

01168

ANALISIS DE CONFIABILIDAD APLICADO A LAS CIMENTACIONES DEL VALLE DE MEXICO

MARCO ANTONIO MONTUFAR BENITEZ

TESIS
Presentada a la División de Estudios de
Posgrado de la
FACULTAD DE INGENIERIA
de la
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener
el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA
INVESTIGACION DE OPERACIONES

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ciudad Universitaria, D.F. , Octubre de 1992



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

- 1 INTRODUCCION
- 2 TEORIA DE LA CONFIABILIDAD
 - 2.1 CONFIABILIDAD DE LOS SISTEMAS INGENIERILES
 - 2.2 ANALISIS Y ESTIMACION DE LA CONFIABILIDAD
 - 2.2.1 Problema básico
 - 2.2.2 Calculos de confiabilidad para distribuciones comunes
 - 2.2.3 Formulación en términos de segundos momentos
 - 2.2.4 Funciones lineales de comportamiento
 - 2.2.5 Funciones no lineales de comportamiento
 - 2.2.6 Confiabilidad de sistemas
- 3 FUENTES DE INCERTIDUMBRE EN EL DISEÑO DE CIMENTACIONES
 - 3.1 TIPOS DE CIMENTACIONES EN VALLE DE MEXICO
 - 3.1.1 Cimentaciones superficiales
 - 3.1.2 Cimentaciones compensadas
 - 3.1.3 Cimentaciones sobre pilotes de punta
 - 3.1.4 Cimentaciones sobre pilotes de fricción
 - 3.2 VERIFICACION DE LAS CIMENTACIONES DE ACUERDO CON EL REGLAMENTO DE CONSTRCCION DEL D.F.
 - 3.2.1 Principios generales
 - 3.2.2 Estados límite de servicio y estados límite de falla
 - 3.3 INCERTIDUMBRES
 - 3.3.1 Inventario de fuentes de incertidumbre
 - 3.3.2 La incertidumbre en las cargas permanentes y vivas
 - 3.3.3 Incertidumbre en las propiedades del suelo
- 4 ANALISIS DE CONFIABILIDAD APLICADO A CIMENTACIONES
 - 4.1 ASENTAMIENTOS DE CIMENTACIONES
 - 4.2 ANALISIS DE CONFIABILIDAD CON CARGAS ALEATORIAS
 - 4.3 ANALISIS DE CONFIABILIDAD CON CARGAS Y PROPIEDADES DEL SUELO ALEATORIAS
- 5 CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFIA

ANEXO 1: CALCULOS PARA CIMENTACIONES CUADRADAS

ANEXO 2: CALCULOS PARA CIMENTACIONES RECTANGULARES

ANEXO 3: CALCULOS PARA ASENTAMIENTOS DIFERENCIALES

ANEXO 4: PROGRAMA "BETA"

ANEXO 5: CALCULOS PARA LA ECUACION DE PECK

1. INTRODUCCION

La revisión de los casos de comportamiento deficiente de cimentaciones en la ciudad de México durante el sismo de 1985 mostró que un factor importante en este comportamiento fue la incertidumbre que existía en el momento del diseño respecto a las propiedades del suelo, a la geometría de la construcción y sobre todo a las cargas estáticas y dinámicas que tendría que soportar la cimentación (Auvinet y Mendoza, 1986). Lo anterior pone de manifiesto las limitaciones que presentan los análisis deterministas. En esta tesis, después de revisar los principios de la teoría de la confiabilidad, se muestra como pueden ser aplicados al problema de las cimentaciones en el valle de México. Se analiza en particular la confiabilidad de cimentaciones superficiales en cuanto al cumplimiento de los estados límite de servicio, tomando en cuenta las variaciones aleatorias de los diferentes factores que afectan su comportamiento. Se sugiere que, tomando en cuenta las condiciones geotécnicas tan difíciles de la ciudad de México y las múltiples incertidumbres presentes en el diseño, se recurra en el futuro a soluciones que sean "robustas" es decir que presenten una alta confiabilidad.

2. TEORIA DE LA CONFIABILIDAD

2.1 CONFIABILIDAD DE LOS SISTEMAS INGENIERILES

Uno de los principales objetivos en el diseño de los sistemas ingenieriles es la seguridad en la ejecución de sus funciones dentro de ciertas restricciones económicas. Sin lugar a duda, lograr un alto nivel de seguridad debe ser una responsabilidad primaria de los ingenieros. El alcanzar este objetivo, sin embargo, no es una tarea simple.

El riesgo está implícito en todos los sistemas ingenieriles. La mayor parte de los diseños de sistemas ingenieriles se realizan con información incompleta. Muchas decisiones que son requeridas durante el proceso de planeación y diseño se toman invariablemente bajo condiciones de incertidumbre. Lo anterior conduce a casos de malos funcionamientos o fallas con las consecuencias adversas asociadas. No es factible (prácticamente o económicamente) asegurar totalmente el buen funcionamiento de los sistemas ingenieriles.

En el caso de una estructura, la seguridad es claramente una función de la carga máxima (o combinación de cargas) que puede ser impuesta en la vida útil de la estructura. La seguridad estructural también depende de la resistencia o capacidad de carga de la estructura o sus componentes. Debido a que tanto la carga máxima como la resistencia real de una estructura son difíciles de predecir

exactamente, y cualquier predicción está sujeta a incertidumbre, no es posible establecer la seguridad absoluta de la estructura. Realísticamente, la seguridad solo puede ser estimada en términos de la probabilidad de que la resistencia (o capacidad estructural) sea adecuada para soportar la carga máxima.

En el caso de sistemas hidrológicos y de recursos acuíferos, la disponibilidad de oferta de agua (de todas las fuentes) relativa a la máxima demanda de usuarios es de importancia en la planeación y diseño de un sistema hidráulico. La oferta disponible de las diferentes fuentes puede ser altamente variable, mientras el número de los usuarios puede también fluctuar significativamente, en forma tal que las predicciones en ambos casos estén sujetas a incertidumbres significantes. Consecuentemente, en el diseño de un sistema de distribución de agua, el buen funcionamiento del mismo puede ser planteado en términos de la probabilidad de que la oferta satisfaga a la demanda.

Tales problemas de confiabilidad son también comunes a muchos otros sistemas ingenieriles; ellos involucran una determinación del grado de seguridad del funcionamiento de un sistema durante su vida útil. El problema puede ser invariante con el tiempo, cuando los estados del sistema no cambian con el tiempo; sin embargo, los problemas de confiabilidad pueden ser también tiempo-dependientes, tal como en el caso de estructuras cuya capacidad se deteriora con el tiempo y uso (por ejemplo debido a la fatiga).

En este contexto, podemos definir a la *confiabilidad* como una medida probabilista del grado en que un sistema ejecutará las funciones para las cuales fue diseñado.

2.2 ANALISIS Y ESTIMACION DE LA CONFIABILIDAD

2.2.1 Problema básico

Como se ha explicado en la sección 1.1, los problemas de confiabilidad de sistemas ingenieriles pueden ser básicamente tratados como un problema de *oferta* versus *demanda*. En otras palabras, los problemas de confiabilidad ingenieril pueden ser formulados como la determinación del grado en que la capacidad (de oferta) satisface a los requerimientos (de demanda). En la consideración de la confiabilidad de una estructura, preocupa la seguridad de que la resistencia de la estructura (oferta) sea suficiente para resistir las cargas máximas aplicadas (demanda), durante toda la vida útil. En el caso de la confiabilidad de un sistema de control de escurrimientos,

el interés deberá estar en la capacidad (oferta) de los reservorios o presas para controlar los flujos máximos (demanda) que puedan ocurrir durante la vida útil del sistema. Mientras en el caso de un sistema de distribución de agua, el interés está en la disponibilidad de agua (oferta) relativa a los requerimientos de ella (demanda).

En realidad, la determinación de la oferta disponible, tanto como la determinación de la demanda máxima no son problemas simples. La estimación y predicción son invariablemente necesarias para estos propósitos; en estos procesos (los cuales pueden incluir elementos de juicio), las incertidumbres son inevitables por la simple razón de que la información ingenieril es invariablemente incompleta. A la luz de tales incertidumbres, la oferta disponible y la demanda actual no pueden ser determinadas precisamente y solo pueden ser descritas dentro de sus intervalos de variación. Con el propósito de representar o reflejar explícitamente el significado de la incertidumbre, la oferta disponible y los requerimientos de demanda pueden ser modelados como *variables aleatorias*. En estos términos la confiabilidad de un sistema puede ser más realísticamente medida en términos probabilistas. Para tal propósito se definirán las siguientes variables aleatorias:

X : Capacidad de oferta

Y : Demanda

El objetivo del análisis de confiabilidad es entonces evaluar la probabilidad $P[X > Y]$ a través de la vida útil, o alguna vida específica del sistema ingenieril. Esta probabilidad por lo tanto representa una medida realista de la confiabilidad del sistema; inversamente, la probabilidad del evento complementario $\{ X < Y \}$ es la medida de no confiabilidad o *probabilidad de falla*.

Suponiendo por el momento, que las distribuciones o densidades de probabilidad de X y Y están disponibles, esto es, $F_X(x)$ o $f_X(x)$ y $F_Y(x)$ o $f_Y(y)$ son conocidas. Las probabilidades requeridas pueden entonces formularse como sigue:

$$\text{Confiabilidad} = C = P [X > Y] = P [X - Y > 0] \quad (1)$$

Si las variables aleatorias X y Y son continuas, estadísticamente independientes y están definidas de $-\infty$ a ∞ , la expresión (1) toma la forma (Kapur y Lamberson, 1977):

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \left[\int_{-\infty}^x f_Y(y) dy \right] dx = \int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y) \left[\int_y^{\infty} f_X(x) dx \right] dy \quad (2)$$

La probabilidad de falla $P [X < Y]$, o no confiabilidad, bajo las mismas consideraciones impuestas anteriormente a las variables aleatorias es:

$$\begin{aligned} F &= P [X < Y] = 1 - C = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(y) f_Y(y) dy = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_Y(x)] f_X(x) dx \end{aligned} \quad (3)$$

Si ahora se define $M = X - Y$, donde M es llamada variable aleatoria de *interferencia* o *margen de seguridad*, entonces es posible definir la confiabilidad como:

$$C = P [M > 0] = \int_0^{\infty} f_M(m) dm \quad (4)$$

Se observa (Kapur y Lamberson, 1977), que si X y Y son variables aleatorias independientes mayores o iguales a cero la confiabilidad C es :

$$C = \int_0^{\infty} f_M(m) dm = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f_X(m+y) f_Y(y) dy dm \quad (5)$$

y la probabilidad de falla o no confiabilidad

$$F = \int_{-\infty}^0 \int_{-m}^{\infty} f_X(m+y) f_Y(y) dy dm \quad (6)$$

2.2.2 Cálculos de confiabilidad para distribuciones comunes

a) Si las variables aleatorias de oferta (X) y demanda (Y) son independientes y siguen distribuciones normales, es decir X es $N(\mu_x, \sigma_x^2)$ y Y es $N(\mu_y, \sigma_y^2)$, la confiabilidad y probabilidad de falla estan dadas respectivamente por las siguientes expresiones :

$$C = 1 - \phi \left(- \frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \right) = \phi \left(\frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \right) \quad (7)$$

$$F = \phi \left(- \frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \right) = 1 - \phi \left(\frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \right) \quad (8)$$

donde ϕ es la función de distribución acumulada de la variable normal estándar.

A la expresión $\left(\frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \right)$ se le denota por β y es conocida

como *índice de confiabilidad* o *índice de seguridad*, también es posible verificar que:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (9)$$

, donde $M = X - Y$, $\mu_M = E\{M\}$, y $\sigma_M^2 = \text{var}\{M\}$.

b) En el caso de variables aleatorias mayores o iguales a cero, la confiabilidad y falla pueden asociarse a los eventos $\{S > 1\}$ y $\{S < 1\}$ respectivamente, donde $S = X/Y$

Quando las variables aleatorias X y Y son independientes y con distribución lognormal, es posible evaluar la confiabilidad calculando $P[X/Y > 1]$, ya que la variable aleatoria $S = X/Y$, conocida como *factor de seguridad* tiene distribución lognormal, por tanto:

$$C = P[S \geq 1] = \int_1^{\infty} f_S(S) dS \quad (10)$$

$$F = P[S < 1] = \int_0^1 f_S(S) dS = F_S(1) \quad (11)$$

Para este caso, se demuestra (Ang y Tang, 1984) que :

$$F = \phi \left(- \frac{\lambda_s}{\gamma_s} \right) = 1 - \phi \left(\frac{\text{LN}(X_H/Y_H)}{\sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}} \right) \quad (12)$$

$$C = \phi \left(\frac{\text{LN}(X_H/Y_H)}{\sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}} \right) \quad (13)$$

donde :

$$\lambda_s = E(\text{LN } S)$$

$$\gamma_s^2 = \text{var}(\text{LN } S)$$

$$X_H = \text{Mediana de } X \quad ; \quad Y_H = \text{Mediana de } Y$$

En este caso la confiabilidad es función de $S_H = X_H/Y_H$, llamado *factor mediano de seguridad* y la desviación estandar $\gamma_s = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}$, la razón $\frac{\lambda_s}{\gamma_s} = \beta$, es también un índice de confiabilidad.

2.2.3 Formulación en términos de segundos momentos

El cálculo de la confiabilidad o de la probabilidad de falla requiere el conocimiento de las distribuciones $f_x(X)$ y $f_y(Y)$ o de la distribución conjunta $f_{x,y}(X,Y)$. En la práctica, esta información no está disponible o es difícil de obtener debido a la insuficiencia de datos. Además, aun cuando las distribuciones requeridas puedan ser especificadas, la exacta evaluación de las probabilidades, generalmente requiere la integración numérica de las Ecs. 2 a 6, lo cual puede resultar impráctico; como una alternativa, distribuciones normales equivalentes pueden ser usadas como una aproximación. A toda esta complicación tendría que sumársele el hecho de que las variables X y Y son a su vez funciones de otra variables básicas.

Frecuentemente, la información disponible de los datos puede ser suficiente solo para para evaluar el primer y segundo momento de las variables aleatorias. Medidas prácticas de seguridad o confiabilidad, por tanto deberán estar limitadas a funciones de estos dos momentos. Bajo estas condiciones, la implementación de conceptos de confiabilidad deberá necesariamente estar limitada a una formulación basada sobre primeros y segundos momentos de la variable aleatoria.

Teniendo en cuenta la variable aleatoria *margen de seguridad* $M = X - Y$, el "estado de seguridad" del sistema puede ser definido como $\{M > 0\}$, mientras que el "estado de falla" es el evento $\{M < 0\}$. La frontera que separa al estado de seguridad del estado de falla es el "estado límite" definido por la ecuación $M = 0$.

Introduciendo las variables reducidas:

$$X^* = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \tag{14}$$

$$Y^* = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} \tag{15}$$

En el espacio de estas variables reducidas el estado de seguridad y el estado de falla pueden ser representados como en la Fig. 1. En estos términos la ecuación del estado límite, $M = 0$, resulta:

$$\sigma_x X^* - \sigma_y Y^* + \mu_x - \mu_y = 0 \tag{16}$$

la cual representa una línea recta como se muestra en la Fig. 1 la distancia desde esta línea recta de falla al origen (0,0), es en si misma una medida de confiabilidad; es facil mostrar que

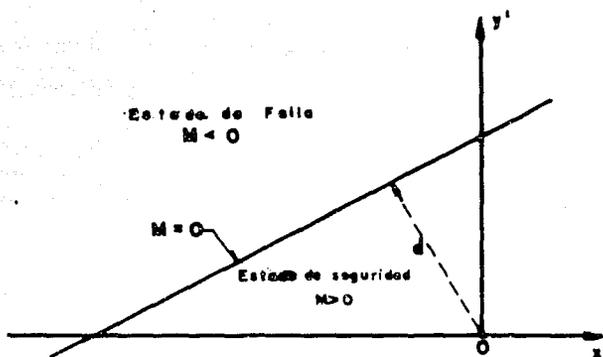


Fig. 1: Espacio de las variables reducidas X' y Y'

$$d = \frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \quad (17)$$

De acuerdo con la ecuación 7, se puede observar, para X y Y distribuidas normalmente, que la distancia d es también el índice de seguridad β , entonces $d = \beta$, y la confiabilidad es $C = \phi(\beta)$

Lo anterior puede ser generalizado al caso de la confiabilidad de un sistema ingenieril que involucre múltiples variables. En particular, la oferta y la demanda pueden, respectivamente ser funciones de varias variables. Para tales casos, el problema de oferta-demanda debe ser generalizado. Esta generalización es frecuentemente necesaria en ingeniería particularmente cuando el problema debe ser formulado en términos de las variables básicas de diseño. En un amplio sentido, la confiabilidad de un sistema ingenieril puede ser definida como la probabilidad de ejecutar su función o misión objetivo. En este contexto y para el propósito de una formulación general, se define una *función de comportamiento o función de estado*.

$$g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (18)$$

donde $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ es un vector de variables básicas de diseño (o estado) del sistema, y la función $g(X)$ determina el comportamiento o estado del sistema. Acordemente, el requerimiento límite de comportamiento puede ser definido como $g(X) = 0$, el cual es el "estado límite" del sistema. Se sigue por lo tanto que :

$$\left[g(X) > 0 \right] = \text{"estado de seguridad"} \quad (19)$$

$$\left[g(X) < 0 \right] = \text{"estado de falla"} \quad (20)$$

Geoméricamente, la ecuación del estado límite, $g(X) = 0$ es una superficie n-dimensional que puede ser llamada *superficie de falla*. Un lado de la superficie de falla es el estado seguro, $g(X) > 0$ mientras que el otro lado de la superficie de falla es el estado de falla, $g(X) < 0$.

Entonces, si la distribución conjunta de probabilidad de las variables de diseño X_1, X_2, \dots, X_n es $f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n)$, la

probabilidad del estado seguro o confiabilidad es

$$P_s = C = \int_{\{g(\mathbf{x}) > 0\}} \dots \int f_{x_1, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (21)$$

la cual puede ser escrita brevemente como

$$P_s = C = \int_{\{g(\mathbf{x}) > 0\}} \dots \int f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (22)$$

La ecuación 22 es simplemente la integral de volumen de función densidad de probabilidad conjunta sobre la región de seguridad ($g(\mathbf{x}) > 0$)

De igual forma, la probabilidad de falla será la integral de volumen sobre la región de falla.

$$Pr = F = \int_{g(\mathbf{x}) < 0} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (23)$$

La evaluación de la probabilidad P_s o Pr a través de la ecuación 22 o 23, es sin embargo generalmente una tarea formidable. Para propósitos prácticos, métodos alternativos de evaluación de P_s o Pr son necesarios.

En general, las variables básicas (X_1, X_2, \dots, X_n) en la ecuación 18 pueden estar correlacionadas. Sin embargo, primeramente se considerará el caso de variables no correlacionadas, introduciendo un conjunto de variables reducidas no correlacionadas

$$X_1^* = \frac{X_1 - \mu_{x_1}}{\sigma_{x_1}} ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (24)$$

Evidentemente, los estados de seguridad y falla pueden también ser expresados en el espacio de las variables reducidas anteriores, separados por la ecuación de estado-límite apropiada. (En el caso de dos variables, esto puede ser representado como en la Fig. 2)

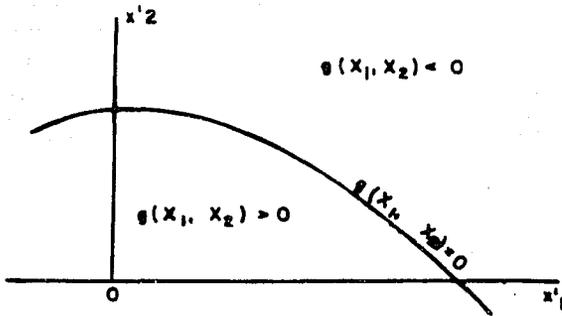


Fig. 2: Estados de falla y seguridad en el espacio de las variables reducidas

En términos de las variables reducidas, X_1^+ , la ecuación del estado-límite será:

$$g(\sigma_{x_1} X_1^+ + \mu_{x_1}, \dots, \sigma_{x_n} X_n^+ + \mu_{x_n}) = 0 \quad (25)$$

Obsérvese de la Fig. 2 que conforme la superficie de estado-límite (o superficie de falla), $g(X) = 0$ se aleja o acerca al origen, la región de seguridad, $g(X) > 0$, crece o decrece respectivamente. Por tanto, la posición de la superficie de falla relativamente al origen de las variables reducidas debería determinar la seguridad o confiabilidad del sistema. La posición de la superficie de falla puede ser representada por la mínima distancia desde la superficie $g(X) = 0$ al origen de las variables reducidas (Hasofer y Lind, 1974; Ditlevsen, 1979). Recientemente, Shinozuka (1983) ha mostrado que el punto sobre la superficie de falla con distancia mínima al origen es el punto de máxima verosimilitud. Entonces, en un sentido aproximado, la distancia mínima puede ser usada como una medida de confiabilidad.

Siguiendo a Shinozuka (1983), la distancia mínima puede ser determinada como sigue. La distancia del punto $X^{*t} = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ sobre la superficie de falla $g(X) = 0$ al origen es

$$D = \sqrt{X_1^{*2} + \dots + X_n^{*2}} = \left(X^{*t} X^* \right)^{1/2} \quad (26)$$

El punto sobre la superficie de falla, $(X_1^{*}, X_2^{*}, \dots, X_n^{*})$, que tiene la mínima distancia al origen puede ser determinada minimizando la función D , sujeta a la restricción $g(X) = 0$; esto es,

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } D \\ & \text{sujeto a } g(X) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

Para este propósito, es posible usar el método de los multiplicadores de Lagrange. Haciendo

$$L = D + \lambda g(X) \quad (28)$$

o

$$L = \left(X^{*t} X^* \right)^{1/2} + \lambda g(X) \quad (29)$$

en notación escalar:

$$L = \sqrt{X_1^{*2} + \dots + X_n^{*2}} + \lambda g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (30)$$

en la cual, $X_i = \sigma_{x_i} X_i^* + \mu_{x_i}$

Minimizando L, obtenemos el siguiente conjunto de n+1 ecuaciones con n+1 variables:

$$\frac{\partial L}{\partial X_1^*} = \frac{X_1^*}{\sqrt{X_1^{*2} + \dots + X_n^{*2}}} + \lambda \frac{\partial g}{\partial X_1^*} = 0 \quad (30)$$

Para $i = 1, 2, 3, \dots, n$

y

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (31)$$

La solución del conjunto anterior de ecuaciones debería conducir al punto de máxima verosimilitud $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$.

Introduciendo el vector gradiente

$$G = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1^*}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n^*} \right) \quad (32)$$

donde

$$\frac{\partial g}{\partial X_1^*} = \frac{\partial g}{\partial X} \frac{d X_1}{d X_1^*} = \sigma_{x_1} \frac{\partial g}{\partial X_1} \quad (33)$$

El conjunto anterior de ecuaciones 30 puede entonces ser escrito en notación matricial como:

$$\frac{X^*}{\left(X^{*t} X^* \right)^{1/2}} + \lambda G^t = 0 \quad (34)$$

de la cual

$$X^* = - \lambda D G^t \quad (35)$$

por tanto

$$D = \left[\left(\lambda D G \right) \left(\lambda D G^t \right) \right]^{1/2} = \lambda D \left(G G^t \right)^{1/2} \quad (36)$$

y entonces

$$\lambda = \left(G G^t \right)^{-1/2} \quad (37)$$

Usando este último resultado en 35, se tiene:

$$X^* = \frac{-D G^t}{\left(G G^t \right)^{1/2}} \quad (38)$$

Premultiplicando la Ec. 38 por G , se obtiene

$$D = \frac{-G X^*}{\left(G G^t \right)^{1/2}} \quad (39)$$

La distancia mínima $d_{\min} = \beta$, es entonces

$$\beta = \frac{-G^* X^{*t}}{\left(G^* G^{*t}\right)^{1/2}} \quad (40)$$

en la cual G^* es el vector gradiente en el punto de máxima verosimilitud $(x_1^{*t}, x_2^{*t}, \dots, x_n^{*t})$. En forma escalar la ecuación 40 es

$$\beta = \frac{-\sum_1 x_i^{*t} \left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*}\right)}{\left(\sum_1 \left[\left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*}\right)^2\right]\right)^{1/2}} \quad (41)$$

donde las derivadas $\left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*}\right)$ son evaluadas en $(x_1^{*t}, x_2^{*t}, \dots, x_n^{*t})$.

Usando el β anterior en la ecuación 38, el punto de máxima verosimilitud sobre la superficie de falla da

$$X^{*t} = \frac{-\beta G^{*t}}{\left(G^* G^{*t}\right)^{1/2}} \quad (42)$$

En forma escalar las componentes de X^{*t} , ecuación 42, son

$$x_1^{*t} = -\alpha_1^* \beta ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (43)$$

en la cual

$$\alpha_1^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_1} \right)_*}{\left[\sum \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_*^2 \right]^{1/2}} \quad (44)$$

son los cosenos directores a lo largo de los ejes x_1^* .

Los resultados derivados anteriormente, ecuaciones 42 y 40 pueden ser interpretados sobre las bases de aproximaciones de primer orden para la función $g(X) = 0$ como sigue.

Expandiendo la función de ejecución $g(X)$ en una serie de Taylor en el punto x^* , el cual está sobre la superficie de falla $g(X) = 0$; esto es

$$g(X) = g(x^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_* + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*) / \left(\frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right)_* + \dots \quad (45)$$

donde las derivadas son evaluadas en el punto x^* . Pero $g(x^*) = 0$ sobre la superficie de falla, por lo tanto

$$g(X) = \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_* + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*) / \left(\frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right)_* + \dots \quad (46)$$

Es conveniente recalcar que :

$$X_1 - x_1^* = (\sigma_{x_1} X_1^* + \mu_{x_1}) - (\sigma_{x_1} X_1^{*+} + \mu_{x_1}) = \sigma_{x_1} (X_1^* - x_1^{*+}) \quad (47)$$

y

$$\frac{\partial g}{\partial X_1} = \frac{\partial g}{\partial X_1^*} \frac{d X_1^*}{d X_1} = (\sigma_{x_1})^{-1} \frac{\partial g}{\partial X_1^*} \quad (48)$$

Entonces en la aproximación de primer orden, esto es, eliminando de la serie los términos posteriores al de primer grado se tiene:

$$g(X) \cong \sum_{i=1}^n (X_1^* - x_1^{*+}) \left(\frac{\partial g}{\partial X_1^*} \right) \quad (49)$$

El valor esperado de la función $g(X)$ es

$$\mu_g \cong - \sum_{i=1}^n x_1^{*+} \left(\frac{\partial g}{\partial X_1^*} \right) \quad (50)$$

mientras la correspondiente aproximación de primer orden para la variancia (para variables no correlacionadas) es:

$$\sigma_g^2 \cong \sum_{i=1}^n \sigma_{x_1^*}^2 \left(\frac{\partial g}{\partial X_1^*} \right)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_1^*} \right)^2 \quad (51)$$

Dividiendo la Ec.50 entre la Ec. 51 se obtiene la razón

$$\frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^* \left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*} \right)}{\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i^*} \right)^2 \right)^{1/2}} \quad (52)$$

Comparando el miembro derecho de esta ecuación con el de la ecuación 41, se ve que son el mismo y por lo tanto (μ_g/σ_g) es también la distancia desde el plano tangente a la superficie de falla en x^* al origen de las variables reducidas, por lo tanto el índice de confiabilidad es también:

$$\beta = (\mu_g/\sigma_g) \quad (53)$$

Debe ser enfatizado que las aproximaciones de primer orden de μ_g y σ_g derivadas anteriormente deben ser evaluadas en un punto de la superficie de falla $g(X) = 0$. En anteriores trabajos (por ejemplo, Cornell, 1969 ; Ang y Cornell, 1974) las aproximaciones de primer orden fueron evaluadas en los valores medios $(\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n})$ donde

errores significantes fueron introducidos (para funciones no lineales $g(X)$) por el motivo que la relación (μ_g/σ_g) evaluada en los valores medios no puede ser la distancia a la superficie no lineal de falla desde el origen de las variables reducidas. Además, las aproximaciones de primer orden evaluadas en los valores medios de las variables básicas introducirían el problema de invariancia para estados límites equivalentes (Hasofer y Lind, 1974); esto es, el resultado dependería de como fuera definido el evento de estado límite. Por ejemplo, para los eventos de estado límite equivalentes $\{R-Q < 0\}$ y $\{R/Q < 1\}$, las aproximaciones de primer orden deberán dar diferentes índices de seguridad. Tal problema de invariancia puede ser evitado si las aproximaciones de primer orden son evaluadas en un punto de la superficie de falla.

2.2.4 Funciones lineales de comportamiento

Consideremos una clase especial de funciones de comportamiento, llamada la función lineal de comportamiento. A parte de su propia utilidad, ciertos aspectos del caso lineal deberán ser las bases para una aproximación de las funciones no lineales de comportamiento. Una función lineal de comportamiento puede ser representada como

$$g(X) = a_0 + \sum_1 a_1 X_1 \quad (54)$$

donde a_0 y las a_1 son constantes. La correspondiente ecuación de estado-límite, es

$$a_0 + \sum_1 a_1 X_1 = 0 \quad (55)$$

En términos de las variables reducidas, Ec. 24, la ecuación de estado-límite resulta:

$$a_0 + \sum_1 a_1 (\sigma_{X_1} X_1^* + \mu_{X_1}) = 0 \quad (56)$$

En tres dimensiones, la Ec. 56 es:

$$a_0 + \sum_1^3 a_1 (\sigma_{X_1} X_1^* + \mu_{X_1}) = 0 \quad (57)$$

la cual es una superficie plana en el espacio x_1^*, x_2^*, x_3^* , como se muestra en la Fig. 3

La distancia del plano de falla, Ec. 56, al origen de las variables reducidas X^* , es

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{l=1}^3 a_l \mu_{x_l}}{\left(\sum_{l=1}^3 a_l^2 \sigma_{x_l}^2 \right)^{1/2}} \quad (58)$$

La ecuación 58 puede también ser obtenida directamente de la Ec. 41. En secciones anteriores, se mencionó que para dos variables normales no correlacionadas, X y Y, la confiabilidad, es una función directa de la distancia de la línea de falla a el origen de las variables reducidas; esto es, la distancia β . Este resultado puede ser generalizado, esto es, si las variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n son normales no correlacionadas, la confiabilidad es (en el presente caso)

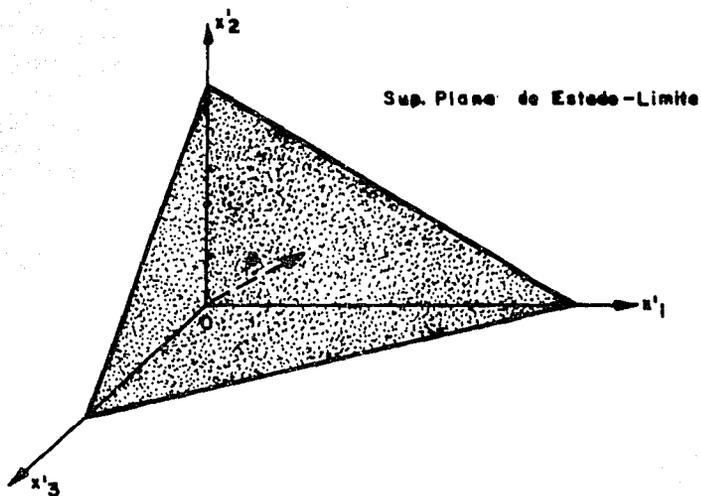


Fig. 3: Superficie lineal de Estado - Límite
en el espacio x'_1, x'_2, x'_3

$$C = \Pr \left[a_0 + \sum_1 X_1 > 0 \right] = \phi \left(\frac{a_0 + \sum_1 a_1 \mu_1}{\left(\sum_{l=1}^3 a_l^2 \sigma_{x_l}^2 \right)^{1/2}} \right) \quad (59)$$

Comparando las Ecs. 58 y 59, vemos que el argumento dentro del paréntesis de la Ec. 59 es la distancia β . Por lo tanto, la confiabilidad es otra vez una función de la distancia desde el plano de falla $g(X) = 0$ al origen de las variables reducidas. Así, en el caso general de n variables normales no correlacionadas la confiabilidad es

$$C = \phi(\beta) \quad (60)$$

Si las distribuciones de probabilidad de las variables X_1, X_2, \dots, X_n no son normales, la probabilidad C o F puede ser evaluada a través de la Ec. 22 (aunque una integración numérica sería necesaria), en el caso de una función lineal de comportamiento, $g(X) = a_0 + \sum_1 a_1 X_1$. Sin embargo, la confiabilidad C puede ser evaluada también usando distribuciones normales equivalentes (Paloheimo, 1974; Rackwitz, 1976). Teóricamente, tales distribuciones normales equivalentes pueden ser obtenidas a través de la transformación de Rosenblatt (1952). Con tales distribuciones normales equivalentes, el cálculo de la confiabilidad sigue el mismo procedimiento que para normales, esto es a través de la Ec. 59 para funciones lineales de comportamiento.

Para una variable individual, la distribución normal equivalente para una variable no normal puede ser obtenida tal que la función de distribución acumulada así como la función densidad de la distribución normal equivalente sea igual a la correspondiente distribución de la variable no normal en el punto apropiado de falla, entonces

$$\phi \left(\frac{x_1^* - \mu_{x_1}^N}{\sigma_{x_1}^N} \right) = F_{x_1}(x_1^*) \quad (61)$$

donde

$\mu_{x_1}^N, \sigma_{x_1}^N$ son el valor medio y la desviación estándar, respectivamente de la distribución normal equivalente de X_1

$F_{x_1}(x_1^*)$ es la función de distribución acumulada de X_1 evaluada en

x_1^* .

$\phi (-)$ es la función de distribución acumulada de la normal estándar.

La igualdad anterior conduce a

$$\mu_{x_1}^N = x_1^* - \sigma_{x_1}^N \phi^{-1} \left[F_{x_1} (x_1^*) \right] \quad (62)$$

Por otra parte, igualando las correspondientes ordenadas de la densidad de probabilidad en x_1^* ,

$$\left(\sigma_{x_1}^N \right)^{-1} \phi \left(\frac{x_1^* + \mu_{x_1}^N}{\sigma_{x_1}^N} \right) = f_{x_1} (x_1^*) \quad (63)$$

donde $\phi (-)$ es la función densidad de probabilidad de la distribución normal estándar; de ésta se obtiene:

$$\sigma_{x_1}^N = \frac{\phi \left[\phi^{-1} \left[F_{x_1} (x_1^*) \right] \right]}{f_{x_1} (x_1^*)} \quad (64)$$

En el caso de funciones lineales de comportamiento, el punto apropiado sobre la superficie de falla está dado por la Ec. 43, donde los cosenos directores, α_1 , Ec. 44, son

$$\alpha_1 = \frac{a_1}{\left[\sum a_1^2 \right]^{1/2}} \quad (65)$$

y, acorde con la Ec 23, el índice de confiabilidad es

$$\beta = - \frac{a_0 + \sum_1 a_1 \mu_{x_1}^N}{\left(\sum_1 \left[a_1 \sigma_{x_1}^N \right]^2 \right)^{1/2}} \quad (66)$$

donde el superíndice N denota la estadística para la distribución normal equivalente, por lo tanto el punto de falla es

$$x_1^* = \sigma_{x_1}^N x_1^{**} + \mu_{x_1}^N = -\alpha_1^* \beta \sigma_{x_1}^N + \mu_{x_1}^N \quad (67)$$

puede ser enfatizado que remplazar la distribución actual por una distribución normal equivalente requiere remplazar la media y desviación estandar actual por las de la distribución normal equivalente, esto es, Ecs. 62 y 64. Usando estas en la Ec. 66, se obtiene el índice de seguridad β , y la correspondiente confiabilidad, R, dada por la Ec. 60.

El procedimiento descrito anteriormente para evaluar la confiabilidad o la probabilidad de falla está basado en la suposición de que las variables X_1, X_2, \dots, X_n no están correlacionadas o son estadísticamente independientes. Para variables aleatorias correlacionadas, las variables originales pueden ser transformadas en un conjunto de variables no correlacionadas. El procedimiento descrito anteriormente, (Ec. 41) puede ser aplicado a un conjunto de variables correlacionadas transformadas. Recientemente esto ha sido mostrado explícitamente por Shinozuka (1983).

La transformación requerida depende de las covariancias, o matriz de covariancias, de las variables originales y puede ser obtenida como sigue.

Suponiendo que la matriz de covariancias de las variables originales X_1, X_2, \dots, X_n es:

$$[C] = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \text{cov}(X_1, X_2) & \dots & \text{cov}(X_1, X_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{cov}(X_n, X_1) & \text{cov}(X_n, X_2) & \dots & \sigma_{x_n}^2 \end{bmatrix} \quad (68)$$

donde los elementos $\text{cov}(X_i, X_j)$, son las respectivas covariancias entre los pares de variables X_i y X_j . La correspondiente covariancia entre un par de variables reducidas, X_i^* y X_j^* , es:

$$\begin{aligned}
 \text{cov}(X_1^*, X_j^*) &= E \left\{ \left[X_1^* - \mu_{X_1^*} \right] \left[X_j^* - \mu_{X_j^*} \right] \right\} = \\
 &= E \left\{ \left[X_1 - \mu_{X_1} \right] \left[X_j - \mu_{X_j} \right] \right\} \begin{bmatrix} \sigma_{x_1} & \sigma_{x_j} \\ \sigma_{x_j} & \sigma_{x_1} \end{bmatrix}^{-1} = \\
 &= \text{cov}(X_1, X_j) \begin{bmatrix} \sigma_{x_1} & \sigma_{x_j} \\ \sigma_{x_j} & \sigma_{x_1} \end{bmatrix} = \rho_{x_1, x_j} \quad (69)
 \end{aligned}$$

lo cual significa que la covariancia entre un par de variables X_1^* y X_j^* es igual al coeficiente de correlación entre las correspondientes variables originales X_1 y X_j . Por lo tanto, la matriz de covariancias de las variables reducidas $X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$ es la correspondiente matriz de coeficientes de correlación de las variables originales X_1, X_2, \dots, X_n ; esto es, la matriz de covariancias de $X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$ es

$$[C^*] = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (70)$$

El conjunto requerido de variables transformadas (no correlacionadas) puede ser obtenido de X^* a través de la siguiente transformación ortogonal

$$Y = T^t X^* \quad (71)$$

en la cual

$$X^* = \left\{ X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^* \right\}$$

$Y = \left\{ Y_1, Y_2, \dots, Y_n \right\}$ es el conjunto requerido de variables transformadas no correlacionadas

T es una matriz de transformación ortogonal (el supraíndice t significa transpuesta)

T deberá ser una matriz ortogonal si está compuesta de los eigenvectores correspondientes a los eigenvalores de la matriz de

correlación $[C^+]$. Específicamente T es tal que

$$T^t [C^+] T = [\lambda] \quad (72)$$

en la cual $[\lambda]$ es una matriz diagonal de los eigenvalores de $[C^+]$.

Puede ser enfatizado que la matriz $[C^+]$ es real y simétrica, como $\rho_{ij} = \rho_{ji}$; entonces los eigenvectores son mutuamente ortogonales.

Con la transformación ortogonal de la Ec. 71, puede ser mostrado (Shinozuka, 1983) que el índice de seguridad de la Ec.41 es

$$\beta = \frac{-G^{*t} X^{*}}{\left[G^{*t} [C^+] G^* \right]^{1/2}} \quad (73)$$

Las variables reducidas X^* y las variables originales X estan relacionadas con Y como sigue.

Ya que T es ortogonal $T^{-1} = T^t$; la inversión de la Ec. 71 conduce a:

$$X^* = T Y \quad (74)$$

y

$$X = \begin{bmatrix} \sigma_x \end{bmatrix} X^* + \left\{ \mu_x \right\} = \begin{bmatrix} \sigma_x \end{bmatrix} T Y + \left\{ \mu_x \right\} \quad (75)$$

en la cual

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{x_2} & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \sigma_{x_n} \end{bmatrix} \quad (76)$$

y

$$\mu_x = \begin{Bmatrix} \mu_{x_1} \\ \vdots \\ \mu_{x_n} \end{Bmatrix} \quad (77)$$

Obsérvese que la matriz de covariancias de Y es

$$[C_y] = E\{Y Y^t\} = E\{T^t X^* X^{*t} T\} = T^t E\{X^* X^{*t}\} T \quad (78)$$

pero

$$E\{X^* X^{*t}\} = [C^*] \quad (79)$$

Entonces, con la Ec. 72

$$[C_y] = T^t [C^*] T = [\lambda] \quad (80)$$

Por tanto, los valores propios de $[C^*]$ son también las variancias de las respectivas variables Y_1, Y_2, \dots, Y_n .

En el espacio de las variables transformadas Y, las derivadas pueden ser obtenidas a través de la regla de la cadena de la derivación parcial

$$\frac{\partial g}{\partial y_1} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_j^*} \frac{\partial X_j^*}{\partial Y_1} \quad (81)$$

Además,

$$\frac{\partial g}{\partial X_j^*} = \frac{\partial g}{\partial X_j} \frac{d X_j}{d X_j^*} = \sigma_{x_j} \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \right) \quad (82)$$

La transformación de la Ec. 71 representa una rotación de coordenadas de X^* a Y; para el caso de dos variables, esta transformación es ilustrada en la Fig. 4. El origen de los ejes Y permanece el mismo que para los ejes X^* .

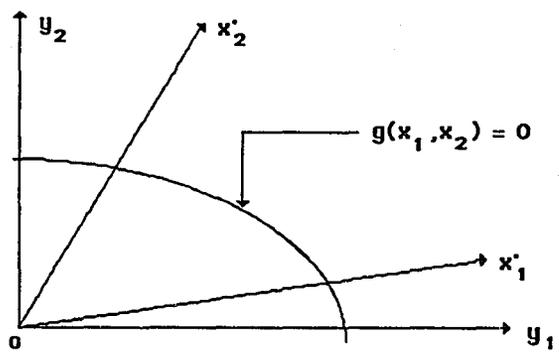


Fig. 4: Rotación de las coordenadas X' a Y'

La transformación anterior obviamente también se aplica a una función lineal de comportamiento. En este caso, las derivadas parciales de la Ec. 81 son independientes de las variables, y entonces el punto de falla (y y x) puede ser determinado directamente; esto es, una iteración del algoritmo numérico es suficiente. Alternativamente, para funciones de comportamiento con variables (normales) correlacionadas, el índice de seguridad puede también ser determinado directamente a partir de la Ec. 73 o apoyándose en la Ec. 53, conduciendo a

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{x_i}}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \rho_{ij} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} \right)^{1/2}} \quad (83)$$

en la cual ρ_{ij} es el coeficiente de correlación entre X_i y X_j .

De nueva cuenta, si las distribuciones de las variables aleatorias originales no son normales, las correspondientes confiabilidad y probabilidad de falla pueden ser evaluadas usando distribuciones normales equivalentes; en tal caso, los valores medios y desviaciones estandar de las distribuciones normales equivalentes, μ_{x_i} y σ_{x_i} , deberán

ser usadas en lugar de μ_{x_i} y σ_{x_i} en la Ec. 83.

2.2.5 Funciones no lineales de comportamiento

En la evaluación de la confiabilidad, generalmente pueden estar involucradas funciones de comportamiento $g(X)$ no lineales. La ecuación de estado límite $g(X)=0$ será también no lineal como se muestra en la Fig. 2. Como fue indicado anteriormente, la evaluación exacta de la confiabilidad involucra la integración de la función densidad de probabilidad conjunta sobre la región $g(X) > 0$.

Para propósitos prácticos, la probabilidad puede calcularse en forma aproximada. De acuerdo con los resultados anteriores, el punto $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ sobre la superficie de falla con mínima distancia al origen de las variables reducidas es el punto de máxima verosimilitud (Shinozuka, 1983). El plano tangente a la superficie de falla en $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ puede ser usado para aproximar la superficie de falla verdadera y el índice de confiabilidad requerido o la probabilidad de seguridad puede ser evaluado como en el caso lineal. Según la superficie de falla no lineal sea convexa o cóncava hacia el origen, esta aproximación estará del lado seguro o inseguro, respectivamente, como puede observarse en la Fig. 5 para el caso de dos variables.

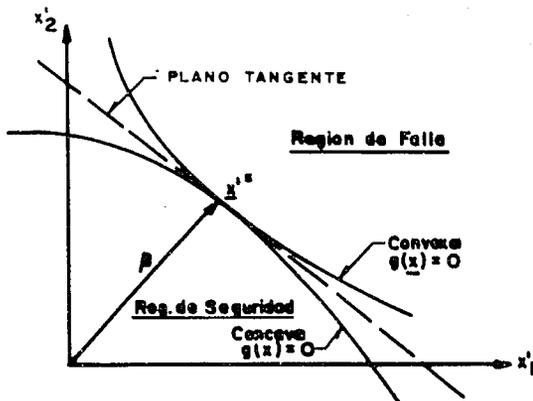


Fig. 5: Plano tangente A $g(x) = 0$ en $x' *$

El plano tangente en el punto $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ es

$$\sum_{i=1}^n (x_i^* - x_i^{**}) \left(\frac{\partial g}{\partial x_i^*} \right)_* = 0 \quad (84)$$

donde las derivadas parciales $(\partial g / \partial x_i^*)$ son evaluadas en $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$.

Sobre las bases de la aproximación anterior, la distancia desde el "mínimo" plano tangente, Ec. 84, al origen de las variables reducidas es el índice de confiabilidad apropiado, el cual puede ser usado para representar una medida de la confiabilidad

En el presente caso (en el cual la función de comportamiento es no lineal), el punto de tangencia pertinente sobre la superficie de falla no es conocido a priori. Consecuentemente, la determinación del índice de confiabilidad requerido no es tan simple como en el caso lineal, a pesar de que una aproximación lineal está involucrada. El "mínimo" punto de tangencia sobre la superficie de falla puede ser determinado a través del método de los multiplicadores de Lagrange como se ha descrito anteriormente. Los resultados relevantes de la formulación en términos de segundos momentos pueden ser resumidos como sigue:

El punto de máxima verosimilitud dado por la Ec. 43 es

$$x_1^* = -\alpha_1^* \beta \quad (85)$$

en la cual los α_1 son los cosenos directores de la Ec. 44

$$\alpha_1^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_1} \right)_*}{\left[\sum \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_*^2 \right]^{1/2}} \quad (86)$$

donde las derivadas son evaluadas en $(x_1^{*}, x_2^{*}, \dots, x_n^{*})$. Entonces,

$$x_1^{*} = \sigma_{x_1} x_1^{*} + \mu_{x_1} = -\alpha_1 \beta \sigma_{x_1} + \mu_{x_1} \quad (87)$$

La solución de la ecuación de estado límite

$$g(x_1^{*}, x_2^{*}, \dots, x_n^{*}) = 0 \quad (88)$$

conduce entonces a encontrar β

Los resultados resumidos anteriormente sugieren el siguiente algoritmo (Rackwitz, 1976):

1) Suponer valores iniciales de x_i^{*} , $i=1,2,\dots,n$ y obtener

$$x_i^{*} = \frac{x_i^{*} - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad (89)$$

2) Evaluar $(\partial g / \partial X_i)_*$ y α_i^{*} en x_i^{*} . (90)

3) Formar $x_i^{*} = \mu_{x_i} - \alpha_i^{*} \beta \sigma_{x_i}$ (91)

4) Substituir la anterior x_i^{*} en

$$g(x_1^{*}, x_2^{*}, \dots, x_n^{*}) = 0 \quad (92)$$

y resolver para β

5) Usando la β obtenida en el paso 4, reevaluar $x_i^{*} = -\alpha_i \beta$ (93)

6) Repetir los pasos 2 a 5 hasta obtener convergencia.

2.2.6 CONFIABILIDAD DE SISTEMAS

En las secciones anteriores se supuso en todos los casos un modo de falla simple, definido por un simple estado límite. En muchos problemas ingenieriles, sin embargo, frecuentemente se involucran múltiples modos de falla; esto es, pueden existir varios modos potenciales de falla, en los cuales la ocurrencia de uno cualquiera deberá producir fallas del sistema o sus componentes. Por ejemplo, un elemento estructural puede fallar por flexión o corte o flexión lateral, o combinaciones de estas, mientras para un sistema estructural multicomponente, fallas de diferentes conjuntos de componentes pueden constituir diferentes modos de falla. En el caso de cimentaciones de edificios, las fallas pueden ser causadas por capacidades de carga inadecuadas o asentamientos excesivos; mientras, en un sistema ambiental, el control inadecuado de

los diferentes contaminantes pueden ser modos diferentes de falla. Generalmente, los diferentes modos de falla pueden estar correlacionados (al menos parcialmente).

En realidad en un sistema ingenieril complejo multicomponente, las posibilidades de falla o los diferentes medios en los cuales la falla del sistema puede ocurrir pueden estar tan involucradas que un esquema para identificar todas los modos de fallas potenciales y sus respectivas consecuencias puede ser útil o necesario. Los modelos de *arboles de fallas* y *arboles de eventos* sirven para estos propósitos. Un diagrama de árbol de falla esencialmente descompone el evento principal de falla (evento tope) en uniones e intersecciones de subeventos o combinaciones de subeventos; el proceso de descomposición continúa hasta que las probabilidades de los subeventos pueden ser evaluados como probabilidades de falla de modo-simple. Los cálculos de las probabilidades de falla de modo-simple pueden requerir los métodos de las secciones anteriores. La consecuencia de un evento particular de falla (evento tope) puede depender sobre la secuencia de eventos siguiendo al evento tope. La identificación sistemática de la posible secuencia de eventos es realizada a través del árbol de eventos.

La confiabilidad de un sistema multicomponente es esencialmente un problema involucrando modos múltiples de falla; esto es, las fallas de los diferentes componentes, o diferentes conjuntos de componentes constituyen distintos modos de falla del sistema. La consideración de modos múltiples de falla, por lo tanto, es fundamental a el problema de la confiabilidad de sistemas. La identificación de modos individuales de falla y la evaluación de las respectivas probabilidades de falla pueden ser problemas en si mismos.

Considerando un sistema con k modos potenciales de falla. Los diferentes modos de falla deberán tener diferentes funciones de comportamiento; suponiendo que las respectivas funciones de comportamiento pueden ser representadas como

$$g_j(\mathbf{x}) = g_j(x_1, x_2, \dots, x_n); \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (94)$$

tal que los eventos individuales de falla son

$$E_j = [g_j(\mathbf{x}) < 0] \quad (95)$$

Entonces los complementos de E_j son los eventos de seguridad; esto es,

$$E'_j = [g_j(\mathbf{x}) > 0] \quad (96)$$

En el caso de dos variables, los eventos anteriores pueden ser representados graficamente como en la Fig. 6, en la cual los tres modos de falla representados por las ecuaciones de estado-límite $g_j(\mathbf{x}) = 0$, $j=1,2,3$, son mostrados.

La confiabilidad de un sistema es el evento en el cual ninguno de los k modos potenciales de falla ocurren; esto significa

$$E' = E'_1 \cap E'_2 \cap \dots \cap E'_k \quad (97)$$

Contrariamente, el evento de falla debe ser

$$E = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_k \quad (98)$$

La ecuación 97 literalmente significa que uno o más modos potenciales de falla ocurre. Teóricamente, por lo tanto, la probabilidad de la seguridad del sistema puede ser expresada como la integral de volumen

$$P_s = \int_{E'} \dots \int f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (99)$$

Mientras la probabilidad de falla del sistema deberá ser la misma integral anterior pero ahora integrándola sobre el dominio de E .

El cálculo la probabilidad de seguridad a través de la Ec. 98 o la probabilidad de falla por medio de su ecuación correspondiente es generalmente dificultoso; por lo que las aproximaciones son siempre necesarias. En este último sentido, las fronteras superior e inferior de las probabilidades correspondientes son también útiles.

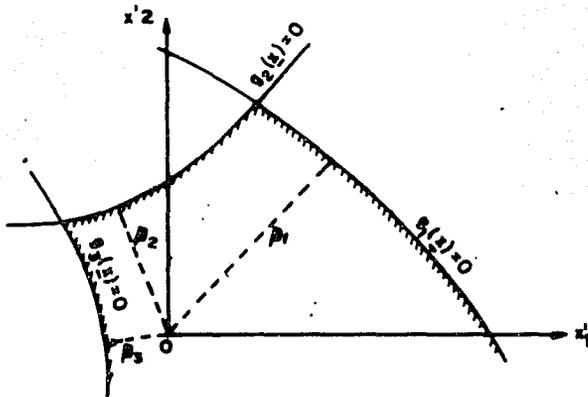


Fig. 6: Modos múltiples de falla

Ang y Tang, 1984, muestran que para dos eventos positivamente correlacionados E_i y E_j

$$\prod_{i=1}^k p_{s_i} \leq p_S \leq \min p_{s_i} \quad (100)$$

y que la correspondiente frontera para la probabilidad de falla, es

$$\max p_{f_i} \leq p_F \leq 1 - \prod_{i=1}^k (1 - p_{f_i}) \quad (101)$$

Mientras que para modos de falla negativamente correlacionados

$$p_s \leq \prod_{i=1}^k p_{s_i} \quad (102)$$

y

$$p_F \geq 1 - \prod_{i=1}^k p_{s_i} \quad (103)$$

Las ecuaciones anteriores de la 99 a la 102, son llamadas las fronteras de p_S y p_F de "primer-orden" o "uni-modales", en el sentido que las fronteras de probabilidad superior e inferior involucran probabilidades de modos simples de falla o de seguridad

Las probabilidades descritas anteriormente pueden ser alteradas por tomar en cuenta las correlaciones entre pares de modos potenciales de falla; las fronteras resultantes deberán necesariamente requerir las probabilidades de eventos conjuntos, tales como $E_i E_j$ o $E_i' E_j'$, y entonces pueden ser llamadas fronteras "bi-modales" o de "segundo-orden". Es posible demostrar (Ang y Tang, 1984) que para tal caso las fronteras de probabilidad resultan en

$$p_{F_1} + \max_{i=2}^k \left[\sum_{j=1}^{i-1} \left\{ p_{F_1} - \sum_{j=1}^{i-1} P(E_i E_j) \right\}; 0 \right] \leq p_F \leq \sum_{i=1}^k p_{F_1} - \sum_{i=2}^k \max_{j < i} P(E_i E_j) \quad (104)$$

donde p_{F_1} es la probabilidad de falla del evento mas grande (E_1)

Una versión simple de las fronteras bi-modales anteriores ha sido propuesta por Ditlevsen (1979) para variables normales como sigue: Suponiendo que las variables básicas de diseño $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ son variables normales (Gaussianas), y considerando dos modos potenciales de falla E_1 y E_j definidas por las ecuaciones de estado-límite $g_1(X)=0$ y $g_j(X)=0$, respectivamente, con una correlación positiva mutua $\rho_{1j} \geq 0$. En el espacio de las variables reducidas X'_1, X'_2, \dots, X'_n estas ecuaciones de estado-límite representan dos hipersuperficies intersectándose, las cuales son aproximadas por sus respectivos planos tangentes, con distancias β_1 y β_j desde el origen de las variables reducidas. La representación geométrica para el caso de dos variables está representada en la Fig.7.

En la Fig.7 el coseno del ángulo θ entre $g_1(X)$ y $g_j(X)$ es el coeficiente de correlación ρ_{1j} ; esto es, $\cos \theta = \rho_{1j}$. Esto puede ser mostrado como sigue:

Haciendo

$$\begin{aligned} g_1(X) &= a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 \\ g_j(X) &= b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \end{aligned} \quad (105)$$

donde X_1 y X_2 no están correlacionadas; esto es, $\text{Cov}(X_1, X_2) = 0$. Entonces

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = a_1 b_1 \sigma_{X_1}^2 + a_2 b_2 \sigma_{X_2}^2 \quad (106)$$

y

$$\rho_{1j} = (a_1 b_1 \sigma_{X_1}^2 + a_2 b_2 \sigma_{X_2}^2) / \left[(a_1^2 \sigma_{X_1}^2 + a_2^2 \sigma_{X_2}^2) (b_1^2 \sigma_{X_1}^2 + b_2^2 \sigma_{X_2}^2) \right]^{1/2} \quad (107)$$

De los cosenos directores asociados con $g_1(X)=0$ y $g_j(X)=0$, tenemos

$$\cos \theta = a_2 \sigma_{X_2} / \left[a_1^2 \sigma_{X_1}^2 + a_2^2 \sigma_{X_2}^2 \right]^{1/2} \quad (108)$$

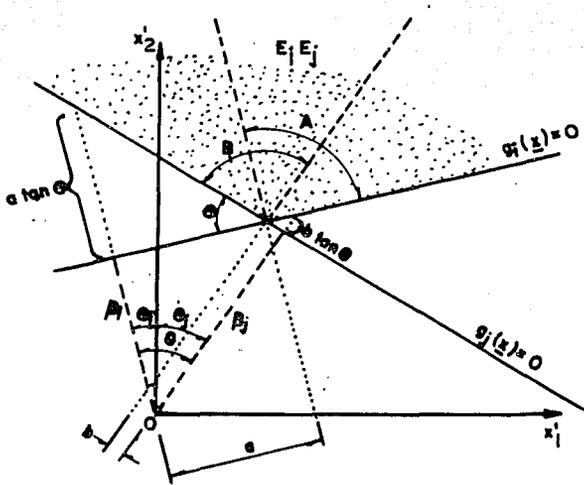


Fig. 7: Dos planos tangentes intersectándose
(Eventos de falla positivamente correlacionados)

$$\cos \theta_j = b_2 \sigma_{x_2} / \left[b_1^2 \sigma_{x_1}^2 + b_2^2 \sigma_{x_2}^2 \right]^{1/2} \quad (109)$$

también, de la Fig.7,

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos (\theta_1 - \theta_j) = \cos \theta_1 \cos \theta_j + \sin \theta_1 \sin \theta_j = \\ &= (a_1 b_1 \sigma_{x_1}^2 + a_2 b_2 \sigma_{x_2}^2) / \left[(a_1^2 \sigma_{x_1}^2 + a_2^2 \sigma_{x_2}^2) (b_1^2 \sigma_{x_1}^2 + b_2^2 \sigma_{x_2}^2) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (110)$$

por lo tanto, $\cos \theta = \rho_{1j}$.

El evento conjunto de falla, $E_1 E_j$, es la región sombreada mostrada en la Fig.7. Claramente,

$$E_1 E_j \supset A \quad (111)$$

también,

$$E_1 E_j \supset B \quad (112)$$

Donde A y B están definidos en la Fig. 7.

Por lo tanto observando la Fig.7, otra vez obtenemos lo siguiente:

$$\max [p(A), p(B)] \leq p(E_1 E_j) \leq p(A) + p(B) \quad (113)$$

donde por razón de ortogonalidad (ver Fig. 7)

$$P(A) = \phi(-\beta_1) \phi(-a) = \phi(-\beta_1) \phi \left(-(\beta_j - \rho \beta_1) / \left[1 - \rho^2 \right]^{1/2} \right) \quad (114)$$

y

$$P(B) = \phi(-\beta_j) \phi(-b) = \phi(-\beta_j) \phi \left(-(\beta_1 - \rho \beta_j) / \left[1 - \rho^2 \right]^{1/2} \right) \quad (115)$$

Las probabilidades de los eventos conjuntos, $P(E_i E_j)$, en la Ec.103 pueden entonces ser aproximadas con apropiadas fronteras de la Ec.112; esto es, para la frontera inferior (Ec.101) usar

$$P(E_i E_j) = P(A) + P(B) \quad (116)$$

mientras que para la frontera superior (Ec.102), usar

$$P(E_i E_j) = \max \left[p(A), p(B) \right] \quad (117)$$

La ecuación 112 se aplica a eventos de falla involucrando n variables. En particular, la geometría de la Fig. 7 es válida para cualquier par de funciones de comportamiento positivamente correlacionadas $Z_i = g_i(X)$ y $Z_j = g_j(X)$, donde X es un vector unidimensional de variables normales (Ditlevsen, 1979).

En general, el rango de las fronteras bi-modales de la Ec.103, con las aproximaciones de la Ec. 112 decrecen conforme las probabilidades de falla de modo-simple decrecen; por ejemplo, para probabilidades de falla de modo-simple del orden de 10^{-4} , las fronteras bi-modales pueden ser muy estrechas (Ditlevsen, 1979). Sin embargo, si las probabilidades de falla de modo-simple son todas grandes (por ejemplo, $> 10^{-2}$), las fronteras de la Ec.103 deberían ser amplias (Ma y Ang, 1981).

Las fronteras bi-modales de la Ec. 103, deberán depender del orden de los modos individuales de falla; esto es, diferentes ordenes de los modos individuales de falla pueden producir diferentes valores de la Ec. 101 y Ec. 102, y entonces las correspondientes fronteras a los diferentes ordenes pueden ser evaluados para determinar las fronteras más exactamente.

De la Ec.112 observamos que la correlación mutua entre modos de falla son requeridos para evaluar las fronteras bi-modales de la Ec. 103. Siguiendo las deducciones de la Ec.51 se puede mostrar que sobre las bases de una expansión en series de Taylor alrededor del punto de falla $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ que la covariancia entre dos funciones de comportamiento $g_i(X)$ y $g_j(X)$ es (para variables no correlacionadas)

$$\text{Cov}(g_i, g_j) = \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial g_i}{\partial X_k} \right] \cdot \left[\frac{\partial g_j}{\partial X_k} \right] \quad (118)$$

Por lo tanto, con la Ec. 51. el coeficiente de correlación requerido es

$$\rho_{g_1, g_j} = \text{Cov}(g_1, g_j) / \sigma_{g_1} \sigma_{g_j} \quad (119)$$

$$= \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial g_1}{\partial X_k} \right] \cdot \left[\frac{\partial g_j}{\partial X_k} \right] \cdot \left[\left[\sum_k \left(\frac{\partial g_1}{\partial X_k} \right)^2 \right] \left[\sum_k \left(\frac{\partial g_j}{\partial X_k} \right)^2 \right] \right]^{-1/2}$$

$$= \sum_{k=1}^n \alpha_{1k} \cdot \alpha_{jk} \quad (120)$$

Por lo tanto la correlación requerida puede ser evaluada usando los cosenos directores de los planos tangentes en los puntos de máxima verosimilitud.

Si E_1 y E_j son dependientes negativamente, esto es, $\rho_{1j} < 0$, las ecuaciones de estado-límite deberían estar como se muestra en la Fig. 8, donde el evento conjunto de falla $E_1 E_j$ está representado por la región sombreada. En tales casos, se puede ver de la Fig. 8 que

$$P(E_1 E_j) \leq \min [P(A), P(B)] \quad (121)$$

donde $P(A)$ y $P(B)$ están dados por las Ecuaciones 113 y 114, respectivamente; la frontera inferior es cero (trivialmente).

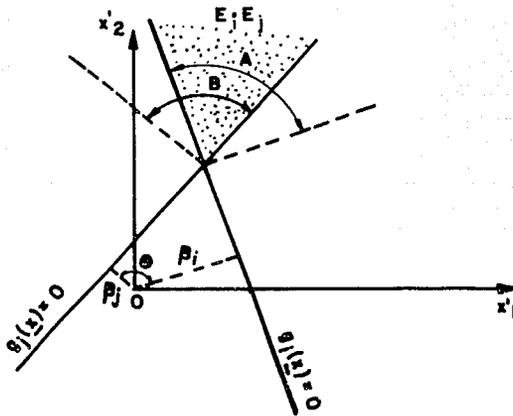


Fig. 8: Dos planos tangentes para eventos de falla negativamente dependientes

3 FUENTES DE INCERTIDUMBRE EN EL DISEÑO DE CIMENTACIONES

3.1 TIPOS Y COMPORTAMIENTO DE CIMENTACIONES EN EL VALLE DE MEXICO

Debido a la alta compresibilidad de las arcillas lacustres del valle de la Ciudad de México y a la subsistencia general del área, se usan diferentes tipos de cimentaciones dependiendo de las dimensiones y peso del edificio (Fig. 9). La vulnerabilidad de estos sistemas pudo ser evaluada después del sismo del 19 de septiembre de 1985. Con respecto a la población investigada de construcciones dañadas, el 13 % fue atribuido al insatisfactorio comportamiento de las cimentaciones.

3.1.1 Cimentaciones superficiales

El comportamiento de las cimentaciones superficiales durante el sismo de 1985 fue generalmente satisfactorio, a excepción de los casos con obvias deficiencias constructivas y/o fuertes interacciones con cimentaciones contiguas de grandes edificios.

Sin embargo, varias construcciones sobre cimentaciones superficiales mostraron grandes asentamientos no uniformes, conduciendo a la inclinación de la estructura y en algunos casos, a una incipiente falla por cortante. El comportamiento deficiente de estas cimentaciones fue relacionado con problemas previos debido a altas presiones de contacto sobre el suelo bajo cargas permanentes, excentricidad de cargas, heterogeneidades del suelo y, en ocasiones, al bombeo de agua en excavaciones cercanas. La superposición de altos esfuerzos sostenidos de cortante con esfuerzos cíclicos, condujeron a deformaciones permanentes que resultaron en grandes asentamientos e inclinación del edificio. La Fig.10 corresponde a un edificio pesado cimentado superficialmente con un asentamiento estimado de 0.65 m antes del sismo. Los valores máximos totales de asentamiento e inclinación medidos después del sismo fueron 1.57 m y 5.2 % .

3.1.2 Cimentaciones compensadas

La carga transmitida por el edificio a la cimentación , puede ser parcial o totalmente compensada por el peso del suelo excavado, con lo que no se inducen esfuerzos significantes en el subsuelo.

Funcionamientos deficientes de algunas cimentaciones sobre cajones fueron observados en dos tipos de edificios: construcciones pesadas, con grandes dimensiones en planta y construcciones esbeltas con excentricidad de carga. Estos comportamientos inadecuados se presentaron en casos de compensación parcial y presiones netas excesivas transmitidas al suelo, conduciendo a grandes asentamientos

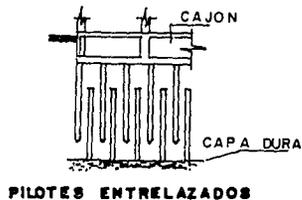
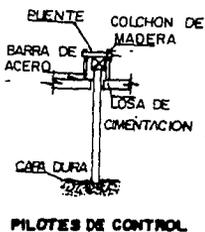
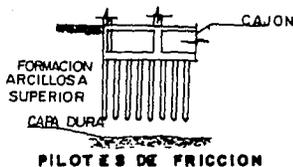
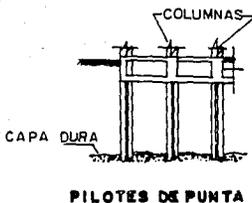
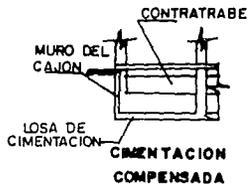


Fig. 9: Tipos de cimentaciones empleadas en la zona lacustre de la Ciudad de México

en condiciones estáticas. La infiltración de agua dentro de la caja de la cimentación eliminó en muchos casos el beneficio del efecto de flotación, reduciendo la efectividad de la compensación.

La solución de compensación resultó mal adaptada a edificios esbeltos sometidos a cargas sísmicas, como se ilustra en la Fig. 11. Este edificio de 9 pisos con dimensiones de 13x14 m en planta descansa sobre una cimentación parcialmente compensada a una profundidad de 3.8 m. La excentricidad de la carga, probablemente asociada con los balcones frontales, condujo a asentamientos diferenciales los cuales se incrementaron drásticamente durante el sismo debido al efecto combinado de momentos estáticos y dinámicos de volteo. El máximo asentamiento medido fue de 1.21 m.

3.1.3 Cimentaciones sobre pilotes de punta

Los edificios pesados son comunmente soportados por pilotes de punta apoyados en una capa dura a una profundidad de aproximadamente 30 m. A causa de la subsidencia regional, una emersión aparente del edificio generalmente ocurre. El comportamiento sísmico de estas cimentaciones fue en general satisfactorio; sin embargo, casos de daños estructurales en la periferia de los pilotes debido a momentos de volteo (Fig. 12) y posibles perforaciones por los pilotes de la capa dura soportante, han sido reportados (Mendoza y Auvinet 1988; Ovando et al, 1988).

3.1.4 Cimentaciones sobre pilotes de fricción

Los pilotes de fricción son frecuentemente usados como un complemento a las cimentaciones compensadas para reducir asentamientos (diseño en términos de deformaciones). Con menor frecuencia los pilotes de fricción son usados como un sistema de cimentación primaria (diseño en términos de capacidad de carga; Auvinet y Mendoza, 1987). Las cimentaciones sobre pilotes de fricción fueron de las más afectadas durante el sismo. Aproximadamente el 13 % de todos los edificios de 9 a 12 pisos, muchos de éstos sobre pilotes de fricción, fueron severamente dañados en el sector central de la ciudad (Mendoza y Prince, 1986).

También, dos formas de comportamiento deficiente pudieron ser identificadas: asentamientos de edificios pesados con grandes dimensiones en planta e inclinación permanente, incluyendo un caso de colapso asociado al volteo de estructuras esbeltas o excéntricamente cargadas.

La última situación está ilustrada en la Fig. 13. Esta estructura cubre un área de 160 m². Su cimentación consiste de un cajón rígido y pilotes de fricción hincados a presión dentro del suelo. La presión media al nivel de la cimentación fue de 144 kPa. Una excentricidad de



Fig. 10: Inclinación provocada por terremoto y asentamiento de un edificio sobre una losa de cimentación



Fig. 11: Inclinación provocada por terremoto y asentamiento de un edificio sobre una cimentación parcialmente compensada



Fig. 12: Daño estructural sufrido sobre pilotes de punta

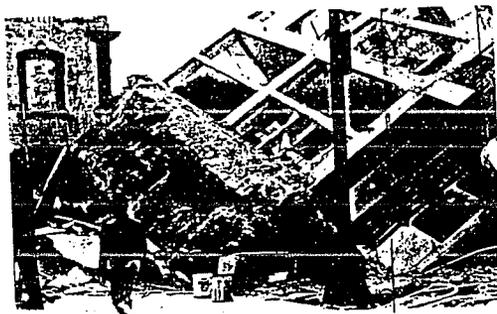


Fig. 13: Colapso de un edificio sobre pilotes de fricción

1.4 m existe entre el centroide de cargas gravitacionales y el de las cabezas de los pilotes. Parte del cajón de cimentación fue expuesto sobre la superficie del terreno, así como varios pilotes todavía conectados al cajón de la cimentación. El análisis muestra que la forma irregular del edificio en planta condujo a la existencia de un eje oblicuo con mínima capacidad de carga para resistir momentos de volteo.

De las consideraciones anteriores, se desprende que uno de los factores que más incidencia en el comportamiento defectuoso de las cimentaciones fue, además de las características excepcionales del sismo, la excesiva presión de contacto aplicada al suelo en condiciones estáticas. El origen de este exceso de presión está relacionado con las incertidumbres existentes en el momento del diseño al estimar las cargas permanentes y variables.

3.2 VERIFICACION DE CIMENTACIONES DE ACUERDO CON EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCION DEL D.F.

3.2.1 Principios generales

El Reglamento de Construcción del Distrito Federal establece en sus normas técnicas los criterios de diseño a seguir en la concepción y construcción de edificios, para que tengan seguridad apropiada contra falla y contra la ocurrencia de estados de comportamiento inadmisibles o indeseables. La seguridad debe ser adecuada en el sentido de que sea compatible con las consecuencias que la falla pueda traer y con el costo de incrementar dicha seguridad.

La mayoría de los reglamentos existentes tratan de cumplir con el objetivo anterior en forma muy indirecta, especificando para cada material una serie de reglas y procedimientos de diseño que llevan implícitas consideraciones conservadoras en las cargas, en las propiedades de las cargas, en las propiedades de los materiales y en las expresiones mismas del diseño. Esta forma de proceder tiene varias limitaciones.

a) Debido a que los procedimientos de diseño se desarrollan en forma independiente para cada material, no necesariamente hay congruencia entre el grado de seguridad que se obtiene para estructuras de materiales distintos.

b) Las consideraciones conservadoras hechas sin un criterio uniforme ni explícito en distintas etapas del diseño, ocasionan que no sea fácil deducir cuál sea la seguridad de las estructuras y que haya incongruencia en la seguridad para distintas condiciones de diseño de estructuras de un mismo tipo.

c) Los requisitos de seguridad para cada material se van ajustando con el tiempo en base a la experiencia que se obtiene sobre el comportamiento de las estructuras diseñadas.

Los reglamentos deben incluir la definición de los estados de comportamiento que se consideren inadmisibles, las cargas que las estructuras deben ser capaces de soportar sin fallar, los procedimientos para determinar la resistencia y los criterios para fijar los factores de seguridad. Estos últimos criterios deben, de preferencia, reconocer ampliamente el carácter aleatorio de las variables que influyen en las cargas y en la resistencia y proporcionar procedimientos para tratar en forma racional, y a la vez sencilla, la variabilidad y la incertidumbre en las distintas etapas del proceso de diseño.

Este enfoque es el que ha sido adoptado en el Reglamento de Construcción para el Distrito Federal en el cual se han incluido los conceptos que se discuten a continuación.

3.2.2 Estados límite de servicio y estados límite de falla

a) Estados límite

Se requiere que las construcciones cumplan con determinados requisitos de funcionamiento independientemente del material y sistema constructivo empleado, por tanto, en diseño hay que definir inicialmente contra que se quiere tener seguridad, es decir, después de qué límites el comportamiento de una estructura se considera inaceptable. Estas condiciones extremas se han denominado estados límite, distinguiéndose estados límite de falla que corresponden al agotamiento de la capacidad de carga de la estructura y los de servicio, que corresponden a condiciones que afectan al funcionamiento de la construcción (vibraciones excesivas, agrietamiento, daño en elementos no estructurales, etc.)

El diseño basado en estados límites fue introducido en reglamentos soviéticos desde hace unos veinte años y se está empleando cada vez con mayor frecuencia en los nuevos reglamentos (Meil R, 1976).

b) Acciones.

Una vez definido qué tipo de comportamiento se requiere para una estructura, es necesario considerar cuáles son los agentes que pueden afectarla y llevarla a un estado límite. Tales agentes suelen constituir las cargas. En una acepción más general, estos agentes se denominan acciones e incluyen los efectos de deformaciones impuestas y efectos ambientales, entre otros.

Con fines de diseño, las acciones se presentan usualmente por medio de sistemas de cargas o deformaciones impuestas cuyo efecto sobre la estructura se supone equivalente al de las acciones reales. La estructura deberá revisarse ante las combinaciones más desfavorables de acciones que puedan presentarse. Para formar las distintas combinaciones conviene clasificar las acciones de acuerdo con la duración en que actúan con máxima intensidad. Así, pueden distinguirse las acciones permanentes, que obran en forma continua sobre la estructura y cuya intensidad puede considerarse constante en el tiempo, como las cargas muertas y los empujes de tierra. Las acciones variables obran sobre la estructura en un lapso considerable de tiempo pero con una intensidad que varía en forma significativa con el tiempo, como la carga viva y los efectos de temperatura. Las acciones accidentales pueden tomar valores significativos sólo durante periodos muy cortos, como son los efectos de sismo.

Por su índole, las acciones permanentes deben intervenir en todas las combinaciones que se consideren; también deben intervenir en todos los casos las acciones variables, las que sean significativas. Pero la intensidad que se considere, deberá ser distinta según el tipo de combinación. Así, para superponer a las cargas permanentes, intervendrá la intensidad máxima en la vida de la estructura, mientras que para superponer a las cargas accidentales intervendrá la intensidad de la acción en un instante cualquiera. Para estimar efectos a largo plazo interesará la intensidad media. Para acciones accidentales importará en general la intensidad máxima que pueda presentarse.

c) Resistencia

Para revisar la seguridad contra la ocurrencia de posibles estados límite, hay que contar con métodos para evaluar la respuesta de la estructura ante el efecto de cada posible combinación de acciones. En este contexto puede definirse la resistencia como la intensidad de una acción hipotética o del efecto de una combinación de acciones, que conducirían a la estructura a un estado límite. De esta manera pueden compararse las resistencias y las acciones en una misma escala.

La resistencia de un elemento estructural puede determinarse por medio de procedimientos analíticos o experimentales en función de algunas propiedades mecánicas y geométricas de la estructura.

d) Factor de seguridad

Para lograr que la estructura tenga la confiabilidad deseada hay que diseñarla para que su resistencia media exceda al efecto medio de las acciones que puedan provocar cierto estado límite. Al cociente entre la resistencia media y la acción media se le llama factor de seguridad central o simplemente factor de seguridad. El factor de

seguridad necesario para lograr una confiabilidad dada, variará según el grado de incertidumbre que exista en las variables que intervienen en el diseño.

Generalmente en el Reglamento de Construcción para el D.F no se especifican factores centrales de seguridad, sino que toman factores parciales de seguridad, como son factores de carga que incrementan las acciones y factores de resistencia que reducen la resistencia calculada. Se suele emplear además para las distintas variables valores conservadores para cubrir en parte la incertidumbre y la variabilidad en las mismas. Estos valores conservadores llamados valores nominales o característicos, son tales, que la probabilidad de que sean rebasados del lado desfavorable es pequeña. La combinación de los factores parciales de seguridad y valores característicos da lugar a un factor de seguridad total y a una confiabilidad dada de la estructura.

3.3 INCERTIDUMBRES

3.3.1 Inventario de fuentes de incertidumbre

Como ya se mencionó en secciones anteriores del capítulo 1 el análisis probabilista puede ser aplicado al estudio de la seguridad de cualquier sistema. En ingeniería de cimentaciones, la probabilidad de falla, podría ser la probabilidad de la ocurrencia de un asentamiento excesivo o de un colapso. En un análisis probabilista, la carga aplicada y la resistencia del suelo son consideradas variables aleatorias. Si las distribuciones de la carga y la resistencia del suelo son conocidas, la probabilidad de falla puede ser calculada por los métodos vistos en el capítulo I, ejemplos de estos análisis son dados por Wu y Leland (1967) y Auvinet (1988).

El diseño de cimentaciones, por ejemplo, en suelos blandos debe estar basado en estimaciones correctas de las acciones a las cuales la estructura podría ser sometida en condiciones estáticas y dinámicas. Como ya se vio, el comportamiento sísmico insatisfactorio de las cimentaciones puede frecuentemente ser indicador de una sobrecarga en condiciones estáticas como una consecuencia de un diseño inadecuado pero también de cambios en el uso del edificio, inundaciones del sótano, etc. El diseño deberá entonces tomar explícitamente en cuenta las incertidumbres con respecto a las cargas estáticas actuando sobre la cimentación. La incertidumbre sobre la carga sísmica de la cimentaciones es aún grande, ya que el espectro de diseño está frecuentemente basado sobre juicios ingenieriles tomando en cuenta información estadística limitada sobre temblores fuertes en el área.

Parece entonces necesario para cualquier análisis y diseño de cimentaciones en subsuelos dificultosos, llevar a cabo una evaluación de confiabilidad.

3.3.2 La incertidumbre en las cargas permanentes y vivas

Muchos de los factores que afectan el comportamiento de las cimentaciones en principio podrían ser controlados a nivel de proyecto y durante la operación de construcción. Entre éstos se incluyen sobrecargas, grandes excentricidades inherentes, modificaciones arquitectónicas y otros fenómenos tales como inundación de sótanos. Los buenos proyectos ingenieriles deberían eliminar muchos de los riesgos relacionados con tales variables. Otros elementos, incluyendo las cargas vivas y sísmicas, permanecen sin embargo aleatorias.

De acuerdo con Mell (1976), para los edificios de la Ciudad de México, el valor esperado de las cargas permanentes es una función del tipo de edificio, pero el coeficiente de variación parece ser constante e igual a 0.08. El código de construcción de la Ciudad de México especifica el valor esperado de las cargas vivas en concordancia con la naturaleza y el tipo de estado límite a ser revisado. El coeficiente de variación está relacionado con el área de aplicación A, como sigue (Mell, 1976):

$$CV = 0.25 + 1.4 / \sqrt{A} \quad (122)$$

El coeficiente de variación de la carga total (viva más permanente) parece ser independiente de las dimensiones o de la forma de ciertos edificios típicos (cerca de 0.076) ya que las cargas vivas son relativamente pequeñas comparadas con las cargas permanentes (Auvinet y Rossa, 1991).

Propios de la carencia de datos relevantes e información publicada, especialmente para los edificios de la Ciudad de México, los parámetros estadísticos de la excentricidad de la carga pueden sólo ser estimados aproximadamente. A partir de simples suposiciones con respecto a las incertidumbres sobre la magnitud y distribución de las cargas, el orden de magnitud de la desviación estándar de la excentricidad fue encontrada alrededor del 0.5 por ciento de las dimensiones del edificio a lo largo de una dirección dada (Auvinet y Rossa, 1991).

En el código de construcción, las cargas sísmicas para diferentes zonas geotécnicas son especificadas a través de espectros de respuesta. Un análisis ("estático") simplificado puede, en muchos casos, estar basado sólo en el coeficiente sísmico, uno de los parámetros del espectro. Podría ser reconocido que este coeficiente sísmico, el cual ha sido modificado en sucesivas ediciones del código, es realmente una variable aleatoria.

3.3.3 Incertidumbre en las propiedades del suelo

Se ha demostrado (Vanmarke, 1977 ; Lumb, 1966) que aún dentro de capas de suelo homogéneas, las propiedades ingenieriles pueden exhibir considerable variación de un punto a otro. De ahí que la correcta descripción de la variabilidad espacial del suelo sea primordial en el desarrollo de procedimientos prácticos que traten con el riesgo e incertidumbre en la ingeniería geotécnica. El modelado de las características estocásticas de los perfiles del suelo es importante en la predicción del buen funcionamiento de los sistemas geotécnicos. Por ejemplo, los patrones de asentamiento y asentamiento diferencial están íntimamente relacionados a las diferencias imprevistas en la compresibilidad del suelo. Predicciones confiables del asentamiento diferencial requieren de una adecuada descripción de las diferencias punto a punto de la compresibilidad del suelo. En problemas de estabilidad, el riesgo es una función, no sólo del factor de seguridad calculado, sino también del grado de aproximación con el cual el factor de seguridad fue determinado. Por lo tanto, la incertidumbre en los valores de los parámetros del suelo utilizados en cálculos de estabilidad son valiosamente cuantificados. Otro claro potencial benéfico de una metodología para tratar con la variabilidad espacial del suelo está en el diseño de programas de exploración y la evaluación de su efectividad.

Tres fuentes mayores de incertidumbre en el modelado de perfiles del suelo pueden ser identificados. La primera fuente es la heterogeneidad natural o la variabilidad insitu del suelo. En suelos naturales, esto es causado por la variación en la composición mineral y la historia de esfuerzos. La segunda fuente de incertidumbre es atribuida a la limitada disponibilidad de información acerca de las condiciones del subsuelo. Las características de los perfiles del suelo deben ser inferidas de investigaciones de campo o laboratorio de un limitado número de muestras del suelo. Esta fuente de incertidumbre estadística puede ser reducida a expensas de adicionar más pruebas. Los errores de medición constituyen la tercera (no menos frecuente e importante) fuente de incertidumbre. Los valores medidos difieren de los valores actuales de campo debido a disturbios en las muestras, imperfecciones en las pruebas y factores humanos. Incertidumbres del tercer tipo ocurren también cuando las propiedades ingenieriles son obtenidas a través de correlaciones con propiedades índices.

En la ingeniería de cimentaciones las medidas de resistencia de especímenes de suelo son generalmente promediadas de una forma u otra para dar un valor para el diseño. Puede ser apreciado que para un depósito de suelo dado la resistencia actual no es una constante sino que varía de un punto a otro con el tiempo. Consecuentemente, la resistencia de falla es una variable aleatoria.

4 ANALISIS DE CONFIABILIDAD APLICADO A CIMENTACIONES

Para ilustrar la aplicación del análisis de confiabilidad se prestará atención en lo que sigue a la confiabilidad de cimentaciones en cuanto a los estados límite de servicio. Este tipo de análisis puede extenderse fácilmente al caso de estados límite de falla.

4.1 Asentamientos de cimentaciones

De acuerdo al Código de Construcción de la Ciudad de México, los asentamientos totales de la cimentación no deben exceder 0.3m (primer criterio) y para estructuras de concreto los asentamientos diferenciales por unidad de longitud entre dos puntos cualesquiera debe ser menor a 0.004 (segundo criterio). En la opinión de varios ingenieros, dadas las condiciones especiales de la ciudad, éste último criterio es difícil de cumplir y se ha propuesto que debe ser incrementado a 0.008 (tercer criterio).

El código permite que los asentamientos sean calculados por procedimientos estándar consistentes en calcular los esfuerzos inducidos en el suelo usando la teoría elástica y obteniendo las deformaciones verticales correspondientes a partir de pruebas de consolidación unidimensionales de laboratorio. En la ciudad de México, la experiencia ha mostrado que este procedimiento sólo sobreestima ligeramente los asentamientos verdaderos.

Los esfuerzos verticales inducidos por una cimentación poligonal pueden ser estimados usando la integración analítica de la fórmula de Boussinesq para cargas uniformes superficiales (Damy, 1985) o cargas linealmente distribuidas (Rossa y Auvinet, 1990) y por la ecuación de Mindlin para cargas profundas uniformes (Rossa y Auvinet, 1990). Las curvas típicas de compresibilidad de las arcillas de la ciudad de México son mostradas en la Fig. 14.

Para cimentaciones compensadas de edificios típicos, supuestos en primera instancia libres de excentricidad, los cálculos (realizados mediante el programa FONDCOMP, Rossa 1990) muestran que cargas unitarias en exceso de la presión de compensación conducen a asentamientos totales muy grandes (Figs. 15 y 16). Por lo contrario, independientemente de las dimensiones y forma del edificio, los movimientos son relativamente insensibles a la sobre-compensación.

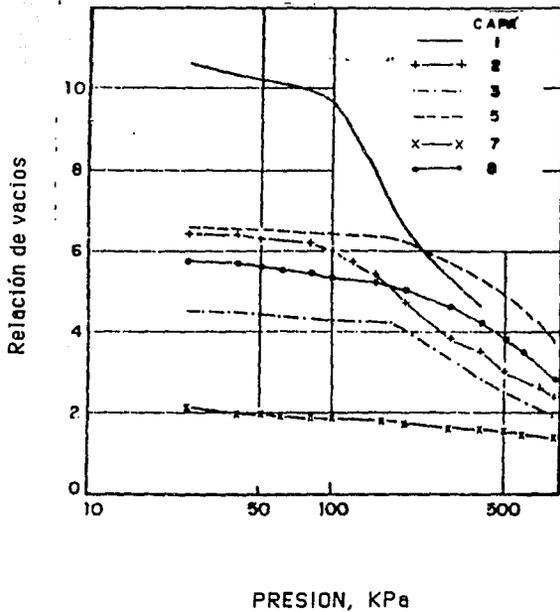
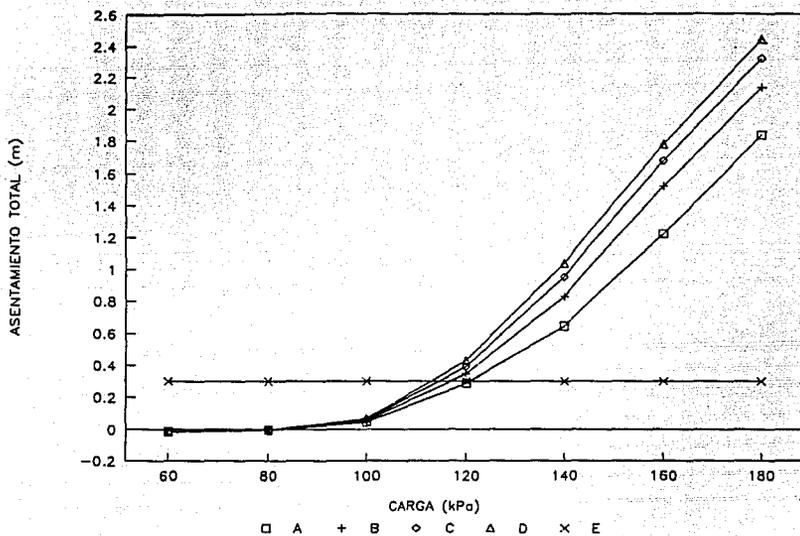
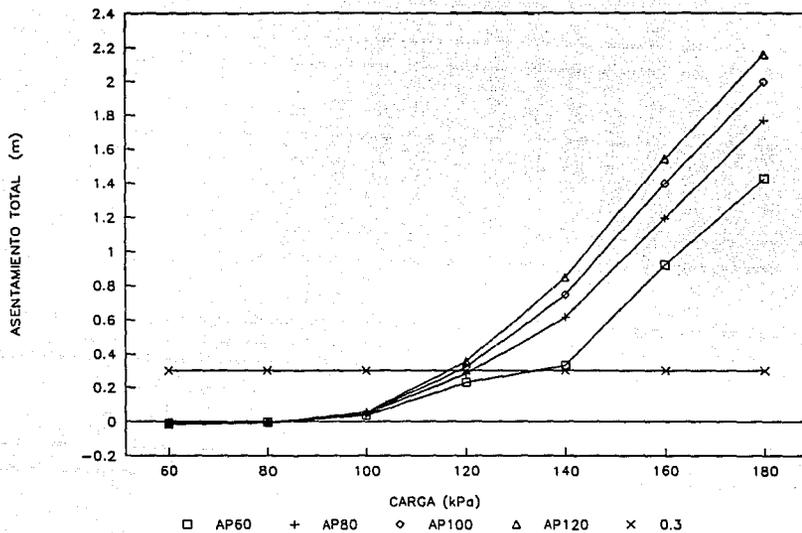


Fig. 14: Curvas de compresibilidad para las arcillas de la Ciudad de México



Perímetro (m)
 A: 60
 B: 80
 C: 100
 D: 120
 E: Valor crítico de 0.3 m

Fig. 15: Asentamientos totales para cimentaciones (cuadradas) compensadas



AP60: Perímetro 60 m
 AP80: Perímetro 80 m
 AP100: Perímetro 100 m
 AP120: Perímetro 120 m
 0.3: Valor crítico de 0.3 m

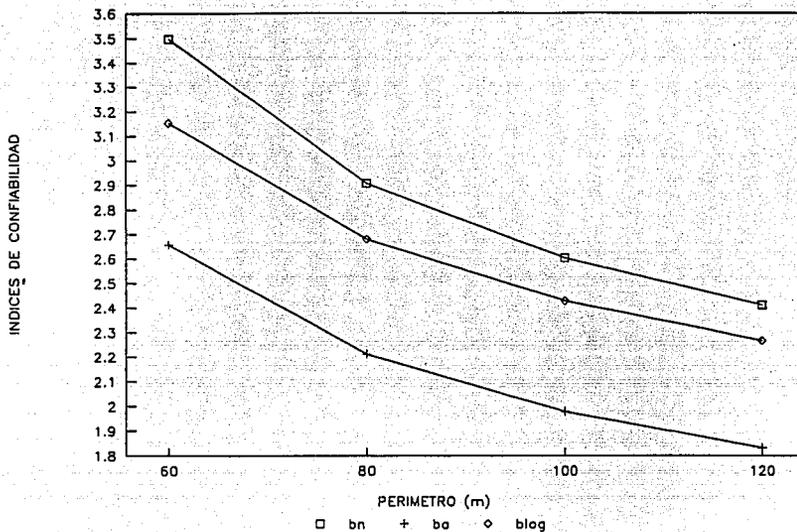
Fig. 16: Asentamientos Totales para cimentaciones (rectangulares) compensadas

4.2 Análisis de confiabilidad con cargas aleatorias

Considerando el máximo asentamiento permitido (para el primer criterio) como un punto crítico y la combinación de cargas del código de construcción (carga viva más carga permanente multiplicadas por un factor unitario de carga) como una demanda aleatoria distribuida normalmente en un caso y lognormalmente en otro, la confiabilidad para edificios típicos fue calculada. Se tomó como ejemplo el caso de una cimentación compensada con una excavación de 6.6 m de profundidad, lo que corresponde a una descarga del suelo por excavación al nivel de desplante de 95.6 kPa. Para las cimentaciones cuadradas los resultados (Anexo 1) muestran que el índice de confiabilidad tiene un comportamiento decreciente no lineal con respecto al aumento del perímetro de la cimentación, no existiendo grandes diferencias entre suponer una distribución normal o lognormal en la carga, pero sí más notoria al variar el coeficiente de variación de carga en el modelo normal del valor 0.67 a 0.1 (Fig. 17), las probabilidades de falla para este caso muestran un comportamiento creciente cuasilineal con respecto al aumento del perímetro de la cimentación (Fig. 18).

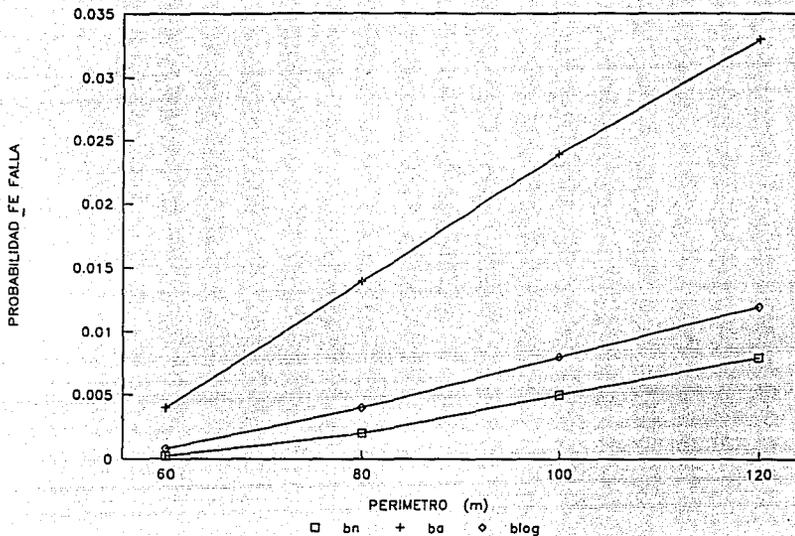
Para las cimentaciones rectangulares los cálculos (Anexo 2) muestran que el índice de confiabilidad también muestra un comportamiento decreciente no lineal con el aumento del perímetro de la cimentación, pero ahora la diferencia entre un modelo normal y uno lognormal en la carga aplicada es más notoria que para las cimentaciones cuadradas, aquí también la mayor diferencia aparece al cambiar el coeficiente de variación (en el modelo normal) de la carga total aplicada de 0.67 a 0.1 (Fig 19), las probabilidades de falla, para este caso muestran un comportamiento menos lineal que para las cimentaciones cuadradas, al aumentar el perímetro de las mismas (Fig 20).

Resumiendo, los índices de confiabilidad con respecto al primer criterio (calculados haciendo uso de la ecuación de Boussinesq y considerando a la carga total que actúa sobre la cimentación distribuida normalmente o lognormalmente) muestran un comportamiento decreciente no lineal al aumentar el perímetro de la cimentación ya sean éstas, de forma cuadrada o rectangular, aunque para un mismo perímetro las rectangulares tienen un mayor índice que las cuadradas, también los que suponen a la carga distribuida lognormalmente son menores que los que suponen a la carga distribuida normalmente. Suponiendo un coeficiente de variación en la carga total (distribuida normalmente) de 0.1, los índices de confiabilidad se vieron reducidos hasta un 75 %, con respecto a los calculados con un coeficiente de variación de 0.067 independientemente de la forma y perímetro de la cimentación.



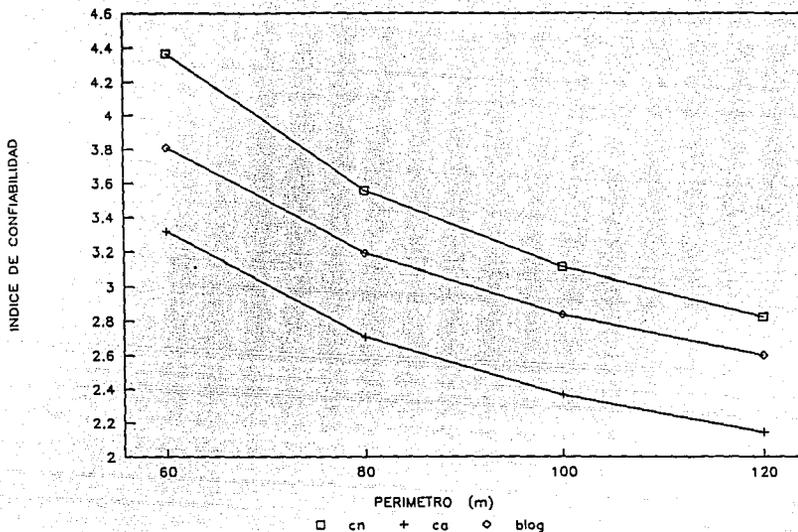
bn: Distribución normal en la carga total y un coeficiente de variación de 0.076
 ba: Distribución normal en la carga y un coeficiente de variación de 0.1
 blog: Distribución lognormal en la carga

Fig. 17: Indices de Confiabilidad para cimentaciones cuadradas, considerando distribución normal y lognormal en la carga



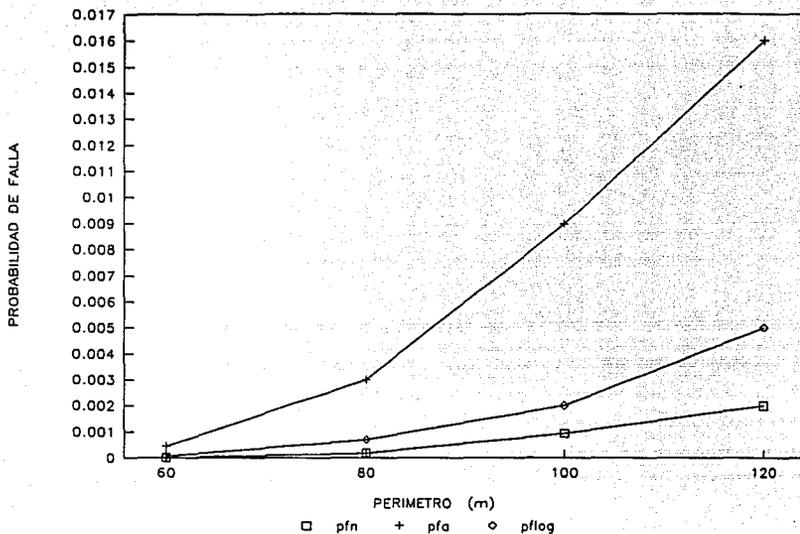
bn: Suponiendo distribución normal y un coeficiente de variación de 0.076
 ba: Distribución normal y un coeficiente de variación de 0.1
 blog: Distribución lognormal en la carga

Fig. 18: Probabilidad de falla para cimentaciones cuadradas, suponiendo distribuciones normal y lognormal en la carga



cn: Suponiendo distribución normal y coeficiente de variación = 0.076
ca: Suponiendo distribución normal y coeficiente de variación = 0.1
blog: Suponiendo distribución lognormal

Fig. 19: Confiabilidad para cimentaciones rectangulares con relación largo/ancho = 3, suponiendo a la carga con distribución normal y lognormal



pfn: Suponiendo distribución normal y coeficiente de variación = 0.076
 pfa: Suponiendo distribución normal y coeficiente de variación = 0.1
 pfllog: Suponiendo distribución lognormal

Fig. 20: Probabilidad de falla para cimentaciones rectangulares, con relación largo/ancho = 3, suponiendo a la carga con distribución normal y lognormal

Para el segundo y tercer criterio, los asentamientos diferenciales de cimentaciones cuadradas y rectangulares de varios perímetros fueron calculados (Anexo 3), éstos indican (Figs. 21 y 22) un comportamiento similar al encontrado en los del primer criterio. Los índices de confiabilidad en estos casos (segundo y tercer criterio) muestran un comportamiento creciente cuasilineal al aumentar el perímetro de la cimentación independientemente de la forma (cuadrada o rectangular), pero siendo mayor para las cimentaciones rectangulares (Figs. 23 y 24). Como es lógico pensar, los índices de confiabilidad para el tercer criterio son mayores que para el segundo.

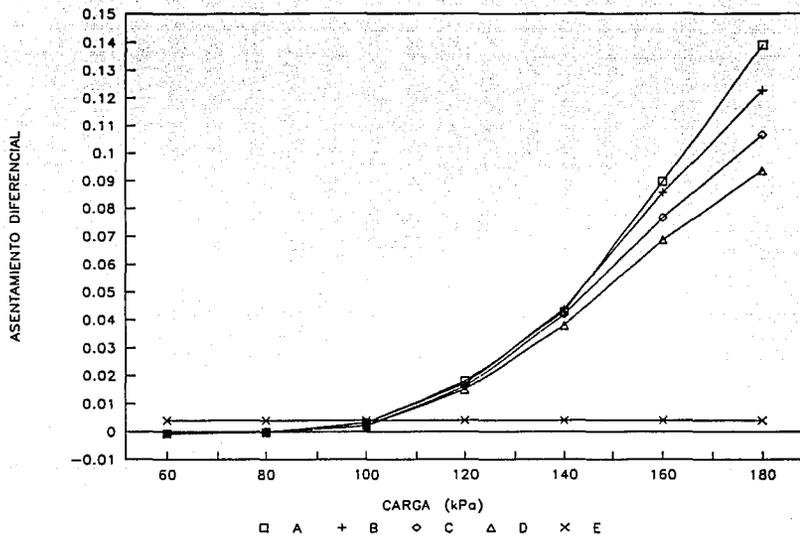
4.3 Análisis de confiabilidad con cargas y propiedades del suelo aleatorias

Una segunda alternativa para calcular la confiabilidad fue explorada, esta forma está basada en la fórmula sugerida por Peck et al (1974) para calcular el asentamiento producido en el centro de la cimentación de un edificio asentado en arcillas (Fig.25) y la metodología de los segundos momentos desarrollada en el capítulo 2. Dicha fórmula es la siguiente:

$$S = \frac{C_c}{1 + e_0} H \log \left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0} \right) \quad (123)$$

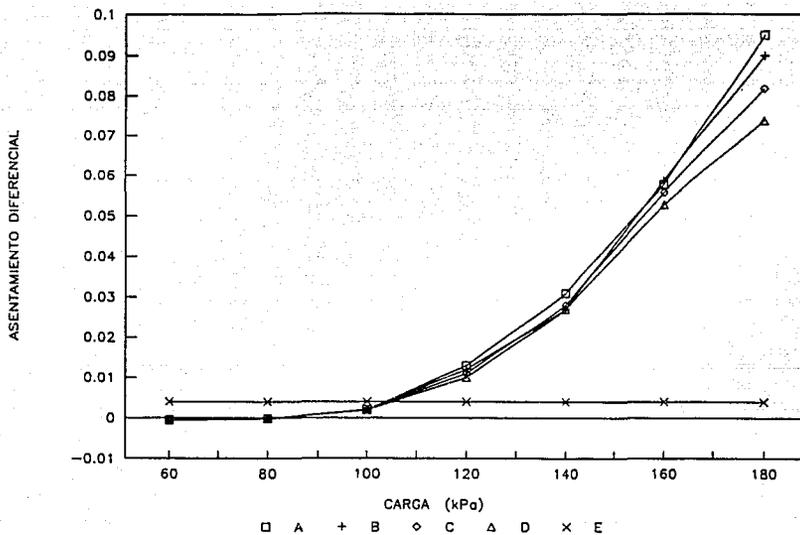
donde S es el asentamiento en el punto A de la Fig.25.; C_c es el índice de compresión de la arcilla; e_0 es la relación de vacíos de la arcilla antes de cargarla; H es el espesor de la capa de arcilla; p_0 es la presión efectiva original en el punto B (punto medio de la capa de arcilla) antes de cargarla; y Δp es el incremento de presión en el punto B causado por la construcción de la estructura; "log" denota logaritmo de base 10. Debido a la no uniformidad del espesor y la carencia de homogeneidad de la capa de arcilla, el asentamiento pronosticado por la fórmula empírica podría estar sujeto a un error del modelo, el cual puede ser corregido por un factor N.

Suponiendo un asentamiento satisfactorio menor a 11.8 pulgadas y las variables teniendo las siguientes estadísticas:



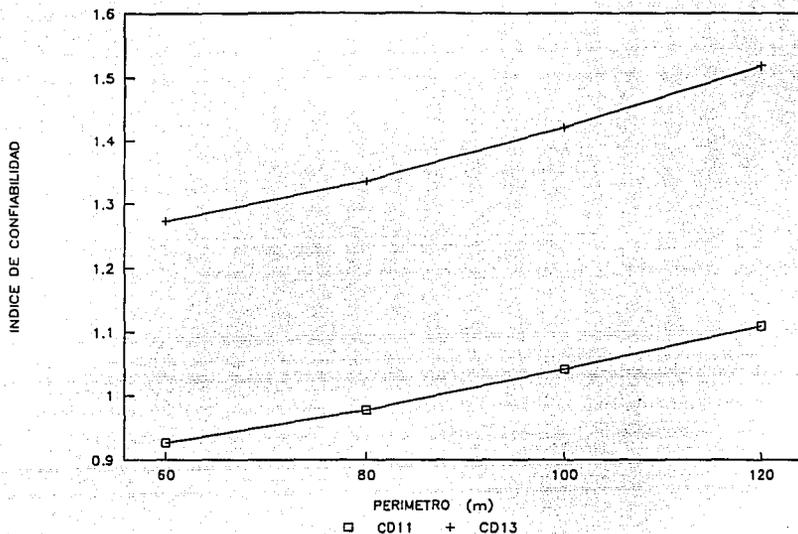
- A: Perímetro 60 m
- B: Perímetro 80 m
- C: Perímetro 100 m
- D: Perímetro 120 m
- E: Valor crítico de 0.004 m

Fig. 21: Asentamientos diferenciales para cimentaciones cuadradas



- A: Perímetro 60 m
 B: Perímetro 80 m
 C: Perímetro 100 m
 D: Perímetro 120 m
 E: Valor crítico de 0.004 m

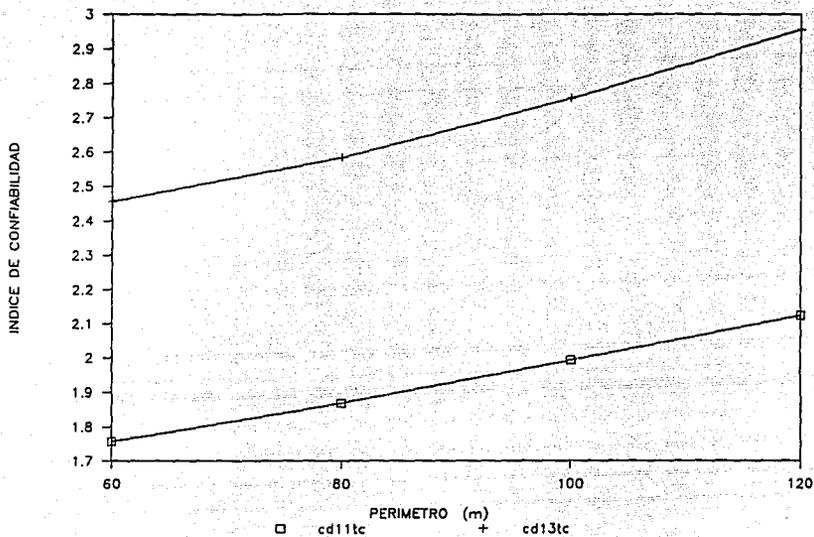
Fig. 22: Asentamiento diferencial para cimentaciones rectangulares, con relación largo/ancho = 3



CD11: Cimentación cuadrada

CD13: Cimentación rectangular con relación largo/ancho = 3

Fig. 23: Confiabilidad para el segundo criterio en cimentaciones cuadradas y rectangulares



cd11tc: Cimentación cuadrada

cd13tc: Cimentación rectangular con relación largo/ancho = 3

Fig. 24: Confiabilidad para el tercer criterio en cimentaciones cuadradas y rectangulares

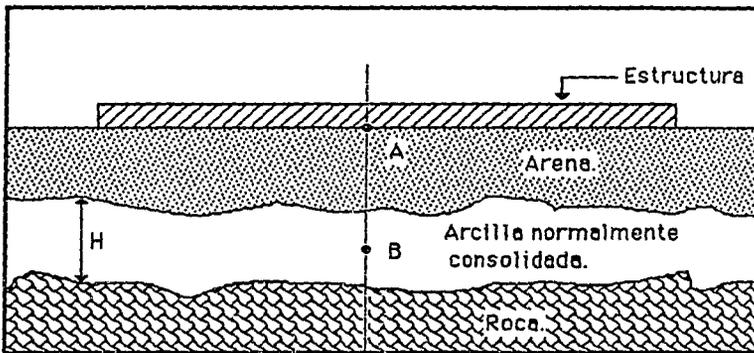


Fig. 25: Perfil del suelo.

	Media	Desviación Estándar
N	1	0.1
C _c	1.636	0.099
e ₀	5.0	0.1785
H	1126 pulgadas	18.4
p ₀	2.0056 ksf	0.186
Δp	**	0.076

El símbolo ** es usado aquí para representar que el valor depende de la geometría de la cimentación y de la carga aplicada, este valor se calculó utilizando el programa FONDCOMP, por ejemplo para una cimentación de perímetro 60 m, una relación largo/ancho de 3 y una carga aplicada de 130 kPa el cálculo da un valor de 0.1822 ksf. Ya que la distribución de probabilidad de las variable es desconocida, serán supuestas normalmente distribuidas.

La función de ejecución entonces está dada por

$$g(X) = 11.8 - N \frac{C_c}{1 + e_0} H \log \left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0} \right) \quad (124)$$

Las derivadas parciales de la función de ejecución con respecto a cada una de las variables evaluadas en el punto de falla son como sigue:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial N'} \right) = - \frac{C_c}{1 + e_0} h \log \left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0} \right) \sigma_N \quad (125)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial C'_c} \right) = - \frac{n}{1 + e_0} h \log \left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0} \right) \sigma_{C_c} \quad (126)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial e'_0}\right) = n \cdot \frac{C_c}{(1+e_0)^2} h \cdot \log\left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0}\right) \sigma_{e_0} \quad (127)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial H'}\right) = -n \cdot \frac{C_c}{1+e_0} \log\left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_0}\right) \sigma_H \quad (128)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial p'_0}\right) = n \cdot \frac{C_c}{1+e_0} h \cdot \left(\frac{1}{\ln 10}\right) \left(\frac{\Delta p}{p_0 + \Delta p}\right) \frac{1}{p_0} \sigma_{p_0} \quad (129)$$

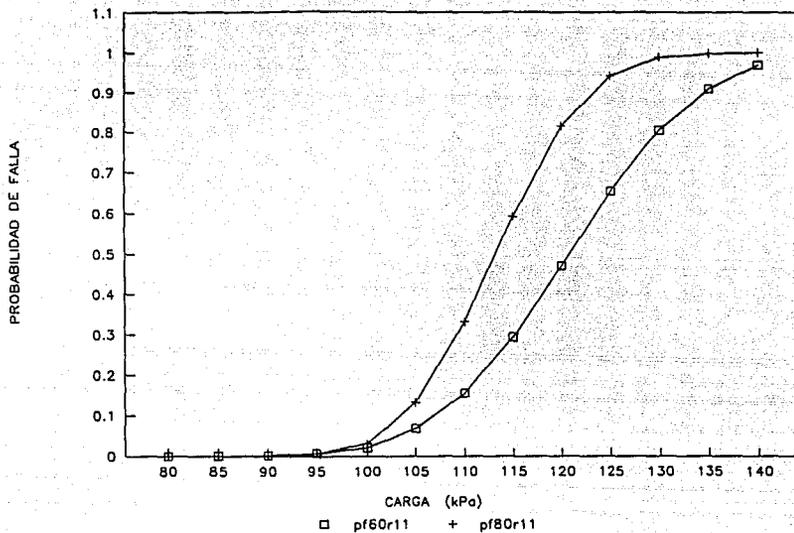
$$\left(\frac{\partial g}{\partial \Delta p'}\right) = -n \cdot \frac{C_c}{1+e_0} h \cdot \left(\frac{1}{\ln 10}\right) \left(\frac{1}{p_0 + \Delta p}\right) \sigma_{\Delta p} \quad (130)$$

Para encontrar el índice de confiabilidad, se programó el algoritmo de Rackwitz (1976), en el lenguaje Turbo Pascal versión 5.5, el código fuente de este programa aparece en el Anexo 4. A éste programa se le llama en lo posterior BETA..

Con el fin de investigar que variables asociadas con sus respectivas incertidumbres tienen mayor influencia en el cálculo del índice de confiabilidad se consideraron las siguientes tres divisiones.

I) Se supuso solamente a la carga como una variable aleatoria en el modelo. El programa BETA en este caso mostró (Anexo 5) que la probabilidad de falla para cimentaciones cuadradas de perímetro 60 m es mayor que para las cuadradas de perímetro 80 m siempre y cuando la carga aplicada fuese menor a los 100 kPa, para valores mayores a esta carga el efecto fue contrario tal como se muestra en la Fig 26.

II) Se supuso solamente a la carga y a la profundidad de la capa de arcilla como variables aleatorias en el modelo. El programa BETA mostró (Anexo 5), también que para las cimentaciones cuadradas de perímetro 60 m la probabilidad de falla es mayor que para las cuadradas



pf60r11: Perímetro de 60 m
pf80r11: Perímetro de 80 m

Fig. 26: Probabilidad de falla, para cimentaciones cuadradas, considerando solamente incertidumbre en la carga

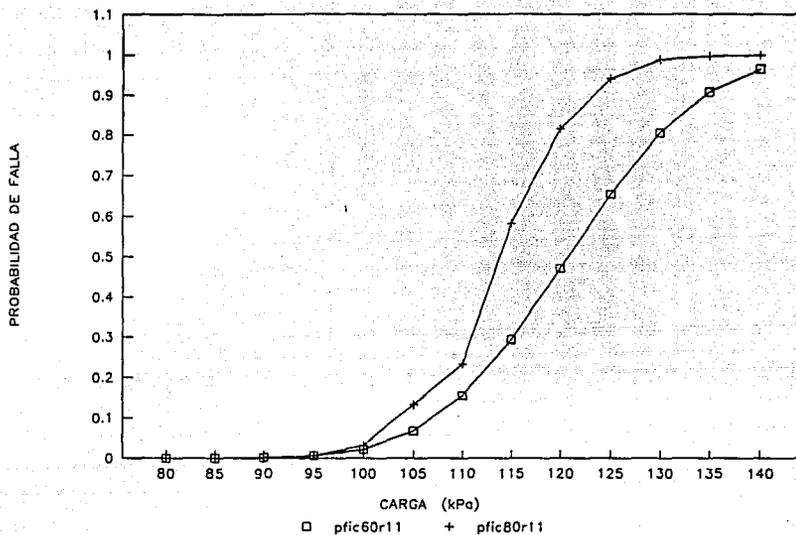
de perímetro 80 m, para valores de carga menores a los 100 kPa, para valores mayores a éste las cimentaciones cuadradas de perímetro 80 m mostraron mayores probabilidades de falla que las cuadradas de perímetro 60 m (Fig. 27)

III) Se consideraron a todas las variables en la fórmula propuesta por Peck et al (1974) como variables aleatorias. En éste último caso el programa BETA mostró (Anexo 5) el mismo comportamiento que los dos casos anteriores, es decir las cimentaciones cuadradas de perímetro 60 m mostraron mayores probabilidades de falla que las cuadradas de perímetro 80 m, para cargas aplicadas menores a los 100 kPa, para cargas aplicadas mayores a este valor, también se observó un efecto contrario como el ya explicado en los dos casos anteriores, la representación gráfica de este comportamiento aparece en la Fig. 28.

Para mostrar el comportamiento del índice de confiabilidad ante el aumento en las variables con incertidumbre en cimentaciones cuadradas de un determinado perímetro se realizaron las Figs. 29 y 30, las cuales muestran en el eje horizontal la carga aplicada a la cimentación y en el eje vertical el índice de confiabilidad para cada una de las tres clasificaciones mencionadas anteriormente, en éstas gráficas se puede observar principalmente que existe un comportamiento decreciente cuasilineal del índice de confiabilidad casi coincidente para las tres clasificaciones mencionadas, por lo tanto, concluimos que en tal clasificación la variable más significativa para el cálculo de la confiabilidad es la carga aplicada a la cimentación. La probabilidad de falla, para esta misma clasificación se muestra en las Figs. 31 y 32, la primera pertenece a cimentaciones cuadradas de perímetro 60 m, en ella podemos observar despreciables diferencias para las tres clasificaciones mencionadas, lo cual evidentemente esta de acuerdo a lo encontrado en la Fig. 29. La Fig. 32 pertenece a cimentaciones cuadradas de perímetro 80 m, en esta podemos observar que las curvas son muy semejantes para las clasificaciones I y III, aunque la curva perteneciente a la clasificación II se desvía ligeramente de las otras dos para valores de carga alrededor del los 110 kPa, en general éste comportamiento queda también respaldado por el comportamiento encontrado en la Fig.30.

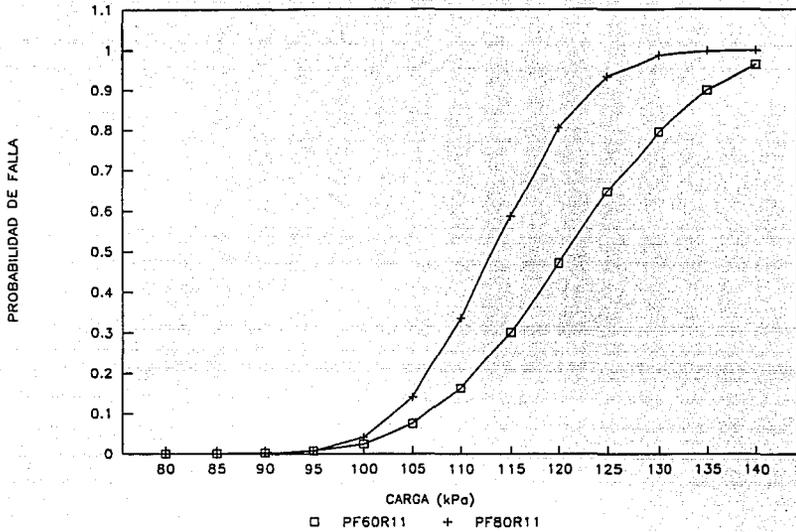
En resumen al aplicar el método de los segundos momentos a la ecuación propuesta por Peck et al (1974), se encontró que independientemente de la clasificación de las variables que poseen incertidumbre y del perímetro de la cimentación, que para cimentaciones cuadradas, las probabilidades de falla aumentan conforme la carga de compensación aumenta. Conservando constante la carga por arriba de los 100 kPa la probabilidad de falla fue mayor para las cimentaciones de perímetro 80 m que para las de 60 m, mostrando un comportamiento contrario para valores por debajo de los 100 kPa, es decir las cimentaciones de perímetro 80 m mostraron valores menores de su probabilidad de falla que las de perímetro 60 m. Estos calculos

también mostraron que para una cimentación cuadrada de perimetro dado, el índice de confiabilidad se comportó de forma cuasilineal decreciente al aumentar la carga de compensación y practicamente fue insensible al aumento en las variables con incertidumbre.



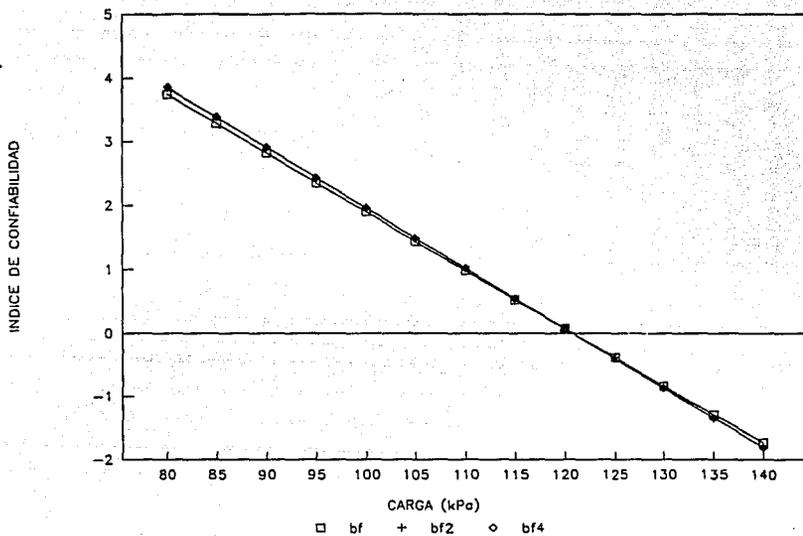
pfic60r11: Perímetro de 60 m
 pfic80r11: Perímetro de 80 m

Fig. 27: Probabilidad de falla para cimentaciones cuadradas, considerando incertidumbre sobre la carga y el espesor de la capa de arcilla



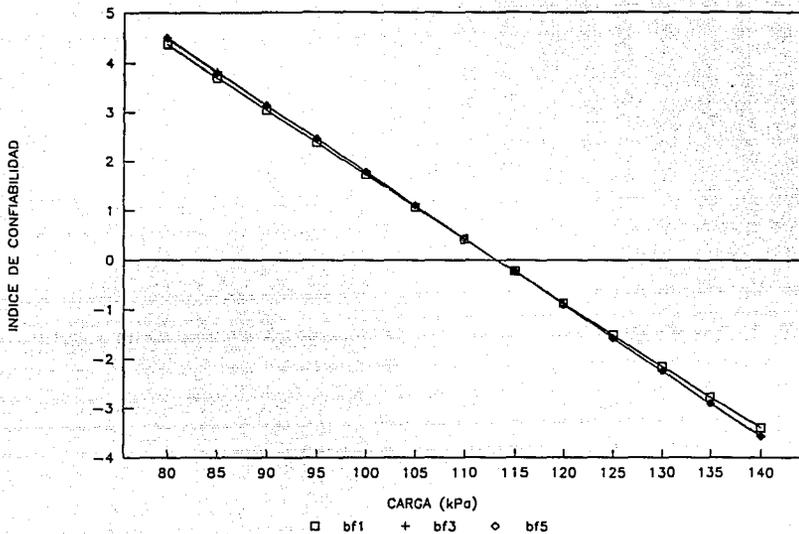
PF60R11: Perímetro de 60 m
 PF80R11: Perímetro de 80 m

Fig. 28: Probabilidad de falla para cimentaciones cuadradas, con incertidumbre en todas las propiedades



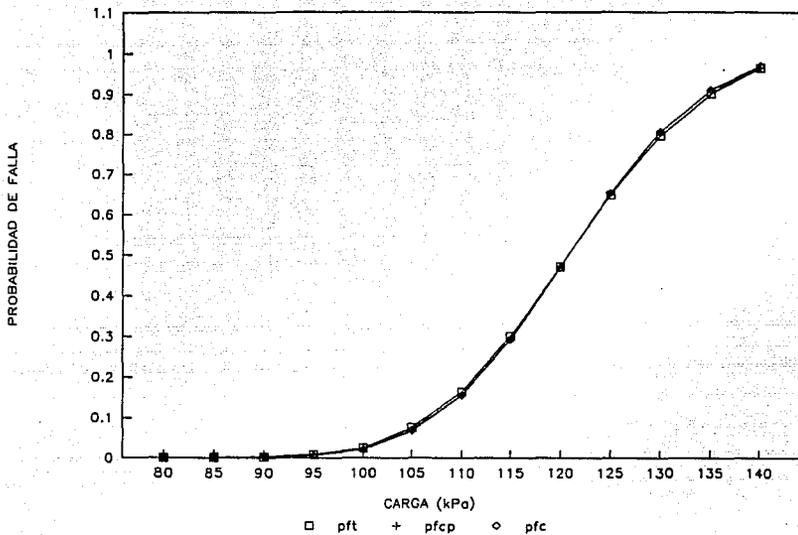
bf : Con incertidumbre en todas las propiedades
 bf2: Con incertidumbre en la carga
 bf4: Con incertidumbre en la carga y el espesor de la capa de arcilla

Fig. 29: Confiabilidad para cimentaciones cuadradas de perímetro 60 m



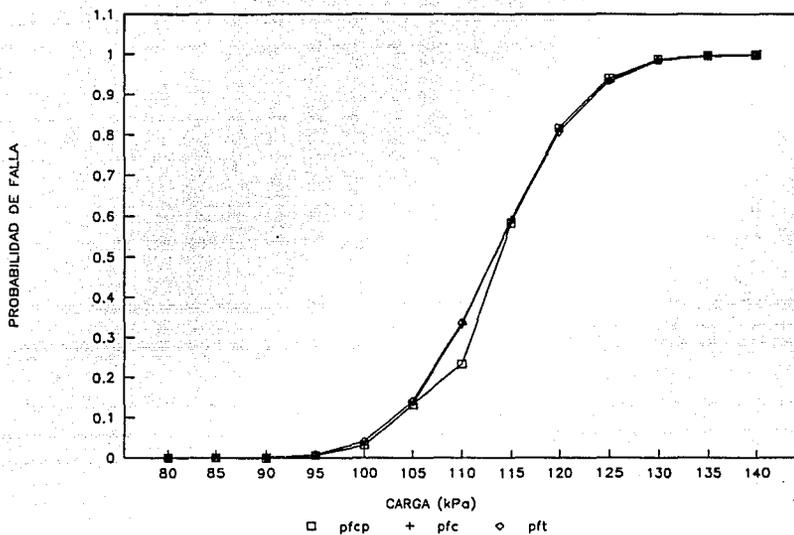
bf1: Con incertidumbre en todas las propiedades
 bf3: Con incertidumbre en la carga
 bf5: Con incertidumbre en la carga y el espesor de la capa de arcilla

Fig. 30: Confiabilidad para cimentaciones cuadradas de perímetro de 80 m



pft : Con incertidumbre en todas las propiedades
 pfc : Con incertidumbre en la carga
 pfcpc : Con incertidumbre en la carga y el espesor de la capa de arcilla

Fig. 31: Probabilidad de falla para cimentaciones cuadradas de perímetro 60m



pft : Con incertidumbre en todas las propiedades

pfc : Con incertidumbre en la carga

pfc : Con incertidumbre en la carga y el espesor de la capa de arcilla

Fig. 32: Probabilidad de falla para cimentaciones cuadradas de perímetro 80 m

CONCLUSIONES

En México la historia de los sismos han mostrado que los malos o deficientes diseños de edificios cimentados en suelos dificultosos como los de la Ciudad de México han tenido consecuencias desastrosas, motivo por el cual los ingenieros cada vez han intentado que sus diseños cumplan con el objetivo deseado.

Ante la propia aleatoriedad en los factores y/o propiedades que intervienen en los diseños ingenieriles, se hace necesario contar con una metodología la cual permita no asegurar el buen funcionamiento de un sistema pero si proporcionar un grado de confiabilidad al ejecutar las funciones para las cuales fue diseñado. Esta metodología ha recibido el nombre de teoría de la confiabilidad.

En esta tesis se mostro que la teoría de la confiabilidad, en particular su formulación en términos de segundos momentos es de vital importancia en la ayuda del diseño de cimentaciones superficiales en la Ciudad de México. Este análisis resalto que variables como la carga aplicada y las propiedades del suelo, la primera es la que tiene más peso en el cálculo del índice de confiabilidad. Los resultados indican una conveniencia de un diseño robusto (es decir que presente alta confiabilidad) en este tipo de cimentaciones.

De lo anterior se desprende que para posteriores análisis y diseños de cimentaciones en suelos dificultosos es necesario llevar a cabo una evaluación de confiabilidad.

B I B L I O G R A F I A

Ang A. H-S., Cornell, C.A., "Reliability Bases of Structural Safety and Design," *J of Structural Division*, ASCE, Vol 100., No. ST9, Septiembre 1974, pp. 1755-1769.

Ang A. H-Sy Tang W.H., *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol II*, Decision, Risk and Reliability, John Wiley and Sons, N.Y. 1984.

Auvinet G. "Confiabilidad de Presas Homogeneas", Trabajo presentado para el ingreso a la Academia Mexicana de Ingenieria. 24 de marzo 1988.

Auvinet G. y O. Rossa, "Reliability of Foundations on Soft Soils", *Proceedings, CERRA-ICASP6*, México City, 2, p. 768-775. 1991.

Auvinet G. y M. J. Mendoza, "Comportamiento de diversos tipos de cimentación en la zona lacustre de la Ciudad de México durante el sismo del 19 de Septiembre de 1985", *Proceedings, Symposium: "Los sismos de 1985: Casos de Mecánica de Suelos"*, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, México, 1986.

Auvinet G. y M.J. Mendoza, "Consideraciones respecto al diseño de cimentaciones sobre pilotes de fricción en zonas sísmicas", *Proceedings, VII Congreso Nacional de Ingeniería sísmica*, PC-239, Querétaro, México, 1987.

Cornell, C.A., "Structural Safety Specification Based on Second-Moment Reliability", *Sym. Int. Assoc. of Bridge and Struct, Engr.*, Londres, 1969.

Damy J. y Casales G., "Soil stresses under a polygonal area uniformly loaded", *International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering*, San Francisco, USA 1985.

Ditlevsen O., "Generalized Second Moment Reliability Index," *J. of Structural Mechanics*, Vol 7 No. 4 1979, pp 435-451.

Ditlevsen O., "Narrow Reliability Bounds for Structural Systems", *J. of Structural Mechanics*, vol. 7, No. 4, 1979, pp. 453-472.

FONDCOMP, (Rossa), 1990, Instituto de ingeniería, UNAM

Hasofer, A.M. y Lind, N., "An Exact An Invariant First-Order Reliability Format", *J. of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 100, No. EM1, Febrero, 1974, pp 111-121

Kapur, K.C. y L. R. Lamberson, *Reliability in Engineering Design*, John Wiley and Sons, N.Y., 1977.

Lumb P. "The variability of natural soils", Canadian Geotechnical Journal, Vol. III, No.2. Printed in Canada. 1976.

Ma, H.-F., y Ang, A. H-S, "Reliability Analysis of Redundant Ductile Structural Systems," Univ. of Ill., C.E. Studies, Str. Res. Ser. No. 494, Agosto, 1981.

Meli R., "Bases para los criterios de diseño estructural del proyecto de reglamento de construcciones para el Distrito Federal", Revista Ingeniería, Abril-Junio 1976, UNAM México.

Mendoza M. y G. Auvinet, "The Mexico Earthquake of September 19, 1985 - Behavior of Building Foundations in Mexico City". *Earthquake Spectra*, 4.4, p. 835-853. 1988.

Mendoza M. y J. Prince. " Preliminary Report on the Earthquake of September 19, 1985, and its Effects on Structures and Foundations in Mexico City", *Geotechnical News*, 4, No. 1, p. 20-29m Vancouver. 1986.

Ovando E., M. J. Mendoza y M. P. Romo. "Earthquake Induced Settlements in End Bearing Pile Foundations in Mexico City", *Earthquake Spectra*, 4.4, p. 753-770, 1988.

Palohelmo, E., y Hannus, H., "Structural Design Based on Weighted Fractiles," *J. of Structural Division*, ASCE, Vol. 100, No. St7, 1974, pp. 1367-1378.

Peck, R.B., Hanson, W.E., y Thornburn, T. H., *Foundation Engineering*, J. Wiley and Sons, Nueva York, 1974.

Rackwitz, R., "Practical Probabilistic Approach to Design", *Bulletin 112* Comité Européen du Béton, Paris Francia, 1976.

Rossa O. y Auvinet G. "Stresses Induced by Surficial and Deep Loading in an Elastic Medium", *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 118 ,No 8, August 1992, pp 1241-1246.

Rosenblatt, M., "Remarks on a Multivariate Transformation", *Annals of Math. Stat.*, Vol. 23, No. 3, Septiembre 1952, pp 470-472.

Shinozuka, M., "Basic Analysis of Structural Safety", *J. of Structural Division*, asce, Vol. No. 3, 109, Marzo 1983.

Vanmarcke, E. H., "Probabilistic Modeling of Soil Profiles", *J. of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE. Vol. 103, No. GT11, Noviembre, 1977, pp. 1237-1246.

Wu T. H. y Leland M. K. ASCE. "The Probability of Foundation Safety", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, September, 1967.

A N E X O I

(CALCULOS PARA CIMENTACIONES CUADRADAS)

i := 0 ..3

cp := $\begin{bmatrix} 60 \\ 80 \\ 100 \\ 120 \end{bmatrix}$

medlog := 95.57

sdlog := .076·95.67

sdlog = 7.271

bn := $\begin{bmatrix} \frac{121.1 - 95.67}{.076 \cdot 95.67} \\ 116.82 - 95.67 \\ \frac{.076 \cdot 95.67}{114.6 - 95.67} \\ .076 \cdot 95.67 \\ 113.2 - 95.67 \\ .076 \cdot 95.67 \end{bmatrix}$

ba := $\begin{bmatrix} 121.1 - 95.67 \\ .1 \cdot 95.67 \\ 116.82 - 95.67 \\ .1 \cdot 95.67 \\ 114.6 - 95.67 \\ .1 \cdot 95.67 \\ 113.2 - 95.67 \\ .1 \cdot 95.67 \end{bmatrix}$

mednor := $\ln(\text{medlog}) - \frac{\ln\left[\frac{\text{sdlog}^2}{\text{medlog}^2} + 1\right]}{2}$

sdnor := $\left[\ln\left[\frac{\text{sdlog}^2}{\text{medlog}^2} + 1\right] \right]^{0.5}$

mednor = 4.557

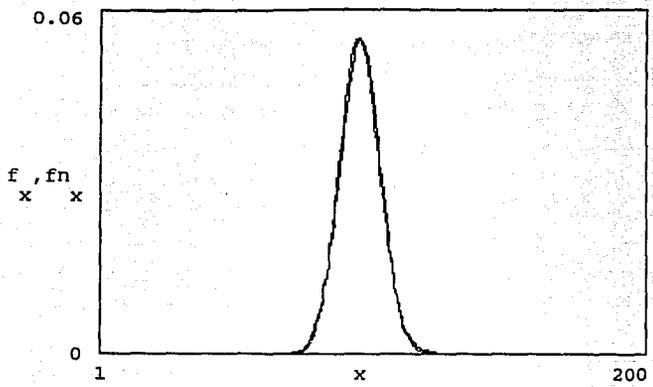
sdnor = 0.076

pi := 3.1416

x := 1 ..200

f_x := $(2 \cdot \text{pi})^{-0.5} \cdot (\text{sdnor} \cdot x)^{-1} \cdot \exp\left[\frac{-1}{2} \cdot \left[\frac{\ln(x) - \text{mednor}}{\text{sdnor}}\right]^2\right]$

fn_x := $\frac{1}{(2 \cdot \text{pi})^{0.5}} \cdot (\text{sdlog})^{-1} \cdot \exp\left[\frac{-1}{2} \cdot \left[\frac{x - \text{medlog}}{\text{sdlog}}\right]^2\right]$

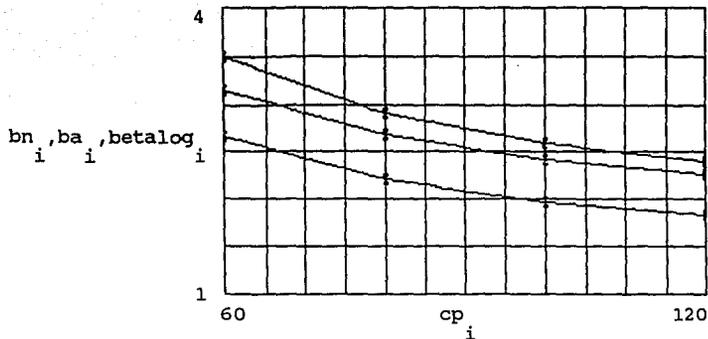


$$\text{colog} := \begin{bmatrix} \text{cnorm} \left[\frac{\ln(121.1) - \text{mednor}}{\text{sdnor}} \right] \\ \text{cnorm} \left[\frac{\ln(116.82) - \text{mednor}}{\text{sdnor}} \right] \\ \text{cnorm} \left[\frac{\ln(114.6) - \text{mednor}}{\text{sdnor}} \right] \\ \text{cnorm} \left[\frac{\ln(113.2) - \text{mednor}}{\text{sdnor}} \right] \end{bmatrix}$$

$$\text{prfalog}_i := 1 - \text{colog}_i$$

$$\text{colog} = \begin{bmatrix} 0.999 \\ 0.996 \\ 0.992 \\ 0.988 \end{bmatrix}$$

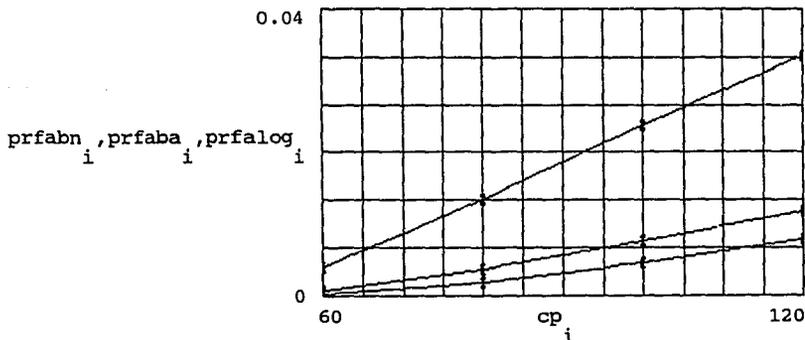
$$\text{betalog} := \begin{bmatrix} \frac{\ln(121.1) - \text{mednor}}{\text{sdnor}} \\ \frac{\ln(116.82) - \text{mednor}}{\text{sdnor}} \\ \frac{\ln(114.6) - \text{mednor}}{\text{sdnor}} \\ \frac{\ln(113.2) - \text{mednor}}{\text{sdnor}} \end{bmatrix}$$



Indices de confiabilidad para cimentaciones cuadradas de varios perimetros, considerando distribuciones normales y lognormales en las cargas

$$ba = \begin{bmatrix} 2.658 \\ 2.211 \\ 1.979 \\ 1.832 \end{bmatrix} \quad bn = \begin{bmatrix} 3.497 \\ 2.909 \\ 2.604 \\ 2.411 \end{bmatrix} \quad betalog = \begin{bmatrix} 3.154 \\ 2.681 \\ 2.428 \\ 2.266 \end{bmatrix}$$

$$prfabn_i := 1 - cnorm[bn_i] \quad prfaba_i := 1 - cnorm[ba_i]$$



probabilidades de falla para cimentaciones cuadradas de varios perimetros, suponiendo distribuciones normales y lognormales en las cargas

$$\text{prfabn} = \begin{bmatrix} & -4 \\ 2.348 \cdot 10 & \\ & 0.002 \\ & 0.005 \\ & 0.008 \end{bmatrix}$$

$$\text{prfaba} = \begin{bmatrix} 0.004 \\ 0.014 \\ 0.024 \\ 0.033 \end{bmatrix}$$

$$\text{prfalog} = \begin{bmatrix} & -4 \\ 8.04 \cdot 10 & \\ & 0.004 \\ & 0.008 \\ & 0.012 \end{bmatrix}$$

A N E X O I I
(CALCULOS PARA CIMENTACIONES RECTANGULARES)

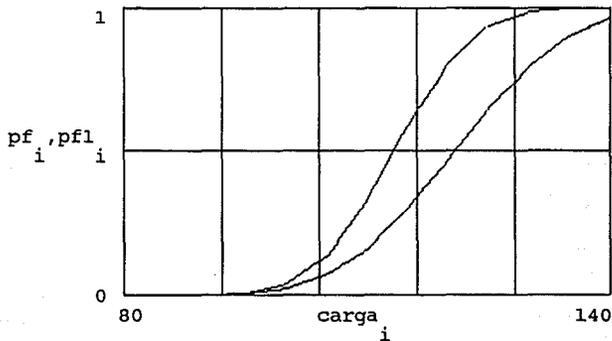
<pre> 80 85 90 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140 </pre>	<pre> pf60r11 := </pre>	<pre> .00008188 .0004585 .002122 .007979 .02474 .07508 .1633 .3005 .4727 .6503 .7988 .9012 .9643 </pre>	<pre> pf80r11 := </pre>	<pre> .00000581 .00009622 .001034 .007614 .04186 .1408 .3358 .5892 .8082 .9345 .9862 .9975 .9996 </pre>
--	-------------------------	---	-------------------------	---

```

i := 0 ..12
pf := pf60r11   pf1 := pf80r11

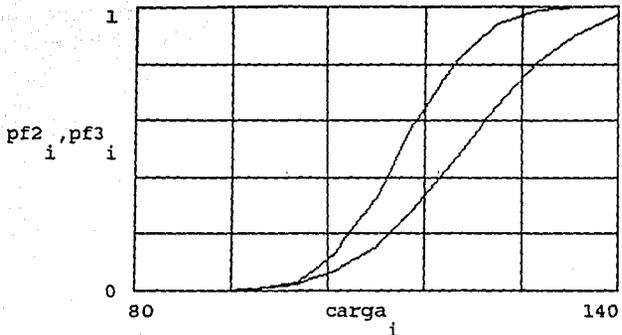
```

curva para p60r11 y p80r11 con incertidumbre sobre todas las propiedades



<pre> pfic60r11 := </pre>	<pre> .00005138 .0003182 .001590 .006454 .02129 .06808 .1550 .2934 .4713 .6553 .8082 .9104 .9697 </pre>	<pre> pfic80r11 := </pre>	<pre> .000003189 .00006066 .0007520 .005987 .03163 .1325 .3308 .5932 .8174 .9424 .9891 .9983 .9998 </pre>
---------------------------	---	---------------------------	---

pf2 := pfic60r11 pf3 := pfic80r11



curvas para incertidumbre solamente sobre la carga

```

pficyp80r11 := [
.000003189
.00006150
.0007608
.005987
.03187
.1325
.23308
.5932
.8174
.9420
.9891
.9983
.9998
]

```

```

pf4 := pficyp60r11

```

```

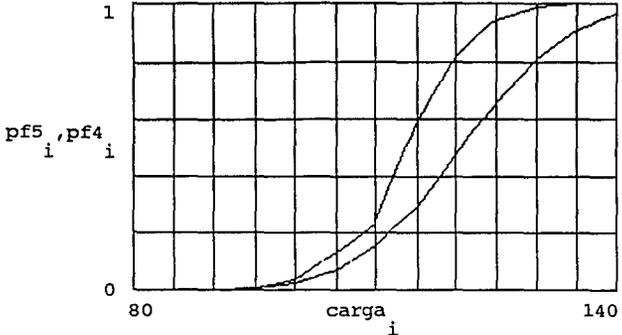
pficyp60r11 := [
.00005138
.0003182
.001590
.006424
.02147
.0680
.1550
.2934
.4713
.6553
.8082
.9098
.9657
]

```

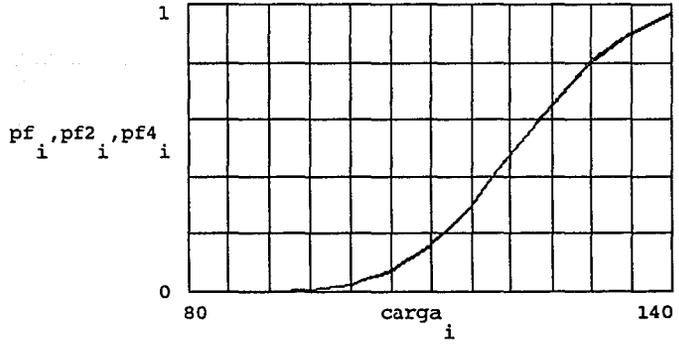
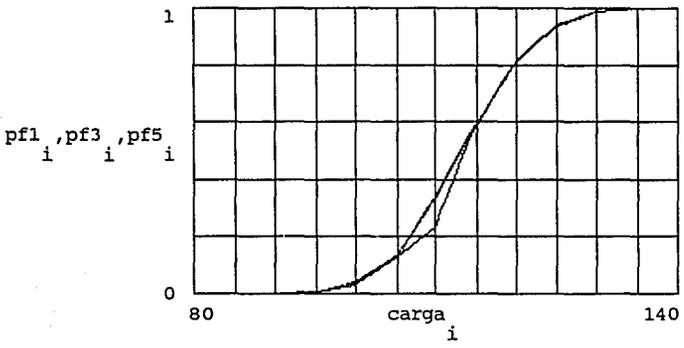
```

pf5 := pficyp80r11

```

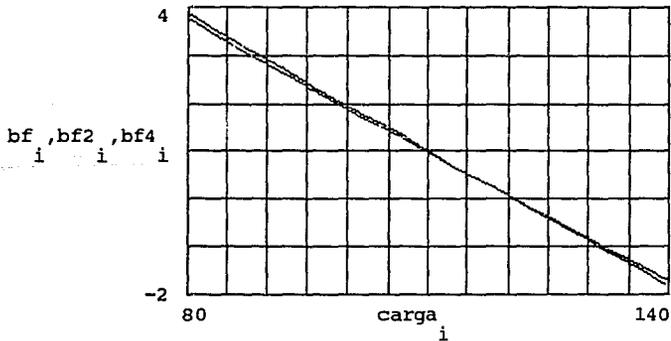


curvas de prob. de falla para incertidumbre sobre la carga y la profundidad de la capa de arcilla

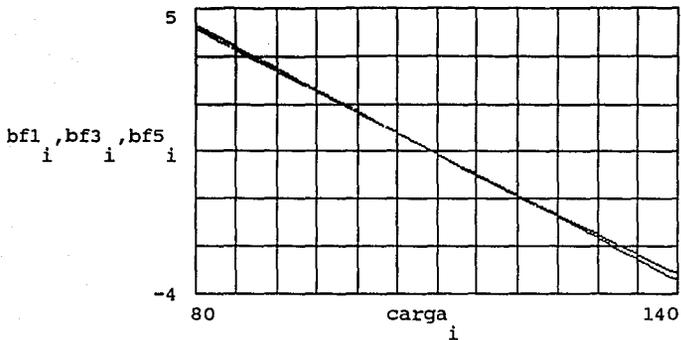


$$\text{bf} := \begin{bmatrix} 3.7466 \\ 3.2846 \\ 2.8198 \\ 2.3583 \\ 1.9003 \\ 1.4389 \\ .9809 \\ .5229 \\ .06835 \\ -.3862 \\ -.8374 \\ -1.2885 \\ -1.7363 \end{bmatrix} \quad \text{bf1} := \begin{bmatrix} 4.3681 \\ 3.7050 \\ 3.0454 \\ 2.3857 \\ 1.7294 \\ 1.0766 \\ -.4238 \\ -.2255 \\ -.87158 \\ -1.5107 \\ -2.1464 \\ -2.7753 \\ -3.3974 \end{bmatrix} \quad \text{bf2} := \begin{bmatrix} 3.8623 \\ 3.3872 \\ 2.9121 \\ 2.4370 \\ 1.9653 \\ 1.4902 \\ 1.0151 \\ .5434 \\ .07177 \\ -.3999 \\ -.8715 \\ -1.3432 \\ -1.8115 \end{bmatrix} \quad \text{bf3} := \begin{bmatrix} 4.4980 \\ 3.8212 \\ 3.1411 \\ 2.4643 \\ 1.7910 \\ 1.1142 \\ .4375 \\ -.2358 \\ -.9057 \\ -1.5756 \\ -2.2421 \\ -2.9086 \\ -3.5717 \end{bmatrix}$$

$$\text{bf4} := \begin{bmatrix} 3.8623 \\ 3.3872 \\ 2.9121 \\ 2.4370 \\ 1.9619 \\ 1.4902 \\ 1.0151 \\ .5434 \\ .07177 \\ -.3999 \\ -.8715 \\ -1.3398 \\ -1.8115 \end{bmatrix} \quad \text{bf5} := \begin{bmatrix} 4.498 \\ 3.8178 \\ 3.1376 \\ 2.4643 \\ 1.7875 \\ 1.1142 \\ .4375 \\ -.2358 \\ -.9057 \\ -1.5722 \\ -2.2421 \\ -2.9052 \\ -3.5683 \end{bmatrix}$$



Indice de confiabilidad para una cimentacion cuadrada de perimetro 60



Indice de confiabilidad para una cimentacion cuadrada de perimetro 80

i := 0 ..6

```

ap60 := [
  -.009908
  -.003739
  .03713
  .2306
  .3314
  .9230
  1.4321
]

```

```

vcar := [
  60
  80
  100
  120
  140
  160
  180
]

```

```

ap80 := [
  -.01212
  -.004569
  .04539
  .2824
  .6142
  1.198
  1.777
]

```

```

ap100 := [
  -.01399
  -.005267
  .05207
  .3223
  .7462
  1.401
  2.005
]

```

```

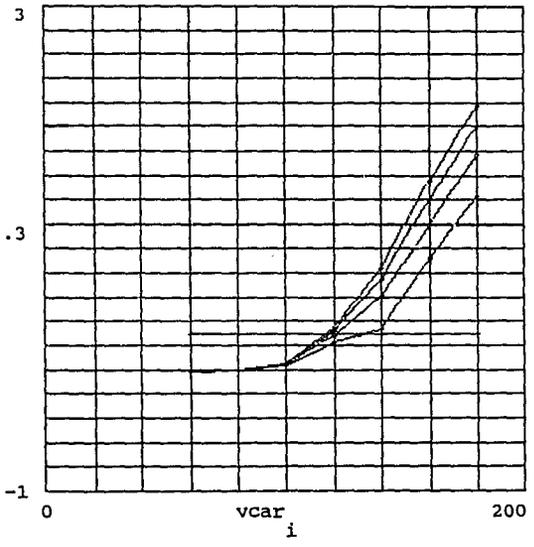
ap120 := [
  -.01559
  -.005888
  .05755
  .3538
  .8489
  1.549
  2.164
]

```

```

ap60 , ap80 , ap100 , ap120 , .3
i      i      i      i      i

```



$$cn := \begin{bmatrix} \frac{127.4 - 95.67}{.076 \cdot 95.67} \\ 121.55 - 95.67 \\ \frac{.076 \cdot 95.67}{118.3 - 95.67} \\ \frac{.076 \cdot 95.67}{116.2 - 95.67} \\ .076 \cdot 95.67 \end{bmatrix}$$

$$ca := \begin{bmatrix} \frac{127.4 - 95.67}{.1 \cdot 95.67} \\ 121.55 - 95.67 \\ \frac{.1 \cdot 95.67}{118.3 - 95.67} \\ \frac{.1 \cdot 95.67}{116.2 - 95.67} \\ .1 \cdot 95.67 \end{bmatrix}$$

j := 0 .. 3

$$vper := \begin{bmatrix} 60 \\ 80 \\ 100 \\ 120 \end{bmatrix}$$

medlog := 95.67

sdlog := .076 · 95.67

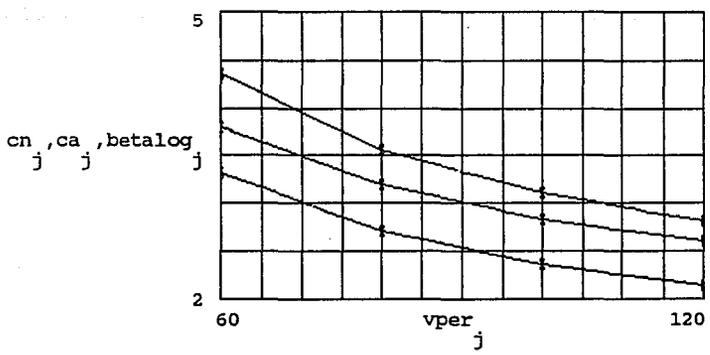
$$mednor := \ln(\text{medlog}) - \frac{\ln \left[\frac{\text{sdlog}^2}{\text{medlog}^2} + 1 \right]}{2}$$

$$vcrit := \begin{bmatrix} 127.4 \\ 121.55 \\ 118.3 \\ 116.2 \end{bmatrix}$$

mednor = 4.558
sdnor = 0.076

$$sdnor := \left[\ln \left[\frac{\text{sdlog}^2}{\text{medlog}^2} + 1 \right] \right]^{0.5}$$

$$\text{betalog}_j := \frac{\ln[vcrit_j] - \text{mednor}}{\text{sdnor}}$$

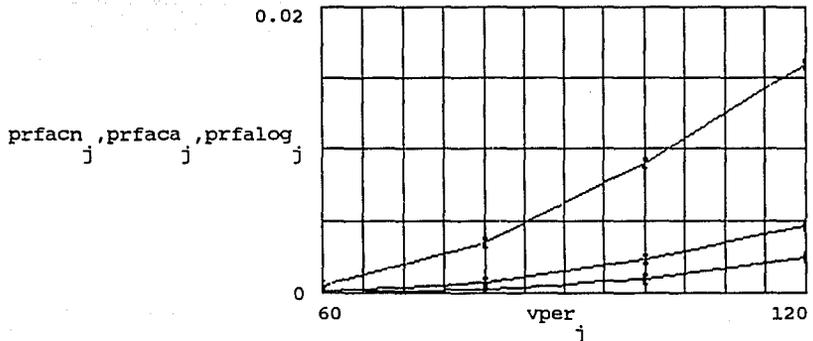


indices de confiabilidad para cimentaciones rectangulares con una relacion largo/ancho = 3 para varios perimetros, suponiedo a la carga con distribucion normal y lognormal

$$\text{cn} = \begin{bmatrix} 4.364 \\ 3.559 \\ 3.112 \\ 2.824 \end{bmatrix} \quad \text{ca} = \begin{bmatrix} 3.317 \\ 2.705 \\ 2.365 \\ 2.146 \end{bmatrix} \quad \text{betalog} = \begin{bmatrix} 3.812 \\ 3.193 \\ 2.836 \\ 2.6 \end{bmatrix}$$

$$\text{prfacn}_j := 1 - \text{cnorm}[\text{cn}_j] \quad \text{prfaca}_j := 1 - \text{cnorm}[\text{ca}_j]$$

$$\text{prfalog}_j := 1 - \text{cnorm}[\text{betalog}_j]$$



probabilidades de falla para cimentaciones rectangulares de varios perimetros con una reacion largo/ ancho =3, suponiedo a la carga con distribucion normal y lognormal

$$\text{prfacn} = \begin{bmatrix} 6.386 \cdot 10^{-6} \\ 1.859 \cdot 10^{-4} \\ 9.279 \cdot 10^{-4} \\ 0.002 \end{bmatrix} \quad \text{prfaca} = \begin{bmatrix} 4.556 \cdot 10^{-4} \\ 0.003 \\ 0.009 \\ 0.016 \end{bmatrix} \quad \text{prfalog} = \begin{bmatrix} 6.888 \cdot 10^{-5} \\ 7.046 \cdot 10^{-4} \\ 0.002 \\ 0.005 \end{bmatrix}$$

A N E X O I I I
(CALCULOS PARA ASENTAMIENTOS DIFERENCIALES)

$$\text{carga} := \begin{bmatrix} 60 \\ 80 \\ 100 \\ 120 \\ 140 \\ 160 \\ 180 \end{bmatrix} \quad \text{o60r11} := \begin{bmatrix} -.0038255 \\ -.0016315 \\ .016311 \\ .098298 \\ .18766 \\ .27572 \\ .36288 \end{bmatrix} \quad \text{c60r11} := \begin{bmatrix} -.012292 \\ -.0045938 \\ .045939 \\ .28727 \\ .64366 \\ 1.2255 \\ 1.8411 \end{bmatrix}$$

$$\text{ad60r11} := \left[\sqrt{2 \cdot (7.5)} \right]^{-1} \cdot (\text{c60r11} - \text{o60r11})$$

$$\text{ad60r11} = \begin{bmatrix} -7.982 \cdot 10^{-4} \\ -2.793 \cdot 10^{-4} \\ 0.003 \\ 0.018 \\ 0.043 \\ 0.09 \\ 0.139 \end{bmatrix}$$

$$\text{o80r11} := \begin{bmatrix} -.0043390 \\ -.0018491 \\ .018170 \\ .10893 \\ .20662 \\ .30236 \\ .40414 \end{bmatrix} \quad \text{c80r11} := \begin{bmatrix} -.014905 \\ -.0055696 \\ .055516 \\ .34457 \\ .83015 \\ 1.5248 \\ 2.1379 \end{bmatrix} \quad \text{ad80r11} := \frac{\text{c80r11} - \text{o80r11}}{\sqrt{200}}$$

$$\text{o100r11} := \begin{bmatrix} -.0046743 \\ -.0019908 \\ .019297 \\ .11523 \\ .21756 \\ .31899 \\ .42990 \end{bmatrix} \quad \text{c100r11} := \begin{bmatrix} -.017053 \\ -.0063675 \\ .062738 \\ .39066 \\ .95296 \\ 1.6829 \\ 2.3210 \end{bmatrix} \quad \text{ad100r11} := \frac{\text{c100r11} - \text{o100r11}}{\sqrt{2 \cdot (12.5)}^2}$$

$$\text{o120r11} := \begin{bmatrix} -.0048961 \\ -.0020844 \\ .020014 \\ .11913 \\ .22437 \\ .32930 \\ .44527 \end{bmatrix} \quad \text{c120r11} := \begin{bmatrix} -.018811 \\ -.0070164 \\ .068503 \\ .42863 \\ 1.0398 \\ 1.7858 \\ 2.4427 \end{bmatrix} \quad \text{ad120r11} := \frac{\text{c120r11} - \text{o120r11}}{\sqrt{2 \cdot 15}^2}$$

$$i := 0 \dots 6$$

$$ad80r11 = \begin{bmatrix} & & -4 \\ -7.471 \cdot 10 & & \\ & & -4 \\ -2.631 \cdot 10 & & \\ & 0.003 & \\ & 0.017 & \\ & 0.044 & \\ & 0.086 & \\ & 0.123 & \end{bmatrix}$$

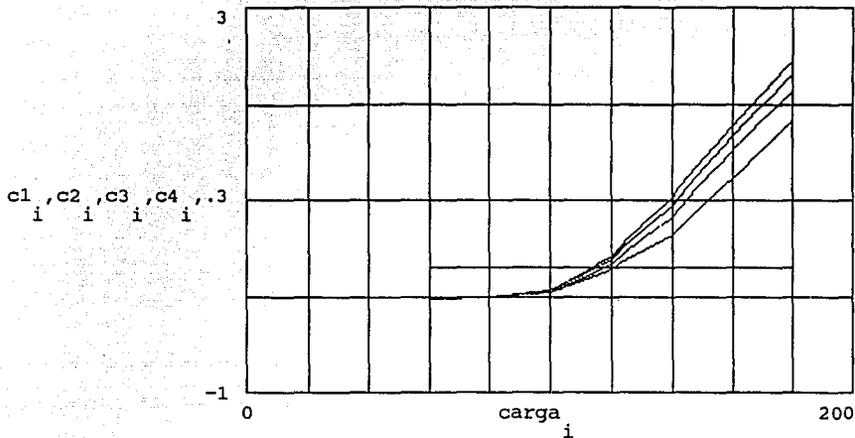
$$ad100r11 = \begin{bmatrix} & & -4 \\ -7.002 \cdot 10 & & \\ & & -4 \\ -2.476 \cdot 10 & & \\ & 0.002 & \\ & 0.016 & \\ & 0.042 & \\ & 0.077 & \\ & 0.107 & \end{bmatrix}$$

$$ad120r11 = \begin{bmatrix} & & -4 \\ -6.56 \cdot 10 & & \\ & & -4 \\ -2.325 \cdot 10 & & \\ & 0.002 & \\ & 0.015 & \\ & 0.038 & \\ & 0.069 & \\ & 0.094 & \end{bmatrix}$$

$$acri := \begin{bmatrix} 120 \cdot ad60r11 \cdot \frac{-1}{2} + 100 \cdot ad60r11 \cdot \frac{+}{3} + .08 \\ \hline ad60r11 \cdot \frac{-}{3} - ad60r11 \cdot \frac{+}{2} \\ 120 \cdot ad80r11 \cdot \frac{-1}{2} + 100 \cdot ad80r11 \cdot \frac{+}{3} + .08 \\ \hline ad80r11 \cdot \frac{-}{3} - ad80r11 \cdot \frac{+}{2} \\ 120 \cdot ad100r11 \cdot \frac{-1}{2} + 100 \cdot ad100r11 \cdot \frac{+}{3} + .08 \\ \hline ad100r11 \cdot \frac{-}{3} - ad100r11 \cdot \frac{+}{2} \\ 120 \cdot ad120r11 \cdot \frac{-1}{2} + 100 \cdot ad120r11 \cdot \frac{+}{3} + .08 \\ \hline ad120r11 \cdot \frac{-}{3} - ad120r11 \cdot \frac{+}{2} \end{bmatrix}$$

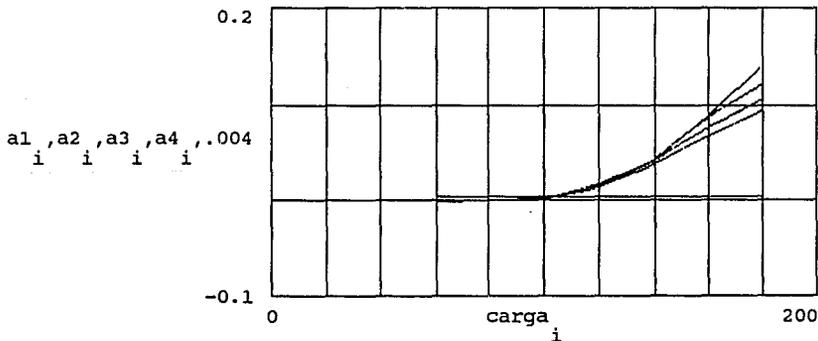
$$acri = \begin{bmatrix} 101.606 \\ 101.939 \\ 102.351 \\ 102.786 \end{bmatrix}$$

$$c1_i := c60r11_i \quad c2_i := c80r11_i \quad c3_i := c100r11_i \quad c4_i := c120r11_i$$



curvas de asentamiento total para una cimentacion cuadrada de varios perimetros

$a1_i := ad60r11_i$ $a2_i := ad80r11_i$ $a3_i := ad100r11_i$ $a4_i := ad120r11_i$



asentamientos diferenciales para una cimentacion cuadrada de varios perimetros

$$\begin{aligned}
 \text{o60r13} &:= \begin{bmatrix} -.0032012 \\ -.0013674 \\ .013647 \\ .082136 \\ .11520 \\ .23409 \\ .30759 \end{bmatrix} & \text{c60r13} &:= \begin{bmatrix} -.0099085 \\ -.0037395 \\ .037139 \\ .23061 \\ .48673 \\ .92309 \\ 1.4321 \end{bmatrix} & \text{ad60r13} &:= \frac{\text{c60r13} - \text{o60r13}}{\sqrt{11.25^2 + 3.75^2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{o80r13} &:= \begin{bmatrix} -.0037072 \\ -.0015823 \\ .015704 \\ .094521 \\ .18035 \\ .26585 \\ .34853 \end{bmatrix} & \text{c80r13} &:= \begin{bmatrix} -.01212 \\ -.004569 \\ .04539 \\ .2824 \\ .6142 \\ 1.198 \\ 1.777 \end{bmatrix} & \text{ad80r13} &:= \frac{\text{c80r13} - \text{o80r13}}{\sqrt{15^2 + 5^2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{o100r13} &:= \begin{bmatrix} -.004080 \\ -.001 \\ .017141 \\ .10290 \\ .19671 \\ .2866 \\ .3797 \end{bmatrix} & \text{c100r13} &:= \begin{bmatrix} -.01399 \\ -.005267 \\ .05207 \\ .3223 \\ .7462 \\ 1.401 \\ 2.005 \end{bmatrix} & \text{ad100r13} &:= \frac{\text{c100r13} - \text{o100r13}}{\sqrt{18.75^2 + 6.25^2}}
 \end{aligned}$$

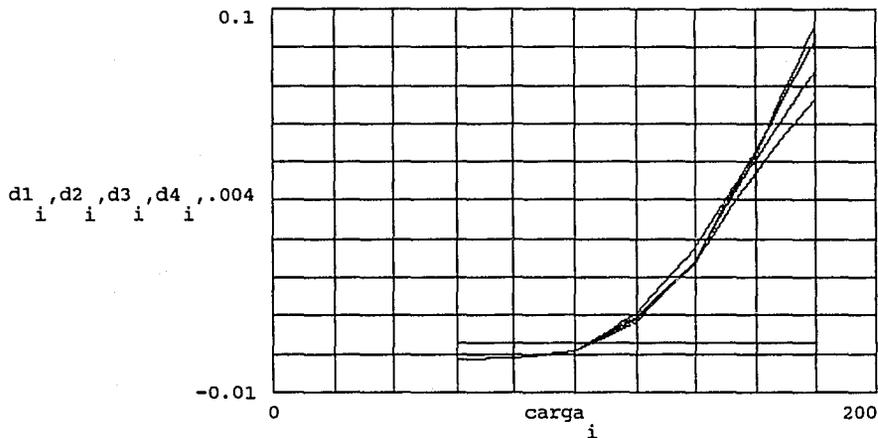
$$\begin{aligned}
 \text{o120r13} &:= \begin{bmatrix} -.0043606 \\ -.0018588 \\ .018168 \\ .10881 \\ .20629 \\ .30179 \\ .40257 \end{bmatrix} & \text{c120r13} &:= \begin{bmatrix} -.015594 \\ -.0058885 \\ .05755 \\ .3538 \\ .8489 \\ 1.549 \\ 2.164 \end{bmatrix} & \text{ad120r13} &:= \frac{\text{c120r13} - \text{o120r13}}{\sqrt{22.5^2 + 7.5^2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ad60r13} &= \begin{bmatrix} & & -4 \\ -5.656 \cdot 10 & & \\ & -4 & \\ & -2 \cdot 10 & \\ & 0.002 & \\ & 0.013 & \\ & 0.031 & \\ & 0.058 & \\ & 0.095 & \end{bmatrix} & \text{ad80r13} &= \begin{bmatrix} & & -4 \\ -5.321 \cdot 10 & & \\ & -4 & \\ -1.889 \cdot 10 & & \\ & 0.002 & \\ & 0.012 & \\ & 0.027 & \\ & 0.059 & \\ & 0.09 & \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$ad100r13 = \begin{bmatrix} -5.014 \cdot 10^{-4} \\ -2.159 \cdot 10^{-4} \\ 0.002 \\ 0.011 \\ 0.028 \\ 0.056 \\ 0.082 \end{bmatrix}$$

$$ad120r13 = \begin{bmatrix} -4.736 \cdot 10^{-4} \\ -1.699 \cdot 10^{-4} \\ 0.002 \\ 0.01 \\ 0.027 \\ 0.053 \\ 0.074 \end{bmatrix}$$

$$d1_i := ad60r13_i \quad d2_i := ad80r13_i \quad d3_i := ad100r13_i \quad d4_i := ad120r13_i$$



asentamientos diferenciales para una cimentacion rectangular con relacion largo/ancho =3

$$\begin{array}{l}
 \frac{120 \cdot \text{ad60r13} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad60r13} + .08}{2 \quad 3} \\
 \hline
 \text{ad60r13} \quad - \quad \text{ad60r13} \\
 \quad 3 \quad \quad \quad 2 \\
 \frac{120 \cdot \text{ad80r13} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad80r13} + .08}{2 \quad 3} \\
 \hline
 \text{ad80r13} \quad - \quad \text{ad80r13} \\
 \quad 3 \quad \quad \quad 2 \\
 \frac{120 \cdot \text{ad100r13} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad100r13} + .08}{2 \quad 3} \\
 \hline
 \text{ad100r13} \quad - \quad \text{ad100r13} \\
 \quad 3 \quad \quad \quad 2 \\
 \frac{120 \cdot \text{ad120r13} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad120r13} + .08}{2 \quad 3} \\
 \hline
 \text{ad120r13} \quad - \quad \text{ad120r13} \\
 \quad 3 \quad \quad \quad 2
 \end{array}$$

$$\text{acri13} :=$$

$$\text{acri13} = \begin{bmatrix} 103.831 \\ 104.243 \\ 104.784 \\ 105.397 \end{bmatrix}$$

$$\text{peri} := \begin{bmatrix} 60 \\ 80 \\ 100 \\ 120 \end{bmatrix}$$

$$j := 0 \dots 3$$

$$\text{acri} - 95.67$$

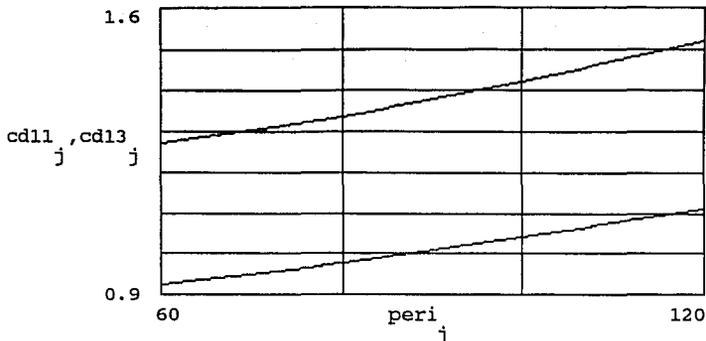
$$\text{cd11} := \frac{j}{.067 \cdot 95.67}$$

$$\text{acri13} - 95.67$$

$$\text{cd13} := \frac{j}{.067 \cdot 95.67}$$

$$\text{cd11} = \begin{bmatrix} 0.926 \\ 0.978 \\ 1.042 \\ 1.11 \end{bmatrix}$$

$$\text{cd13} = \begin{bmatrix} 1.273 \\ 1.337 \\ 1.422 \\ 1.518 \end{bmatrix}$$



indice de confiabilidad para el criterio de asentamientos
diferenciales para cimentaciones cuadradas y rectangulares

$$\text{acri13tc} := \left[\begin{array}{l}
 \frac{120 \cdot \text{ad60r13} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad60r13} + .16}{2 \quad 3} \\
 \frac{\text{ad60r13}^3 - \text{ad60r13}^2}{3 \quad 2} \\
 \frac{120 \cdot \text{ad80r13} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad80r13} + .16}{2 \quad 3} \\
 \frac{\text{ad80r13}^3 - \text{ad80r13}^2}{3 \quad 2} \\
 \frac{120 \cdot \text{ad100r13} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad100r13} + .16}{2 \quad 3} \\
 \frac{\text{ad100r13}^3 - \text{ad100r13}^2}{3 \quad 2} \\
 \frac{120 \cdot \text{ad120r13} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad120r13} + .16}{2 \quad 3} \\
 \frac{\text{ad120r13}^3 - \text{ad120r13}^2}{3 \quad 2}
 \end{array} \right]$$

$$\text{acrilltc} := \frac{120 \cdot \text{ad60rll} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad60rll} + .16}{2 \quad 3}$$

$$\frac{\text{ad60rll} - \text{ad60rll}}{3 \quad 2}$$

$$\frac{120 \cdot \text{ad80rll} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad80rll} + .16}{2 \quad 3}$$

$$\frac{\text{ad80rll} - \text{ad80rll}}{3 \quad 2}$$

$$\frac{120 \cdot \text{ad100rll} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad100rll} + .16}{2 \quad 3}$$

$$\frac{\text{ad100rll} - \text{ad100rll}}{3 \quad 2}$$

$$\frac{120 \cdot \text{ad120rll} \cdot -1 + 100 \cdot \text{ad120rll} + .16}{2 \quad 3}$$

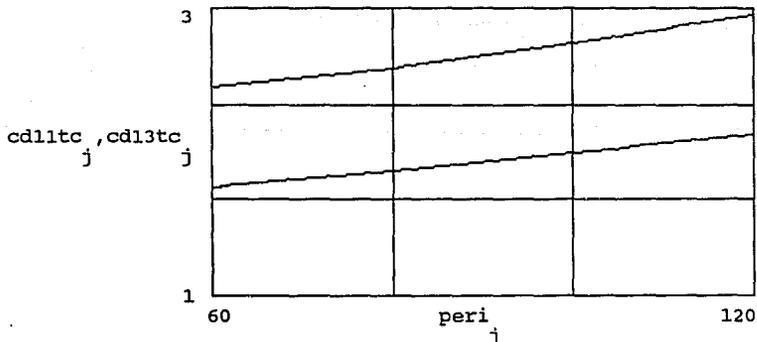
$$\frac{\text{ad120rll} - \text{ad120rll}}{3 \quad 2}$$

$$\text{cdl1tc} := \frac{\text{acrilltc} - 95.67}{j}$$

$$\frac{.067 \cdot 95.67}{}$$

$$\text{cdl3tc} := \frac{\text{acrill3tc} - 95.67}{j}$$

$$\frac{.067 \cdot 95.67}{}$$



Indice de confiabilidad aplicando el tercer criterio en cimentaciones rectangulares y cuadradas de varios perimetros,

$$\text{cd11tc} = \begin{bmatrix} 1.757 \\ 1.868 \\ 1.993 \\ 2.125 \end{bmatrix}$$
$$\text{cd13tc} = \begin{bmatrix} 2.457 \\ 2.585 \\ 2.759 \\ 2.957 \end{bmatrix}$$

ANEXO IV
(PROGRAMA "BETA")

```

program confi_cime(input,output);
type vector = array[1..100] of real;

var
arc_lec:text;
nombre:string[10];
par_nv,par_ccv,par_e0v,par_hv,par_p0v,par_dpv,
cosd_nv,cosd_ccv,cosd_e0v,cosd_hv,cosd_p0v,cosd_dpv,
n_fav,cc_fav,e0_fav,h_fav,p0_fav,dp_fav:vector;
c1,c2,c3,c4,c5,c6:vector;
betav:vector; arg:extended;
ase_cri
medn,sdn,medcc,sdcc,mede0,sde0,medh,sdh,medp0,sdp0,meddp,sddp,beta:real;
cc1,cc2,cc3,cc4,cc5,cc6:real;
i:integer;
function par_n(cc,e0,h,p0,dp,sdn:real):real;
begin
par_n:= -(cc*h*ln((p0+dp)/p0)*sdn)/(ln(10)*(1+e0))
end;
function par_cc(n,e0,h,p0,dp,sdcc:real):real;
begin
par_cc:= -(n*h*ln((p0+dp)/p0)*sdcc)/(ln(10)*(1+e0))
end;

function par_e0(n,cc,e0,h,p0,dp,sde0:real):real;
begin
par_e0:= (n*cc*h*ln((p0+dp)/p0)*sde0)/(ln(10)*sqrt(1+e0))
end;
function par_h(n,cc,e0,p0,dp,sdh:real):real;
begin
par_h:= -(n*cc*ln((p0+dp)/p0)*sdh)/(ln(10)*(1+e0))
end;
function par_p0(n,cc,e0,h,p0,dp,sdp0:real):real;
begin
par_p0:= (n*cc*h*dp*sdp0)/(ln(10)*(1+e0)*(p0+dp)*p0)
end;
function par_dp(n,cc,e0,h,p0,dp,sddp:real):real;
begin
par_dp:= -(n*cc*h*sddp)/(ln(10)*(p0+dp)*(1+e0))
end;

function cosd_n(par_n,par_cc,par_e0,par_h,par_p0,par_dp:real):real;
begin
cosd_n:=par_n/sqrt(sqr(par_n)+sqr(par_cc)+sqr(par_e0)+sqr(par_h)+
sqr(par_p0)+sqr(par_dp))
end;
function cosd_cc(par_n,par_cc,par_e0,par_h,par_p0,par_dp:real):real;
begin
cosd_cc:=par_cc/sqrt(sqr(par_n)+sqr(par_cc)+sqr(par_e0)+sqr(par_h)+
sqr(par_p0)+sqr(par_dp))
end;
function cosd_e0(par_n,par_cc,par_e0,par_h,par_p0,par_dp:real):real;
begin
cosd_e0:=par_e0/sqrt(sqr(par_n)+sqr(par_cc)+sqr(par_e0)+sqr(par_h)+
sqr(par_p0)+sqr(par_dp))
end;
function cosd_h(par_n,par_cc,par_e0,par_h,par_p0,par_dp:real):real;
begin
cosd_h:=par_h/sqrt(sqr(par_n)+sqr(par_cc)+sqr(par_e0)+sqr(par_h)+
sqr(par_p0)+sqr(par_dp))
end;
function cosd_p0(par_n,par_cc,par_e0,par_h,par_p0,par_dp:real):real;
begin

```

```

111
cosd_p0:=par_p0/sqrt(sqr(par_n)+sqr(par_cc)+sqr(par_e0)+sqr(par_h)+
sqr(par_p0)+sqr(par_dp))
end;
function cosd_dp(par_n,par_cc,par_e0,par_h,par_p0,par_dp:real):real ;
begin
cosd_dp:=par_dp/sqrt(sqr(par_n)+sqr(par_cc)+sqr(par_e0)+sqr(par_h)+
sqr(par_p0)+sqr(par_dp))
end;

function n_fa(medn,sdn,beta,cosd_n:real):real;
begin
n_fa:=medn-(cosd_n*sdn*beta)
end;
function cc_fa(medcc,sdcc,beta,cosd_cc:real):real;
begin
cc_fa:=medcc-(cosd_cc*sdcc*beta)
end;
function e0_fa(mede0,sde0,beta,cosd_e0:real):real;
begin
e0_fa:=mede0-(cosd_e0*sde0*beta)
end;
function h_fa(medh,sdh,beta,cosd_h:real):real;
begin
h_fa:=medh-(cosd_h*sdh*beta)
end;
function p0_fa(medp0,sdp0,beta,cosd_p0:real):real;
begin
p0_fa:=medp0-(cosd_p0*sdp0*beta)
end;
function dp_fa(meddp,sddp,beta,cosd_dp:real):real ;
begin
dp_fa:=meddp-(cosd_dp*sddp*beta)
end;

FUNCTION rtbis(cc1,cc2,cc3,cc4,cc5,cc6,x1,x2,xacc: real): real;
(* Programs using routine RTBIS must externally define a function
f(x:real):real which is to be analyzed for roots. *)
LABEL 99;
CONST
jmax=40;
VAR
dx,f,fmid,xmid,rtb: real; j: integer;
BEGIN
fmid := ase_cri-(medn+cc1*x2)*(medcc+cc2*x2)*(medh+cc4*x2)*
ln((medp0+cc5*x2+meddp+cc6*x2)/(medp0+cc5*x2))/(ln(10)*(1+mede0+cc3*x2));
f:=ase_cri-(medn+cc1*x1)*(medcc+cc2*x1)*(medh+cc4*x1)*
ln((medp0+cc5*x1+meddp+cc6*x1)/(medp0+cc5*x1))/(ln(10)*(1+mede0+cc3*x1));
writeln('valor de f = ',f);
writeln('valor de fmid = ',fmid);
IF ((f*fmid) >= 0.0) THEN BEGIN
writeln('pause in RTBIS');
writeln('Root must be bracketed for bisection.');
```

```

ND;
function gamaln(xx:extended):extended;
  (REGRESA EL VALOR DEL LN[ $\Gamma$ (XX)] PARA XX>0)
var
  cof:array [1..6] of extended;
  resultado,stp:real;
  half,one,fpf,x,tmp,ser:real;
  j:integer;
begin
  cof[1]:=76.18009173;
  cof[2]:=-86.50532033;
  cof[3]:=24.01409822;
  cof[4]:=-1.231739516;
  cof[5]:=0.120858003E-2;
  cof[6]:=-0.536382E-5;
  stp:=2.50662827465;
  half:=0.5;
  one:=1;
  fpf:=5.5;
  x:=xx-one;
  tmp:=x+fpf;
  tmp:=(x+half)*ln(tmp)-tmp;
  ser:=one;
  for j:=1 to 6 do
    begin
      x:=x+one;
      ser:=ser+cof[j]/x;
    end;
  gamaln:=tmp+ln(stp*ser);
end;

```

```

procedure gser(var gamaser,a,x,gln:extended);

```

```

  (REGRESA LA FUNCION GAMA INCOMPLETA P(a,x) EVALUADA POR SU SERIE COMO
  gamaser, TAMBIEN REGRESA LN[ $\Gamma$ (A)] COMO gln)

```

```

var
  j:integer;
  ap,sum,del:extended;
const
  itmax=100;
  eps=3E-7;
begin
  gln:=gamaln(a);
  if x<=0 then
    begin
      if x<0 then
        writeln('error');
      gamaser:=0;
    end
  else
    begin
      ap:=a;
      sum:=1/a;
      del:=sum;
      j:=0;
      repeat
        inc(j);
        ap:=ap+1;
        del:=del*x/ap;
        sum:=sum+del;
      until ((abs(del)<(abs(sum)*eps)) or (j=itmax));
    end
  end;

```

```

if j=itmax then
  writeln('demasiado larga, itmax muy pequeEa');
gamaser:=sum*exp(-x+a*ln(x)-gln);
end;

```

end;

```

procedure gcf(var gamacf,a,x,gln:extended);

```

(REGRESA LA FUNCION GAMA INCOMPLETA Q(a,x) EVALUADA POR SU REPRESENTACION DE FRACCION CONTINUA COMO gamacf, TAMBIEN REGRESA a(a) COMO gln)

```

var
  gold,g,a0,a1,b0,b1,fac,an,ana,anf:extended;
  j:integer;
const
  itmax=100;
  eps=3E-7;
begin
  gln:=gamaln(a);
  gold:=0;           (es el valor previo para evaluar la convergencia)
  a0:=1;
  a1:=x;
  b0:=0;
  b1:=1;
  fac:=1;
  j:=1;
  repeat
    inc(j);
    an:=j;
    ana:=an-a;
    a0:=(a1+a0*ana)*fac;
    b0:=(b1+b0*ana)*fac;
    anf:=an*fac;
    a1:=x*a0+anf*a1;
    b1:=x+b0*anf*b1;
    if a1<>0 then
      begin
        fac:=1/a1;
        g:=b1*fac;      (nuevo valor de la respuesta)
        if not(abs((g-gold)/g)<eps) then
          gold:=g;
      end;
  until ((a1<>0) and (abs((g-gold)/g)<eps)) or (j=itmax));
  if j=itmax then
    writeln('demasiado larga, itmax muy pequeEa');
    arg:=-x+a*ln(x)-gln;
    gamacf:=exp(arg);
    gamacf:=gamacf*g;
  end;

```

```

function gamap(a,x:extended):extended;

```

(REGRESA LA FUNCION GAMA INCOMPLETA P(A,X))

```

var
  gamaser,gamacf,gln:extended;
begin
  if ((x<0) or (a<=0)) then
    writeln('error')
  else
    if x<a+1 then
      begin
        gser(gamaser,a,x,gln);
        gamap:=gamaser;
      end
    else
      begin
        (utiliza la representacion de fraccion continua)
      end
  end;

```

```

    gcf(gamacf,a,x,gln);
    gamap:=1-gamacf;      (toma su complemento)
end;

```

```
end;
```

```
function erf(x:extended):extended;
```

```
(REGRESA LA FUNCION DE ERROR efr(x))
```

```

begin
  if x<0 then
    erf:=-gamap(0.5,x*x)
  else
    erf:=gamap(0.5,x*x);
  end;

```

```
( REGRESA LA DISTRIBUCION ACUMULADA DE LA NORMAL )
```

```
function nor_ac(x:extended):extended;
```

```

begin
nor_ac:= (1+erf((x-0)/sqrt(2*1)))/2
end;

```

```
( programa principal )
```

```

begin
assign(arc_lec,'peck.dat');
reset(arc_lec);
readln(arc_lec,ase_cri,medn,sdn);
readln(arc_lec,medcc,sdcc,mede0,sde0);
readln(arc_lec,medh,sdh,medp0,sdp0);
readln(arc_lec,meddp,sddp);

```

```

i:=1;
n_fav[1]:=medn;cc_fav[1]:=medcc;e0_fav[1]:=mede0;
h_fav[1]:=medh;p0_fav[1]:=medp0;
dp_fav[1]:=meddp;
  betav[1]:=8;

```

```
repeat
```

```

  i:=i+1;
  par_nv[i]:= par_n(cc_fav[i-1],e0_fav[i-1],h_fav[i-1],p0_fav[i-1],
  dp_fav[i-1],sdn);
  par_ccv[i]:= par_cc(n_fav[i-1],e0_fav[i-1],h_fav[i-1],p0_fav[i-1],
  dp_fav[i-1],sdcc);
  par_e0v[i]:= par_e0(n_fav[i-1],cc_fav[i-1],e0_fav[i-1],h_fav[i-1],
  p0_fav[i-1],dp_fav[i-1],sde0);
  par_hv[i]:= par_h(n_fav[i-1],cc_fav[i-1],e0_fav[i-1],p0_fav[i-1],
  dp_fav[i-1],sdh);
  par_p0v[i]:= par_p0(n_fav[i-1],cc_fav[i-1],e0_fav[i-1],h_fav[i-1],
  p0_fav[i-1],dp_fav[i-1],sdp0);
  par_dpv[i]:= par_dp(n_fav[i-1],cc_fav[i-1],e0_fav[i-1],h_fav[i-1],
  p0_fav[i-1],dp_fav[i-1],sddp);

```

```

  cosd_nv[i]:=cosd_n(par_nv[i],par_ccv[i],par_e0v[i],par_hv[i],
  par_p0v[i],par_dpv[i]);
  cosd_ccv[i]:=cosd_cc(par_nv[i],par_ccv[i],par_e0v[i],par_hv[i],
  par_p0v[i],par_dpv[i]);
  cosd_e0v[i]:=cosd_e0(par_nv[i],par_ccv[i],par_e0v[i],par_hv[i],
  par_p0v[i],par_dpv[i]);
  cosd_hv[i]:=cosd_h(par_nv[i],par_ccv[i],par_e0v[i],par_hv[i],
  par_p0v[i],par_dpv[i]);
  cosd_p0v[i]:=cosd_p0(par_nv[i],par_ccv[i],par_e0v[i],par_hv[i],
  par_p0v[i],par_dpv[i]);
  cosd_dpv[i]:=cosd_dp(par_nv[i],par_ccv[i],par_e0v[i],par_hv[i],

```

```

par_p0v[i],par_dpv[i]);

c1[i]:=(n_fa(medn, sdn, betav[i-1], cosd_nv[i]) - medn) / betav[i-1];
c2[i]:=(cc_fa(medcc, sdcc, betav[i-1], cosd_ccv[i]) - medcc) / betav[i-1];
c3[i]:=(e0_fa(mede0, sde0, betav[i-1], cosd_e0v[i]) - mede0) / betav[i-1];
c4[i]:=(h_fa(medh, sdh, betav[i-1], cosd_hv[i]) - medh) / betav[i-1];
c5[i]:=(p0_fa(medp0, sdp0, betav[i-1], cosd_p0v[i]) - medp0) / betav[i-1];
c6[i]:=(dp_fa(meddp, sddp, betav[i-1], cosd_dpv[i]) - meddp) / betav[i-1];

writeln('coeficientes ', c1[i], c2[i]);
writeln(c3[i], c4[i]);
writeln(c5[i], c6[i]);

    betav[i]:=rtbis(c1[i], c2[i], c3[i], c4[i], c5[i], c6[i], -7, 7, 0.005);

        n_fav[i]:=n_fa(medn, sdn, betav[i], cosd_nv[i]);
        cc_fav[i]:=cc_fa(medcc, sdcc, betav[i], cosd_ccv[i]);
        e0_fav[i]:=e0_fa(mede0, sde0, betav[i], cosd_e0v[i]);
        h_fav[i]:=h_fa(medh, sdh, betav[i], cosd_hv[i]);
        p0_fav[i]:=p0_fa(medp0, sdp0, betav[i], cosd_p0v[i]);
        dp_fav[i]:=dp_fa(meddp, sddp, betav[i], cosd_dpv[i]);

writeln('iteracion ', i);
writeln('parciales');
writeln('par_nv[i], par_ccv[i], par_e0v[i], par_hv[i], par_p0v[i], par_dpv[i]);
writeln('cosenos directores');
writeln('cosd_nv[i], cosd_ccv[i], cosd_e0v[i], cosd_hv[i], cosd_p0v[i],
cosd_dpv[i]);
writeln('coeficientes ecuacion de falla');
writeln(c1[i], c2[i], c3[i], c4[i], c5[i], c6[i]);
writeln('puntos de falla');
writeln(n_fav[i], cc_fav[i], e0_fav[i], h_fav[i], p0_fav[i], dp_fav[i]);
writeln;
writeln;

until (abs(betav[i]-betav[i-1])<0.000001);
writeln(' el valor de beta es ', betav[i]);
writeln(' la probabilidad de falla es ', 1-nor_ac(betav[i]));
end.

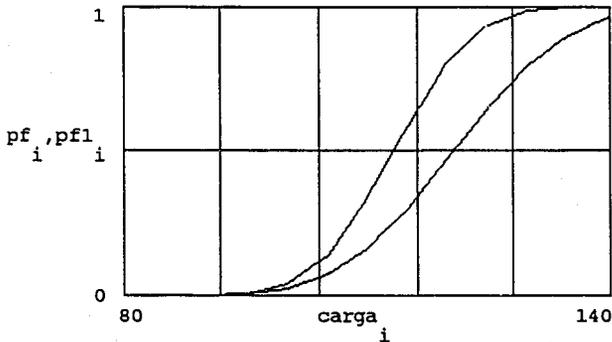
```

A N E X O V
(CALCULOS PARA LA ECUACION DE PECK)

<pre>carga :=</pre>	<pre>pf60r11 :=</pre>	<pre>pf80r11 :=</pre>
<pre> 80 85 90 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140 </pre>	<pre> [.00008188] [.0004585] [.002122] [.007979] [.02474] [.07508] [.1633] [.3005] [.4727] [.6503] [.7988] [.9012] [.9643] </pre>	<pre> .00000581 .00009622 .001034 .007614 .04186 .1408 .3358 .5892 .8082 .9345 .9862 .9975 .9996 </pre>

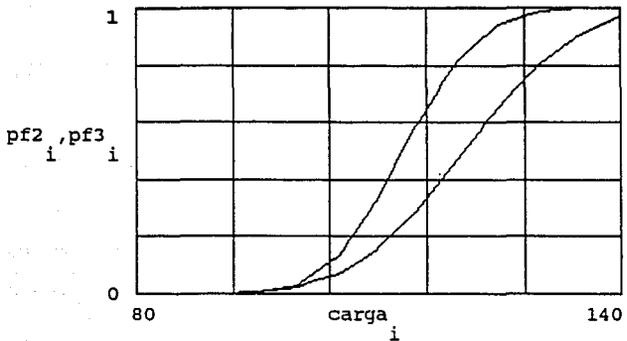
```
i := 0 ..12          pf := pf60r11    pf1 := pf80r11
```

curva para p60r11 y p80r11 con incertidumbre sobre todas las propiedades



<pre>pfic60r11 :=</pre>	<pre> [.00005138] [.0003182] [.001590] [.006454] [.02129] [.06808] [.1550] [.2934] [.4713] [.6553] [.8082] [.9104] [.9697] </pre>	<pre>pfic80r11 :=</pre>	<pre> [.000003189] [.00006066] [.0007520] [.005987] [.03163] [.1325] [.3308] [.5932] [.8174] [.9424] [.9891] [.9983] [.9998] </pre>
-------------------------	---	-------------------------	---

pf2 := pfic60r11 pf3 := pfic80r11



curvas para incertidumbre solamente sobre la carga

```

pficyp80r11 := [
.000003189
.00006150
.0007608
.005987
.03187
.1325
.23308
.5932
.8174
.9420
.9891
.9983
.9998
]

```

pf4 := pficyp60r11

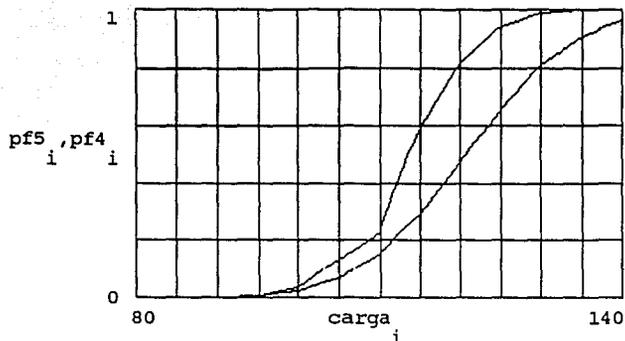
pficyp60r11 :=

pf5 := pficyp80r11

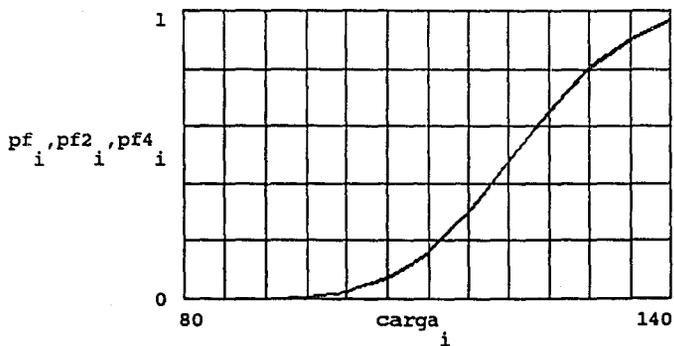
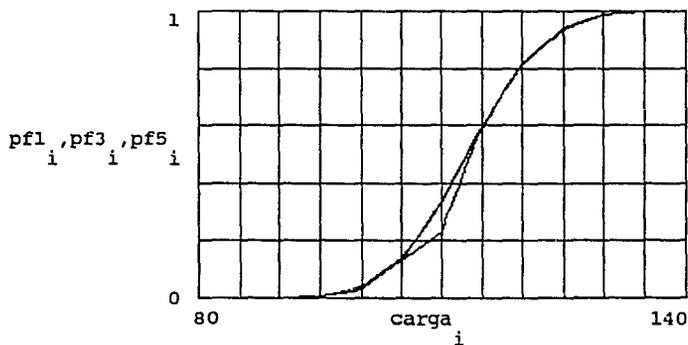
```

[
.00005138
.0003182
.001590
.006424
.02147
.0680
.1550
.2934
.4713
.6553
.8082
.9098
.9657
]

```

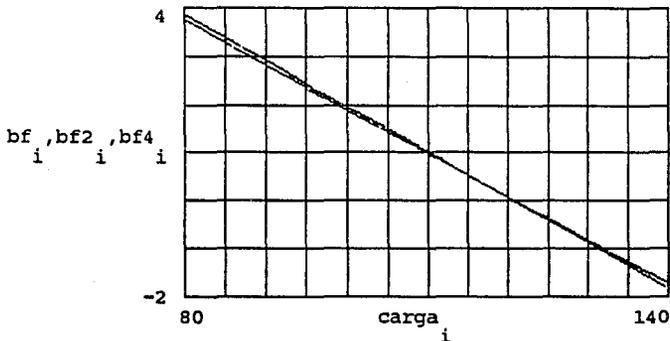


curvas de prob. de falla para incertidumbre sobre la carga y la profundidad de la capa de arcilla

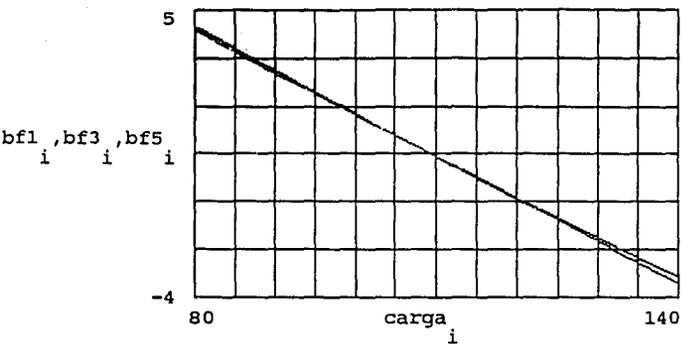


bf :=	3.7466 3.2846 2.8198 2.3583 1.9003 1.4389 .9809 .5229 .06835 -.3862 -.8374 -1.2885 -1.7363	bf1 :=	4.3681 3.7050 3.0454 2.3857 1.7294 1.0766 .4238 -.2255 -.87158 -1.5107 -2.1464 -2.7753 -3.3974	bf2 :=	3.8623 3.3872 2.9121 2.4370 1.9653 1.4902 1.0151 .5434 .07177 -.3999 -.8715 -1.3432 -1.8115	bf3 :=	4.4980 3.8212 3.1411 2.4643 1.7910 1.1142 .4375 -.2358 -.9057 -1.5756 -2.2421 -2.9086 -3.5717
-------	--	--------	--	--------	---	--------	---

bf4 :=	3.8623 3.3872 2.9121 2.4370 1.9619 1.4902 1.0151 .5434 .07177 -.3999 -.8715 -1.3398 -1.8115	bf5 :=	4.498 3.8178 3.1376 2.4643 1.7875 1.1142 .4375 -.2358 -.9057 -1.5722 -2.2421 -2.9052 -3.5683
--------	---	--------	--



Indice de confiabilidad para una cimentacion cuadrada de perimetro 60



Indice de confiabilidad para una cimentacion cuadrada de perimetro 80