



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

**CIMENTACIONES MASIVAS DE
EQUIPO VIBRATORIO**

T E S I S

Que para obtener el Título de

INGENIERO CIVIL

p r e s e n t a

MARICELA VARGAS TORRES

México, D. F.

1993

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

| | |
|---|----|
| RESUMEN | 1 |
| TERMINOLOGIA | 3 |
| LISTA DE SIMBOLOS | 11 |
| I. INTRODUCCION | 17 |
| II. CARGAS DINAMICAS | 20 |
| II.1 MAQUINAS ROTATORIAS | |
| II.2 MAQUINAS RECIPROCANES | |
| II.3 DISEÑO DINAMICO | |
| III. CIMIENTOS DESPLANTADOS SOBRE EL TERRENO | 26 |
| III.1 METODO DE ANALISIS | |
| III.2 DISEÑO PRELIMINAR | |
| III.3 DISEÑO DEFINITIVO | |
| III.4 CIMIENTOS EMPOTRADOS | |
| III.5 CIMIENTOS SOBRE ESTRATOS DE POCO ESPESOR | |
| III.6 CIMIENTOS GRANDES | |
| III.7 PARAMETROS | |
| IV. CIMIENTOS SOPORTADOS POR UNA ESTRUCTURA | 41 |
| IV.1 CIMIENTOS SOBRE LA LOSA DE DESPLANTE DEL EDIFICIO | |
| IV.2 CIMIENTOS SOBRE PISOS ELEVADOS | |
| IV.2.1 DISEÑO PRELIMINAR | |
| IV.2.2 DISEÑO DEFINITIVO | |
| IV.3 CIMIENTOS DE ESTRUCTURA ESPECIAL | |

| | |
|---|----|
| V. CIMIENTOS SOBRE PILOTES | 49 |
| VI. AISLAMIENTO DE LA VIBRACION | 56 |
| VI.1 DISEÑO DE AISLADORES PARA VIBRACION VERTICAL | |
| VI.2 DISEÑO DE AISLADORES PARA VIBRACION HORIZONTAL | |
| VII. MOVIMIENTOS PERMISIBLES | 62 |
| VIII. MEDIDAS CORRECTIVAS | 65 |
| VIII.1 CIMIENTOS DESPLANTADOS SOBRE EL TERRENO | |
| VIII.2 CIMIENTOS SOBRE PILOTES | |
| VIII.3 CIMIENTOS SOPORTADOS SOBRE ESTRUCTURAS | |
| IX. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 69 |
| X. TABLAS Y FIGURAS | 72 |
| X.1 TABLAS | |
| X.1.1 CONSTANTES PARA BASE RECTANGULAR | |
| X.1.2 MODIFICACION DE β_y | |
| X.1.3 RIGIDEZ DEL RESORTE HORIZONTAL EQUIVALENTE PARA UN SOLO PILOTE | |
| X.1.4 FACTOR DE RIGIDEZ HORIZONTAL EQUIVALENTE PARA GRUPOS DE PILOTES CUADRADOS | |

X.2 FIGURAS

**X.2.1 CURVAS DE RESPUESTA BAJO FUERZA
CONSTANTE PARA UN SISTEMA DE UN GRADO
DE LIBERTAD**

**X.2.2 CURVAS DE TRANSMISIBILIDAD PARA UN
SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD**

X.2.3 CABECEO Y VIBRACION HORIZONTAL

| | |
|--|-----------|
| XI. TEORIA DE VIBRACIONES ACOPLADAS | 79 |
| XII. EJEMPLOS | 83 |
| XII.1 VIBRACION VERTICAL | |
| XII.2 VIBRACION HORIZONTAL Y DE CABECEO | |
| XII.3 DETERMINACION DE AMPLITUDES | |
| XIII. REFERENCIAS SELECTAS | 96 |
| XIII.1 REFERENCIAS SELECTAS | |
| XIII.2 REFERENCIAS NO CITADAS | |

RESUMEN

Se presenta un enfoque general del análisis de las vibraciones de maquinaria y se hace referencia a los tipos de cimientos que pueden utilizarse. Se explica brevemente la teoría del semi-espacio elástico, y la forma de como a partir de dicha teoría se obtienen los parámetros que rigen los sistemas equivalentes constituidos por una masa, uno o varios resortes y uno o varios amortiguadores. Se presentan las fórmulas con que se calculan estos parámetros en los distintos modos de vibración para cimentaciones rectangulares, y se menciona los factores que influyen en sus valores numéricos.

Se dan algunas medidas correctivas para cimentaciones ya diseñadas y se especifica además, desplazamientos permisibles en cimentaciones.

Finalmente se incluyen varios ejemplos para estimar la cimentación dinámica rectangular a utilizar.

TERMINOLOGIA

Aislador de vibración Un soporte resiliente que tiende a aislar un sistema de la excitación estacionaria.

Aislamiento La reducción en la capacidad de un sistema de responder a una excitación, obtenida por el uso de un soporte resiliente (que puede absorber energía). Para vibración forzada en estado estacionario, el aislamiento se expresa cuantitativamente como el complemento de la transmisibilidad.

Amortiguamiento La disipación de energía con el tiempo o la distancia.

Amortiguamiento crítico El amortiguamiento viscoso mínimo que permitirá que un sistema desplazado regrese a su posición inicial sin oscilar.

Amortiguamiento viscoso La disipación de energía que ocurre cuando el movimiento de una partícula en un sistema vibratorio es resistido por una fuerza de magnitud proporcional a la magnitud

de la velocidad de la partícula y de dirección opuesta a la dirección de la partícula.

Amplitud

El valor máximo de una cantidad senoidal.

Ciclo

La sucesión completa de valores de una cantidad periódica que ocurre durante un período.

Excitación

Una fuerza externa aplicada a un sistema que ocasiona que éste responda en cierta forma.

Factor de amortiguamiento

Para un sistema con amortiguamiento viscoso, la relación del coeficiente de amortiguamiento real respecto al coeficiente de amortiguamiento crítico.

Frecuencia

La frecuencia de una función periódica en el tiempo es igual al recíproco del período. La unidad es el ciclo por unidad de tiempo y debe especificarse.

Frecuencia angular

Es la frecuencia de una cantidad

(frecuencia circular) periódica, en radianes por unidad de tiempo; la frecuencia multiplicada por 2π .

Frecuencia fundamental La frecuencia natural más baja de un sistema vibratorio. El modo normal de vibración asociado con esta frecuencia se conoce como modo fundamental.

Frecuencia natural La frecuencia de la vibración libre de un sistema. Para un sistema de varios grados de libertad, las frecuencias naturales son las frecuencias de los modos normales de vibración.

Frecuencia natural no amortiguada La frecuencia natural no amortiguada de un sistema mecánico es la frecuencia de vibración libre que resulta sólo de las fuerzas elásticas e inerciales del sistema.

Frecuencia resonante Una frecuencia para la cual existe resonancia.

Grados de libertad El número de grados de libertad de

un sistema mecánico es igual al número mínimo de coordenadas independientes requeridas para definir completamente las posiciones de todas las partes del sistema en cualquier instante del tiempo. En general es igual al número de desplazamientos independientes que son posibles.

Modos acoplados

Modos de vibración que no son independientes sino que influyen entre sí debido a la transferencia de energía de un modo al otro.

Modo de vibración

En un sistema vibratorio, un modo de vibración es un patrón característico asumido por el sistema según el cual, el movimiento de cada partícula es armónico simple y con la misma frecuencia. En un sistema de varios grados de libertad, pueden existir simultáneamente dos o más modos de vibración.

| | |
|----------------------------|--|
| Modo normal de vibración | Un modo de vibración que está desacoplado de otros modos de vibración de un sistema. |
| Movimiento armónico simple | Un movimiento tal que el desplazamiento es una función senoidal del tiempo. |
| Período | El período de una cantidad periódica es el incremento más pequeño (no nulo) de la variable independiente para el cual la función se repite a sí misma. |
| Resonancia | La resonancia de un sistema en vibración forzada existe cuando cualquier cambio, sin importar cuán pequeño, en la frecuencia de excitación, cause una disminución en la respuesta del sistema. |
| Respuesta | La respuesta de un sistema es el movimiento (u otra acción) que resulta de una excitación. |
| Rigidez | La proporción del cambio de fuerza (o par) respecto al cambio corres- |

pendiente en desplazamiento translacional (o angular) de un elemento elástico.

Sistema de un grado de libertad

Un sistema en el cual sólo se requiere de una coordenada para definir completamente la configuración del sistema en cualquier instante.

Sistema de varios grados de libertad

Aquel en el cual se requieren dos o más coordenadas para definir completamente la posición del sistema en cualquier instante.

Transmisibilidad

La relación adimensional de la amplitud de respuesta de un sistema en vibración forzada en estado estacionario respecto a la amplitud de la excitación. La relación puede ser entre fuerzas, desplazamientos, velocidades o aceleraciones.

Vibración forzada

La vibración de un sistema es forzada si la respuesta es impuesta por la excitación. Si la excitación

es periódica y continua, la vibración es estacionaria.

Vibración libre

Vibración que ocurre en ausencia de excitación externa.

LISTA DE SIMBOLOS

- A = área de contactos cimiento-suelo, m^2
- A_a = amplitud permisible, m
- A_p = área de la sección transversal del pilote, m^2
- A_x = amplitud de la vibración horizontal, m
- A_z = amplitud de la vibración vertical, m
- A_y = amplitud de la vibración angular de cabeceo, rad
- B_x = relación de masas en vibración horizontal
- B_z = relación de masas en vibración vertical
- B_y = relación de masas en cabeceo
- C.G. = Centro de gravedad
- C_x = constante de amortiguamiento para vibración horizontal Kg-seg/m
- C_z = constante de amortiguamiento para vibración vertical Kg-seg/m
- C_y = constante de amortiguamiento para vibración de cabeceo, Kg-seg/rad
- D_x = factor de amortiguamiento horizontal
- D_z = factor de amortiguamiento vertical

- D_y = factor de amortiguamiento de cabeceo
 E_p = módulo de Young del pilote, Kg/m²
 G = módulo de rigidez al corte del suelo, Kg/m²
 H = espesor del estrato, m
 H_1 = altura del centro de gravedad de la masa M por encima de la base (cara inferior) del cimiento, m
 H_2 = distancia desde la fuerza Q_x al centro de gravedad de la masa M, m
 H_3 = distancia del centro de gravedad de la masa M a la cara superior del cimiento, m
 I_b = momento de inercia de la masa M con respecto al eje de cabeceo en la base, Kg-m-seg²
 I_o = momento de inercia de la masa M con respecto al eje de cabeceo a través de su centro de gravedad, Kg-m-seg²
 K_x = rigidez del resorte horizontal equivalente, Kg/m
 K_z = rigidez del resorte vertical equivalente, Kg/m
 K_{zs} = rigidez del resorte vertical equivalente para estratos de poco espesor, Kg/m

- K_Y = rigidez del resorte equivalente de cabeceo Kg-m/rad
 L_p = longitud del pilote, m
 M = masa conjunta de máquina y cimiento, Kg-seg²/m
 M_f = masa del cimiento, Kg-seg²/m
 M_m = masa de máquina, Kg-seg²/m
 M_r = masa de las partes rotatorias, kg-seg²/m
 M_s = reacción de cabeceo del suelo, Kg-m
 P_s = reacción horizontal del suelo, kg
 $P_x(t) = P_x \text{sen } \omega_0 t$
 Q = fuerza dinámica periódica, Kg
 Q_x = fuerza dinámica periódica en la dirección horizontal, Kg
 Q_z = fuerza dinámica periódica en la dirección vertical, Kg
 R = radio del cimiento equivalente, m
 T = coeficiente de transmisibilidad
 T_a = coeficiente de transmisibilidad permisible
 X_1, X_2 = coeficientes de respuesta horizontal, m

- a_1, a_2 = coeficientes de respuesta angular, rad
 c = dimensión de la base según la dirección perpendicular a la fuerza Q_x , m
 d = dimensión de la base según la dirección paralela a la fuerza Q_x , m
 d = diámetro del pilote, m
 e = excentricidad del rotor de la máquina, m
 f_n = frecuencia natural, ciclos/segundo
 f_o = frecuencia de operación de la máquina, ciclos/segundo
 n = número de pilotes en grupo, o número de aisladores
 n_y = coeficiente de modificación para B_y
 s = espaciamiento entre pilotes, m
 t = tiempo, segundos
 x = desplazamiento horizontal, m
 \dot{x} = velocidad horizontal, m/seg
 \ddot{x} = aceleración horizontal, m/seg²
 x_s = desplazamiento horizontal de la base, m

- β_x = constante horizontal para base rectangular
- β_z = constante vertical para base rectangular
- β_y = constante de cabeceo para base rectangular
- θ_x = ángulo de fase para vibración horizontal
- θ_y = ángulo de fase para vibración de cabeceo
- μ = módulo de Poisson del suelo
- ρ = densidad de la masa del suelo, Kg-seg²/m⁴
- ψ = desplazamiento angular por cabeceo, rad
- $\dot{\psi}$ = velocidad de cabeceo rad/seg
- $\ddot{\psi}$ = aceleración de cabeceo rad/seg²
- ω_n = frecuencia natural, rad/seg
- ω_o = frecuencia de operación de la máquina, rad/seg

I. INTRODUCCION

El objetivo principal en el diseño de un cimiento de máquina es limitar las amplitudes a valores que sean permisibles para la máquina y para el ambiente local incluyendo estructuras y personas. Los movimientos excesivos de una máquina causan esfuerzos en las uniones, desgaste de los cojinetes y las partes, y pueden resultar en una operación insegura. Cuando es necesario apagar la máquina para reparaciones, los costos de la producción perdida pueden exceder los costos reales de la reparación; y los costos de reparación usualmente son mucho más elevados que los costos de un cimiento correctamente diseñado.

Un cimiento correctamente diseñado para una máquina debe satisfacer primero todos los requisitos estáticos para cimientos. La rigidez de un cimiento de máquina es esencial, puesto que una deflexión de solo unas micras puede ocasionar perturbaciones en los cojinetes, especialmente cuando se cuenta con varios de estos soportes.

Para asegurar una solución técnicamente correcta y económica, es necesaria una cooperación estrecha entre los grupos mecánico, de diseño de la planta y de ingeniería civil. Se pueden evitar muchos problemas si se consulta al diseñador del cimiento de la máquina antes de que se determine la ubicación de la misma. Por ejemplo: usualmente

es más fácil diseñar un cimiento de máquina para equipo rotatorio de velocidad variable cuando está en un soporte firme (por ejemplo sobre la losa de sótano); mientras que es más complicado y costoso cuando está ubicado en un piso elevado.

La importancia de la máquina en particular respecto a la función principal de la planta se debe considerar en la etapa inicial de diseño. Los cimientos para las máquinas más importantes se deben diseñar más conservadoramente. El costo inicial, el costo de mantenimiento, el costo de reemplazo de la máquina y los requisitos esenciales de seguridad, se deben considerar en el diseño.

En el diseño de cimientos de máquina se supone un conjunto de parámetros físicos, que después se analizan para determinar si se cumple con las condiciones de diseño. Si éstas no se satisfacen, se procede a variar algunos de los parámetros y se repite el proceso. El análisis debe describir clara y separadamente la influencia de cada una de las principales variables físicas involucradas, para que se pueda lograr una evaluación ingenieril durante las correcciones sucesivas en el diseño.

II. CARGAS DINAMICAS

Antes de que se pueda hacer un diseño satisfactorio de un cimiento para maquina, es necesario obtener tanta informacion como sea posible acerca de la magnitud y características de las cargas dinamicas implicadas.

II.1 MAQUINAS ROTATORIAS

Las máquinas rotatorias, diseñadas para operar a velocidad constante durante periodos prolongados, incluyen turbinas, compresores axiales, bombas centrífugas, conjuntos de turbogenerador y ventiladores. En cada caso es posible, teóricamente, balancear las partes móviles para eliminar las fuerzas no balanceadas durante la rotación. Sin embargo, en la realidad, siempre existe cierto desbalanceo, y su magnitud depende del proceso de fabricación de la máquina, de las técnicas de instalación, y del mantenimiento. La fuerza dinámica se puede calcular con base en la ecuación.

$$Q = M_p e \omega^2$$

Con frecuencia es difícil obtener del fabricante un valor para "e". En tal caso, existen tablas que sirven de guía para la calidad requerida de balanceo que pueden utilizarse.

II.2 MAQUINAS RECIPROCANTES

Los motores de combustión interna, los compresores y bombas de tipo de pistón, los motores de vapor y en general maquinaria que cuenta con un mecanismo de cigüeñal, producen fuerzas reciprocantes. El mecanismo de cigüeñal convierte un movimiento reciprocante a uno rotatorio, o viceversa. Una vez determinados el peso y el centro de gravedad de cada una de las partes móviles, se pueden valuar las fuerzas resultantes de la operación de la máquina.

Para una máquina en particular, las fuerzas primarias y secundarias desbalanceadas, así como los pares de torsión, deben ser suministrados por el fabricante, puesto que estas cantidades se calculan en el diseño original de la máquina.

En general, los motores de varios cilindros inducen fuerzas desbalanceadas más pequeñas que los motores y compresores de uno y dos cilindros. Sin embargo, en cada caso es necesario valuar la influencia de las fuerzas y pares de desbalanceo sobre la respuesta del movimiento de la máquina.

Muchos tipos de motores reciprocantes pertenecen al grupo de máquinas desbalanceadas que generan vibracio-

nes excesivas. El hecho de que estos motores usualmente operen a velocidades comparativamente bajas, incrementa la probabilidad de que se puedan desarrollar vibraciones en los edificios o estructuras adyacentes. Por lo tanto, es muy importante un análisis minucioso de las vibraciones y sus efectos en dichos cimientos.

II.3 DISEÑO DINAMICO

La velocidad de la máquina rotatoria es un factor de capital importancia en el diseño dinámico. Se deben considerar y tratar por separado, cuatro categorías de máquina: máquina de velocidad baja, intermedia y alta, y máquinas de velocidad variable.

1. Máquinas de velocidad baja, $\omega_0 < 500$ rpm.

Para esta clase de máquina, se debe usar un cimiento rígido o de alta sintonía. La primera frecuencia natural del sistema debe ser de 40% a 50% mayor que la frecuencia de operación de la máquina.

2. Máquinas de velocidad intermedia, $500 < \omega_0 < 1000$ rpm.

Se podrá usar un cimiento de baja o alta sintonía, cualesquiera que sea más práctico. La primera fre-

cuencia natural del sistema debe ser de 40% a 50% más pequeña que la frecuencia de excitación en el primer caso, y, de 40% a 50% mayor que la frecuencia de excitación en el segundo caso.

3. Máquinas de alta velocidad, $w_0 > 1000$ rpm.

Para máquinas de alta velocidad, un cimentado flexible o de baja sintonía, con suficiente rigidez para mantener la alineación, es obligatorio. La primera frecuencia natural del sistema debe ser de 40% a 50% más baja que la frecuencia de operación de la máquina. Durante la puesta en marcha y paro, el sistema pasará a través de varias frecuencias naturales, y las amplitudes del sistema pueden resultar excesivas. Otra desventaja de esta alternativa es la posibilidad de resonancia en un modo superior.

4. Máquina de velocidad variable.

Para una máquina de velocidad variable, la mejor solución cuando sea práctico, es un cimentado de alta sintonía. Si tuviera que usarse un cimentado de baja sintonía, es importante considerar la posibilidad de resonancia en modos superiores. Esto es crítico puesto que las fuerzas dinámicas serán

más grandes por ser proporcionales al cuadrado de la frecuencia de excitación,

Para un diseño conservador, se recomienda un análisis de vibración forzada, después de obtener las frecuencias naturales del sistema. Para máquinas de velocidad baja, es suficiente un análisis de vibración libre si la primera frecuencia natural del sistema es cuando menos 50% más alta que la velocidad de operación de la máquina.

Para una máquina de velocidad variable, deberán analizarse diferentes velocidades de excitación dentro de la gama de operación, de tal forma que cada una de ellas coincida con una frecuencia natural del sistema. Si las amplitudes son demasiado altas, se deberá considerar la alternativa de aislar el equipo de la estructura que lo rodea.

III. CIMIENTOS DESPLANTADOS SOBRE EL TERRENO

III.1 METODO DE ANALISIS

Muchos cimientos de máquinas, hoy en día, aún se diseñan por medio de reglas empíricas proporcionadas por algunos fabricantes de máquinas y recomendadas en muchos artículos y manuales de diseño mecánico. La mayoría de estas reglas están en una forma que requiere que el peso del cimiento sea "m" veces el peso de las partes móviles o tal vez "n" veces el peso total de la máquina. Los valores recomendados de "m" y "n" varían de una referencia a otra, y resulta significativo que en ningún caso están relacionados con las propiedades del suelo. Los cimientos de máquina diseñados usando estas reglas no necesariamente están libres de problemas. Se describe aquí la teoría del semi-espacio elástico para el diseño de cimientos de máquinas. Esta teoría intenta resolver el problema de la vibración de un cuerpo rígido inmerso en el semi-espacio se basa en la teoría de la propagación de ondas en un medio elástico, homogéneo e isótropo, que se supone es aplicable a suelos bajo deformaciones leves. Esta teoría no es exacta, pero es racional, y actualmente, es la mejor disponible. La energía introducida en el suelo por un cimiento que vibra se disipa por una combinación de

ondas P, S, y R (Véase ref. 1 en cuanto a definiciones). La densidad de la energía en cada onda disminuye con la distancia al cimiento. Esta disminución en la densidad de la energía es llamada amortiguamiento geométrico. El amortiguamiento geométrico usualmente es mucho más alto que el amortiguamiento interno de los suelos y así pues, es el único que se considera. Las propiedades requeridas del suelo son: módulo de rigidez al corte, módulo de Poisson, y densidad. Cada caso se debe evaluar con respecto a la forma en que se desvía de las suposiciones hechas.

En la ingeniería práctica, son frecuentes las siguientes condiciones:

- * Cimiento empotrado
- * Cimiento sobre un estrato de poco espesor
- * Cimiento grande

En el presente trabajo se supone que todos los cimientos son de forma rectangular.

III.2 DISEÑO PRELIMINAR

Paso 1. Recolección de datos

1. Del fabricante de la máquina:
 - a. Peso de la máquina.
 - b. Velocidad de operación.
 - c. Dimensiones de la base.
 - d. Ubicación del centro de gravedad.
 - e. Momento de inercia de masa con respecto al eje que pasa por el centro de gravedad y es paralelo al eje de rotación.

2. Del estudio de Mecánica de suelos:
 - a. Módulo de rigidez al corte.
 - b. Módulo de Poisson.
 - c. Peso volumétrico.

3. De los planos de arreglo general:
 - a. Ubicación de la máquina en planta.
 - b. Elevación de la máquina.
 - c. Espacio libre alrededor de la máquina.

Paso 2. Suponer dimensiones del cimiento.

1. Satisfacer todos los requisitos especificados por el fabricante.
2. Verificar el cimiento bajo cargas estáticas únicamente. No deberá usarse la capacidad total de carga del suelo. (Se recomienda usar el 50% de dicha capacidad).
3. Colocar el centro de gravedad común de máquina y cimiento sobre el eje vertical que pasa por el centroide del área de contacto cimiento-suelo.
4. Hacer rígido el cimiento.

Paso 3. Análisis dinámico

El modo o modos de movimiento del cimiento de la máquina se deben considerar consistentes con las fuerzas dinámicas proporcionadas. Cada modo se debe analizar como un sistema de un solo grado de libertad. En general existen seis modos de vibración del cimiento. En la práctica usualmente existen únicamente tres modos: vertical, horizontal y de cabeceo.

1. Vibración vertical

- Calcule el peso de máquina y cimiento.
- Calcule la rigidez del resorte vertical equivalente, K_z , (Véase Sección III.7).
- Calcule la frecuencia natural vertical f_n , con la expresión:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_z}{M}}$$

- Verifique si: $f_n < 0.6f_o$, ó, $f_n > 1.4f_o$, donde f_o es la frecuencia de operación de la máquina; de no ser así, rediseñe el cimiento.

2. Vibración horizontal:

- Calcule el peso de máquina y cimiento.
- Calcule la rigidez del resorte horizontal equivalente, K_x , (Véase sección III.7).
- Calcule la frecuencia natural horizontal f_n con la expresión:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_x}{M}}$$

- d. Verifique si: $f_n < 0.6f_o$, ó, $f_n > 1.4f_o$:
 donde f_o es la frecuencia de operación
 de la máquina, de no ser así, rediseñe
 el cimiento.

3. Vibración de cabeceo:

- a. Calcule el peso de máquina y cimiento.
 b. Localice el centro de gravedad del
 cimiento.
 c. Calcule el momento de inercia de la
 masa del cimiento con respecto al eje
 que pasa por su centro de gravedad y
 que es paralelo al eje de rotación.
 d. Calcule el momento total de inercia,
 I_b , de las masas de máquina y cimiento
 respecto al eje de cabeceo en la base
 (cara inferior).
 e. Calcule la rigidez del resorte
 equivalente de cabeceo, K_y (Véase
 sección III.7).
 f. Calcule la frecuencia natural de
 cabeceo f_n con la expresión:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_y}{I_b}}$$

- g. Verifique si: $f_n < 0.6f_o$, ó, $f_n > 1.4f_o$; de no ser así rediseñe el cimiento.

III.3 DISEÑO DEFINITIVO

Verifique todos los datos establecidos en el diseño preliminar.

1. Vibración vertical

- Use las frecuencias naturales del análisis preliminar; vuelva a calcularlas de ser necesario.
- Calcule el factor de amortiguamiento, D_z . (Véase sección III.7.).
- Calcule la amplitud de la vibración, A_z , a partir de:

$$A_z = \frac{Q_z}{K_z} \left[1 - \frac{f_o^2}{f_n^2} \right]^2 + 2D_z \frac{f_o}{f_n} \left[\right]^{1/2}$$

- Verifique si $A_z < A_a$;
si no es así, rediseñe el cimiento.

2. Vibración acoplada de cabeceo y horizontal.

En la práctica estos dos movimientos se presentan al mismo tiempo. El efecto del acoplamiento puede ser importante en las amplitudes horizontales y de

cabeceo. En el análisis dinámico preliminar, el acoplamiento se puede despreciar; pero en el análisis final, se debe incluir.

- a. Calcule la masa M de la máquina y el cimiento.
- b. Use las rigideces equivalentes K_x y K_y del análisis preliminar, volviendo a calcularlas si es necesario.
- c. Calcule las constantes de amortiguamiento C_x y C_y (Véase sección III.7.).
- d. Calcule el momento de inercia I_0 de la masa M respecto al eje de cabeceo que pasa por su centro de gravedad (C.G.)
- e. Calcule la fuerza dinámica Q_x , o use la suministrada por el fabricante.
- f. Calcule la altura H_1 del centro de gravedad de la masa M por encima de la base (cara inferior) del cimiento.
- g. Calcule la distancia H_2 , desde la fuerza Q_x al centro de gravedad de la masa M .

La solución para las amplitudes horizontal y de cabeceo (véase sección X) es:

$$X = X_1 \sin \omega_0 t + X_2 \cos \omega_0 t$$

$$y = a_1 \sin \omega_0 t + a_2 \cos \omega_0 t$$

Existen cuatro ecuaciones que deben resolverse:

$$1. (M\omega_0^2 - K_x)X_1 + C_x\omega_0 X_2 + H_1 K_x a_1 - H_1 C_x \omega_0 a_2 = -Q_x$$

$$2. C_x \omega_0 X_1 - (M\omega_0^2 - K_x)X_2 - H_1 C_x \omega_0 a_1 - H_1 K_x a_2 = 0$$

$$3. H_1 K_x X_1 - H_1 C_x \omega_0 X_2 + (I_0 \omega_0^2 - K_y - H_1 K_x) a_1 + (H_1 C_x \omega_0 + C_y \omega_0) a_2 = -Q_y H_2$$

$$4. H_1 C_x \omega_0 X_1 - H_1 K_x X_2 + (H_1 C_x \omega_0 + C_y \omega_0) a_1 + (I_0 \omega_0^2 - K_y - H_1 K_x) a_2 = 0$$

Resuelva estas ecuaciones para X_1 , X_2 , a_1 y a_2 .

Calcule las amplitudes y los ángulos de fase.

$$\text{Amplitud horizontal} = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$$

$$\text{Angulo de fase horizontal} = \theta_x \quad ; \quad \tan \theta_x = X_1/X_2$$

$$\text{Amplitud de cabeceo} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$\text{Angulo de fase cabeceo} = \theta_y \quad ; \quad \tan \theta_y = a_1/a_2$$

Existe una diferencia de fase entre las componentes horizontal y de cabeceo de la respuesta, igual a $\theta_x - \theta_y$. Despreciando esta diferencia, lo cual es con-

servador, la amplitud horizontal total de la vibración acoplada de la parte superior del cimiento se puede calcular como:

$$A_x = \left(X_1^2 + X_2^2 \right)^{1/2} + H_3 \left(a_1^2 + a_2^2 \right)^{1/2}$$

siendo H_3 la distancia del centro de gravedad de la masa M a la cara superior del cimiento.

Solo resta verificar si: $A_x < A_a$, de no ser así, se rediseña el cimiento,

El amortiguamiento del cabeceo es relativamente bajo, cuando la contribución del cabeceo a la amplitud total sea demasiado grande, disminuya la profundidad del cimiento o incremente la dimensión del cimiento en la dirección del cabeceo,

III.4 CIMIENTOS EMPOTRADOS

Para empotramientos moderados, de sólo unos cuantos metros, pueden ignorarse los efectos del empotramiento en general, el empotramiento incrementa la rigidez del sistema, Este incremento es causado por:

1. Resistencia a la deformación, debida al empotramiento.

2. Fricción lateral entre el suelo y el cimiento.
3. Aumento en la rigidez del suelo debido al cimiento.

Se pueden usar algunas aproximaciones intuitivas para el diseño preliminar. Por ejemplo, en los modos horizontal y de cabeceo, se puede estimar una rigidez lateral del suelo y agregarse a la rigidez calculada para el cimiento no empotrado. Es importante mantener en mente qué es lo conservador,

Para el diseño definitivo, el enfoque analítico aproximado que se proporciona en la Ref. 2, es tal vez más apropiado. Este método se basa en el supuesto de que las reacciones del suelo actuando en la base del cimiento son iguales a las correspondientes en una cimentación superficial; y que, las reacciones sobre las caras laterales del cimiento son iguales a aquellas que produciría un estrato independiente situado encima del suelo en que el cimiento se desplanta.

III.5 CIMIENTOS SOBRE ESTRATOS DE POCO ESPESOR

Existen tres efectos de gran importancia que pueden resultar de un estrato de poco espesor:

1. Incremento de la respuesta, debido a fenómenos de

reflexión de ondas, por la existencia de un estrato subyacente más duro.

2. Disminución del amortiguamiento geométrico.
3. Incremento de la rigidez equivalente o de la rigidez del sistema.

Vibración Vertical

Para un cimiento pesado, con un área basal pequeña, la respuesta causada por el estrato duro subyacente puede ser considerable.

Constituye una buena práctica ignorar totalmente el amortiguamiento, incrementando las rigideces de los resortes equivalentes como sigue:

| | |
|----------|---------------------|
| $H = R$ | $K_{s_z} = 2.4 K_z$ |
| $H = 2R$ | $K_{s_z} = 1.5 K_z$ |
| $H = 3R$ | $K_{s_z} = 1.3 K_z$ |
| $H = 4R$ | $K_{s_z} = 1.2 K_z$ |

Hasta el momento de realizado este trabajo no existía literatura con respecto a otros modos de vibración.

III.6 CIMIENTOS GRANDES

La predicción del comportamiento de cimientos grandes es difícil. Con este tipo de cimientos, el suelo se comporta como un estrato o semi-espacio estratificado, más que como un semi-espacio elástico y homogéneo. En tales casos, las reflexiones de las ondas elásticas en la frontera del medio resultan en un amortiguamiento considerablemente mayor. Por otro lado, las rigideces equivalentes reales para cimientos grandes son mayores que las calculadas con base en fórmulas especificadas. Más aún, las propiedades de un suelo cambian con la profundidad; con un incremento en el área basal, una mayor profundidad del suelo se ve afectada por el peso del cimiento, aumentando la influencia de estratos más profundos sobre la rigidez del sistema.

Los cimientos grandes son aquellos con un área basal de 10m^2 o más. Para cimientos de tales dimensiones las constantes de amortiguamiento deben ser disminuídas con base en la experiencia, y las rigideces equivalentes, incrementadas.

III.7 PARAMETROS

VIBRACION VERTICAL

$$B_z = \frac{1.39 M (1 - \mu)}{R/A^3} \quad C_z = \frac{1.08 A \sqrt{\rho G}}{1 - \mu}$$

$$D_z = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}} \quad K_z = \frac{3.32 \sqrt{A}}{1 - \mu}$$

VIBRACION HORIZONTAL

$$B_x = \frac{0.173 (7 - 8\mu) M}{(1 - \mu) R/A^3} \quad C_x = \frac{5.85 (1 - \mu) A \sqrt{\rho G}}{(7 - 8\mu)}$$

$$D_x = \frac{0.288}{\sqrt{B_x}} \quad K_x = 2 (1 + \mu) G B_x \sqrt{A}$$

VIBRACION DE CABECEO

$$B_y = \frac{6.2 (1 - \mu) I_p}{A^{1.25} \rho d^{2.5}} \quad C_y = \frac{0.279 A d^2 \sqrt{\rho G}}{(1 - \mu) (1 + n_y B_y)}$$

$$D_y = \frac{0.15}{(1 + n_y B_y) \sqrt{n_y B_y}} \quad K_y = \frac{G B_y A d}{1 - \mu}$$

para B_x , B_z y B_y , véase la Tabla IX.1.1.

para n_y véase la Tabla IX.1.2.

IV CIMENTOS SCPORTADOS POR UNA ESTRUCTURA

Los soportes estructurales de la maquinaria industrial vibratoria con frecuencia resultan ser inadecuados debido a vibraciones excesivas durante la operación de la maquinaria. En la mayoría de los casos, esta vibración se debe a la resonancia. Existen ciertas diferencias entre los cimientos soportados por estructuras y los cimientos desplantados sobre el terreno. Las más importantes son:

1. Los cimientos soportados por una estructura usualmente forman parte del edificio. La vibración se transmite fácilmente a toda la estructura y puede afectar el funcionamiento de otros equipos, o de instrumentos sensibles, tales como en una sala de control.
2. Es más difícil aislar estos cimientos y ciertamente más costoso.
3. La elección de la masa del cimiento es más limitada.
4. El factor de amortiguamiento es bastante menor que para cimientos sobre el suelo.

En este caso, la estructura de soportes se define como combinación de trabes, losas, columnas o muros de carga. En las plantas de fuerza se pueden encontrar tres diferentes

tipos de estructuras para el equipo, a saber:

1. Cimientos sobre la losa de desplante del edificio.
2. Cimientos sobre pisos elevados.
3. Cimientos de estructura especial.

IV.1. CIMIENTOS SOBRE LA LOSA DE DESPLANTE DEL EDIFICIO

Usualmente son de considerable espesor y dimensiones en planta, y sirven principalmente como cimientos para toda la planta de fuerza o parte de ella. En este caso, la relación de masas (B) es pequeña y el factor de amortiguamiento (D) es grande. Las fuerzas dinámicas son despreciables aún en condiciones de resonancia.

IV.2. CIMIENTOS SOBRE PISOS ELEVADOS

Estos pueden ser de concreto reforzado, acero estructural, o una combinación de ellos. Cuando el equipo es soportado por un piso elevado en un edificio, el piso mismo (o parte de el) constituye el cimiento para el equipo. En la mayoría de los casos, basta con analizar únicamente el piso en sí, ya que la rigidez de los sopotes del piso, muros y columnas, usualmente es mucho mayor que la rigidez del piso.

IV.2.1. Diseño preliminar

Paso 1. Recolección de Datos

1. Del fabricante de la máquina:
 - a. Peso de la máquina.
 - b. Velocidad de operación.
 - c. Dimensiones de la base.
 - d. Ubicación del centro de gravedad.
 - e. Momento de inercia de la masa con respecto al eje que pasa por el centro de gravedad y que es paralelo al eje de rotación.
 - f. Fuerzas dinámicas: magnitud, ubicación y dirección.
2. De los planos de arreglo general:
 - a. Ubicación de la máquina en planta.
 - b. Elevación de la máquina.
 - c. Espacio libre alrededor de la máquina.

Paso 2. Diseño del Sistema de Piso

En el diseño estático preliminar del sistema de piso que soportará un equipo rotatorio, la práctica correcta es consi-

derar todos los requisitos de cimiento de la máquina. Es importante tener en mente que posteriormente deberá hacerse el análisis dinámico. Para facilitar y hacer más preciso el análisis dinámico, el sistema de piso debe ser tan sencillo como sea posible, particularmente en las cercanías de la máquina misma.

Paso 3. Análisis Dinámico

En muchos casos, todo el sistema se puede analizar como de un grado de libertad. Si el sistema de piso es complejo, puede usarse un sistema de varios grados de libertad. Debe de formularse un modelo matemático, representando el sistema de piso con una retícula.

En este caso, se debe emplear un programa de computadora (por ejemplo SAP IV ó NASTRAN). Sólo las masas que están en el piso bajo condiciones normales de operación se deben incluir en el modelo. Estas son las masas del piso, trabes,

tubos, cables, equipo estático y de la máquina, sin impacto. En general, el análisis dinámico de cimientos sobre pisos elevados se debe hacer únicamente para el modo vertical. En la etapa preliminar, basta con verificar sólo la frecuencia natural. Debe de verificarse que se cumpla que $f_n < 0.6f_o$, ó $f_n > 1.4f_o$.

Si no es así, el sistema estará próximo a la condición de resonancia y será necesario un cambio en la rigidez del piso. Debe considerarse lo que sea más práctico entre hacer el piso más rígido o más flexible. En general, lo más práctico será: para máquinas de baja velocidad (menos de 500 rpm) cimientos de alta sintonía ($f_n > 1.4f_o$), y para máquinas de alta velocidad, cimientos de baja sintonía ($f_n < 0.6f_o$).

IV.2.2. Diseño Definitivo

1. Verifique todos los datos establecidos en el diseño preliminar.

2. Use las frecuencias naturales del análisis preliminar; vuelva a calcular si es necesario.
3. Use factores de amortiguamiento como sigue:
 - * Operación normal 2 a 5 por ciento
 - * Puesta en marcha o paro 5 a 10 por ciento
4. Calcule la fuerza dinámica (Q_z) de acuerdo con la sección 2.1 ó use el valor suministrado por el fabricante.
5. Para un sistema de un solo grado de libertad, calcule la amplitud (A_z) con la siguiente expresión:

$$A_z = \frac{Q_z}{K_z} \left[\left(1 - \frac{f_D^2}{f_n^2} \right)^2 + \left(2D_z \frac{f_D}{f_n} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

6. Para un sistema de varios grados de libertad use un programa de computadora (P. ej. SAPIV, NASTRAN, ICES DYNAL)

Verifique si $A_z < A_a$; si no es así, rediseñe el sistema de piso.

IV.3. CIMIENTOS DE ESTRUCTURA ESPECIAL

En este caso, la estructura soporta únicamente al equipo. La diferencia entre éste y el caso anterior es que las columnas o muros que soportan el piso no son rígidos. En este caso el modelo matemático para el análisis debe representar una estructura especial. En ciertos casos se deben incluir en el modelo tanto la cimentación de la estructura como el suelo. La estructura se debe analizar para todos los modos que correspondan a la dirección de las fuerzas dinámicas. La simetría y simplicidad de la estructura completa es tan importante como para el caso de cimientos sobre pisos elevados.

Todos los pasos de diseño son iguales que en IV.2.

Este tipo de cimiento para máquina es más costoso pero tiene ciertas ventajas;

1. No necesariamente está conectado al edificio, de manera que la vibración sólo puede tener importancia local.
2. Es mucho más fácil ajustar la rigidez del sistema, pues además de las vigas del piso, se pueden hacer cambios en columnas y muros.

V. CIMENTOS SOBRE PILOTES

Los cálculos de frecuencia y respuesta para cimientos sobre pilotes son, en el mejor de los casos, burdos, debido a las incertidumbres en la interacción suelo pilote. El uso de pilotes para soportar cimientos cargados dinámicamente usualmente se considera como último recurso, después de que se han estudiado soluciones alternativas, y se han encontrado inadecuadas. Sólo deben calcularse las frecuencias naturales puesto que, con la excepción de los pilotes de fricción, en este sistema no ocurre amortiguamiento geométrico. En todos los modos de vibración se supone que el peso de los pilotes es despreciable con respecto al peso soportado.

Paso 1. y 2.

Los primeros dos pasos son similares a aquellos para cimientos soportados por el suelo (Véase la Sección III.2.). El valor del módulo de rigidez al corte del suelo (G) es probable que se vea afectado por el método de instalación del pilote.

Cuando los pilotes son hincados, dicho módulo (G), será más alto que el reportado en el estudio de Mecánica de Suelos.

El valor del incremento depende del espaciamiento entre pilotes y de su disposición general.

Paso 3. Diseño preliminar

Considere el modo de movimiento del cimiento de la máquina consistente con las fuerzas dinámicas suministradas. Analice cada modo como un sistema de un solo grado de libertad.

1. Vibración vertical: Pilotes de punta.

- Calcule el peso del cimiento, incluyendo el peso de la cabeza del pilote, si es que la tiene.
- Calcule la rigidez del resorte vertical equivalente, con:

$$K_z = \frac{nE_p A_p}{L_p}$$

- Calcule la frecuencia natural vertical con:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_z}{M}}$$

M = masa total de máquina, cimiento y cabeza del pilote

- Verifique si: $f_n < 0.6 f_0$, ó, $f_n > 1.4 f_0$; si no es así, rediseñe los pilotes.

2. Vibración vertical: Pilotes de fricción.

La literatura disponible es contradictoria. En la Referencia 3, la rigidez equivalente es proporcional al cuadrado de longitud del pilote; en la Referencia 4, la rigidez equivalente es directamente proporcional a la longitud del pilote; y en la referencia 5, la rigidez equivalente es inversamente proporcional a la longitud del pilote. En los tres casos, el factor más importante, la rigidez del suelo, se ignora por completo.

Un breve estudio analítico, realizado tiempo atrás indica que la rigidez vertical de un solo pilote de fricción se puede obtener mediante la expresión:

$$K_z = 5.196G \sqrt{\pi d L_p}$$

Para grupos de pilotes se recomienda un estudio adicional.

3. Vibración horizontal.

Los movimientos laterales cíclicos tienden a alejar de los pilotes la parte superior del

suelo, dejando libre una especie de voladizo. Para cimientos sujetos a mayores fuerzas dinámicas laterales, usualmente se proporcionan pilotes en batería (inclinados).

- a. Calcule el peso de cimiento, incluyendo el peso de la cabeza del pilote, si es que la tiene.
- b. Calcule la rigidez del resorte horizontal equivalente para un solo pilote; use la tabla 9.1.3. La longitud del pilote no es importantes si excede de 4.5 m.
- c. Calcule la rigidez del resorte horizontal equivalente (K_x) para un grupo de pilotes; use la tabla 9.1.4. multiplique la rigidez equivalente para un solo pilote, por el factor correspondiente al grupo de pilotes y al espaciamiento entre ellos.
- d. Calcule la frecuencia natural horizontal empleadndo la relación.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_x}{M}}$$

- e. Verifique si $f_n < 0.6 f_o$, ó, $f_n > 1.4 f_o$; si no es así, rediseñe los pilotes.

Paso 4. Diseño definitivo

Verifique todos los datos establecidos en los pasos 1 y 2.

Asegúrese de que todos los datos estén actualizados.

1. Vibración vertical: Pilotes de punta.

Verifique el diseño preliminar; si es lo suficientemente aproximado, úselo como definitivo.

2. Vibración vertical: Pilotes de fricción.

La rigidez equivalente (K_z) tiene que basarse en pruebas de campo. Es la única forma de garantizar un diseño seguro.

a. Calcule la frecuencia natural vertical, a partir de:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_z}{M}}$$

b. Verifique si: $f_n < 0.6 f_0$, ó, $f_n > 1.4 f_0$; si no es así, rediseñe los pilotes.

3. Vibración horizontal

El factor más importante en este caso, es el módulo de rigidez al corte del suelo (G).

Obtenga este módulo de pruebas de campo. Use la Referencia 6 para el diseño definitivo.

Verifique si $f_n < 0.6 f_0$, ó, $f_n > 1.4 f_0$; si no es así, rediseñe los pilotes.

VI. AISLAMIENTO DE LA VIBRACION

Cuando el movimiento de una estructura que soporta equipo rotatorio constituye una molestia para el personal o afecta la operación de otros equipos, se debe aislar la vibración.

El procedimiento para agregar aisladores al equipo o al cimiento del equipo, utiliza un sistema cuya frecuencia natural es sustancialmente más baja que la frecuencia de operación del equipo. En análisis de vibraciones, un aislador es un resorte. Por lo tanto, es necesario introducir uno o varios resortes adicionales al sistema, para que se satisfagan los requisitos de diseño o una transmisibilidad aceptable.

Coefficiente de transmisibilidad

Se define como la relación entre la amplitud de la respuesta de un sistema en estado estacionario de vibración forzada y la amplitud de la excitación. Esta relación puede estar dada en términos de fuerzas, desplazamientos, velocidades o aceleraciones. Este trabajo se limita a un sistema de un grado de libertad de modo vertical u horizontal, de igual manera, está limitado a aisladores lineales. Para cualesquiera otro caso úsese la Ref. 7. Para un sistema de un grado de libertad, se tiene:

$$T = \frac{1}{(f_o/f_n)^2 - 1} \leq 1.0$$

Los aisladores que se deben considerar son aisladores elastoméricos y resortes helicoidales. Cada tipo es adecuado para ciertas aplicaciones especiales.

Las principales ventajas de los aisladores elastoméricos son:

1. Poseen una cantidad suficiente de amortiguamiento, lo cual es importante en la condición de resonancia durante la puesta en marcha y paro de la operación.
2. Se pueden moldear en cualquier tamaño o forma, y la rigidez se puede variar dentro de límites relativamente amplios.
3. Se pueden unir a partes metálicas para su fijación al equipo.

Las principales ventajas de los resortes helicoidales son:

1. No presentan flujo plástico.
2. Pueden ser diseñados para soportar grandes deflexiones sin que se exceda el esfuerzo de trabajo correspondiente.
3. La relación entre la rigidez vertical y la horizontal se puede controlar dentro de amplios límites.

4. Se pueden entregar tanto en compresión como en tensión.

Se requiere de la siguiente información del fabricante de la máquina:

- * Peso de la máquina.
- * Velocidad de operación.
- * Dimensiones de la base.
- * Ubicación del centro de gravedad.
- * Fuerza dinámica.

Requisitos del proyecto:

- * Transmisibilidad permisible (T_a) para la condición de operación.
- * Transmisibilidad permisible (T_a) para la operación de puesta en marcha o paro, si ésta condición es crítica.

VI.1 DISEÑO DE AISLADORES PARA VIBRACION VERTICAL

1. Calcule el peso total del sistema incluyendo el marco rígido de acero o la zapata rígida de concreto reforzado.
2. Determine la frecuencia natural requerida del sistema para la (T_a) permisible.

$$f_n = f_o \sqrt{\frac{f_a}{T_a + 1}}$$

3. Calcule la rigidez requerida de todos los aisladores (K_z).

$$K_z = (2 \pi)^2 M f_n^2$$

4. Seleccione un número de aisladores (n). Ubíquelos en forma tal que el centro de gravedad del sistema esté en línea con el centro elástico de los aisladores.
5. Calcule la rigidez requerida de un aislador: K_z/n .
6. Seleccione un aislador de los catálogos.
7. Verifique todas las limitaciones.

VI.2 DISEÑO DE AISLADORES PARA VIBRACION HORIZONTAL

Cuando un sistema de aislamiento se excita horizontalmente, resultan dos frecuencias naturales si el centro de gravedad de la unidad no está en línea con el centro elástico de los aisladores.

Usualmente es práctico alinear el centro de gravedad del sistema con el centro elástico de los aisladores. En este caso existe sólo el modo horizontal de vibración. Obtenga la información requerida del fabricante de la máquina y del proyecto.

Diseñe los aisladores horizontales de manera similar a los verticales.

VII. MOVIMIENTOS PERMISIBLES

La amplitud permisible de vibración se debe basar en las siguientes consideraciones.

1. Las amplitudes aceptables para la correcta operación de un tipo determinado de máquina.
2. Las amplitudes aceptables por requisitos especiales del proyecto, por ejemplo, para la operación confiable de instrumentos de control ubicados en las cercanías del cimiento de la máquina.

Durante la operación normal de una planta de fuerza, el personal, como regla, no está en las cercanías de una máquina. Por lo tanto, el efecto de la vibración sobre las personas no necesita incluirse en los Criterios de Diseño, de otra manera el costo de los cimientos para máquinas puede aumentar innecesariamente.

Si no está disponible la información descrita en 1 o 2, o no es aplicable, la amplitud máxima permisible para el movimiento del cimiento en condiciones de operación normal, está dada por:

$$A_a = 0.00061/f_o$$

La amplitud máxima permisible (A_a) para el movimiento del cimientto en condiciones de puesta en marcha, o paro, está dada por:

$$A_a = 0.0018^3/f_o$$

f_o = frecuencia de operación de la máquina, cuando es coincidente con la frecuencia natural del cimientto.

VIII. MEDIDAS CORRECTIVAS

Es posible que sea necesario corregir el funcionamiento de una máquina para la cual el cimientó se diseñó con reglas empíricas, o sin realizar un estudio minucioso. Es común cuando algún cimientó de equipo funciona mal, culpar primero al cimientó. Por lo tanto, es importante asegurarse que la máquina misma no es una fuente de problemas que fué minuciosamente inspeccionada para determinar si había desyaste, desbalanceo, o alineación inadecuada.

Las medidas correctivas contenidas en este capítulo son aquellas relacionadas con el cimientó en sí. El aislamiento del cimientó también se puede considerar como una medida correctiva (Véase Sección VI).

VIII.1 CIMIENTOS DESPLANTADOS SOBRE EL TERRENO

El difícil corregir un mal cimientó de máquina desplantado sobre el terreno. Para mejorar la respuesta del cimientó, se debe cambiar la frecuencia natural (o sea, la relación de rigidez a masa).

Es difícil cambiar un solo parámetro a la vez. Usualmente a un incremento en la rigidez le corresponde un incremento en la masa, y a un incremento en la masa, uno en la rigidez.

La frecuencia natural de un cimiento es función de K/M ; por lo tanto, para alterarlo, digamos en un 10%, es necesario cambiar K/M aproximadamente un 20%. La mejor solución es incrementar únicamente el área de contacto cimiento-suelo, ya que este cambio disminuirá la relación de masas e incrementará considerablemente el factor de amortiguamiento. Cuando el suelo es arena o grava, se puede inyectar lechada para incrementar la rigidez.

VIII.2 CIMIENTOS SOBRE PILOTES

Para cimientos de máquina soportados sobre pilotes, la única solución práctica es incrementar la masa de la cabeza del pilote. Cuando se usan cimientos sobre pilotes en el diseño, es una buena práctica el considerar esta posibilidad.

VIII.3 CIMIENTOS SOPORTADOS POR ESTRUCTURAS

La masa y la rigidez son, en este caso, más o menos independientes. Para incrementar la frecuencia natural de una estructura, se debe aumentar la rigidez de los elementos estructurales. Esto es relativamente fácil de hacer con miembros de acero. En el caso de concreto reforzado, la solución puede

ser muy costosa o imposible. Para disminuir la frecuencia natural de la estructura, se debe incrementar su masa. La resistencia de la estructura se debe verificar, y si es necesario, incrementarse, reforzando los miembros críticos.

NOTA:

Siempre que se sugieran medidas correctivas para el cimiento de un equipo rotatorio, se deberá verificar que, bajo las nuevas condiciones, cumple con todos los requisitos de diseño, tal y como se especifican en las normas de diseño para dichos cimientos.

IX. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La respuesta de cimentaciones de maquinaria se puede modelar a través de sistemas equivalentes de un grado de libertad, los que están constituidos por una masa concentrada que representa la masa de la maquinaria y la de la cimentación, uno o varios resortes que simulan la rigidez del suelo, y uno o varios amortiguadores que representan la pérdida de energía que ocurre en el sistema máquina-cimentación-suelo.

La evaluación de los parámetros que rigen el comportamiento de los sistemas equivalentes, se puede efectuar satisfactoriamente mediante la teoría del semi-espacio elástico.

El parámetro K (constante del resorte) es el que más importa en el diseño de cimentación de maquinaria. Este parámetro junto con la masa M , determina el valor de la frecuencia natural del sistema equivalente (f_n); dicha frecuencia es aproximadamente igual a la frecuencia donde ocurren las máximas vibraciones.

A frecuencias relativamente bajas y cercanas a la de resonancia, el comportamiento dinámico de las cimentaciones está regido fundamentalmente por K , mientras que a frecuencias altas ($f_0 \gg f_n$) es la masa M , la que gobierna

dicho comportamiento. Por otro lado el amortiguamiento D_0 desempeña su papel mas importante de frecuencias de excitación cercanas a la de resonancia ($2/3 f_n \leq f \leq 3/2 f_n$), en frecuencias fuera de este rango la influencia de dicho parámetro es practicamente despreciable en la respuesta.

La propiedad del suelo que más varía e influye en el valor de K , es el módulo elástico al cortante G . Dicho módulo depende primordialmente de la relación de vacíos, y de los esfuerzos efectivos de confinamiento; su estimación, por tanto, debe tomar en cuenta dichos factores.

X. TABLAS Y FIGURAS

X.1 TABLAS

Tabla X.1.1. Constantes para base rectangular

| | | | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| d/c | 0.2 | 0.5 | 0.8 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 3.0 | 5.0 |
| β_x | --- | 1.00 | 0.98 | 0.95 | 0.95 | 0.94 | 0.95 | 1.06 |
| β_z | 2.44 | 2.18 | 2.16 | 2.12 | 2.14 | 2.18 | 2.26 | 2.44 |
| β_y | 0.38 | 0.40 | 0.43 | 0.47 | 0.54 | 0.59 | 0.69 | 0.91 |

Tabla X.1.2. Modificación de β_y

| | | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|
| β_y | 5 | 3 | 2 | 1 | 0.8 | 0.5 | 0.2 |
| n_y | 1.08 | 1.11 | 1.14 | 1.22 | 1.25 | 1.38 | 1.60 |

Tabla X.1.3. Rigidez del resorte horizontal equivalente para un solo pilote.

| Módulo de rigidez al corte del suelo Kg/cm ² | Pilote con cabeza libre Kg/cm | Pilote con cabeza fija Kg/cm |
|---|-------------------------------|------------------------------|
| 30 | 6,000 | 9,000 |
| 85 | 16,000 | 23,000 |
| 140 | 24,000 | 30,000 |

NOTA: Esta tabla es únicamente para pilotes de concreto reforzado de 30 cm de diámetro.

Tabla X.1.4. Factor de rigidez horizontal equivalente para grupos de pilotes cuadrados.

| s/d -----> Grupos de pilotes cuadrados | Cabeza libre | | | Cabeza fija | | |
|---|--------------|-----|------|-------------|-----|-----|
| | 3 | 4.5 | 6 | 3 | 4.5 | 6 |
| 2 x 2 = 4 | 2.5 | 2.8 | 3.0 | 2.1 | 2.4 | 2.6 |
| 3 x 3 = 9 | 4.0 | 5.0 | 5.3 | 3.0 | 3.8 | 4.2 |
| 4 x 4 = 16 | 5.3 | 6.6 | 7.7 | 4.0 | 5.3 | 6.2 |
| 5 x 5 = 25 | 6.6 | 9.1 | 10.0 | 4.8 | 6.2 | 7.1 |

X.2. FIGURAS

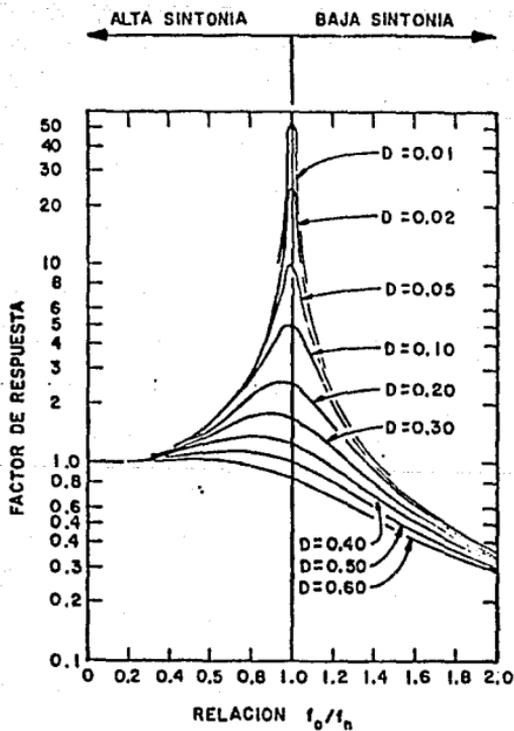


FIGURA X.2.1 CURVAS DE RESPUESTA BAJO FUERZA CONSTANTE
PARA UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD.

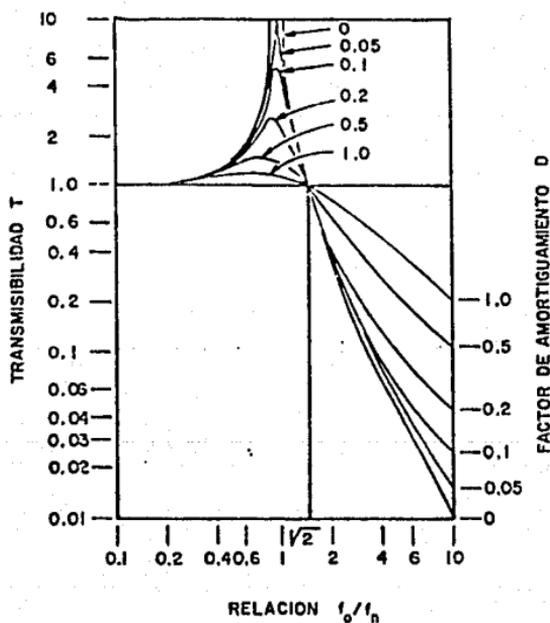


FIGURA X.2.2- CURVAS DE TRANSMISIBILIDAD PARA UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD

- NOTAS :
1. LA REGION DE AISLAMIENTO ES AQUELLA PARA LA CUAL $f_o/f_n > \sqrt{2}$
 2. EN LA REGION DE AISLAMIENTO A MENOR FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO MENOR TRANSMISIBILIDAD.

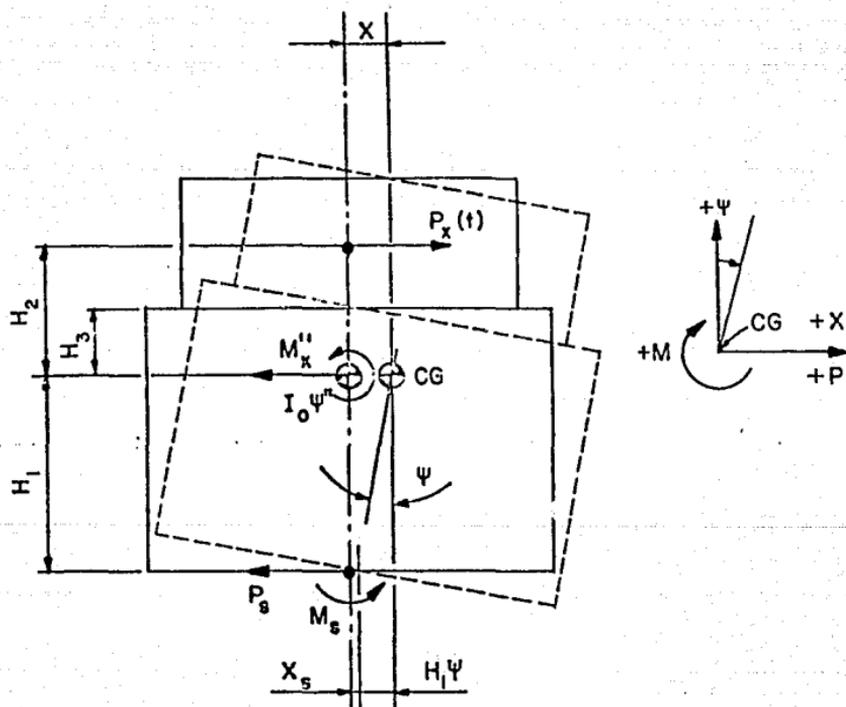


FIGURA X.2.3. CADECHO Y VIBRACION HORIZONTAL

**ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

XI. TEORÍA DE VIBRACIONES ACOPLADAS

Vibración acoplada de cabeceo y horizontal de una máquina y cimiento rígido en un semiespacio elástico (véase figura IX.2.3.)

Relaciones fundamentales:

$$x = x_s + H_1 \dot{y} \quad P_s = C_x \dot{x}_s + K_x x_s \quad P_s = C_x (\dot{x} - H_1 \dot{y}) + K_x (x - H_1 y)$$

$$x_s = x - H_1 \dot{y} \quad P_s = C_x \dot{x} - H_1 C_x \dot{y} + K_x x - H_1 K_x y$$

$$\dot{x}_s = \dot{x} - H_1 \dot{y} \quad P_s H_1 = -H_1^2 C_x \dot{y} - H_1^2 K_x y + H_1 C_x \dot{x} + H_1 K_x x$$

$$M_s = C_y \dot{y} + K_y y$$

Ecuaciones de equilibrio:

$$\Sigma P_x = 0; \quad -M \ddot{x} - P_s + P_x(t) = 0$$

$$-M \ddot{x} - C_x \dot{x} - K_x x + H_1 C_x \dot{y} + H_1 K_x y + P_x(t) = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma M_{c.g.} = 0; \quad -I_0 \ddot{y} - M_s + P_s H_1 + P_x(t) H_2 = 0$$

$$-I_0 \ddot{y} - (C_y + H_1^2 C_x) \dot{y} - (K_y + H_1^2 K_x) y + H_1 C_x \dot{x} + H_1 K_x x + P_x(t) H_2 = 0 \quad (2)$$

La solución en estado estacionario es:

$$x = X_1 \sin \omega_0 t + X_2 \cos \omega_0 t$$

$$y = a_1 \sin \omega_0 t + a_2 \cos \omega_0 t$$

De donde:

$$\dot{x} = X_1 \omega_0 \cos \omega_0 t - X_2 \omega_0 \sin \omega_0 t$$

$$\ddot{x} = X_1 w_0^2 \sin w_0 t - X_2 w_0^2 \cos w_0 t$$

$$y = a_1 w_0 \cos w_0 t - a_2 w_0 \sin w_0 t$$

$$\ddot{y} = a_1 w_0^2 \sin w_0 t - a_2 w_0^2 \cos w_0 t$$

El substituir éstas y definir $P_x(t) = P_x \sin w_0 t$, transforma las ecuaciones (1) y (2) anteriores en las siguientes ecuaciones (3) y (4) respectivamente:

$$\begin{aligned} MX_1 w_0^2 \sin w_0 t + MX_2 w_0^2 \cos w_0 t - C_x X_1 w_0 \cos w_0 t + C_x X_2 w_0 \sin w_0 t \\ - K_x X_1 \sin w_0 t - K_x X_2 \cos w_0 t + H_1 C_x a_1 w_0 \cos w_0 t \\ - H_1 C_x a_2 w_0 \sin w_0 t + H_1 K_x a_1 \sin w_0 t + H_1 K_x a_2 \cos w_0 t + P_x \sin w_0 t = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} I_0 a_1 w_0^2 \sin w_0 t + I_0 a_2 w_0^2 \cos w_0 t - (C_y + H_1^2 C_x) (a_1 w_0 \cos w_0 t \\ - a_2 w_0 \sin w_0 t) - (K_y + H_1^2 K_x) (a_1 \sin w_0 t \\ + a_2 \cos w_0 t) + H_1 C_x (X_1 w_0 \cos w_0 t \\ - X_2 w_0 \sin w_0 t) + H_1 K_x (X_1 \sin w_0 t + X_2 \cos w_0 t) \\ + P_x \sin w_0 t = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Escribiendo estas ecuaciones en forma diferente:

$$\begin{aligned} \sin w_0 t (MX_1 w_0^2 + C_x X_2 w_0 - K_x X_1 - H_1 C_x a_2 w_0 + H_1 K_x a_1 + P_x) \\ + \cos w_0 t (MX_2 w_0^2 - C_x X_1 w_0 - K_x X_2 + H_1 C_x a_1 w_0 \\ + H_1 K_x a_2) = 0 \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \text{sen } \omega_0 t (I_0 a_1 \omega_0^2 + C_Y \omega_0 a_2 + H_1^2 C_X \omega_0 a_2 - K_Y a_1 - H_1^2 K_X a_1 \\ - H_1 C_X \omega_0 X_2 + H_1 K_X X_1 + P_X H_2) + \cos \omega_0 t (I_0 a_2 \omega_0^2 \\ - C_Y \omega_0 a_1 - H_1^2 C_X \omega_0 a_1 - K_Y a_2 - H_1^2 K_X a_2 + H_1 C_X \omega_0 X_1 \\ + H_1 K_X X_2) = 0 \end{aligned} \quad (4a)$$

sen ($\omega_0 t$) y cos ($\omega_0 t$) no son iguales a cero, y podrían ser del mismo signo, por lo tanto sus coeficientes tienen que ser iguales a cero, teniéndose cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas:

$$(M \omega_0^2 - K_X) X_1 + C_X \omega_0 X_2 + H_1 K_X a_1 - H_1 C_X \omega_0 a_2 = -P_X \quad (5)$$

$$C_X \omega_0 X_1 - (M \omega_0^2 - K_X) X_2 - H_1 C_X \omega_0 a_1 - H_1 K_X a_2 = 0 \quad (6)$$

$$H_1 K_X X_1 - H_1 C_X \omega_0 X_2 + (I_0 \omega_0^2 - K_Y - H_1^2 K_X) a_1 + (H_1^2 C_X \omega_0 \\ + C_Y \omega_0) a_2 = -P_X H_2 \quad (7)$$

$$H_1 C_X \omega_0 X_1 + H_1 K_X X_2 - (H_1^2 C_X \omega_0 + C_Y \omega_0) a_1 \\ + (I_0 \omega_0^2 - K_Y - H_1^2 K_X) a_2 = 0 \quad (8)$$

Resolver estas cuatro ecuaciones para X_1 , X_2 , a_1 , y a_2

Calcular las amplitudes máximas como:

$$x_{\max} = \sqrt{X_1^2 + X_2^2} \quad ; \quad \tan \theta_x = X_1/X_2$$

$$v_{\max} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \quad ; \quad \tan \theta_Y = a_1/a_2$$

XII. EJEMPLOS

EJEMPLO XII.1. VIBRACION VERTICAL

Diseñar un cimiento desplantado sobre el terreno, si el motor tiene un cilindro vertical y partes oscilantes verticalmente.

Datos de la máquina

| | |
|------------------------------------|---------------------|
| Peso total | 4,540 Kg |
| Velocidad de operación (f_0) | 250 rpm o 4.16 cps. |
| Dimensiones de la base | 1.0 m x 2.4 m |
| Fuerza dinámica vertical (Q_z) | 1135 Kg |

Datos del suelo

| | |
|--------------------------------|------------------------|
| Módulo de rigidez al corte (G) | 260 Kg/cm ² |
| Módulo de Poisson (μ) | 0.35 |
| Peso volumétrico | 1760 Kg/m ³ |

Datos de distribución

La parte superior del cimiento, está 1 m por encima del suelo.

Cimiento supuesto

1.5 m de ancho, 3.7 m de largo, 1.8 m de profundidad,

$$A = 1.5 \times 3.7 = 5.6 \text{ m}^2$$

Análisis preliminar

Suponga que el centro de gravedad de máquina y cemento, y el centroide del área de contacto cemento-suelo se encuentra en una línea vertical que coincide con la dirección de la fuerza dinámica.

$$\text{Peso del cemento} = 1.8 \times 5.6 \times 2400^{(1)} = 24192 \text{ Kg}$$

$$\text{Peso total del sistema} = 4540 + 24192 = 28732 \text{ Kg}$$

$$\text{Masa total } M = 28732/9.8 = 2932 \text{ Kg-seg}^2/\text{m}$$

(1) Peso volumétrico concreto

Rigidez del resorte vertical equivalente (K_z):

$$K_z = G\beta_z \sqrt{A} / (1 - \mu), \text{ para } d/c = 3.7/1.5 = 2.4$$

$$\beta_z = 2.25 \text{ (véase tabla IX.1.1)}$$

$$K_z = 260 \times 10^4 \times 2.25 \sqrt{5.6} / (1-0.35) = 21.3 \times 10^6 \text{ Kg/m}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{1}{6.28} \sqrt{\frac{21.3 \times 10^6}{2932}} = 13.5 \text{ cps} = 814 \text{ rpm}$$

verificando si $f_n < 0.6f_0$, ó, $f_n > 1.4f_0$, se observa que:

$$f_n = 814 > 350 = 1.4 \times 250. \text{ El cemento es correcto}$$

Análisis final

$$B_z = \frac{1.39 M (1 - \mu)}{p \sqrt{A^3}} ; p = \text{Peso volumétrico del suelo}/9.8$$

$$= \frac{1.39 \times 2932 (1-0.35)}{(1760/9.8) \sqrt{5.6^3}} = 1.113$$

$$D_z = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}} = \frac{0.425}{\sqrt{1.113}} = 0.403$$

$$A_z = \frac{Q_z}{K_z} \left[\left(1 - \frac{f_0^2}{f_{n2}^2} \right)^2 + \left(2D_z \frac{f_0}{f_n} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

$$= \frac{1135}{21.3 \times 10^6} \left[\left(1 - \frac{4.16^2}{13.5^2} \right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.403 \times 4.16}{13.5} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

$$= 0.568 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.0000568 \text{ m}$$

$$A_a = 0.00061/f_0 = 0.00061/4.16$$

$$A_a = 0.000147 \text{ m} > A_z \quad \cdot \text{ Correcto}$$

EJEMPLO XII.2. VIBRACION HORIZONTAL Y DE CABECEO

Diseñar un cimiento desplantado sobre el terreno, para un motor con cilindro horizontal y fuerza dinámica horizontal.

Datos de la máquina

| | |
|---|--|
| Peso total | 4,540 Kg |
| Velocidad de operación | 250 rpm, o, 26.2 rad/seg. o 4.16cps |
| Dimensiones de la base | 1 m x 1.5 m |
| Ubicación del centro de gravedad | 0.3 m por encima del cimiento |
| Momento de inercia de la masa de la máquina respecto al eje que pasa por su centro de gravedad y que es paralelo al eje de rotación | = 278 Kg-m-seg ² . |
| Fuerza dinámica | 1135 Kg, horizontal |
| Ubicación de la fuerza dinámica | 0.30 m por encima del cimiento |

Datos del suelo

| | |
|----------------------------|------------------------|
| Módulo de rigidez al corte | 260 Kg/cm ² |
| Módulo de Poisson | 0.35 |
| Peso volumétrico | 1760 Kg/m ³ |

Datos de distribución

La cara superior del cimiento está 1.0 m por encima del suelo.

Cimiento supuesto

1.5 m de ancho, 3.7 m de largo, 1.8 m de profundidad

3.7 m en dirección de la fuerza dinámica

$$A = 1.5 \times 3.7 = 5.6\text{m}^2$$

Análisis preliminar

Suponga que el centro de gravedad de máquina y cimiento, y el centro del área de contacto cimiento-suelo, se encuentra en una línea vertical.

Bajo la acción de la fuerza dinámica horizontal el cimiento tendrá un movimiento en dos direcciones, horizontal y de cabeceo.

Vibración horizontal Únicamente

$$\text{Peso del cimiento} = 1.8 \times 5.6 \times 2400 = 24192 \text{ Kg}$$

$$\text{Peso total del sistema} = 4540 + 24192 = 28732 \text{ Kg}$$

$$\text{Masa total} = 28732/9.8 = 2932 \text{ Kg-seg}^2/\text{m}$$

Rigidez del resorte horizontal equivalente (K_x):

$$K_x = 2(1 + \mu) G \sqrt{A}$$

$$\text{para } d/c = 3.7/1.5 = 2.4, \beta_x = 0.95$$

$$K_x = 2 \times 1.35 \times 260 \times 10^4 \times 0.95 \sqrt{5.6} = 15.8 \times 10^6 \text{ Kg/m}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_x}{M}} = \frac{1}{6.28} \sqrt{\frac{15.8 \times 10^6}{2932}} = 11.7 \text{ cps} = 701 \text{ rpm}$$

verificando si $f_n < 0.6 f_0$, o $f_n > 1.4 f_0$; se observa que

$$f_n = 701 > 350 = 1.4 \times 250. \text{ Correcto}$$

Vibración de cabeceo únicamente

El centro de gravedad del cimiento está a 0.9 m por debajo de su parte superior.

El momento de inercia de la masa del cimiento respecto al eje que pasa a través de su centro de gravedad y que es paralelo al eje de rotación (2) vale:

$$= \frac{24192}{12 \times 9.8} (3.7^2 + 1.8^2) = 3483 \text{ Kg-m-sec}^2$$

El momento total de inercia de las masas de máquina y cimiento respecto al eje de cabeceo en la base del cimiento(3)

$$I_0 = 278 + \frac{4540}{9.8} \times (0.3 + 1.8)^2 + 3483 + \frac{24192}{9.8} \times 0.9^2$$

$$= 7804 \text{ Kg-m-sec}^2$$

(2) Momento de inercia del prisma respecto a un eje centroidal.

(3) Por aplicación del teorema de los Ejes Paralelos.

Rigidez del resorte equivalente de cabeceo (K_Y):

$$K_Y = \frac{G \beta_Y}{1-\mu} Ad$$

para $d/c = 3.7/1.5 = 2.4$. $\beta_Y = 0.63$

$$K_Y = \frac{260 \times 10^4 \times 0.63 \times 5.6 \times 3.7}{(1.0 - 0.35)} = 52.2 \times 10^6 \text{ Kg-m/rad}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{I}} = \frac{1}{6.28} \sqrt{\frac{52.2 \times 10^6}{7804}} = 13.0 \text{ cps} = 781 \text{ rpm}$$

Verificando si $f_n < 0.6 f_o$, o, $f_n > 1.4 f_o$, se observa que:

$$f_n = 780 > 350 = 1.4 \times 250. \text{ Correcto}$$

Análisis final

Vibración acoplada horizontal y de cabeceo

$$M = 2952 \text{ Kg-seg}^2/\text{m} \quad G_x = 1135 \text{ Kg}, \quad I = 7804 \text{ Kg-m-seg}^2$$

$$H_1 = (4540 \times 2.1 + 24192 \times 0.9) / 28752 = 1.09 \text{ m} \quad (4)$$

$$H_2 = 2.1 - 1.09 = 1.01 \text{ m}; \quad H_3 = 1.8 - 1.09 = 0.71 \text{ m}$$

$$I_o = I_b - M \times 1.09^2 = 7804 - 2932 \times 1.09^2 = 4320 \text{ Kg-m-seg}^2$$

$$K_x = 15.8 \times 10^6 \text{ Kg/m}; \quad K_Y = 52.2 \times 10^6 \text{ Kg-m/rad}$$

$$C_x = \frac{5.85 (1-\mu) A \sqrt{\rho G}}{(7-8\mu)} = \frac{5.85 (0.65) 5.6 \sqrt{1760 \times 260 \times 10^4}}{(7-8 \times 0.35) 9.8}$$

$$C_x = 109000 \text{ Kg-seg/m}$$

$$C_Y = \frac{0.279 A d^2 \sqrt{\rho G}}{(1-\mu) (1+n_Y \beta_Y)}$$

$$\beta_Y = \frac{6.2 (1-\mu) I_o}{A^{1.25} d^{2.5}} = \frac{6.2 (0.65) 4320 \times 9.8}{5.6^{1.25} \times 1760 \times 3.7^{2.5}} = 0.44$$

(4) Localización del CG de máquina y cemento respecto a la base

para $B_y = 0.44$; $n_y = 1.42$ (véase tabla IX.1.2)

$$C_y = \frac{0.273 \times 5.6 \times 3.72}{(0.65)(1+1.42 \times 0.44)} \sqrt{\frac{1760 \times 260 \times 10^4}{9.8}} = 437000 \text{ Kg-seg/rad}$$

Cálculo de los coeficientes en las ecuaciones 5, 6, 7 y 8

$$M\omega^2 - K_x = 2932 \times 26.2^2 - 15.8 \times 10^6 = 15.79 \times 10^6$$

$$C_x \omega_0 = 109000 \times 26.2 = 2.86 \times 10^6$$

$$H_1 K_x = 1.09 \times 15.8 \times 10^6 = 17.22 \times 10^6$$

$$H_1 C_x \omega_0 = 1.09 \times 109000 \times 26.2 = 3.11 \times 10^6$$

$$I_0 \omega_0^2 - K_y - H_1^2 K_x = 4320 \times 26.2^2 - 52.2 \times 10^6 - (1.09^2 \times 15.8 \times 10^6) = 68.01 \times 10^6$$

$$H_1^2 C_x \omega_0 + C_y \omega_0 = 1.09^2 \times 109000 \times 26.2 + 437000 \times 26.2 = 14.84 \times 10^6$$

Llevando estos valores a las ecuaciones 5, 6, 7 y 8, se obtiene el sistema:

$$13.79x_1 - 2.86x_2 - 17.22 a_1 + 3.11 a_2 = 0.001135$$

$$2.86x_1 + 13.79x_2 - 3.11 a_1 - 17.22 a_2 = 0$$

$$17.22x_1 - 3.11x_2 - 68.01 a_1 + 14.84 a_2 = -0.001135 \times 1.01$$

$$3.11x_1 + 17.22x_2 - 14.84 a_1 - 68.01 a_2 = 0$$

Se resuelven estas ecuaciones usando, por ejemplo, un programa de computadora.

$$x_1 = 14.25 \times 10^{-5} \text{ m}; \quad x_2 = 3.48 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = 1.465 \times 10^{-4} \text{ m}; \quad \tan \theta_x = x_1/x_2 = -4.05; \quad \theta_x = -76.26^\circ$$

$$a_1 = 5.14 \times 10^{-5} \text{ rad}; a_2 = -1.35 \times 10^{-5} \text{ rad.}$$

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2} = 0.0000531 \text{ rad}; \tan \theta_y = a_1/a_2 = -3.81;$$

$$\theta_y = -75.26^\circ$$

Amplitud del movimiento horizontal de la parte superior del
cimiento (A_x)

$$A_x = 1.465 \times 10^{-4} + 0.71 \times 0.551 \times 10^{-4} = 1.842 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$A_a = 0.00061/4.16 = 1.467 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$A_x > A_a$$

El cimiento no es aceptable.

En este ejemplo, las frecuencias naturales, horizontal y de cabeceo, son aproximadamente 3 veces más grandes que la frecuencia de operación, por lo tanto, el amortiguamiento no es importante. Verificar las amplitudes despreciando el acoplamiento y el amortiguamiento.

$$f_{nx} = 11.7 \text{ cps} = 75.5 \text{ rad/seg} = \omega_{nx}$$

$$f_{ny} = 13 \text{ cps} = 81.7 \text{ rad/seg} = \omega_{ny}$$

$$A_x = \frac{Q_x}{M(\omega_{nx}^2 - \omega_o^2)} = \frac{1135}{2932(13.5^2 - 26.2^2)} = 0.821 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$A_y = \frac{Q_x H_2}{I_o(\omega_{ny}^2 - \omega_o^2)} = \frac{1135 \times 1.01}{4320(81.7^2 - 26.2^2)} = 0.443 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\text{Amplitud total} = A_x + H_3 A_y = 0.821 \times 10^{-4} +$$

$$(0.443 \times 10^{-5} \times 0.71) = 1.156 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{Amplitud total} = 0.948 \times 10^{-4} \text{ m} < 1.467 \times 10^{-4} \text{ m} = A_a$$

Así pues, despreciando el acoplamiento, podría considerarse, erróneamente, que el cimiento es adecuado. Volver a diseñar el cimiento para que sea aceptable es la mejor solución. Cambiar la longitud de 3.7m a 4.3m, y verificar nuevamente la amplitud.

EJEMPLO XII.3

Determinar la amplitud de las vibraciones forzadas producidas por un equipo rotatorio, ubicado a la mitad de una estructura de soporte.

| | | |
|--------------------------------|---|---------|
| Peso del equipo | = | 5440 Kg |
| Velocidad de operación f_0 | = | 11 cps |
| Fuerza dinámica vertical Q_z | = | 454 Kg |

La estructura de soporte es un piso elevado. Dos vigas de acero simplemente apoyadas y simétricamente dispuestas respecto al equipo, tienen una $I = 125000 \text{ cm}^4$. El claro es de 6 m. El piso es de rejilla. El peso de la estructura de soporte = 1800 Kg. Concentre 900 Kg a la mitad de las vigas.

Se calcula la frecuencia natural:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_z}{M}}$$

$$M = 5440/9.8 = 555 \text{ Kg-seg}^2/\text{m}$$

$$K_z = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48 \times 2.0 \times 10^6 \times 125000}{(6 \times 10^2)^3} = 5.56 \times 10^4 \text{ Kg/cm}$$

$$K_z = 5.56 \times 10^6 \text{ Kg/m}$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{5.56 \times 10^6 / 555} = 15.9 \text{ cps}$$

Se verifica que $f_n > 1.4 \times f_0 = 1.4 \times 11 = 15.4$

Calcular la amplitud máxima:

$$\text{Suponga } D_z = 0.02; f_o/f_n = 11.0/15.9 \approx 0.7$$

$$A_z = \frac{454}{5.56 \times 10^6} \left[(1 - 0.7^2)^2 + (2 \times 0.02 \times 0.7)^2 \right]^{-1/2}$$

$$= 0.00016$$

$$A_B = 0.006/11.0 \approx 0.00055$$

$$A_z < A_B$$

Por lo tanto la estructura de soporte es adecuada

XIII. REFERENCIAS SELECTAS

XIII.1. REFERENCIAS SELECTAS

1. Richart, F.E., Jr. H.R. Hall, and R.D. Woods (1970). Vibrations of Soil and Foundations, Prentice-Hall, Inc., N.Y.
2. Novak, M. (1973). Vibrations on Embedded Footings and Structures, ASCE National Structural Engineering Meeting, Pre-print 2029 April.
3. Barkan, D.D (1962). Dynamics of Bases and Foundations. MacGraw-Hill, N.Y.
4. Major, A. (1962), Vibration Analysis and Design of Foundations for Machines and Turbines, Coolletns Holdings LTD, London.
5. Caul, W.E. (1968) Static and Dynamic Analysis of Pile Foundations, Journal of the Structural Division, ASCE, ST5, Mayo.
6. Poulos, H.G. (1971), Behavior of Laterally Loaded Piles. Single Piles Groups, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, SM5 Mayo.
7. Harris, C.M. and C.E. Creede (1961), Shock and Vibration Handbook, en tres tomos, MacGraw-Hill, N.Y.

XIII.2. REFERENCIAS NO CITADAS

1. Anandakrishnan, M. and N.R. Krishnaswamy, (1973), Response of Embedded Footings to Vertical Vibrations, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, SM10, Octubre.
2. McNeil, R.L. (1969), Machine Foundations, the State-of-the-Art, Proceedings, Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, México, D.F., México.
3. Novak, M. (1970), Prediction of Footing Vibrations, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, SM3, Mayo.
4. Ratay, R.T. (1971), Sliding-Rocking Vibration of Body on Elastic Medium, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, SM1, Enero.