



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

COMPARACION DE RESULTADOS DEL ENSAYE DE  
UN MODELO DE EDIFICIO DE MICROCONCRETO  
CON LOS DE UN ANALISIS TRIDIMENSIONAL

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
**I N G E N I E R O C I V I L**  
**P R E S E N T A N :**  
ANTONIO RABADAN VILLALPANDO  
VICTOR ENRIQUE CALDERON ORTEGA  
OSCAR DE LA ROSA ARIAS

DIRECTOR DE TESIS: DR. EN ING. OSCAR HERNANDEZ BASILIO



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F.

1993



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

	pag
1 INTRODUCCION	1
2 TEORIA DE MODELOS	4
2.1 Introducción	4
2.2 Análisis dimensional	6
2.3 Teorema de Buckingham	10
2.4 Aplicación de la teoría de modelos en estructuras	14
3 MATERIALES PARA LA CONSTRUCCION DEL MODELO	28
3.1 Alambres para el refuerzo	28
3.2 Microconcreto	44
4 DISEÑO ESTRUCTURAL DEL MODELO	52
4.1 Diseño de elementos estructurales	59
5 CONSTRUCCION DEL MODELO	81
5.1 Elaboración de los armados	81
5.2 Construcción de la cimbra	91
6 ANALISIS ESTRUCTURAL DEL MODELO	108
6.1 Fundamentación teórica	109
6.2 Análisis del modelo	138
7 METODOLOGIA DE ENSAYE	199
8 RESULTADOS PRELIMINARES Y CONCLUSIONES	237

## CAPÍTULO 1

### INTRODUCCION

El presente trabajo contempla dos aspectos importantes que se manejan usualmente en la ingeniería civil; los estudios experimentales y los análisis matemáticos. Haciendo referencia a dichos estudios experimentales, la parte más laboriosa de ésta tesis, contempla la construcción de un modelo de edificio a escala, cuyas características deberán de ser lo más parecidas a un edificio real (prototipo) de concreto reforzado. Para lograr esto, en la construcción del modelo, se utilizó un material llamado "microconcreto", que es en cierta forma un concreto reducido a una escala determinada, del cual se hablará con mayor detalle en el capítulo 3.

El objetivo principal de este trabajo se enfoca a estudiar el comportamiento real de un edificio bajo condiciones de carga específicas, para comparar con los resultados teóricos calculados por métodos convencionales. Con esto se pretende hacer notar la importancia de algunos factores que normalmente no se toman en cuenta en el diseño de estructuras, como por ejemplo el cambio de la rigidez con el nivel de flexocompresión de los elementos estructurales.

Por otra parte, para relacionar el aspecto experimental con el

teórico, es necesario estudiar la relación que existe entre las características geométricas, mecánicas y en general de comportamiento físico del modelo a escala con el prototipo. La teoría necesaria para lograr esto, se desarrolla en el capítulo 2 "Análisis dimensional y teoría de modelos", que se refiere principalmente a modelos estructurales que son los que interesan para este trabajo.

En el capítulo 3, además de tratar lo referente al microconcreto, se mencionan las características que debe de tener el alambre que se utilizará como refuerzo de los elementos estructurales, también se comentan los tratamientos a que fueron sometidos los alambres para adquirir el comportamiento adecuado.

El diseño geométrico y estructural del modelo se desarrolla en el capítulo 4, en donde a partir de una cierta escala geométrica se definen las dimensiones del modelo. Así mismo, se calcula la distribución y cantidad del refuerzo en los elementos estructurales, tomando en cuenta los requisitos mínimos que establecen las Normas Técnicas Complementarias para Estructuras de Concreto del D.D.F.

Una vez definida la geometría del modelo, se comenzó su construcción elaborando primeramente los armados de columnas y trabes para posteriormente ensamblarlos y formar así la estructura a base de marcos rígidos. Paralelamente a la construcción de la estructura se elaboró la cimbra de madera que servirá para realizar el colado del modelo de manera práctica, por lo cual el diseño de la cimbra es muy especial. De lo anterior, así como del colado del modelo se trata en el capítulo 5 de ésta tesis.

La otra parte importante de este trabajo, se desarrolla en el capítulo 6, en el cual se realiza el análisis estructural del modelo, utilizando un programa tridimensional en donde se simularán las condiciones de carga a las que se verá sometido el modelo en el laboratorio. Aquí mismo se obtienen diagramas de elementos mecánicos, así como desplazamientos que servirán para comparar las mediciones hechas en los ensayos.

La metodología de los ensayos hechos al modelo, se trata en el capítulo 7, en donde se describe tanto el equipo empleado como la forma en que se instrumentó el modelo. Así mismo, se habla acerca de la magnitud y distribución de las fuerzas aplicadas. Finalmente, se muestran los resultados obtenidos, como son los desplazamientos de los tres niveles de que consta el edificio; la variación de los desplazamientos con respecto a las cargas se indican con gráficas, hechas para cada ensaye que se practicó.

Finalmente, en el capítulo 8, se comparan los resultados de los ensayos experimentales con los obtenidos en el análisis estructural, de donde se desprenden aspectos interesantes.

Es importante mencionar, que en el presente trabajo no se pretendió construir el modelo de un edificio prototipo en particular, sino que se diseñó tomando en cuenta la geometría usual de un edificio, pero reduciéndolo a una cierta escala, además de que se trató de que fuera lo más simétrico posible y de geometría no tan complicada, para reducir problemas tanto en la construcción del modelo como en la realización de las pruebas en el laboratorio.

## CAPITULO 2

### TEORIA DE MODELOS

#### 2.1 Introducción

Todo análisis que se realice en el modelo debe tomar en cuenta los efectos provocados por la escala adoptada. Una manera de encontrar la relación entre las expresiones y constantes que normalmente se utilizan en el diseño, análisis y cálculo de estructuras reales, con un modelo reducido a una cierta escala, sería realizar una amplia investigación experimental que tomara en cuenta todas las constantes numéricas posibles; sin embargo, una investigación de este tipo representaría un trabajo enorme por la cantidad de pruebas que se tendrían que realizar y que ocasionarían un alto costo tanto en tiempo como económico. Es por esto que conviene realizar estudios basados en los principios del análisis dimensional, para incorporar las variables que se consideren esenciales, en una expresión adimensional básica y matemáticamente ordenada. Para esto se debe realizar una planeación adecuada de las combinaciones de las diversas variables que intervienen en cada problema.

La técnica común para encontrar esas combinaciones posibles se apoya en el empleo de parámetros adimensionales formados con las diferentes variables del problema, dichos parámetros son válidos tanto para el modelo físico como para la estructura real.

La teoría de la similitud que satisface ésta necesidad fué establecida por Kline como sigue: "Si dos sistemas obedecen al mismo grupo de ecuaciones y condiciones gobernantes, y si los valores de todos los parámetros y las condiciones se hacen idénticas, los dos sistemas deben de exhibir comportamientos similares, con tal de que exista una solución única para el grupo de ecuaciones y condiciones".

Como se verá más adelante, la similitud va más allá de los aspectos superficiales de similitud geométrica, con la cuál erróneamente se confunde; es decir, la similitud debe entenderse como la correspondencia entre el comportamiento del modelo y la estructura real, con similitud geométrica o sin ella. La similitud rara vez es perfecta debido a que comunmente es imposible satisfacer todas las condiciones requeridas para lograrla.

Existen tres clases generales de modelos:

1.- Geométricamente similares; estos son una reproducción a escala del prototipo.

2.- Distorsionados; El modelo es una reproducción del prototipo, pero se usan dos o más escalas. v.gr. se puede usar una escala para longitudes y espesores y otra diferente para alturas o pesos.

3.-Diferentes; En estos no existe ninguna semejanza directa entre modelo y prototipo. Por ejemplo, las características de una vibración mecánica se pueden predecir de observaciones hechas en circuitos eléctricos.

Con relación al modelo que se va a construir y de acuerdo a la clasificación anterior, este es un modelo geoméricamente similar, que no busca representar a alguna estructura "real" construida o proyectada. Los conceptos de modelo y prototipo se aplicarán para establecer tendencias de comportamiento entre el concepto teórico y el modelo físico.

El uso de modelos es de mucha ayuda en el diseño de grandes, costosas y complicadas estructuras, pero lo más conveniente es entender con claridad la relación que existe entre el modelo y prototipo. A menos que se interprete debidamente, la información obtenida de los modelos puede ser engañosa.

El principal objetivo de la teoría de similitud es establecer las relaciones necesarias que permitan hacer predicciones confiables en base a las observaciones hechas a los modelos. Esta teoría se desarrolla mediante un análisis dimensional, tema que se tratará a continuación.

## 2.2 Análisis dimensional.

El análisis dimensional es una poderosa herramienta analítica que se desarrolla basándose en las dimensiones de cada una de las cantidades involucradas en un fenómeno determinado. El análisis dimensional se basa en los siguientes dos axiomas:

Axioma 1. Una absoluta igualdad numérica entre dos cantidades sólo puede existir cuando estas sean similares cualitativamente. Esto es, se puede establecer una relación general entre dos

cantidades únicamente cuando éstas tengan las mismas dimensiones. Por ejemplo, una cantidad que es medida en unidades de fuerza, sólo puede ser igual a otra cantidad que también está evaluada en términos de fuerza y no puede ser igual a una cantidad que tenga dimensiones de longitud, tiempo, masa o cualquier otra, excepto fuerza.

Axioma 2. La proporción de las magnitudes de dos cantidades, es independiente de las unidades usadas en su medición, siempre y cuando éstas sean congruentes. Por ejemplo, la proporción de la longitud de una tabla a su espesor es la misma, no importando si las dimensiones fueran medidas en pulgadas, pies o metros.

Es posible encontrar la forma general de la ecuación de un fenómeno determinado mediante el análisis dimensional. Por ejemplo, para determinar la forma de la ecuación para la distancia en que una esfera caerá, en un tiempo  $t$ , si permanece con una velocidad constante, atravesando por un fluido que le ejerce una cierta resistencia. se procederá de la siguiente manera:

La resistencia que ejerce el fluido contra la esfera cuando va cayendo depende de la viscosidad y densidad del medio, del diámetro y la masa de la esfera. Adicionalmente a estos datos intervienen la aceleración de la gravedad  $g$ , la velocidad y el tiempo entonces;

$$s = f( g, v, t, m, d, \rho, \mu ) \dots\dots\dots(2.1)$$

en donde:  $g$ : es la aceleración de la gravedad

$v$ : es la velocidad de la esfera

t: el tiempo

m: es la masa de la esfera

d: es la distancia recorrida en un cierto tiempo

$\rho$ : es la viscosidad del fluido

$\mu$ : es la densidad del fluido

Esta función puede expresarse como el producto de las variables involucradas elevadas a un cierto exponente:

$$s = Cg^{c_1} v^{c_2} \rho^{c_3} m^{c_4} d^{c_5} \mu^{c_6} \dots \dots \dots (2.1a)$$

Para encontrar la solución de la ecuación (2.1a), se tiene que valor las ocho incógnitas que aparecen; sin embargo, ese número se puede reducir con ayuda del análisis dimensional. La ecuación dimensional correspondiente a la ecuación (2.1a) es la siguiente; sustituyendo las unidades básicas de cada concepto, se tiene:

$$L = (LT^{-2})^{c_1} (LT^{-1})^{c_2} T^{c_3} M^{c_4} L^{c_5} (ML^{-3})^{c_6} (ML^{-1}T^{-1})^{c_7} \dots (2.1b)$$

Esta ecuación, se puede resolver con las tres expresiones auxiliares siguientes, obtenidas de igualar los exponentes de la variable dependiente con los de las otras variables.

$$M : 0 = c_4 + c_6 + c_7 \dots \dots \dots (a)$$

$$L : 1 = c_1 + c_2 + c_5 - 3c_6 - c_7 \dots (b)$$

$$T : 0 = -2c_1 - c_2 + c_3 - c_7 \dots (c)$$

Se tienen siete incógnitas con tres ecuaciones; tres de las incógnitas se pueden expresar en términos de las cuatro restantes. Muchas combinaciones son posibles, una de ellas es expresar  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_7$  en términos de  $c_3$ ,  $c_4$ ,  $c_5$  y  $c_6$ . Por ejemplo de las ecuaciones

a, b y c:

$$c_1 = c_3 + 2c_4 + c_5 - c_6 - 1 \quad \dots\dots\dots(a)$$

$$c_2 = -c_3 - 3c_4 - 2c_5 + 3c_6 + 2 \quad \dots\dots\dots(b)$$

$$c_7 = -c_4 - c_6 \quad \dots\dots\dots(f)$$

si estos valores se sustituyen en la ecuación (2.1a)

$$s = C(g^{c_3+2c_4+c_5-c_6-1})(v^{-c_3-3c_4-2c_5+3c_6+2})t^{c_3}m^{c_4}d^{c_5}\rho^{c_6}\mu^{-c_4-c_6} \quad (2.1c)$$

finalmente, agrupando términos con el mismo exponente, se llega a

$$s = C\alpha \frac{v^2}{g} \left(\frac{gt}{v}\right)^{c_3} \left(\frac{g^2 m}{v^3 \mu}\right)^{c_4} \left(\frac{gd}{v^2}\right)^{c_5} \left(\frac{\rho v^3}{g\mu}\right)^{c_6} \quad \dots\dots\dots(2.1d)$$

La ecuación original que involucraba ocho incógnitas, se redujo a una que únicamente envuelve cinco, lo que representa una considerable simplificación.

Obviamente existen otras formas de reducir la ecuación (2.1a), dependiendo de que exponente se despeje. Otras posibles formas de expresarla son las siguientes:

$$s = C\beta d \left(\frac{gd}{v^2}\right)^{c_1} \left(\frac{vt}{d}\right)^{c_2} \left(\frac{d^3}{m}\right)^{c_3} \left(\frac{d^2 \mu}{vm}\right)^{c_4} \quad \dots\dots\dots(2.1e)$$

$$\frac{s}{vt} = C\gamma \left(\frac{gt}{v}\right)^{c_1} \left(\frac{d}{vt}\right)^{c_2} \left(\frac{\rho v^3 t^3}{m}\right)^{c_3} \left(\frac{\mu t^2 v}{m}\right)^{c_4} \quad \dots\dots\dots(2.1f)$$

Se puede notar que en cada caso las cantidades en los paréntesis son adimensionales, lo mismo que los coeficientes  $C\alpha$ ,  $C\beta$  y  $C\gamma$ .

La ecuación (2.1f) se puede escribir como:

$$\frac{s}{vt} = F\left(\frac{gt}{v}, \frac{d}{vt}, \frac{cv^3 t^3}{m}, \frac{\mu t^2}{m}\right) \dots\dots\dots(2.2)$$

es decir, el término  $C\alpha$  es función de los grupos adimensionales que forman las variables que influyen en el fenómeno. Estos grupos adimensionales los llamaremos números  $\pi_i$ , y se designarán como  $\pi_i$ . Entonces, la ecuación (2.2) se puede escribir en términos generales como:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3, \pi_4 \dots \pi_n) \dots\dots\dots(2.3)$$

En donde  $s$  denota el número total de grupos adimensionales que intervienen en el fenómeno.

El número de grupos adimensionales o números  $\pi_i$ , que se requieren para expresar un fenómeno, se pueden determinar a partir del teorema de Buckingham que se discutirá a continuación.

2.3. Teorema de Buckingham. En términos generales, el teorema de Buckingham establece que el número de cantidades adimensionales e independientes que se requieren para expresar la relación entre las variables de cualquier fenómeno, es igual al número de cantidades involucradas, menos el número de dimensiones en que esas cantidades se miden.

En forma de ecuación el teorema P. se expresa como:

$$s = n - b \dots\dots\dots(2.4)$$

en donde  $s$  número de términos  $\pi$

$n$  número total de cantidades involucradas .

$b$  número de dimensiones básicas involucradas

En el problema presentado anteriormente, existían ocho cantidades ( $g, v, t, m, d, \rho$  y  $\mu$ ) y tres dimensiones involucradas (longitud, masa y tiempo). Por lo tanto se requerirán cinco números  $P_i$ , y la ecuación se puede escribir como:

$$n_1 = F(n_2, n_3, n_4, n_5) \dots\dots\dots(2.5)$$

que es análoga a la ecuación (2.2).

La condición que deben cumplir los términos  $P_i$  es que sean adimensionales e independientes.

Para encontrar los números  $n$  de un determinado problema se puede seguir un procedimiento como el siguiente:

- a) escribir ecuaciones adimensionales auxiliares
- b) asignar valores numéricos arbitrarios a los "s" exponentes desconocidos.
- c) obtener la solución por ecuaciones simultáneas
- d) combinar los resultados para formar un número  $n_i$ .
- e) repetir los pasos (b) a (d) para determinar los otros números  $n_i$  necesarios y,
- f) combinar los resultados en la forma indicada con la ecuación (2.3)

El procedimiento se aplicará al problema de la esfera propuesto anteriormente.

$$s = f(g, v, t, m, d, \rho, \mu) \dots\dots\dots(2.6)$$

que se puede escribir como

$$C_a s^{c_1} g^{c_2} v^{c_3} t^{c_4} m^{c_5} d^{c_6} \rho^{c_7} \mu^{c_8} = 1 \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

y la ecuación dimensional correspondiente es:

$$L^{c_1}(LT^{-2})^{c_2}(LT^{-1})^{c_3}T^{c_4}M^{c_5}L^{c_6}(ML^{-3})^{c_7}(ML^{-1}T^{-1})^{c_8}=0 \quad \dots\dots(2.7a)$$

de esta se pueden escribir tres ecuaciones auxiliares, que son:

$$M: c_1 + c_7 + c_8 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.7b)$$

$$L: c_1 + c_2 + c_3 + c_6 - 3c_7 - c_8 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.7c)$$

$$T: -2c_2 - c_3 + c_4 - c_8 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.7d)$$

Cuando estas tres ecuaciones se utilizaron para calcular las ocho incógnitas, se asignaron valores arbitrarios a cinco de las incógnitas. Muchas combinaciones son posibles; aquí utilizaremos  $c_1, c_2, c_6, c_7$  y  $c_8$  como ejemplo.

El determinante de los coeficientes de los términos  $c_3, c_4$  y  $c_8$  es:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 1$$

Como el determinante es diferente de cero, el sistema tiene solución.

Los valores asignados arbitrariamente son los siguientes:

$$c_1 = 1, c_2 = c_6 = c_7 = c_8 = 0$$

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (2.7b), (2.7c) y (2.7d), obtenemos:

$$c_5 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.7e)$$

$$1 + c_3 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.7f)$$

$$-c_3 + c_4 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.7g)$$

$$y \quad c_3 = -1, \quad c_4 = -1, \quad c_5 = 0$$

Ahora sustituyendo estos valores en la ecuación 2.7, tenemos que:

$$\pi_1 = \frac{s}{vt} \dots\dots\dots(2.7h)$$

que es adimensional.

Del teorema de Buckingham, ec. (2.4), se deduce que se pueden determinar un total de cinco números  $\pi$ . Otro número  $\pi$  se puede determinar asignando una diferente combinación de valores arbitrarios a los exponentes seleccionados, por ejemplo:

$$c_1 = c_6 = c_7 = c_8 = 0 \text{ y } c_2 = 1$$

$$\text{de donde se obtiene; } \pi_2 = \frac{gt}{v} \dots\dots\dots(2.7i)$$

Los otros términos  $\pi$ , se pueden obtener de una manera similar, dando el valor de 1 a los valores de  $c_5$ ,  $c_7$  y  $c_8$  en cada cálculo, con los otros exponentes seleccionados iguales a cero.

$$\pi_3 = \frac{d}{vt} \dots\dots\dots(2.7j)$$

$$\pi_4 = \frac{\rho v^3 t^3}{m} \dots\dots\dots(2.7k)$$

$$\pi_5 = \frac{\mu t^2 v}{m} \dots\dots\dots(2.7l)$$

y la solución general se puede escribir como:

$$\frac{s}{vt} = F\left(\frac{gt}{v}, \frac{d}{vt}, \frac{\rho v^3 t^3}{m}, \frac{\mu t^2 v}{m}\right) \dots\dots\dots(2.7m)$$

Como se puede ver, resulta muy fácil obtener los números  $\pi$  para un determinado fenómeno; en la siguiente sección se verá como el teorema de Buckingham es de gran utilidad en el estudio de modelos que es la aplicación que interesa para este trabajo.

## 2.4 Aplicación de la teoría de modelos en estructuras

La ecuación general de un prototipo cualquiera se puede escribir según lo visto como:

$$\pi_1 = F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_n) \dots\dots\dots(2.8)$$

Esta ecuación es totalmente general y se puede aplicar a cualquier otro sistema en donde intervengan las mismas variables. Si se aplica a un sistema específico llamado modelo,

$$\pi_{1m} = F(\pi_{2m}, \pi_{3m}, \pi_{4m}, \dots, \pi_{nm}) \dots\dots\dots(2.9)$$

Una ecuación para predecir  $\pi_1$  a partir de  $\pi_{1m}$ , se puede encontrar directamente dividiendo la ec.(2.8) entre la ec.(2.9)

$$\frac{\pi_1}{\pi_{1m}} = \frac{F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_n)}{F(\pi_{2m}, \pi_{3m}, \pi_{4m}, \dots, \pi_{nm})} \dots\dots\dots(2.10)$$

por lo que se debe cumplir que:

$$\pi_{2m} = \pi_2 \dots\dots\dots(2.11)$$

$$\pi_{3m} = \pi_3$$

$$\pi_{4m} = \pi_4$$

⋮

$$\pi_{nm} = \pi_n$$

es decir ;  $F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_n) = F(\pi_{2m}, \pi_{3m}, \pi_{4m}, \dots, \pi_{nm}) \dots\dots(2.12)$

finalmente de las ecuaciones 2.10 y 2.12, tenemos que  $\pi_1 = \pi_{1m}$  .(2.13)

Esto sólo es válido si las condiciones de diseño y operación se cumplen, es decir, que se cumpla la ec.(2.11). Si todas estas condiciones se satisfacen, se puede considerar que el modelo es 'verdadero' y que de éste se obtendrá valiosa información concerniente al comportamiento del prototipo.

En general, las condiciones de diseño involucran a las longitudes del modelo y del prototipo. La relación entre distancias o longitudes del prototipo con su correspondiente distancia en el modelo se llama escala de longitudes y se designa usualmente con la letra  $n$

$$l = n l_m \dots\dots\dots(2.14)$$

A continuación se presenta un ejemplo en el que se aplica lo visto hasta este momento.

Sea una viga de sección rectangular de 15.24 cm de ancho y 30.48 cm de peralte, tiene una carga concentrada de 2179.2 kg a 152.40 cm del apoyo izquierdo en un claro de 365.76 cm.

Se requiere establecer las condiciones de diseño y determinar la ecuación de la deflexión en cualquier punto, si se va a utilizar una viga de acero de 20.32 cm de longitud como modelo.

Como primer paso se deben identificar las variables involucradas en el problema y especificar sus dimensiones

variable	dimensiones
1) $y$ ; deflexión	.....L
2) $l$ ; claro	.....L
3) $b$ ; ancho	.....L
4) $d$ ; peralte	.....L
5) $a$ ; localización de la carga	.....L
6) $x$ ; coordenada de la deflexión	.....L
7) $P$ ; carga	.....F

B) E; módulo de elasticidad .....FL<sup>-2</sup>

Ahora, de acuerdo a lo establecido en el Teorema de Buckingham, con las ocho variables y las dos dimensiones involucradas, podemos determinar seis números  $\pi$ . Un posible juego de números  $\pi$  se puede determinar con la siguiente ecuación general.

$$\frac{y}{l} = F\left(\frac{b}{l}, \frac{d}{l}, \frac{a}{l}, \frac{x}{l}, \frac{P}{El^2}\right) \quad \dots\dots(2.15)$$

una ecuación similar para el modelo es:

$$\frac{y_m}{l_m} = F\left(\frac{b_m}{l_m}, \frac{d_m}{l_m}, \frac{a_m}{l_m}, \frac{x_m}{l_m}, \frac{P_m}{Eml_m^2}\right) \quad (2.16)$$

Tenemos que cada ecuación se refiere al mismo tipo de sistema y las funciones tienen la misma forma. Por lo tanto, las condiciones de diseño para el modelo se pueden determinar a partir de la ec.(2.11) y utilizando la escala de longitud según la ec.(2.14), se tiene que:

$$\frac{b_m}{l_m} = \frac{b_l}{l} \quad b_m = \frac{b}{n} \quad \dots\dots\dots(a)$$

$$\frac{d_m}{l_m} = \frac{d}{l} \quad d_m = \frac{d}{n} \quad \dots\dots\dots(b)$$

$$\frac{a_m}{l_m} = \frac{a}{l} \quad a_m = \frac{a}{n} \quad \dots\dots\dots(c)$$

$$\frac{x_m}{l_m} = \frac{x}{l} \quad x_m = \frac{x}{n} \quad \dots\dots\dots(d)$$

$$\frac{P_m}{Eml_m^2} = \frac{P}{El^2} \quad P_m = \frac{PE_m}{n^2E} \quad \dots\dots\dots(e)$$

Las condiciones (a) y (b) indican que el modelo es similar

geométricamente al prototipo. De la condición (c) se puede ver que la carga puede localizarse en puntos equivalentes en el modelo y prototipo. La condición (d) muestra que la deflexión puede medirse en un punto geométricamente similar en modelo y prototipo. En la condición final (e), la magnitud de la carga a usar en el modelo queda establecida. Las cinco condiciones de diseño quedan ligadas completamente a la escala de longitud y al tipo de material pues de este dependerá el esfuerzo de fluencia que se maneje. Esta limitación es una consecuencia directa de la elección del módulo de elasticidad.

Como datos de partida se tienen  $l$  y  $l_m$ , por lo que la escala de longitudes es

$$n = \frac{l}{l_m} = \frac{365.76}{20.32} = 18 \quad \dots\dots\dots(f)$$

además de las condiciones (a),(b) y (c)

$$b_m = \frac{15.24}{18} = 0.847 \text{ cm} \quad \dots\dots\dots(g)$$

$$d_m = \frac{30.48}{18} = 1.693 \text{ cm} \quad \dots\dots\dots(h)$$

$$a_m = \frac{152.4}{18} = 8.467 \text{ cm} \quad \dots\dots\dots(i)$$

Finalmente, la carga queda determinada por la condición (e)

$$P_m = \frac{2179.2 \times 2111104.22}{18^2 (105555.21)} = 134.52 \text{ kg} \quad \dots\dots\dots(j)$$

suponiendo que el módulo de elasticidad de la viga real es  $1,05555.21 \text{ kg/cm}^2$ .

Si todas las condiciones anteriores se satisfacen, la ecuación de predicción queda, según la expresión (2.15), como:

$$\frac{y_m}{l_m} = \frac{y}{l} \dots\dots\dots(k)$$

$$y = nym = 18ym \dots\dots\dots(1)$$

De la ec.(1), se ve que la similitud geométrica del modelo y prototipo se extiende a las deflexiones. No solamente son similares el modelo y el prototipo antes de cargarlo sino también después de aplicar la carga.

En este caso en particular, va a interesar el poder evaluar deformaciones y esfuerzos, tomando en cuenta que estos están en función de:

- (a) las fuerzas y restricciones aplicadas a la estructura
- (b) la geometría de la estructura y
- (c) las propiedades de los materiales usados en la construcción del modelo.

En general, las fuerzas resultantes que se pueden presentar en una determinada sección del modelo pueden ser:

- 1) Fuerza axial; tensión o compresión
- 2) Fuerzas cortantes
- 3) Torsión
- 4) Flexión

La respuesta de cualquier miembro de la estructura a la acción de estas fuerzas, está en función de la geometría de la sección

transversal y de las propiedades del material.

Así por ejemplo para carga axial de tensión, la geometría puede quedar descrita adecuadamente por el área, mientras que las propiedades del material por medio del módulo de elasticidad, el límite de proporcionalidad u otra medida de esfuerzo, y en algunos casos el módulo de Poisson. Por otro lado si la carga axial es de compresión, el área puede no ser suficiente para describir la geometría de la sección transversal requiriéndose también el momento de inercia, por ejemplo. Las mismas propiedades de los materiales son adecuadas, sin embargo.

Para un miembro sujeto a esfuerzos cortantes, las características geométricas de la sección transversal en algunos casos, pueden ser expresados adecuadamente en términos de una cantidad, el área, pero en otros el momento de inercia y el espesor son necesarios. Las propiedades involucradas son el módulo de rigidez y la resistencia al esfuerzo cortante.

En torsión, el espesor y el momento polar de inercia son parámetros importantes, así como el módulo de rigidez y la resistencia al esfuerzo cortante.

Finalmente, si el miembro está sujeto a flexión, las características principales son el momento de inercia y las distancias para localizar el eje neutro; así como también el módulo de elasticidad y alguna medida del esfuerzo normal de flexión.

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, en casi todo modelo estructural se puede definir cualquier desplazamiento a partir de análisis hechos para estos cuatro tipos básicos de cargas.

En general, cualquier desplazamiento "d" dependerá de la carga, de todas las propiedades de la sección transversal y de las propiedades del material. Esto es:

$$d=(x,y,z,x',y',z',R,u,v,w,u',v',w',A,Q,I,J,J_c,A',t,S_p,S_p',E,G) \dots\dots\dots(2.17)$$

En donde:

- x, y, z: son las coordenadas de un punto cualquiera
- x', y', z': son las coordenadas de un punto de referencia
- R: es una fuerza resultante actuando en cualquier sección transversal
- u, v, w: son las coordenadas de un punto en la línea de acción de R
- u', v', w': son coordenadas de otro punto en la línea de acción de R

El resto de las variables se refieren a las propiedades de cualquier miembro como usualmente se manejan.

Ahora bien, la ec.(2.17) se puede simplificar sin dejar de ser general, incluyendo únicamente dos longitudes: una, la longitud del miembro u otra que sea conveniente; y la otra, un término general,  $\lambda$ , que designa alguna o todas las longitudes involucradas. Con esta simplificación, la ec. 2.17 queda:

$$d = f(l, \lambda, R, Sp, Sp', E, G) \dots\dots\dots(2.17a)$$

Nótese que la variable  $\lambda$  también representa cualquier propiedad geométrica de la sección, como podría ser : el momento de inercia (I), el área (A), etc.

Aplicando lo establecido en el Teorema de Buckingham y continuando con el análisis dimensional es posible encontrar 6 (6-2) términos pi.

Y la ecuación 2.17a se puede expresar de la siguiente manera

$$d = c_1 l^{c_2} \lambda^{c_3} R^{c_4} Sp^{c_5} Sp'^{c_6} E^{c_7} G^{c_8}$$

o

$$c_1 d^{c_1} l^{c_2} \lambda^{c_3} R^{c_4} Sp^{c_5} Sp'^{c_6} E^{c_7} G^{c_8} = 1 \dots\dots\dots(2.17b)$$

y la ecuación dimensional correspondiente es

$$(L)^{c_1} (L)^{c_2} (L)^{c_3} (F)^{c_4} (FL^{-2})^{c_5} (FL^{-2})^{c_6} (FL^{-2})^{c_7} (FL^{-2})^{c_8} = 0$$

ahora, como ecuaciones auxiliares

$$F; c_4 + c_5 + c_6 + c_7 + c_8 = 0 \dots\dots\dots(2.17c)$$

$$L; c_1 + c_2 + c_3 - 2c_5 - 2c_6 - 2c_7 - 2c_8 = 0 \dots\dots\dots(2.17d)$$

Para encontrar los 6 números buscados, se asignarán valores arbitrarios a 6 de las variables, por ejemplo sea;  $c_5 = c_6 = c_7 = c_8 = c_3 = 0$  y  $c_2 = 1$

entonces de (2.17c),  $c_4 = 1$

y de (2.17d),  $c_1 + 1 = 0 \therefore c_1 = -1$

sustituyendo estos valores en la ec. (2.17b)

$$d^{-1} l = 1$$

$$\pi_4 = \frac{1}{d}$$

ahora con;  $c_4 = c_5 = c_6 = c_7 = c_2 = 0$  y  $c_8 = 1$

de (2.17c);  $c_7 + 1 = 0 \quad \therefore c_7 = -1$

de (2.17d);  $c_8 - 2(-1) - 2(1) = 0 \quad \therefore c_8 = 0$

sustituyendo los resultados anteriores en la ecuación (2.17b)

$$G E^{-1} = 1$$

$$\therefore \pi_2 = \frac{G}{E}$$

Para encontrar un tercer número  $\pi$ ,  $c_5 = c_6 = c_8 = c_2 = c_1 = 0$   
y  $c_4 = 1$

de (2.17c);  $1 + c_7 = 0 \quad \therefore c_7 = -1$

y de (2.17d);  $c_8 - 2(-1) = 0 \quad \therefore c_8 = -2$

en (2.17b);  $\lambda^{-2} E^4 R = 1$

$$\pi_3 = \frac{R}{\lambda^2 E}$$

De manera similar se hace el desarrollo para encontrar los 3 números faltantes, obteniendo finalmente una forma de la ecuación general como la siguiente:

$$\frac{1}{d} = f \left( \frac{\lambda}{l}, \frac{R}{E l^2}, \frac{S_p}{E}, \frac{S_p}{S_p}, \frac{G}{E} \right) \dots\dots\dots(2.18)$$

de esta podemos escribir para el modelo cinco condiciones de diseño

$$1) \frac{\lambda_m}{l_m} = \frac{\lambda}{l} \quad " \quad \lambda_m = \frac{\lambda}{n} \quad \dots\dots\dots(2.18a)$$

Donde  $\lambda$  se refiere a cualquier dimensión, esta ecuación impone la condición de la similitud geométrica en todos aspectos entre el modelo y un prototipo.

$$2) \frac{R_m}{E_m l_m^2} = \frac{R}{E l^2} \quad \text{ó} \quad R_m = \frac{E_m R}{E n^2} \quad \dots\dots\dots(2.18b)$$

Si muchos materiales están involucrados, esta ecuación es aplicable a todos estos. En general, se necesitan más cálculos si un término  $E_s$  adicional es introducido y para cada uno se tendrá que incluir una condición adicional de la forma:

$$\frac{E_s m}{E_m} = \frac{E_s}{E} \quad \dots\dots\dots(2.18c)$$

este requerimiento establece la similitud entre las rigideces del modelo y prototipo.

$$3) \frac{S_{p m}}{E_m} = \frac{S_p}{E} \quad \dots\dots\dots(2.18d)$$

En la condición anterior hay que tomar en cuenta que si, y sólo si, el modelo y prototipo operan en el rango de proporcionalidad de esfuerzos en toda su longitud, este requerimiento puede ignorarse.

$$4) \frac{S_{p m}}{S_{p m}'} = \frac{S_p}{S_p'} \quad \dots\dots\dots(2.18e)$$

Esta ecuación establece que los factores de seguridad relativos de tensión y cortante en el modelo deben ser igual a la relación de los correspondientes factores de seguridad en el prototipo.

$$5) \frac{G_m}{E_m} = \frac{G}{E} \quad \text{ó} \quad \mu_m = \mu \quad \dots\dots\dots(2.18f)$$

Esta condición indica que la rigidez relativa en cortante y tensión en el modelo deben ser igual a la correspondiente rigidez relativa del prototipo.

Si las cinco condiciones mencionadas se satisfacen y se considera que:

- (a) no se excede el límite de proporcionalidad en el modelo y prototipo y
- (b) la homogeneidad en el material del modelo es comparable con la del material del prototipo. La ecuación para los desplazamiento es:

$$\frac{d}{l} = \frac{d_m}{l_m} \quad \text{ó} \quad d = n d_m \quad \dots\dots\dots(2.19)$$

La fuerza resultante R ± En la condición de diseño 2, ec.(2.18b), el símbolo R se usa para indicar la magnitud de la fuerza resultante que se desarrolla en cualquier sección transversal de la estructura. La fuerza resultante depende de todas las cargas aplicadas a la estructura, la geometría de la misma y de los materiales usados en ella. Esto es,

$$R = \phi ( P, q, k, w, l, \lambda, E, G ) \dots\dots\dots(2.20)$$

en donde:

- P; es alguna carga distribuida .....(FL)
- q; es alguna carga distribuida .....(FL<sup>-1</sup>)
- k; es alguna carga repartida .....(FL<sup>-2</sup>)
- w; es el peso específico del material (carga muerta) .(FL<sup>-3</sup>)
- l; es cualquier longitud conveniente .....(L)
- λ; es un término general de longitud .....(L)
- E; es el módulo de elasticidad del material .....(FL<sup>-2</sup>)
- G; es el módulo de rigidez del material .....(FL<sup>-3</sup>)

La ecuación 2.20, se puede escribir en forma adimensional como una función de siete números π. Siguiendo un procedimiento análogo al utilizado anteriormente, es posible obtener la siguiente ecuación.

$$\frac{R}{P} = \phi \left( \frac{\lambda}{l}, \frac{P}{ql}, \frac{P}{kl^2}, \frac{P}{wl^3}, \frac{P}{El^2}, \frac{E}{G} \right) \dots\dots(2.21)$$

Se puede escribir una ecuación similar para el modelo; se pueden satisfacer todas las cargas haciendo que la función φ en el modelo sea numéricamente igual en el prototipo. Esto se logra haciendo que cada número Pi en el modelo sea igual al correspondiente en el prototipo, estableciendo las condiciones de diseño para las cargas. Estas condiciones mejor llamadas condiciones de operación, son;

$$1.- \frac{\lambda_m}{l_m} = \frac{\lambda}{l} \quad \text{ó} \quad \lambda_m = \frac{\lambda}{n} \quad (2.21a)$$

que coincide con la condición (2.18a)

$$2.- \frac{P_m}{q_m l_m} = \frac{P}{q l} \quad \text{ó} \quad q_m = n \frac{P_m}{P} q \quad \dots\dots(2.21b)$$

$$3.- \frac{P_m}{k_m l_m^2} = \frac{P}{k l^2} \quad \text{"} \quad k_m = n^2 \frac{P_m}{P} k \quad \dots\dots(2.21c)$$

$$4.- \frac{P_m}{w_m l_m^3} = \frac{P}{w l^3} \quad \text{"} \quad w_m = n^3 \frac{P_m}{P} w \quad \dots\dots(2.21d)$$

Nótese como las expresiones 2, 3 y 4 establecen la relación necesaria entre las magnitudes de los diferentes tipos de cargas en la estructura.

Finalmente tenemos la siguiente condición:

$$5.- \frac{P_m}{E_m l_m^2} = \frac{P}{E l^2} \quad \text{ó} \quad P_m = \frac{E_m}{E n^2} P \quad \dots\dots(2.21e)$$

En esta expresión puede verse como la magnitud de las cargas aplicadas tiene un límite bien definido, además de que es de la misma forma que la ecuación (2.18b).

Como puede verse, es relativamente sencillo encontrar con los procedimientos anteriormente descritos la relación entre las propiedades, tanto geométricas como de los materiales y en general estructurales de un modelo con su prototipo.

Para el caso particular del modelo del edificio que se construyó este no representa un prototipo en especial, por lo que se tuvo la libertad en fijar, por ejemplo, el tipo de refuerzo de

la estructura, así como la resistencia a la compresión del microconcreto, y en general la geometría del edificio. En el caso de que se quisiera fabricar el modelo de alguna estructura de microconcreto de un prototipo en especial, se deberán de cumplir las relaciones expresadas en las ecs.no.2.18 y 2.21 tanto para el modelo como para el prototipo y así poder obtener información confiable a partir del modelo. Cabe mencionar, que no pretendemos con dichas ecuaciones abarcar cualquier problema de estructuras, sino que son parámetros generales que de alguna manera representan un gran número de casos, pero existirán problemas determinados en los cuales se deberán incluir parámetros adicionales con los cuales se obtendrán otros números  $n$ , utilizando el procedimiento que aquí describimos; tal es el caso cuando se quiere tener similitud dinámica.

## CAPITULO 3

### MATERIALES PARA LA CONSTRUCCION DEL MODELO

#### 3.1. Alambres para el refuerzo

Aunque la determinación de la escala, dimensiones y geometría del edificio está ligada con el tamaño del diámetro de los alambres que se usarán como refuerzo de los elementos estructurales, en este capítulo únicamente se tratará lo referente a las características de los materiales de construcción. Sin embargo, es importante mencionar que en realidad primero se fijó la escala y geometría del modelo pero esto se trata con detalle en el capítulo 4 de esta tesis.

El alambre que se utilizará como refuerzo de la estructura deberá cumplir en general con las siguientes características.

- 1) Deberá ser de un diámetro adecuado a la dimensión de los elementos estructurales
- 2) Deberá poseer propiedades similares a las del acero de refuerzo convencional, usado en estructuras reales.
- 3) En lo que respecta al armado, se deberá cuidar que la cantidad de refuerzo de una determinada sección no interfiera con el paso del microconcreto al momento de realizar el colado de la estructura.

En un principio se pretendía usar como refuerzo varillas tec-60 de 4.16 mm de diámetro que son las más delgadas que se encuentran en el mercado. Con estas varillas se armó una columna que debería tener una sección cuadrada de 2.5 x 2.5 cm, pero además de que se veía desproporcionado el diámetro respecto de la dimensión de la sección, se desecharon este tipo de varillas ya que se excedía en mucho el porcentaje de refuerzo usual en columnas, además su esfuerzo de fluencia de este acero es muy alto, del orden de 6000 kg/cm<sup>2</sup>. Por ello fué que para cumplir con el punto no. 1 se llegó a la conclusión de usar alambres más delgados como refuerzo. Por otra parte esto generaría otro problema, los alambres más delgados tienen el inconveniente de que son lisos y esto ocasiona la falta de adherencia entre estos y el microconcreto, sin embargo este problema se resolvió tomando en cuenta lo mencionado en la publicación no.380, ref.(1), en donde se menciona que sometiendo los alambres lisos a un proceso de moleteado se asegura la adherencia entre el microconcreto y los alambres de refuerzo. Este proceso de moleteado consiste en darle una cierta corrugación al alambre liso, aunque existe el inconveniente de que apartir de cierto diámetro muy delgado el moleteador ya no es capaz de "marcar" al alambre, por lo que esto limita el uso de diámetros muy delgados.

Una vez hechas las consideraciones anteriores y después de buscar los diámetros comerciales, se llegó a la conclusión de que se utilizarán los siguientes diámetros de alambres:

- ∞ alambre galvanizado de 0.2525 cm de  $\phi$  para columnas
- \* alambre galvanizado de 0.1961 cm de  $\phi$  para traveses y
- \* alambre galvanizado de 0.12 cm de  $\phi$  para estribos

Como se acaba de mencionar, el alambre que se utilizará es del tipo galvanizado por lo que será necesario realizarle algunas pruebas para conocer su comportamiento. Dichas pruebas consisten en ensayar una probeta del alambre bajo una fuerza de tensión en la máquina universal, se miden las fuerzas aplicadas y las deformaciones que sufre el alambre por medio de un deformímetro de 25 cm. de claro. Este dato es muy importante para determinar las deformaciones unitarias que son fundamentales para trazar las gráficas de esfuerzo-deformación y con estas determinar el módulo de elasticidad y el esfuerzo de fluencia del material.

Al efectuar la prueba de tensión en los alambres galvanizados y después de trazar la curva de esfuerzo-deformación unitaria, se observó que el material presentaba un comportamiento frágil por lo que no servirían en estas condiciones como un sustituto del acero de refuerzo convencional. Para solucionar este problema se decidió someter al alambre a un tratamiento térmico para cambiar sus propiedades y por lo tanto su comportamiento; el tratamiento térmico consiste en colocar las probetas de alambre dentro de un horno eléctrico y elevar la temperatura a un cierto valor y mantenerla así por un tiempo definido. Para determinar la temperatura y el tiempo adecuado, se tuvieron que realizar varias pruebas que consistieron en fijar una temperatura por un tiempo

determinado y posteriormente ensayar en una prueba de tensión a los alambres para determinar su comportamiento. Después de varias pruebas se consideró aceptable el comportamiento del alambre con un tratamiento térmico consistente en mantener una temperatura constante dentro del horno de 400°C durante 20 min. Los resultados de los ensayos definitivos se presentan a continuación mismos que se realizaron a los alambres bajo las siguientes condiciones:

- a) alambre galvanizado sin tratamiento térmico y sin moleteado.
- b) alambre galvanizado sin tratamiento térmico y moleteado.
- c) alambre galvanizado con tratamiento térmico y moleteado.

RESULTADOS DE LOS ENSAYES DE TENSION PARA LOS ALAMBRES

I. Alambre para refuerzo de columnas

TABLA 1.1)  $\bar{\phi} = 0.2525$  cm., (Alambre sin moletear y sin tratamiento térmico.)

deformación unitaria	esfuerzo en (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00024	399.41
0.00056	788.82
0.00084	1198.23
0.00118	1597.63
0.00146	1997.04
0.00176	2396.45
0.00210	2795.86
0.00250	3195.27
0.00308	3594.68
0.00404	3994.09
0.00596	4393.49

TABLA 1.2).  $\bar{\alpha} = 0.2525$  cm, (Alambre moletado y con tratamiento térmico de  $400^{\circ}\text{C}$ , durante 25 min.)

deformación unitaria	esfuerzo en (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00024	399.41
0.00052	798.82
0.00080	1198.23
0.00116	1597.63
0.00148	1997.04
0.00176	2396.45
0.00212	2795.86
0.00240	3195.27
0.00272	3594.68
0.00312	3994.09
0.00344	4393.49
0.00378	4792.90
0.00412	5192.31
0.00520	5591.72

TABLA 1.3)  $\bar{\epsilon} = 0.2525$  cm, (Alambre moleteado con tratamiento térmico de 400 °C, durante 25 min.)

deformación unitaria	esfuerzo en (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00030	399.41
0.00062	798.82
0.00092	1198.23
0.00120	1597.63
0.00144	1997.04
0.00172	2396.45
0.00198	2795.86
0.00220	3195.27
0.00260	3594.68
0.00284	3994.09
0.00332	4393.49
0.00530	4792.96
0.01360	5192.31

TABLA 1.4)  $\phi = 0.2525$  cm, (Alambre moleteado con tratamiento térmico de 400 °C durante 25 min)

deformación unitaria	esfuerzo en (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00048	399.41
0.00078	798.82
0.00108	1198.23
0.00140	1597.63
0.00176	1997.04
0.00204	2396.45
0.00240	2795.86
0.00268	3195.27
0.00320	3594.68
0.00360	3994.09
0.00436	4393.49
0.00616	4792.90
0.01300	4992.00

TABLA 1.5)  $\Phi = 0.2525$  cm, (Alambre moleteado con tratamiento térmico de 400°C durante 25 min.)

deformación unitaria	esfuerzo en (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00020	399.41
0.00040	798.82
0.00072	1198.23
0.00084	1597.63
0.00108	1997.04
0.00132	2396.45
0.00152	2795.86
0.00180	3195.27
0.00202	3594.09
0.00228	3994.09
0.00252	4393.49
0.00292	4792.96
0.00340	5192.31
0.00780	5591.72

TABLA 1.6)  $\delta = 0.2525$  cm, (Alambre moletado con tratamiento térmico de 400°C durante 25 min.

deformación unitaria	esfuerzo (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00008	399.41
0.00028	798.82
0.00052	1198.23
0.00080	1597.63
0.00104	1997.04
0.00132	2396.45
0.00164	2795.86
0.00188	3195.27
0.00224	3594.68
0.00256	3994.09
0.00298	4393.49
0.00364	4792.96
0.00480	5192.31
0.03200	5791.42

Las gráficas esfuerzo-deformación unitaria correspondientes a las tablas anteriores se muestran en la figura 3.1.1, La curva no. 3, que representa al alambre que se utilizará realmente en las columnas del modelo, se calcula gráficamente el modulo de elasticidad según el procedimiento acostumbrado, trazando una recta senciblemente paralela a la curva esfuerzo-deformación del material en su tramo inicial, y partiendo la recta mencionada de una deformación unitaria de 0.002. La intersección de esta "secante" con la curva del material, define el esfuerzo de fluencia del mismo y la pendiente de la recta trazada es el módulo de elasticidad buscado. De esta manera se obtuvo un modulo de elasticidad de  $1'371,428.6 \text{ kg/cm}^2$ , y un  $f_y$  de  $4,800 \text{ kg/cm}^2$ , que se usarán como datos de proyecto de aquí en adelante.

Para el alambre que se utilizará como refuerzo de las trabes se realizaron pruebas similares a las descritas para las columnas, a continuación se presentan los resultados únicamente de tres pruebas que se consideraron definitivas para la definición de las propiedades de estos alambres. En la fig.3.1.2 se muestran las curvas esfuerzo-deformación unitaria de estas pruebas, que prácticamente resultaron iguales, obteniendo un módulo de elasticidad de  $1'509,375 \text{ kg/cm}^2$  y un  $f_y$  de  $4830 \text{ kg/cm}^2$ .

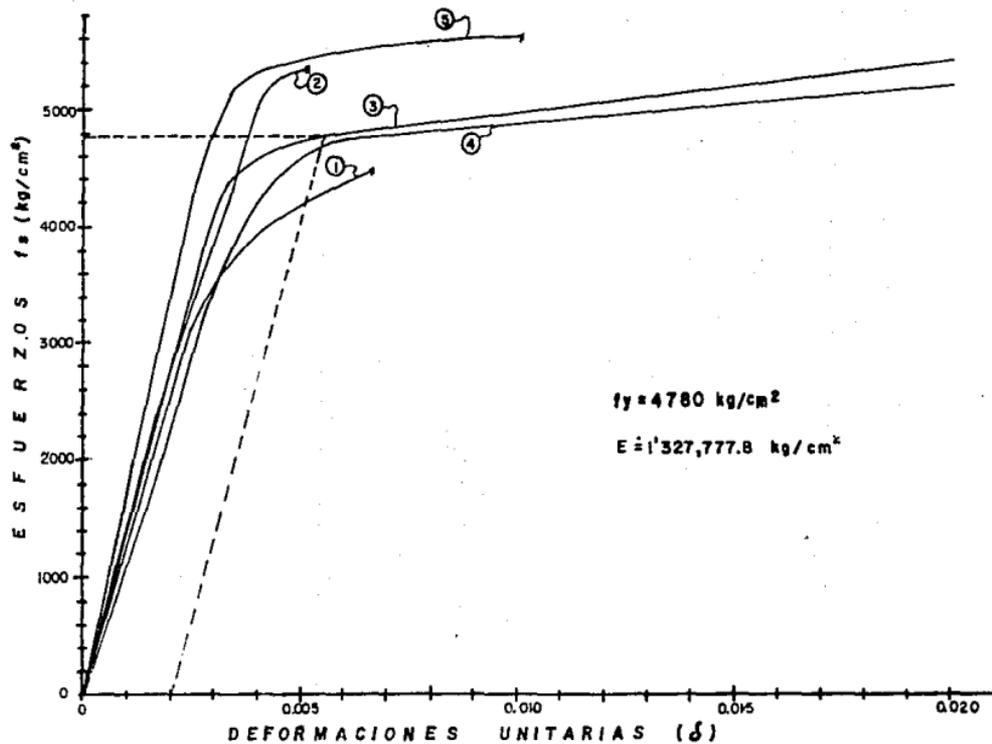


FIG. 3.1.1. CURVAS  $f_s$ - $\delta$ , DE LOS ALAMBRES ENSAYADOS.

## 2. ALAMBRES PARA REFUERZO DE LAS TRABIS

TABLA 2.1)  $\delta = 0.1961 \text{ cm}$ , (Alambre moleteado con tratamiento térmico de  $400^{\circ}\text{C}$  durante 20 min)

deformación unitaria	esfuerzo en (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00052	626.55
0.00088	1253.11
0.00126	1879.66
0.00164	2506.22
0.00210	3132.77
0.00264	3759.33
0.00296	4385.88
0.01248	5012.44

TABLA 2.2)  $\delta = 0.1961 \text{ cm}$ , (Alambre moleteado con tratamiento térmico de  $400^{\circ}\text{C}$  durante 25 min.)

deformación unitaria	esfuerzo en (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00040	626.55
0.00082	1253.11
0.00124	1876.66
0.00152	2506.22
0.00188	3759.33
0.00244	4385.88
0.00552	5012.44
0.01800	5297.55

TABLA 2.3)  $\delta = 0.1961$  cm. (Alambre moletado con tratamiento térmico de  $400^{\circ}\text{C}$  durante 25 cm.)

deformación unitaria	esfuerzo en (kg/cm <sup>2</sup> )
0.00000	0.00
0.00032	626.55
0.00068	1253.11
0.00112	1879.66
0.00148	2506.22
0.00192	3132.77
0.00240	3759.33
0.00298	4385.88
0.00656	5012.44
0.01920	5297.55

Como se mencionó anteriormente, los resultados de los ensayos aquí presentados, se obtuvieron midiendo los incrementos de carga aplicada a las probetas por medio de una máquina universal; por su parte las deformaciones se midieron con un deformímetro, sin embargo para el caso de los alambres que se utilizarán como refuerzo de losas y estribos no fué posible medir tales deformaciones, debido a que como son diámetros más pequeños, no se pudo colocar adecuadamente el deformímetro y únicamente se midió de manera aproximada el esfuerzo de fluencia, tomando la carga que indicó la máquina universal en el momento aparente de fluencia. Dividiendo dicha carga entre el área del alambre se obtuvo lo siguiente:

Malla de alambre para losas ;  $f_y=3900$  kg/cm<sup>2</sup>

Alambre para estribos ;  $f_y=3890$  kg/cm<sup>2</sup>

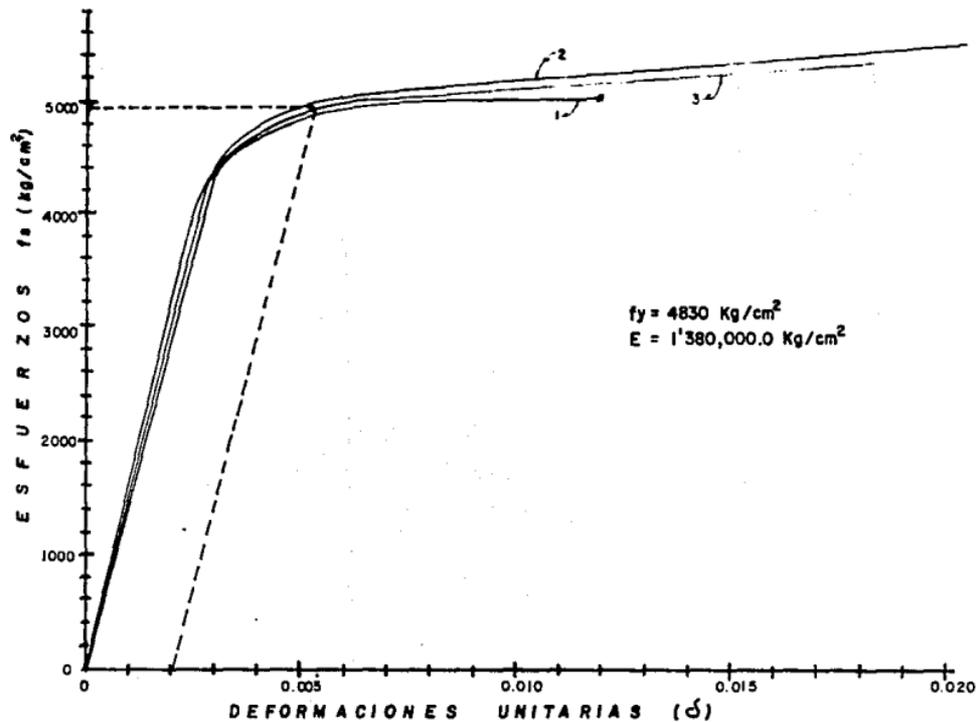


FIG.3.12.CURVAS  $f_s$ - $\epsilon$ , DE LOS ALAMBRES ENSAYADOS

### 3.2 Microconcreto

El microconcreto es un mortero que reproduce el comportamiento de los concretos convencionales de manera muy similar, y gracias a esto se pueden realizar estudios de estructuras a escala y con esto se tiene un manejo mas sencillo y sobre todo el tiempo y costo de construcción que en comparación con un prototipo, es mucho menor.

En el presente trabajo, se siguió la metodología para la fabricación del microconcreto basada en los resultados obtenidos en una investigación reportada en la publicación 380 del Instituto de Ingeniería llamada "Tecnología del Microconcreto", en donde se comprueba que el microconcreto reproduce las características de los concretos normales, tales como: la adherencia del concreto con el acero de refuerzo, la relación entre la resistencia a tensión y compresión es del mismo orden, y quizá lo mas importante, que presenta la misma curva esfuerzo-deformación unitaria de los concretos.

Tomando en cuenta lo anterior y dado que queda fuera del alcance de esta tesis, no se hicieron ensayos de adherencia, ni de tensión en prueba brasileña, sino que se darán por válidos los resultados que aparecen en la publicación antes mencionada; sin embargo, si se efectuaron ensayos de compresión en cilindros de microconcreto, ya que en pruebas preliminares notamos que había algunas diferencias entre las resistencias que obtuvimos con las que aparecen en la publicación, aunque esto se atribuye al tipo de cemento que fue distinto, o también a las características

de los agregados.

### 3.2.1. Elaboración del microconcreto

Las escalas recomendables para la elaboración de microconcretos no deben ser menores de 1:10 tomando por prototipo un concreto con tamaño máximo de agregado de 3/4 ", ya que a escalas menores se tendrían muchos finos en los agregados, lo cual afectaría el comportamiento de la mezcla. En la referencia 2 se manejaron dos escalas, 1:4 y 1:8, siendo la escala del modelo 1:16 decidimos usar para los ensayos de cilindros de microconcretos la escala 1:8; cabe señalar que se ha comprobado que el efecto de escala al colar una mezcla en cilindros de varios tamaños no interviene en la resistencia pues esta no varía si se emplea un cilindro de control de 1x2" respecto a cilindros de menor tamaño, por lo que no importa que la escala del modelo no sea la misma para el microconcreto, lo único que se revisó es que el tamaño máximo de agregado pudiera entrar en los huecos entre alambres del acero de refuerzo.

Para la selección de los agregados se tomaron las siguientes cantidades de material retenidas en cada malla:

porcentaje retenido en la malla numero						
10	: 16	: 20	: 30	: 50	: 100	: charola
---	: 25	: 10	: 20	: 20	: 20	: 5

Una vez seleccionada la granulometria de los agregados retenidos en cada malla, se pesaban y se mezclaban según las

proporciones anotadas en la tabla anterior.

Con respecto al cemento, en la referencia 2 se utilizó cemento tipo III que tiene un grado de molienda mayor que el tipo I y con esto de alguna forma se busca escalar también al cemento, pero en nuestro caso usamos del tipo I, ya que dejó de ser de fabricación comercial el tipo III y no se pudo conseguir.

Al fabricar las mezclas con los proporcionamientos que se manejaban en la publicación, se encontró que se tenían mezclas muy secas con revenimientos que seguramente no serían suficientes como para evitar el problema de huecos en el colado, por lo que comenzamos a manejar proporcionamientos con menor cantidad de agregados y con mas agua; sin embargo, al no contar con algún parámetro para saber que fluidez permitiría efectuar el colado correctamente, se efectuó un ensaye preliminar mediante el colado de una columna, haciéndole su cimbra y sus armados, se preparó una mezcla de microconcreto y se coló, al otro día, al quitar la cimbra se revisó la columna, encontrando algunos huecos, lo que dió idea de que tan fluida debería ser la mezcla. Para tener un parámetro que indicara que tan fluida o seca era la mezcla, se ideó una prueba comparativa del revenimiento entre diferentes proporcionamientos, de la siguiente manera. Con cada proporcionamiento se llenaba un cilindro de 3x6 cm. en tres capas, en cada una se picaba 25 veces con un alambre, tratando de abarcar toda el área y posteriormente se retiraba el cilindro, colocando el cilindro a un lado de la masa de microconcreto, se media la

diferencia de alturas entre el cilindro y el punto mas alto de la mezcla para medir en cierta forma su revenimiento. Este método que se usó fue tratando de imitar la prueba del revenimiento que se practica a los concretos.

Por otra parte, para medir la resistencia a la compresión simple del microconcreto, los especímenes se colaron en cilindros hechos con tubo PVC de 1" de  $\phi$ , con altura igual a dos veces el diámetro del tubo, que es la relación que guardan los cilindros de prueba para los concretos. El colado y tratamiento de los cilindros también fue similar al acostumbrado, pero al momento de cabecear los cilindros con azufre se tuvo que fabricar un "cabeceador" de cilindros de este tamaño, torneando una barra de acero con lo cual se logró colocar el azufre de manera aceptable.

Una vez listos los cilindros se procedió a ensayarlos 28 días después, Al iniciar los ensayos se estaba por debajo de las resistencias mencionadas en la referencia 1. Estas diferencias se pueden deber principalmente a dos razones

- 1) El origen de los agregados era distinto y

- 2) El haber usado cemento tipo I en lugar del tipo III

de cualquier forma, los datos de las tablas de la publicación no resultarían de utilidad por el problema de su bajo revenimiento, así que se optó por determinar la resistencia con los agregados y cemento que se tenían, conservando la misma granulometría de agregados que se anotó en la tabla para todos los proporcionamientos que se hicieron.

Una vez que se tuvo una cantidad suficiente de cilindros ensayados, se construyó una gráfica de resistencia a la compresión simple ( $f'c$ ), contra relaciones agua-cemento, anotando en cada punto la correspondiente relación agregado-cemento (ver fig.3.2). Al hacer estas gráficas se pretendía que para las diferentes relaciones agregado-cemento, se construyeran curvas o segmentos de recta formados por al menos un par de puntos, pero hubo algunas relaciones en las que al buscar otro punto que definiera su curva, se tenía una mezcla o muy seca o con demasiada agua lo que la volvía poco manejable, por lo que se desechaba y por esta razón existen algunos puntos aislados. Tal vez en algunos casos hubiera sido posible encontrar pareja para algunos de estos puntos, pero el tiempo que lleva el buscar esto es demasiado, por tener que esperar los 28 días para conocer su resistencia.

La cantidad de cilindros que fueron ensayados para la construcción de la gráfica de la figura 3.2, es tal que para cada punto se probaron por lo menos tres cilindros, y cuando en una primera etapa se notó algún proporcionamiento adecuado, en la segunda fase se repitió y es por esto que hay puntos que se definieron hasta por 9 cilindros. En total fueron ensayados no menos de 80 cilindros.

Como se sabe, la resistencia en un concreto y por lo tanto en un microconcreto, está dada por tres parámetros:

- 1.- relación agua-cemento

## 2.- relación agregado-cemento

### 3.- velocidad de carga

después de haber ensayado todos los cilindros, se pudo percibir lo importante que es la velocidad de carga, a mayor velocidad se tienen resistencias mayores, y es importante sentir esta variación para tratar de manejar una misma velocidad de carga para todos los especímenes. Sin embargo, como puede corroborarse en la gráfica 3.2, el parámetro que más afecta la resistencia es el contenido de agua ya que con variaciones pequeñas de la relación agua-cemento se puede observar una variación muy grande en la resistencia, así también se puede concluir que, aunque la relación agregado-cemento influye en la resistencia, se refleja en forma mas significativa en la fluidez.

En general se tienen que satisfacer dos restricciones para el microconcreto que se usaría en el modelo: primero que se tuviera un valor de  $f'c$  de al menos  $250 \text{ kg/cm}^2$  y que tuviera una fluidez de 2.5 cm medidos según el procedimiento que se adoptó (los 2.5 cm nos parecieron apropiados después de colar algunas columnas de prueba con ese proporcionamiento). A continuación se presenta una tabla con los diferentes proporcionamientos que se anotaron en la gráfica con su respectiva resistencia media y su  $f'c$ .

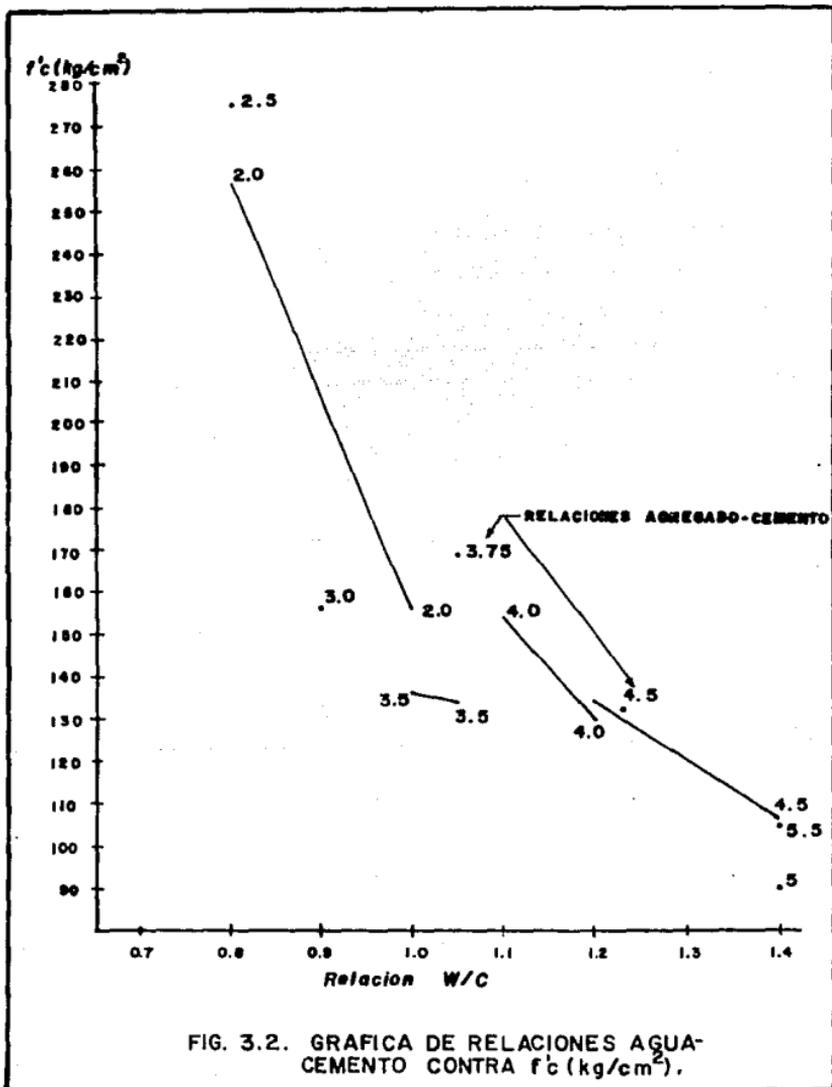


FIG. 3.2. GRAFICA DE RELACIONES AGUA-CEMENTO CONTRA  $f'_c$  (kg/cm<sup>2</sup>).

Relación w/c	Relación A/c	Res.media(kg)	f'c(kg/cm <sup>2</sup> )
1.4	5.0	630	89
1.4	5.5	743	105
1.4	4.5	750	105
1.0	3.5	964	136
1.1	4.0	1088	154
1.05	3.5	946	134
0.9	3.0	1103	156
1.2	4.5	948	134
1.2	4.0	920	130
1.05	3.75	1193	169
1.0	2.0	1100	156
0.8	2.0	1820	257
0.8	2.5	1934	274
0.7	1.8	2206	312

Tabla.3.1. Relaciones agua-cemento, agregado-cemento, resistencia media y f'c para los diferentes proporcionamientos ensayados.

De esta serie de valores, se seleccionó el penúltimo proporcionamiento; w/c=0.8 y A/c=2.5, que tiene una resistencia por arriba de los 250 kg/cm<sup>2</sup>.

A pesar de que lo ideal es utilizar un microconcreto de f'c=250kg/cm<sup>2</sup>, al momento de colar el modelo preferimos utilizar el proporcionamiento seleccionado previendo alguna disminución en la resistencia; durante la construcción del modelo se tomarán muestras de la mezcla, para posteriormente ensayar los cilindros y conocer la resistencia del microconcreto.

## CAPITULO 4

### DISEÑO ESTRUCTURAL DEL MODELO

En el diseño estructural del modelo se deberá cuidar no sólo el construir una estructura que represente a escala las dimensiones usuales de algún edificio *prototipo*, sino que se deben de tomar en cuenta entre otras cosas, los diámetros de los alambres que se utilizarán como refuerzo de los elementos estructurales; también es importante considerar que el modelo deberá de tener un tamaño razonable para que pueda ser desplazado de un lugar a otro sin mucho problema.

En realidad existe una gran libertad para determinar la geometría y dimensiones del modelo, ya que como se mencionó anteriormente, este no pretende ser la reproducción a escala de un edificio "real" que ya haya sido construido o proyectado. Por tal motivo y dada la relativa facilidad para su construcción, se llegó a la conclusión de que el modelo estaría formado por un sistema de marcos en dos direcciones perpendiculares y por conveniencia sería una estructura completamente simétrica en ambas direcciones, tratando de que fuera fácil de estudiar y así evitar efectos de torsión que complicaran tanto las pruebas en el laboratorio, como el análisis estructural del modelo.

En cuanto a la distribución y número de columnas, se acordó que el modelo estuviera formado por marcos de 3 crujiás en una dirección y 2 en la otra, lo que dá un total de 12 columnas y por tres entrepisos. El siguiente paso fué fijar la escala y dimensiones definitivas del modelo, para esto se tomaron en cuenta las dimensiones usuales de un edificio y fué así que se consideraron claros prototipos entre columnas de 4.0m y 5.0m, y considerando una escala geométrica de 1:16\*, se tienen claros de 25 cm y 31.25cm respectivamente en el modelo; posteriormente se decidió que los claros fueran de 31.25 cm a 32.00 cm . En cuanto a la altura de entrepisos, se fijó como de 3.00 m en el prototipo, lo que dá por resultado:

$$h_m = 300/16 = 18.75 \text{ cm}$$

esta altura se redujo a 18.60 cm (0.6 cm por la losa del sistema de piso).

Con respecto a las columnas, se acordó en utilizar sección cuadrada y considerando 40.0 cm de lado en el prototipo, se tendrán columnas de;  $40/16 = 2.5$  cm en el modelo. De una manera similar se determinaron dos secciones tipo para las trabes, quedando de 2.5x3.1 cm las de los marcos exteriores y de 2.5x3.8 cm en los interiores.

\* Esta escala se fijó después de analizar varias alternativas, ya que de acuerdo a las dimensiones propuestas en el prototipo, las correspondientes en el modelo dieron en general números fáciles de manejar y de un tamaño adecuado para la construcción del modelo.

En cuanto a los sistemas de piso, tentativamente se propuso un espesor de 0.6 cm para las losas que serán perimetralmente apoyadas y coladas monolíticamente con las trabes, la revisión del peralte propuesto se trata en el punto "c" de este subcapítulo. En las figuras 4.1 a 4.4 se muestra la geometría y dimensiones del modelo.

Por otra parte, y tomando en cuenta que el modelo no será diseñado para resistir una determinada condición de carga, ya que sería muy difícil disponer de una gran variedad de diámetros de alambres para reforzar los elementos estructurales de acuerdo con las necesidades de resistencia que se requieran para una sollicitación de cargas determinada, se hizo lo siguiente; dada la geometría general que se propuso, se reforzará a los diferentes elementos estructurales tomando en cuenta dos aspectos principalmente; en primer lugar se procurará que los porcentajes de acero en trabes y columnas se encuentren dentro de los límites que establecen las NTC del RCDF y en segundo lugar, se consideró el aspecto constructivo, esto es, se cuidó que la cantidad y distribución del refuerzo no dificultara la elaboración del armado, dadas las pequeñas dimensiones que se manejan; y por otra parte, que permita el paso del microconcreto a través del refuerzo al momento de realizar el colado del modelo.

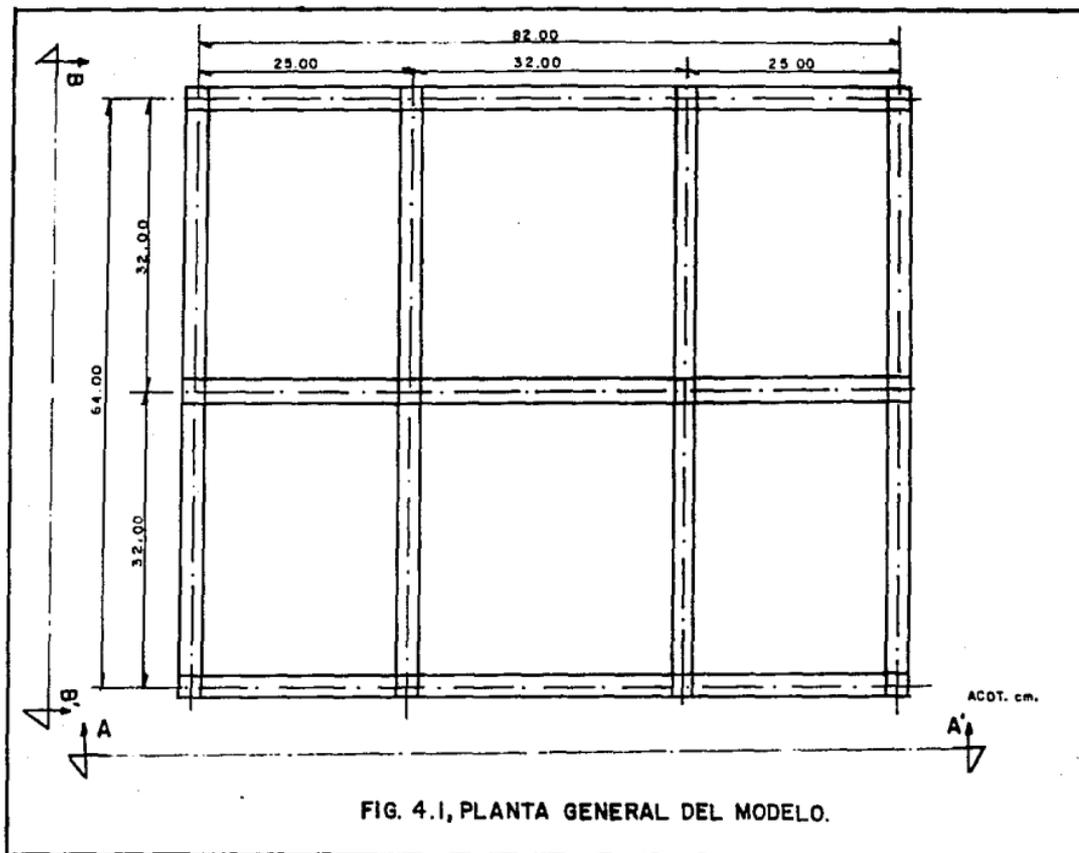


FIG. 4.1, PLANTA GENERAL DEL MODELO.

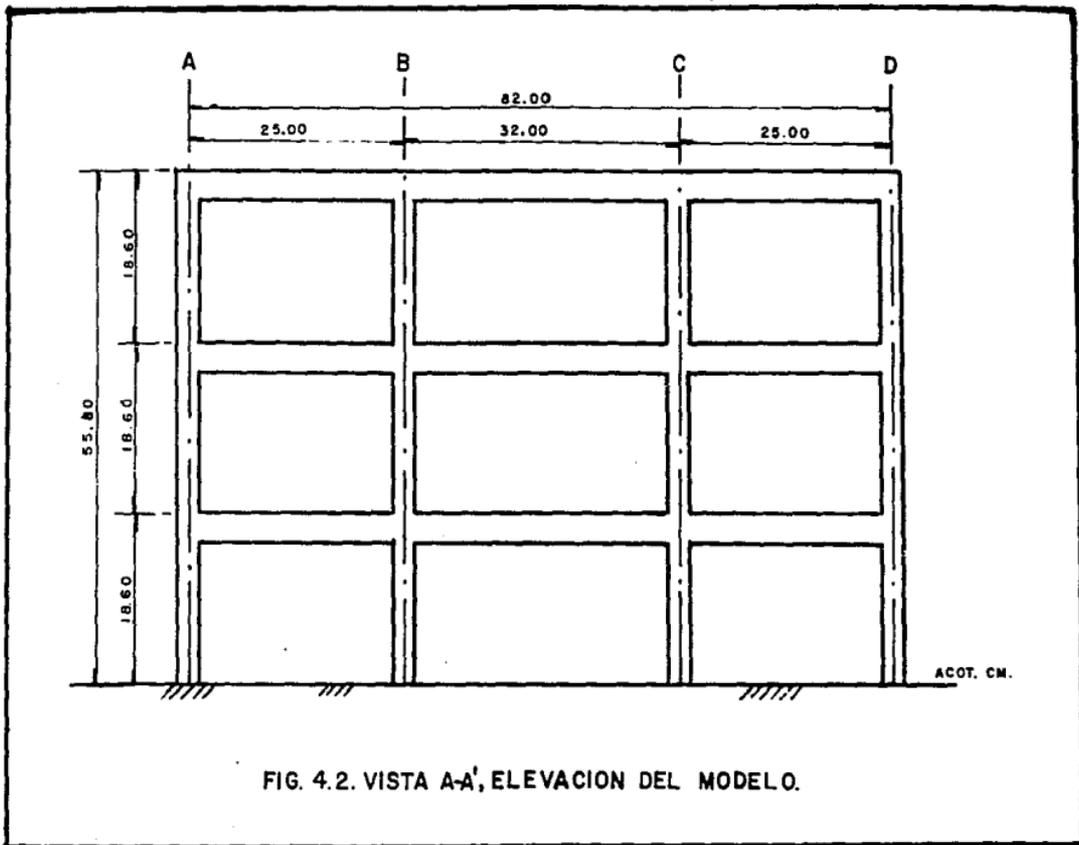
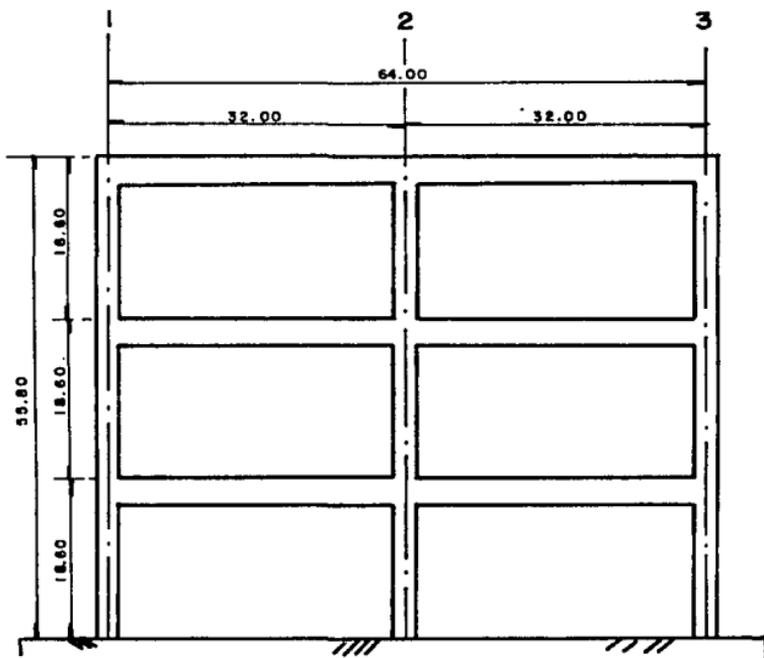
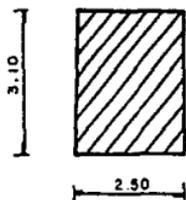


FIG. 4.2. VISTA A-A', ELEVACION DEL MODELO.

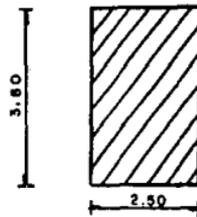


ACOT. CM.

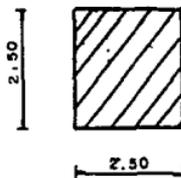
FIG. 4.3. VISTA B-B', ELEVACION



TRABE TIPO PARA LOS MARCOS  
1, 3, A y B



TRABE TIPO PARA LOS MARCOS  
2, B y C



COLUMNA TIPO DEL MODELO

ACOT. CM.

FIG. 4.4. SECCIONES TIPO DE TRABES Y COLUMNAS DEL MODELO

Un factor de suma importancia en el comportamiento del modelo, es el adecuado diseño de la cimentación, la cimentación del modelo no tendrá las mismas funciones que una cimentación normal, sino más bien tendrá que funcionar como un empotramiento perfecto para el edificio; además de que tendrá que resistir los efectos que sobre ella puedan provocar los ensayos que se realizarán. Del diseño de la losa de cimentación así como de las características de la superestructura se hablará a continuación.

#### 4.1. Diseño de los elementos estructurales

Como se mencionó anteriormente, todos los elementos estructurales se diseñarán de acuerdo a los materiales disponibles y a los requisitos que establecen las normas ref(3).

De acuerdo a lo dicho en el capítulo 3, se dispone de los siguientes materiales para la construcción del modelo.

- 1.- Alambre de 0.2525 cm  $\phi$  y  $f_y=4780$  kg/cm<sup>2</sup>, para columnas
- 2.- Alambre de 0.1961 cm  $\phi$  y  $f_y=4830$  kg/cm<sup>2</sup>, para vigas
- 3.- Alambre de 0.12 cm  $\phi$  y  $f_y = 3890$  kg/cm<sup>2</sup>, para estribos de traves y columnas

4.- Malla de alambre de 0.0804 cm  $\phi$  y  $f_y=3900$  kg/cm<sup>2</sup>, para losas

5.- Microconcreto de  $f'_c= 250$  kg/cm<sup>2</sup>

#### 4.1.a Diseño de columnas

Para determinar el armado del refuerzo de las columnas partiremos de la sección propuesta anteriormente:

##### Propiedades

$$A = (2.5)^2 = 6.25 \text{ cm}^2$$

$$I_x = I_y = (2.5)^4/12 = 3.233 \text{ cm}^4$$

Debido a que las dimensiones de la sección transversal de las columnas es pequeña, se decidió que el número de alambres con que se reforzarán será el mínimo que se señala en las normas. Así que se colocaron cuatro alambres repartidos uno en cada esquina de la sección. Por otra parte para cumplir con el requisito de que la relación entre el Área de refuerzo vertical y el Área total de la sección no sea menor que  $20/f_y$  ( $f_y$  en kg/cm<sup>2</sup>), ni mayor que .06. en este caso al utilizar alambre de 0.2525 cm de diámetro, se tiene Área de refuerzo de:

$$A_s = \frac{\pi (0.2525)^2}{4} = 0.0501 \text{ cm}^2$$

y el porcentaje de acero es

$$\rho = \frac{4(0.0501)}{6.25} = 0.032$$

el porcentaje mínimo es el siguiente:

$$\rho_{\min} = \frac{20}{f_y} = 0.0042$$

por lo que se cumple la condición establecida, es decir:

$$20/f_y < \rho_{columna} < 0.06$$

por lo que la cantidad de refuerzo es adecuada.

Ahora, considerando que debe existir un espacio razonable entre los alambres del refuerzo y la cimbra, para permitir el paso del microconcreto al momento de colar el modelo, se dará un recubrimiento de 0.25 cm, que en un prototipo representaría;  $0.25 \times 16 = 4$  cm, que se considera adecuado.

En cuanto al refuerzo transversal mínimo, las normas estipulan que todas las barras longitudinales deben restringirse contra el pandeo con estribos con una separación no mayor que;  $850/\sqrt{f_y}$  veces el diámetro de la barra ( $f_y$  en  $\text{kg/cm}^2$ , es el esfuerzo de fluencia de las barras longitudinales), 48 diámetros de la barra del estribo ni que la mitad de la menor dimensión de la columna; en nuestro caso tenemos lo siguiente:

$$a) 850/\sqrt{f_y} (\phi_{col}) = \frac{850(0.2525)}{\sqrt{4780}} = 3.10 \text{ cm}$$

$$b) 48 \times (\phi_{est}) = 48(0.12) = 5.76 \text{ cm}$$

$$c) 2.5/2 = 1.25 \text{ cm}$$

Como puede verse, rige la condición (c) y por lo tanto será la separación entre estribos para columnas. Es importante señalar que dicha separación se deberá reducir a la mitad en una longitud no menor que la dimensión transversal de la columna, un sexto de su altura libre ni que 60 cm, arriba y abajo de cada unión de columna con trabes o losas, medida a partir del respectivo plano de

intersección ( véase el punto 4.2.3 requisitos para el refuerzo transversal según las normas ).

De las condiciones anteriores aplicadas al modelo tenemos lo siguiente:

d) dimensión máxima = 2.5 cm

e) un sexto de la altura libre =  $(18.6 - 3.1)/6 = 2.58$  cm

f) 60 cm en el prototipo representarían en el modelo, según la escala geométrica;  $60/16 = 3.75$  cm

∴ rige la condición (f); finalmente el refuerzo de las columnas en el modelo quedan como se indica en la fig.4.5.

En la siguiente página se muestra en su totalidad la geometría y armado de una columna tipo en el modelo.

#### 4.2.b Diseño de las vigas

De lo previamente dicho, se tienen dos tipos diferentes de vigas en el modelo, unas, las más peraltadas, son de 2.5 x 3.8 cm, mientras que las restantes tendrán 2.5 x 3.1 cm de sección. Por otra parte, el material disponible para usarlo como refuerzo de estos elementos estructurales, consta de alambres de 0.1961 cm  $\phi$ .

Por especificación el área mínima de refuerzo por flexión para secciones rectangulares está dada por la siguiente expresión

$$A_{smin} = \frac{0.7 \sqrt{f'c}}{f_y} bd$$

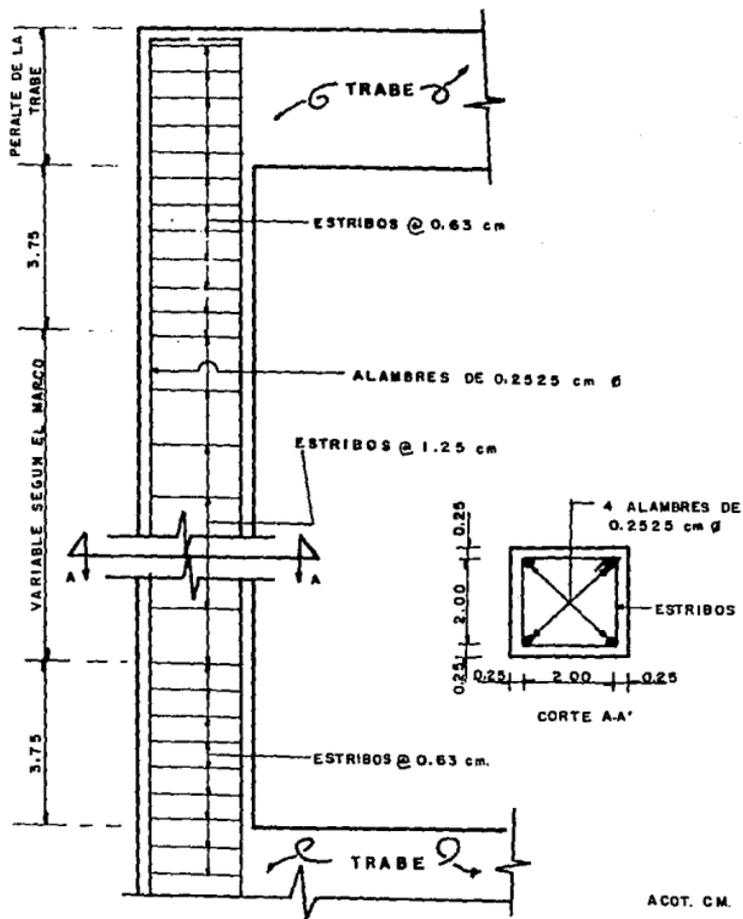


FIG. 4.5. ARMADO. TIPO DE COLUMNAS.

$$\therefore \rho = \frac{0.7 \sqrt{f'c}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4830} = 0.0023$$

Para las vigas de 2.5 x 3.1 cm, considerando un recubrimiento de 0.25 cm, el área de la sección transversal con el peralte efectivo es:

$$A_c = 2.5 (3.1 - 0.25) = 7.125 \text{ cm}^2$$

entonces el área de acero mínima es

$$A_{smin} = 0.0023 (7.125) = 0.0164 \text{ cm}^2$$

ahora bien, el área de un sólo alambre de refuerzo es:

$$a_s = (0.1961)^2 \pi / 4 = 0.0302 \text{ cm}^2$$

Como puede observarse, bastaría con colocar un sólo alambre como refuerzo de tensión para cumplir con el requisito mencionado y esto es válido tanto para momento positivo como para momento negativo, sin embargo por cuestiones de armado se tendrán que colocar por lo menos cuatro alambres, esto es, dos como refuerzo de tensión y los dos restantes como refuerzo de compresión. En cuanto al refuerzo transversal, se colocarán estribos de 0.12 cm de  $\phi$  a cada medio peralte efectivo, en una longitud igual al claro libre de la viga entre cuatro, a partir de la unión con columnas; ésta separación se aumentará en el centro del claro al doble, es decir, a cada peralte efectivo. El armado propuesto aparece en la fig.4.6.

#### 4.2.C Diseño de las losas

Como se mencionó anteriormente en este capítulo, se propuso tentativamente un espesor de 6 mm para las losas de los sistemas de piso, los que serán perimetralmente apoyadas y monolíticamente coladas con las trabes. Antes de proceder propiamente con el diseño del refuerzo será necesario revisar el peralte propuesto según las Normas.

En la revisión del peralte es necesario conocer las propiedades del material que se usará como refuerzo de las losas. De acuerdo con lo dicho en el capítulo 3, se utilizará una malla de alambre para el refuerzo por flexión y de las pruebas que se realizaron se encontró que el esfuerzo de fluencia es aproximadamente de  $3900 \text{ kg/cm}^2$ .

De acuerdo al reglamento el cálculo de deflexiones se puede omitir si el peralte efectivo no es menor que el perímetro del tablero entre 300.

El tablero más grande es el más desfavorable, en este caso esto corresponde al de  $29.5 \times 29.5 \text{ cm}$  (ver fig.4.1). Por especificación para calcular el perímetro se tendrán que incrementar en un 25% los lados discontinuos, esto es:

$$P = 3(29.5) + 1.25(29.5) = 125.375 \text{ cm}$$

$$\text{y } P/300 = .418 \text{ cm}$$

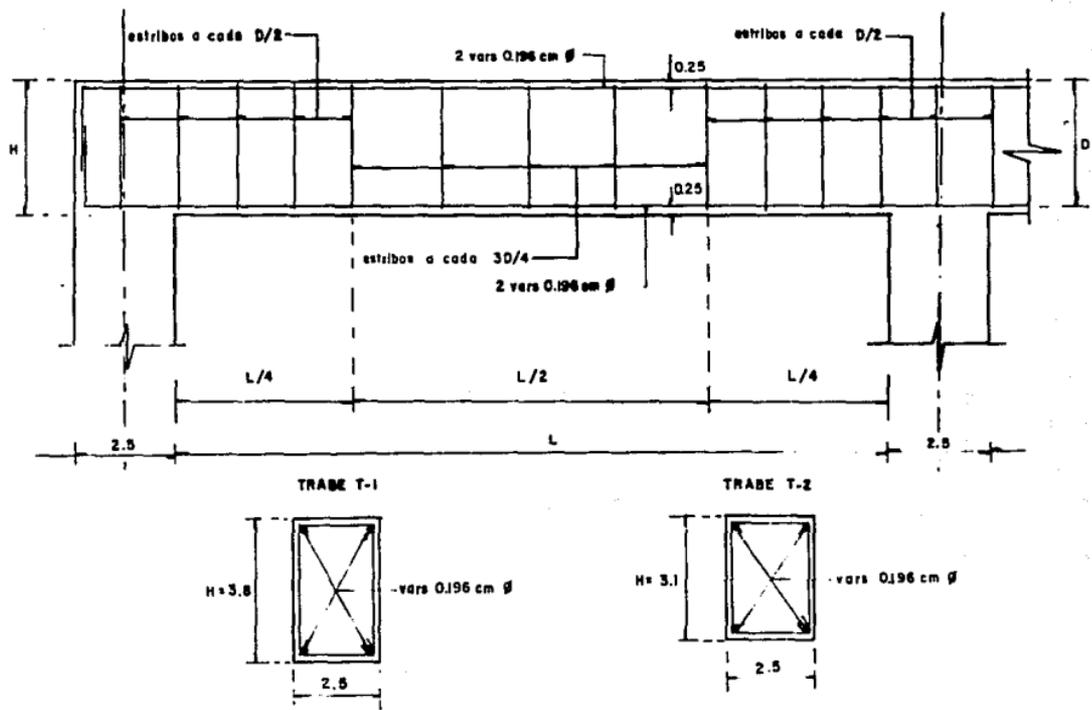


FIG.4.6. ARMADO TIPO DE TRABES.

Este peralte deberá incrementarse por  $0.034 \sqrt[4]{f_{sw}}$  cuando no se cumpla que:

$$f_s < 2000 \text{ kg/cm}^2 \text{ y } w < 380 \text{ kg/cm}^2$$

en donde  $f_s = 0.6 f_y = 0.6(3900) = 2340 \text{ kg/cm}^2$

$$\therefore 0.034 \sqrt[4]{2340 \times 0.06} = 0.12$$

finalmente el peralte mínimo será:

$$P_{\min} = 1.12(.418) = 0.468 \text{ cm}$$

si se considera un recubrimiento en el prototipo de 2.0 cm que en el modelo representaría  $2/16 = 0.125 \text{ cm}$ , el espesor total de la losa será:

$$0.468 + 0.125 = 0.59 \text{ cm} < 0.6 \text{ cm}$$

por lo tanto el espesor de las losas es correcto.

Una vez revisado el peralte de las losas se procederá a calcular la distribución y cantidad de acero de refuerzo, para lo cual se determinarán los momentos flexionantes en las losas con ayuda de los coeficientes de momentos que se presentan en las normas. La planta tipo del modelo se puede ver en la fig.4.1.

En primer lugar se calculará la relación de lado corto a lado largo para los tableros de  $32.00 \times 25.00 \text{ cm}$ ;

$$a_1 = 25 - 2.5 = 22.5 \text{ cm}$$

$$a_2 = 32 - 2.5 = 29.5 \text{ cm}$$

$$\therefore m = \frac{22.5}{29.5} = 0.76$$

De igual manera para los tableros de  $32.00 \times 32.00 \text{ cm}$

$$m = 1$$

Siguiendo con el procedimiento acostumbrado, a continuación se dividirán los tableros en dos franjas extremas y una central la cual para relaciones de "m" mayores a 0.5, tendrá un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a esta, mientras que las franjas extremas tendrán su ancho igual a la cuarta parte del mismo. Aplicando estas especificaciones al modelo los tableros quedan divididos como se muestra en la fig. 4.7a donde por simetría únicamente se muestran algunos tableros.

Una vez hecha la división de las losas en las franjas mostradas, se procederá a calcular los momentos flexionantes con ayuda de los coeficientes de momentos que aparecen en la tabla 4.1 de las normas. Dichos coeficientes obtenidos para  $m = 0.76$  y  $m = 1$  se indican en la fig.4.7b, y al igual que en la fig.4.7a, únicamente se muestran los dos tableros (tipo) que existen en el modelo. De dichos coeficientes vemos que el mayor es el de 450.

Por otra parte, como datos de proyecto tenemos los siguientes:

diámetro de la malla electrosoldada;  $\phi = 0.0804$  cm.

área del alambre que forma la maya;  $A = 0.00507$  cm<sup>2</sup>

$f_y = 3900$  kg/cm<sup>2</sup>

ahora bien, se considerará una carga total sobre las losa de 600 kg/cm<sup>2</sup>, carga que no será precisamente la que se aplicará al modelo pero de esto se hablará con mas detalle en el capítulo 7. Se estimó esa magnitud de carga tomando en cuenta algunas consideraciones que se manejan en el reglamento de construcciones del D.F., en relación

a las cargas vivas de edificios de oficinas.

Para obtener el momento de diseño, el coeficiente de 450 deberá multiplicarse por  $10^{-4} w_a^2$ , dando por resultado un momento por unidad de ancho.

$$M = \alpha 10^{-4} w_a^2 = 450 \times 10^{-4} \times 0.06 \times 22.5^2 = 1.37 \text{ kg-cm/cm}$$

y aplicando un factor de carga de 1.4,  $M_u = 1.92 \text{ kg-cm/cm}$

Ahora el momento resistente de la losa trabajando como viga es:

$$MR = FRbd^2 f''c q (1 - 0.5q)$$

donde:  $b = 1.0 \text{ cm}$

$$d = 0.48 \text{ cm (teórico)}$$

$$f''c = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$FR = 0.9 \text{ (para flexión)}$$

igualando  $M_u$  con  $MR$  tenemos lo siguiente:

$$1.92 = 0.9(1)(0.48)^2(170)q(1 - 0.5q)$$

$$0.054 = q - 0.5q^2$$

$$q^2 - 2q + 0.109 = 0$$

de donde se obtiene que el índice de refuerzo es  $q = 0.056$

y el porcentaje de acero correspondiente es;

$$\rho = 0.054(170)/3900 = 0.0024$$

y el porcentaje mínimo por flexión es:

$$\rho = 0.7 \sqrt{f''c} / f_y = 0.0023$$

por lo que el área de acero mínimo será:

$$A_{s\text{mín}} = 0.0024(1)(0.48) = 0.0012 \text{ cm}^2$$

finalmente la separación entre los alambres de la malla tendría que

ser de:

$$s = 0.00507/0.0012 = 4.2 \text{ cm}$$

Si se analiza esa distancia desde el punto de vista del prototipo, tendríamos una separación de;  $4.2 \times 16 = 67.2 \text{ cm}$ , que no es aceptable ya que las normas recomiendan la menor de las siguientes dimensiones:

1)  $50 \text{ cm}$  que en el modelo serían  $50/16 = 3.13 \text{ cm}$

2) 3.5 veces la menor dimensión;  $3.5 \times 0.6 = 2.1 \text{ cm}$

por lo tanto se colocará una malla con esa separación, a pesar de que quede sobrada la losa, ya que la otra opción sería colocar una malla con alambres más delgados pero desgraciadamente la de  $0.0804 \text{ cm}$  de diámetro es la más delgada en el mercado. Finalmente en la figura 4.8 se muestra la colocación definitiva de la malla sobre las losas, que como se podrá observar se dejó toda una parrilla en el lecho inferior para los momentos positivos, y también se colocaron una especie de "bastones" para tomar los momentos negativos en los bordes de los tableros.

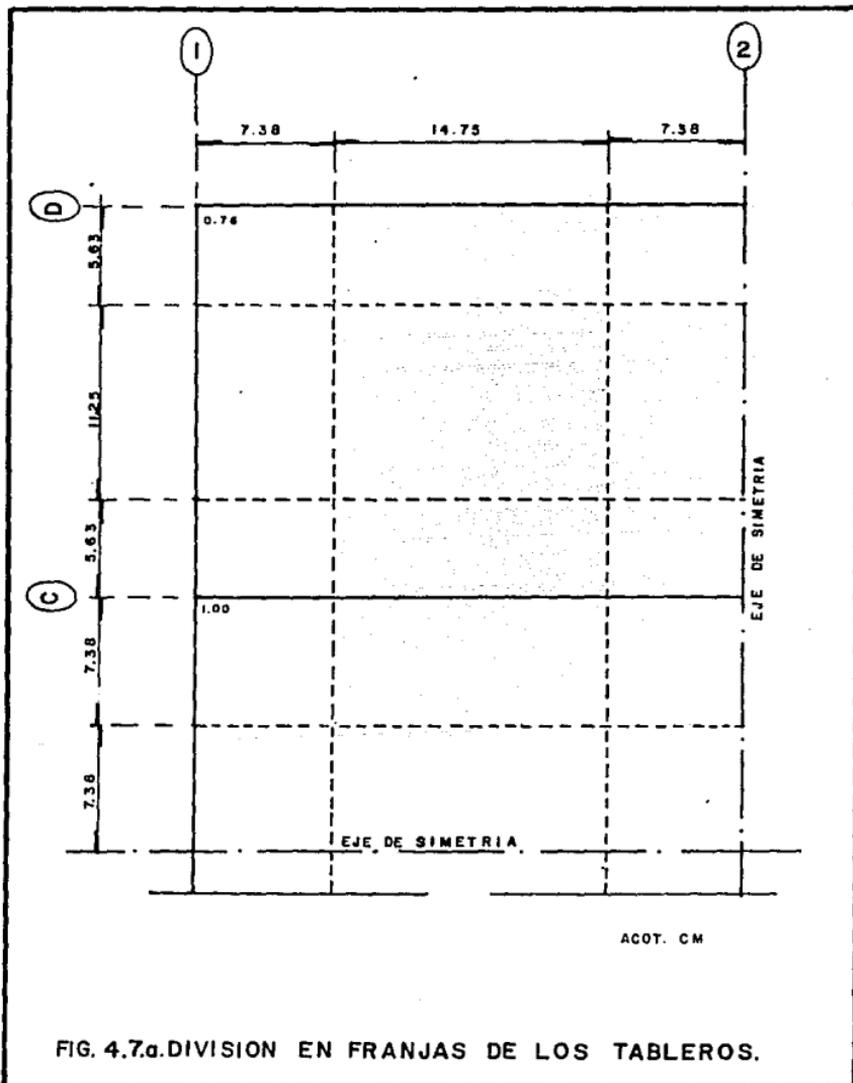
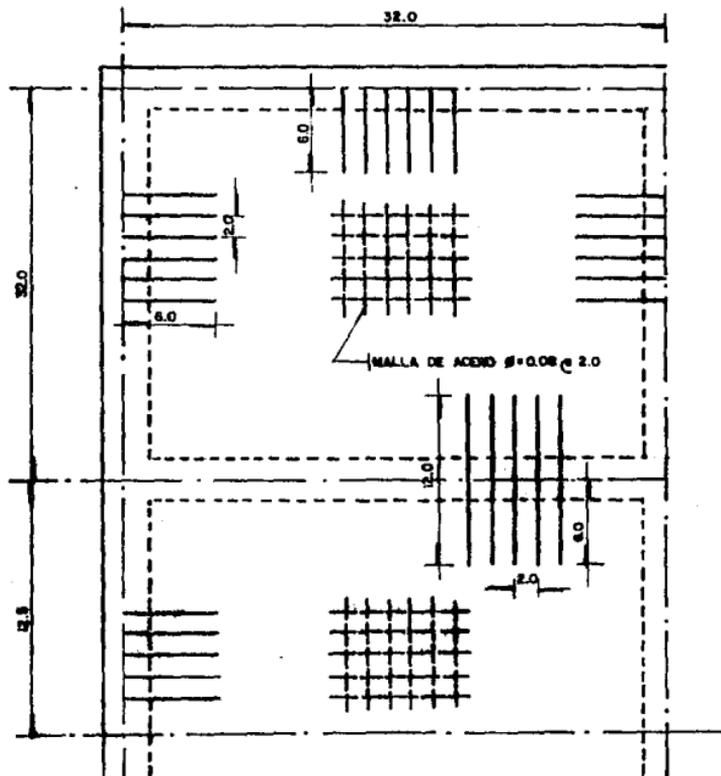


FIG. 4.7a. DIVISION EN FRANJAS DE LOS TABLEROS.





**Fig. 4.8** ARMADO TIPO DE LAS LOSAS

#### 4.2.d. Diseño de la cimentación

Como mencionamos anteriormente la cimentación del modelo funcionará en realidad como un empotramiento perfecto que sea lo suficientemente rígido para que no se deforme al momento de ensayar el edificio y con esto las deformaciones que se midan sean únicamente de la estructura.

Al igual que en el diseño de la estructura, se tiene una cierta libertad para escoger las dimensiones de la cimentación, además de que esta puede ser de concreto reforzado con acero convencional. En la fig.4.9, se muestra la geometría y dimensiones de la cimentación, así como la ubicación de tres orificios que se dejaron para sujetarla con unos tornillos de 1"Ø al marco de acero en donde será ensayado el modelo. Dadas las dimensiones de la base, a continuación se diseñará su armado según lo siguiente:

En un principio se pensó que el diseño de la cimentación estaría regido por los efectos provocados por la aplicación de las cargas laterales, pero sin embargo, se hizo un análisis estructural preliminar para conocer los elementos mecánicos que se presentarían en los apoyos del edificio y se encontró que dichos efectos eran despreciables, por lo que no serían importantes para el diseño, con lo cual, la cimentación se diseñó para cuando el modelo tenga que ser transportado, es decir, para resistir su propio peso.

Según la figura 4.9, el peso de la cimentación es:

$$W_L = 0.15(0.84)(1.22)(2.4) = 0.369 \text{ ton}$$

y el peso de la estructura es:

$$W_{T,c} = 12(0.025^2)(0.558) + (0.036)(0.025)(0.82+1.28)(3) + (0.031)(0.025)(2)(0.82) + 2(0.64)(3) 2.4 = 0.0316 \text{ ton}$$

$$W_{L,osca} = 3 \cdot 0.82(0.64)(0.006) 2.4 = 0.0227 \text{ ton}$$

∴ el peso de la estructura es:

$W_e = 0.0543 \text{ ton}$ , y el peso total del modelo es:

$$W_r = 0.423 \text{ ton}$$

al momento de cargar el modelo, la cimentación trabajará como una viga simplemente apoyada, con un claro de 1.22 m, con la condición de carga que se indica en la fig. 4.10.

De acuerdo al diagrama de momentos flexionantes, el momento último será:

$$M_u = 1.4 (6455.325) = 9037.46 \text{ kg-cm}$$

por otra parte el momento resistente de una sección rectangular es:

$$M_R = FRbd^2 f'' c q (1-0.5q)$$

$$M_R = 0.9(84)(12^2)(170)q(1-0.5q)$$

haciendo operaciones e igualando  $M_R$  con  $M_u$ , tenemos lo siguiente:

$$0.00488 = q(1-0.5q)$$

de donde se obtiene la función cuadrática:

$$q^2 - 2q + 0.0098 = 0$$

y finalmente..... $q = 0.0049$

con este índice de refuerzo calculado se obtiene un porcentaje de acero de:

$$\rho = 0.0049(170)/4200 = 0.00020$$

como puede verse es un porcentaje muy pequeño, por lo que la

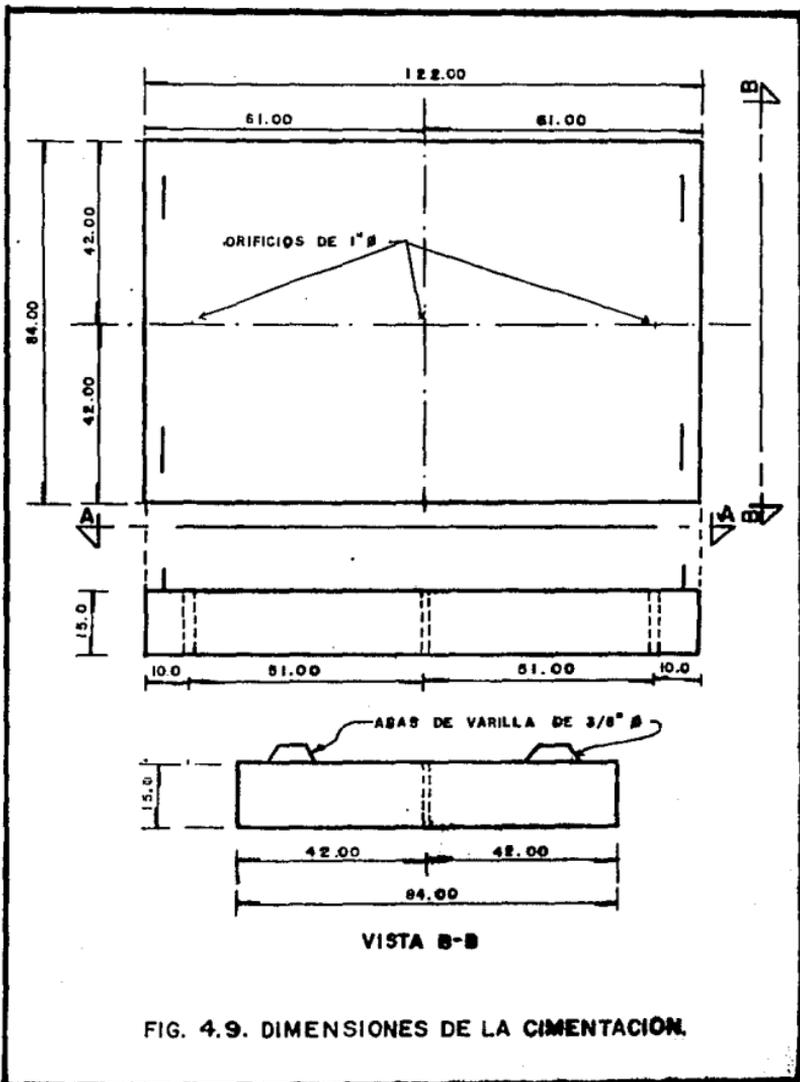
cantidad de acero estará regida por el área de acero mínima por flexión, que es..... $A_{smin} = 0.7 \sqrt{f'c} (bd)/f_y$

$$A_{smin} = 0.7 \sqrt{250} (12)(84)/4200 = 2.66 \text{ cm}^2$$

con varillas del No.2, se necesitarán:

$$\text{No. var} = 2.66/0.3167 = 8.4 \approx 9 \text{ var.}$$

Finalmente se obtiene que se colocarán var # 2 a cada 9 cm, y en el otro sentido también llevará el mismo armado mínimo por flexión. Los detalles de armado incluyendo la unión de la estructura con el edificio se muestran en las figs. 4.11 y 4.12.



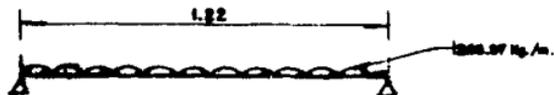


DIAGRAMA DE MOMENTOS FLEXIONANTES (Kg-m)

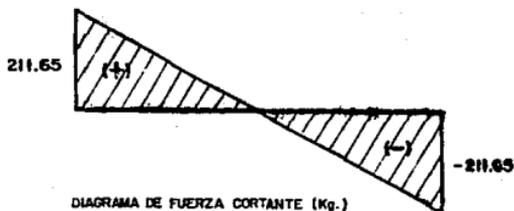
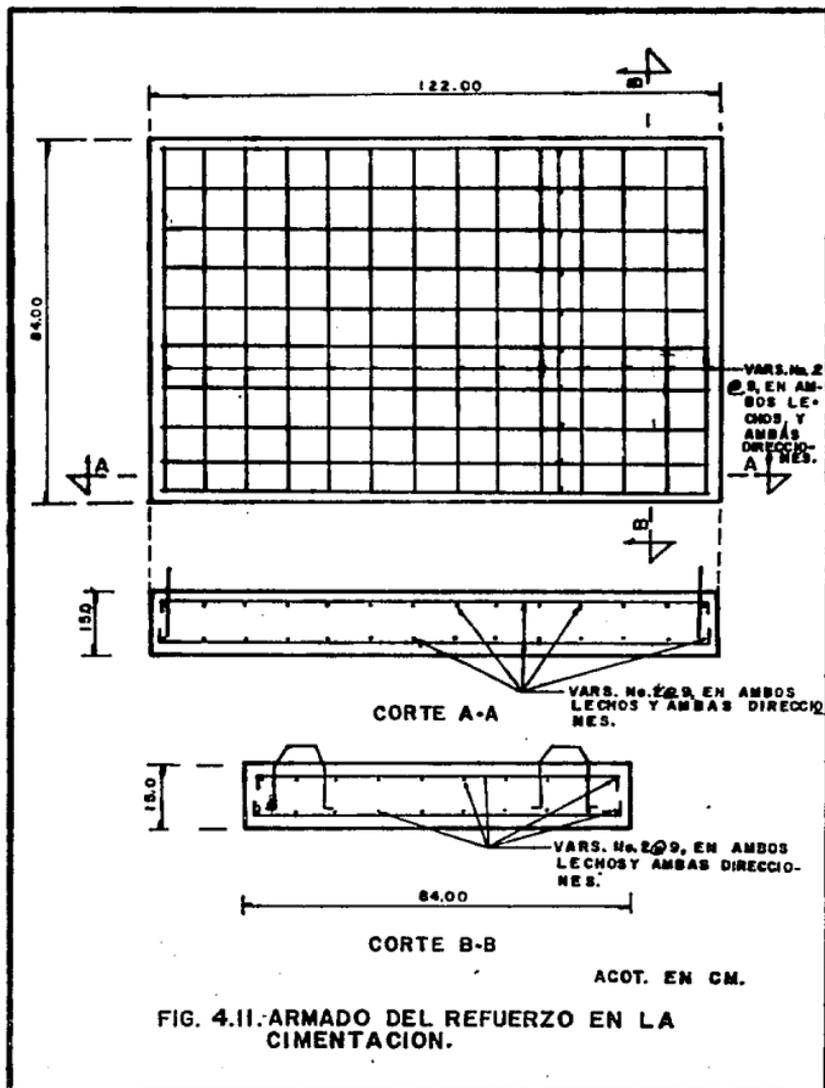


DIAGRAMA DE FUERZA CORTANTE (Kg.)

Fig. 4.10 CONDICION DE CARGA PARA EL DISEÑO DE LA CIMIENTACION .

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA



**FIG. 4.II.-ARMADO DEL REFUERZO EN LA CIMENTACION.**

## CAPITULO 5

### CONSTRUCCION DEL MODELO

En este capítulo mencionaremos a grandes rasgos el procedimiento constructivo del modelo, el cual representó la etapa más laboriosa y difícil de este trabajo, aunque se puede decir que en gran parte fue un trabajo repetitivo sobre todo en el armado de trabes y columnas.

#### 5.1 Elaboración de los armados.

Propiamente dicho la construcción de los armados comenzó con la fabricación de cada una de las doce columnas que formarán al modelo, dadas las dimensiones de este, fué fácil armar cada columna con sus cuatro alambres de refuerzo longitudinal de una sola pieza a lo largo de toda la altura del edificio. Dicho refuerzo longitudinal se confinó con estribos de alambre de 0.12 cm  $\phi$ , según lo mencionado en el capítulo 3. Para la elaboración de estos estribos se fabricó un molde en donde se le daba forma al estribo. Se necesitaron aproximadamente 960 estribos para las columnas, un croquis ilustrativo de este molde se presenta en la fig.5.1.

La construcción de las vigas se realizó de manera similar a las columnas, excepto en que conforme se armaba un tramo de viga se

tenía que unir a la columna correspondiente para después proseguir con el armado del claro siguiente, de esta manera se fabricaron por separado cinco marcos completos; es decir, dos marcos de tres crujiás y tres niveles cada uno, dos marcos de dos crujiás y tres niveles cada uno y el marco central que también está formado por tres crujiás y tres niveles; pero además se le colocaron las vigas perpendiculares que servirán para unir este marco central con los dos exteriores. Este procedimiento se indica esquemáticamente en las figuras 5.2 a 5.6.

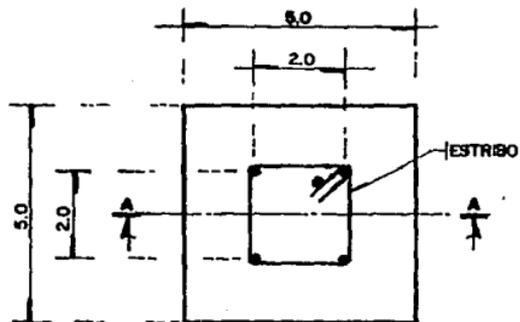
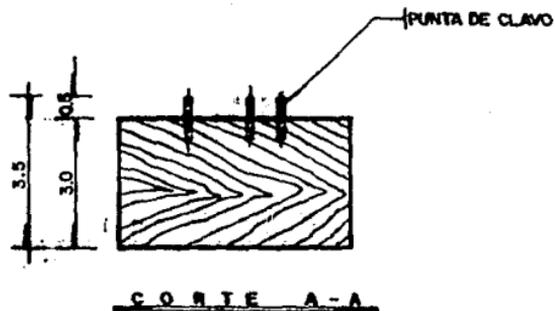
Una vez armados y unidos todos los marcos, quedó formada casi completamente la estructura del edificio tal y como se muestra en la figura 5.6., faltando por colocar el armado de las losas, que como ya se mencionó, sería de malla de acero; sin embargo, antes de proceder a esto, se probó que no hubiera problemas con la cimbra en el edificio, ya que para esta etapa de construcción la cimbra ya estaba prácticamente terminada ( de la fabricación de la cimbra se hablará mas adelante).

Fue así como se armó la cimbra por primera vez cubriendo totalmente los armados, comprobándose que no habría problemas ya que el armado de columnas y trabes no impediría el perfecto ensamblaje de todas las piezas, y que las olguras impidieran el paso de la mezcla y quedaran algunos huecos sin rellenar. Contrariamente a lo esperado, la cimbra se armó con relativa facilidad sin tener que forzar ninguna pieza. Hecho esto se procedió a colocar las mallas de acero de las losas. Esta etapa

también resultó muy tardada y difícil pues se tenían que doblar todos y cada uno de los alambres que se apoyaron en las trabes perimetrales para tener un buen anclaje y es aquí donde se tuvieron problemas ya que en esta zona se amarró la malla para momento negativo y la de momento positivo. Posteriormente, se armó la cimbra para revisar las dimensiones y en esta ocasión se hicieron algunos ajustes variando ligeramente las dimensiones del modelo, que seguramente se modificaron al tensar las mallas de acero.

Con toda la estructura terminada únicamente faltaba por armar la cimentación de acuerdo con lo calculado en el cap.4. En esta etapa no se tuvo mayor problema pues los espacios eran mayores, aunque se prestó atención especial a la unión de la estructura con los armados de la cimentación; para lograr un mejor anclaje se colocaron varillas adicionales que se sujetaron con todas las columnas; se niveló el edificio para que no se tuvieran problemas nuevamente con la cimbra. Las figuras 5.7 y 5.8 muestran algunos detalles de lo anterior.

Una vez terminados los armados al 100%, así como la construcción total de la cimbra, se hicieron los preparativos para realizar el colado del edificio. Ahora bien, antes de pasar a explicar como se realizó esto, se dirá algo acerca de la cimbra para entender mejor el procedimiento que se siguió.



**FIG 5.1 MOLDE TIPO PARA FABRICACION DE ESTRIBOS**

ACOT : EN CM.

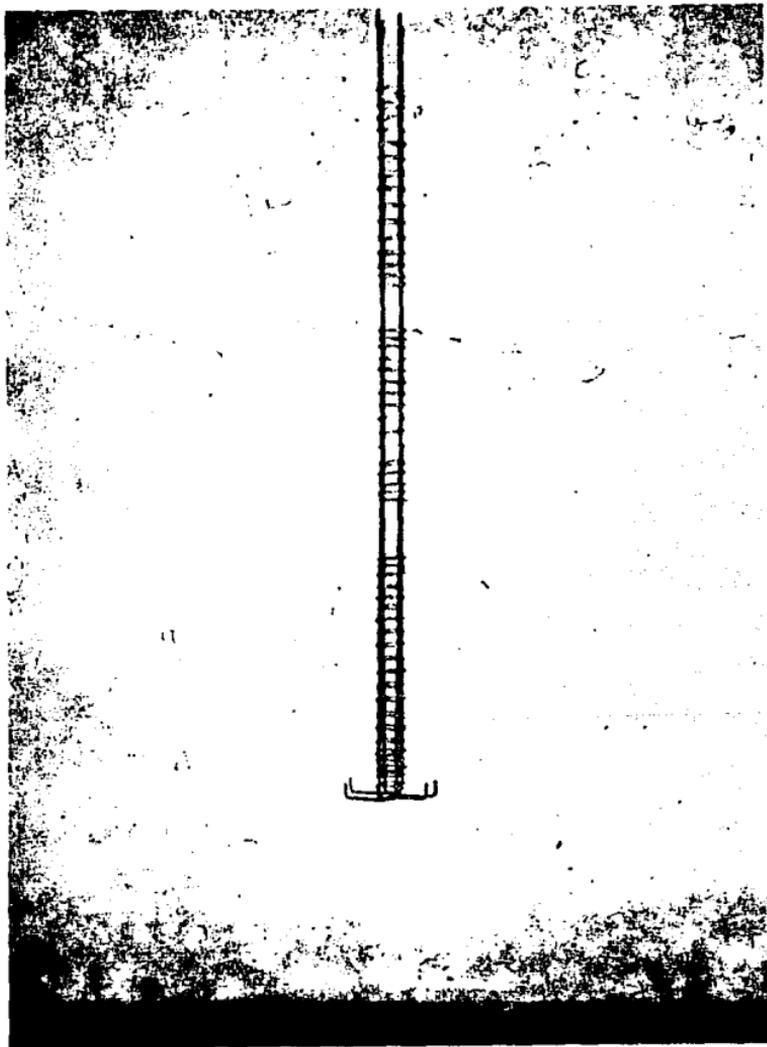


FIG.5.2. COLUMNA TIPO COMPLETAMENTE TERMINADA.

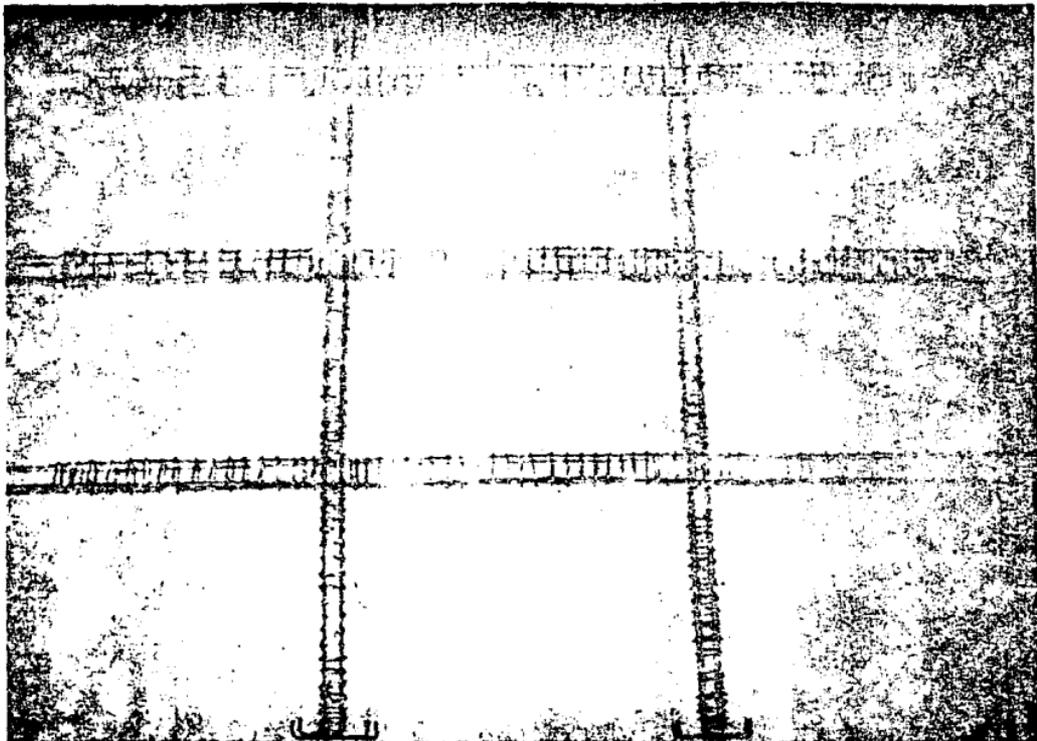


FIG.5.3. MARCO PLANO LISTO PARA ENSAMBLARSE, LAS COLUMNAS FALTANTES EN LOS EXTREMOS ESTAN INTEGRADAS A LOS MARCOS PERPENDICULARES.

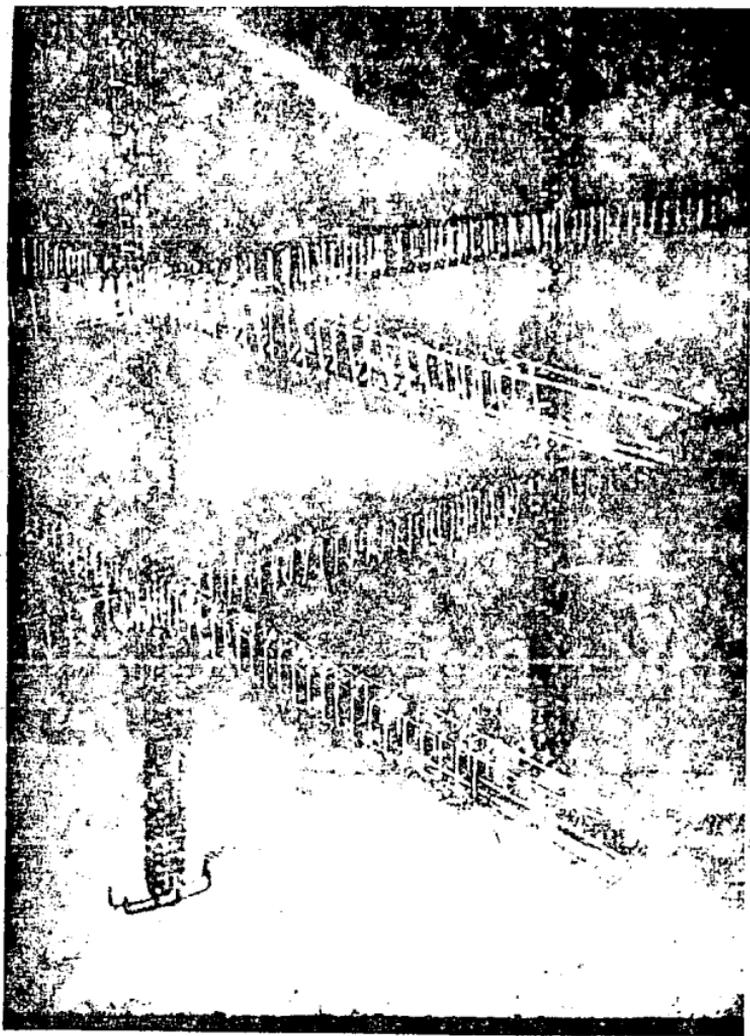


FIG. 3.4. MONTAJE DE LAS VIGAS PERPENDICULARES AL MARCO PLANO DE LA FIGURA ANTERIOR.

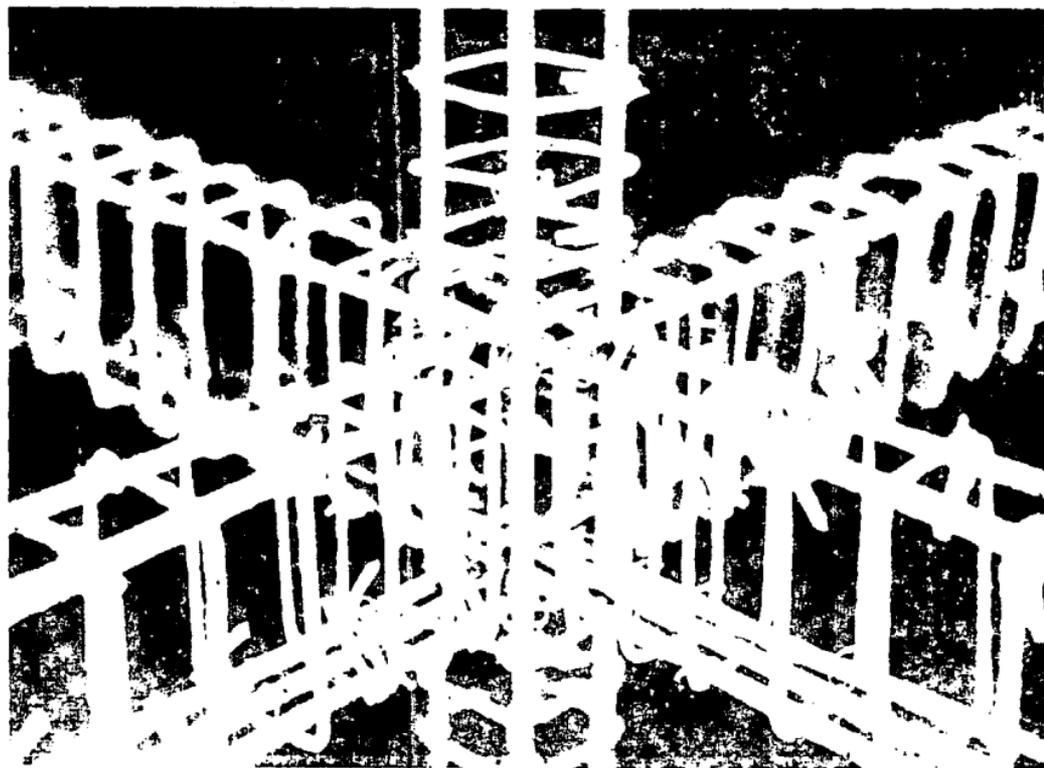


FIG.5.5. DETALLE DE UNION EN UN NUDO DONDE CONFLUYEN VIGAS PERPENDICULARES A LA COLUMNA.

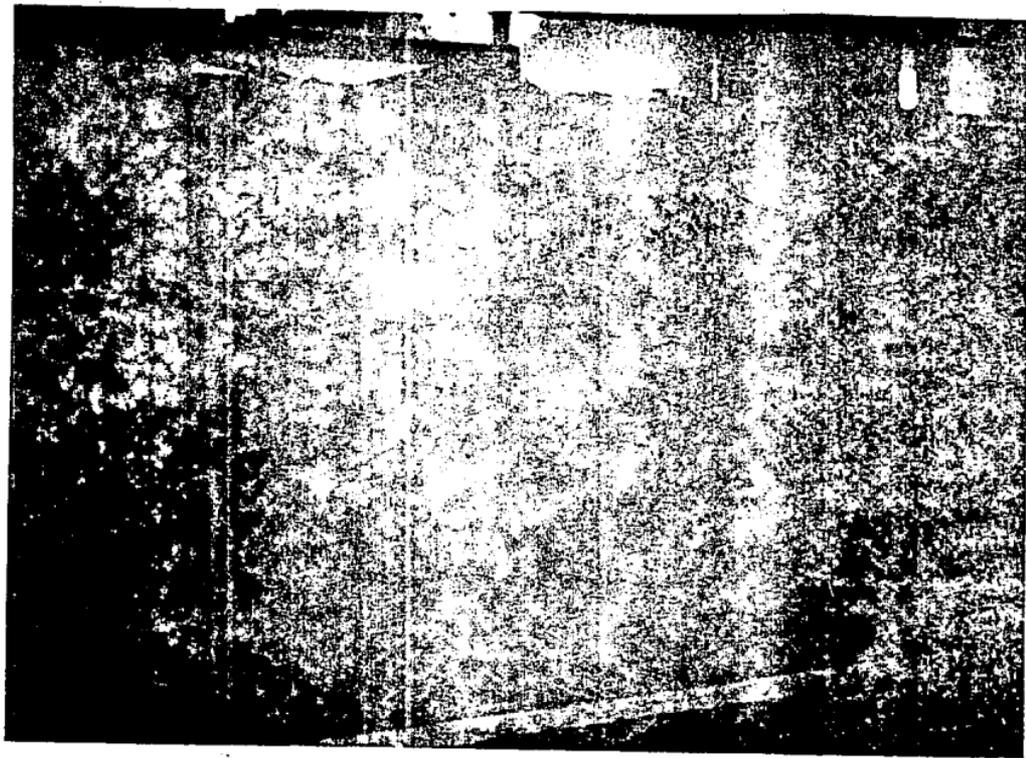


FIG.5.6. ARMADO FINAL DE LA SUPERESTRUCTURA DEL MODELO

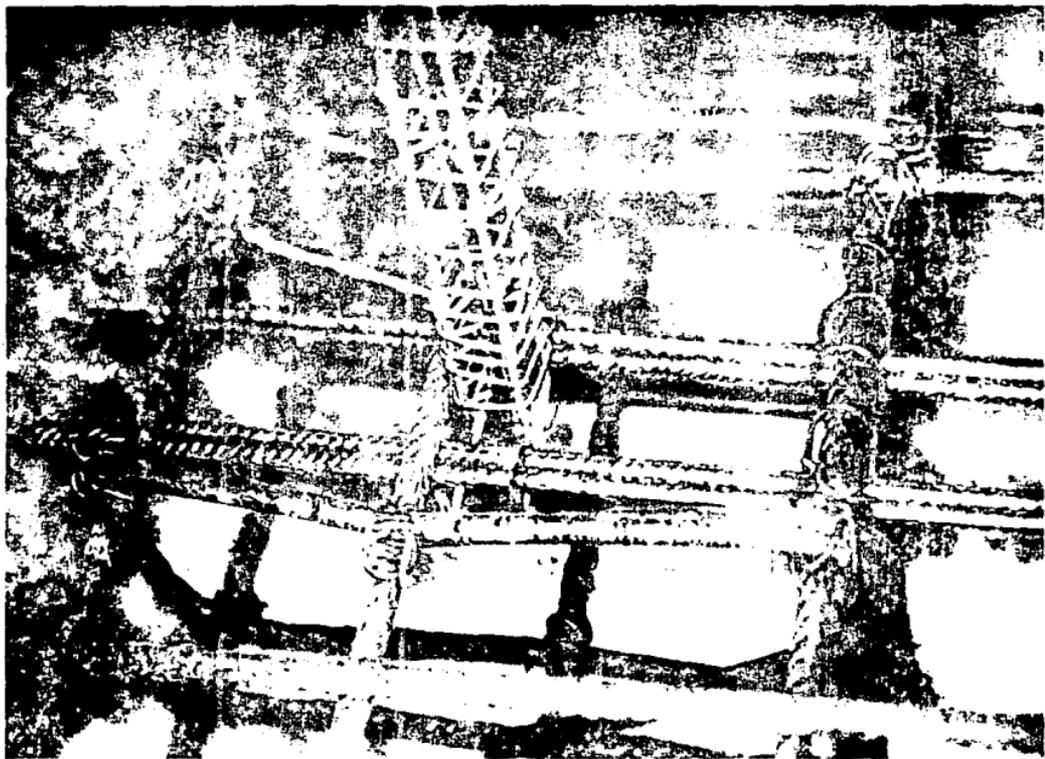


FIG.5.7. DETALLE DE UNION DE LAS COLUMNAS CON LA CIMENTACION

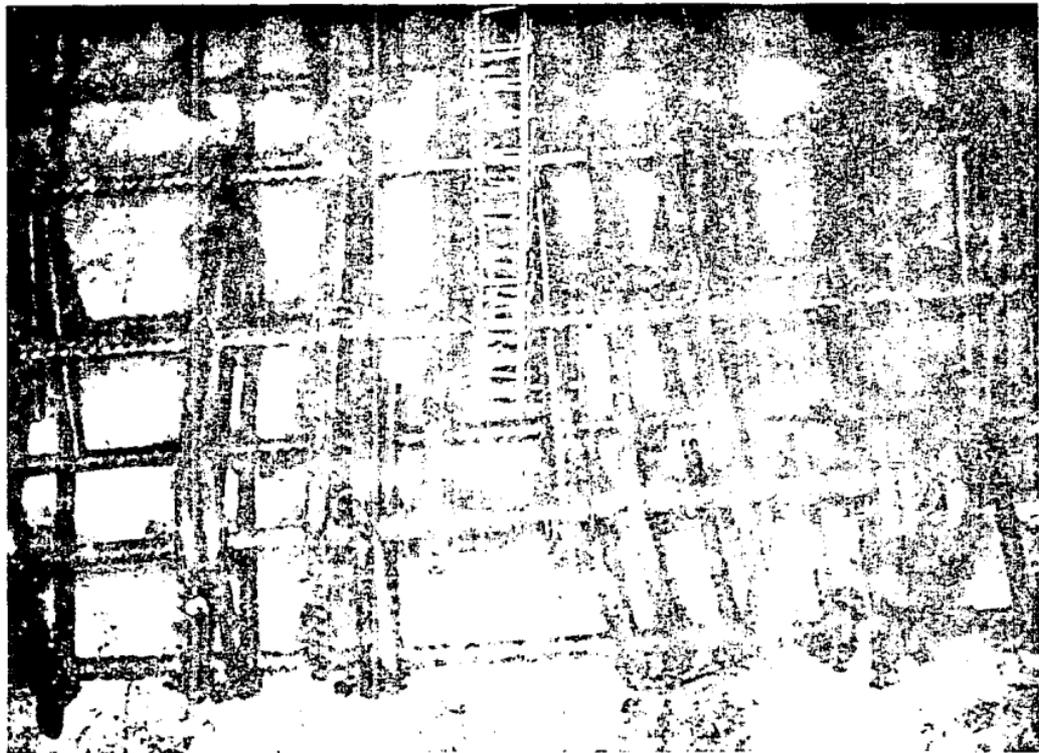


FIG.5.8. VISTA DE LA UNION DEL EDIFICIO CON LA CIMENTACION

## 5.2 Construcción de la cimbra

El diseño de la cimbra tenía que cumplir con ciertos requisitos especiales: en primer lugar colar el edificio de una sola vez para no tener problemas de falta de adherencia ya que esto podría provocar la aparición de grietas, entre otros problemas. Por otra parte el colado de los tres niveles no se debería de realizar simultáneo, es decir, será necesario colar el primer piso previa colocación de su cimbra y después proseguir con la colocación de la cimbra del segundo nivel y realizar el colado de este y así de igual manera con el último nivel, pero como ya se mencionó, todo esto en un solo día. Finalmente, otra restricción importante es que todas las piezas de la cimbra embonaran y se ensamblaran de tal forma, que pudieran entrar rodeando los armados y además permitiendo el paso entre ellas mismas.

Una vez que se tuvo el diseño en papel se cuantificaron las piezas que intervendrían directamente en la fabricación de la cimbra del modelo, siendo un total de 615 piezas de madera, esto da una idea de lo laborioso que fue construir la cimbra además de que las dimensiones de cada pieza deberían de ser lo más exactas posibles para no tener fugas de microconcreto y/o variaciones considerables en las dimensiones de la estructura. Adicionalmente a las piezas mencionadas, se construyó una estructura exterior para apoyar la cimbra y así poder colar los tres niveles en un solo día.

Una vez que se cortaron y lijaron todas y cada una de las piezas, se comenzó a ensamblar con pegamento para madera, clavos en

algunos casos, las diferentes piezas de la cimbra; posteriormente todas las áreas que iban a estar en contacto con el microconcreto se barnizaron para que el triplay no absorbiera la humedad y no se dilatara, cambiando así las dimensiones del molde. Finalmente, se engrasaron todas las piezas con grasa amarilla para que las partes en contacto con el microconcreto no se pegaran al descimbrar el modelo. En las figuras 5.9 a 5.16 se presentan algunas fotografías de la cimbra y la manera en que se ensambló cada nivel.

Con la cimbra y los armados completamente terminados, se procedió a realizar el colado del modelo de la siguiente manera:

En primer lugar se colocó el armado de la cimentación dentro de su cimbra de 84 x 122 cm. y 15 cm. de altura que a su vez sirvió de apoyo a la estructura de la cimbra del edificio, hecho esto y teniendo perfectamente cuantificados los volúmenes de material se comenzó el colado de la cimentación en la que se usó concreto convencional de  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$  según el diseño propuesto.

A continuación se comenzó a elaborar la mezcla de microconcreto y posteriormente se trató de llenar una columna pero por sí solo no entraba el microconcreto lo que originó un grave problema sobre todo en las columnas interiores que casi no se podían alcanzar, para resolver este problema se consiguió un vibrador de los que se usan normalmente en la construcción, haciendo que tan solo tocara una parte de la cimbra con lo cual el microconcreto entró perfectamente dentro de la cimbra de las

columnas que era la parte más difícil de colar. Una vez que se rellenaron todas las columnas del primer piso, solo restaba vaciar más mezcla para rellenar las trabes y alcanzar el espesor deseado de la losa, así se hizo y se procedió lo más rápido posible a armar la cimbra del segundo nivel, actividad que llevó cerca de 20 min., pues la cimbra se arma con relativa facilidad ya que precisamente para eso fue diseñada. Una vez hecho esto se coló el segundo nivel de una manera similar y en cierta manera con menos dificultades.

Finalmente se llegó a colar toda la estructura y a simple vista se veía que todo había salido correctamente y solo se esperó a descimbrar el modelo unos 14 días después; en total el colado de todo el modelo incluyendo su cimentación se realizó entre tres personas en un tiempo aproximado de 10 horas.

En los días subsecuentes al colado, se realizó el curado de la mezcla con agua, hasta que llegó el día de descimbrar el modelo encontrando que únicamente se tuvieron problemas de huecos en dos columnas mismos que se rellenaron con una mezcla igual a la usada en el resto del edificio esperando que al momento de ensayar el modelo no se presentaran grietas o fallas en esos lugares.

A continuación se presentan solo algunas fotografías que se tomaron durante el colado del modelo ya que desgraciadamente el resto se hecho a perder y no pudieron ser reveladas, sin embargo en el capítulo 7 se presenta una fotografía del modelo completamente colado y descimbrado.

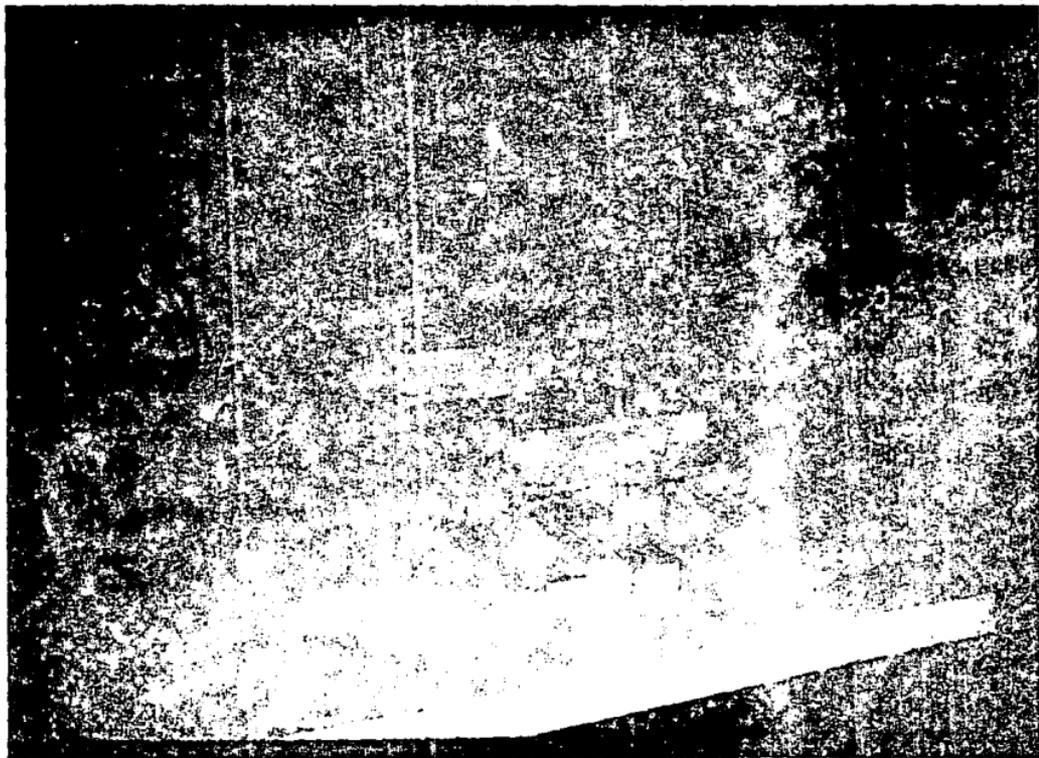


FIG. 9.9. PIEZAS DE CIMBRADO DE COLUMNAS: EL TRIPLAY DELGADO SIRVE PARA DOS PASOS DE COLUMNA, LOS DOS LARGUEROS DE TRIPLAY GRUESO SOLO SIRVEN DE APOYO.

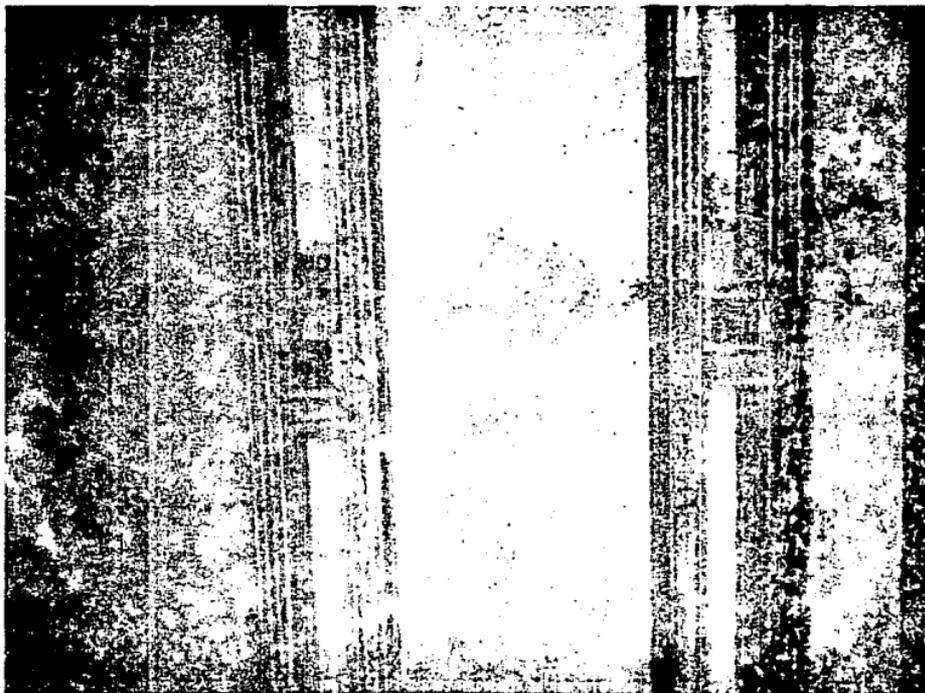


FIG.5.10. LA UNION DL DUS PIEZAS COMO LA MISTRADA EN LA FIG.5.9,  
COMPLEMENTAN EL CIMBRADO DE LAS COLUMNAS.

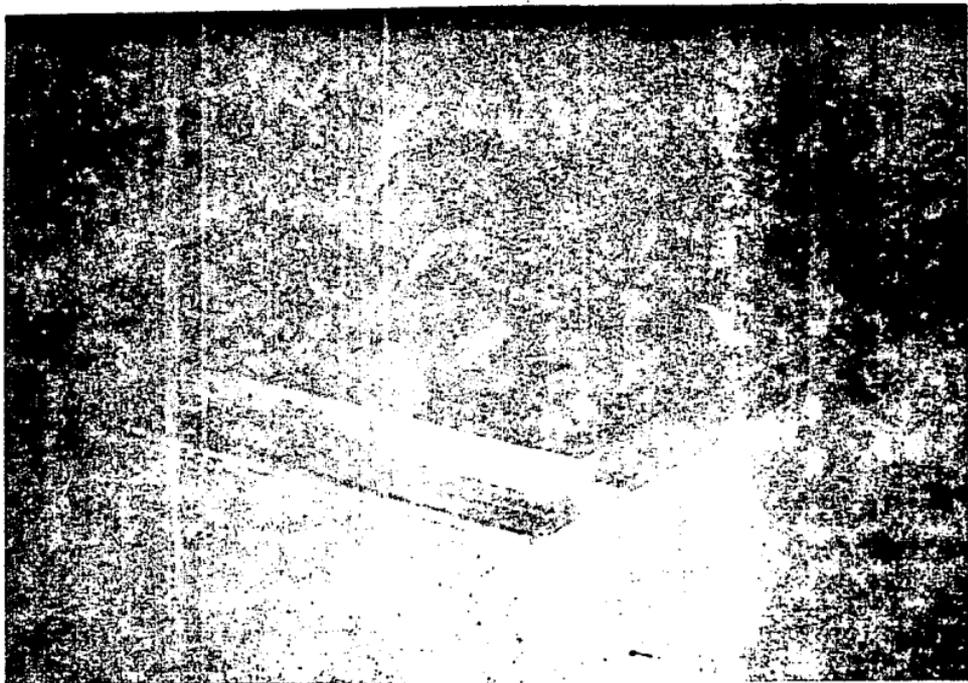


FIG.5.11. ESTA PIEZA SIRVE DE CIMBRA PARA UN TABLERO DE LA LOSA  
Y ADEMAS PARA LA BASE DE LAS TRABES Y UN COSTADO DE  
LAS MISMAS

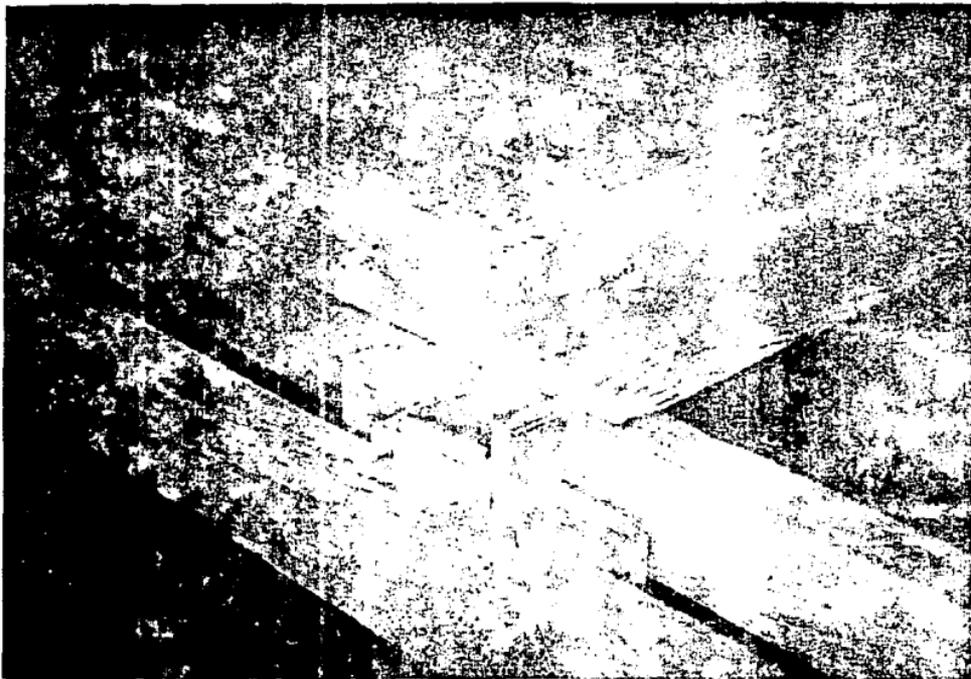


FIG.5.12. SE MUESTRA COMO LA PIEZA DE LA FIG.5.11 SE APOYA SOBRE  
LOS LARGUEROS DE LA CIMBRA DE LAS COLUMNAS PARA FORMAR  
UN NUDO

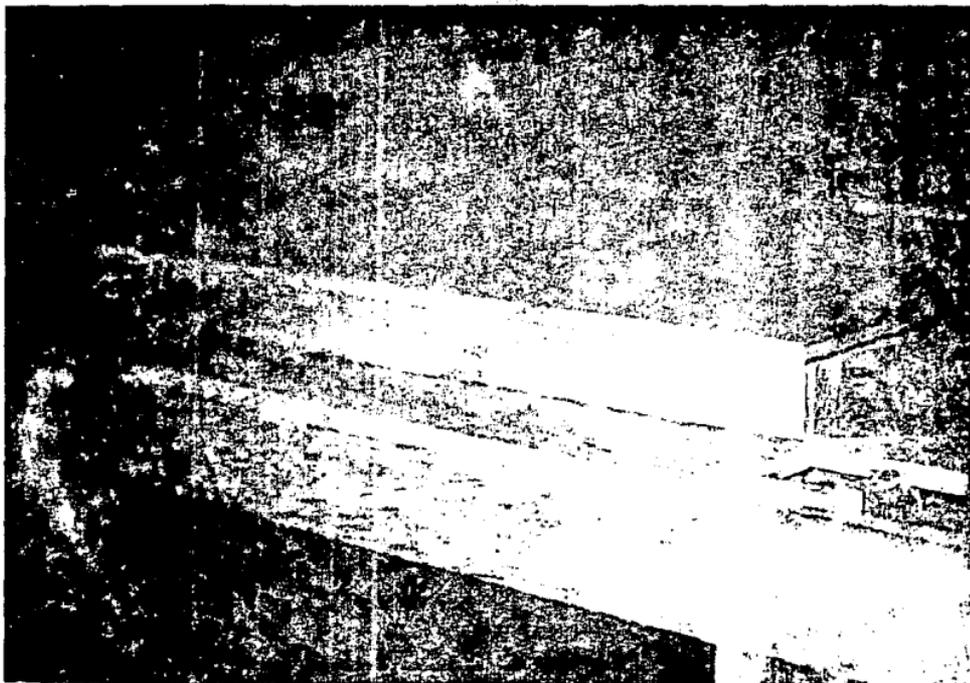


FIG. 13. COLOCANDO UNA PIEZA DE TRIPLAX SE COMPLETA EL LIMBRADO DE LA PARTE INFERIOR DE LAS TRABES PERIMETRALES DEL NUDO MOSTRADO EN LA FIG. ANTERIOR

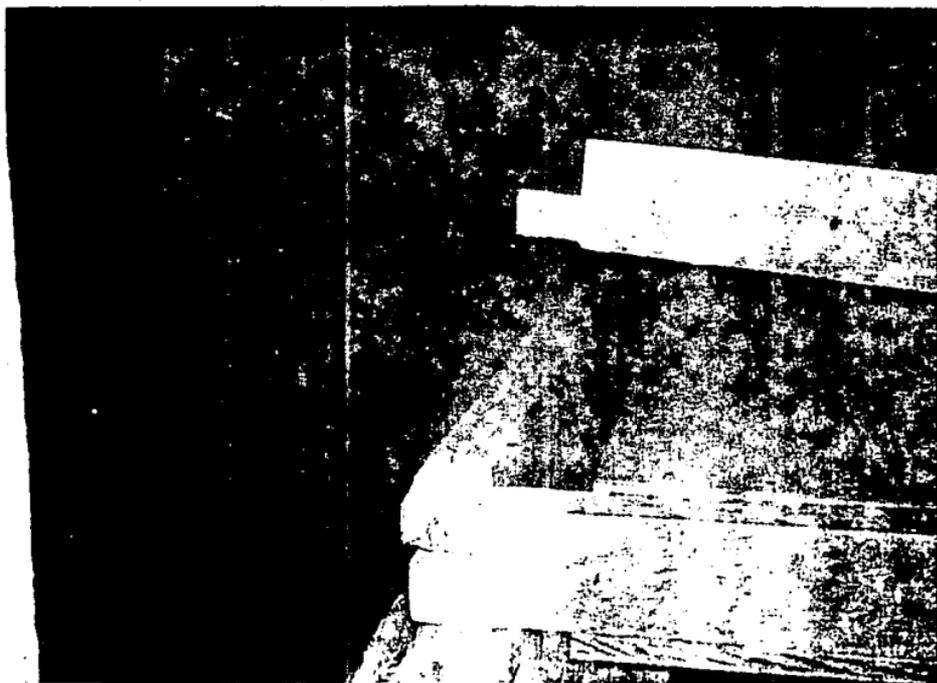


FIG.5.14. DETALLE DEL CIMBRADO PERIMETRAL DE LAS LOSAS

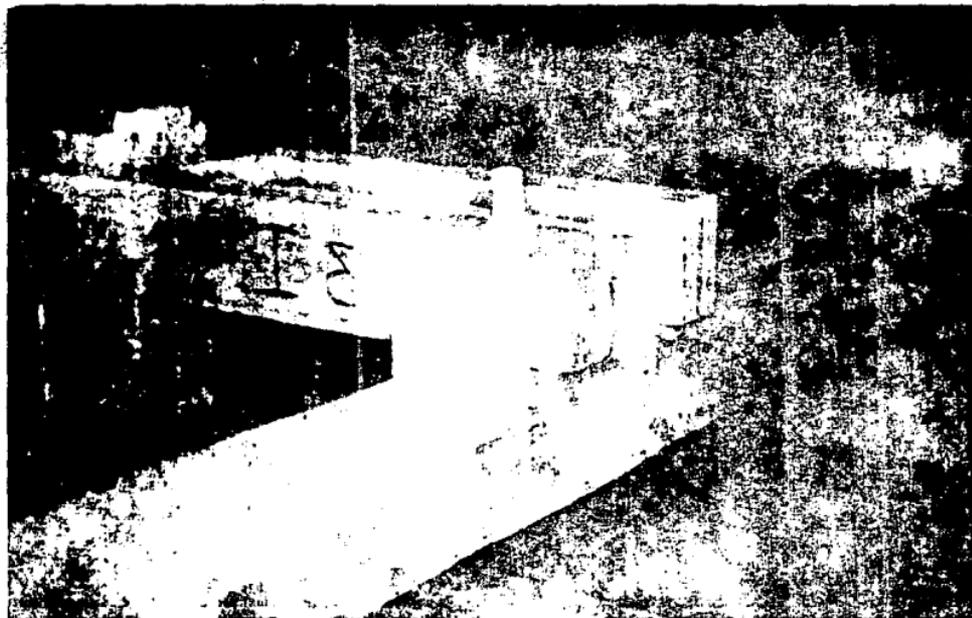


FIG. 5.15. EL CONJUNTO DE LA CENOSA DE CADA NIVEL, SE APOYA EN  
LOS LARGUELOS DE LA CUBIERTA DE COLUMNAS, A SU VEZ ESTOS  
SE APOYAN EN UN MANTO TERRAZAL.

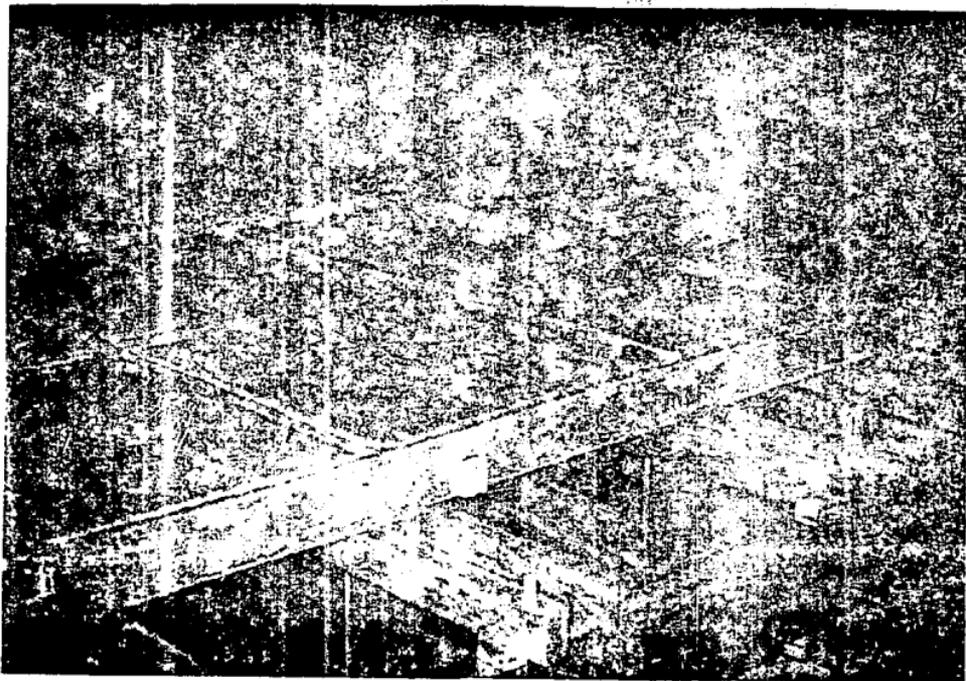


FIG.5.16. VISTA GENERAL DEL CIMBRADO DE UN NIVEL, LOS DOS  
RESTANTES SON IDENTICOS Y TODOS SOSTENIDOS POR EL  
MARCO PRINCIPAL

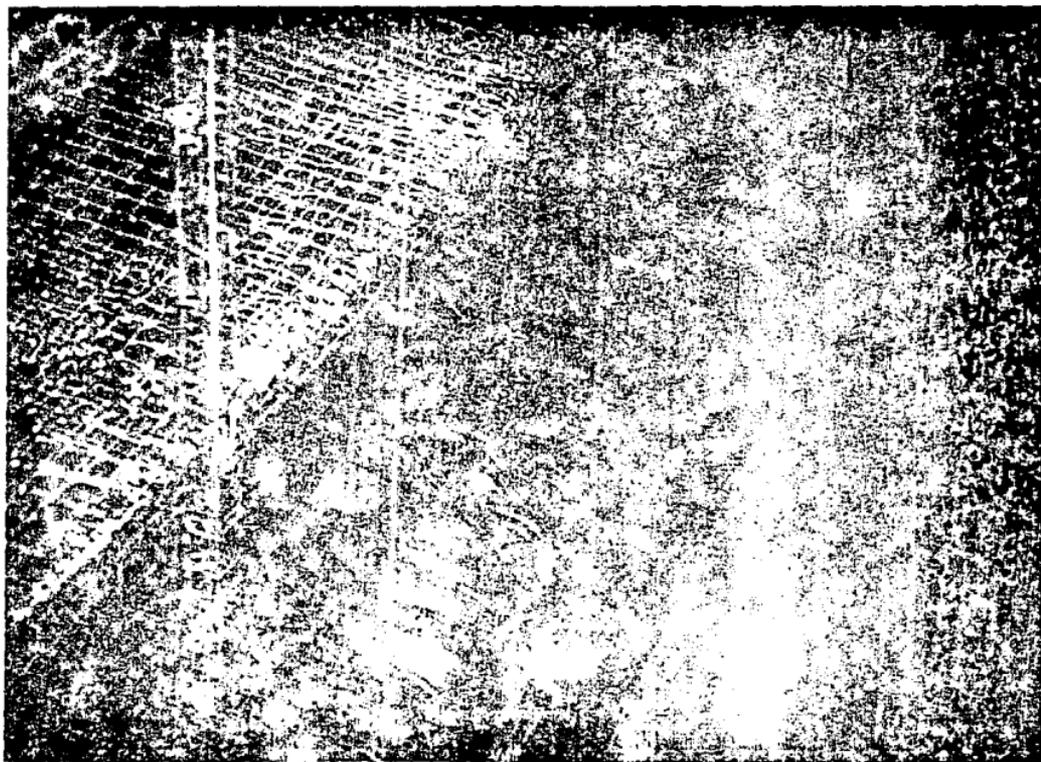


FIG. 5.17. L'ORDRE UN DU MODELE EN LA CUBRA DE LA CITE NTALION

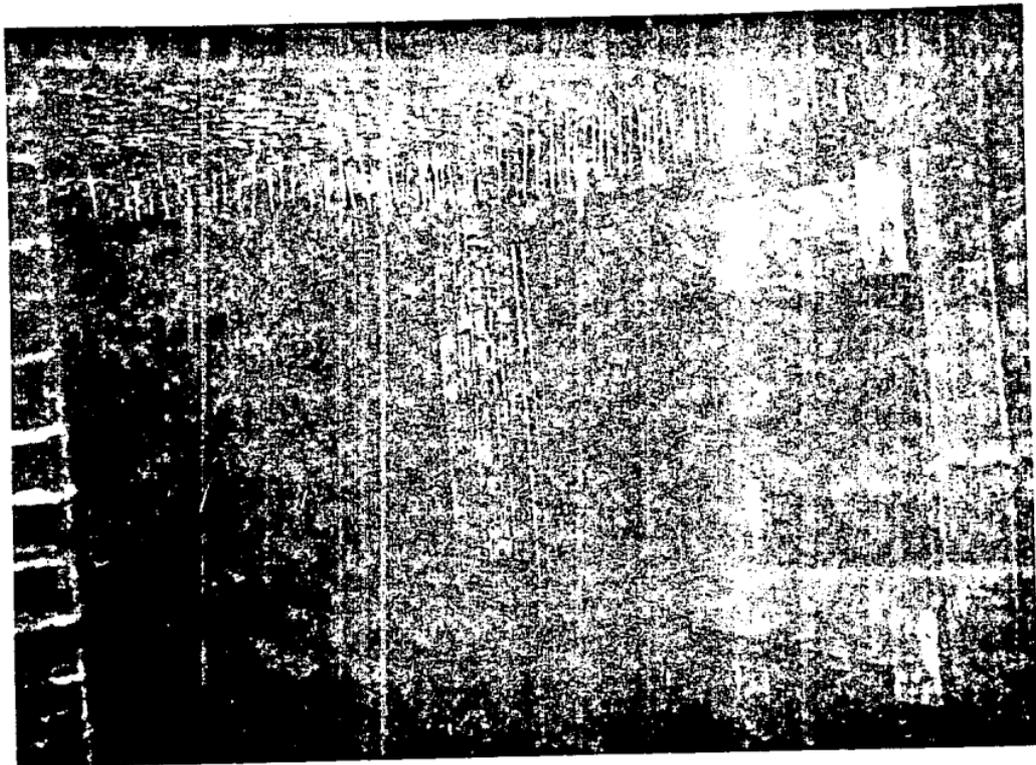


FIG.5.18. COLOCACION DE LA CIMBRA DE COLUMNAS DEL PRIMER NIVEL

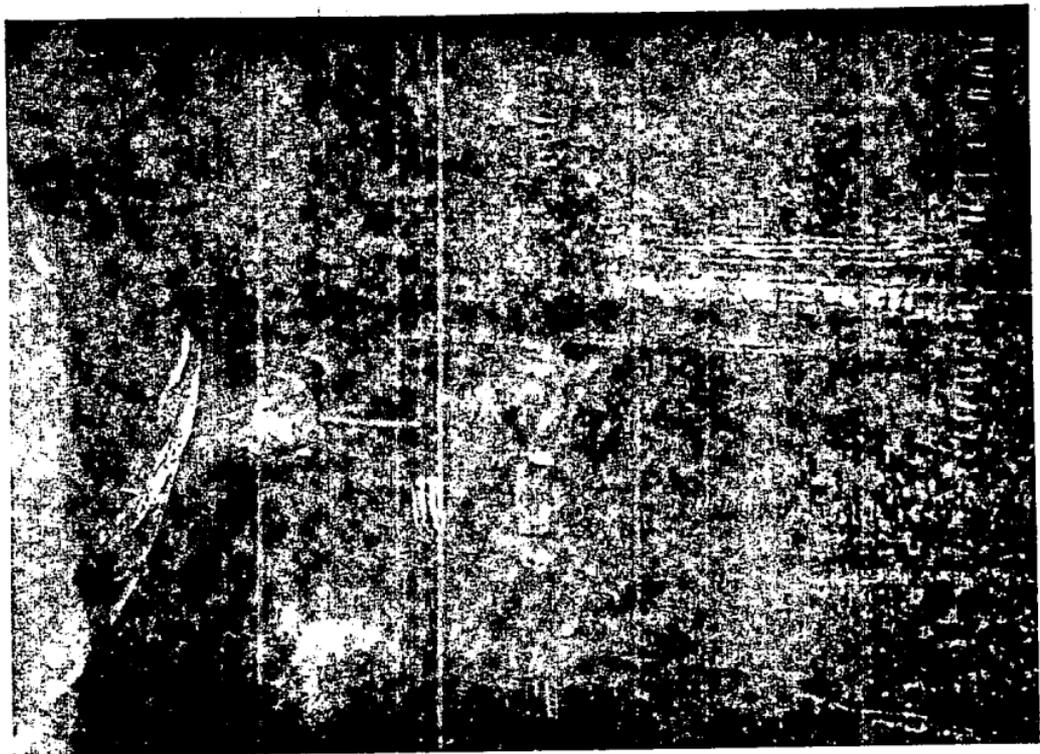


FIG.5.19. CIMBRADO DEL PRIMER NIVEL PRACTICAMENTE TERMINADO

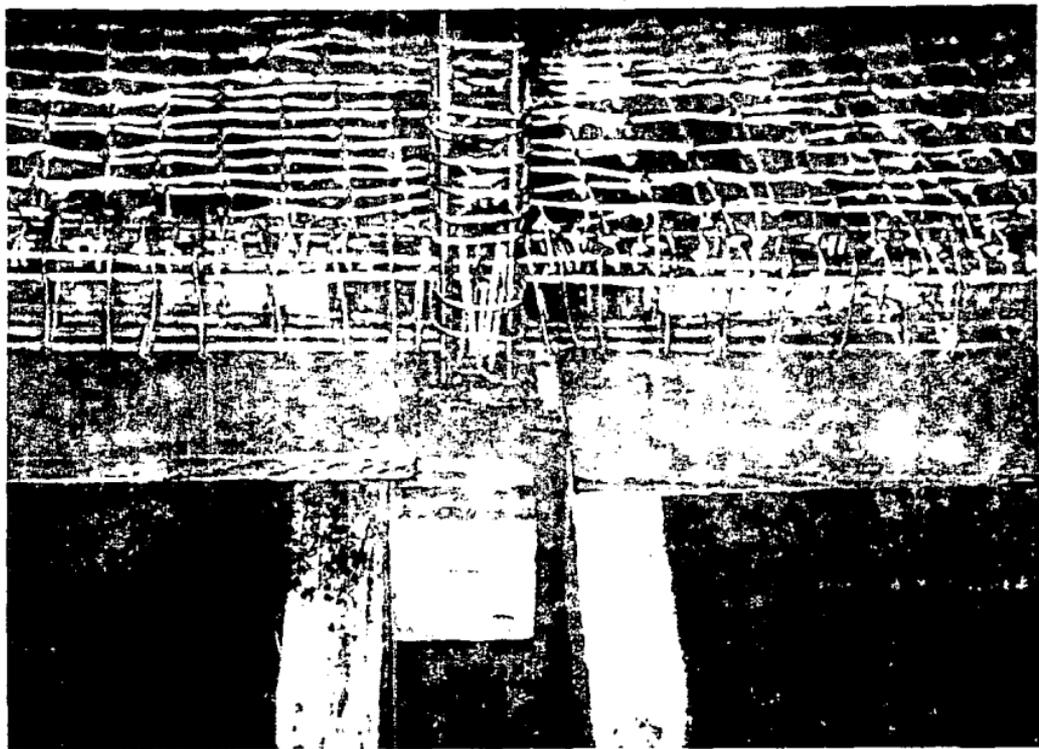


FIG.5.20. DETALLE DEL CIMBRADO EN LA UNION DE TRABES CON UNA COLUMNA PERIMETRAL

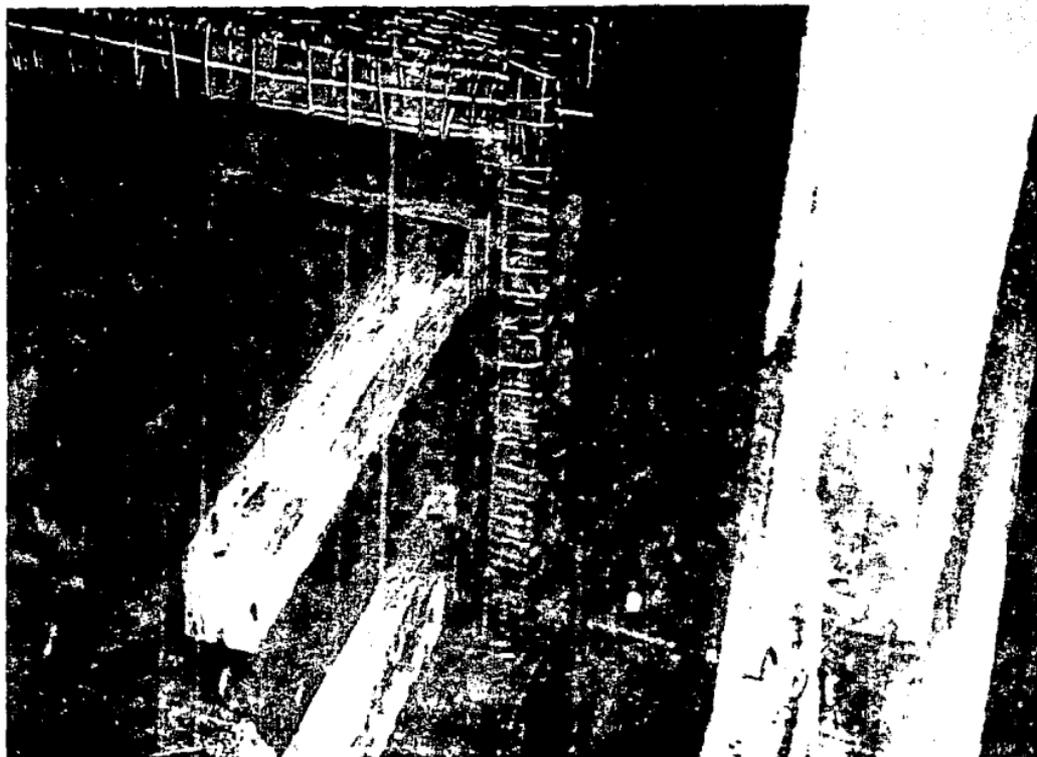


FIG.5.21. CERRADO DE UNA COLUMNA DE ESQUINA EN EL RIGER  
ENTREPISO

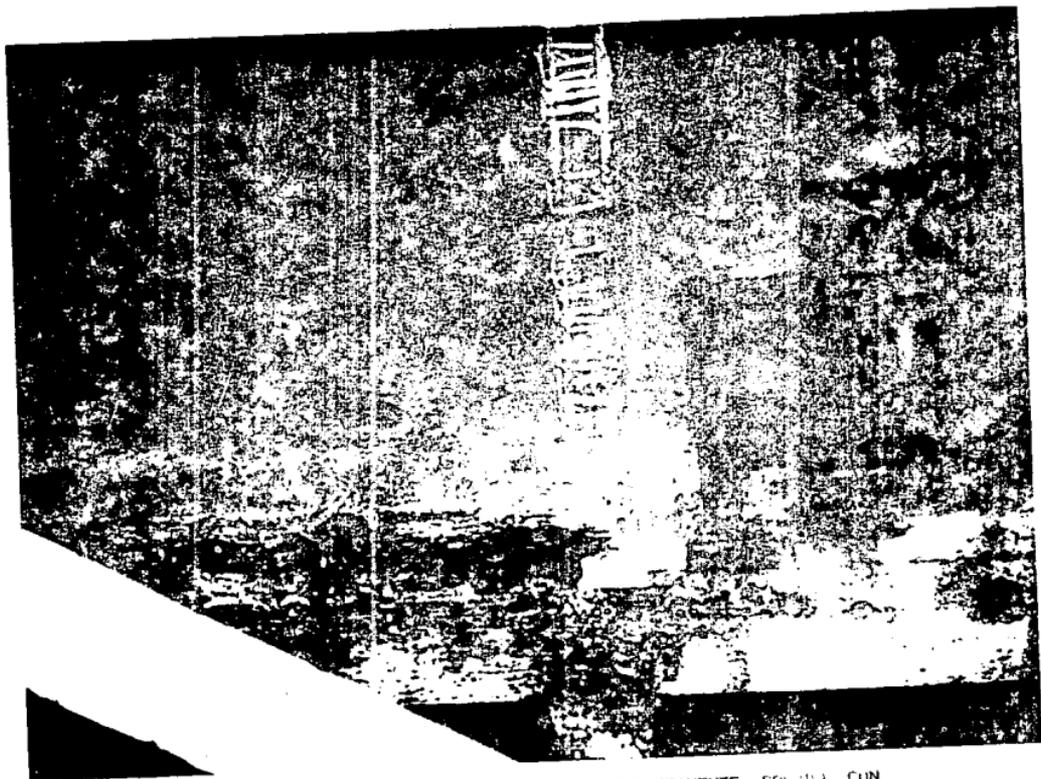


FIG.5.22. VISTA PARCIAL DE UN NIVEL COMPLETAMENTE CUBIERTO CON MICROCONCRETO

## CAPITULO 6

### ANALISIS ESTRUCTURAL DEL MODELO

En este capítulo se hace una descripción del método de las rigideces y de las hipótesis en que se basa, ya que su aplicación fue necesaria para determinar técnicamente los desplazamientos que tendrá el modelo y compararlos con los medidos durante su ensaye.

Dadas las características de la estructura cuya idealización lleva a tener un sistema con 630 grados de libertad, se ve la necesidad de usar un programa de computadora utilizando para este caso el denominado SAP 80 considerando los elementos viga y los elementos placa en la idealización.

La mayoría de los programas de análisis estructural, incluido el que se uso para la realización de este trabajo, se fundamentan en el método de las rigideces; por esta razón, atendiendo al objetivo general de esta tesis se presenta aquí el método de análisis mencionado, procurando resaltar las cualidades que lo hacen apto para la elaboración de programas de computadora y su facilidad de uso mostrandolo en su forma para resolver problemas tridimensionales

A continuación se mencionan las hipótesis básicas que se emplean porque algunas de ellas son la causa de las posibles diferencias entre los resultados del análisis y los que se obtuvieron del ensaye del modelo.

Finalmente se describe la idealización hecha sobre el modelo para fines de su análisis, la forma de introducir los datos al programa SAP 80 y presentamos los resultados obtenidos.

## 6.1 FUNDAMENTACION TEORICA.

### 6.1.1. Hipotesis básicas.

Con el fin de obtener un modelo matemático relativamente sencillo en los métodos de análisis, se acepta la validez de las hipótesis que a continuación se mencionan :

Se supone en los materiales que componen la estructura por analizar un comportamiento lineal, es decir que la relación entre esfuerzos y deformaciones se representa con una línea recta. Como comentario respecto al modelo, que es de concreto reforzado, cabe decir que para esfuerzos bajos del 30 % de  $f'c$ , el concreto presenta un comportamiento casi lineal; después claramente se aparta de la línea recta. En lo referente al acero, también se observa una relación esfuerzo-deformación lineal hasta llegar al esfuerzo de fluencia.

Para los materiales usados en el modelo, en el capítulo correspondiente se presentan sus características esfuerzo-deformación.

Los resultados de un análisis por el método de las rigideces son exactos si se cumplen dos condiciones: que el material de que esta hecha la estructura tenga comportamiento lineal y que los desplazamientos para las

cargas aplicadas sean suficientemente pequeños como para poder considerar la geometría de la estructura como la misma antes y después de la aplicación de las cargas. Una consecuencia de la linealidad es el principio de superposición que se puede enunciar como sigue: los desplazamientos resultantes de la aplicación de un número de fuerzas pueden sumarse para dar el desplazamiento que corresponde a la suma de fuerzas; o en forma inversa, las fuerzas que corresponden a un número de desplazamientos pueden ser sumadas para dar la fuerza correspondiente a la suma de desplazamientos.

Otra hipótesis básica de los métodos de análisis es la de homogeneidad, se acepta que los materiales de que esta hecha una estructura tienen las mismas propiedades en todos sus puntos. Para el caso del concreto, es evidente que en rigor no se trata de un material homogéneo; sin embargo se supone que sí lo es usando un único valor del módulo de elasticidad y un solo valor para el módulo de Poisson.

#### 6.1.2. Ecuaciones de equilibrio.

La base del método de rigideces es una aplicación del principio de superposición ( lo cual implica la aceptación del comportamiento lineal de la estructura por analizar ) que lleva al planteamiento de un sistema de ecuaciones de equilibrio el, cual se trata de explicar a continuación.

Consideremos una estructura idealizada ( que trata de representar a otra real ), la cual esta constituida como sigue : un conjunto de nodos a los que concurren lineas y planos ( representando trabes, columnas y losas ).

En esos nodos se consideran aplicadas las fuerzas externas (el sistema de fuerzas externas en la estructura real puede tener cualquier distribución, pero se transforma en otro equivalente cuyas fuerzas se encuentran aplicadas en los nodos). A las lineas y planos que conforman la estructura usualmente se les denomina elementos barra y elementos placa respectivamente. Ahora supongase una configuración deformada de la estructura, esta puede descomponerse en una suma de casos particulares, uno por cada grado de libertad y cumpliendo con lo siguiente: en la estructura idealizada deformada existe un desplazamiento (que puede ser igual a cero) en cada grado de libertad, mientras que en cada uno de los casos particulares supuestos (que sumados dan como resultado la estructura deformada en su totalidad), existe en un solo grado de libertad un desplazamiento, siendo este último el mismo que se tiene en la configuración deformada de toda la estructura.

En lo referente a las fuerzas externas, como ya se mencionó, se encuentran solamente en las direcciones de los grados de libertad (aunque en algunos casos puede ser igual a cero); además, en cualquier punto de la estructura se pueden encontrar fuerzas internas, pero generalmente se calculan las que estan asociadas a los grados de libertad, las que se evaluan como sigue:

$$K_{11} D_1 + K_{12} D_2 + \dots + K_{1n} D_n \quad (6.1)$$

Donde:

$n$  es el número total de grados de libertad.

$i$  es el grado de libertad para el cual se esta valuando la fuerza interna que en el actua.

$D_j$  son desplazamientos en los grados de libertad y su subíndice indica en donde ocurre.

$K_{ij}$  es la rigidez en el grado de libertad  $i$  debida a un desplazamiento en  $j$ .

Cada sumando de la expresión anterior se puede deducir de uno de los casos particulares de deformación que corresponden a un grado de libertad, entonces, la sumatoria es el conjunto de contribuciones de todos los grados de libertad para dar la fuerza interna en uno solo. Si ahora se plantea una ecuación de equilibrio para igualar las fuerzas internas y externas para el grado de libertad  $i$ :

$$K_{i1} D_1 + K_{i2} D_2 + \dots + K_{in} D_n = F_i \quad (6.2)$$

Donde:

$F_i$  es la fuerza externa que actua en el grado de libertad  $i$ .

Finalmente extendiendo lo anterior a todos los grados de libertad, se llega al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 K_{11} D_1 + K_{12} D_2 + \dots + K_{1n} D_n &= F_1 \\
 K_{21} D_1 + K_{22} D_2 + \dots + K_{2n} D_n &= F_2 \\
 \vdots & \\
 K_{n1} D_1 + K_{n2} D_2 + \dots + K_{nn} D_n &= F_n
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

En donde los desplazamientos son incógnitas y se observa que el sistema es simétrico con respecto a la diagonal principal, debido al teorema de Betti.

### 6.1.3. Formación de la matriz de rigideces.

El sistema de ecuaciones 6.3 expresa el equilibrio en cada uno de los grados de libertad en función de sus desplazamientos, de las rigideces nodales y de las fuerzas externas. Expresando lo anterior en notación matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix}
 K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\
 K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 D_1 \\
 D_2 \\
 \vdots \\
 D_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 F_1 \\
 F_2 \\
 \vdots \\
 F_n
 \end{bmatrix} \tag{6.4}$$

o en forma condensada:

$$[K] [D] = [F] \quad (6.5)$$

Donde: K es la matriz de rigideces, D y F son los vectores de desplazamientos nodales y fuerzas externas respectivamente.

El sistema de ecuaciones (6.3) expresa el equilibrio en los nodos que tienen la libertad de desplazarse, en la sección 6.1.4. se modifica para considerar los nodos restringidos.

### 6.1.3.1. Rigideces nodales.

Debido a que los grados de libertad considerados en el método de rigideces se encuentran localizados en los nodos, a la fuerza  $K_{ij}$  se le llama rigidez nodal.

Todos los elementos de la matriz de rigideces que se encuentran en una misma columna son fuerzas causadas por un desplazamiento unitario en un solo grado de libertad.

Para ejemplificar lo anterior considere una parte de alguna estructura; en la figura 1, los nodos 83, 84, 90 y 48, las barras 37, 87 y 111 y la placa 49.

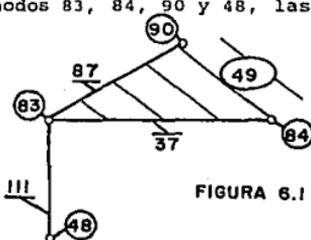


FIGURA 6.1

Los grados de libertad correspondientes a los nodos comprendidos en la figura 1 se muestran en la figura 2:

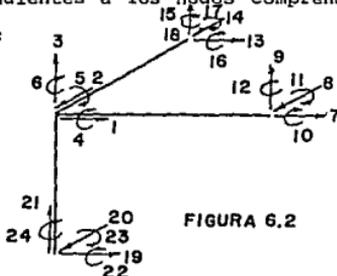


FIGURA 6.2

En donde se puede ver que hay seis grados de libertad asociados a cada nodo, correspondiendo un número a cada grado de libertad.

Si ahora se da un desplazamiento unitario en el grado de libertad 1 permaneciendo todos los demás fijos, se presentan las fuerzas que se muestran en la figura 3:

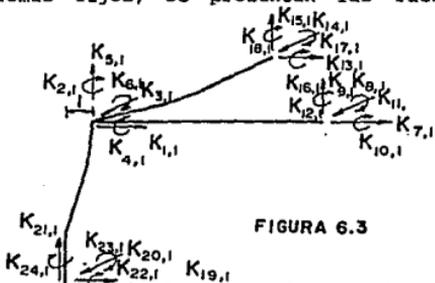


FIGURA 6.3

Todas estas fuerzas (que son rigideces en los grados de libertad afectados porque el desplazamiento es unitario), se encuentran ubicadas en la misma columna de la matriz de rigideces.

Cada rigidez nodal se compone de las aportaciones de los elementos de la estructura que concurren a un mismo nodo. Por ejemplo  $K_{ii}$  es la suma de las rigideces  $k_{ii}$  de la placa 49 y de las barras 37, 87 y 111 que inciden en el punto 83 como se ve en la figura 4.

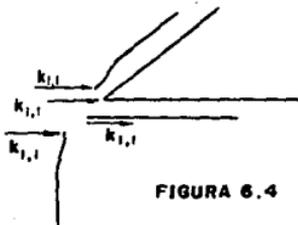


FIGURA 6.4

A los terminos  $k$  se les llama rigidez de elemento.

Así entonces, el cálculo de las rigideces nodales y de la matriz de rigideces se reduce al problema de obtener las rigideces de los elementos.

El desplazamiento unitario mostrado en la figura 3 (único en toda la estructura en este momento) produce un acortamiento también unitario en la barra 37 que debe ser dado por una fuerza igual a:

$$\frac{A E}{L}$$

Donde:

$E$  es el módulo de elasticidad.

$A$  es el área transversal del elemento.

$L$  es la longitud del elemento.

En otras palabras esta fuerza es la rigidez  $k_{11}$  del elemento 37.

Los elementos 87 y 111 son trasladados lateralmente en el nodo 83, también una distancia unitaria y la fuerza en el grado de libertad 1 debida a flexión que en cada uno de ellos se presenta es igual a:

$$\frac{12 E I}{L^3}$$

Finalmente en la placa 49 por el desplazamiento en el nodo 29 se presenta una fuerza cuyo valor es:

$$\frac{E t}{12 (1 - \nu)} \left[ (4 - \nu) \beta + \frac{3}{2} (1 - \nu) \beta^{-1} \right]$$

Donde:

$\nu$  es la relación de Poisson.

$t$  es el espesor de la placa.

$\beta = \frac{b}{a}$  siendo  $b$  y  $a$  las dimensiones en planta de la placa.

La expresión anterior ( que presentaremos en la sección 3.1.3.3.) es la rigidez de elemento  $k_{11}$  de la placa 49.

Sumando las rigideces de elemento  $k_{11}$  se obtiene la rigidez nodal  $K_{11}$ .

#### 6.1.3.2. Matriz de rigideces de un elemento barra.

En la figura 5 se tiene una barra de eje recto y de sección transversal constante, capaz de resistir fuerzas axiales, fuerzas

cortantes, momentos flexionantes alrededor de los ejes principales y momentos torsionantes con respecto al eje centroidal y referenciada a un sistema de coordenadas local y otro general.

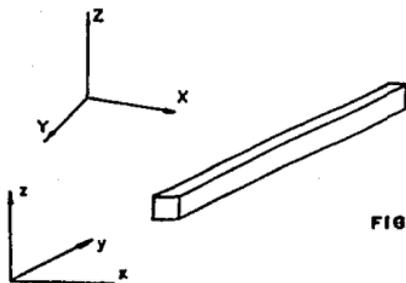


FIGURA 6.5

En cada extremo son posibles seis desplazamientos: tres rectos y tres giros. Es decir que una barra puede tener hasta doce grados de libertad y a cada uno de ellos se les asocia una fuerza, como se representa en la figura 6.

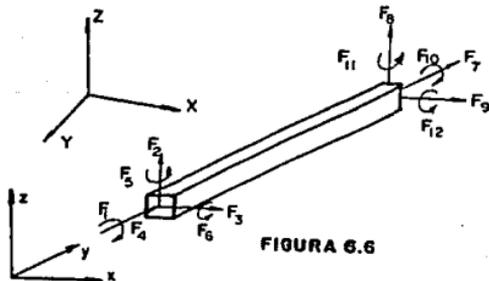


FIGURA 6.6

Según lo anterior la matriz de rigideces para el elemento barra descrito es de  $12 \times 12$ ; pero si se hacen coincidir los planos de flexión con los ejes principales de la sección, se puede construir la matriz de  $12 \times 12$  a partir de submatrices de  $2 \times 2$  y  $4 \times 4$ .

Si se fijan los ejes locales de referencia de manera que los planos  $xy$  y  $xz$  coincidan con los ejes principales de la sección, entonces los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes se pueden considerar independientes en cada uno de los dos planos.

Si se supone que las fuerzas son únicamente de los desplazamientos en las direcciones paralelas a las fuerzas significa que los planos  $xy$  y  $xz$  coinciden con los ejes principales de la sección transversal y el eje  $ox$  coincide con el eje centroidal de la barra. Por lo que para obtener las submatrices se procede de la siguiente manera:

#### FUERZAS AXIALES ( $F_1$ , $F_7$ )

En la figura 7 se muestra una barra sometida a fuerzas axiales, ambas fuerzas tienen la misma magnitud y solo dependen de los desplazamientos en su misma dirección.

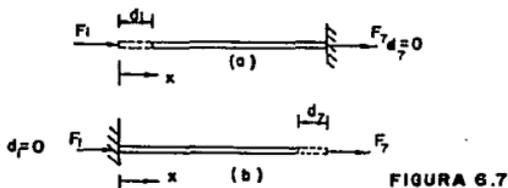


FIGURA 6.7

Por equilibrio se tiene:

$$F_1 = -F_7$$

Si se aplica un desplazamiento  $d_1$  manteniendo fijos todos los demás grados de libertad, la fuerza que se presenta vale

$$F_1 = \frac{A E}{L d_1} \quad (6.6)$$

Si además el desplazamiento  $d_1$  es unitario se tiene:

$$F_1 = \frac{A E}{L} \quad (6.7)$$

$F_1$  viene a ser la rigidez en el grado de libertad 1 producida por un desplazamiento en 1, y se representa como:

$$k_{11} = \frac{A E}{L} \quad (6.8)$$

Y dado que las fuerzas axiales son iguales en magnitud pero con signo contrario, se tiene:

$$k_{71} = - \frac{A E}{L} \quad (6.9)$$

Como se ve, el primer subíndice representamos el grado de libertad en el que se presenta la fuerza y con el segundo el grado de libertad que se desplaza.

Considerando la parte b) de la figura 7, en donde hay un

desplazamiento  $d_7$  se obtiene en forma analoga a lo anterior:

$$k_{77} = \frac{E A}{L} \quad \text{y} \quad k_{17} = - \frac{E A}{L} \quad (6.10) \text{ y } (6.11)$$

#### MOMENTOS TORSIONANTES ( $F_4$ , $F_{10}$ )

Para el momento de torsión, ver figura 8, se tiene que para un giro unitario  $d_4$ :

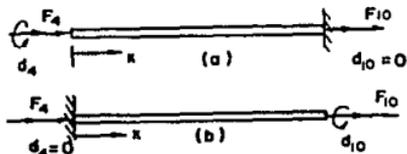


FIGURA 6.8

$$F_4 = \frac{G J}{L} d_4 \quad (6.12)$$

Donde:

$G$  es el módulo de elasticidad para cortante.

$J$  es el momento polar de inercia.

$L$  es la longitud de la barra.

Y si  $d_4 = 1$  entonces:

$$k_{4,4} = \frac{F_4}{d_4} = \frac{G J}{L} \quad \text{y} \quad k_{10,4} = \frac{F_{10}}{d_4} = \frac{G J}{L} \quad (6.13)$$

$$(6.14)$$

#### FUERZAS CORTANTES ( $F_2$ y $F_8$ )

Como las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes que estan en el mismo plano son interdependientes, se representan conjuntamente en la submatriz correspondiente dentro de la matriz de rigideces. En la figura 9 se representan los casos en los que se tienen los desplazamientos  $d_2$  y  $d_6$ .

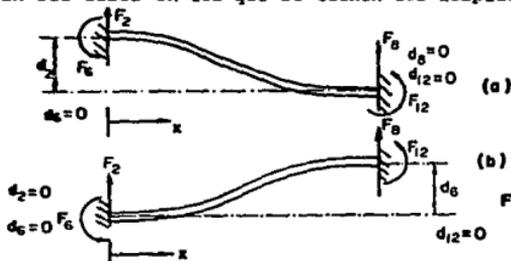


FIGURA 6.9

El desplazamiento lateral en una viga sujeta a fuerza cortante y momentos flexionantes esta dado por:

$$v = v_f + v_c \quad (6.15)$$

Donde  $v_f$  es la deflexión lateral debida a flexión y  $v_c$  a esfuerzos cortantes tal que:

$$\frac{d v_s}{d x} = \frac{-F_2}{G A_s} \quad (6.16)$$

Donde  $A_s$  representa el area efectiva en cortante de la sección transversal y para flexión:

$$E I_x \frac{d^2 v_b}{d x^2} = F_2 x - F_6 \quad (6.17)$$

Integrando (6.16) y (6.17) se llega a:

$$E I_x v = \frac{F_2 x^3}{6} - \frac{F_6 x^2}{2} + (c_1 - \frac{F_2 E I_x}{G A_s}) x + c_2 \quad (6.18)$$

Donde  $c_1$  y  $c_2$  son constantes de integración. Usando las condiciones de frontera indicadas en la figura 9a.

$$\frac{d v_s}{d x} = \frac{-s_2}{G A_s} \quad \text{en } x = 0, x = 1 \quad (6.19)$$

sí  $v = 0$  en  $x = 1$  se llega a :

$$E I_x v = \frac{F_2 x^3}{6} - \frac{F_6 x^2}{2} - \frac{F_2 \phi L^2}{12} + (1 + \phi) \frac{L^3 F_2}{12} \quad (6.20)$$

Donde:

$$F_6 = \frac{F_2 L}{2} \quad (6.21)$$

y

$$\phi = \frac{12 E I_x}{G A_s L^2} \quad (6.22)$$

Las fuerzas restantes se pueden determinar con las ecuaciones de

equilibrio quedando :

$$F_6 = - F_2 \quad (6.23) \quad \text{y} \quad F_{12} = F_6 + F_2 L \quad (6.24)$$

Ahora si  $x = 0$  ,  $v = dz$  y entonces de la ecuación (6.20) se llega a :

$$dz = (1 + \phi) \frac{L^3 F_2}{12 E I_x} \quad (6.25)$$

Usando las ecuaciones (6.21) y (6.23) a (6.25):

$$k_{2,2} = \frac{F_2}{dz} = \frac{12 E I_x}{(1 + \phi) L^3} \quad (6.26)$$

$$k_{6,2} = \frac{F_6}{d_6} = \frac{F_2 L}{2 dz} = \frac{6 E I_x}{(1 + \phi) L^2} \quad (6.27)$$

$$k_{8,2} = \frac{F_8}{d_8} = \frac{-12 E I_x}{(1 + \phi) L^3} \quad (6.28)$$

$$k_{12,2} = \frac{F_{12}}{d_{12}} = \frac{-F_6 + F_2 L}{dz} = \frac{6 E I_x}{(1 + \phi) L^2} \quad (6.29)$$

Siendo las únicas fuerzas que se presentan para el desplazamiento en 2.

Procediendo de manera similar con la parte (b) de la figura 10 se llega a que :

$$k_{8,8} = k_{2,2} = \frac{12 E I_z}{(1 + \phi) L^3} \quad (6.30)$$

$$k_{12,8} = -k_{6,2} = \frac{-6 E I_z}{(1 + \phi) L^2} \quad (6.31)$$

FUERZAS CORTANTES (  $F_6$  y  $F_{12}$  )

De la misma forma que en el caso anterior las fuerzas  $F_2$  y  $F_8$  y los momentos  $F_6$  y  $F_{12}$  son interdependientes estando representados en la figura 10 con los desplazamientos  $d_6$  y  $d_{12}$ .

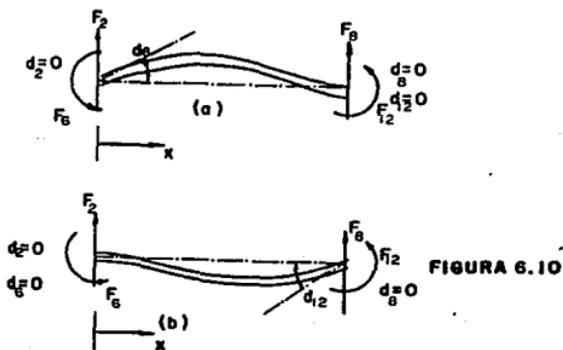


FIGURA 6.10

Ahora considerando las condiciones de frontera :

$$v = 0 \quad \text{en} \quad x = 0, \quad x = 1$$

$$y \quad \frac{d v_s}{d x} = - \frac{F_2}{G A_s} \quad \text{en} \quad x = 1 \quad (6.32)$$

La ecuación (6.20) se convierte en :

$$E I_x v = \frac{F_2}{6} (x^3 L^2 x) + \frac{F_6}{2} (L x - x^2) \quad (6.33)$$

$$y \quad F_2 = \frac{6 F_6}{4 + \phi L} \quad (6.34)$$

Usando las ecuaciones de equilibrio se determinan las fuerzas restantes y calculando  $d_6$  :

$$\text{en } x = 0$$

$$\frac{d v_6}{d x} = \frac{d v}{d x} - \frac{d v_s}{d x} = d_6 \quad (6.35)$$

tal que :

$$d_6 = \frac{F_6 (1 + \phi)}{E I_x (4 + \phi)} \quad (6.36)$$

se llega a :

$$k_{6,6} = \frac{F_6}{d_6} = \frac{(4 + \phi) E I_z}{(1 + \phi) L} \quad (6.37)$$

$$k_{8,6} = \frac{F_8}{d_6} = \frac{-F_6}{d_6} = -\frac{6 E I_z}{(1 + \phi) L^2} \quad (6.38)$$

$$k_{12,6} = \frac{F_{12}}{d_6} = \frac{-F_6 + F_2 L}{d_6} = \frac{(2 - \phi) E I_z}{(1 + \phi) L} \quad (6.39)$$

De igual forma con la parte (b) de la figura (10) :

$$k_{12,12} = k_{6,6} = \frac{(4 + \phi) E I_z}{(1 + \phi) L} \quad (6.40)$$

FUERZAS CORTANTES (  $F_3$  y  $F_4$  )

De los resultados presentados se pueden obtener las rigideces asociadas a los desplazamientos  $d_3$  y  $d_4$ ; únicamente hay que hacer notar que las direcciones para los desplazamientos consideradas como positivas, que se presentaron en la figura 10 son diferentes para los momentos en los planos  $yx$  y  $zx$  los cuales se muestran en la figura 11:

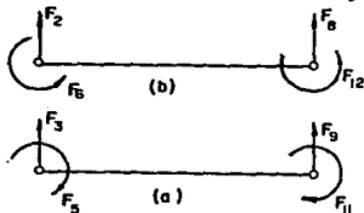


FIGURA 6.11

De manera que :

$$k_{3,1} = k_{2,2} \quad (6.41)$$

$$k_{5,3} = -k_{6,2} \quad (6.42)$$

$$k_{9,3} = k_{8,2} \quad (6.43)$$

$$k_{11,3} = -k_{12,2} \quad (6.44)$$

$$k_{5,4} = k_{8,4} \quad (6.45)$$

$$k_{11,4} = -k_{12,4} \quad (6.46)$$

MOMENTOS FLEXIONANTES (  $F_5$  y  $F_{11}$  )

Procediendo de igual manera que en la sección anterior se llega a que:

$$k_{5,5} = k_{8,4} \quad (6.47)$$

$$k_{9,5} = -k_{8,6} \quad (6.48)$$

$$k_{11,5} = k_{12,6} \quad (6.49)$$

Los resultados obtenidos en las secciones anteriores y que forman seis submatrices, se ensamblan para formar la matriz de rigideces de un elemento barra, la que se presenta a continuación:



Donde :

$$\phi_y = \frac{12 E I_x}{G A_{xy} L^2} = 24 (1 + \nu) \frac{A}{A_{xy}} \left( \frac{r_x}{L} \right)^2 \quad (6.50)$$

$$\phi_z = \frac{12 E I_y}{G A_{xz} L^2} = 24 (1 + \nu) \frac{A}{A_{xz}} \left( \frac{r_y}{L} \right)^2 \quad (6.51)$$

Representa la deformación debida a cortante. En el caso de elementos esbeltos, las relaciones  $\frac{r_x}{L}$  y  $\frac{r_y}{L}$  toman valores pequeños y en consecuencia,  $\phi_y$  y  $\phi_z$  pueden considerarse igual a cero.

Los elementos de la matriz de rigideces anterior estan referidos a un sistema de ejes locales para cada elemento barra, por lo que no siempre pueden sumarse elementos de diferentes matrices de rigideces sin haberlas transformado para referirlas a un sistema de coordenadas globales. Esto último se logra multiplicando cada matriz de rigideces por la siguiente matriz de transformación de coordenadas:



### 6.1.3.3. Matriz de rigideces de un elemento placa.

En la figura 12 se tiene un elemento placa rectangular en el cual se representan sus grados de libertad (dos en cada esquina contenidos en el plano del elemento) y referida a un sistema local y otro general.

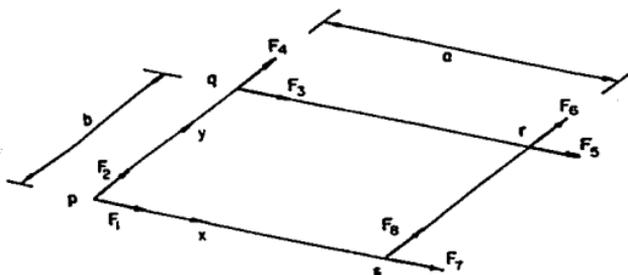


FIGURA 6.12

La matriz de rigideces correspondiente (simétrica con respecto a la diagonal principal) es:





6.1.4. Solución para desplazamientos, reacciones y fuerzas en los elementos de una estructura.

Si se consideran los grados de libertad restringidos para incluirlos la matriz de rigideces se transforma la ecuación (6.4) en la que sigue:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{1r} \\ K_{r1} & K_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ D_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ F_r \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

Donde :

$[K_{11}]$  es la matriz de rigideces para los grados de libertad no restringidos.

$[K_{rr}]$  es la matriz de rigideces para los grados de libertad restringidos.

$[K_{1r}]$  y  $[K_{r1}]$  son las matrices de rigideces para la combinación de los grados de libertad restringidos y no restringidos.

$[ D ]$  es el vector de desplazamientos en los grados de libertad no restringidos.

$[ D_r ]$  es el vector de desplazamientos en los grados de libertad restringidos (en general igual a cero).

$[ F ]$  es el vector de las fuerzas aplicadas.

$[ F_r ]$  es el vector de reacciones.

La ecuación (6.52) puede expresarse como :

$$\begin{bmatrix} K_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{1r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

$$\begin{bmatrix} K_{r1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_r \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

De la ecuación (6.53) se puede despejar  $[ D ]$  quedando :

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} \end{bmatrix}^{-1} \left( \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{1r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_r \end{bmatrix} \right) \quad (6.55)$$

Con la ecuación (6.55) se pueden calcular los desplazamientos en las direcciones de los grados de libertad.

Una vez que se ha determinado  $[ D ]$  se pueden calcular las fuerzas en los grados de libertad restringidos, es decir las reacciones, usando la ecuación (6.54) quedando determinado el vector  $[ F_r ]$ .

Finalmente para determinar las fuerzas que actúan en cada uno de los grados de libertad no restringidos en cada miembro de la estructura se puede usar la siguiente ecuación :

$$[ f ] = [ k ] [ d ] \quad (6.56)$$

Donde :

$[ f ]$  es el vector de fuerzas.

$[ k ]$  es la matriz de rigideces.

$[ d ]$  es el vector de desplazamientos.

Siendo las tres anteriores matrices las particulares para cada miembro de la estructura y en coordenadas locales.

## 6.2 ANALISIS DEL MODELO.

### 6.2.1. Idealización de la estructura.

#### 6.2.1.1. Geometría.

Dado que las traveses del modelo son de dos secciones diferentes (como lo representamos en la figura 13) y que los ejes centroidales de dos traveses de diferente sección tienen diferentes alturas y por lo mismo no se intersectan en los cruces (figura 13) , en la idealización matemática se hicieron coincidir en un punto los ejes centroidales de traveses y columnas en sus cruces, considerando para esto el promedio de alturas de los ejes centroidales de los elementos horizontal. En lo referente a las columnas su ubicación se respetó totalmente. Lo anterior es lo que se hace comúnmente en la práctica.

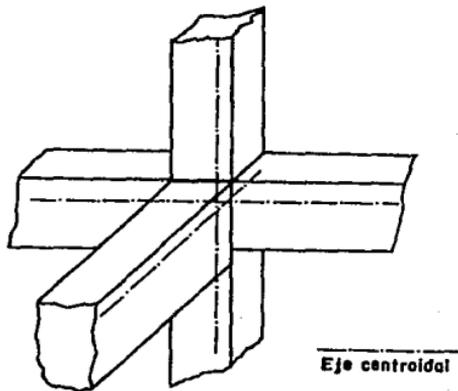
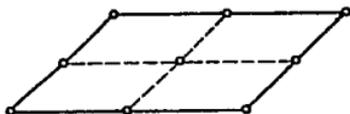


FIGURA 6.13

Cada tablero de losa limitado perimetralmente por trabes, se dividió en cuatro partes iguales dando lugar a cuatro tableros quedando definidos estos últimos por nodos ubicados en sus esquinas (figura 14).



**FIGURA 6.14**

Hecho lo anterior se determinaron las coordenadas de los nodos lo que permitió definir la ubicación de todas las trabes y columnas y de todos los tableros de losa, que en conjunto componen la estructura idealizada.

Las secciones de trabes y columnas, así como de losas, tienen las mismas dimensiones el modelo.

#### 6.2.1.2. Características de los materiales.

La relación de Poisson usada fue  $\nu = 0.2$  valor considerado como típico para el concreto.

Para determinar el módulo de elasticidad más representativo posible del modelo se usó un procedimiento de tanteos, se inició considerando un valor para toda la estructura de  $E = 100000 \text{ kg/cm}^2$  con el cual se calcularon los desplazamientos en la estructura (ver sección 6.2.3.) los que se compararon con los obtenidos en el ensayo del modelo (ver Capítulo

8). Se observaron notables diferencias entre el valor teórico y el experimental dando evidencia de que la rigidez a flexión no es constante y que depende de las características de material y de la geometría de la sección. Para de alguna manera tomar en cuenta este efecto, se fue variando el módulo de elasticidad en los entrepisos hasta que se tuvo una aproximación razonablemente buena entre valores teóricos y experimentales.

Los módulos de elasticidad para el análisis final fueron:

trabes y losas	$E = 85000 \text{ kg/cm}^2$
columnas del 1er nivel	$E = 72000 \text{ kg/cm}^2$
columnas del 2do nivel	$E = 129000 \text{ kg/cm}^2$
columnas del 3er nivel	$E = 110000 \text{ kg/cm}^2$

Se observa que la rigidez de la estructura disminuye con el nivel de flexión dado por momento de volteo, ya que en los pisos inferiores donde es mayor la flexión, se tiene la menor rigidez (en este caso el menor valor de E).

En todos los casos usamos valores para los módulos de elasticidad por cortante G que siguen la relación:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (6.57)$$

#### 6.2.1.3. Grados de libertad y condiciones de apoyo.

En la estructura idealizada se tiene un total de 117 nodos, de los cuales 12, los ubicados en las bases de las columnas, no tienen grados de libertad asociados ya que se supuso empotramientos perfectos en ellos.

Los otros nodos tienen seis grados de libertad en cada uno (tres desplazamientos lineales y tres giros).

Por lo anterior en toda la estructura idealizada se tiene un total de 630 grados de libertad.

#### 6.2.1.4. Cargas.

Durante el ensayo del modelo (Capítulo 7), se dieron cargas horizontales y verticales; las verticales se aplicaron como cargas uniformemente repartidas en las losas (constantes durante todo el procedimiento) teniendo los siguientes valores:

	modelo	prototipo
1er nivel	0.01479 kg/cm <sup>2</sup>	147.9 kg/m <sup>2</sup>
2do nivel	0.01333 kg/cm <sup>2</sup>	133.3 kg/m <sup>2</sup>
3er nivel	0.01579 kg/cm <sup>2</sup>	157.9 kg/m <sup>2</sup>

Las cargas verticales no corresponden al máximo exigido por el reglamento; sin embargo para efecto del estudio esto no es trascendente.

Las cargas horizontales en el análisis se pusieron como fuerzas concentradas aplicadas en incrementos en los nodos 33, 68 y 103 ( ver 6.2.2. ) con direcciones representadas en la figura 15. En total con los incrementos dados en las fuerzas horizontales se alcanzaron siete niveles de carga, por lo que se hicieron siete análisis. En la tabla 1 se dan los valores de las fuerzas horizontales que se aplicaron durante el ensayo del modelo (en el Capítulo 7 se describen con más detalle).

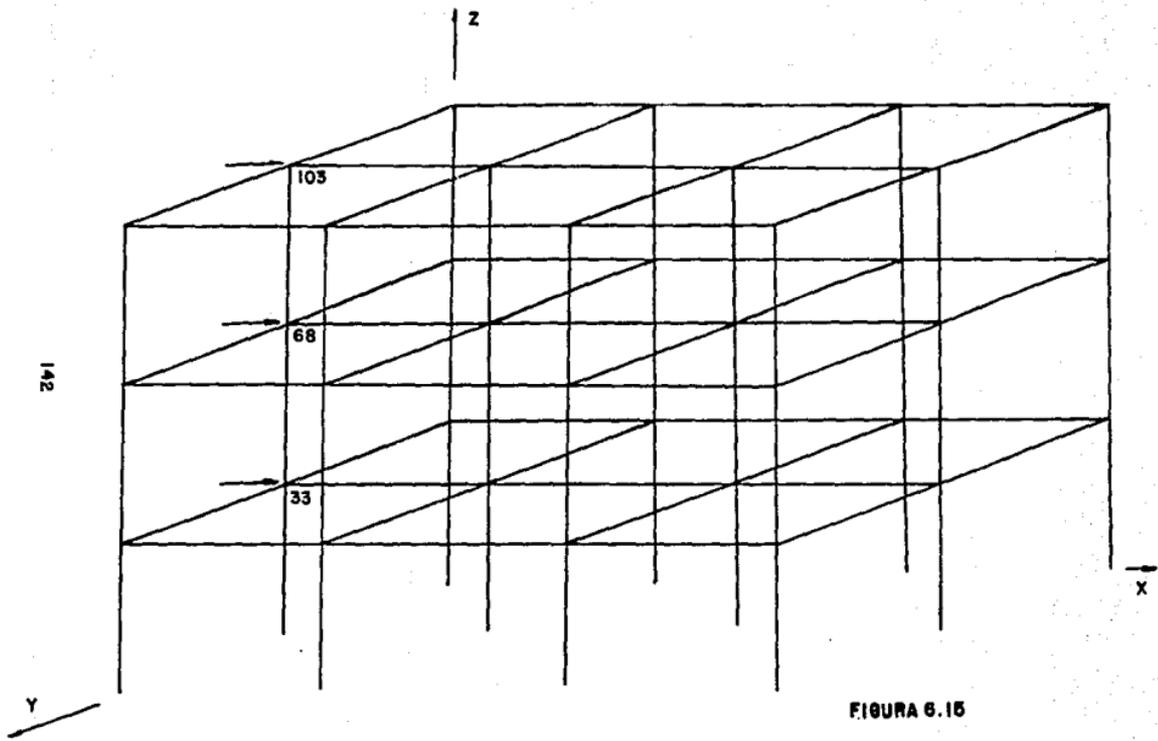


FIGURA 6.15

Tabla 1

Fuerzas horizontales aplicadas al modelo durante el ensaye en kg

Número de carga	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel de carga
1	0	0	0	1
2	5.63	12.58	20.59	2
3	11.59	25.49	41.18	3
4	17.88	38.41	61.76	4
5	24.17	50.00	82.35	5
6	17.88	38.41	63.24	4
7	23.84	50.33	82.35	5
8	18.54	38.41	63.24	4
9	24.17	50.66	80.88	5
10	30.46	62.25	101.47	6
11	25.17	50.33	82.35	5
12	18.87	38.08	61.76	4
13	24.83	50.33	82.35	5
14	30.79	63.25	101.47	6
15	36.75	74.83	122.06	7
16	31.46	62.50	102.94	6
17	25.17	50.99	83.82	5
18	18.87	38.08	63.24	4
19	12.58	25.17	41.18	3
20	5.63	12.25	20.59	2
21	0.66	0.66	7.35	1

Para el análisis solo se consideró la carga con que se llegó por primera vez a cada nivel, como se muestra en la tabla 2.

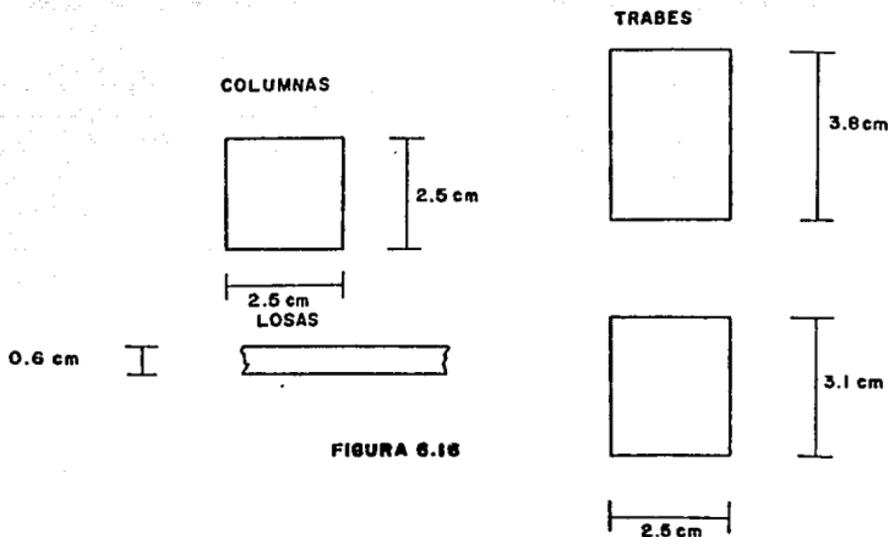
Tabla 2

Fuerzas horizontales aplicadas para el análisis, en kg

Análisis	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
1	0	0	0
2	5.63	12.58	20.59
3	11.59	25.49	41.18
4	17.88	38.41	61.76
5	24.10	50.00	82.35
6	30.46	62.25	101.47
7	36.75	74.83	122.06

Además de las cargas descritas, en el programa usado para los análisis consideramos cargas gravitacionales correspondientes a un peso volumétrico de  $0.0024 \text{ kg/cm}^3$ .

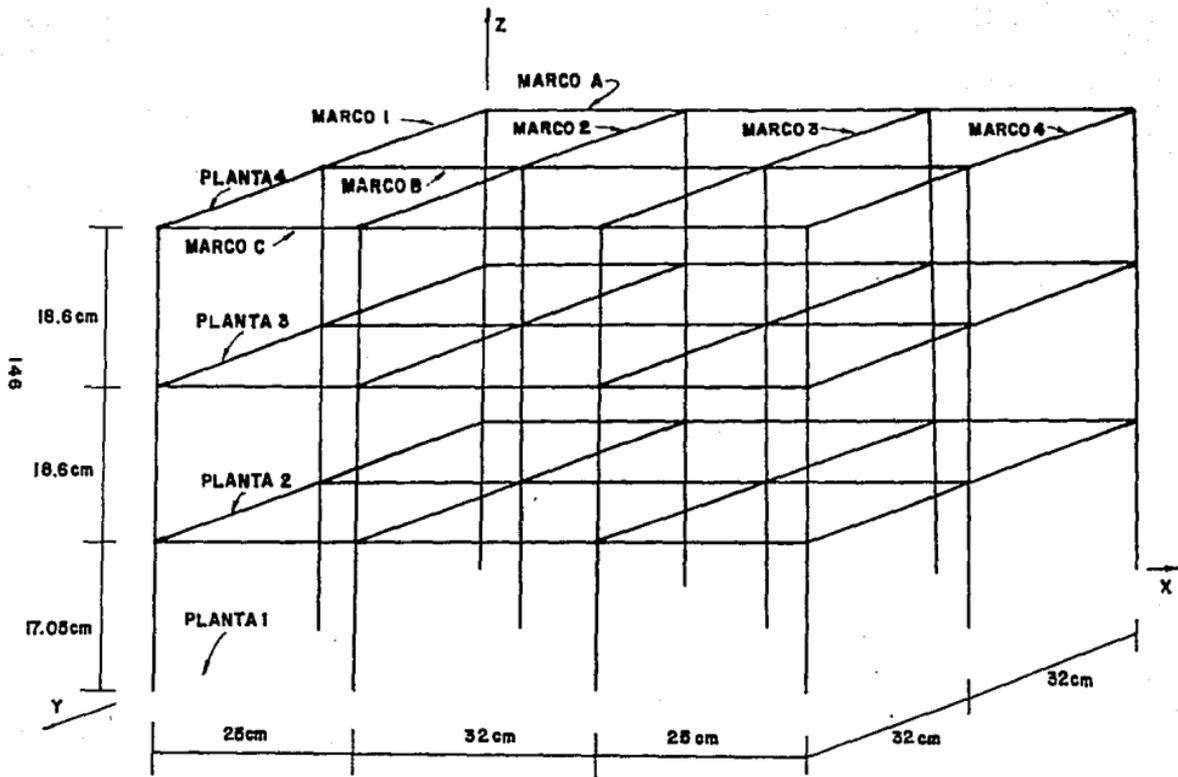
Las secciones transversales de los elementos barra (trabes y columnas) y el espesor de los elementos placa (losas) se muestran en la figura 16.



**FIGURA 6.16**

**6.2.2. Datos de entrada al Programa SAP-80.**

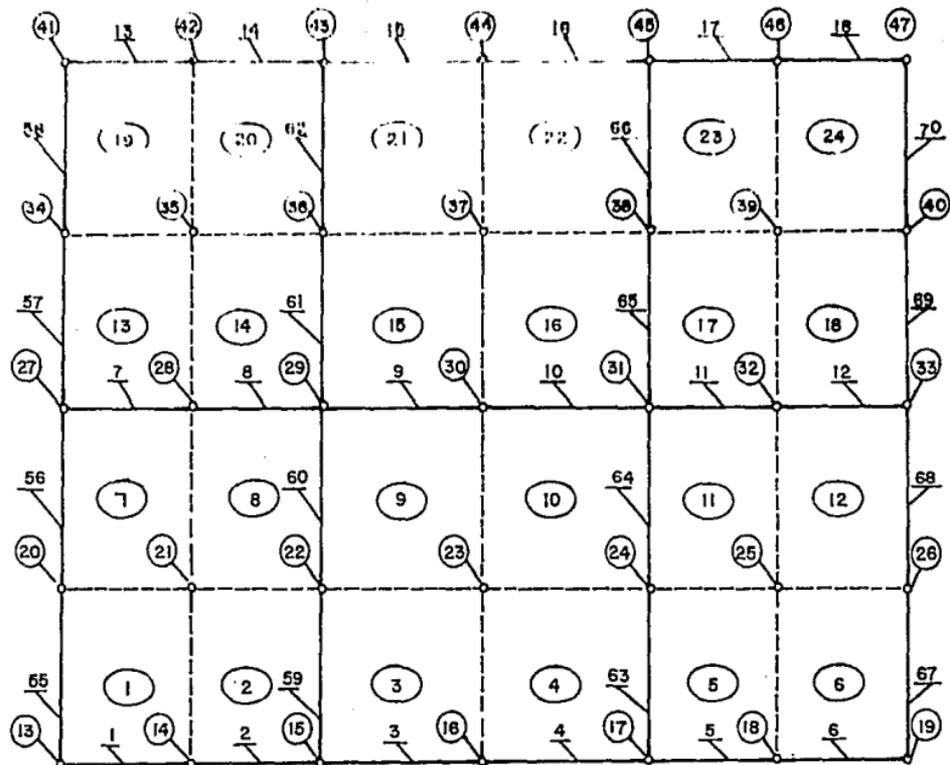
En las figuras de las páginas siguientes se muestran los nodos, elementos barra y elementos placa, dando sus numeraciones y ubicaciones respectivas.



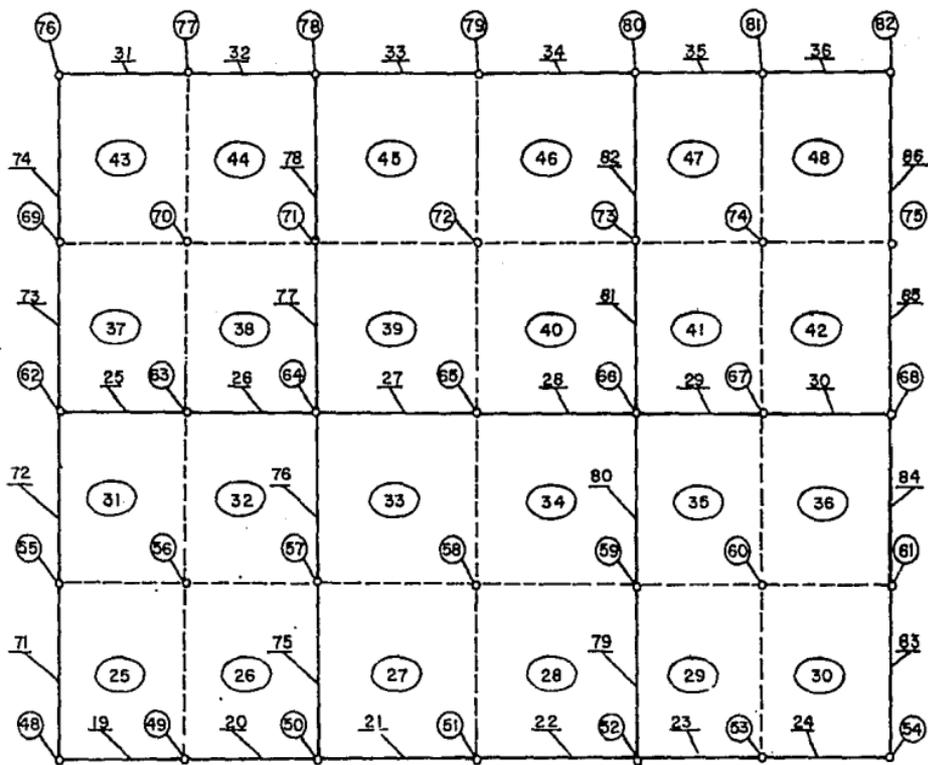
147



PLANTA 1

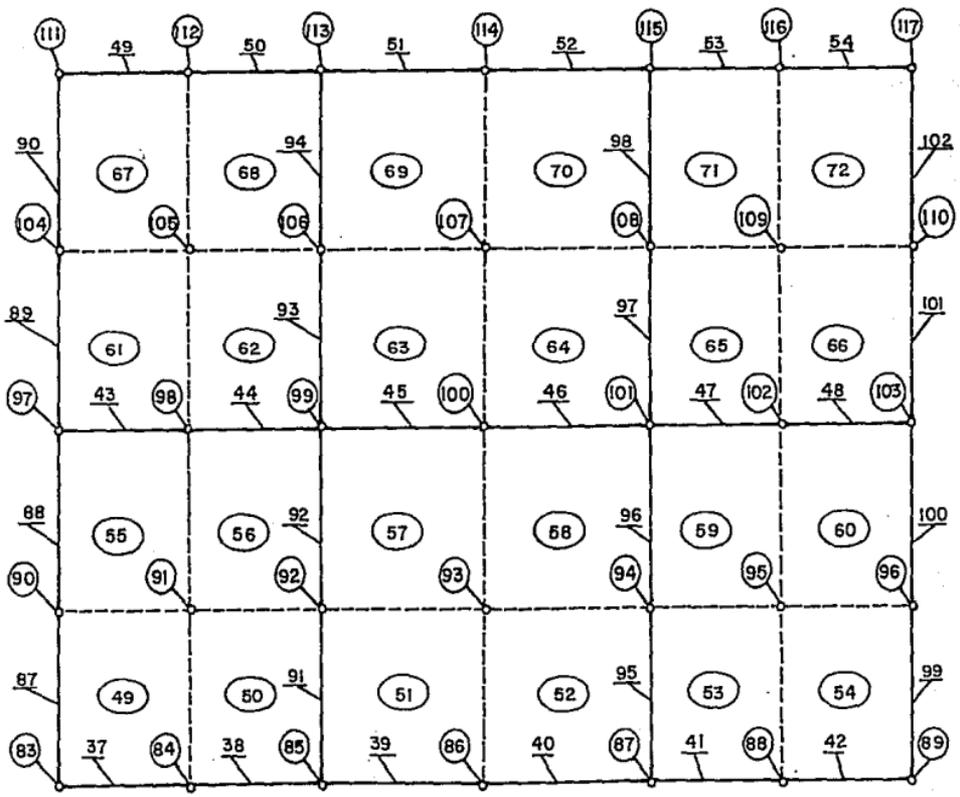


PLANTA 2



PLANTA 3

150



PLANTA 4

Como resumen de las características de los materiales, en la tabla 3 se muestran E, G y  $\nu$ .

Tabla 3

E constante

E en $\text{kg/cm}^2$	G en $\text{kg/cm}^2$	$\nu$
100000	41667	0.2

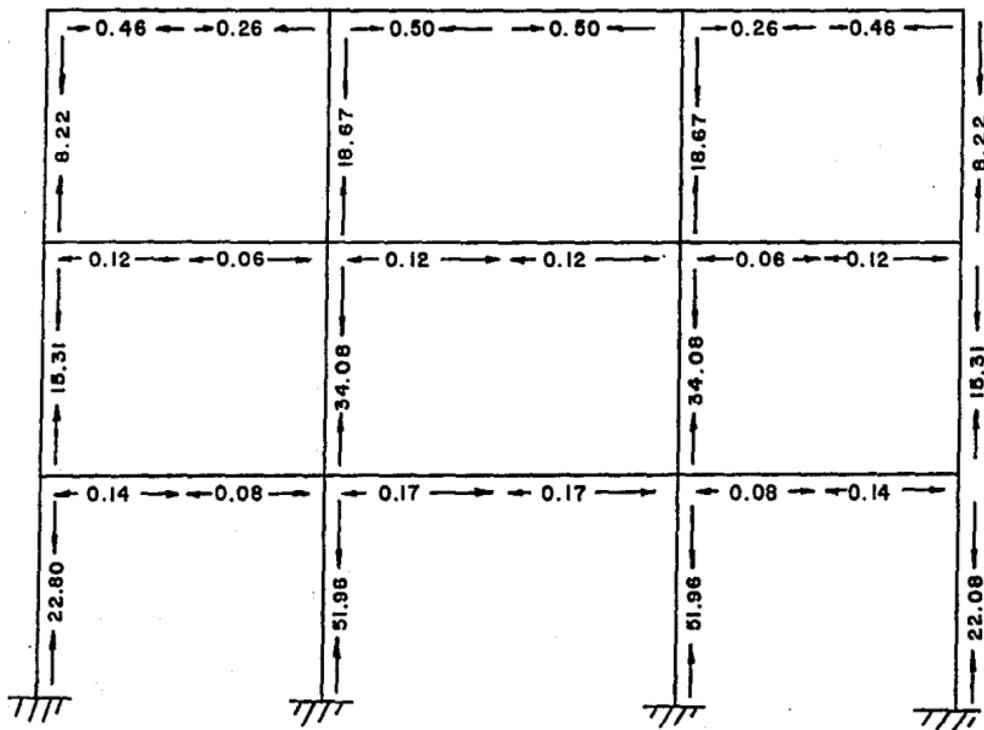
E variable

	E en $\text{kg/cm}^2$	G en $\text{kg/cm}^2$	$\nu$
trabes y losas	85000	35417	0.2
columnas 1er n.	72000	30000	0.2
columnas 2do n.	129000	53750	0.2
columnas 3er n.	110000	45833	0.2

6.2.3. Resultados del análisis.

En las paginas siguientes se encuentran representados los elementos mecánicos calculados para el marco B considerando: a) un solo módulo de elasticidad, y b) variando el módulo en cada entrepiso para hacer coincidir los desplazamientos teóricos y los calculados, los resultados están en las siguientes unidades:

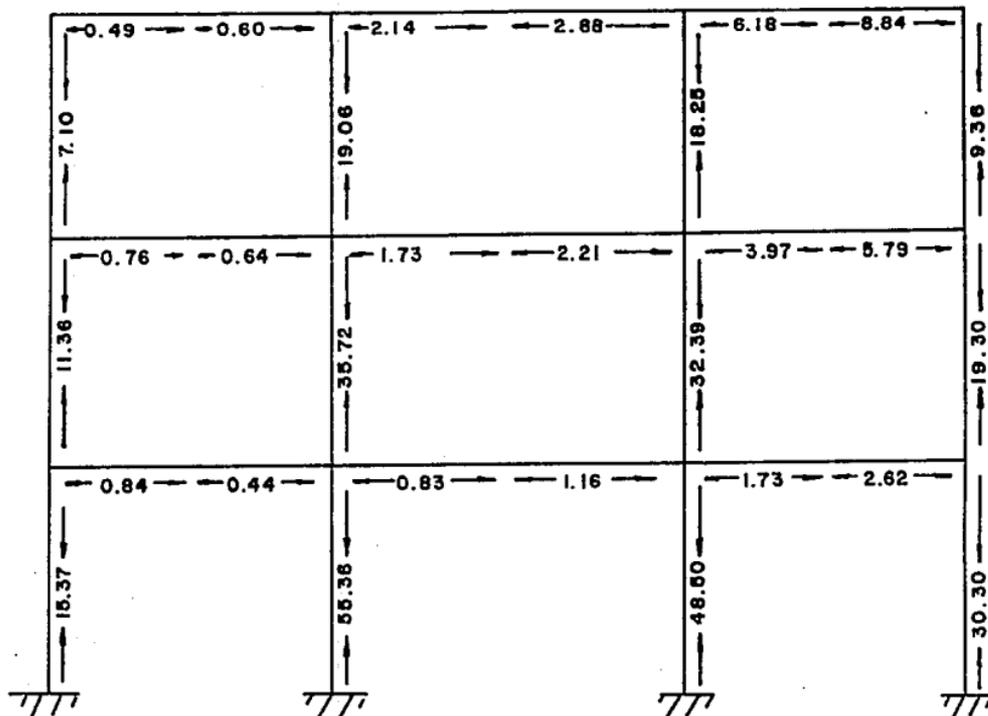
- fuerza axial en kg
- fuerza cortante en kg
- momento flexionante en kg-cm



FUERZA AXIAL

E CONSTANTE

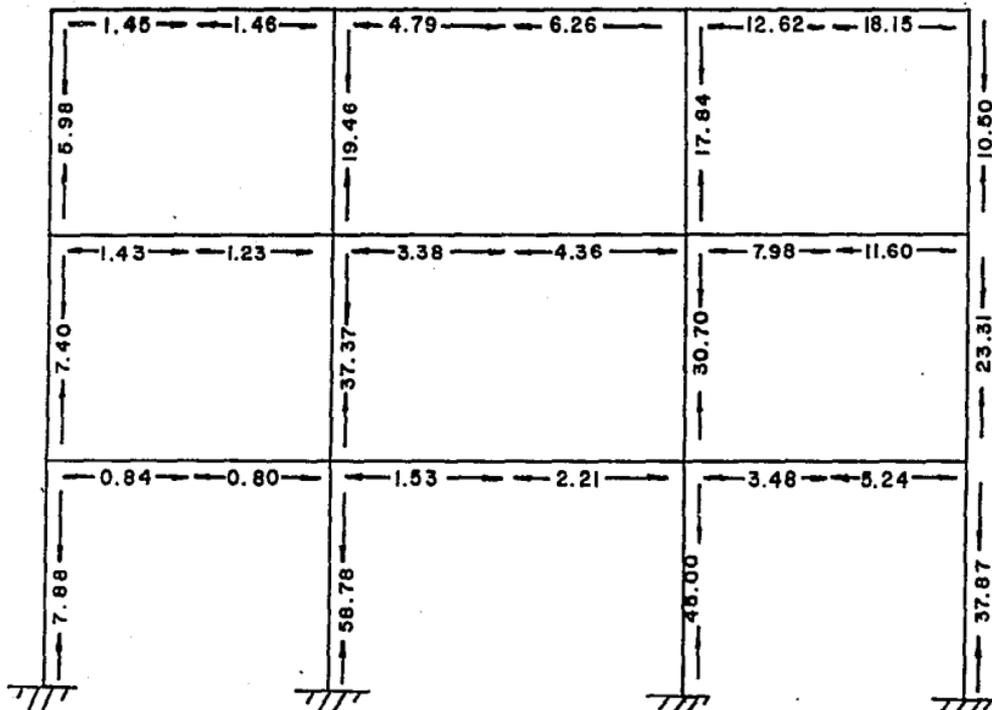
CONDICION DE CARGA I



FUERZA AXIAL

E CONSTANTE

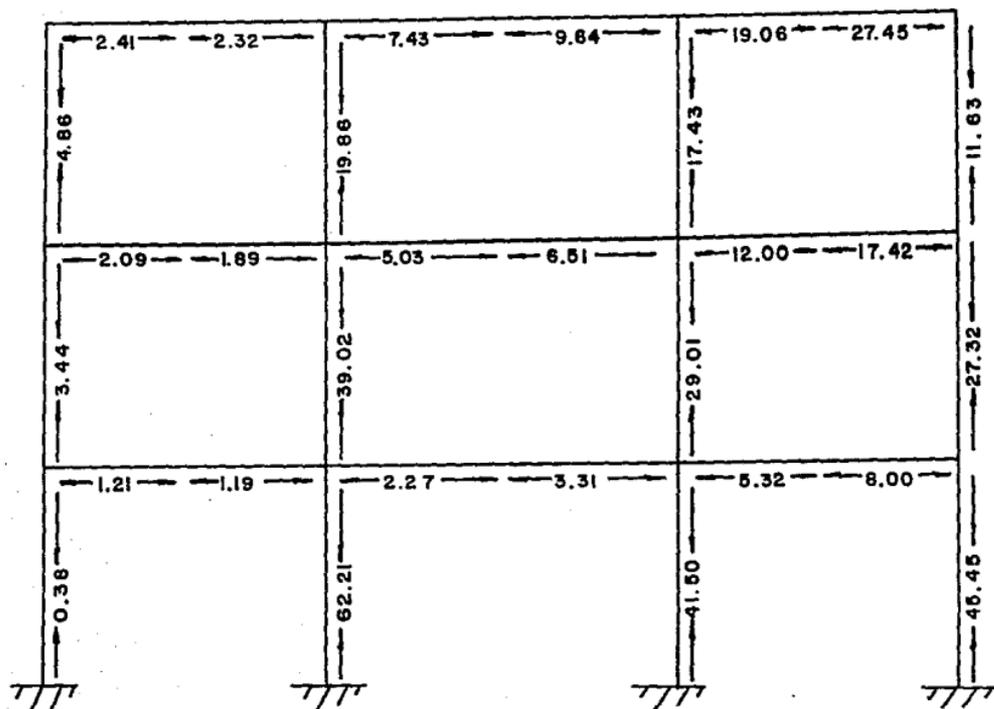
CONDICION DE CARGA 2



FUERZA AXIAL

E CONSTANTE

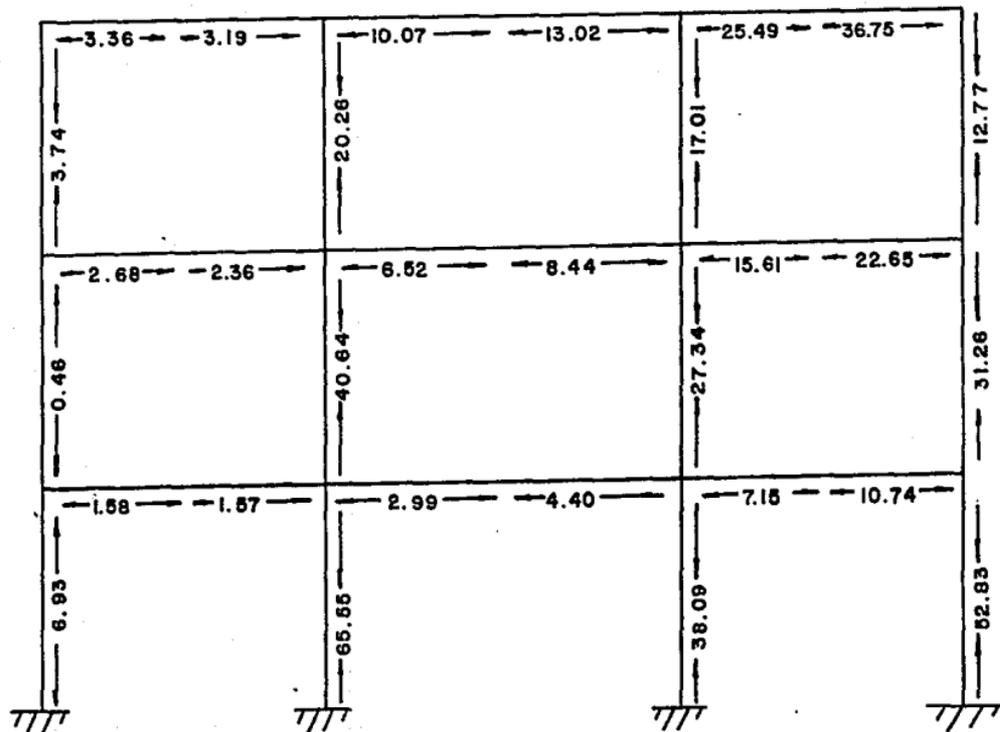
CONDICION DE CARGA 3



FUERZA AXIAL

E CONSTANTE

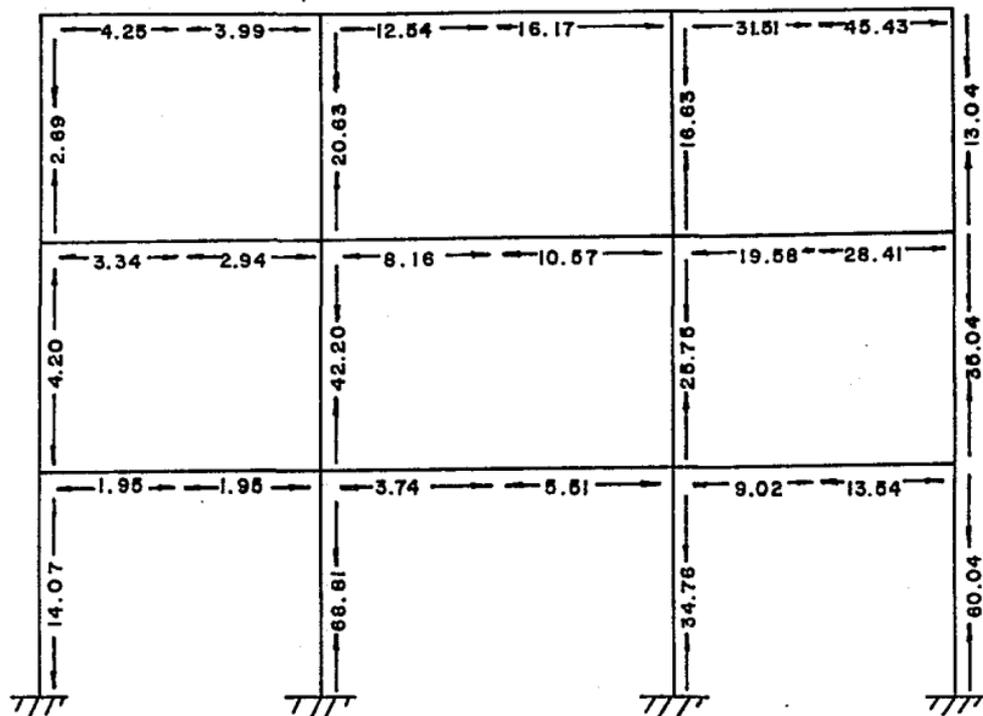
CONDICION DE CARGA 4



FUERZA AXIAL

E CONSTANTE

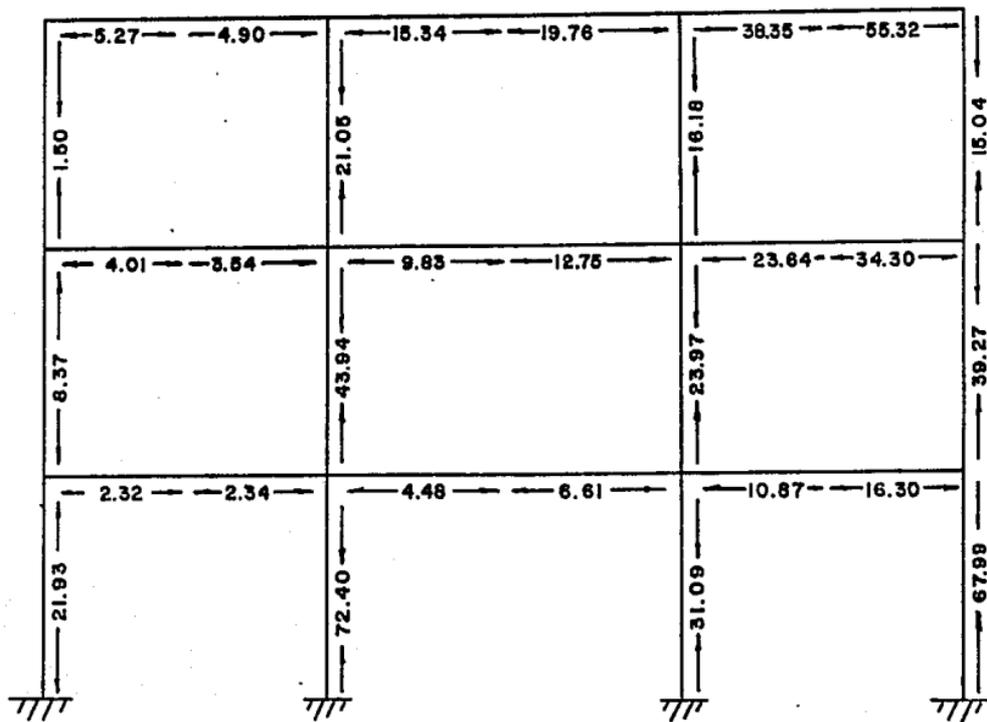
CONDICION DE CARGA 5



FUERZA AXIAL

E CONSTANTE

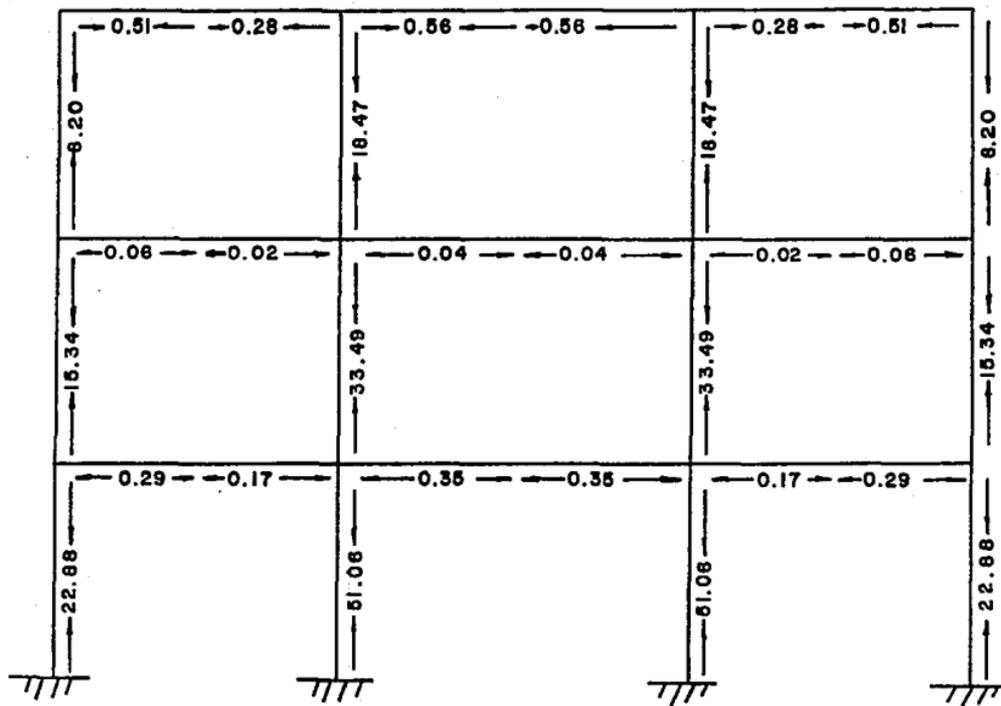
CONDICION DE CARGA 6



FUERZA AXIAL

E CONSTANTE

CONDICION DE CARGA 7

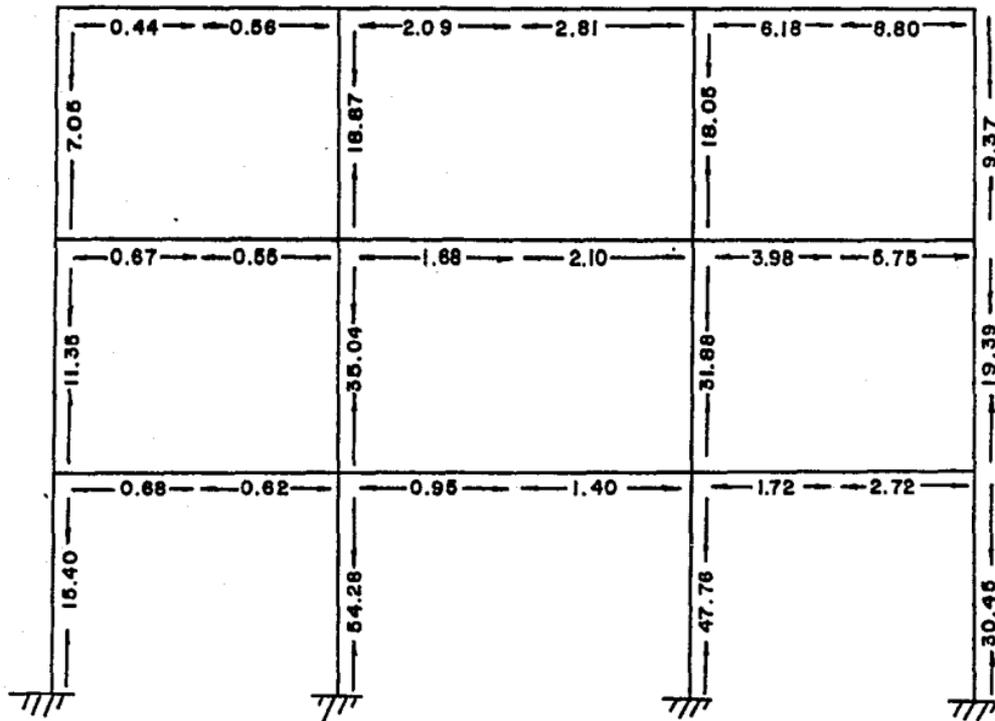


FUERZA AXIAL

E VARIABLE

CONDICION DE CARGA I

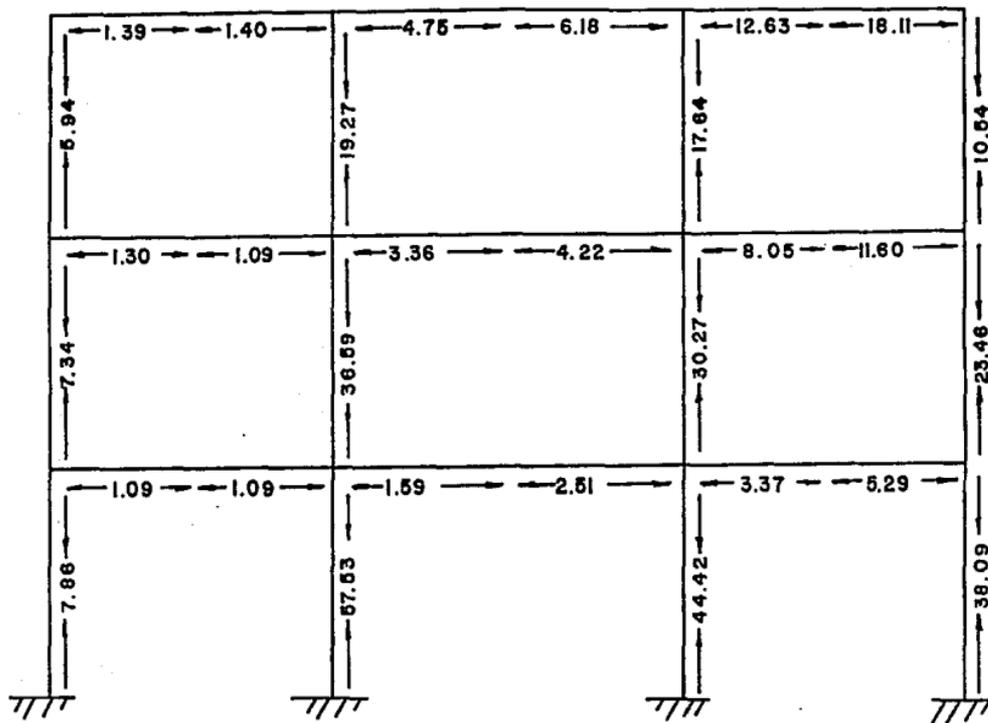
091



FUERZA AXIAL

E VARIABLE

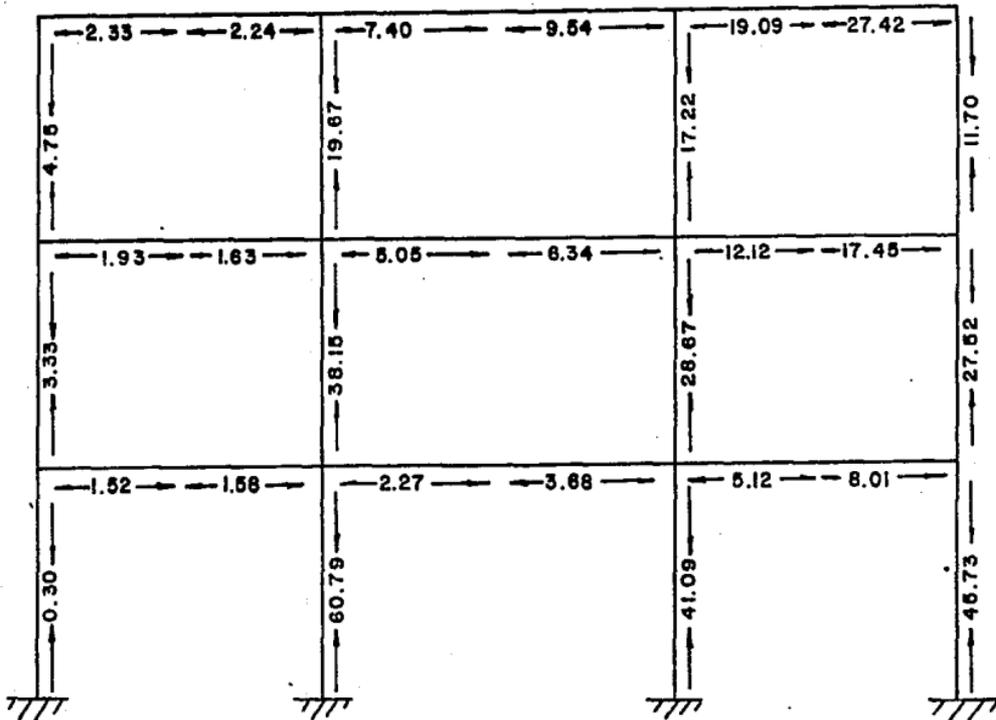
CONDICION DE CARGA 2



FUERZA AXIAL

E VARIABLE

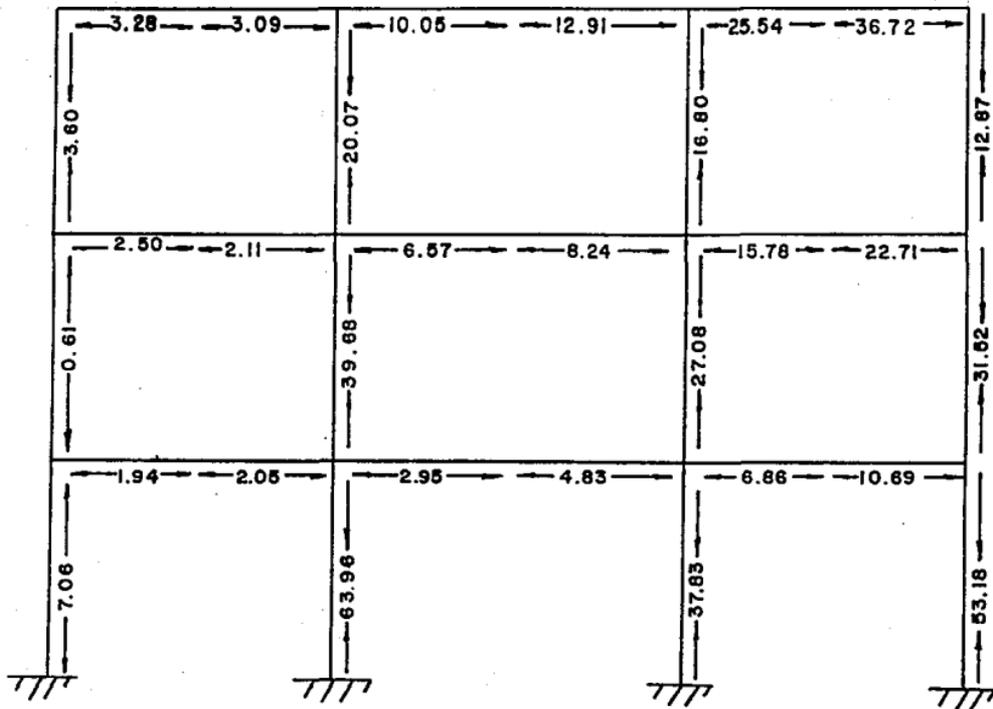
CONDICION DE CARGA 3



FUERZA AXIAL

E VARIABLE

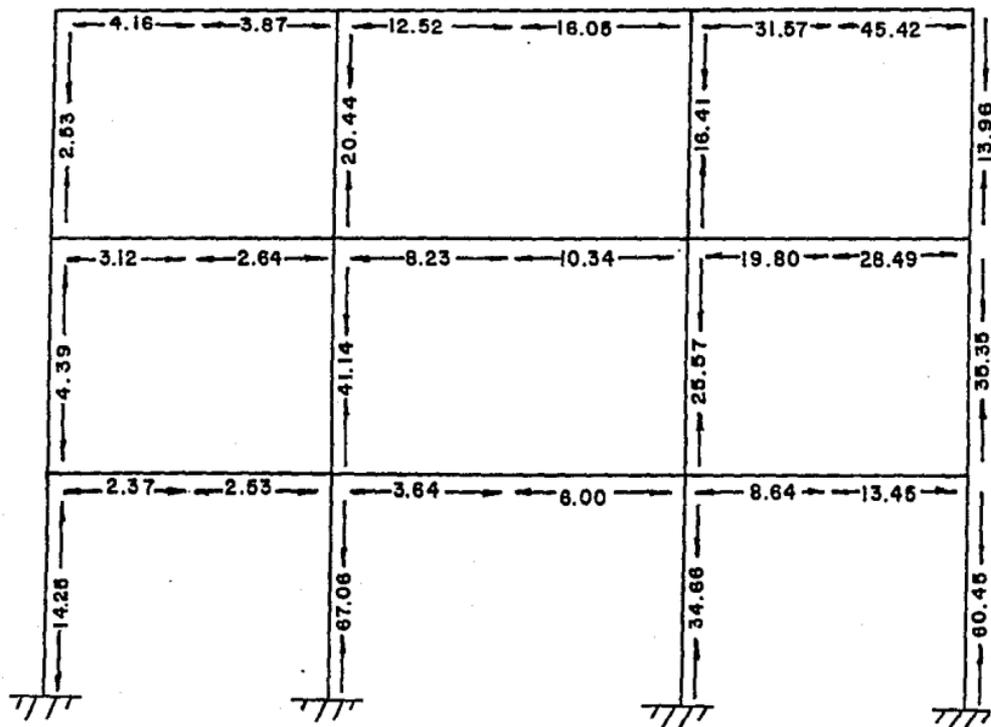
CONDICION DE CARGA 4



FUERZA AXIAL

E VARIABLE

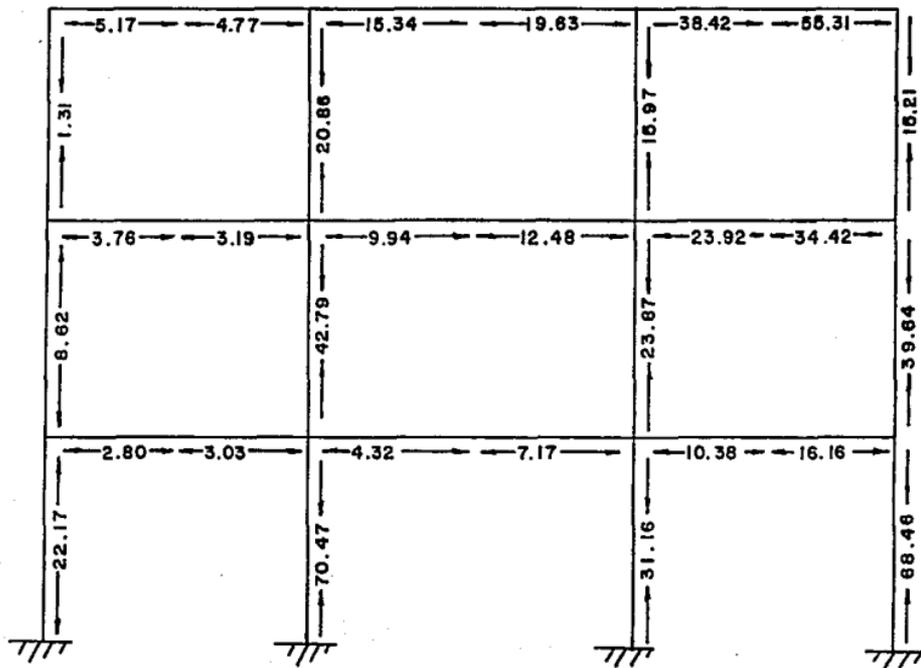
CONDICION DE CARGA 5



FUERZA AXIAL

E VARIABLE

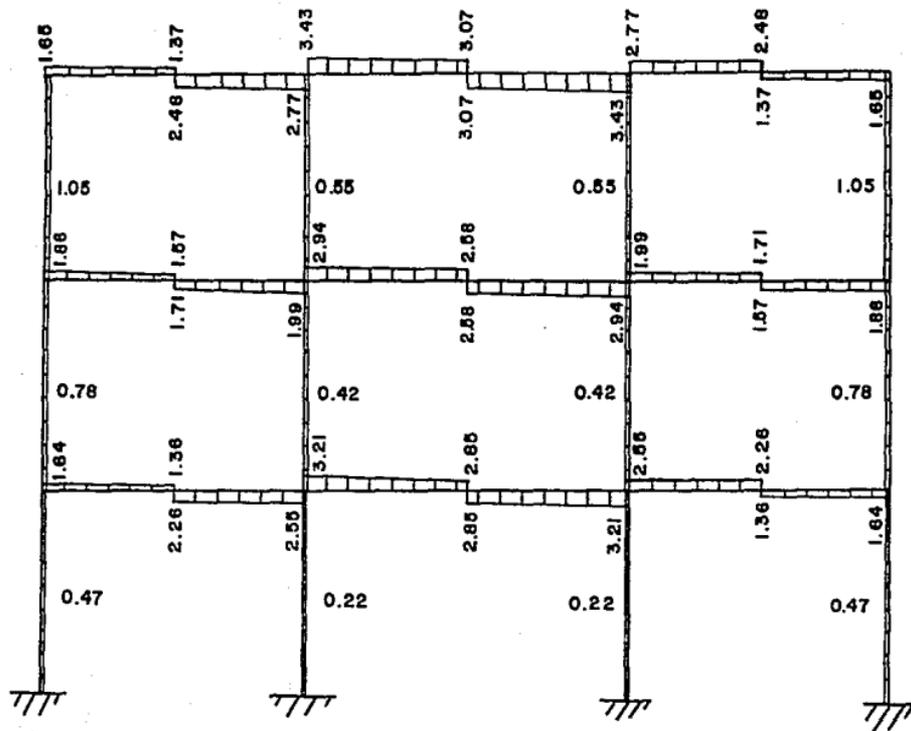
CONDICION DE CARGA 6



FUERZA AXIAL

E VARIABLE

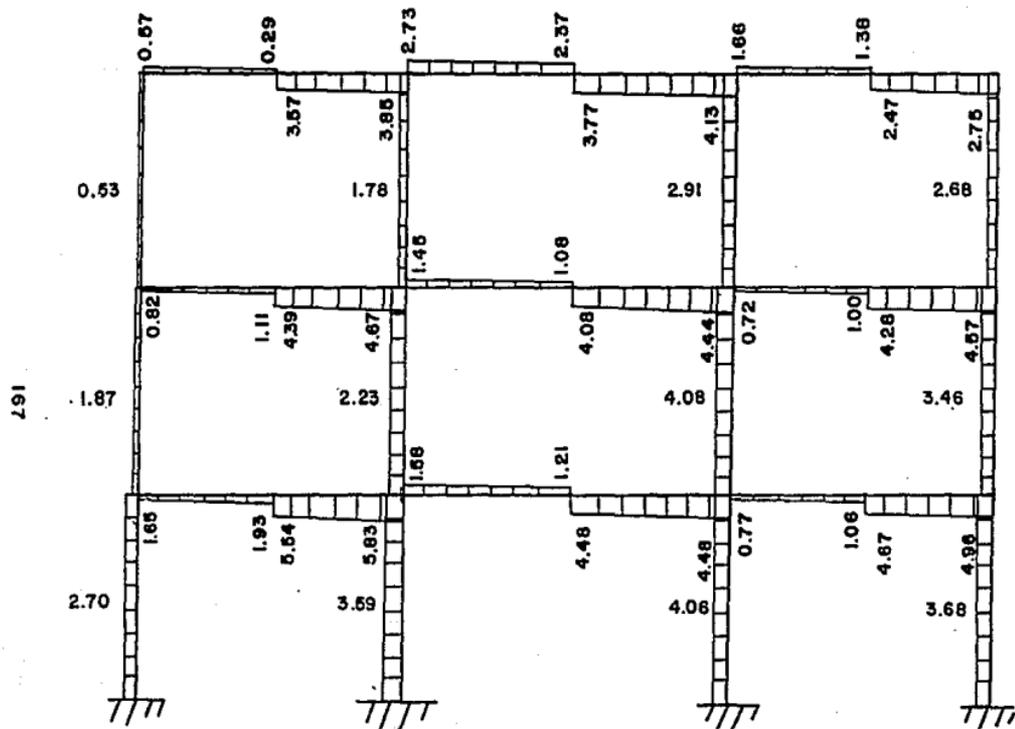
CONDICION DE CARGA 7



FUERZA CORTANTE

E CONSTANTE

CONDICION DE CARGA I

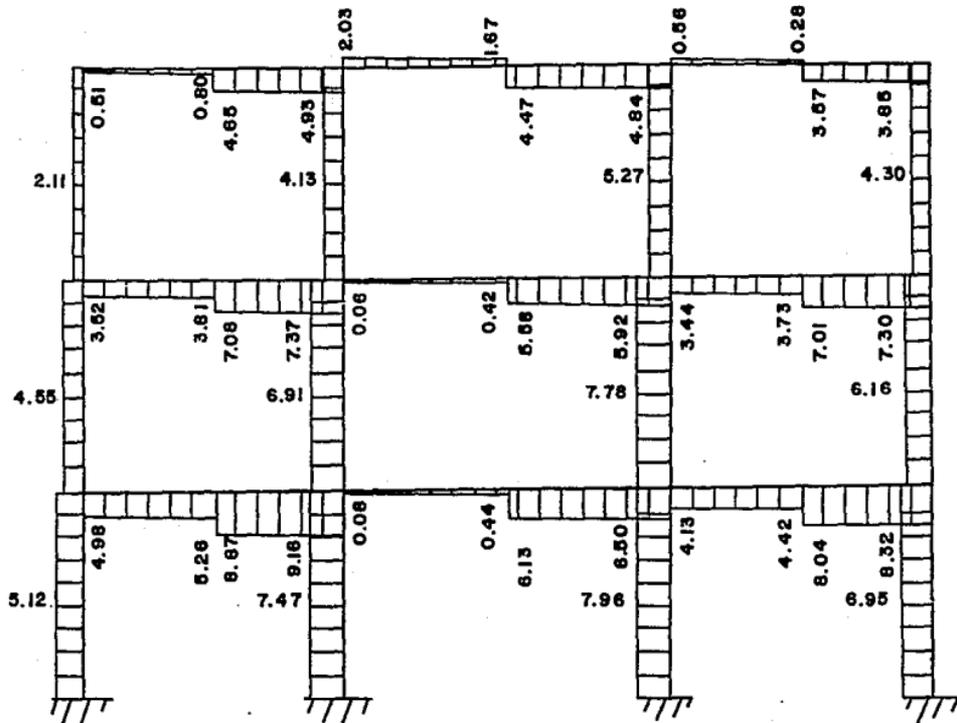


FUERZA CORTANTE

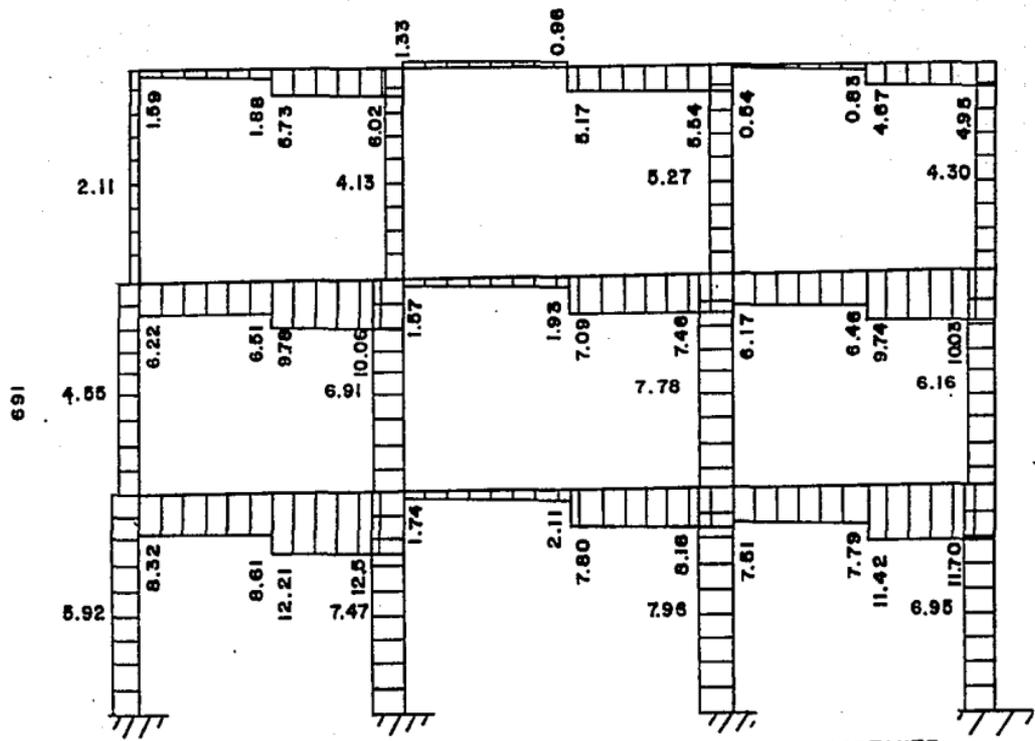
E CONSTANTE

CONDICION DE CARGA 2

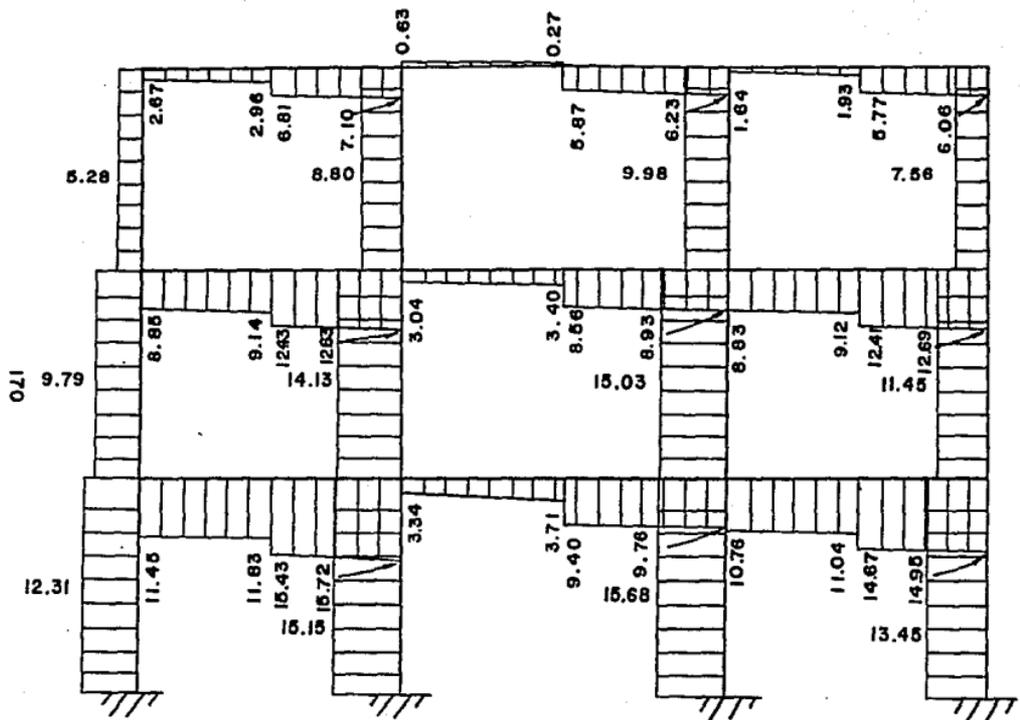
891



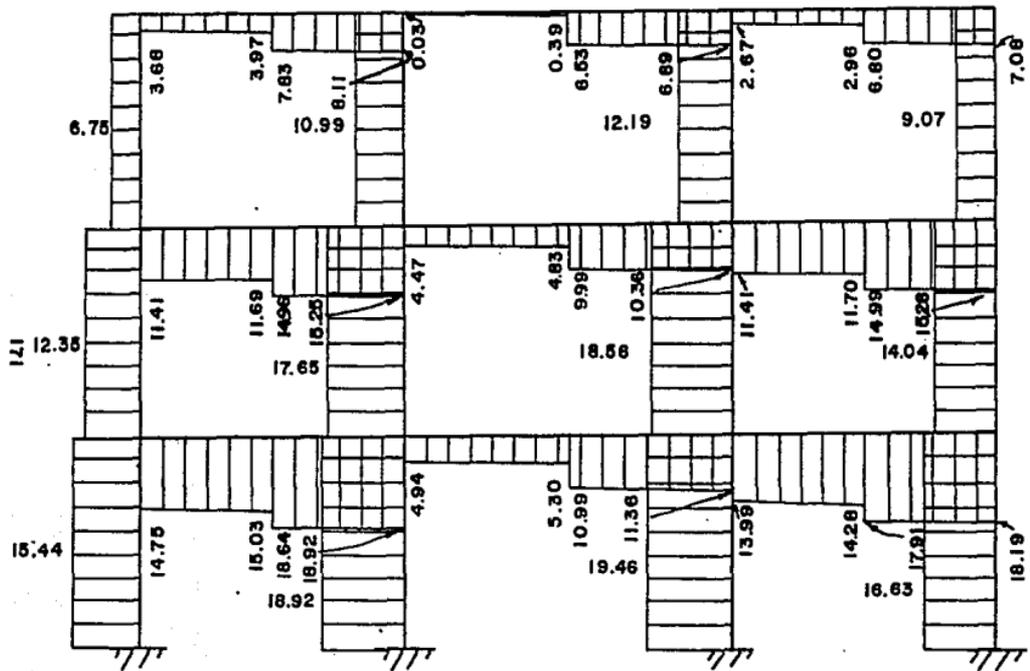
FUERZA CORTANTE  
E CONSTANTE  
CONDICION DE CARGA 3



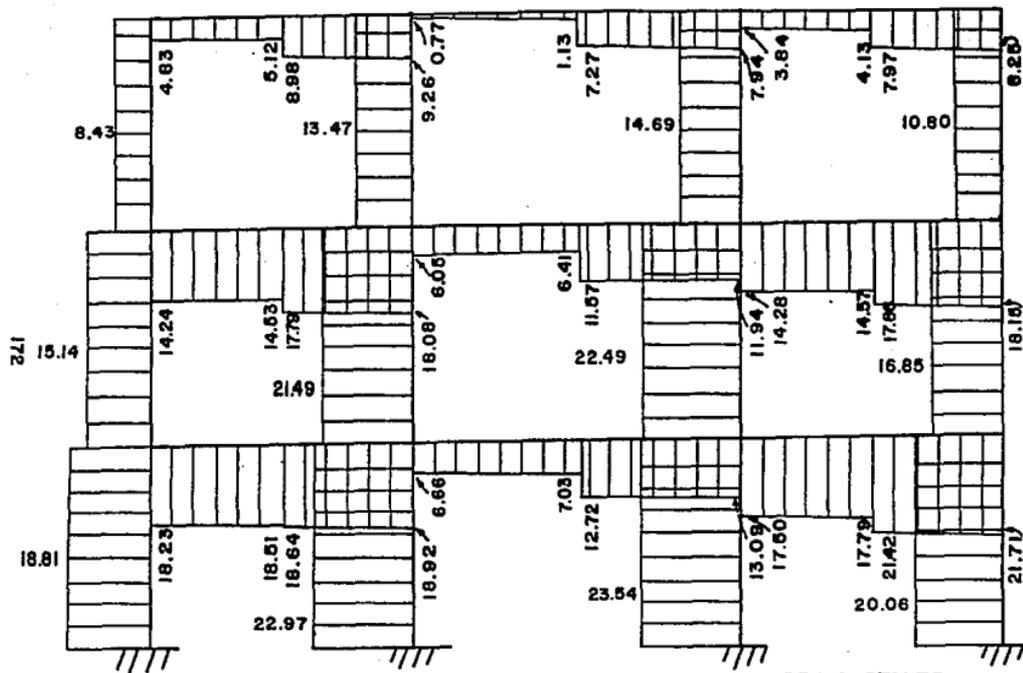
FUERZA CORTANTE  
 E CONSTANTE  
 CONDICION DE CARGA 4



FUERZA CORTANTE  
 E CONSTANTE  
 CONDICION DE CARGA 5



FUERZA CORTANTE  
E CONSTANTE  
CONDICION DE CARGA 6

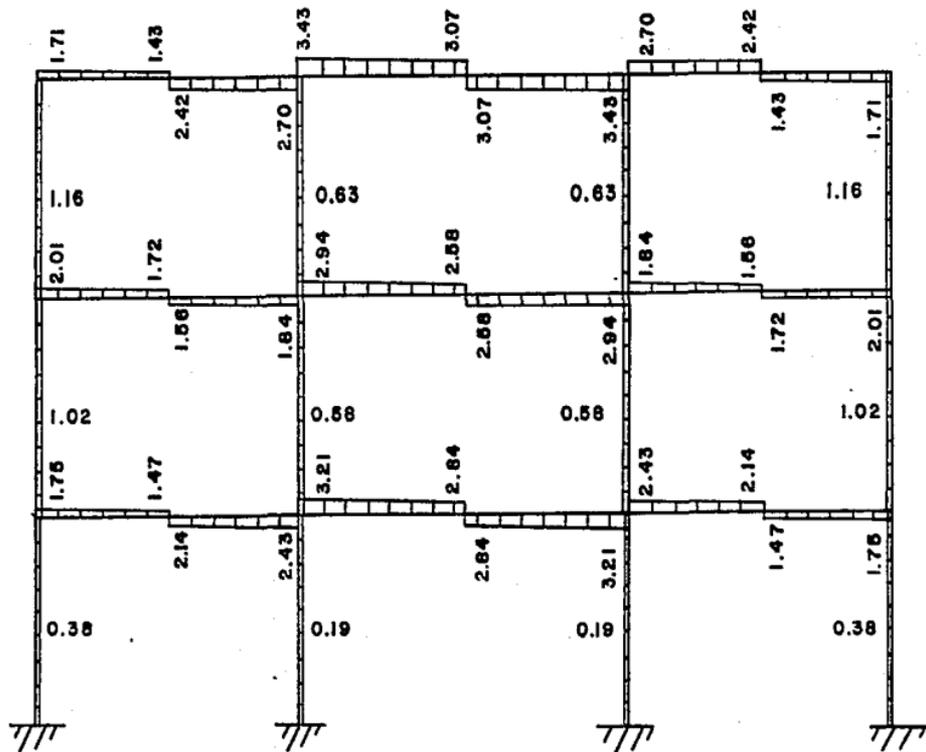


FUERZA CORTANTE

E CONSTANTE

CONDICION DE CARGA 7

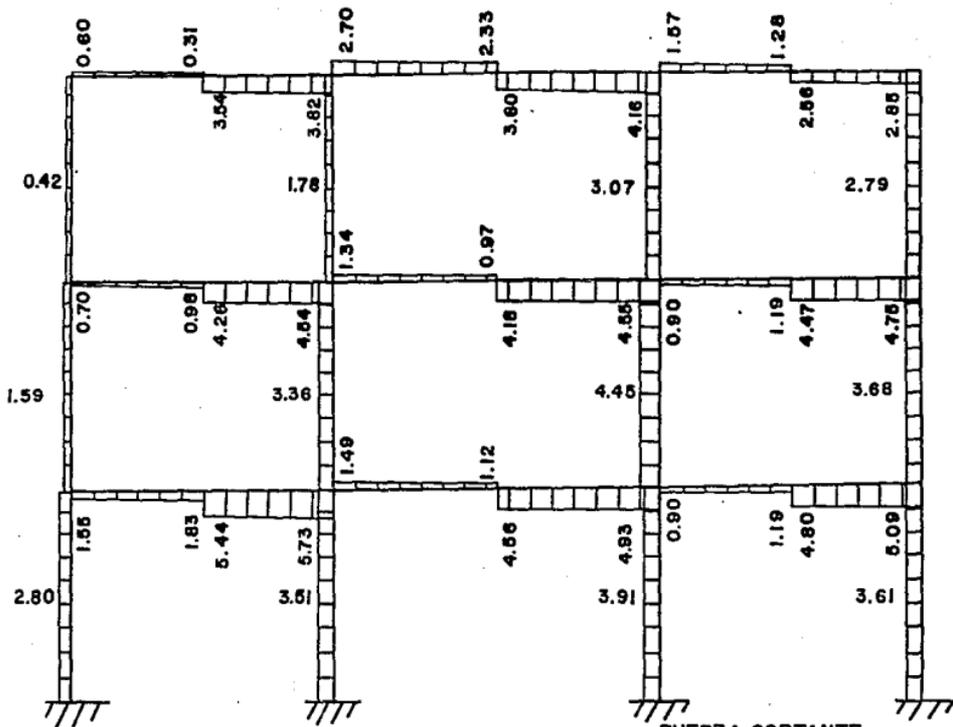
8.71



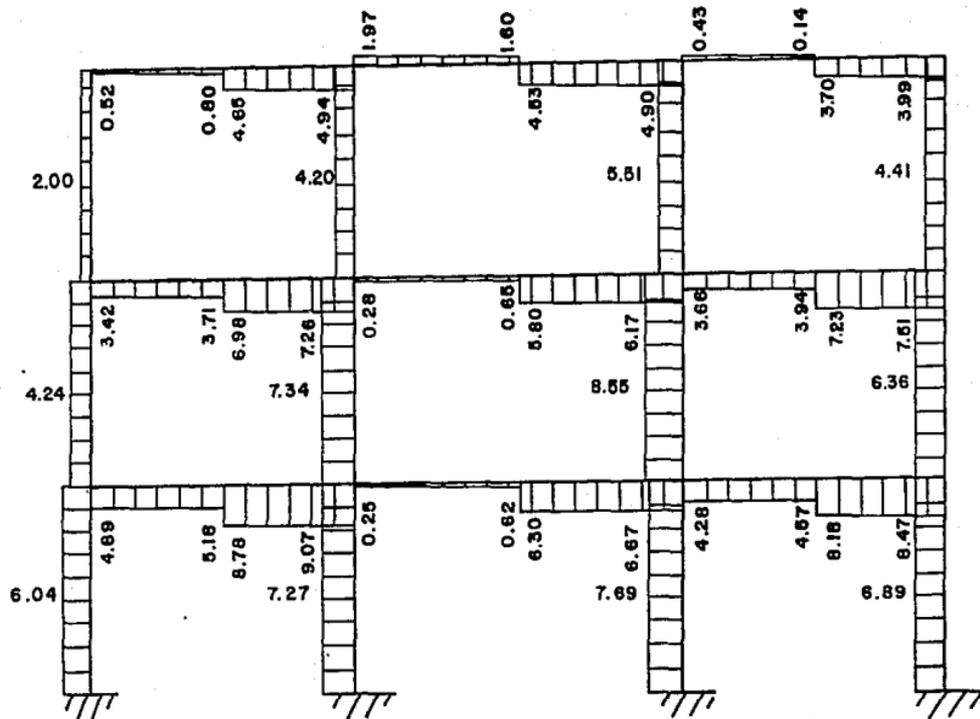
FUERZA CORTANTE

E VARIABLE

CONDICION DE CARGA 1

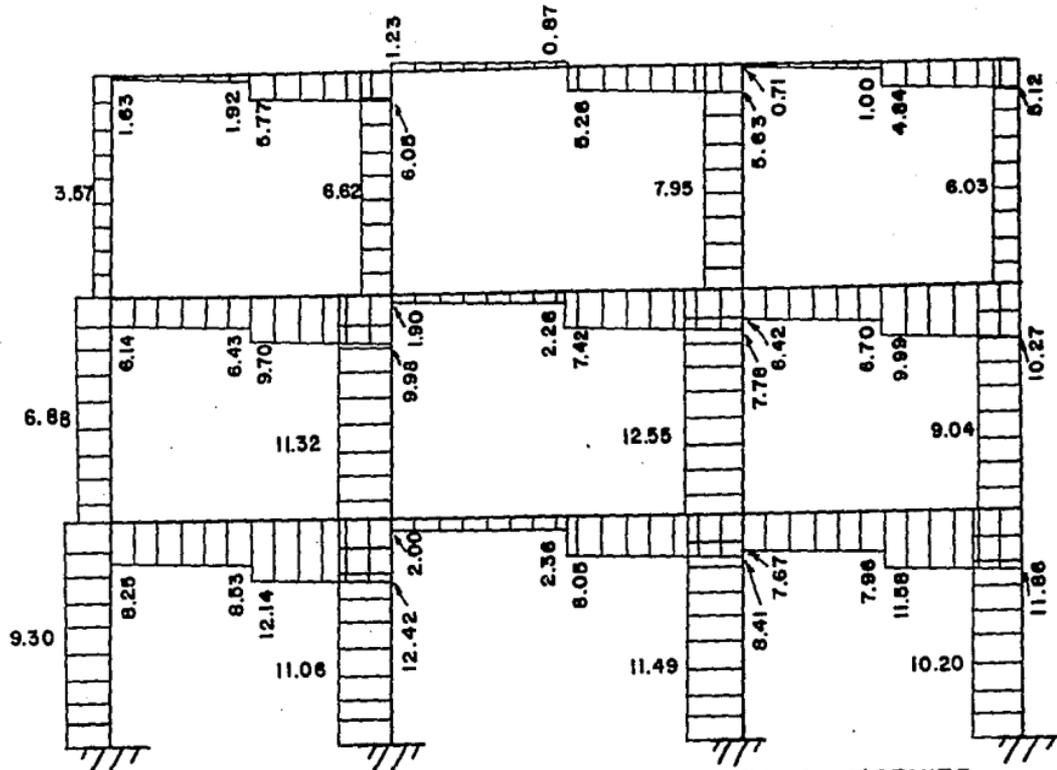


175



FUERZA CORTANTE  
 E VARIABLE  
 CONDICION DE CARGA 3

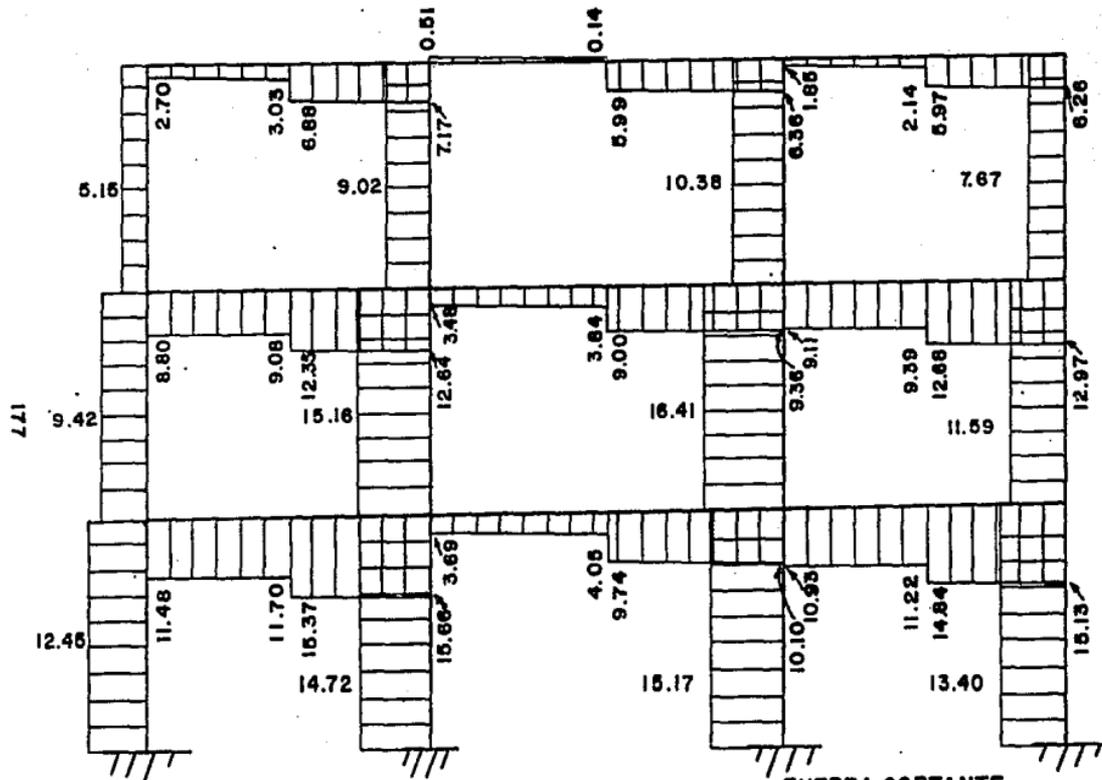
9.71



FUERZA CORTANTE

E VARIABLE

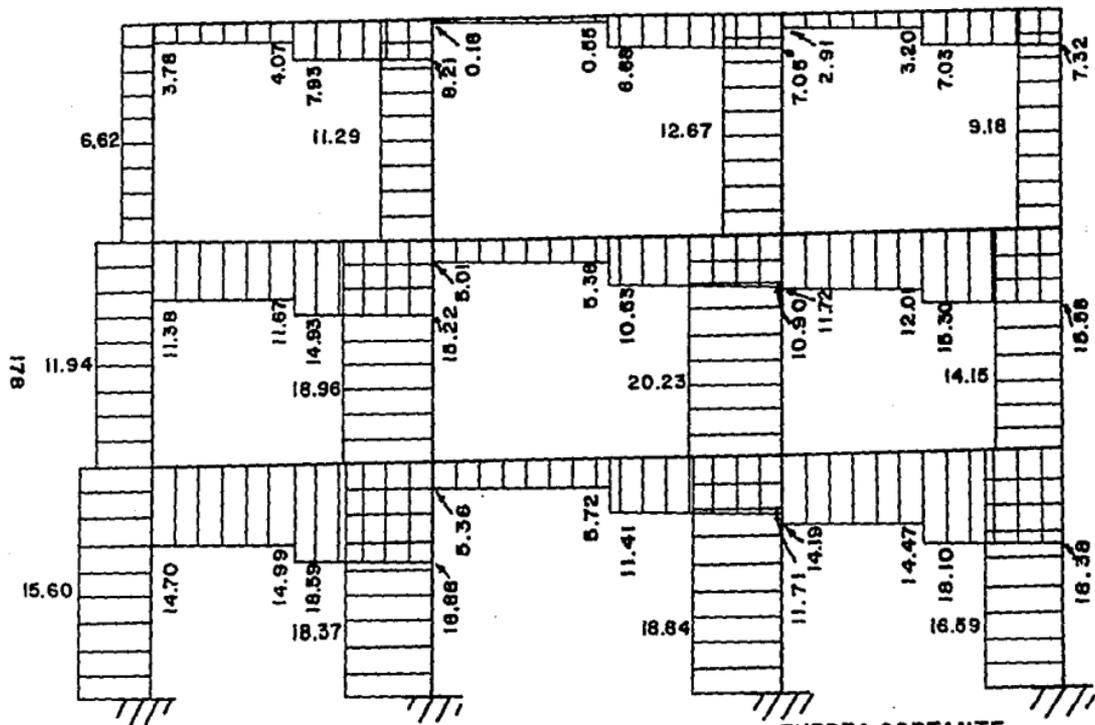
CONDICION DE CARGA 4



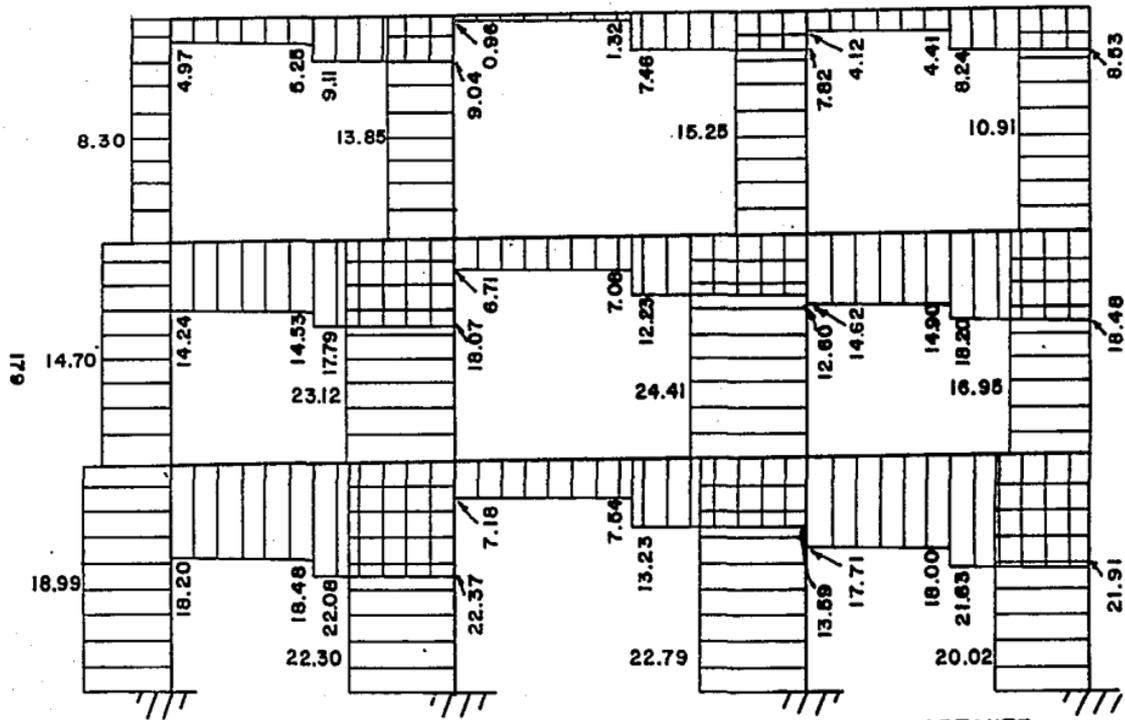
FUERZA CORTANTE

E VARIABLE

CONDICION DE CARGA 5

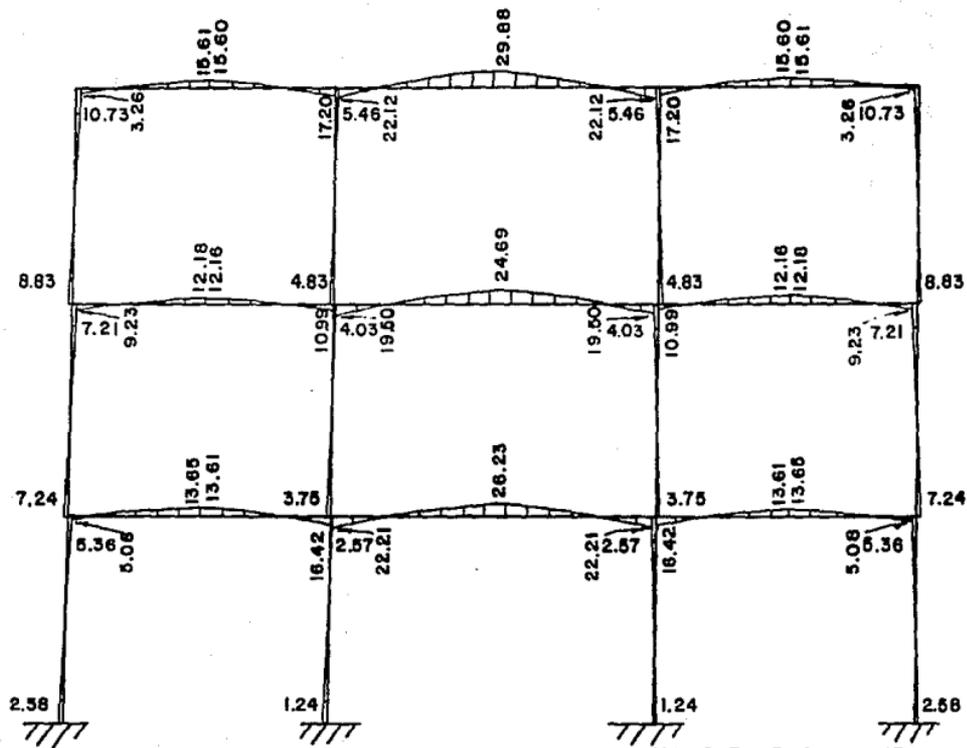


FUERZA CORTANTE  
 E VARIABLE  
 CONDICION DE CARGA 6



FUERZA CORTANTE  
 E VARIABLE  
 CONDICION DE CARGA 7

081

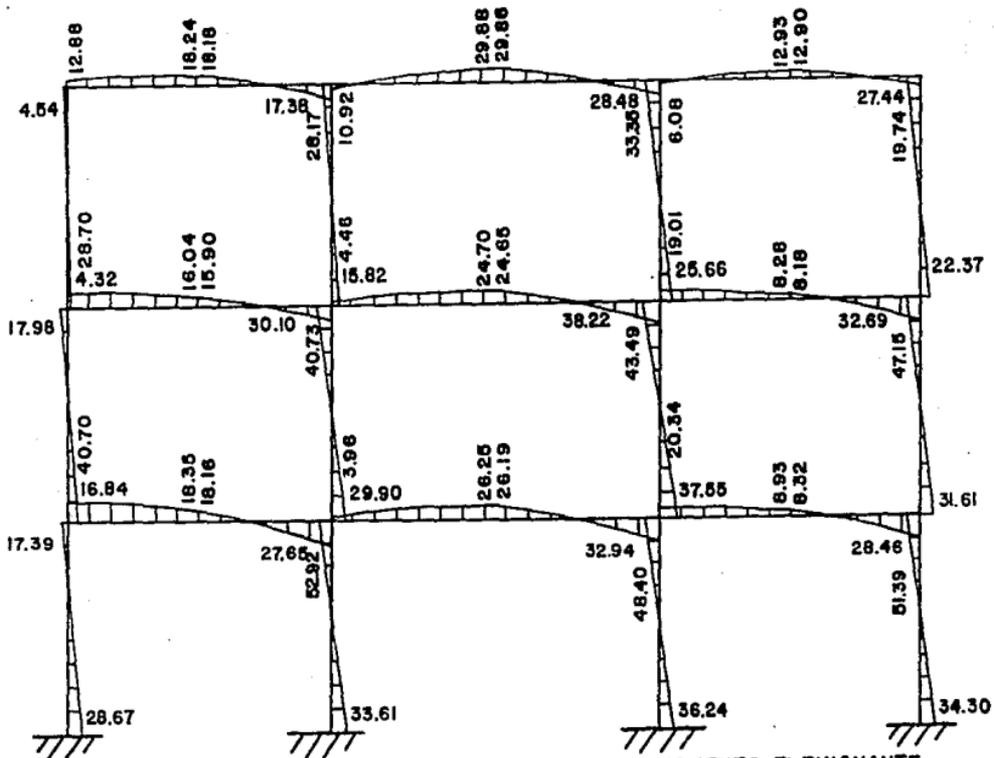


MOMENTO FLEXIONANTE

E CONSTANTE

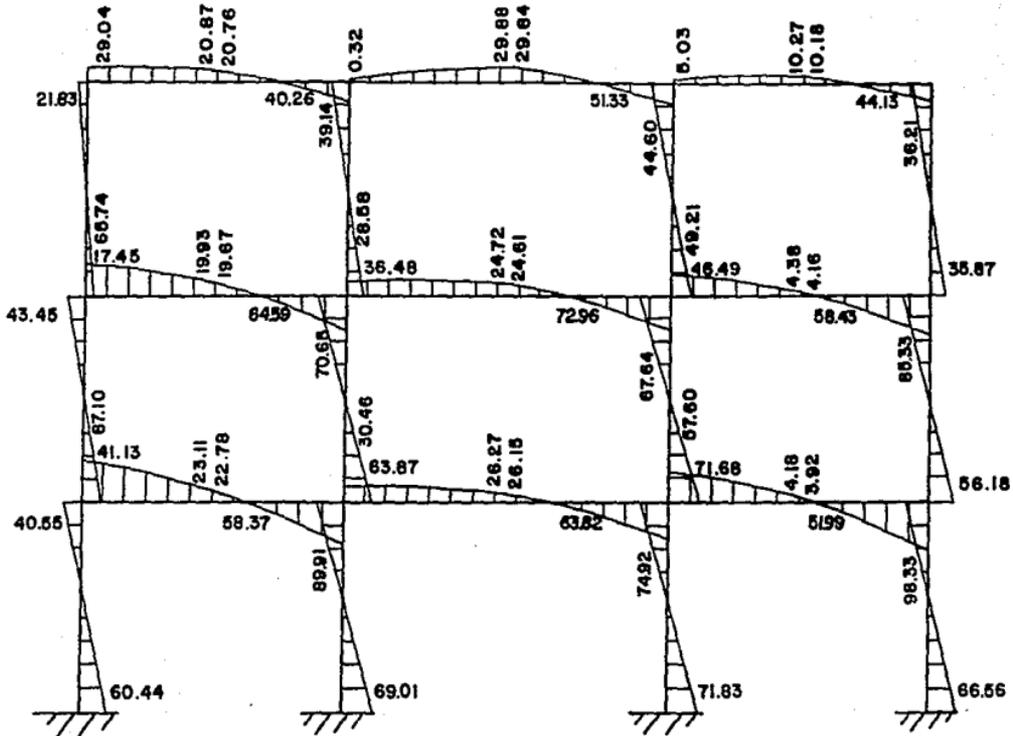
CONDICION DE CARGA I

181



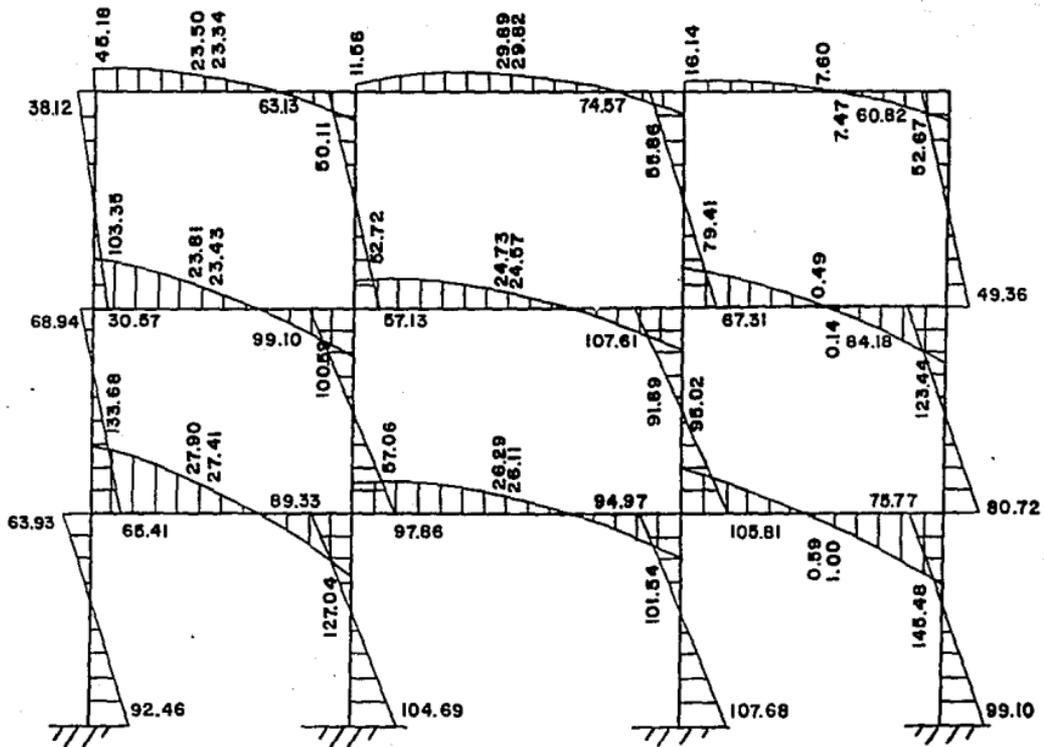
MOMENTO FLEXIONANTE  
E CONSTANTE  
CONDICION DE CARGA 2

381



MOMENTO FLEXIONANTE  
E CONSTANTE  
CONDICION DE CARGA 3

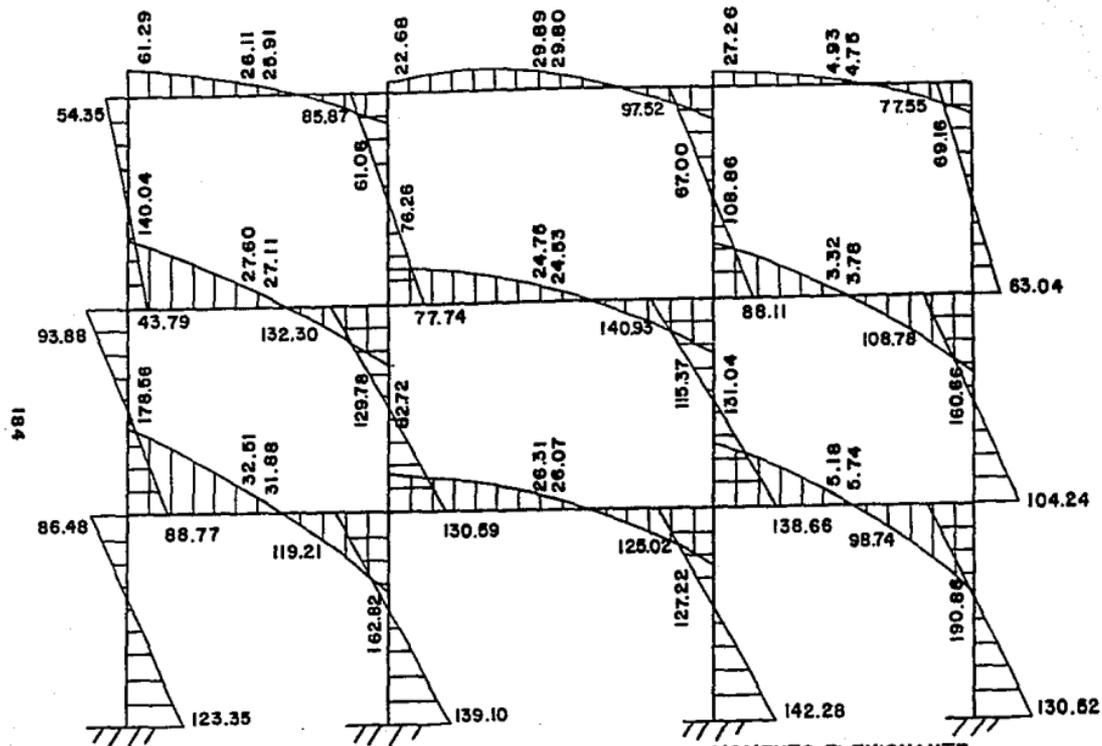
€81



MOMENTO FLEXIONANTE

E CONSTANTE

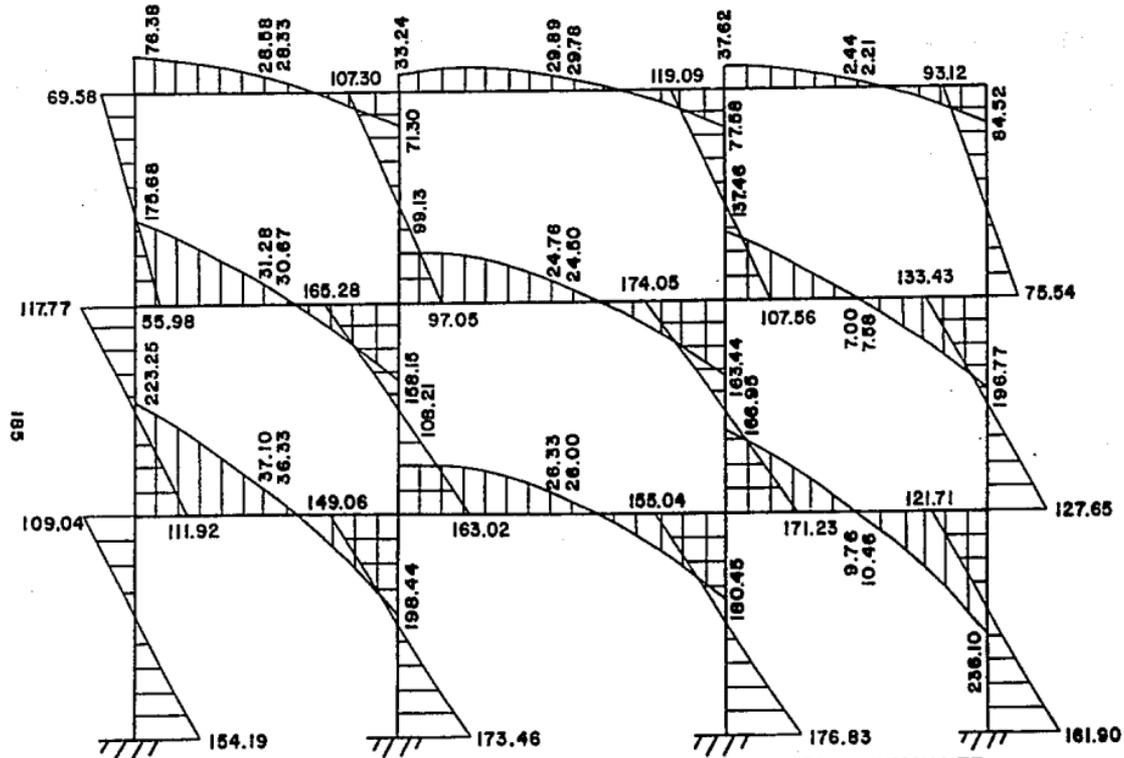
CONDICION DE CARGA 4



MOMENTO FLEXIONANTE

E CONSTANTE

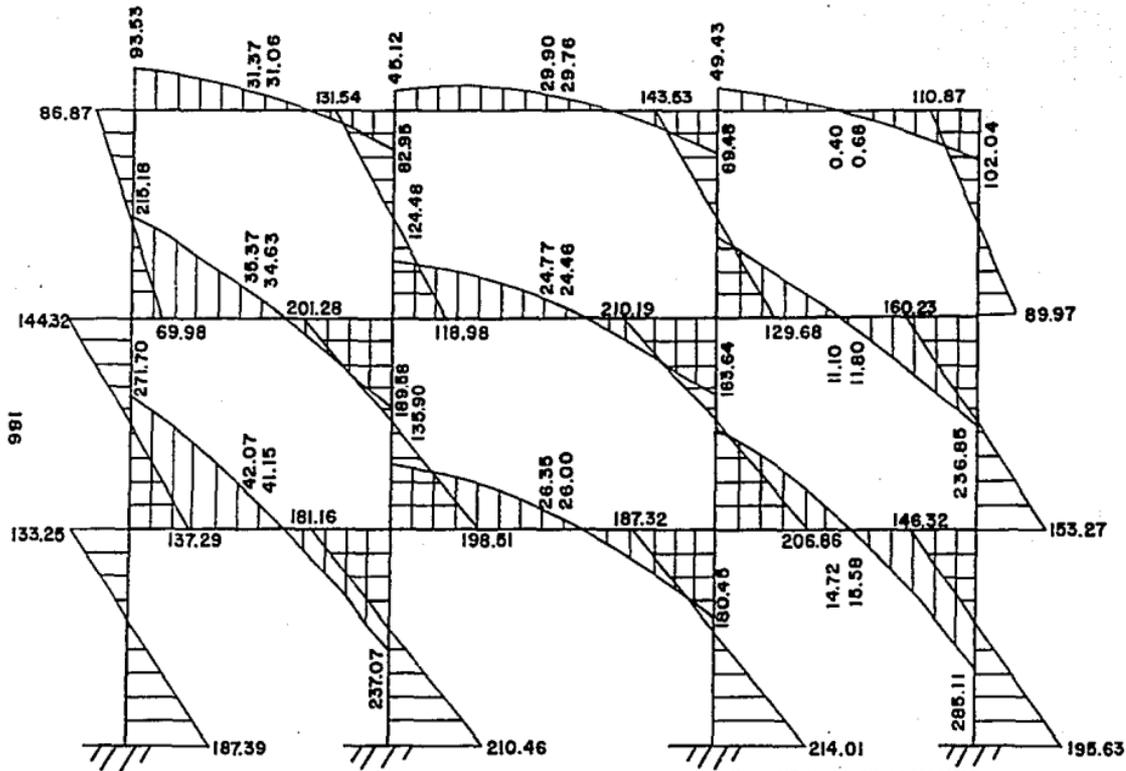
CONDICION DE CARGA 5



MOMENTO FLEXIONANTE

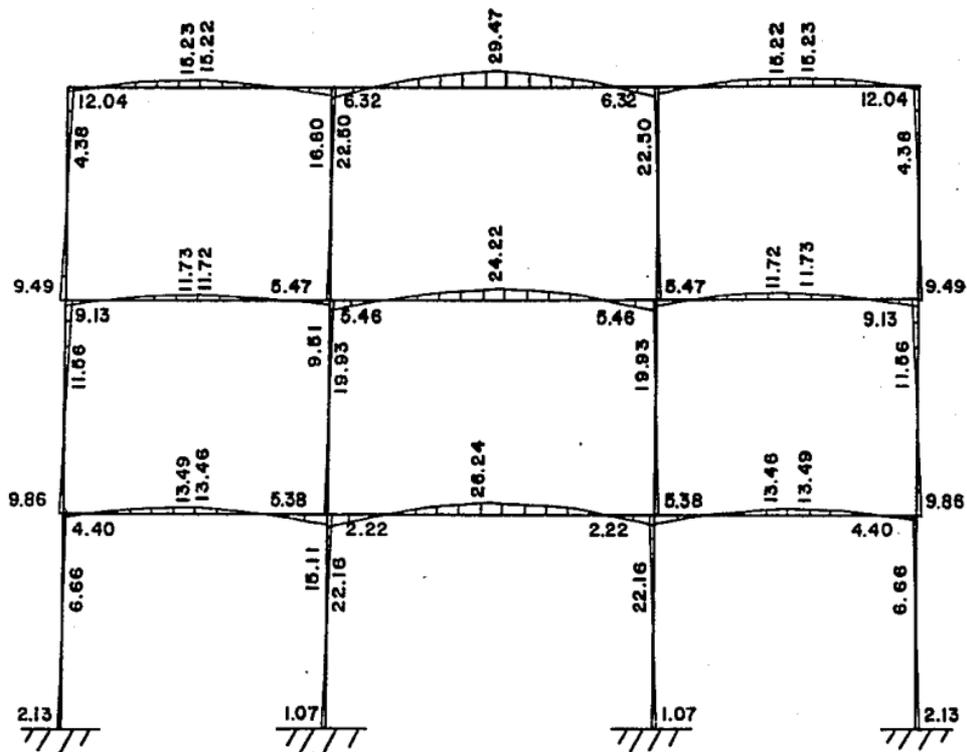
E CONSTANTE

CONDICION DE CARGA 6



MOMENTO FLEXIONANTE  
 E CONSTANTE  
 CONDICION DE CARGA 7

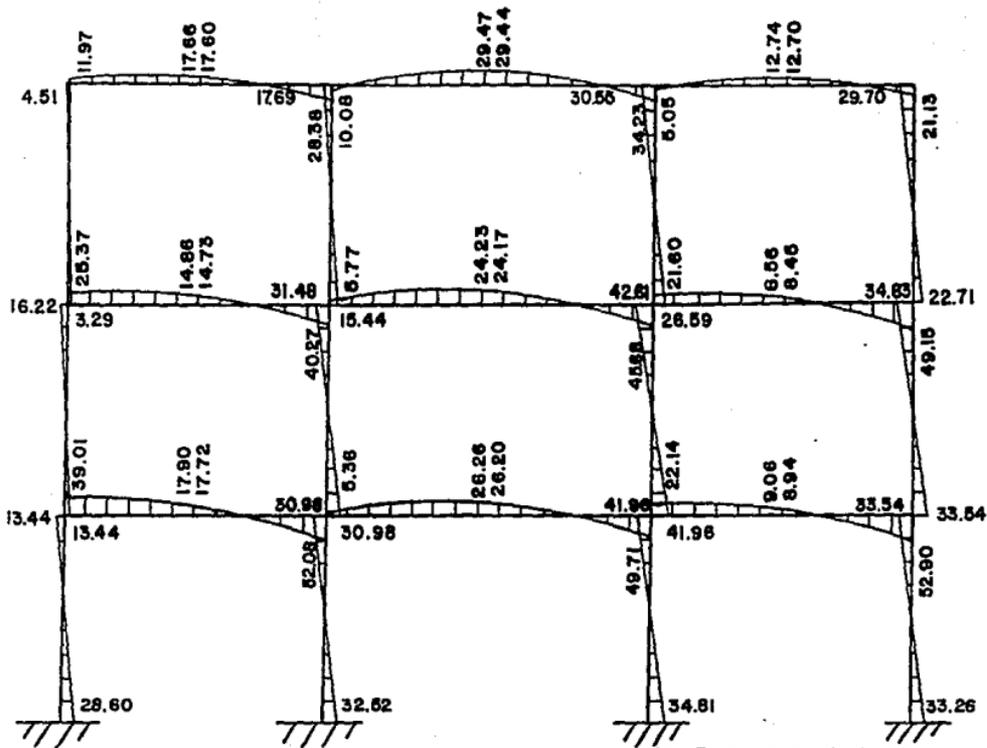
7.81



MOMENTO FLEXIONANTE

E VARIABLE

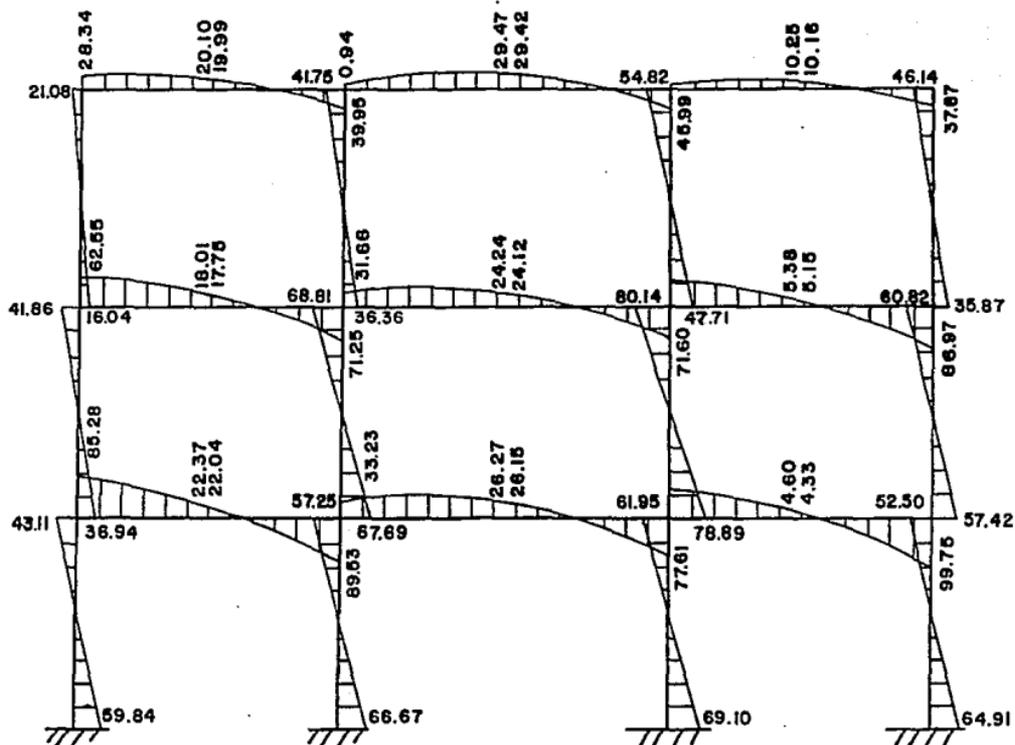
CONDICION DE CARGA I



MOMENTO FLEXIONANTE

E VARIABLE

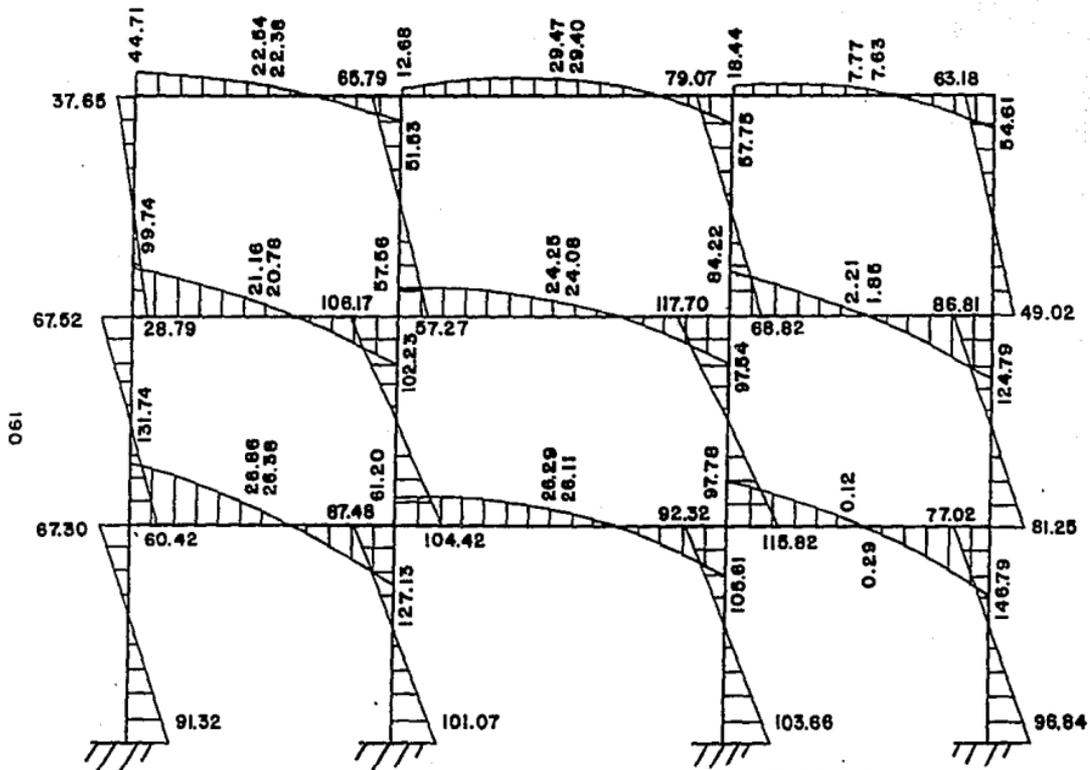
CONDICION DE CARGA 2



MOMENTO FLEXIONANTE

E VARIABLE

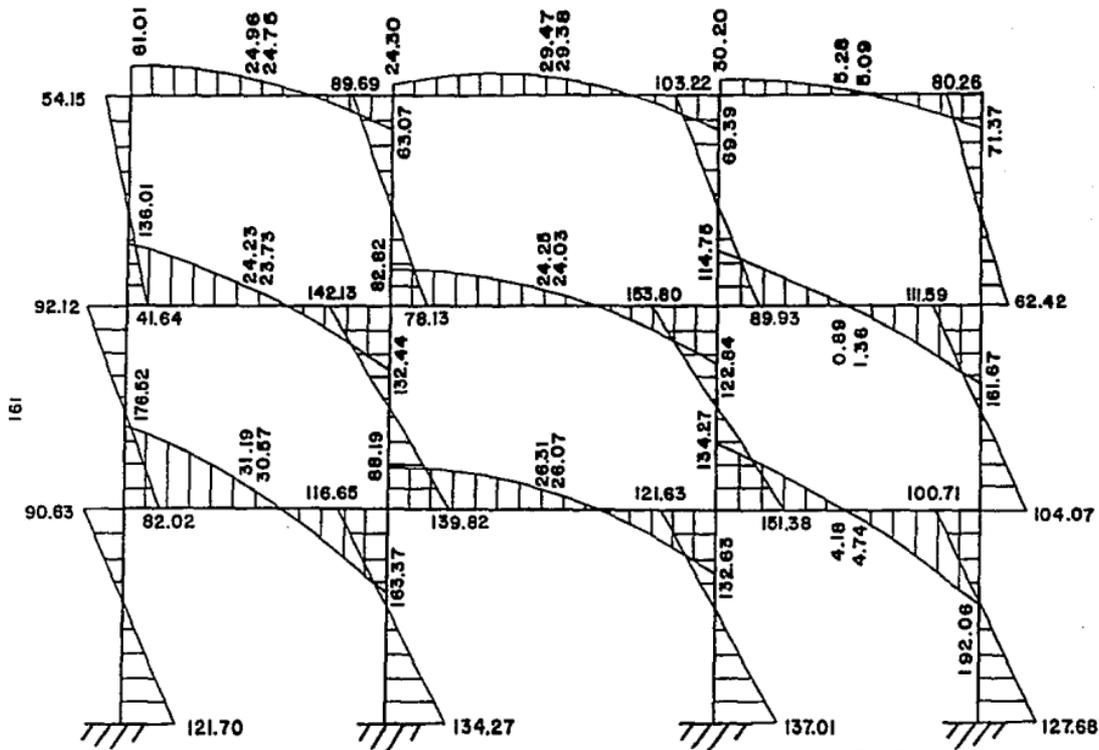
CONDICION DE CARGA 3



MOMENTO FLEXIONANTE

E VARIABLE

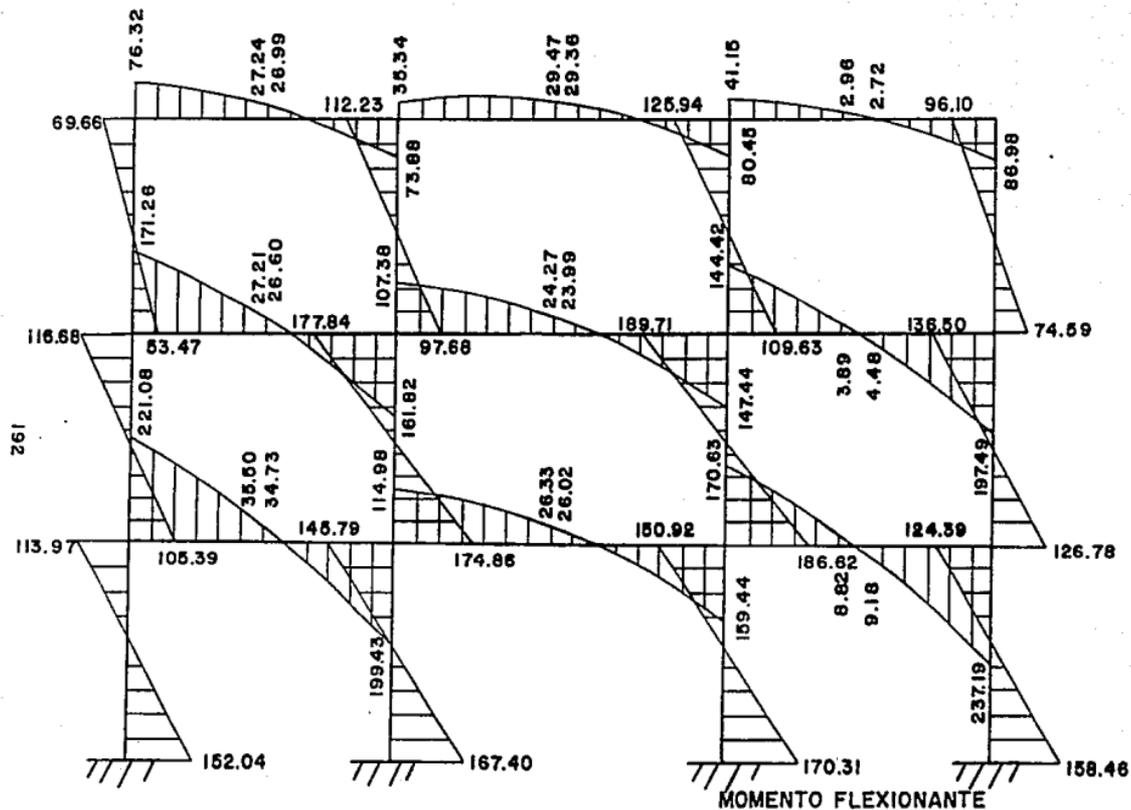
CONDICION DE CARGA 4



MOMENTO FLEXIONANTE

E VARIABLE

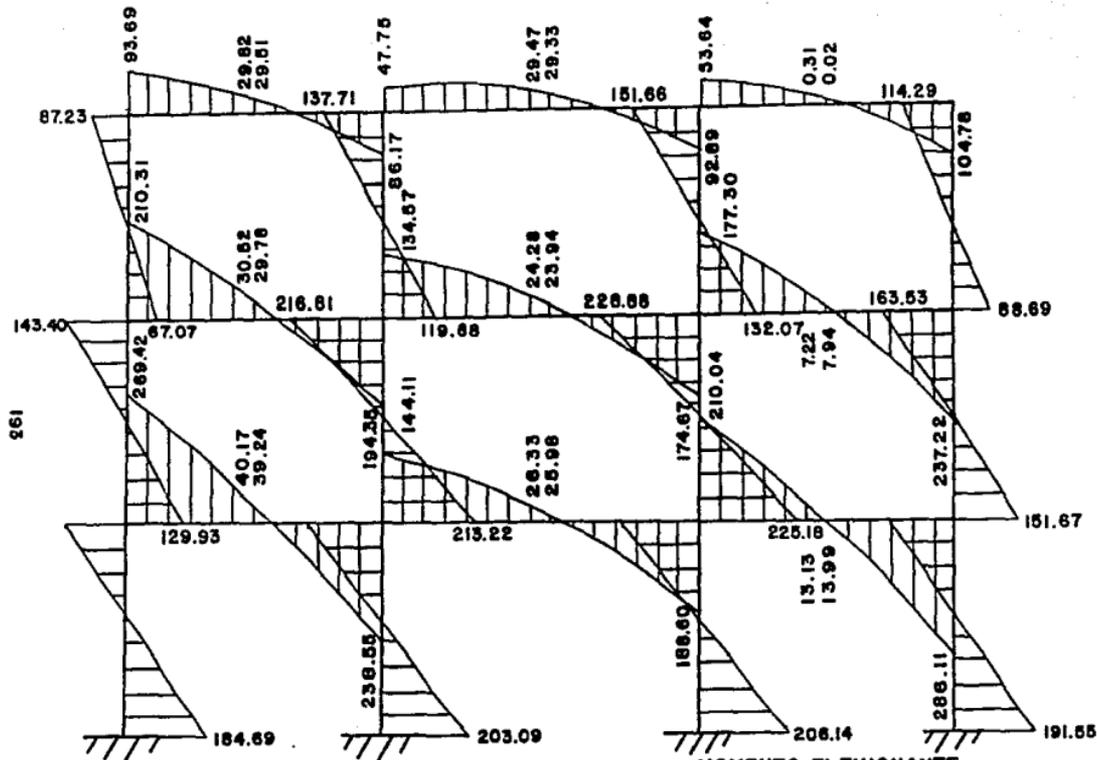
CONDICION DE CARGA 5



MOMENTO FLEXIONANTE

E VARIABLE

CONDICION DE CARGA 6



MOMENTO FLEXIONANTE

E VARIABLE

CONDICION DE CARGA 7

En lo referente a desplazamientos, en las tablas 4,5,6 y 7. se dan los resultados obtenidos.

Tabla 4

E constante

Desplazamientos teóricos calculados en la dirección x en cm

	Análisis	Nodos		
		19 y 47	54 y 82	89 y 117
1	0.000005	0.000006	-0.000020	
2	0.006155	0.014593	0.021122	
3	0.012402	0.029362	0.040258	
4	0.018693	0.044183	0.060546	
5	0.024762	0.058480	0.080262	
6	0.030817	0.072678	0.099592	
7	0.037345	0.088113	0.120812	

Tabla 5

## E constante

Desplazamientos de entrepiso calculados en la dirección x en cm

Análisis	Entrepiso		
	Primero	Segundo	Tercero
1	0.000005	0.000001	-0.000026
2	0.006155	0.008438	0.005429
3	0.012402	0.016960	0.010896
4	0.018693	0.025490	0.016363
5	0.024762	0.033718	0.021782
6	0.030817	0.041861	0.026914
7	0.037345	0.050768	0.032699

Tabla 6

E variable

Desplazamientos teóricos calculados en la dirección x en cm

Análisis	Nodos		
	19 y 47	54 y 82	89 y 117
1	0.000012	0.000005	-0.000025
2	0.008168	0.016132	0.021682
3	0.016454	0.032470	0.043616
4	0.024799	0.048878	0.065618
5	0.032850	0.064714	0.086992
6	0.040883	0.080442	0.107977
7	0.049752	0.097520	0.130972

TABLA 7

E variable

Desplazamientos de entrepiso calculados en la dirección x en cm

Análisis	Entrepiso		
	Primero	Segundo	Tercero
1	0.000012	-0.000115	-0.000030
2	0.008168	0.007964	0.005551
3	0.016454	0.016016	0.011146
4	0.024799	0.024079	0.016740
5	0.032850	0.031864	0.022278
6	0.040883	0.039559	0.027535
7	0.049752	0.047768	0.033452

## CAPITULO 7

### METODOLOGIA DE ENSAYE

Como se mencionó anteriormente, el principal objetivo de esta tesis es el de comparar la respuesta del modelo, al ensayarlo en el laboratorio, con los resultados obtenidos en el análisis estructural del modelo. En este capítulo se tratará de lo referente al procedimiento seguido en los ensayos del modelo, así como de los resultados obtenidos en dichas pruebas.

En general, las pruebas consistieron en aplicarle a la estructura una carga vertical constante y varios niveles de carga horizontal, simulando un efecto de sismo, y se midieron por medio de micrómetros las deformaciones del modelo.

Para la instrumentación y construcción de los dispositivos necesarios para aplicar las cargas horizontales al modelo, fué necesario colocar al modelo en un marco formado por perfiles de acero que se encuentra en el laboratorio de materiales de la Fac. de Ingeniería (ver fig. 7.1). El modelo se fijó por medio de unos pernos de 1"  $\phi$  para que no se deslizara ni se levantara la cimentación al momento de aplicar las fuerzas laterales y medir únicamente el desplazamiento de la estructura. El siguiente paso fué construir el dispositivo con el cual se lograra aplicar las cargas horizontales a cada nivel del edificio, para esto se diseñó

una diagonal formada por dos ángulos espalda con espalda entre los cuales se colocaron tres valeros que servirían como poleas para transmitir las fuerzas deseadas, colocando cargas verticales en unas "canastas metálicas" que cuelgan de cada polea por medio de unos cables de acero, el lado opuesto de dichos cables es el que se sujetará de cada piso para transmitir la carga horizontal. En la figura 7.1 se puede observar el dispositivo mencionado.

Es importante mencionar que se trató de medir, tanto las fuerzas como los desplazamientos, con la mayor exactitud posible, por lo cual se decidió colocar celdas de carga entre el modelo y las poleas de la diagonal, para medir la carga real que se aplicó horizontalmente al modelo. Estas celdas de carga conectadas a un puente de Winston son capaces de registrar cargas axiales tanto de tensión como de compresión, las cuales se registran en el aparato en forma digital; que con una previa calibración de cada celda, se transforman en cargas. En este caso se utilizaron tres celdas "Lebow", dos de 500 lb. y una de 2000 lb. La calibración de estas se realizó en el Instituto de Ingeniería y las lecturas obtenidas se presentan a continuación.

Celdas Lebow de 500 lb.

P(kg)	Lecturas
0	0
50	151
100	296
150	437
200	582

Celda Lebow de 200 lb.

P(kg)	Lecturas
0	0
50	34
100	68
150	100
200	131
250	165
300	196
350	227
400	260
450	294
500	328

Las gráficas de las tablas anteriores se muestran en las figuras 7.2 y 7.3 respectivamente; como puede observarse, tienen un comportamiento lineal, con lo que se simplifica el trabajo para transformar las lecturas del puente durante el ensaye del modelo, ya que únicamente se tendrán que multiplicar dichas lecturas por las siguientes constantes:

Para las celdas de 500 lb. con una regla de tres tenemos que la constante es,  $50/151 = 0.331$

y para la celda de 2000 lb la constante será,  $50/34 = 1.471$

Siguiendo con la instrumentación del modelo, un aspecto muy importante es la forma de aplicar las cargas horizontales en la estructura, para solucionar esto, se construyeron tres dispositivos en forma de "T", utilizando nuevamente ángulos espalda con espalda, lo que se pretende con esto es jalar a la estructura de la manera que se explica ilustrativamente en la fig. 7.4, para en cierta

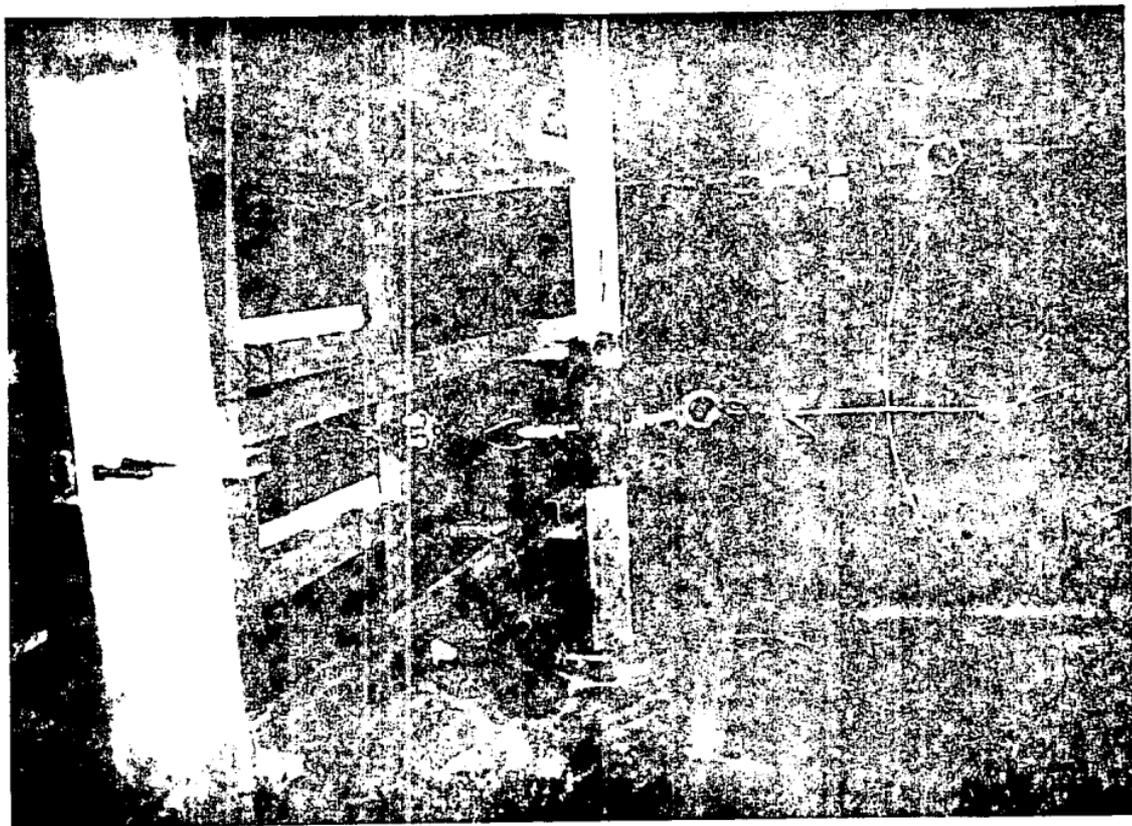


FIG. 7.1 MODELO MONTADO SOBRE UN MARCO DE ACERO, CON DISPOSITIVOS PARA LA APLICACION DE CARGAS.

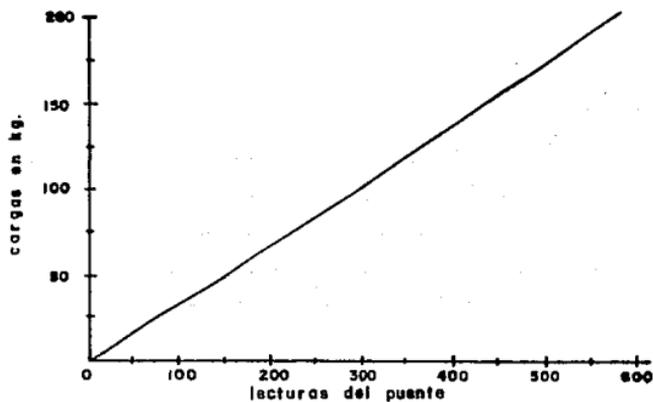


FIG.7.2. CALIBRACION DE CELDA LEBOW DE 500 LB.

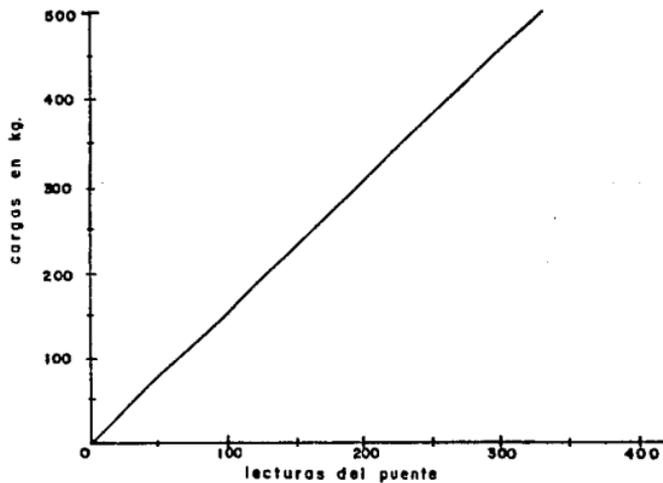


FIG.7.3. CALIBRACION DE CELDA LEBOW DE 2000 LB.

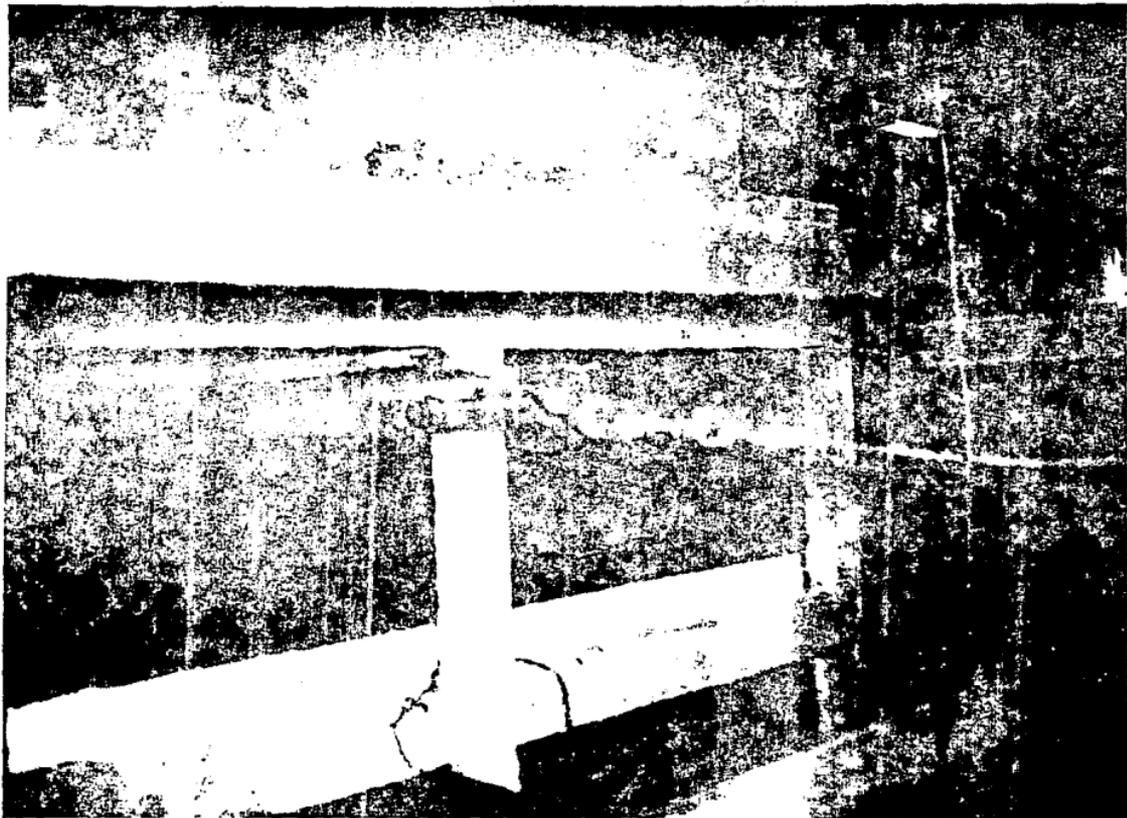


FIG. 7.4 DETALLE DE UNION DE LOS CABLES POR MEDIO DE TENSORES, CON LOS ANGULOS ESPALDA CON ESPALDA PARA LA APLICACION DE CARGAS.

forma repartir la carga en todo el nivel, y que sea la losa la encargada de transmitir la carga a las columnas.

En cuanto a la carga vertical, se pensó en un principio llegar a dar un total de  $180 \text{ kg/m}^2$  como carga repartida en cada nivel, esta carga se estimó siguiendo las especificaciones del reglamento de construcciones del D.F. Sin embargo, ese valor representaba del orden de 283 kg de peso, que se tenían que acomodar en cada entrepiso, pero debido a lo limitado del tamaño de los entrepisos solo se colocó aproximadamente  $150 \text{ kg/m}^2$  en cada piso; tratando de que la carga fuera lo más repartida posible evitando concentraciones. La carga real aplicada en cada entrepiso tuvo los siguientes valores:

Para el primer piso: 77.625 kg, es decir  $147.91 \text{ kg/m}^2$

Para el segundo piso: 70.00 kg, es decir  $133.38 \text{ kg/m}^2$

Para el tercer piso: 82.87 kg, es decir  $157.91 \text{ kg/m}^2$

Es importante mencionar que para el análisis estructural del modelo, se tomaron en cuenta estos valores, como podrá comprobarse en el capítulo correspondiente.

Una vez que se solucionó lo relativo a las cargas, lo siguiente fue preparar la colocación de los micrómetros; para esto se construyó un marco formado por pequeños perfiles de aluminio, mismo que se sujetó a la cimentación del modelo por medio de taquetes y tornillos procurando que no se moviera, para lograrlo y debido a que los micrómetros son muy sensibles, se arriostró el marco colocando unas diagonales de acero entre el marco y la

cimentación, evitando así cualquier deformación de dicho marco. Con respecto a los micrómetros se consiguieron seis de los llamados de carátula, marca Mitutoyo de alta sensibilidad, adquiridos recientemente por el laboratorio de materiales de la F.I. Estos micrómetros se colocaron en los marcos exteriores en el sentido de la carga, ya que por el marco central se encuentran todos los dispositivos relacionados con la aplicación de las cargas horizontales. En la figura 7.5 se presenta un esquema general del modelo instrumentado con todo lo anteriormente descrito.

Es importante mencionar que además del puente de Winston fué necesario utilizar una unidad de "switches", ya que el puente solo puede tomar la lectura de una celda a la vez, y con la unidad mencionada se pueden tener conectadas las tres celdas y por medio de interruptores se selecciona la lectura de cualquiera de las tres celdas de carga.

Los ensayos propiamente dichos, se llevaron a cabo en tres días y en general consistió en lo siguiente:

En primer lugar se colocaron los micrómetros tratando de que la lectura inicial fuese cero, de no poder lograr esto, de cualquier manera se tomará la lectura inicial de los micrómetros que es realmente la importante, posteriormente se cargaría verticalmente al modelo con las cargas antes mencionadas pero sin aplicar ninguna carga horizontal. Después de esto se comenzó a aplicar los incrementos de carga horizontal que se escogieron de manera proporcional a la altura de cada piso, pensando en que las

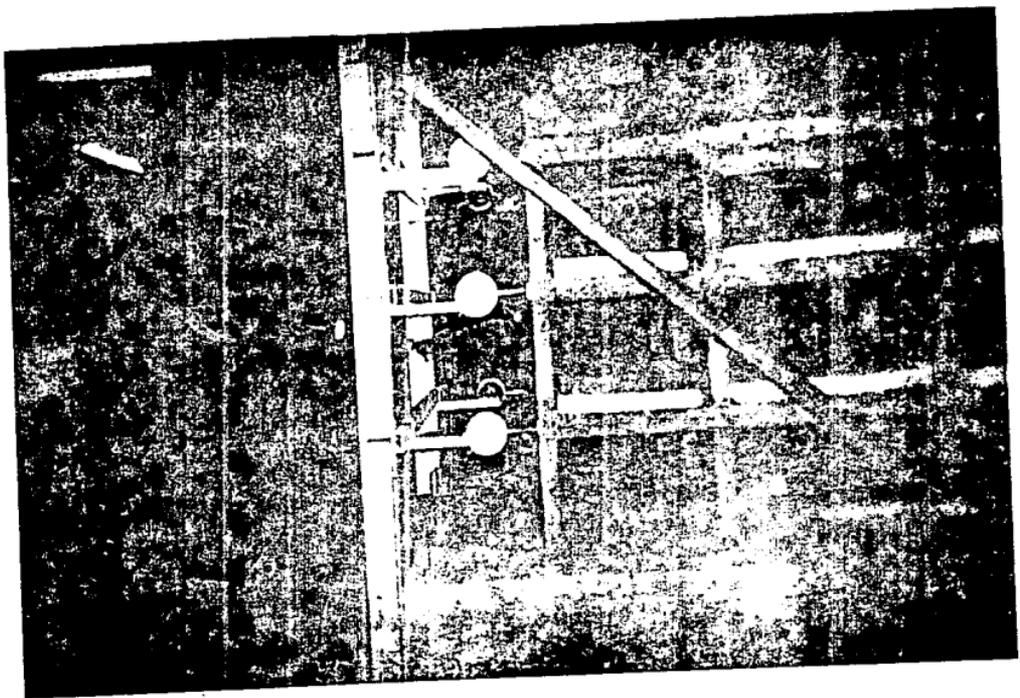


FIG. 7.5 MODELO TOTALMENTE INSTRUMENTADO LISTO PARA EL ENSAYE. NOTENSE LOS MICROMETROS DE CARATURA EN CADA NIVEL.

fuerzas sísmicas son también proporcionales a la altura. Se calculó que los incrementos de carga aplicada en las canastas serían de 7 kg. para el primer piso, de 14 kg. para el segundo y de 21 kg para el tercero. para lograr lo anterior antes de realizar los ensayos se juntaron varios grupos de piezas, principalmente placas de acero, que pesarán 7, 14 y 21 kg. para así facilitar la aplicación de los incrementos mencionados.

Una vez que se tuvo todo listo, se procedió a realizar los ensayos de los cuales obtendríamos las lecturas del puente para cada celda para cada incremento o decremento de carga, así como también la lectura de cada uno de los seis micrómetros. La identificación de las lecturas fué secuencial y al mismo tiempo se tomaban lecturas de micrómetros o celdas de carga, para después seguir con el siguiente incremento o decremento, con lo cual se cargaban o descargaban las canastas.

Como marco de referencia es conveniente indicar que, tomando el frente del edificio como referencia, los micrómetros del lado izquierdo se identifican en los datos como izq. En las tablas 7.1 a 7.4 se hace referencia a las lecturas del lado izquierdo o derecho. En dichas tablas se presentan las lecturas de los micrómetros para cada número de carga así como algunas observaciones. Posteriormente en las tablas 7.5 y 7.6 se presentan las lecturas de las celdas de carga; finalmente, en las tablas 7.7 a 7.10 se muestran las lecturas ya transformadas a fuerzas horizontales en kg., con su respectiva deformación en milímetros calculada de los micrómetros.

No. carga	micrómetro 1 lectura	micrómetro 2 lectura	micrómetro 3 lectura	condición de carga
1	0.000	0.000	1.000	no hay carga
2	0.030	0.050	1.075	peso de canastas
3	0.090	0.200	1.280	canastas (7,14,21) kg
4	0.035	0.070	1.100	descarga, solo canastas
5	0.090	0.195	1.280	canastas + (7,14,21) kg
6	0.140	0.345	1.480	canastas + (14,28,42)kg
7	0.100	0.230	1.325	descarga, c. +(7,14,21)kg
8	0.041	0.085	1.129	descarga, solo canastas
9	0.100	0.215	1.309	canastas + (7,14,21) kg
10	0.150	0.352	1.490	canastas + (14,28,42)kg
11	0.180	0.415	1.555	canastas + (21,42,42)kg
12	0.220	0.510	1.710	canastas + (21,42,63)kg
13	0.180	0.415	1.585	descarga, c. +(14,28,42)kg
14	0.224	0.524	1.728	canastas + (21,42,63)kg
15	0.255	0.585	1.790	canastas + (28,56,63)kg
16	0.295	0.671	1.930	canastas + (28,56,84)kg
17	0.262	0.614	1.845	descarga, c. +(21,42,63)kg
18	0.300	0.692	1.955	canastas + (28,56,84)kg
19	0.259	0.600	1.830	descarga, c. +(21,42,63)kg
20	0.205	0.480	1.665	descarga, c. +(14,28,42)kg
21	0.140	0.335	1.470	descarga, c. +(7,14,21) kg
22	0.065	0.155	1.220	descarga, solo canastas
23	0.028	0.070	1.100	sin carga

Tabla 7.1 Registros de lecturas de los micrómetros del lado derecho, para el primer ensaye.

No. carga	micrómetro 1 lectura	micrómetro 2 lectura	micrómetro 3 lectura	condición de carga
1	2.000	1.000	1.000	sin carga
2	2.025	1.055	1.085	peso de canastas
3	2.095	1.210	1.290	canastas + (7,14,21)kg
4	2.035	1.075	1.105	peso de canastas
5	2.095	1.210	1.290	canastas + (7,14,21)kg
6	2.165	1.370	1.500	canastas + (14,28,42)kg
7	2.110	1.250	1.340	descarga, c. + (7,14,21)kg
8	2.045	1.095	1.130	peso de canastas
9	2.110	1.230	1.315	canastas + (7,14,21)kg
10	2.160	1.380	1.500	canastas + (14,28,42)kg
11	2.190	1.440	1.570	canastas + (21,42,42)kg
12	2.230	1.540	1.730	canastas + (21,42,63)kg
13	2.190	1.440	1.590	descarga, c. + (14,28,42)kg
14	2.240	1.560	1.750	canastas + (21,42,63)kg
15	2.275	1.620	1.820	canastas + (28,56,63)kg
16	2.320	1.730	1.970	canastas + (28,56,84)kg
17	2.290	1.655	1.880	descarga, c. + (21,42,63)kg
18	2.325	1.740	1.970	canastas + (28,56,84)kg
19	2.280	1.650	1.865	descarga, c. + (21,42,63)kg
20	2.220	1.520	1.690	descarga, c. + (14,28,42)kg
21	2.150	1.370	1.490	canastas + (7,14,21) kg
22	2.070	1.185	1.235	peso de canastas
23	2.020	1.085	1.110	sin carga

Tabla 7.2. Registros de lecturas de los micrómetros del lado izquierdo, para el primer ensayo.

No carga	micrómetro 1 lectura	micrómetro 2 lectura	micrómetro 3 lectura	condición de carga
1	1.000	0.000	0.000	sin carga
2	1.080	0.133	0.185	canastas + (7,14,21) kg
3	1.163	0.300	0.410	canastas + (14,28,42)kg
4	1.233	0.465	0.635	canastas + (21,42,63)kg
5	1.300	0.610	0.835	canastas + (28,56,84)kg
6	1.250	0.508	0.700	descarga, c. +(21,42,63)kg
7	1.300	0.613	0.840	canastas + (28,56,84)kg
8	1.259	0.511	0.703	descarga, c. +(21,42,63)kg
9	1.365	0.630	0.860	canastas + (28,56,84)kg
10	1.440	0.790	1.075	canastas + (35,70,105)kg
11	1.401	0.708	0.960	descarga, c. +(28,56,84)kg
12	1.350	0.585	0.791	descarga, c. +(21,42,63)kg
13	1.400	0.691	0.939	canastas + (28,56,84)kg
14	1.450	0.811	1.100	canastas + (35,70,105)kg
15	1.540	1.024	1.380	canastas + (42,84,126)kg
16	1.505	0.945	1.281	descarga, c. +(35,70,105)kg
17	1.455	0.832	1.135	descarga, c. +(28,56,84)kg
18	1.397	0.700	0.951	descarga, c. +(21,42,63)kg
19	1.320	0.530	0.720	descarga, c. +(14,28,42)kg
20	1.240	0.350	0.455	descarga, c. + (7,14,21)kg
21	1.151	0.140	0.185	descarga total

Tabla 7.3. Registros de lecturas de los micrómetros del lado derecho, para el segundo ensaye.

No carga	micrómetro 1 lectura	micrómetro 2 lectura	micrómetro 3 lectura	condición de carga
1	1.000	0.000	0.000	sin carga
2	1.900	0.165	0.215	canastas + (7,14,21) kg
3	1.170	0.340	0.450	canastas + (14,28,42)kg
4	1.250	0.510	0.675	canastas + (21,42,63)kg
5	1.320	0.650	0.880	canastas + (28,56,84)kg
6	1.270	0.550	0.740	descarga, c. +(21,42,63)kg
7	1.320	0.660	0.885	canastas + (28,56,84)kg
8	1.275	0.560	0.750	descarga, c. +(21,42,63)kg
9	1.340	0.695	0.880	canastas + (28,56,84)kg
10	1.420	0.865	1.110	canastas + (35,70,105)kg
11	1.380	0.780	0.990	descarga, c. +(28,56,84)kg
12	1.320	0.650	0.820	descarga, c. +(21,42,63)kg
13	1.370	0.760	0.965	canastas + (28,56,84)kg
14	1.430	0.890	1.140	canastas + (35,70,105)kg
15	1.580	1.110	1.430	canastas + (42,84,126)kg
16	1.510	1.035	1.330	descarga, c. +(35,70,105)kg
17	1.435	0.920	1.180	descarga, c. +(28,56,84)kg
18	1.370	0.780	0.990	descarga, c. +(21,42,63)kg
19	1.290	0.600	0.750	descarga, c. +(14,28,42)kg
20	1.200	0.400	0.485	descarga, c. + (7,14,21)kg
21	1.100	0.190	0.200	descarga total

Tabla 7.4. Registros de lecturas de los micrómetros del lado izquierdo, para el segundo ensaye.

No. carga	1° piso	2° piso	3° piso
1	6898	7003	7210
2	6888	6985	7203
3	6870	6947	7189
4	6887	6985	7204
5	6869	6950	7189
6	6851	6909	7175
7	6866	6952	7188
8	6887	6986	7203
9	6869	6947	7188
10	6850	6910	7176
11	6833	6872	7176
12	6833	6872	7162
13	6847	6910	7176
14	6832	6877	7162
15	6815	6839	7162
16	6815	6833	7149
17	6828	6859	7160
18	6814	6833	7149
19	6828	6877	7163
20	6847	6910	7179
21	6868	6950	7190
22	6887	6985	7206
23	6902	7002	7218

Tabla 7.5. Lecturas de las celdas de carga para el primer ensaye.

No. carga	1° piso	2° piso	3° piso
1	6904	7003	7205
2	6887	6965	7191
3	6869	6926	7177
4	6850	6887	7163
5	6831	6852	7149
6	6850	6887	7162
7	6832	6851	7149
8	6848	6887	7162
9	6831	6850	7150
10	6812	6815	7136
11	6828	6851	7149
12	6847	6888	7163
13	6829	6851	7149
14	6811	6812	7136
15	6793	6777	7122
16	6809	6814	7135
17	6828	6849	7148
18	6847	6888	7162
19	6866	6927	7177
20	6887	6966	7191
21	6902	7001	7200

Tabla 7.6. Lecturas de las celdas de carga para el segundo ensaye.

No carga	Primer piso		Segundo piso		Tercer piso	
	P(kg)	$\delta$ (mm)	P(kg)	$\delta$ (mm)	P(kg)	$\delta$ (mm)
1	0.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000
2	3.31	0.030	5.96	0.050	10.29	0.075
3	9.27	0.090	18.54	0.200	30.88	0.280
4	3.64	0.035	5.96	0.070	8.82	0.100
5	9.60	0.090	17.55	0.195	30.88	0.280
6	15.56	0.140	31.13	0.345	51.47	0.480
7	10.60	0.100	16.89	0.230	32.35	0.325
8	3.64	0.041	5.63	0.085	10.29	0.129
9	9.60	0.100	18.54	0.215	32.35	0.309
10	15.89	0.150	30.79	0.352	50.00	0.490
11	21.52	0.180	43.38	0.415	50.00	0.555
12	21.52	0.220	43.38	0.510	70.59	0.710
13	16.89	0.180	30.79	0.415	50.00	0.585
14	21.85	0.224	41.72	0.524	70.59	0.728
15	27.48	0.255	54.80	0.585	70.59	0.790
16	27.48	0.295	56.29	0.671	89.71	0.930
17	23.18	0.262	47.68	0.614	73.53	0.845
18	27.81	0.300	56.29	0.692	89.71	0.955
19	23.18	0.259	41.72	0.600	69.12	0.830
20	16.89	0.205	30.79	0.480	45.59	0.665
21	9.93	0.140	17.55	0.335	29.41	0.470
22	3.64	0.065	5.96	0.155	5.88	0.220
23	1.32	0.028	0.33	0.070	0.00	0.100

Tabla 7.7. Valores de carga contra deformación del lado derecho para el primer ensaye.

No carga	Primer piso		Segundo piso		Tercer piso	
	P(kg)	$\delta$ (mm)	P(kg)	$\delta$ (mm)	P(kg)	$\delta$ (mm)
1	0.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000
2	3.31	0.025	5.96	0.055	10.29	0.085
3	9.27	0.095	18.54	0.210	30.88	0.290
4	3.64	0.035	5.96	0.075	8.82	0.105
5	9.60	0.095	17.55	0.210	30.88	0.290
6	15.56	0.165	31.13	0.370	51.47	0.500
7	10.60	0.110	16.89	0.250	32.35	0.340
8	3.64	0.045	5.63	0.095	10.29	0.130
9	9.60	0.110	18.54	0.230	32.35	0.315
10	15.89	0.160	30.79	0.380	50.00	0.500
11	21.52	0.190	43.38	0.440	50.00	0.570
12	21.52	0.230	43.38	0.540	70.59	0.730
13	16.89	0.190	30.79	0.440	50.00	0.590
14	21.85	0.240	41.72	0.560	70.59	0.750
15	27.48	0.275	54.80	0.620	70.59	0.820
16	27.48	0.320	56.29	0.730	89.71	0.970
17	23.18	0.290	47.68	0.655	73.53	0.880
18	27.81	0.335	56.29	0.740	89.71	0.970
19	23.18	0.280	41.72	0.650	69.12	0.865
20	16.89	0.220	30.79	0.520	45.59	0.690
21	9.93	0.150	17.55	0.370	29.41	0.490
22	3.64	0.070	5.96	0.185	5.88	0.235
23	1.32	0.020	0.33	0.085	0.00	0.110

Tabla 7.8. Valores de carga contra deformación del lado izquierdo para el primer ensaye.

No carga	Primer	piso	Segundo	piso	Tercer	piso
	P(kg)	$\delta$ (mm)	P(kg)	$\delta$ (mm)	P(kg)	$\delta$ (mm)
1	0.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000
2	5.63	0.080	12.58	0.135	20.59	0.185
3	11.59	0.163	25.50	0.300	41.18	0.410
4	17.88	0.233	38.41	0.465	61.76	0.635
5	24.17	0.300	50.00	0.610	82.35	0.835
6	17.88	0.250	38.41	0.508	63.24	0.700
7	23.84	0.300	50.33	0.613	82.35	0.840
8	18.54	0.259	38.41	0.511	63.24	0.703
9	24.17	0.365	50.66	0.630	80.88	0.860
10	30.96	0.440	62.25	0.790	101.47	1.075
11	25.17	0.401	50.33	0.708	82.35	0.960
12	18.87	0.350	38.08	0.585	61.76	0.791
13	24.83	0.400	50.33	0.691	82.35	0.939
14	30.79	0.450	63.25	0.811	101.47	1.100
15	36.75	0.540	74.83	1.024	122.06	1.380
16	31.46	0.505	62.58	0.945	102.94	1.281
17	25.17	0.455	50.99	0.832	83.82	1.135
18	18.87	0.397	38.08	0.700	63.24	0.951
19	12.58	0.320	25.17	0.530	41.18	0.720
20	5.63	0.240	12.25	0.350	20.59	0.455
21	0.66	0.151	0.66	0.140	7.35	0.185

Tabla 7.9. Valores de carga contra deformación del lado derecho para el segundo ensaye.

No carga	Primer	piso	Segundo	piso	Tercer	piso
	P(kg)	$\delta$ (mm)	P(kg)	$\delta$ (mm)	P(kg)	$\delta$ (mm)
1	0.00	0.000	0.00	0.000	0.00	0.000
2	5.63	0.090	12.58	0.165	20.59	0.215
3	11.59	0.170	25.50	0.340	41.18	0.450
4	17.88	0.250	38.41	0.510	61.76	0.675
5	24.17	0.320	50.00	0.650	82.35	0.880
6	17.88	0.270	38.41	0.550	63.24	0.740
7	23.84	0.320	50.33	0.660	82.35	0.885
8	18.54	0.275	38.41	0.560	63.24	0.750
9	24.17	0.340	50.66	0.695	80.88	0.880
10	30.96	0.420	62.25	0.865	101.47	1.110
11	25.17	0.380	50.33	0.780	82.35	0.990
12	18.87	0.320	38.08	0.650	61.76	0.820
13	24.83	0.370	50.33	0.760	82.35	0.965
14	30.79	0.430	63.25	0.890	101.47	1.140
15	36.75	0.580	74.83	1.110	122.06	1.430
16	31.46	0.510	62.58	1.035	102.94	1.330
17	25.17	0.435	50.99	0.920	83.88	1.180
18	18.87	0.370	38.08	0.780	63.24	0.990
19	12.58	0.290	25.17	0.600	41.18	0.750
20	5.63	0.200	12.25	0.400	20.59	0.485
21	0.66	0.100	0.66	0.190	7.35	0.200

Tabla 7.10. Valores de carga contra deformación del lado izquierdo para el segundo ensaye.

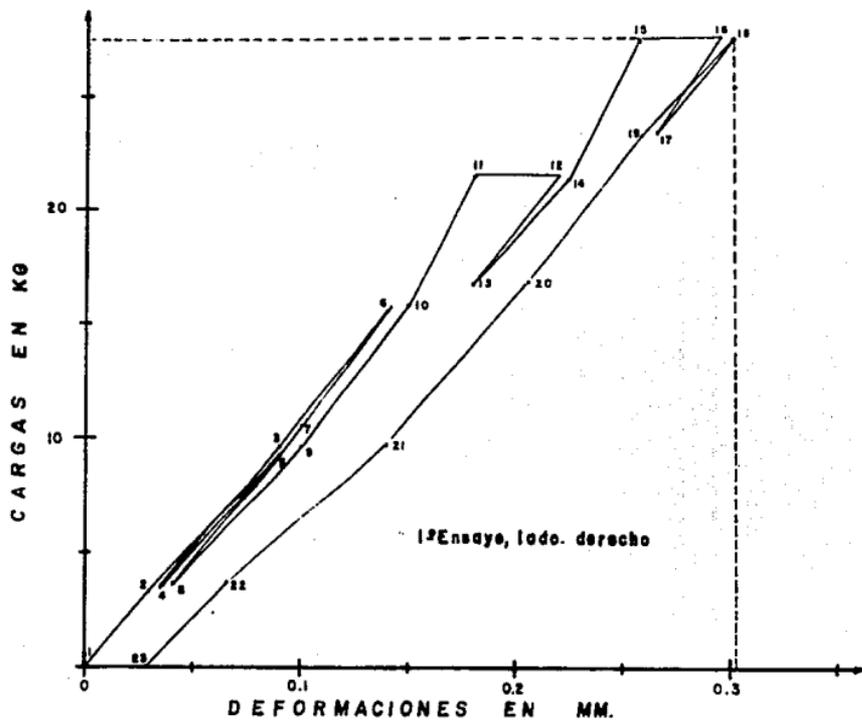


FIG. 7.6. GRAFICA DE CARGA-DEFORMACION, DEL 1º PISO.

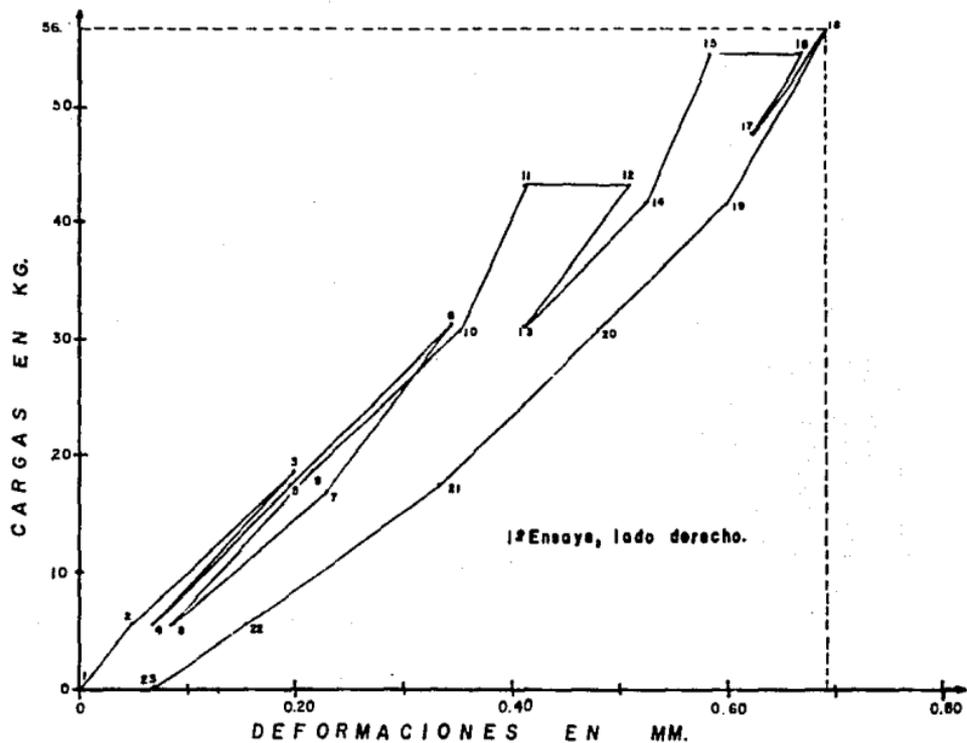


FIG. 7.7. GRAFICA DE CARGA-DEFORMACION, DEL 2º PISO

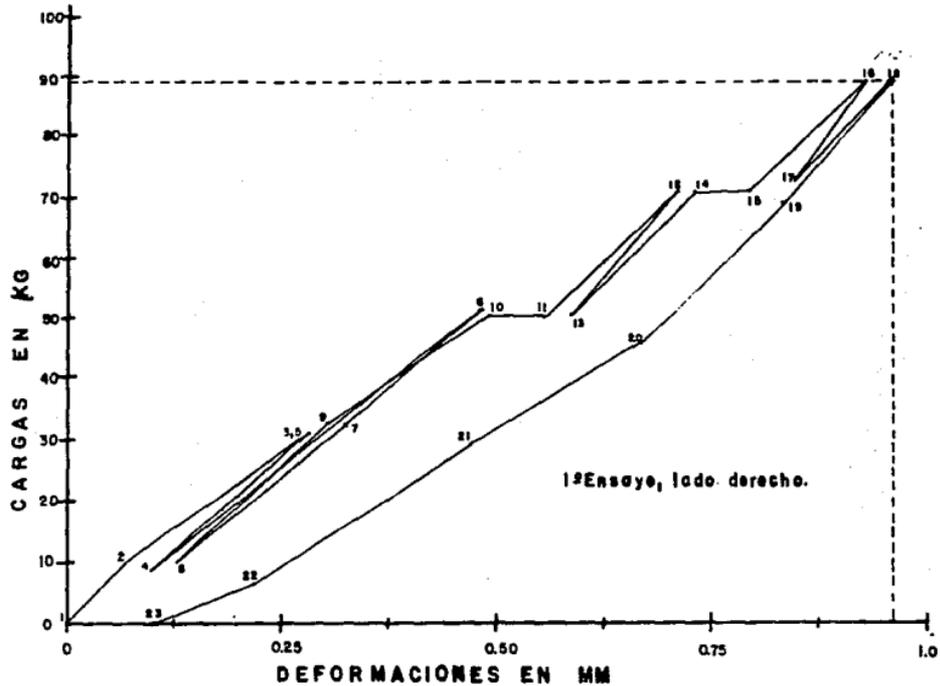


FIG. 7.8. GRAFICA DE CARGA DEFORMACION, DEL 3º PISO.

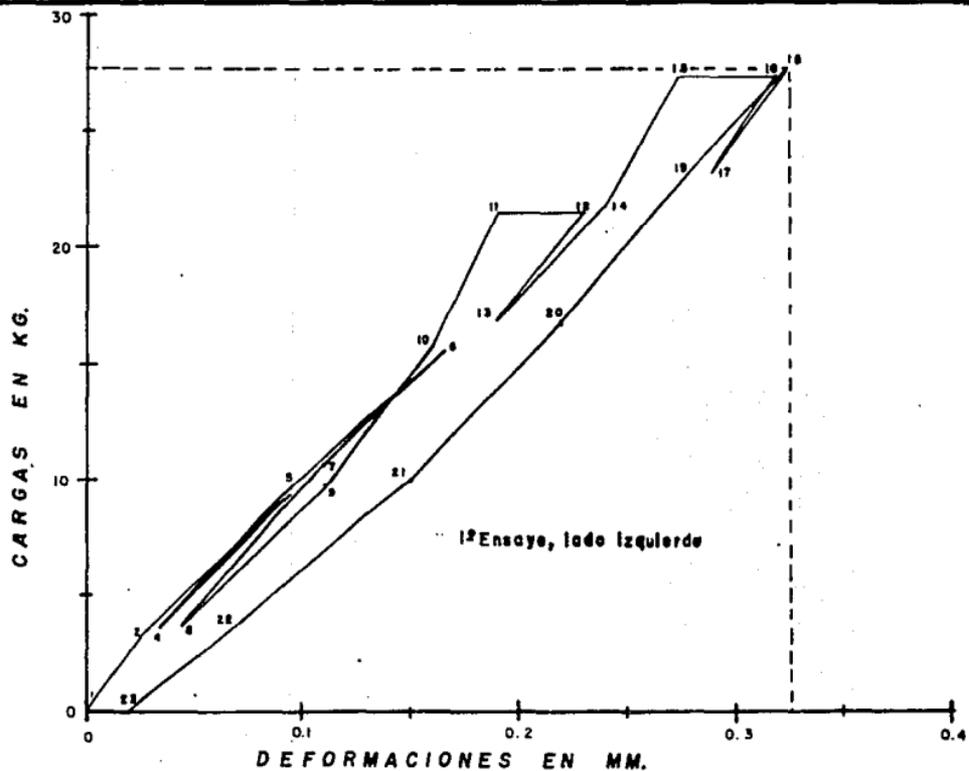


FIG. 7.9. GRAFICA DE CARGA DEFORMACION, DEL 1º PISO.

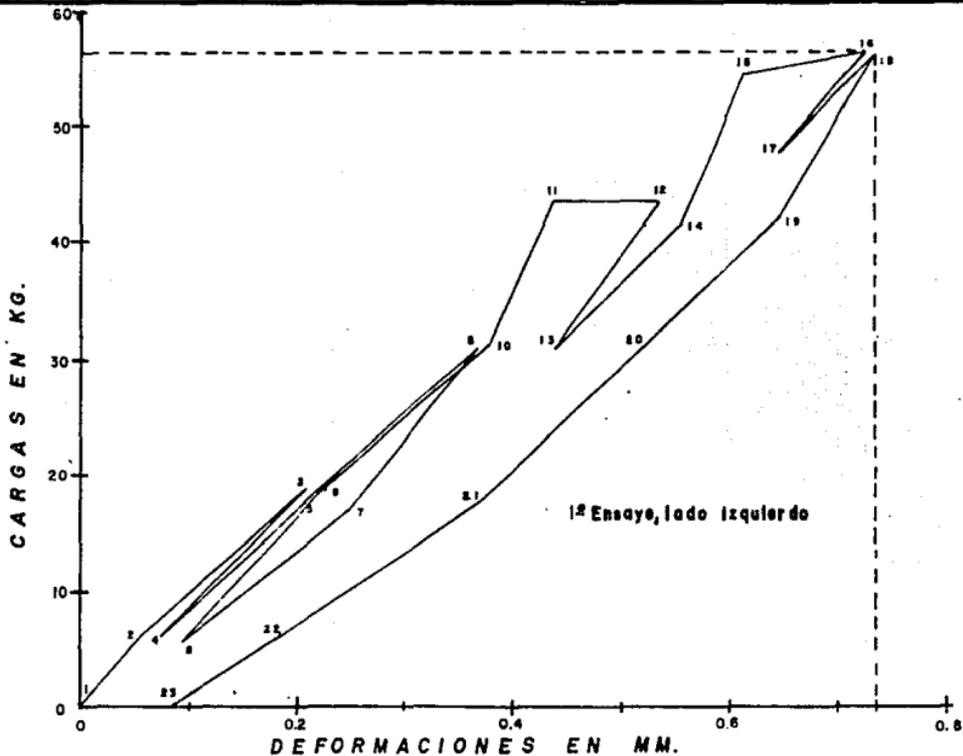


FIG. 7.10. GRAFICA DE CARGA DEFORMACION, DEL 2º PISO.

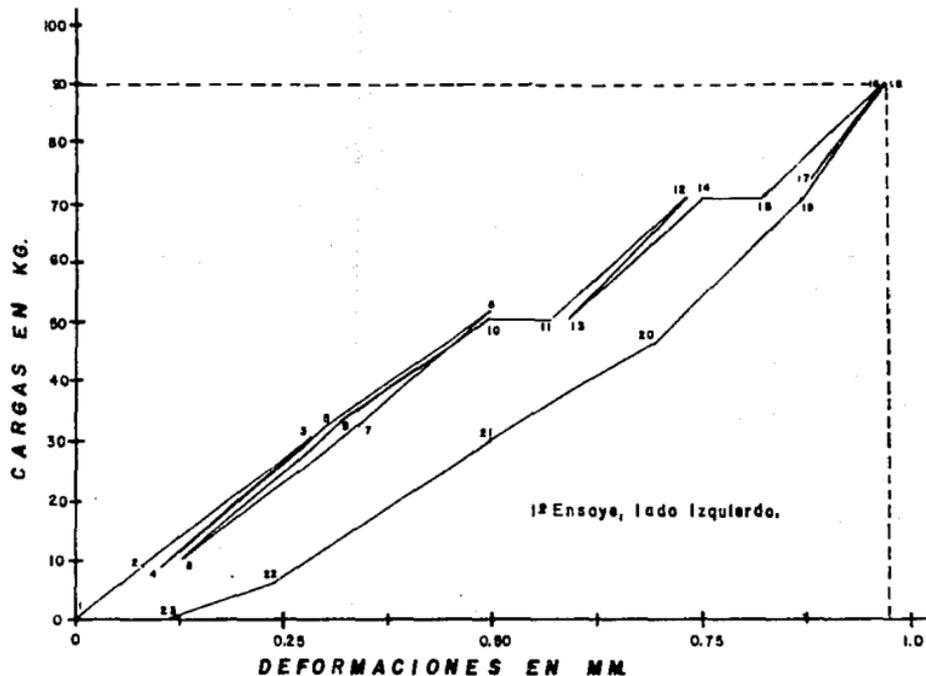


FIG. 7.11. GRAFICA DE CARGA DEFORMACION, DEL 3º PISO.

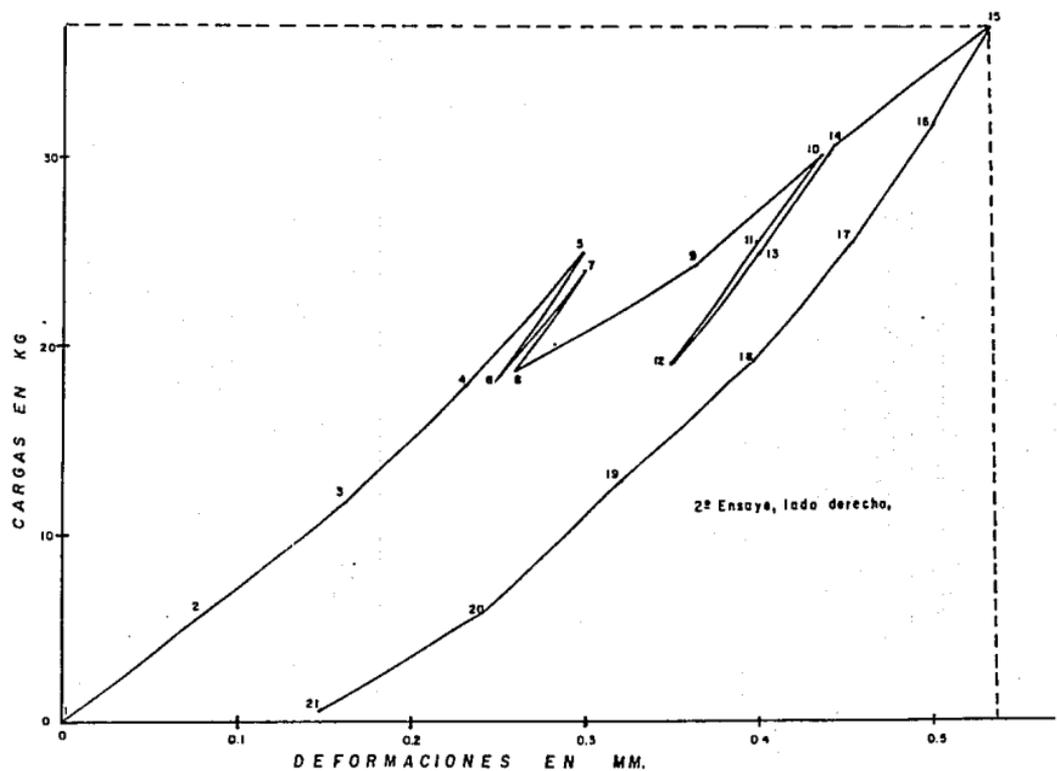


FIG. 7.12. GRAFICA DE CARGA-DEFORMACION, DEL 1º PISO.

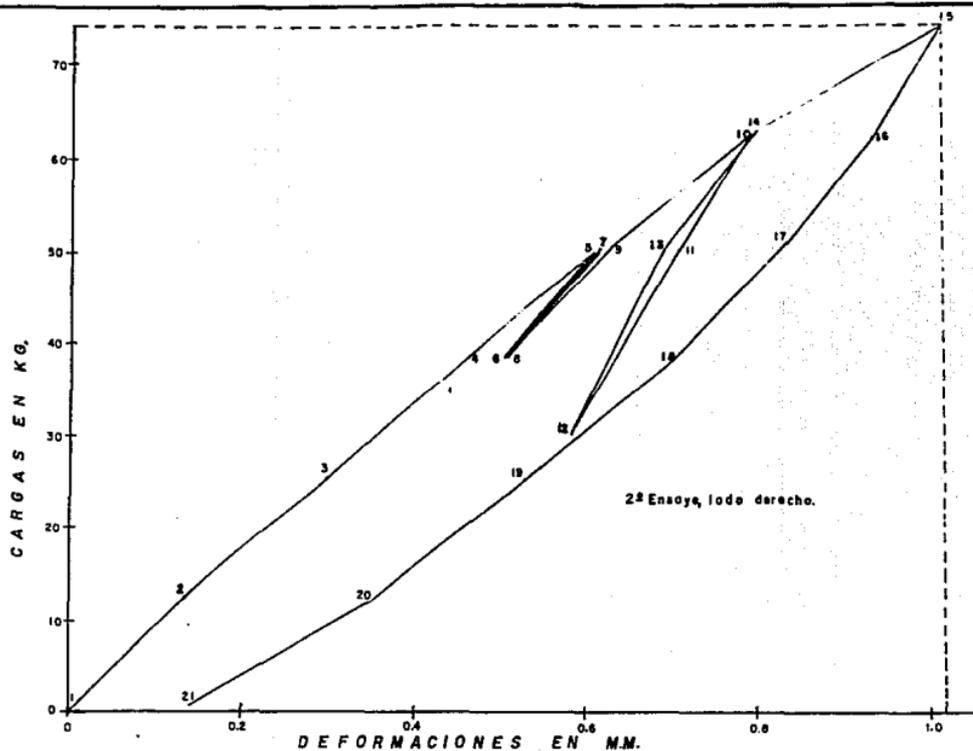
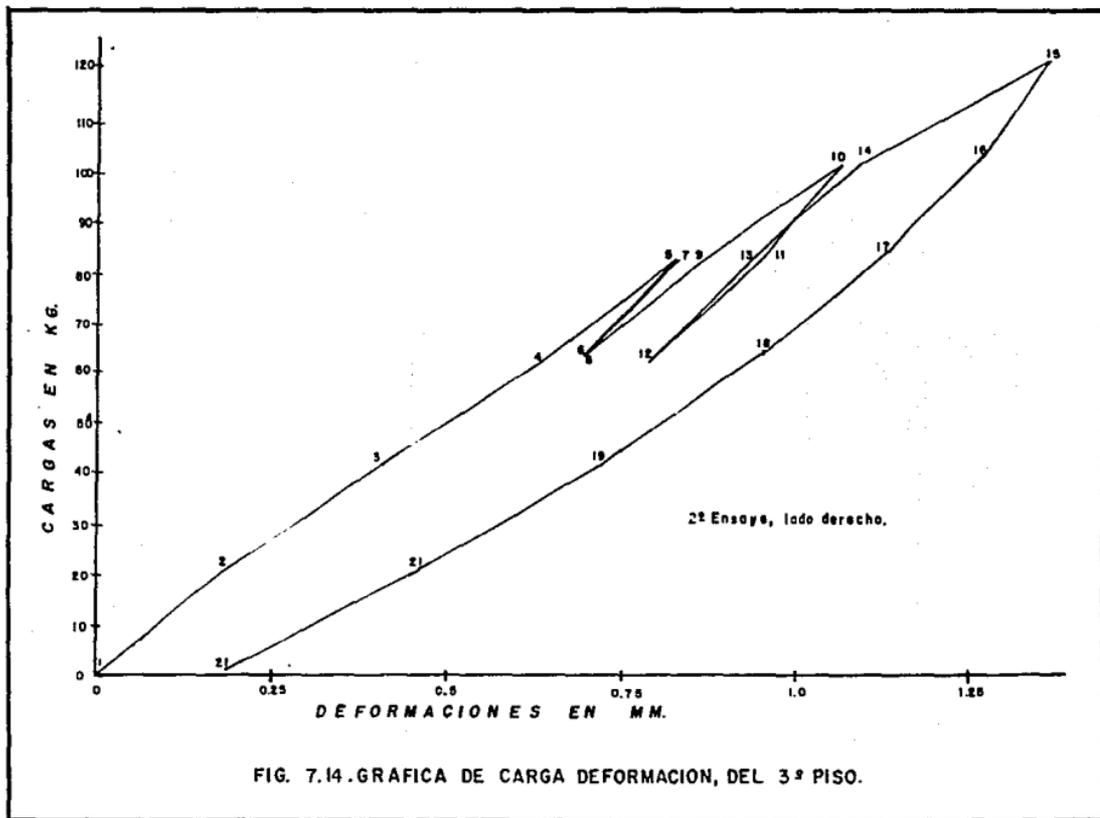
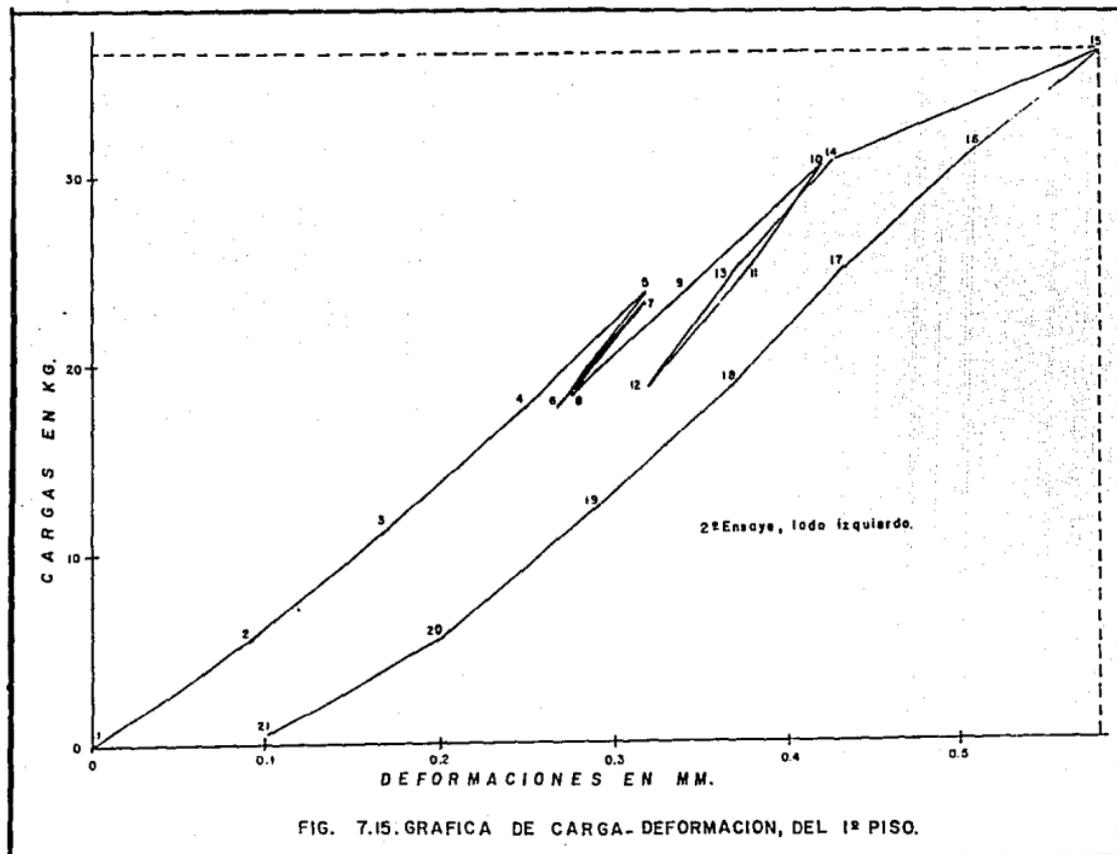


FIG. 7.13. GRAFICA DE CARGA DEFORMACION, DEL 2º PISO.





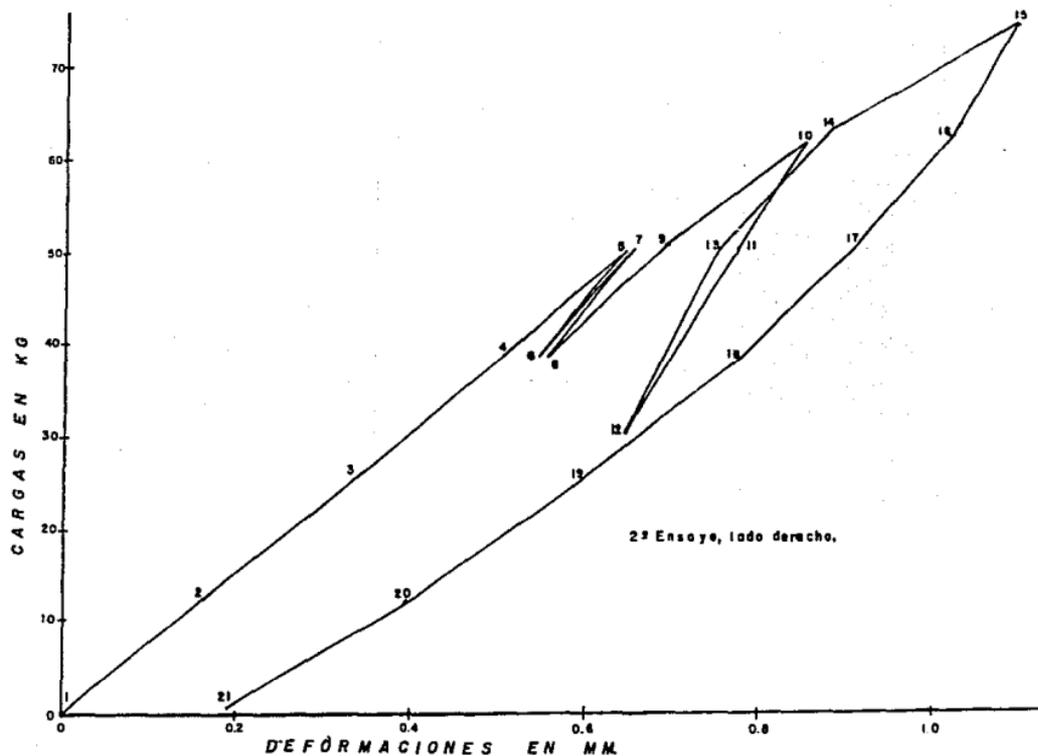
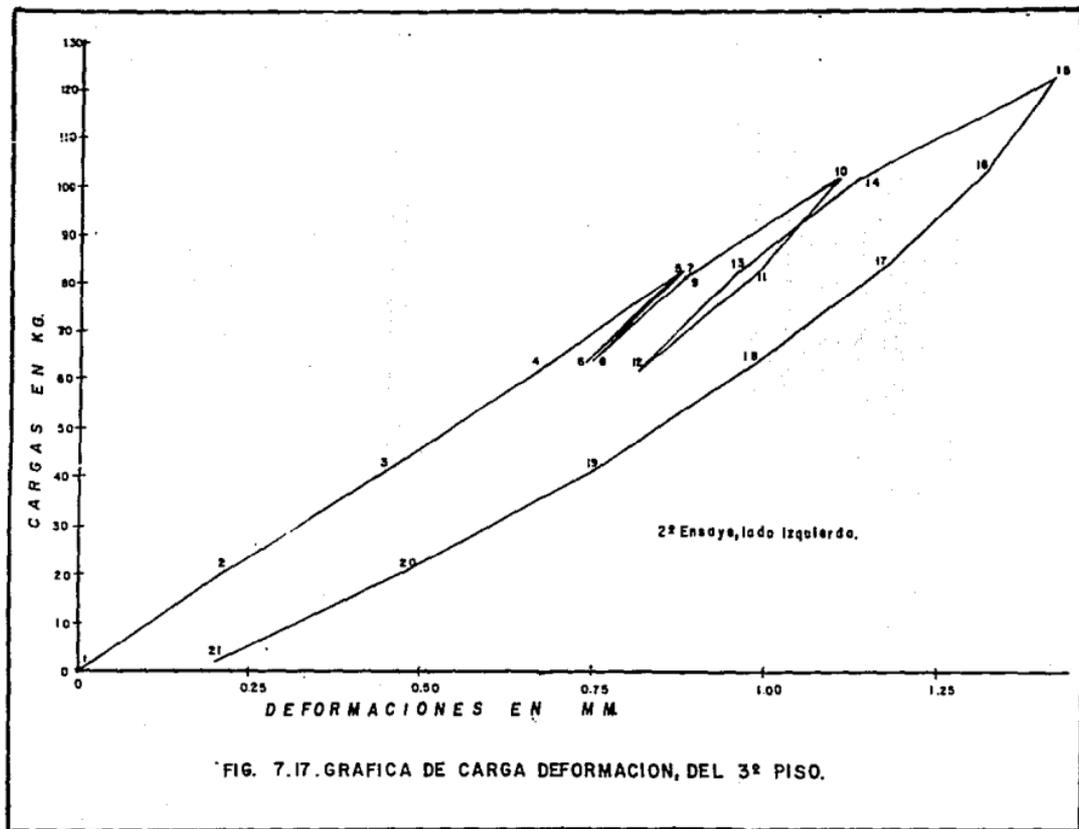


FIG. 7.16. GRAFICA DE CARGA DEFORMACION, DEL 2º PISO.



Del programa experimental se observó que los desplazamientos totales y relativos medidos (tablas 7.15 y 7.16) diferían considerablemente de los calculados analíticamente si se seguían las recomendaciones para determinar el módulo de elasticidad como lo indica el reglamento (ver tablas 7.11 y 7.12 ); lo anterior confirma que en la realidad la rigidez, o más bien el parámetro  $EI$  de los elementos de concreto, varía con el nivel de flexión y carga axial que soportan.

Los desplazamientos relativos y totales medidos en planta baja son 35% al obtenido del análisis, un 10% en el segundo nivel y casi iguales en el tercero; para tener una idea de como variaban los desplazamientos, se procedió a ir modificando el módulo de elasticidad en los distintos niveles hasta lograr la mejor aproximación posible entre los resultados experimentales y teóricos. Esto se logro de manera bastante aceptable para los siguientes valores de  $E$  ( ver tablas 7.13 y 7.14)

Primer nivel,  $E = 72000 \text{ kg/cm}^2$

Segundo nivel  $E = 129000 \text{ kg/cm}^2$

Tercer nivel  $E = 11000 \text{ kg/cm}^2$

De los análisis realizados para  $E$  variable y  $E$  constante, para una misma condición de carga, podemos comparar los elementos mecánicos para conocer su variación; por ejemplo, comparando los momentos flexionantes para la condición de carga 1, en algunos nudos tomados al azar, tenemos lo siguiente:

Valor del momento flexionante en kg-cm	
E constante	E variable
2.58	2.13
1.24	1.07
2.57	2.22
26.23	26.24

Como puede observarse en la tabla anterior, los momentos flexionantes y en general los elementos mecánicos no varían tan significativamente como las deformaciones, esto confirma nuevamente lo importante que es la variación del valor del módulo de elasticidad con respecto a las deformaciones.

De lo anterior se desprende la necesidad de conocer cómo varía la rigidez de vigas y columnas con su nivel de flexión y carga axial, con la finalidad de que se obtenga una distribución de elementos mecánicos y deformaciones más reales.

Análisis	Nodos		
	19 y 47	54 y 82	89 y 117
1	0.000005	0.000006	-0.000020
2	0.006155	0.014593	0.021122
3	0.012402	0.029362	0.040258
4	0.018693	0.044183	0.060546
5	0.024762	0.058480	0.080262
6	0.030817	0.072678	0.099592
7	0.037345	0.088113	0.120812

Tabla 7.11. Desplazamientos totales teóricos calculados en la dirección x en cm, E constante.

Análisis	Entrepiso		
	Primero	segundo	tercero
1	0.000005	0.000001	-0.000026
2	0.006155	0.008438	0.005429
3	0.012402	0.016960	0.010896
4	0.018693	0.025490	0.016363
5	0.024762	0.033718	0.021782
6	0.030817	0.041861	0.026914
7	0.037345	0.050768	0.032699

Tabla 7.12. Desplazamientos relativos de entrepiso calculados en la dirección x en cm, E variable.

Análisis	Nodos		
	19 y 47	54 y 82	89 y 117
1	0.000012	0.000005	-0.000025
2	0.008168	0.016132	0.021682
3	0.016454	0.032470	0.043616
4	0.024799	0.048878	0.065618
5	0.032850	0.064714	0.086992
6	0.040883	0.080442	0.107977
7	0.049752	0.097520	0.130972

Tabla 7.13. Desplazamientos totales teóricos calculados en la dirección x en cm, E variable

Análisis	Entrepiso		
	Primero	Segundo	Tercero
1	0.000012	-0.000115	-0.000030
2	0.008168	0.007964	0.005551
3	0.016454	0.016016	0.011146
4	0.024799	0.024079	0.016740
5	0.032850	0.031864	0.022278
6	0.040883	0.039559	0.027535
7	0.049752	0.047768	0.033452

Tabla 7.14. Desplazamientos relativos de entrepiso calculados en la dirección x en cm, E variable.

Análisis	Nivel		
	Primer	Segundo	Tercer
1	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00850	0.01500	0.02000
3	0.01665	0.03200	0.04300
4	0.02400	0.04875	0.06550
5	0.03100	0.06300	0.08570
6	0.04300	0.08275	0.10925
7	0.05600	0.10620	0.14050

Tabla 7.15. Desplazamientos totales medidos en el ensaye en cm.

Análisis	Entrepiso		
	Primer	Segundo	Tercer
1	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00850	0.00650	0.00500
3	0.01665	0.01536	0.01100
4	0.02400	0.02475	0.01675
5	0.03100	0.03200	0.02270
6	0.04300	0.03975	0.02650
7	0.05600	0.05020	0.03430

Tabla 7.16. Desplazamientos relativos de entrepiso medidos en el ensaye en cm.

## CAPITULO 8

### RESULTADOS PRELIMINARES Y CONCLUSIONES

Como conclusiones de este trabajo se pueden extraer las siguientes:

- 1) El trabajo experimental sobre modelos es una técnica que nos ayuda a entender el comportamiento complejo de las estructuras.
- 2) En este trabajo experimental y como se ha observado en mediciones de edificios reales, las estructuras son más deformables que lo que los análisis dan como resultado; lo cual origina problemas tales como el golpeteo entre edificios cuando se presenta un sismo.
- 3) Los desplazamientos calculados tomándo como válidos los valores para el módulo elástico indicados en el reglamento, no son iguales a los medidos en el modelo, lo cual hace ver que es necesario considerar el efecto de la flexión y de la carga axial en la rigidez de vigas y columnas.
- 4) Los resultados del modelo tienden a indicar que la flexión reduce la rigidez de los elementos, al igual que la carga axial, tal como teóricamente se indica en la ref.(2)
- 5) Al menos para esta estructura en particular, se observa que la diferencia en el valor de los elementos mecánicos al hacer cambios en las rigideces de los elementos no es significativa; esto ha hecho que no se ponga mucha atención a valuar más confiablemente las rigideces de los elementos estructurales.

6) La experiencia de elaborar modelos estructurales sensibiliza para que en la práctica profesional se tenga mayor cuidado en detalles estructurales y constructivos, ya que físicamente se puede observar lo que va a pasar cuando una estructura está cerca de fallar.

#### Recomendaciones

- 1) Es necesario establecer un procedimiento que permita confiablemente calcular la rigidez de los elementos de concreto, por lo que deben seguirse estudios sobre modelos analíticos donde se de variación de la rigidez, por ejemplo el procedimiento de la ref (2)
- 2) Es importante utilizar al máximo los modelos estructurales, por lo que el empleado en este trabajo debe usarse para comprobar experimentalmente técnicas de reparación y reforzamiento de estructuras dañadas.

## BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS

1. Hernández B. Oscar, " Tecnología del microconcreto", publicación no. 380, Instituto de Ingeniería, UNAM.
2. Hernández B. Oscar, " Rigidez de elementos de concreto reforzado procedimiento simplificado", Instituto de Investigaciones Eléctricas, depto. de Ingeniería Civil, 1986, México.
3. Diseño y construcción de estructuras de concreto. Normas técnicas complementarias del reglamento de construcciones para el Distrito Federal, 1987, México.
4. Park P., Paulay T. " Estructuras de concreto reforzado ", Ed. Limusa.
5. Przemieniecki J.S., " Theory of Matrix Structural Analysis ".
6. White Richard N, Gergely Peter, Sexmith Robert G., " Structural Engineering ".