

13  
2010

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE INGENIERIA

ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION  
UTILIZANDO LA DERIVADA DE LA PRESION

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A

JULIO ALBERTO GUTIERREZ RAMIREZ

DIRECTOR DE TESIS: M. I. RAUL LEON VENTURA

MEXICO, D.F. 1992.

TESIS CON  
FALTA DE ORIGEN



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## C O N T E N I D O

	pág.
<b>R E S U M E N</b>	i
<b>I. INTRODUCCION</b>	1
<b>II. TEORIA BASICA DE ANALISIS</b>	3
<b>II.1. ECUACION DE DIFUSIVIDAD</b>	3
<b>II.2. SOLUCION DE THEIS O FUENTE LINEAL</b>	5
<b>II.3. EFECTO DE ALMACENAMIENTO Y FACTOR DE DAÑO</b>	7
<b>II.3.1. EFECTO DE ALMACENAMIENTO</b>	7
<b>II.3.2. FACTOR DE DAÑO</b>	7
<b>II.4. PRINCIPIO DE SUPERPOSICION</b>	9
<b>II.4.1. SUPERPOSICION EN ESPACIO</b>	10
<b>II.4.2. SUPERPOSICION EN TIEMPO</b>	10
<b>II.5. PERIODOS DE FLUJO</b>	13
<b>II.5.1. FLUJO TRANSITORIO</b>	13
<b>II.5.2. FLUJO PSEUDOESTACIONARIO</b>	13
<b>II.5.3. FLUJO ESTACIONARIO</b>	16
<b>II.6. GEOMETRIAS DE FLUJO</b>	16
<b>II.6.1. FLUJO RADIAL</b>	16
<b>II.6.2. FLUJO LINEAL</b>	16
<b>II.6.3. FLUJO ESFERICO</b>	19
<b>II.7. CONCEPTO DE LA DERIVADA</b>	22
<b>II.7.1. LA DERIVADA COMO RAZON DE CAMBIO</b>	22
<b>II.8. USO DE LA DERIVADA EN LA INTERPRETACION DE PRUEBAS DE PRESION</b>	24
<b>II.8.1. COMPORTAMIENTO HOMOGENEO</b>	24

II.8.2. COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD	28
II.8.3. CURVAS TIPO	34
<b>III. TECNICA DE ANALISIS</b>	<b>38</b>
<b>III.1. GENERALIDADES</b>	<b>38</b>
<b>III.2. CALCULO DE LA DERIVADA</b>	<b>38</b>
III.2.1. ALGORITMO DE DIFERENCIACION DE BOURDET	39
III.2.2. ALGORITMO DE DIFERENCIAS CENTRALES	41
<b>III.3. ANALISIS GLOBAL</b>	<b>41</b>
III.3.1. DIAGNOSTICO DE LA PRUEBA	41
III.3.2. ANALISIS CON LA CURVA TIPO DE LA DERIVADA	45
<b>III.4. ANALISIS ESPECIALIZADO</b>	<b>48</b>
<b>IV. EJEMPLOS DE APLICACION</b>	<b>49</b>
<b>IV.1. EJEMPLO 1. DATOS PUBLICADOS EN LA LITERATURA</b>	<b>49</b>
IV.1.1. ANALISIS GLOBAL	49
IV.1.2. ANALISIS ESPECIALIZADO	52
<b>IV.2. EJEMPLO 2. POZO AZ-46</b>	<b>54</b>
IV.2.1. ANALISIS GLOBAL	54
IV.2.2. ANALISIS ESPECIALIZADO	59
<b>V. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS</b>	<b>61</b>
<b>N O M E N C L A T U R A</b>	<b>63</b>
<b>R E F E R E N C I A S</b>	<b>65</b>
<b>A P E N D I C E</b>	<b>67</b>

## R E S U M E N

En este trabajo se presenta una metodología de interpretación de pruebas de presión, basada principalmente en el análisis de la derivada de la presión, utilizando la técnica de ajuste de curvas tipo.

El análisis de la derivada de la presión proporciona una descripción del comportamiento de flujo en el yacimiento, que enfatiza el régimen de flujo radial infinito, de interés primordial en la interpretación de pruebas de presión.

Esta metodología planteada incluye un análisis global y un análisis especializado. En el análisis global se presentan las etapas de diagnóstico de la prueba y de ajuste a curvas tipo de la derivada; y en el análisis especializado se propone utilizar una técnica de análisis de línea recta semilog o un ajuste de curvas tipo, dependiendo del diagnóstico de la prueba.

La metodología de interpretación se ilustra con dos ejemplos de análisis de pruebas de presión; uno de ellos con datos publicados en la literatura y el otro con datos reales de campo.

## CAPITULO I

### I N T R O D U C C I O N

Dentro de la ingeniería de yacimientos, las pruebas de presión en pozos, constituyen una de las actividades más empleadas para evaluar a condiciones in situ, las propiedades hidráulicas de las formaciones productoras o inyectoras de fluidos.

Las pruebas de presión, consisten esencialmente en generar y registrar variaciones de presión en el fondo de uno o varios pozos durante un tiempo determinado. Estas variaciones de presión en el fondo, pueden generarse modificando las condiciones de producción o inyección de un pozo.

El objetivo de realizar una prueba de presión, es obtener información característica del sistema roca-fluidos y de los mismos pozos, a partir de las variaciones de presión registradas; las cuales, representan la respuesta del yacimiento que se utiliza para construir un modelo de interpretación, desde el cual los parámetros del yacimiento y del pozo, tal como la permeabilidad y el daño, pueden ser calculados.

Un modelo de interpretación de pruebas de presión indica, principalmente, cuántos medios con permeabilidades y porosidades significativamente diferentes están involucrados en el proceso de flujo y cómo estos medios interactúan. Un modelo de interpretación comúnmente utilizado es el modelo de Theis o de línea fuente, aplicado a formaciones homogéneas e isotrópicas y en el que las líneas de corriente convergen radialmente hacia el pozo; sin embargo, el modelo de Theis no es válido en sistemas que presentan otras geometrías de flujo, por eso, el interés e importancia de la identificación adecuada del tipo de flujo hacia el pozo y en consecuencia la selección apropiada del modelo de interpretación.

Por otro lado, se han propuesto muchas técnicas para la interpretación de pruebas de presión, pero la más conocida y ampliamente utilizada es la de Horner<sup>1,5</sup>. Posteriormente, fueron introducidas las curvas tipo, las cuales indican la respuesta de la presión de los pozos fluyentes bajo una gran variedad de configuraciones de pozos y yacimientos.

Existen distintas variantes para la realización de una prueba de presión. Las más comunes, tanto por el aspecto operativo como por el tratamiento matemático, son las llamadas pruebas de decremento e incremento de presión; en las primeras, el pozo es sometido a producción constante y la declinación de la presión se mide durante el tiempo de prueba; en las pruebas de incremento, el pozo produce durante cierto tiempo y se cierra posteriormente, la presión se registra para estos casos a partir de un cierto tiempo previo al cierre del pozo y durante el tiempo de prueba.

## INTRODUCCION

En la actualidad, la calidad de la interpretación de pruebas de presión, ha mejorado considerablemente debido a la disponibilidad de datos de presión precisos, provenientes de registradores electrónicos y al desarrollo de programas de cómputo que ayudan en el análisis. Actualmente se cuenta con un gran número de modelos de interpretación, que permiten un mayor detallamiento en la definición del comportamiento de flujo en el yacimiento.

Desafortunadamente, las técnicas de análisis comunmente utilizadas no han seguido el avance general evidente que han seguido los dispositivos electrónicos de medición y los modelos de interpretación, haciendo el procedimiento de interpretación complicado y tardado.

En este trabajo, se presenta un proceso de interpretación basado principalmente en el análisis de la derivada de la presión utilizando la técnica de ajuste de curvas tipo. Proporciona una descripción del comportamiento de flujo en el yacimiento y también enfatiza el régimen de flujo radial infinito, de interés primordial en la interpretación de pruebas de presión.

La utilización de la derivada de la presión con respecto al tiempo, es matemáticamente satisfactoria, debido a que la derivada está directamente representada en un término de la ecuación de difusividad, que es la ecuación que gobierna en los modelos de comportamiento de presión transitoria utilizados en el análisis de pruebas de presión. Además, la respuesta de la derivada ha mostrado ser más sensible a pequeños fenómenos de interés.

Una limitación de la derivada de la presión en el análisis, es la posible dificultad de obtener datos de presión diferenciables. Se requieren mediciones de presión precisas y frecuentes. Sin embargo, los registradores de presión y la tecnología de procesos computacionales disponibles en la actualidad, permiten realizar el análisis con la derivada de la presión.

La técnica de la derivada de la presión, se ha demostrado para yacimiento homogéneos y se ha comprobado con técnicas de interpretación convencionales<sup>4</sup>. La aplicación del análisis con la derivada para formaciones heterogéneas, ha revelado una buena definición en las curvas de la derivada, que muestran con claridad la distinción entre los modelos de interpretación comunmente utilizados.

## CAPITULO II

### TEORIA BASICA DE ANALISIS

#### II.1. ECUACION DE DIFUSIVIDAD.

Para un proceso de producción a través de un medio poroso sin cambios de fase, el abatimiento de la presión se presenta esencialmente bajo condiciones isotérmicas; por lo anterior, el planteamiento de la ecuación de conservación de energía, puede omitirse en la descripción del comportamiento del fluido en el medio poroso.

Los principios físicos que permiten describir matemáticamente el flujo de fluidos en medios porosos son: (1) ley de conservación de la masa; (2) ley de Darcy o cualquier otra ecuación de movimiento; y (3) una ecuación de estado. La ecuación de difusividad se obtiene de la combinación de estos principios.

La ecuación de continuidad que expresa el principio de conservación de la masa aplicada a esta situación es:

$$\nabla \rho v = - \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) \quad (1)$$

La ley de movimiento es una relación de la velocidad con el gradiente de presión; la más conocida y ampliamente utilizada en el desarrollo de la ecuación de difusividad, es la siguiente forma de la ley de Darcy:

$$v = - \frac{k}{\mu} \nabla P \quad (2)$$

en la cual se desprecian los efectos gravitacionales y se considera flujo isotérmico en régimen laminar.

Las ecuaciones de estado expresan la variación de la densidad de un fluido en función de la presión y la temperatura. La ecuación de estado que se utiliza para obtener la ecuación de difusividad, es la que corresponde a un fluido ligeramente compresible que fluye a temperatura constante. La compresibilidad se define como:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P} \Big|_T \quad (3)$$

de donde, considerando  $c$  constante (fluido ligeramente compresible), se tiene:

$$\rho = \rho_0 e^{c(P-P_0)} \quad (4)$$

y sustituyendo la ecuación 2 en la ecuación 1:

$$\nabla \left( \rho \frac{k}{\mu} \nabla P \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) \quad (5)$$

Así, de la anterior definición de compresibilidad y además considerando que el medio es homogéneo e isotrópico, que la viscosidad del fluido es constante e independiente de la presión, la ecuación 5 se convierte en:

$$\nabla^2 P = \frac{\phi \mu c t}{k} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (6)$$

que es la ecuación de difusividad en forma vectorial, pilar fundamental para el análisis de datos de pruebas de presión.

La forma más familiar de esta ecuación de flujo es:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi \mu c t}{k} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (7)$$

que resumiendo, supone lo siguiente:

- a) flujo radial
- b) medio homogéneo e isotrópico
- c) espesor uniforme
- d) fluido de compresibilidad constante y pequeña
- e) viscosidad constante
- f) efectos gravitacionales despreciables
- g) flujo en una sola fase

aunque algunas de estas suposiciones son muchas veces violadas, ellas han resultado flexibles y se han logrado obtener soluciones acertadas en casos reales de pozos.

II.2. SOLUCION DE THEIS O FUENTE LINEAL.

La solución de la ecuación de difusividad para diferentes condiciones iniciales y de frontera, ha sido ampliamente discutida en la literatura<sup>6</sup>, una de ellas, la más aplicada en la interpretación de pruebas de presión, es la solución de Theis o de línea fuente, la cual considera que el fluido es producido a lo largo de una línea localizada en el eje del pozo.

Matemáticamente, el problema consiste en resolver la ecuación 7 con las siguientes condiciones:

1.  $P(r, 0) = P_i, \quad r \geq 0 \quad (\text{condición inicial})$
2.  $(r \frac{\partial P}{\partial r})_{r=r_w} = \frac{q \mu}{2 \pi k h}, \quad t > 0 \quad (\text{condición de frontera})$
3.  $\lim_{r \rightarrow \infty} P(r, t) = P_i, \quad t > 0 \quad (\text{condición de frontera})$

Físicamente, el anterior problema establece que previa a la extracción de fluido del yacimiento, la presión es uniforme y constante a través de éste (condición No.1); que la producción de fluido en el pozo es constante (condición No.2); y que el medio poroso es ilimitado (condición No.3), es decir, ninguna frontera exterior afecta el comportamiento de la presión.

La forma más sencilla de resolver el problema es aproximando la condición No.2 por:

$$2'. \lim_{r \rightarrow 0} (r \frac{\partial P}{\partial r}) = \frac{q \mu}{2 \pi k h}, \quad t > 0$$

así, la solución es:

$$P(r, t) = P_i - \frac{q \mu}{4 \pi k h} E_1 \left( - \frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4 k t} \right) \quad (8)$$

donde  $E_1$  es la función integral exponencial (ver valores de  $E_1$  en la tabla II.1). Si el argumento de  $E_1$  es menor que 0.0025, la ecuación anterior se vuelve:

$$P(r, t) = P_i - \frac{q \mu}{4 \pi k h} \left[ \ln \left( \frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4 k t} \right) + 0.5772 \right] \quad (9)$$

o expresada en unidades de Darcy:

$$P(r,t) = P_i - \frac{q \mu}{4 \pi k h} \left[ \ln \left( \frac{k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \right) + 0.80907 \right] \quad (10)$$

la anterior ecuación sugiere que una gráfica de  $P_w$  observada durante un decremento versus  $\ln t$ , mostrará una línea recta con pendiente proporcional a la transmisividad del sistema  $kh/\mu$ . La pendiente de esta línea recta es:

$$m = \frac{q \mu}{4 \pi k h} \quad (11)$$

esta observación propicia el análisis de pruebas de presión con la técnica de línea recta semilog.

Formas adimensionales de presión y tiempo son frecuentemente utilizadas en el análisis de pruebas de presión. Así, al definir las siguientes variables adimensionales:

$$P_D = \frac{2 \pi k h (P_i - P(r,t))}{q \mu} \quad (12)$$

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (13)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (14)$$

La ecuación de difusividad en forma adimensional queda representada por:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left( r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad (15)$$

cuya solución con las siguientes condiciones:

1.  $P_D(r_D, t_D=0) = 0$  (condición inicial)
2.  $\lim_{r_D \rightarrow 0} r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = -1$  (condición de frontera)
3.  $P_D(r_D=\infty, t_D) = 0$  (condición de frontera)

es:

$$P_D (r_D, t_D) = - 1/2 E_i \left( - \frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (16)$$

si  $r_D^2/4t_D$  es menor que 0.0025, la ecuación anterior se vuelve:

$$P_D (r_D, t_D) = 1/2 \left[ \ln \left( \frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right] \quad (17)$$

El uso de variables adimensionales propicia el método de curvas tipo para la estimación de los parámetros del yacimiento.

### II.3. EFECTO DE ALMACENAMIENTO Y FACTOR DE DAÑO.

#### II.3.1. EFECTO DE ALMACENAMIENTO.

El efecto de almacenamiento de pozo, también llamado efecto de llenado o de postproducción, es caracterizado por la capacidad de un pozo de admitir o desalojar fluido; dicho efecto está relacionado con la compresibilidad del fluido y/o el movimiento del nivel de líquido en el interior del pozo.

Si se considera al pozo como el volumen de control en el que se realiza el balance de masa, la siguiente ecuación diferencial ordinaria expresa la conservación de masa del sistema<sup>6</sup>:

$$\frac{dm}{dt} = W_{sf} - W_s \quad (18)$$

o alternativamente, en función de la densidad del fluido:

$$V \frac{d\rho}{dt} = W_{sf} - W_s \quad (19)$$

Considerando que la densidad del fluido es esencialmente función de la presión,  $\rho = f(P)$ , y con el uso de la regla de la cadena, se obtiene:

$$V \frac{d\rho}{dP} \frac{dP}{dt} = W_{sf} - W_s \quad (20)$$

De la definición de compresibilidad isotérmica (ecuación 3), la ecuación de conservación de masa planteada para el fluido en el pozo, se vuelve:

$$V \rho c \frac{dP_w}{dt} = w_{sf} - w_s \quad (21)$$

y del uso de las variables dimensionales de presión y tiempo para flujo radial (ecuaciones 12 y 13, respectivamente), la ecuación de conservación de masa se vuelve:

$$C_D \frac{dP_{wD}}{dt_D} = 1 - (w_{sf}/w_s) \quad (22)$$

en donde  $C_D$ , es el coeficiente adimensional de almacenamiento de pozo, definido según:

$$C_D = \frac{c V \rho}{2 \pi \phi \rho_{sf} c_t h r_w^2} \quad (23)$$

despejando  $w_D = w_{sf}/w_s$ , de la ecuación 22:

$$w_D = 1 - C_D \frac{dP_{wD}}{dt_D} \quad (24)$$

para tiempos cortos, y considerando despreciable el flujo aportado por la formación, la ecuación se vuelve:

$$1 - C_D \frac{dP_{wD}}{dt_D} = 0 \quad (25)$$

o alternativamente:

$$dt_D = C_D dP_{wD} \quad (26)$$

integrando desde  $t_D=0$  a  $t_D$ , para  $t_D=0$  y  $P_{wD}=0$ :

$$P_{wD} = \frac{1}{C_D} t_D \quad (27)$$

entonces:

$$P_{wD} C_D = t_D \quad (28)$$

y al tomar logaritmos a ambos lados:

$$\log C_D + \log P_{wD} = \log t_D \quad (29)$$

Así, la ecuación indica que una gráfica de  $\log P_{WD}$  versus  $\log t_D$ , exhibe una línea recta de  $45^\circ$  de "pendiente unitaria", y en cualquier punto sobre ésta,  $(t_D, P_{WD})$ , se deberá satisfacer la relación:

$$\frac{C_D P_{WD}}{t_D} = 1 \quad (30)$$

esta relación es de mucho valor en el análisis de pruebas de presión.

### II.3.2. FACTOR DE DAÑO.

Es común que la permeabilidad de la zona cercana a las paredes del pozo, se vea alterada por los fluidos usados durante la perforación; debido a lo anterior, existe una caída adicional de presión en esta zona. El factor de daño,  $s$ , se define como una constante que relaciona la caída de presión en dicha zona con el gasto másico producido por la formación, según:

$$\Delta P_s = \frac{q \mu}{2 \pi k h} s \quad (31)$$

Considerando el factor de daño, la presión de fondo fluyendo en el pozo, está dada por:

$$P_{wf} = P_i - \frac{141.2 q \mu B}{kh} \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{0.000264kt}{\phi \mu c_t r_w^2} + 0.80907 \right] - \frac{141.2 q \mu B}{kh} s \quad (32)$$

Aunque este concepto se introdujo como una caída adicional de presión, el factor de daño también puede ser cero o negativo. Un factor de daño positivo, indica que la permeabilidad cercana a la pared del pozo ha sido reducida; mientras que un factor de daño negativo, indica un incremento en la permeabilidad; finalmente, un factor de daño cero, indica que no hay cambio en la permeabilidad.

El factor de daño ha sido visualizado en términos de permeabilidad reducida o mejorada; sin embargo, en los últimos años, este concepto ha sido extendido para incluir una variedad de efectos, tales como fracturas, penetración parcial, acumulación de condensado y flujo no darciano en pozos de gas.

### II.4. PRINCIPIO DE SUPERPOSICION.

Este principio establece que una combinación lineal de soluciones de una ecuación diferencial lineal homogénea es también solución de dicha ecuación diferencial.

El flujo transitorio de fluidos ligeramente compresibles en un medio poroso homogéneo, es descrito por la ecuación de difusividad; puesto que esta ecuación diferencial es lineal y homogénea, se puede aplicar el principio de superposición para obtener soluciones a problemas complicados.

#### II.4.1. SUPERPOSICION EN ESPACIO.

Considerando dos pozos separados a una distancia  $d$ , produciendo a gastos constantes  $q_1$  y  $q_2$ , desde el tiempo  $t=0$ , el comportamiento de la presión en el pozo No.1 se ilustra en la Fig. 1.

De la expresión de la presión adimensional (ecuación 12), se obtiene:

$$\Delta P = P_D \frac{q \mu}{2 \pi k h} \quad (33)$$

donde  $P_D$ , es la solución de línea fuente en forma adimensional de la ecuación de difusividad.

Sustituyendo  $P_D$  (ecuación 16) en la expresión de  $\Delta P$ :

$$\Delta P = - \frac{q \mu}{4 \pi k h} \text{Ei} \left( - \frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad (34)$$

obteniendo  $\Delta P_1$  y  $\Delta P_2$  (Fig. 1):

$$\Delta P_1 = - \frac{q_1 \mu}{4 \pi k h} \text{Ei} \left( - \frac{r_{D1}^2}{4t_D} \right) \quad (35)$$

$$\Delta P_2 = - \frac{q_2 \mu}{4 \pi k h} \text{Ei} \left( - \frac{r_{D2}^2}{4t_D} \right) \quad (36)$$

Aplicando el principio de superposición, se obtiene la siguiente ecuación para calcular la caída de presión  $\Delta P_T$  en el pozo No. 1, a cualquier tiempo, debido a la producción de ambos pozos:

$$\Delta P_T = - \frac{\mu}{4 \pi k h} \left[ q_1 \text{Ei} \left( - \frac{r_{D1}^2}{4t_D} \right) + q_2 \text{Ei} \left( - \frac{r_{D2}^2}{4t_D} \right) \right] \quad (37)$$

#### II.4.2. SUPERPOSICION EN TIEMPO.

Considerando un pozo produciendo a un gasto constante  $q_1$ , desde el tiempo  $t=0$  hasta  $t=t_1$ , en que se incrementa el gasto de producción a  $q_2$ , el comportamiento de la presión en el pozo se presenta en la Fig. 2.

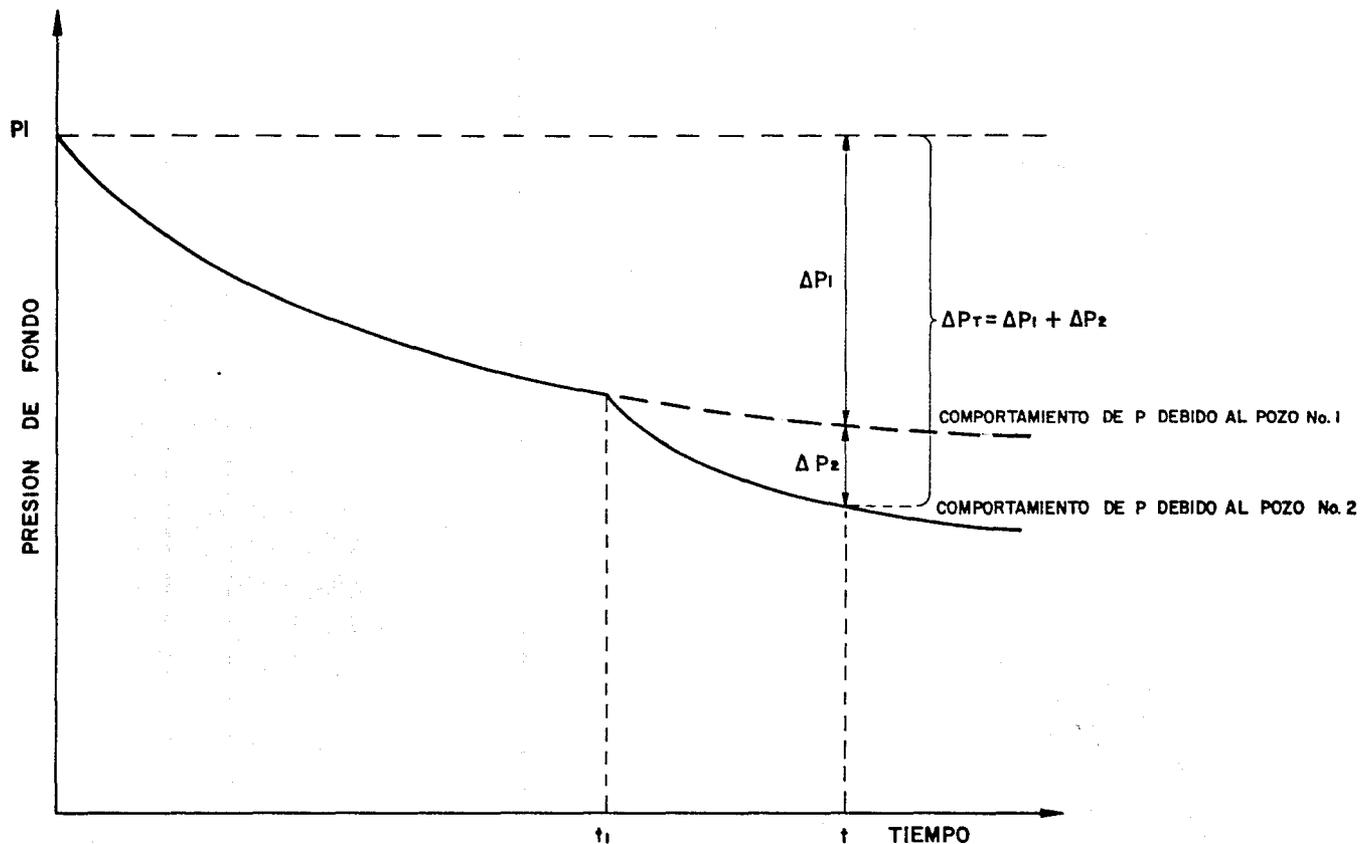


FIG. 1 SUPERPOSICION EN ESPACIO. COMPORTAMIENTO DE LA PRESION EN EL POZO No. 1<sup>(14)</sup>.

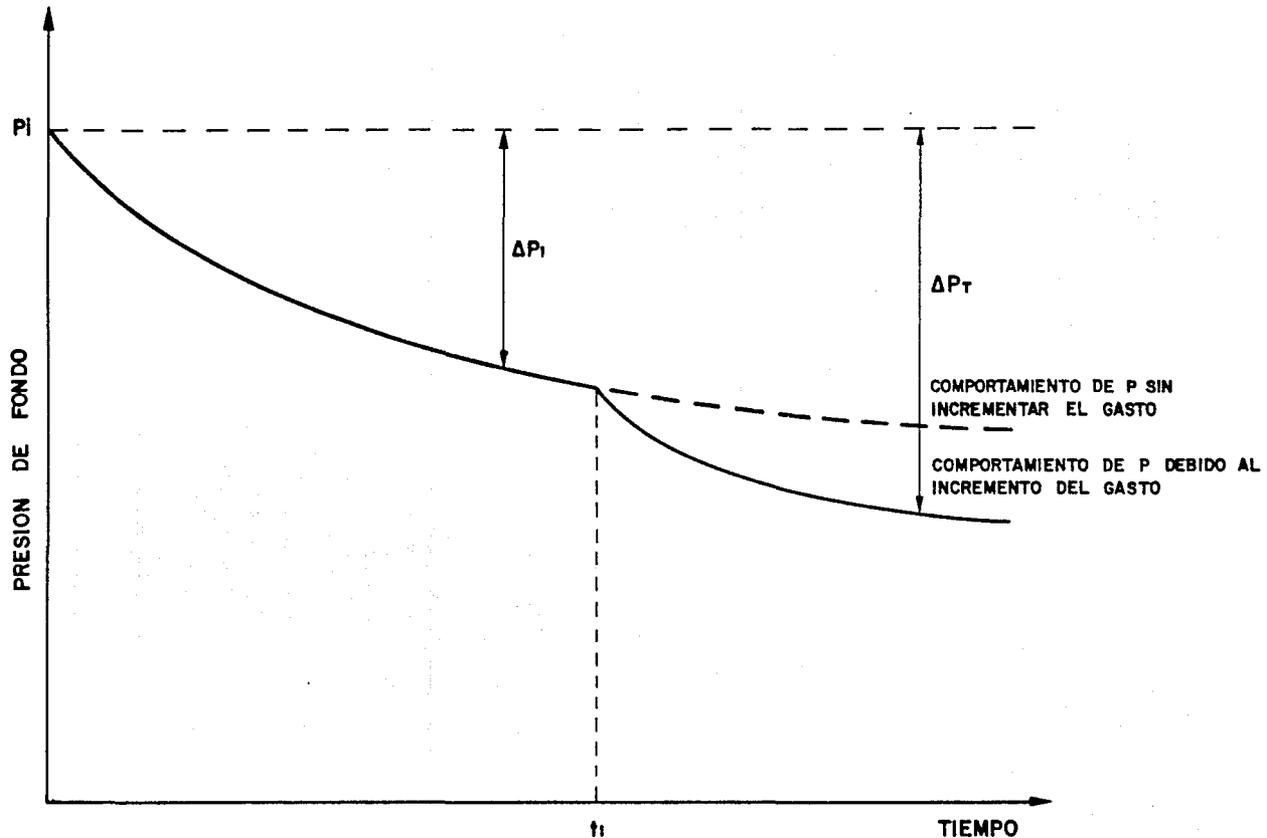


FIG. 2 SUPERPOSICION EN TIEMPO. COMPORTAMIENTO DE LA PRESION EN UN POZO AL CUAL SE LE INCREMENTA EL GASTO <sup>(14)</sup>.

Para  $t \leq t_1$ :

$$\Delta P_1 = \frac{q_1 \mu}{2 \pi k h} P_D(t_D) \quad (38)$$

aplicando el principio de superposición para  $t > t_1$ :

$$\Delta P_T = \frac{q_1 \mu}{2 \pi k h} P_D(t_D) + \frac{(q_2 - q_1) \mu}{2 \pi k h} P_D(t - t_1)_D \quad (39)$$

donde:

$$P_D(t - t_1)_D = -1/2 \text{ Ei} \left[ - \frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4 k (t - t_1)} \right] \quad (40)$$

En el caso de tener 3 gastos diferentes en el pozo,  $q_1$  de 0 a  $t_1$ ,  $q_2$  de  $t_1$  a  $t_2$ , y  $q_3$  para  $t > t_2$ :

$$\Delta P = \frac{\mu}{2 \pi k h} [q_1 P_D(t)_D + (q_2 - q_1) P_D(t - t_1)_D + (q_3 - q_2) P_D(t - t_2)_D] \quad (41)$$

## II. 5. PERIODOS DE FLUJO.

### II.5.1. FLUJO TRANSITORIO.

El comportamiento de la presión en un pozo produciendo a gasto constante se muestra en la Fig. 3. Durante tiempos de producción tempranos, el comportamiento de la presión es esencialmente el mismo que en un yacimiento infinito, esto es el período de flujo transitorio.

Durante este período de flujo, la gráfica de la presión del pozo versus logaritmo del tiempo será una línea recta. En coordenadas cartesianas (Fig. 3), la presión del pozo declinará rápidamente primero y después menos rápido con el tiempo.

### II.5.2. FLUJO PSEUDOESTACIONARIO.

La presión en el yacimiento versus distancia radial está mostrada en la Fig. 4. Si no existe flujo a través de la frontera de drene, mientras más tiempo de producción transcurra, el comportamiento de la presión comenzará a desviarse del caso de yacimiento infinito. A un tiempo mostrado como "transitorio tardío" en la Fig. 4, la presión en puntos dentro de la frontera de drene, comenzará a declinar a una proporción más alta que aquella de un yacimiento infinito.

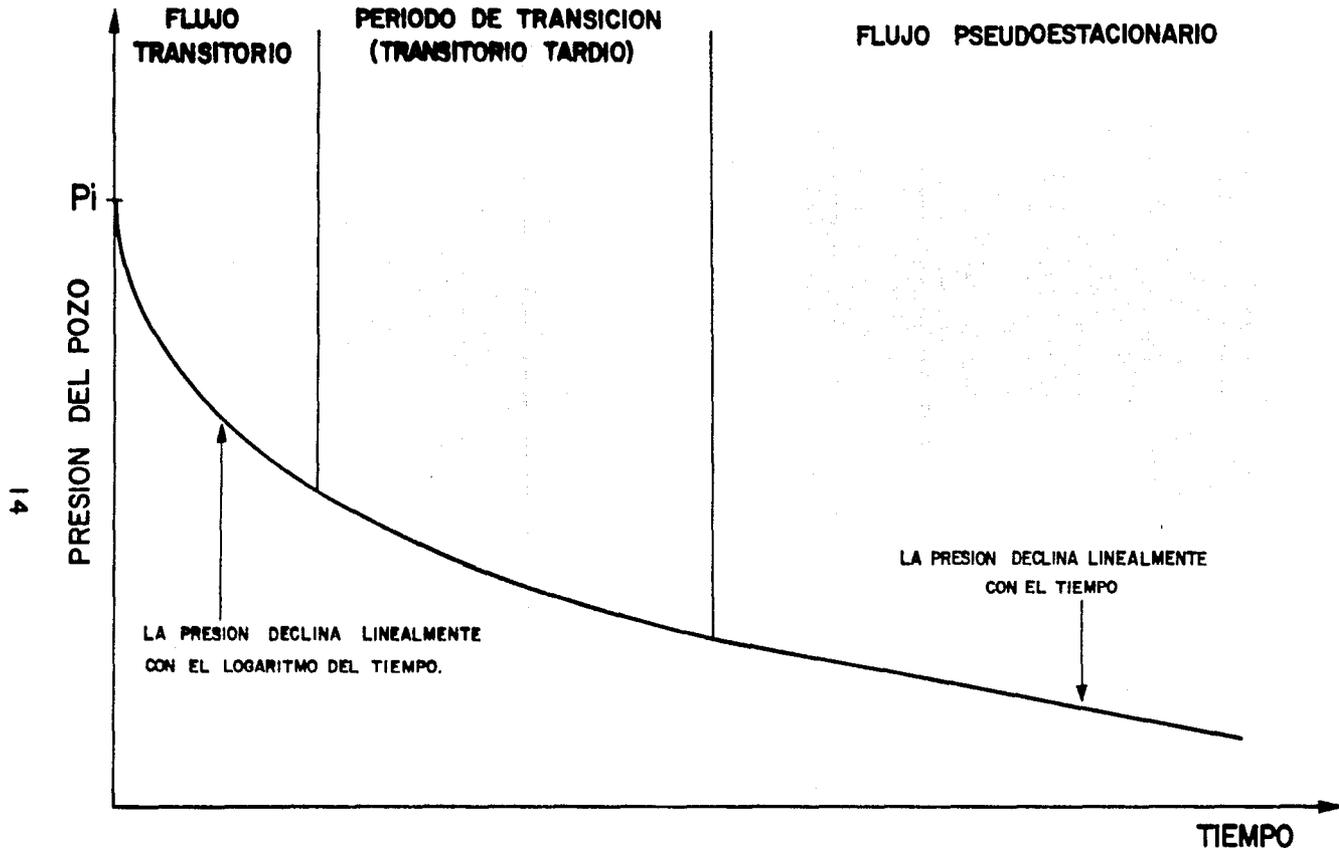


FIG.3 PERIODOS DE FLUJO EN EL COMPORTAMIENTO DE LA PRESION EN UN POZO QUE PRODUCE A GASTO CONSTANTE <sup>(5)</sup>.

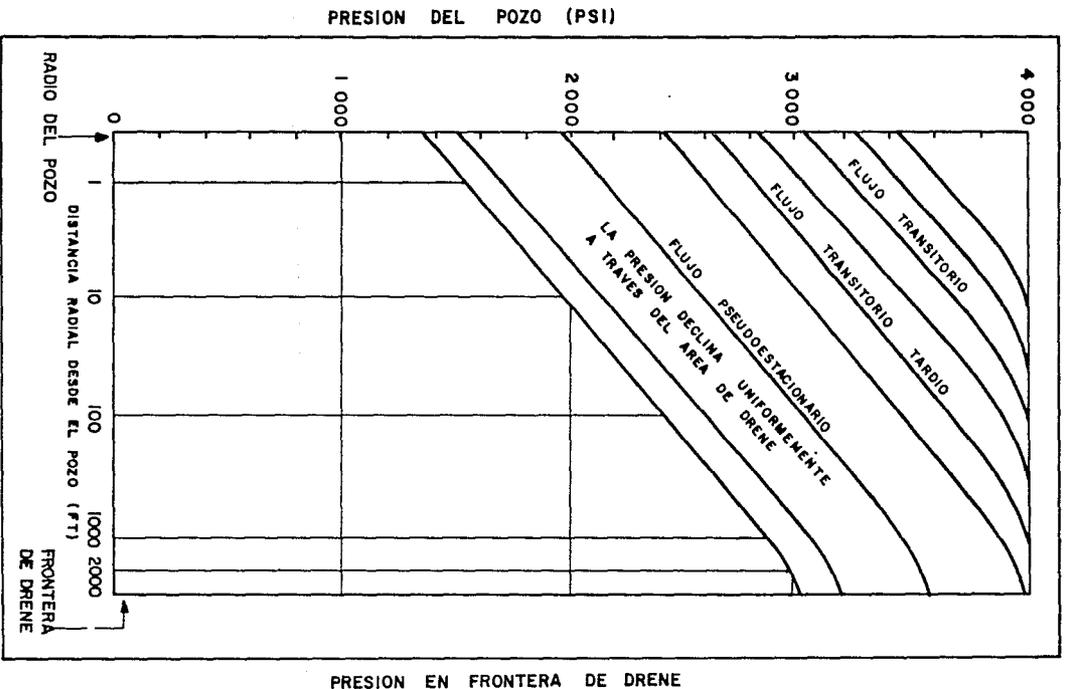


FIG. 4 PERIODOS DE FLUJO. PERFILES DE PRESION CON EL TIEMPO PARA EL CASO DE GASTO CONSTANTE (5).

Finalmente, como se muestra en la Fig. 4, si la compresibilidad es baja y constante, la proporción de declinación de la presión llega a ser igual a través de la frontera de drene. Este es el período de flujo pseudoestacionario. Todas las presiones en el área de drene del pozo, ahora decrecen por la misma cantidad en un tiempo dado. La diferencia entre la presión media del yacimiento y la presión del pozo, permanecerá constante durante este período de flujo.

### II.5.3. FLUJO ESTACIONARIO.

En el flujo estacionario a gasto constante del pozo, la presión en cualquier punto dentro del yacimiento permanecerá constante con el tiempo. Este caso de flujo es raramente encontrado. En yacimientos probados, sobre un período de tiempo dado, es permisible hacer la suposición de que la presión no hace cambios con el tiempo. El flujo estacionario es más aplicable a experimentos de desplazamiento en laboratorios, que a condiciones reales de yacimiento.

### II.6. GEOMETRIAS DE FLUJO.

Las geometrías de flujo determinan la función de influencia principal de un sistema pozo-yacimiento. A continuación, se discuten las geometrías más comunes de flujo que suelen presentarse en sistemas reales de producción<sup>6-7</sup>.

#### II.6.1. FLUJO RADIAL.

La geometría de flujo radial es la que se presenta con mayor frecuencia en los sistemas pozo-yacimiento, en la cual las líneas de corriente convergen radialmente hacia la zona de producción.

La ecuación de difusividad en forma adimensional para este tipo de sistemas queda representada por la ecuación 15, cuya solución está definida por las ecuaciones adimensionales 16 y 17. La ecuación 10, expresada en función de variables reales, representa también la solución a este tipo de sistemas.

La ecuación 10 sugiere que una gráfica de  $P_{wf}$  versus  $\ln t$  muestra una línea recta con pendiente proporcional a la transmisividad del sistema  $kh/\mu$ . La Fig. 5 muestra la gráfica especializada de diagnóstico para este tipo de sistemas.

Del uso del principio de superposición en el tiempo, para una prueba de incremento de presión, la línea recta semilog se visualiza para estos sistemas con la gráfica  $P_{wf}$  versus  $\ln(1+t_p/\Delta t)$ .

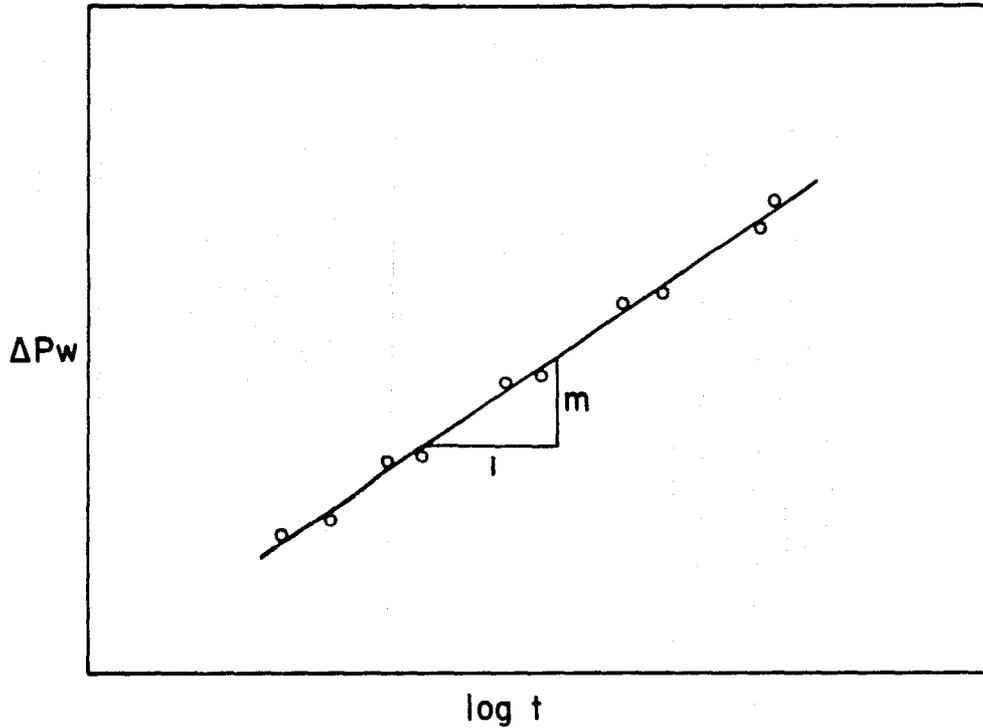


FIG. 5 GRAFICA ESPECIALIZADA DE DIAGNOSTICO  
PARA LA GEOMETRIA DE FLUJO RADIAL.

II.6.2. FLUJO LINEAL.

Se presenta en fallas o fracturas conductoras en donde la matriz de roca que las limita es impermeable; o bien, en una falla de conductividad muy elevada con aporte limitado de la matriz de roca.

La ecuación de difusividad en forma adimensional para este tipo de sistemas es:

$$\frac{\partial^2 P_{D1}}{\partial x_D^2} = \frac{\partial P_{D1}}{\partial t_{DL}} \quad (42)$$

para  $t_D > 0$  y  $x_D > 0$ .

Con la definición de las siguientes variables adimensionales:

$$P_{D1} = \frac{k b h}{L \mu} \frac{1}{(w/\rho_s f)} (P_i - P_w) \quad (43)$$

$$t_{DL} = \frac{k t}{\phi \mu c_t L^2} \quad (44)$$

$$x_D = \frac{x}{L} \quad (45)$$

donde L es una longitud característica, para flujo lineal infinito  $L = 1$ .

Y considerando las siguientes condiciones:

1.  $P_{D1}(x_D, t_{DL}=0) = 0$  (condición inicial)
2.  $P_{D1}(x_D \rightarrow \infty, t_{DL}) = 0$  (condición de frontera)
3.  $\left. \frac{\partial P_{D1}}{\partial x_D} \right|_{x_D=0} = -1$  (condición de frontera)

la solución del problema diferencial es:

$$P_{D1}(x_D, t_{DL}) = 2 \left( \frac{t_{DL}^{1/2}}{\pi} \right) e^{(-x_D)^2 / 4 t_{DL}} - x_D \operatorname{erfc} \left( \frac{x_D}{2 (t_{DL})^{1/2}} \right) \quad (46)$$

donde la función  $\operatorname{erfc}(x)$ , que es la función de error complementaria, está definida por:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{(\pi)^{1/2}} \int_x^{\infty} e^{-u^2} du \quad (47)$$

La ecuación 46 puede ser reestablecida de la siguiente manera:

$$P'_{D1} = \left( \frac{1}{\pi} t'_{DL} \right)^{1/2} e^{(-1/4 t'_{D1})} - 1/2 \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2 (t'_{D1})^{1/2}} \right) \quad (48)$$

donde:

$$t'_{D1} = t_{DL}/x_D^2 \quad (49)$$

$$P'_{D1} = P_{D1}/2x_D^2 \quad (50)$$

Para tiempos grandes, y en  $x_D = 0$ , la ecuación 46 puede ser aproximada por:

$$P_{D1}(t_{DL}) = 2 \left( \frac{1}{\pi} t_{DL} \right)^{1/2} \quad (51)$$

para  $t_{DL} > 2.5$ .

En función de variables reales la ecuación anterior se vuelve:

$$\Delta P_w = \frac{2 (W/\rho_{sf})}{(\pi \phi c_t)^{1/2}} \frac{1}{bhk^{1/2}} (t)^{1/2} \quad (52)$$

La ecuación 52 establece que una gráfica de  $\Delta P_w$  versus  $(t)^{1/2}$ , muestra una línea recta cuya pendiente es inversamente proporcional al producto  $bh(k)^{1/2}$ , como se muestra en la Fig. 6; mientras que para pruebas de incremento de presión, la línea recta se presenta con la gráfica de  $\Delta P_w$  versus  $(t_p + \Delta t)^{1/2} - (\Delta t)^{1/2}$ .

### II.6.3. FLUJO ESFERICO.

Este tipo de flujo se presenta en pozos que penetran parcialmente formaciones productoras de gran espesor. El sistema bajo consideración en este caso, es un yacimiento con una esfera como frontera interior por la cual el fluido es producido.

La ecuación de difusividad en coordenadas esféricas que describe el comportamiento de la presión en este tipo de medios es:

$$\frac{1}{r_D^2} \frac{\partial}{\partial r_D} \left( r_D^2 \frac{\partial P_{De}}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial P_{De}}{\partial t_D} \quad (53)$$

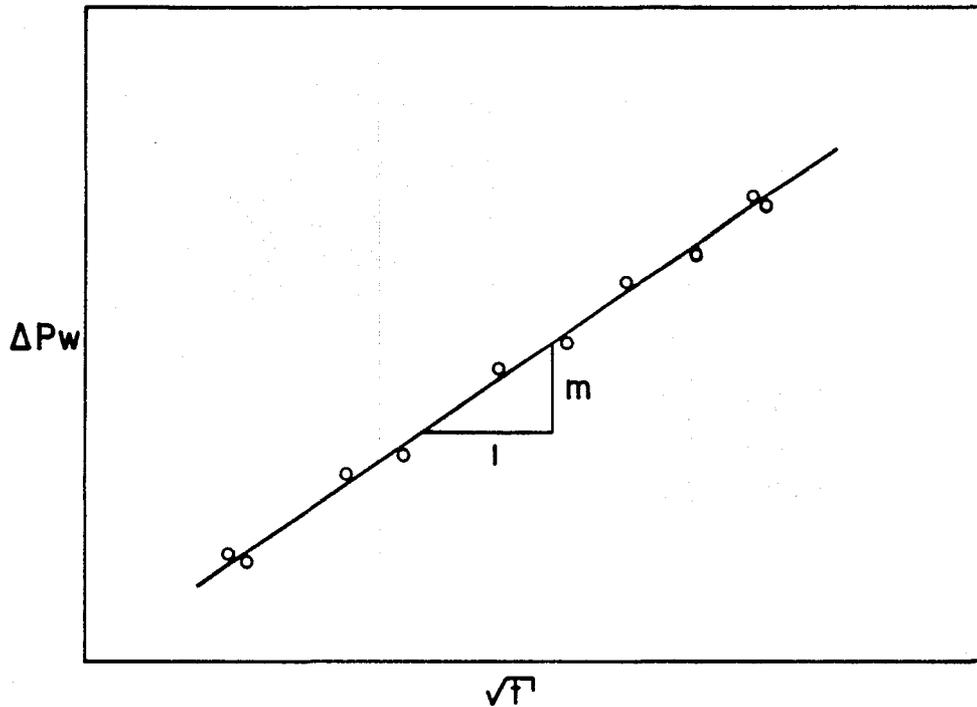


FIG. 6 GRAFICA ESPECIALIZADA DE DIAGNOSTICO  
PARA LA GEOMETRIA DE FLUJO LINEAL.

Definiendo la siguiente presión adimensional:

$$P_{De} = \left( \frac{kr_w}{\mu} \right) \left( \frac{1}{w/\rho_{sf}} \right) (P_i - P_w) \quad (54)$$

y considerando las definiciones de tiempo y radio adimensionales dadas anteriormente por las ecuaciones 13 y 14 respectivamente, al considerar las siguientes condiciones:

1.  $P_{De}(r_D, t_D=0) = 0$  (condición inicial)
2.  $P_{De}(r_D \rightarrow \infty, t_D) = 0$  (condición de frontera)
3.  $2r_D \frac{\partial P_{De}}{\partial r_D} \Big|_{r_D=1} = -1$  (condición de frontera)

el anterior problema diferencial tiene como solución:

$$P_{De}(r_D, t_D) = \frac{1}{r_D} \left\{ \operatorname{erfc} \left( \frac{r_D - 1}{2(t_D)^{1/2}} \right) - e^{-(t_D + r_D - 1)} \operatorname{erfc} \left( \frac{r_D - 1}{e(t_D)^{1/2}} + (t_D)^{1/2} \right) \right\} \quad (55)$$

Al igual que la solución de línea fuente considerada para la solución de la ecuación de difusividad en coordenadas radiales, para coordenadas esféricas existe la solución de "punto fuente", en la que la producción de fluido se considera concentrada en un punto localizado en el centro de la esfera; esta solución es:

$$P_{De}(r_D, t_D) = \frac{1}{r_D} \operatorname{erfc} \left( \frac{r_D}{2(t_D)^{1/2}} \right) \quad (56)$$

o

$$P_{De}(r_D, t_D) \frac{r_D}{2} = \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2(t'_D)^{1/2}} \right) \quad (57)$$

donde

$$t'_D = t_D / r_D^2 \quad (58)$$

Para tiempos grandes, la caída de presión adimensional en la zona de producción,  $r_D=1$ , es aproximada por:

$$P_{De} = 1 - \frac{1}{(\pi t_D)^{1/2}} \quad (59)$$

para  $t_D > 50$ .

En términos de variables reales:

$$\Delta P_w = \frac{\mu (w/\rho_s r)}{k r w} - \frac{\mu^{3/2} (\phi c t)^{1/2} (w/\rho_s r)}{\pi^{1/2} k^{3/2}} \frac{1}{(t)^{1/2}} \quad (60)$$

La ecuación anterior sugiere que una gráfica de  $\Delta P_w$  versus  $1/(t)^{1/2}$ , como se muestra en la Fig. 7, exhibe una línea recta con pendiente inversamente proporcional a  $k^{3/2}$ . Para pruebas de incremento de presión la gráfica especializada requerida es  $\Delta P_w$  versus  $1/(t)^{1/2} - 1/(t_p + \Delta t)^{1/2}$ .

Existe también la geometría de flujo bilineal, la cual se obtiene cuando se presenta un aporte combinado tanto de una fractura conductora como de la matriz de roca.

## II.7. CONCEPTO DE LA DERIVADA.

### II.7.1. LA DERIVADA COMO RAZON DE CAMBIO.

Sea una función  $y = f(x)$ , si para un valor de la variable independiente  $x$ , se da a esta un incremento  $\Delta x$  y se calcula el correspondiente incremento  $\Delta y$  de la variable dependiente, al dividir  $\Delta y$  entre  $\Delta x$  se tiene la razón de cambio promedio de  $y$  con respecto a  $x$ , cuando la variable independiente cambia de  $x$  a  $x + \Delta x$ ,  $\Delta y/\Delta x$  es la razón de cambio promedio de  $y$  con respecto a  $x$ , para el valor de  $x$  determinado y el  $\Delta x$  dado.

Por ejemplo, para la función  $y = x^2/2$ , se tiene:

$$\Delta y = \frac{(x + \Delta x)^2}{2} - \frac{x^2}{2} = x \Delta x + 1/2 (\Delta x)^2 \quad (61)$$

si se divide entre  $\Delta x$ :

$$\Delta y/\Delta x = x + 1/2 \Delta x \quad (62)$$

si  $x$  cambia de 2 a 3,  $\Delta x = 1$ , luego:

$$\Delta y/\Delta x = 2 + 1/2 (1) = 2.5$$

$\Delta y/\Delta x = 2.5$  indica que la razón de cambio promedio de  $y$  con respecto a  $x$  es igual a 2.5 cuando  $x$  aumenta de 2 a 3.

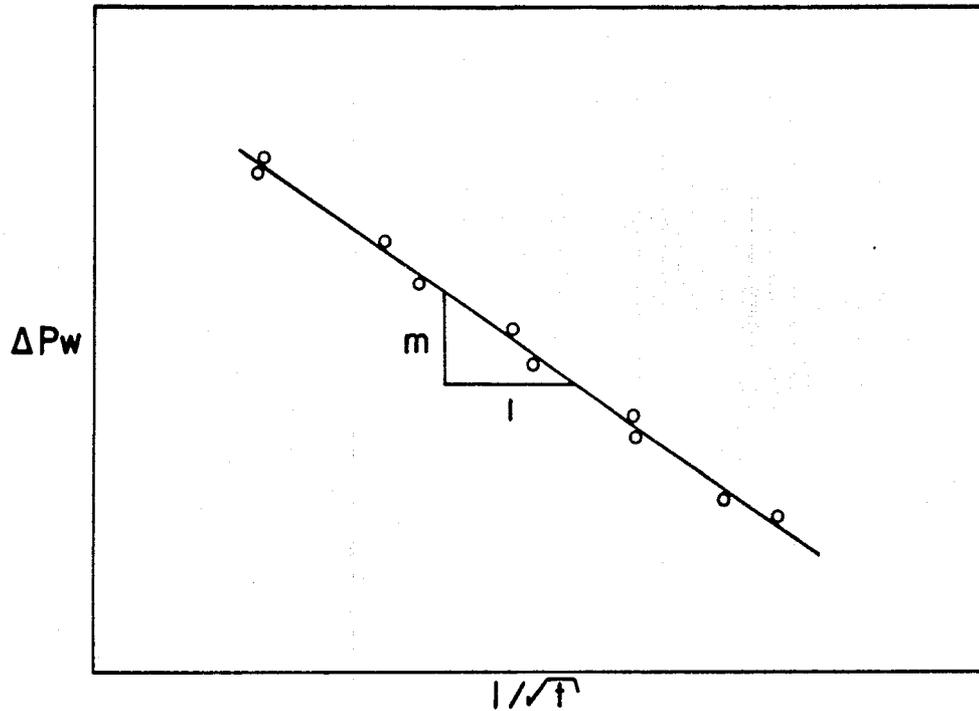


FIG. 7 GRAFICA ESPECIALIZADA DE DIAGNOSTICO  
PARA LA GEOMETRIA DE FLUJO ESFERICO.

Si el intervalo de  $x$  a  $x+\Delta x$  disminuye, es decir si  $\Delta x$  tiende a cero, al calcular el límite cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  la razón de cambio promedio de  $y$  con respecto a  $x$  se convierte en razón de cambio en un punto:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} \quad (63)$$

La derivada de  $y$  con respecto a  $x$  es la razón de cambio de  $y$  con respecto a  $x$  para un valor definido de  $x$ .

En el ejemplo anterior, la razón de cambio de  $y$  con respecto a  $x$  es:

$$\frac{dy}{dx} \left( \frac{x^2}{2} \right) = x \quad (64)$$

en cada punto  $y$  para  $x=2$ ,  $dy/dx=2$ .

Cuando la variable independiente es el tiempo  $t$ , se tiene que  $dy/dt$  es la rapidez de variación de  $y$  para un valor definido de  $t$ .

Si en un problema intervienen variables que son funciones del tiempo y dichas variables se pueden relacionar, entonces derivando respecto al tiempo, es posible encontrar una relación entre la rapidez de variación de las variables consideradas. Por ejemplo si  $x=g(t)$ ,  $y=h(t)$  y  $y=f(x)$ :

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dx} f(x) \frac{dx}{dt} \quad (65)$$

## II.8. USO DE LA DERIVADA EN LA INTERPRETACION DE PRUEBAS DE PRESION.

### II.8.1. COMPORTAMIENTO HOMOGENEO.

En el análisis de pruebas de presión, el comportamiento más frecuentemente encontrado es el de un pozo con almacenamiento y daño, en un yacimiento con comportamiento homogéneo.

En el comportamiento homogéneo, existen dos regímenes de flujo predominantes: 1) almacenamiento del pozo y 2) flujo radial actuando infinitamente. Estos regímenes de flujo pueden ser diferenciables.

Durante el efecto de almacenamiento, cuando:

$$P_D = t_D / C_D \quad (66)$$

se tiene:

$$P_D' = d(P_D)/d(t_D/C_D) = 1 \quad (67)$$

Durante el flujo radial actuando infinitamente en formaciones homogéneas cuando:

$$P_D = 0.5 [\ln (t_D/C_D) + 0.80907 + \ln (C_D e^{2s})] \quad (68)$$

se tiene:

$$P_D' = d(P_D)/d(t_D/C_D) = 0.5/(t_D/C_D) \quad (69)$$

donde:

$$P_D = k h \Delta P / 141.2 q B \mu \quad (70)$$

$$t_D/C_D = 0.000295 k h \Delta t / \mu C \quad (71)$$

Por lo tanto, a tiempos tempranos y tardíos, todos los comportamientos de la derivada  $P_D'$ , son idénticos e independientes del grupo  $C_D e^{2s}$ . La curva tipo log-log que corresponde a estas relaciones está mostrada en la Fig. 8. Cada curva está rotulada por el grupo adimensional  $C_D e^{2s}$ , el cual define la forma de las curvas:

$$C_D e^{2s} = 0.8936 C e^{2s} / \phi c t h r_w^2 \quad (72)$$

A tiempos tempranos, todas las curvas se funden en una línea recta que corresponde a  $P_D'=1$ . A tiempos tardíos, las curvas se funden en una línea recta de pendiente -1, correspondiente a  $P_D'=0.5/(t_D/C_D)$ . A tiempos intermedios cada curva  $C_D e^{2s}$  produce una forma específica.

Sin embargo, desde un punto de vista práctico, fue preferible graficar la curva tipo como  $P_D'(t_D/C_D)$  versus  $t_D/C_D$ , como se muestra en la Fig. 9:

$$P_D'(t_D/C_D) = \Delta t \Delta P' kh / (141.2 q B \mu) \quad (73)$$

Para usar esta curva tipo, los datos reales deben ser graficados como  $\Delta t(\Delta P')$  versus  $\Delta t$ .

En la Fig. 9 a tiempos tempranos, las curvas siguen una pendiente unitaria en la línea recta log-log. Cuando el flujo radial actuando infinitamente es alcanzado, a tiempos tardíos, la curva queda horizontalmente a un valor de  $P_D'(t_D/C_D) = 0.5$ .

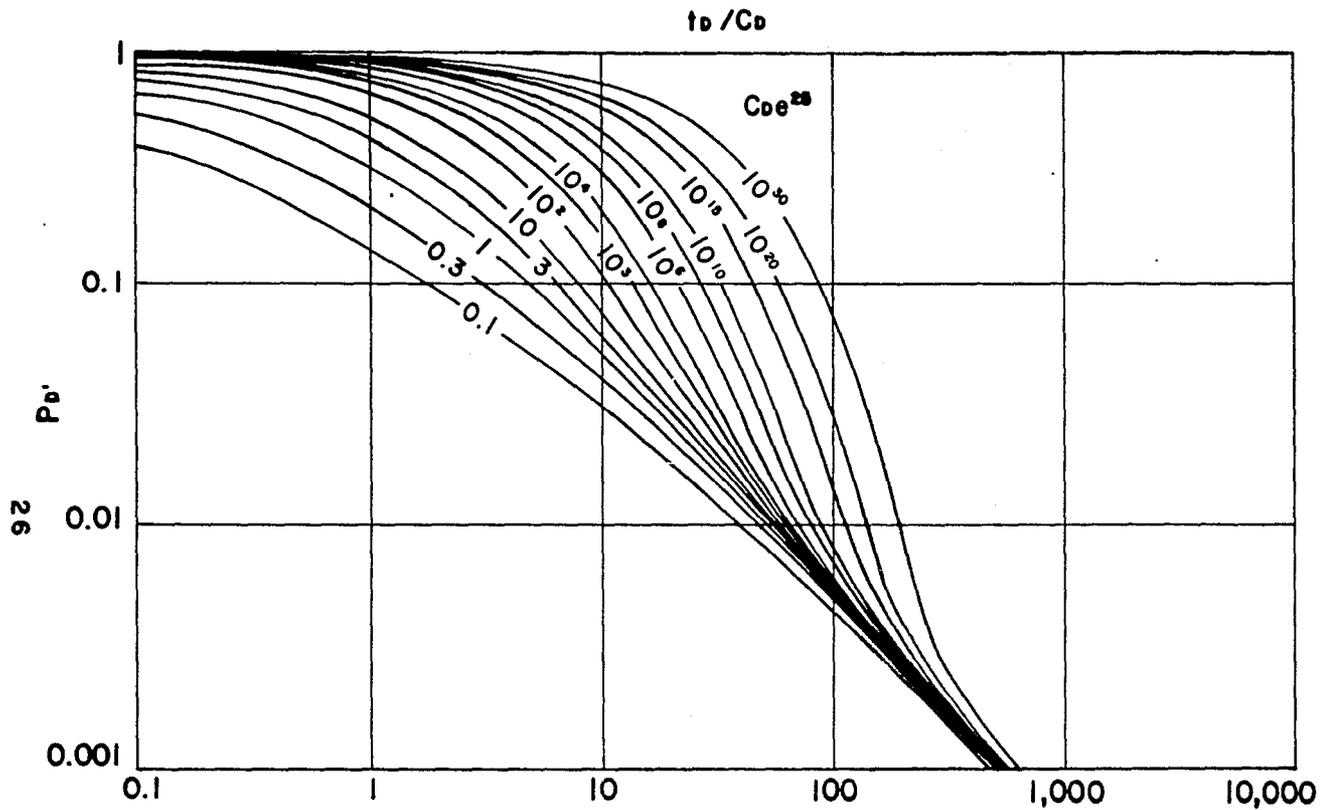


FIG. 8 COMPORTAMIENTO DE LA DERIVADA PARA POZOS CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO CON COMPORTAMIENTO HOMOGENEO<sup>(1)</sup>.

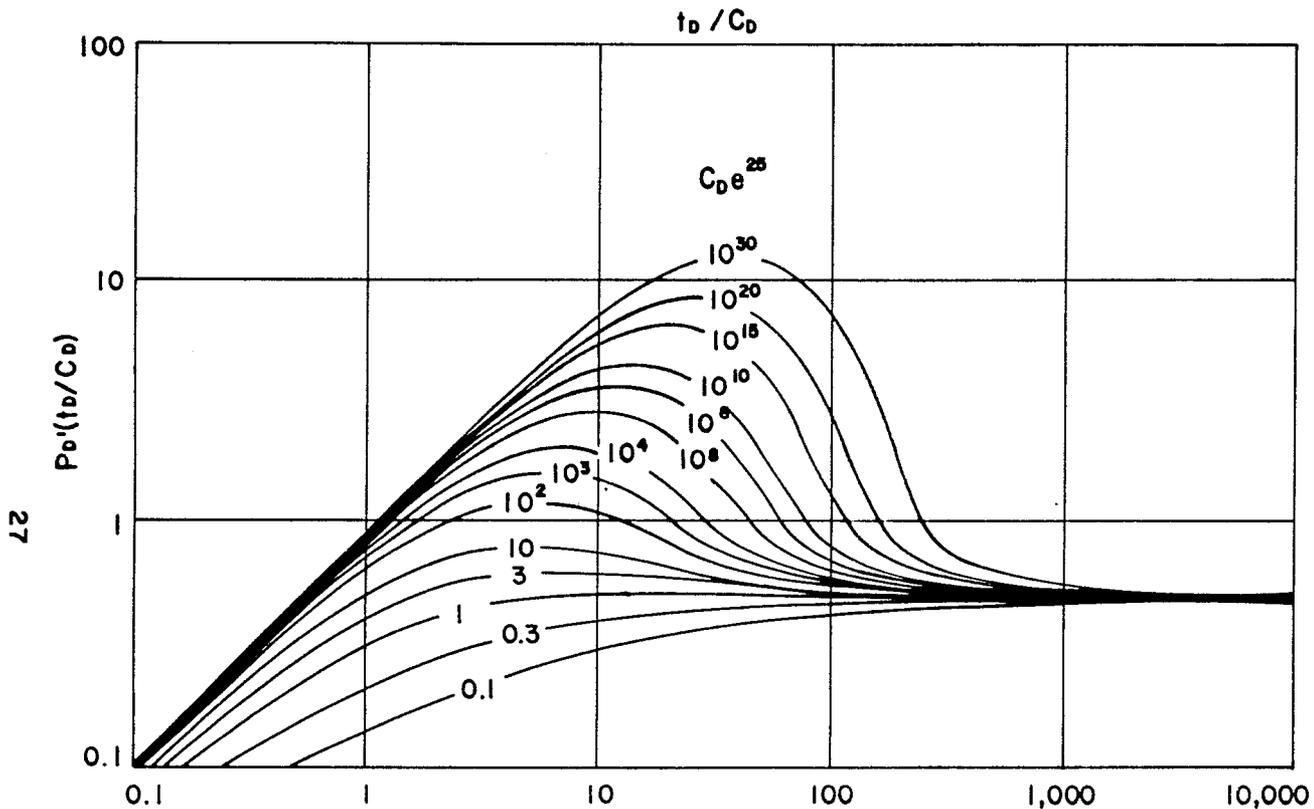


FIG.9 COMPORTAMIENTO DE  $P_D'(t_D/C_D)$  VERSUS  $t_D/C_D$  PARA POZOS CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO CON COMPORTAMIENTO HOMOGÉNEO <sup>(1)</sup>.

### II.8.2. COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD.

El comportamiento de doble-porosidad, se tiene cuando dos diferentes medios están involucrados en el proceso de flujo: un medio de alta permeabilidad que produce fluido y un medio de baja permeabilidad que alimenta al medio de alta permeabilidad. El comportamiento de doble-porosidad, es típico de yacimientos fracturados y yacimientos estratificados con alto contraste de permeabilidades entre las capas.

Es posible encontrar diferentes comportamientos de doble-porosidad, dependiendo del grado de interacción y/o del flujo interporoso entre los dos medios constituyentes. Los dos casos extremos de comportamiento de doble-porosidad son: 1) flujo interporoso limitado o pseudoestacionario, obtenido cuando existe un impedimento importante al flujo y/o daño interporoso entre el medio más permeable y el menos permeable; 2) flujo interporoso transitorio, obtenido cuando no existe daño interporoso.

En el análisis de pruebas de presión con la derivada, el comportamiento de doble-porosidad está caracterizado por la existencia de un mínimo en la derivada de la presión. Para una prueba de duración adecuada, este mínimo puede ser precedido y seguido por una estabilización, como en la Fig. 10, o solamente seguido por una estabilización, como en la Fig. 11. Además puede ocurrir un máximo a tiempos tempranos si el pozo está dañado, o puede no haber un máximo si el pozo está sin daño o estimulado (lo anterior se observa también en las Figs. 10 y 11). Allí podrá también ocurrir una tendencia hacia arriba o hacia abajo a tiempos largos si el yacimiento está limitado.

La primera estabilización mostrada en la Fig. 10, representa el comportamiento homogéneo del medio más permeable. La segunda estabilización ocurre para el mismo valor de la derivada de la presión que el de la primera, y representa el comportamiento homogéneo del sistema total. La estabilización en la Fig. 11 representa el comportamiento homogéneo del sistema total.

La forma del mínimo depende del tipo de comportamiento de doble-porosidad. Como se muestra en las Figs. 10 y 11, en el flujo interporoso limitado o pseudoestacionario se producirá un mínimo en forma de V, mientras que en el flujo interporoso transitorio se producirá un mínimo en forma de U abierta. La parte más baja del mínimo del flujo interporoso transitorio, corresponde al valor de la derivada de la presión, que es siempre mayor o igual a la mitad del valor de la derivada de la presión para el nivel de estabilización.

Para caracterizar la naturaleza del comportamiento de doble-porosidad, se consideran dos parámetros<sup>2</sup>:

$$w = (\phi V_{ct})_f / [(\phi V_{ct})_f + (\phi V_{ct})_m] \quad (74)$$

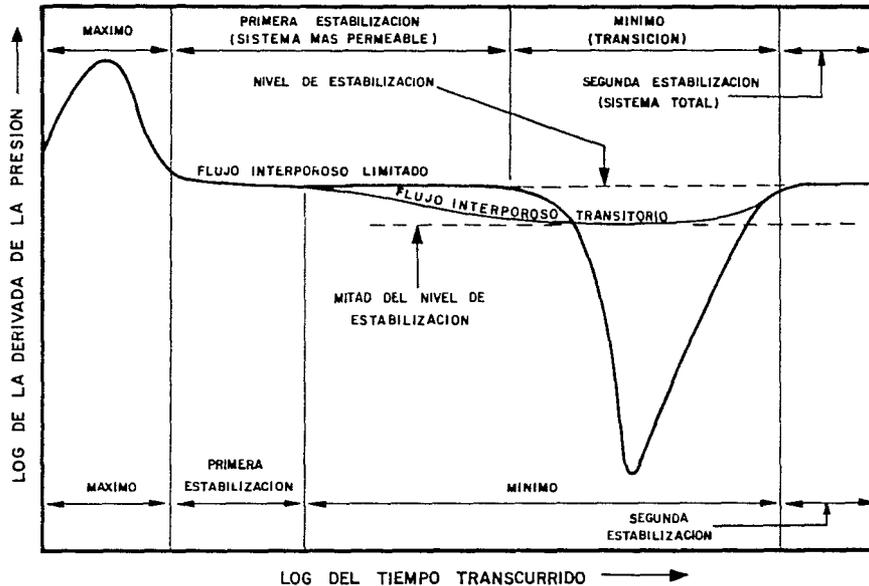


FIG.10 COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD. GRAFICA DE LA DERIVADA DONDE SE OBSERVA LA ESTABILIZACION ANTERIOR Y POSTERIOR AL PERIODO DE TRANSICION <sup>(9)</sup>.

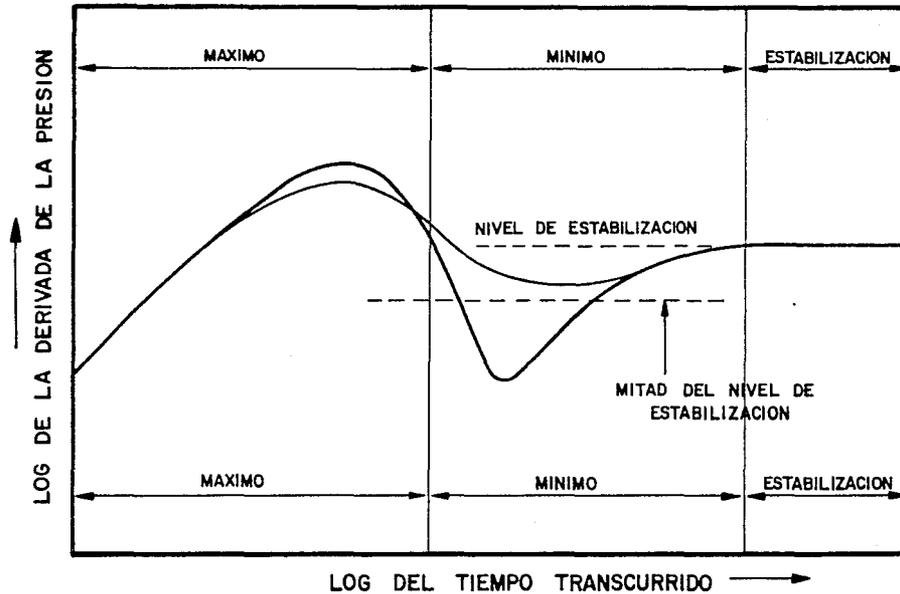


FIG. 11 COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD. GRAFICA DE LA DERIVADA DONDE SE OBSERVA SOLO LA ESTABILIZACION POSTERIOR AL PERIODO DE TRANSICION.

o bien:

$$w = (Cde^{2s})_{r+m} / (Cde^{2s})_r \quad (75)$$

y:

$$\lambda = \alpha r_w^2 k_m/k_r \quad (76)$$

En la ecuación 74,  $w$  es la relación del almacenamiento en el sistema de fracturas con respecto al almacenamiento total del yacimiento, y representa la contribución del sistema de fracturas a la capacidad de almacenamiento del yacimiento.

En la ecuación 76,  $\lambda$  es el coeficiente de flujo interporoso relacionado al contraste de permeabilidades que existe entre los dos medios porosos, y define el comportamiento del período de transición cuando los bloques de matriz comienzan a contribuir al flujo.

Las curvas tipo que representan el comportamiento de la derivada de la presión y de la presión en pozos con almacenamiento y daño, en un yacimiento con comportamiento de doble-porosidad, se muestran en las Figs. 12 y 13, para flujo interporoso pseudoestacionario y transitorio, respectivamente.

En el modelo de flujo interporoso transitorio se define el grupo adimensional  $\beta'$ :

$$\beta' = \vartheta' (Cde^{2s})_{r+m} / \lambda e^{-2s} \quad (77)$$

donde  $\vartheta'$ , es el factor de forma de los bloques y puede ser considerado como  $\vartheta' = 1.8914$  para estratos y  $\vartheta' = 1.0508$  para bloques esféricos.

Las curvas tipo mostradas en las Figs. 12 y 13 fueron estructuradas usando dos familias de curvas componentes, incluyendo:

- A) Las curvas  $Cde^{2s}$  que corresponden a un comportamiento homogéneo; y
- B) Las curvas  $\lambda e^{-2s}$  que muestran el comportamiento de la presión en el período de transición. En la curva tipo para flujo interporoso transitorio, se utilizó el grupo adimensional  $\beta'$ .

Una respuesta completa de doble-porosidad sigue tres curvas, una para cada régimen de flujo característico: (1) una curva de comportamiento homogéneo, correspondiente al flujo inicial del sistema más permeable; (2) una curva correspondiente al período de transición; y (3) una curva de comportamiento homogéneo correspondiente al sistema total.

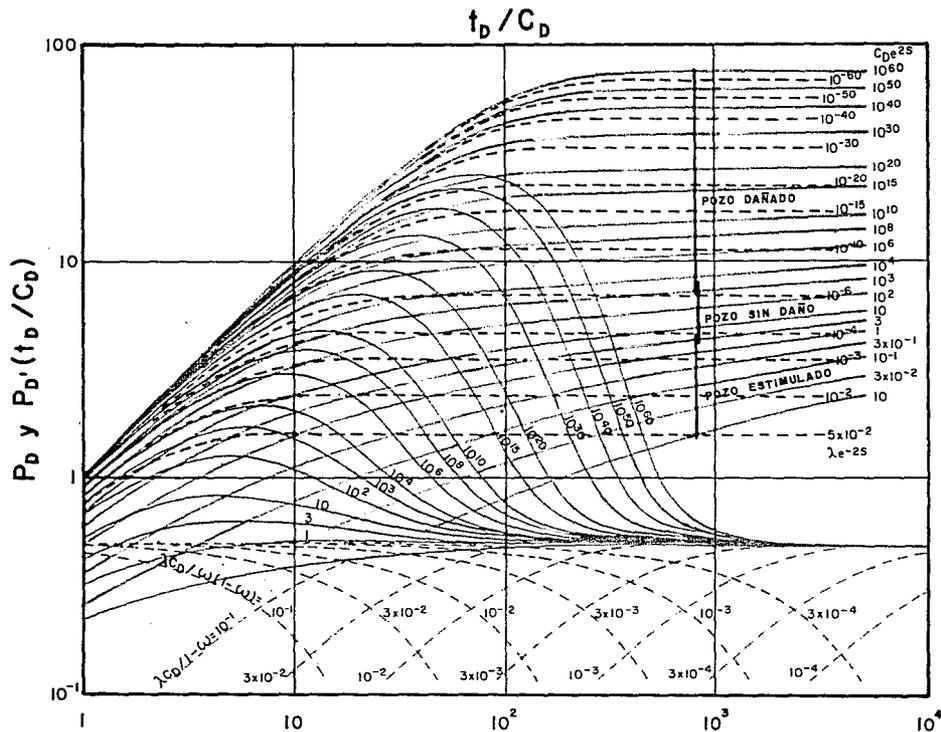


FIG.12 COMPORTAMIENTO  $P_D'(t_D/C_D)$  Y  $P_D$  VERSUS  $t_D/C_D$  PARA POZOS CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO CON COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD Y FLUJO INTERPOROSO PSEUDO-ESTACIONARIO<sup>(2)</sup>.

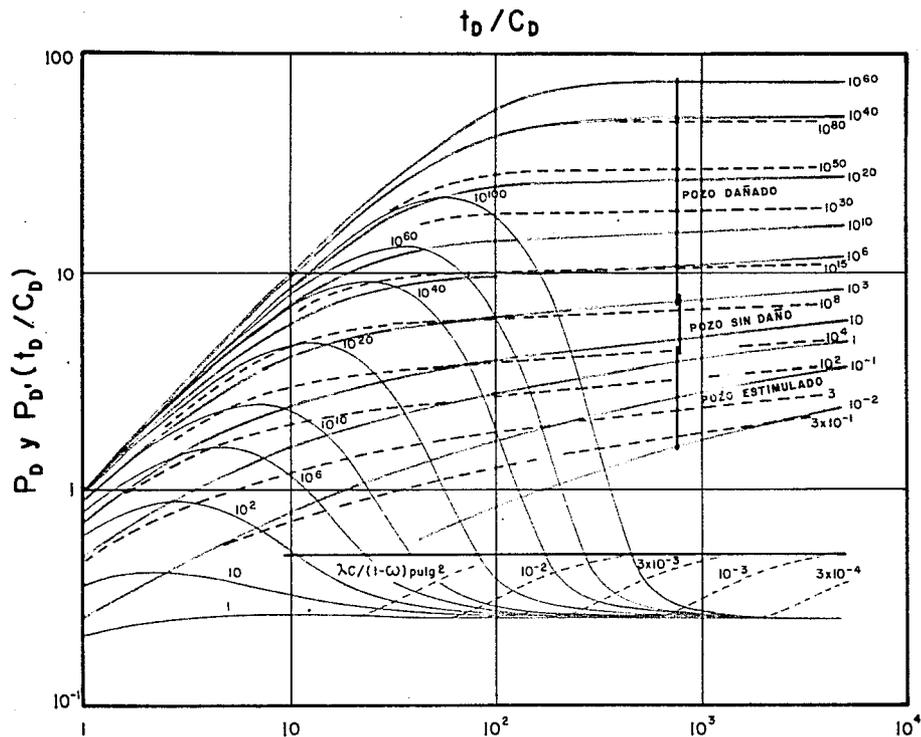


FIG.13 COMPORTAMIENTO DE  $P_D'(t_D/C_D)$  Y  $P_D$  VERSUS  $t_D/C_D$  PARA POZOS CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO CON COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD Y FLUJO INTERPOROSO TRANSITORIO<sup>(3)</sup>.

En una respuesta de doble-porosidad, la presión estabiliza durante la transición; por lo tanto, la derivada tiende a caer como se ilustra en la Fig. 14 con el ejemplo A. Inicialmente, debido al efecto de almacenamiento del pozo, la curva de la derivada sigue  $(Cbe^{2s})_{r=1}$ . Luego, el flujo radial actuando infinitamente ocurre en el sistema más permeable y la derivada alcanza la línea recta de 0.5. Más tarde, comienza la transición y la derivada cae a una curva rotulada con  $(\lambda Cb)/w(1-w)$  hasta alcanzar un mínimo, después sigue una curva rotulada con  $(\lambda Cb)/(1-w)$  y finalmente regresa a la línea recta horizontal de 0.5 correspondiente al flujo radial infinito en el sistema total  $(Cbe^{2s})_{r+m}$ . Por lo tanto, el período de transición está formado por dos familias de curvas. En el ejemplo A de la Fig. 14, la transición temprana ajusta a una curva  $(\lambda CDr+m)/w(1-w) = 3.33 * 10^{-4}$  y la transición tardía se ajusta a  $(\lambda CDr+m)/(1-w) = 3.33 * 10^{-5}$ .

En la Fig. 15 se presenta otro caso de respuesta de doble-porosidad con el ejemplo B. En este caso, el flujo radial infinito del sistema más permeable se ve enmascarado por el efecto de almacenamiento del pozo. En el comportamiento de la derivada se observa que la curva va directamente de almacenamiento a transición. Cuando el almacenamiento aún está presente, la transición temprana se ajusta a una curva rotulada con  $(\lambda CDr+m)/w(1-w) = 1.11 * 10^{-2}$ , que no es estrictamente confiable; pero cuando el almacenamiento se desprecia, la transición tardía se ajusta aceptablemente a la curva  $(\lambda CDr+m)/(1-w) = 1.11 * 10^{-3}$ .

Por tanto, el análisis con la derivada de la presión provee el más eficiente medio para la identificación de sistemas de doble-porosidad, pues la alta sensibilidad de la curva de la derivada, muestra sin problema el carácter heterogéneo de la respuesta del yacimiento.

La única ambigüedad significativa que existe en la técnica de la derivada, está entre el comportamiento de doble-porosidad con flujo interporoso transitorio y el comportamiento homogéneo con una sola falla sellando, pues ambos exhiben una forma similar de la derivada de la presión.

### II.8.3. CURVAS TIPO.

Una curva tipo es una representación gráfica, durante una prueba de presión, de la respuesta teórica de un modelo de interpretación que representa al pozo y al yacimiento que están siendo probados. Para una prueba a presión constante, la respuesta es el cambio en el gasto de producción; para una prueba a gasto constante, la respuesta es el cambio de la presión de fondo del pozo. Otro tipo de respuesta utilizado es la derivada de la presión de fondo con respecto al tiempo.

Las curvas tipo son generadas de soluciones a las ecuaciones de flujo bajo una especificación inicial y condiciones de frontera. Razón por la que generalmente, las curvas tipo son presentadas en términos adimensionales, tal como una presión adimensional versus

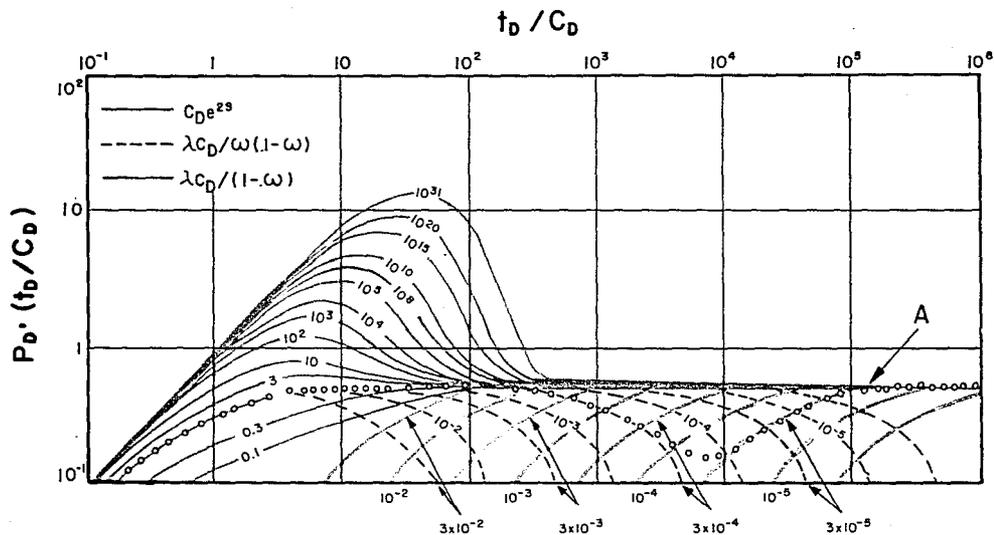


FIG.14 AJUSTE DE UNA RESPUESTA DE DOBLE-POROSIDAD (EJEMPLO A) EN LA CURVA TIPO PARA POZOS CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO CON COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD (2).

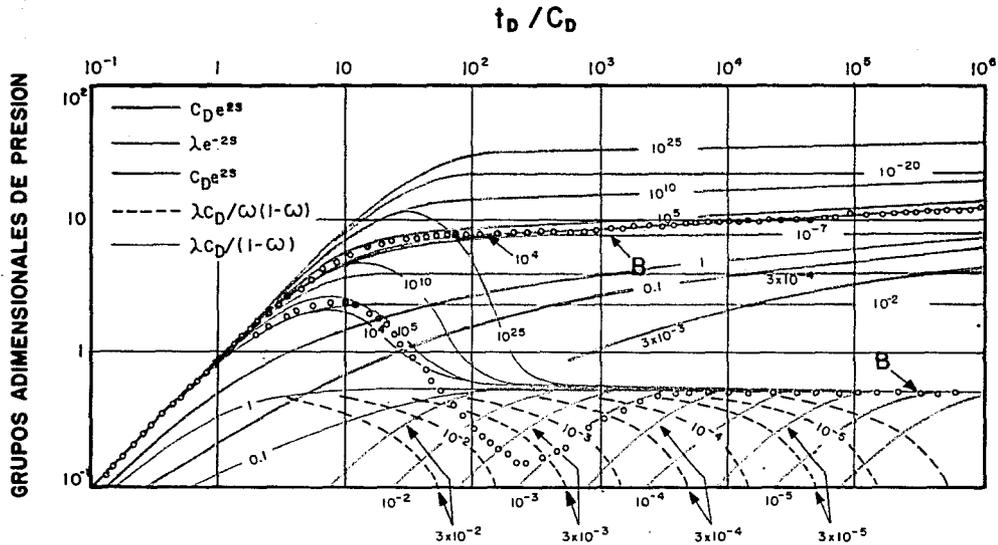


FIG.15. AJUSTE DE UNA RESPUESTA DE DOBLE-POROSIDAD (EJEMPLO B) EN LA CURVA TIPO PARA POZOS CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO CON COMPORTAMIENTO DE DOBLE-POROSIDAD (2).

un tiempo adimensional. Un modelo de interpretación dado puede generar una simple curva tipo o una o más familias de curvas tipo, dependiendo de la complejidad del modelo.

El análisis con curvas tipo, consiste en encontrar una curva tipo que ajuste la respuesta del pozo y del yacimiento durante una prueba.

El ajuste puede ser establecido gráficamente, por superposición física de la gráfica de los datos de la prueba en una gráfica similar de curvas tipo y buscando la curva tipo que proporcione el mejor ajuste. Los parámetros del yacimiento, se calculan de valores de parámetros adimensionales definidos por la curva tipo utilizada y por los ejes  $x$  y  $y$  trasladados.

Para un modelo de interpretación dado, la solución matemática a las ecuaciones de flujo es única, y las curvas tipo generadas de esta solución deberían ser idénticas. En la práctica, sin embargo, las curvas tipo pueden diferir por su presentación (si ellas utilizan diferentes parámetros dimensionales o adimensionales) o por su rango de aplicación. Como resultado, algunas curvas tipo publicadas pueden no ser utilizables en los datos de la prueba, o puede ser más o menos conveniente su uso. Pero, aún cuando se observan diferentes, las curvas tipo corresponden al mismo modelo de interpretación, que darán los mismos resultados del análisis si todas ellas abarcan el rango de valores de los datos de la prueba.

Las curvas tipo describen el comportamiento completo del modelo de interpretación correspondiente al pozo y al yacimiento, e incluyen los diferentes regímenes de flujo que dominan durante la prueba. Como resultado, el análisis con curvas tipo permite determinar todos los parámetros del yacimiento y del pozo que pueden ser obtenidos de pruebas de presión.

En el análisis de pruebas de presión utilizando curvas tipo de la derivada, se aplican las curvas presentadas en las Figs. 9, 12 y 13.

La Fig. 9 se aplica en los casos de pozos con almacenamiento y daño en un yacimiento con comportamiento homogéneo; y las Figs. 12 y 13 se aplican en los casos de pozos con almacenamiento y daño en un yacimiento con comportamiento de doble-porosidad, para flujo interporoso pseudoestacionario y transitorio, respectivamente.

## CAPITULO III

### T E C N I C A D E A N A L I S I S

#### III.1. GENERALIDADES.

La interpretación convencional de pruebas de presión, se ha enfocado principalmente a la solución de yacimientos homogéneos. Estas técnicas de análisis han sido discutidas ampliamente en la literatura y se utilizan comunmente en la industria petrolera.

La técnica de Horner ha sido el medio más ampliamente aceptado para analizar pruebas de presión desde su introducción en 1951<sup>15</sup>. Otra técnica ampliamente utilizada para el análisis, es la gráfica log-log de  $\Delta P$  versus  $\Delta t$ , la cual puede ser ajustada a curvas tipo e ilustra comportamientos esperados en los datos de presión para una gran variedad de sistemas pozo-yacimiento.

Actualmente, en el análisis de pruebas de presión, se consideran dos aspectos complementarios:

- 1). Un aspecto global, utilizado para diagnosticar el comportamiento de la presión e identificar las diferentes características de los regímenes de flujo, mediante el uso de curvas tipo; y
- 2). Un aspecto específico, usando análisis especializado, válido sólo en regímenes de flujo específicos, para calcular correctamente los parámetros del pozo y yacimiento.

Los resultados de ambos análisis deben ser consistentes.

#### III.2. CALCULO DE LA DERIVADA.

El interés principal cuando se realiza el cálculo de la derivada de los datos de presión de una prueba, es mejorar la señal afectada por el ruido. En datos de pruebas de presión, siempre estará presente algo de ruido a causa de la resolución del aparato de medición, circuitos electrónicos, vibraciones, etc.

Se han probado varios métodos para calcular la derivada de datos de pruebas de presión. En esta sección se presentan dos de los algoritmos que han mostrado una mejor resolución en los valores calculados de la derivada de la presión<sup>12</sup>: (1) algoritmo de diferenciación de Bourdet; y (2) algoritmo de diferencias centrales.

## III.2.1. ALGORITMO DE DIFERENCIACION DE BOURDET.

El algoritmo de Bourdet consiste en tomar un punto antes y otro después del punto de interés<sup>4</sup>, se calculan las derivadas correspondientes a diferencias hacia atrás y hacia adelante con las parejas  $j-1$ ,  $j$  y  $j$ ,  $j+1$ , respectivamente, se ponderan con los intervalos de tiempo posterior y anterior, y se dividen por el intervalo de tiempo total:

$$\frac{dP}{dt} \Big|_j = \frac{\frac{\Delta P_j - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_j - \Delta t_{j-1}} (\Delta t_{j+1} - \Delta t_j) + \frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_j}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_j} (\Delta t_j - \Delta t_{j-1})}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}} \quad (78)$$

Los efectos del ruido se reducen al escoger los puntos antes y después, lo suficientemente distanciados al punto de interés. Cuando se usan puntos consecutivos para el cálculo de la derivada con la ecuación 78, la curva es demasiado dispersa y no puede ser usada para el análisis; sin embargo, si se hacen demasiado distantes, la forma original de la curva será falseada. Por lo tanto, debe tenerse cuidado en la suavización de la derivada, ya que puede distorsionarse la respuesta original de la presión.

En la Fig. 16 se muestra esquemáticamente el algoritmo propuesto por Bourdet, donde el parámetro  $L$  varía de 0 (suavizamiento nulo) a 0.5 (caso extremo). El efecto de suavizamiento resultante (o la posible distorsión) de la curva de la derivada, depende de cada caso en particular, ya que el parámetro  $L$  está expresado en diferentes escalas de tiempo, según el tipo de prueba y la historia de producción.

Mediante la ecuación 78 se obtiene la derivada de la presión con respecto al tiempo; sin embargo, para su aplicación práctica en las curvas tipo de las Figs. 9, 12 y 13 se requiere multiplicarla por el tiempo  $\Delta t_j$ , de tal forma que:

$$\frac{dP}{dt} \Delta t \Big|_j = \left[ \frac{\frac{\Delta P_j - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_j - \Delta t_{j-1}} (\Delta t_{j+1} - \Delta t_j) + \frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_j}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_j} (\Delta t_j - \Delta t_{j-1})}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}} \right] \Delta t_j \quad (79)$$

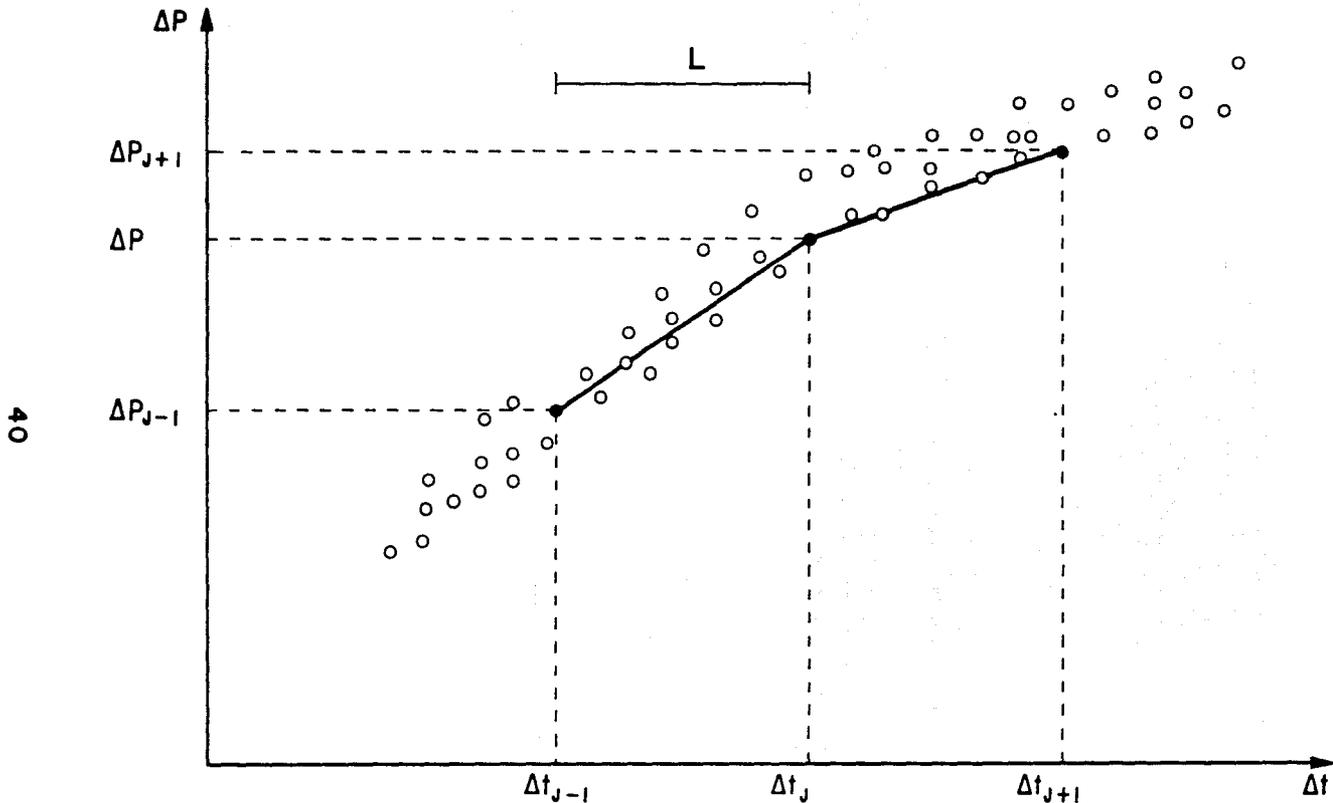


FIG. 16 REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL LOGARITMO DE BOURDET PARA EL CALCULO DE LA DERIVADA <sup>(12)</sup>.

III.2.2. ALGORITMO DE DIFERENCIAS CENTRALES.

En la Fig. 17 se muestra esquemáticamente el concepto de diferencias centrales, de tal manera que:

$$\begin{aligned} \Delta f(x) &= f(x+\Delta x/2) - f(x-\Delta x/2) \\ \Delta^2 f(x) &= \Delta f(x+\Delta x/2) - \Delta f(x-\Delta x/2) \\ \Delta^3 f(x) &= \Delta^2 f(x+\Delta x/2) - \Delta^2 f(x-\Delta x/2) \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \Delta^n f(x) &= \Delta^{n-1} f(x+\Delta x/2) - \Delta^{n-1} f(x-\Delta x/2) \end{aligned}$$

donde  $\Delta f(x)$  se denomina la primera diferencia central;  $\Delta^2 f(x)$  es la segunda diferencia central, etc.

El algoritmo propuesto en esta sección, se basa en el concepto de diferencias centrales ponderando con el tiempo promedio. Esta ponderación se realiza multiplicando el cociente de la diferencia central por el promedio de los tiempos anterior, posterior y del punto de interés:

$$\frac{dp}{dt} \Big|_j \overline{\Delta t_3} = \left[ \frac{\Delta P_{j+1} - \Delta P_{j-1}}{\Delta t_{j+1} - \Delta t_{j-1}} \right] \sum_{i=j-1}^{j+1} \frac{\Delta t_i}{3} \qquad (80)$$

III.3. ANALISIS GLOBAL.

III.3.1. DIAGNOSTICO DE LA PRUEBA.

Durante la etapa de diagnóstico, se debe encontrar el modelo de interpretación que mejor represente el comportamiento dinámico del pozo y del yacimiento que están siendo probados. El diagnóstico del comportamiento de la presión, se lleva a cabo mediante el análisis de curvas tipo.

Un camino para identificar el modelo de interpretación consiste en utilizar la derivada de la presión. Una gráfica log-log de la derivada de la presión versus el tiempo transcurrido, genera un determinado número de características distintivas para los diferentes componentes del modelo de interpretación, que son fáciles de reconocer.

Estos rasgos distintivos son: (1) un máximo, (2) un mínimo, (3) una estabilización y (4) una tendencia hacia arriba o hacia abajo. El máximo se establece a tiempos tempranos e indica almacenamiento del pozo y daño. Un máximo más alto indica más daño en el pozo. La

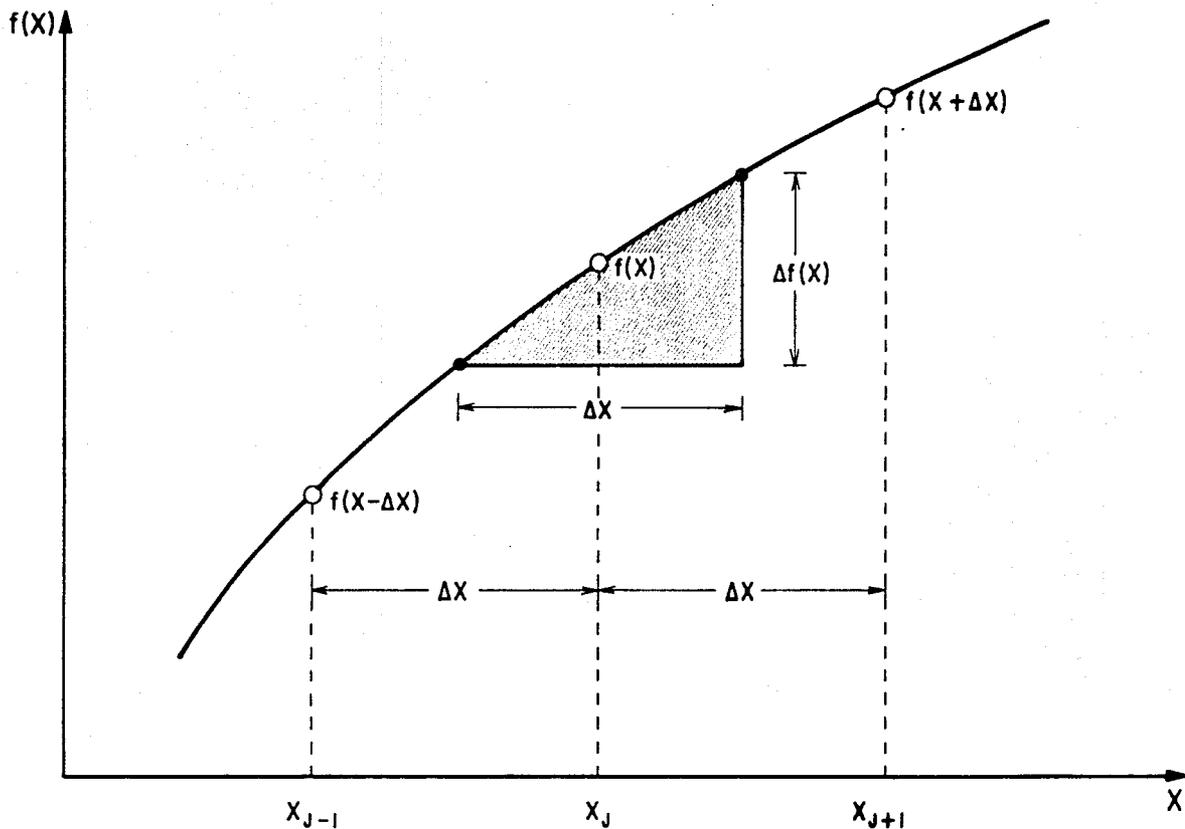


FIG.17 REPRESENTACION ESQUEMATICA DEL LOGARITMO DE DIFERENCIAS CENTRALES PARA EL CALCULO DE LA DERIVADA<sup>(12)</sup>.

inexistencia de un máximo indica un pozo sin daño o estimulado. La estabilización indica flujo radial y corresponde a la línea recta semilog en una gráfica de Horner. Un mínimo indica comportamiento heterogéneo. Una tendencia hacia arriba o hacia abajo al final de los datos indica efectos de frontera. El modelo de interpretación completo se obtiene entonces, combinando estos componentes.

Sin embargo, muchos analistas en la etapa de diagnóstico, cuentan con la gráfica combinada de la derivada de la presión y del cambio de presión versus el tiempo transcurrido, para determinar qué modelo de yacimiento puede representar a los datos de presión de la prueba.

Los siguientes ejemplos mostrados en la Fig. 18, auxilian para saber qué identificar en la gráfica de diagnóstico log-log de la derivada de la presión y del cambio de presión:

EJEMPLO A. Se ilustra la respuesta más común, un pozo con almacenamiento y daño en un yacimiento con comportamiento homogéneo. El efecto de almacenamiento y daño presente a tiempos tempranos se observa como un máximo. La porción plana de la derivada a tiempos tardíos corresponde al flujo radial infinito que es fácilmente analizable con la línea recta semilog de Horner.

EJEMPLO B. Muestra el comportamiento de una conductividad infinita, la cual es característica en un pozo que penetra una fractura vertical. La pendiente de un medio, en la gráfica de la derivada y en la gráfica del cambio de presión, resulta en dos líneas paralelas durante el régimen de flujo que representa flujo lineal hacia la fractura.

EJEMPLO C. Muestra un yacimiento con una barrera vertical al flujo o una falla sellante. El nivel del segundo máximo de la derivada es dos veces mayor que el primero. La gráfica de Horner mostrará el efecto familiar, la pendiente duplicándose.

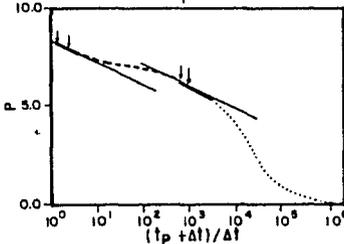
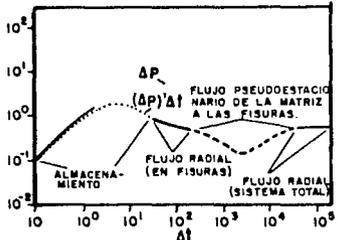
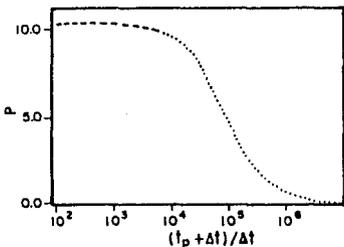
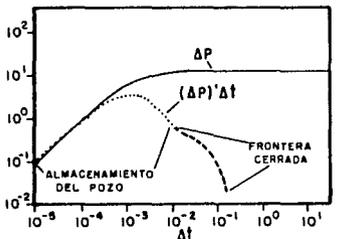
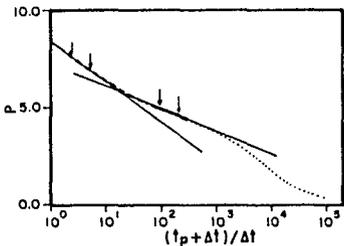
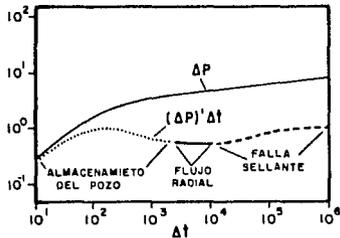
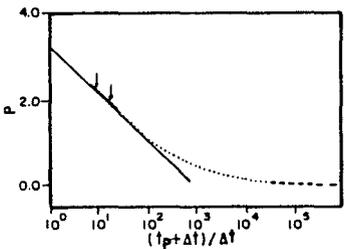
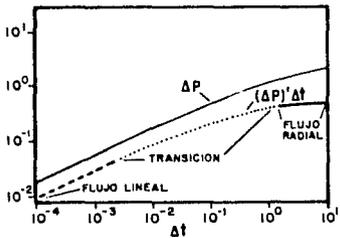
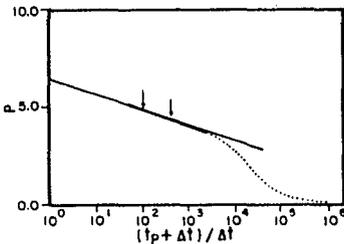
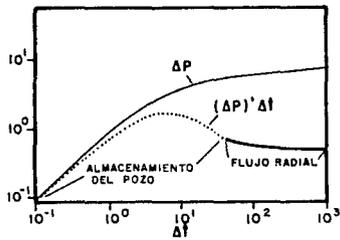
EJEMPLO D. Ilustra el efecto de un volumen de drenaje cerrado. La permeabilidad y el daño no pueden ser determinados por la gráfica de Horner. Cuando los datos de presión se asemejan a este caso, la única herramienta para determinar los parámetros del yacimiento es el ajuste de curvas tipo.

EJEMPLO E. Exhibe un mínimo en la derivada de la presión que es indicativo de un yacimiento heterogéneo. En este caso, el rasgo resulta de un comportamiento de doble-porosidad, para el caso de flujo pseudoestacionario del sistema menos permeable al más permeable.

Algunos rasgos de la derivada de la presión son similares a algunas características de otros modelos. Por ejemplo, la derivada de la presión duplicándose, asociada con una falla (ejemplo C), puede también indicar flujo interporoso transitorio en un sistema de doble-porosidad. La caída súbita de la derivada de la presión

### GRAFICA DE DIAGNOSTICO

### GRAFICA DE HORNER



A

POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO HOMOGENE

B.

POZO CON FRACTURA VERTICAL DE CONDUCTIVIDAD INFINITA EN UN YACIMIENTO HOMOGENE.

C

POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO HOMOGENE SELLANTE.

D

POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN YACIMIENTO HOMOGENE CON FRACTURA CERRADA.

E

POZO CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO EN UN SISTEMA DOBLE-POROSIDAD CON FLUJO INTERPOROSIDAD PSEUDOESTACIONARIO.

FIG.18 EJEMPLOS DE DIAGNOSTICO PARA DIFERENTES MODELOS DE YACIMIENTOS <sup>(16)</sup>.

en datos de incremento puede indicar una frontera externa cerrada o una frontera externa a presión constante, resultante de una capa de gas, un acuífero o a la inyección en pozos. El mínimo de la derivada de la presión (ejemplo E) puede indicar un sistema estratificado en vez de un sistema de doble-porosidad.

Para estos casos y otros, el analista debe consultar datos de geología, geofísica o análisis de núcleos para decidir qué modelo usar en una interpretación. Con información adicional, puede ser establecida una mejor interpretación de los datos de presión.

Una vez que el modelo de interpretación ha sido plenamente identificado, se debe seleccionar la curva tipo correspondiente a dicho modelo y determinar los parámetros del pozo y yacimiento mediante el ajuste de curvas tipo.

### III.3.2. ANALISIS CON LA CURVA TIPO DE LA DERIVADA.

Cuando el modelo de interpretación ha sido identificado, puede seleccionarse la curva tipo de la derivada de la presión mostrada en la Fig. 9 para calcular los parámetros del pozo y del yacimiento.

Para usar esta curva tipo, los datos reales deben ser graficados como  $\Delta P'(\Delta t)$  versus  $\Delta t$  en escala log-log con las mismas dimensiones de la curva tipo. Esta curva es más fácil de usar que las curvas tipo comunes, pues si la prueba es de duración adecuada, la gráfica log-log de los datos exhibirá también las dos líneas rectas de la curva tipo de la Fig. 9, presentes a tiempos tempranos y tardíos. De este modo, con el ajuste de las dos porciones rectas de los datos de la prueba sobre las asíntotas de la curva tipo, es claro que sólo un ajuste será establecido; evitando así, la ambigüedad en el ajuste, que es común en otra variedad de curvas tipo. Entre las dos asíntotas, las curvas tipo son claramente diferentes para distintos valores de  $Coe^{2s}$ ; de tal forma que es fácil identificar la curva correcta  $Coe^{2s}$  correspondiente a los datos de la prueba.

En adición a esta singularidad y alta definición, la curva tipo tiene otra característica muy importante, que consiste en que el régimen de flujo radial infinito da origen a una línea recta en la gráfica log-log de la derivada de la presión. Por tanto, el análisis con la derivada de la presión combina las ventajas del ajuste de curvas tipo con la precisión de las gráficas especializadas semilog. El análisis de la derivada de la presión es, por consiguiente, llevado a cabo con una sola gráfica, eliminando la necesidad de gráficas adicionales para confirmar el ajuste.

En las curvas tipo de la derivada de la presión, tan pronto como el flujo radial infinito es alcanzado, todas las curvas son idénticas e independientes del factor de daño. Esto significa que el efecto de daño sólo se manifiesta en la curvatura observada

entre la línea recta debida al almacenamiento del pozo y la línea recta debida al flujo radial infinito. La experiencia ha mostrado que los datos en esta porción de la curva no están siempre bien definidos. Es por esta razón que se ha encontrado útil superponer la curva tipo de la derivada de la presión (Fig. 9) y la curva tipo del cambio de presión, resultando la Fig. 19, que permite hacer simultáneamente el ajuste de los datos de cambio de presión,  $\Delta P$  y los datos de la derivada de la presión,  $\Delta P'(\Delta t)$ , ya que están graficados en la misma escala. Los datos de la derivada de la presión proporcionan sin ambigüedad la presión y el tiempo de ajuste, mientras que el valor de  $C_{De}^{2s}$  se obtiene por comparación de las curvas ajustadas para los datos de la derivada y para los datos de cambio de presión.

Por lo tanto, el procedimiento de ajuste es como sigue:

- 1.- Se grafican  $\Delta P'(\Delta t)$  y  $\Delta P$  versus  $\Delta t$  en la misma gráfica log-log.
- 2.- Los puntos de los datos a tiempos tardíos de la curva de la derivada de la presión, se ajustan sobre la línea recta horizontal del flujo radial de la curva tipo  $P_D'$ . Entonces es determinada la presión de ajuste y se puede calcular el término  $kh$  despejándolo de la ecuación 70:

$$kh = 141.2 qB\mu (P_D/\Delta P)_{ajuste} \quad (81)$$

- 3.- La curva de los datos se desplaza horizontalmente hasta que los datos a tiempos tempranos se ajustan a la línea recta de pendiente unitaria, correspondiente al período de almacenamiento. El tiempo de ajuste es entonces determinado y puede obtenerse el valor de  $C$  con la ecuación:

$$C = [0.000295 kh/\mu] [\Delta t/(t_D/C_D)]_{ajuste} \quad (82)$$

- 4.- Se debe hacer consistente la etiqueta  $C_{De}^{2s}$  de la curva ajustada con los datos de la derivada de la presión y la etiqueta  $C_{De}^{2s}$  de la curva ajustada con los datos de cambio de presión, para establecer el mejor ajuste. El factor de daño se obtiene con las ecuaciones:

$$C_D = 0.8936 C/(\phi C_t h r_w^2) \quad (83)$$

$$s = 0.5 \ln (C_{De}^{2s}/C_D) \quad (84)$$

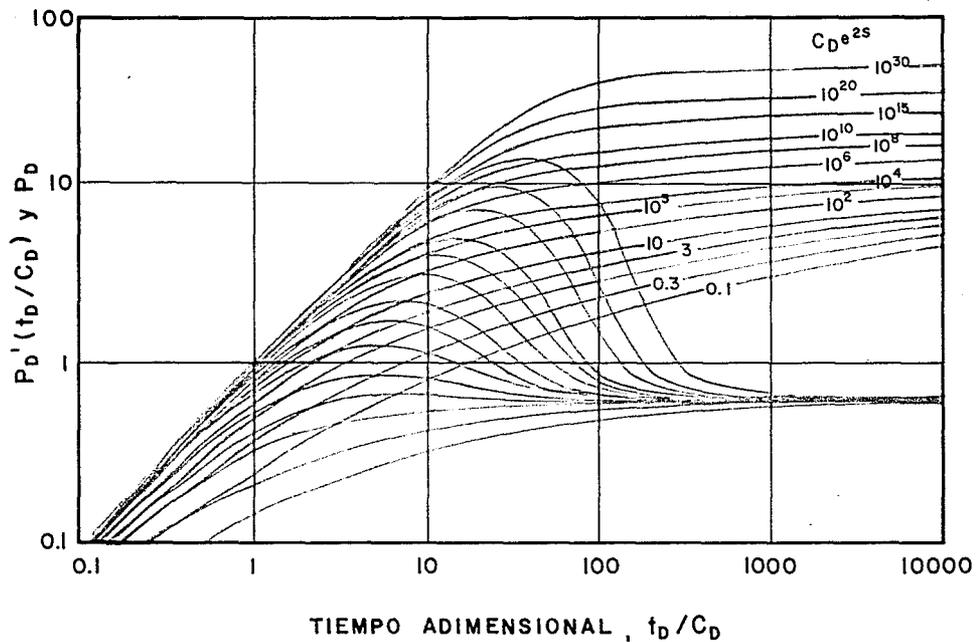


FIG. 19 CURVA TIPO COMBINADA  $P_D'(t_D/C_D)$  y  $P_D$   
VERSUS  $t_D/C_D$ .

### III.4. ANALISIS ESPECIALIZADO.

Una vez que el modelo de interpretación ha sido identificado en la etapa de diagnóstico, gráficas especializadas pueden ser usadas para calcular los parámetros del yacimiento o los datos pueden ser ajustados a una determinada curva tipo.

Para una prueba de incremento, la técnica de Horner es el análisis especializado aplicable durante el régimen de flujo radial actuando infinitamente. El método implica una gráfica semilog de la presión de fondo versus el log  $(t_p + \Delta t) / \Delta t$  (que es el tiempo de Horner). La pendiente  $m$  de la línea recta obtenida en esta gráfica, es utilizada para calcular la permeabilidad del yacimiento:

$$k = 162.6 qB\mu/mh \quad (85)$$

la extensión de esta línea recta al tiempo  $\Delta t$  igual a 1 hr, provee el medio para calcular el factor de daño:

$$s = 1.151 [(p_{1hr} - p_{wf})/m - (\log(k/\phi\mu c r_w^2) + 3.23)] \quad (86)$$

La extensión de la línea recta para cuando el tiempo de Horner es equivalente a 1, es la presión extrapolada usada para determinar la presión media del yacimiento.

Cuando el modelo de interpretación ha sido identificado, si las técnicas de análisis de línea recta convencionales no son aplicables, se puede seleccionar una curva tipo apropiada al modelo de interpretación identificado para el rango de valores de los datos de la prueba. Los parámetros del yacimiento se determinan a partir de las variables adimensionales que definen la curva tipo seleccionada.

Finalmente, se deben comparar los resultados obtenidos del análisis global y del análisis especializado, los cuales deben ser consistentes.

## CAPITULO IV

### EJEMPLOS DE APLICACION

En este capítulo, se presentan dos ejemplos de análisis de pruebas de presión, donde se aplica la metodología mostrada en el capítulo anterior de este trabajo, para la correcta determinación de los parámetros del sistema pozo-yacimiento.

Los datos de los ejemplos presentados, fueron obtenidos de las siguientes fuentes: (1) datos del ejemplo 2 presentado en la referencia 1 y (2) datos de la prueba de incremento de presión realizada en el pozo Az-46 del campo geotérmico "Los Azufres", Mich. en julio de 1992.

#### IV.1. EJEMPLO 1. DATOS PUBLICADOS EN LA LITERATURA.

Los datos del ejemplo 2 presentado en la referencia 1, corresponden a una prueba de incremento de presión de un pozo acidificado en un yacimiento homogéneo; los cuales están contenidos en la tabla IV.1.

El cálculo de la derivada de la presión, se llevó a cabo con el algoritmo de diferencias centrales.

##### IV.1.1. ANALISIS GLOBAL.

En la Fig. 20 se presenta la gráfica log-log del incremento de la presión y de la derivada de la presión versus el tiempo de cierre, para los datos de este ejemplo.

Los datos generales para el análisis de la prueba son los siguientes:

$$q = 1500 \text{ BPD}$$

$$h = 73 \text{ pies}$$

$$t_p = 18.04 \text{ hr}$$

$$r_w = 0.401 \text{ pies}$$

$$B = 1.3$$

$$\mu = 0.5 \text{ cp}$$

$$c_t = 1 * 10^{-5}$$

$$\phi = 20 \%$$

TABLA IV.1.-DATOS DE INCREMENTO DE PRESION DE UN POZO ACIDIFICADO EN UN YACIMIENTO HOMOGENEO (ref.1).

No.	TIEMPO (horas)	PRESION (psig)	No.	TIEMPO (horas)	PRESION (psig)
1	0	2235.28	53	.228112	2325.85
2	.000311	2236.19	54	.239312	2328.08
3	.003111	2237.69	55	.250312	2330.25
4	.005911	2239.53	56	.261512	2332.34
5	.008711	2241.62	57	.278112	2335.35
6	.011511	2243.41	58	.294712	2338.22
7	.014311	2246.26	59	.311512	2340.95
8	.017111	2248.53	60	.328112	2343.48
9	.019711	2250.71	61	.344712	2346.06
10	.022511	2252.38	62	.361512	2348.39
11	.025311	2254.78	63	.378112	2350.7
12	.028111	2256.33	64	.394712	2352.93
13	.030911	2258.53	65	.428112	2357.13
14	.033711	2260.3	66	.461512	2361.03
15	.036511	2261.67	67	.494712	2364.64
16	.039311	2263.35	68	.528112	2368.09
17	.042111	2265.28	69	.561512	2371.32
18	.044711	2266.54	70	.594712	2374.34
19	.047511	2268.08	71	.661512	2379.93
20	.050311	2269.86	72	.728112	2385.02
21	.053111	2271.02	73	.794712	2389.6
22	.055911	2272.43	74	.894712	2395.77
23	.058711	2273.82	75	.994712	2401.13
24	.061511	2275.16	76	1.09471	2405.84
25	.064311	2276.49	77	1.26151	2412.87
26	.067111	2277.79	78	1.42811	2419.12
27	.069711	2279.04	79	1.59471	2424.58
28	.072511	2280.28	80	1.76151	2429.44
29	.075311	2281.49	81	1.92811	2433.63
30	.078111	2282.66	82	2.26152	2440.84
31	.080911	2283.82	83	2.59472	2446.78
32	.083711	2284.98	84	2.92812	2451.81
33	.086511	2286.1	85	3.26152	2456.2
34	.089311	2287.18	86	3.92812	2463.38
35	.092111	2288.27	87	4.26152	2466.46
36	.094711	2289.32	88	4.59472	2469.18
37	.100311	2291.38	89	4.92812	2471.68
38	.105911	2293.66	90	5.59472	2476.05
39	.111511	2295.32	91	5.92812	2478
40	.117111	2297.18	92	6.59472	2481.5
41	.128111	2300.78	93	7.26152	2484.54
42	.133711	2302.49	94	7.92812	2487.24
43	.142111	2304.98	95	8.59472	2489.62
44	.147511	2306.56	96	9.26152	2491.76
45	.153111	2308.11	97	9.92812	2493.72
46	.161511	2310.38	98	10.9281	2496.29
47	.169711	2312.57	99	11.9281	2498.61
48	.178111	2314.95	100	12.9281	2500.66
49	.186511	2316.71	101	13.9281	2502.5
50	.194712	2318.55	102	14.5947	2503.63
51	.205912	2321.07	103	15.2615	2504.69
52	.217112	2323.52	104	15.9281	2505.71

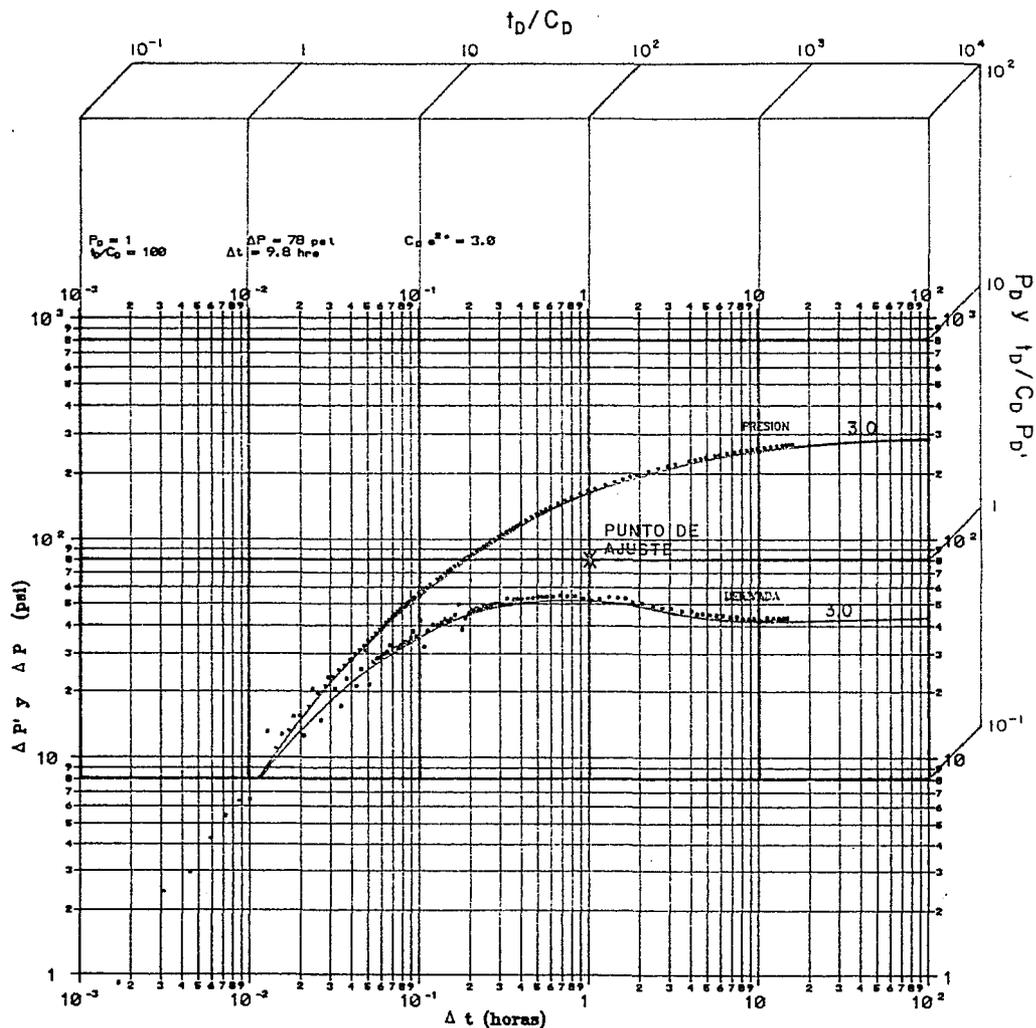


Fig. 20 PRUEBA DE INCREMENTO DE PRESION EN UN POZO ACIDIFICADO DE UN YACIMIENTO HOMOGNEO (ref 1).

**DIAGNOSTICO DE LA PRUEBA.**

Las gráficas de incremento de presión y de la derivada presentadas en la Fig. 20 muestran que los datos de tiempos cortos no caen sobre una línea recta de pendiente unitaria, lo anterior indica que el efecto de almacenamiento y daño en el pozo son pequeños o prácticamente nulos. La curva de la derivada indica que el flujo radial infinito fue alcanzado aproximadamente a  $\Delta t = 5$  hrs.

Por lo tanto, ya que se desarrolla una geometría de flujo radial, es posible aplicar un modelo radial para el cálculo de los parámetros del sistema pozo-yacimiento; la técnica a emplear puede ser una del tipo de línea recta semilog convencional.

**ANALISIS CON LA CURVA TIPO DE LA DERIVADA.**

Habiendo graficado la Fig. 20 del mismo tamaño que la curva tipo de la Fig. 19, es posible establecer un ajuste con los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} P_D &= 1 & \Delta P &= 78 \text{ psi} & C_{pe}^{2s} &= 3.0 \\ t_D/C_D &= 100 & \Delta t &= 9.8 \text{ hrs} \end{aligned}$$

Utilizando las ecuaciones 81, 82, 83 y 84 para calcular los parámetros del sistema pozo-yacimiento, se obtienen los siguientes valores:

$$\begin{aligned} kh &= 1765 \text{ mD-pie} \\ s &= -3.58 \end{aligned}$$

**IV.1.2. ANALISIS ESPECIALIZADO.**

Como se dijo anteriormente en el diagnóstico, es posible aplicar una técnica de línea recta semilog para la determinación de los parámetros del sistema, ya que durante el desarrollo de la prueba se alcanzó la geometría de flujo radial actuando infinitamente.

Aplicando la técnica de Horner para el análisis especializado de esta prueba, se presenta la gráfica de la presión de fondo versus el  $\log(tp \cdot \Delta t) / \Delta t$  en la Fig. 21, de la cual se obtienen los siguientes datos:

$$\begin{aligned} m &= 90.00 \text{ psi/ciclo} \\ P_{\Delta t=1hr} &= 2401.39 \text{ psi} \end{aligned}$$

Utilizando las ecuaciones 85 y 86 para calcular los parámetros del sistema, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} kh &= 1761.50 \text{ mD-pie} \\ s &= -3.57 \end{aligned}$$

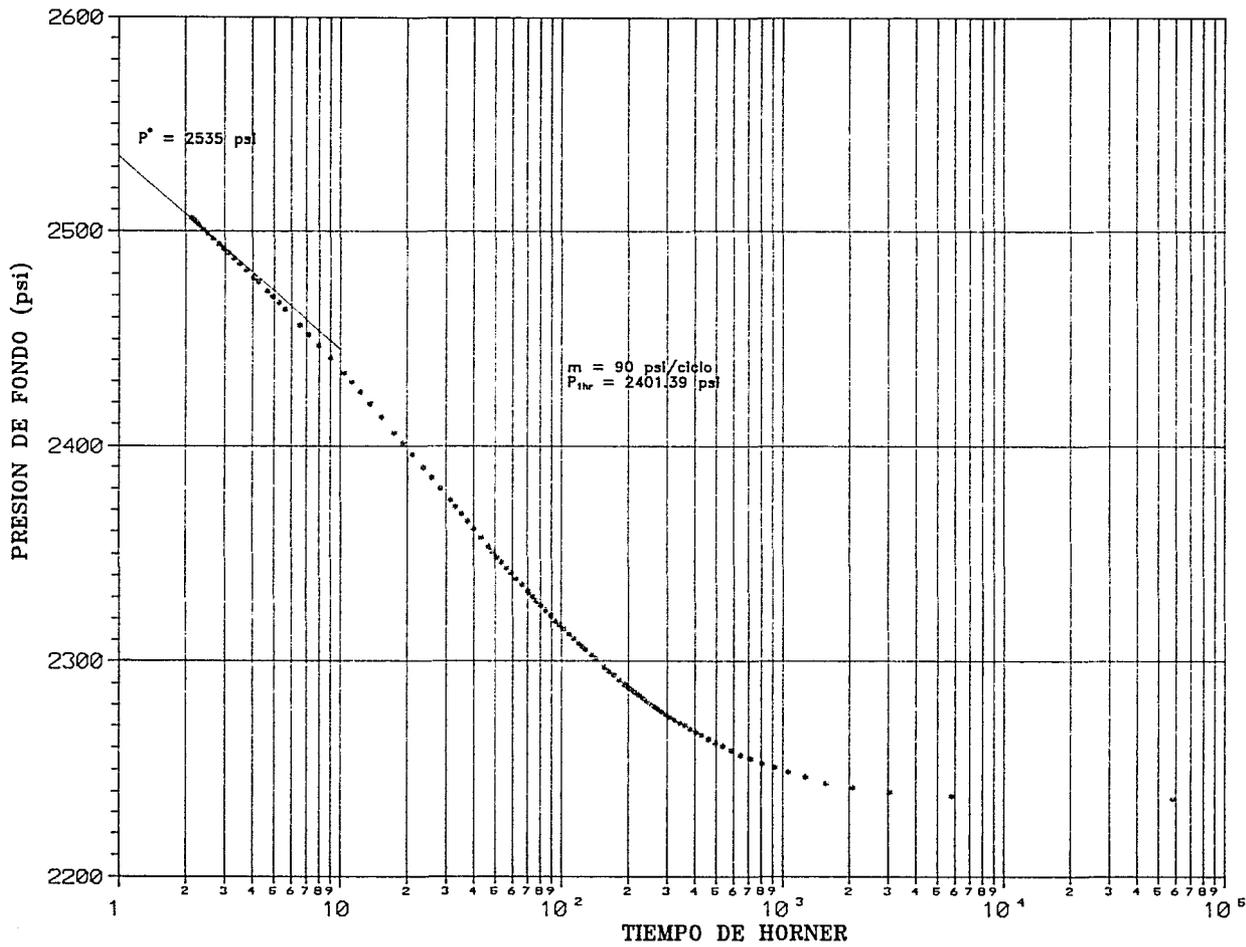


Fig. 21 GRAFICA ESPECIALIZADA PARA LA PRUEBA DE INCREMENTO DE PRESION DEL EJEMPLO 1.

## IV.2. EJEMPLO 2. POZO AZ-46.

El pozo Az-46, está localizado en el sector sur del campo geotérmico Los Azufres, conocido como sector Tejamaniles, actualmente se encuentra integrado junto con otros 6 pozos a la Unidad-7 de 50 MW.

En julio de 1992, aprovechando la salida a mantenimiento de la Unidad-7, se realiza una prueba de incremento de presión en dicho pozo, cuyos datos están contenidos en la tabla IV.2.

Para este ejemplo se utilizó también el algoritmo de diferencias centrales en el cálculo de la derivada y en la suavización se utilizó la técnica de promedios móviles.

## IV.2.1. ANALISIS GLOBAL.

En la Fig. 22 se presenta la gráfica log-log del incremento de la presión y de la derivada de la presión versus el tiempo de cierre, para los datos de este ejemplo.

Los datos generales para el análisis de la prueba son los siguientes:

$q = 60 \text{ m}^3/\text{hr} = 9057 \text{ BPD}$	$h = 73 \text{ pies}$
$t_p = 166 \text{ hr}$	$r_w = 0.401 \text{ pies}$
$B = 1.25$	$\mu = 0.1 \text{ cp}$
$C_t = 1 * 10^{-5}$	$\phi = 10 \%$

## DIAGNOSTICO DE LA PRUEBA.

En la gráfica de la derivada de la Fig. 22, se observa que el efecto de almacenamiento deja de ser dominante 1 hora después de transcurrida la prueba y que la geometría de flujo radial se desarrolla entre 1.2 y 4 horas.

Por lo tanto, ya que se desarrolla una geometría de flujo radial, es posible aplicar una técnica de análisis de línea recta semilog para el cálculo de los parámetros del sistema.

## ANALISIS CON LA CURVA TIPO DE LA DERIVADA.

Ajustando las gráficas de la Fig. 22 en la curva tipo de la Fig. 19 se obtienen los siguientes resultados:

$P_D = 1$	$\Delta P = 0.092 \text{ MPa} = 13.34 \text{ psi}$
$t_D/C_D = 1000$	$\Delta t = 8.5 \text{ hrs}$ $C_{De}^{2s} = 10^6$

TABLA IV.2.- DATOS DE INCREMENTO DE PRESION DEL POZO AZ-46.  
CAMPO GEOTERMICO LOS AZUFRES

No.	TIEMPO (horas)	PRESION (MPa)	No.	TIEMPO (horas)	PRESION (MPa)
1	.0019	2.97309	53	.06	3.35195
2	.0031	2.97971	54	.0611	3.35637
3	.0042	2.98191	55	.0622	3.36588
4	.0053	2.98557	56	.0633	3.3703
5	.0064	2.99288	57	.0644	3.37616
6	.0075	2.99584	58	.0656	3.38415
7	.0086	2.9995	59	.0667	3.38857
8	.0097	3.00825	60	.0678	3.39374
9	.0108	3.01342	61	.0689	3.40105
10	.0119	3.01928	62	.07	3.4047
11	.0131	3.02956	63	.0711	3.40911
12	.0142	3.0339	64	.0722	3.41718
13	.0153	3.03976	65	.0733	3.42083
14	.0164	3.05079	66	.0744	3.42525
15	.0175	3.0581	67	.0756	3.43255
16	.0186	3.0632	68	.0767	3.43545
17	.0197	3.07644	69	.0778	3.44062
18	.0208	3.08154	70	.0789	3.44717
19	.0219	3.08885	71	.08	3.4509
20	.0231	3.10133	72	.0811	3.45379
21	.0244	3.10719	73	.0822	3.4611
22	.0256	3.12112	74	.0833	3.46406
23	.0267	3.12622	75	.0844	3.46772
24	.0278	3.1336	76	.0856	3.47434
25	.0289	3.14601	77	.0867	3.47799
26	.03	3.15263	78	.0878	3.4802
27	.0311	3.15994	79	.0889	3.48751
28	.0322	3.17097	80	.09	3.48971
29	.0333	3.17828	81	.0911	3.49261
30	.0344	3.18414	82	.0922	3.49847
31	.0356	3.19662	83	.0933	3.50219
32	.0367	3.20248	84	.0944	3.50433
33	.0378	3.20903	85	.0956	3.51019
34	.0389	3.22075	86	.0967	3.51391
35	.04	3.22592	87	.0978	3.51605
36	.0411	3.23178	88	.0989	3.52191
37	.0422	3.24426	89	.1	3.52412
38	.04333	3.25012	90	.1011	3.52632
39	.0444	3.25446	91	.1022	3.53218
40	.0456	3.26618	92	.1033	3.53439
41	.0467	3.27204	93	.1044	3.53515
42	.0478	3.27791	94	.1056	3.54101
43	.0489	3.28818	95	.1067	3.54322
44	.05	3.29259	96	.1078	3.54542
45	.0511	3.29845	97	.1089	3.54908
46	.0522	3.30873	98	.11	3.55273
47	.0533	3.31314	99	.1111	3.55494
48	.0544	3.319	100	.1122	3.55859
49	.0556	3.32775	101	.1133	3.5608
50	.0567	3.33286	102	.1144	3.563
51	.0578	3.33803	103	.1156	3.5659
52	.0589	3.34754	104	.1167	3.56886
			105	.1178	3.57107

No.	TIEMPO (horas)	PRESION (MPa)
106	.1189	3.57397
107	.12	3.57693
108	.1211	3.57762
109	.1222	3.58203
110	.1233	3.58348
111	.1244	3.58569
112	.1256	3.58934
113	.1267	3.5901
114	.1278	3.59231
115	.1289	3.5952
116	.13	3.59741
117	.1311	3.59817
118	.1322	3.60182
119	.1333	3.60258
120	.1344	3.60403
121	.1356	3.60768
122	.1367	3.60844
123	.1378	3.61058
124	.1389	3.61354
125	.14	3.6143
126	.1411	3.61644
127	.1422	3.61795
128	.1433	3.62016
129	.1444	3.62085
130	.1456	3.62382
131	.1467	3.62451
132	.1478	3.62602
133	.1489	3.62671
134	.15	3.62892
135	.1511	3.63036
136	.1522	3.63188
137	.1533	3.63409
138	.1544	3.63478
139	.1556	3.63623
140	.1567	3.63698
141	.1578	3.63843
142	.1589	3.63995
143	.16	3.64209
144	.1611	3.64284
145	.1622	3.64429
146	.1633	3.6465
147	.1644	3.6465
148	.1656	3.64726
149	.1667	3.65015
150	.1678	3.65015
151	.1689	3.65091
152	.17	3.65312
153	.1711	3.65312
154	.1722	3.65457
155	.1733	3.65532
156	.1744	3.65677
157	.1756	3.65822
158	.1767	3.65898

No.	TIEMPO (horas)	PRESION (MPa)
159	.1778	3.66043
160	.1789	3.66043
161	.18	3.66263
162	.1811	3.66263
163	.1822	3.66339
164	.1833	3.66484
165	.1844	3.6656
166	.1856	3.6656
167	.1867	3.66849
168	.1878	3.66849
169	.1889	3.66925
170	.19	3.6707
171	.1911	3.67146
172	.1922	3.67146
173	.1933	3.67291
174	.1944	3.67359
175	.1956	3.67359
176	.1967	3.67511
177	.1978	3.67656
178	.1989	3.67656
179	.2	3.67877
180	.2011	3.67877
181	.2022	3.67877
182	.2033	3.67946
183	.2044	3.68097
184	.2056	3.68097
185	.2067	3.68166
186	.2078	3.68318
187	.2089	3.68318
188	.21	3.68387
189	.2111	3.68387
190	.2122	3.68532
191	.2133	3.68532
192	.2144	3.68683
193	.2156	3.68683
194	.2167	3.68752
195	.2178	3.68752
196	.2189	3.68904
197	.22	3.68973
198	.2211	3.68973
199	.2222	3.69118
200	.2233	3.69194
201	.2244	3.69194
202	.2256	3.69194
203	.2267	3.69338
204	.2278	3.69338
205	.2289	3.6949
206	.23	3.6949
207	.2311	3.69559
208	.2322	3.69559
209	.2333	3.69711
210	.2344	3.69711
211	.2356	3.6978

No.	TIEMPO (horas)	PRESION (MPa)
212	.2367	3.6978
213	.2453	3.6978
214	.2536	3.70511
215	.2619	3.70731
216	.2703	3.71028
217	.2786	3.71317
218	.2869	3.71393
219	.2953	3.71538
220	.3036	3.71614
221	.3119	3.71834
222	.3203	3.72124
223	.3286	3.7242
224	.3369	3.72786
225	.3453	3.73006
226	.3536	3.73227
227	.3619	3.73448
228	.3703	3.73661
229	.3786	3.73882
230	.3869	3.74179
231	.3973	3.74399
232	.4036	3.74468
233	.4119	3.7462
234	.4203	3.74689
235	.4286	3.74833
236	.4369	3.75054
237	.4453	3.75054
238	.4536	3.75206
239	.5444	3.76081
240	.6278	3.76667
241	.7111	3.77254
242	.79444	3.77915
243	.8778	3.78357
244	.9611	3.78791
245	1.0444	3.79156
246	1.1278	3.79529
247	1.2111	3.79749
248	1.2944	3.80115
249	1.3778	3.80115
250	1.4611	3.80549
251	1.55	3.8077
252	1.63	3.80991
253	1.71	3.81066
254	1.8	3.81432
255	1.88	3.81721
256	2.17	3.82181
257	2.45	3.8319
258	2.7	3.83594
259	2.95	3.83997
260	3.2	3.84473
261	3.45	3.84948
262	3.7	3.85352
263	3.95	3.85755
264	4.2	3.85865

No.	TIEMPO (horas)	PRESION (MPa)
265	4.45	3.85975
266	4.7	3.86306
267	4.95	3.86637
268	5.2	3.8693
269	5.45	3.87223
270	5.7	3.87516
271	5.95	3.87809

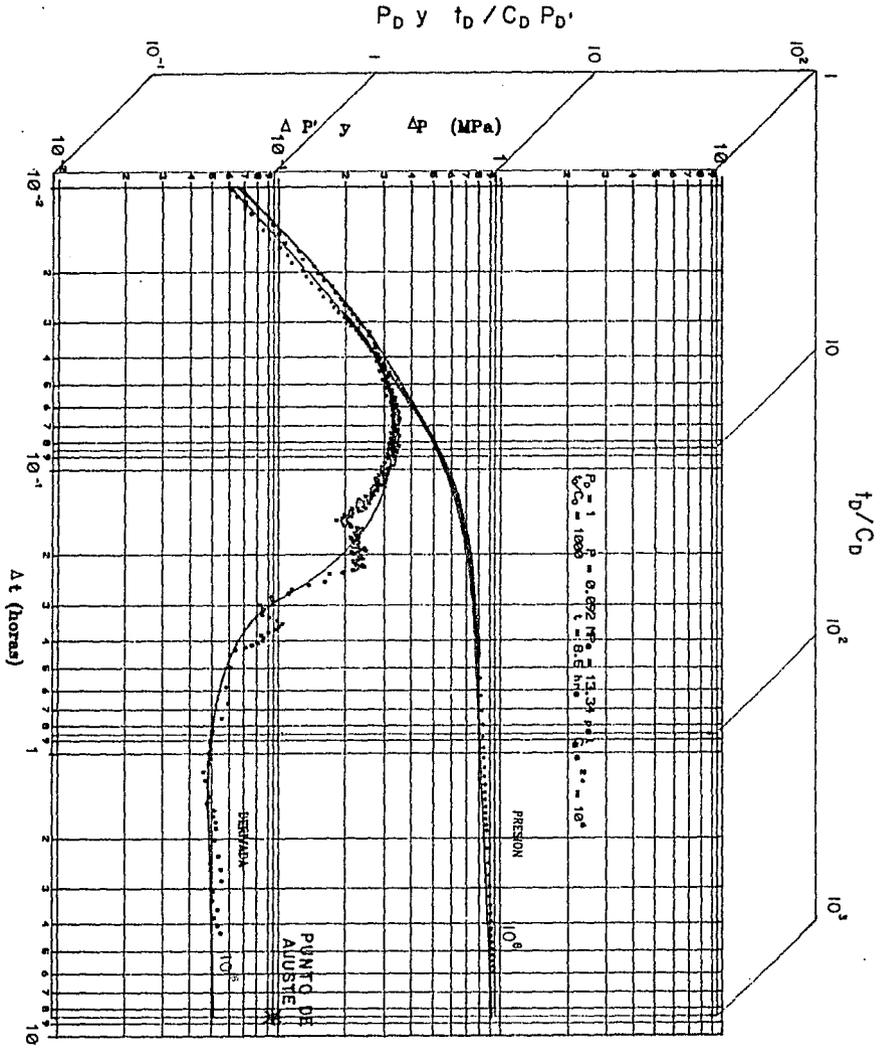


Fig. 22 PRUEBA DE INCREMENTO DE PRESION DEL POZO AZ-46, CAMPO LOS AZULFRES, MICH.

#### EJEMPLOS DE APLICACION

Utilizando la ecuación 81, 82, 83 y 84 se obtiene:

$$kh = 11983.21 \text{ mD-pie} = 3.60 * 10^{-12} \text{ m}^3$$

$$s = 1.89$$

#### IV.2.2. ANALISIS ESPECIALIZADO.

Aplicando la técnica de Horner para el análisis especializado de esta prueba, se presenta la gráfica de la presión de fondo versus el log  $(tp+\Delta t)/\Delta t$  en la Fig. 23, de la cual se obtienen los siguientes datos:

$$m = 0.11 \text{ MPa/ciclo} = 15.95 \text{ psi/ciclo}$$

$$P_{\Delta t=1hr} = 3.79 \text{ MPa} = 549.55 \text{ psi}$$

Utilizando la ecuación 85 y 86 se obtiene:

$$kh = 11541.29 \text{ mD-pie} = 3.47 * 10^{-12} \text{ m}^3$$

$$s = 0.80$$

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

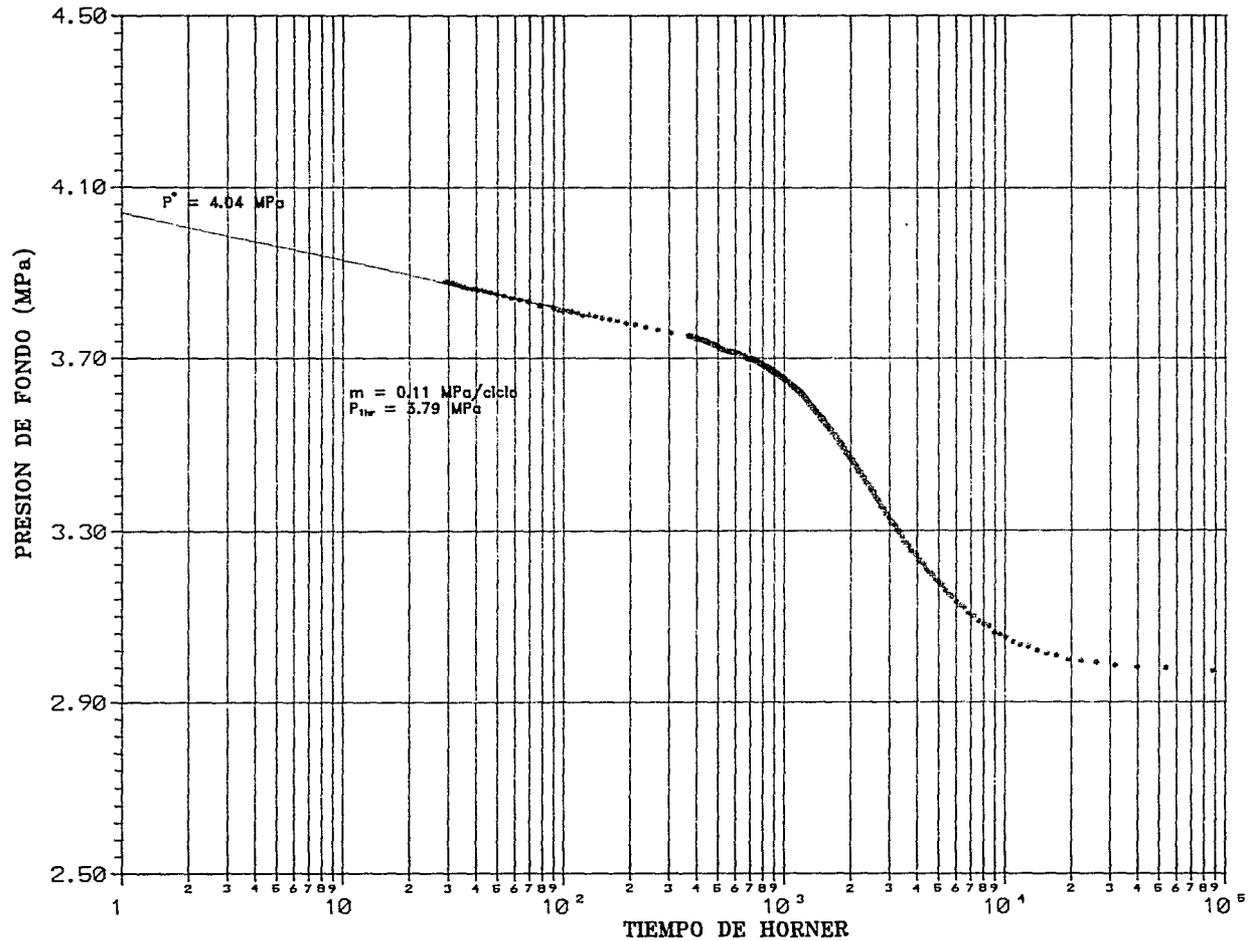


Fig. 23 GRAFICA ESPECIALIZADA PARA EL EJEMPLO DEL POZO AZ-46 CAMPO LOS AZUFRES, MICH.

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

La metodología mostrada en este trabajo para el análisis de pruebas de presión, fundamentada en el uso de la derivada de la presión, es un proceso completo de interpretación, ya que incluye: (a) la identificación del modelo de interpretación, (b) la validación del modelo de interpretación, y (c) el cálculo de los parámetros del yacimiento.

El perfeccionamiento de este proceso de interpretación puede realizarse mejorando la identificación y la validación del modelo de interpretación.

En la parte de identificación, es donde precisamente el análisis con curvas tipo de la derivada representa una gran ventaja, pues ésta genera un determinado número de características distintivas, para los diferentes componentes del modelo de interpretación, que son fáciles de reconocer.

Para la parte de validación del modelo, un primer nivel de validación consiste en verificar los resultados del análisis de la curva tipo de la derivada con los de las técnicas de análisis de línea recta semilog convencional. Como una validación final de la consistencia del análisis, algunas mediciones tomadas durante la prueba entera, no precisamente del período analizado, pueden ser comparadas con aquellas calculadas del ajuste de curvas tipo.

En el análisis con la curva tipo de la derivada (Fig. 19) no existen problemas de unicidad, pues con la gráfica del incremento de presión y la alta sensibilidad en la forma de la gráfica de la derivada a pequeños cambios, es posible establecer un ajuste sin ambigüedad.

La gráfica log-log de la derivada de la presión constituye la mejor herramienta para el diagnóstico de pruebas de presión; incluso para la identificación de sistemas de doble-porosidad. Sin embargo, nótese que aunque es posible con la derivada de la presión reconocer el tipo de comportamiento de doble-porosidad exhibido por el sistema, es generalmente difícil decidir si el yacimiento es fracturado naturalmente o estratificado. Lo anterior requiere información adicional de otras fuentes diferentes a las pruebas de presión.

## CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Los dos ejemplos presentados en este trabajo demuestran la consistencia de la metodología planteada, ya que la validación es evidente por la simple comparación de los resultados obtenidos en el análisis global y en el análisis especializado.

## N O M E N C L A T U R A

B	Factor de volumen ( $V_{cy}/V_{cs}$ )
b	Espesor de la fractura (pies)
C	Coefficiente de almacenamiento (bbl/psi)
C <sub>D</sub>	Coefficiente de almacenamiento adimensional
c	Compresibilidad del fluido ( $\text{psi}^{-1}$ )
C <sub>t</sub>	Compresibilidad total del sistema ( $\text{psi}^{-1}$ )
E <sub>i</sub>	Integral exponencial
h	Espesor de la formación (pies)
k	Permeabilidad de la formación (milidarcys)
L	Longitud característica de flujo lineal (pies)
m	Pendiente de la línea recta semilog (psi/ciclo)
P	Presión (psi)
P <sub>wf</sub>	Presión de fondo fluyendo (psi)
P <sub>D</sub>	Presión adimensional para flujo radial
P <sub>Dl</sub>	Presión adimensional para flujo lineal
P <sub>De</sub>	Presión adimensional para flujo esférico
$\Delta P$	Cambio de presión
$\Delta P_s$	Caída de presión debida al daño (psi)
$\Delta P_t$	Caída de presión total (psi)
q	Gasto (BPD)
r	Radio de drene (pies)
r <sub>w</sub>	Radio del pozo (pies)
r <sub>D</sub>	Radio adimensional
s	Factor de daño, adimensional
t	Tiempo
t <sub>D</sub>	Tiempo adimensional para flujo radial

$t_D$	Tiempo adimensional para flujo lineal
$\Delta t$	Tiempo de cierre (horas)
$v$	Velocidad del fluido (pies/seg)
$x$	Longitud característica flujo lineal (pies)
$x_D$	Longitud adimensional para flujo lineal
$\alpha$	Factor de la forma de los bloques para flujo interporoso pseudoestacionario
$\beta'$	Coefficiente de flujo interporoso transitorio
$\rho$	Densidad del fluido (lb/pie <sup>3</sup> )
$\lambda$	Coefficiente de flujo interporoso pseudoestacionario
$\mu$	Viscosidad del fluido (cp)
$\phi$	Porosidad de la formación, fracción
$\psi'$	Factor de la forma de los bloques para flujo interporoso transitorio

**Subíndices:**

$f$	Fracturas
$m$	Matriz
$f+m$	Sistema total
$D$	Adimensionalidad
$i$	Inicial

## R E F E R E N C I A S

- 1.- Bourdet D., Whittle T.M., Douglas A.A., And Pirard Y.M.: "A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis"; World Oil, May 1983.
- 2.- Bourdet D., Ayoub J.A., Whittle T.M., Pirard Y.M., And Kniazeff V. : "Interpreting Well Tests in Fractured Reservoirs"; World Oil, October 1983.
- 3.- Bourdet D., Alagoa A., Ayoub J.A., And Pirard Y.M.: "New Type Curves Aid Analysis of Fissured Zone Well Tests "; World Oil, April 1984.
- 4.- Bourdet D., Ayoub J.A., And Pirard Y.M.: "Use of Pressure Derivative in Well-Test Interpretation"; SPE Formation Evaluation, June 1989.
- 5.- Matthews C.S.: "Transient, Semisteady-State, And Steady-State Flow"; Journal of Petroleum Technology, April 1986.
- 6.- Ascencio F., y Cinco Ley H.: "Análisis de Datos de Pruebas de Transitorios de Presión en Pozos Geotérmicos"; Curso de Ingeniería de Yacimientos Geotérmicos, CFE-UNAM-OLADE; Morelia, Mich. Abril de 1991.
- 7.- Ascencio F., Samaniego F., y Rivera J.: "Análisis de Pruebas de Transitorios de Presión en Pozos: El uso de la Derivada para Análisis Especializado"; Revista Geotérmica C.F.E., Enero-Abril 1992.
- 8.- Economides M.J., Ogebe D.O., Miller F.G., And Ramey H. J. Jr.: "Geothermal Steam Well Testing: State of the Art"; Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas Texas, September 21-24, 1980.
- 9.- Gringarten A.C.: "How to Recognize "Double-Porosity" Systems From Well Tests"; Journal of Petroleum Technology, June 1987.
- 10.- Gringarten A.C.: "Type-Curve Analysis: What it Can And Cannot Do"; Journal of Petroleum Technology, January 1987.
- 11.- Andrade A., García P., y Castañeda E.: "Cálculo Diferencial e Integral"; Dirección General de Publicaciones, UNAM, Mayo 1984.
- 12.- Nieves R.: Tesis Profesional "Análisis de Algoritmos de Cálculo de la Derivada para la Interpretación de Pruebas de Presión"; Facultad de Ingeniería, UNAM, Enero 1990.

- 13.- Rodríguez R.: "Apuntes de Principios de Mecánica de Yacimientos"; Facultad de Ingeniería, UNAM.
- 14.- Rodríguez R., Osorno J.A., Rayón R., y Valderrabano A.: "Apuntes de Evaluación de la Producción"; Facultad de Ingeniería, UNAM.
- 15.- Horner, D. R.: "Pressure Buildup in Wells"; Proc., Third World Petroleum Congress, The Hague, 1951, Sec. II, 503.
- 16.- Economides M.J. - Ehlig C.: "Use of the Pressure Derivative for Diagnosing Pressure-Transient Behavior; Journal of Petroleum Technology, October 1988.
- 17.- Lee J.: "Well Testing"; First Printing; Society of Petroleum Engineers of Aime.
- 18.- Torres M.A., y Gutiérrez J.A.: "Análisis de la Prueba de Incremento de Presión No.4 en el Pozo Az-46 Campo Geotérmico Los Azufres, Mich." Informe OIY/AZ/O15-92, CFE; Julio de 1992.
- 19.- Ascencio F., Consulta Personal (Septiembre 1992).
- 20.- Torres M.A., Consulta Personal (Noviembre 1992).

A P E N D I C E

TABLA II.1. VALORES DE LA INTEGRAL EXPONENCIAL,  $-Ei(-x)$ .

$-Ei(-x), 0.000 < x < 2.09, \text{interval} = 0.001$										
$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	+∞	6.332	5.639	5.235	4.948	4.726	4.545	4.392	4.259	4.142
0.01	4.038	3.944	3.858	3.779	3.705	3.637	3.574	3.514	3.458	3.405
0.02	3.355	3.307	3.261	3.218	3.176	3.137	3.098	3.062	3.026	2.992
0.03	2.959	2.927	2.897	2.867	2.838	2.810	2.783	2.756	2.731	2.706
0.04	2.681	2.658	2.634	2.612	2.590	2.568	2.547	2.527	2.507	2.487
0.05	2.468	2.449	2.431	2.413	2.395	2.377	2.360	2.344	2.327	2.311
0.06	2.295	2.279	2.264	2.249	2.235	2.220	2.206	2.192	2.178	2.164
0.07	2.151	2.138	2.125	2.112	2.099	2.087	2.074	2.062	2.050	2.039
0.08	2.027	2.015	2.004	1.993	1.982	1.971	1.960	1.950	1.939	1.929
0.09	1.919	1.909	1.899	1.889	1.879	1.869	1.860	1.850	1.841	1.832
0.10	1.823	1.814	1.805	1.796	1.788	1.779	1.770	1.762	1.754	1.745
0.11	1.737	1.729	1.721	1.713	1.705	1.697	1.689	1.682	1.674	1.667
0.12	1.660	1.652	1.645	1.638	1.631	1.623	1.616	1.609	1.603	1.596
0.13	1.589	1.582	1.576	1.569	1.562	1.556	1.549	1.543	1.537	1.530
0.14	1.524	1.518	1.512	1.506	1.500	1.494	1.488	1.482	1.476	1.470
0.15	1.464	1.459	1.453	1.447	1.442	1.436	1.431	1.425	1.420	1.415
0.16	1.409	1.404	1.399	1.393	1.388	1.383	1.378	1.373	1.368	1.363
0.17	1.358	1.353	1.348	1.343	1.338	1.333	1.329	1.324	1.319	1.314
0.18	1.310	1.305	1.301	1.296	1.291	1.287	1.282	1.278	1.274	1.269
0.19	1.265	1.261	1.256	1.252	1.248	1.243	1.239	1.235	1.231	1.227
0.20	1.223	1.219	1.215	1.210	1.206	1.202	1.198	1.195	1.191	1.187
$-Ei(-x), 0.00 < x < 2.09, \text{interval} = 0.01$										
0.0	+∞	4.038	3.335	2.959	2.681	2.468	2.295	2.151	2.027	1.919
0.1	1.823	1.737	1.660	1.589	1.524	1.464	1.409	1.358	1.309	1.265
0.2	1.223	1.183	1.145	1.110	1.076	1.044	1.014	0.985	0.957	0.931
0.3	0.906	0.882	0.858	0.836	0.815	0.794	0.774	0.755	0.737	0.719
0.4	0.702	0.686	0.670	0.655	0.640	0.625	0.611	0.598	0.585	0.572
0.5	0.560	0.548	0.536	0.525	0.514	0.503	0.493	0.483	0.473	0.464
0.6	0.454	0.445	0.437	0.428	0.420	0.412	0.404	0.396	0.388	0.381
0.7	0.374	0.367	0.360	0.353	0.347	0.340	0.334	0.328	0.322	0.316
0.8	0.311	0.305	0.300	0.295	0.289	0.284	0.279	0.274	0.269	0.265
0.9	0.260	0.256	0.251	0.247	0.243	0.239	0.235	0.231	0.227	0.223
1.0	0.219	0.216	0.212	0.209	0.205	0.202	0.198	0.195	0.192	0.189
1.1	0.186	0.183	0.180	0.177	0.174	0.172	0.169	0.166	0.164	0.161
1.2	0.158	0.156	0.153	0.151	0.149	0.146	0.144	0.142	0.140	0.138
1.3	0.135	0.133	0.131	0.129	0.127	0.125	0.124	0.122	0.120	0.118
1.4	0.116	0.114	0.113	0.111	0.109	0.108	0.106	0.105	0.103	0.102
1.5	0.1000	0.0985	0.0971	0.0957	0.0943	0.0929	0.0915	0.0902	0.0889	0.0876
1.6	0.0863	0.0851	0.0838	0.0826	0.0814	0.0802	0.0791	0.0780	0.0768	0.0757
1.7	0.0747	0.0736	0.0725	0.0715	0.0705	0.0695	0.0685	0.0675	0.0666	0.0656
1.8	0.0647	0.0638	0.0629	0.0620	0.0612	0.0603	0.0595	0.0586	0.0578	0.0570
1.9	0.0562	0.0554	0.0546	0.0539	0.0531	0.0524	0.0517	0.0510	0.0503	0.0496
2.0	0.0489	0.0482	0.0476	0.0469	0.0463	0.0456	0.0450	0.0444	0.0438	0.0432
$2.0 < x < 10.9, \text{interval} = 0.1$										
$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	$4.89 \times 10^{-2}$	$4.26 \times 10^{-2}$	$3.72 \times 10^{-2}$	$3.25 \times 10^{-2}$	$2.84 \times 10^{-2}$	$2.49 \times 10^{-2}$	$2.19 \times 10^{-2}$	$1.92 \times 10^{-2}$	$1.69 \times 10^{-2}$	$1.48 \times 10^{-2}$
3	$1.30 \times 10^{-2}$	$1.15 \times 10^{-2}$	$1.01 \times 10^{-2}$	$8.94 \times 10^{-3}$	$7.89 \times 10^{-3}$	$6.87 \times 10^{-3}$	$6.16 \times 10^{-3}$	$5.45 \times 10^{-3}$	$4.82 \times 10^{-3}$	$4.27 \times 10^{-3}$
4	$3.78 \times 10^{-3}$	$3.35 \times 10^{-3}$	$2.97 \times 10^{-3}$	$2.64 \times 10^{-3}$	$2.34 \times 10^{-3}$	$2.07 \times 10^{-3}$	$1.84 \times 10^{-3}$	$1.64 \times 10^{-3}$	$1.45 \times 10^{-3}$	$1.29 \times 10^{-3}$
5	$1.15 \times 10^{-3}$	$1.02 \times 10^{-3}$	$9.08 \times 10^{-4}$	$8.09 \times 10^{-4}$	$7.19 \times 10^{-4}$	$6.41 \times 10^{-4}$	$5.71 \times 10^{-4}$	$5.09 \times 10^{-4}$	$4.53 \times 10^{-4}$	$4.04 \times 10^{-4}$
6	$3.60 \times 10^{-4}$	$3.21 \times 10^{-4}$	$2.86 \times 10^{-4}$	$2.55 \times 10^{-4}$	$2.28 \times 10^{-4}$	$2.03 \times 10^{-4}$	$1.82 \times 10^{-4}$	$1.62 \times 10^{-4}$	$1.45 \times 10^{-4}$	$1.29 \times 10^{-4}$
7	$1.15 \times 10^{-4}$	$1.03 \times 10^{-4}$	$9.22 \times 10^{-5}$	$8.24 \times 10^{-5}$	$7.36 \times 10^{-5}$	$6.58 \times 10^{-5}$	$5.89 \times 10^{-5}$	$5.26 \times 10^{-5}$	$4.71 \times 10^{-5}$	$4.21 \times 10^{-5}$
8	$3.77 \times 10^{-5}$	$3.37 \times 10^{-5}$	$3.02 \times 10^{-5}$	$2.70 \times 10^{-5}$	$2.42 \times 10^{-5}$	$2.16 \times 10^{-5}$	$1.94 \times 10^{-5}$	$1.73 \times 10^{-5}$	$1.55 \times 10^{-5}$	$1.39 \times 10^{-5}$
9	$1.24 \times 10^{-5}$	$1.11 \times 10^{-5}$	$9.99 \times 10^{-6}$	$8.95 \times 10^{-6}$	$8.02 \times 10^{-6}$	$7.18 \times 10^{-6}$	$6.44 \times 10^{-6}$	$5.77 \times 10^{-6}$	$5.17 \times 10^{-6}$	$4.64 \times 10^{-6}$
10	$4.15 \times 10^{-6}$	$3.73 \times 10^{-6}$	$3.34 \times 10^{-6}$	$3.00 \times 10^{-6}$	$2.68 \times 10^{-6}$	$2.41 \times 10^{-6}$	$2.16 \times 10^{-6}$	$1.94 \times 10^{-6}$	$1.74 \times 10^{-6}$	$1.56 \times 10^{-6}$

\*Adapted from Nisic, R.G. "How To Use The Exponential Integral," *Pet Eng* (Aug 1956), B171-173