

2
2ej

01174

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ESTABILIDAD MECANICA DE POZOS
DIRECCIONALES Y HORIZONTALES

TESIS DE MAESTRIA EN INGENIERIA PETROLERA

Presenta:

CARLOS ETZHEL GARCIA VALENZUELA

Director de Tesis:

DR. DANIEL GARCIA GAVITO

México, D.F. Noviembre de 1992



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	Pag.
Capítulo I.- Introducción.....	1
Capítulo II.- Descripción del problema y objetivo	4
Capítulo III.- Estabilidad mecánica del pozo y modelos constitutivos.	
III.1. Estabilidad mecánica.....	6
III.2. -Modelos constitutivos.....	9
Capítulo IV.- Modelo lineal elástico, ecuaciones del estado de esfuerzos.....	23
IV.1.- Estado de esfuerzos en la formación original.....	25
IV.2.- Estado de esfuerzos al perforarse el pozo.....	50
IV.3.- Estado de esfuerzos impuesto por las condiciones de frontera.....	67
IV.4.- Efecto de la inclinación del pozo.....	76
Capítulo V.- Características mecánicas de la formación y límites de falla.	
V.1.- Propiedades mecánicas de la formación.....	78
V.2.- Criterios de falla de la roca.....	82
V.3.- Efecto de la formación sobre el criterio de falla.....	90

	Pag.
Capítulo VI.- Desarrollo de un programa de cómputo para determinar la estabilidad mecánica del pozo.....	93
Capítulo VII.- Análisis de resultados en pozos.	
VII.1.- Ejemplos de pozos reales.....	98
VII.2.- Efecto de la inclinación y de la formación en los resultados.....	105
Conclusiones y recomendaciones.....	110
Nomenclatura	116
Bibliografía	120
Apéndice	124

C A P I T U L O I

INTRODUCCION.

La creciente demanda que existe de realizar analisis de la estabilidad de los pozos, durante la etapa de planeación de un campo surge a partir de consideraciones económicas y por el incremento en la perforacion de pozos direccionales y horizontales.

La inestabilidad del agujero es un problema frecuente el cual tiene como resultado substanciales gastos anuales en la industria petrolera. Debido a esto, la ingeniería en perforación tiene una especial preocupación en evitar que las paredes del agujero se derrumben o sean fracturadas.

Predecir el comportamiento de la roca sometida a esfuerzos es aún una ciencia inexacta. A pesar del incremento en la investigación en años recientes, la inestabilidad mecánica del agujero es aún responsable de un gran porcentaje de problemas en la perforación hoy en día. Muchos de los problemas de inestabilidad son frecuentemente confundidos con altas presiones de poro ó presencia de altos volúmenes de filtrado; en el primer caso usualmente se incrementa la densidad del lodo, pero en el segundo caso, extensos y costosos tratamientos al lodo pueden ser

implementados innecesariamente.

Con la búsqueda de hidrocarburos en trampas estructuralmente complejas y mas profundas, a mayores ángulos de inclinación y con mayores desplazamientos laterales, la importancia de prevenir la inestabilidad del agujero ha llegado a ser indispensable. La deducción, derivada de laboratorio, de modelos constitutivos que representan las formaciones, se ha empleado para simular las condiciones reales de deformaciones del agujero, debido a que el estudio de los esfuerzos alrededor del agujero es una herramienta para determinar las condiciones a las que existe falla.

Detallada atención es puesta en los programas de fluídos de perforación, diseño y asentamiento de tuberías de revestimiento y sobre todo a los procedimientos operativos para minimizar los problemas de estabilidad de pozos. Esto sin embargo no ha sido suficiente, ya que se han reportado frecuentemente problemas de inestabilidad del agujero cuando el ángulo de inclinación de los pozos se incrementa ya que esto trae consigo nuevos problemas tales como: transporte de recortes, introducción y cementación de tuberías de revestimiento deficientes, fricciones en la sarta de perforación, etc., también el gradiente de fractura de la formación decrece con la inclinación, y se tiene un incremento en la sensibilidad al colapso.

Las consecuencias de problemas de inestabilidad en el agujero son muy costosas por lo que el conocer anticipadamente el cambio de esfuerzos y las posibles condiciones de falla alrededor del pozo pueden ayudar a los ingenieros a minimizar los problemas al realizar decisiones oportunas y acertadas, esto es por lo tanto el tema principal del presente escrito.

C A P I T U L O I I

DESCRIPCION DEL PROBLEMA Y OBJETIVO.

La estabilidad en los pozos es principalmente un tema de mecánica de rocas. La resistencia típica de las rocas es usada para explicar la forma irregular y frágil de las paredes del agujero. Por otro lado las lutitas son comúnmente culpadas de los problemas durante la perforación, tales problemas son frecuentemente atribuidos a la interacción química lodo-lutita, a presión de poro anormal y a excesivas sobrecargas o esfuerzos tectónicos; sin embargo en el campo únicamente se analizan los problemas y apenas se vislumbran las causas.

El problema de inestabilidad del pozo es resultado de la remoción de la roca durante las operaciones de perforación. Esta roca originalmente se encuentra sometida a un estado de esfuerzos compresivos in-situ a cierta profundidad, y en el estado natural está en equilibrio mecánico. Al perforar un pozo se produce una redistribución de esfuerzos alrededor del agujero y los esfuerzos que estaban siendo soportados por la roca removida ocasionarán una concentración de esfuerzos en las paredes del agujero. Este problema es fuertemente afectado por el ángulo de inclinación del pozo y su rumbo, el tipo de formación que se tenga y la resistencia misma de la roca dentro del estado de esfuerzos a los que está sometida.

El hecho de no tener un control efectivo sobre el incremento de los esfuerzos en la roca de la pared del pozo, o el no tomarlo en cuenta, puede conducir a un cierto número de problemas, como pegaduras de tubería, colapso del agujero por derrumbe, cerramiento del agujero y fricciones, etc.

Por lo anteriormente mencionado el objetivo del presente trabajo es el siguiente:

1.- Deducir un modelo constitutivo que represente el estado de esfuerzos en y cerca de las paredes del pozo en función de la inclinación y rumbo del agujero, tomando en cuenta además el tipo de formación de las rocas.

2.- Implementación de un programa de cómputo que integre las ecuaciones constitutivas con el criterio de falla de la roca, para determinar los esfuerzos en la pared y obtener el rango de densidades del lodo de perforación, en el cual se puede operar en forma segura para evitar colapso y fractura del pozo.

3.- Analizar y resaltar los puntos críticos del pozo donde la formación y/o la inclinación pueden ser factores determinantes para tomar una oportuna decisión acerca del programa de densidades del lodo a utilizar y del proyecto direccional apropiado para culminar con éxito la perforación del pozo.

C A P I T U L O I I I

ESTABILIDAD MECANICA DEL POZO Y MODELOS CONSTITUTIVOS.

III.1.- ESTABILIDAD MECANICA.

Las formaciones que se encuentran en las cuencas sedimentarias a diferentes profundidades, están sometidas a un estado de esfuerzos compresivos in-situ. Es decir cada punto ubicado dentro de las formaciones soporta un grupo de fuerzas sobre sí mismo el cual, en conjunto, está en equilibrio con el sistema roca-fluido. Los esfuerzos pueden ser en total representados por un esfuerzo vertical ó de sobrecarga y dos esfuerzos horizontales perpendiculares entre sí y a su vez normales al esfuerzo vertical.

Es decir la roca se encuentra en equilibrio dentro del sistema y por lo tanto existe estabilidad mecánica en todos los puntos considerados.

Cuando un pozo es perforado, la roca que se encuentra alrededor del agujero deberá entonces soportar las cargas que fueron previamente tomadas por la roca removida. Como resultado, el agujero produce un incremento en los esfuerzos, es decir una

concentración de esfuerzos, en la roca alrededor del agujero.

Si este nuevo estado de esfuerzos rebasa la resistencia de la roca en algún punto, es decir si la roca no es lo suficientemente fuerte para soportarlos, entonces el agujero fallará, por el hecho de perderse la estabilidad mecánica y el equilibrio que existía.

Para evitar que la roca falle, la presión en el interior del agujero es incrementada aumentando la densidad del lodo de perforación con el fin de que la presión del lodo contrarreste en algo la carga impuesta por los esfuerzos in-situ sobre las paredes del agujero. Sin embargo, la columna de roca original la cual soportaba tres esfuerzos, probablemente diferentes, es reemplazada por fluido en el cual los tres esfuerzos son iguales y seguramente menores que alguno de los esfuerzos en la columna de roca original.

Este cambio de esfuerzos causa deformación de la roca alrededor del agujero y puede conducir a falla compresiva y causar el colapso de las paredes del agujero. Para evitar esto, la densidad del lodo normalmente es incrementada, sin embargo aumentar el peso del lodo demasiado puede resultar en una fractura de la formación por tensión y causar pérdida de circulación, es decir nuevamente la estabilidad mecánica del pozo es modificada.

Es claro entonces que es necesario un balance entre la densidad del lodo y la resistencia de las rocas en las paredes del pozo para prevenir el colapso del agujero y a la vez no originar una posible fractura.

Las fallas de las paredes del agujero, causadas por la modificación de los esfuerzos in-situ, pueden ser agrupadas dentro de las siguientes tres clases:

1.- Reducción en el calibre del agujero debida al comportamiento elástico de la roca la cual se deforma desde las paredes hacia dentro del agujero. Esta situación se detecta por la necesidad repetida de rimar el agujero y en condiciones extremas ocurren pegaduras de la tubería y/o de la barrena.

2.- Agrandamiento del agujero debido a falla de la roca de una manera frágil la cual cae dentro del pozo, por ejemplo en lutitas deleznales. Los problemas que resultan del derrumbe de las paredes incluyen atrapamientos de tubería, pobre control direccional debido al agujero fuera de calibre y pobre cementación también.

3.- Fracturamiento de la roca ocasionado por excesiva presión hidrostática en el pozo. Las pérdidas severas del fluido de perforación hacia la formación, inducidas por fracturamiento,

causan pérdida de tiempo e incrementan los costos y a menudo resultan en problemas de control de pozos, tales como brotes o un reventón subterráneo.

III.2.- MODELOS CONSTITUTIVOS.

Para comprender los problemas de estabilidad mecánica y la falla de las paredes del agujero, es necesario conocer los siguientes puntos: los esfuerzos a los que está sometida la formación antes de perforarse el agujero, es decir los esfuerzos in-situ de la roca; la carga adicional sobre la roca al perforarse el agujero y dar lugar a una concentración de esfuerzos; cómo la carga sobre la roca es afectada por la presión hidrostática del lodo; y, la resistencia de la roca. Para ello han sido desarrollados diferentes modelos matemáticos que representan el comportamiento de la roca por medio de ecuaciones constitutivas y distintos criterios los cuales determinan el estado de falla de la roca. Existe una gran cantidad de estudios realizados en este tópico, sin embargo sólo serán mencionados aquellos modelos que se consideran ser los más importantes.

MODELO LINEAL - ELASTICO.

Los primeros estudios para predecir gradientes de fractura están unicamente basados en correlaciones empíricas entre los datos de fractura, sobrecarga y profundidad. Las referencias 1 a 3 proporcionan diferentes métodos de esta naturaleza. Todos estos métodos fueron desarrollados para pozos verticales. Solo Bradley⁴ en 1979 estudió el efecto de la inclinación del agujero sobre el gradiente de fractura. La diferencia básica es que mientras que los anteriores autores utilizaron correlaciones empíricas, Bradley⁴ realizó un importante progreso al utilizar ecuaciones que representan el estado de esfuerzos alrededor del agujero. Primero determinó el estado de esfuerzos in-situ de las formaciones; con la realización del agujero, los esfuerzos in-situ son modificados significativamente en y cerca de la pared del agujero; en su trabajo Bradley⁴ consideró que la formación alrededor del agujero podría ser representada por medio de un modelo de un sólido lineal elástico e isotrópico en una situación de deformación plana la cual se presenta a lo largo del eje del agujero. El flujo del fluido hacia la formación ó desde ella no es considerado.

Para esta situación, los esfuerzos alrededor del agujero pueden ser representados utilizando la solución de Fairhurst⁵ Debido a que el comportamiento de la roca es diferente en tensión que en compresión se requiere un criterio de falla de la roca

diferente según sea el caso para describir el tipo de falla.

Bradley⁴ considera que las rocas generalmente tienen uniones, fracturas o microfracturas las cuales aunque no están cerradas pueden no siempre estar cementadas o solo débilmente cementadas. Como resultado de esto, se tiene que la resistencia a la tensión a través de esas fracturas es usualmente mucho menor que la resistencia a la tensión de la roca misma, por lo que se consideró que cuando el esfuerzo de fracturamiento efectivo es menor o igual a cero, entonces ocurrirá la falla por tensión; la falla por compresión de la roca fué considerado que era debida a la magnitud de los esfuerzos, y debido a que en algunos estudios se mostró que el esfuerzo principal intermedio tenía un cierto papel dentro del comportamiento de falla, Bradley⁴ consideró un criterio de falla a la compresión en el cual los tres esfuerzos principales tenían importancia.

Como resultado de su trabajo, Bradley⁴ encontró que un incremento en la presión de poro incrementa la tendencia hacia el colapso del agujero y el fracturamiento del mismo. Encontró también que el ángulo y el rumbo del pozo tienen una influencia significativa sobre la inestabilidad del agujero. Los gradientes de fractura necesitan por lo tanto ser corregidos por el efecto del ángulo de inclinación del agujero debido a que disminuyen su valor en proporción directa al ángulo. Otra conclusión de este trabajo es que la resistencia al colapso también disminuye con la

inclinación, por lo que a mayor ángulo del pozo el peso del lodo podría necesitar un incremento.

Aadnoy y Chenevert⁶ posteriormente presentaron un modelo similar al de Bradley⁴, el cual está basado en un modelo lineal elástico e isotrópico para calcular los esfuerzos alrededor del agujero, con la intención de comprender el comportamiento general de pozos inclinados. El modelo fué utilizado para estudiar los dos mecanismos de fractura y se encontró que el colapso de las paredes del agujero es causado principalmente por compresión, o sea falla de corte de la roca, aunque también puede ser debido a un esfuerzo de tensión. Adicionalmente se determinó que al rotar un pozo desde la posición vertical hasta la horizontal, el agujero tenía una tendencia mayor hacia el colapso. Para rocas sedimentarias laminadas, se demostró que un plano de debilidad puede provocar el colapso del pozo cuando los echados varían entre 10 y 40 grados. Los autores indican que en áreas tectónicamente activas, la estabilidad al colapso puede ser mejorada seleccionando una dirección geográfica apropiada para el agujero que se esté planeando perforar.

Las ecuaciones constitutivas del modelo de Aadnoy y Chenevert⁶, reducidas a valuar los esfuerzos en la pared del pozo, son las siguientes:

$$\sigma_x = P_v$$

$$\sigma_\theta = (\sigma_x + \sigma_y - P_v) - 2(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta - 4 \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\sigma_z = \sigma_{zz} - 2\nu(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta - 4\nu \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$$

$$\tau_{\theta z} = 2(-\tau_{xz} \sin \theta + \tau_{yz} \cos \theta)$$

Al igual que Bradley⁴, Aadnoy y Chenevert⁶ encontraron que el gradiente de fractura generalmente decrece al incrementar la inclinación del agujero.

Aadnoy y Chenevert⁶ utilizaron el criterio de falla de Von Mises para determinar la resistencia de la roca al esfuerzo de corte, tomando en cuenta el esfuerzo principal intermedio. Los datos obtenidos de pruebas sobre muestras de roca no desplegaron sin embargo un plano de debilidad, por lo que se cambió el criterio de falla al de Mohr-Coulomb. Con esto se obtuvieron resultados congruentes a las pruebas realizadas.

MODELO ELASTICO - PLASTICO.

Morita y Gray⁷ en 1980 realizaron pruebas de tensión y compresión a diferentes presiones de poro. Se encontró que en las curvas esfuerzo-deformación de la roca existían tres etapas en el comportamiento de la muestra hasta llegar a la falla: una sección inicial no-lineal, seguida de una sección lineal, una sección no-lineal final y por último se presentaba la falla, además de un cambio en el volúmen de la matriz de roca debida a la presión del fluido en el poro.

Las características de cada sección fueron estudiadas y se desarrolló un modelo elástico-plástico no lineal el cual representaba las cuatro secciones de comportamiento.

En su trabajo los autores consideraron una ecuación constitutiva, compuesta de cuatro partes: una parte inicial no lineal, una parte elástica, una parte plástica y una parte que representa el cambio de volúmen de la matriz de roca. Cada parte fué expresada por ecuaciones matemáticamente consistentes, expresadas en forma de tensores y combinadas para formar la relación esfuerzo-deformación total, como lo muestra la siguiente ecuación:

$$\sigma_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \bar{\sigma}_{kk} - \frac{1 - 2\nu_1}{E_1} P \delta_{ij} + c_{ij}^N + c_{ij}^P$$

Estos autores además desarrollaron un modelo de elemento finito usando una relación no-lineal esfuerzo-deformación, el cual simula el estado de esfuerzos de una estructura hasta llegar al punto de falla. El modelo de elemento finito fué usado para predecir la presión de fractura alrededor de un agujero durante la perforación. Debido a que el estado de esfuerzos depende de la historia de fuerzas, las cargas se incrementaron paulatinamente al ser aplicadas, simulando el fenómeno que ocurre durante el proceso de perforación. Como resultado se obtuvo el límite de presión hidrostática en el cual se observa falla de las paredes del pozo.

Mitchel, Goodman y Wood⁸ presentaron posteriormente un modelo elástico-plástico para predecir y cuantificar los efectos de la cedencia alrededor del agujero cuando el pozo está siendo

perforado. La respuesta esfuerzo-deformación de la roca representa un comportamiento elástico-plástico típico y puede ser predicho por un análisis de esfuerzos con el método de elemento finito. De acuerdo a estos investigadores, en la mayoría de los modelos, para análisis de esfuerzos en el pozo, el hecho de que el pozo se perfora en forma paulatina desde la superficie al fondo no es tomado en cuenta. En lugar de ello los modelos asumen que el agujero está ya presente o que es creado instantáneamente. Esta suposición es adecuada para un modelo únicamente elástico, pero para formaciones plásticas, el incremento paulatino en las cargas es importante y puede afectar fuertemente el estado de esfuerzo final y la deformación del agujero. Desde el punto de vista de los autores la respuesta de formaciones elásticas ha recibido mucha atención en mecánica de rocas pero por sí misma no es adecuada para describir completamente el comportamiento del pozo por lo que Mitchel¹² et al dividieron en dos rangos la respuesta mecánica del pozo: una primera parte sería la respuesta elástica a esfuerzos menores que una especificada cedencia ó un criterio de falla; la segunda sería una respuesta plástica para esfuerzos aplicados mas allá de la cedencia.

De acuerdo a este estudio el método de análisis de una creación paulatina del agujero afecta el estado final de esfuerzos en forma significativa.

MODELO DE ELASTICIDAD DEPENDIENTE DEL ESFUERZO.

Santarelli ⁹ en 1987 entre otros, notó que el módulo de elasticidad para rocas, determinado a partir de pruebas triaxiales y uniaxiales, se incrementaba en relación a la presión de confinamiento. El incorporó la variación del módulo de elasticidad con la presión de confinamiento dentro de un modelo constitutivo considerando una relación de ley de potencias entre el módulo de elasticidad calculado y el esfuerzo principal mínimo.

Además el autor incorporó un esfuerzo de cedencia pre-límite dentro del modelo constitutivo para predecir el estado de esfuerzos desarrollado dentro de cilindros de roca huecos. El análisis asumió que la falla ocurría cuando el esfuerzo en algún punto en la pared del cilindro alcanzaba su resistencia límite uniaxial.

MODELO RIGIDO - PLASTICO.

Sulem y Vardoulakis ¹⁰ en 1988 incorporaron extensivamente un modelo constitutivo rígido-plástico en un análisis de bifurcación de falla del agujero.

El modelo asume que toda deformación de corte es permanente, lo cual es aceptable siempre y cuando el material no intente descargarse elásticamente.

Este modelo constitutivo acoplado con análisis de bifurcación ha sido usado por los autores para proporcionar buenas predicciones de la falla de cilindros huecos. El modelo, aunque algo complejo, tiene la ventaja de únicamente requerir datos de pruebas uniaxiales para definir el comportamiento constitutivo. Sin embargo se deberían comparar sus predicciones de la respuesta a análisis triaxial contra los datos reales de las pruebas, sobre un rango amplio de estados de esfuerzos, para apreciar si el modelo es realmente representativo del comportamiento de la roca. Si se prueba que con datos reales de pruebas triaxiales se logra soportar el modelo constitutivo, entonces parecería ser el modelo predictivo mas poderoso publicado a la fecha.

SELECCION DEL MODELO OPTIMO.

Se ha encontrado en pruebas de laboratorio ^{11,12} que la resistencia de las muestras de roca con cilindros huecos (usualmente de alrededor de 2.5 cm.) es mucho mayor que la

predicha por un análisis lineal-elástico, por lo que generalmente se piensa que los pozos son también más fuertes. Pocas publicaciones ^{13,14} sin embargo han hecho la comparación entre la respuesta predicha de un pozo, basada en propiedades de la roca determinadas en laboratorio, y la respuesta real durante la perforación.

En el caso de pozos a escala en laboratorio, fué determinado por Santarelli ¹¹ que una gran variedad de muestras de roca con un hueco cilíndrico, al ser probadas empezaron a fallar a presiones mayores entre dos y ocho veces la presión de falla predicha por el modelo lineal-elástico. Esto es, la resistencia de las muestras predicha por el modelo es menor que la resistencia verdadera, utilizando un criterio de falla que toma en cuenta sólo el esfuerzo principal máximo y el mínimo. Sin embargo, el uso de otros criterios de falla puede dar resultados inversos.

El modelo de plasticidad ofrece un obvio y comúnmente usado comportamiento para mejorar las predicciones. Westergaard¹⁵ fue uno de los primeros en utilizar una aproximación elasto-plástica en el análisis de un pozo; el comportamiento posterior a la cedencia fué modelado usando plasticidad perfecta. Modelos recientes como el de Mitchell, Goodman y Wood ⁸ también utilizan plasticidad perfecta debido principalmente a la simplicidad del modelo. Sin embargo, las rocas son raramente capaces de sostener

grandes cantidades de deformación permanente sin un cambio en su resistencia, particularmente debido a los relativamente bajos valores del esfuerzo mínimo efectivo, en la pared del agujero. También algún límite se deberá asignar a la cantidad de deformación permanente, el cual es a menudo arbitrario. En efecto, un agujero puede tener la resistencia que el analista desee dependiendo de la deformación plástica permisible seleccionada.

Se han intentado desarrollar modelos más realistas del comportamiento plástico alrededor de agujeros. Algunos investigadores han incorporado los efectos de endurecimiento por deformación y reblandecimiento por deformación; entre estos, son notables los trabajos de Morita y Gray ⁷ y de Veeken¹⁶ et al.

Morita y Gray ⁷ solo presentaron un análisis mientras que Veeken ¹⁶ et al fueron un poco mas adelante y compararon sus predicciones con pruebas en muestras en las cuales encontraron concordancia. Sin embargo ellos usaron el criterio de falla de Druker-Prager y la deformación plástica a la cual se considera que ocurre la falla es algo arbitraria. El uso del comportamiento de reblandecimiento por deformación es también criticable, debido a que está normalmente asociada con una deformación localizada, mientras que en el desarrollo del modelo constitutivo se asume que la deformación es homogénea. A pesar de esto, indudablemente ocurre una degradación en la resistencia al haber una deformación continua y permanente, por lo tanto el modelo no debe ser

desechado completamente. Parece ser que el mayor problema asociado con un modelo elástico-plástico, que incorpora reblandecimiento por deformación, es la robustez del algoritmo, ya que pueden generarse inestabilidades numéricas en la solución lo cual conduce a la no convergencia del algoritmo.

Otro factor que ha recibido atención recientemente y debe tomarse en cuenta para la resistencia "anormal" de los cilindros huecos, es el efecto de escala ya que en pruebas de laboratorio Haimson y Herrik¹⁷ mostraron que más allá de un cierto tamaño de agujero (en sus pruebas alrededor de 6 cm.) un análisis lineal-elástico es perfectamente adecuado para producir falla en las paredes del pozo. A menores diámetros de agujero, los efectos de escala pueden aumentar la resistencia de las muestras con hueco cilíndrico. Por lo que se consideró que se debe tener mucho cuidado al hacer predicciones cuantitativas de la estabilidad de agujeros a escala real basadas sobre simulaciones de laboratorio, las cuales son frecuentemente llevadas a cabo en muestras con agujeros de 2.54 cm. de diámetro o menores, a menos que el efecto de escala pueda ser cuantificado.

En conclusión, es difícil de apreciar la calidad de un modelo constitutivo en su aplicación al análisis de estabilidad de pozos debido a que existen un cierto número de incertidumbres en cada uno de los modelos y en particular el efecto de escala. Para juzgar correctamente las predicciones cuantitativas de los

modelos constitutivos y los criterios de falla es necesario tener un mejor entendimiento de los efectos de escala inherentes a las pruebas de laboratorio, en base a esto y a las pruebas realizadas por Haimson y Herrick¹⁷ concluyeron que la mejor opción es utilizar el modelo constitutivo lineal-elástico debido a que en la práctica ha mostrado tener resultados congruentes a la realidad de los pozos analizados y corroborarlo con aplicaciones a datos de pozos reales.

C A P I T U L O I V .

MODELO LINEAL ELASTICO, ECUACIONES DEL ESTADO DE ESFUERZOS.

En la ciencia de la mecánica de rocas, aplicada a estabilidad y fracturamiento del agujero, hay aún una creciente necesidad de desarrollar herramientas matemáticas para lograr simular problemas físicos. Hoy en día, en particular, los pozos de aceite están siendo perforados a mayores profundidades, en mayores tirantes de agua y con grandes inclinaciones. Bajo tales condiciones del agujero, la mecánica de la roca puede, en sí misma, ser un factor limitante para la realización del pozo. Por otro lado, un adecuado entendimiento de las condiciones del pozo puede proporcionar el conocimiento necesario que asegura la confiabilidad y el éxito bajo ciertas condiciones extremas.

En el presente capítulo se desarrolla un modelo matemático para determinar el estado de esfuerzos a los que está sometida la roca en el pozo. El modelo considera un plato cuadrado con un agujero circular en el centro (Timoshenko y Goodier ¹⁸), en el cual se asume un comportamiento lineal elástico de la roca, que posee propiedades homogéneas e isotrópicas. Además, no están presentes efectos de plasticidad y el plato es considerado relativamente largo comparado a su grosor, con el objeto de evitar efectos en los extremos.

El razonamiento utilizado en la derivación de las ecuaciones, para obtener el campo o estado total de esfuerzos, consta de las siguientes componentes:

- 1.- El campo de esfuerzos en la formación original o vírgen.
- 2.- El campo de esfuerzos creado por la perforación del pozo.
- 3.- El campo de esfuerzos impuesto por las condiciones frontera.

A continuación aparecerán en forma desglosada cada uno de éstos tres puntos principales, los cuales constituyen cada uno, por sí mismos, una parte de la solución total al problema del cálculo del estado de esfuerzos en el pozo.

IV.1.- ESTADO DE ESFUERZOS EN LA FORMACION ORIGINAL.

En el estudio se asume que uno de los esfuerzos principales es el vertical. El esfuerzo vertical a una profundidad z , se calcula integrando el registro de densidad mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_{\text{vert}} = \int_0^z \rho_b g dz \quad (1)$$

Si la profundidad especificada en el registro de densidad no está verticalizada, esto deberá ser realizado antes de proceder a la integración.

En el plano horizontal existen dos componentes de esfuerzos principales originales in-situ, el máximo σ_{H1} y el mínimo σ_{H2} (figura 1). Estos esfuerzos se calculan asumiendo que las formaciones son linealmente poro-elásticas, que la presión de poro es constante y que no existen deformaciones laterales durante la sedimentación. Si no existe información externa acerca de las magnitudes de σ_{H1} y σ_{H2} , en el modelo se asume que ambas son iguales y se determinan con:

$$\sigma_{H1} = \sigma_{H2} = \frac{\nu}{1 - \nu} (\sigma_z - P_p) + P_p \quad (2)$$

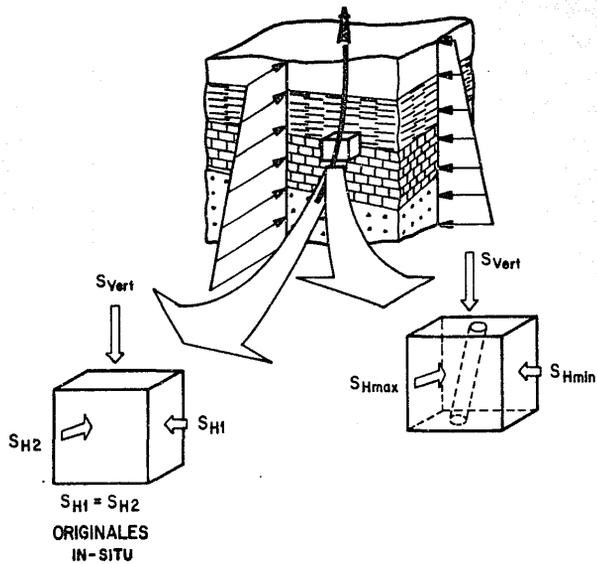


FIGURA 1
CARGAS A LAS QUE ESTAN SOMETIDAS LAS FORMACIONES

Para resolver la ec. 2, es necesario primero calcular la presión de poro P_p y la relación de Poisson ν , en función de la profundidad. La presión de poro se asume en el modelo como un gradiente de 0.465 psi/pie, en caso de que el analista no posea los datos exactos. La relación de Poisson se calcula a partir de los tiempos de tránsito de las ondas de corte y compresional, obtenidos del registro sónico digital, usando la siguiente expresión:

$$\nu = 0.5 \frac{(dt_{sm}/dt_c)^2 - 2}{(dt_{sm}/dt_c)^2 - 1} \quad (3)$$

ECUACIONES DE EQUILIBRIO.^{18,19}

Al estudiar la distribución de esfuerzos en un pozo, debido a su geometría es conveniente hacer uso de las coordenadas polares o cilíndricas. Si se considera un pequeño corte, tomado de un cilindro como se muestra en la figura 2, la posición de un punto cualquiera en la parte media del volúmen que se analiza, estará dada por la distancia del mismo al eje r , por el ángulo θ formado por el vector \mathbf{r} y un determinado eje r de coordenadas y por la distancia z al origen del eje de coordenadas.

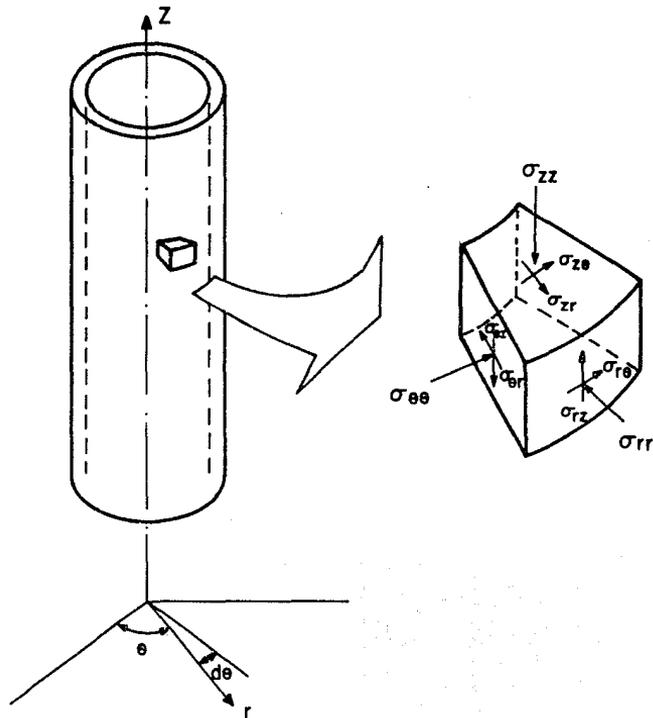


FIGURA 2
ESTADO DE ESFUERZOS EN COORDENADAS CILINDRICAS

Considerando el estado de equilibrio estático de un volúmen infinitesimal, con superficies paralelas a los planos de coordenadas r, θ, z , los esfuerzos actuando sobre las diferentes superficies son mostrados en la figura 3, donde las componentes normales del esfuerzo de dirección radial, tangencial y axial son designados por σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} respectivamente y las componentes tangenciales o de corte son $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} , $\tau_{\theta z}$, $\tau_{\theta r}$, τ_{zr} , $\tau_{z\theta}$. Si se considera la fuerza en la dirección r generada por el esfuerzo normal σ_{rr} se tendrá que:

$$F_{rr} = \sigma_{rr} \cdot \text{Area} \quad (4)$$

y en el lado opuesto a esta fuerza se tendrá:

$$F_{r+dr} = \left(\sigma_{rr} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} dr \right) \cdot \text{Area} \quad (5)$$

Estas expresiones están basadas en la consideración de continuidad de los esfuerzos y éste mismo análisis puede ser realizado para el resto de los esfuerzos aplicados al volúmen en estudio. Además existe la fuerza generada por el peso mismo del cuerpo debido a la gravedad presente, dicha fuerza está representada en la figura por sus tres componentes R, θ, z .

El estado de esfuerzos indicado en la figura 3 puede ser

explicado de la siguiente manera. Se está interesado en un campo de esfuerzos no-uniforme y cada componente del esfuerzo es función de su posición. Esto es, la componente del esfuerzo σ_{rr} es una función de sus coordenadas r, θ, z : $\sigma_{rr}(r, \theta, z)$ que es el punto A. En el punto ligeramente desplazado en la dirección r , se tendrá el punto B que tiene coordenadas $(r+dr, \theta, z)$ por lo que el nuevo valor del esfuerzo σ_{rr} será $\sigma_{rr}(r+dr, \theta, z)$. Pero si el esfuerzo σ_{rr} es una función de r, θ, z diferenciable y continua, entonces, de acuerdo al teorema de Taylor se tendrá:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r+dr, \theta, z) = & \sigma_{rr}(r, \theta, z) + dr \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}(r, \theta, z) + \\ & + dr^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}}{\partial r^2}(r + \alpha dr, \theta, z) \end{aligned} \quad (6)$$

donde $0 \leq \alpha \leq 1$. Si $\partial^2 \sigma_{rr} / \partial r^2$ es finita, entonces el último término puede ser hecho arbitrariamente pequeño comparado con los otros términos, seleccionando dr lo suficientemente pequeño. Con tal selección se tendrá:

$$\sigma_{rr}(r+dr, \theta, z) = \sigma_{rr}(r, \theta, z) + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}(r, \theta, z) dr \quad (7)$$

en la figura se escribe en forma corta:

$$\sigma_{rx} \quad \text{y} \quad \sigma_{rx} + \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial r} dr$$

sobre las superficies donde los esfuerzos actúan.

Las superficies a la izquierda, en el fondo y atrás del volúmen están localizadas en las coordenadas r, θ, z , y las superficies frontal, superior y derecha están localizadas en $r+dr$, $\theta+d\theta$, $z+dz$. Todos los esfuerzos y sus derivadas son evaluados en (r, θ, z) .

El análisis de equilibrio de fuerzas en el cuerpo requiere que las fuerzas resultantes desaparezcan. Si se consideran las fuerzas en un diagrama de cuerpo libre para un elemento aislado, con el patrón de esfuerzos indicado y en la dirección radial r , se tendrán como se muestran en la figura 4, 8 componentes de esfuerzo y una componente debida al peso.

Si se detallan las fuerzas en cada cara de la figura respecto a la dirección r (fig. 4), se tendrá que, multiplicando cada componente de esfuerzo por el área donde se está aplicando, puede decirse que la componente de esfuerzo radial σ_{rx} generará la fuerza:

$$F_1 = \left(\sigma_{rx} + \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial r} dr \right) (r+dr) d\theta dz - \sigma_{rx} r d\theta dz \quad (8)$$

El esfuerzo tangencial el cual está aplicado en el plano θ ,

está formado por 2 componentes, uno de los cuales genera un esfuerzo en la dirección radial, el cual está dado por:

$$F_2 = - \left(\sigma_{\theta\theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} d\theta \right) dr dz \operatorname{sen}(d\theta/2) - \sigma_{\theta\theta} dr dz \operatorname{sen}(d\theta/2) \quad (9)$$

Las fuerzas tangenciales que actúan en la dirección r serían en primer lugar debidas al esfuerzo de corte $\tau_{\theta r}$:

$$F_3 = \left(\tau_{r\theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} d\theta \right) dr dz - \tau_{r\theta} dr dz \quad (10)$$

y en segundo lugar las causadas por el esfuerzo de corte τ_{zr} :

$$F_4 = \left(\sigma_{zr} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} dz \right) \left(\frac{r d\theta + (r+dr) d\theta}{2} \right) dr - \sigma_{zr} \left(\frac{r d\theta + (r+dr) d\theta}{2} \right) dr \quad (11)$$

Por último, la componente de fuerza másica en función del volúmen estará dada por:

$$F_5 = R \cdot dr dz \left(\frac{r de + (r+dr) de}{2} \right) \quad (12)$$

Sumando todas las fuerzas de dirección radial F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , F_5 e igualando a cero se tendrá la primera de las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_{rr} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} dr \right) (r+dr) de dz - \sigma_{rr} r de dz - \\ & - \left(\sigma_{\theta\theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} de \right) dr dz \sin(de/2) - \sigma_{\theta\theta} dr dz \sin(de/2) + \\ & + \left(\sigma_{\theta r} + \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial \theta} de \right) dr dz - \sigma_{\theta r} dr dz + \left(\sigma_{zr} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} dz - \right. \\ & \left. - \sigma_{zr} \right) \left(\frac{r de + (r+dr) de}{2} \right) dr + R dr dz \cdot \\ & \cdot \left(\frac{r de + (r+dr) de}{2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Desarrollando y manipulando la ec. 13 por partes para reducir sus términos:

$$\left(\sigma_{rr} r + \sigma_{rr} dr + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} dr r + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} dr^2 \right) de dz -$$

$$- \sigma_{rr} r de dz$$

este término quedará:

$$\sigma_{rr} r d\theta dz + \sigma_{rr} dr d\theta dz + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} r dr d\theta dz +$$

$$+ \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} dr^2 d\theta dz - \sigma_{rr} r d\theta dz$$

Si se consideran despreciables las derivadas de orden superior se tendrá que:

$$\sigma_{rr} dr d\theta dz + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} r dr d\theta dz$$

Para el segundo término de la ec. 13 se tendrá:

$$-(\sigma_{\theta\theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} d\theta) dr dz \sin(d\theta/2) - \sigma_{\theta\theta} dr dz \sin(d\theta/2)$$

$$- \sigma_{\theta\theta} dr dz \sin(d\theta/2) - \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} d\theta dr dz \sin(d\theta/2) -$$

$$- \sigma_{\theta\theta} dr dz \sin(d\theta/2)$$

la cual debido a la magnitud tan pequeña de las diferenciales se puede escribir como:

$$- \sigma_{\theta\theta} dr dz d\theta/2 - \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} dr dz d\theta^2/2 - \sigma_{\theta\theta} dr dz d\theta/2$$

por lo que se reduce a:

$$- \sigma_{\theta\theta} dr dz d\theta$$

El tercer término de la ec. 13 es:

$$\left(\tau_{\theta r} + \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} d\theta \right) dr dz - \tau_{\theta r} dr dz$$

y desarrollando,

$$\tau_{\theta r} dr dz + \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} dr dz d\theta - \tau_{\theta r} dr dz$$

por lo tanto se reduce a:

$$\frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} dr d\theta dz$$

El cuarto término de la ec. 13 es:

$$\left(\tau_{zr} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} dz - \tau_{zr} \right) \left(\frac{r d\theta + (r+dr) d\theta}{2} \right) dr$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} dz \frac{r d\theta dr}{2} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} dz \frac{r d\theta dr}{2} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} dz \cdot$$

$$\cdot \frac{d\theta dr^2}{2}$$

lo que resulta en:

$$\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} r dr d\theta dz$$

El quinto término de la ec. 13 es:

$$R \, dr \, dz \left(\frac{r \, d\theta + (r+dr) \, d\theta}{2} \right)$$

$$R \frac{dr \, dz \, r \, d\theta}{2} + R \frac{dr \, dz \, d\theta \, r}{2} + R \frac{dr^2 \, dz \, d\theta}{2}$$

Eliminando el término que involucra dr^2 , por considerarse despreciable, se tiene:

$$R \, r \, dr \, d\theta \, dz$$

En resumen, la ec. 13 se reduce a:

$$\sigma_{rr} \, dr \, d\theta \, dz + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} \, r \, dr \, d\theta \, dz - \sigma_{\theta\theta} \, dr \, dz \, d\theta + \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} \cdot$$

$$\cdot \, dr \, d\theta \, dz + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} \, r \, dr \, d\theta \, dz + R \, r \, dr \, d\theta \, dz = 0$$

dividiendo entre $r \, dr \, d\theta \, dz$ se tendrá:

$$\frac{\sigma_{rr}}{r} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + R = 0$$

Esta es la ecuación de equilibrio para la dirección r . Las ecuaciones de equilibrio, para las direcciones θ y z , pueden ser obtenidas de una manera similar empleando el mismo procedimiento, utilizando los diagramas de cuerpo libre de las figuras 3 y 4. Las tres ecuaciones de equilibrio quedarán de la forma siguiente:

En la dirección radial, r ,

$$\frac{\sigma_{rr}}{r} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + R = 0$$

En la dirección angular, θ ,

$$\frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{\theta r}}{r} + \theta = 0 \quad (14)$$

En la dirección vertical, z ,

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}}{r} + Z = 0$$

Se puede observar que en la ec. de equilibrio radial el término $-\sigma_{\theta\theta}/r$ es una presión radial en la forma de esfuerzo tangencial; el término σ_{rr}/r es la contribución debida al mayor tamaño del área de la superficie exterior en $r+dr$ que la que hay cuando el radio es r . El término τ_{zr}/r en la ecuación para equilibrio axial es debido a la misma razón. El término $2\tau_{\theta r}/r$ en la ecuación tangencial tiene dos orígenes: uno es debido a la misma razón anterior, o sea que la superficie exterior es mayor; la otra surge por el hecho de que las superficies radiales para θ y para $\theta + d\theta$ no son paralelas pero hacen un ángulo $d\theta$.

El estado de equilibrio de un elemento requiere también que al realizar la suma de momentos de todas las fuerzas alrededor de cualquier eje, el momento resultante deberá ser igual a cero. Si además no existen momentos proporcionales a un volumen, la consideración de momentos conducirá a la importante conclusión de

que el tensor de esfuerzos es simétrico, esto es:

$$\tau_{ij} = \tau_{ji}$$

por lo que las ecuaciones de equilibrio también pueden ser escritas como:

$$\frac{\sigma_{rr}}{r} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + R = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + \theta = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + Z = 0$$

Las ecuaciones de movimiento de un modelo continuo difieren de las ecuaciones de equilibrio anteriores solamente en que tienen un término de fuerza de inercia al lado derecho de la ec. 15 en lugar de ceros. Los términos de inercia son el producto de la densidad del material y las aceleraciones en las direcciones de las coordenadas. Las aceleraciones son usualmente expresadas en la teoría de la elasticidad por los desplazamientos de las partículas del cuerpo en las direcciones de las coordenadas, es decir son iguales a la segunda derivada de los desplazamientos con respecto al tiempo. Se designarán desplazamientos en las direcciones r, θ, z por u_r, u_θ, u_z respectivamente.

ANALISIS DE DEFORMACION.^{18,19}

Fuerzas aplicadas a líquidos causan flujo y fuerzas aplicadas a sólidos causan deformación. A continuación se analizará la deformación de cuerpos sólidos de tal forma como es relevante para el estado de esfuerzos.

Esfuerzos de tensión causan deformaciones de tensión, así también esfuerzos de corte causan deformación de corte. La selección de las medidas de deformación apropiadas están dictadas básicamente por la relación esfuerzo-deformación (esto es, la ecuación constitutiva del material). Por ejemplo, si se estira una sarta, esta se elonga. Los resultados experimentales pueden ser presentados como una curva del esfuerzo de tensión σ contra la deformación ϵ , por lo que se puede obtener una fórmula empírica relacionando σ a ϵ . El caso de deformación infinitesimal es simple y se ha encontrado^{18,19} que, para la mayoría de los materiales en ingeniería, sometidos a una deformación infinitesimal en dirección uniaxial, una relación como:

$$\sigma = E \epsilon \quad (16)$$

es válida para un cierto rango de esfuerzos, donde E es la constante llamada módulo de elasticidad ó módulo de Young¹⁸. La ecuación 16 es la conocida ley de Hooke, por lo que un material que cumple con esta ecuación es conocido como un material

Hookoniano. El acero es un material Hookoniano si los esfuerzos están dentro de ciertos límites que son llamados esfuerzos de cedencia.

Por similitud a la ec. 16 , la relación para un material que sigue la ley de Hooke, sometido a un deformación de corte infinitesimal es:

$$\tau = G \tan \alpha \quad (17)$$

donde G es una constante llamada módulo de rigidez. El rango de validez de la ec. 17 está de nuevo limitado por los esfuerzos de cedencia. Los esfuerzos de cedencia en tensión, en compresión y en corte generalmente son diferentes.

Las deformaciones de la mayoría de las cosas en la naturaleza y en la ingeniería son mucho más complejas que las discutidas anteriormente, por lo que es necesario un método general de tratamiento¹⁹.

Primero se debe considerar la descripción matemática de deformación de acuerdo con Fung¹⁹. Si un cuerpo ocupa un espacio S , referido a un marco de coordenadas de referencia, cada partícula dentro del cuerpo tiene un conjunto de coordenadas, cuando el cuerpo es deformado, cada partícula toma una nueva posición, la cual será representada por un nuevo conjunto de coordenadas. Por ejemplo, una partícula P localizada

originalmente en un lugar con coordenadas (a_1, a_2, a_3) es movida al lugar Q con coordenadas (x_1, x_2, x_3) cuando el cuerpo se deforma. Entonces el vector PQ es llamado el vector de desplazamientos de la partícula, por lo que las componentes del vector de desplazamiento (fig. 5) son:

$$x_1 - a_1, \quad x_2 - a_2, \quad x_3 - a_3 \quad (18)$$

Si el desplazamiento es conocido para cada partícula en el cuerpo, se puede construir el cuerpo original a partir del cuerpo deformado y viceversa.

Si se define el vector de desplazamiento u por sus componentes se tendrá:

$$u_i = x_i - a_i \quad (19)$$

Debido a que es conveniente utilizar coordenadas cilíndricas, las componentes de deformación pueden ser referidas a un marco local de referencia orientado en la dirección de las coordenadas cilíndricas. Por ejemplo, en coordenadas cilíndricas, las componentes de deformación r, θ, z pueden ser designadas como $\epsilon_{rr}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{r\theta}, \epsilon_{rz}, \epsilon_{z\theta}$ y están relacionados a $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}$ por la ley de transformación de tensores, como en el caso de esfuerzos.

De la relación entre coordenadas cilíndricas r, θ, z y las

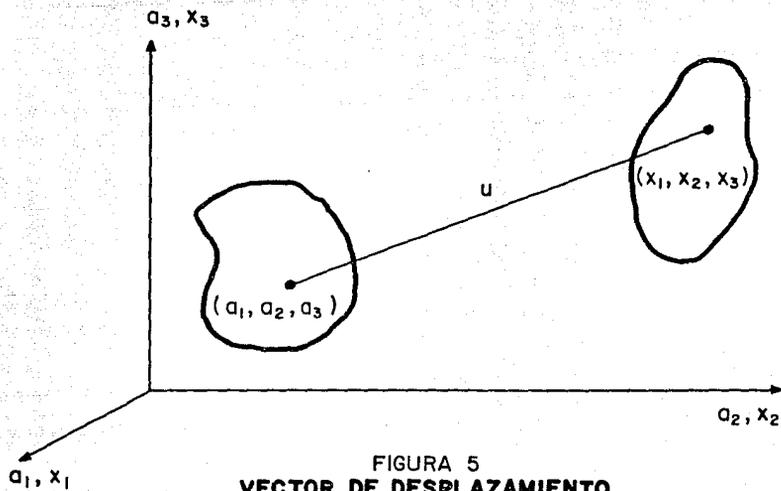


FIGURA 5
VECTOR DE DESPLAZAMIENTO

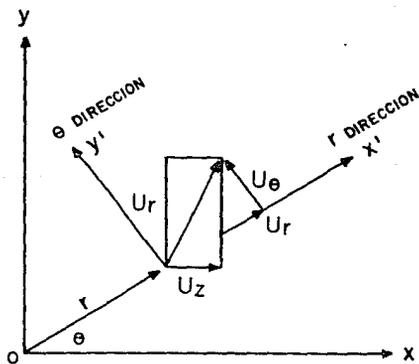


FIGURA 6
VECTOR DE DESPLAZAMIENTO EN COORDENADAS CILINDRICAS

coordenadas rectangulares x, y, z :

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta & \theta &= \tan^{-1} y/x & z &= z \\ y &= r \sin \theta & r^2 &= x^2 + y^2 \end{aligned}$$

(20)

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} = \cos \theta \qquad \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{y}{r^2} = -\frac{\sin \theta}{r} \qquad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{x}{r^2} = \frac{\cos \theta}{r}$$

Como las derivadas con respecto a x y y en las ecuaciones cartesianas pueden ser transformadas en derivadas con respecto a r y θ se tendrá:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \theta} = \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

(21)

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \theta} = \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

Ahora en coordenadas cilíndricas se denotan las componentes del vector de desplazamiento u por u_r , u_θ , u_z , como se muestra en la figura 6. Las componentes del mismo vector en la dirección de coordenadas rectangulares son u_x , u_y , u_z . De la figura 6 se puede observar que esos desplazamientos están relacionados por las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
u_x &= u_r \cos \theta - u_\theta \sin \theta \\
u_y &= u_r \sin \theta + u_\theta \cos \theta \\
u_z &= u_z
\end{aligned}
\tag{22}$$

Las componentes de deformación en coordenadas cilíndricas se han designado como:

$$\begin{array}{ccc}
\epsilon_{rr} & \epsilon_{r\theta} & \epsilon_{rz} \\
\epsilon_{\theta r} & \epsilon_{\theta\theta} & \epsilon_{\theta z} \\
\epsilon_{zr} & \epsilon_{z\theta} & \epsilon_{zz}
\end{array}
\tag{23}$$

Los cuales realmente son los componentes de deformación referidos a un marco local de coordenadas rectangulares $x'y'z'$, en el cual x' coincide con la dirección r , y' coincide con la dirección θ y z' con z . Los cosenos directores entre los dos conjuntos de coordenadas son:

	x	y	z	
r o x'	cos θ	sen θ	0	(24)
θ o y'	-sen θ	cos θ	0	
z o z'	0	0	1	

De la ley de transformación de tensores, se tiene:

$$\epsilon_{rr} = \epsilon_{xx} \cos^2 \theta + \epsilon_{yy} \sin^2 \theta + \epsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \epsilon_{xx} \sin^2 \theta + \epsilon_{yy} \cos^2 \theta - \epsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_{zz} \quad (25)$$

$$\epsilon_{r\theta} = (\epsilon_{yy} - \epsilon_{xx}) \cos \theta \sin \theta + \epsilon_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$$\epsilon_{zr} = \epsilon_{zx} \cos \theta + \epsilon_{zy} \sin \theta$$

$$\epsilon_{z\theta} = -\epsilon_{zx} \sin \theta + \epsilon_{zy} \cos \theta$$

por lo que finalmente se tendrá:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad (26)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad \epsilon_{xy} = 1/2 \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)$$

$$\epsilon_{yz} = 1/2 \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad \epsilon_{zx} = 1/2 \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)$$

substituyendo las ecs. 21 y 22 en la 26 :

$$\epsilon_{xx} = \left(\cos \theta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) (u_r \cos \theta - u_\theta \sin \theta)$$

$$\epsilon_{xx} = \cos^2 \theta \frac{\partial u_r}{\partial r} + \sin^2 \theta \left(\frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) -$$

$$- \cos \theta \sin \theta \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} \right)$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_{yy} &= \text{sen}^2 \theta \frac{\partial u_r}{\partial r} + \cos^2 \theta \left(\frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) + \\
&\quad + \cos \theta \text{sen} \theta \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} \right) \\
\epsilon_{xy} &= \frac{\text{sen}^2 \theta}{2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} - \frac{u_r}{r} \right) + \\
&\quad + \frac{\cos^2 \theta}{2} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} \right) \quad (27)
\end{aligned}$$

substituyendo éstos y similares resultados en la ec.25 y reduciendo términos se obtiene:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} \\
\epsilon_{\theta\theta} &= \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \\
\epsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z} \\
\epsilon_{r\theta} &= 1/2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) \quad (28)
\end{aligned}$$

$$\epsilon_{zz} = 1/2 \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)$$

$$\epsilon_{z\theta} = 1/2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right)$$

si se define:

$$\gamma_{r\theta} = 2 \epsilon_{r\theta} \quad \gamma_{zr} = 2 \epsilon_{zr} \quad \gamma_{z\theta} = 2 \epsilon_{z\theta} \quad (29)$$

en otras palabras, las deformaciones de corte, denotadas por $\gamma_{r\theta}$, γ_{zr} , $\gamma_{z\theta}$, son el doble de las componentes $\epsilon_{r\theta}$, ϵ_{zr} , $\epsilon_{z\theta}$ respectivamente. En realidad no se debería utilizar esta notación debido a que las componentes ϵ_{zr} , $\gamma_{r\theta}$, etc. juntas no forman un tensor, sin embargo se ha querido poner en claro en este trabajo debido a que existen frecuentemente en la literatura ambas formas para las ecuaciones de deformación; por lo tanto las ecuaciones 28 pueden ser expresadas como:

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

(30)

$$\gamma_{r\theta} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right)$$

$$\gamma_{zr} = \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)$$

$$\gamma_{z\theta} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right)$$

Las fórmulas y ecuaciones anteriores son verdaderas para cualquier cuerpo continuo, ambos elástico e inelástico.

En el problema del agujero, puede asumirse simetría axial. Esto implica que las cargas límite son aplicadas a lo largo y normales al eje del pozo y resulta en:

$$\tau_{rz} = \tau_{\theta z} = \gamma_{rz} = \gamma_{\theta z} = 0 \quad (31)$$

Las ecuaciones de equilibrio entonces se reducirán a:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + R = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2 \tau_{r\theta}}{r} + \theta = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \quad (32)$$

Adicionalmente, si se asume simetría rotacional, la ec (32) se vuelve a reducir a:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + R = 0$$

(33)

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0$$

LEY DE HOOKE GENERALIZADA.

La relación entre las componentes de la tensión y de la deformación, ha sido establecida experimentalmente y se conoce con el nombre de ley de Hooke.

Considérese un paralelepípedo rectangular infinitésimo, con sus aristas paralelas a los ejes coordenados, sometido a la acción de una tensión normal σ_x distribuída uniformemente sobre dos caras opuestas. La experiencia demuestra que en el caso de un material isótropo, las tensiones normales no producen distorsión angular del elemento. La magnitud de la deformación longitudinal viene dada por la ecuación:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (34)$$

en la que E es el módulo de elasticidad longitudinal. También se comprueba experimentalmente que si el volúmen se alarga por una tensión axial, este sufre una reducción de sus dimensiones transversales. Poisson comprobó que la relación entre las deformaciones unitarias es constante, por abajo del límite de proporcionalidad y está dada por:

$$\nu = - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \quad (35)$$

donde ϵ_x es la deformación debida solamente a un esfuerzo en la dirección x y ϵ_y y ϵ_z son las deformaciones unitarias que se manifiestan en las direcciones perpendiculares.

Cuando ocurre un alargamiento en el sentido de la tensión, existe también un acortamiento en los planos perpendiculares el cual está dado por:

$$\epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (36)$$

el signo negativo indica un acortamiento en las dimensiones transversales cuando ϵ_x es positiva.

Si ahora se considera que la tensión longitudinal es en el sentido del eje y se tendrá:

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} \quad \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E} \quad \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (37)$$

donde ϵ_x es una contracción en el sentido del eje x y ϵ_z en el sentido del eje z .

Por lo tanto si la tensión es ahora en el sentido del eje z únicamente, se obtiene:

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \quad \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_z}{E} \quad \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_z}{E} \quad (38)$$

La relación de Poisson permite generalizar la aplicación de la ley de Hooke al caso de esfuerzos triaxiales. Por ejemplo, si un elemento está sometido simultáneamente a esfuerzos de tensión en el sentido de los ejes x, y, z , la deformación en la dirección x debida a σ_x es σ_x/E , pero, al mismo tiempo, el esfuerzo σ_y producirá una contracción lateral en la dirección x de valor $\nu \sigma_y / E$ (de la ec. 37) y de forma similar el esfuerzo σ_z producirá una contracción dada por $\nu \sigma_z / E$, esto quiere decir que la deformación total resultante en la dirección x estará dada por:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad (39)$$

Análogamente, la deformación en la dirección y es:

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \quad (40)$$

y en la dirección z :

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (41)$$

por lo que las ecuaciones generalizadas de deformación por tensión triaxial serán:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= 1/E \cdot (\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)) \\ \epsilon_y &= 1/E \cdot (\sigma_y - \nu (\sigma_z + \sigma_x)) \end{aligned} \quad (42)$$

$$\epsilon_z = 1/E \cdot (\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y))$$

y en coordenadas cilíndricas:

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= 1/E \cdot (\sigma_r - \nu (\sigma_\theta + \sigma_z)) \\ \epsilon_\theta &= 1/E \cdot (\sigma_\theta - \nu (\sigma_r + \sigma_z)) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\epsilon_z = 1/E \cdot (\sigma_z - \nu (\sigma_r + \sigma_\theta))$$

Para el caso de esfuerzos cortantes, es sencillo demostrar que de igual forma se cumple la ley de Hooke:

$$\tau = G \gamma \quad (44)$$

donde τ es el esfuerzo cortante, G recibe el nombre de módulo de elasticidad tangencial ó módulo de rigidez. Si sobre las caras de un elemento actúan esfuerzos tangenciales, la deformación del ángulo formado por dos ejes coordenados cualesquiera, depende únicamente de las componentes tangenciales paralelas a tales ejes, y su valor es:

$$\begin{aligned} \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} & \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G} \end{aligned} \quad (45)$$

En coordenadas cilíndricas se tendrá:

$$\gamma_{\theta z} = \frac{\tau_{\theta z}}{G} \quad \gamma_{rz} = \frac{\tau_{rz}}{G} \quad \gamma_{r\theta} = \frac{\tau_{r\theta}}{G} \quad (46)$$

La ley de Hooke generalizada para un cuerpo isotrópico esta dada por las ecs. 43 y 46 para los casos de deformación por esfuerzos normales y por esfuerzos de corte respectivamente.

IV.2.- ESTADO DE ESFUERZOS AL PERFORARSE EL POZO.

Para modelar los esfuerzos in-situ, será utilizado un modelo ideal de un plato cuadrado con un agujero circular en el centro (Timoshenko y Goodier¹⁸). La razón de escoger tal modelo es la de ser capaces de usar diferentes valores para los tres esfuerzos in-situ.

Si los dos esfuerzos in-situ horizontales son de igual magnitud, la solución se reduce al denominado modelo del cilindro de pared de gran espesor ^{5,20}.

Cada plano de un cuerpo isotrópico es un plano de simetría elástica y cada dirección es una dirección principal. Este modelo será usado considerando que las cargas in-situ están fijas y entonces los esfuerzos en el agujero serán observados a su alrededor. Si es aplicado para pozos desviados, se asume que se aplicarán las condiciones de deformación plana, sin consideración de la posición del agujero, esto es, la deformación axial debida a la presencia del agujero y las condiciones límite impuestas son cero. Usando esta información, las deformaciones normales en la ecuación de la ley de Hooke generalizada pueden ser escritas como sigue:

$$\sigma_r = \frac{E (1 - \nu)}{(1 + \nu) (1 - 2\nu)} \left(\epsilon_r + \frac{\nu}{1 - \nu} \epsilon_\theta \right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E (1 - \nu)}{(1 + \nu) (1 - 2\nu)} \left(\epsilon_\theta + \frac{\nu}{1 - \nu} \epsilon_r \right)$$

(47)

$$\sigma_z = \frac{\nu E}{(1 + \nu) (1 - 2\nu)} (\epsilon_r + \epsilon_\theta)$$

$$\tau_{r\theta} = G \gamma_{r\theta}$$

Primero se derivará el modelo del cilindro de pared de gran espesor ²⁰. Insertando la ec. 47 dentro de la ec.33 e introduciendo las definiciones para la deformación de la ec. 30, se obtiene el siguiente resultado si las fuerzas del cuerpo son despreciadas:

$$\frac{d^2 u_r}{d r^2} + \frac{1}{r} \frac{d u_r}{d r} - \frac{u_r}{r^2} = 0$$

(48)

$$\frac{d \sigma_z}{d z} = 0$$

El segundo término implica que el esfuerzo axial es constante a través de la sección del agujero bajo consideración.

Para agujeros orientados horizontalmente se podría justificar tal consideración, sin embargo para pozos verticales la sobrecarga tiene un valor diferente a cada profundidad. El problema es controversial, pero es evitado asumiendo que una sección relativamente corta del agujero es considerada cada vez. En otras palabras, el agujero es analizado por secciones, asumiendo que el esfuerzo axial dentro de cada sección es constante.

La ecuación 48 entonces puede ser escrita como:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d(r u_r)}{dr} \right) = 0 \quad (49)$$

integrando esta ecuación dos veces resulta en la solución general:

$$u_r = C_1 r + C_2 / r \quad (50)$$

usando las definiciones de deformación^{19,20} de la ec. 30 e insertando la ec. 50 dentro de la ec. 47, los esfuerzos en un plato con agujero circular pueden ser expresados como sigue:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \cdot \left(C_1 + \frac{C_2}{r^2} (1 - 2\nu) \right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \cdot \left(C_1 - \frac{C_2}{r^2} (1 - 2\nu) \right) \quad (51)$$

$$\sigma_z = \frac{2 \nu E C_1}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

Las constantes C_1 y C_2 pueden ser evaluadas al adentrarse en las condiciones frontera. Si se quiere resolver para la distribución de esfuerzos de un cilindro con presión externa e interna, el procedimiento es simplemente aplicar las condiciones frontera a la ec. 51.

Sin embargo, en el caso de un plato con diferentes esfuerzos in-situ aplicados, los esfuerzos de corte no desaparecen y entonces el criterio de compatibilidad deberá ser aplicado. En la siguiente sección ésta solución será derivada.

ECUACIONES Y COMPATIBILIDAD^{18,19}.

Compatibilidad significa que las deformaciones deberán ser compatibles con los esfuerzos, esto es, que sea físicamente permisible esta situación. Matemáticamente, las funciones de deformación deberán ser continuas y deberán poseer suficientes derivadas parciales continuas.

Para resolver problemas en estado plano de esfuerzos o de deformación plana, se debe empezar por encontrar esfuerzos que satisfagan las ecuaciones de equilibrio. Si se considera que las fuerzas en el cuerpo están ausentes, entonces las ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{\partial \sigma_{1j}}{\partial x_j} = 0 \quad (52)$$

se reducen a:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (53)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0$$

Las ecuaciones anteriores son dos ecuaciones con tres incógnitas σ_{xx} , σ_{xy} , σ_{yy} , por lo que pueden obtenerse un número infinito de soluciones.

En efecto, si se considera que $\phi(x, y)$ sea una función arbitraria y se tiene que:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \sigma_{xx}, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \sigma_{yy}, \quad - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \sigma_{xy} \quad (54)$$

puede verificarse que las ecs. 53 son idénticamente satisfechas.

Entonces la ec. 54 constituye una solución general a las ecuaciones de equilibrio. El problema se reduce a encontrar una función ϕ que satisfaga las condiciones de compatibilidad y las condiciones de frontera.

La ecuación de compatibilidad de St. Venant¹⁹ dice que:

$$e_{ij,kl} + e_{kl,ij} - e_{ik,jl} - e_{jl,ik} = 0 \quad (55)$$

donde e representa deformaciones. De las 81 ecuaciones representadas por la ec. anterior, solamente seis son esenciales. El resto son identidades o repeticiones.

Para seleccionar entre el número infinito de soluciones que satisfacen la ecuación de equilibrio, es necesario utilizar una de las ecuaciones de compatibilidad. La única ecuación de compatibilidad que no es idénticamente satisfecha es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) &= \\ &= 2(1 + \nu) \frac{\partial^2 \sigma_{xy}}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (56)$$

Diferenciando la primera de las ecuaciones 53 con respecto a x y la segunda con respecto a y y sumándolas, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_{yy}}{\partial y^2} = -2 \frac{\partial^2 \sigma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (57)$$

eliminando σ_{xy} entre la ec. 57 y 56 , se tendrá:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0 \quad (58)$$

substituyendo las componentes de esfuerzos derivadas de ϕ de acuerdo a la ec. 54 en la ec. 58 , se obtiene finalmente la ecuación que gobierna la función ϕ :

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0 \quad (59)$$

Por lo que se concluye que la función $\phi(x,y)$ que satisface la ec. 59 puede generar de acuerdo a la ec. 54 un sistema de esfuerzos σ_{xx} , σ_{xy} , σ_{yy} , que simultáneamente satisface las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad. La función $\phi(x,y)$ es conocida como la función de esfuerzos de Airy¹⁹.

Para expresar la ec. 59 en coordenadas cilíndricas se deben recordar las ecuaciones 20. Utilizando estas expresiones (ec. 20) y considerando a ϕ una función de r y θ se tiene que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} =$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial r} \cos \theta - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \sin \theta \quad (60)$$

la derivada segunda con respecto a x se obtiene con solo repetir la operación anterior y así resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = & \left(\frac{\partial}{\partial r} \cos \theta - \frac{1}{r} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \cos \theta - \right. \\ & \left. - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \sin \theta \right) \quad (61) \end{aligned}$$

realizando el producto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = & \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \cos^2 \theta - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta \partial r} \frac{\sin \theta \cos \theta}{r} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\sin^2 \theta}{r} + \\ & + 2 \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\sin \theta \cos \theta}{r^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \quad (62) \end{aligned}$$

análogamente se llega a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = & \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \sin^2 \theta + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta \partial r} \frac{\sin \theta \cos \theta}{r} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\cos^2 \theta}{r} - \\ & - 2 \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\sin \theta \cos \theta}{r^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \frac{\cos^2 \theta}{r^2} \quad (63) \end{aligned}$$

y sumando las ecuaciones 62 y 63 se tendrá:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \quad (64)$$

con esta ecuación y la identidad:

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \quad (65)$$

se obtiene la ec. de compatibilidad expresada en coordenadas polares:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (66)$$

La ecuación 66 es satisfecha por las expresiones:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \theta} = - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (67)$$

en las que ϕ función de r y θ es la función de esfuerzos de Airy^{19,20}. Las ecuaciones 67 son determinadas de la siguiente forma. La primera y segunda de las expresiones 67 se siguen de las ecuaciones 62 y 63. Si se elige, en efecto, un punto cualquiera y se hace pasar por el eje x , $\theta = 0$ y σ_x , σ_y coinciden con σ_r , σ_θ de forma que substituyendo en 63 el valor de cero para θ se llega a:

$$\sigma_r = \sigma_x = \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right)_{\theta = 0} = - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \quad (68)$$

expresión ésta que, naturalmente, seguirá representando σ_r aunque se cambie la orientación del eje x .

De forma análoga poniendo $\theta = 0$ en la ec. 62 se tiene:

$$\sigma_\theta = \sigma_y = \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_{\theta = 0} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \quad (69)$$

y obteniendo asimismo la expresión de $-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$ se tendrá la tercera expresión de la ec. 67.

DISTRIBUCION SIMETRICA DE ESFUERZOS RESPECTO A UN EJE.

Si la distribución de esfuerzos es simétrica respecto a un eje perpendicular al plano x-y que pasa por 0, Fig. 7, las componentes del esfuerzo no dependen de θ y son función solamente de r . Se deduce también que por razones de simetría la tensión $\tau_{r\theta}$ es nula y en consecuencia, las ecuaciones de equilibrio se reducen a la primera, quedando:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + R = 0 \quad (70)$$

Si la fuerza másica R es cero, se puede usar la función de esfuerzos ϕ la cual dependerá solo de r , por lo que la ecuación de compatibilidad 66 si se desarrolla término a término, aplicando las reglas de derivación se llegará a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left(\frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} \right) = \\ & = \frac{d^4 \phi}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 \phi}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\phi}{dr} = 0 \end{aligned} \quad (71)$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria, que puede reducirse a una ecuación diferencial de coeficientes constantes. La ecuación 71 es la ecuación diferencial de Euler.

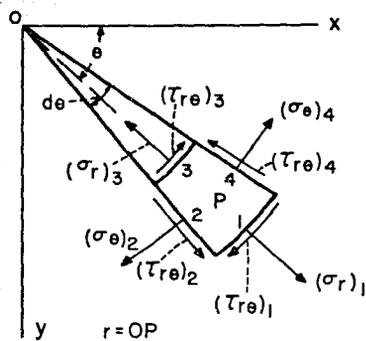


FIGURA 7
ESTADO PLANO DE ESFUERZOS

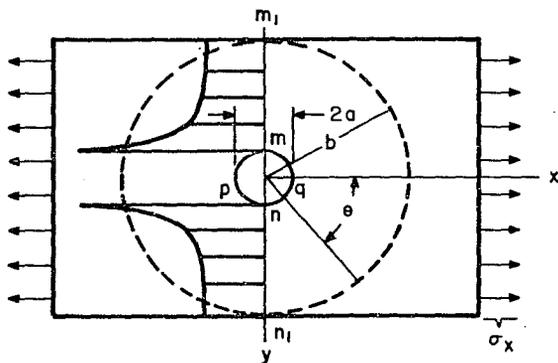


FIGURA 8
PLACA EN TENSION UNIFORME

INFLUENCIA DE UN ORIFICIO CIRCULAR SOBRE LA DISTRIBUCION DE TENSIONES EXISTENTES EN UNA PLACA¹⁸.

La figura 8 representa una placa sometida a una tracción uniforme de valor σ_x en la dirección x . Si en el centro de la placa se hace un pequeño orificio circular, la distribución de esfuerzos en su proximidad habrá cambiado, pero de acuerdo con el principio de Saint-Venant¹⁹ podemos pensar que la alteración del estado de esfuerzos es despreciable a distancias grandes frente al radio del agujero.

Si se considera la porción de placa contenida en un círculo, concéntrico con el orificio, de radio b , grande en comparación con a , los esfuerzos en los puntos de radio b son los mismos que existirían en la placa si no hubiera agujero y vienen dadas por lo tanto, por :

$$\begin{aligned}(\sigma_{rx})_{r=b} &= \sigma_x \cos^2 \theta &= \sigma_x (1 + \cos 2\theta) / 2 \\(\tau_{r\theta x})_{r=b} &= \sigma_x \sin \theta \cos \theta &= \sigma_x (\sin 2\theta) / 2 \\(\sigma_{ry})_{r=b} &= \sigma_y \sin^2 \theta &= \sigma_y (1 - \cos 2\theta) / 2 \\(\tau_{r\theta y})_{r=b} &= \sigma_y \sin \theta \cos \theta &= \sigma_y (\sin 2\theta) / 2\end{aligned}\tag{72}$$

Estas fuerzas, al actuar en la periferia del anillo de radios interior y exterior a y b , provocan una distribución

de tensiones en su interior que podemos considerar compuesta de dos partes. La primera es debida a la componente constante $\sigma_x/2$ de las fuerzas normales y los esfuerzos por ellas producidas.

La otra parte corresponde a las fuerzas normales

$$\sigma_x(\cos 2\theta)/2$$

y a las fuerzas tangenciales

$$\sigma_x(\sin 2\theta)/2$$

las cuales producen un esfuerzo que puede deducirse de una función de esfuerzos. Debido a que los esfuerzos in-situ son todos dependientes del ángulo rotacional 2θ , por lo tanto la función de esfuerzos está definida como:

$$\phi = \phi (r, \theta) = f (r) \cos 2\theta \quad (73)$$

Sustituída esta expresión en la ec. de compatibilidad

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} \right) = 0$$

se define la siguiente ecuación diferencial ordinaria que determina $f(r)$:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{4}{r^2} \right) \left(\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr} - \frac{4 f}{r^2} \right) = 0 \quad (75)$$

la solución general de la misma es:

$$f(r) = C_1 r^2 + C_2 r^4 + C_3 / r^2 + C_4 \quad (76)$$

Por lo tanto, la función de esfuerzos es :

$$\phi = (C_1 r^2 + C_2 r^4 + C_3 / r^2 + C_4) \cos 2\theta \quad (77)$$

y las correspondientes componentes del esfuerzo, de acuerdo con las ecs. 67 serán:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = - \left(2 C_1 + \frac{6 C_3}{r^4} + \frac{4 C_4}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = \left(2 C_1 + 12 C_2 r^2 + \frac{6 C_3}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial \theta} = - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) = \\ &= \left(2 C_1 + 6 C_2 r^2 - \frac{6 C_3}{r^4} - \frac{2 C_4}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (78)$$

PRINCIPIO DE SUPERPOSICION¹⁹.

La solución del problema relativo a un cuerpo elástico dado, limitado por una superficie conocida y sometido a unas determinadas fuerzas másicas, exige la determinación de las componentes de los esfuerzos, o de los desplazamientos, que satisfagan las ecuaciones diferenciales y las condiciones de frontera. Si se decide trabajar con las componentes de los esfuerzos se deberán cumplir:

- a) Las ecuaciones de equilibrio
- b) Las condiciones de compatibilidad
- c) las condiciones de frontera.

Sean $\sigma_x, \dots, \tau_{xy}, \dots$, las componentes del estado de esfuerzos así determinadas, las cuales han sido producidas por las fuerzas superficiales $\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}$, y las fuerzas másicas x, y, z .

Si llamamos $\sigma_x', \dots, \tau_{xy}', \dots$, a las componentes del estado de esfuerzos producidas en el mismo cuerpo por las fuerzas superficiales $\underline{x}', \underline{y}', \underline{z}'$ y las fuerzas másicas x', y', z' , las componentes $\sigma_x + \sigma_x', \dots, \tau_{xy} + \tau_{xy}', \dots$, representarán las tensiones causadas por las fuerzas superficiales $\underline{x} + \underline{x}', \dots$, y las fuerzas másicas $x + x', \dots$. Esto es así por ser lineales todas las ecuaciones diferenciales y las condiciones de contorno. Añadiendo, de esta forma, la primera de las ecuaciones de

equilibrio a la ecuación correspondiente:

$$\frac{\partial \sigma_x'}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}'}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}'}{\partial z} + x' = 0 \quad (79)$$

se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_x + \sigma_x') + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy} + \tau_{xy}') + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{xz} + \tau_{xz}') + X + X' = 0 \quad (80)$$

y análogamente de la primera de las ecuaciones y de su homóloga, se deduce:

$$\underline{X} + \underline{X}' = (\sigma_x + \sigma_x')l + (\tau_{xy} + \tau_{xy}')m + (\tau_{xz} + \tau_{xz}')n$$

Las condiciones de compatibilidad pueden combinarse también de la misma forma. El conjunto completo de ecuaciones muestra que $\sigma_x + \sigma_x', \dots, \tau_{xy} + \tau_{xy}', \dots$, satisfacen todas las ecuaciones y condiciones, que determinan las tensiones producidas por las fuerzas $\underline{x} + \underline{x}', \dots, x + x', \dots$. Este resultado constituye el principio de superposición.

Al deducir las ecuaciones de equilibrio y las condiciones de frontera, no se hace ninguna distinción entre la posición y forma del elemento antes y después de aplicar la carga. De ello resulta, que las ecuaciones y las conclusiones de ellas deducidas, son válidas sólo si los pequeños desplazamientos producidos en la deformación no afectan sustancialmente la acción de las fuerzas exteriores.

Recordando que para el modelo que se está utilizando es aplicable el principio de superposición, será usado un procedimiento específico en la solución para determinar los esfuerzos. Los esfuerzos totales actuando sobre el plato son los siguientes:

Dentro del pozo : P_w

En el límite exterior (ec. 72) :

$$\sigma_r = \sigma_{rx} + \sigma_{ry} = ((\sigma_x + \sigma_y) + (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta) / 2 \quad (81)$$

Carga axial (la sobrecarga para un pozo vertical) : σ_{zz}

El procedimiento es como sigue: Notando que el esfuerzo radial exterior sobre el plato es la suma de un término constante y un término que es una función del ángulo 2θ ; las dos partes pueden resolverse separadamente y posteriormente realizar la superposición de soluciones.

Es decir en el caso del pozo, primero se resuelve considerando los esfuerzos in-situ que se aplican a la roca en cierta dirección y después se obtiene otra solución calculando los esfuerzos en la dirección normal, finalmente la solución total será la suma de ambas soluciones parciales aplicando el principio de superposición (fig. 9).

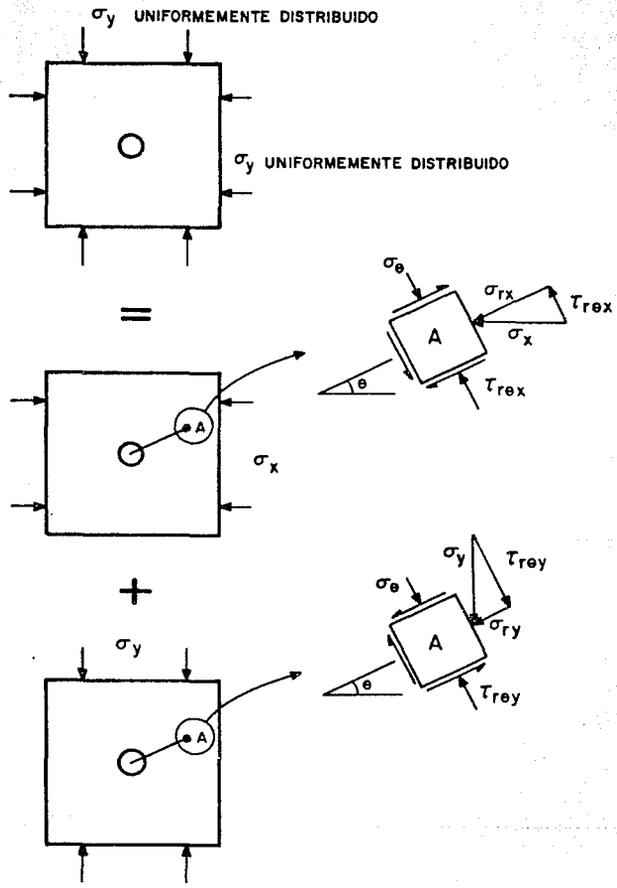


FIGURA 9
SUPERPOSICION DE LOS ESFUERZOS IN-SITU

IV.3.- ESTADO DE ESFUERZOS IMPUESTO POR LAS CONDICIONES DE FRONTERA²⁰.

ESFUERZO HIDROSTATICO.

Primero, la solución del cilindro de pared de gran espesor (ec. 51) es aplicada para las condiciones de frontera siguientes:

$$\sigma_r = P_w \quad \text{para : } r = a$$

$$\sigma_r = (\sigma_x + \sigma_y) / 2 \quad \text{para : } r = b$$

$$\sigma_z = \nu (\sigma_x' + \sigma_y') = \sigma_{zz} \quad \text{para : } r = b$$

Insertando éstas condiciones en la ec. 51 y resolviendo para las constantes resulta en los siguientes esfuerzos:

$$\sigma_{r1} = - \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{a^2}{r^2} P_w$$

$$\sigma_{\theta 1} = - \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{a^2}{r^2} P_w$$

$$\tau_{r\theta} = 0$$

Para la condición de deformación plana: $\epsilon_z = 0$ (82)

$$\sigma_{z1} = \sigma_{zz}' + \nu (\sigma_{r1} + \sigma_{\theta 1}) = \sigma_{zz}' + \nu (\sigma_x' + \sigma_y') = \sigma_{zz}$$

Para la condición de esfuerzo plano:

$$\sigma_{z1} = \sigma_{zz}$$

La consideración anterior es que $a/b = 0$, esto es, el plato tiene extensión infinita. El esfuerzo axial debido a la sobrecarga podría ser superpuesto directamente, pero para utilizar la definición establecida en la condición de frontera es visto que, para el caso de deformación plana, las condiciones de carga hidrostática no crean un esfuerzo axial adicional. La suma de las componentes tangencial y radial es constante para cualquier radio.

DESVIADOR DE ESFUERZOS.

En seguida, la ecuación 78 es evaluada con las condiciones de frontera siguientes:

$$\sigma_r = 0 \quad \text{para : } r = a$$

$$\sigma_r = (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta / 2 \quad \text{para : } r = b$$

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad \text{para : } r = a$$

los resultados de estas derivaciones son:

$$\begin{aligned} \sigma_{r2} &= - \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ \sigma_{\theta 2} &= - \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta 2} &= - \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (83)$$

Para condiciones de deformación plana:

$$\sigma_{z2} = - 2 \nu \frac{a^2}{r^2} (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta$$

Para condiciones de esfuerzo plano:

$$\sigma_{z2} = 0$$

ESFUERZO DE CORTE.

A continuación se deberá resolver para fuerzas de corte. Referenciando a la figura 9 , se puede notar que la fuerza de corte resultante es:

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta} &= \tau_{r\theta x} - \tau_{r\theta y} = (\sigma_x - \sigma_y) (\sin 2\theta) / 2 = \\ &= - \tau_{xy} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (84)$$

Ahora, utilizando una función de esfuerzo de la forma:

$$F = F(r) \operatorname{sen} 2\theta$$

la solución general de la ec. 66 es similar a la de la ec. 76.

Sin embargo, la ecuación de esfuerzos es idéntica a la ec.75..

excepto por las partes trigonométricas.

Aplicando las condiciones frontera siguientes:

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad \text{para: } r = a$$

$$\tau_{r\theta} = -\tau_{xy} \operatorname{sen} 2\theta \quad \text{para: } r = b$$

$$\sigma_r = 0 \quad \text{para: } r = a$$

los esfuerzos cortantes resultan en:

$$\sigma_{r3} = \tau_{xy} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \operatorname{sen} 2\theta$$

$$\sigma_{\theta 3} = -\tau_{xy} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \operatorname{sen} 2\theta \quad (83 a)$$

$$\tau_{r\theta 3} = \tau_{xy} \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta$$

Para condiciones de deformación plana:

$$\sigma_{23} = \nu (\sigma_{r3} + \sigma_{\theta 3}) = -4 \nu \tau_{xy} \frac{a^2}{r^2} \operatorname{sen} 2\theta$$

Para condiciones de esfuerzo plano:

$$\sigma_{23} = 0$$

Hay dos esfuerzos de corte que no son tomados en cuenta en la derivación previa debido a que se asumió que desaparecían en la ec. 31 . Son los esfuerzos τ_{xz} y τ_{yz} . Transformando esos esfuerzos en coordenadas cilíndricas, el siguiente resultado se obtiene:

$$\tau_{rz} = \tau_{xz} \cos \theta + \tau_{yz} \operatorname{sen} \theta$$

$$\tau_{\theta z} = -\tau_{xz} \operatorname{sen} \theta + \tau_{yz} \operatorname{cose}$$

τ_{rz} deberá tener el valor dado en la ec. anterior en los límites exteriores del plato pero deberá desaparecer en la pared del agujero. Asumiendo una distribución radial similar a la ec.82, el siguiente resultado es obtenido por Bradley⁴:

$$\tau_{rz} = (\tau_{xz} \operatorname{cose} + \tau_{yz} \operatorname{sen} \theta) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right)$$

(85 b)

$$\tau_{\theta z} = (-\tau_{xz} \operatorname{sen} \theta + \tau_{yz} \operatorname{cose}) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right)$$

ESFUERZOS TOTALES²⁰.

El total de esfuerzos actuando sobre el plato es equivalente entonces al que se tendría en el pozo desde cualquier punto alejado hasta llegar a las paredes del mismo, y es representado de acuerdo al principio de superposición por la suma de las ecuaciones 82, 83 y 85 :

$$\begin{aligned} \sigma_r = & \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \\ & + \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta + \\ & + \tau_{xy} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta + \frac{a^2}{r^2} P_w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \\ & - \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta - \\ & - \tau_{xy} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta - \frac{a^2}{r^2} P_w \end{aligned}$$

Deformación Plana:

$$\sigma_z = \sigma_{zz} - 2\nu (\sigma_x - \sigma_y) \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta - 4\nu \tau_{xy} \frac{a^2}{r^2} \sin 2\theta \quad (86)$$

Esfuerzo plano:

$$\sigma_z = \sigma_{zz}$$

$$\tau_{r\theta} = \left(-\frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \right) \cdot \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2} \right)$$

$$\tau_{rz} = \left(\tau_{xz} \cos \theta + \tau_{yz} \operatorname{sene} \theta \right) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right)$$

$$\tau_{\theta z} = \left(-\tau_{xz} \operatorname{sene} \theta + \tau_{yz} \cos \theta \right) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right)$$

ESTADO DE ESFUERZOS EN LA PARED DEL POZO.

En el caso especial de realizar el cálculo en la pared del agujero, que es probablemente en la mayoría de los casos la situación que más interesaría, es decir cuando $r = a$, las ecuaciones para el cálculo del estado de esfuerzos total se reducen a las siguientes:

$$\sigma_r = P_w$$

$$\sigma_\theta = (\sigma_x + \sigma_y - P_w) - 2(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta - 4\tau_{xy} \sin 2\theta$$

Deformación plana:

$$\sigma_z = \sigma_{zz} - 2\nu(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta - 4\nu\tau_{xy} \sin 2\theta$$

(87)

Esfuerzo plano:

$$s\sigma_z = \sigma_{zz}$$

$$\tau_{r\theta} = 0$$

$$\tau_{rz} = 0$$

$$\tau_{\theta z} = 2(-\tau_{xz} \sin \theta + \tau_{yz} \cos \theta)$$

ESFUERZOS PRINCIPALES^{6,21}.

Es importante darse cuenta que en las ecs. 87, σ_θ y σ_z no son necesariamente esfuerzos principales en la pared del pozo. En efecto, los esfuerzos principales para $r = a$ estan dados por los eigenvalores de la siguiente matriz de esfuerzos:

$$\begin{array}{ccc} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & \sigma_{\theta z} \\ 0 & \sigma_{z\theta} & \sigma_z \end{array}$$

Esto es, los tres esfuerzos principales que representan el estado de esfuerzos en la pared del pozo cuando $r = a$ son:

$$\sigma_1 = \sigma_r \quad (88)$$

$$\sigma_2 = (1/2) (\sigma_\theta + \sigma_z) + (1/2) ((\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + 4 \sigma_{\theta z}^2)^{1/2}$$

$$\sigma_3 = (1/2) (\sigma_\theta + \sigma_z) - (1/2) ((\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + 4 \sigma_{\theta z}^2)^{1/2}$$

donde:

σ_1 = Esfuerzo Principal Máximo.

σ_2 = Esfuerzo Principal Intermedio.

σ_3 = Esfuerzo Principal Mínimo.

IV.4.- EFECTO DE LA INCLINACION DEL POZO²¹.

Cuando el pozo es vertical el estado de esfuerzos sobre la formación ecs. 1 y 2 son también los esfuerzos principales, sin embargo cuando el pozo se va inclinando cambia su posición y con ella cambia el estado de esfuerzos en las paredes del mismo.

Es por eso que los esfuerzos in-situ deben ser transformados en cada punto a la nueva orientación del agujero. En los resultados de esta transformación se usa el ángulo absoluto entre los ejes respectivos. Introduciendo un conjunto de ángulos de referencia como se muestra en la fig 10 , las ecuaciones de los esfuerzos in-situ pueden ser transformadas en el siguiente conjunto de ecuaciones, las cuales representan el estado de esfuerzos en función de los ángulos de inclinación y rumbo del pozo:

$$\sigma_x = (\sigma_{H1} \cos^2 \beta + \sigma_{H2} \sen^2 \beta) \cos^2 \gamma + \sigma_{vert} \sen^2 \gamma$$

$$\sigma_y = (\sigma_{H1} \sen^2 \beta + \sigma_{H2} \cos^2 \beta)$$

(89)

$$\sigma_{zz} = (\sigma_{H1} \cos^2 \beta + \sigma_{H2} \sen^2 \beta) \sen^2 \gamma + \sigma_{vert} \cos^2 \gamma$$

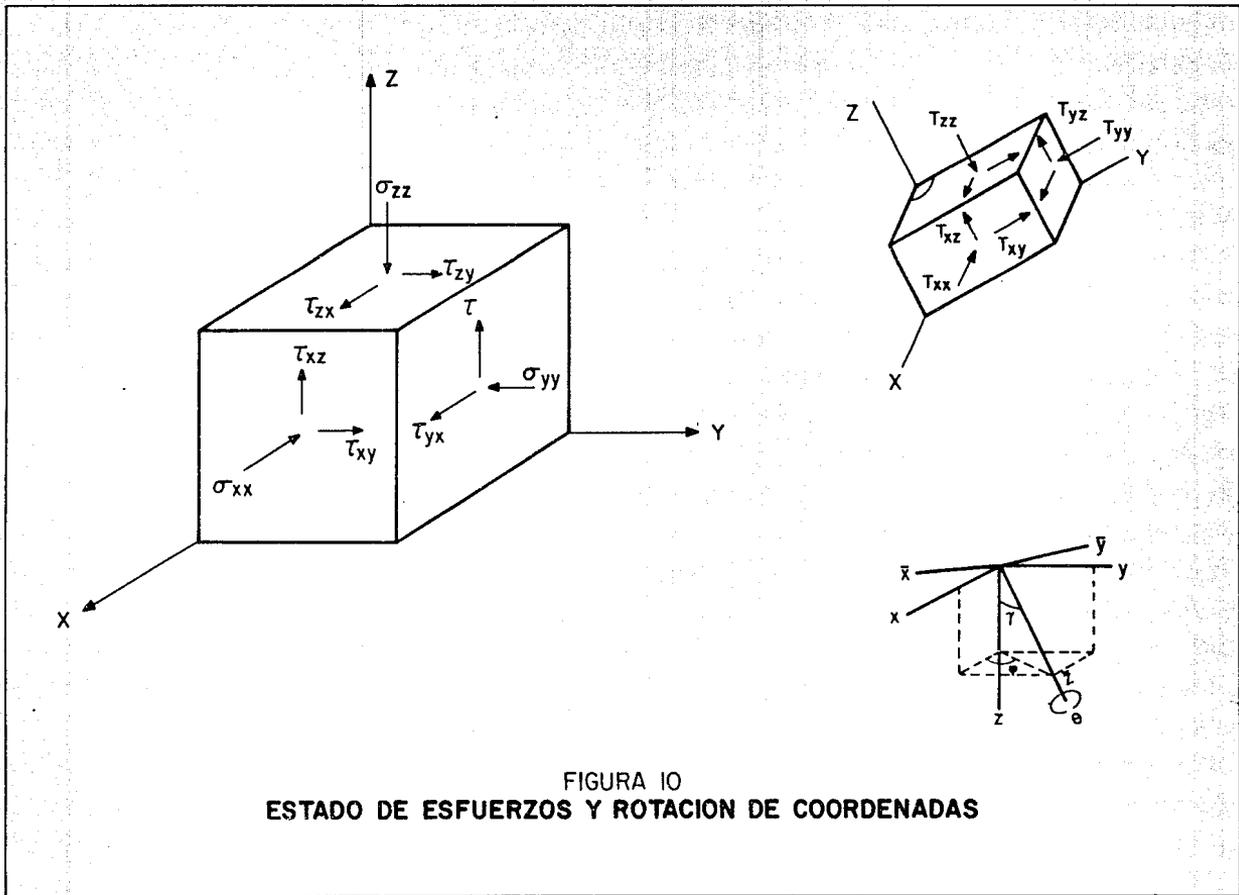


FIGURA 10
ESTADO DE ESFUERZOS Y ROTACION DE COORDENADAS

$$\tau_{yz} = 0.5 (\sigma_{H2} - \sigma_{H1}) \text{ sen } 2\beta \text{ sen } \gamma$$

$$\tau_{xz} = 0.5 (\sigma_{H1} \cos^2 \beta + \sigma_{H2} \text{ sen}^2 \beta - \sigma_{\text{vert}}) \text{ sen } 2\gamma$$

$$\tau_{xy} = 0.5 (\sigma_{H2} - \sigma_{H1}) \text{ sen } 2\beta \text{ cos } \gamma$$

De acuerdo a la figura 10 , el ángulo de inclinación del pozo será representado por el valor de γ y la orientación proyectada del agujero con respecto al eje x , que en este caso es el azimuth del pozo, será representada por β .

C A P I T U L O V.

CARACTERISTICAS MECANICAS DE LA FORMACION Y LIMITES DE FALLA.

V.1 PROPIEDADES MECANICAS DE LA FORMACION.

Las constantes elásticas, que determinan la capacidad de las rocas para resistir esfuerzos, pueden ser relacionadas con parámetros medidos a partir de los registros geofísicos, tales como densidad de formación y sónico. Además de la obtención de las constantes elásticas, en el presente trabajo se realiza un estudio más detallado del comportamiento de las rocas mediante el análisis de los esfuerzos en las mismas.

Las propiedades derivadas de la medición en laboratorio de la deformación de una muestra de roca sometida a un esfuerzo determinado, son las constantes elásticas estáticas.

Las constantes elásticas dinámicas se pueden determinar por la medición de velocidades de propagación de una onda elástica dentro de un material. El registro sónico y las formas de onda contienen la información necesaria para conseguir tal medición y por tanto, determinar las propiedades mecánicas de las rocas. Las relaciones usadas en la determinación de estabilidad mecánica, entre las constantes elásticas y los parámetros de formaciones son las siguientes²²:

Relación de Poisson:

$$\nu = \frac{\text{deformación lateral}}{\text{deformación longitudinal}} = \frac{(\text{dts/dtc})^2 - 1}{2 \cdot (\text{dts/dtc})^2 - 1}$$

Módulo de Elasticidad o de Young:

$$E = \frac{\text{esfuerzo aplicado}}{\text{deformación normal}} = 2 \frac{\rho_b}{\text{dts}^2} (1 + \nu) \cdot m$$

Módulo de Rigidez o de Corte:

$$G = \frac{\text{esfuerzo aplicado}}{\text{deformación de corte}} = \frac{\rho_b}{\text{dts}^2} \cdot m$$

Módulo de Volúmen:

$$K_b = \frac{\text{esfuerzo aplicado}}{\text{deformación volumétrica}} = \rho_b \left(\frac{1}{\text{dts}^2} - \frac{4}{3 \text{dts}^2} \right) \cdot m$$

Módulo de Compresibilidad:

$$C_b = \frac{\text{deformación volumétrica}}{\text{esfuerzo aplicado}} = \frac{1}{K_b}$$

Resistencia Uniaxial a la Compresión:

La resistencia uniaxial compresiva es calculada a partir de información de registros geofísicos de un pozo cercano. Tales registros son el de densidad de roca, tiempo de tránsito del registro sísmico y datos de rayos gamma. Se aplica la siguiente fórmula empírica^{21,22}:

$$C_o = \frac{a (0.026) E m}{C_b (10^6)} (0.008 V_{arc} + 0.0045 (1 - V_{arc})) \quad (90)$$

La constante a , que aparece en la ecuación anterior es la relación entre la resistencia uniaxial compresiva y la resistencia al corte inherente. Está definida en términos del ángulo de fricción interna φ , característico de cada roca:

$$a = \frac{2 \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (91)$$

El volúmen de arcilla, V_{arc} , de la formación puede ser obtenido a partir del registro de rayos gamma por medio de la siguiente correlación empírica²³:

$$V_{arc} = \frac{GR - GR_1}{GR_2 - GR_1}$$

donde:

GR : es la lectura de rayos-gamma del registro en el intervalo de interés.

GR₁ : es la lectura en zonas de lutita limpia.

GR₂ : la lectura en zonas opuestas a lutitas.

Resistencia a la Tensión.

La resistencia a la tensión es calculada a partir de la resistencia a la compresión de acuerdo a la siguiente relación²¹:

$$T = \frac{C_o}{12} \quad (92)$$

V.2.- CRITERIOS DE FALLA DE LA ROCA.

Antes de perforar un pozo, las formaciones se encuentran en un estado de equilibrio mecánico. Este equilibrio se altera cuando se perfora el pozo, es decir al substituir roca por fluido de perforación. Este nuevo estado de esfuerzos puede conducir a pozos estables o inestables. Dentro de los pozos inestables se presentan dos tipos de falla que son las causantes de que se pierda la estabilidad mecánica. Las fallas pueden ser:

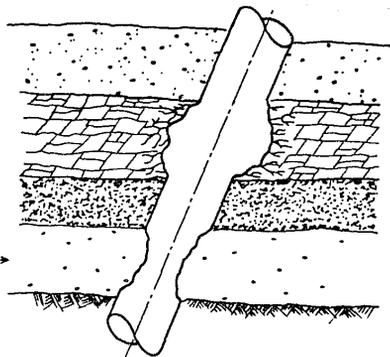
1) Fallas por compresión.- Este tipo de falla es caracterizada por un comportamiento de derrumbe o cierre del agujero en formaciones plásticas, o también de deleznamiento en las formaciones frágiles (fig. 11).

2) Fallas por tensión.- La formación presenta fracturamiento al existir una tendencia en el comportamiento físico de separar la roca (fig 12).

Existen diferentes escuelas acerca de la mecánica de la falla. Las diferencias en opinión pueden ser relacionadas a consideraciones fundamentales tales como:

- a) El concepto de falla.
- b) El estado de esfuerzos en general.
- c) Homogeneidad e isotropía vs. heterogeneidad y anisotropía.

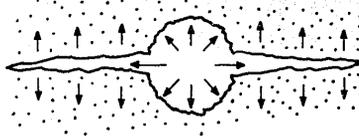
REDUCCION EN EL CALIBRE
DEL AGUJERO →



← DERRUMBE DE LAS PAREDES
Y AGRANDAMIENTO DEL
DIAMETRO DEL POZO

FIGURA II
FALLAS POR COMPRESION

FRACTURA VERTICAL



PERDIDA DE CIRCULACION

FRACTURA HORIZONTAL
(POZOS SOMEROS)

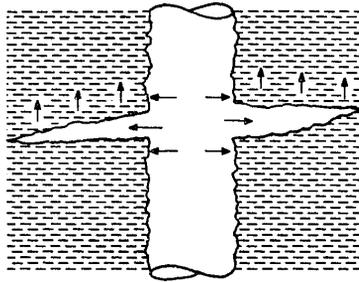


FIGURA 12
FALLA POR TENSION

Otra causa de desacuerdo es la dificultad de obtener datos directos, a las condiciones subsuperficiales en que la falla fue creada en el pozo, y la orientación de la falla en el área dentro de las paredes del pozo.

El problema general de falla de materiales deberá ser considerado como dos problemas: teorías de resistencia, asociadas con la teoría de deformación de cuerpos medibles, y teorías relacionadas con el mecanismo de fractura en sí mismo. Estos dos problemas han sido considerados separadamente en el pasado debido a que el estudio de resistencias y su aplicación práctica es dedicada casi completamente a fenómenos macroscópicos, mientras que las teorías de falla han sido dedicadas a problemas en escala microscópica. En trabajos recientes, la tendencia ha sido usar un criterio de energía que relacione las teorías de energía y las teorías de falla, debido a que un cuerpo de cualquier tamaño puede ser sometido a análisis de esfuerzos y debido a que una fractura pequeña extendiéndose a través de la roca puede llegar a ser grande comparada con su tamaño microscópico original. La diferencia entre estos dos tipos de teorías es que las teorías de resistencia describen las condiciones últimas que conducen a la falla, mientras las teorías de fractura intentan reconstruir las razones para el principio de la falla y definir las condiciones bajo las cuales la fractura puede ser extendida.

FALLAS POR COMPRESION.

Este tipo de falla se presenta cuando el estado de esfuerzos aplicado a la roca hace que ésta falle al ser sometida, como su nombre lo dice, a esfuerzos compresivos que generan un plano de deslizamiento de la roca al estar fallando. El ángulo del plano de falla es característico de cada roca.

Los esfuerzos que causan falla en algún punto en el pozo pueden ser calculados sobre la consideración de que el pozo se comporta como un cilindro de pared gruesa (como se analizó en el capítulo anterior) con un espesor de pared infinito. El problema, entonces, es encontrar los esfuerzos en cualquier punto del material en términos de la presión interna y externa.

Cuando el material es considerado elástico, los esfuerzos en un cilindro están dados por las fórmulas de Lamé ^{24,25}. La teoría de Lamé fué expresada matemáticamente como sigue:

$$\sigma_t = \frac{P_i r_i^2 - P_e r_e^2 + (r_i^2 r_e^2 / r_r^2) (P_i - P_e)}{r_e^2 - r_i^2}$$

$$\sigma_r = \frac{P_e r_e^2 - P_i r_i^2 + (r_i^2 r_e^2 / r_r^2) (P_i - P_e)}{r_e^2 - r_i^2}$$

donde como se muestra en la fig 13 σ_t es el esfuerzo tangencial o circunferencial y σ_r es el esfuerzo radial.

Haciendo r_r igual a r_i los máximos esfuerzos están en la superficie interior y son:

$$(\sigma_t)_{\max} = \frac{p_i (r_i^2 + r_e^2) - 2 p_e r_e^2}{r_e^2 - r_i^2}$$

$$(\sigma_r)_{\max} = p_i$$

si la presión interna es p_i y la presión externa p_e son iguales a cero:

$$\sigma_t = p_i \frac{r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \left(\frac{r_e^2}{r_r^2} + 1 \right)$$

$$\sigma_r = p_i \frac{r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \left(\frac{r_i^2}{r_r^2} + 1 \right)$$

Estas ecuaciones muestran que los máximos valores de σ_t y de σ_r ocurren en la superficie interior cuando r_r es igual a r_i . Las ecuaciones también muestran que σ_t es siempre mayor que σ_r y es siempre un esfuerzo de tensión.

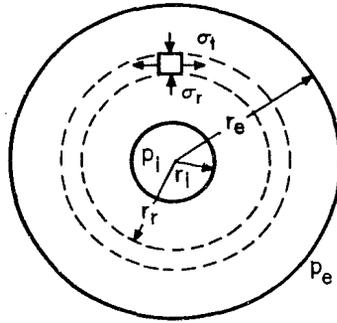


FIGURA 13
ESFUERZOS EN UN CILINDRO

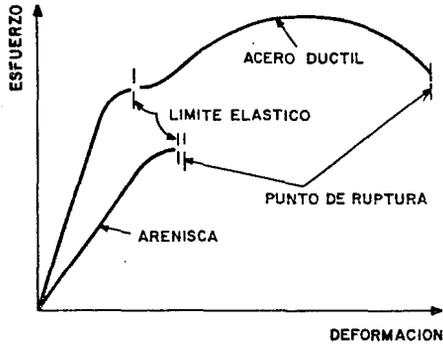


FIGURA 14
GRAFICA DE ESFUERZO VS. DEFORMACION

Se han propuesto muchos criterios ^{25,26} para determinar cuando ocurre falla en la pared del cilindro, fundados en las expresiones de Lamé de esfuerzos y presión. En la discusión de esos criterios los términos "acción inelástica" y "ruptura" son usados en forma sinónima, debido a que se ha observado que cuando las muestras de roca de formación a temperatura atmosférica son sometidas a cargas, ocurren casi simultáneamente acción inelástica y ruptura²⁵. Esta observación puede ser notada al graficar la relación esfuerzo-deformación de muestras de roca sometidas directamente a cargas de tensión. El incremento en esfuerzo entre el límite elástico y el de ruptura será pequeño. Una comparación de la relación de esfuerzo a deformación en arenas y acero dúctil está ilustrada en la fig. 14.

CRITERIO DE FALLA DE MOHR.

La teoría de Mohr^{27,25} asume que al haber una falla a través de un plano, los esfuerzos normal y de corte a través del plano son enlazados por alguna relación funcional :

$$\tau = f(\sigma) \quad (93)$$

la cual es característica del material. Una gráfica de esta

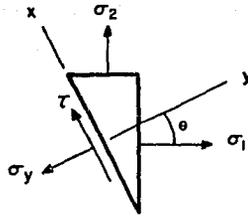
relación puede ser hecha en el plano (σ, τ) . Cambiando el signo de τ cambia la dirección de la falla pero no cambian las condiciones limitantes. La curva es simétrica al eje σ .

La teoría de Mohr es un método gráfico de determinación de los límites de falla. Si los esfuerzos principales en un punto son conocidos, los esfuerzos de corte y normal en ese punto pueden ser determinados usando el círculo de Mohr. Si los esfuerzos principales σ_1 y σ_3 son aplicados como se muestra en la figura 15. Un círculo de Mohr es construido como se muestra en la figura 16. El origen es indicado como 0. Esfuerzos de compresión son positivos y graficados a la derecha del origen y esfuerzos de tensión son negativos.

$$\tau = AB = AC \sin 2\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta \quad (94)$$

$$\sigma_y = OB = OC + CB = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta \quad (95)$$

Esta teoría puede ser aplicada en una situación inversa donde los esfuerzos normal y de corte son conocidos y los esfuerzos principales van a ser determinados^{25,27}. Si se obtienen suficientes datos para construir tres o mas círculos de Mohr, entonces puede dibujarse una envolvente tangente a los círculos y simétrica con el eje (ver fig.17 y 18).



σ_y = ESFUERZO NORMAL
 τ = ESFUERZO CORTANTE
 θ = ANGULO DEL PLANO SOBRE EL CUAL
 ACTUA EL ESFUERZO PRINCIPAL

FIGURA 15
 DIAGRAMA DE ESFUERZOS

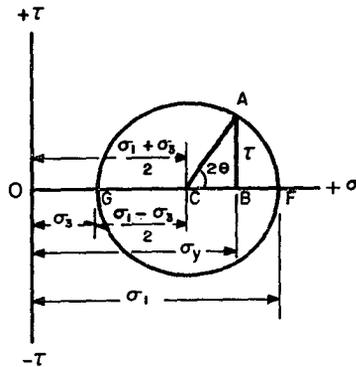
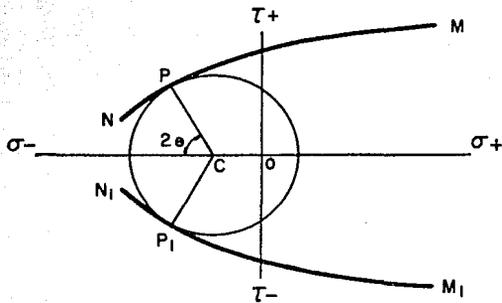


FIGURA 16
 CIRCULO DE MOHR



P = PUNTO DE FALLA
 θ = ANGULO ENTRE LA NORMAL AL PLANO DE FALLA Y
 LA DIRECCION DEL MAYOR ESFUERZO PRINCIPAL

FIGURA 17
ENVOLVENTE DE MOHR

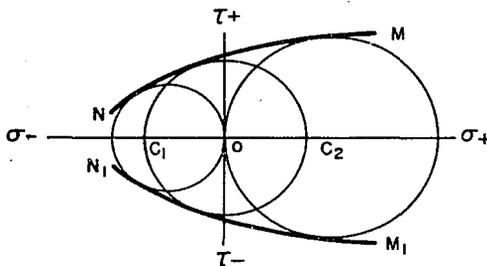


FIGURA 18
ENVOLVENTE DE MOHR

Los esfuerzos que se ubican dentro de la envolvente $M N M_1 N_1$ están abajo del punto de falla. Sin embargo, los esfuerzos fuera de la envolvente causarán falla.

El círculo de centro C (fig. 17) , el cual justo toca la curva, ilustra el caso límite. En este caso ocurrirá falla bajo las condiciones que corresponden a los puntos P y P' - esto es, sobre los planos cuyas normales están inclinadas a ángulos de la mitad del tamaño del ángulo PCD en la dirección del esfuerzo principal mayor.

La curva $M N$ será la envolvente de todos los círculos, correspondiendo a todas las condiciones en las cuales toma lugar la fractura, y es conocida como la envolvente de Mohr. A partir de experimentos simples, pueden determinarse tres círculos que toquen la envolvente. Estos círculos son los que tienen los centros en C_1 , O , C_2 en la figura 18 los cuales corresponden a tensión, corte simple y compresión. Debido a que es difícil desarrollar pruebas de corte y de tensión en rocas, son preferidas pruebas triaxiales. Al variar la presión hidrostática, algún número de círculos, todos a la derecha del eje τ , pueden ser determinados. Debido a que la resistencia a la falla generalmente se incrementa con la presión hidrostática, la envolvente de Mohr usualmente se abre a la derecha.

La teoría de Mohr-Coulomb ²⁵ es un caso especial de la teoría de Mohr en la cual la envolvente es un par de líneas rectas simétricas con el eje σ , (fig. 19).

FALLAS POR TENSION.

La falla por tensión ocurre cuando el menor esfuerzo principal efectivo excede la resistencia a la tensión de la roca⁶ (ecuación 90), es decir:

$$\sigma_3 - P_{\text{poro}} < = T \quad (96)$$

Sin embargo es de tomar en consideración que la resistencia a la tensión de la roca en muchos casos podría ser cero si se asume que la fractura inicia en una grieta, junta o pequeña fractura ya existente .

La falla por tensión de la roca es el mecanismo de falla más importante en un pozo debido a que la roca es sumamente débil al estado de tensión.

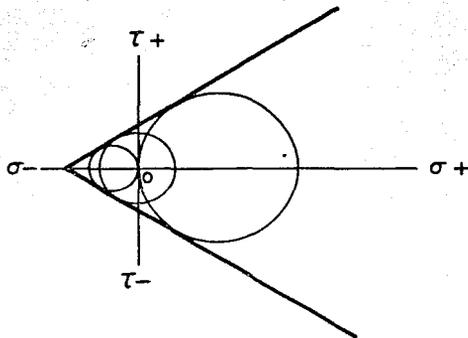


FIGURA 19
ENVOLVENTE DE MOHR - COULOMB

V.3.- EFECTO DE LA FORMACION SOBRE EL CRITERIO DE FALLA.

De acuerdo al modelo asumido de Mohr-Coulomb, se considera que la resistencia total al corte o a la falla compresiva, ofrecida por un material isotrópico es la suma de la resistencia al deslizamiento friccional a lo largo del plano potencial de falla y la resistencia cohesiva C_0 . σ' es el esfuerzo normal efectivo sobre el plano de falla el cual representa el valor del esfuerzo en el punto P en la figura 16 y el punto de tangencia al círculo de Mohr en la figura 17 y se define como:

$$\sigma' = 0.5 (\sigma_1 + \sigma_3) - 0.5 (\sigma_1 - \sigma_3) \text{ sen } \varphi - P_{\text{poro}}$$

y $\tan \varphi$ es el coeficiente de fricción interna de la roca. Por lo tanto de acuerdo con el criterio de Mohr-Coulomb la ecuación de la recta que representa la resistencia límite de la roca a la falla está ilustrada en la figura 19 y su ecuación será la siguiente:

$$\tau = C_0 + \sigma' \tan \varphi$$

donde C_0 es la ordenada al origen y representa la resistencia a la compresión de la roca cuando no está sometida a esfuerzos normales, σ' representa el valor del esfuerzo límite

para alcanzar el punto P (figura 17) donde la roca falla y el esfuerzo de corte para ese mismo punto P (figura 16) se obtiene con la ecuación siguiente:

$$\tau = 0.5 (\sigma_1 - \sigma_3) \cos \varphi \quad (97)$$

ambos esfuerzos son empleados para graficar el círculo de Mohr, utilizado para determinar la estabilidad de la roca.

El coeficiente de fricción interna de las rocas tiene valores característicos para cada tipo de formación. Este ángulo de inclinación del plano de falla puede variar al cambiar las formaciones en los pozos y por lo tanto variará también la posición de la recta límite en las gráficas del círculo de Mohr, denotando con ello que la resistencia de algunas formaciones puede ser mayor o menor que la de otras dependiendo del ángulo de fricción interna. En la recta, $\tan \varphi$ representa la pendiente.

En la tabla I se encuentran los valores característicos del ángulo de fricción interna y resistencia a la compresión de algunas rocas²⁸.

T A B L A I

CARACTERISTICAS DE LAS ROCAS ²⁸

<u>DESCRIPCION</u>	<u>POROSIDAD</u>	<u>C_o</u>		<u>φ</u>
	(%)	(MPa)	(psi)	(grad)
Arenisca Berea	18.2	27.2	3944	27.8
Arenisca Bartlesville		8	1160	37.2
Arenisca Pottsville	14	14.9	2161	45.2
Arenisca Repetto	5.6	34.7	5032	32.1
Arcilla Muddy	4.7	38.4	5568	14.4
Arcilla Stockton		0.34	50	22
Arcilla Bentonítica	44	0.3	44	7.5
Marga Georgia	0.3	21.2	3074	25.3
Caliza Wolf Camp		23.6	3422	34.8
Caliza Indiana	19.4	6.72	975	42
Dolomia Hasmark	3.5	22.8	3306	35.5
Anhidrita Blaine		43.4	6293	29.4
Basalto Nevada	4.6	66.2	9600	31.0

C A P I T U L O VI.

DESARROLLO DE UN PROGRAMA DE COMPUTO PARA DETERMINAR LA ESTABILIDAD MECANICA DEL POZO.

El objetivo del presente capítulo es la determinación de las densidades de lodo mínima y máxima para evitar falla de las paredes del pozo. Como éste análisis debe ser realizado para todos los puntos del pozo, se ha utilizado un programa que determina en forma secuencial los parámetros que intervienen y posteriormente realiza el cálculo de las variables de interés.

El análisis de la estabilidad del pozo se lleva a cabo de la manera como está ilustrado en la figura 20 . Se observan claramente que existen dos ramas del análisis. La rama izquierda es la determinación del estado de esfuerzos a los que se encuentra sometida la roca después de haberse perforado el agujero. Este estado de esfuerzos es la parte física que está sometiendo a la roca y obligándola a modificar su estabilidad.

La rama del lado derecho, no menos importante, es en la que se determinan las propiedades mecánicas de la roca, es decir la resistencia propia de la roca a modificar su estado de equilibrio. Además se establece el criterio de falla por tensión y por corte que se utilizará.

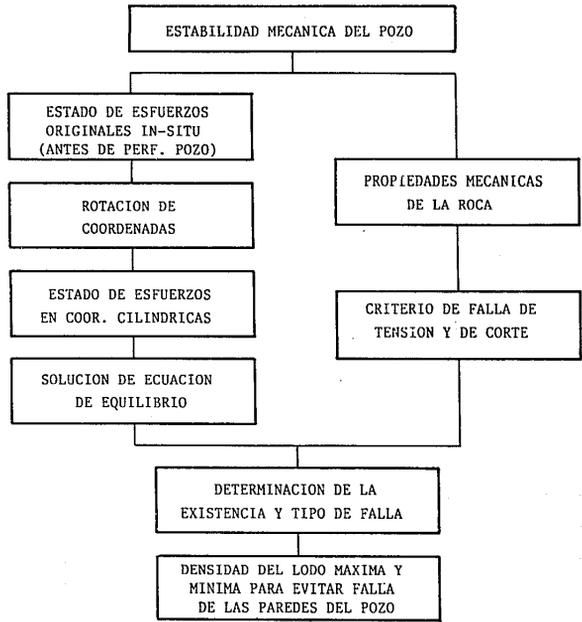


DIAGRAMA PARA EL ANALISIS DE ESTABILIDAD MECANICA

Una vez realizados estos cálculos se procede a la determinación de la existencia o no de la posible falla, es decir se compara el estado de esfuerzos in-situ aplicado a la roca con su resistencia intrínseca a ser fallada, ya sea por compresión o por tensión, y se aplica el criterio de falla seleccionado para decidir si existe o no la ruptura de la roca.

Por último se realiza un barrido de densidades de lodo para determinar los valores máximo y mínimo con los cuales se asegura que la falla no sobrevendrá y que por consiguiente la estabilidad mecánica del pozo será conservada.

La secuencia de pasos está representada en los siguientes diagramas de flujo, donde se tiene un programa principal el cual utiliza un determinado grupo de subrutinas o procedimientos para llevar a cabo el análisis. El programa completo se encuentra en el apéndice A .

PROGRAMA PRINCIPAL.

Como se observa en el diagrama de flujo, en esta parte se realiza el llamado a cada uno de los procedimientos que componen el análisis y al final se obtiene el valor del rango de densidades las cuales conservan la estabilidad del pozo y evitan

falla de la roca.

En los próximos párrafos se explicará brevemente la función de cada procedimiento y también puede ser observado el diagrama de flujo que lo representa.

PROCEDIMIENTO : INICIALIZACION_DE_VARIABLES.

En este procedimiento se inicia el programa colocando un cero en cada celda de memoria, para evitar errores en el cálculo. Sin embargo, si ya se había realizado una corrida anterior, el programa pregunta si se desea poner ceros ó se desean conservar los datos para un nuevo cálculo.

PROCEDIMIENTO : SONICO_DE_CORTE.

En caso de que el usuario no proporcione los valores del tiempo de tránsito de corte del registro sónico, que se solicitan, el programa utiliza una correlación ²⁹ para determinarlos en base a los valores del tiempo de tránsito compresional.

PROCEDIMIENTO : LEER_DATOS.

Se realiza la lectura de datos y se permite al usuario la posibilidad de conservar los anteriores y sólo modificar los que se deseen.

PROCEDIMIENTO : GRAD_SOBRECARGA.

Se calcula el gradiente de sobrecarga a cada profundidad de interés, en base a los datos del registro de densidad de roca.

PROCEDIMIENTO : ESFUERZOS_IN_SITU.

Se realiza el cálculo de la relación de Poisson y de los esfuerzos originales in-situ a partir de las ecs. 1, 2 y 3.

PROCEDIMIENTO : ESFUERZOS_AL_ROTAR_EJES.

En caso de que el pozo no sea vertical se realiza la transformación del estado de esfuerzos originales a los ángulos de inclinación y azimuth que tiene el pozo direccional. Utiliza las ecs. 89.

PROCEDIMIENTO : ECUACIONES_DE_ESFUERZOS_EN_LA_PARED.

En base a las ecuaciones generales que representan el estado de esfuerzos valuados en la pared del agujero calcula el estado de esfuerzos real al que se encuentra sometida la roca en la pared del pozo. Utiliza las ecuaciones 87.

PROCEDIMIENTO : ESFUERZO_DE_COHESION_DE_LA_ROCA.

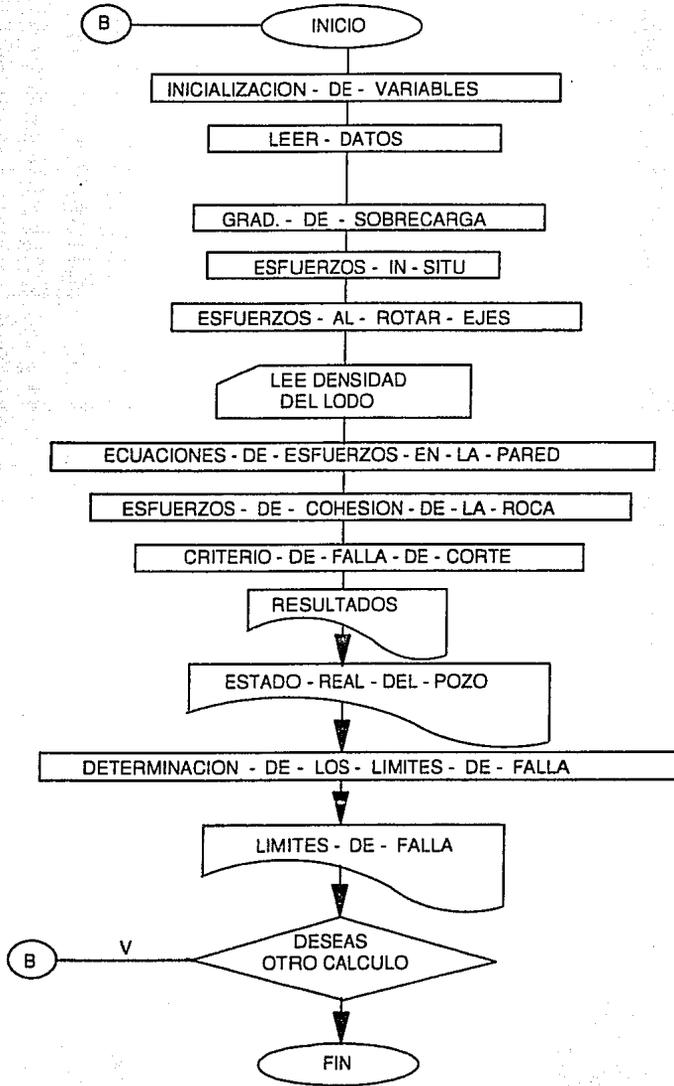
Se calculan las propiedades mecánicas de la roca en base a las constantes elásticas y se incluye también como variable el ángulo de fricción interna de la roca.

PROCEDIMIENTO : CRITERIO_DE_FALLA_DE_CORTE.

Se calcula primero el esfuerzo normal efectivo y de corte en el plano de falla de la roca, los cuales representan los límites de estabilidad para ese punto en especial. Se calcula además el esfuerzo de corte real que se está aplicando, ya que con la comparación de ambos esfuerzos de tensión real sobre la roca se determina si existe falla por tensión en ese punto y para esas condiciones de esfuerzos.

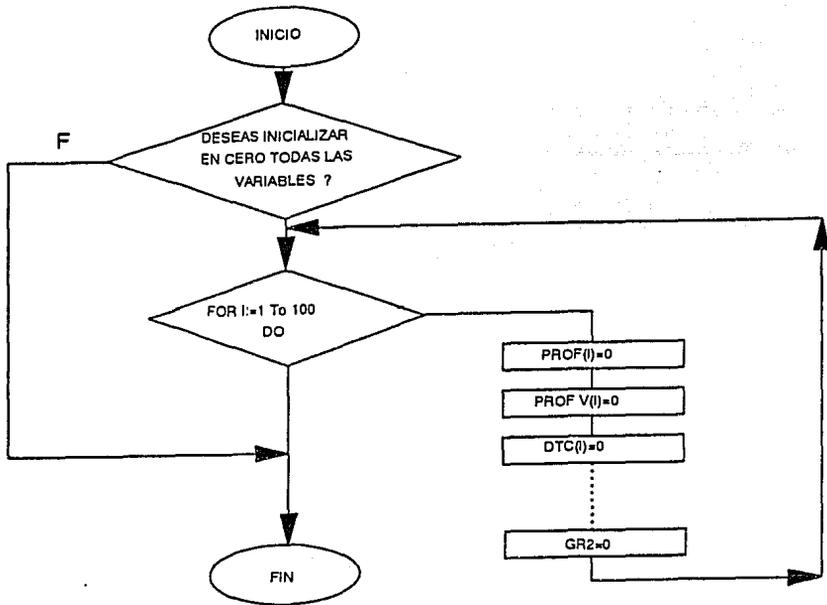
PROGRAMA PRINCIPAL

DIAGRAMA DE FLUJO

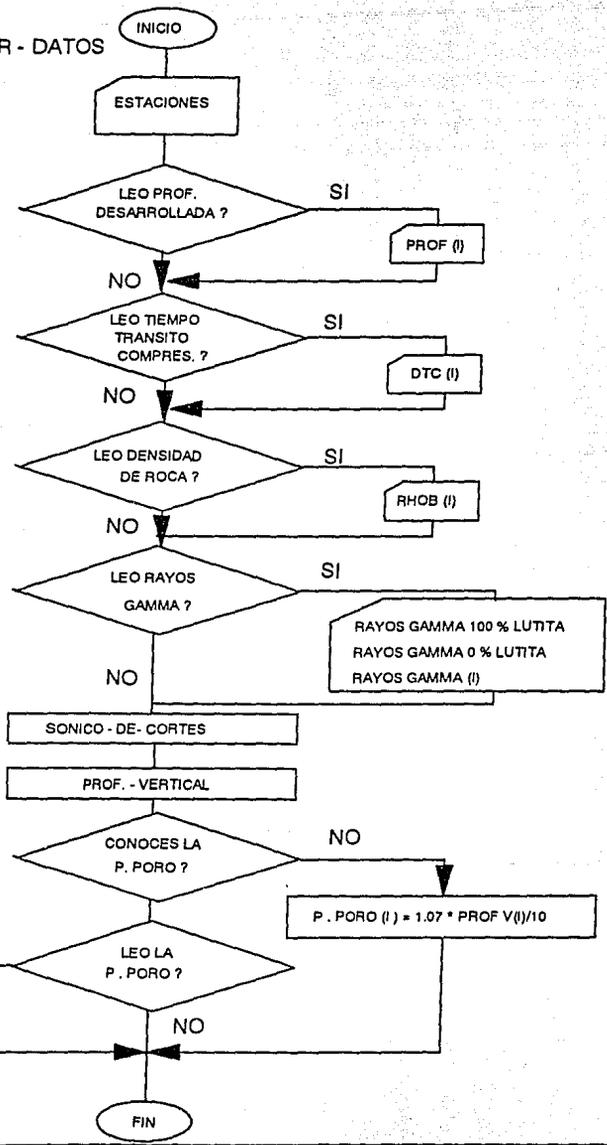


PROCEDURE:

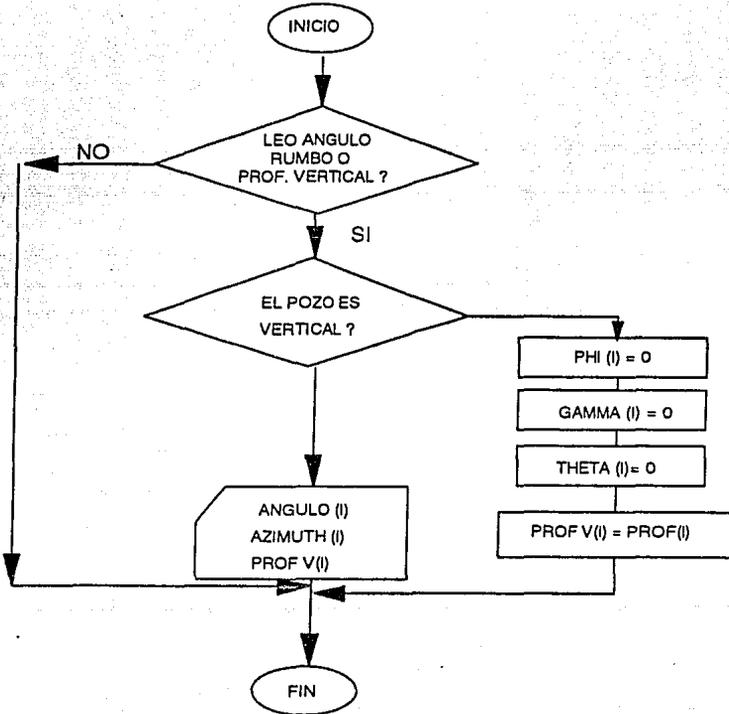
INICIALIZACION - DE - VARIABLES.



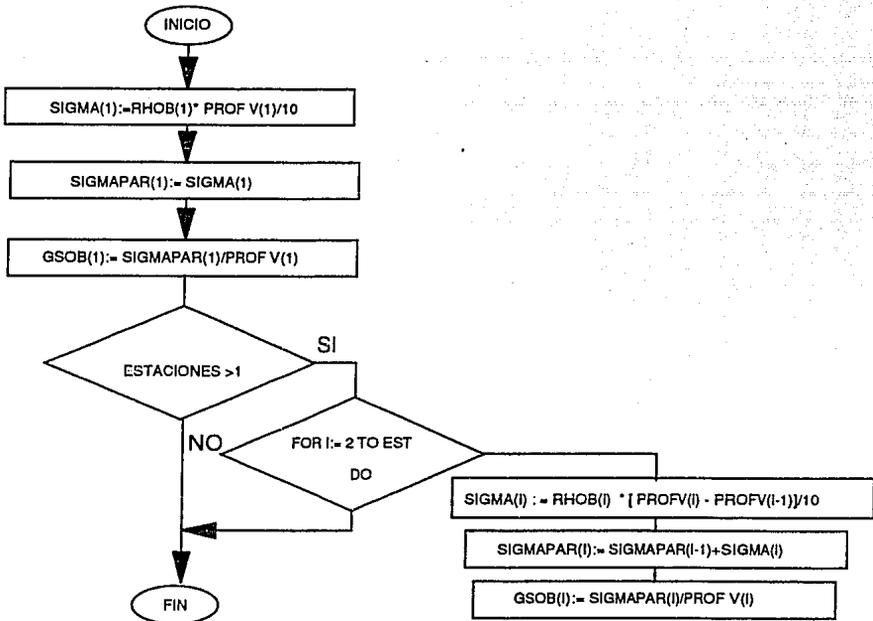
PROCEDURE : LEER - DATOS



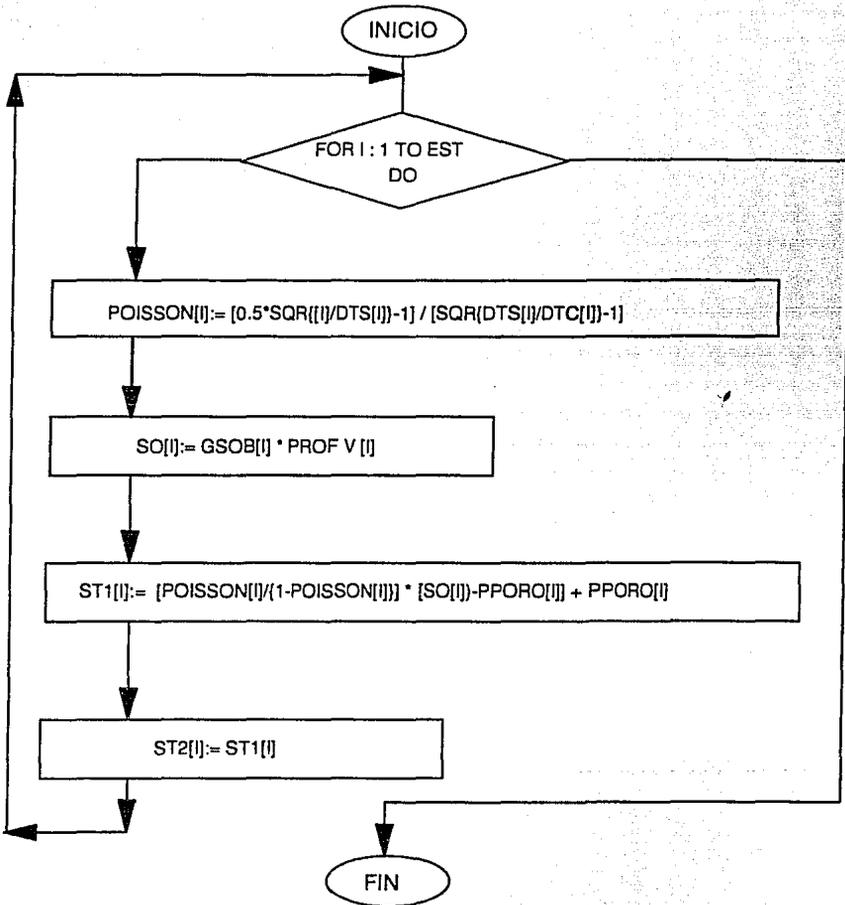
PROCEDURE : PROF. VERTICAL



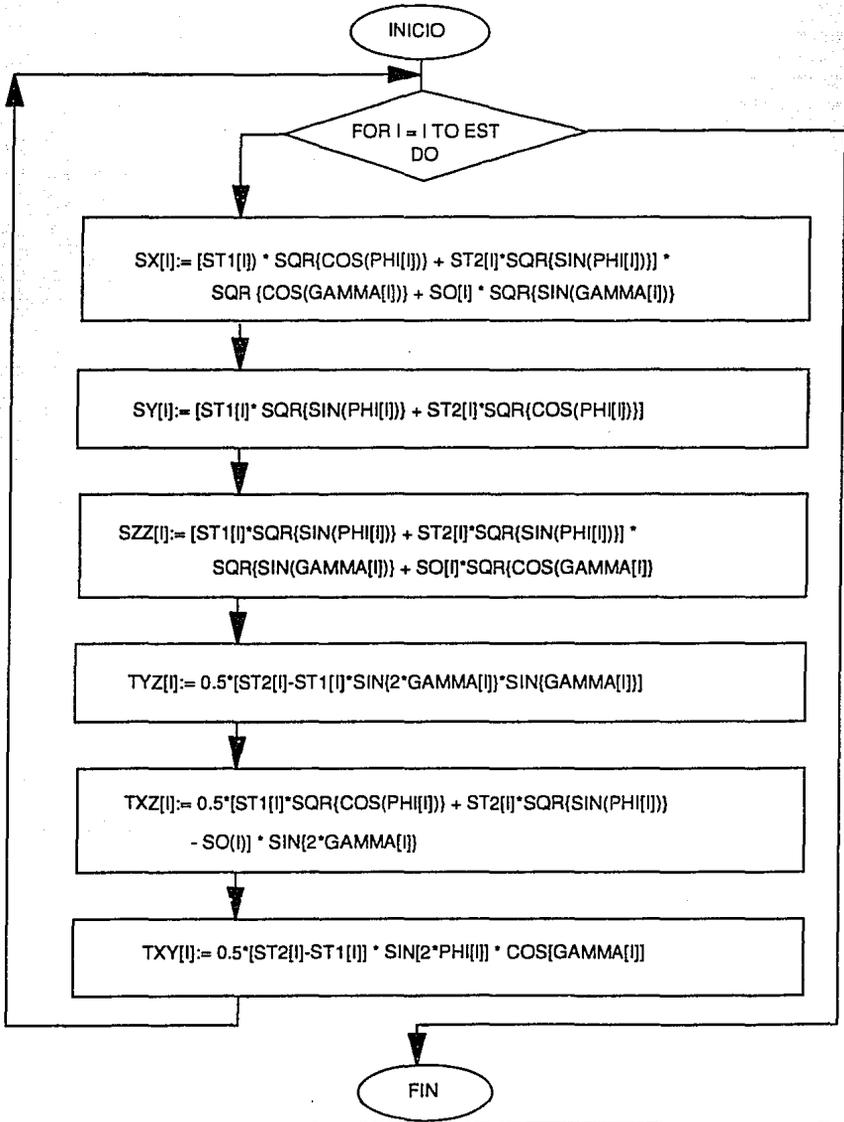
PROCEDURE: GRAD - SOBRECARGA



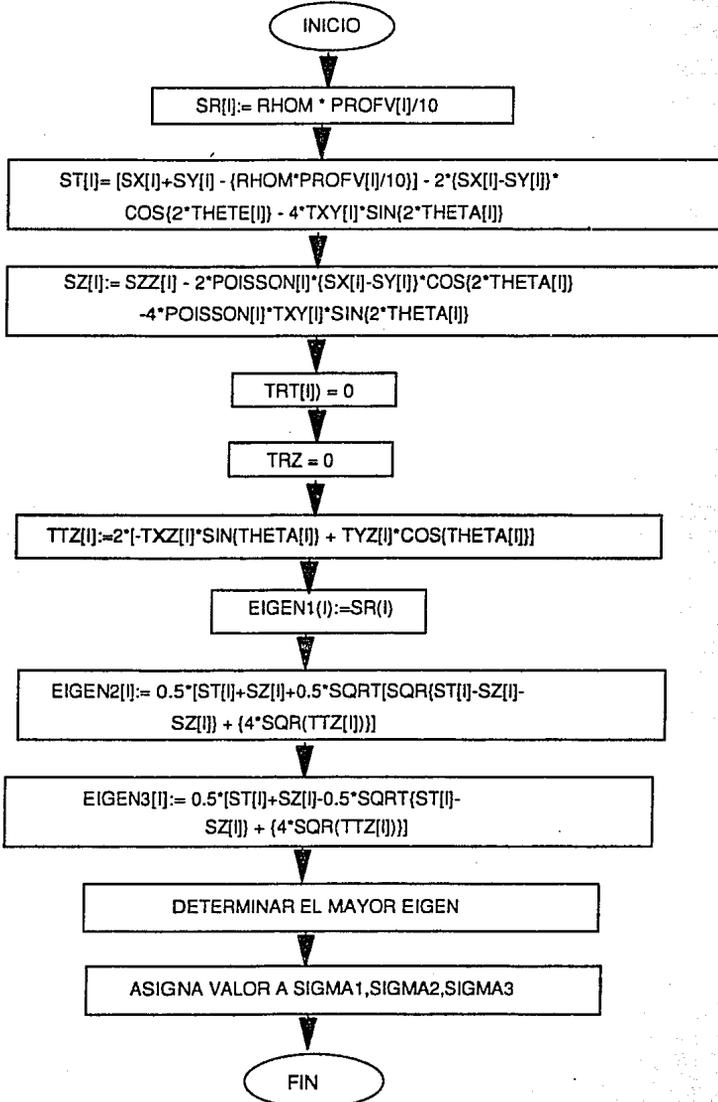
PROCEDURE: ESFUERZOS - IN - SITU



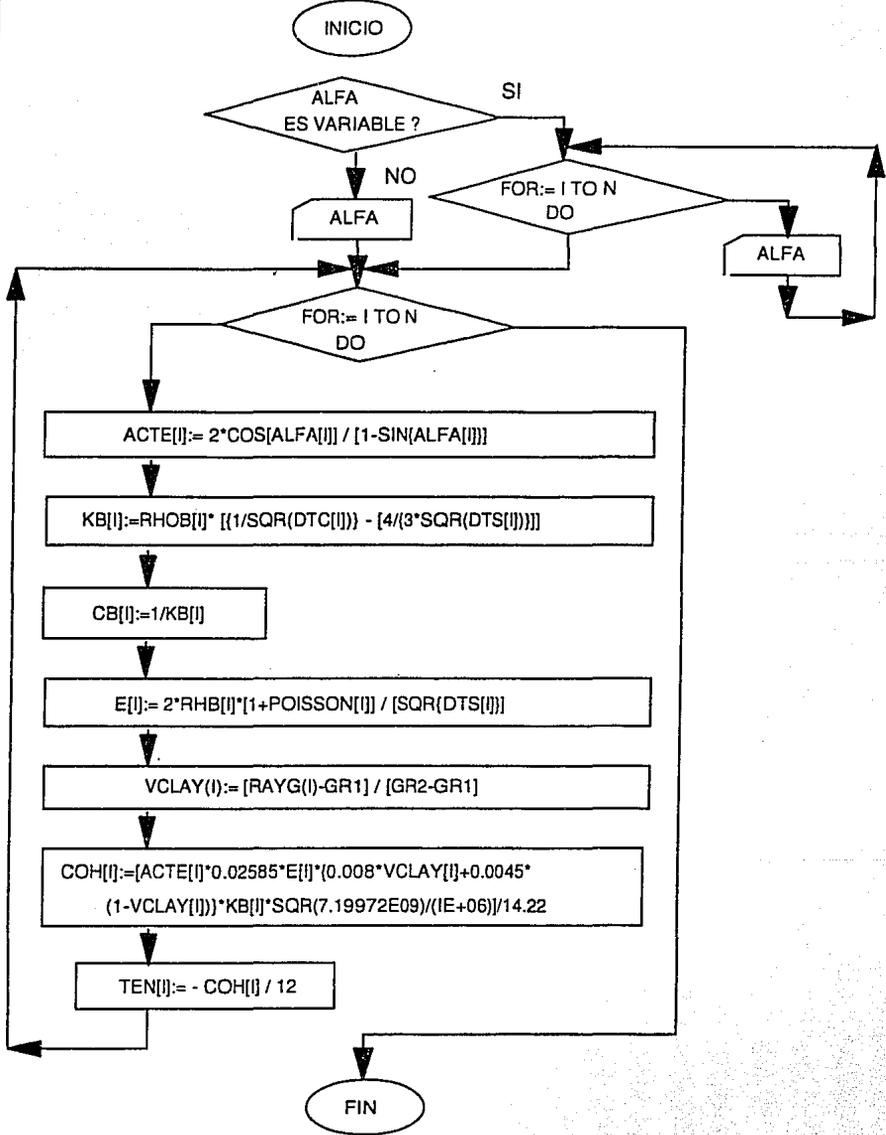
PROCEDURE: ESFUERZOS - AL -ROTAR - EJES



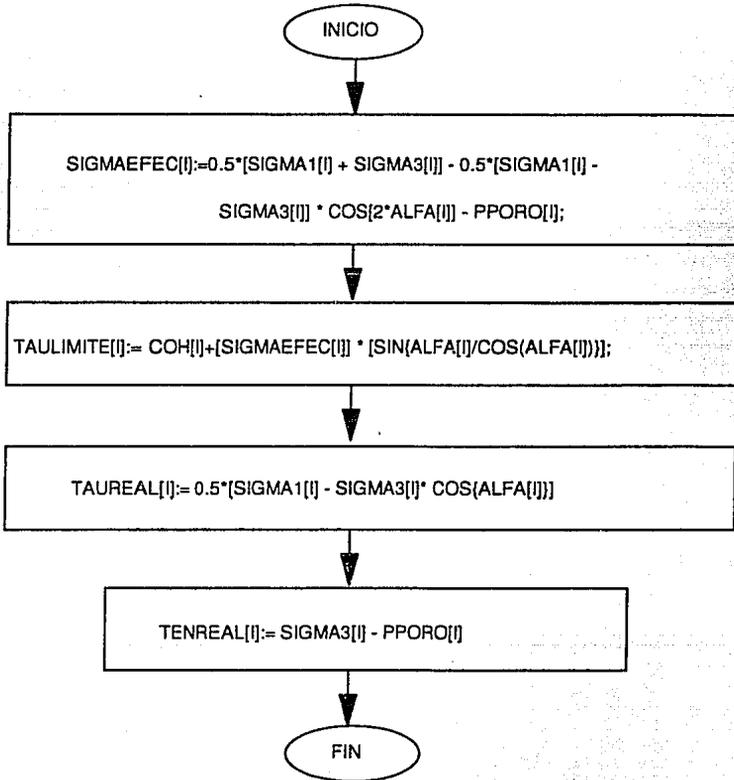
PROCEDURE: ECUACIONES - DE - ESFUERZOS - EN - LA - PARED



PROCEDURE: ESFUERZO - DE - COHESION - DE - LA - ROCA



PROCEDURE: CRITERIO - DE - FALLA - DE - CORTE



C A P I T U L O V I I

ANALISIS DE RESULTADOS EN POZOS

VII.1.- EJEMPLOS DE POZOS REALES.

Para la aplicación del programa de cómputo se analizaron dos pozos de características diferentes. El primero y de mayor importancia para el análisis fué un pozo del área de Poza Rica, Ver. en el cual se buscaba producción de arenas. Por las características del campo se decidió perforar éste pozo con trayectoria horizontal en la zona productora, lo cual en principio se pensó podría generar problemas de estabilidad. En la figura 21 se ilustra la trayectoria real que siguió el pozo así como el estado mecánico final del mismo.

El pozo en términos generales fué perforado en condiciones de buena estabilidad con ligeras resistencias debidas principalmente a la configuración del agujero y los consiguientes problemas al trabajar la tubería en el lecho bajo en la sección horizontal.

Utilizando los registros de densidad, sónico y rayos gamma, además de los datos de desviación del pozo, se alimentó el programa de cómputo, por medio del cual se obtuvieron: el estado de esfuerzos in-situ original que soportaba la roca, el estado de esfuerzos referidos a los ejes del pozo por medio de la transformación de coordenadas, el estado de esfuerzos total en la

POZO AGUA FRIA 801-H

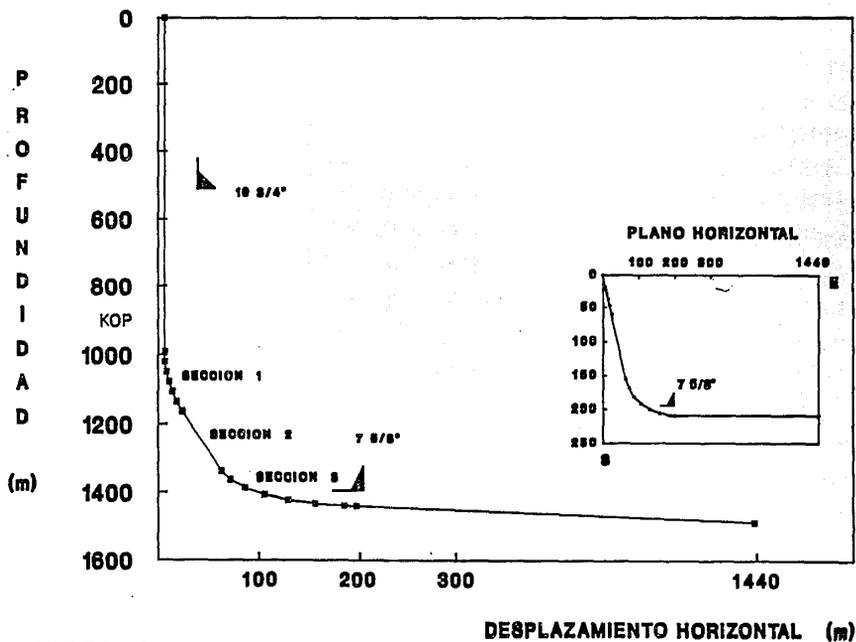


FIGURA 21

pared del pozo, los esfuerzos principales sobre la roca. Todos estos resultados así como los valores finales, como se aprecia en los listados de resultados que aparecen a continuación en la tabla II, es el estado real que se presenta en un tramo de la sección horizontal del pozo que es la de mayor interés. Como puede observarse en la columna 2, en la última sección de los resultados listados se observa el esfuerzo de corte límite que puede soportar la roca (el cual está calculado en base a las propiedades elásticas características de la roca en cada punto), en la columna 3 se presenta el esfuerzo de corte real aplicado por la densidad del lodo con que se está perforando y por el estado de esfuerzos a los que se encuentra sometida la pared del pozo.

Una comparación entre la segunda y tercer columna nos dará una fácil apreciación de si existe o no falla por compresión en cada punto, es decir, cuando a una determinada profundidad el valor de la columna 2 es menor que el de la columna 3, se tendrá entonces que existirá falla por compresión en ese punto y en éste caso se presentará cierre de las paredes del pozo ó deleznamiento de las formaciones; por el contrario, la situación inversa indicará que la roca está soportando perfectamente el estado de esfuerzos a los que se encuentra sometida y por lo tanto habrá estabilidad, siempre y cuando no se modifique el estado de esfuerzos sobre la roca.

TABLA II

DATOS PARA EL CALCULO DE LA ESTABILIDAD

PROF. (mts)	DTC (mms/p)	DTS (mms/p)	RIOB (gr/cm3)	RAYG (API)	PPORO (kg/cm2)
1600	86	159	2.33	30	144
1605	88	163	2.32	28	144
1610	84	155	2.33	28	144
1615	83	154	2.35	30	144
1620	85	157	2.30	31	144
1625	88	163	2.33	32	144
1630	86	159	2.33	37	144
1635	85	157	2.34	40	144
1640	82	152	2.37	43	144
1645	84	155	2.37	46	144
1650	89	165	2.12	50	144
1655	83	154	2.45	60	144
1660	82	152	2.33	46	144
1665	83	154	2.38	50	144
1670	81	150	2.35	52	144
1675	80	148	2.47	59	144
1680	80	148	2.52	65	144
1685	84	155	2.47	63	144
1690	86	159	2.38	48	144
1695	65	120	2.45	52	144

DATOS PARA EL CALCULO DE LA ESTABILIDAD

PROF. (mts)	DTC. (mms/p)	DTS. (mms/p)	RIOB (gr/cm3)	RAYG (API)	PPORO (kg/cm2)
1700	84	155	2.36	43	144
1705	84	155	2.35	38	144
1710	85	157	2.48	50	144
1715	84	155	2.40	52	144
1720	92	170	2.48	54	144
1725	83	154	2.40	42	145
1730	84	155	2.33	36	145
1735	84	155	2.30	33	145
1740	85	157	2.51	46	145
1745	86	159	2.44	50	145
1750	82	152	2.50	64	145
1755	80	148	2.46	56	145
1760	81	150	2.38	50	145
1765	84	155	2.45	46	145
1770	85	157	2.47	55	145
1775	83	154	2.35	58	145
1780	85	157	2.30	50	145
1785	86	159	2.33	46	145

ESFUERZOS ORIGINALES Y ROTADOS AL EJE DEL POZO

EST.	PROF. VERT.	GRAD. SCARGA	POISSON	SIGMA OVERB	SIGMA T1 T2	SX	SY	SZZ
1	1442	0.2330	0.2936	336	224	335	224	224
2	1442	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
3	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
4	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
5	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
6	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
7	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
8	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
9	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
10	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
11	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
12	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
13	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
14	1443	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
15	1444	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
16	1444	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
17	1444	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
18	1444	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
19	1444	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
20	1444	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224

ESFUERZOS ORIGINALES Y ROTADOS AL EJE DEL POZO

EST.	PROF. VERT.	GRAD. SCARGA	POISSON	SIGMA OVERB.	SIGMA T1 T2	SX	SY	SZZ
1	1444	0.2330	0.2936	336	224	336	224	224
2	1444	0.2330	0.2936	337	224	336	224	225
3	1445	0.2330	0.2936	337	224	336	224	225
4	1445	0.2330	0.2936	337	224	337	224	224
5	1445	0.2330	0.2936	337	224	337	224	224
6	1445	0.2330	0.2936	337	224	337	224	224
7	1445	0.2330	0.2936	337	224	337	224	225
8	1446	0.2330	0.2936	337	224	337	224	225
9	1446	0.2330	0.2936	337	224	336	224	225
10	1446	0.2330	0.2936	337	225	336	225	225
11	1446	0.2330	0.2936	337	225	336	225	225
12	1447	0.2330	0.2936	337	225	337	225	225
13	1447	0.2330	0.2936	337	225	337	225	225
14	1447	0.2330	0.2936	337	225	337	225	225
15	1448	0.2330	0.2936	337	225	337	225	225
16	1448	0.2330	0.2936	337	225	337	225	225
17	1448	0.2330	0.2936	337	225	337	225	225
18	1448	0.2330	0.2936	338	225	337	225	225
19	1449	0.2330	0.2936	338	225	337	225	225
20	1449	0.2330	0.2936	338	225	337	225	225

ESFUERZOS NORMALES DE CORTE Y ESFUERZOS PRINCIPALES

EST.	ESFZO-R	ESFZO. THETA	ESFZO Z	CORTE TRT	CORTE TRZ	CORTE TTZ	PRINC 1	PRINC. 2	PRIC 3
1	185	598	290	0	0	16	598	289	185
2	185	598	290	0	0	15	599	289	185
3	185	599	290	0	0	11	599	290	185
4	185	600	290	0	0	5	600	290	185
5	185	600	290	0	0	4	600	290	185
6	185	600	290	0	0	3	600	290	185
7	185	600	290	0	0	2	600	290	185
8	185	600	290	0	0	2	600	290	185
9	185	600	290	0	0	2	600	290	185
10	185	600	290	0	0	2	600	290	185
11	185	600	290	0	0	2	600	290	185
12	185	600	290	0	0	2	600	290	185
13	185	600	290	0	0	2	600	290	185
14	185	600	290	0	0	2	600	290	185
15	185	600	290	0	0	5	600	290	185
16	185	600	290	0	0	5	600	290	185
17	185	600	290	0	0	3	600	290	185
18	185	600	290	0	0	3	600	290	185
19	185	600	290	0	0	2	600	290	185
20	185	600	290	0	0	2	600	290	185

ESFUERZOS NORMALES DE CORTE Y ESFUERZOS PRINCIPALES

EST.	ESFZO-R	ESFZO. THETA	ESFZO Z	CORTE TRT	CORTE TRZ	CORTE TTZ	PRINC 1	PRINC. 2	PRIC 3
1	185	600	290	0	0	8	600	290	185
2	185	600	290	0	0	11	600	290	185
3	185	600	290	0	0	11	600	290	185
4	185	600	290	0	0	8	600	290	185
5	185	600	290	0	0	6	601	290	185
6	185	601	290	0	0	6	601	290	185
7	185	601	290	0	0	7	601	290	185
8	185	600	291	0	0	11	601	290	185
9	185	600	291	0	0	15	600	290	185
10	185	600	291	0	0	15	600	290	185
11	185	600	291	0	0	16	600	290	185
12	185	600	291	0	0	15	601	290	185
13	185	600	291	0	0	14	601	290	185
14	185	600	291	0	0	14	601	290	185
15	185	600	291	0	0	14	601	290	185
16	185	601	291	0	0	13	601	291	185
17	185	601	291	0	0	13	602	291	185
18	185	601	291	0	0	13	602	291	185
19	185	601	291	0	0	13	602	291	185
20	185	602	291	0	0	13	602	291	185

PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA Y ESFUERZOS DE CORTE

EST.	PROF.	MODULO YOUNG	KB	COHESION	CORTE LIMITE	CORTE REAL
1	1600	3191177	2576876	105	187	179
2	1605	3034691	2450513	96	178	179
3	1610	3344947	2701045	117	199	180
4	1615	3455442	2790269	123	205	180
5	1620	3224645	2603901	107	189	180
6	1625	3047772	2461076	95	177	180
7	1630	3191177	2576876	101	183	180
8	1635	3280726	2649186	105	187	180
9	1640	3570364	28833069	122	204	180
10	1645	3402371	2747415	109	191	180
11	1650	2711114	2189224	67	149	180
12	1655	3602282	2909004	112	194	180
13	1660	3510105	2834410	116	198	180
14	1665	3499554	2825890	112	194	180
15	1670	3628188	2929761	119	201	180
16	1675	3909389	3156832	132	214	180
17	1680	3988526	3220735	132	214	180
18	1685	3545931	2863339	106	188	180
19	1690	3259657	2632173	99	181	180
20	1695	5873964	4743226	313	395	180

PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA Y ESFUERZOS DE CORTE

EST.	PROF.	MODULO YOUNG	KB	COHESION	CORTE LIMITE	CORTE REAL
1	1700	3388015	2735822	110	192	180
2	1705	3373659	2724230	112	194	180
3	1710	3477008	2807684	111	193	180
4	1715	3445439	2782192	108	190	180
5	1720	2968028	2396682	79	161	180
6	1725	3528962	2849637	120	202	180
7	1730	3344947	2701045	112	194	180
8	1735	3301879	2666267	111	193	180
9	1740	3519069	2841648	116	198	180
10	1745	3341834	2698531	102	184	180
11	1750	3766207	3041212	119	201	180
12	1755	3893561	3144051	134	216	180
13	1760	3674205	2967163	124	206	180
14	1765	3517219	2840154	116	198	180
15	1770	3462988	2796363	107	189	180
16	1775	3455442	2790269	104	186	180
17	1780	3224645	2603901	95	178	180
18	1785	3191177	2576876	96	178	180
19	1790	3540235	2858740	120	202	180
20	1795	3455442	2790269	118	200	180

PROF.	RESISTENCIA LIMITE AL CORTE	ESFUERZO DE CORTE APLICADO	RESISTENCIA A LA TENSION	ESFUERZO DE TENSION APLICADO
1600	187	179	-9	8
1605	178	179	-8	8
1610	199	180	-10	8
1615	205	180	-10	8
1620	189	180	-9	8
1625	177	180	-8	8
1630	183	180	-8	8
1635	187	180	-9	8
1640	204	180	10	8
1645	191	180	-9	8
1650	149	180	-6	8
1655	194	180	-9	8
1660	198	180	-10	8
1665	194	180	-9	8
1670	201	180	-10	8
1675	214	180	-11	8
1680	214	180	-11	8
1685	188	180	-9	8
1690	181	180	-8	8
1695	395	180	-26	8

PROF.	RESISTENCIA LIMITE AL CORTE	ESFUERZO DE CORTE APLICADO	RESISTENCIA A LA TENSION	ESFUERZO DE TENSION APLICADO
1700	192	180	-9	7
1705	194	180	-9	7
1710	193	180	-9	7
1715	190	180	-9	7
1720	161	180	-7	7
1725	202	180	-10	7
1730	194	180	-9	7
1735	193	180	-9	7
1740	198	180	-10	7
1745	184	180	-9	7
1750	201	180	-10	7
1755	216	180	-11	7
1760	206	180	-10	7
1765	198	180	-10	7
1770	189	180	-9	7
1775	186	180	-9	7
1780	178	180	-8	7
1785	178	180	-8	7
1790	202	180	-10	7
1795	200	180	-10	7

LIMITES DE ESTABILIDAD MECANICA

PROF.	DENSIDAD MINIMA	DENSIDAD REAL	DENSIDAD MAXIMA
1600	1.24	1.28	1.40
1605	1.29	1.28	1.39
1610	1.17	1.28	1.40
1615	1.13	1.28	1.40
1620	1.23	1.28	1.40
1625	1.30	1.28	1.39
1630	1.27	1.28	1.39
1635	1.24	1.28	1.39
1640	1.14	1.28	1.40
1645	1.22	1.28	1.40
1650	1.47	1.28	1.48
1655	1.20	1.28	1.40
1660	1.18	1.28	1.40
1665	1.20	1.28	1.40
1670	1.16	1.28	1.40
1675	1.08	1.28	1.41
1680	1.08	1.28	1.41
1685	1.24	1.28	1.39
1690	1.28	1.28	1.39
1695	0.82	1.28	1.51

LIMITES DE ESTABILIDAD MECANICA

PROF.	DENSIDAD MINIMA	DENSIDAD REAL	DENSIDAD MAXIMA
1700	1.21	1.28	1.40
1705	1.20	1.28	1.40
1710	1.21	1.28	1.40
1715	1.23	1.28	1.40
1720	1.40	1.28	1.41
1725	1.15	1.28	1.40
1730	1.20	1.28	1.40
1735	1.21	1.28	1.40
1740	1.17	1.28	1.40
1745	1.26	1.28	1.40
1750	1.16	1.28	1.41
1755	1.07	1.28	1.41
1760	1.13	1.28	1.41
1765	1.17	1.28	1.40
1770	1.23	1.28	1.40
1775	1.25	1.28	1.40
1780	1.30	1.28	1.39
1785	1.30	1.28	1.39
1790	1.15	1.28	1.41
1795	1.17	1.28	1.40

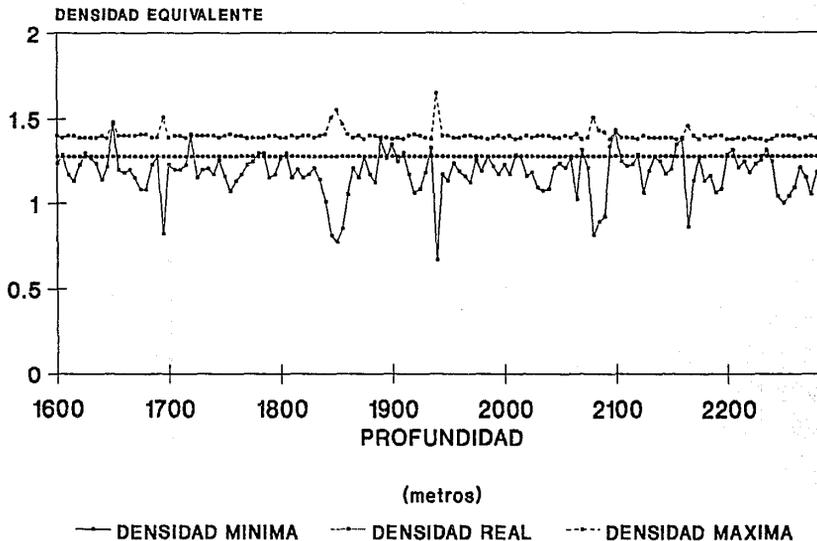
En la columna 4 aparece el valor de la resistencia a la tensión de la roca (en éste caso el esfuerzo se indica negativo si es de tensión), el cual nuevamente es característico en cada punto y es función de las propiedades de la roca; la columna 5 es el valor del esfuerzo de tensión real aplicado (el cual puede ser positivo si en realidad la roca está en compresión y no en tensión); en forma similar al esfuerzo de compresión, una comparación entre las columnas 4 y 5 indicará que en caso de que el valor de la columna 4 sea menor no existirá falla por tensión en ese punto, por el contrario si el valor de la columna 5 es menor implica que existirá falla por tensión y se presentará una probable fractura en el pozo.

Como puede observarse en el listado existen algunos puntos en los que la falla de corte está presente. El único factor real, en este caso, que es susceptible de modificación, es la densidad del lodo; por medio de ella se puede modificar el estado de esfuerzos para obtener un rango de densidades en el cual no se presenten fallas por compresión ni por tensión.

Esto es realizado por el programa dando como resultado los valores que se ilustran en la figura 22, la cual es la representación de los límites de estabilidad del pozo, es decir el rango de densidades que se puede emplear en forma segura sin que se pierda la estabilidad mecánica del pozo.

LIMITES DE ESTABILIDAD MECANICA

POZO AGUA FRIA 801 H1



SECCION HORIZONTAL

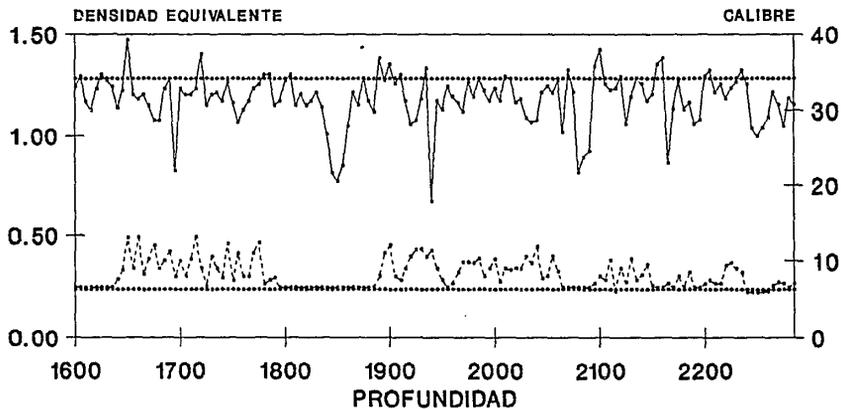
FIGURA 22

Como puede observarse existen valores muy diferentes para la densidad mínima que se podrían utilizar y en varios puntos ésta es mayor que la que en realidad se utilizó de 1.28 gr/cm^3 , además la densidad equivalente de fractura oscila en valores de 1.38 gr/cm^3 y 1.40 gr/cm^3 en la mayoría de los casos.

Lo que se puede concluir de ésta gráfica es que existió (en cada uno de los puntos donde la densidad mínima requerida rebasa el valor de 1.28 gr/cm^3) falla por compresión en las paredes del pozo, por lo que las formaciones de mayor porcentaje de arcilla se derrumbaron. Esto también puede ser constatado al observar la figura 23 donde se representa el calibre real que se tuvo en la sección horizontal del pozo y la falla de corte donde la densidad mínima rebasó a la densidad real. Existe una correlación entre los puntos donde se presentó falla de corte y el agujero descalibrado, sin embargo debe quedar claro que aunque los resultados de los puntos de falla y el registro de calibración pueden correlacionarse bastante bien, ésto no siempre es posible ya que en la realidad existen otros fenómenos que afectan el calibre final del pozo como lo es la inestabilidad fisicoquímica. Una conclusión final de éste análisis es que el próximo pozo puede ser perforado con una mayor densidad del lodo de hasta 1.37 gr/cm^3 si se desea disminuir los puntos donde falla por compresión se presenta (a únicamente 4 en todo el intervalo) y además sin llegar a generar una fractura en el pozo.

FALLA DE CORTE Y CALIBRE DEL POZO

POZO AGUA FRIA 801 H1



(metros)

- DENSIDAD MINIMA
- DENSIDAD REAL
- - - CALIBRE DEL POZO
- · - DIAM. BARRENA

SECCION HORIZONTAL

FIGURA 23

En el campo Caan de la Zona Marina se perforó el pozo vertical Caan 201 , el cual se seleccionó para ilustrar el comportamiento de un campo en la sección donde se incrementa el ángulo de desviación del pozo hasta alcanzar el ángulo máximo, el listado de resultados puede verse en las siguientes páginas.

Como se puede observar además, en la figura 24 el rango de valores de densidad que se pueden utilizar es muy amplio debido a que el pozo es vertical y este es el caso más ventajoso; como es natural, la densidad que se utilizó para perforar es la mínima requerida y el pozo tuvo un buen comportamiento, es decir no se presentaron fallas de compresión.

Es importante hacer notar que a medida que el pozo se profundiza requiere una presión hidrostática mayor para evitar falla de las paredes. Es decir se aprecia que las densidades mínimas para evitar falla, en la figura 24, aparentemente son de la misma magnitud, no así es la presión hidrostática que ejerce dicha densidad sobre las paredes del pozo, puesto que a medida que se incrementa la profundidad esta presión también se incrementa.

Lo que puede deducirse de esto es que las paredes requieren a mayor profundidad un esfuerzo radial sobre ellas cada vez mayor, o sea que la tendencia al colapso de la pared se incrementa con la profundidad y de ahí que se requiera mayor

TABLA III

DATOS PARA EL CALCULO DE LA ESTABILIDAD

PROF. (mts)	DTC (mms/p)	DTS (mms/p)	RIHOB (gr/cm ³)	RAYG (API)	PRORO (kg/cm ²)
1175	115	207	1.90	35	126
1200	100	180	2.45	40	128
1225	120	216	2.35	30	131
1250	100	180	2.35	35	134
1275	95	171	2.40	35	136
1300	100	180	2.35	35	139
1325	95	171	2.30	35	142
1350	90	162	2.45	30	144
1375	90	162	2.40	30	147
1400	85	153	2.45	35	150
1425	85	153	2.50	30	152
1450	88	158	2.45	30	155
1475	80	144	2.50	30	158
1500	80	144	2.50	30	161
1525	90	162	2.35	35	163
1550	110	198	2.30	50	166
1575	100	180	2.45	40	169
1600	95	171	2.45	35	171
1625	85	153	2.50	40	174
1650	90	162	2.50	40	177

TABLA III (cont.)

ESFUERZOS ORIGINALES Y ROTADOS AL EJE DEL POZO

EST	PROF. VERT.	GRAD. SCARGA	POISSON	SIGMA OVERB.	SIGMA T1 T2	SX	SY	SZZ
1	1175	0.1900	0.2768	223	163	163	163	223
2	1200	0.1911	0.2768	229	167	167	167	229
3	1225	0.1920	0.2768	235	171	171	171	235
4	1250	0.1929	0.2768	241	175	175	175	241
5	1275	0.1938	0.2768	247	179	179	179	247
6	1300	0.1946	0.2768	253	183	183	183	253
7	1325	0.1953	0.2768	259	187	187	187	259
8	1350	0.1962	0.2768	265	191	191	191	265
9	1375	0.1970	0.2768	271	194	194	194	271
10	1400	0.1979	0.2768	277	198	198	198	277
11	1425	0.1988	0.2768	283	203	203	203	283
12	1450	0.1996	0.2768	289	207	207	207	289
13	1475	0.2004	0.2768	296	211	211	211	296
14	1500	0.2013	0.2768	302	215	215	215	302
15	1525	0.2018	0.2768	308	219	219	219	308
16	1550	0.2023	0.2768	314	222	222	222	314
17	1575	0.2029	0.2768	320	226	226	226	320
18	1600	0.2036	0.2768	326	230	230	230	326
19	1625	0.2043	0.2768	332	234	234	234	332
20	1650	0.2050	0.2768	338	238	238	238	338

TABLA -III (Cont)

ESFUERZOS NORMALES DE CORTE Y ESFUERZOS PRINCIPALES

EST.	ESFZO R	ESFZO THETA	ESFZO Z	CORTE TRT	CORTE TRZ	CORTE TTZ	PRINC 1	PRINC 2	PRINC 3
1	135	191	223	0	0	0	223	191	135
2	138	196	229	0	0	0	229	196	138
3	141	201	235	0	0	0	235	201	141
4	144	206	241	0	0	0	241	206	144
5	147	211	247	0	0	0	247	211	147
6	150	216	253	0	0	0	253	216	150
7	152	221	259	0	0	0	259	221	152
8	155	226	265	0	0	0	265	226	155
9	158	231	271	0	0	0	271	231	158
10	161	236	277	0	0	0	277	236	161
11	164	241	283	0	0	0	283	241	164
12	167	246	289	0	0	0	289	246	167
13	170	252	296	0	0	0	296	252	170
14	173	257	302	0	0	0	302	257	173
15	175	262	308	0	0	0	308	262	175
16	178	266	314	0	0	0	314	266	178
17	181	272	320	0	0	0	320	272	181
18	184	277	326	0	0	0	326	277	184
19	187	282	332	0	0	0	332	282	187
20	190	287	338	0	0	0	338	287	190

PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA Y ESFUERZOS DE CORTE

EST.	PROF.	MODULO YOUNG	KB	COHESION	CORTE LIMITE	CORTE REAL
1	1175	1517280	1132902	21	39	38
2	1200	2587461	1931971	60	79	40
3	1225	1723507	1286886	28	47	41
4	1650	2481851	1853115	57	77	42
5	1275	2808483	2097001	73	93	44
6	1300	2481851	1853115	57	78	45
7	1325	2691463	2009626	67	88	46
8	1350	3194397	2385150	97	119	47
9	1375	3129205	2336473	93	116	49
10	1400	3581261	2674009	119	142	50
11	1425	3654348	2728580	127	151	52
12	1450	3341247	2494798	106	131	53
13	1475	4125417	3080311	162	187	55
14	1500	4125417	3080311	162	188	56
15	1525	3064013	2287797	87	113	57
16	1550	2007476	1498915	34	60	59
17	1575	2587461	1931971	60	87	60
18	1600	2866993	2140688	76	104	61
19	1625	3654348	2728580	120	148	63
20	1650	3259589	2433826	96	124	64

presión hidrostática para evitar la falla.

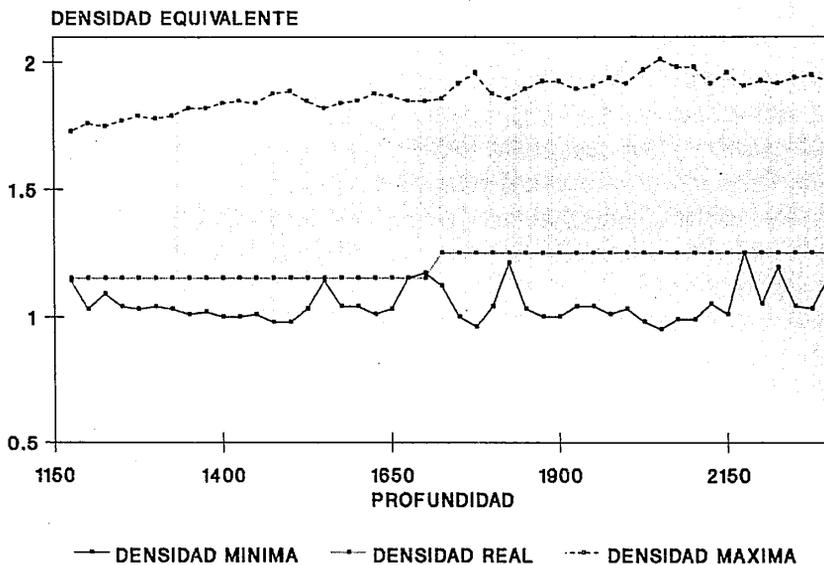
Por otra parte, en el pozo fueron realizadas dos pruebas de goteo a diferentes profundidades, una a 1926 m.v. resultando una densidad equivalente de goteo de 1.97 gr/cm^3 ; y la segunda prueba de goteo a 2350 m.v. con una densidad equivalente de 1.95 gr/cm^3 .

De acuerdo a la figura 24 el límite de estabilidad máximo para evitar fallas por tensión, determinado por medio del programa de computo, coincide de forma sumamente aproximada con los valores obtenidos en las pruebas de goteo en el pozo.

En el caso del pozo vertical Caan 201, el comportamiento de esfuerzos en la pared del agujero, calculado en un solo punto a la profundidad de 2300 m., es como se ilustra en la figura 25.

El esfuerzo radial incrementa su valor en forma directamente proporcional a la densidad del lodo y a su vez el esfuerzo tangencial se comporta en forma inversa. Cuando el esfuerzo radial efectivo alcanza el valor de 198 kg/cm^2 para una densidad de 1.93 gr/cm^3 el esfuerzo tangencial tiene un valor de -5 kg/cm^2 lo cual indica que está en estado de tensión y que ocurrirá una fractura con dicha densidad a la profundidad de 2300 m.

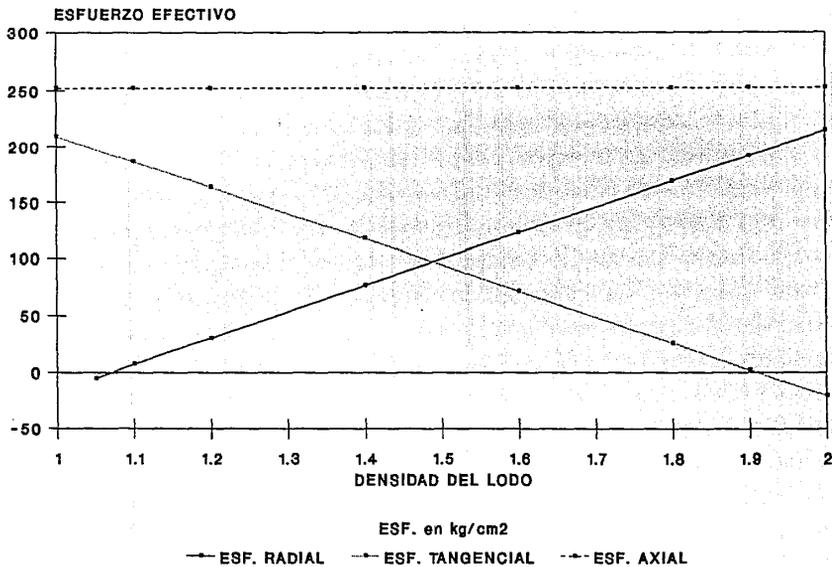
LIMITES DE ESTABILIDAD MECANICA POZO CAAN 201



POZO VERTICAL

FIGURA 24

COMPORTAMIENTO DE ESFUERZOS EN EL POZO AL VARIAR LA PRESION HIDROSTATICA.



POZO CAAN 201

FIGURA 25

De igual manera cuando la densidad va disminuyendo hasta un valor de 1.06 gr/cm^3 el esfuerzo radial se vuelve de tensión y por lo tanto una falla por tensión ocurrirá causando colapso en las paredes del pozo.

Los puntos cercanos a la intersección entre el esfuerzo radial y el tangencial son considerados de mayor estabilidad mecánica que los casos extremos.

VII.1.- EFECTO DE LA INCLINACION Y DE LA FORMACION EN LOS RESULTADOS.

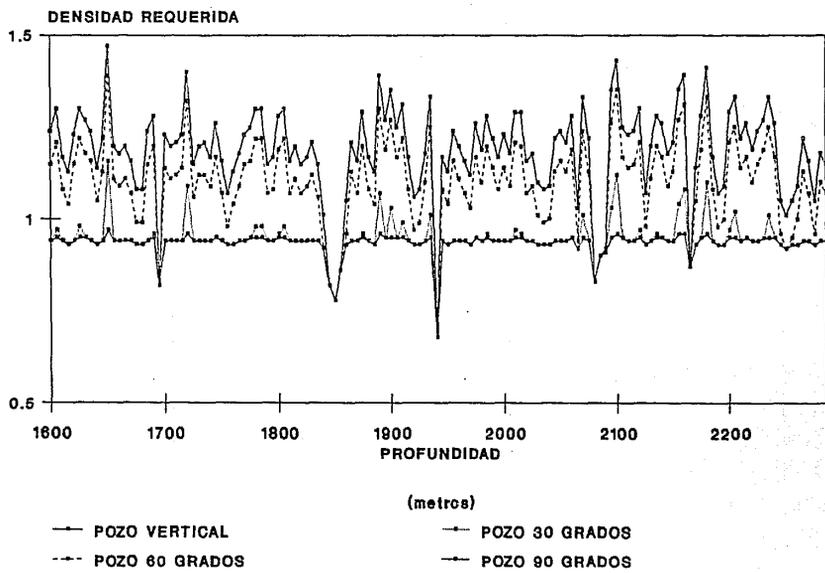
INCLINACION DEL POZO.

Para poder apreciar mejor el efecto de la inclinación del pozo sobre el estado de esfuerzos y por consiguiente en los límites de falla, se realizaron varias corridas con los datos de los registros de los pozos, variando únicamente la inclinación de los mismos.

En la figura 26 se ilustran los resultados de densidad mínima requerida para perforar un pozo vertical ó uno con 30, 60, o 90 grados de inclinación sin que se presente falla por compresión en las paredes.

Es claro que el pozo vertical puede perforarse con una densidad promedio de 0.95 gr/cm^3 sin que se presente derrumbe ó cierre de las paredes (en caso de que la presión de poro sea mayor, entonces éste será el valor de la densidad mínima). Para el mismo pozo con una inclinación de 30 grados la densidad mínima requerida es mayor, y a su vez el mismo pozo con 60 grados necesita valores más altos de densidad, el caso más crítico por supuesto es cuando el pozo es horizontal, o sea para 90 grados, y la densidad mínima es mucho mayor que para el mismo pozo en posición vertical.

DENSIDAD MINIMA PARA EVITAR FALLA POR COMPRESION AL AUMENTAR LA INCLINACION



POZO AGUA FRIA 801 H1

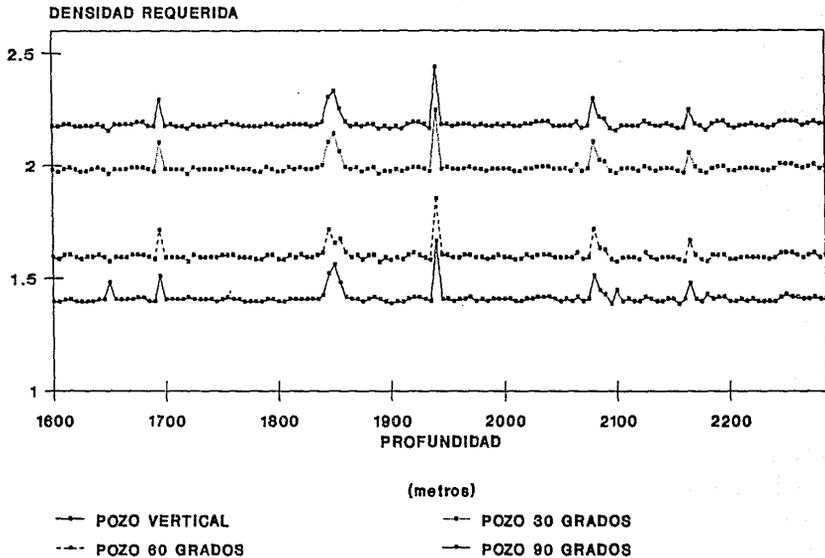
FIGURA 26

Lo que puede concluirse por lo tanto es que para un determinado punto fijo en la profundidad del pozo, sin variar la sobrecarga, ni los esfuerzos laterales, ni el tipo de formación, la densidad para evitar falla en ese punto será función únicamente del ángulo de inclinación y de la orientación del pozo. Es decir la roca en ese punto puede ser estable mecánicamente en un pozo vertical y a su vez esa misma roca puede tener una falla de corte si el pozo es direccional u horizontal.

La correspondiente situación para el caso de falla por tensión es ilustrada en la figura 27. Como se puede observar el comportamiento es inverso a la falla de corte. En éste caso la densidad máxima que puede utilizarse en el pozo sin que se alcance a generar falla por tensión, o sea fractura, es en el pozo vertical. A medida que el agujero aumente su inclinación, menor será la densidad que soporten las paredes para evitar fractura. En éste caso la situación con mayor desventaja es el pozo de 90 grados de inclinación, el cual fué el caso real para el pozo Agua Fría 801 H1 .

Por lo tanto se concluye que para un mismo punto el gradiente de fractura de la formación tendrá un valor menor a medida que el ángulo del agujero, en ese punto, sea mayor. Es decir pozos direccionales tienen un menor gradiente de fractura que los pozos verticales en el mismo campo.

DENSIDAD MAXIMA PARA EVITAR FALLA POR TENSION AL AUMENTAR LA INCLINACION



POZO AGUA FRIA 801 H1

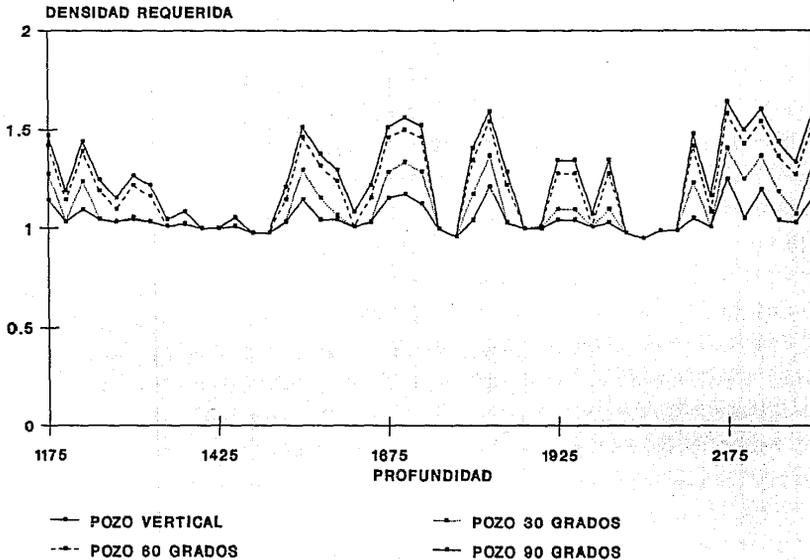
FIGURA 27

Para el pozo Caan 201, al incrementar el ángulo de desviación del pozo (figura 28) la densidad requerida para evitar falla de corte aumenta en función del ángulo y como puede observarse en el caso de 90 grados existen varios puntos que rebasan la densidad mínima de 1.5 gr/cm^3 . A su vez la figura 29 señala los valores máximos de densidad de acuerdo al ángulo para evitar fractura de la formación, en el caso más crítico de 90 grados se observa que prácticamente todos los puntos se encuentran por abajo de 1.5 gr/cm^3 . Esto quiere decir que en el caso en que éste pozo se perfora horizontalmente, las densidades requeridas se traslaparían y el pozo tendría derrumbes y pérdidas de circulación y por lo tanto no se podría perforar.

La situación es prácticamente la misma para el caso de 60 grados; por el contrario, para el caso de 30 grados de inclinación el pozo tiene un rango de entre 1.3 y 1.6 gr/cm^3 para perforarse en forma segura.

Con lo anterior se puede concluir que los pozos que se desearan perforar desviados tendrían, para un ángulo máximo de desviación de 30 grados, muy buenas perspectivas en el aspecto de estabilidad mecánica a las profundidades mostradas en la fig. 24.

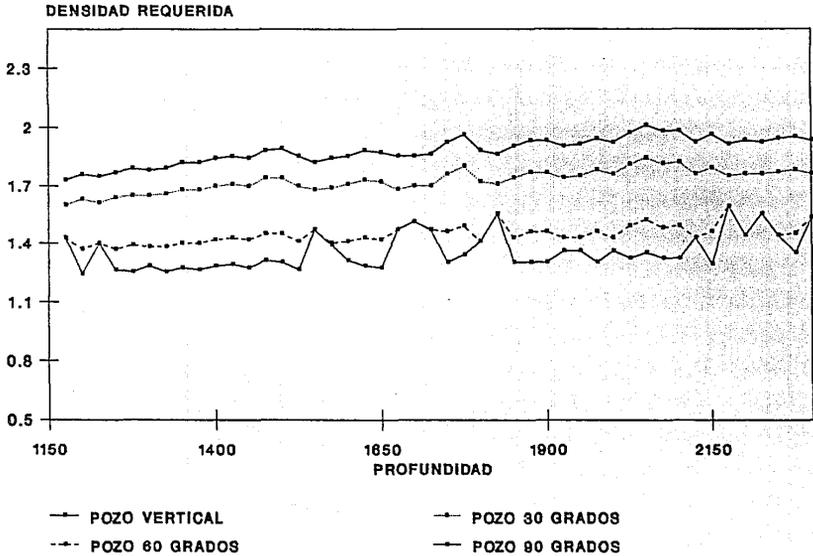
DENSIDAD MINIMA PARA EVITAR FALLA POR COMPRESION AL AUMENTAR LA INCLINACION



POZO CAAN 201

FIGURA 28

DENSIDAD MAXIMA SIN CAUSAR FALLA POR TENSION AL VARIAR LA INCLINACION



POZO CAAN 201

FIGURA 29

TIPO DE FORMACION.

Es indiscutible que el tipo de formación es uno de los parámetros más importantes que afectan en mayor grado los resultados.

De acuerdo a los valores obtenidos en el pozo Agua Fría 801 H1 la mayor estabilidad se obtuvo en los intervalos de arenisca, particularmente en la figura 22 se observa que a las profundidades de 1850, 2080, 2165 y 2250 m. los límites de estabilidad presentan rangos muy amplios, la razón es que en esos puntos la formación fué una arenisca prácticamente limpia. Por el contrario, los puntos donde la formación era muy arcillosa presentaron rangos de estabilidad muy reducidos y aún existieron puntos críticos, como los que se encuentran a las profundidades de 1900, 1935, 2010 y 2100 m. , donde prácticamente no existía una densidad adecuada para perforarlos; éstos puntos son predominantemente arcillosos. En estos casos es necesario previamente tomar la decisión: si el intervalo o zona de inestabilidad es pequeño podrá entonces perforarse a sabiendas que en esos puntos se presentará falla; si el intervalo inestable es demasiado grande lo mejor será disminuir el ángulo de inclinación del pozo en ese punto para buscar mayor estabilidad.

Es también interesante observar en la figura 26 y 27 que los puntos de profundidad 1850 m. y 2080 m. que como se había mencionado son areniscas prácticamente limpias (y probablemente productoras) se comportan con un alto grado de estabilidad ya que a cualquier ángulo de inclinación del pozo la densidad mínima para evitar falla de corte prácticamente es la misma. Puede decirse que en éste punto la estabilidad de la formación no es afectada por la inclinación del pozo para el caso de falla por compresión.

En el caso del pozo Caan 201 es notable que debido a que la formación es prácticamente toda de lutita, la estabilidad mecánica es muy frágil y al incrementarse el ángulo, el estado de esfuerzos llega a los límites de falla muy rápidamente.

Es por ésto que el pozo con un ángulo de 60 grados no presentaría estabilidad y las lutitas deleznable se derrumbarían sin que se pudiera evitar.

Por lo tanto en campos donde la inclinación se realiza muy severamente es necesario tener muy presente que la formación puede dar la pauta a seguir antes de rebasar los límites de seguridad para la exitosa perforación del pozo.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES.

Se seleccionó el modelo lineal-elástico para rocas isotrópicas, homogéneas y se utilizaron las ecuaciones que representan el estado de esfuerzos en la pared del pozo. Se implementó un programa de cómputo con las ecuaciones y se alimentó con datos de registros de densidad, sónico y de rayos gamma, los ángulos de inclinación y azimuth del pozo, así como tipo de formación. Se analizó la existencia de inestabilidad mecánica del pozo en forma de colapso y fractura de las paredes del agujero y se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. Colapso del agujero.- Este es causado por falla de compresión en combinación de falla por tensión. Se pudo observar que el pozo aumenta su tendencia al colapso a medida que incrementa su profundidad. Utilizando la teoría de falla de Mohr-Coulomb se determinó también que al aumentar el ángulo de inclinación del pozo se incrementa la sensibilidad al colapso de las paredes en el agujero y por lo tanto un pozo direccional requiere una mayor densidad al perforarse que si se perforara con

trayectoria vertical. Para rocas muy débiles ésto puede representar un serio problema de estabilidad. De acuerdo a los resultados obtenidos las lutitas son más sensibles al colapso del pozo, seguidas por las areniscas como rocas más fuertes.

2. Fractura del agujero.- la fractura es causada por una falla de tensión en las paredes del pozo. Del análisis de los resultados se observó que el gradiente de fractura de un pozo decrece al aumentar el ángulo de inclinación y por lo tanto un pozo direccional tendrá un gradiente de fractura en la zapata menor que si el pozo fuese vertical en ese mismo punto.

Una importante consecuencia de ésta conclusión es que los gradientes de fractura medidos en agujeros inclinados necesitan ser corregidos por el efecto de inclinación del pozo para obtener el verdadero valor del gradiente de fractura. Esto no es realizado por la el personal de campo por lo que es necesaria su difusión.

Se observó en los cálculos que los resultados de las pruebas de goteo fueron aproximadamente correctas en la predicción.

Como resultado del aumento de la densidad del lodo en los pozos direccionales para evitar colapso del agujero y de la

reducción del gradiente de fractura, en ocasiones será necesario cementar una tubería de revestimiento extra, para prevenir problemas en el agujero, la cual podría haber sido innecesaria en el pozo vertical.

3.- Al graficar el estado de falla de corte y el registro de calibre del pozo se observó una buena correlación entre ambos, sin embargo, éste análisis no fué diseñado para estimar el calibre final del agujero y habrá ocasiones en que éstos sean muy diferentes puesto que existen otros factores tanto mecánicos como fisicoquímicos que están involucrados en el resultado final del calibre del pozo.

4.- El efecto del tipo de formación sobre los resultados es indiscutiblemente de la mayor importancia, por lo que deberá realizarse un cuidadoso análisis de las muestras recuperadas ó determinarse por medio de los registros la composición de las rocas perforadas, con el fin de obtener la mejor aproximación en los cálculos para determinar los esfuerzos originales in-situ, así como las propiedades mecánicas de la roca.

5.- Utilizando los datos del primer pozo ó de uno de correlación, se realiza la determinación de los límites de

densidad para conservar la estabilidad mecánica de los pozos a cualquier ángulo de inclinación y es una de las mejores herramientas que se tienen para llevar a cabo la planeación de la trayectoria y la selección de profundidades de asentamiento de las tuberías de revestimiento de los futuros pozos de desarrollo del campo.

RECOMENDACIONES.

1.- El modelo lineal-elástico sobre el que se basan los cálculos está aún dentro de un rango conservador, por lo que los resultados tienen un cierto margen de seguridad, sin embargo, las recomendaciones del peso del lodo adecuado deberán ser hechas solamente después de una cuidadosa evaluación de toda la información disponible y considerando la historia de los problemas de perforación en el área. Esto deberá incluir análisis de los registros geofísicos, datos de pruebas de goteo y gasificaciones, así como perfiles de sobrecarga y presión de poro, con lo que se tendrán mejores expectativas para la perforación exitosa de próximos pozos.

2.- Es muy importante conocer el tipo de formación puesto que afecta en gran medida los resultados, por lo que es conveniente implementar un programa de computo para obtener, a partir de los registros sónico, de densidad con rayos gamma y porosidad neutrón, los porcentajes de arcilla, arenisca, caliza y dolomía, con la mayor precisión posible.

3.- Los tiempos de tránsito de las ondas compresional y de corte pueden ser obtenidos en forma directa utilizando el registro de porosidad de acuerdo a Murphy³⁰ et al, con lo que se obtendrían valores más aproximados de la relación de velocidades en la roca.

4.- En los campos actualmente en desarrollo es recomendable efectuar una corrección a los valores de gradiente de fractura calculados con datos de pozos direccionales, debido a que están afectados por la inclinación del agujero.

5.- Indudablemente los resultados del programa para calcular la estabilidad mecánica, son una herramienta útil en la planeación de próximos pozos, pero lo que se consideró de mayor

importancia es que con este tipo de análisis se logra un mayor y mejor entendimiento de los procesos físicos que ocurren dentro del pozo, por lo que sería recomendable utilizarlo ampliamente tanto en la teoría como en la práctica, puesto que brinda la oportunidad al usuario de realizar un estudio analítico de los problemas que se presentan al modificar la estabilidad mecánica del pozo.

N O M E N C L A T U R A

- a distancia radial en un círculo dentro -
de una placa, relación entre resisten-
cia uniaxial compresiva y la resisten-
cia al corte inherente.
- a_1, a_2, a_3 coordenadas de un punto P en el espacio
- b distancia radial en un círculo -
contenido en una placa.
- C_1, C_2, C_3, C_4 constantes de integración.
- C_b módulo de compresibilidad (kg/cm²)
- C_o resistencia uniaxial a la compresión (kg/cm²)
- d_{tc} tiempo de tránsito de la onda compre-
sional (micro seg/ pie)
- d_{tsm} tiempo de tránsito de la onda de
corte (micro seg / pie)
- dr, de, dz longitudes infinitesimales en el
volumen de control
- E módulo de elasticidad de la roca (kg/cm²)
o módulo de Young
- $e_{ij,kl}$ deformación en la ec. de compati-
bilidad de St. Venant.
- F_{rr} fuerza en la dirección r (kg)
- F_{r+dr} fuerza en la dirección r en un pun-
to opuesto a F_{rr} (kg)
- $F_1, F_2, F_3,$
 F_4, F_5 fuerzas aplicadas en la dirección r (kg)
- g factor gravitacional
- G módulo de rigidez o de corte (kg/cm²)

K_b	módulo de volúmen (kg/cm ²)
m	factor de conversión de unidades igual a 7.2 E+09 si ρ_b en gr/cm ³ y dtc en mmseg/pie
P	presión del fluido (kg/cm ²)
P_e	presión externa en la pared del cilindro (kg/cm ²)
P_i	presión interna en la pared del cilindro (kg/cm ²)
P_p	presión de poro o de formación (kg/cm ²)
P_w	presión hidrostática del lodo en el pozo (kg/cm ²)
r_e	radio exterior a la pared del cilindro
r_i	radio interior a la pared del cilindro
r_r	radio a cualquier distancia r
r, θ, z	ejes de coordenadas cilíndricas
R, θ, Z	componentes de la fuerza másica del volúmen de control
T	resistencia a la tensión de la roca (kg/cm ²)
u_i	vector de desplazamiento
u_r, u_θ, u_z	desplazamientos en las direcciones r, θ, z
V_{arc}	volúmen de arcilla en la formación (adim)
x, y, z	ejes de coordenadas cartesianas
x', y', z'	coordenadas cartesianas en un marco local
x_1, x_2, x_3	nuevas coordenadas en el punto Q
α	ángulo de fricción interna de la roca (grad)
β	azimuth del pozo en el punto de interés (grad)

- γ ángulo de inclinación del pozo en el punto de interés (grados)
- $\gamma_{r\theta}$ es el doble de la deformación de corte $\epsilon_{r\theta}$
- γ_{zr} es el doble de la deformación de corte ϵ_{zr}
- $\gamma_{z\theta}$ es el doble de la deformación de corte $\epsilon_{z\theta}$
- δ_{ij} delta de Kronecker
- ϵ deformación
- $\epsilon_{rr}, \epsilon_{\theta\theta}, \epsilon_{zz}$
 $\epsilon_{r\theta}, \epsilon_{rz}, \epsilon_{z\theta}$ componentes de deformación en coordenadas cilíndricas
- $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$
 $\epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{xz}$ componentes de deformación en coordenadas cartesianas
- $\epsilon_{ij}^P, \epsilon_{ij}^N$ deformación plástica y no lineal respectivamente del tensor de deformación
- θ posición angular alrededor del agujero (grad)
- ν relación de Poisson (adim)
- ρ_b densidad del volúmen de roca (gr/cm^3)
- σ esfuerzo normal (kg/cm^2)
- σ' esfuerzo normal efectivo (kg/cm^2)
- σ_r esfuerzo normal radial en coordenadas cilíndricas (kg/cm^2)
- σ_θ, σ_t esfuerzo normal tangencial en coordenadas cilíndricas (kg/cm^2)
- σ_z esfuerzo normal axial en coordenadas cilíndricas (kg/cm^2)
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{zz}$ esfuerzos normales en coordenadas rectangulares (realmente normales y paralelos al eje del pozo) (kg/cm^2)

σ_{vert}	esfuerzo de sobrecarga principal vertical - original in-situ. (kg/cm ²)
σ_{H1}	esfuerzo principal horizontal -original in-situ - máximo. (kg/cm ²)
σ_{H2}	esfuerzo principal horizontal -original in-situ - mínimo. (kg/cm ²)
σ_{ij}	esfuerzo efectivo en la relación esfuerzo- deformación (kg/cm ²)
$\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$	componentes normales del esfuerzo de di- rección radial, tangencial y axial (kg/cm ²)
σ_1	esfuerzo principal máximo (kg/cm ²)
σ_2	esfuerzo principal intermedio (kg/cm ²)
σ_3	esfuerzo principal mínimo (kg/cm ²)
τ	esfuerzo de corte (kg/cm ²)
τ_{ij}	tensor de esfuerzos
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	esfuerzos de corte en coordenadas cartesianas (kg/cm ²)
$\tau_{r\theta}, \tau_{rz}, \tau_{\theta z}$	esfuerzos de corte en coordenadas cilíndricas (kg/cm ²)
$\phi(x,y)$	función de esfuerzos de Airy
φ	ángulo de fricción interna de la roca (grad)

B I B L I O G R A F I A

- 1 . Matthews, W.R. and Kelly, J., " How to Predict Formation Pressure and Fracture Gradient ," Oil and Gas Journal, Feb 20, 1967, pg. 92-106.
- 2 . Eaton, B.A., " Fracture Gradient Prediction and Its Application in Oilfield Operations," Journal of Petroleum Technology, Oct. 1969, pg. 1353-1360.
- 3 . Hubbert, M.K. and Willis, D.G., " Mechanics of Hidraulic Fracturing ," Trans. AIME (1957) 210, pg. 153-168.
- 4 . Bradley, W.B., " Failure of Inclined Boreholes ," Journal of Energy Resources Technology., Transactions of the ASME, Vol. 101, December 1979, pg. 232-239.
- 5 . Fairhurst, C., " Methods of Determining In-situ Rock Stresses at Great Depths ," Technical Report No. 1-68, (Missouri River Division, Corps of Engineers), Minneapolis, Minnesota, February 1968.
- 6 . Aadnoy, B.S. and Chenevert, M.E., " Stability of Highly Inclined Boreholes ," IADC / SPE 16052 Drilling Conference held in New Orleans, LA., March 15-18, 1987, pg. 25-41.
- 7 . Morita, N. and Gray, K.E., " A Constitutive Equation for Nonlinear Stress-Strain Curves in Rocks and Its Application to Stress Analysis Around a Borehole During Drilling ," SPE 9328, Dallas, Texas, September 21-24, 1980.
- 8 . Mitchell, R.F., Goodman, M.A. and Wood, E.T., " Borehole Stresses: Plasticity and the Drilled Hole Effect ," SPE /IADC 16053, New Orleans, LA., March 15-18, 1987, pg. 43-49.
- 9 . Santarelli, F.J., "Theoretical and Experimental Investigation of the Stability of the Axisymmetric Wellbore ," PhD Thesis, University of London, 1987.

10. Sulem, J. and Vardoulakis, I., " A New Approach to Borehole Stability Based on Bifurcation Theory," Proc. 6th Int. Conf. Num. Meth. Geomech., Innsbruck, 1988, pg. 1929-1935.
11. Deily, F.H. and Owens, T.C., " Stress Around a Wellbore ," SPE 2557, Denver, Colo., September 28, 1969.
12. Guenot, A., " Contraintes ef ruptures autor des forages petroliers ," Proc. 6th ISRM Congr., Rotterdam, 1987. pp. 109-118.
13. Klein, R. J. and Mc Lean, M.R., " Application of Wellbore Stability to a Horizontal UK Land Well ," Conf. on Applied Rock Engng., Newcastle, Jan., 1988, pp. 117-126.
14. Fleming, N.H., Ronaldi, R., Bruce, S. and Haryanto, J., "The Application of Mechanical Borehole Stability Theory to Development Well Planning ," SPE /IADC 19943 Drilling Conference held in Houston, TX., February 27 , 1990, pg. 283-289.
15. Westergaard, H.M., " Plastic State of Stress Around a Deep Well ," J. Boston Soc. of Civ. Engrs., Vol 27, No. 1 , January 1940, pg. 1-5.
16. Veeken, C.A.M., Kenter, C.J., and Davies, D.R., " Use of Plasticity Models for Predicting Borehole Stability ," Rock at Great Depth, Maury and Fourmaintraux (eds), 1989, Balkema, Rotterdam, pg. 835-845.
17. Haimson, B.C. and Herrick, C.G., " Borehole Breakouts an In-situ Stress ," Proc. 12th Ann. ETCE-ASME Drilling Symp., Houston 1989, pg. 17-22.
18. Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., " Theory of Elasticity ," McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 2nd ed., 1951.
19. Fung, Y.C., " A First Course in Continuum Mechanics ," Prentice-Hall, Inc., 2nd. Edition, Englewood Cliffs, New Jersey, 1977.

20. Aadnoy, B.S., " A Complete Elastic Model for Fluid-Induced and In-Situ Generated Stresses with the Presence of a Borehole ," Work Paper No. 33, 1987, Rogaland University, Norway., Energy Sources, Vol 9, pg. 239-259.
21. Bruce, S., " A Mechanical Stability Log ," SPE / IADC 19942 Drilling Conference held in Houston, Texas, February 27, 1990, pg. 275-281.
22. Marmisolle-Daguerre, D., " Evaluación de Formaciones en México ", Schlumberger, Sept. 1984.
23. Poupon, A., Gaymard, R., " The Evaluation of Clay Content From Logs ", Schlumberger Technical Services, Paris, France.
24. Lamé and Clapeyron , " Memoire sur L'équilibre Interieur des Corps Solides Homogenes : Memoirs Presents par Divers Savans ", (1833).4.
25. Howard, C. G. and Fast, C. R., " Hydraulic Fracturing ," S.P.E. Richardson (TX, 1970).
26. Scott, P. P. Jr., Bearden, W. JG. and Howard, G. C., " Rock Rupture as Affected by Fluid Properties ", Trans., AIME (1953) pp. 198, 111-124.
27. Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., " Mechanics of Materials ," PWS Publishers, Second Edition, 1984.
28. Goodman, R.E., "Introduction to Rock Mechanics ," second edition, University of California at Berkeley, 1989.
29. Mason, K.L., " Three-Cone Bit Selection With Sonic Logs ," SPE Drilling Engineering, June 1987, pg. 135-142.
30. Murphy, W.F., Schwartz, L.M. and Hornby, B., " Interpretation Physics of Vp and Vs in Sedimentary Rocks ," SPWLA 32nd Annual Logging Symposium, June 16-19, 1991.
31. Singer, F.L. and Pytel, A., " Resistencia de Materiales ," Harla Harper y Row Latinoamericana, 3a. edición, 1980.

32. Aadnoy, B.S., " Wellbore Stability in Deviated Wellbores ," Work Paper No. 32, Stavanger 1985, Rogaland University, Norway.
33. McLean, M.R. and Addis, M.A., "Wellbore Stability Analysis: A Review of Current Methods of Analysis and Their Field Application ," IADC / SPE 19941 Drilling Conferences held in Houston, Texas, February 27, 1990, 261-274.
34. Antheunis, D., Vriezen, P.B., Schipper, B.A. and Van Der Vlis, A.C., " Perforation Collapse: Failure of Perforated Friable Sandstones ," SPE 5750 , New Orleans, Oct. 3-6, 1976.
35. Fuh, G.F. and Schuh, P.R., " Use of Borehole Stability Analysis for Successful Drilling of High-Angle Hole ," IADC /SPE 17235, Dallas, Texas, February 28, 1988, pg. 483-491.
36. Abou-Sayed, A.S., " Laboratory Evaluation of In-Situ Stress Contrast in Deeply Buried Sediments ," SPE 11069, New Orleans, LA., September 29, 1982.
37. Hsiao, C., " A Study of Horizontal Wellbore Failure ," SPE 16927, Dallas, Texas, September 27-30, 1987, pg. 481-491.
38. Cheatham Jr, J.B., " Wellbore Stability ," Journal of Petroleum Technology, June 1984, pg. 889-896.
39. Bell, J.S., " Investigating Stress Regimes in Sedimentary Basins Using Information From Oil Industry Wireline Logs and Drilling Records ," Geological Applications of Wireline Logs, Geological Society Special Publication No. 48, pg. 305-325.
40. Marsden, J.R., Wu, B., Hudson, J.A. and Archer, J.S., "Investigation of Peak Rock Strength Behaviour for Wellbore Stability Application ," Rock at Great Depth, Maury and Fourmaintraux (eds), 1989, Balkema, Rotterdam, pg. 753-760.
41. Aadnoy, B.S., " Modeling of the Stability of Highly Inclined Boreholes in Anisotropic Rock Formations ," SPE Drilling Engineering, September 1988, pg. 259-268.

A P E N D I C E

PROCEDIMIENTO DE EMPLEO DEL PROGRAMA Y LISTADO.

A continuación se detalla el empleo del programa de Estabilidad Mecánica, el cual consta de 2 secciones. La primera es el programa principal y la segunda es una UNIDAD la cual comprende todos los procedimientos (subrutinas) en las cuales se realizan la mayoría de los cálculos.

Si se emplea el programa ejecutable EST_MEC.EXE aparecerá en pantalla:

***** ESTABILIDAD MECANICA *****

¿DESEAS PONER EN CERO TODAS LAS VARIABLES ? (S/N) :

si se responde S el procesador coloca un cero en cada celda de memoria reservada para las variables.

si se responde N el procesador conserva los datos de una corrida anterior en las celdas de memoria.

¿CUANTAS ESTACIONES DE PROFUNDIDAD SON ? :

se responde el No. de puntos de profundidad donde se desea realizar un cálculo.

¿DESEAS DARMÉ LA PROFUNDIDAD DESARROLLADA? (S/N) :

en caso de querer cambiar los datos de profundidad que hay en la memoria se contesta afirmativamente.

**** ESTACION # 1 ****

PROFUNDIDAD DESARROLLADA (mts) =

proporcionar el dato correcto para el No. de estación indicado en la pantalla.

¿ DESEAS DARME EL TIEMPO DE TRANSITO (mms/p) (S/N) :

en caso de querer cambiar los datos de tiempo de tránsito que hay en la memoria (en microsegundos por pie) se contesta afirmativamente.

**** ESTACION # 1 ****

TIEMPO DE TRANSITO COMPRESIONAL (micro seg/pie) =

se proporciona el dato correcto para el No. de estación indicado en la pantalla.

¿ DESEAS DARME LA DENSIDAD DE LA ROCA ? (gr/cm³) (S/N) :

afirmativo si se desea cambiar el dato que hay en memoria.

**** ESTACION # 1 ****

DENSIDAD DE LA ROCA (gr/cm³) =

se proporciona el dato correcto para el No. de estación indicado en la pantalla.

¿ DESEAS DARME LECTURAS DE RAYOS GAMMA ? (API) (S/N) :

afirmativo si se desea cambiar el dato de la memoria.

¿DAME LA LECTURA DE RAYOS GAMMA EN 100% LUTITA (API) MAX =

en este punto se proporciona el valor del registro de rayos gamma donde se tenga 100% de lutita limpia, a cualquier profundidad; éste es un valor de referencia para obtener el porcentaje de arcilla en el punto de interés.

¿DAME LA LECTURA DE RAYOS GAMMA EN 0% DE LUTITA, MINIMA =

en este caso se proporciona el valor del registro de rayos gamma donde se tenga 0% de lutita.

**** ESTACION # 1 ****

RAYOS GAMMA NATURALES (API) =

se proporciona el valor del registro leído a la profundidad de la estación que se indica.

¿DESEAS DARME DATOS DE LA LITOLOGIA ? (S/N) :

afirmativo se se desea cambiar el dato de la memoria.

TECLEA EL NUMERO DEL TIPO DE FORMACION
A LA PROFUNDIDAD DESARROLLADA DE XXXX :

de acuerdo al tipo de formación que se tenga se seleccionará el No. correcto para la profundidad que se indica.

¿DESEAS DARME DATOS DE ANGULO , RUMBO O PROF VERTICAL ? (S/N) :

en caso de que el pozo sea vertical o direccional se debe entrar a esta opción forzosamente; a menos que se deseen conservar los datos de una corrida anterior se responderá N.

¿ EL POZO ES VERTICAL ? (S/N) :

si el pozo es vertical se responde S y el programa asume que la profundidad desarrollada es igual a la profundidad vertical.

Si el pozo es direccional se responderá N.

DAME ANGULO (grad), AZIMUTH (grad), PROF. VERTICAL (m)

ESTACION # 1
ANGULO DE INCLINACION (grados) =
se proporcionará el dato.

AZIMUTH (grados) =
se proporcionará el dato.

PROF. DESARROLLADA = XXXX.XX PROF. VERTICAL =
se proporcionará el dato.

¿CONOCES LA PRESION DE PORO EN CADA PUNTO ? (S/N) :

si la respuesta es N el programa asume un gradiente normal de presión de poro, es decir una columna hidrostática de densidad $\rho = 1.07 \text{ gr/cm}^3$.

Si la respuesta es S:

¿DESEAS DARME DATOS DE PRESION DE PORO ? (S/N):

si la respuesta es N el programa conserva los valores que hay en la memoria.

Si la respuesta es S:

ESTACION # 1 PRESION DE PORO (kg/cm^2) =

se proporciona el valor requerido para la estación indicada.

¿CUAL ES LA DENSIDAD DEL LODO ? (gr/cm^3) =

este es el valor de la densidad con que se perforó el pozo ó el intervalo.

¿EL ANGULO DE FRICCIÓN INTERNA ES VARIABLE ? (S/N):

normalmente el ángulo de fricción interna no se considera variable por lo que se responderá N, en caso de que el usuario desee responder S, podría consultar la TABLA I del texto como una referencia de ayuda.

DAME ANGULO DE FRICCIÓN INTERNA DE LA ROCA (grad) ALFA =

en general se ha visto en pruebas de laboratorio que las rocas presentan un ángulo de fricción interna de 30 grados por lo que se sugiere proporcionar este valor.

A continuación aparecerán en pantalla los datos y los resultados. Los títulos son los siguientes:

DATOS PARA EL CALCULO DE LA ESTABILIDAD

ESFUERZOS ORIGINALES Y ROTADOS AL EJE DEL POZO

ESFUERZOS NORMALES DE CORTE Y ESFUERZOS PRINCIPALES
PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA Y ESFUERZOS DE CORTE
RESISTENCIA LIMITE AL CORTE Y CORTE APLICADO, RESISTENCIA
DE TENSION Y TENSION APLICADA.

en seguida aparecerá en pantalla:

*** ESPERA UNOS MINUTOS POR FAVOR ***

en esta parte el programa realiza la determinación de los límites de estabilidad, haciendo un barrido con valores de densidad del lodo de 0.5 hasta 3.00 gr/cm³. Es por eso que, dependiendo del tipo de procesador que se este utilizando y del número de estaciones a calcular, es necesario esperar algunos minutos para que aparezcan en pantalla los límites de estabilidad mecánica.

Finalmente aparecen en pantalla las columnas de resultados:

DENSIDAD MINIMA

DENSIDAD REAL

DENSIDAD MAXIMA

¿ DESEAS REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N) :

afirmativo si se desea repetir el procedimiento.

```
( PROGRAMA PARA CALCULAR LA ESTABILIDAD MECANICA DE POZOS
DIRECCIONALES Y HORIZONTALES )
```

```
PROGRAM ESTABILIDAD_MECANICA_DE_POZOS;
```

```
USES
```

```
CRT,UNIEST32;
```

```
VAR
```

```
RESPUESTA,PAUSA:CHAR;
```

```
ELECCION,K:INTEGER;
```

```
BEGIN
```

```
CLRSCR;
```

```
RESPUESTA:=S';
```

```
WHILE RESPUESTA='S'DO
```

```
  BEGIN
```

```
    INICIALIZACION_DE_VARIABLEES;
```

```
    LEER_DATOS(PROF,DTC,DTS,RHOB,RAYG,PPORO);
```

```
    GRAD_SOBRECARGA(GSOB);
```

```
    ESFUERZOS_IN_SITU(SO,ST1,ST2);
```

```
    ESFUERZOS_AL_ROTAR_EJES(SX,SY,SZZ,TYZ,TXZ,TTY);
```

```
    CLRSCR;
```

```
    WRITE(' CUAL ES LA DENSIDAD DEL LODO ? (gr/cm3) = ');
```

```
    READLN(RHOM);
```

```
    RHOMA:=RHOM;
```

```
    FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
```

```
      ECUACIONES_DE_ESFUERZOS_EN_LA_PARED(SR,ST,SZ,TRT,TRZ,TTZ,
```

```
        SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3);
```

```
      ESFUERZO_DE_COHESION_DE_LA_ROCA(COH,TEN);
```

```
      FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
```

```
        CRITERIO_DE_FALLA_DE_CORTE(TAULIMITE,TAUREAL);
```

```
      RESULTADOS;
```

```
      FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
```

```
        BEGIN
```

```
          THETA[I]:=0;
```

```
          ECUACIONES_DE_ESFUERZOS_EN_LA_PARED(SR,ST,SZ,TRT,TRZ,TTZ,
```

```
            SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3);
```

```
          CRITERIO_DE_FALLA_DE_CORTE(TIAUTE,TIAURE);
```

```
        END;
```

```
      ESTADO_REAL_DEL_POZO;
```

```
      WRITELN;WRITELN;WRITELN;
```

```
      WRITELN(' *** ESPERA UNOS MINUTOS POR FAVOR ***');
```

```
      FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
```

```
        BEGIN
```

```
          RHOM:=0.5;
```

```
          BANDERA1[I]:=0;
```

```

WHILE BANDERA1[I]=0 DO
BEGIN
  THETA[I]:=1.5707963;
  ECUACIONES_DE_ESFUERZOS_EN_LA_PARED(SR,ST,SZ,TRT,TRZ,TTZ,
    SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3);
  CRITERIO_DE_FALLA_DE_CORTE(TAULIMITE,TAUREAL);
  IF (TAULIMITE[I])>=(TAUREAL[I]) THEN
    BEGIN
      RHOMIN[I]:=RHOM;
      BANDERA1[I]:=1;
    END;
  RHOM:=RHOM+0.01;
  IF RHOM>2 THEN
    BANDERA1[I]:=11;
  END;
  RHOM:=0.01;
  BANDERA2[I]:=0;
  WHILE BANDERA2[I]=0 DO
    BEGIN
      THETA[I]:=0;
      ECUACIONES_DE_ESFUERZOS_EN_LA_PARED(SR,ST,SZ,TRT,TRZ,TTZ,
        SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3);
      CRITERIO_DE_FALLA_DE_CORTE(TAULIMITE,TAUREAL);
      IF (TEN[I]) <= (TENREAL[I]) THEN
        BEGIN
          RHOMIN2[I]:=RHOM;
          BANDERA2[I]:=2;
        END;
      RHOM:=RHOM+0.01;
      IF RHOM>2 THEN
        BEGIN
          RHOMIN2[I]:=RHOM;
          BANDERA2[I]:=22;
        END;
      END;
      IF RHOMIN[I]<=RHOMIN2[I] THEN
        RHOMIN[I]:=RHOMIN2[I];
      RHOM:=RHOMIN[I]+0.01;
      BANDERA3[I]:=0;
      WHILE BANDERA3[I]=0 DO
        BEGIN
          THETA[I]:=0;
          ECUACIONES_DE_ESFUERZOS_EN_LA_PARED(SR,ST,SZ,TRT,TRZ,TTZ,
            SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3);
          CRITERIO_DE_FALLA_DE_CORTE(TAULIMITE,TAUREAL);
          IF (TEN[I]) >= (TENREAL[I]) THEN
            BEGIN
              RHOMAX[I]:=RHOM;
              BANDERA3[I]:=3;
            END;
          END;
        END;
      END;
    END;
  END;

```

```

    RHOM:=RHOM+0.01;
    IF RHOM>3 THEN
        BEGIN
            RHOMAX[I]:=RHOM;
            BANDERA3[I]:=33;
        END;
    END;
END;
{ IMPRESION DE RESULTADOS DE LOS LIMITES DE ESTABILIDAD MECANICA }
CONT:=0;
ASET:=(ESTACIONES)DIV(20);
PARTE:=(ESTACIONES)MOD(20);
IF ASET>0 THEN
    BEGIN
        FOR I:=1 TO ASET DO
            BEGIN
                CLRSCR;
                WRITELN
                ('          LIMITES DE ESTABILIDAD MECANICA');
                WRITELN;
                WRITE('          PROF DENSIDAD');
                WRITELN(' DENSIDAD DENSIDAD ');
                WRITE('          MINIMA ');
                WRITELN(' REAL MAXIMA ');
                FOR J:=1 TO 20 DO
                    BEGIN
                        CONT:=CONT+1;
                        WRITELN('          ',PROF[CONT]:5:0,
                        ' ' ,RHOMIN[CONT]:2:2,' ' ,
                        RHOMA:2:2,' ' ,RHOMAX[CONT]:2:2);
                    END;
                READLN;
            END;
            CLRSCR;
            WRITELN
            ('          LIMITES DE ESTABILIDAD MECANICA');
            WRITELN;
            WRITE('          PROF DENSIDAD');
            WRITELN(' DENSIDAD DENSIDAD ');
            WRITE('          MINIMA ');
            WRITELN(' REAL MAXIMA ');
            FOR I:=1 TO PARTE DO
                BEGIN
                    CONT:=CONT+1;
                    WRITELN('          ',PROF[CONT]:5:0,
                    ' ' ,RHOMIN[CONT]:2:2,' ' ,
                    RHOMA:2:2,' ' ,RHOMAX[CONT]:2:2);
                END;
            READLN;
        END
    END

```

```
ELSE
  BEGIN
    CLRSCR;
    WRITELN
    ('      LIMITES DE ESTABILIDAD MECANICA');
    WRITELN;
    WRITE('      PROF DENSIDAD');
    WRITELN('  DENSIDAD  DENSIDAD ');
    WRITE('      MINIMA ');
    WRITELN('  REAL  MAXIMA ');
    FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
      WRITELN('      'PROF[I]:5:0,
        'RHOMIN[I]:2:2,'
        'RHOMA:2:2,' 'RHOMAX[I]:2:2);
    READLN;
  END;
```

```
WRITELN;WRITE(" DESEAS REALIZAR OTRO CALCULO ? (S/N) :");
RESPUESTA:=UPCASE(READKEY);
WRITELN;
```

```
END;
END.
```

UNIT UNIEST32; {PROCEDIMIENTOS PARA EL CALCULO DE LA }
{ ESTABILIDAD MECANICA DEL POZO }

INTERFACE

USES

CRT;

TYPE

ARREGLO=ARRAY[1..100] OF REAL;

VAR

PROF,PROFV,DTC,DTS,RHOB,RAYG,PPORO,GSOB,SO,ST1,ST2,

POISSON,SX,SY,SZZ,TYZ,TXZ,XTY,PHI,GAMMA,SR,ST,SZ,TRT,TRZ,TTZ,

THETA,EIGEN1,EIGEN2,EIGEN3,SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3,GR,ALFA,ACTE,

KB,CB,E,VCLAY,COH,TAULIMITE,TAUREAL,SIGMAEFEC,TEN,TENREAL,

RHOMIN,RHOMIN2,RHOMAX,BANDERA1,BANDERA2,BANDERA3,TIAUTE,

TIAURE:ARREGLO;

ESTACIONES,I,CONT,ASET,PARTE,J,FORMN:INTEGER;

RHOM,RHOMA,A,R,GR1,GR2,VALOR:REAL;

PROCEDURE

INICIALIZACION_DE_VARIABLEES;

PROCEDURE

PROF_VERTICAL(VAR GAMMA,PHI,THETA,PROFV:ARREGLO);

PROCEDURE

LEER_DATOS(VAR PROF,DTC,DTS,RHOB,RAYG,PPORO:ARREGLO);

PROCEDURE

GRAD_SOBRECARGA(VAR GSOB:ARREGLO);

PROCEDURE

ESFUERZOS_IN_SITU(VAR SO,ST1,ST2:ARREGLO);

PROCEDURE

ESFUERZOS_AL_ROTAR_EJES(VAR SX,SY,SZZ,TYZ,TXZ,XTY:ARREGLO);

PROCEDURE

ECUACIONES_GENERALES_DE_ESFUERZOS(VAR A,R:REAL;VAR SR,ST,SZ,TRT,
TRZ,TTZ,SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3:ARREGLO);

PROCEDURE

ECUACIONES_DE_ESFUERZOS_EN_LA_PARED(VAR SR,ST,SZ,TRT,TRZ,TTZ,
SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3:ARREGLO);

PROCEDURE

ESFUERZO_DE_COHESION_DE_LA_ROCA(VAR COH,TEN:ARREGLO);

PROCEDURE

CRITERIO_DE_FALLA_DE_CORTÉ(VAR TAULIMITE,TAUREAL:ARREGLO);

```
PROCEDURE
RESULTADOS;
```

```
PROCEDURE
ESTADO_REAL_DEL_POZO;
```

```
IMPLEMENTATION
```

```
VAR
OPCION:CHAR;
SIGMA,SIGMAPAR:ARREGLO;
```

```
PROCEDURE
INICIALIZACION_DE_VARIABLES;
```

```
BEGIN
  CLRSCR;
  WRITELN(' ***** ESTABILIDAD MECANICA *****');
  WRITELN;WRITELN;
  WRITE(' DESEAS PONER EN CERO TODAS LAS VARIABLES ? (S/N) ');
  OPCION:=UPCASE(READKEY);
  IF OPCION='S' THEN
    BEGIN
      FOR I:=1 TO 100 DO {INICIALIZACION DE VARIABLES }
        BEGIN
          PROF[I]:=0; {PROFUNDIDAD DESARROLLADA }
          PROFV[I]:=0; {PROFUNDIDAD VERTICAL }
          DTC[I]:=0; {TIEMPO DE TRANSITO ONDA COMPRESIONAL }
          DTS[I]:=0; {TIEMPO DE TRANSITO ONDA DE CORTE }
          RHOB[I]:=0; {DENSIDAD DE LA ROCA }
          RAYG[I]:=0; {LECTURA DE RAYOS GAMMA NATURALES }
          PPRO[I]:=0; {PRESION DE PORO }
          GSOB[I]:=0; {GRADIENTE DE SOBRECARGA }
          SO[I]:=0; {ESFUERZO VERTICAL ORIGINAL IN-SITU }
          ST1[I]:=0; {ESF. HORIZONTAL X ORIGINAL IN-SITU }
          ST2[I]:=0; {ESF. HORIZONTAL Y ORIGINAL IN-SITU }
          SX[I]:=0; {ESF. NORMAL ORIENTADO AL EJE X DEL POZO}
          SY[I]:=0; {ESF. NORMAL ORIENTADO AL EJE Y DEL POZO}
          SZZ[I]:=0; {ESF. NORMAL ORIENTADO AL EJE Z DEL POZO}
          TYZ[I]:=0; {ESF. DE CORTE Y Z EN EL POZO }
          TXZ[I]:=0; {ESF. DE CORTE X Z EN EL POZO }
          TXY[I]:=0; {ESF. DE CORTE X Y EN EL POZO }
          SR[I]:=0; {ESFUERZO RADIAL }
          ST[I]:=0; {ESFUERZO TANGENCIAL }
          SZ[I]:=0; {ESFUERZO AXIAL }
          TRT[I]:=0; {ESFUERZO CORTANTE R THETA }
          TRZ[I]:=0; {ESFUERZO CORTANTE R Z }
          TTZ[I]:=0; {ESFUERZO CORTANTE THETA Z }
          EIGEN1[I]:=0; {PRIMER VALOR CARACTERISTICO }
```

```

EIGEN2[I]:=0; {SEGUNDO VALOR CARACTERISTICO }
EIGEN3[I]:=0; {TERCER VALOR CARACTERISTICO }
SIGMA1[I]:=0; {ESFUERZO PRINCIPAL MAXIMO }
SIGMA2[I]:=0; {ESFUERZO PRINCIPAL INTERMEDIO }
SIGMA3[I]:=0; {ESFUERZO PRINCIPAL MINIMO }
VCLAY[I]:=0; {VOLUMEN DE ARCILLA }
E[I]:=0; {MODULO DE ELASTICIDAD DE LA ROCA }
KB[I]:=0; {MODULO DE VOLUMEN DE LA ROCA }
CB[I]:=0; {MODULO DE COMPRESIBILIDAD DE LA ROCA }
ACTE[I]:=0; {RELACION ENTRE COHESION Y CORTE }
ALFA[I]:=0; {ANGULO DE FRICCION INTERNA DE LA ROCA }
COH[I]:=0; {RESISTENCIA DE COHESION DE LA ROCA }
TEN[I]:=0; {RESISTENCIA A LA TENSION DE LA ROCA }
SIGMAEFEC[I]:=0; {ESFZO EFECTIVO NORMAL AL PLANO DE FALLA}
TAULIMITE[I]:=0; {ESFZO DE CORTE EN LA ENVOLVENTE DE MOHR}
TAUREAL[I]:=0; {ESFZO DE CORTE REAL EN EL PLANO DE FALLA}
RHOMIN[I]:=0; {DENSIDAD MINIMA PARA EVITAR FALLA }
RHOMAX[I]:=0; {DENSIDAD MAXIMA PARA EVITAR FALLA }
END;
RHM:=0; {DENSIDAD DEL LODO }
GR1:=0; {LECTURA DE RAYOS GAMMA EN 100% LUTITA }
GR2:=0; {LECTURA DE RAYOS GAMMA EN 0% LUTITA }
FORMN:=0; {TIPO DE FORMACION }
END;
END;

```

PROCEDURE SONICO_DE_CORTE(DTC:ARREGLO;VAR DTS:ARREGLO);

```

BEGIN
  CLRSCR;
  OPCION:= ' ';
  WRITELN('DESEAS DARMER DATOS DE LA LITOLOGIA ?');
  WRITELN('SI TU RESPUESTA ES NEGATIVA DEBERAS PROPORCIONAR');
  WRITE('EL TIEMPO DE TRANSITO DE LA ONDA DE CORTE. (S/N):');
  OPCION:=UPCASE(READKEY);
  IF OPCION='S' THEN
    BEGIN
      FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
        BEGIN
          CLRSCR;
          WRITELN('ESTACION #',I);
          WRITELN;WRITELN;WRITELN;
          WRITELN('DIFERENTES TIPOS DE FORMACION');
          WRITELN;WRITELN;
          WRITELN('1.- ANHIDRITA');
          WRITELN('2.- ARCILLA PURA');
          WRITELN('3.- DOLOMIA');
          WRITELN('4.- CALIZA LIMPIA');
          WRITELN('5.- CALIZA ARCILLOSA');
          WRITELN('6.- MUDSTONE');
          WRITELN('7.- SAL');
          WRITELN('8.- ARENISCA LIMPIA');
        END
      END
    END
  END

```

```
WRITELN('9.- ARENISCA ARCILLOSA');
WRITELN('10.-LUTITA LIMPIA');
WRITELN('11.-LUTITA ARENOSA');
WRITELN;WRITELN;WRITELN;
WRITELN('TECLEA EL NUMERO DEL TIPO DE FORMACION');
WRITE('A LA PROFUNDIDAD DESARROLLADA DE,PROF[I]:8:0.' );
READLN(FORMN);
```

CASE FORMN OF

```
1 : DTS[I]:=DTC[I]*2.45;
2 : DTS[I]:=DTC[I]*3.2;
3 : DTS[I]:=DTC[I]*1.8;
4 : DTS[I]:=DTC[I]*1.9;
5 : DTS[I]:=DTC[I]*2.3;
6 : DTS[I]:=DTC[I]*1.85;
7 : DTS[I]:=DTC[I]*2.15;
8 : DTS[I]:=DTC[I]*1.6;
9 : DTS[I]:=DTC[I]*1.85;
10 : DTS[I]:=DTC[I]*1.75;
11 : DTS[I]:=DTC[I]*1.80;
END;
END;
END
ELSE
BEGIN
FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
BEGIN
CLRSCR;
WRITELN
(' ***** ESTABILIDAD MECANICA *****');
WRITELN;WRITELN;
WRITELN(' **** ESTACION #'I' ****);
WRITELN;
WRITE('TIEMPO DE TRANSITO CIZALLAMIENTO (micro seg/pie) = ');
READLN(DTS[I]);
END;
END;
END;
```

PROCEDURE

PROF_VERTICAL(VAR GAMMA,PHI,THETA,PROFV:ARREGLO);

VAR

OPCION:CHAR;

I:INTEGER;

BEGIN

CLRSCR;

OPCION:= ' ';

```

WRITE("DESEAS DARME DATOS DE ANGULO,RUMBO O PROF.VERTICAL ? (S/N):");
OPCION:=UPCASE(READKEY);
IF OPCION='S' THEN
  BEGIN
    WRITELN;
    WRITE(" EL POZO ES VERTICAL ? (S/N) : ");
    OPCION:=UPCASE(READKEY);
    IF OPCION='S' THEN
      BEGIN
        FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
          BEGIN
            PHI[I]:=0;
            GAMMA[I]:=0;
            THETA[I]:=1.5707963;
            PROFV[I]:=PROF[I];
          END;
        END
      END
    ELSE
      BEGIN
        WRITELN;
        WRITELN("DAME ANGULO(grad),AZIMUTH(grad),PROF.VERTICAL (m)");
        WRITELN;
        FOR I:= 1 TO ESTACIONES DO
          BEGIN
            THETA[I]:=1.5707963; {radianes} {equivale a 90 grados}
            WRITELN(" ESTACION # 'I);
            WRITE("ANGULO DE INCLINACION (grados) = ");
            READLN(GAMMA[I]);
            GAMMA[I]:=GAMMA[I]*3.1416/180; {conversion a radianes}
            WRITE("AZIMUTH (grados) =");
            READLN(PHI[I]);
            PHI[I]:=PHI[I]*3.1416/180; {conversion a radianes}
            WRITE("PROF. DESARROLLADA =",PROF[I]:5:2
              , ' PROF. VERTICAL = ');
            READLN(PROFV[I]);
          END;
        END;
      END;
    END;
  END;

```

```

PROCEDURE
LEER_DATOS(VAR PROF,DTC,DTS,RHOB,RAYG,PPORO:ARREGLO);

```

```

BEGIN
  CLRSCR;
  OPCION:=' ';
  WRITELN(" ***** ESTABILIDAD MECANICA *****");
  WRITELN;WRITELN;
  WRITE(" " CUANTAS ESTACIONES DE PROFUNDIDAD SON ? :");
  READLN(ESTACIONES);WRITELN;

```

```

WRITE('    DESEAS DARMELA PROFUNDIDAD DESARROLLADA? (S/N) :');
OPCION:=UPCASE(READKEY);
IF OPCION ='S'THEN
BEGIN
  FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
  BEGIN
    CLRSCR;
    WRITELN
    ('    ***** ESTABILIDAD MECANICA *****');
    WRITELN;WRITELN;
    WRITELN('    **** ESTACION # 'I,' *****');
    WRITELN;
    WRITE('PROFUNDIDAD DESARROLLADA (mts) = ');
    READLN(PROF[I]);
    END;
  END;
END;

```

```

CLRSCR;
WRITE('    DESEAS DARMEL TIEMPO DE TRANSITO (ms/p) (S/N) :');
OPCION:=UPCASE(READKEY);
IF OPCION ='S'THEN
BEGIN
  FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
  BEGIN
    CLRSCR;
    WRITELN
    ('    ***** ESTABILIDAD MECANICA *****');
    WRITELN;WRITELN;
    WRITELN('    **** ESTACION # 'I,' *****');
    WRITELN;
    WRITE('TIEMPO DE TRANSITO COMPRESIONAL (micro seg/pie) = ');
    READLN(DTC[I]);
    END;
  END;
END;

```

```

CLRSCR;
WRITE('    DESEAS DARMELA DENSIDAD DE LA ROCA ? (gr/cm3) (S/N) :');
OPCION:=UPCASE(READKEY);
IF OPCION ='S'THEN
BEGIN
  FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
  BEGIN
    CLRSCR;
    WRITELN
    ('    ***** ESTABILIDAD MECANICA *****');
    WRITELN;WRITELN;
    WRITELN('    **** ESTACION # 'I,' *****');
    WRITELN;
    WRITE('DENSIDAD DE LA ROCA (gr/cm3) = ');
    READLN(RHOB[I]);
    END;
  END;
END;

```

```

CLRSCR;

```

```

WRITE(" DESEAS DARME LECTURAS DE RAYOS GAMA ? (API) (S/N) :");
OPCION:=UPCASE(READKEY);WRITELN;
IF OPCION ='S'THEN
  BEGIN
    WRITE
    (DAME LA LECTURA DE RAYOS GAMMA EN 100% LUTITA (API) MAX = ');
    READLN(GR1);
    WRITE
    (DAME LA LECTURA DE RAYOS GAMMA EN 0% DE LUTITA, MINIMA = ');
    READLN(GR2);
    FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
      BEGIN
        CLRSCR;
        WRITELN
        (' ***** ESTABILIDAD MECANICA *****');
        WRITELN;WRITELN;
        WRITELN(' ***** ESTACION #'I,' *****');
        WRITELN;
        WRITE('RAYOS GAMMA NATURALES (API) = ');
        READLN(RAYG[I]);
        END;
      END;
    END;
  END;

```

```

SONICO_DE_CORTE(DTC,DTS);
PROF_VERTICAL(GAMMA,PHI,THETA,PROFV);

```

```

CLRSCR;
WRITELN;
WRITE(" CONOCES LA PRESION DE PORO EN CADA PUNTO ? (S/N) :");
OPCION:=UPCASE(READKEY);WRITELN;
IF OPCION='N' THEN
  BEGIN
    FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
      PPORO[I]:=PROFV[I]*1.07/10;
    END
  ELSE
    BEGIN
      WRITE(" DESEAS DARME DATOS DE PRESION DE PORO? (S/N):");
      OPCION:=UPCASE(READKEY);
      IF OPCION='S' THEN
        BEGIN
          FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
            BEGIN
              WRITELN;
              WRITE
              ('ESTACION #'I,' PRESION DE PORO (kg/cm2) = ');
              READLN(PPORO[I]);
            END;
          END;
        END;
      END;
    END;
  END;

```

```

END;

```

PROCEDURE

GRAD_SOBRECARGA(VAR GSOB:ARREGLO); (ESTA EN kg/cm2/metro)

BEGIN

SIGMA[1]:=(RHOB[1]*PROFV[1])/10;

SIGMAPAR[1]:=SIGMA[1];

GSOB[1]:=SIGMAPAR[1]/PROFV[1];

IF ESTACIONES>1 THEN

BEGIN

FOR I:=2 TO ESTACIONES DO

BEGIN

SIGMA[I]:=(RHOB[I]*(PROFV[I]-PROFV[I-1]))/10;

SIGMAPAR[I]:=SIGMAPAR[I-1]+SIGMA[I];

GSOB[I]:=SIGMAPAR[I]/PROFV[I];

END;

END;

END;

PROCEDURE

ESFUERZOS_IN_SITU(VAR SO,ST1,ST2:ARREGLO);

BEGIN

FOR I:=1 TO ESTACIONES DO

BEGIN

POISSON[I]:=(0.5*SQR(DTS[I]/DTC[I])-1)/(SQR(DTS[I]/DTC[I])-1);

SO[I]:=GSOB[I]*PROFV[I];

ST1[I]:=(POISSON[I]/(1-POISSON[I]))*(SO[I]-PPORO[I])+PPORO[I];

ST2[I]:=ST1[I];

END;

END;

PROCEDURE

ESFUERZOS_AL_ROTAR_EJES(VAR SX,SY,SZZ,TYZ,TXZ,TXY:ARREGLO);

BEGIN

FOR I:=1 TO ESTACIONES DO

BEGIN

SX[I]:=(ST1[I]*SQR(COS(PHI[I]))+ST2[I]*SQR(SIN(PHI[I])))*
SQR(COS(GAMMA[I]))+SO[I]*SQR(SIN(GAMMA[I]));

SY[I]:=(ST1[I]*SQR(SIN(PHI[I]))+ST2[I]*SQR(COS(PHI[I])));

SZZ[I]:=(ST1[I]*SQR(COS(PHI[I]))+ST2[I]*SQR(SIN(PHI[I])))*
SQR(SIN(GAMMA[I]))+SO[I]*SQR(COS(GAMMA[I]));

TYZ[I]:=0.5*(ST2[I]-ST1[I])*SIN(2*GAMMA[I])*SIN(GAMMA[I]);

```
TXZ[I]:=0.5*(ST1[I]*SQR(COS(PHI[I]))+ST2[I]*SQR(SIN(PHI[I]))
-SO[I])*SIN(2*GAMMA[I]);
```

```
TXY[I]:=0.5*(ST2[I]-ST1[I])*SIN(2*PHI[I])*COS(GAMMA[I]);
```

```
END;
```

```
END;
```

PROCEDURE

```
ECUACIONES_GENERALES_DE_ESFUERZOS(VAR A,R:REAL;VAR SR,ST,SZ,TRT,
TRZ,TZ,SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3:ARREGLO);
```

```
VAR
```

```
OPCION:CHAR;
```

```
BEGIN
```

```
CLRSR;
```

```
OPCION:= ' ';
```

```
WRITE(' CUAL ES LA DENSIDAD DEL LODO ? (gr/cm3) = ');
```

```
READLN(RHOM);
```

```
WRITE(' DESEAS EL CALCULO EN LA PARED DEL POZO? (S/N) = ');
```

```
OPCION:=UPCASE(READKEY);
```

```
IF OPCION='N' THEN
```

```
  BEGIN
```

```
    WRITELN(' A QUE DISTANCIA DEL EJE DEL POZO DESEAS CALCULAR - ');
```

```
    WRITE(' EL ESTADO DE ESFUERZOS ? (mts) a = ');
```

```
    READLN(A);
```

```
    WRITE(' DAME EL VALOR DEL RADIO DE DRENE DEL POZO r = ');
```

```
    READLN(R);
```

```
    FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
```

```
      BEGIN
```

```
        SR[I]:=0.5*(SX[I]+SY[I])*(1-(SQR(A)/SQR(R)))+0.5*
        (SX[I]-SY[I])*(1+(3*(EXP(4*LN(A)))/(EXP(4*LN(R))))
        -(4*SQR(A)/SQR(R)))*COS(2*THETA[I])+TXY[I]*
        (1+(3*(EXP(4*LN(A)))/(EXP(4*LN(R))))-(4*SQR(A)/
        SQR(R)))*SIN(2*THETA[I])+SQR(A)*RHOM*PROFV[I]/(
        10*SQR(R));
```

```
        ST[I]:=0.5*(SX[I]+SY[I])*(1+(SQR(A)/SQR(R)))-0.5*(SX[I]-
        SY[I])*(1+(3*(EXP(4*LN(A)))/(EXP(4*LN(R)))))*COS
        (2*THETA[I])-TXY[I]*(1+(3*(EXP(4*LN(A)))/(EXP(4*LN
        (R)))))*SIN(2*THETA[I])-SQR(A)*RHOM*PROFV[I]/(10*
        SQR(R));
```

```
        SZ[I]:=SZZ[I]-2*POISSON[I]*(SX[I]-SY[I])*SQR(A)*COS(2*THETA
        [I])/SQR(R)-4*POISSON[I]*TXY[I]*SQR(A)*SIN(2*THETA[I]
        )/SQR(R);
```

```

BEGIN
  SIGMA1[I]:=EIGEN1[I];
  IF EIGEN2[I]>EIGEN3[I] THEN
    BEGIN
      SIGMA2[I]:=EIGEN2[I];
      SIGMA3[I]:=EIGEN3[I];
    END
  ELSE
    BEGIN
      SIGMA3[I]:=EIGEN2[I];
      SIGMA2[I]:=EIGEN3[I];
    END;
  END;
END;

IF EIGEN2[I]>EIGEN1[I] THEN
  IF EIGEN2[I]>EIGEN3[I] THEN
    BEGIN
      SIGMA1[I]:=EIGEN2[I];
      IF EIGEN1[I]>EIGEN3[I] THEN
        BEGIN
          SIGMA2[I]:=EIGEN1[I];
          SIGMA3[I]:=EIGEN3[I];
        END
      ELSE
        BEGIN
          SIGMA2[I]:=EIGEN3[I];
          SIGMA3[I]:=EIGEN1[I];
        END;
      END;
    END;
  END;

IF EIGEN3[I]>EIGEN1[I] THEN
  IF EIGEN3[I]>EIGEN2[I] THEN
    BEGIN
      SIGMA1[I]:=EIGEN3[I];
      IF EIGEN1[I]>EIGEN2[I] THEN
        BEGIN
          SIGMA2[I]:=EIGEN1[I];
          SIGMA3[I]:=EIGEN2[I];
        END
      ELSE
        BEGIN
          SIGMA2[I]:=EIGEN2[I];
          SIGMA3[I]:=EIGEN1[I];
        END;
      END;
    END;
  END;
END;

```

PROCEDURE

ESFUERZO_DE_COHESION_DE_LA_ROCA(VAR COH,TEN:ARREGLO);

BEGIN

CLRSR;

WRITE('EL ANGULO DE FRICCION INTERNA DE LA ROCA ES VARIABLE? (S/N):');

OPCION:=UPCASE(READKEY);

IF OPCION='S' THEN

BEGIN

CLRSR;

FOR I:=1 TO ESTACIONES DO

BEGIN

WRITE('ESTACION #',I);

WRITE

('DAME ANGULO DE FRICCION INTERNA DE LA ROCA (grad) ALFA= ');

READLN(ALFA[I]);

ALFA[I]:=ALFA[I]*3.1416/180;

END;

END

ELSE

BEGIN

WRITELN;

WRITE('DAME ANGULO DE FRICCION INTERNA DE LA ROCA (grad) ALFA= ');

READLN(VALOR);

FOR I:=1 TO ESTACIONES DO

ALFA[I]:=VALOR*3.1416/180;

END;

FOR I:=1 TO ESTACIONES DO

BEGIN

ACTE[I]:=2*COS(ALFA[I])/(1-SIN(ALFA[I]));

KB[I]:=RHOB[I]*((1/SQR(DTC[I]))-(4/(3*SQR(DTS[I]))));

CB[I]:=1/KB[I];

E[I]:=2*RHOB[I]*(1+POISSON[I])/(SQR(DTS[I]));

VCLAY[I]:=(RAYG[I]-GR1)/(GR2-GR1);

COH[I]:=(ACTE[I]*0.02585*E[I]*(0.008*VCLAY[I]+0.0045*(1-VCLAY[I]))*KB[I]*SQR(7.19972E09)/(1E+06))/14.22;

TEN[I]:=-COH[I]/12;

END;

END;

```
TRT[I]:=(0.5*(SX[I]-SY[I])*SIN(2*THETA[I])+TXY[I]*COS(2*
THETA[I]))*(1-(3*(EXP(4*LN(A)))/(EXP(4*LN(R)))))+
2*SQR(A)/SQR(R));
```

```
TRZ[I]:=(TXZ[I]*COS(THETA[I])+TYZ[I]*SIN(THETA[I]))*(1-SQR(
A)/SQR(R));
```

```
TTZ[I]:=(-TXZ[I]*SIN(THETA[I])+TYZ[I]*COS(THETA[I]))*(1+
SQR(A)/SQR(R));
```

```
END;
```

```
END;
```

```
END;
```

```
PROCEDURE
```

```
ECUACIONES_DE_ESFUERZOS_EN_LA_PARED(VAR SR,ST,SZ,TRT,TRZ,TTZ,
SIGMA1,SIGMA2,SIGMA3:ARREGLO);
```

```
BEGIN {ECS. REDUCIDAS PARA VALUAR ESFUERZOS EN LA PARED}
SR[I]:=-RHOM*PROFV[I]/10;
```

```
ST[I]:=(SX[I]+SY[I]-(RHOM*PROFV[I]/10))-2*(SX[I]-SY[I])*
COS(2*THETA[I])-4*TXY[I]*SIN(2*THETA[I]);
```

```
SZ[I]:=-SZZ[I]-2*POISSON[I]*(SX[I]-SY[I])*COS(2*THETA[I])
-4*POISSON[I]*TXY[I]*SIN(2*THETA[I]);
```

```
TRT[I]:=0;
```

```
TRZ[I]:=0;
```

```
TTZ[I]:=2*(-TXZ[I]*SIN(THETA[I])+TYZ[I]*COS(THETA[I]));
```

```
{LOS EIGENVALORES DE LA MATRIZ DE ESFUERZOS SON: }
```

```
EIGEN1[I]:=-SR[I];
```

```
EIGEN2[I]:=0.5*(ST[I]+SZ[I])+0.5*SQR(SQR(ST[I]-
SZ[I])+(4*SQR(TTZ[I])));
```

```
EIGEN3[I]:=0.5*(ST[I]+SZ[I])-0.5*SQR(SQR(ST[I]-
SZ[I])+(4*SQR(TTZ[I])));
```

```
{ ESFUERZOS PRINCIPALES A PARTIR DE LA MAGNITUD DE LOS }
{ VALORES CARACTERISTICOS }
```

```
IF EIGEN1[I]>EIGEN2[I] THEN
IF EIGEN1[I]>EIGEN3[I] THEN
```

PROCEDURE

CRITERIO_DE_FALLA_DE_CORTE(VAR TAULIMITE,TAUREAL:ARREGLO);

BEGIN

SIGMAEFEC[I]:=0.5*(SIGMA1[I]+SIGMA3[I])-0.5*(SIGMA1[I]-SIGMA3[I])
)*COS(2*ALFA[I])-PPORO[I];

TAULIMITE[I]:=COH[I]+(SIGMAEFEC[I])*(SIN(ALFA[I]/COS(ALFA[I])));

TAUREAL[I]:=0.5*(SIGMA1[I]-SIGMA3[I])*COS(ALFA[I]);

TENREAL[I]:=SIGMA3[I]-PPORO[I];

END;

PROCEDURE RESULTADOS;

BEGIN

CONT:=0;

ASET:=(ESTACIONES)DIV(20);

PARTE:=(ESTACIONES)MOD(20);

IF ASET>0 THEN

BEGIN

FOR I:=1 TO ASET DO

BEGIN

CLRSCR;

WRITELN(' DATOS PARA EL CALCULO DE LA ESTABILIDAD');

WRITELN

(' PROF DTC DTS RHOB RAYG PPORO ');

WRITELN

(' (mts) (mms/p) (mms/p) (gr/cm3) (API) (kg/cm2)');

WRITELN;

FOR J:=1 TO 20 DO

BEGIN

CONT:=CONT+1;

WRITELN(' PROF[CONT]:5:0,' ,DTC[CONT]:5:0,

' ,DTS[CONT]:5:0,' ,RHOB[CONT]:2:2,' ,

RAYG[CONT]:5:0,' ,PPORO[CONT]:5:0);

END;

READLN;

END;

CLRSCR;

WRITELN(' DATOS PARA EL CALCULO DE LA ESTABILIDAD');

WRITELN;

WRITELN

(' PROF DTC DTS RHOB RAYG PPORO ');

WRITELN

(' (mts) (mms/p) (mms/p) (gr/cm3) (API) (kg/cm2)');

WRITELN;

```
FOR I:=1 TO PARTE DO
```

```
  BEGIN
```

```
    CONT:=CONT+1;
```

```
    WRITELN(' ,PROF[CONT]:5:0,' ,DTC[CONT]:5:0,
```

```
    ' ,DTS[CONT]:5:0,' ,RHOB[CONT]:2:2,' ,
```

```
    RAYG[CONT]:5:0,' ,PPORO[CONT]:5:0);
```

```
  END;
```

```
  READLN;
```

```
  END
```

```
ELSE
```

```
  BEGIN
```

```
    CLRSCR;
```

```
    WRITELN('          DATOS PARA EL CALCULO DE LA ESTABILIDAD');
```

```
    WRITELN;
```

```
    WRITELN
```

```
    (' PROF      DTC      DTS      RHOB      RAYG      PPORO ');
```

```
    WRITELN
```

```
    (' (mts)    (mms/p) (mms/p) (gr/cm3) (API) (kg/cm2)');
```

```
    WRITELN;
```

```
    FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
```

```
      WRITELN(' ,PROF[I]:5:0,' ,DTC[I]:5:0,' ,DTS[I]
```

```
      :5:0,' ,RHOB[I]:2:2,' ,RAYG[I]:5:0,
```

```
      ' ,PPORO[I]:5:0);
```

```
    READLN;
```

```
  END;
```

```
CONT:=0;
```

```
ASET:=(ESTACIONES)DIV(20);
```

```
PARTE:=(ESTACIONES)MOD(20);
```

```
IF ASET>0 THEN
```

```
  BEGIN
```

```
    FOR I:=1 TO ASET DO
```

```
      BEGIN
```

```
        CLRSCR;
```

```
        WRITELN
```

```
        (' ESFUERZOS ORIGINALES Y ROTADOS AL EJE DEL POZO');
```

```
        WRITE(' EST PROF GRAD POISSON');
```

```
        WRITELN(' SIGMA SIGMA SX SY SZZ');
```

```
        WRITE(' VERT SCARGA ');
```

```
        WRITELN(' OVERB. T1 T2 ');
```

```
        WRITELN;
```

```
      FOR J:=1 TO 20 DO
```

```
        BEGIN
```

```
          CONT:=CONT+1;
```

```
          WRITELN(' ,CONT:2,' ,PROFV[CONT]:4:0,' ,
```

```
          GSOB[CONT]:2:4,' ,POISSON[CONT]:1:4,' ,
```

```
          SO[CONT]:4:0,' ,ST1[CONT]:4:0,' ,SX[CONT]:4:0,
```

```
          ' ,SY[CONT]:4:0,' ,SZZ[CONT]:4:0);
```

```

    END;
    READLN;
    END;
    CLRSCR;
    WRITELN
    ('      ESFUERZOS ORIGINALES Y ROTADOS AL EJE DEL POZO');
    WRITELN;
    WRITE(' EST PROF GRAD POISSON');
    WRITELN(' SIGMA SIGMA SX SY SZZ');
    WRITE(' VERT SCARGA ');
    WRITELN(' OVERB. T1 T2 ');
    FOR I:=1 TO PARTE DO
    BEGIN
        CONT:=CONT+1;
        WRITELN(' ,CONT:2,' ,PROFV[CONT]:4:0,' ,
        GSOB[CONT]:2:4,' ,POISSON[CONT]:1:4,' ,
        SO[CONT]:4:0,' ,ST1[CONT]:4:0,' ,SX[CONT]:4:0,
        ' ,SY[CONT]:4:0,' ,SZZ[CONT]:4:0);
    END;
    READLN;
    END
ELSE
    BEGIN
        CLRSCR;
        WRITELN
        ('      ESFUERZOS ORIGINALES Y ROTADOS AL EJE DEL POZO');
        WRITELN;
        WRITE(' EST PROF GRAD POISSON');
        WRITELN(' SIGMA SIGMA SX SY SZZ');
        WRITE(' VERT SCARGA ');
        WRITELN(' OVERB. T1 T2 ');
        FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
            WRITELN(' ,I:2,' ,PROFV[I]:4:0,' ,
            GSOB[I]:2:4,' ,POISSON[I]:1:4,' ,
            SO[I]:4:0,' ,ST1[I]:4:0,' ,SX[I]:4:0,
            ' ,SY[I]:4:0,' ,SZZ[I]:4:0);
        END;
    END;
    READLN;
    END;

```

```

CONT:=0;
ASET:=(ESTACIONES)DIV(20);
PARTE:=(ESTACIONES)MOD(20);
IF ASET>0 THEN
    BEGIN
        FOR I:=1 TO ASET DO
            BEGIN
                CLRSCR;
                WRITE('      ESFUERZOS NORMALES ');
                WRITELN(' DE CORTE Y ESFUERZOS PRINCIPALES ');
            END;
        END;
    END;

```

```

WRITE(' EST ESFZO ESFZO ESFZO CORTE');
WRITELN(' CORTE CORTE PRINC PRINC PRINC');
WRITE(' R THETA Z TRT');
WRITELN(' TRZ TTZ 1 2 3 ');
WRITELN;
FOR J:=1 TO 20 DO
  BEGIN
    CONT:=CONT+1;
    WRITELN(' ,CONT:2,' ,SR[CONT]:4:0,
      ' ,ST[CONT]:4:0,' ,SZ[CONT]:4:0,' ,TRT[CONT]:4:0,
      ' ,TRZ[CONT]:4:0,' ,TTZ[CONT]:4:0,' ',
      SIGMA1[CONT]:4:0,' ,SIGMA2[CONT]:4:0,' ',
      SIGMA3[CONT]:4:0);
    END;
  READLN;
END;
CLRSCR;
WRITE(' ESFUERZOS NORMALES ');
WRITELN(' DE CORTE Y ESFUERZOS PRINCIPALES ');
WRITELN;
WRITE(' EST ESFZO ESFZO ESFZO CORTE');
WRITELN(' CORTE CORTE PRINC PRINC PRINC');
WRITE(' R THETA Z TRT');
WRITELN(' TRZ TTZ 1 2 3 ');
FOR I:=1 TO PARTE DO
  BEGIN
    CONT:=CONT+1;
    WRITELN(' ,CONT:2,' ,SR[CONT]:4:0,
      ' ,ST[CONT]:4:0,' ,SZ[CONT]:4:0,' ,TRT[CONT]:4:0,
      ' ,TRZ[CONT]:4:0,' ,TTZ[CONT]:4:0,' ',
      SIGMA1[CONT]:4:0,' ,SIGMA2[CONT]:4:0,' ',
      SIGMA3[CONT]:4:0);
    END;
  READLN;
END
ELSE
  BEGIN
    CLRSCR;
    WRITE(' ESFUERZOS NORMALES ');
    WRITELN(' DE CORTE Y ESFUERZOS PRINCIPALES ');
    WRITELN;
    WRITE(' EST ESFZO ESFZO ESFZO CORTE');
    WRITELN(' CORTE CORTE PRINC PRINC PRINC');
    WRITE(' R THETA Z TRT');
    WRITELN(' TRZ TTZ 1 2 3 ');
    FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
      WRITELN(' ,I:2,' ,SR[I]:4:0,
        ' ,ST[I]:4:0,' ,SZ[I]:4:0,' ,TRT[I]:4:0,
        ' ,TRZ[I]:4:0,' ,TTZ[I]:4:0,' ,SIGMA1[I]:4:0,
        ' ,SIGMA2[I]:4:0,' ,SIGMA3[I]:4:0);
    
```

```

READLN;
END;

CONT:=0;
ASET:=(ESTACIONES)DIV(20);
PARTE:=(ESTACIONES)MOD(20);
IF ASET>0 THEN
  BEGIN
    FOR I:=1 TO ASET DO
      BEGIN
        CLRSCR;
        WRITE(' PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA');
        WRITELN(' Y ESFUERZOS DE CORTE');
        WRITE(' EST PROF MODULO KB');
        WRITELN(' COHESION CORTE CORTE');
        WRITE('      YOUNG ');
        WRITELN('      LIMITE REAL');
        WRITELN;
        FOR J:=1 TO 20 DO
          BEGIN
            CONT:=CONT+1;
            WRITELN(' ',CONT:2,' ',PROF[CONT]:5:0,' ',
              E[CONT]*1.34E10:9:0,' ',KB[CONT]*1.34E10:9:0,' ',
              ' ',COH[CONT]:4:0,' ',TAULIMITE[CONT]:4:0,' ',
              ' ',TAUREAL[CONT]:4:0);
          END;
          READLN;
        END;
        CLRSCR;
        WRITE(' PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA');
        WRITELN(' Y ESFUERZOS DE CORTE');
        WRITELN;
        WRITE(' EST PROF MODULO KB');
        WRITELN(' COHESION CORTE CORTE');
        WRITE('      YOUNG ');
        WRITELN('      LIMITE REAL');
        FOR I:=1 TO PARTE DO
          BEGIN
            CONT:=CONT+1;
            WRITELN(' ',CONT:2,' ',PROF[CONT]:5:0,' ',
              E[CONT]*1.34E10:9:0,' ',KB[CONT]*1.34E10:9:0,' ',
              COH[CONT]:4:0,' ',TAULIMITE[CONT]:4:0,' ',
              TAUREAL[CONT]:4:0);
          END;
          READLN;
        END
      ELSE
        BEGIN

```

```

CLRSR;
WRITE(' PROPIEDADES ELASTICAS DE LA ROCA');
WRITELN(' Y ESFUERZOS DE CORTE');
WRITE(' EST PROF MODULO KB');
WRITELN(' COHESION CORTE CORTE');
WRITE(' YOUNG ');
WRITELN(' LIMITE REAL');
FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
  WRITELN(' ',I:2,' ',PROF[I]:5:0,' ',E[I]*1.34E10:
    9:0,' ',KB[I]*1.34E10:9:0,' ',COH[I]:4:0,' ',
    TAULIMITE[I]:4:0,' ',TAUREAL[I]:4:0);
  READLN;
END;
END;

```

```

PROCEDURE ESTADO_REAL_DEL_POZO;

```

```

BEGIN

```

```

  CONT:=0;
  ASET:=(ESTACIONES)DIV(20);
  PARTE:=(ESTACIONES)MOD(20);
  IF ASET>0 THEN
    BEGIN
      FOR I:=1 TO ASET DO
        BEGIN
          CLRSR;
          WRITELN
            (' PROF RESISTENCIA ESFUERZO RESISTENCIA ESFUERZO');
          WRITELN
            (' LIMITE AL DE CORTE A LA DE TENSION');
          WRITELN
            (' CORTE APLICADO TENSION APLICADO');
          FOR J:=1 TO 20 DO
            BEGIN
              CONT:=CONT+1;
              WRITELN(' ',PROF[CONT]:5:0,' ',TAULIMITE[CONT]:5:0,
                ' ',TAUREAL[CONT]:5:0,' ',TEN[CONT]:5:0,
                ' ',TENREAL[I]:5:0);
            END;
          READLN;
        END;
      CLRSR;
      WRITELN
        (' PROF RESISTENCIA ESFUERZO RESISTENCIA ESFUERZO');
      WRITELN
        (' LIMITE AL DE CORTE A LA DE TENSION');
    END;
  END;

```

```
WRITELN
(' CORTE APLICADO TENSION APLICADO');
FOR I:=1 TO PARTE DO
  BEGIN
    CONT:=CONT+1;
    WRITELN(' PROF[CONT]:5:0,' ;TAULIMITE[CONT]:5:0,
    ' ,TAUREAL[CONT]:5:0,' ,TEN[CONT]:5:0,
    ' ,TENREAL[I]:5:0);
  END;
  READLN;
END
ELSE
  BEGIN
    CLRSCR;
    WRITELN
    (' PROF RESISTENCIA ESFUERZO RESISTENCIA ESFUERZO ');
    WRITELN
    (' LIMITE AL DE CORTE A LA DE TENSION');
    WRITELN
    (' CORTE APLICADO TENSION APLICADO ');
    FOR I:=1 TO ESTACIONES DO
      WRITELN(' PROF[I]:5:0,' ,TAULIMITE[I]:5:0,
      ' ,TAUREAL[I]:5:0,' ,TEN[I]:5:0,
      ' ,TENREAL[I]:5:0);
    READLN;
  END;
```

END;

BEGIN

END.