASIFICACION DEL GASTO SOLIDO.

El conocimiento de la cantidad de sedimentos que transporta una corriente es útil en problemas tales como: determinar la cantidad de sedimentos que entran al vaso de una presa y la capacidad muerta o de azolves del mismo, estimar en cuánto tiempo se azolva un vaso, cuándo este tiene poca capacidad, estimar la magnitud de tanques de sedimentación y la frecuencia de su dragado cuando se requieren al inicio o al final de la conducción, etc.

El transporte de sedimentos se divide en seis clases:

- 1). Arrastre en la capa de fondo o arrastre de fondo. Está formado por el material que es arrastrado dentro de una capa adyacente al fondo, cuyo espesor es igual a dos veces el diámetro de la partícula. Se designa con el subíndice B, ya sea como q_b o $q_{b'}$, dependiendo de las unidades en que

sea expresado.

- 2). Transporte del fondo en suspensión. Lo integran las partículas del fondo que son transportadas en suspensión, es decir, arriba de la capa de fondo. Se designa con el subíndice BS, ya sea como q_{BS} o q_{BS} .

- 3). Transporte de fondo o transporte total del fondo. Lo constituye la totalidad de las partículas del fondo que son transportadas en suspensión y dentro de la capa del fondo. Se designa con el subíndice BT. Por lo indicado se cumple:

$$q_{BT} = q_B + q_{BS}$$

- 4). Transporte de lavado. Está constituido por todas las partículas finas transportadas en suspensión, que provienen de aguas arriba y que no están representadas en el material del fondo. Se designa con el subíndice L.

- 5). Transporte en suspensión. Son todas las partículas que la corriente transporta en suspensión, ya sea que procedan del fondo o del lavado, se designan con el subíndice S. De su definición se cumple:

$$q_S = q_{BS} + q_L$$

- 6). Transporte total. Está formado por la totalidad de partículas que pasan por una sección (en suspensión o en la capa del fondo) y que procedan del fondo o del lavado de la cuenca. Se designa el subíndice T. Por lo dicho se cumple:

$$q_T = q_{BT} + q_L$$

VII.6 METODOS PARA CUANTIFICAR EL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS.

Existe una gran cantidad de métodos para cuantificar el transporte de sedimentos, los cuales, en función de los datos que se necesitan para su aplicación y del transporte que permiten valuar, se subdividen en los siguientes grupos:

- a). Para valuar el transporte total del fondo, sin poder separar el arrastre en la capa del fondo y el transporte de fondo en suspensión, es decir, q_{BT} .
- b). Para valuar el transporte total del fondo, separando los dos arrastres que lo componen, es decir, $q_{BT} = q_B + q_{BS}$.
- c). Para valuar el transporte en suspensión, es decir, $q_S = q_L + q_{BS}$.
- d). Para valuar el transporte total, es decir q_T .

VII.6.1 CUANTIFICACION DEL TRANSPORTE TOTAL DE FONDO.

Datos requeridos:

- Granulometría del material del fondo.
- Sección transversal del cauce.
- Elevación del agua o gasto líquido, para los cuales se desea conocer el transporte.
- Pendiente hidráulica media a lo largo del cauce o canal.
- Temperatura del agua.

Con lo anterior se podrá conocer:

- Velocidad media de la corriente.
- Velocidad media crítica para el tirante dado.
- Velocidad de calda de algunos diámetros representativos.
- Rugosidad total del cauce y la debida a las partículas.

METODO DE MEYER-PETER Y MÜLLER:

Este método sirve tanto para materiales de cualquier peso específico, como para muestras de material uniforme o con granulometría extendida.

$$q_{BT} = 8 \gamma_f \Delta^{1/2} D_m^{3/2} [(n'/n)^{3/2} \gamma_s - 0.047]^{3/2} \quad \text{----(Ec. VII.6)}$$

donde

n rugosidad total del cauce (Manning).

n' rugosidad debida a las partículas. Se obtiene con:

$$n' = (D_{90})^{1/6} / 26$$

con D_{90} en m.

τ , parámetro adimensional de Shields $\tau_* = (R_n S) / (\Delta D_{90})$.

METODO DE ENGELUND:

Según este autor:

$$q_{BT} = [0.04 \gamma_s (R_n S)^{3/2} U^2] / (q^{1/2} \Delta^2 D_{90}) \quad \text{----(Ec. VII.7)}$$

Para calcular la velocidad media Engelund propone utilizar:

$$U/U_* = 5.75 \log[11.1 \gamma' / (2 D_{90})] \quad \text{VII.7 a)}$$

donde

γ' tirante asociado a las partículas, en m.

U velocidad media de la corriente, en m/s.

U' , velocidad al esfuerzo cortante asociada a las partículas, en (m/s) = $U' = \sqrt{(g\gamma'S)}$

para obtener y' se parte de que τ' , (parámetro adimensional asociado a las partículas) es función de τ , entonces

$$\tau' = 0.06 + 0.4\tau,$$

por otro lado $\tau' = (R'_s S)/(\Delta D_{so})$, de donde se despeja R'_s y se iguala con y' .

Para aplicar la ecuación de Engelund se debe cuidar que $0.15 < D_{so} > 2$ mm, además el número de Reynolds de la partícula asociada a la velocidad al cortante sea igual o mayor que 12; $R_s = (U_s D_{so})/\nu^{1/2}$ 12.

VII.6.2 CUANTIFICACION DEL TRANSPORTE EN SUSPENSION.

Para cuantificar el gasto sólido transportado en suspensión, se necesitan conocer los datos indicados anteriormente y además, la concentración del material en suspensión en un punto cuya distancia al fondo también sea conocida. Se requiere conocer además la granulometría de ese material o cuando menos su diámetro medio.

DISTRIBUCION DE CONCENTRACIONES:

Si a una distancia (a) sobre el fondo, se conoce la concentración de sólidos C_a , se puede valorar la concentración C_y en cualquier punto localizado a una distancia "d" sobre el fondo mediante la fórmula propuesta por Rouse, que establece:

$$C_y = C_a \left[\frac{d-y}{y} \frac{a}{d-a} \right]^z \quad \text{-----(Ec. VII.8)}$$

donde

y tirante de la corriente, en m.

a distancia vertical sobre el fondo a la cual se desea conocer la concentración C_a .

d distancia vertical sobre el fondo a la cual se desea conocer la concentración C_y .

z exponente que toma en cuenta la turbulencia de la corriente y que vale.

(la ecuación anterior no es válida en sus extremos; o sea para $d=y$ o para $d=0$)

$$z = (2.5\omega)/U_s$$

METODO DE BROOKS.

Para aplicar este método es indispensable conocer la concentración a la mitad del tirante ($d = y/2$); según Brooks, el gasto sólido en suspensión es igual a:

$$q_s = q C_{kz} \left[f \left(z, \frac{kU}{U_*} \right) \right] \quad \text{----(Ec. VII.9)}$$

donde

q_s transporte unitario en suspensión. en kg/s m

q gasto unitario liquido, en $m^3/s/m$.

z parámetro definido anteriormente.

C_{kz} concentración a la mitad del tirante expresada en peso, en kg/m^3 .

La función $f(z, kU/U_*)$ se encuentra graficada en la fig. VII.7 En ella k es la constante de Von Karman y se toma igual a 0.4.

VII.6.3 CUANTIFICACION POR SEPARADO DEL ARRASTRE EN LA CAPA DEL FONDO Y DEL TRANSPORTE DE FONDO EN SUSPENSION.

Para la aplicación de los siguientes métodos se necesita conocer las características del material del fondo y no se requieren muestras del material en suspensión.

METODO DE EINSTEIN.

a). Para arrastre en la capa del fondo:

$$q_{B_i} = \phi_i P_i \gamma_i (g D_i^3)^{1/2} \quad \text{----(Ec. VII.10)}$$

y por tanto

$$q_B = \sum_{i=1}^n q_{B_i} \quad \text{----(Ec. VII.11)}$$

donde

ϕ_i función de transporte que se obtiene en función de ψ_i , con ayuda de la fig VII.8

ψ_i función de corriente, es igual a.

$$\psi_i = \frac{\gamma \xi (\gamma_i - \gamma) D_i}{\gamma R_s S} \left(\frac{\log 10.6}{\log 10.6 (x_i / D_{65})} \right)^2$$

P_i porcentaje en peso de partículas con diámetro D_i , o porcentaje de cada una de las fracciones.

γ coeficiente que toma en cuenta el cambio que sufre la sustentación de cada partícula dentro de la mezcla de granos. Se obtiene en función de D_{65}/S con ayuda de la fig. VII.9.

ϵ coeficiente que toma en cuenta el hecho de que las partículas grandes ocultan a las pequeñas. Se

obtiene en función de D/X con ayuda de la fig. VII.10.

x coeficiente que toma en cuenta si el flujo es de pared lisa o rugosa. Se obtiene en función de D_{65}/δ' con ayuda de la fig. VII.11.

δ' espesor de la subcapa laminar, referida a la rugosidad de las partículas.

$$\delta' = 11.6\nu/U_*$$

X coeficiente que toma en cuenta el tamaño de las partículas y grado de turbulencia de la corriente.

$$X = 0.77(D_{65}/x) \text{ , si } D_{65}/(x\delta') > 1.80$$

$$X = 1.39\delta' \text{ , si } D_{65}/(x\delta') < 1.80$$

U_* velocidad al cortante asociada al radio hidráulico .

n número de fracciones en que se ha dividido la curva granulométrica.

D_i diámetro medio de cada fracción.

b). Para el transporte del fondo en suspensión:

$$q_{BS} = q_{B1}(PI_1 + I_2) \quad \text{----(Ec. VII.12)}$$

y por tanto

$$q_{BS} = \sum_{i=1}^n q_{BSi} \quad \text{----(Ec. VII.13)}$$

donde

$$P = 2.303 \log [(30.2 \cdot d)/D_{65}]$$

I_1, I_2 valores de dos integrales que se obtienen con ayuda de las figs. VII.12 y VII.13 respectivamente, en función de

$$A = (2D)/ld \text{ y de } z = (2.5\omega)/U_*$$

GUIA PARA ORDENAR EL CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS HIDRAULICAS.

R'_{m} , en m	Se supone un valor de R'_{m}
U'_{c} , en m/s	$U'_{c} = \sqrt{(gR'_{m}S)}$
δ' , en m	$\delta' = 11.6(U'_{c})$
k/δ'	$k_{m} = D_{m}$
x	Se obtiene de la fig. VII.11, en función de k/δ'
k/x , en m	Se utiliza el valor de x calculado en la columna anterior
U, en m/s	$U = 5.75 \log [(12.27^*R'_{m})/\delta']$, $v = k/x = D_{m}/x$
ψ'	$\psi' = [(\gamma_{s}-\gamma)/\gamma](D_{m}/R'_{m})$
U/U'_{c}	Se obtiene de la fig. VII.5.2, en función de ψ'
U'' , en m/s	Se despeja de la relación anterior
R'_{m} , en m	$R'_{m} = (U'_{c})^2/gS$
R_{m} , en m	$R_{m} = R'_{m} = R''_{m}$. Si la sección es ancha, R_{m} es igual al tirante
elev. en m	Se obtiene la elevación a la que llega el agua, en función de R_{m}
A, en m ²	Se obtiene el área de la curva elev.-área, en función del valor obtenido en la columna anterior
P_{m} , en m	Se obtiene el perímetro mojado de la curva elev.-perímetro mojado, en función de la elevación calculada
Q, en m ³ /s	$Q = U''A$
X, en m	Se calcula con las ec. respectivas según sea el valor de $D_{m}/x\delta'$
Y	Se obtiene en función de D_{m}/δ' y con la fig. VII.9
β	$\beta = \log[10.6(X/(k/x))]$
$(\beta/\beta_c)^2$	$(\beta/\beta_c)^2 = (1.025/\beta_c)^2$
P	Se calcula suponiendo $\psi = R_{m}$

GUIA PARA ORDENAR EL CALCULO DE LA CUANTIFICACION POR SEPARADO DEL ARRASTRE EN LA CAPA DE FONDO Y DEL TRANSPORTE DE FONDO EN SUSPENSION.

D, en mm	Se anotan los diámetros medios representativos de cada fracción escogida
p _i	Se anota el porcentaje en peso de cada fracción, respecto al peso de la muestra
R ₀ , en m	Se toma el valor obtenido en la tabla anterior
D/X	Se efectúa el cociente para cada D, X se calcula como se explico antes
ψ	$\psi = [(y_0 - y)/y](D/R_0^2 S)$
ε	Se obtiene en función de D/X y de la fig VII.10
ψ ₀	$\psi_0 = \epsilon Y(\beta/\beta_0)^2 \psi$
φ ₀	Se obtiene en función de ψ ₀ y de la fig. VII.8
D ₀ ^{1/2}	Se calcula
q ₀	Se calcula con la ec. VII.10
ω ₀ , en m/s	Se obtiene de la fig. VII.2 para cada D ₀
z	$z = 2.5(\omega/U_0')$, $U_0' = \sqrt{gR_0^2 S}$
A	$A = (2D_0)/d$
I ₀	Se obtiene en función de A y z, con la fig. VII.12
I ₀	Se obtiene en función de A y z, con la fig. VII.13, su valor es negativo
P	Se calcula
q _{0A}	Se calcula con la ec VII.12
q _{0A0}	$q_{0A0} = q_{0A} + q_{0A0}$
q _A	$q_A = \sum_{i=1}^n q_{0A}$
q _{0A0}	$q_{0A0} = \sum_{i=1}^n q_{0A0}$
q _{0T}	$q_{0T} = \sum_{i=1}^n q_{0T}$

METODO DE BAGNOLD.

Las fórmulas propuestas son:

$$q_B = \frac{\gamma \tau_c U D_m e_b}{\tan \alpha} \quad \text{----(Ec. VII.14)}$$

$$q_{BS} = \frac{0.01 \gamma \tau_c U^2 D_m}{\omega} \quad \text{----(Ec. VII.15)}$$

por tanto

$$q_{BT} = \gamma \tau_c U D_m [(e_b / \tan \alpha) + 0.01(U/\omega)] \quad \text{-(Ec. VII.16)}$$

donde

U velocidad media de la corriente.

D_m diámetro medio de las partículas de fondo.

e_b coeficiente que depende de la velocidad media de la corriente y del diámetro medio de las partículas. Se obtiene con ayuda de la fig VII.14.

tan α parámetro que depende de τ_c y del diámetro de las partículas. Se obtiene con ayuda de la fig. VII.15.

VII.7 EJEMPLOS RESUELTOS

Ejemplo VII.1:

Un cauce natural conduce un gasto de $30 \text{ m}^3/\text{s}$. El cauce tiene un ancho en el fondo de 10 m , taludes verticales y una pendiente de plantilla $S = 0.00075$; la granulometría de las partículas se ajusta a una distribución logarítmica cuyos parámetros son $D_{50} = 2 \text{ mm}$ y $\sigma_g = 2$; el peso específico de las partículas es de 2650 kg/m^3 . Determinar el tirante con el que escurre el gasto, utilizando el criterio de Engelund.

Sol:

De acuerdo con los datos del problema, se suponen tirantes hasta que se obtenga el gasto de $30 \text{ m}^3/\text{s}$.

En la ecuación VII.7 a), para calcular la velocidad media, \bar{U} , se necesita el valor de D_{65} , el cual se obtiene con la ecuación VII.3, que es aplicable cuando la granulometría de las partículas sigue una distribución del tipo logarítmico, sustituyendo datos:

$$D_{65} = (2) 10^{\left[\frac{65-50}{34}\right] \log 2} = 2.72 \text{ mm}$$

Para encontrar el valor de τ , utilizamos:

$$\tau = (R_n S) / (\Delta D_{50})$$

En la ec. anterior $\Delta = (2650 - 1000) / 1000 = 1650 \text{ kg/m}^3$.

Para el valor de τ' , se utiliza:

$$\tau' = 0.06 + 0.4\tau.$$

R_n se despeja de la ecuación $\tau' = (R_n S) / (\Delta D_{50})$ y se iguala con y' , con el cual se calcula U' , después se calcula U , con la ec. VII.7 a), se calcula el área de la sección, se calcula el gasto y se compara hasta que sean iguales. Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

y (m)	τ	τ'	y' (m)	U' (m/s)	\bar{U} (m/s)	A (m^2)	Q	30
1.0	0.227	0.081	0.355	0.051	0.837	10	8.37	•
2.0	0.454	0.143	0.628	0.068	1.214	20	24.28	•
3.0	0.682	0.246	1.082	0.089	1.716	30	51.47	•
2.5	0.568	0.189	0.832	0.078	1.453	25	36.32	•
2.25	0.511	0.165	0.724	0.073	1.330	22.5	29.93	•

En la tabla anterior se considera $y = R_n$ y $y' = R'_n$.

Ejemplo VII.2:

Diseñar la sección de un canal trapecial para que conduzca un gasto de $15 \text{ m}^3/\text{s}$, sin que arrastre el material de fondo y las orillas. El canal sin revestir será excavado en tierra, que contiene gravas muy redondeadas de cuya granulometría se tiene que $D_{50} = 20.1 \text{ mm}$, y $D_m = 21 \text{ mm}$. La pendiente de la plantilla es $S = 0.0015$ y el coeficiente de Manning igual a 0.025 . Utilizar el método de la velocidad media crítica ó velocidad permisible.

Sol:

de la fig 2.18 (ref. 1), (suponemos $y=1$ y con el d_{50}) $\Rightarrow V_p = 1.3 \text{ m}$

1). calculo de $R_h = [(1.3 \cdot 0.025) / 0.0015]^{3/2} = 0.77 \text{ m}$.

2). $A = 1.5 / 1.3 = 11.54 \text{ m}^2$.

3). $P = 11.54 / 0.77 = 15.0 \text{ m}$.

4). material grava $\Rightarrow k = 1.0$

5) $A = 11.74 = by + ky^2 = by + y^2 \dots\dots\dots (1)$,

$P = 15 = b + 2y\sqrt{1+ky} = b + 2.83y \dots\dots\dots (2)$.

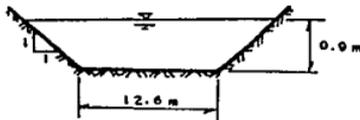
de la ecuación (2) despejamos $b \Rightarrow b = 15 - 2.83y$.

al sustituir en la ec. (1) se obtiene una ecuación de 2º grado:

$1.83y^2 - 15y + 11.74 = 0$, al resolverla se encuentran dos valores de "y"
 $y_1 = 7.35$, $y_2 = 0.86$.

con $y = 7.35 \Rightarrow b = -5.8$ lo cual no puede ser posible, por lo tanto el valor que es real es el de $y = 0.86$
 $m \Rightarrow b = 12.57 \text{ m}$.

Con $Q = 15 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow BL = 0.9$ (criterio ref. 1), nuestro canal nos queda :



$$A = 12.6 \cdot 0.9 + 1.0 \cdot 0.9^2 = 12.15 \text{ m}^2$$

$$V = Q/A = 15/12.15 = 1.23 \text{ m/s} < 1.3 \text{ (permisible calculada anteriormente).}$$

Ejemplo VII.3:

Diseñar un canal que no arrasre material de fondo y en las orillas y que conduzca un gasto de 25 m³/s con grava redondeada, cuya granulometría arroje que $D_{75} = 30 \text{ mm}$. La pendiente de plantilla del canal $S = 0.001$ y el coeficiente de Manning es de 0.025. Utilizar el método de esfuerzo cortante crítico:

Sol:

1. Se diseñara un canal de forma trapecial; por tanto se selecciona k ; de la tabla VII.2 para canal excavado en tierra $k = 2$. Por tanto el ángulo α es de 26.56°.

2. Se obtiene el ángulo de reposo del material, como es granular se utiliza la fig. VII.4, utilizando el $D_{75} = 30 \text{ mm}$ y cuyo valor es de $\phi = 35^\circ$, y se cumple la condición de que $\alpha < \phi$.

3. Se calcula el valor de K :

$$K = \sqrt{1 - \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\text{sen}^2 \phi}} = \sqrt{1 - \frac{\text{sen}^2(26.56^\circ)}{\text{sen}^2(35^\circ)}} = 0.626$$

4. Se calcula el esfuerzo cortante crítico correspondiente al que resiste una partícula en el fondo, con ayuda de la fig. VII.1 y para agua clara, $D = D_{75} = 30 \text{ mm}$, se obtiene:

$$\tau_{co} = 0.0801 D_{75}, \quad D_{75} \text{ en mm.}$$

$$\tau_{co} = 0.0801(30) = 2.4 \text{ kg/m}^2$$

5. Se calcula el esfuerzo cortante crítico que resiste una partícula del talud:

$$\tau_{ca} = K \tau_{co} = 0.626 \cdot 2.4 = 1.502 \text{ kg/m}^2$$

6. Se supone una relación $b/y = 2.0$

7. Se calcula el esfuerzo cortante máximo en el fondo y en los taludes, utilizando las figs. VII.5 y VII.6 para obtener ϵ .

$$\tau_o = \epsilon_o y_o S = 0.9 \cdot 1000 \cdot y_o \cdot 0.001 = 0.9 y_o$$

$$\tau_i = \epsilon_i y_i S = 0.75 \cdot 1000 \cdot y_i \cdot 0.001 = 0.75 y_i$$

8. $\tau_{co} = \tau_o$; $2.4 = 0.9 y_o \Rightarrow y_o = 2.67 \text{ m}$.

$$\tau_{ca} = \tau_i$$
; $1.502 = 0.75 y_i \Rightarrow y_i = 2.0 \text{ m}$.

Se elige $y_i = 2.0 \text{ m}$.

9. de $b/y = 2.0$, despejando $y = 2.0 \cdot 2.0 = 4.0 \text{ m}$.

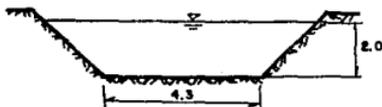
10. Revisando la sección, calculando el gasto con la ecuación de Manning:

$$Q = (A \cdot R_n^{2/3} S^{1/2}) / n = 14.43 \text{ m}^3/\text{s} + 25 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para otros valores de la relación b/y elaboramos la sig. tabla:

b/y	ϵ_s	ϵ_t	Y_n	y_n	y	b	A	P	R_n	U	Q	25
3.0	0.94	0.754	2.55	1.992	1.992	5.976	19.84	14.88	1.332	1.53	30.39	"
2.5	0.92	0.746	2.61	2.01	2.01	5.03	18.24	14.04	1.299	1.506	27.48	"
2.1	0.905	0.74	2.652	2.029	2.029	4.262	16.89	13.34	1.266	1.48	25.01	"

Finalmente se deja un bordo libre de 0.50 m. (criterio de la ref. 3) y nuestra sección queda de la siguiente forma:



Ejemplo VII.4:

Determinar el esfuerzo cortante crítico que puede resistir el material del fondo de un río. La distribución granulométrica se ajusta a una distribución del tipo log-normal, cuyos parámetros son $D_{50} = 2 \text{ mm}$ y $\sigma_g = 4$; el peso específico de las partículas es $\gamma_s = 2650 \text{ kg/m}^3$.

Sol:

Para aplicar la ec. VII.5 se determina el n por ciento con ayuda de la fig. VII.16 y σ_g , por lo que $n = 90.5\%$ y entonces el diámetro de la partícula que se utiliza es el $D_{90.5}$.

Para generar el $D_{90.5}$, se utiliza la siguiente ec., que es aplicable cuando la granulometría de las partículas se ajusta a una distribución del tipo log-normal:

$$D_n = D_{50} (\sigma_g)^Z$$

El valor de Z_n se obtiene de la tabla II.3 de la ref. 3, y vale $Z_n = 1.31$; entonces $D_{90.5}$

$$D_{90.5} = 2 \cdot (4)^{1.31} = 12.3 \text{ mm} = 0.0213 \text{ m.}$$

Sustituyendo los valores de γ_s y $D_{90.5}$ en la ec VII.5 se tiene

$$\tau_c = 0.047 \cdot (2650 - 1000) \cdot 0.0213 = 0.954 \text{ kg/m}^2.$$

Ejemplo VII.5:

Determinar el transporte de fondo con los métodos de Einstein, Meyer-Peter y Muller, Engelund y Bagnold, para la sección transversal de un río de la cual se conoce lo siguiente:

Curva granulométrica del material de fondo.

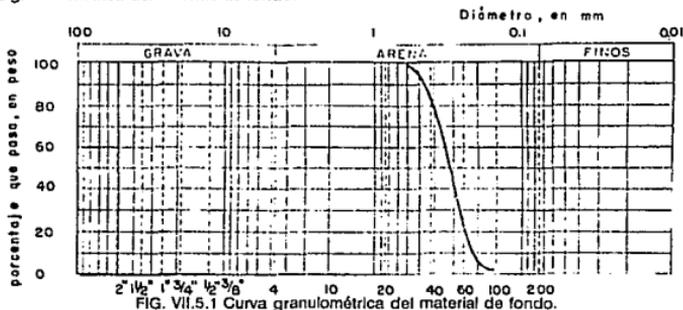


FIG. VII.5.1 Curva granulométrica del material de fondo.

Curvas elevación-área, elevación-perímetro mojado y elevación-radio hidráulico, cuyos valores se indican en la sig. tabla:

Elevación, en m	Área, en m ²	Perímetro mojado, en m	Radio hidráulico, en m
24.4	0.0	0.0	0.0
27.4	3.7	15.2	0.2
30.5	11.1	30.5	0.4
33.5	33.4	48.8	0.7
36.6	72.5	64.0	1.1
39.6	111.5	79.2	1.4
42.7	167.2	97.5	1.7
46.7	241.1	121.9	2.0
48.8	315.9	143.3	2.2

TABLA VII.5.1 Relación entre la superficie libre del agua y su correspondiente valor de área, perímetro mojado y radio hidráulico.

La viscosidad cinemática del agua $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, el peso específico de las partículas $\gamma_s = 2650 \text{ kg/m}^3$, la pendiente del fondo $S = 0.00105$, el coeficiente de rugosidad de la sección $n = 0.024$ y el peso específico del fluido $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$.

1. Método de Einstein:

a. Cálculo de las características hidráulicas.

- Se supone un valor de $R_h = 0.61 \text{ m}$.
- Se calcula $U_* = \sqrt{(9.81 \cdot 0.61 \cdot 0.00105)} = 0.079 \text{ m/s}$.

- Se calcula $\delta' = 11.6(1 \times 10^{-6}/0.079) = 0.000144$ m.
- Se calcula K_f/δ' ; $K_f = D_{65}$, el valor de D_{65} se obtiene de la curva granulométrica y es igual a 0.35 mm, por tanto $K_f/\delta' = 2.43$.
- Con el valor de 2.43 y la fig. VII.11 se obtiene x que es igual a 1.27; por tanto, $K_f/x = 0.000276$.
- Se calcula la velocidad del escurrimiento con la ec. VII.7 a).

$$U = 5.75 U_*' \log\left[\frac{(12.27 R_*')}{(K_f/x)}\right]$$

$$U = 5.75 \cdot 0.079 \cdot \log\left[\frac{(12.27 \cdot 0.61)}{(0.000276)}\right] = 2.014 \text{ m/s.}$$

- Se calcula : $\psi' = \Delta(D_{35}/R_*')$, el valor de D_{35} se obtiene de la curva granulométrica y es igual a 0.35 mm y $\Delta = (1650-1000)/1000 = 1.65$;

$$\psi' = 1.65[0.00029/(0.61 \cdot 0.00105)] = 0.746.$$

- Con $\psi' = 0.746$ y la siguiente gráfica, obtenemos la relación U/U_*' .

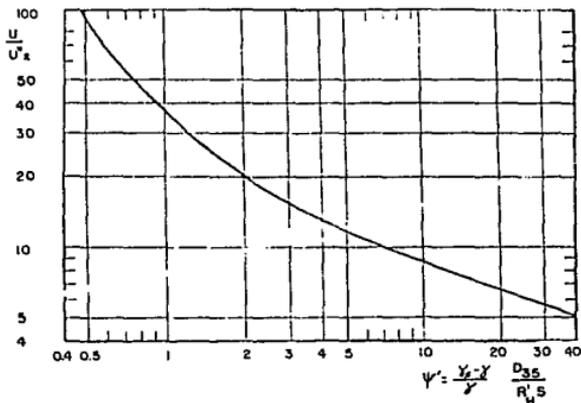


FIG. VII.5.2 Relación de $\psi' \cdot U/U_*'$.

- $U/U_*' = 54, \Rightarrow U_*' = 2.014/54 = 0.037$ m/s
- Se calcula $R_*' = U_*'^2/g \cdot S = (0.037)^2/(9.81 \cdot 0.00105) = 0.135$ m.
- R_h va ser igual a $R_*' + R_*''$; $R_h = 0.61 + 0.135 = 0.745$
- Con el valor de $R_h = 0.745$ y con ayuda de la tabla VII.5.1 se obtiene la elevación de al superficie libre del agua, que es igual a 34.17 m.
- Así el área correspondiente a esa elevación es igual a 39.48 m², su perímetro mojado correspondiente es de 51.82 m.
- Con los datos anteriores el gasto es $Q = 2.014 \cdot 39.48 = 79.51$ m³/s.

- Como $D_{65}/x_5' = 1.91$, X se calcula con $X = 0.77(D_{65}/x) = 0.77(0.00035/1.27) = 0.00021$ m.
- Con $D_{65}/\delta' = 2.43$ y la fig. VII.9, $Y = 0.56$.
- Se obtiene $\beta_0 = \log\{10.6[X/(K_p/x)]\} = 0.91$.
- Se calcula la relación $(\beta/\beta_0)^2 = (1.025/\beta_0)^2$; $\Rightarrow (\beta/\beta_0)^2 = (1.025/0.91)^2 = 1.27$.
- Se calcula $P = 2.03 \log(30.2^*y)/D_{65}$; se utiliza $y = R_p$, $P = 2.03 \log[(30.2^*0.745)/0.000276]$
 $P = 11.31$ m.

b. Cálculo del transporte total de fondo:

- Se anota el valor de D, para cada fracción escogida, $D_1 = 0.49$ mm es el primero de ellos, en la siguiente tabla se muestra el valor de D, para otras fracciones:

D, diámetro de la partícula, en mm	D _i , diámetro medio representativo, en mm	p _i , porcentaje en peso respecto al peso de la muestra, en %
D > 0.58	-----	2.4
0.58 > D > 0.40	0.49	17.8
0.40 > D > 0.30	0.35	40.2
0.30 > D > 0.20	0.25	32.0
0.20 > D > 0.14	0.17	5.8
0.14 > D		

- Se toma el valor de R'_n supuesto anteriormente, $R'_n = 0.61$ m.
- Se calcula la relación $D/X = 0.00049/0.00021 = 2.33$.
- se calcula el valor de $\psi = \Delta(D/R'_n, S) = 1.65[0.00049/(0.61^*0.00105)] = 1.27$.
- Se obtiene ϵ en función de $D/X = 2.33$ y con ayuda de la fig. VII.10; $\epsilon = 1.0$
- Se calcula ψ_0 :

$$\psi_0 = \epsilon Y(\beta/\beta_0)^2 \psi = 1.0^*0.56^*1.27^*1.27 = 0.903$$

- Se obtiene ϕ_0 , en función de ψ_0 y de la fig. VII.8; $\phi_0 = 8.60$
- Se calcula $D_1^{3/2} = (0.49)^{3/2} = 0.343$
- Se calcula q_{b0} , utilizando el porcentaje $p_1 = 0.178$; y la ec. VII.13
 $q_{b0} = 8.6^*0.178^*2650[9.81^*1.65^*(0.00049)^{1/2}] = 0.177$ kg/s·m

- Se obtiene ω , en función de D, y la fig VII.2; $\omega = 0.06$ m/s
- Se calcula $z = 2.5(w/U') = 2.5(0.06/0.079) = 1.892$.
- Se calcula $A = 2D/d = (2^*0.00049)/0.079 = 1.315 \times 10^{-3}$
- Se obtiene I_1 en función de A y % con la fig. VII.12; $I_1 = 0.24$.
- Se obtiene I_2 en función de A, % y con la fig.VII.13; $I_2 = -1.27$
- Se calcula q_{b0s} con $p = 11.31$, I_1 , I_2 y Q_{b0} con la ec. VII.15
 $q_{b0s} = 0.177[11.31^*0.24 + (-1.27)] = 0.256$ kg/s·m
- Se calcula q_{b0T} , es decir se suman los valores de q_{b0s} y q_{b0}
 $q_{b0T} = 0.177 + 0.256 = 0.433$ kg/s·m

Se repite el procedimiento para cada valor de D, hasta que se tengan todos los valores de q_{b0s} , q_{b0T} y q_{b0T} .

A continuación se presenta una tabla con los resultados:

D _i en mm	0.49	0.35	0.25	0.17
p _i	0.178	0.402	0.320	0.058
R _i en m	0.610	0.610	0.610	0.610
D/Y	2.33	1.67	1.19	0.81
ψ	1.27	0.904	0.640	0.451
ε	1.0	1.0	1.07	1.33
φ ₁	0.903	0.643	0.487	0.427
φ ₂	8.6	12.1	15.8	18.5
D _m ^{3/2}	0.343	0.207	0.125	0.070
q _m	0.177	0.340	0.213	0.025
ω _i en m/s	6.0	4.5	3.0	2.0
z	1.892	1.419	0.946	0.631
A	1.315	0.940	0.671	0.456
l ₁	0.24	0.45	1.53	8.40
l ₂	-1.27	-2.033	-6.10	-21.50
P	11.31	11.31	11.31	11.31
q ₂₀	0.258	0.938	2.387	1.838
q ₄₀	0.433	1.278	2.600	1.863
q ₆₀	0.177	0.517	0.730	0.755
q ₈₀	0.256	1.194	3.581	5.419
q ₁₀₀	0.433	1.711	4.311	6.174

Finalmente:

$$q_B = 0.177 + 0.340 + 0.213 + 0.025 = 0.755 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

$$q_{B3} = 0.256 + 0.938 + 2.387 + 1.838 = 5.419 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

$$q_{BT} = 0.433 + 1.278 + 2.600 + 1.863 = 6.174 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

2. Método de Meyer-Peter y Muller:

Se utiliza la ec. VII.6

$$q_{BT} = 8\gamma q_1 / 2\Delta^{1/2} D_m^{3/2} \left\{ (n'/n) \gamma - 0.047 \right\}^{3/2}$$

Antes de aplicar la fórmula es necesario calcular los elementos que no se tienen:

- Cálculo de D_m , aplicando la ec. VII.4, $D_m = (1/100)(\Sigma \Delta P_i)$, para el ejemplo la curva granulométrica se dividió en diez intervalos, cada uno de tamaño $\Delta P_i = 10$, y para cada uno de ellos se obtuvo su correspondiente diámetro medio D_i , por tanto, se tiene:

$$D_m = (10/100)(0.19 + 0.23 + 0.26 + 0.29 + 0.31 + 0.33 + 0.35 + 0.40 + 0.45 + 0.50) = 0.33 \text{ mm} = 0.00033 \text{ m.}$$

- Cálculo de $n' = (D_{90})^{1/6} / 26$; D_{90} se obtiene en la curva granulométrica, $D_{90} = 0.48 \text{ mm}$

$$n' = (0.00048)^{1/6} / 26 = 0.011$$

- Cálculo de $\tau_c = (R_h S) / ((\rho_s - \rho) D_m)$; $R_h = 0.745$ (calculado en el método anterior)
 $\tau_c = (1000 * 0.74 * 0.00105) / ((2650 - 1000) * 0.00033) = 1.437$
- $\Delta = (2650 - 1000) / 1000 = 1.65$

Ahora aplicando la fórmula VII.6:

$$q_{BT} = 8 * 2650 * (9.81)^{1/2} * (1.61)^{1/2} * (0.00033)^{3/2} * [(0.011 / 0.024)^{3/2} * 1.437 - 0.047]^{3/2}$$

$$q_{BT} = 0.129 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

3. Método de Engelund:

Para poder aplicar la fórmula VII.7 los valores de R_h y U se toman del cálculo en el método de Einstein, el valor de D_{35} se obtiene de la curva granulométrica:

$$q_{BT} = [0.4 * (R_h S)^{3/2} U^2] / (q^{1/2} \Delta^2 D_{35})$$

$$q_{BT} = [0.4 * 2650 * (0.745 * 0.00105)^{3/2} * (2)^2] / [(9.81)^{1/2} * (1.65)^2 * 0.00029]$$

$$q_{BT} = 3.75 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

4. Método de Bagnold:

Cálculo de las variables que aparecen en las ecs. VII.14, VII.15 y VII.16:

- e_b , se obtiene con ayuda de la fig. VII.14, con $U = 2 \text{ m/s}$ y $D_m = 0.33 \text{ mm}$, $e_b = 0.12$
- $\tan \alpha$, se obtiene de la fig. VII.15, con $\tau_c = 1.437$ y $D_m = 0.33$, $\tan \alpha = 0.73$
- ω , se obtiene de la fig. VII.2, con D_m , $\omega = 0.045 \text{ m/s}$

Aplicando las fórmulas:

$$q_b = (\tau_c U D_m e_b) / \tan \alpha$$

$$q_b = (2650 * 1.437 * 2 * 0.00033 * 0.12) / 0.73 = 0.41 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

$$q_{BS} = (0.01 \tau_c U^2 D_m) / \omega$$

$$q_{BS} = [0.01 * 2650 * 1.437 * (2)^2 * 0.00033] / 0.045 = 1.12 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

$$q_{BT} = \tau_c U D_m [(e_b / \tan \alpha) + 0.01 (U / \omega)]$$

$$q_{BT} = 2650 * 1.437 * 2 * 0.00033 * [(0.12 / 0.73) + 0.01 (2 / 0.045)] = 1.53 \text{ kg/s} \cdot \text{m}$$

VII.8 PROBLEMAS PROPUESTOS.

Problema VII.1:

En un canal trapecial de ancho $b = 15$ m., diseñado con una pendiente de fondo $S = 0.0008$, y taludes $k = 1.5$, se tomaron muestras de partículas en suspensión, y se determinaron los siguientes parámetros: $D_{50} = 1.5$ mm., $\rho_s = 2400$ kg/m³ y $\sigma_g = 3$.

- a). Determinar el gasto que escurre en el canal, tomando en cuenta la resistencia al flujo, para un tirante de 2.15 m.
b). Para que ancho de plantilla se tendría un gasto de 30 m³/s.

Sol: a). $Q = 67.74$ m³/s; b). con $b = 5$ m., $Q = 30.5$ m³/s.

Problema VII.2:

Diseñar un canal trapecial que transporte 50 m³/s, el cual será excavado en material grueso con $D_{75} = 50$ mm ($n = 0.025$), y piedras moderadamente redondeadas y pendiente de plantilla de 0.0008 con taludes 1.5:1.

Sol: $b = 4.6$ m.; $y = 3.4$ m.

Problema VII.3:

Un canal de sección trapecial va a transportar un gasto de 57 m³/s, con pendiente $S = 0.001$ y será excavado en material aluvial grueso con 50 % de material mayor que 0.028 m. Las piedras pueden ser descritas como poco redondas con un diámetro medio de 30 mm ($n = 0.025$). Diseñar la sección utilizando el criterio de velocidad media crítica.

Sol: $b = 2$ m.; $d = 3.3$ m.

Problema VII.4:

Diseñar la sección de un canal trapecial excavado en tierra que contiene gravas y guijarros con $d_{75} = 32$ mm, $S = 0.0015$, $n = 0.025$. (utilizar el criterio de fuerza crítica tractiva).

Sol: $y = 1.27$ m., $b = 5.6$ m

Problema VII.5:

Un canal sin revestir ($n = 0.025$) será de sección trapezoidal, tendrá una pendiente de 0.0016 y transportara un gasto de 12 m³/s. Diseñar las dimensiones que garanticen su estabilidad, si se sabe que el material resultante de la excavación fue grava gruesa no coloidal y guijarros, poco redondos, de cuya granulometría se extrajo lo siguiente: $\rho_s = 2550$ kg/m³, $D_{75} = 30$ mm, $D_{50} = 24.5$ mm, y $D_{25} = 25$ mm. Utilizar los dos métodos y elegir las dimensiones mas apropiadas.

Sol: $b = 5.3$ m.; $d = 1.2$ m.

Problema VII.6:

Determinar el transporte total de fondo, en un canal rectangular de 5 m de ancho, con tirante de 1.8 m, pendiente de plantilla $S = 0.0008$ y coeficiente de Manning; si de la curva granulométrica se sabe: $D_{25} = 3.5$ mm, $D_{60} = 5$ mm y $\rho_s = 2300$ kg/m³. Utilizar el método de Meyer-Peter y Muller.

Sol: $q_{BT} = 0.0797$ kg/s·m

Problema VII.7:

Encontrar el transporte total de fondo, con los métodos de Engelund y Bagnold, para un canal de sección trapecial cuyo ancho de plantilla es 10 m, pendiente $S = 0.0011$ y taludes $k = 2$, para un tirante de 2.6 m; si el material extraído de la excavación arrojó los siguientes datos: $\rho_s = 2400$ kg/m³, limo fino con un diámetro medio de 0.1 mm y $D_{25} = 0.05$ mm.

Sol: Engelund: $q_{BT} = 11.08$ kg/s·m; Bagnold: $q_B = 1.153$ kg/s·m, $q_{B0} = 0.169$ kg/s·m y $q_{BT} = 1.322$ kg/s·m

GRAFICAS UTILIZABLES EN EL CAPITULO VII

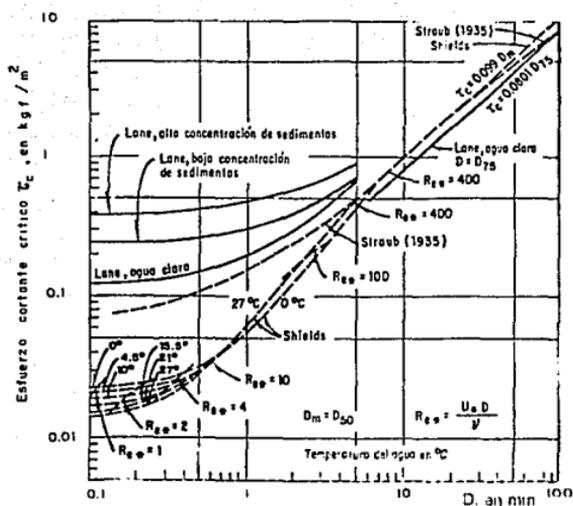


Fig. VII.1 Esfuerzo cortante crítico que resisten las partículas, en función de su diámetro

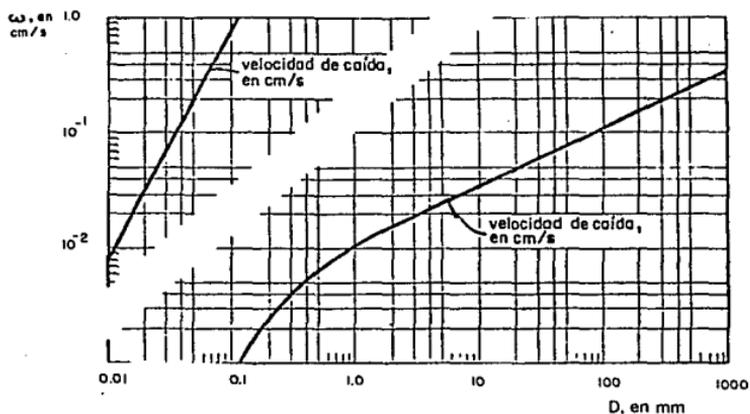


Fig. VII.2 Velocidad de caída de partículas naturales, según rubey (para 20°C)

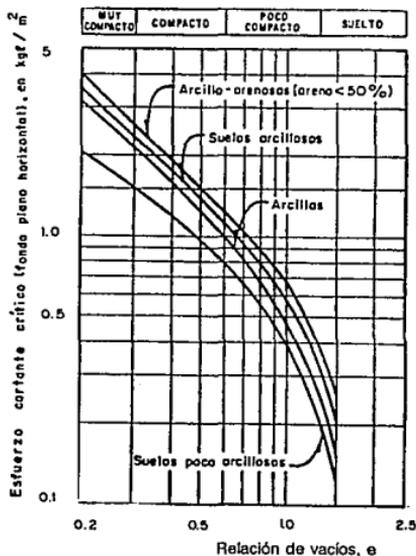


Fig. VII.3 Esfuerzo cortante crítico que resisten suelos cohesivos

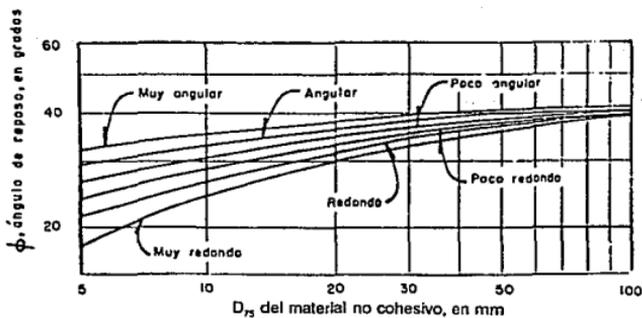


Fig. VII.4 Angulo de reposo de suelos granulares

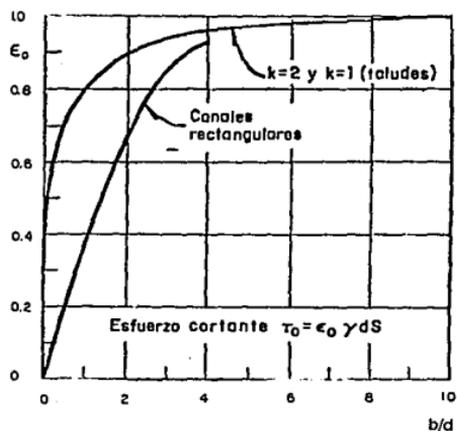


Fig. VII.5 coeficiente ϵ_0 , en función de b/d

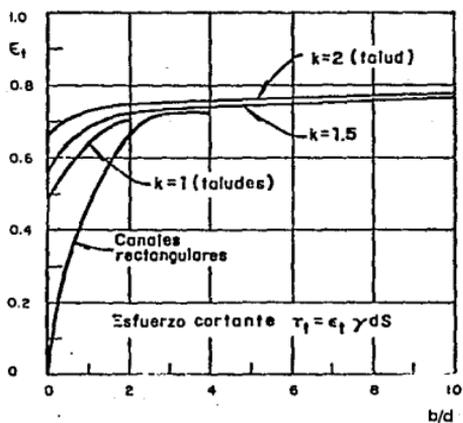


Fig. VII.6 Coeficiente ϵ_1 , en función de b/d

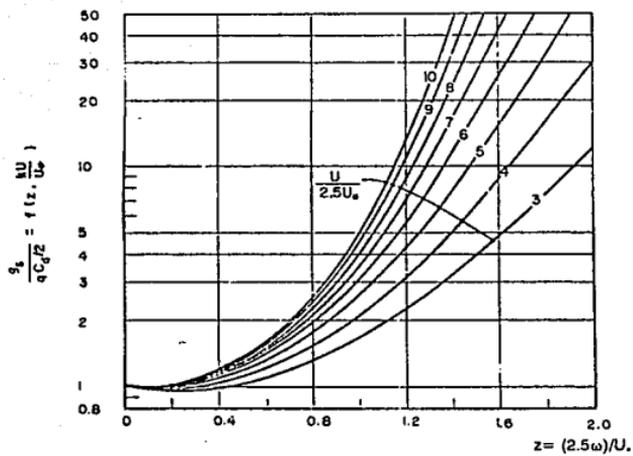


Fig. VII.7 Transporte en suspensión, según Brooks

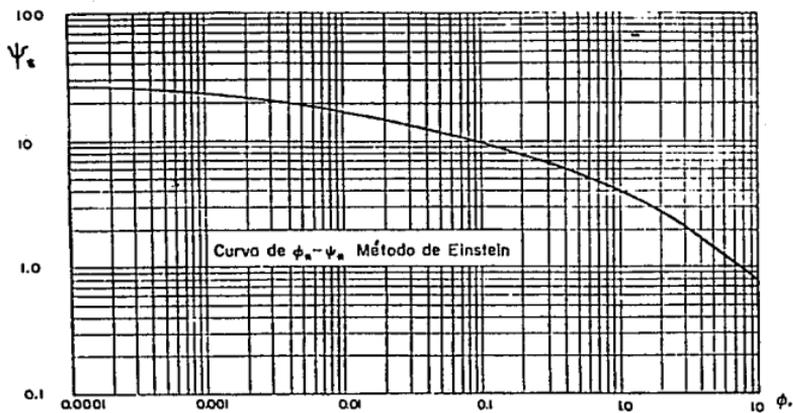


Fig. VII.8 Curva de $\phi_s - \Psi_s$. Método de Einstein

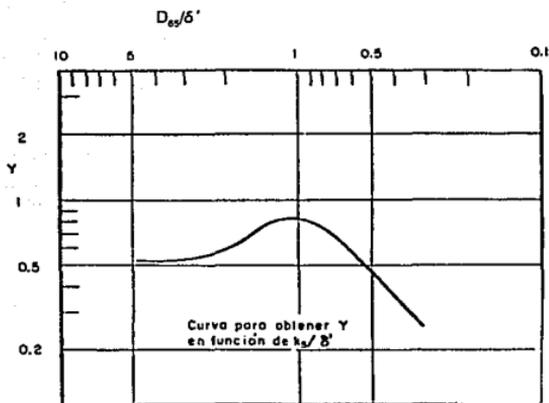


Fig. VII.9 Factor de corrección Y. Método de Einstein

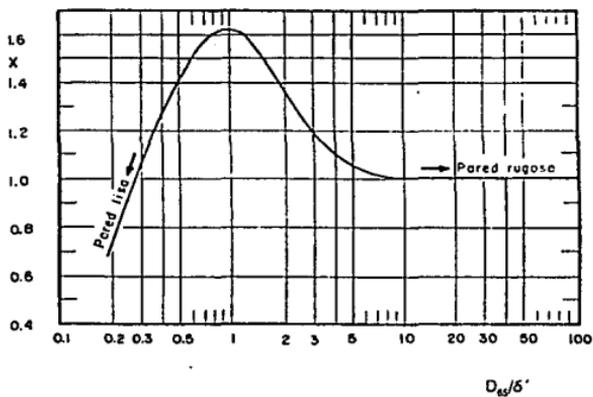


Fig. VII.11 Factor de corrección x. Método de Einstein

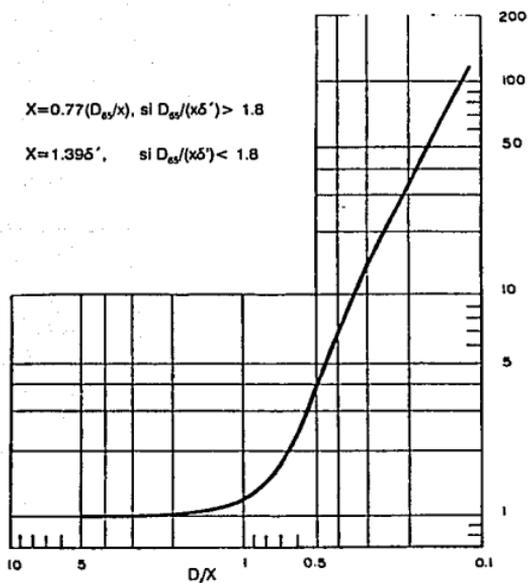


Fig. VII.10 Factor de corrección ξ . Método de Einstein

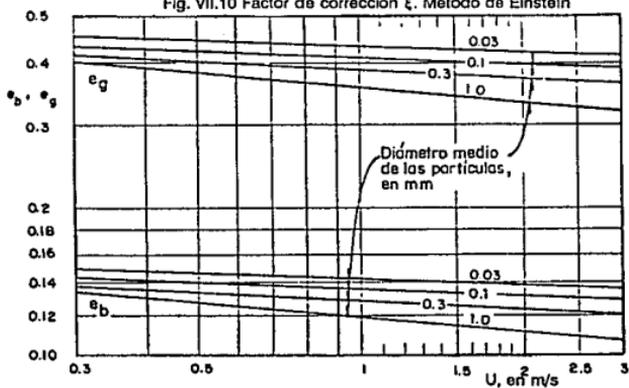


Fig. VII.14 Valores teóricos de los factores de eficiencia de arrastre de fondo, en función de la velocidad media de flujo, para distintos tamaños de partículas de cuarzo, según Bagnold

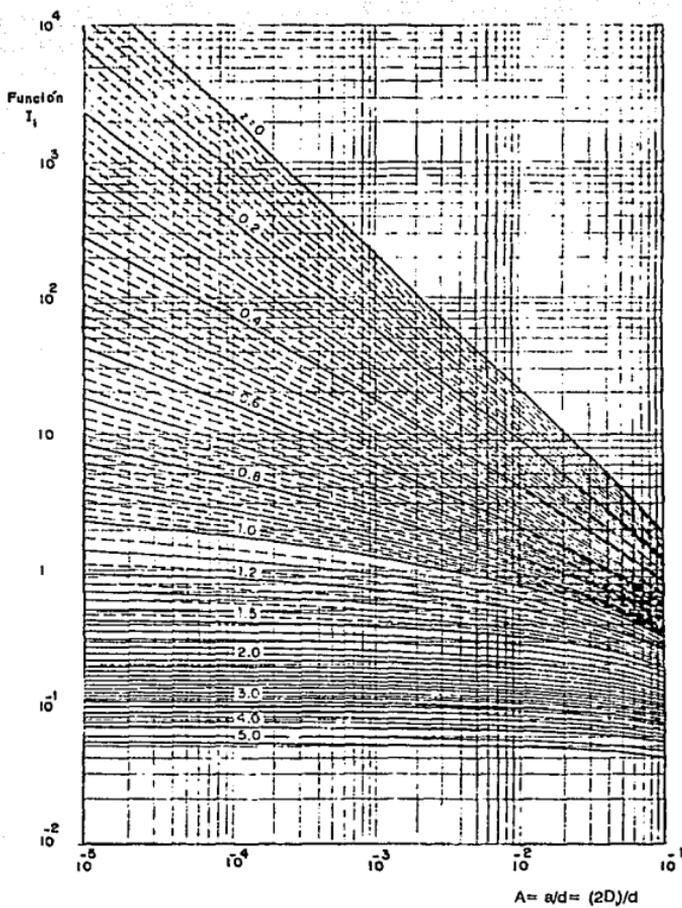


Fig. VII.12 Valor de I_1 , en función del parámetro A para diferentes valores de z, Método de Einstein

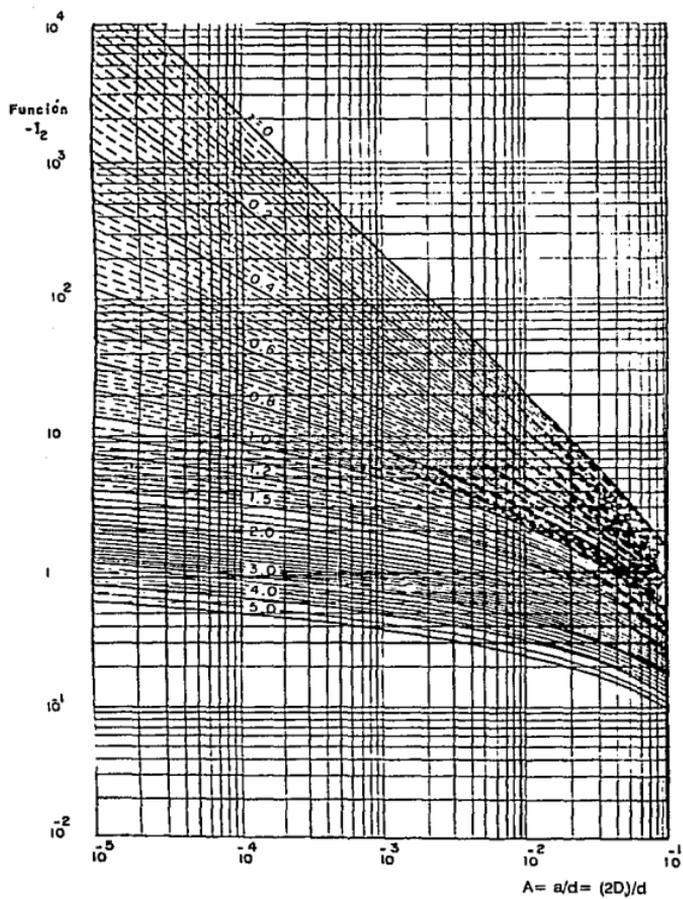


Fig. VII.13 Valor de I_2 en función del parámetro A para diferentes valores de z. Método de Einstein

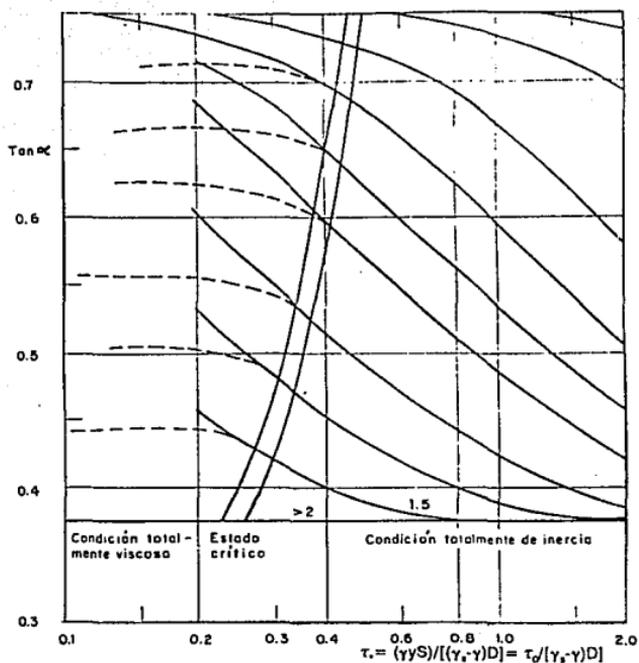


Fig. VII.15 Coeficiente de fricción, según Bagnold

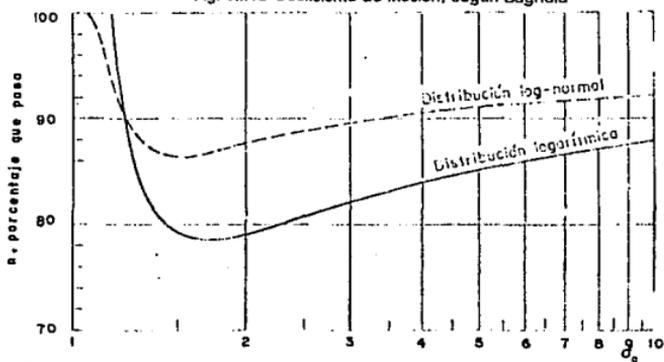


Fig. VII.16 Relación entre $n\%$ y σ_g para determinar el D_n asociado al esfuerzo cortante crítico.

VIII CONCLUSIONES.

VIII. CONCLUSIONES.

Como se había mencionado anteriormente en la introducción, la presente tesis se apega totalmente al programa vigente de la asignatura Hidráulica de Canales y tiene como propósito fundamentales que sirva como material de apoyo didáctico a los alumnos que cursan esta asignatura dentro del plan de la carrera de Ingeniero Civil que se imparte en la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M.

Para poder cumplir con lo anterior se han planteado una gran variedad de ejemplos, tanto resueltos como propuestos, en donde se pretende que el alumno aplique directamente los conceptos vistos en clase. Se recomienda al alumno que resuelva los problemas propuestos con el fin de que evalúe, de alguna manera, sus propios conocimientos y para que, al mismo tiempo, se obligue a sí mismo a profundizar en aquellos temas que requiere para que comprenda mejor el comportamiento de los fenómenos hidráulicos que se ilustran.

Se ha procurado incluir, al principio de cada capítulo, un mínimo de teoría necesaria en donde se resalten los aspectos más importantes de los temas tratados, para que, con los ejemplos presentados, se logre ó al menos se intente complementar la bibliografía existente sobre la materia y que permita aliviar en cierto modo la brecha que existe entre teoría y práctica.

Es importante recalcar que el alumno debe de tener presentes los conocimientos fundamentales de la Hidráulica Básica para poderlos aplicar al estudio de los conductos abiertos.

Sobre el uso de las ecuaciones de la energía y de impulso y cantidad de movimiento conviene hacer los siguientes comentarios:

-La ecuación de la energía es escalar y se emplea cuando se conocen ó se pueden valorar todas las cargas incluyendo entre estas a las pérdidas de energía por pasar de una sección a otra. En general se puede aplicar cuando hay discontinuidad en las líneas de corriente como en el salto hidráulico, ó en expansiones bruscas por ejemplo.

-La ecuación de impulso y cantidad de movimiento es vectorial y se utiliza cuando se conocen ó se pueden valorar todas las fuerzas que actúan sobre el volumen de control. No importando los cambios internos de energía como por ejemplo el salto hidráulico.

La evaluación de los coeficientes " α " y " β " de las ecuaciones de la energía e impulso y cantidad de movimiento respectivamente, requiere el conocimiento de la distribución de velocidades en cada sección, la cual en gran parte de los problemas prácticos es difícil de obtener, sin embargo en la mayoría de los problemas pueden adoptarse valores iguales a la unidad, lo que no introduce errores graves en los cálculos.

Para el caso particular de diseño de canales revestidos se presenta un procedimiento que permite minimizar los costos del material de revestimiento. Esta técnica es útil en aquellos canales con secciones muy alargadas donde los procedimientos de construcción se pueden orientar hasta la minimización de

los costos de material o en situaciones en las que los costos de mano de obra son pequeños en relación a los materiales de revestimiento.

En el caso de diseño de canales no revestidos, se analizan procedimientos basados en los principios de velocidad máxima y el de fuerza tractiva, este ultimo se recomienda utilizarlo ampliamente.

Por lo que se refiere al tema de salto hidráulico, se trato, solamente el caso particular para canales horizontales ó de pendiente muy pequeña ($\theta < 10^\circ$). Para canales de gran pendiente, el efecto del peso del agua en el salto habrá que incluirlo en el análisis.

El análisis del flujo espacialmente variado se realizó para el caso especial de gasto creciente, por ser este el de mayor interés en las obras hidráulicas. Es conveniente mencionar que los métodos de incrementos finitos o por etapas y el de integración gráfica se utilizan únicamente para canales prismáticos, mientras que el método de paso directo o estándar se utiliza para canales prismáticos y no prismáticos.

En el tema de transiciones (expansiones y contracciones) solo se trató el aspecto de considerar que el régimen se mantiene constante, de subcrítico a subcrítico ó de supercrítico a supercrítico. Para el caso de las transiciones en que exista cambio de régimen se recomienda consultar bibliografía especializada en el tema, dado que sale del alcance de esta tesis.

Los dibujos elaborados en esta tesis están hechos sin escala, las acotaciones están en metros excepto donde se especifique otra cosa.

Por último en todo el desarrollo de esta tesis se consideró el caso de problemas en los que se considera el flujo como permanente.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- G. Sotelo A. "Apuntes de Hidráulica II". F.I. UNAM.
- 2.- V. T. Chow "Open Channel Hydraulics", Mc Graw Hill
- 3.- Manuales (A-2-9;A-2-10 y A-2-11) C.F.E.
- 4.- G. Sotelo A. "Hidráulica General", Mc Graw Hill
- 5.- L. F. León V. "Notas sobre el diseño hidráulico de canal lateral" F.I. UNAM
- 6.- H. Gardea V. "Hidráulica de Canales" F.I. UNAM
- 7.- Serie Schawm "Mecánica de Fluidos, Teoría y Ejercicios"