

03078
2
2ei

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

UNIDAD ACADEMICA DE CICLOS PROFESIONALES Y
POSGRADO, CCH

TEORIA CUASILINEAL APLICADA A LA PROPAGACION DE
RAYOS COSMICOS EN EL MEDIO INTERPLANETARIO

T E S I S
que para obtener el grado de
MAESTRO EN ESTUDIOS ESPACIALES
P R E S E N T A :
GUSTAVO SAULES ESTRADA

MEXICO, D. F.

1993

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

INTRODUCCION

El objetivo de la presente tesis es hacer un estudio de la propagación de las partículas energéticas (Rayos Cósmicos Solares) a través del medio interplanetario.

Utilizando el modelo estándar para la propagación de partículas energéticas en el medio interplanetario, (dicho modelo parte de la teoría cuasilineal y supone fluctuaciones de campo magnético transversales y axisimétricas) obtenemos los caminos libres medios (λ_s) paralelos al campo magnético promedio para partículas con energía cinética de 100Mev. Trabajamos con partículas de esta energía porque ello nos permite comparar con los resultados de otros modelos (cap. III). Para realizar lo anterior consideramos los valores del Campo Magnético Interplanetario obtenidos durante tres días con diferentes niveles de perturbación y durante los cuales se desarrollaron respectivos eventos productores de partículas solares.

También con el mismo modelo estándar, pero considerando el efecto de la helicidad magnética, obtenemos los mismos (λ_s). Esto es con el propósito de determinar la influencia de la helicidad en la propagación de dichas partículas.

La tesis se divide en cuatro partes, que a continuación describimos brevemente:

Es innegable que el Campo Magnético Interplanetario (CMI) es el factor fundamental dentro del proceso de propagación de las par-

tículas energéticas a través del Viento Solar. Por esta razón en el primer capítulo hacemos una revisión de las diferentes propiedades del CMI. Desde los campos de gran y pequeña escala hasta una descripción estadística de las fluctuaciones.

En el segundo capítulo se aplican los resultados de la primera parte en tres series de datos del campo magnético, registrados por los satélites Helios I y II durante la ocurrencia de tres eventos productores de partículas energéticas. Se obtienen sus espectros de potencia y helicidad. Determinándose con ello el nivel de perturbación del campo.

Los días analizados fueron: 7 de junio de 1980 (159). 28 de marzo de 1976 (88) y 11 de abril de 1978 (101) cuando los satélites que los registraron se encontraban a: 0.37, 0.51 y 0.48 Unidades Astronómicas respectivamente.

En el capítulo III hacemos una revisión de la teoría Cuasilineal aplicada a la propagación de las partículas energéticas. Encontramos la ecuación de transporte para dichas partículas; tanto en un sistema fijo como en uno que se mueve con el Viento Solar. Sin embargo debido a que dicha ecuación es muy compleja, se hacen diversas simplificaciones, obteniéndose el modelo estándar. También mencionamos diversas aproximaciones a la teoría, a saber: la fenomenológica y la numérica.

Los resultados anteriores se aplican en el capítulo IV, donde obtenemos los caminos libres medios para partículas con energía de 100Mev., tanto con y sin la inclusión del efecto de la helicidad magnética del campo. .

I.- CAMPO MAGNETICO INTERPLANETARIO

El papel de los campos magnéticos dentro de la dinámica del medio interplanetario es extremadamente importante. Los campos de gran escala crean condiciones para la propagación de diversos tipos de ondas las cuales a su vez influyen en la dinámica del Viento Solar y los Rayos Cósmicos. En éste capítulo estudiaremos el Campo Magnético Interplanetario (CMI) desde varias perspectivas: iniciaremos con la descripción y teoría del CMI de gran escala, continuaremos con una descripción del campo de escala pequeña, y finalizaremos con un análisis espectral del campo fluctuante.

I.1- CAMPO MAGNETICO INTERPLANETARIO DE GRAN ESCALA

I.1.1- MODELO DE PARKER

Antes de las observaciones interplanetarias *in situ*, Parker(1958,1963) desarrolló un modelo que predecía la estructura y comportamiento del CMI, propuso que dicho campo es generado en el Sol y transportado por el Viento Solar, debido a que éste es un gas altamente ionizado y cualquier campo magnético sumergido en él se encuentra 'congelado'. Si no hubiera rotación solar, las líneas de campo, formarían una estructura radial, sin embargo debido a la rotación del Sol, estas adquieren una estructura arquimedea (ver la figura 1.1). En el plano ecuatorial el patrón espiral del CMI es descrito por las ecuaciones paramétricas; radial y azimutal:

$$r = tv_w + b$$

$$\phi = \phi_0 + \Omega t$$

donde: Ω : Velocidad angular del Sol.

v_w : Velocidad del Viento Solar.

ϕ : Longitud Solar, medida desde la longitud inicial ϕ_0 .

b : Distancia crítica, más allá de la cual las ecuaciones anteriores (y del campo) son válidas. Es determinada de la condición de equipartición entre la energía del plasma y la magnética:

$$\frac{1}{8\pi} B^2 = \frac{1}{2} n m v_w^2$$

n : densidad de partículas.

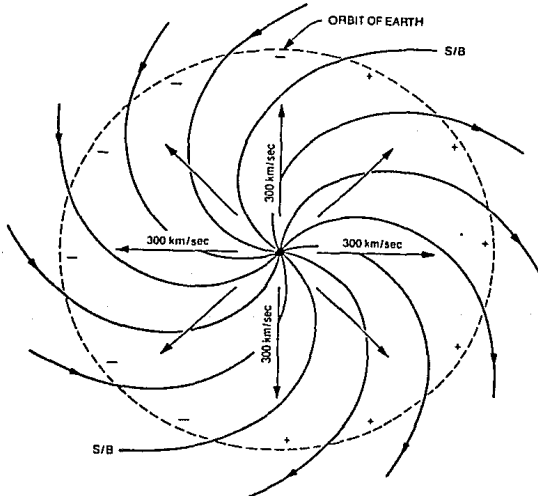


Fig. 1.1 .- Líneas del CMI en el plano ecuatorial.

(Patrón arquimedeano)

A partir de la conservación del flujo magnético a través de un elemento de plasma en movimiento, se tiene que la componente radial del campo magnético varía con el inverso del cuadrado de la distancia, mientras que la componente azimutal es proporcional al inverso de la distancia:

$$B_r = B_0 (b/r)^2$$

$$B_\phi = B_0 (b/r)^2 (\Omega r / V_w) \text{sen}(\vartheta)$$

$$B_\vartheta = 0.$$

con $B_0 = B(b, \phi_0, \vartheta)$

El ángulo que forma la línea de campo con la dirección radial es:

$$\psi = \tan^{-1}(B_\phi / B_r)$$

para una velocidad del Viento Solar de 400Km/seg, a la altura de la órbita de la tierra ψ es del orden de 45° .

I.1.2.- OBSERVACIONES

En la década de los sesentas las investigaciones espaciales contaron con un importante instrumento: los satélites artificiales. Las mediciones del CMI *in situ*, entre 0.7 y 1.5 U.A. en el plano de la eclíptica (Ness y Wilcox, 1964; Wilcox y Ness, 1965; Jokipii y Coleman, 1968; Rosenberg, 1970), indicaron la presencia de una componente del CMI que varía lentamente, la cual presenta una estructura espiral, que interseca la órbita de la tierra a un ángulo de aproximadamente. 45° , confirmando el modelo de Parker.

A bajas latitudes heligráficas el campo espiral presenta una configuración sectorial; los diversos sectores tienen direcciones del campo magnético mutuamente opuestas. De acuerdo a los datos del Pionero 10 la estructura sectorial se extiende al menos hasta 9 U.A. (Edward J. Smith, 1990)

Para explicar la característica anterior del campo magnético, se ha propuesto un modelo: el cual supone que el campo magnético solar (general) se puede representar por un dipolo inclinado con respecto al eje Solar, dicha inclinación varía con el ciclo Solar. Este campo es transportado en el medio interplanetario por el Viento Solar generando una delgada hoja de corriente, la cual es la frontera entre las polaridades magnéticas del dipolo. Debido a la rotación solar la hoja de corriente adquiere una forma ondulada como la que se muestra en la figura 1.2. Con esta representación, los distintos sectores se explican debido a que el satélite (ó la Tierra) atraviesa la hoja de corriente durante las mediciones.

La dependencia del CMI con el ciclo solar fue descubierta por Schatten (1971,1972). De acuerdo a sus datos el campo promedio, a la altura de la órbita de la Tierra, se incrementó de 4.5γ en 1963-1964 (mínimo de actividad solar) a 6.2γ en 1967-1968. Los valores y frecuencias más probables de aparición de campos de gran escala (mayores a 10γ) se incrementaron por un factor de dos en el mismo período; el campo magnético promedio en la Fotosfera se duplicó y el número de manchas se incrementó por un factor de 10. En torno a este fenómeno se han realizado muchas investigaciones (Wilcox and

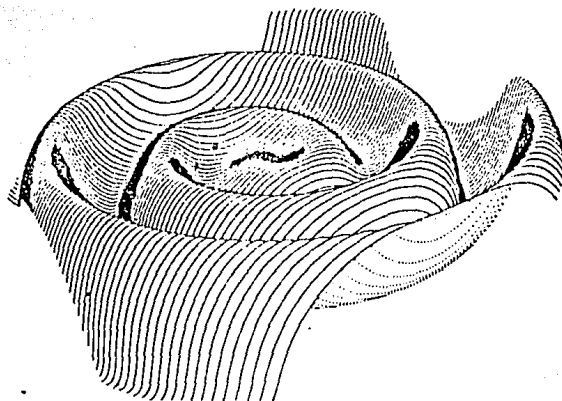


Fig. 1.2.- Representación de la hoja de corriente vista por un observador colocado a 30° arriba del ecuador solar a una heliodistancia de 50 U.A.

I.2.- CAMPOS DE PEQUEÑA ESCALA

Superpuesto al patrón arquimediano del CMI, existe una gran variedad de irregularidades, cuyos tamaños varían desde escalas típicas de las diversas características del plasma: Longitud de Debye, radio de Larmor, etc. hasta la escalas de separación de un sector magnético (1 U.A. a la altura de la órbita de la Tierra).

Para propósitos de propagación de los Rayos Cósmicos a través del medio interplanetario dichas fluctuaciones magnéticas son importantes, debido a que afectan su transporte.

La contribución dominante a las perturbaciones del CMI proviene de dos tipos de estructuras magneto-plásmicas: las discontinuidades y ondas Magnetohidrodinámicas (MHD). De las cuales daremos un breve tratamiento a continuación.

I.2.1.- ONDAS MAGNETOHIDRODINAMICAS

La teoría del transporte de ondas MHD de pequeña amplitud (De Alfvén y Magnetosónicas) ha sido desarrollada por diversos autores: Hollweg, 1975; Lerche, 1975; Barnes, 1979; etc. En esta sección mostraremos el tratamiento dado por Hollweg.

Las ecuaciones básicas, que usaremos para describir la propagación de ondas de pequeña amplitud en un medio conductor eléctrico, son: las leyes de conservación para la masa, el momento y la energía; las ecuaciones de Maxwell y la ley de Ohm:

La ley de conservación de la masa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad 1.2.1$$

donde ρ : densidad.

\mathbf{v} : velocidad del flujo.

La ley de conservación del momento:

(Despreciamos el efecto de viscosidad)

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = -\nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B} / c \quad 1.2.2$$

donde P : presión

\mathbf{J} : densidad de corriente eléctrica.

\mathbf{B} : campo magnético.

c : velocidad de la luz.

En lugar de la ecuación para la energía, suponemos que las fluctuaciones se pueden describir mediante una ley politrópica (también aquí se desprecia el efecto de viscosidad, además de la resistencia eléctrica):

$$P \rho^{-\gamma} = 0 \quad 1.2.3$$

donde γ = índice politrópico: $\gamma=1$ fluctuaciones isotérmicas.

$\gamma=5/3$ fluctuaciones adiabáticas.

Las ecuaciones de Maxwell que necesitamos son:

La ley de Ampère (despreciamos la corriente de desplazamiento, debido a que las velocidades involucradas son mucho menores que la de la luz.), la ley de Gauss y la ley de Faraday (el sistema de unidades es CGS):

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad 1.2.4$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad 1.2.5$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad 1.2.6$$

Finalmente necesitamos la ley de Ohmm:

Para un plasma con conductividad infinita la ley de Ohmm generalizada se reduce a:

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} / c = 0 \quad 1.2.7$$

tomándole el rotacional y usando la ecuación 1.2.6 para eliminar $\nabla \times \mathbf{E}$, obtenemos:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad 1.2.8$$

Las ecuaciones 1.2.1, 1.2.2, 1.2.3, 1.2.4, 1.2.5 y 1.2.8 son nuestras ecuaciones básicas para la descripción de las ondas.

Sin embargo será necesario hacer tres simplificaciones:

1.- Suponemos que la amplitud de las ondas son pequeñas, así que las ecuaciones pueden ser linealizadas, formalmente hacemos:

$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}$; $\rho = \rho_0 + \delta \rho$; $P = P_0 + \delta P$ (los subíndices '0' indican valores promedio, característicos del plasma en equilibrio y los prefijos 'δ' indican la cantidad fluctuante) y despreciamos términos de orden mayor a uno en las δ , al sustituir en las ecuaciones.

2.- Suponemos también que las ondas son planas, de modo que todas las cantidades que varían se pueden expresar como:

$$\exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$$

donde \mathbf{K} : es el número de onda.

ω : es la frecuencia.

3.- Por último suponemos al plasma inicialmente uniforme; constante en el tiempo y estacionario. (hacemos $V = 0 + \delta V$)

Con estas suposiciones las ecuaciones basicas pueden reducirse a un conjunto de ecuaciones algebraicas:

$$\delta\rho/\rho_0 = K \cdot \delta V / \omega \quad 1.2.9$$

$$\delta V = \frac{V_s^2 K}{V_A \omega} \frac{\delta\rho}{\rho_0} + V_A \times (K/\omega \times \delta B/B_0) \quad 1.2.10$$

$$\delta B = \frac{-K}{\omega} \times (\delta V \times B_0) \quad 1.2.11$$

donde $V_s = (\gamma P_0/\rho_0)$ es la velocidad del sonido en el medio.

Las ecuaciones anteriores pueden ser manipuladas para eliminar $\delta\rho$, δB y obtener: (Jackson, 1962)

$$\begin{aligned} & -\omega^2 \delta V + (V_s^2 + V_A^2) (k \cdot \delta V) k + \\ & + V_A \cdot k [(V_A \cdot k) \delta V - (V_A \cdot \delta V) k - (k \cdot \delta V) V_A] = 0 \end{aligned} \quad 1.2.12$$

donde hemos introducido: $V_A = \frac{B_0}{(4\pi\rho)}^{1/2}$, velocidad de Alfvén.

La ecuación 1.2.12 contiene las relaciones de dispersión para los modos de ondas MHD. De donde podemos distinguir dos casos:

De Alfvén y Magnetosónicos

a) Ondas de Alfvén ($\delta V \perp V_A$, $\delta V \perp K$)

(En la figura 1.3 se ilustran las direcciones de diversas cantidades)

En la ecuación 1.2.12 observamos que que la componente de δV perpendicular al plano que contiene a K y V_A (δV_{\perp}) no esta acoplada a las componentes de dicho plano, por lo que existe un modo

independiente para K , V_A y δV_{\perp} (perpendicular a B_0):

$$[\omega^2 - (V_A \cdot K)^2] \delta V_{\perp} = 0$$

A partir de la cual obtenemos (para $\delta V_{\perp} = 0$) la relación de dispersión para las ondas de Alfvén:

$$\omega^2/k^2 = V_A^2 \cos^2 \vartheta$$

donde $\vartheta =$ es el ángulo entre k y V_A .

Sí suponemos δV conocido, obtenemos su relación con el campo fluctuante (eq. 1.2.11):

$$(\delta B/B_0) = -\text{sgn}(\cos \vartheta) (\delta V/V_A)$$

mientras que las fluctuaciones en la densidad son (eq. 1.2.9):

$$\delta \rho = 0$$

El campo eléctrico y la corriente asociados a la onda son:

$$\delta J = (c/4\pi i) K \times \delta B$$

$$\delta E = -\delta V \times B_0/c$$

Por lo tanto tenemos un modo transversal no compresivo, las líneas de campo se ondulan sin producir variaciones de densidad ó presión. Son fluctuaciones de velocidad y campo que se propagan con la velocidad de Alfvén.

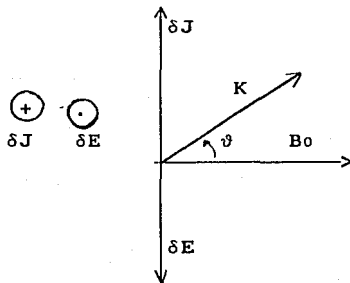


Fig. 1.3.- Relación entre las diversas cantidades que caracterizan el modo intermedio ó de Alfvén

b) Modo magnetosónico

Mientras que el modo intermedio se caracteriza por fluctuaciones perpendiculares al plano que contiene K y V_A , en el modo magnetosónico se tienen fluctuaciones en ese plano. La relación de dispersión para este caso es:

$$(\omega^2/k^2) = 1/2 \{ V_s^2 + V_A^2 \pm [(V_s^2 + V_A^2)^2 - 4V_s^2 V_A^2 \cos^2 \vartheta]^{1/2} \}$$

donde el signo más define el modo magnetosónico rápido y el menos al lento. Debido a que el análisis de estas ondas es complejo, supondremos que $V_s^2 \ll V_A^2$.

i) Ondas magnetosónicas rápidas ($\delta V \perp V_A$, $\delta B \perp K$)

(En la figura 1.4 se ilustran las direcciones de diversas cantidades)

Este tipo de ondas se propagan a través del campo con velocidad $V \approx V_A$ produciendo compresiones y rarefacciones en las líneas de fuerza, sin cambiar su dirección. La relación entre las fluctuaciones del campo y las de velocidad es:

$$\frac{|\delta B|}{B_0} = \frac{|\delta V|}{V_A}$$

debido a que δB tiene una componente a lo largo de B_0 , las fluctuaciones en la intensidad del campo se encuentran dadas por:

$$\delta |B| = B_0 \cdot \delta B / B_0 = |\delta B| \sin \vartheta$$

Estas ondas también son compresivas:

$$|\delta \rho| / \rho_0 = (\sin \vartheta) |\delta V| / V_s$$

nótese que para $\vartheta = 0$, (propagándose paralelamente al campo B_0) las ondas se vuelven no compresivas e indistinguibles del modo alfvénico..

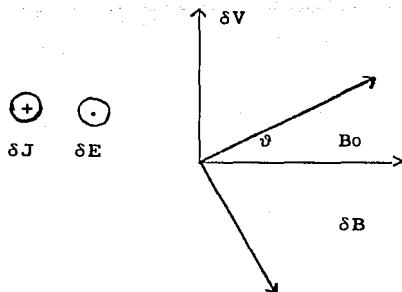


Fig. 1.4.- Relación entre las diversas cantidades que caracterizan el modo rápido ($V_s^2 \ll V_A^2$).

ii) Ondas magnetosónicas lentas ($\delta V \parallel V_A$)

Este es un tipo común de ondas longitudinales, cuya velocidad de propagación es: $v^2 \approx V_s^2 \cos^2 \vartheta$. Se interpretan generalmente como ondas de sonido. No producen fluctuaciones en el campo magnético $\delta B \approx 0$, pero comprimen y rarifican el fluido:

$$|\delta \rho| / \rho_0 = |\delta V| / V_s$$

siendo las fluctuaciones en la velocidad paralelas o antiparalelas a V_A . No tienen asociadas fluctuaciones en la corriente y el campo eléctrico. Y no se han podido detectar en el medio interplanetario

1.2.1A.- ONDAS DE AMPLITUD FINITA

Cuando consideramos ondas de gran amplitud (cuando escribimos amplitud, nos referimos formalmente a longitud de onda, ya que las cantidades fluctuantes se presentan como series de tiempo), la clasificación de los modos básicos (lineales) en tres categorías cambia. Sin embargo Barnes y Hollweg (1974) mostraron que para el caso de ondas planas de gran amplitud también es posible diferenciarlas en 2 modos característicos:

De Alfvén, Magnetosónicas lentas y rápidas.

Los modos característicos rápido y lento tienen propiedades semejantes a sus contrapartes de la teoría linealizada. excepto que exhiben una tendencia a formar choques (ver secc.1.2.2).

La situación es diferente para el modo alfvénico, mientras que en la aproximación de la teoría lineal se encuentra linealmente polarizado, el correspondiente modo característico de gran amplitud (comúnmente llamado: modo de Alfvén transversal) esta estrictamente polarizado circularmente, la intensidad del campo magnético es constante como en el caso lineal y la onda es no compresiva:

$$(\delta\{B\} = \delta\rho = 0).$$

Es importante señalar aquí que las ondas de Alfvén observadas a 1 U.A., son principalmente del modo de Alfvén transverso. También es importante recalcar que son estas ondas las que comúnmente dispersan las partículas energéticas, ya que sus longitudes de onda son comparables al radio de giro de las partículas.

I.2.2.- DISCONTINUIDADES MHD

Una discontinuidad representa una capa de transición; más ó menos delgada, donde los parámetros de plasma y campo magnético tienen variaciones más pronunciadas que en regiones fuera de la vecindad. Es ampliamente conocido (Landau y Lifshitz, 1960) que a partir de las ecuaciones de conservación del flujo de momento, energía y masa; junto con las condiciones de frontera de los campos electromagnéticos. Se tienen cuatro tipos de discontinuidad MHD, en un medio con presión isotrópica: de contacto, tangenciales y rotacionales; así como ondas de choque. El sistema de ecuaciones fundamentales (llamadas de salto) para discriminar dichas discontinuidades en un fluido MHD son (Hudson, 1971):

$$j[w + 1/2 j^2/\rho^2 + 1/2 v_t^2 + B_t^2/4\pi\rho] = B_n[B_t \cdot v_t]/4\pi$$

$$[P] + j[\rho^{-1}] + [B_t^2]/8\pi = 0$$

$$j[v_t] = B_n[B_t]/4\pi = 0$$

$$B_n[v_t] = j[B_t/\rho]$$

$$[v_n B - B_n v] = 0$$

Donde: los paréntesis [] indican diferencia de valores de la cantidad entre uno y otro lado de la superficie.

Los subíndices n, t denotan la componente normal y tangencial a la superficie.

j : flujo de masa a través de la superficie.

w : una función de calor por unidad de masa del fluido.

De donde tenemos:

DISCONTINUIDAD DE CONTACTO ($j = 0, B_n \neq 0$)

Es la frontera entre dos medios con diferente temperatura y densidad, la velocidad, la presión y el campo magnético son continuos (en el límite de presión isotrópica), mientras que la densidad puede tener cualquier salto.

DISCONTINUIDAD TANGENCIAL ($j = 0, B_n = 0$)

Son aquellas superficies para las cuales las componentes normales de la velocidad y el campo magnético son cero, mientras que las componentes tangenciales experimentan saltos arbitrarios; tanto en dirección como en magnitud. Generalmente esta discontinuidad se encuentra acompañada por un salto en la densidad.

DISCONTINUIDAD ROTACIONAL ($j \neq 0, B_n \neq 0$)

En un plasma con presión isotrópica es la superficie en la cual la densidad, las componentes normal de la velocidad del flujo y el campo magnético son continuas. Pero el campo magnético gira en un cono, manteniendo un ángulo con respecto a la normal y permanece constante en magnitud.

ONDAS DE CHOQUE ($j \neq 0, [\rho] = 0$)

Los choques se caracterizan por saltos en la densidad y flujo de materia a través de sus fronteras. La densidad siempre es mayor atrás del choque, y siempre podemos encontrar un sistema de coordenadas donde los vectores: normal n , de campo magnético B_1, B_2

y de velocidad del plasma v_1 , v_2 , sean coplanares. (los subíndices 1,2 indican adelante y atrás del choque)

Una diferencia fundamental entre los choques y las otras discontinuidades se encuentra en que éstas son estacionarias, mientras que los choques viajan a través del medio con velocidades mayores que las del sonido (en el medio).

I.2.3.- OBSERVACIONES

Las primeras evidencias de la existencia de ondas de Alfvén en el medio interplanetario fueron obtenidas por Coleman (1968) analizando los datos de la velocidad del plasma y campo magnético obtenidos por el Mariner 2. Los resultados que obtuvo fueron preliminares, ya que la identificación de dichas ondas se basó en el hecho de que la componente perpendicular (al campo promedio) de las fluctuaciones magnéticas era mayor que la componente longitudinal. Neugebauer (1968) identificó directamente el modo MHD alfvénico, mediante la correlación entre la velocidad del plasma y su campo magnético.

Posteriormente se han detectado una gran cantidad de ondas de Alfvén (Belcher et al. 1969; Belcher y Davis. 1971; etc.). Hasta el 50% de las fluctuaciones se han considerado alfvénicas. Todo ello basado únicamente en la condición de que la correlación entre el campo y la velocidad sea mayor a 0.8. Sin embargo la alta correlación entre las cantidades ya mencionadas también se puede obtener para otro tipo de fluctuaciones (Burlaga, 1979). Por lo tanto, las fluctuaciones alfvénicas observadas no siempre corresponden a aquella onda plana considerada en la sección I.2.1. Es

probable que cuando las ondas de Alfvén se propagan en un medio arbitrariamente inhomogéneo, adquieran propiedades complejas.

Con respecto a las discontinuidades, su detección es un problema complicado (Burlaga 1972a). Existen diversos criterios para, por ejemplo, discriminar sin ambigüedad discontinuidades rotacionales de tangenciales. (Burlaga y Ness, 1969). Mariani y colaboradores (1973) mediante métodos estadísticos identificaron de 16000 discontinuidades, 50% de carácter tangencial. Martín (1972) reconoció discontinuidades rotacionales, determinando la componente normal del campo magnético (esta componente no se encuentra en las tangenciales), junto con la variación de la magnitud del campo (la cual está ausente en las rotacionales).

Cuando tenemos un flujo de Viento Solar con mayor velocidad que el flujo de plasma normal, se forma un frente de onda que corre con el Sol, produciéndose lo que se conoce como región corrotante de interacción. Se ha probado rigurosamente que las discontinuidades de contacto se encuentran presentes en tales regiones. (Smith y Wolf, 1979)

En cuanto a las ondas de choque, la primera identificación directa fue obtenida por Sonnett y colaboradores (1964) a partir de los datos del Mariner 2 y Explorer 14. Posteriormente se han identificado ampliamente.

En resumen, los resultados obtenidos hasta ahora presentan argumentos convincentes de que las ondas y discontinuidades MHD predichas por la teoría (con la excepción de las magnetosónicas lentas) se encuentran presentes en el medio interplanetario.

I.3.- DESCRIPCION ESPECTRAL DEL CAMPO MAGNETICO FLUCTUANTE

Las observaciones realizadas en el medio interplanetario, muestran que el campo magnético tiene una componente de carácter aleatorio.

Para poder describir éste campo fluctuante es necesario hacer un análisis estadístico. Una descripción completa requeriría especificar las funciones de correlación del campo para n puntos: (Batchelor, 1960)

$$R_{1,j} \dots (r_1, t_1; \dots) = \langle B_{1,1}(r_1, t_1) B_{1,j}(r_2, t_2) \dots B_{1,k}(r_n, t_n) \rangle \quad 1.3.1$$

donde el campo fluctuante se define:

$$B_1(r, t) = B(r, t) - \langle B(r, t) \rangle \quad 1.3.2$$

para $\langle B \rangle$ = campo promedio

Debido a que el significado físico de las correlaciones de orden mayor a dos es aún desconocido, consideraremos solamente correlaciones de dos puntos y dos tiempos:

$$R_{1,j}(r_1, t_1; r_2, t_2) = \langle B_{1,1}(r_1, t_1) B_{1,j}(r_2, t_2) \rangle \quad 1.3.3$$

Las correlaciones de este tipo tienen un máximo para $r_2 = r_1$; $t_2 = t_1$ y tienden a cero para grandes valores del argumento. Lo anterior nos permite definir escalas características de $R_{1,j}$: L_c , τ_c longitud y tiempo de correlación respectivamente.

Observacionalmente se ha encontrado que para el Viento Solar L_c es mucho menor que 1 U.A. (Coleman and Hedeoch, 1975). Si suponemos además que todas las medias son aproximadamente invariantes temporales, la función de correlación sólo dependerá de la diferencia en las posiciones y tiempo.

$$R_{ij}(r_1, t_1, r_2, t_2) = R_{ij}^r(r_2 - r_1, t_2 - t_1) \quad 1.3.4$$

$$= R_{ij}^r(\xi, \tau)$$

El superíndice (r) indica variaciones lentas con respecto a la distancia heliocéntrica (se omitirá en lo que sigue).

Dicho comportamiento de la función de correlación nos muestra que las fluctuaciones son aproximadamente homogéneas con respecto a r y t.

A partir de las consideraciones anteriores podemos obtener la transformada de Fourier de la correlación del campo fluctuante, obteniendo el tensor espectral de energía:

$$S(k, \omega) = \int d\xi^3 d\tau R_{ij}^r(\xi, \tau) \exp(-i(k \cdot \xi - \omega \cdot \tau)) \quad 1.3.5$$

Tanto el tensor de correlación como el espectral de energía se pueden separar en una parte simétrica y otra antisimétrica.

$$S = S^s + S^a \quad R = R^s + R^a$$

La parte simétrica del tensor espectral de energía nos da información del espectro de energía magnética:

$$E_b(k, \omega) = \text{Tr } S(k, \omega) \quad 1.3.6$$

Nótese que la energía magnética por unidad de masa se puede obtener también de la traza de la correlación $R(0)$.

A su vez, como veremos más adelante, la parte antisimétrica del tensor espectral contiene información del espectro de helicidad magnética.

A partir de la teoría de tensores isotrópicos (Robertson, 1940), Batchelor(1960) encontró 31 formas tensoriales que forman el tensor espectral de energía (proveniente de un tensor de corre-

lación homogéneo de dos puntos): compuestas por el vector de onda, el tensor totalmente antisimétrico ε_{ijl} y la matriz de Kronecker δ_{ij} . Considerando la constricción solenoidal del campo Mathaeus y Goldstein (1982) y Kuntsman (1979) mostraron que la componente antisimétrica del tensor de energía (S) tiene una forma única, antisimétrica e independiente dada por:

$$S^a = \varepsilon_{ijl} k_l H_m(k, \omega) \quad 1.3.7$$

Donde $H_m(k, \omega)$ es la traza de la parte simétrica de la transformada de Fourier de la correlación $\langle A \cdot B \rangle$ (helicidad magnética).

Para $B = \nabla \times A$

Por lo tanto el tensor del espectro de energía se expresa:

$$S = S^s + S^a \quad 1.3.8$$

con los respectivos sumandos dados por:

$$S^s(k, \omega) = p_{ij}(k, \omega)$$

$$S^a(k, \omega) = i \varepsilon_{ijl} k_l H_m(k, \omega) \quad 1.3.9$$

Para poder obtener el tensor espectral de energía requerimos el conocimiento del campo magnético como función de la posición y el tiempo: $B(r, t)$. Sin embargo hasta el momento no disponemos de tales datos ; lo único que tenemos son datos del vector magnético B como función del tiempo en una nave espacial esencialmente estática, pero debido a que la velocidad de Alfvén es pequeña con respecto a la del Viento Solar, puede considerarse a las fluctuaciones como si estuvieran congeladas en el plasma (a ésta aproximación se le conoce como magnetostática). Así que la dependencia temporal de B en una posición nos da información de las variaciones espaciales.

A continuación mostraremos la relación entre el tensor espectral de energía en el sistema del Viento Solar y el estacionario (el de observación).

Sea $B'(r, t)$ el campo fluctuante en el sistema del Viento Solar; la función de correlación y el espectro son:

$$R'_{ij}(\xi, \tau) = \langle B'_{i1}(r, t) B'_{1j}(r + \xi, t + \tau) \rangle$$

$$P_{ij}(k, \omega) = \iint d\xi d\tau R'_{ij}(\xi, \tau) \exp(-i(k \cdot \xi - \omega \tau)) \quad 1.3.10$$

En la aproximación magnetostática:

$$B(r, t) = B'(r - V\omega t, t) \quad 1.3.11$$

Y el tensor de correlación adquiere la forma:

$$R(\xi, \tau) = \langle B(r + \xi, t + \tau) B(r, t) \rangle$$

$$R'(r, t) = \langle B'_i(r + (\xi - V\omega t), t + \tau) B'_j(r, t) \rangle$$

Por lo tanto:

$$R_{ij}(\xi, \tau) = R'_{ij}(\xi - V\omega t, \tau) \quad 1.3.12$$

Pero un observador fijo (sistema estático) observa únicamente un punto, así que $\xi = 0$. Y la relación entre los tensores de correlación queda:

$$R_{ij}(0, \tau) = R'_{ij}(-V\omega t, \tau) \quad 1.3.13$$

El espectro de frecuencias que se observa es su transformada de Fourier con respecto a t .

$$S_{ij}(f) = \int R_{ij}(0, \tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau \quad 1.3.14$$

Usando la relación entre los tensores de correlación (1.3.13) se tiene:

$$S_{1j}(f) = \int R_{1j}(0, \tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau = \int R'_{1j}(-V_w \tau, \tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau \quad 1.3.15$$

Dado que R_{1j} es la transformada de Fourier inversa de

$S_{1j}(k, \omega)$, entonces:

$$R_{1j}(-V_w \tau, \tau) = \frac{1}{8\pi} \int S'_{1j}(k, \omega) e^{-i(-k \cdot V_w \tau - \omega \tau)} dk d\omega \quad 1.3.16$$

Sustituyendo:

$$\begin{aligned} S(f) &= -\frac{1}{8\pi} \iiint dk d\omega d\tau S_{1j}(k, \omega) e^{i(k \cdot V_w \tau + \omega \tau - 2\pi f \tau)} \\ &= \frac{1}{8\pi} \iint dk d\omega S_{1j}(k, \omega) \int d\tau e^{i(k \cdot V_w \tau + \omega \tau - 2\pi f \tau)} \\ &= \frac{1}{8\pi} \iint dk d\omega S_{1j}(k, \omega) (\delta(K \cdot V_w + \omega' - 2\pi f)) \quad 1.3.17 \end{aligned}$$

Donde δ = delta de Dirac.

Escogiendo un sistema de coordenadas donde k_1 sea la componente de k a lo largo de V_w : $k \cdot \omega = k_1 V_w$. Y considerando que las ondas que nos interesan tienen velocidades de fase menores que las de Alfvén: $2\pi f / V_w \gg \omega / V_w$, se tiene:

$$S_{1j}(f) = \frac{1}{8\pi^3} \int d\omega dk_2 dk_3 S_{1j}(k_1 = \frac{2\pi 2f}{V_w}, k_2, k_3, \omega) \quad 1.3.18$$

El lado derecho de esta relación es precisamente $1/V_w$ veces el espectro unidimensional a lo largo de V_w :

$$S_{1j}(f) = \frac{1}{V_w} \int R'_{1j}(\xi_1, 0, 0) e^{i2\pi f V_w \xi_1} d\xi_1 \quad 1.3.19$$

En resumen, el tensor espectral de energía observado en un sistema estacionario es aproximadamente equivalente a $1/V_w$ veces el espectro unidimensional a lo largo de la dirección del Viento Solar.

En forma abreviada:

$$S_{ij}(f) = \frac{1}{V_w} S_{ij}(k_1) \quad 1.3.20$$

Nótese que como este tensor espectral es unidimensional no tenemos información completa de la naturaleza de las perturbaciones. Ni aún teniendo el espectro tridimensional la información sería completa, ya que se requieren los datos de las partículas del plasma.

Tomando en cuenta lo anterior, tenemos:

$$S_{ij}(f) = S_{ij}^s(f) + S_{ij}^a(f)$$

Donde: $S_{ij}^s(f) = P_{ij}(f)$; el espectro de potencias observable.

Con respecto a la parte antisimétrica del tensor, los resultados anteriores nos permiten obtener un método para el cálculo del espectro de helicidad magnética.

Utilizándo la relación para la parte antisimétrica de S_{ij} (1.3.6) obtenemos:

$$S_{ij}^a(f) = i \varepsilon_{ijl} k_l \frac{H_m(k_1)}{V_w} \quad 1.3.21$$

De donde, por las propiedades de tensor antisimétrico ε_{ijl} :

$$S_{23}(f) = \frac{i 2 \pi f H_m(f)}{V_w}$$

Por lo que el espectro de helicidad observable es:

$$H_m(f) = \frac{V_w}{2 \pi f} \text{Im} (S_{23}(f)) \quad 1.3.2$$

donde Im representa la parte imaginaria.

En el siguiente capítulo aplicaremos las relaciones para los espectros de potencia y helicidad magnética en datos reales del medio interplanetario.

II.- ANALISIS ESPECTRAL DE DATOS DEL CAMPO MAGNETICO

INTERPLANETARIO OBSERVADOS POR LOS SATELITES

HELIOS

II.1.- INTRODUCCION

Los satélites Helios I y Helios II fueron puestos en órbitas elípticas alrededor del Sol en diciembre de 1971 y enero de 1976 respectivamente. En la figura 2.1 se muestran sus órbitas así como las de los tres planetas interiores. Para completar un periodo alrededor del Sol, el Helios I necesitaba de 190 días, mientras que el Helios II lo hacía en casi 187. Los satélites dejaron de transmitir información en 1981 (Helios II) y en 1985 (Helios I). Estos satélites proporcionaron nuevos hallazgos incrementando nuestro conocimiento de la física del medio interplanetario. En particular registraron valiosa información del CMI entre 0.28 y 1.0 unidades astronómicas (UA). Para ello contaron con dos magnetómetros que medían el campo de pequeña escala y otro que lo hacía para grandes cambios repentinos del campo. (Véase : '10 Years Helios', 1984)

Utilizando datos del CMI registrados por estos satélites, Denskat y Neubauer (DN) (1982) estudiaron las fluctuaciones del CMI por medio de los espectros de potencia, en un intervalo de frecuencias de 2.4×10^{-5} a 1.3×10^{-2} Hz. para distancias heliocéntricas entre 0.29 y 1.0 UA. Estos estudios se hicieron durante los primeros 110 días después de los lanzamientos de los satélites, durante ese tiempo la actividad solar se encontraba cerca de su mínimo. Debido a ésto, los resultados obtenidos por DN los consideraremos como un patrón de referencia en nuestro análisis.

En vista de que uno de los propósitos de esta tesis es utilizar la Teoría Cuasilineal (TQL) para calcular el camino libre medio de protones solares, el análisis espectral se realizó con 3 series de datos del CMI; obtenidos por los satélites Helios durante los días en que se detectaron protones provenientes de ráfagas solares. Tanto las componentes como la magnitud del CMI se utilizaron en dicho análisis espectral, comparando los resultados con los de DN..

También obtuvimos los espectros de helicidad del CMI y con ellos el nivel de polarización del campo fluctuante.

Fig 2.1.- Orbitas de los satélites Helios I y II.

II.2 DATOS UTILIZADOS

Las tres series de datos del campo magnético corresponden a los días: 28 de marzo de 1976 (día 88), 11 de abril de 1978 (día 101) y 7 de junio de 1980 (día 159). Cuando el satélite que tomó la muestra se encontraba a 0.51, 0.37 y 0.48 UA del Sol, respectivamente.

Los datos que se analizaron tienen una resolución temporal de 8 segundos. En las figuras: 2.2, 2.3, y 2.4 se muestran las gráficas de las componentes y magnitud del campo magnético correspondientes. La dirección x es radial, el eje y se encuentra en el plano ecuatorial solar y el eje z completa un sistema de mano derecha. Es bien conocido que para realizar un análisis espectral requerimos series estacionarias (Otnes, 19), por ello el intervalo que se analizó fue de dos horas (900 datos) por día, alrededor del máximo de cada evento de protones provenientes del Sol. Intervalos mayores violaban la condición de estacionaridad.

La técnica numérica empleada para obtener los espectros de potencia y helicidad magnética fue la de la Transformada Rápida de Fourier (FFT). (véase el apéndice C)

Una inspección visual de las gráficas para los datos del CMI, nos muestra que en el día 159 se observaron muy pocas perturbaciones; tanto en la magnitud como en las componentes.

El día 88 presenta fluctuaciones en las componentes, con mayor nivel en la perpendicular (y, z). Sin embargo la magnitud no fluctúa apreciablemente.

CAMPO MAGNETICO

DIA 159

(7 de junio de 1980)

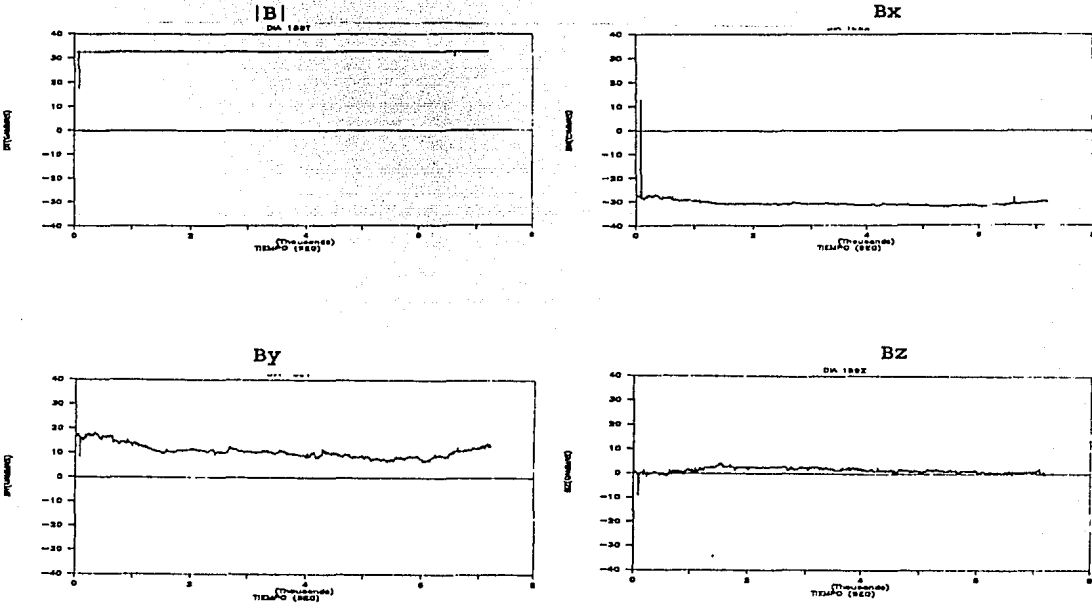


Fig. 2.2.- Magnitud y componentes cartesianas (Bx,By,Bz) en coordenadas heliocéntricas para el CMI tomadas durante el día 159 (7 de junio de 1980), la resolución temporal de los datos es de 8 segundos. En el eje x se tiene tiempo en segundos(miles) en el eje y campo en gammas.

CAMPO MAGNETICO

DIA 88

(28 de marzo de 1976)

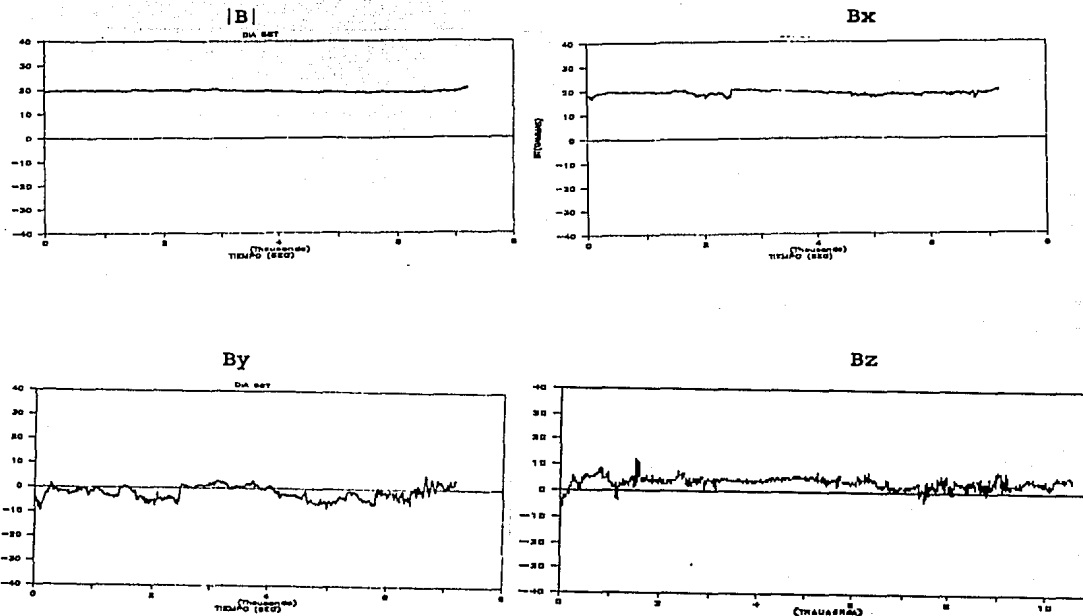


Fig. 2.3.- Magnitud y componentes cartesianas (B_x, B_y, B_z) en coordenadas heliocéntricas para el CMI tomadas durante el día 88 (28 de marzo de 1980), la resolución temporal de los datos es de 8 segundos. En el eje x se tiene tiempo en segundos(miles) en el eje y campo en gammas. γ

CAMPO MAGNETICO

DIA 101

(11 de abril de 1978)

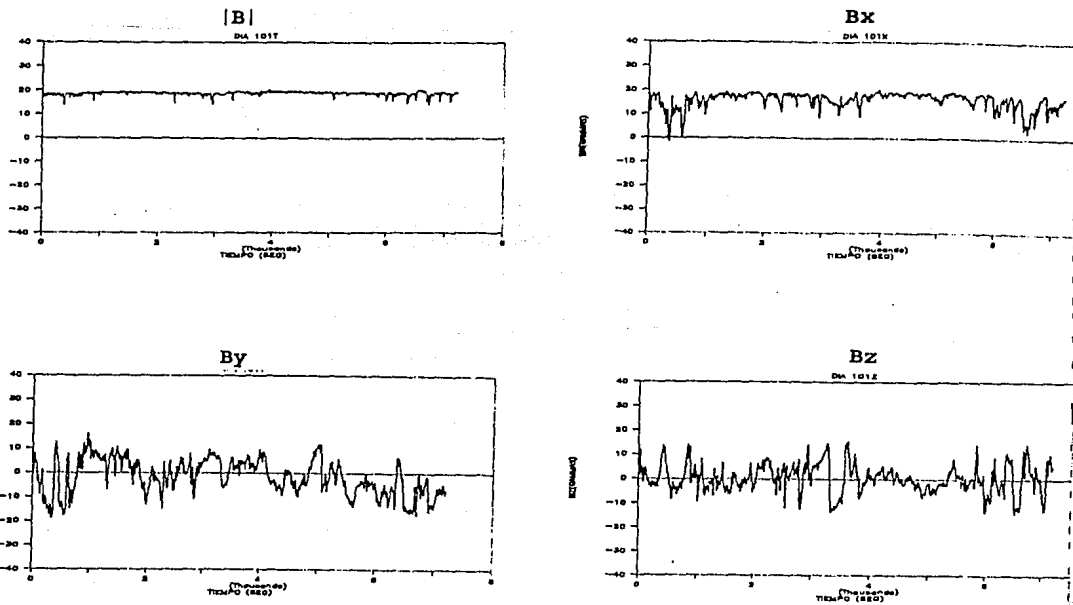


Fig. 2.4.- Magnitud y componentes cartesianas (B_x, B_y, B_z) en coordenadas heliocéntricas para el CMI tomadas durante el día 101 (11 de abril de 1978), la resolución temporal de los datos es de 8 segundos. En el eje x se tiene tiempo en segundos(miles) en el eje y campo en gammas.

Por último, en el día 101 se observaron fluctuaciones en las componentes y en la magnitud; aunque menores en ésta última. Además, fácilmente se aprecia que durante este día son mucho mayores que en los otros.

Tenemos pues, tres días con características diferentes. En lo que sigue realizaremos un análisis cuantitativo para estos días, en base a los espectros de potencia y helicidad definidos en el cap. II. Sin embargo, es importante aclarar que para poder discriminar el tipo de fluctuaciones presentes, es necesario hacer un estudio detallado utilizando también los datos de la velocidad del Viento Solar (véase sec. 1.2.1). Desgraciadamente no pudimos contar con éstos últimos

II.3.- RESULTADOS DEL ANALISIS ESPECTRAL

Los espectros de potencia para los diferentes días se muestran en las figuras 2.5, 2.6 y 2.7 todos ellos presentan una dependencia del tipo ley potencial:

$$P = \delta f^{-q}$$

donde: q : índice espectral.

δ : constante.

En la tabla II.1 se presentan los valores para los índices espectrales de las componentes paralela, perpendicular (al campo magnético promedio) y de su magnitud; además de las distancias heliocéntricas donde se encontraba el satélite para el día en cuestión. Con el propósito de comparación, también presentamos los índices espectrales calculados por Denskat y Neubauer.

ESPECTROS DE POTENCIA DEL CAMPO MAGNETICO

DIA 159

(7 de junio de 1980)

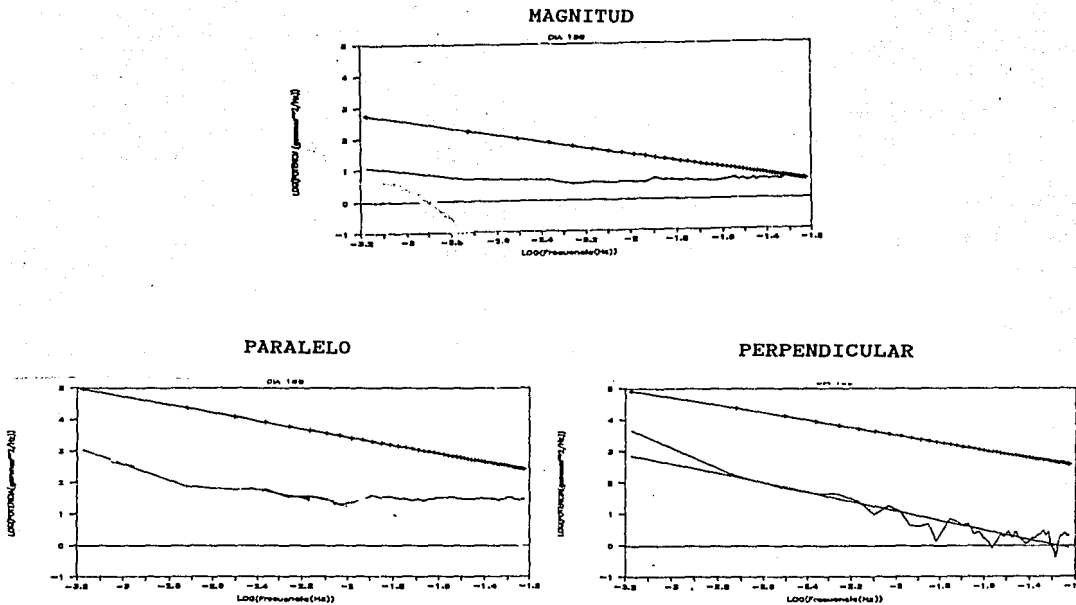


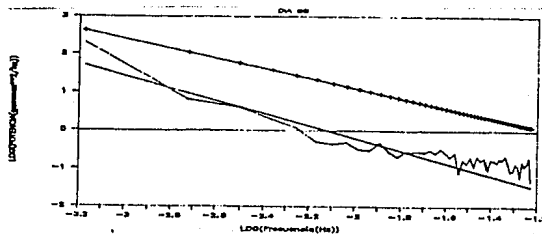
Fig.2.5.- Espectros de potencia de la magnitud, componentes paralelas y perpendicular al campo magnético promedio para el día 159. La línea con símbolos corresponde al valor promedio de Denskat y Neubauer, la continua al ajuste de la figura (por mínimos cuadrados). Nótese que la escala es logarítmica, en el eje X se tiene frecuencia (Hz) y en el Y potencia (γ^2/Hz).

ESPECTROS DE POTENCIA DEL CAMPO MAGNETICO

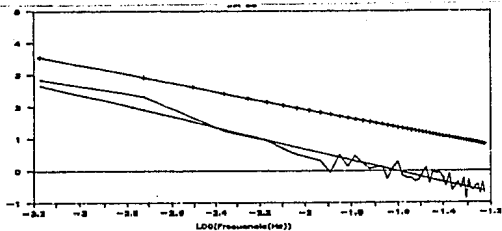
DIA 88

(28 de marzo de 1976)

MAGNITUD



PARALELO



PERPENDICULAR

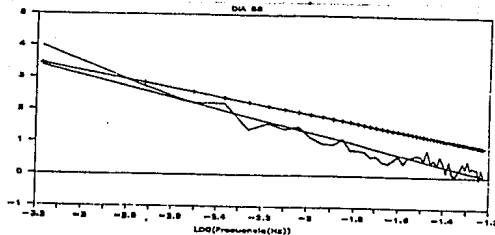
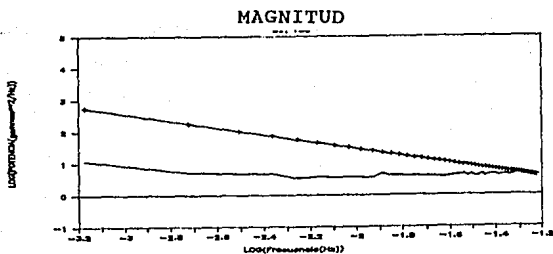


Fig.2.6.- Espectros de potencia de la magnitud, componentes paralelas y perpendicular al campo magnético promedio para el día 159. La línea con símbolos corresponde al valor promedio de Denskat y Neubauer, la continua al ajuste de la figura (por mínimos cuadrados). Nótese que la escala es logarítmica, en el eje X se tiene frecuencia (Hz) y en el Y potencia (γ^2/Hz).

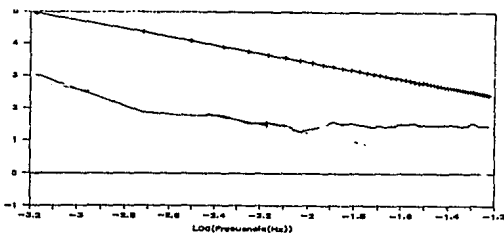
ESPECTROS DE POTENCIA DEL CAMPO MAGNETICO

DIA 101

(11 de abril de 1978)



PARALELO



PERPENDICULAR

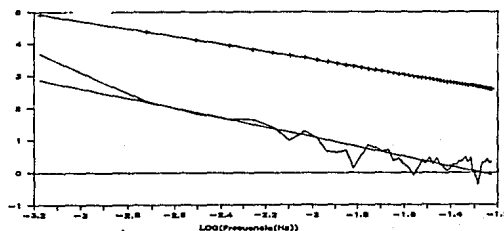


Fig.2.7.- Espectros de potencia de la magnitud, componentes paralelas y perpendicular al campo magnético promedio para el día 159. La línea con símbolos corresponde al valor promedio de Denskat y Neubauer, la continua al ajuste de la figura (por mínimos cuadrados).Nótese que la escala es logarítmica, en el eje X se tiene frecuencia (Hz) y en el Y potencia (γ^2/Hz).

TABLA II.1

DIA	COMPONENTE	INDICE ESPECTRAL		R (U.A.)
		FFT	D.N.	
159	PARALELA	-----	1.30	0.37
	PERPENDICULAR	1.52±.0	1.20	
	MAGNITUD	-----	1.10	
88	PARALELA	1.70±.07	1.40	0.51
	PERPENDICULAR	1.72±.07	1.30	
	MAGNITUD	1.70±.07	1.30	
101	PARALELA	1.71±.07	1.40	0.48
	PERPENDICULAR	1.90±.06	1.30	
	MAGNITUD	0.95±.64	1.30	

FFT : espectros obtenidos por la técnica de la Transformada Rápida de Fourier.

D.N.: espectros obtenidos por Denskat y Neubauer.

R : distancia heliocéntrica

Los índices espectrales anteriores y las gráficas de los espectros de potencia, nos proporcionan una visión cuantitativa del grado de perturbación del campo magnético fluctuante, si además los comparámos con los obtenidos por DN podemos observar:

1.- El día 159 se encontró extremadamente quieto, a pesar de que los datos corresponden a un día cercano al máximo de actividad solar. Los índices espectrales para las componentes y la magnitud indican que las fluctuaciones tienen siempre (para todas las frecuencias) menor potencia con respecto al de DN. Aún más, la

componente paralela y la magnitud no presentan perturbaciones sus espectros son parecidos al 'ruido blanco'. Es claro pues, que el promedio obtenido por DN no representa el comportamiento que se esperaría para este día.

2.- El día 88 presenta un mayor nivel de perturbación que el día 159, pero con respecto al promedio (a esta distancia) sigue siendo menor. Para la componente paralela y la magnitud de B los índices espectrales muestran que las variaciones del campo magnético son menos intensas que en un día promedio, en todo el intervalo de frecuencias. En la componente perpendicular sucede algo semejante, pero para frecuencias mayores que $10^{-2.6}$ Hz. A pesar de que nos encontramos cerca del mínimo de actividad solar (1976), este día tampoco corresponde al típico presentado por DN.

3.- Por último, el día 101 presentó un alto nivel de perturbación; mayor que los dos días anteriores. Con respecto al día promedio los índices espectrales para las componentes perpendicular y paralela indican una mayor potencia, en todas las frecuencias, que la de DN. La situación es diferente para el espectro de la magnitud, en este caso el nivel de las fluctuaciones es menos intenso, para frecuencias menores que $10^{-1.5}$ Hz., que las de DN. Dado que los resultados de DN fueron tomados en condiciones de mínima actividad solar, y este día corresponde a la fase ascendente del ciclo solar (1978), es claro que tendremos mayor nivel de perturbación que el promedio (DN).

Los resultados anteriores confirman la inspección cualitativa sobre las gráficas de los valores del campo magnético presentadas al inicio de éste capítulo.

Los espectros de helicidad magnética se muestran en la figura 2.8, debido a que los espectros representan los niveles de polarización circular, derecha e izquierda, sólo presentamos sus partes positivas ya que las negativas tienen un perfil muy semejante.

De la misma manera que los espectros de potencia, los de helicidad (H_m) también manifiestan una dependencia de tipo ley potencial:

$$H_m = \delta f^{-q}$$

En la tabla II.2 se encuentran los valores para los índices espectrales de helicidad en los días ya mencionados. Con fines de comparación se presentan también los valores para los espectros de potencia magnética.

TABLA II.2

DIAS	INDICE ESPECTRAL		HEL.NETA
	ESP.HEL.	ESP. POT.	
DIA 159	2.35±.06	1.52±.07	-0.0290
DIA 88	2.71±.06	1.72±.07	0.0087
DIA 101	2.83±.08	1.90±.06	-0.0720

ESP.HEL. : Índice espectral de helicidad.

ESP. POT. : Índice espectral de potencia.

HEL. NETA : Helicidad neta.

ESPECTROS DE HELICIDAD MAGNETICA

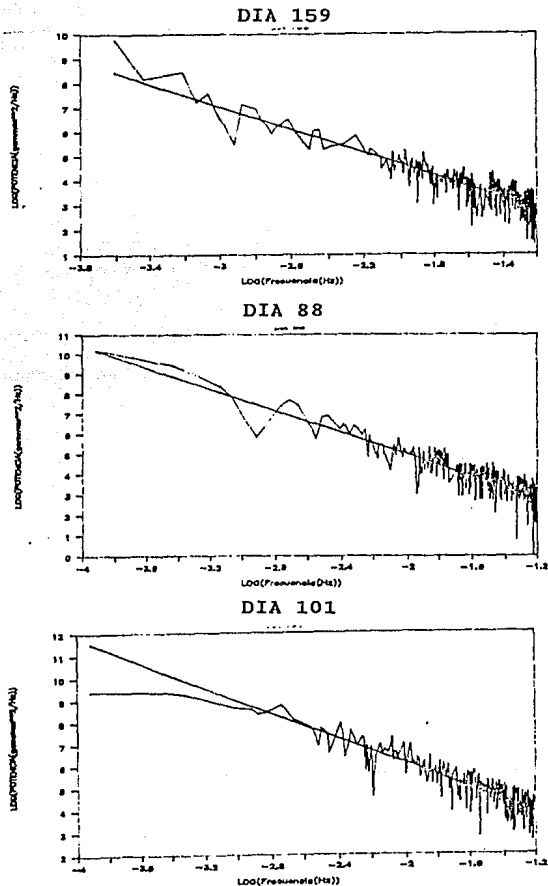


Fig.2.8.- Espectros de helicidad magnética (H_m) para los días 7 de junio de 1980 (159), 28 de marzo de 1976 (88) y 11 de abril de 1978 (101). La línea continua representa el ajuste. Nótese que los ejes se encuentran en escala logarítmica.

Aquí se encuentra un resultado interesante: los valores obtenidos para los índices espectrales de helicidad son mayores que los correspondientes a los espectros de potencia. La diferencia es aprox. uno. Esto esta de acuerdo con los resultados obtenidos por otros autores para diferentes series de datos (Bruno y Dobrowlny, 1986), reafirmando nuestro método para obtener los espectros.

De igual forma como lo hicieron Matthaeus y Goldstein (1982) comparamos los espectros de energía y helicidad magnética, por medio del cociente adimensional: $\sigma(k)$.

$$\sigma(k) = kH_m(k) / E_b(k)$$

donde: $E_b(k)$: traza del tensor espectral de energía magnética.

k : el número de onda, .

El cual nunca sobrepasa el valor absoluto de uno. Esta razón nos proporciona una medida de la polarización circular de las fluctuaciones del campo magnético como onda. La figura 2.9 representa gráficamente los valores del espectro de polarización para los datos analizados. Los días 88 y 101 presentan un alto nivel de polarización, en el día 159 es menor. Debido a la variación aleatoria del signo de polarización, la helicidad neta:

$$\sigma = \int \sigma(k) dk$$

es pequeña.

En la tabla II.2 Se encuentran los valores para la helicidad neta de las muestras utilizadas.

POLARIZACION CIRCULAR

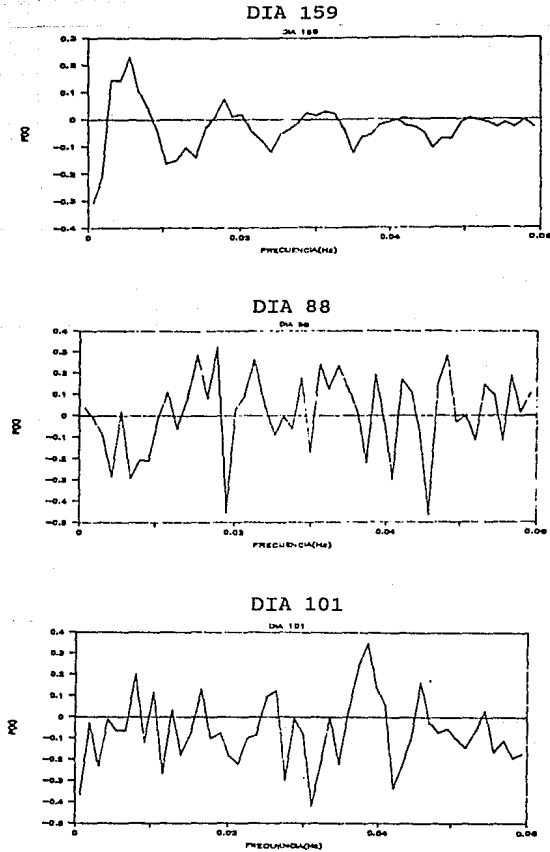


Fig.2.9.- Polarización circular para los días 07 de junio de 1980 (159), 28 de marzo de 1976 (88) y 11 de abril de 1978 (101).

II.4.- CONCLUSIONES

Del análisis espectral aplicado al CMI en los tres días ya mencionados, obtuvimos los siguientes puntos sobresalientes:

- 1.- Se confirmó de manera cuantitativa la inspección visual sobre los datos del campo magnético: tenemos tres días con diferente nivel de perturbación, el 159 extremadamente quieto, con mayor perturbación el día 88 y el más perturbado, el 101.
- 2.- El nivel de perturbación típico, para diferentes distancias heliocéntricas, obtenido por Denskat y Neubauer no siempre corresponde a otras muestras del CMI, por lo que es probable que no existan 'días típicos'.
- 3.- Es bastante probable que los tres días estudiados presenten ondas de Alfvén, ya que siempre el espectro de la componente perpendicular se encontró con mayor potencia. Sin embargo necesitamos la información de los datos de plasma para asegurar la conclusión anterior.
- 4.- A pesar de los diferentes niveles de polarización los tres días presentan alto nivel de polarización circular (algo menor para el día 159), pero debido a la variación aleatoria de su signo la helicidad neta es pequeña.

Los resultados que obtuvimos en este capítulo, se utilizarán más adelante dentro del contexto de la propagación de partículas energéticas en el Viento Solar.

III.- PROPAGACION DE PARTICULAS ENERGETICAS

A TRAVES DEL VIENTO SOLAR, TEORIA

CUASILINEAL Y OTROS ENFOQUES

Desde hace más de 30 años el estudio de la propagación de partículas energéticas en el medio interplanetario ha sido un importante tópico de investigación en Rayos Cósmicos. En lo que respecta al proceso de transporte difusivo, se sabe que es causado por la dispersión de los Rayos Cósmicos en ángulo de paso¹ al interaccionar con las estructuras de pequeña escala (del orden del radio de giro de las partículas) del Campo Magnético Interplanetario (CMI).

Los estudios al respecto han seguido tres aproximaciones: la primera consiste en un tratamiento teórico que hace uso de la teoría cuasilineal (TQL), la cual requiere una aproximación helicoidal a la trayectoria de las partículas durante la dispersión; que se supone resonante, y un campo fluctuante suficientemente pequeño.

La segunda es una aproximación fenomenológica en la que se resuelve la ecuación de propagación de las partículas suponiendo diversas simplificaciones. En éste enfoque no se tiene un conocimiento detallado de la dispersión, puesto que sólo se conoce el valor de la trayectoria libre media de las partículas.

La tercera es la realización de simulaciones numéricas de la trayectoria de las partículas, utilizando modelos de campo magnético con diversos espectros de potencia ó en modelos realistas del medio interplanetario: con datos de campo y plasma obtenidos por

¹ Se le llama ángulo de paso al que forman los vectores campo Magnético y velocidad.

satélites.

En este capítulo desarrollamos la TQL para el transporte de las partículas energéticas; así como diversas simplificaciones, a saber: la aproximación difusiva y el modelo estandar (secc.III.1A y III.3). También exponemos brevemente las aproximaciones fenomenológica (de 'partículas') y numérica (de 'campo').

III.1.- ECUACION DE TRANSPORTE

La ecuación de movimiento para una partícula de masa γm , carga q y velocidad v , que se propaga en un campo magnético B es:

$$\frac{dv}{dt} = v \times \omega(r) \quad 3.1.1$$

con $\omega(r) = qB/\gamma mc$

γ : cte. de Lorentz.

Nuestro objetivo es encontrar la ecuación diferencial que gobierne la evolución de la distribución de las partículas sujeta a la relación anterior, en términos de las funciones de correlación de campos fluctuantes como los que se describieron en el capítulo anterior.

Antes de iniciar, reescribimos la ecuación de movimiento en una forma manejable para nuestros propósitos (Jokipii, 1966):

$$Z = -\frac{1}{2}i(\omega_+ V_+^* - \omega_+^* V_+) \\ x_+ = i[V_x \omega_+ - (\omega_0 + \omega_+) V_+] \quad 3.1.2$$

Donde se utilizaron las cantidades complejas:

$$X_+ = x + iy \\ V_+ = V_x + iV_y \\ \omega_+ = \omega_{1x} + i\omega_{1y}$$

los puntos arriba de Z y x_+ representan segunda derivada con res-

pecto al tiempo y el asterisco al complejo conjugado.

Primero encontraremos la trayectoria de la partícula sujeta a el campo promedio:

Si suponemos que dicho campo se encuentra en la dirección z:

$$\omega_0 e_z = \langle \omega \rangle$$

entonces, a partir de la ecuación de movimiento 3.1.1 obtenemos:

$$\begin{aligned} z_n &= z + tv_z \\ x_{+n} &= x_+ + i(v_+ e^{-i\omega_0 t}) \end{aligned} \quad 3.1.3$$

el subíndice 'n' se refiere a la órbita no perturbada, que también llamaremos órbita a orden cero.

Por lo tanto, lo que obtenemos es una trayectoria circular de frecuencia ω_0 superpuesta a una lineal con velocidad v_z . En suma un movimiento helicoidal. Nótese que la trayectoria queda definida también en terminos de la posición y el coseno del ángulo de paso ($\mu = v_z / v$).

El siguiente paso es considerar el efecto del campo magnético fluctuante, el cual lo definimos como:

$$\omega_1(r) = \omega(r) - \langle \omega \rangle$$

con la suposición de que las fluctuaciones sean pequeñas:

$$\langle \omega_1^2 \rangle / \omega_0^2 \ll 1$$

El campo fluctuante ω_1 producirá perturbaciones en la órbita de orden cero, y los parámetros de la trayectoria: $(x, y, z, \mu = v_z / v)$ experimentarán un proceso de "camino azaroso" bajo su influencia.

Para describir el movimiento de un conjunto de partículas necesitamos hacer un tratamiento estadístico. Así pues considérese la siguiente definición:

$$n(r, \mu, t) dr d\mu$$

representa la probabilidad de encontrar a la partícula entre r y $r + dr$, μ y $\mu + d\mu$ al tiempo t . n es pues la densidad de probabilidad; que puede identificarse con la densidad medida en el espacio de posición y ángulo de paso.

Supóngase ahora que una partícula se mueve con velocidad μv a lo largo del eje z ; al interaccionar con la perturbación magnética es dispersada en ángulo de paso y su órbita cambiada. Considerése la longitud de correlación de las fluctuaciones: L_r , desde la perspectiva de la partícula, ella 've' un tiempo de correlación: $T_{er} = L_r/\mu v$. Si el tiempo de dispersión (tiempo que tarda en cambiar su ángulo de paso) es mucho menor que el T_{er} , entonces el fenómeno físico se puede aproximar como un proceso markoviano y la evolución de la función de distribución es determinada por una ecuación de tipo FOKKER-PLANCK (véase el apéndice A):

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} = & - \sum_{i=1}^4 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\langle \Delta x_i \rangle}{\Delta t} n \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left[\frac{\langle \Delta x_i^2 \rangle}{\Delta t} n \right] + \\ & + \sum_{i < j}^4 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left[\frac{\langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle}{\Delta t} n \right] \end{aligned} \quad 3.1.4$$

donde los x_i : $i = 1 \dots 4$ representan los parámetros r, μ

El problema es calcular los diferentes coeficientes que aparecen en la ecuación anterior. Sin embargo antes de obtener la forma de estos coeficientes, simplificaremos la ecuación de Fokker-Planck (3.1.4) considerando solamente fluctuaciones axisimétricas con el eje z .

De ésta forma la simetría alrededor de z nos lleva a:

$$\frac{\langle \Delta x \rangle}{\Delta t} = \frac{\langle \Delta y \rangle}{\Delta t} = 0$$

$$\frac{\langle \Delta x \Delta y \rangle}{\Delta t} = 0$$

$$\frac{\langle \Delta x \Delta \mu \rangle}{\Delta t} = \frac{\langle \Delta y \Delta \mu \rangle}{\Delta t} = 0$$

Además, debido a que la dispersión en ángulo de paso tiende a la isotropía (ver sección III.1A), produciendo simple difusión, los coeficientes $\frac{\langle \Delta \mu \rangle}{\Delta t}$ y $\frac{\langle (\Delta \mu)^2 \rangle}{\Delta t}$ deben de estar relacionados. Si no fuera así, una distribución isotrópica, espacialmente homogénea tendería hacia la anisotropía (hacia una inhomogénea), violando el teorema de Liouville. La relación entre dichos coeficientes se encuentra dada por (Jokipii, 1966):

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \left[\frac{\langle (\Delta \mu)^2 \rangle}{\Delta t} n \right] - \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\frac{\langle \Delta \mu \rangle}{\Delta t} n \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\frac{\langle (\Delta \mu)^2 \rangle}{\Delta t} \frac{\partial n}{\partial \mu} \right]$$

por lo que es suficiente conocer uno de los coeficiente.

Además:

$$\frac{\langle \Delta z \rangle}{\Delta t} = \mu v \quad \text{y} \quad \frac{\langle \Delta z^2 \rangle}{\Delta t} = O(\Delta t) \quad (\text{tiende a cero cuando } t \rightarrow 0)$$

Con las simplificaciones anteriores, la ecuación de Fokker-Planck (3.1.4) se transforma en:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} = & -\mu v \frac{\partial n}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\frac{\langle (\Delta \mu)^2 \rangle}{\Delta t} \frac{\partial n}{\partial \mu} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\langle \Delta x^2 \rangle}{\Delta t} \frac{\partial n}{\partial x} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\langle \Delta y^2 \rangle}{\Delta t} \frac{\partial n}{\partial \mu} \right] \end{aligned} \quad 3.1.5$$

Para obtener los coeficientes de la ecuación 3.1.5 considere

las perturbaciones alrededor de la órbita a orden cero (eq.3.1.3):

$$z(t) = z_u(t) + z_1(t) + z_2(t) + \dots$$

$$x_+(t) = x_{+u}(t) + x_{+1}(t) + x_{+2}(t) + \dots$$

donde $z_1(t)$, x_{+1} son lineales en ω_1 ; $z_2(t)$, $x_{+2}(t)$ de segundo orden, etc. Sustituyendo en la ecuación de movimiento (3.1.2) obtenemos:

$$d^2(z_{+1})/dt^2 = \frac{i}{2} [\omega_+(z_u, x_{+u}) v_{+0}^* e^{i\omega_0 t} - \omega_+^*(z_u, x_{+u}) v_{+0} e^{-i\omega_0 t}]$$

$$d^2(x_{+1})/dt^2 = -i\omega_0 d(x_{+1})/dt + i[v_{z0}\omega_+(z_u, x_{+u}) - v_+ e^{-i\omega_0 t} \omega_z(z_u, x_{+u})]$$

donde el factor: (z_u, x_{+u}) es un término de acoplamiento (del orden de ω_0) entre las dos ecuaciones.

Considerando lo anterior y de la definición de μ :

$$\langle (\Delta\mu)^2 \rangle = \langle (d(z_1)^2/dt) / v^2 \rangle$$

$$= -\frac{1}{4v^2} \langle \int_0^{\Delta t} d\tau \int_0^{\Delta t} d\tau' [\omega_+(z_u, x_{+u}) v_{+0}^* e^{i\omega_0 \tau} - \omega_+^*(z_u, x_{+u}) v_{+0} e^{-i\omega_0 \tau}] \cdot [\omega_+(z_u, x_{+u}) v_{+0}^* e^{i\omega_0 \tau'} - \omega_+^*(z_u, x_{+u}) v_{+0} e^{-i\omega_0 \tau'}] \rangle$$

3.1.6

En principio, de la relación anterior (correcta hasta orden dos en ω_1) se pueden obtener los coeficientes de la ecuación de Fokker-Planck a partir de la correlación de ω_1 .

A continuación mostraremos la forma del coeficiente 3.1.6 considerando fluctuaciones axisimétricas (con respecto al eje z), en este caso la función de correlación para ω_1 es de la forma: (véase apéndice B)

$$R_{1j}(\eta, \psi, \xi) = \langle \omega_{11}(x, y, z) \omega_{1j}(x+\eta, y+\psi, z+\xi) \rangle$$

$$= \begin{bmatrix} a\eta^2 + b & a\eta\psi & a\eta\psi + d\eta \\ a\eta\psi & a\psi^2 + b & a\psi\xi + d\psi \\ a\eta\psi + d\eta & a\psi\xi + d\psi & a\xi^2 + b + c + 2d\xi \end{bmatrix} \quad 3.1.7$$

donde: a , b y c son funciones pares de $\rho = (\eta^2 + \psi^2)$ y ξ es par en ρ e impar en ξ .

Definiendo:

$$\xi = v_{z0}(\tau' - \tau) \quad \text{y} \quad \rho_1(\xi) = |x_{+u}(\tau) - x_{+u}(\tau')|$$

y considerando que: $\Delta t \gg L/v_{z0}$, la relación 3.1.6 adquiere la forma:

$$\frac{\langle (\Delta \mu)^2 \rangle}{\Delta t} = \frac{1 - \mu^2}{|\mu|} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \left[(b[\xi, \rho_1(\xi)] e^{-i\omega_0 \xi / \mu v} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1 - \mu^2) v^2}{2 \omega_0^2} a[\xi, \rho_1(\xi)] (1 - e^{-2i\omega_0 \xi / \mu v}) \right] \quad 3.1.8$$

La ecuación anterior es la expresión general para el coeficiente respectivo de la ecuación de Fokker-Planck (eq. 3.1.5), siempre y cuando las fluctuaciones sean estadísticamente axisimétricas. Las expresiones para los coeficientes restantes, son parecidas. (véase Jokkipi 1966)

A pesar de las simplificaciones el coeficiente anterior (eq. 3.1.8) es demasiado complicado. En la sección III.3 obtendremos una expresión más simple, pero tendremos que agregar más suposiciones

III.1A. - TENSOR DE DIFUSION

La ecuación de Fokker-Planck (eq. 3.1.5) nos muestra la evolución de la función de distribución en el espacio y ángulo de paso. Sin embargo frecuentemente la dispersión en ángulo de paso es rápida, comparada con otras razones de cambio, lo que significa

que n es casi isotrópica. Ante ésta situación podemos aproximar la ecuación de Fokker-Planck por una ecuación de difusión:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K_{ij} \frac{\partial U}{\partial x_j} \right]$$

donde: $U(r, t) = \int_{-1}^1 n(r, \mu, t) d\mu,$

....es la densidad de partículas ó de probabilidad promediadas sobre el ángulo de paso para una energía cinética dada T .

K_{ij} es un tensor llamado de difusión. El cual es consecuencia de la naturaleza anisotrópica en la dispersión de las partículas. Esto último debido a que las líneas del CMI inducen una dirección preferencial en el movimiento de las partículas cargadas.

En un sistema con el eje z a lo, largo del campo magnético promedio (local) dicho tensor tiene la forma (Parker, 1965):

$$K_{ij} = \begin{bmatrix} K_{\perp} & -K_A & 0 \\ K_A & K_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\parallel} \end{bmatrix}$$

Con K_{\parallel} , K_{\perp} coeficientes de difusión paralelo y perpendicular al campo promedio, y K_A un coeficiente antisimétrico.

Considerando que la función de distribución $n(r, \mu, t)$ es casi isotrópica y se puede expresar como:

$$n(r, \mu) = \frac{1}{2} (U + n_1 \mu), \text{ con } n_1 \ll U$$

Jokipii (1966) encuentra el coeficiente de difusión perpendicular:

$$K_{\perp} = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\langle \Delta x^2 \rangle}{\Delta t} d\mu$$

Sin embargo el coeficiente de difusión paralelo que obtiene

es incorrecto. Hasselman y Wibberenz (1969) mostraron que la dependencia lineal de n' ($n' = n_1 \mu$, en la aproximación de Jokipii) con respecto a μ es únicamente válida para un campo axisimétrico con fluctuaciones transversales y polarización circular cero. Estos autores encuentran el coeficiente de difusión paralelo correcto; mostraremos a continuación su deducción:

De la misma forma que Jokipii suponen que la distribución en ángulo de paso es casi-isotrópica, entonces:

$$n(r, \mu, t) = 1/2 U(r, t) + n'(\mu)$$

con: $n' \ll n$

$$U = \int_1^1 n \, d\mu \quad (\text{densidad de partículas})$$

$$\int_1^1 n' \, d\mu = 0.$$

El límite difusivo para la ecuación de Fokker-Planck se aplica si la densidad de partículas varía lentamente, lo que significa que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \sim \mathcal{O}(\rho/t)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \sim \mathcal{O}(\rho/L)$$

donde: $L \gg \lambda$, $\lambda = v\tau$ camino libre medio paralelo.

L = longitud de correlación.

$t \gg \tau$, τ = tiempo de relajación.

t = tiempo característico.

Y también:

$$\tau \sim \mathcal{O}(1/D\mu)$$

con: $D_\mu(\mu) = \frac{1}{2} \frac{\langle \Delta \mu^2 \rangle}{\Delta t}$ coeficiente de difusión en ángulo de paso.

Cuando ésto sucede las partículas tienen tiempo de ajustarse

localmente al equilibrio casi-isotrópico; así que $n' \ll U$.

Debido a que el coeficiente de difusión perpendicular que obtienen estos autores es equivalente al de Jokipii, solo mostraremos la deducción para el coeficiente paralelo. Para ello suponemos que no hay variaciones de U (densidad) en la dirección perpendicular al campo medio.

La ecuación de Fokker Planck queda ahora como:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + v\mu \frac{\partial n}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial \mu} (D_{\mu} \frac{\partial n}{\partial \mu}) = 0 \quad 3.1.12$$

para v : la velocidad de la partícula.

sustituyendo y restando la media con respecto a μ obtenemos:

$$\frac{\partial n'}{\partial t} + v\mu \frac{\partial n'}{\partial x} - \frac{1}{2} v \int \mu \frac{\partial n'}{\partial x} d\mu - \frac{\partial}{\partial \mu} (D_{\mu} \frac{\partial n'}{\partial \mu}) = \frac{1}{2} v\mu \frac{\partial U}{\partial x}$$

Los cuatro terminos del lado izquierdo pueden caracterizarse por cuatro escalas de tiempo diferentes. Las tres primeras son del orden de: $1/t$, v/L , y v/L respectivamente; el cuarto termino es del orden de: $1/\tau$.

Dado que: $t \gg \tau$, entonces $1/t \ll 1/\tau$

además: $\tau = \lambda / v \ll L/v$ ya que $\lambda \ll L$, entonces $1/\tau \gg v/L$. Por lo tanto los tres primeros terminos son despreciables con respecto al cuarto, quedando solamente:

$$\frac{\partial}{\partial \mu} (D_{\mu} \frac{\partial n'}{\partial \mu}) = \frac{v\mu}{2} \frac{\partial U}{\partial x}$$

Lo anterior significa que la anisotropía en n' es determinada, a más bajo orden, por el equilibrio local entre la difusión en ángulo de paso y el término fuente, proporcional al gradiente.

Integrando la última relación para obtener n' :

$$n' = -v \frac{\partial U}{\partial x} \left\{ \frac{1}{4} \int_0^{\mu} \frac{1-\mu'^2}{D_{\mu'}} d\mu' \right\}$$

Sustituyendo $n = (1/2 U + n')$ en la ecuación de F-P (eq.3.1.12), tomando el momento de orden uno en μ y considerando el resultado de la relación para n' , obtenemos:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D \frac{\partial U}{\partial x} \right\}$$

$$\text{con: } D = K_{\parallel} = v^2/4 \int_{-1}^1 \frac{(1-\mu^2)^2}{D_{\mu}} d\mu \quad 3.1.13$$

El flujo difusivo de las partículas y la anisotropía asociada tienen la forma:

$$F_i = -K_{ij} \frac{\partial U}{\partial x_j}$$

$$\delta = 3F / Uv$$

Donde $\delta_1 \ll 1$ para que la aproximación difusiva sea válida.

Los resultados anteriores sobre dispersión y difusión, fueron obtenidos suponiendo un medio uniforme (estadísticamente) en el cual las cantidades promedio son independientes de la posición. Sin embargo, como ya se mencionó, los valores medios varían lentamente. Esto significa que existen términos adicionales que deberán incluirse en el movimiento de las partículas. Por ejemplo existen arrastres (drifts) debido a la curvatura y gradiente del campo magnético. A partir de los trabajos de Levy (1975) y Fisk (1976), Jokipii (1977) muestra que estos efectos se pueden tratar como convectivos y asociarse a la parte antisimétrica del tensor de difusión. Escribe la divergencia del flujo debido a éste término como:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(-K_{ij}^a \frac{\partial U}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \langle v_{iD} \rangle U$$

donde v_{iD} es la componente i -ésima de la velocidad de arrastre debida a la parte antisimétrica del tensor de difusión.

Como consecuencia del teorema de Liouville : $\partial/\partial x_i \langle v_{iD} \rangle = 0$ (El

arrastre del centro guía no produce anisotropías) y de la ecuación anterior tenemos:

$$\frac{\partial K_{IJ}^a}{\partial x_J} = - \langle u_{ID} \rangle$$

Esta última expresión es equivalente a la fórmula estándar para arrastres. Promediando el movimiento de una partícula sobre el espacio de ángulo de paso, en la aproximación centro-guía obtenemos (Rossi and Olbert 1970):

$$\langle u_{ID} \rangle = \frac{vP}{eB} \frac{1}{3} \frac{B \times \nabla B}{B^2} + \frac{B \times [(B \cdot \nabla) B]}{B^3}$$

donde P = rigidéz de la partícula.

III.2.- ECUACION DE TRANSPORTE EN UN SISTEMA EN REPOSO CON RESPECTO AL SOL

En las secciones anteriores encontramos las ecuaciones de movimiento de una partícula cargada, inmersa en un campo magnético fluctuante, y se derivó la aproximación difusiva. El sistema de referencia en el cual se trabajó se encontraba fijo con respecto al Viento Solar.

En esta sección obtendremos la ecuación diferencial para la densidad y flujo diferencial de rayos cósmicos en el sistema de referencia fijo con respecto al Sol (despreciamos el movimiento orbital de la Tierra ó nave espacial). Esto nos ilustrará los diversos mecanismos físicos que participan en la ecuación de transporte (Eq. de Fokker-Planck)

La transformación entre ambos sistemas no es trivial; en 1970 Jokipii y Parker desarrollaron la deducción más general. En este trabajo, sin embargo, mostraremos el método seguido por Fisk

(Fisk, 1979) por considerarlo más simple.

Sea $U(x_1, T, t)$ la función de distribución para la posición x_1 , en el tiempo t y energía cinética T ; S el flujo diferencial de partículas. Para S , T , U medidos en un sistema de referencia fijo con respecto al Sol, la ecuación de continuidad para el número de partículas en el espacio de configuración y de energía es:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot S + \frac{\partial}{\partial T} \left\{ \frac{d TU}{dt} \right\} = 0 \quad 3.2.1$$

En esta ecuación los términos: $\nabla \cdot S$ y $\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{d TU}{dt} \right)$ representan los flujos de partículas y de energía en el espacio de x_1 y de T respectivamente. Debido a que el cambio en energía cinética que experimentan los Rayos Cósmicos en su recorrido a través del Viento Solar es producido por el trabajo que éste hace sobre ellos, Fisk propone:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{d TU}{dt} \right] = \frac{\partial}{\partial T} (v_w \cdot \nabla P) \quad 3.2.2$$

donde: P = Presión diferencial de los Rayos Cósmicos

v_w = Velocidad del Viento Solar

A partir de las observaciones de los Rayos Cósmicos galácticos, se ha observado que éstos exhiben pequeñas anisotropías dentro del espacio interplanetario (Lezniak et al 1970), por lo que la presión diferencial será:

$$P = \alpha/3 TU \quad 3.2.3$$

donde: $\alpha = \frac{T+2T_0}{T+T_0}$, T_0 = energía en reposo.

Como consecuencia de que la propagación de las partículas es

III.3.- MODELO ESTANDARD

un proceso difusivo; existe un flujo de éstas relativo al Viento Solar que produce un cambio en la distribución U (en general la densidad depende de la energía). Esta difusión produce un gradiente ∇U , el cual es directamente proporcional al flujo de Rayos Cósmicos.

En un sistema fijo con respecto al Sol existe además un flujo adicional causado por el movimiento del Viento Solar, que lleva consigo las irregularidades del CMI. Dicho flujo se conoce como efecto Compton-Getting (Compton-Getting, 1935). En 1967 Gleason y Axford encontraron una forma explícita para este flujo adicional:

$$S_0 = cV_w U \quad 3.2.4$$

donde: $c = \{1 - 1/3U \frac{\partial}{\partial T} (\alpha TU)\}$, factor Compton-Getting

(Forman, 1970)

Así pues, el flujo total de Rayos Cósmicos en un sistema fijo con respecto al Sol es:

$$S = S_0 - K \nabla U \quad 3.2.5$$

donde K = Tensor de difusión, el cual depende de las características del medio.

Sustituyendo las ecuaciones: 3.2.2, 3.2.3, 3.2.4, 3.2.5 en 3.2.1 se obtiene:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \nabla \cdot \{K \nabla U\} - \nabla \cdot \{U \mathbf{v}_w\} + \frac{1}{3} \left\{ \nabla \cdot \mathbf{v}_w \frac{\partial}{\partial T} (\alpha TU) \right\} \quad 3.2.6$$

Una ecuación de Fokker-Planck, que representa la ecuación básica que gobierna el transporte de los Rayos Cósmicos en el medio interplanetario. Aquí se encuentran presentes los tres mecanismos físicos que actúan en la propagación de las partículas a través del Viento Solar: el difusivo, convectivo y de enfriamiento

adiabático. A continuación se describirán estos procesos:

a) El mecanismo difusivo, representado por el término $(\nabla \cdot K \nabla U)$ es producido por el movimiento aleatorio de los Rayos Cósmicos después de interaccionar con las irregularidades magnéticas del CMI. La naturaleza anisotrópica de la dispersión se manifiesta en el tensor de difusión.

b) El mecanismo convectivo representado por el término $\nabla \cdot (U \nabla U)$ es producido por la expansión del Viento Solar hacia afuera de la cavidad solar.

c) Para explicar el enfriamiento adiabático, considere el siguiente modelo discutido por Fisk (1974):

Imagine una serie de cáscaras esféricas, concéntricas e infinitamente delgadas; que en un tiempo dado se expanden con velocidad radial V_w , (figura 3.1). Las partículas se encuentran atrapadas entre dos cáscaras consecutivas, su densidad es uniforme en cada capa pero se incrementa radialmente.

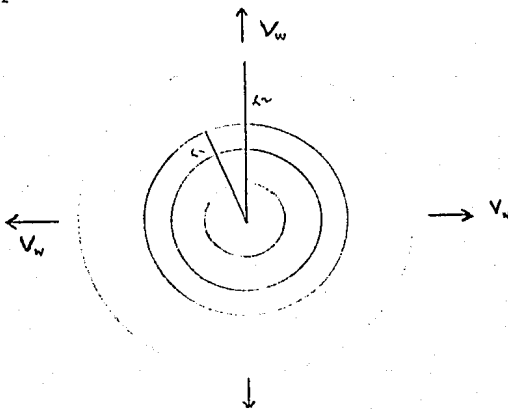


Fig. 3.1.- representación esquemática de las cáscaras.

Considérese ahora las partículas atrapadas entre dos cáscaras sucesivas (r_1, r_2) con $r_1 < r_2$., Las partículas que pasan a una capa interna ganan energía, ya que tienen colisiones de frente con esa capa. Pero las que pasan hacia una capa externa pierden energía, ya que las colisiones son ahora por atrás ("de cola"). Y como la superficie de la cáscara de radio r_2 es mayor que la de radio r_1 , hay un mayor número de colisiones por atrás que de frente, de aquí que las partículas se "enfrian"; esto es, el balance neto de energía es negativo.

Nótese que las partículas atrapadas entre cáscaras sucesivas son transportadas debido a la expansión radial. Presentandose el efecto de convección.

La analogía entre este modelo y lo que pasa en el Viento Solar es directa; los Rayos Cósmicos son como las partículas atrapadas entre las capas, las cuales transportan las irregularidades magnéticas, y son enfriadas adiabáticamente a la razón de:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{3} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 v_w] \alpha T$$

Nótese que esta relación representa el último factor de la ecuación de F-P (3.2.6).

III.3.- MODELO ESTANDARD

De lo que se ha mencionado en las secciones anteriores encontramos que la dispersión en ángulo de paso es el proceso fundamental que gobierna la contribución difusiva en el transporte de las partículas energéticas a través del medio interplanetario. El transporte difusivo se encuentra relacionado de manera simple con las propiedades espectrales del CMI. En esta sección encontraremos dicha relación; considerando una estructura particular del campo fluctuante: supondremos un campo cuyas fluctuaciones son transversales y axisimétricas con respecto al eje z. En la literatura se le conoce como modelo SLAB. La combinación del modelo SLAB en el contexto de la teoría cuasilineal (secs: 3.1, 3.1A), ha sido usada en muchos artículos de investigación del tema para comparar con los resultados experimentales. Por eso se le conoce como modelo estándar.

Para fluctuaciones axialmente simétricas con respecto al eje z, la función de correlación del campo fluctuante se puede representar por el tensor descrito en la sección III.1. Si además las fluctuaciones son también transversales (modelo SLAB), el campo fluctuante es independiente de X e Y; dependerá solamente de Z, por lo tanto el tensor de correlación (3.1.7) no depende de η ni de ψ ; lo que implica que: $a = d = 0$ y b, c son independientes de ρ . Con estas suposiciones, el tensor de correlación se simplifica:

$$R_{ij}(\xi) = \begin{pmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & b + c \end{pmatrix} \quad 3.3.1$$

Este resultado junto con la ecuación 3.1.8 hace que el coefi-

ciente de difusión en ángulo de paso adquiera la forma:

$$D_{\mu}(\mu) = \frac{1}{2} \frac{\langle \Delta \mu^2 \rangle}{\Delta t} = \frac{1-\mu^2}{2v|\mu|} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi b(\xi) e^{-i\omega_0 \xi / \mu v} \quad 3.3.2$$

El cual puede expresarse directamente en términos del espectro de potencias unidimensional (perpendicular) de la parte fluctuante del campo $B(z)$: (véase eq. 1.3.9)

$$D_{\mu}(\mu) = \frac{1-\mu^2}{2\mu v} \frac{e^2 V_w}{(mc)^2} P_{zz}(f = \omega_0 V_w / 2\pi \mu v) \quad 3.3.3$$

donde:

f : frecuencia de resonancia de la partícula con el campo fluctuante.

$P_{zz}(f)$: espectro de potencias del campo fluctuante.

V_w : velocidad del Viento Solar.

v : velocidad de la partícula.

La ecuación anterior afirma que las partículas son dispersadas por aquellas fluctuaciones que son resonantes con el movimiento de giro alrededor del campo magnético promedio B_0 .

En el capítulo II encontramos que los espectros se pueden representar por una ley de potencias en la frecuencia:

$$P = \delta f^{-q}$$

donde: q : índice espectral.

δ : constante.

entonces, el coeficiente de difusión en ángulo de paso puede expresarse:

$$D_{\mu}(\mu) = A |\mu|^{q-1} (1 - \mu^2) \quad 3.3.4$$

$$\text{donde } A = \frac{e^2 V_w \delta}{(mc)^2} (\omega_0 V_w / 2\pi v)^{-q}$$

El coeficiente de difusión y camino libre medio paralelos al campo se obtienen a partir de la relación anterior:

(Hasselmann y Wibberenz, 1970; Jokipii, 1966)

$$K_{\parallel} = \frac{v^2}{4} \int_{-1}^1 \frac{(1-\mu^2)^2}{D_{\mu}(\mu)} d\mu \quad \lambda_{\parallel} = \frac{3v}{8} \int_{-1}^1 \frac{(1-\mu^2)^2}{D_{\mu}(\mu)} d\mu \quad 3.3.5$$

Combinando las relaciones 3.3.5 y 3.3.4 el camino libre medio se puede expresar como:

$$\lambda(R) = \lambda_0 (R/R_0)^{2-q} \quad 3.3.6$$

donde R es la rigidez de la partícula y λ_0 se encuentra relacionado al nivel de perturbaciones del campo.

III.4.- APROXIMACION FENOMENOLOGICA

(DE "PARTICULAS")

Una segunda línea de investigación es fenomenológica, en ella se resuelve la ecuación de Fokker-Planck (eq.3.2.6), con simetría radial, considerando diversas suposiciones que la simplifican, (Palmer, 1982; Ng, 1986; Wibberenz et al 1989) las soluciones se ajustan a los perfiles observados de intensidad y anisotropía de los eventos de partículas solares en consideración, (ver fig. 4.4) para así estimar la trayectoria libre media (λ). Una de las principales suposiciones de este método se encuentra en que propone una dependencia radial para el parámetro λ : $\lambda = r^b$. Donde el exponente 'b' depende del evento en cuestión.

Es importante mencionar que en esta aproximación el tratamiento es global; sólo se especifica el nivel general de dispersión (por medio del parámetro λ) y no sus variaciones con el

ángulo de paso, el cual nos daría más indicios sobre la naturaleza del proceso de dispersión.

Comparando los resultados que se obtienen para el camino libre medio, mediante el modelo estándar y la aproximación fenomenológica ('partículas'), se encuentra que difieren en aproximadamente un orden de magnitud. Siendo menor el que se calcula por medio del modelo estándar (Wibberenz, Hasselman and Hasselman, 1970; Quenby et al 1970, Quenby, 1983 y Ng, 1986). Se han realizado numerosos intentos para explicar esta discrepancia, discutiremos brevemente algunos:

1.- Es bastante frecuente que el índice espectral de los espectros de potencia del CMI sean mayores que uno (véase el cap. II). Para éste caso la TQL falla cuando $\mu = 0$; y la ecuación 3.3.4 no predice dispersión. Lo que significa que la trayectoria helicoidal no es una buena aproximación para el movimiento de las partículas. Las correcciones no lineales a la TQL se han dirigido a modificaciones cerca de $\mu = 0$, donde la dispersión puede ser considerablemente desinhibida por fluctuaciones relativamente grandes (Jones et al 1978) Debido a que cambios en la intensidad del campo forman espejos magnéticos, éstos se han introducido en los modelos teóricos para explicar los efectos cerca de $\mu = 0$ (Quenby, 1970; See and Volk, 1975; Goldstein, 1976). Sin embargo esta desinhibición de la dispersión cerca de $\mu = 0$ aumenta el coeficiente de difusión $D_{\mu}(\mu)$, disminuyendo el camino libre medio y aumentando la discrepancia.

2.- En 1975 Morfil y colaboradores parten de la suposición de que la dispersión en ángulo de paso no es debida a fluctuaciones axialmente simétricas con el campo medio (Modelo SLAB), propo-

nen un espectro de ondas de Alfvén oblicuas (ondas de Alfvén que se propagan a un ángulo con respecto al campo $\langle B \rangle$), encontrando que la trayectoria libre media es mayor (aumenta) por un factor de cinco, siempre que los vectores de onda tiendan a alinearse con la dirección radial. Pero las observaciones han indicado que aunque existe propagación radial de ondas (Mavromichalaki et al 1988), en general los vectores de onda tienden a alinearse a lo largo del campo B (Denskat y Burlaga, 1977).

3.- Dávila y Scott (1984) redujeron la dispersión para partículas con ángulo de paso cercano a los 90° por amortiguamiento de ondas, con número de onda grandes, en un plasma sin colisiones; además agregaron el efecto de espejo magnético debido a las compresiones del campo. Con base en los espectros de potencia promedio de la componente fluctuante del campo, obtienen un camino libre medio de 0.04 U.A. para protones con energías entre 5 Mev y 2 Gev. Este valor de λ es casi un orden de magnitud menor que el que calcula Goldstein (1976), pero es tres veces mayor al que predice la TQL.

4.- Schlickeiser (1988) supone que las ondas de Alfvén transversas se propagan superpuestas, paralela y aniparalelamente, éste hecho combinado con valores para los índices espectrales entre 2.1 y 2.2 le llevan a incrementar en un factor de diez con respecto al modelo estándar.

5.- Partiendo del hecho de que la interacción resonante es el proceso fundamental para la contribución difusiva del transporte de las partículas energéticas a través del Viento Solar. Goldstein y Matthaeus (1982) procedieron a aislar y considerar únicamente aquellas ondas con el sentido de polarización correcto para producir resonancia ciclotrónica. Esto les llevó a obtener un

camino libre medio de ≈ 0.3 UA, independiente de la energía de las partículas, más de acuerdo con los resultados de "partículas".

La corrección al coeficiente de difusión en ángulo de paso, considerando la helicidad de las fluctuaciones del CMI (Beeck and Wibberenz, 1986) esta dada por:

$$D_{\mu}(\mu) = A(|\mu|^{q-1} (1 - \text{sgn}(\mu)\sigma)) (1-\mu^2) \quad 3.3.7$$

Para σ : polarización circular neta. (véase capítulo II)

III.5.- APROXIMACION NUMERICA

(DE "CAMPO")

Una tercera línea de investigación consiste en la realización de simulaciones numéricas de la trayectoria de las partículas dentro de campos magnéticos, ya sea homogéneos con perturbaciones transversales superpuestas cuyos espectros de potencia sean iguales a los del CMI (Kaiser, et al 1978) ó usando datos del CMI colectados por los satélites (Moussas et al, 1978, 1982b). En esta sección describiremos brevemente ésta última aproximación numérica, llamada de 'campo'.

En la presente aproximación se toman en cuenta los datos del CMI, obtenidos por los magnetómetros de los satélites, para construir un modelo. El cual consiste en una serie de capas separadas por planos paralelos, el ancho de tales capas se determina por el producto de la velocidad del Viento Solar V_w con el intervalo de tiempo en el cual se obtiene cada muestra de campo magnético δt . Para ello se supone una velocidad del Viento Solar radial y constante. A cada capa se le asigna un vector magnético (constante) que

corresponde a la medida del magnetómetro (véase la figura 3.3). La trayectoria de las partículas se construye en base a elementos helicoidales en cada paso de integración.

La principal suposición de este método consiste en que, estadísticamente, las muestras del CMI tomadas por el satélite miden la misma clase de perturbaciones que se obtendrían si se siguiera un tubo de flujo.

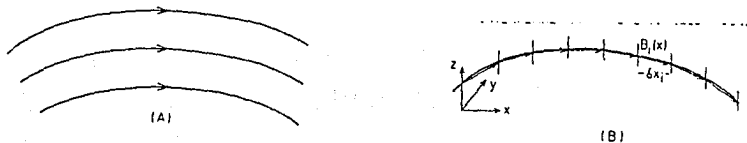


Fig 3.3.-Representación del modelo de capas del CMI. La curva suave (A) es representada por una línea poligonal(B) usando las medidas de los vectores de campo magnético.

Para calcular el coeficiente de difusión en ángulo de paso hacen uso de la técnica de Kaiser, Birmingham y Jones (1978): Se inyectan partículas cuyas posiciones y fases cambian aleatoriamente, pero con el mismo ángulo de paso inicial (μ_0), las partículas son removidas en dos fronteras: μ_1 y μ_r del punto de inyección. Debido a lo anterior la distribución inicial se relaja hasta alcanzar un estado estacionario. La ecuación para el flujo correspondiente es:

$$D_{\mu}(\mu) \frac{\partial}{\partial \mu} F(\mu, \infty) = - J_{1,r}$$

donde $F(\mu, \infty)$: es la distribución final estacionaria.

$J_{1,r}$: son los flujos en las fronteras.

Midiendo los flujos, se puede obtener $D_{\mu}(\mu)$ de la pendiente de la función de distribución y con la ecuación 3.3.3 el camino libre medio.

Los resultados para el camino libre medio que se obtienen por medio de esta aproximación, generalmente tienen valores intermedios con respecto a los modelos teórico (estándar) y fenomenológico. (Valdés-Galicia, 1990)

En el siguiente capítulo se utilizan los resultados del modelo estándar y las aproximaciones descritas en las dos últimas secciones para calcular las trayectorias libres medias de protones con 100MeV de energía. Para ello, hacemos uso de los datos del CMI obtenidos por los satélites durante el desarrollo de eventos de protones solares.

IV.- TRAYECTORIAS LIBRE MEDIA PARA PARTICULAS ENERGETICAS UTILIZANDO DATOS DE 3 EVENTOS DE PARTICULAS SOLARES

En el capítulo III mostramos que la investigación acerca de la propagación de partículas energéticas ha seguido tres aproximaciones. El camino libre medio es un parámetro para la magnitud de la dispersión, y por ello un patrón de comparación entre ellas.

Considerando los resultados obtenidos en el capítulo II, aquí obtenemos los caminos libres medios paralelos al campo magnético promedio (λ_s) para tres eventos de partículas solares. Dichas λ_s se obtienen mediante la aproximación que hace uso de la teoría Cuasi-lineal y el modelo SLAB para el campo magnético (modelo estándar) Adicionalment se calculan las λ_s , pero considerando el efecto de helicidad en las fluctuaciones del CMI. Para propósitos de comparación se presentan las λ_s que se obtienen por medio de la aproximación de 'partículas' y de 'campo'. (véase el capítulo III)

IV.1.- DESCRIPCION DE LOS EVENTOS

Los datos de campo magnético utilizados en ésta tesis fueron obtenidos por los satélites Helios I y II durante la ocurrencia de tres eventos de partículas solares. En los tres días analizados se produjo el estallido de una ráfaga que envió partículas energéticas hacia el medio interplanetario. A continuación resumiremos algunas características de dichos eventos:

a) El día 159 (7 de junio de 1980) estalló una ráfaga a las 3:15 Tiempo Universal TU (Neustock et al, 19), produciendo protones con energías entre 3 - 10 Mev. En ese momento el satélite se encontraba a una distancia heliocéntrica de 0.37 U.A. y conectado a la región coronal entre 2° y 11° de la región activa (Hale plage, 16886). En la figura 4.1 se encuentran los perfiles de anisotropía e intensidad para el evento

En el capítulo II mostramos que el Campo Magnético Interplanetario se encontraba excesivamente quieto. Debido a ello las partículas arrivaron totalmente colimadas y fueron prácticamente confinadas en un sector donde los vectores de campo magnético tenían dirección antisolar.

b) La ráfaga de el día 88 (28 de marzo de 1976) a las 19:08 T.U. (Ng, 1983) se produjo cuando el satélite Helios II se encontraba a una distancia heliocéntrica de 0.5 U.A. del Sol; magnéticamente conectado al punto 67° oeste de la región activa. El campo magnético interplanetario se encontraba ligeramente perturbado alrededor del patrón espiral arquimediano.

Se detectaron protones con energías entre 27-37 Mev. En la figura 4.1 se encuentran los perfiles de intensidad y anisotropía para dicho evento.

c) Para el día 101 (abril 11 de 1978) la ráfaga ocurrió a las 14:10 TU (Beeck y Wibberenz, 1986) produciendo protones de entre 27.1 - 37 Mev. en la figura 4.1 se encuentran los

perfiles de intensidad y anisotropía para el evento, cuando el satélite se encontraba a 0.48 U.A. del Sol.

Durante éste evento el campo magnético se encuentra altamente perturbado (cap II).

Es importante volver a señalar que la elección de estos tres días, fue llevada a cabo debido a que representan el comportamiento del campo magnético interplanetario fluctuante en diferentes niveles, durante un evento de partículas solares.

perfiles de intensidad y anisotropía

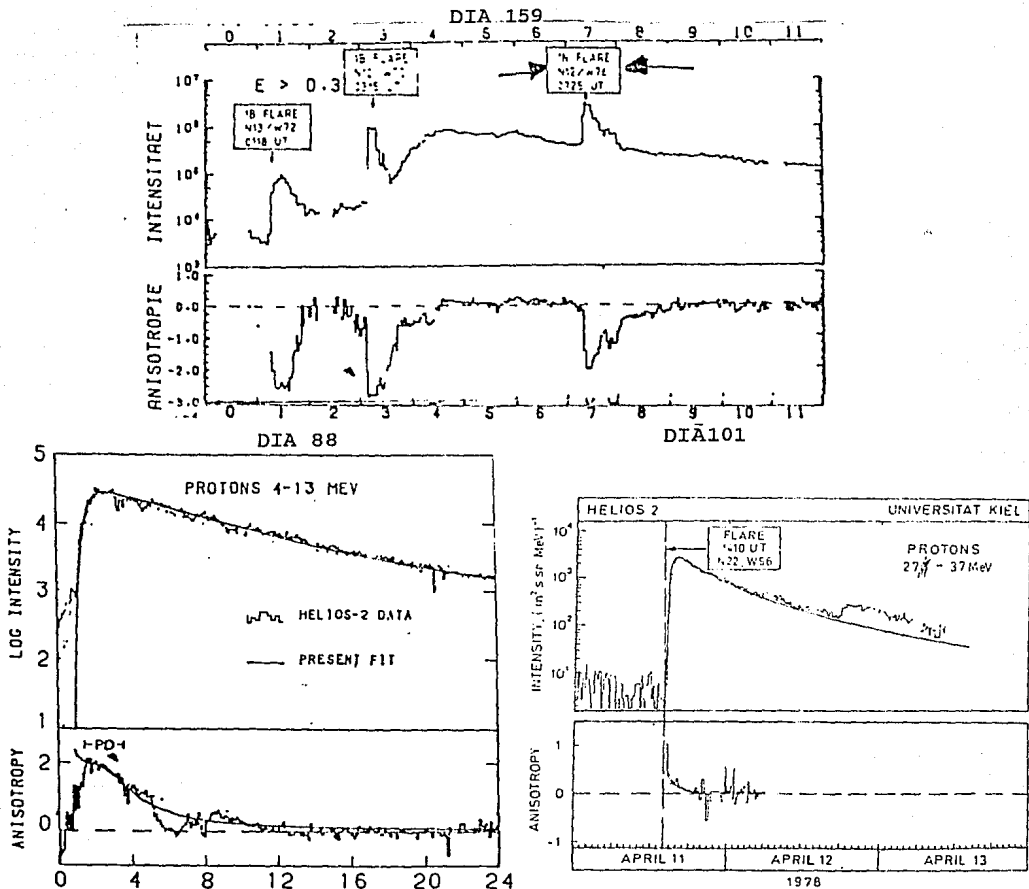


Fig. 4.1.- Perfiles de intensidad y anisotropía para los protones producidos durante los eventos de los días: 159, 88 y 101. La línea suave corresponde al ajuste. (Valdés-Galicia et al, 1988 y Bieber et al, 1980).

IV.2.- RESULTADOS

En las figura 4.2 se presentan las gráficas de los coeficientes de difusión en ángulo de paso para los tres días anteriormente señalados. Estas gráficas se obtuvieron por medio de la relación: 3.3.3, los espectros obtenidos en el capítulo II; considerando una velocidad promedio del Viento Solar de 400 km/s y una energía cinética para los protones de 100 Mev. Esto último se consideró con el propósito de comparar con los resultados de 'campo' (Valdés-Galicia et al, 1987), y con los de 'partículas' (Ng et al, 1983; Wibberenz, 1989). Las curvas reflejan lo que predice el modelo estándar: la dispersión es máxima en la mitad del ángulo de paso ($|\mu| \approx 0.4 \rightarrow 0.6$), dependiendo del índice espectral; tiende a cero en direcciones paralelas ($\mu=1$) y antiparalelas ($\mu= -1$) a la dirección del campo magnético promedio ó cuando $\mu=0$.

Superpuesta a la misma figura se encuentra la curva que también representa difusión en ángulo de paso, pero ahora considerando el efecto de la helicidad del campo magnético (eq.3.3.5). La simetría de $D(\mu)$ que se encuentra en el modelo estándar, se pierde cuando se toma en cuenta la helicidad del campo. Sin embargo, debido a que la polarización neta es pequeña el efecto de la helicidad es casi despreciable.

Por medio de las relaciones 3.3.4 obtuvimos los caminos libres medios paralelos al campo magnético promedio, tomando en cuenta la helicidad magnética, y sin considerarla. Las λ_s respectivas se encuentra en la tabla IV.1. Para más adelante comparar anexamos las λ_s obtenidas mediante las aproximaciones de partículas y de campo.

DIFUSION EN ANGULO DE PASO

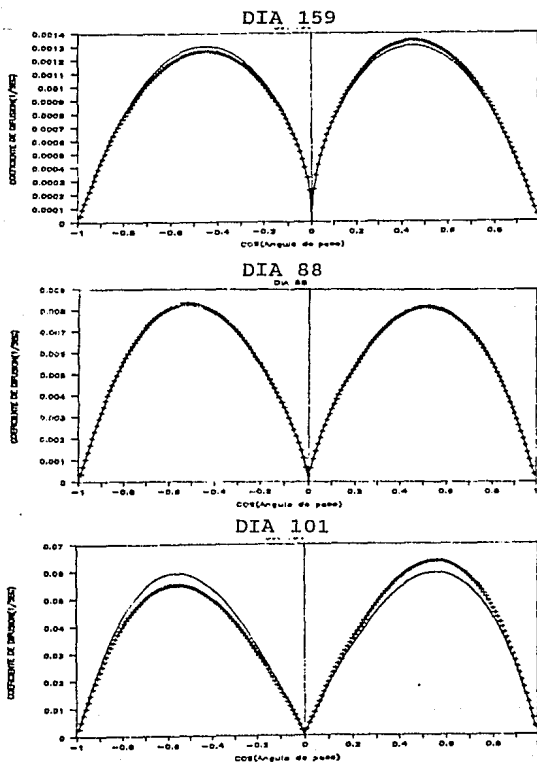


Fig. 4.2.- Difusión en ángulo de paso para tres días. La línea con maracas corresponde a la misma difusión, pero considerando el helicidad magnética.

TABLA IV.1

Día	TRAYECTORIA LIBRE MEDIA (U.A.)			
	ME	ME + H	'CAMPO'	'PARTICULAS'
159	0.434	0.434	≥ 2.000	> 0.500
88	0.117	0.117	0.070	> 0.500
101	0.038	0.037	0.014	0.030

Caminos libre medios obtenidos a partir de:

ME : Modelo estándar

ME + H : Modelo estándar más el efecto de helicidad.

De 'Partículas': Ajustes de los perfiles temporales de intensidad y anisotropía para los eventos.

De 'campo' : Simulaciones Numéricas utilizando el modelo de 'capas' para el CMI. (Valdés Galicia et al 1987)

IV.3.- ANALISIS DE RESULTADOS

De los resultados mostrados en la tabla anterior encontramos que para los tres eventos estudiados, los caminos libres medios (λ_s) obtenidos, mediante el modelo estándar con y sin la inclusión del efecto de helicidad del campo, son prácticamente las mismas (en el día 101 hay un factor del 2% entre ellas). Así que nuestros resultados no concuerdan con los de Matthaeus y Goldstein (1981), ya que ellos encuentran una $\lambda = 0.3$ U.A. Esto puede deberse a que utilizan datos del CMI obtenidos por los Viajeros I y II para distancias heliocéntricas entre 1 y 9 UA, y nuestros datos corresponden a regiones cercanas al Sol, (de 0.37 a 0.51 UA) donde

las condiciones son completamente distintas. Además de que ellos promedian sus datos sobre 48 segundos, despreciando con ello diversas irregularidades, y nosotros los analizamos sin promediar (8s). Tampoco durante la obtención de sus datos tuvieron eventos productores de partículas energéticas solares.

Con respecto a los valores para las λ_s , que se obtuvieron mediante la aproximación de 'partículas'¹ y de 'campo'², al compararse con las del modelo estándar se tiene lo siguiente:

a) Para el evento del Día 159.

i) ME/Partículas. (ME = modelo estándar)

La λ que proviene de la aproximación fenomenológica (>0.5) es mayor por un factor de 1.2 con respecto a la del modelo estándar. Lo que significa una gran concordancia entre ambas aproximaciones, contradiciendo lo generalmente aceptado: una diferencia de un orden de magnitud entre ambas. (Palmer, 1983).

ii) ME/campo.

En cuanto a la diferencia entre estos dos modelos, encontramos que en la simulación numérica la λ es mayor mayor por un factor de ≈ 5 .

¹ Las λ_s que se obtienen mediante la aproximación fenomenológica se consideran cómo una cota inferior.

² Para este modelo la λ es sólo una estimación aproximada debido a limitaciones de la técnica.

b) Para el evento del Día 88.

i) ME/Partícula.

En este caso, la aproximación fenomenológica da una λ mayor que la teórica en un factor de 4. Aún cuando hay diferencia, ésta es menor que la comunmente aceptada.

ii) ME/Campo.

En estas aproximaciones, la teórica da una λ mayor que la numérica por un factor de 1.7. También aquí tenemos diferencias con lo expresado por Valdés Galicia (1990) quien encuentra que los resultados numéricos (modelo de 'campo') siempre indican un mayor nivel de dispersión y por lo tanto una λ menor.

c) Para el evento del Día 101.

i) ME/Partículas.

Nuevamente en este evento las λ s obtenidas mediante ambas aproximaciones concuerdan significativamente; hay un factor máximo entre ellas de 1.3.

ii) ME/Campo.

En estas aproximaciones el modelo estándar da una λ mayor que la numérica, siendo el factor de ≈ 3 .

Para apreciar mejor las diferencias entre los caminos libres medios, obtenidos mediante las tres aproximaciones, en la figura 4.4 se encuentra un resumen para el evento del Día 101 obtenido por Valdés Galicia y colaboradores (1988). En dicha figura la

curva etiquetada como ME (modelo estándar) es la que se encontró en esta tesis por medio de la relación 3.3.6. Nótese que nuestros resultados difieren notablemente del que ellos encontraron (QLT): casi un orden de magnitud en las λ_s , a pesar de que también utilizaron el modelo estándar, pero concuerdan ampliamente con los resultados fenomenológicos (aproximación de 'partículas'). Dicha diferencia es probablemente causada por la forma como se obtuvieron los espectros: mientras que ellos hicieron el análisis considerando todo un día de datos, en esta tesis solo tomamos dos horas (alrededor del evento) con el propósito de asegurar la estacionariedad de las series.

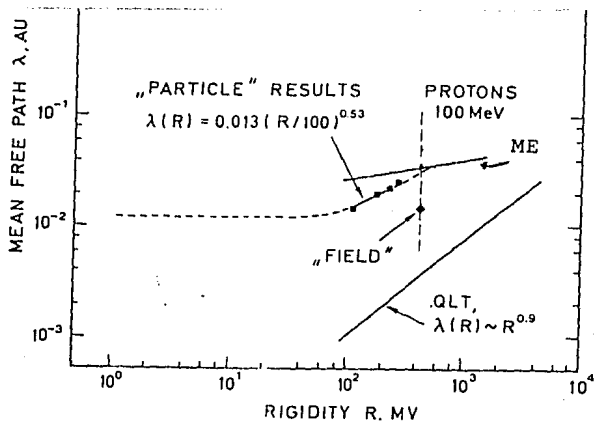


Fig.4.3.- Trayectorias libres medias para el evento del Día 101 mediante las tres aproximaciones. La curva ME representa los resultados de esta tesis para la aproximación estándar.

(Tomado de Valdés Galicia et al 1988)

IV.4.- CONCLUSIONES

Del análisis efectuado en el presente capítulo, los puntos importantes que podemos extraer son:

1.- Los caminos libres medios reflejan el nivel de perturbación del campo magnético. En el día 159 se tuvo la mayor λ ; por lo tanto es el menos perturbado. El día 101 presentó la menor λ , por lo que es el más perturbado. En el día 88 λ es intermedia; refleja cierto nivel de perturbación. Estos resultados confirman lo que se encontró en el capítulo II.

2.- El efecto de helicidad magnética no cambia los resultados que se obtienen por medio de la teoría cuasilineal. debido a que la helicidad neta es muy pequeña (véase el capítulo II).

3.- Para los tres eventos estudiados encontramos que las λ_s que predice la aproximación teórica (TQL) son iguales ó semejantes a los que se obtienen mediante la aproximación fenomenológica (de 'partículas'). Contradiciendo los resultados que sistemáticamente se habían obtenido (Palmer, 1982). Este es un resultado sorprendente, no lo esperabamos y tenemos algunas hipótesis: una de ellas es que durante mucho tiempo se consideró el espectro de potencias obtenido por Jokipii (1971) como un espectro típico del CMI, en base a ello se obtenían los coeficien

tes de difusión y caminos libres medios; utilizando la teoría Cuasilineal.

Después, cuando se consideraron los espectros particulares para cada día, se tomaba todo un día de datos promediados. Pero cuando se promedia una serie se suaviza, perdiendo información.

Más adelante, se tomaban las series completas con los datos originales, sin revisar la estacionaridad de las series; las cuales generalmente no lo son, no pudiéndose en ese caso realizar un análisis espectral.

Es por ello que en esta tesis sólo consideramos dos horas de datos, pero las tomamos alrededor del evento. Esto último con el fin de tener las condiciones en las que se encuentran las partículas cuando interaccionan con el campo magnético.

CONCLUSION GENERAL

El objetivo general de este trabajo se cumplió satisfactoriamente. El análisis espectral realizado a las series de campo magnético mostró que la selección de ellas fue correcta: tres series de datos que corresponden a tres días con diferente nivel de perturbación. También encontramos que las fluctuaciones en los tres días tienen alto nivel de helicidad, pero una helicidad neta despreciable. Esto significa que se tienen la misma proporción de fluctuaciones polarizadas circularmente hacia la derecha cómo hacia la izquierda.

Con el propósito de mantener la estacionariedad en los datos sólo consideramos dos horas de ellos (el intervalo temporal es de 8seg.), pero para mantener las condiciones en que las partículas energéticas se encuentran en su recorrido a través del medio interplanetario los datos considerados se tomaron alrededor del evento productor de partículas.

Como consecuencia de la baja helicidad neta el efecto sobre la propagación de las partículas (dentro del marco de la teoría cuasilineal) no es significativo.

Un resultado interesante se encontró cuando se compararon los resultados para los caminos libres medios que se obtuvieron en este trabajo por medio de la aproximación estándar con la fenomenológica: las λ_s no difieren en un orden de magnitud como ha ocurrido a lo largo de las investigaciones, sino que son comparables.

Concluimos que la diferencia en los resultados se encuentra en la forma de obtener los espectros, éstos sólo se pueden calcular a partir de series estacionarias. Y generalmente no se revisa esta condición.

APENDICE A

ECUACION DE FOKKER PLANCK

(Chandrasekhar, 1943)

La ecuación de Fokker-Planck es una ecuación muy general en Física, describe cualquier fenómeno que se pueda representar, ó aproximar, mediante un proceso markoviano.

Un proceso de Markov es aquel en el que el estado de un sistema en el futuro no depende del pasado, si no solamente del presente. Una manera formal de definirlo es la siguiente:

Sea $X(t)$ un proceso aleatorio, entonces $X_n = X(t_n)$

con $t_n > t_{n-1} > \dots > t_1 > t_0$ es un proceso de Markov, siempre que se cumpla que la densidad de probabilidad satisfaga:

$$\rho(X_n|X_{n-1}, X_{n-2}, \dots, X_1, X_0) = \rho(X_n|X_{n-1}) \quad A.1$$

donde la notación $\rho(a|b)$ significa la densidad de probabilidad de que suceda 'a' si 'b' sucedió. Esto es, en un proceso de Markov la probabilidad de que ocurra X_n depende sólo del valor que tomó X_{n-1} y no de los valores que tomaron X_{n-2}, X_{n-3}, \dots etc.

Una propiedad importante de este tipo de procesos, es que satisfacen la relación de Chapman-Kolmogorov (Smolochowski, 1905):

$$\rho(X_2|X_0) = \int \rho(X_2|X_1)\rho(X_1|X_0)d(X_1)$$

donde hemos tomado $n=2$.

Si identificamos X_1 con el tiempo t , X_2 con $x(t+\Delta t)$ y suponemos que $\rho(X_0) = \delta(x-X_0)$. Entonces la ecuación A.2 se puede reescribir como:

$$\rho(x, t+\Delta t) = \int \rho(x-\Delta x, t) \Psi(x-\Delta x; \Delta x) d(\Delta x) \quad A.3$$

donde $\Psi(\mathbf{x}-\Delta\mathbf{x};\Delta\mathbf{x})$ es la probabilidad de transición de que $\mathbf{x}-\Delta\mathbf{x}$ experimente un incremento $\Delta\mathbf{x}$ en el tiempo t .

Suponemos que $\Delta\mathbf{x}$ es pequeño, de tal forma que expandiendo en serie de Taylor $\rho(\mathbf{x}, t+\Delta t)$, $\Psi(\mathbf{x}-\Delta\mathbf{x};\Delta\mathbf{x})$ y $W(\mathbf{x}-\Delta\mathbf{x})$, obtenemos:

$$\begin{aligned} W(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t^2) = \\ = \iiint [\rho(\mathbf{x}, t) - \sum \frac{\partial \rho}{\partial u_i} \Delta u_i + \frac{1}{2} \sum \frac{\partial^2 \rho}{\partial u_i^2} \Delta u_i^2 + \sum \frac{\partial^2 \rho}{\partial u_i \partial u_j} \Delta x_i \Delta x_j + \dots] \cdot \\ [\Psi(\mathbf{x}; \Delta\mathbf{x}) - \sum \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{1}{2} \sum \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_i^2} \Delta u_i^2 + \sum \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_i \partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j + \dots] \cdot \\ \cdot d(\Delta x_1) d(\Delta x_2) d(\Delta x_3) \end{aligned}$$

Definiendo los promedios $\langle \Delta x_i \rangle$ sobre el ensamble:

$$\langle \Delta x_i \rangle = \int \Delta u_i \Psi(\mathbf{x}; \Delta\mathbf{x}) d(\Delta\mathbf{x})$$

$$\langle \Delta x_i^2 \rangle = \int \Delta u_i^2 \Psi(\mathbf{x}; \Delta\mathbf{x}) d(\Delta\mathbf{x})$$

$$\langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle = \int \Delta u_i \Delta u_j \Psi(\mathbf{x}; \Delta\mathbf{x}) d(\Delta\mathbf{x})$$

sustituyendo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t^2) = - \sum_i \frac{\partial \rho}{\partial u_i} \langle \Delta u_i \rangle + \frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial^2 \rho}{\partial u_i^2} \langle \Delta u_i^2 \rangle + \\ + \sum_{i < j} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i \partial x_j} \langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle - \sum_i \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \langle \Delta x_i \rangle + \\ + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \langle \Delta x_i^2 \rangle \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \sum_{i=j} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle + \\ + -\frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \langle \Delta x_i \rangle \rho + \sum_{i < j} \rho \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle + O(\Delta t) \end{aligned}$$

Tomando el límite cuando $\Delta t \Rightarrow 0$ y reescribiendo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \sum_1 \frac{\partial}{\partial x} (\rho \langle \Delta x_1 \rangle) + \frac{1}{2} \sum_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\rho \langle \Delta x_1^2 \rangle) + \sum_{1 < j} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_j} (\rho \langle \Delta x_1 \Delta x_j \rangle)$$

Esta es la ecuación de Fokker-Planck en su forma más familiar, describe la evolución de la función de probabilidad. En el capítulo IV la utilizamos para estudiar la propagación de las partículas energéticas a través del medio interplanetario..

APENDICE B
TENSOR DE CORRELACION PARA FLUCTUACIONES
HOMOGENEAS AXISIMETRICAS

En este apéndice revisamos brevemente la teoría desarrollada por: Batchelor(1960) y Robertson(1940); para construir tensores de correlación en turbulencia homogénea axisimétrica.

Considere la cantidad escalar F definida como:

$$F = F(a, b, \dots) = a \cdot R(\zeta) \cdot b \quad \text{B.1}$$

donde: $R(\zeta)$ = tensor de correlación de dos puntos ($p(x_1); p'(x_1')$).

a, b vectores arbitrarios.

$$\zeta = x_1' - x_1$$

Para turbulencia axisimétrica, la forma $F(\zeta, a, b)$ debe permanecer invariante ante rotaciones arbitrarias de los ejes de referencia alrededor de una dirección dada, definida por el vector unitario λ , ó por reflexiones de los ejes en planos a través de λ . Si removemos la restricción para el tipo de rotación ó reflexión, entonces la forma $F(\zeta, \lambda, a, b)$ debe permanecer invariante ante rotaciones arbitrarias ó reflexiones de los ejes de referencia. La relación entre las propiedades de las formas para turbulencia isotrópica y axisimétrica es directa: mientras que en el caso isotrópico $F(\zeta, a, b)$ debe permanecer invariante ante rotaciones arbitrarias ó reflexiones de la configuración formada por los vectores: ζ, a, b ; en el caso axisimétrico el vector λ debe agregarse a la configuración que debe permanecer inalterada. En otras palabras la condición para que $F(\zeta, a, b)$ sea axisimétrica es idéntica para que $F(\zeta, \lambda, a, b)$ sea forma isotrópica.

En la figura b1 se muestra la configuración para el caso de 2 vectores arbitrarios: a en P y b en P'.

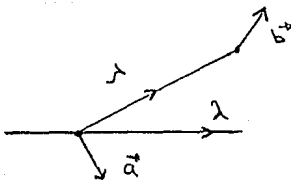


Fig. b.1.-

A partir de lo anterior, se pueden utilizar los resultados de la teoría de invariantes (Robertson 1940) para obtener información acerca de la dependencia de tensores axisimétricos con respecto a los vectores ζ, λ, a y b . Robertson mostró que la forma escalar puede expresarse en términos de invariantes fundamentales; bajo las mismas operaciones de invariancia. Estos invariantes fundamentales son las combinaciones de los productos escalares, entre pares, de los vectores a, b, ζ y λ :

$a_i b_i, a_i \zeta_i, \dots$. Los productos escalares como $a_i a_i, \dots$, pueden ignorarse, ya que representan la unidad, también: $\zeta_i \zeta_i, \dots$, debido a que F es lineal.

Los determinantes ó productos vectoriales como $\epsilon_{ijk} a_i b_j \zeta_k$ son también invariantes fundamentales bajo rotaciones rígidas de la configuración, pero cambian de signo cuando la configuración es reflejada en cualquier punto. Por lo tanto dichos invariantes no son parte de una forma isotrópica

Escogiendo la combinación de productos escalares conforme a

la relación B1 obtenemos la forma general de F:

$$F(\zeta, \lambda, a, b) = A(a \cdot \zeta) (\zeta \cdot b) + B(a \cdot b) + C(a \cdot \lambda) (\lambda \cdot b) \\ + D(a \cdot \lambda) (\zeta \cdot b) + E(a \cdot \zeta) (\lambda \cdot b)$$

donde A, B, C, D, E son funciones escalares de $(\zeta \cdot \zeta) = r^2, (\lambda \cdot \zeta) = \mu r$.

El tensor axisimétrico asociado a la forma anterior es:

$$F_{ij} = A \zeta_i \zeta_j + B \delta_{ij} + C \lambda_i \lambda_j + D \lambda_i \zeta_j + E \lambda_j \zeta_i$$

donde:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases}$$

En el capítulo III se utiliza este tensor para fluctuaciones simétricas con el eje z.

APENDICE C

TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER

El análisis espectral de series de tiempo ha sido una importante técnica para el estudio de las variaciones del CMI. En esta tesis se realizó dicho análisis para tres series de datos de campo magnético, obtenidas por los satélites Helios durante el desarrollo de eventos de partículas (véase capítulo II). El método utilizado para obtener los espectros fue el de la Transformada Rápida de Fourier (FFT). De manera general, en este apéndice mostraremos en que consiste dicho método. Para una explicación detallada consúltese el libro de Bendat y Piersol (1971).

Suponiendo que $x(t)$ sea una serie estacionaria y ergódica, se define su transformada de Fourier de rango finito como:

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad C.1$$

suponiendo también que dicha serie se compone de N puntos igualmente espaciados (8 seg. en nuestros datos), entonces $x(t)$ la podemos escribir como:

$$x_n = x(nh) \quad \text{con } n = 0, \dots, N-1$$

$$h = \text{longitud del espaciado}$$

Considerando lo anterior, la versión discreta de la ecuación

Al es:

$$X(f, T) = h \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-i2\pi f n h) \quad \text{C.2}$$

Donde los valores para las frecuencias discretas estan dados por:

$$f_k = k f_0 = k/T = k/Nh \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

A estas frecuencias, los valores transformados dan las componentes de fourier:

$$X_k = \frac{x(f_k, T)}{h} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-i2\pi k n / N) \quad \text{C.3}$$

El método FFT fue diseñado para calcular X_k .

Para simplificar la notación, llamemos:

$$W(u) = \exp(-i2\pi u / N)$$

nótese que $W(N) = 1$, y para toda u y v :

$$W(u+v) = W(u)W(v)$$

Si igualmente denotamos:

$$X(k) = x_k \quad \text{y} \quad x(n) = x_n$$

entonces, la ecuación A.3 se puede escribir:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W(kn) \quad \text{C.4}$$

Escrita de esta manera observamos que la transformada de fourier de $x(n)$ (cuando $x(n)$ se expresa como una serie de N terminos) requiere de un total de aproximadamente N^2 operaciones complejas de sumas y multiplicaciones (1 operación compleja = 4 operaciones reales).

El método FFT esta basado en la representación de N como un producto de números enteros (diferentes de la unidad), para posteriormente calcular las transformadas de fourier sobre los números que representan el producto. En particular si N es producto de p factores, tales que:

$$N = \prod_{i=1}^p r_i = r_1 \cdot r_2 \cdots r_p$$

donde los r_i son todos los enteros mayores que la unidad.

Entonces se puede demostrar (véase Bendat y Piersool, 1971), que las $X(k)$ de la ecuación A.4 quedan determinados por calculos iterativos, al sumar los p términos,

Las transformadas de fourier para N/r_1 , requieren $4r_1^2$ operaciones reales. De la misma forma para $N/r_2, N/r_3, \dots, N/r_p$.

De aquí que el número total de operaciones reales es:

$$4(Nr_1 + Nr_2 + Nr_3 + \dots + Nr_p) = 4N \sum_{j=1}^p r_j$$

Por lo tanto la razon de rapidez del procedimiento FFT con respecto a otros, cómo el de Blackman-Tukey (Bendat y piersol, 1971), es:

$$\text{razón de rapidez} = \frac{N^2}{4N \sum_{j=1}^p r_j}$$

de donde para $N = 2^p$ (tal es el caso en esta tesis) tenemos:

$$\sum_1^p r_j = 2p = 2\log_2 N$$

y la razón de rapidez = $N^2/8p$.

Esta es la principal ventaja del método FFT con respecto a otros; la rapidez!.(para mayor información y el algoritmo, puede verse el libro antes citado.)

BIBLIOGRAFIA

- [1] Barnes A. 1979, Parker Kennel and Lanzerotti (Eds.)
- [2] Barnes A. and Hollweg J.V. 1974 *J. Geophys. Res.* 79, 2302.
- [3] Batchelor G.K. 1960 *The Theory of Homogeneous Turbulence*
Cambridge Press
- [4] Beck J. and Wibberenz G. 1986 *Astrophys. J.* 311, 437.
- [5] Belcher J.W.; Davis L. and Smith E.J. 1969 *J. Geophys. Res.* 74,
2302
- [6] Belcher J.W. and Davis L. 1971 *J. Geophys. Res.* 76, 3534.
- [7] Bendat J. and Piersol A. 1971 *Random Data* Wiley-Interscience.
- [8] Bieber J.W., Earl J.A., Green G., Kunow H., Muller-Mellin R. and
Wibberenz G. 1980 *J. Geophys. Res.* 85, 2513.
- [9] Bruno R. and Dobrowolny 1986 *Ann. Geophys.* 34, 353.
- [10] Burlaga L.F. 1979 *SPACE SCI. REV.* 23, 201.
- [11] Burlaga L.F. 1972a en C.P. Sonett, P.J. Coleman, Jr. and J.M. Wilc
(Eds.) *The solar Wind* NASA SP-308 P 309.
- [12] Burlaga L.F. and Ness N. F. 1969 *Solar Phys.* 9, 467.
- [13] Coleman P.J. and Rosenberg R.L. 1971 *J. Geophys. Res.* 76, 2717.
- [14] Coleman P.J. 1968 *Astrophys J.* 153, 371.
- [15] Coleman P.J. and Hedecoch 1975
- [16] Compton A.M. and Getting J.A. 1935 *Phys. Rev.* 47, 817.
- [17] Dávila J.M. and Scott 1984 *Astrophys. J.* 285, 400.
- [18] Denskat K.U. and Neubauer F.M. 1982 *J. Geophys. Res.* 87, 2215.
- [19] Denskat K.U. and Burlaga L.F. 1977 *J. Geophys. Res.* 83, 2215.
- [20] Fisk L. A. 1976 *J. Geophys. Res.* 81, 4646.

- [21] Fisk L.A. 1974 en Parker et al (Ed.) *Solar Sistem Plasma Phys.*
North-Holland P. 323.
- [22] Forman M.A. 1970 *Planet. Space Sci.* 18, 25.
- [23] Gleason L. and Axford W. 1967 *Astrophys. J. Lett.* 149, L115.
- [24] Gleason L. and Axford W. 1968 *Astrophys. Space. Sci.* 49,83.
- [25] Goldstein M.L. 1976 *Astrophys. J.* 204, 900.
- [26] Goldstein M.L. and Matthaeus 1982 *J. Geophys. Res.* 87, 6011.
- [27] Hasselman K. and Wibberenz G. 1969 *Z. Geophys.* 34, 353.
- [28] Hasselman K. and Wibberenz G. 1970 *Astrophys J.* 162, 1049.
- [29] Hedgecock P.C. 1975 *Solar Phys.* 44, 205.
- [30] Hollweg J.V. 1970 *J. Space Geophys. Res.* 75, 2403.
- [31] Hollweg J.V. 1974 *Publ. of Astrono. Sc. of the Pacific* 86, 561.
- [32] Hudson P.D. 1971 *Planet Space Sci.* 19, 1693.
- [33] Jackson J.D. 1965 *Classical Electrodynamics* Wiley New York.
- [34] Jokipii J.R. 1966 *Astrophys. J.* 146, 408.
- [35] Jokipii J.R. 1971 *Rev. Geophys. Sp. Phys.* 9, 27.
- [36] Jokipii J.R. and Coleman P.J. 1968, *J. Geophys. Res.* 73, 5495.
- [37] Jokipii J.R., Levi E.H. and Hubbard W.B. 1977 *Astrophys. J.*
213, 861.
- [38] Jones F.C. Kaiser T.B. and Birmingham 1973 *Proc. 13th. Int. C.R.*
Conf. 3, 322.
- [39] Kuntsmann J. 1979 *The moon and The Planets* 18, 91.
- [40] Kaiser T.B., Birmingham T.J. and Jones F.C. *Phys. Fluids* 31, 370.
- [41] Lerche I. 1975 *Astrophys. Space Scy.* 309.
- [42] Levy 1975
- [43] Lüst R. 1959 *Fortschritte Phys.* 7, 503.

- [44] Matthaeus and Goldstein 1982 *Phys. Rev. Lett.* 48, 1256.
- [45] Mavromichalaki H., Moussas X., Quenby J.J., Valdes-Galicia J.F.,
Smith E.M. and Thomas B.T. 1988 *Solar Phys.* 116, 377.
- [46] Mariani F. Bavassano B. Villante V. and Ness N.F. 1973
J. Geophys. Res. 78, 8011.
- [47] Morfil G.E. 1975 *J. Geophys. Res.* 1783, 1975.
- [48] Moussas X., Quenby J.J. and Valdes-Galicia J.F. 1978 *Astrophys.*
Sci. 58, 483.
- [49] Moussas X., Quenby J.J. and Valdes-Galicia J.F. 1982b *Astrophys.*
Sci. 86, 185.
- [50] Neugebauer M. 1975 *SPACE SCI. REV.* 17, 221.
Solar Sistem Plasma Physics, North Holland Publishing Company.
- [51] Ness, N.F. and Wilcox, J.M. 1964, *PHYS. REV. LETT.* 13, 641.
- [52] Ng C.K. and Gleeson L.J. 1971 *Proc. 12th. Int. C.R. Conf.* 2. 498.
- [53] Palmer I.D. 1982 *Rev. Geophys. Sp. Phys.* 20, 335.
- [54] Parker, E.N. 1963 *Interplanetary Dynamical Processes* Interscience
New York.
- [55] Parker, E.N. 1958 *Astrophys. J.* 128, 664
- [56] Quenby J.J., Balogh A., Engel A.R., Elliot H., Hedgecock P., Hynd
and Sear J.F. 1970 *Acta Physica Hungaricae.* 29, 445.
- [57] Robertson H.P. 1940 *Proc. Roy. Soc. A*, 165, 195.
- [58] Rosenberg R.L. 1970, *J. Geophys. Res.* 75, 5310.
- [59] Schatten K.H. 1971 *Rev. Geophys. Space. Sci.* 9, 773.
- [60] Schlikeiser R. 1988 *J. Geophys. Res.* 93, 2725.
- [61] Smith E.J. and Wolfe J.H. 1979 *Space Sci. Rev.* 23, 217.
- [62] Smoluchowsky M.Von. 1906 *Ann Phys.* 21, 756.

- [63] Sonett C.P. Colburn D.S. Davis L. Smith E.J. and Coloeman P.J.
1964 *Phys. Rev. Lett.* 13, 153.
- [64] Valdes-Galicia J.F., Quenby J.J. and Moussas X. 1987 *Comunicaciones técnicas Inst. de Geofísica*
- [65] Valdes-Galicia J.F., Wibberenz G., Quenby J.J. Moussas X., Green and Neubauer F.N. 1988 *Solar Phys.* 117, 135.
- [66] Wibberenz G., Kecskemety K., Kunow H., Somogyi A., Iwers B., Logachev Yu.I. 1989 *Solar Phys.* 124, 353.
- [67] Wibberenz G., Hasselmann K. and Hasselmann D. 1970 *Acta Phys. Hungaricae* 29 Suppl.2, 37.
- [68] Wilcox, J.M. and Ness, N.F. 1965, *J. Geophys. Res.* 70, 5793.
- [69] Wilcox, J.M. and Colburn, D.S. 1969 *J. Geophys. Res.* 74, 2388.
- [70] Wilcox, J.M. and Colburn, D.S. 1970 *J. Geophys. Res.* 75, 6366.
- [71] Wilcox, *p+30XJ.M. and Colburn, D.S. 1972 *J. Geophys. Res.* 77, 751