

Nº 88  
26 J.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE QUIMICA**

**MODELADO DEL FLUJO DE TERMO PLASTICOS FUNDIDOS EN  
EXTRUSORES PLASTICANTES: ECUACIONES NEWTONIANAS  
GENERALIZADAS UNIDIMENSIONALES**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:**

**INGENIERO QUIMICO**

**P R E S E N T A:**

**MARCIANO PEREZ XICOHTENCATL**



**MEXICO, D. F.**

**1992.**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

1.- INTRODUCCION.	4
2.- ELEMENTOS DE REOLOGIA.	10
3.- DESARROLLO TEORICO:	22
3.1 Proceso de flujo en un extrusor plastificante.	22
3.2 Modelo newtoniano de flujo.	31
3.3 Modelos no newtonianos puramente viscosos de flujo.	43
3.4 Simulación numérica del proceso de flujo.	64
4.- PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS.	76
5.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	108
APENDICE A; Ajuste empírico de los datos reologicos experimentales de viscosidad.	110
APENDICE B; Programas de computadora para profundidad de canal constante.	120
APENDICE C; Programas de computadora para profundidad de canal variable.	125

## 1.- INTRODUCCION

Por el año de 1930 se comienza a profundizar en el estudio de las llamadas macromoléculas y que actualmente conocemos con el nombre de polímeros ("poli", mucho; "mero", parte). Los polímeros han adquirido una gran importancia debido a la gran cantidad de productos útiles que proporcionan al hombre con un costo considerablemente menor que los materiales tradicionales (madera, acero, etc.) y en muchos casos con mejores propiedades mecánicas y químicas. Por este motivo se ha incrementado el interés por sintetizar y producir una gran cantidad de materiales poliméricos. En el transcurso del tiempo se han hecho varias clasificaciones de estos materiales ya sea por la forma en que se obtienen, por sus propiedades químicas o por sus propiedades físicas. De todas ellas la siguiente clasificación es quizá la más representativa:

POLIMEROS	{	- Naturales ( celulosa, proteínas, etc.)
		- Artificiales { - Termoplásticos - Termofijos - Elastómeros

La clasificación de los polímeros artificiales se basa en la respuesta que éstos presentan cuando se les somete a procesos de enfriamiento y calentamiento.

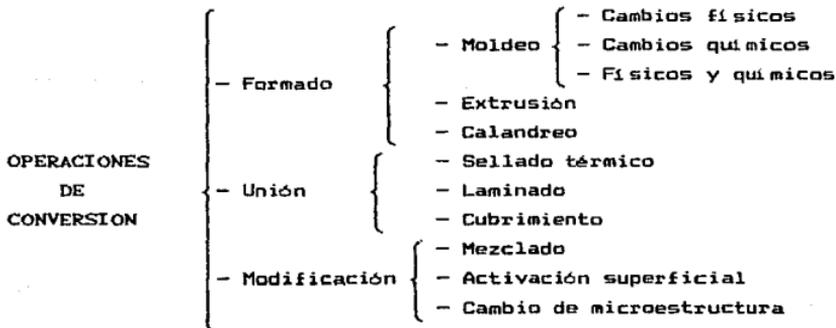
Los materiales termoplásticos se suavizan al calentarlos y se endurecen al enfriarlos reteniendo una forma determinada. Este proceso puede ser repetido un número muy grande de veces pero al calentarlos hay que tener cuidado de evitar su degradación, descomposición o que puedan inflamarse. Estos

materiales representan la mayor proporción de los polímeros que se fabrican y que son procesados por la industria moderna del plástico.

Los materiales termofijos también se suavizan al ser calentados pero, sin embargo, esta acción de calentamiento induce un cambio químico en su estructura original provocando la degradación del material y que no puedan volverse a procesar.

Los elastómeros son materiales que pueden estirarse repetidamente al doble de su longitud original y la recobran casi totalmente al liberarlos de la fuerza que provocó la deformación. Este efecto de elasticidad es adicional al proceso de enfriamiento y calentamiento anteriormente mencionado.

Y, como era de esperarse, al mismo tiempo que ha existido el desarrollo de nuevos materiales, ha existido también la necesidad de desarrollar diversas técnicas para lograr la transformación de estos materiales en productos útiles. El conjunto de operaciones de transformación constituye el campo de procesado de polímeros cuya clasificación general se puede desglosar de la siguiente manera:



CAMBIOS  
FISICOS

- Moldeo por inyección
- Termoformado
- Soplado
- Moldeo de plastisal

CAMBIOS  
QUIMICOS

- Vaciado de monómero
- Moldeo por emburramiento

FISICOS Y  
QUIMICOS

- Moldeo por compresión
- Moldeo por transferencia

Las operaciones de formado constituyen quizá el grupo más grande de procesos utilizados industrialmente para obtener productos útiles. Todos ellos se caracterizan por el hecho de que el material debe fluir para que adquiera una forma y posteriormente debe solidificar para que retenga la forma deseada.

En particular, la operación de extrusión que se lleva a cabo en materiales termoplásticos es de suma importancia a la industria del plástico ya que la máquina conocida como extrusor forma el alma de la mayoría de los procesos de formado con el que más productos se fabrican. Entre ellos podemos citar artículos como vasos, cubiertos y platos de plástico.

"Extrusión" es una palabra que viene del latín "ex" (fuera) y "trudere" (empujar), y se describe como: empujar o forzar un material en estado semiplástico a través de uno o varios orificios más o menos reducidos (boquilla) para que tome la forma del contorno de la sección a través de la cual fluye. La máquina de extrusión (i. e. extrusor) más simple es aquella que está formada por un husillo o tornillo que gira dentro de un barril de geometría cilíndrica y que es calentado en el exterior;

posteriormente se endurece el material por tratamiento con calor o por enfriamiento según su naturaleza.

En la figura 1.1 se muestra un esquema representativo de un proceso de extrusión plastificante, en el cual se alimenta polímero sólido para bombear un producto final en estado líquido.

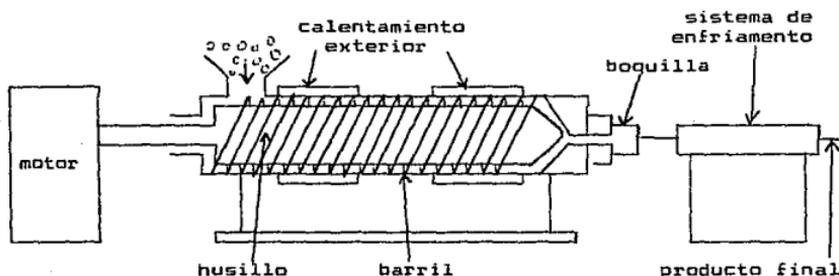


FIGURA 1.1  
PROCESO DE EXTRUSION PLASTIFICANTE

Los primeros trabajos de extrusión de los que se tiene noticia ocurrieron en 1870 con la extrusión húmeda del nitrato de celulosa en la cual el material era reblandecido con un solvente antes de forzarlo por la boquilla por medio de pistones hidráulicos. Luego aparece la "extrusión en seco" del hule en 1880 para la cual el material es reblandecido con calor antes de forzarlo por la boquilla. Y es a partir de este tiempo que la misma se empieza a desarrollar con profundidad. Los materiales como el acetato de celulosa, la etilcelulosa y el

metilmetacrilato se empezaron a extruir en la década de los treinta, en 1940 se lleva a cabo la extrusión del poliestireno y en 1941 la del polietileno y la del nylon.

Los principios teóricos del flujo de fluidos en el husillo del extrusor datan del siglo XIX con Navier y Boussinesq, los cuales permiten establecer las ecuaciones fundamentales para el caso de fluidos en canales rectangulares. Posteriormente Poiseuille confirma algunas de estas ecuaciones con sus trabajos experimentales y proporciona una explicación más clara sobre la mecánica del flujo de fluidos viscosos o de bajo número de Reynolds. Más tarde, los trabajos de Pigott, Eirich, Rogunosky, Rowel y Filagson contribuyen a formar los cimientos de la teoría del flujo de líquidos en extrusión. En tiempos relativamente recientes esta teoría se ha desarrollado considerablemente aunque todavía existe un largo camino por recorrer (9).

El gran desarrollo que ha tenido el proceso de extrusión se debe en gran parte a los trabajos auspiciados por las compañías productoras de materiales plásticos en su interés por aumentar cada vez más las aplicaciones de esos materiales para resolver las necesidades de nuestros tiempos, porque los mismos compiten favorablemente con materiales sucedáneos como vidrio, papel, madera, etc.

A raíz del perfeccionamiento de las técnicas de producción el proceso de extrusión ha evolucionado mucho hasta llegar a obtener equipos muy sofisticados. Existen extrusores de un husillo o varios husillos que poseen geometrías muy caprichosas; esto, conjuntamente con el comportamiento tan especial que los materiales termoplásticos fundidos tienen, provoca que sean difíciles de analizar desde el punto de vista teórico, por lo que en gran medida se han diseñado y operado de una manera empírica

(i. e. precisión y error). Sin embargo, el empirismo ha tenido que ceder suscitándose por los avances realizados ya que se ha caído en etapas de ineficiencia muy alta.

Los problemas de el estudio de modelos matemáticos han sido poco a poco resueltos con los adelantos desarrollados en el área de la computación permitiendo hacer estudios del proceso de extrusión más de acuerdo a sus fenómenos físicos reales.

En la actualidad se prefiere usar husillos largos (i. e. con una razón de longitud a diámetro del barril hasta 42) y con la altura del canal del husillo decreciente hacia la boquilla con lo que el núcleo del husillo adquiere una forma cónica. El motivo de estos cambios es producir velocidades de deformación altas y al mismo tiempo aumentar la presión de descarga que el material posee en la boquilla. A estos equipos se les llama extrusores de compresión.

#### Objetivo:

- Desarrollar ecuaciones unidimensionales de cálculo para el bombeo isotérmico de un polímero termoplástico completamente fundido en un extrusor de compresión a partir de un modelo reológico conocido y de otro propuesto.

- Comparar las predicciones de gasto volumétrico (G) contra caída de presión ( $\Delta P$ ) obtenidos con los modelos utilizados.

## 2.- ELEMENTOS DE REOLOGIA

Literalmente reología significa: el estudio del flujo de materiales, pero su sentido real es mucho más amplio. La ciencia de la reología abarca el análisis y la descripción de la respuesta interna que los materiales muestran a las fuerzas aplicadas; es decir, deformación y flujo.

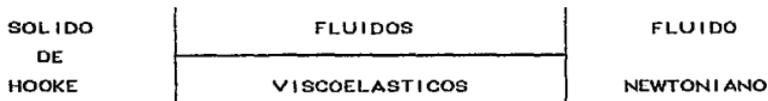
Entender el comportamiento de flujo de los materiales plásticos es de suma importancia porque representa el elemento fundamental en el diseño de un extrusor. Las propiedades mecánicas que éste debe tener para resistir las condiciones de operación, están en función del comportamiento reológico del polímero y de la naturaleza del flujo en el proceso de extrusión.

Existen diferentes grados de respuesta que los materiales exhiben cuando se les deforma. Al aplicar un esfuerzo pequeño a un sólido éste se deforma continuamente hasta que los esfuerzos internos (moleculares) logran balancearlo; el sólido recupera su estado original al momento de retirar la fuerza que provoca la deformación siempre y cuando no se haya rebasado su límite elástico. El material más simple de este tipo es el sólido elástico de Hooke para el que la deformación es directamente proporcional al esfuerzo aplicado.

Sin embargo, no todos los materiales presentan este equilibrio entre los esfuerzos internos y externos. En el caso de un fluido lo que se provoca es una deformación continua hasta que el esfuerzo ha dejado de aplicarse. Esto sucede porque en un fluido no existe resistencia a la deformación pero las fuerzas de fricción internas retardan la rapidez de la misma hasta que se establece un equilibrio entre las propiedades internas del fluido y la velocidad de deformación impuesta.

El fluido más sencillo de todos es el llamado fluido newtoniano para el que la velocidad de deformación es directamente proporcional al esfuerzo aplicado. Sin embargo, la mayoría de los fluidos presentan una respuesta no lineal y se les conoce como fluidos no newtonianos. Los polímeros fundidos tienen un comportamiento no newtoniano muy marcado.

Entre los dos tipos básicos de materiales mencionados anteriormente existen otros cuyas propiedades muestran características tanto de sólidos elásticos como de fluidos y se denominan fluidos viscoelásticos. El espectro de estos materiales puede representarse como se muestra a continuación.



La reología trata con especial énfasis la viscosidad de los materiales ya que esta es la propiedad que determina la resistencia al flujo. La viscosidad de los fluidos newtonianos puros (agua, gasolina, miel, etc.) solamente depende de la temperatura y de la presión.

En los materiales poliméricos la viscosidad depende, además, de la velocidad de deformación a la que estos materiales se someten.

Consideremos una capa delgada de fluido newtoniano que se encuentra contenida entre dos placas paralelas separadas una distancia  $H$ .

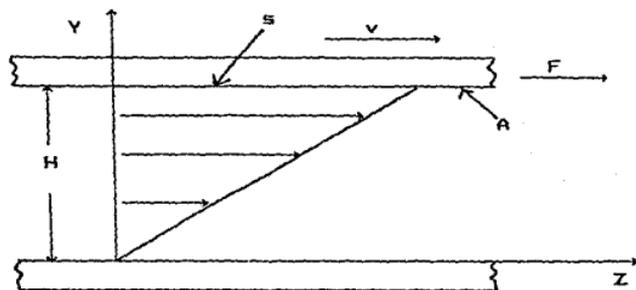


FIGURA 2.1  
FLUJO ENTRE DOS PLACAS PARALELAS

La placa inferior permanece fija y la placa superior se mueve con una velocidad constante  $V$  debido a la aplicación de una fuerza constante  $F$ . Esta fuerza queda balanceada por la fuerza interna en el fluido cuando se ha alcanzado una condición estable en el proceso. Observe que sobre el área superficial  $A$  el fluido se ha deformado una cierta cantidad  $S$ . Cuando la magnitud de  $V$  no es muy grande se ha demostrado que bajo estas condiciones normalmente se establece un flujo laminar newtoniano en que el esfuerzo cortante (definido como  $\mathcal{S} = F/A$ ) es proporcional al gradiente de velocidad (definido como  $\dot{\gamma} = V/H$ ).

$$\mathcal{S} \propto \frac{V}{H}$$

Es decir:

$$\mathcal{S} = \mu \frac{V}{H} = \frac{\mu}{H} \frac{ds}{dt} = \mu \frac{d}{dt} \left( \frac{s}{H} \right) = \mu \frac{d\gamma}{dt} = \mu \dot{\gamma} \quad (1)$$

En la que  $\gamma$  representa la deformación y  $\dot{\gamma}$  la velocidad de deformación. La constante de proporcionalidad es la viscosidad newtoniana ( $\mu$ ). Observamos que  $\mu$  representa la fuerza tangencial por unidad de área que se ejerce entre las láminas de fluido y es la que se opone al movimiento.

La gráfica de  $\dot{\gamma}$  vs.  $\gamma$  se le conoce como la curva de flujo de los materiales y para los fluidos newtonianos la curva de flujo es una línea recta cuya pendiente es  $\mu$ .

Para los fluidos no newtonianos la curva de flujo no es lineal debido a que su viscosidad depende de la velocidad de deformación además de la temperatura y la presión. Inclusive también puede verse afectada por la geometría del equipo de flujo o aún de la historia de deformaciones a la que el material fue sometido.

Los fluidos no newtonianos usualmente se clasifican en tres categorías:

a) Fluidos newtonianos, en la que la velocidad de deformación es únicamente función del esfuerzo cortante. Por lo general se les denomina como fluidos no newtonianos puramente viscosos.

b) Sistemas más complejos, para los que la relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación depende del tiempo en que el fluido ha sido sometido a una determinada historia de deformaciones.

c) Fluidos viscoelásticos, que tienen propiedades de sólidos y líquidos y exhiben una recuperación elástica parcial después de que la deformación ha sido removida.

Los fluidos de la primera categoría pueden representarse gráficamente como se muestra en la figura 2.2.

Los fluidos plásticos de Bingham requieren un esfuerzo inicial el cual tiene que ser excedido antes de que pueda tener

lugar el flujo a una viscosidad constante. Como ejemplo de estos fluidos tenemos las suspensiones de rocas y de arcilla.

En los fluidos dilatantes la viscosidad aparente aumenta al aumentar la proporción del esfuerzo. Las suspensiones de almidón, de silicato de potasio y de goma arábica son ejemplos de fluidos dilatantes (8).

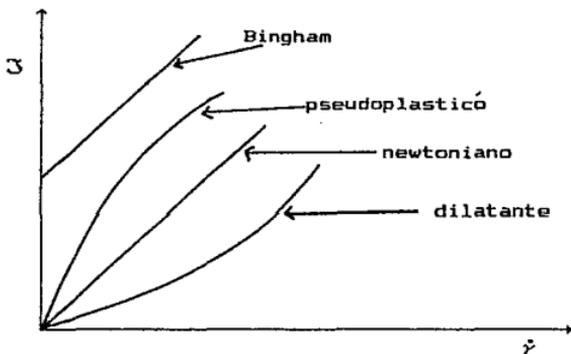
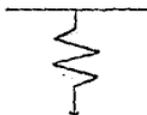


FIGURA 2.2  
CURVAS DE FLUJO DE FLUIDOS NEWTONIANOS  
INDEPENDIENTES DEL TIEMPO

En los fluidos pseudoplásticos la viscosidad aparente disminuye cuando aumenta el esfuerzo. Ejemplo de éstos son las soluciones de grandes polímeros, la pulpa de papel y la mayonesa.

Los materiales termoplásticos pertenecen a la categoría de los fluidos viscoelásticos pero su comportamiento es demasiado complejo y no se puede graficar en una forma tan simple como como la anterior. Sin embargo, han sido elaboradas ciertas analogías mecánicas para ilustrar la respuesta que presentan a los procesos de deformación.

Un sólido de Hooke se puede representar como un resorte porque tiene una respuesta elástica instantánea a la aplicación de una deformación siempre y cuando no se rebase el límite elástico del resorte.

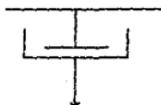


$$\mathcal{J} = G \gamma$$

$G$  = Módulo de rigidez

FIGURA 2.3  
REPRESENTACION DEL SOLIDO DE HOOKE

El fluido newtoniano se ilustra mediante un amortiguador porque tiene una respuesta viscosa retardada debido a las fuerzas de fricción y no puede recuperar su estado original cuando cesa la aplicación de la deformación.



$$\mathcal{J} = \mu \dot{\gamma}$$

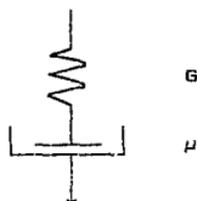
$\mu$  = viscosidad

FIGURA 2.4  
ESQUEMA SIMPLIFICADO DEL FLUIDO NEWTONIANO

Los dos modelos más simples que pueden simularse con estas analogías mecánicas corresponden a los modelos de (a) fluido de Maxwell y (b) sólido de Voigt tal y como se observa en la figura 2.5.

El fluido de Maxwell tiene el modelo matemático basado en que la deformación total del sistema corresponde a la suma de las deformaciones en cada elemento: la deformación elástica del resorte más la deformación por flujo del amortiguador.

FLUIDO DE MAXWELL



SÓLIDO DE VOIGT

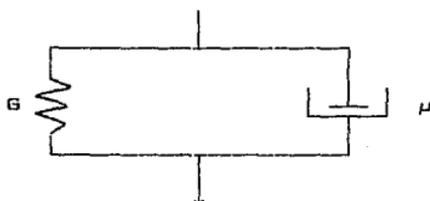


FIGURA 25

## ANALOGÍAS MECANICAS BASICAS DEL COMPORTAMIENTO DE MATERIALES

Es decir, utilizando los modelos básicos obtenemos

$$\gamma = \gamma \text{ resorte} + \gamma \text{ amortiguador} \rightarrow \mathfrak{Z} = \mu \dot{\gamma} - \left(\frac{\mu}{G}\right) \ddot{\mathfrak{Z}}$$

El sólido de Voigt basa su modelo en que el esfuerzo total del sistema es el resultado de la contribución del esfuerzo que ocurre en el resorte, más el esfuerzo que se genera en el amortiguador.

Es decir

$$\mathfrak{Z} = \mathfrak{Z} \text{ resorte} + \mathfrak{Z} \text{ amortiguador}$$

utilizando los modelos básicos obtenemos

$$\mathfrak{Z} = G \gamma + \mu \dot{\gamma}$$

El comportamiento más complejo de un fluido viscoelástico puede simularse por la combinación en serie o en paralelo de los modelos de Maxwell y de Voigt, de la que puede haber muchas posibilidades.

En la figura 2.6 se comparan cualitativamente la deformación que presentan los fluidos anteriormente mencionados cuando se les somete a un proceso en que el esfuerzo cortante se mantiene constante durante un intervalo de tiempo definido.

El fluido viscoelástico presenta una respuesta no lineal mientras se le aplica la fuerza. Cuando la fuerza deja de actuar existe una recuperación elástica parcial (resorte) y un estado de deformación constante no recuperable (amortiguador) debido al proceso desipativo que ocurre a causa de la viscosidad.

Como es de suponerse la descripción matemática de los fluidos viscoelásticos es extremadamente difícil. Para fines prácticos de estimaciones cuantitativas en ingeniería se ha visto que los materiales plásticos fundidos se pueden aproximar razonablemente como fluidos pseudoplásticos para los que la viscosidad aparente (definida como el cociente del esfuerzo cortante entre la rapidez de deformación) decrece a medida que la rapidez de deformación aumenta.

En la Fig. 2.7 Se puede observar que para valores pequeños de  $\dot{\gamma}$  existe un valor de  $\eta_0$  constante y lo mismo sucede para valores de  $\dot{\gamma}$  grandes, aunque este último no se ha podido demostrar en forma experimental para los polímeros fundidos. En los valores intermedios de  $\dot{\gamma}$  la viscosidad decrece al aumentar  $\dot{\gamma}$ . La explicación fenomenológica del fenómeno físico se basa en que para un polímero con peso molecular determinado existe una masa muy entremezclada de cadenas moleculares; esta situación restringe el flujo por lo que el valor de la viscosidad es muy elevado ( $\eta_0$ ).

A medida que aumenta la deformación (i. e. se extruye a mayor velocidad) las cadenas moleculares se van alineando en dirección del flujo de tal forma que se van desenredando, disminuyendo así la viscosidad newtoniana constante.

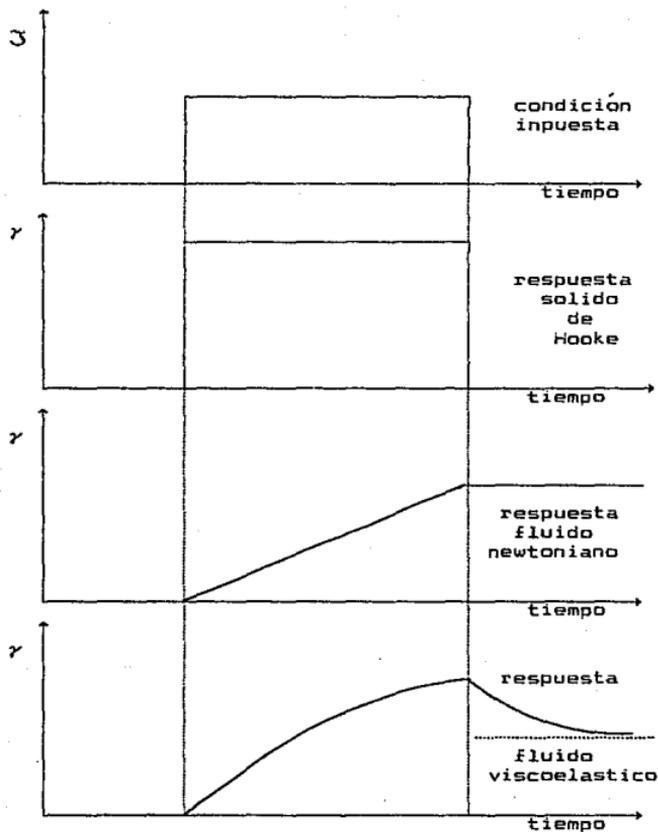


FIGURA 2.6  
 DEFORMACION DE DIFERENTES FLUIDOS AL ESTAR EN TENSION  
 DESPUES DE UN TIEMPO

Al graficar el  $\log \dot{\gamma}$  vs.  $\log \eta$  se tiene el siguiente comportamiento:

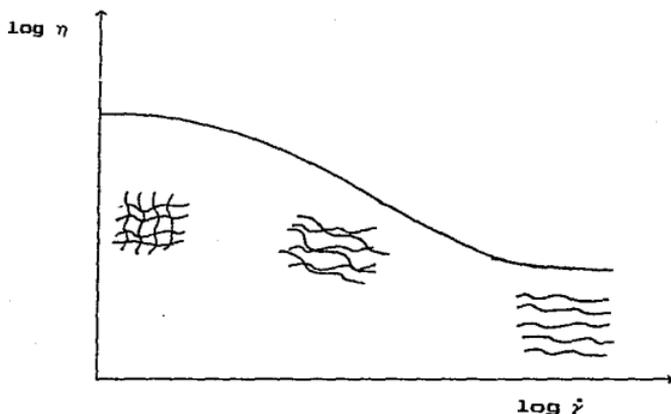


FIGURA 2.7

VARIACION DE LA VISCOSIDAD CON RESPECTO A  $\dot{\gamma}$  EN LOS FLUIDOS PSEUDOPLASTICOS

A este tipo de gráficas de  $\log \eta$  vs.  $\log \dot{\gamma}$  se ajusta un modelo empírico que puede ser usado para cuantificar el comportamiento de flujo del material plástico en un intervalo definido tanto de temperatura como de rapidez de deformación ( $\dot{\gamma}$ ) o esfuerzo cortante ( $\mathcal{S}$ ).

Es necesario ajustar los modelos en un cierto rango de  $T$ ,  $\dot{\gamma}$  ó  $\mathcal{S}$ , debido a que no existe un modelo que pueda ajustarse a toda la curva de flujo resultante de los datos experimentales.

Los modelos empíricos que se analizarán son:

- Modelo de Ellis

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\eta_0} \left\{ 1 + \left| \frac{\dot{\gamma}}{a} \right|^b \right\} \dot{\gamma} \quad (2)$$

Es un modelo de  $f(\dot{\gamma})$  y es más simple de estudiar que un modelo en  $f(\dot{\gamma})$  que presenta el problema de tener derivadas de la velocidad de deformación elevadas a potencias.

- Modelo polinomial

$$\dot{\gamma} = A \dot{\gamma} + D \dot{\gamma}^2 + C \dot{\gamma}^3 \quad (3)$$

También es un modelo en  $f(\dot{\gamma})$ .

Los modelos en forma polinomial son más simples de utilizar que otros modelos más sofisticados como el de Ellis. Aunque no es muy seguro ya que podría predecir viscosidades negativas, lo cual no es posible que así suceda, y además los modelos polinomiales presentan mayor incertidumbre en valores numéricos diferentes al intervalo al que son ajustados, sin embargo, teniendo cuidado de que estos inconvenientes no sucedan permitiría evaluaciones mucho más simples incluyendo la obtención matemática de las ecuaciones de cálculo.

Los dos modelos anteriores con los cuales se va a trabajar fueron ajustados al comportamiento del polietileno de alta densidad para un intervalo de temperaturas entre 170°C y 210°C con datos experimentales de  $\dot{\gamma}$  vs.  $\dot{\gamma}$  previamente obtenidos. Un análisis de regresión lineal y no lineal de estos datos permitió obtener el comportamiento de los parámetros de los modelos empíricos con respecto a su variación de la temperatura (ver apéndice A).



### 3.- DESARROLLO TEORICO

#### 3.1 Proceso de flujo en un extrusor plastificante.

La máquina para extrusión recibe el nombre de extrusor y el más simple es aquel que está formado por un husillo o tornillo que se hace girar dentro de un barril de geometría cilíndrica el cual es calentado exteriormente. El husillo tiene una tolerancia pequeña con respecto al barril ( del orden de 3 a 15 milésimas de pulgada) que lo hace actuar como una bomba de tornillo y permite obtener presiones de descarga muy altas pero sin sobrepasar  $10000 \frac{lb}{in^2}$  que es normalmente la presión máxima de diseño mecánico. El extrusor consta de las siguientes partes principales tal y como se muestra en la figura 3.1.

- a) Una tolva de alimentación.
- b) Un husillo girando dentro del barril el cual se puede calentar o enfriar.
- c) Un barril con calentamiento externo.
- d) Una boquilla de un diseño especial.

Para el funcionamiento del proceso de extrusión se requieren equipos auxiliares. El motor con la potencia necesaria para mover el husillo y el material termoplástico que se procesa así como los equipos utilizados para preparar el material que se procesará y para darle el acabado final al producto que está saliendo del extrusor. El flujo del material ocurre desde el inicio del husillo que se encuentra inmediatamente después de la tolva de alimentación hasta la parte final del mismo localizada a la descarga del extrusor.

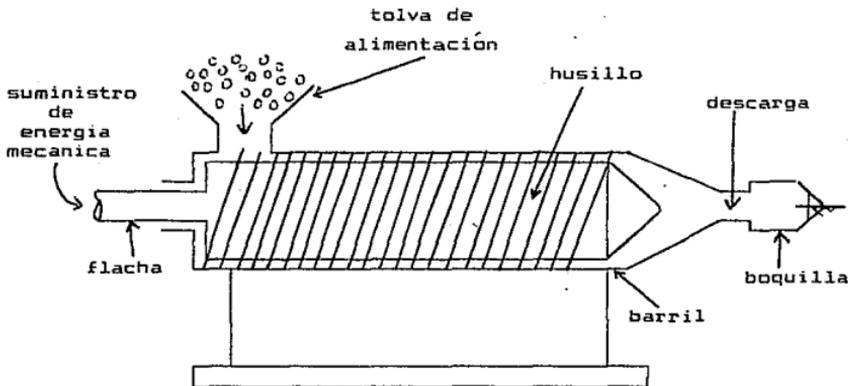


FIGURA 3.1  
EXTRUSOR PLASTIFICANTE

Debido a las características particulares de los diferentes flujo que componen el flujo global en el extrusor se ha visto que es conveniente dividir su trayectoria en tres zonas diferentes.

Estas son:

a) Zona de alimentación. Es donde generalmente se tiene flujo sólido en forma de polvo o granular. El problema en esta parte es el análisis de flujo del material sólido.

b) Zona de fusión. Es donde empieza la fusión del polvo los gránulos. En esta zona de flujo coexisten dos fases simultáneas: una sólida y otra líquida, la cual presenta el problema del flujo de ambas fases en forma simultánea.

c) Zona de dosificación o de fusión completa. En donde el flujo de material corresponde al flujo de un líquido muy viscoso en condiciones no isotérmicas.

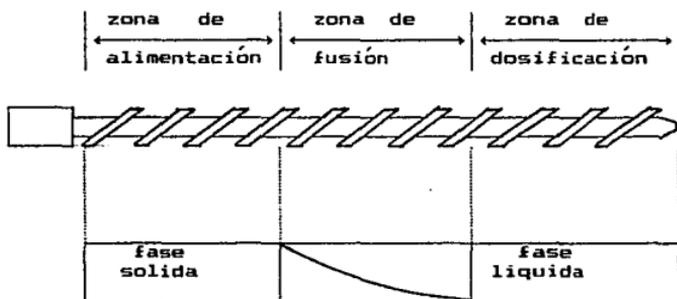


FIGURA 3.2

ZONAS DE FLUJO EN QUE SE DIVIDE EL HUSILLO DEL EXTRUSOR

Para simplificar los problemas anteriores se consideró que la zona de dosificación está extendida a lo largo de todo el husillo para la cual todo el material termoplástico está fundido y debido a esto el análisis de flujo en el extrusor se puede realizar como si fuera una bomba con un fluido de comportamiento no newtoniano puramente viscoso.

Además se hacen las siguientes consideraciones:

- Flujo isotérmico, incompresible y unidimensional en la dirección longitudinal del canal del husillo.
- No existen efectos de la aceleración en la dirección del flujo.

- No existe flujo de material entre el claro de la hélice del husillo y la superficie del barril.

- El flujo está completamente desarrollado.

- Como el husillo tiene canales de forma helicoidal se supondrá que el fluido fluye a través de un canal rectangular.

En la figura 3.3 se muestra la geometría real de flujo del extrusor y la nomenclatura que se usara para representar sus diferentes elementos. Estos son: diámetro interno del barril (D), altura de la hélice del husillo (H), espaciamiento entre la parte superior de la hélice del husillo y el barril o claro (C), ancho del canal (W), ángulo de la hélice ( $\theta$ ).

El paso de la cuerda (E) está relacionado con el ángulo  $\theta$  por la ecuación

$$E = \pi ( D - 2c ) \tan \theta$$

Para llevar a cabo el análisis del proceso de flujo en el canal del extrusor se prefiere analizar considerando un sistema de coordenadas en el husillo por lo que el barril es el que gira en lugar del husillo manteniéndose el mismo movimiento relativo.

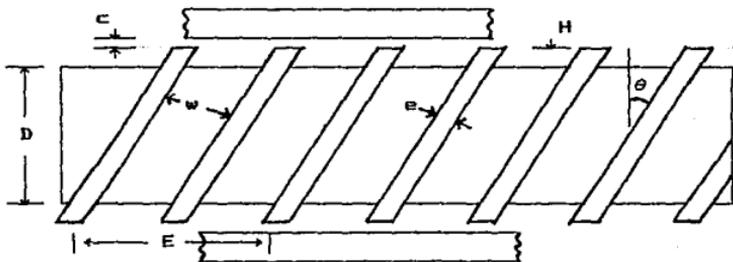


FIGURA 3.3  
GEOMETRIA DEL EXTRUSOR

La figura 3.4 muestra el canal del husillo con una altura  $H$  y un ancho  $w$ . Cuando la relación  $H/w$  es pequeña ( $H/w < 0.1$ ) se ha demostrado que el efecto de las paredes laterales sobre el flujo no es muy importante, (5). Esta suposición corresponde a la llamada aproximación por lubricación y que nos permite hacer el estudio en forma unidimensional donde se considera que el fluido fluye entre dos placas paralelas e infinitas, una de las cuales está fija ( la base del husillo ) y otra superior está en movimiento ( la superficie del barril ). Como ya se dijo con anterioridad el sistema de coordenadas se coloca en la placa fija, el fluido avanza en la dirección  $Z$  y la altura del canal se codiciera en la dirección del eje  $Y$  tal y como se muestra en la figura 3.5.

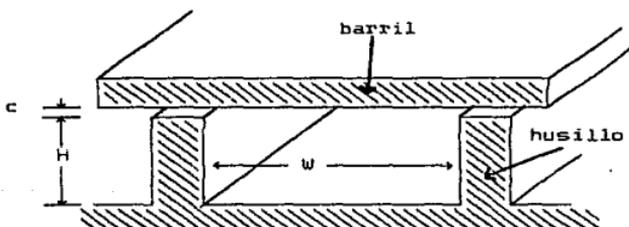


FIGURA 3.4  
GEOMETRIA DEL CANAL DEL HUSILLO

La descripción del sistema de flujo utilizando el sistema de coordenadas rectangulares anterior nos permite fijar el campo de velocidades que posee el fluido como

$$\underline{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

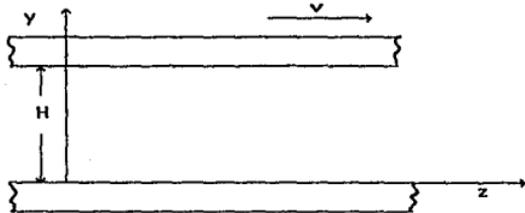


FIGURA 3.5  
 APROXIMACION DE LUBRICACION

independientemente si el fluido es newtoniano o no newtoniano. Adicionalmente, la suposición de flujo a régimen laminar entre placas paralelas e infinitas requiere que  $v_x = v_y = 0$ . Por lo tanto la componente que describe el flujo del líquido en nuestro sistema es  $v_z$ , y que bajo condiciones de régimen permanente deberá estar dada a lo más por su dependencia con respecto a cada uno de los ejes coordenados como

$$v_z = v_z(x, y)$$

Finalmente tenemos que la descripción de flujo estará representada solamente por la dependencia de  $v_z$  en términos de la coordenada  $y$ , ya que la ausencia de paredes laterales en nuestra suposición del flujo del líquido no permite que  $v_z = v_z(x)$ .

Debe ser claro que  $v_z(y)$  deberá describir tanto el flujo newtoniano como el flujo no newtoniano bajo las suposiciones hechas anteriormente. La determinación de  $v_z(y)$  permite conocer el perfil de velocidades que el fluido adquiere en nuestro sistema de flujo, el cual debe satisfacer el principio de

conservación del momentum lineal para fluidos puros a temperatura constante expresado como

$$\rho \frac{D u}{D t} = - \nabla P - \frac{\nabla \cdot \underline{\underline{\tau}}}{\underline{\underline{\tau}}} + \rho \underline{\underline{g}}$$

donde para un elemento de volumen de fluido

$\rho \frac{D u}{D t}$  representa la velocidad de acumulación del momento

$-\nabla P$  representa las fuerzas de presión que actúan sobre el elemento de volumen

$-\frac{\nabla \cdot \underline{\underline{\tau}}}{\underline{\underline{\tau}}}$  representa las fuerzas viscosas que retardan el movimiento del fluido

y

$\rho \underline{\underline{g}}$  representan las fuerzas de gravedad que actúan sobre el elemento de volumen

En nuestro sistema de flujo podemos suponer que  $\rho \underline{\underline{g}}$  no tiene valor debido a que el flujo es horizontal y la distancia entre placas es pequeña (1 cm o menos). El término  $\rho \frac{D u}{D t}$  es proporcional a la aceleración que sufre el fluido en el sistema y para los polímeros fundidos podemos suponer que es despreciable. Su importancia puede analizarse a través de la comparación del número de Reynolds aplicado a una tubería por la que fluirán dos fluidos con viscosidades diferentes; uno con viscosidad pequeña de 0.01 poise (i.e. agua) y un polímero termoplástico como el polietileno de alta densidad (HDPE) con una viscosidad de 10 000 poise así,

$$Re_{\text{agua}} = \frac{\rho \langle u_z \rangle P}{\mu_{\text{agua}}} \quad Re_{\text{HDPE}} = \frac{\rho \langle u_z \rangle D}{\mu_{\text{HDPE}}}$$

$$Re_{HDPE} = \frac{\mu_{agua}}{\mu_{HDPE}} Re_{agua} = 10^{-6} Re_{agua}$$

ya que sus densidades son similares. Claramente se observa que será poco probable que el HDPE pueda fluir bajo condiciones de régimen turbulento lo que nos asegura que el término de aceleración será demasiado pequeño como para no ser tomado en cuenta.

En esta forma la ecuación de movimiento se puede reducir para expresarse como

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\tau}} + \nabla P = \underline{0}$$

utilizando el hecho de que  $\underline{v} = (0, 0, v_z(y))$  tenemos

$$\text{componente x} \quad 0 = - \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\text{componente y} \quad 0 = - \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$\text{componente z} \quad 0 = - \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}$$

donde  $\tau_{yz}$  es el esfuerzo de corte para el fluido dado por la ecuación

$$\tau_{yz} = -\eta \frac{dv_z}{dy}$$

en donde la viscosidad general no newtoniana  $\eta$  se reduce a la viscosidad newtoniana  $\mu$  en el caso de la descripción de flujos newtonianos.

La ecuación de movimiento nos permite obtener la ecuación diferencial que gobierna nuestro proceso, como :

$$\frac{d}{dy} \left[ \eta \frac{dv_z}{dy} \right] = - \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{dz} = \text{constante} \quad (5)$$

sujeta a las condiciones a la frontera (CF)

$$\begin{aligned} \text{CF1} \quad v_z (y=0) &= 0 \\ \text{CF2} \quad v_z (y=H) &= V \end{aligned} \quad (6)$$

Sin embargo, el conocimiento del perfil de velocidades aunque necesario no es suficiente ya que en el problema generalizado de diseño y los análisis para un sistema de ingeniería estamos interesados en el comportamiento de variables macroscópicas que sean fácilmente medibles. Es decir, queremos encontrar una relación funcional entre diferentes grupos de variables que puedan ser cuantificadas para poder lograr nuestro objetivo. Esta dependencia la podemos representar como

$$\text{Características de comportamiento} = f \left\{ \left[ \begin{array}{c} \text{Parámetros} \\ \text{de} \\ \text{diseño} \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c} \text{Propiedades} \\ \text{del} \\ \text{polímero} \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c} \text{Variables} \\ \text{de} \\ \text{operación} \end{array} \right] \right\} \quad (7)$$

Las que podemos subdividir de la siguiente manera:

Características de comportamiento.- Gasto másico de producción, potencia, temperatura, uniformidad, etc.

Parámetros de diseño.- Diámetro, longitud, diámetro de barril, longitud del husillo, ángulo de hélice, etc.

Propiedades de polímero.- Propiedades fisicoquímicas de fundido y de sólidos, etc.

VARIABLES DE OPERACIÓN.- Velocidad rotacional, temperatura de barril, etc.

Particularmente estamos interesados en la relación que existe entre el flujo volumétrico  $Q$ , la caída de presión  $\Delta P$  y la velocidad rotacional del husillo  $N$ . La velocidad de flujo volumétrico se obtiene integrando la componente  $z$  del vector de velocidad del fluido a través de una sección perpendicular a la dirección de flujo como

$$Q = \int_0^W \int_0^H v_z(y) dy dx \quad (8)$$

Y que es una definición que no depende del tipo de fluido. Con la ecuación anterior se manifiesta en forma notoria la necesidad de conocer la descripción del perfil de velocidades.

En resumen podemos ver que el problema se reduce a integrar la ecuación diferencial proveniente de la ecuación de movimiento (i.e. Ecs. 5 y 6) para obtener  $v_z(y)$  para diversos fluidos  $\gamma$ , posteriormente, integrar la Ec. 8 para encontrar las relaciones deseadas que requiere la aplicación de la Ec. 8 bajo las suposiciones que hemos establecido.

### 3.2 Modelo newtoniano de flujo.

A pesar de que estamos interesados en la descripción del flujo no newtoniano es ilustrativo desarrollar el procedimiento bajo la suposición de flujo newtoniano por que nos permite comparar los diferentes desarrollos. El motivo de lo anterior es que a pesar de que se utilizan diferentes fluidos no existen razones de peso para suponer que los resultados entre ellos sean

muy diferentes, ya que los principios físicos utilizados son los mismos. No es posible, por ejemplo, que los perfiles de velocidad sean completamente diferentes para dos fluidos distintos; si bien cambiarían los órdenes de magnitud de las variables, la forma de los perfiles serán similares.

Sabemos que la viscosidad de un fluido newtoniano puro a temperatura constante es un parámetro del material que puede considerarse como una constante verdadera ya que el efecto de la presión no es significativo más que para aquellos sistemas que se encuentran a condiciones muy especiales de presión como puede ser el caso de inyección de plásticos en el que el efecto puede ser importante durante el flujo en el molde, pero no tanto cuando fluye en el extrusor. Bajo esta condición la Ec. 5 se convierte en

$$\frac{d^2 v}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \left( - \frac{dP}{dz} \right) \quad (8')$$

y que representa una ecuación diferencial lineal de 2o. orden con coeficientes constantes sujeta a las condiciones dadas por la Ec. 6. La ecuación diferencial anterior es lineal por que la ecuación constitutiva del fluido newtoniano es lineal. Esto significa que la resolución del sistema dado por la ecuaciones 5 y 6 puede separarse en dos problemas separados:

(1) El flujo por arrastre provocado por el movimiento de la placa superior cuando no existe un gradiente de presión y, (2) el flujo por presión que ocurriría cuando no existiera el movimiento de la placa superior y que se debiera solamente a la presencia de un gradiente de presión.

El efectuar un análisis de flujo considerando que no hay caída de presión y que la placa superior está en movimiento nos permite reducir las Ecs. 5 y 6 como

$$\frac{d^2 v_z}{dy^2} = 0 \quad \begin{array}{ll} \text{CF1;} & v_z(0) = 0 \\ \text{CF2;} & v_z(H) = V_z \end{array} \quad (9)$$

Integrando la Ec. 9 se obtiene el perfil de velocidades del flujo por arrastre como

$$v_z = \frac{V_z}{H} y \quad (10)$$

Observamos que  $v_z$  varía linealmente en función de  $y$  con pendiente  $V_z/H$ . La figura 3.6 muestra la representación esquemática del perfil de velocidades en flujo por arrastre.

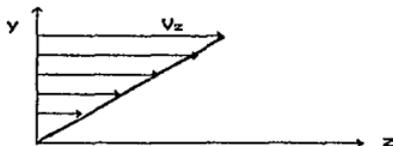


FIGURA 3.6

PERFIL DE VELOCIDAD POR FLUJO POR ARRASTRE

El flujo volumétrico por arrastre  $Q_A$  se obtiene introduciendo 10 en 8 e integrando para dar

$$Q_A = \frac{v_z H W}{2} \quad (11)$$

Cuando se considera el caso en que las dos placas están estáticas y sólo existe flujo debido a un gradiente de presión la Ec. 9 transforma a la ec. 8' y las condiciones frontera como

$$\begin{array}{ll} \text{CF1;} & v(0) = 0 \\ \text{CF2;} & v(H) = 0 \end{array}$$

Al integrar la ec. diferencial  $\delta'$  sujeta a las condiciones a la frontera anteriores se obtiene

$$v_z = -\frac{y^2}{2\mu} - \frac{Hy}{\mu} - \frac{dP}{dz}$$

Como se puede ver, ahora el perfil de velocidades tiene la forma de una parábola tal y como se representa en la figura 3.7.

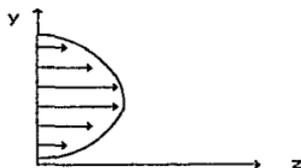


FIGURA 3.7

PERFIL DE VELOCIDADES POR FLUJO POR PRESION

El flujo volumétrico por presión  $Q_p$  se obtiene integrando en la Ec. 8 con  $v_z(y)$  dado por la Ec. 12 y cuyo resultado es

$$Q_p = -\frac{H^3}{12\mu} \frac{dP}{dz} \quad (13)$$

El mecanismo de flujo de extrusor involucra simultáneamente los dos casos anteriores. El flujo por arrastre ( $Q_a$ ) en la dirección del canal provocado por la velocidad rotacional del barril y el flujo debido a una caída de presión ( $Q_p$ ) provocada por la restricción en forma de boquilla, malla, torpedo o colador que existe al final del husillo en el extrusor.

Y como estamos suponiendo que el flujo corresponde al de un material newtoniano que es lineal entonces el flujo volumétrico que proviene de un extrusor estará dado por la suma de los flujos anteriores, es decir

$$Q = Q_A + Q_P \quad (14)$$

Q = flujo total del extrusor

Q<sub>A</sub> = flujo por arrastre

Q<sub>P</sub> = flujo por presión

El proceso global de integración demuestra que este debe ser el caso, ya que el perfil de velocidades que se obtiene al integrar la Ec. diferencial 5 sujeta a las condiciones a la frontera originales (Ec. 6) es

$$v_z = y \left( \frac{v_z}{H} \right) - \frac{y(H-y)}{2\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right) \quad (15)$$

que corresponde a la suma de los perfiles de velocidad por arrastre y por presión.

Simultáneamente, la ecuación del flujo volumétrico es

$$Q = \frac{v_z}{2} \frac{WH}{2} - \frac{WH^3}{12\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right) \quad (16)$$

que también corresponde a la suma de Q<sub>A</sub> y Q<sub>P</sub> anteriores.

Debemos mencionar que la suposición de flujo entre placas paralelas e infinitas nos ha permitido eliminar la descripción de otros dos flujos que existen también durante la operación de un extrusor pero que, sin embargo, como una primera aproximación a la descripción del problema no son tomados en cuenta. El primero corresponde al ocasionado por la componente del vector velocidad rotacional del barril perpendicular a la dirección del flujo que provoca un flujo rotacional en esa dirección el cual no contribuye al avance del material en la dirección z pero si facilita la transferencia de calor y de mezclado. El otro flujo

se denomina por escurrimiento y ocurre a través del claro que existe entre la parte superior del álabo o hélice del husillo y la superficie del barril ocasionado por el gradiente de presión que existe entre dos canales adyacentes; éste no es importante si el claro es pequeño y el ancho de la hélice es grande.

Como se mencionó con anterioridad, los perfiles de velocidad constituyen uno de los aspectos más importantes en la descripción del flujo, ya que éstos determinan el gasto volumétrico que se tendrá a la descarga del extrusor.

La ecuación 15 nos dice que si el gradiente de presión es en la dirección  $z$  es positivo (i.e. la presión aumenta en la dirección del flujo) entonces habrá posiciones a lo largo de la dirección  $y$  en que  $v_z$  será negativa tal y como se muestra en la figura 3.8.

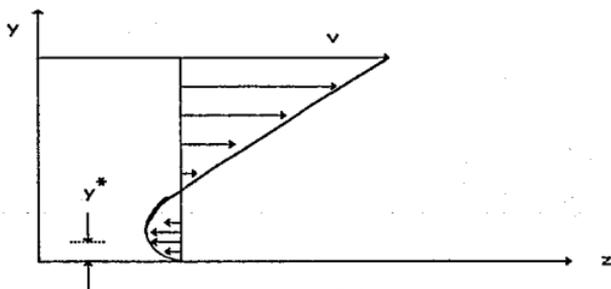


FIGURA 3.8  
PERFIL DE VELOCIDADES CON FLUJOS MEZCLADOS Y  $-\frac{dP}{dz} > 0$

En el caso de que el gradiente de presión  $dP/dz$  sea negativo entonces la presión disminuye a lo largo de la dirección  $Z$  con lo

que tendrá más flujo de material y se podría procesar más material.

Dado que la cantidad de material procesado dependerá de la existencia particular de algún tipo de perfil de velocidad, es importante considerar los cinco diferentes tipos posibles que pueden existir durante el proceso de flujo y que a su vez, dependerán básicamente de un determinado gradiente de presión. Estos cinco tipos pueden agruparse como se describe a continuación:

A) Gradientes de presión cuando el perfil de velocidades tiene un punto crítico.

#### A.1. - Gradiente de presión positivo.

La aplicación de las ecuaciones 15 y 16 demuestra que la tasa de producción capaz de ser procesada por un extrusor disminuye a medida que aumenta la presión ejercida por la restricción de flujo causada por la boquilla localizada a la descarga del mismo.

El caso anterior se tiene cuando la relación  $Q/WVH$  es mucho menor que 0.5 .

Es conveniente el uso del parámetro  $Q/WVH$  como un indicador de los posibles intervalos de gasto que una máquina dada puede manejar, ya que el flujo por arrastre está descrito por la misma ecuación del tipo de fluido que se maneja.

La figura 3.9 muestra un esquema del perfil de velocidades cuando el gradiente de presión es positivo. Observamos que el gasto volumétrico  $Q$  corresponde al área bajo la curva de dicho perfil de velocidad. Cuando las áreas son iguales se tiene la condición  $Q = 0$  o gasto de descarga completamente cerrada.

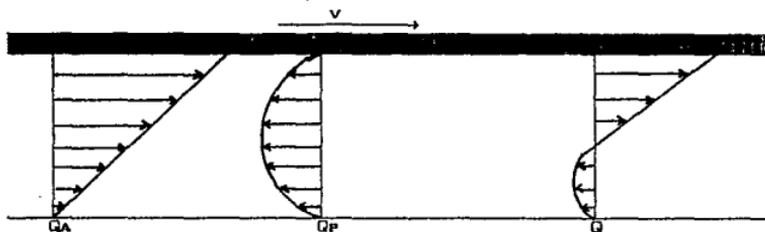


FIGURA 3.9

PERFIL DE VELOCIDADES TIPO A.1 CON GRADIENTE DE PRESION POSITIVO  
Y UN MINIMO EN EL VALOR DE LA VELOCIDAD

A.2.- Gradiente de presión negativo.

En este caso el perfil de velocidades adquiere un máximo en el valor de la velocidad y corresponderá al mayor valor de gasto que puede ser procesado, ya que el área bajo la curva es también la más grande. La figura 3.10 muestra un esquema representativo de esta condición de flujo.

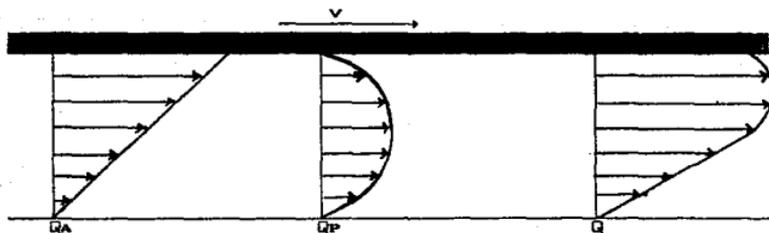


FIGURA 3.10

PERFIL DE VELOCIDADES TIPO A.2 CON GRADIENTE DE PRESION POSITIVO  
Y UN MAXIMO EN EL VALOR DE LA VELOCIDAD

Para este caso el valor  $Q/WVH$  será mucho más grande que 0.5 .

B) Gradientes de presión cuando no existen puntos críticos en el perfil de velocidad.

B.1.- Gradiente de presión positivo.

Bajo esta condición de flujo el perfil de velocidades no tiene un mínimo en ninguna posición a lo largo del eje  $y$  y ocurre cuando la restricción al flujo causado por la boquilla es menor provocando que el parámetro  $Q/WVH$  adquiera valores menores a 0.5 pero mayores que en perfil tipo A.1. La figura 3.11 muestra el esquema para esta condición de flujo.

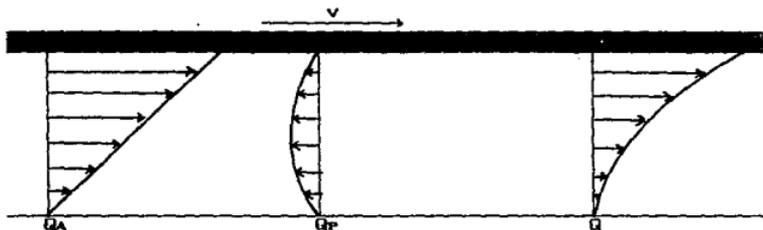


FIGURA 3.11

PERFIL DE VELOCIDADES TIPO B.1 CON GRADIENTE DE PRESION NEGATIVO SIN UN VALOR MINIMO DE LA VELOCIDAD

B.2.- Gradiente de presión negativo.

En forma similar al anterior no existe el desarrollo de un punto crítico (máximo) en el perfil de velocidad, pero ahora el parámetro de flujo  $Q/WVH$  será mayor que 0.5 pero menor que el tipo A.2. En la figura 3.12 se representa en un esquema de flujo correspondiente.

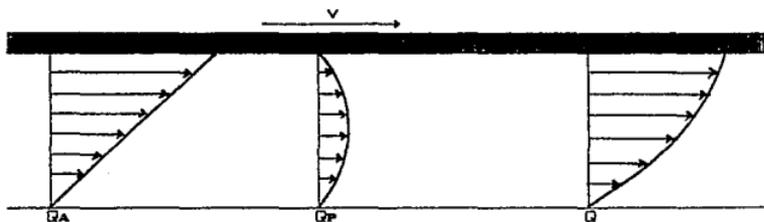


FIGURA 3.12

PERFIL DE VELOCIDADES TIPO B2 CON GRADIENTE DE PRESION NEGATIVO SIN VALOR MINIMO DE VELOCIDAD

C) Gradiente de presión cero.

Este caso corresponde a la condición de flujo por arrastre para la que  $Q/WVH = 0.5$  y el perfil de velocidades es una línea recta. Aunque esta condición corresponde a un punto "instantáneo" de transición en el flujo del material, debe ser tomada en cuenta al momento de desarrollar las ecuaciones de cálculo ya que representa un punto más en el intervalo de continuidad de nuestro fenómeno físico.

La figura 3.13 muestra un esquema de este caso particular de comportamiento.

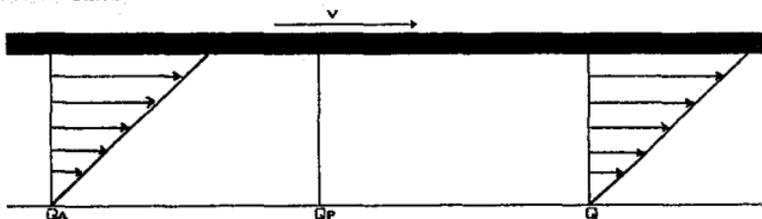


FIGURA 3.13

PERFIL DE VELOCIDADES TIPO C EN DONDE NO HAY GRADIENTE DE PRESION

La ecuación 16 es la ecuación que se utiliza para relacionar las variables de operación, los parámetros de diseño y las propiedades del material con las características de comportamiento para describir el flujo newtoniano en el extrusor. Y aunque fue obtenida bajo la suposición de placas paralelas, la aproximación permite también aplicarla cuando se tiene una variación de la profundidad del canal  $H$  con respecto a la posición  $z$ . Bajo condición de cambio en la geometría con la dirección de flujo la Ec. 16 deberá usarse como

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = \frac{12\mu}{W} \left\{ \frac{V_z W}{2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{H(z)^2} - Q \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{H(z)^3} \right\} \quad (17)$$

Ya que la viscosidad newtoniana es constante y la variación lineal de  $H$  con  $z$  puede expresarse como

$$H = H_1 - \left( \frac{H_1 - H_2}{Z} \right) z$$

en donde  $H_1$  representa la altura del canal al inicio del flujo en la zona de canal variable,  $H_2$  la altura al final de la misma y  $z$  la longitud total de flujo en esa sección. La figura 3.14 muestra un esquema representativo de la geometría de flujo en una zona de canal variable.

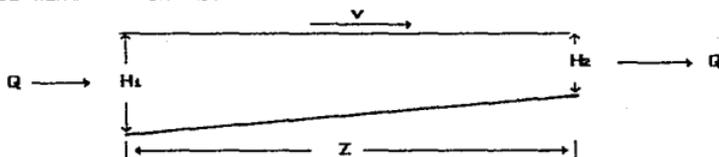


FIGURA 3.14

GEOMETRIA DE FLUJO EN UNA ZONA DE CANAL VARIABLE

Con la adición de flujo en una zona de canal variable podemos hacer el análisis global de cualquier geometría de husillo, ya que la condición de incompresibilidad nos asegura un valor de gasto constante en cualquier posición  $z$  de flujo a lo largo del husillo y la caída de presión total en el mismo no es más que la suma de las caídas de presión existentes en cada sección geométrica de flujo. Siempre y cuando la temperatura sea constante.

En esta forma podemos hacer el análisis de las características de comportamiento del extrusor cuando se trabaja como si fuera una bomba de tornillo. Con tal fin se elaboran gráficas a temperatura de barril constante y diferentes velocidades de rotación de caída de presión total  $\Delta P$  contra los valores correspondientes de gasto  $Q$  como se muestra en la figura 3.15 .

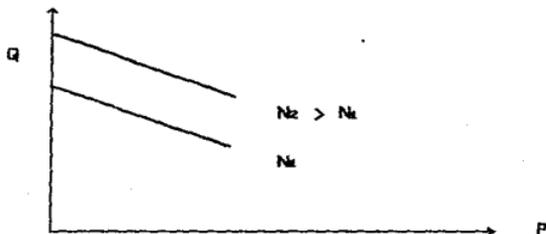


FIGURA 3.15

CARACTERÍSTICAS DE OPERACION PARA FLUJO NEWTONIANO EN UN EXTRUSOR TRABAJANDO COMO UNA BOMBA DE TORNILLO

De la figura 3.15 observamos que las curvas resultantes son líneas rectas decrecientes cuando el gradiente de presión es positivo, ya que bajo esta condición el gasto se reduce a medida que  $dP/dz$  se hace mayor tal y como se establece en la Ec. 16.

### 3.3 Modelos no newtonianos puramente viscosos de flujo.

A partir de las consideraciones generales de flujo presentadas en la sección 3.1 y del planteamiento y resolución del problema bajo tal suposición de flujo newtoniano mostrados en la sección 3.2 podemos darnos cuenta de que el flujo no newtoniano no posee problemas muy difíciles comparativamente hablando, ya que éste se basa en el mismo fenómeno físico, la diferencia notoria radica en el tipo de funcionalidad que debe escogerse para la viscosidad, la cual debe ser usada en la ecuación 5 con el objeto de hallar el perfil de velocidades correspondiente.

La ecuación de movimiento nos permite saber que la viscosidad no newtoniana de un fluido puramente viscoso  $\eta$  tendrá que ser función de la coordenada  $y$ , independientemente si proviene de la descripción de un modelo en que existe una funcionalidad con dependencia en el gradiente de velocidad (i.e.,  $\eta = \eta (dv_z/dy)$ ) o de un modelo cuya dependencia se establece a través del esfuerzo cortante (i.e.,  $\eta = \eta(\tau)$ ). En cualquier caso, la ecuación 5 se transforma como

$$\eta(y) \frac{d^2 v_z}{dy^2} + \frac{d\eta}{dy} \frac{dv_z}{dy} + \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

sujeta a las mismas condiciones a la frontera descritas por la ecuación 6.

La ecuación 19 representa una ecuación diferencial de 2° orden con coeficientes variables debido a la funcionalidad de la viscosidad no newtoniana con posición  $y$  (i.e.,  $\eta(y)$ ). Por esta razón debemos esperar, en general, que la ecuación 19 sea además una ecuación diferencial no lineal cuya complejidad será

función directa de la complejidad del modelo reológico de viscosidad utilizado y cuya resolución proporcionará similarmente un perfil de velocidades no lineal. Por lo tanto observemos que este es uno de los aspectos más importantes que existen en el planteamiento y resolución del problema no newtoniano cuando establecemos la comparación entre las ecuaciones 8' (i.e., flujo newtoniano) y 19. Asimismo y sin haber todavía resuelto el problema no newtoniano, podemos inferir que no será posible retener la funcionalidad lineal entre el gasto volumétrico  $Q$  y el gradiente de presión  $dP/dz$  tal y como lo predice la ecuación 16 para el flujo newtoniano. Sin embargo, si estamos confiados en que tanto la forma de los perfiles de velocidad no newtonianos y el comportamiento del gasto volumétrico serán muy similares a los esbozados en la sección 3.2 por las razones que previamente fueron discutidas.

Con el objeto de efectuar una simulación más general del proceso de flujo de nuestra bomba de tornillo utilizaremos un canal con variación lineal de profundidad desde su inicio hasta su final. Resulta además muy interesante trabajar con este tipo de geometría ya que este tipo de husillos recibe el nombre del tipo de compresión y son quizá de los más usados a nivel industrial ya que permiten un proceso de fusión más uniforme y con ellos se pueden generar presiones elevadas en la zona de descarga, lo cual es de mucha importancia para ciertos procesos como el de inyección de plásticos. La geometría del husillo de compresión se muestra en la figura 3.16 .

Para la resolución del problema es más conveniente reorganizar la ecuación 16 en términos de un nuevo parámetro de variación de profundidad de canal  $r$  como  $r = H_1/H_2$  ya que de esta manera es más fácil generalizar los resultados a través de variables adimensionales. A partir de esta definición y haciendo

uso de la ecuación 18 tenemos que  $r$  estará dada por la siguiente ecuación

$$r = 1 - \left( \frac{H_0 - H^*}{H_0 z} \right) z \quad (20)$$

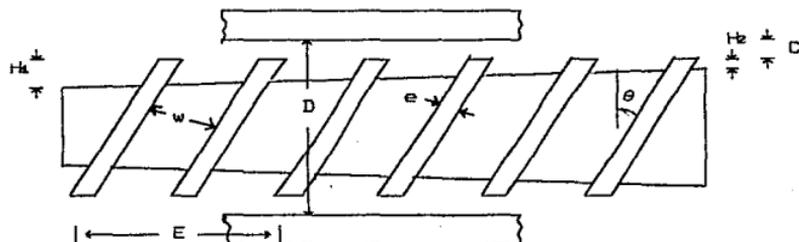


FIGURA 3.16  
HUSILLO DEL TIPO DE COMPRESION

Antes de proceder a presentar los planteamientos para los modelos reológicos escogidos, es también conveniente definir las siguientes variables adimensionales debido a la misma razón previamente mencionada. Estas son:

Longitud adimensional  $\xi = \frac{v}{H}$  (21)

- Modelo de Ellis  $\theta = \frac{vz}{r}$  (22)

donde  $r = \frac{H_0}{\eta_0 v} \frac{dp^z}{dz} = \frac{AH_0}{\eta_0 v z}$  (23)

es un parámetro adimensional para simplificar el análisis matemático del modelo de Ellis.

$$\dots (\alpha \xi + M) \left\{ 1 + (\alpha \xi + M)^B \right\} \quad (27)$$

- Modelo polinomial

$$\theta = \frac{uz}{V}$$

Gasto volumétrico de flujo adimensional

$$\psi = \frac{\omega}{r} \quad \text{donde } \omega = \frac{Q}{WVH_0} \quad \text{es una constante adimensional}$$

y  $r$  se definió anteriormente como  $r = \frac{H(z)}{H_0}$

Modelo de Ellis

Debido a que el modelo de Ellis es un modelo que relaciona la viscosidad no newtoniana con el esfuerzo cortante, es preferible trabajar con la ecuación de movimiento reducida original (i.e., ecuación 5) como

$$\frac{d\gamma}{dy} = \frac{dP}{dz} \quad (25)$$

Al integrar la ecuación 25 con respecto a  $y$  y utilizando la variable adimensional de longitud se obtiene:

$$\gamma = H \frac{dP}{dz} \xi + M \quad (26)$$

donde  $M$  es una constante de integración.

El uso simultáneo del modelo de Ellis (ec. 2, sección 2) y de las otras variables adimensionales permite obtener el gradiente de velocidad adimensional como

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{AH}{\eta_0 V} \left( \frac{1}{r} \right) (\alpha \xi + M) \left\{ 1 + (\alpha \xi + M)^B \right\}$$

Multiplicando la ecuación anterior por  $H_0/H$  y haciendo uso de la definición de  $M$  obtenemos

- Modelo polinomial

$$\theta = \frac{vz}{V}$$

Gasto volumétrico de flujo adimensional

$$\psi = \frac{\omega}{r} \quad \text{donde } \omega = \frac{Q}{\mu V H_0} \quad \text{es una constante adimensional}$$

y  $r$  se definió anteriormente como  $r = \frac{h(z)}{H_0}$

Modelo de Ellis

Debido a que el modelo de Ellis es un modelo que relaciona la viscosidad no newtoniana con el esfuerzo cortante, es preferible trabajar con la ecuación de movimiento reducida original (i.e., ecuación 5) como

$$\frac{d\mathfrak{Y}}{dy} = \frac{dP}{dz} \quad (25)$$

Al integrar la ecuación 25 con respecto a  $y$  y utilizando la variable adimensional de longitud se obtiene:

$$\mathfrak{Y} = H \frac{dP}{dz} \xi + \mathfrak{M}_1 \quad (26)$$

donde  $\mathfrak{M}_1$  es una constante de integración.

El uso simultáneo del modelo de Ellis ( ec. 2, sección 2) y de las otras variables adimensionales permite obtener el gradiente de velocidad adimensional como

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{AH}{\eta_0 v} \left( \frac{1}{r} \right) (\alpha \xi + \mathfrak{M}) \left\{ 1 + (\alpha \xi + \mathfrak{M})^b \right\}$$

Multiplicando la ecuación anterior por  $H_0/H$  y haciendo uso de la definición de  $\mathfrak{M}$  obtenemos

$$-\frac{d\theta}{d\xi} = r (\alpha \xi + m) \left\{ 1 + (\alpha \xi + m)^B \right\} \quad (27)$$

donde  $m$  es la constante de integración  $M_1$  en forma adimensional como  $m = M_1/A$  y  $\alpha$  es el parámetro adimensional dado por

$$\alpha = \frac{-H}{A} \frac{dP}{dz} \text{ que puede escribirse como } \alpha = -r \frac{dP}{dz}$$

donde  $G = \frac{H_0 - H^*}{A z} (P - P_0)$

en el que  $G$  es la caída de presión total en forma adimensional.

La ecuación 27 está sujeta a las condiciones a la frontera dimensionales siguientes

$$\begin{array}{ll} \text{CF1} & \theta(\xi = 0) = 0 \\ \text{CF2} & \theta(\xi = 1) = \frac{1}{r} \end{array} \quad (28)$$

Recordemos que el objetivo que perseguimos es hallar una relación entre  $Q$  y  $dP/dz$ . Por lo tanto, será necesario integrar la ecuación 27 sujeta a las condiciones a la frontera de la ecuación 28, y que en términos adimensionales transforma a la ecuación 8 como

$$\psi = \Gamma \int_0^1 \theta d\xi \quad (29)$$

Sin embargo, la integración de la ecuación (27) está sujeta al signo del gradiente de velocidad y al signo del gradiente de presión, por lo que se tiene que hacer el análisis de los diferentes casos a partir de los diferentes perfiles de velocidad descritos en la sección anterior.

Perfil tipo A.1: Gradiente de presión positivo con un punto crítico en el perfil de velocidades.

En este caso el perfil de velocidades adquiere la forma representada en la figura 3.17 en términos de las variables adimensionales.

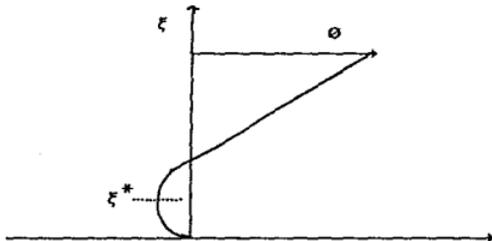


FIGURA 3.17

PERFIL DE VELOCIDADES ADIMENSIONALES PARA EL PERFIL TIPO A.1

De la figura 3.17 observamos que cuando  $\xi = \xi^*$   $d\theta/d\xi = 0$ .

Esta condición requiere que la constante de integración  $\kappa$  de la ecuación 27 sea igual a  $-\alpha \xi^*$  donde el valor adimensional de posición  $\xi^*$  del mínimo sustituye a  $\kappa$  como una constante de integración diferente tal que transforma a la misma en

$$-\frac{d\theta}{d\xi} = \alpha r (\xi - \xi^*) \left[ 1 + |\alpha|^n |\xi - \xi^*|^n \right] \quad (30)$$

En la ecuación 30 claramente se observa que el término  $|\xi - \xi^*|^n$  debe ser siempre positivo por ser un valor absoluto. Por lo tanto, es posible reorganizarla de acuerdo a la zona del perfil donde  $\xi - \xi^* > 0$  y a la zona del perfil donde  $\xi - \xi^* < 0$  con el

objeto de evitar la aparición del valor absoluto en nuestra ecuación diferencial. De esta forma podemos obtener dos condiciones adicionales en el perfil tipo A.1.

Condición A.1.1. Gradiente de velocidad negativo en  $0 \leq \zeta \leq \zeta^*$

Cuando  $\zeta \leq \zeta^*$  la ecuación 30 puede escribirse como

$$\frac{d\theta_1}{d\zeta} = -r \alpha \left( \zeta^* - \zeta + \alpha^B (\zeta^* - \zeta)^{B+1} \right) \quad (31)$$

ya que  $\zeta^* - \zeta > 0$  y  $\alpha > 0$  (i.e.,  $dP/dz > 0$ ) sujeta a la condición a la frontera  $\theta_1(\zeta=0)=0$ . Y donde  $\theta_1$  representa el perfil de velocidades adimensional inferior (i.e., en  $0 \leq \zeta \leq \zeta^*$ ). La integración de la ecuación 31 proporciona a  $\theta_1$  como

$$\theta_1 = r \alpha \left[ \frac{1}{2} (\zeta^* - \zeta)^2 - \zeta^{*2} \right] + \frac{\alpha^B}{B+2} \left[ (\zeta^* - \zeta)^{B+2} - \zeta^{*B+2} \right] \quad (32)$$

Cuando se tiene este tipo de perfil se observa claramente que el gasto volumétrico adimensional se obtiene como

$$\psi = r \left\{ \int_0^{\zeta^*} \theta_1 d\zeta + \int_{\zeta^*}^1 \theta_2 d\zeta \right\} \quad (33)$$

donde  $\theta_2$  representa el perfil de velocidades adimensional superior (i.e., en  $\zeta^* \leq \zeta \leq 1$ ).

Al insertar la ecuación 32 en el primer término de la suma dada en la ecuación 33 y llevar a cabo la integración obtenemos la contribución  $\psi_1$  de la parte inferior del perfil de velocidades al gasto volumétrico como

$$\psi_1 = -r \alpha \left\{ \frac{1}{3} \zeta^{*3} + \frac{\alpha}{B+3} \zeta^{*B+3} \right\} \quad (34)$$

Condición A.1.2. Gradiente de velocidad positivo en  $\zeta^* \leq \zeta \leq 1$

En este caso el gradiente de velocidad es contrario al caso A.1.1 y ocurre en la zona  $\zeta^* \leq \zeta \leq 1$  donde  $\zeta^* \leq \zeta$ . Por lo tanto, la ecuación 32 representa al gradiente de velocidad superior  $d\theta_s/d\zeta$  dado por la ecuación

$$\frac{d\theta_s}{d\zeta} = r \alpha \left( \zeta - \zeta^* + \alpha^B (\zeta - \zeta^*)^{B+1} \right) \quad (35)$$

sujeta a la condición a la frontera

$$\theta_s(1) = \frac{1}{r}$$

La integración de la ecuación 35 proporciona el perfil de velocidades adimensional superior como

$$\theta_s = \frac{1}{r} + r\alpha \left\{ \left( \frac{1}{2} (\zeta - \zeta^*)^2 - (1 - \zeta^*)^2 \right) + \frac{\alpha^B}{B+2} \left( (\zeta - \zeta^*)^{B+2} - (1 - \zeta^*)^{B+2} \right) \right\} \quad (36)$$

La ecuación 36 a su vez permite obtener la contribución superior  $\psi_s$  al gasto volumétrico al ser insertada en el segundo término de la ecuación 32 y llevar a cabo la integración para obtener

$$\psi_s = \frac{1}{r} (1 - \zeta^*) - r\alpha \left( \frac{1}{3} (1 - \zeta^*)^3 + \frac{\alpha^B}{B+3} (1 - \zeta^*)^{B+3} \right) \quad (37)$$

Haciendo uso de las ecuaciones 34 y 37 estamos ahora en posibilidad de calcular el gasto volumétrico total que se tiene

durante el flujo de este tipo de perfil de velocidades mediante la ecuación 33 y que es más que la suma de las ecuaciones 34 y 37. Es decir

$$\psi = 1 - \zeta^* - r r \alpha \left\{ \frac{1}{9} \left( (1 - \zeta^*)^3 + \zeta^{*3} \right) + \frac{\alpha^B}{B+9} \left( (1 - \zeta^*)^{B+9} + \zeta^{*B+9} \right) \right\} \quad (38)$$

En este punto debemos observar que la constante de integración  $\zeta^*$  es aún desconocida ya que no aparece en forma explícita en las ecuaciones anteriores y sigue dependiendo del perfil de velocidades adimensionales  $\theta_{\frac{1}{2}}$  o  $\theta_a$ . Sin embargo, haciendo uso del hecho físico de que en  $\zeta^*$  ambas velocidades deben ser iguales, tenemos que cuando

$$\theta_{\frac{1}{2}}(\zeta^*) \equiv \theta_a(\zeta^*)$$

ocurre que

(39)

$$\frac{1}{r} = r \alpha \left[ \frac{1}{2} (1 - 2\zeta^*) + \frac{\alpha^B}{B+2} \left( (1 - \zeta^*)^{B+2} - \zeta^{*B+2} \right) \right]$$

La ecuación 39 es la relación deseada para  $\zeta^*$  y establece que el valor de  $\zeta^*$  dependerá del gradiente de presión (i.e., de  $\alpha$ ) localizado en alguna posición (i.e., en  $r$ ) de nuestro husillo con profundidad de canal variable.

Perfil tipo B.1. Gradiente de presión positivo sin punto crítico en el perfil de velocidades.

En este caso el perfil de velocidades adquiere la forma representada en la figura 3.16 en términos de las variables adimensionales.

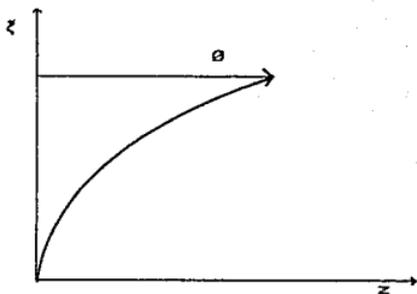


FIGURA 3.18  
PERFIL DE VELOCIDAD ADIMENSIONAL TIPO B.1

En este tipo de perfil la constante de integración  $m$  no tiene ningún significado físico como en el perfil anterior (i.e.,  $m = -\alpha \zeta^*$ ), por lo tanto la ecuación 27 se integrará así como está y debido a que no hay punto crítico en el perfil de velocidades y el gradiente de velocidades adimensional es positivo en  $0 \leq \zeta \leq 1$  (i.e.,  $d\theta/d\zeta > 0$ ), la ecuación 27 queda como

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = r \left( (\alpha\zeta + m) + (\alpha\zeta + m)^B \right) \quad (40)$$

con las condiciones a la frontera de la ecuación 28. La

integración de la ecuación 40 proporciona a  $\theta$  como

(41)

$$\theta = r \left[ \frac{1}{2\alpha} \left( (\alpha\zeta + m)^2 - m^2 \right) + \frac{1}{(B+2)^2} \left( (\alpha\zeta + m)^{B+2} - m^{B+2} \right) \right]$$

tomando en cuenta la CF1.

Insertando la ecuación 41 en la ecuación 29 obtenemos el gasto volumétrico adimensional como

$$\psi = \frac{\Gamma r}{\alpha} \left[ \frac{1}{2\alpha} (\alpha + M)^3 - M \right] - \frac{M^2}{2} + \frac{1}{(B+2)(B+3)\alpha} (\alpha + M)^{B+3} - M^{B+3} - \frac{M^{B+2}}{B+2} \quad (42)$$

Para obtener el valor de la constante de integración  $M$  tenemos que tener en cuenta que ésta depende del gradiente de presiones, debido a esto tenemos que para el CF2

(43)

$$\frac{1}{r} = r \left[ \frac{1}{2\alpha} (\alpha + M)^2 - M^2 \right] + \frac{1}{(B+2)\alpha} (\alpha + M)^{B+2} - M^{B+2} \quad (43)$$

Perfil B.2. Gradiente de presiones negativo sin punto crítico en el perfil de velocidades.

En este caso el perfil de velocidades adquiere la forma representada en la figura 3.19 en término de las variables dimensionales.

Como podemos observar el gradiente de presiones adquiere un valor negativo en  $0 \leq \xi \leq 1$ , debido a esto, de la ecuación 27 se deduce que  $(\xi + M) < 0$  en el mismo intervalo, por esta razón se concluye que  $M$  es negativo con un valor absoluto mayor a toda  $\xi$ .

El único punto de expansión es cuando  $\xi=1$ , en cuyo caso tenemos el límite  $M = -1$  para que el máximo en  $\theta$  se encuentre en

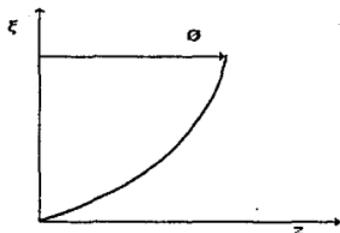


FIGURA 3.19  
PERFIL DE VELOCIDADES ADIMENSIONAL TIPO B2

la placa superior. Debido a esto la ecuación 27 se transforma en

$$\frac{d\theta}{d\xi} = r (\alpha\xi + m) + (\alpha\xi + m) |\alpha\xi + m|^B \quad (44)$$

con las condiciones a la frontera de la ecuación 28.

Integrando la ecuación (44) con CF1 tenemos

$$\theta = \frac{r}{2\alpha} (\alpha\xi + m)^2 - m^2 + r \left[ \frac{1}{(B+1)\alpha} (\alpha\xi + m) |\alpha\xi + m|^{B+1} - m |m|^{B+1} - \frac{|\alpha\xi + m|^{B+2} - |m|^{B+2}}{(B+1)(B+2)\alpha} \right] \quad (45)$$

Insertando la ecuación 45 en la ecuación 29 se obtiene el gasto volumétrico adimensional como

$$\psi = \frac{\Gamma r}{\alpha^2} (\alpha^3 + 3\alpha^2 m) - \frac{\Gamma r}{\alpha^2} \left[ 2 (|\alpha + m|^{B+3} - |m|^{B+3}) - (m+3)(\alpha+m)|\alpha+m|^{B+2} + m|m|^{B+2} + (B+2)\alpha m|m|^{B+1} - \alpha|m|^{B+2} \right] * \frac{1}{(B+1)(B+2)(B+3)} \quad (46)$$

Para obtener el valor de  $m$  es necesario tener la funcionalidad de esta con el gradiente de presiones que se obtiene sustituyendo la CF2 de la ecuación 28 en 45, de lo cual obtenemos

$$\frac{1}{r} = \frac{r}{2\alpha} ((\alpha + m)^2 - m^2) + r \left[ \frac{(\alpha+m)|\alpha+m|^{B+1} - |m|^{B+1} m}{(B+1)\alpha} - \frac{|\alpha+m|^{B+2} - |m|^{B+2}}{(B+1)(B+2)\alpha} \right] \quad (47)$$

Perfil tipo A.2. Gradiente de presión negativo con punto crítico en el perfil de velocidades.

En este caso el perfil de velocidades adquiere la forma representada por la figura 3.20 en términos de las variables adimensionales.

El análisis de este perfil es semejante al que se hizo con el perfil tipo A.1. La constante de integración  $m$  tiene el mismo significado físico (i.e.,  $m = -\alpha\xi$ ). Es necesario dividir el perfil en dos zonas: la inferior de  $\xi^*$  (i.e.,  $0 \leq \xi \leq \xi^*$ ) y la zona superior (i.e.,  $\xi^* \leq \xi \leq 1$ ). Y se trabajará con la ecuación 30.

Condición A.2.1. Gradiente de velocidad negativo, en  $0 \leq \xi \leq \xi^*$ .

Para este caso, la ecuación 30 se transforma en la ecuación 31 sustituyendo  $\alpha^B$  por  $|\alpha|^B$  y con esta consideración para todo el análisis, se tiene que  $\theta_0$  está dada por la ecuación 32 y  $\psi_0$  por la ecuación 37.

Condición A.2.2. Gradiente de velocidades positivo en  $\xi^* \leq \xi \leq 1$ .

Para esta zona se tiene que análogamente a la anterior, las

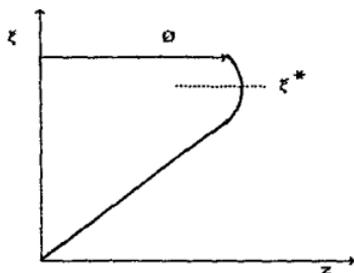


FIGURA 3.20  
PERFIL DE VELOCIDAD ADIMENSIONAL TIPO A.2

ecuaciones 35 y 36 son útiles con la sustitución de  $\alpha^B$  por  $|\alpha|^B$ , esto se debe a que el gradiente de presiones es negativo.

Y haciendo un análisis para  $\theta_0 \equiv \theta_1$  en  $\zeta^*$  y obteniendo el flujo volumétrico total, tenemos que con la ecuación 38 obtenemos el flujo volumétrico total y la ecuación 39 nos muestra la funcionalidad de el gradiente de presión con la constante  $\zeta^*$ , no olvidando la consideración que arriba hicimos.

**Modelo polinomial.** En la sección 2 se mencionó este modelo el cual es

$$\dot{\gamma} = A \zeta + B \zeta^2 + C \zeta^3$$

Para fines prácticos del análisis matemático haremos las siguientes transformaciones:

sea  $a = A^{-1}$ ,  $b = B^{-1/2}$  y  $c = C^{-1/3}$  que al sustituirlas en el modelo tenemos que

$$\dot{\gamma} = -\frac{\zeta}{a} + \left( \frac{-\zeta}{b} \right)^2 + \left( \frac{-\zeta}{c} \right)^3 \quad (48)$$

Insertando la ecuación 26 con H en términos de r en la ecuación 48, desarrollando los binomios y reorganizando términos tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{d\xi} = & \frac{r^4 H_0}{V} \left( \frac{H_0}{c} \right)^3 \left( \frac{dP}{dz} \right)^3 \xi^3 + \frac{r^3 H_0}{V} \left[ \left( \frac{H_0}{b} \right)^2 + 3 \left( \frac{H_0}{c} \right)^2 \left( \frac{M_1}{c} \right) \right] \\ & \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 \xi^2 + \frac{r^2 H_0}{V} \left[ \frac{H_0}{a} + 2 \left( \frac{H_0}{b} \right) \left( \frac{M_1}{b} \right) + 3 \left( \frac{H_0}{c} \right) \left( \frac{M_1}{c} \right) \right] \frac{dP}{dz} \xi \\ & + \frac{r H_0}{V} \left[ \frac{M_1}{a} + \left( \frac{M_1}{b} \right)^2 + \left( \frac{M_1}{c} \right)^3 \right] \end{aligned} \quad (49)$$

Nos podemos dar cuenta que a excepción de  $\alpha$ ,  $dP/dz$ ,  $\xi$  y  $r$ , los demás términos son constantes por lo tanto sea

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{H_0}{V} \left( \frac{M_1}{a} + \left( \frac{M_1}{b} \right)^2 + \left( \frac{M_1}{c} \right)^3 \right) \\ \alpha_1 &= \frac{H_0}{V} \left( \frac{H_0}{a} + \frac{2H_0 M_1}{2} + \frac{3H_0 M_1^2}{3} \right) \\ \alpha_2 &= \frac{H_0}{V} \left( \left( \frac{H_0}{b} \right)^2 + \frac{3M_1}{c} \left( \frac{H_0}{c} \right)^2 \right) \\ \alpha_3 &= \frac{H_0}{V} \left( \frac{H_0}{c} \right)^3 \end{aligned}$$

Por lo que la ecuación 49 se puede escribir como

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \sum_{i=0}^3 r^{i+1} \alpha_i \left( \frac{dP}{dz} \right)^i \xi^i \quad (50)$$

Para este modelo tenemos las siguientes condiciones a la frontera

$$\begin{array}{ll} \text{CF1} & \theta(0) = 0 \\ \text{CF2} & \theta'(1) = 1 \end{array} \quad (51)$$

Al integrar la ecuación 51 con la CF1 tenemos

$$\theta = \sum_{i=0}^n r^{i+1} \frac{\alpha_i}{i+1} \left( -\frac{dP}{dz} \right)^i \xi^{i+1} \quad (52)$$

Al integrar la ecuación 52 de acuerdo a la ecuación 29 obtenemos el flujo volumétrico adimensional como

$$\psi = \sum_{i=0}^n r^{i+1} \frac{\alpha_i}{(i+1)(i+2)} \left( -\frac{dP}{dz} \right)^i \quad (53)$$

Para obtener el valor de la constante  $m_1$  insertadas en las constantes  $\alpha_i$  tenemos la siguiente función

$$\sum_{i=0}^n r^{i+1} \frac{\alpha_i}{i+1} \left( -\frac{dP}{dz} \right)^i - 1 = 0 \quad (54)$$

que las obtenemos al sustituir la CF2 en la ecuación 52.

Las ecuaciones 52, 53 y 54 nos son útiles para describir los perfiles de velocidades tipo B.1 y B.2 debido a que en este modelo no nos afecta el signo de el gradiente de presión porque no tenemos el término de valor absoluto que si se presenta en el modelo de Ellis.

Perfil tipo A.1. Este tipo de perfil está mostrado en la figura 3.17 y, como ya mencionamos con anterioridad, la constante de integración  $m_1$  si tiene significado físico y está relacionado con el punto crítico del perfil de velocidades

$$m_1 = -r \text{ b} \frac{dP}{dz} \xi^* \quad (55)$$

Sustituyendo la ecuación 55 en 26 y está a su vez en la ecuación 48 tenemos que

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{r^2 H_0^2}{aV} \left( \frac{dP}{dz} \right) (\xi - \xi^*) + \frac{r^2 H_0}{V} \left( \frac{H_0}{b} - \frac{dP}{dz} \right)^2 (\xi - \xi^*)^2 + \frac{r^4 H_0}{V} \left( -\frac{H_0}{c} - \frac{dP}{dz} \right)^3 (\xi - \xi^*)^3 \quad (56)$$

sea

$$\beta_1 = \frac{H_0^2}{aV}, \quad \beta_2 = \frac{H_0^3}{b^2 V} \quad \text{y} \quad \beta_3 = \frac{H_0^4}{c^3 V}$$

entonces la ecuación 56 queda como

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \sum_{i=1}^3 r^{i+1} \beta_i \left( \frac{dP}{dz} \right)^i (\xi - \xi^*)^i \quad (57)$$

Si hacemos el estudio análogo al que se hizo con el modelo de Ellis, tenemos que

Condición A.1.1. Gradientes de velocidad negativos en  $0 \leq \xi \leq \xi^*$ .

Como el gradiente de velocidades tiene que ser negativo y  $\xi \leq \xi^*$  e in el intervalo, la ecuación 57 queda como

$$\frac{d\theta_I}{d\xi} = - \sum_{i=1}^3 \beta_i \left( \frac{dP}{dz} \right)^i (\xi^* - \xi)^i \quad (58)$$

Si tenemos en cuenta la ecuación 33 obtenemos

$$\theta_I = \sum_{i=1}^3 r^{i+1} \frac{\beta_i}{i+1} \left( -\frac{dP}{dz} \right)^i (\xi^* - \xi)^{i+1} \quad (59)$$

$$\psi_I = - \sum_{i=1}^3 r^{i+1} \frac{\beta_i}{i+2} \left( -\frac{dP}{dz} \right)^i (\xi^*)^{i+2} \quad (60)$$

Condición A.1.2. Gradientes de velocidad positivos en  $\zeta^* \leq \zeta \leq 1$ .

En esta condición tenemos que la ecuación 57 queda como está y al integrarla con la CF2 obtenemos

$$\theta_0 = - \sum_{i=1}^n r^{i+1} \frac{\beta_i}{i+1} \left( \frac{dP}{dz} \right)^i \left( (1 - \zeta^*)^{i+1} - (\zeta - \zeta^*)^{i+1} \right) \quad (61)$$

Al integrar la ecuación 61 obtenemos el flujo volumétrico adimensional superior como

$$\psi_0 = 1 - \zeta^* - \sum_{i=1}^n r^{i+1} \frac{\beta_i}{i+2} \left( \frac{dP}{dz} \right)^i (1 - \zeta^*)^{i+2} \quad (62)$$

Con las ecuaciones 60, 62 y 33 obtenemos el flujo volumétrico adimensional total que es

$$\psi = 1 - \zeta^* - \sum_{i=1}^n r^{i+1} \frac{\beta_i}{i+2} \left( \frac{dP}{dz} \right)^i \left( (1 - \zeta^*)^{i+2} + (\zeta^*)^{i+2} \right) \quad (63)$$

Y para calcular el valor de  $\zeta^*$  tenemos que

$$\theta_r(\zeta^*) \equiv \theta_0(\zeta^*)$$

por lo tanto

$$\sum_{i=1}^n r^{i+1} \frac{\beta_i}{i+1} \left( \frac{dP}{dz} \right)^i \left( (1 - \zeta^*)^{i+1} - \zeta^{*i+1} \right) - 1 = 0 \quad (64)$$

Las ecuaciones 59, 60, 61, 62, 63 y 64 también son útiles para el perfil de velocidades tipo A.2, debido a que si hacemos el análisis obtendremos las mismas ecuaciones, esto también se

debe a que el gradiente de presiones no está en términos de valor absoluto, por lo tanto, si éste es mayor o menor que cero, no influye en la estructura de la ecuación debido a que por ser polinomial, ésta describe el comportamiento en ambos casos.

Una vez hecho el análisis matemático podemos observar que tanto para el modelo de Ellis como para el polinomial las ecuaciones resultantes no son lineales, lo cual comprueba nuestra afirmación previa de que no es posible retener la funcionalidad lineal entre  $Q$  y  $dP/dz$  predicha por el modelo newtoniano. Al mismo tiempo, también observamos que la evaluación numérica de los diferentes parámetros involucrados adquiere un cierto grado de complejidad debido a que la estructura no lineal de las ecuaciones nos obliga a utilizar métodos numéricos para la resolución de problemas por medio de la computadora.

En forma general, nuestro problema se reduce a resolver dos ecuaciones algebraicas no lineales simultáneas, que inicialmente son función de cuatro variables independientes del tipo de modelo utilizado. Esto lo podemos representar como

$$\begin{aligned} F_1 \left[ H(z), \frac{dP}{dz}, K \right] &= 0 \\ F_2 \left[ H(z), \frac{dP}{dz}, Q, K \right] &= 0 \end{aligned} \tag{65}$$

donde  $K$  ejemplifica la constante de integración correspondiente al tipo de perfil analizado.

Sin embargo, con el objeto de resolver el sistema de ecuaciones dado por la ecuación 65 es necesario que solamente haya dos incógnitas. Es fácil observar que dos de las cuatro variables deben considerarse como dos grados de libertad y que

deben especificarse para resolver el sistema dado. A pesar de que podemos escoger en forma arbitraria dos de los cuatro parámetros anteriores, la selección de los mismos está determinada en primera instancia por el hecho de que normalmente lo que deseamos especificar es la cantidad de material que podemos bombear con equipo dado por lo que el gasto volumétrico  $Q$  representa la primera variable independiente. Asimismo, la otra variable independiente que es conveniente fijar corresponde a la geometría del husillo, ya que de esta manera el problema se convierte en uno del tipo de diseño como en uno del tipo de operación. Al fijar  $Q$  y  $H(z)$  como variables dependientes serán el gradiente de presión y la constante de integración. Es necesario hacer la indicación de que en lugar de fijar  $Q$  podemos fijar  $dP/dz$  pero, debido al fuerte carácter no lineal de las ecuaciones, no es posible encontrar una ecuación explícita para el gradiente por lo que no se tiene ninguna ventaja adicional. Recordemos que el interés principal radica en conocer cuántos kilogramos por hora nos es permitido bombear.

Por último, podemos descartar completamente el hecho de fijar a la constante de integración  $K$  ya que, salvo en situaciones muy específicas de flujo, cualquier valor numérico de la misma no tiene en forma directa ningún significado físico relativo a la capacidad de producción; es decir, si  $K = 1$  ó  $K = 1000$  no sabemos si corresponde a  $1 \text{ cm}^3/\text{s}$  o a  $1000 \text{ cm}^3/\text{s}$ .

Bajo las consideraciones anteriores podemos transformar la ecuación 65 como

$$F_1 \left[ \frac{dP}{dz}, K \right] = 0 \quad (66)$$

$$F_2 \left[ -\frac{dP}{dz}, K \right] = 0 \quad (66')$$

para valores fijos de  $Q$  y  $H(z)$ .

Antes de proceder a estructurar la resolución numérica que nos permita describir el comportamiento del husillo de tipo de compresión, es conveniente tener idea de los órdenes de magnitud de las variables  $dP/dz$  y  $K$ . Esto se puede lograr por medio de la resolución del sistema de ecuaciones dado por las ecs. 64,66' bajo la suposición de que la profundidad del canal es constante en cuyo caso  $H \approx H(z)$  (i.e.,  $r = 1$ ). Esto procederemos a desarrollarlo en el siguiente capítulo.

### 3.4 SIMULACION NUMERICA DEL PROCESO DE FLUJO

#### 3.4.1. Husillo con profundidad de canal constante.

Cuando la profundidad del canal  $H$  es constante el gradiente de presión no puede ser función de la posición  $Z$  a lo largo de la dirección de flujo en el husillo por lo que el gradiente de presión puede escribirse como

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\Delta P}{Z}$$

Bajo esta condición podemos investigar los valores posibles que se tienen de la caída de presión  $\Delta P$  para diferentes valores de la constante de integración en cada uno de los casos de perfiles de velocidad. Desde luego, los valores de  $\Delta P$  obtenidos también dependerán de las condiciones de operación impuestas por la temperatura del barril y velocidad de rotación pero, aún así, permiten darnos cuenta de los órdenes de magnitud de las variables involucradas. Además, nos facilitan la resolución del sistema de ecuaciones, ya que al fijar el valor de la constante de integración, la ecuación dada por la función  $F_1$  se convierte en una sola ecuación algebraica en una variable (i.e.,  $\Delta P$ ). La razón es que dicha función que proviene de la condición a la frontera  $v_z(y=H)=V$  por lo que no depende de  $Q$ . Una vez obtenida  $\Delta P$  utilizamos la segunda ecuación  $F_2$  por medio de la cual podemos calcular el valor de gasto correspondiente.

Ahora el problema consiste en seleccionar el método numérico que se va a utilizar para resolver el sistema de ecuaciones para que se tenga buena aproximación, buena magnitud de redondeo y errores de discretización, que proporcionen medios adecuados para verificar la exactitud y que dejen campo para la acción correctiva en caso de no convergencia. El método que se eligió

es un método iterativo simple llamado método de bisección porque nos permite obtener todas las consideraciones descritas con anterioridad. Además, nos permite empezar las iteraciones en un punto que proporcione una convergencia satisfactoria para la raíz específica que se está buscando, ya que se tiene un conocimiento previo del posible comportamiento de las ecuaciones analizadas.

El método de bisección, a grandes rasgos, consiste en:

Dada una función  $f(x)$  continua sobre el intervalo  $(a_0, b_0)$  tal que  $f(a_0) \cdot f(b_0) \leq 0$ .

Para  $n = 0, 1, 2, \dots$ , hasta el número de iteraciones límite que se elija.

Tomar  $m = (a_n + b_n)/2$

Si  $f(a_n) \cdot f(m) \leq 0$ , tomar  $a_{n+1} = a_n$ ,  $b_{n+1} = m$

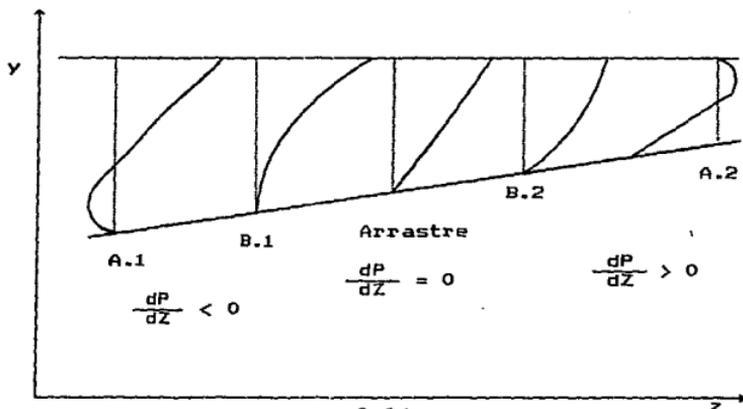
En otros casos, tomar  $a_{n+1} = m$ ,  $b_{n+1} = b_n$

Entonces  $f(x)$  tiene una raíz en el intervalo  $(a_{n+1}, b_{n+1})$  el cual contiene un  $f(\zeta) = 0$  en donde  $\zeta$  es la raíz de  $f(x)$ .

Con este algoritmo se puede localizar siempre una raíz con casi cualquier exactitud deseada pero con el inconveniente de que converge muy despacio.

### 3.4.2. Husillo con profundidad de canal variable.

Cuando el canal del husillo posee una variación lineal a lo largo de la dirección de flujo, el perfil de velocidades no se mantiene constante ya que el gradiente de presión debe ir cambiando con el objeto de que el flujo  $Q$  sea el mismo en cada posición  $z$  para satisfacer las condiciones de incompresibilidad y temperatura de operación constante. Por lo tanto, teóricamente, es posible que puedan en un momento dado estar presentes todos los tipos de perfil de velocidades tal y como se esquematiza en la figura 3.21.



**FIGURA 3.21**  
**PERFILES DE VELOCIDAD POSIBLES A TODO LO LARGO**  
**DEL HUSILLO DE TIPO COMPRESION**

De la figura 3.21 claramente podemos inferir que al igual que la profundidad de canal  $H$  es función de  $z$ , también ocurrirá lo mismo con el gradiente de presión  $dP/dz$  y, como consecuencia, con la constante de integración  $K$  (i.e.,  $\zeta^*$  ó  $m$ ). Esto quiere decir que el material puede entrar con un tipo de perfil al principio del canal y en el transcurso de éste, el perfil cambie para así tener a la salida otro perfil diferente al de la entrada. Por ejemplo, puede entrar con un perfil tipo A.1 y salir con un perfil tipo B.1 e inclusive con un perfil tipo B.2. Por esta razón es necesario conocer en cada intervalo de cálculo que tipo de perfil se tiene para así utilizar las ecuaciones correspondientes a dicho perfil.

El proceso de evaluación de los diferentes órdenes de magnitud, presentado en la sección 3.4.1, nos permite entender como se lleva a cabo el proceso de flujo mostrado en la figura 3.21 y nos permite elaborar también el algoritmo numérico de cálculo en función de las diferentes condiciones locales de flujo en cada posición de la dirección z.

La tabla 3.1 muestra el esquema inicial de análisis de las diferentes posibilidades anteriormente mencionadas.

PERFIL DE VELOCIDADES		POSIBILIDAD NUMERO	ORDEN DE MAGNITUD DE Q	PROBABILIDAD ESPERADA DE OCURRENCIA
EMPIEZA	TERMINA			
A. 1	A. 1	1	MUY PEQUEÑO	SI
	B. 1	2	↓	SI
	B. 2	3		FOCA
	A. 2	4	MUY ALTO	NO
B. 1	B. 1	5	PEQUEÑO	SI
	B. 2	6	↓	FOCA
	A. 2	7	MUY ALTO	NO
B. 2	B. 2	8	ALTO	FOCA
	A. 2	9	MUY ALTO	NO
A. 2	A. 2	10	MUY ALTO	NO

**TABLA 3.1**  
**ESQUEMA INICIAL DE LA EXISTENCIA DE DIFERENTES**  
**PERFILES DE VELOCIDADES**

Como se puede observar de la tabla 3.1 es poco probable que fluido salga con los perfiles B.2 y A.2 debido a que para que esto suceda a lo largo del extrusor hay indicaciones de que se tendrían presiones mayores a  $10^6$  psi con lo cual se corre el riesgo de que la máquina se llegue a romper. Asimismo, el número de posibilidad que se obtendrá depende del valor del gasto másico

6 procesado, ya que éste determina el tipo de perfil con que inicia el proceso.

Con los elementos anteriores de análisis estamos ahora en posibilidad de delinear la metodología de cálculo cuando la variación de la profundidad del canal es lineal.

En primer lugar observamos que las variables de importancia que describen nuestro proceso pueden dividirse en dos grupos. El primer grupo corresponde a las variables que son conocidas y/o fijadas, las cuales están indicadas a continuación.

- Variables consideradas como datos del proceso.

Geometría del husillo  $H_0, H^*, W, \theta, E$

Geometría del barril  $D, L/D$

Propiedades físicas del polímero  $\eta_0, \alpha, \nu, A, D, C, \mathcal{E}$

Condiciones de operación  $T_0, NRPW, Q$

El segundo grupo corresponde al conjunto de incógnitas que habrán de obtenerse a partir de las correspondientes al primer grupo. Estas son:

- Variables consideradas como incógnitas del proceso.

Constante de integración  $K$  (i.e.,  $m$  ó  $\zeta^*$ )

Perfil de presiones

La selección del método numérico que es conveniente utilizar en la resolución de nuestro problema debe basarse en la observación de que la variación del perfil de flujo a lo largo del extrusor hace imposible suponer el valor de  $\zeta^*$  (ó  $m$ ) para resolver el sistema de ecuaciones, por que ahora este valor es función de  $r$  y tiene un valor específico, que es necesario calcular conjuntamente con  $dP/dz$  a través del análisis numérico.

Hacer esto con el método de bisección implicaría anexar otra variable que calcular, con lo que aumentaría el tiempo de convergencia considerablemente debido al número de iteraciones por hacer. Por esta razón es conveniente cambiar el método numérico por otro que resuelva sistema de ecuaciones no lineales con varias variables. Con tal fin se empleará la subrutina llamada BSOLVE que se basa en el método numérico propuesto por Marquardt, y la cual puede encontrarse en la literatura correspondiente (10).

Por último, mencionaremos que una vez que se encuentra la distribución del gradiente de presiones a lo largo de la posición Z, podemos calcular la caída de presión total en el husillo mediante un proceso simple de integración numérica, el cual hace uso del hecho de que la caída de presión total  $\Delta P$  en el sistema no es más que el resultado de evaluar la integral dada por la ecuación siguiente

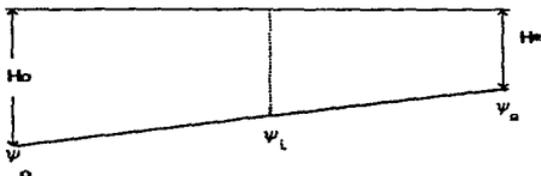
$$\Delta P = \int_{z=0}^{z=z} \frac{dp}{dz} dz \quad (67)$$

El método de integración escogido corresponde al método de integración de Gauss-Legendre que nos permite obtener un resultado confiable con un reducido número de intervalos de integración a lo largo de todo el sistema analizado debido a que las ecuaciones que describen el proceso no presentan variaciones muy drásticas de comportamiento.

A continuación se presenta el desglose del algoritmo utilizado para llevar a cabo los cálculos numéricos. En el mismo debe observarse que el parámetro  $\psi = Q/WVH$  es, como ya fue mencionado con anterioridad, el que nos permite determinar cuándo y cómo deben realizarse los cálculos para diferentes perfiles de velocidad.

Los pasos correspondientes al algoritmo son los siguientes:

1.- La geometría del husillo se define en la figura que se presenta a continuación como:



Como conocemos el G con que está trabajando el proceso podemos calcular:

al inicio;  $\psi_0 = \frac{G}{WVH_0}$

al final;  $\psi_1 = \frac{G}{WVH_1}$

Usando la suposición de incompresibilidad

$$W V H_0 \psi_0 = W V H_1 \psi_1$$

tenemos que  $\psi_1 = \frac{H_0}{H_1} \psi_0$  ;  $r_* = \frac{H_1}{H_0}$

2.- Podemos deducir que todo valor de  $\psi$  está acotado entre  $\psi_0$  y  $\psi_1$   $\therefore \psi_0 \leq \psi \leq \psi_1$ .

3.- Calculamos el valor de  $\psi$  donde ocurre el cambio de perfil tipo A.1 al tipo B.1, al inicio del husillo ( $r=1$ ).

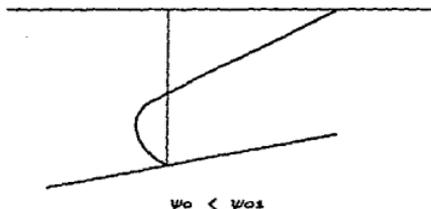
$$\psi \Big|_{r=0, r=1} = \psi_0$$

4.- Comprobamos si al inicio se tiene perfil tipo A.1 de la siguiente manera:

Si  $\psi_0 \geq \psi_{01}$  no  $\exists$  A.1, vamos al paso 6

Si  $\psi_0 < \psi_{01}$  si  $\exists$  A.1, continuamos en 5

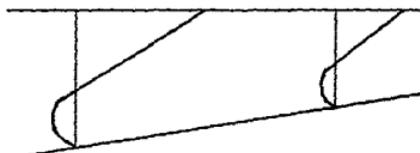
5.- Tenemos al inicio del husillo el perfil tipo A.1 .



5.1 Calculamos el valor de  $\psi$  donde ocurre el cambio de perfil tipo A.1 a perfil tipo B.1 al final del husillo.

$$\psi \Big|_{z^* = 0, r = r_{\text{m}}} = \psi_{02}$$

Si  $\psi_0 \leq \psi_{02}$  entonces sólo  $\exists$  A.1

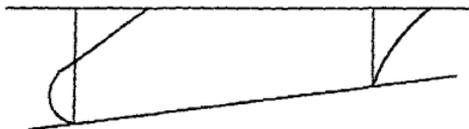


A este tipo de proceso le denominaremos NT = 1  
si  $\psi_0 > \psi_{02} \Rightarrow \exists$  A.2 en adelante.

5.2 Calculamos el valor de  $\psi$  para el cambio de perfil B.1 al perfil por arrastre, en el final del husillo.

$$\psi_{m=k, r=r_*} = \psi_{DS} = \frac{1}{2}$$

Si  $\psi_0 \leq \psi_{DS} \rightarrow$  no se rebasa el perfil tipo B.1 .. calculamos los valores de  $m$ ,  $dP/dz$  que existen al final.



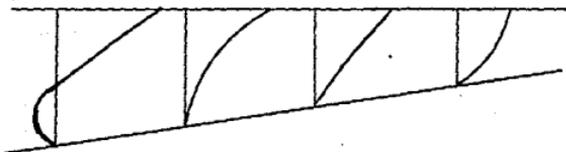
NT = 2

Si  $\psi_0 > \psi_{DS} \rightarrow \exists$  b.2 o A.2

5.3 Verificamos si existe B.2 al final de extrusor, calculamos  $\psi$  para el cambio de B.2 a A.2 .

$$\psi \Big|_{m=k, r=r_*} = \psi_{NMS}$$

Si  $\psi_0 \leq \psi_{NMS} \rightarrow$  sale con B.2

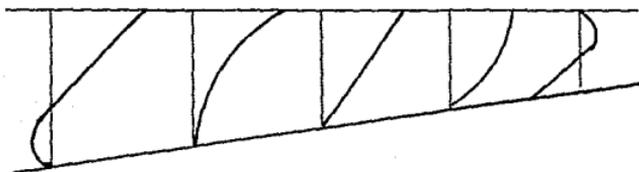


NT = 3

Calculamos  $m$ ,  $\frac{dP}{dz} \Big|_{\psi = \psi_0, r = r_*}$

Si  $\psi_0 > \psi_{NMS} \rightarrow \exists$  A.2, continuamos en 5.4.

#### 5.4 El fluido sale con perfil A.2



NT = 7

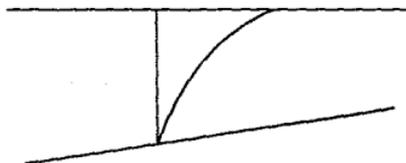
6.- El proceso puede empezar con B.1 para verificarlo, calculamos el valor de  $\psi$  para el cambio de perfil tipo B.1 al perfil de arrastre, al inicio del husillo.

$$\psi \Big|_{m=k, r=r_1} = \psi_{D1} = \frac{1}{2}$$

6.1 Si  $\psi_0 < \psi_{D1} \Rightarrow$  si  $\exists$  B.1, continuamos en 7.

6.2 Si  $\psi_0 \geq \psi_{D1} \Rightarrow$  no  $\exists$  B.1, continuamos en 8.

7.- Tenemos al inicio del husillo, el perfil tipo B.1.



7.1 Calculamos el valor de  $\psi$  para el cambio de perfil tipo B.1 al perfil por arrastre, al final del husillo.

$$\psi \Big|_{m=k, r=r_*} = \psi_{DS} = \frac{1}{2}$$

7.2 Si  $\psi_a \leq \psi_{DS}$   $\rightarrow$  no rebasa B.1.



NT = 4

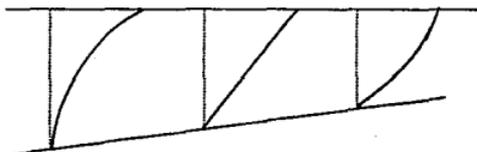
Calculamos  $\mu$ ,  $\frac{dP}{dz} \Big|_{\psi=\psi_a, r=r_a}$

7.3 Si  $\psi_a > \psi_{DS}$   $\rightarrow$   $\exists$  B.2 o A.2.

7.4 Verificamos si existe al final del extrusor el perfil tipo B.2. Calculando el valor de  $\psi$  en el cambio de B.2 a A.2.

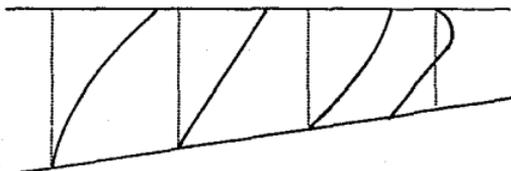
$$\psi_{m=k, r=r} = \psi_{NMS}$$

Si  $\psi_a \leq \psi_{NMS}$   $\rightarrow$  sale con B.2.



NT = 5

Si  $\psi_a > \psi_{NMS}$   $\rightarrow$   $\exists$  A.2, que es el perfil con que sale el fluido.



NT = 6

8.- Verificar si el fluido inicia al principio del husillo con el perfil por arrastre, lo cual es poco probable, ya que podemos suponer con seguridad que el fluido pasa del perfil tipo B.1 al perfil tipo B.2 casi instantáneamente.

A partir del algoritmo anterior es posible elaborar el programa de computadora que se requiere para realizar los cálculos correspondientes a diversos conjuntos de datos, tanto para el modelo de Ellis, como para el polinomial. En el Apéndice B y C se presentan los listados de cada uno de los programas.

Los programas que se utilizaron en este trabajo fueron hechos con el lenguaje de computación GW-BASIC 3.20.

## 4. PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante la aplicación de los programas de computadora desarrollados con los elementos discutidos en el capítulo 3.

### 4.1 Extrusor de husillo con profundidad de canal constante.

El Apéndice B muestra los programas de computadora elaborados para llevar a cabo los cálculos con cada uno de los posibles tipos de perfil de velocidades cuando el flujo se considera a profundidad de canal constante. Debemos recordar que esta forma de análisis numérico es mucho más conveniente con el objeto de investigar los órdenes de magnitud de los diferentes parámetros involucrados, ya que facilita la resolución del sistema de ecuaciones dado por la ecuación 66, tal y como fue mencionado en la sección 3.4.1.

El valor numérico de la profundidad de canal  $H$  se escogió como 0.5 cm ya que representa aproximadamente la media de los valores máximo y mínimo del canal con profundidad variable que se representa en la siguiente sección.

En la tabla 4.1 se muestra la relación entre los diferentes perfiles de velocidad y los órdenes de magnitud de los gastos volumétricos adimensionales para una velocidad rotacional de husillo de 30 rpm y una temperatura de 190°C, a pesar de que en esta tabla se observan los resultados para las anteriores condiciones de operación, ésta viene a comprobar el esquema inicial de la existencia de diferentes perfiles de velocidad descrita por la tabla 3.1.

TIPO DE PERFIL DE VELOCIDAD	GASTO VOLUMETRICO ADIMENSIONAL ( $\psi=q/WVH$ )
A.1	0.000
B.1	0.2566
ARRASTRE	0.5000
B.2	0.7566
A.2	1.1539

TABLA 4.1

ORDENES DE MAGNITUD PARA GASTO VOLUMETRICO Y PERFILES DE VELOCIDADES CORRESPONDIENTES ( $T=190^{\circ}\text{C}$ ;  $N=30$ )

La selección de otros valores para  $N$  y  $T$  cambia evidentemente los valores numéricos correspondientes de  $\psi$ , pero la relación entre los diferentes órdenes de magnitud se mantiene dentro del esquema mencionado. Por ese motivo, consideramos que no es necesario presentar más datos numéricos de este hecho, ya que durante los cálculos bajo diferentes condiciones, llegamos a la conclusión de que los presentados en la tabla 4.1 pueden ser tomados como representativos.

Similarmente, las figuras 4.1 a 4.5 muestran los diferentes perfiles de velocidades comprobando su existencia a partir de los datos correspondientes a la tabla 4.1 y los cuales fueron calculados utilizando los dos modelos reológicos propuestos en el capítulo 2 (i.e., modelo de Ellis y modelo polinomial). De las figuras 4.1 a 4.5 podemos observar que las curvas de perfil de velocidades predichas por los modelos bajo estudio no presentan prácticamente ninguna diferencia. Sin embargo, debemos hacer notar que los resultados se obtuvieron a una temperatura de  $190^{\circ}\text{C}$  la cual está entre el rango de temperaturas permitido por los modelos empíricos ( $170-210^{\circ}\text{C}$ ).

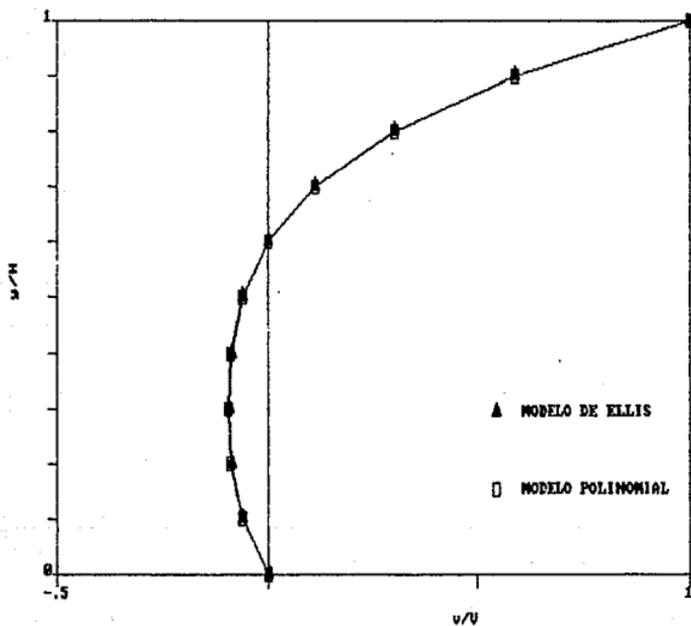


FIGURA 4.1  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO A1

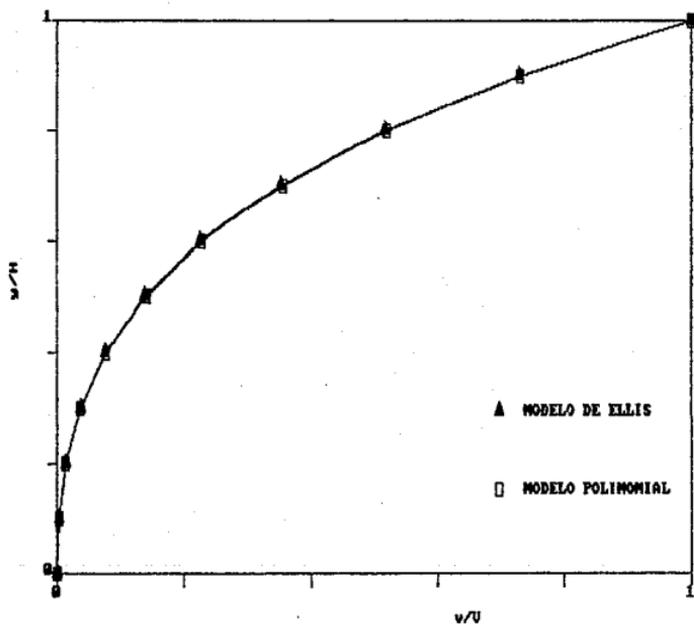


FIGURA 4.2  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO B.1

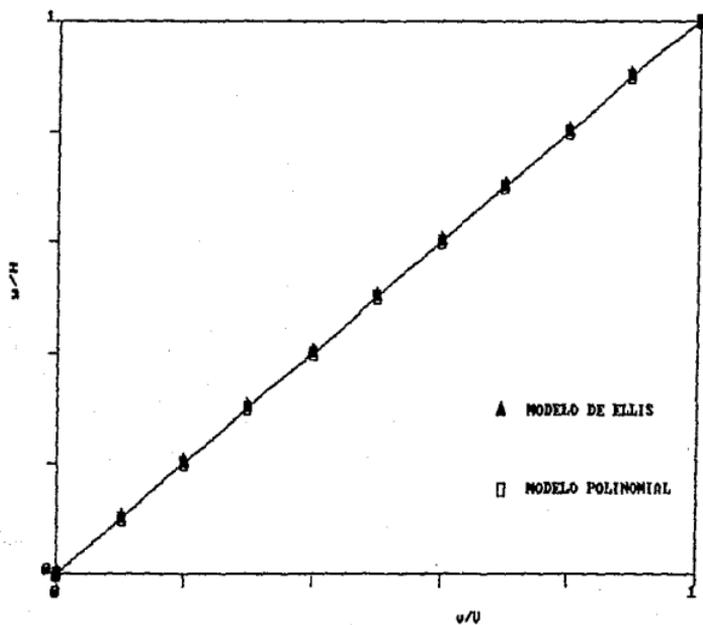


FIGURA 4.3  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO POR ARRASTRE

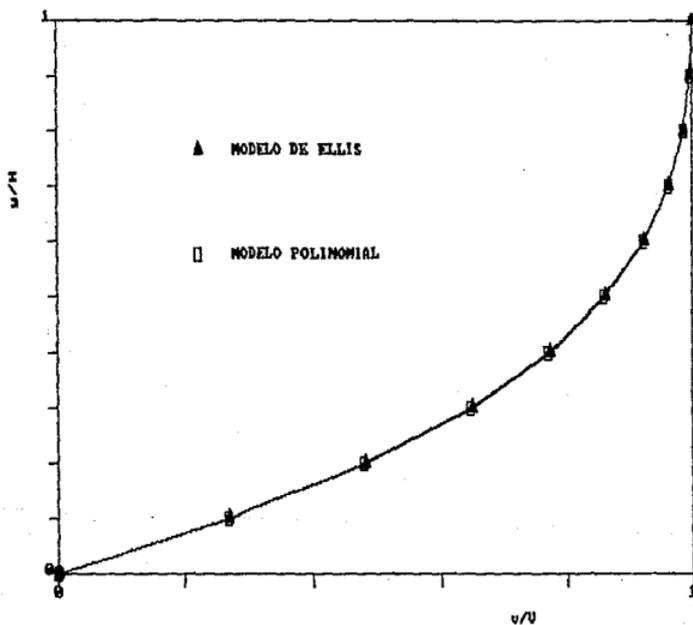


FIGURA 4.4  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO B.2  
 PARA  $T=190^{\circ}\text{C}$  Y 30 RPM. CANAL CONSTANTE

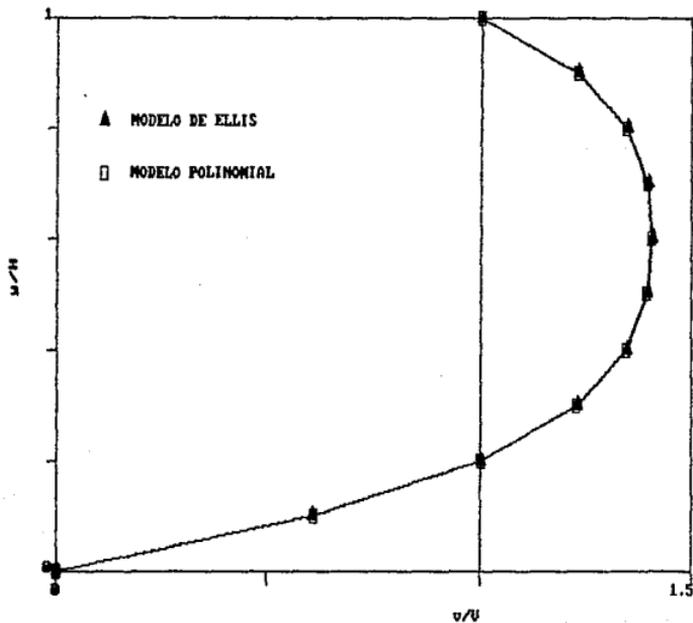


FIGURA 4.5  
 PERFIL DE VELOCIDADES TIPO A2

Los valores permitidos de la caída de presión en nuestra bomba de husillo fueron simulados mediante la variación de la velocidad rotacional a  $T=190^{\circ}\text{C}$  y  $H=0.5\text{ cm}$ . La figura 4.6 muestra que aunque, si bien es cierto que numéricamente es posible llegar a obtener valores de caída de presión  $\Delta P$  hasta aproximadamente 230 MPa, por diseño y construcción mecánica del extrusor, no es posible tener valores más grandes de aproximadamente 70 MPa ya que éste representa el límite mecánico de resistencia de material de construcción. De la figura también observamos que el modelo de Ellis predice valores de gasto másico ligeramente menores que los correspondientes al modelo polinomial.

La tabla 4.2 muestra los valores de gasto másico y caída de presión que se obtienen cuando la velocidad rotacional tiene valores de 30, 90 y 150 rpm usando la restricción de que la  $\Delta P$  no puede ser mayor a 70 MPa. Se puede observar que a una caída de presión constante el gasto aumenta al aumentar la velocidad rotacional, cuando el gasto másico se mantiene constante, la caída de presión también aumenta. Este comportamiento se observa más claramente en la gráfica de los valores mostrados en la figura 4.7.

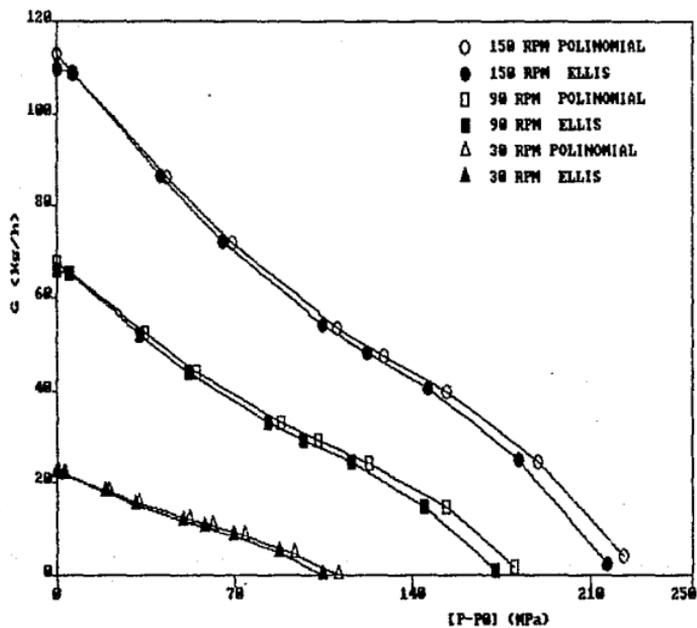


FIGURA 4.6  
 VALORES DE CAIDA DE PRESION A TRAVES DEL EFECTO DE LA  
 VELOCIDAD ROTACIONAL A  $T=190^{\circ}\text{C}$  Y  $H=0.5\text{cm}$ , CANAL CONSTANTE

Modelo de Ellis		Modelo Polinomial	
G (Kg/h)	$\Delta P_E$ (MPa)	G (kg/h)	$\Delta P$ (MPa)
N = 30 rpm			
22.104	0.194	22.562	0.074
21.87	2.739	21.874	2.815
17.878	18.47	17.96	19.315
15.244	30.254	15.346	31.125
11.58	49.298	11.648	50.793
10.24	57.81	10.299	59.585
8.4	69.53	8.428	71.699
4.84	87.51	4.81	90.278
N = 90 rpm			
66.048	0.122	67.95	0.127
65.411	4.68	65.398	4.84
52.385	32.087	52.309	33.093
44.014	51.52	43.919	53.04
33.073	83.26	32.905	85.48
N = 150 rpm			
109.939	0.156	112.86	0.16
108.914	5.935	108.82	6.108
86.64	40.614	86.105	41.704
72.449	65.158	71.781	66.702
54.254	105.105	53.524	107.015

TABLA 4.2

EFFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL N A 190 °C Y H=0.5 CM  
SOBRE GASTO MASICO Y CAIDA DE PRESION, CANAL CONSTANTE

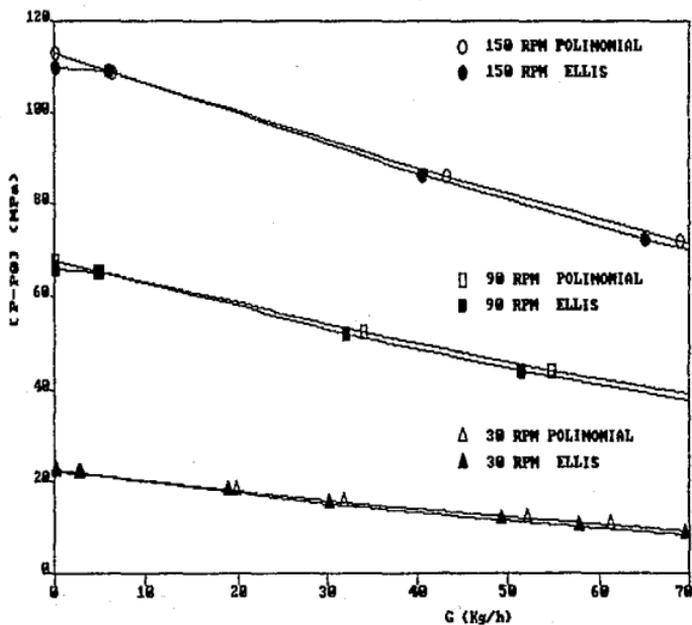


FIGURA 4.7  
 EFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL A  $T=190^{\circ}$  Y  $H=0.5\text{CM}$   
 CANAL CONSTANTE

Con el objeto de ahorrar espacio en la presentación de resultados y dado que los comportamientos son similares, tomaremos los correspondientes a la mitad del intervalo entre 30 y 150 rpm como valores representativos para efectuar el análisis de los resultados restantes cuando la profundidad del canal es constante.

La tabla 4.3 muestra los valores de gasto másico y caída de presión que se obtienen cuando se mantiene constante para tres diferentes valores de H a  $T=190^{\circ}\text{C}$  y 90 rpm. En la figura 4.8 se presenta la gráfica de los valores correspondientes. Se puede considerar que este efecto es del tipo proporcional directo porque para una misma caída de presión se obtiene más material termoplástico procesado a medida que H es mayor. También podemos observar que para un valor pequeño de H debe tenerse cuidado al variar el valor de G ya que puede haber un gran cambio en la presión de descarga, existiendo el peligro de que la máquina pueda romperse. Esto no sucede cuando H es mayor debido a que los cambios en las condiciones de operación no repercuten gravemente en la presión de descarga y se puede procesar más material termoplástico.

## Modelo de Ellis

## Modelo Polinomial

Modelo de Ellis		Modelo Polinomial	
G (kg/h)	$\Delta P$ (MPa)	G (kg/h)	$\Delta P$ (MPa)
H = 0.303 cm			
36.6	.205	41.008	0.21
39.6	9.75	39.6	10.035
31.5	66.716	31.3	66.516
26.34	107.035	26.1	109.6
H = 0.5 cm			
66.05	0.123	67.694	0.127
65.41	4.686	65.398	4.84
52.365	32.067	52.309	32.093
44.013	51.52	43.92	53.04
33.074	83.292	32.905	85.485
H = 0.794 cm			
106.36	0.071	107.5	0.073
103.989	2.368	104.02	2.445
83.908	16.22	84.072	16.74
70.884	26.072	71.085	26.886
53.476	42.264	53.52	43.54
47.47	49.42	47.46	50.88
39.37	59.183	39.23	60.88
23.46	74.031	23.25	76.008

TABLA 4.3

EFFECTO DE LA PROFUNDIDAD DE CANAL H A T = 190°C y N = 90 RPM  
SOBRE GASTO MASICO Y CAIDA DE PRESION, CANAL CONSTANTE.

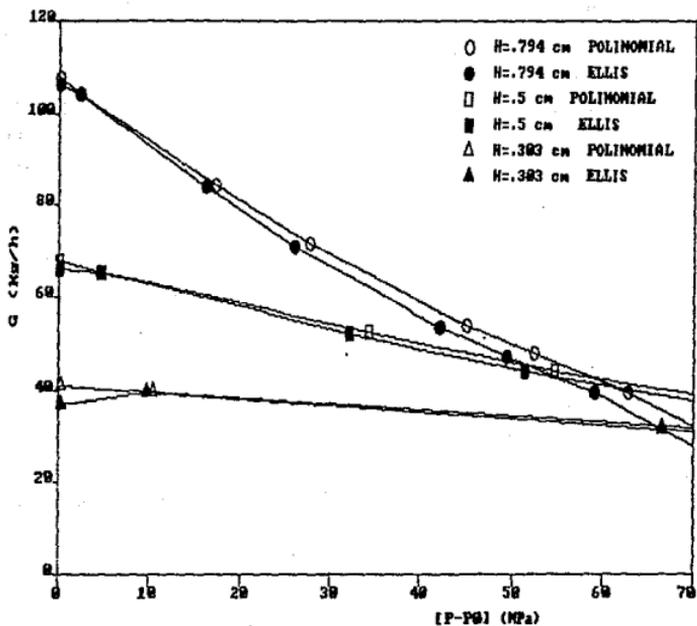


FIGURA 4.8  
 EFECTO DE LA PROFUNDIDAD DE CANAL A  $T = 190^{\circ}\text{C}$  Y 90 RPM  
 CANAL CONSTANTE

La tabla 4.4 muestra los valores de  $G$  y  $\Delta P$  que se obtienen cuando a 90 rpm y  $H = 0.5$  cm se tienen diferentes temperaturas. La figura 4.9 presenta convenientemente en forma gráfica los datos de la tabla 4.4, y en ésta observamos que a medida que la presión de descarga en el extrusor disminuye las curvas tienden a ser una misma. Esto se debe a que cuando la presión de descarga es la atmosférica únicamente existe el flujo por arrastre (i.e.,  $\Delta P = 0$ ) y en este caso las propiedades físicas del fluido no afectan el desarrollo del flujo.

También se puede observar que si disminuimos la temperatura a presión constante el gasto másico aumenta y, si hacemos la misma variación a gasto constante la  $\Delta P$  también aumenta. Esto indica que existen dos efectos competitivos y que al disminuir la temperatura la caída de presión aumentará.

En las curvas de operación también se puede observar que a mayor caída de presión el gasto másico  $G$  es menor; esto indica que a la salida del extrusor hay mayor resistencia al flujo del material, ya sea por la descarga del extrusor se va cerrando o porque hay una malla o boquilla que presenta mayor resistencia al flujo.

Modelo de Ellis		Modelo Polinomial	
G (kg/h)	$\Delta P_E$ (MPa)	G (kg/h)	$\Delta P_P$ (MPa)
<b>Ta = 150° C</b>			
67.102	0.175	69.61	0.17
67.08	6.683	67.22	6.509
52.82	45.625	53.64	44.55
43.92	72.96	44.89	71.52
<b>Ta = 190° C</b>			
66.048	0.123	67.694	0.127
65.411	4.687	65.398	4.84
52.385	32.087	52.309	33.093
44.013	51.52	43.92	53.04
33.075	83.29	32.905	85.48
<b>Ta = 240° C</b>			
63.583	0.099	65.457	0.093
63.447	3.321	63.78	3.095
51.869	22.819	53.997	21.307
44.463	36.83	47.185	34.524
33.488	60.26	36.483	57.196
28.188	70.72	31.275	67.71

**TABLA 4.4**  
**EFFECTO DE LA TEMPERATURA A 90 RPM Y H = 0.5 CM**  
**SOBRE GASTO MASICO Y CAIDA DE PRESION, CANAL CONSTANTE**

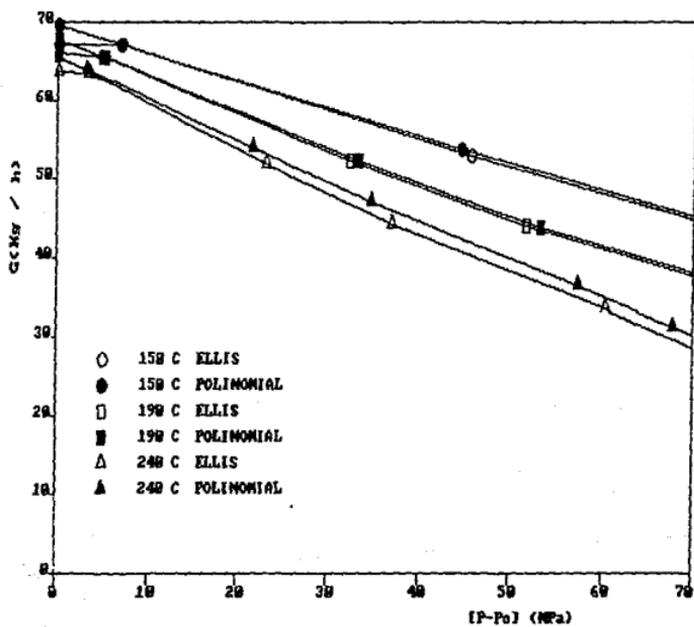


FIGURA 4.9  
 EFECTO DE LA TEMPERATURA A 90 RPM Y H = 0.5 CM  
 CANAL CONSTANTE

#### 4.2 Extrusor de husillo con profundidad de canal variable.

En el apéndice C se presenta el programa de computadora elaborado cuando la geometría del husillo corresponde a la de la figura 3.16 y se contempla la existencia simultánea de los diferentes perfiles de velocidad mostrados en la figura 3.21 de acuerdo a las correspondientes posibilidades mostradas en la tabla 3.1 y a los resultados numéricos de la sección 4.1. Los valores numéricos de la geometría del husillo utilizada son los siguientes:

$$\begin{array}{ll} H_1 = 0.303 \text{ cm} & H_2 = 0.794 \text{ cm} \\ D = 5 \text{ cm} & e = 0.474 \text{ cm} \\ L/D = 22 & \theta = 17.67^\circ \end{array}$$

Debemos hacer la indicación de que los dos programas mostrados en el apéndice C, uno para el modelo de Ellis y otro para el modelo polinomial, en realidad corresponden a una misma estructura básica; reportamos dos porque es más conveniente tenerlos separados debido a las consideraciones numéricas en los diferentes parámetros involucrados de las ecuaciones presentadas en el capítulo 3. Es decir, el cambio se debe a la existencia del modelo en sí mismo pero no a la forma en que el flujo se haya descrito.

Los resultados que se presentan a continuación corresponden en su totalidad a condiciones de canal variable.

La tabla 4.5 muestra los resultados obtenidos de la caída de presión tanto para el Modelo de Ellis  $\Delta P_E$  como para el modelo polinomial  $\Delta P_P$  y los gastos volumétricos  $Q$  y máscicos  $G$  cuando a una velocidad rotacional constante se cambia la condición térmica de operación del sistema. En la misma tabla se hace indicación

de la variación porcentual de la caída de presión que ocurre entre ambos modelos; la caída de presión del modelo de Ellis se tomó como el valor base de comparación por ser el modelo que recibe más aceptación. En la figura 4.10 se muestra la gráfica correspondiente a los valores presentados en la tabla 4.5 y de la que se observa que para un mismo  $G$  la caída de presión disminuye a medida que la temperatura va aumentando debido a que la viscosidad del material termoplástico disminuye conforme aumenta la temperatura. Como se está trabajando en un sistema isotérmico sucede que cuando la descarga está completamente abierta el gasto que se obtiene a diferentes temperaturas es el mismo ya que únicamente existe el flujo por arrastre porque las condiciones de operación no dependen de las propiedades físicas (i.e., de la viscosidad).

También se puede observar que a medida que aumenta la temperatura, la diferencia de los resultados entre los dos modelos es mayor aunque no muy considerable. Si observamos la curva a  $250^{\circ}\text{C}$  las diferencias son de mayor magnitud lo cual seguramente se debe a que estamos fuera del rango de temperaturas para la validez de los modelos reológicos (ver apéndice A). Se puede observar que en las curvas a  $190^{\circ}\text{C}$  las diferencias no exceden al 10% (ver tabla 4.5). De la misma figura 4.10 también observamos que a  $140$  y  $250^{\circ}\text{C}$  los valores de  $\Delta P$  predichos por el modelo de Ellis son mayores que los calculados con el modelo polinomial mientras a  $190$  ocurre lo contrario. Este efecto probablemente se debe a que el ajuste numérico de los datos experimentales de la viscosidad para los dos modelos proporciona un valor mayor de viscosidad para el de Ellis reduciendo la parte correspondiente del gasto a presión lo cual permite un gasto total mayor cuando se compara con el proveniente del modelo polinomial.

Q (cm <sup>3</sup> /s)	G (kg/h)	Modelo de Ellis $\Delta P_E$ (MPa)	Modelo Polinomial $\Delta P_P$ (MPa)	$100 \left( \frac{\Delta P_P - \Delta P_E}{\Delta P_E} \right)$
<b>T<sub>a</sub> = 140° C</b>				
6.185	18	23.978	22.774	5.1
5.497	16	38.019	36.894	2.96
4.81	14	52.6	51.898	1.33
4.12	12	67.65	67.739	-0.131
3.43	10	84.161	85.347	-1.409
<b>T<sub>a</sub> = 190° C</b>				
7.115	20	3.138	3.28	-4.525
6.404	18	12.53	13.047	-4.26
5.692	16	21.947	22.908	-4.378
4.98	14	31.638	33.186	-4.893
4.269	12	41.516	43.85	-5.622
3.557	10	52.183	55.521	-6.397
2.846	8	63.422	68.038	-7.278
2.134	6	74.407	80.74	-8.511
<b>T<sub>a</sub> = 250° C</b>				
6.666	18	5.97	4.627	22.496
5.926	16	12.731	10.966	13.864
5.185	14	19.589	17.303	11.67
4.444	12	26.589	23.578	11.3
3.704	10	33.828	29.914	11.57
2.963	8	41.384	36.228	12.46
2.222	6	48.689	42.205	13.317
1.481	4	54.993	47.853	12.988
0.74	2	60.463	53.111	12.159
0	0	65.353	58.023	11.216

TABLA 4.5

EFFECTO DE LA TEMPERATURA A VELOCIDAD ROTACIONAL CONSTANTE 30RPM  
CANAL VARIABLE

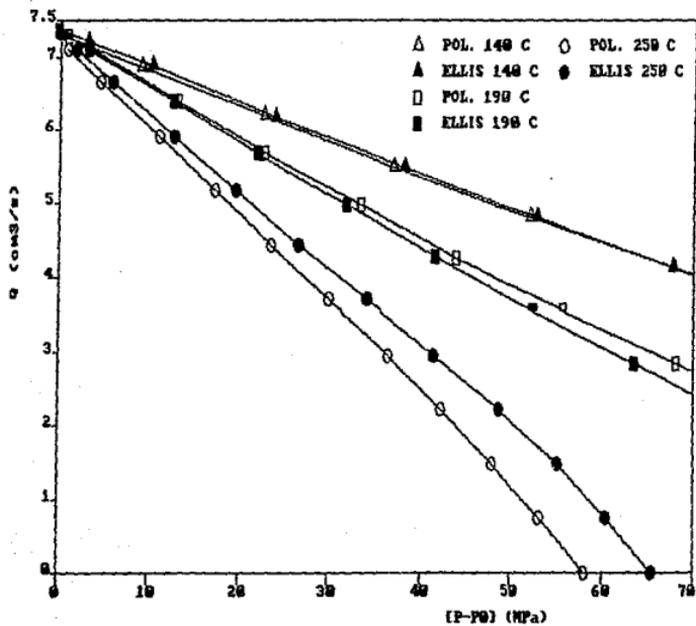


FIGURA 4.10  
EFECTO DE LA TEMPERATURA. CANAL VARIABLE

A 190°C el efecto es contrario porque siendo esta la temperatura de referencia del modelo de Ellis no permite que los términos exponenciales dominen durante el cálculo.

En la tabla 4.6 se presentan los valores correspondientes a la variación de la caída de presión cuando la velocidad rotacional se incrementa a condiciones de gasto volumétrico constante, al mismo tiempo que se comparan para tres valores diferentes de temperatura. Estos mismos datos se encuentran graficados en la figura 4.11, en la cual observamos que a medida que aumenta la temperatura se necesitará aumentar la velocidad rotacional del extrusor para mantener la caída de presión constante. A cualquier temperatura interna del extrusor para aproximadamente 74 rpm se tendrá únicamente el flujo por arrastre (i.e.,  $\Delta P = 0$ ); a mayores temperaturas, el rango de N en que se puede operar el extrusor es mayor antes de obtener caídas de presión mayores a 70 MPa (10000 psi) ya que los incrementos de éstos son muy pronunciados.

También observamos en la figura 4.11 que los valores predichos por ambos modelos son similares, obteniéndose la mayor diferencia cuando el valor de la temperatura excede el permitido para el rango de validez de las determinaciones reológicas (i.e., 170-210°C).

En la tabla 4.7 se presenta el efecto obtenido cuando el gasto volumétrico  $Q$  se incrementa a temperatura constante y se compara con tres valores diferentes de velocidad rotacional. La figura 4.12 muestra en forma gráfica la variación anteriormente mencionada.

De la figura 4.12 podemos observar que las predicciones de ambos modelos son aceptables cuando se llevan a cabo los cálculos

N (rpm)	Modelo de Ellis $\Delta P$ (MPa)	Modelo Polinomial $\Delta P$ (MPa)	$100 \left( \frac{\Delta P_E - \Delta P_E}{\Delta P_E} \right)$
T = 150°C			
70	-1.0174	-1.088	-6.94
83	22.363	22.337	0.1162
98	52.781	53.812	-1.953
107	69.376	71.143	-2.547
T = 190°C			
73	-1.578	-1.293	18.076
80	11.385	11.955	-4.743
90	26.987	28.453	-5.432
100	42.282	43.842	-3.689
120	68.866	70.932	-3.00
T = 240°C			
74	-0.557	-0.433	22.21
90	20.832	22.837	-9.626
105	37.82	40.567	-7.263
120	53.52	56.248	-5.101
135	67.902	70.531	-3.871

**TABLA 4.6**  
**EFFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL A GASTO VOLUMETRICO**  
**CONSTANTE ( $Q = 10 \text{ cm}^3/\text{s}$ ), CANAL VARIABLE**

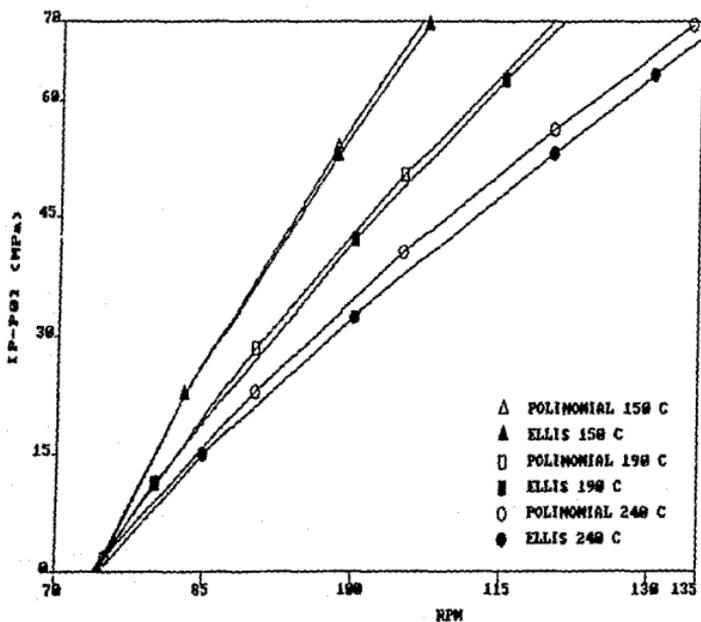


FIGURA 4.11

EFFECTO DE LA VELOCIDAD ROTACIONAL A GASTO VOLUMETRICO  
 CONSTANTE ( $Q = 10 \text{ cm}^3/\text{s}$ ), CANAL VARIABLE

Q (cm <sup>3</sup> /s)	G (kg/h)	Modelo de Ellis ΔP <sub>E</sub> (MPa)	Modelo Polinomial ΔP <sub>o</sub> (MPa)	100 ( $\frac{\Delta P_p - \Delta P_E}{\Delta P_E}$ )
N = 50 rpm				
12.345	34.7	-0.906	-0.822	9.27
10.673	30	15.531	16.208	-4.36
8.894	25	33.26	34.354	-3.289
7.115	20	52.094	54.46	-4.54
5.33	15	73.013	77.121	-5.63
N = 100 rpm				
24.263	68.2	1.864	2.015	-8.1
21.345	60	20.658	21.364	-3.41
17.788	50	44.002	45.54	-3.49
14.23	40	70.01	71.898	-2.696
N = 150 rpm				
32.018	90	24.376	24.908	-2.18
26.682	75	52.037	53.105	-2.05
21.345	60	83.17	84.014	-1.014

TABLA 4.7  
EFECTO DEL GASTO VOLUMETRICO A TEMPERATURA CONSTANTE (190 °C)  
CANAL VARIABLE

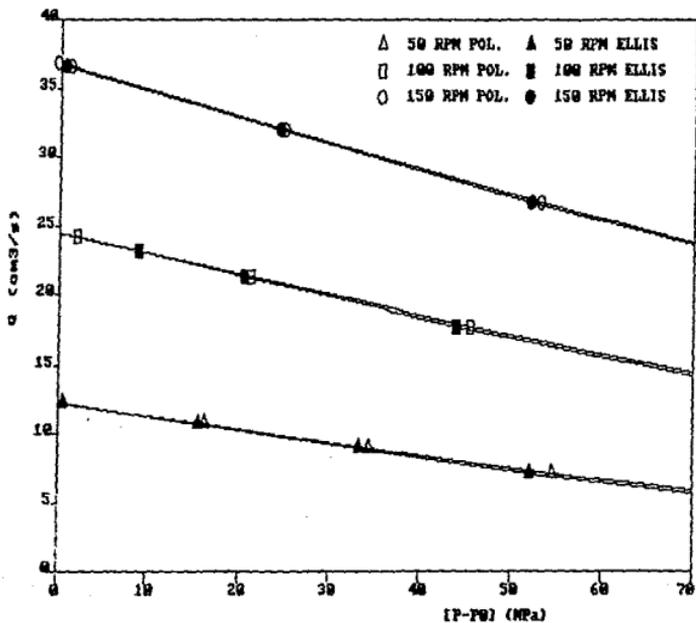


FIGURA 4.12  
EFFECTO DE N. CANAL VARIABLE (190 C)

de caída de presión para cualquier valor de velocidad rotacional dentro del intervalo de temperatura requerida con variaciones porcentuales de  $\Delta P$  que no son en general significativas. Asimismo, se puede observar que existe un valor de gasto para cada valor de  $N$  a descarga completamente abierta. Si queremos mantener el gasto constante a medida que aumentamos la velocidad rotacional tendremos que ir cerrando la descarga con lo cual la caída de presión se va incrementando. Para cada valor de  $N$  existe un rango determinado de  $Q$  en el que se puede operar el extrusor. Por ejemplo, a 100 rpm el máximo gasto volumétrico que se obtiene es  $Q = 24 \text{ cm}^3/\text{s}$  a descarga abierta ( $\Delta P=0$ ); para disminuir el gasto se cierra la descarga lo cual ocasiona un  $\Delta P$  y no se puede cerrar la descarga más allá de 70 MPa ( $10^4$  psi) que ocurre cuando  $Q = 14 \text{ cm}^3/\text{s}$ .

Con el objeto de hacer más claro el punto anterior en la tabla 4.6 se presentan los valores correspondientes los posibles intervalos de operación bajo condiciones de temperatura constante que son posibles de obtener en una lámina dada cuando se procesan tres valores diferentes de gasto volumétrico. En la figura 4.13 se representa en forma gráfica este mismo comportamiento. De esta figura podemos observar que, por ejemplo, a un gasto volumétrico constante de aproximadamente  $11 \text{ cm}^3/\text{s}$  el extrusor puede operarse desde 45 rpm con descarga abierta hasta 67 rpm con descarga parcialmente cerrada para una  $\Delta P = 70 \text{ MPa}$ . Sin embargo, ahora, contrariamente a los resultados presentados en la figura 4.12 podemos observar que las variaciones porcentuales de  $\Delta P$  son considerablemente mayores. La razón de este comportamiento se debe a que antes los cálculos se realizaron a  $190^\circ\text{C}$  mientras que los mostrados en la figura 4.13 corresponden a una temperatura de  $210^\circ\text{C}$ .

N(rpm)	Modelo de Ellis $\Delta P_E$ (MPa)	Modelo Polinomial $\Delta P_p$ (MPa)	$100 \left( \frac{\Delta P_p - \Delta P_E}{\Delta P_E} \right)$
$Q = 3.606 \text{ (cm}^3/\text{s)}$		$G = 10 \text{ (kg/h)}$	
15	1.009	0.81	19.72
20	18.388	19.712	-7.2
30	44.502	48.222	-8.36
40	65.309	70.619	-8.13
$Q = 10.819 \text{ (cm}^3/\text{s)}$		$G = 30 \text{ (kg/h)}$	
50	10.561	13.232	-25.32
60	29.667	32.55	-9.718
70	46.089	49.353	-7.08
80	60.673	64.54	-6.373
90	74.292	78.499	-5.66
$Q = 18.03 \text{ (cm}^3/\text{s)}$		$G = 50 \text{ kg/h}$	
75	2.239	2.849	-27.244
90	24.817	26.578	-7.09
110	49.951	52.925	-5.95
128	70.497	73.38	-4.09

**TABLA 4.8**  
**INTERVALOS POSIBLES DE OPERACION BAJO CONDICIONES**  
**DE TEMPERATURA CONSTANTE (210 °C), CANAL VARIABLE**

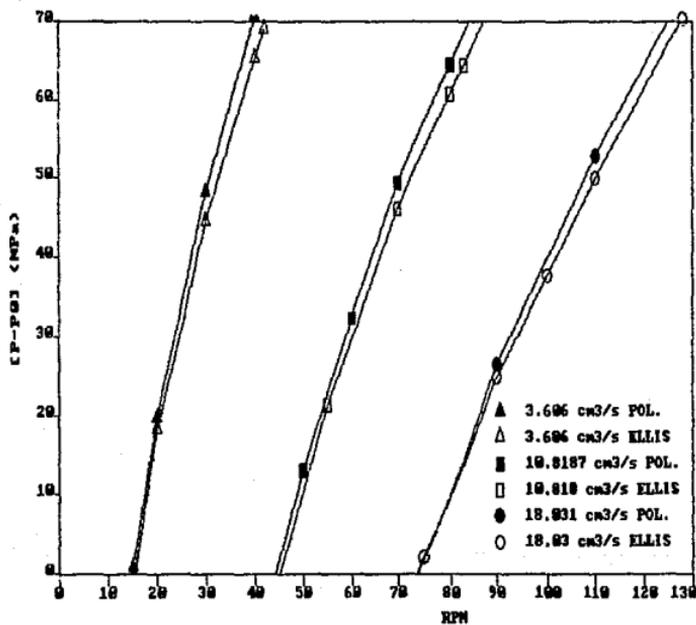


FIGURA 4.13

La presentación de resultados para una capacidad de bombeo específica como la mostrada en la mencionada figura es particularmente útil ya que permite establecer los límites de operación reales de nuestra bomba.

Por último, en la tabla 4.9 se presenta el efecto de la temperatura sobre la caída de presión en el sistema bajo condiciones de velocidad rotacional y gasto volumétrico constante (100 rpm, 18 cm<sup>3</sup>/s). La figura 4.14 muestra la gráfica de los resultados correspondientes a la tabla 4.9.

De la figura 4.14 se observa que a medida que la temperatura se incrementa la  $\Delta P$  es menor. Para el intervalo entre 160 y 180°C los resultados de los dos modelos son prácticamente los mismos. Cuando nos encontramos fuera del intervalo 160-180°C podemos observar que la diferencia para la caída de presión predicha por ambos modelos se hace más grande. Sin embargo, a 210°C el por ciento de error entre los dos modelos es de un 6% que para fines de diseño del extrusor como una bomba no es muy significativo. Y por lo mencionado en el caso anterior (figura 4.13) es evidente que también será necesario elaborar una gráfica como la de la figura 4.14 para ayudar a establecer con más precisión los límites de operación de la bomba.

T (°C)	Modelo de Ellis $\Delta P$ (MPa)	Modelo Polinomial $\Delta P$ (MPa)	$100 \left( \frac{\Delta P_p - \Delta P_E}{\Delta P_E} \right)$
150	63.35	65.531	-3.44
160	58.077	58.225	-0.25
170	52.875	52.95	-0.142
180	48.373	48.86	-1.007
190	44.455	45.54	-2.44
200	41.030	42.736	-4.16
210	38.021	40.262	-5.9
220	35.366	37.953	-7.3
230	33.014	35.627	-7.9

**TABLA 4.9**  
**EFEECTO DE LA TEMPERATURA A VELOCIDAD ROTACIONAL**  
**Y GASTO VOLUMETRICO CONSTANTE (100 RPM. 18 CM<sup>3</sup>/S)**  
**CANAL VARIABLE**

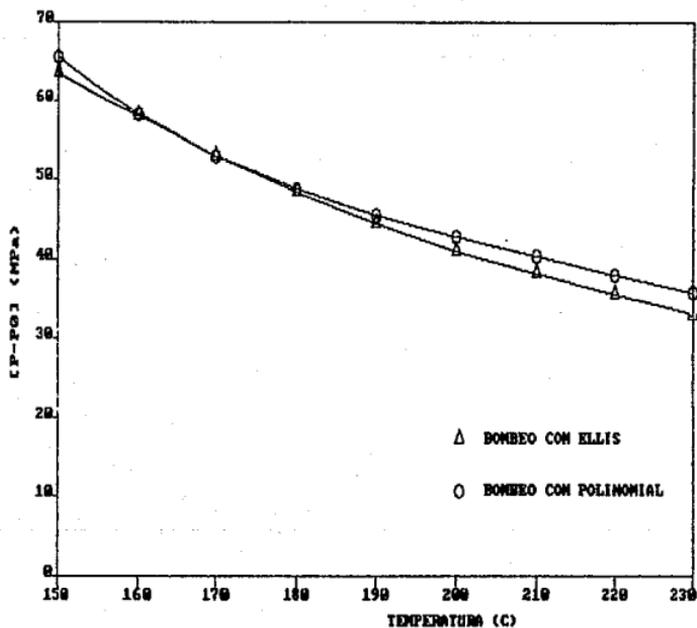


FIGURA 4.14

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las conclusiones y recomendaciones que pueden obtenerse a partir del desarrollo presentado en este trabajo se resume en los siguientes puntos.

1.- Tanto el Modelo de Ellis como el modelo polinomial propuesto predicen similarmente los perfiles de velocidad para el flujo del líquido en la bomba de husillo.

2.- Ambos modelos describen en forma similar la curva de operación de la bomba hasta el valor permitido de la máxima caída de presión que puede existir durante la operación de la bomba.

3.- Desde el punto de vista numérico no existe una ventaja apreciable al utilizar el modelo polinomial. Pero desde el punto de vista de la derivación matemática de las ecuaciones requeridas para llevar a cabo los cálculos el modelo polinomial ofrece muchas ventajas cuando se le compara con el modelo de Ellis.

4.- En términos generales, el modelo polinomial ofrece resultados similares al de Ellis desde el punto de vista de aplicación en estimaciones de orden ingenieril siempre y cuando no apliquemos el modelo fuera del intervalo realógico de temperaturas.

5.- Los modelos utilizados permiten describir en forma adecuada la geometría estudiada. Sin embargo, es necesario llevar a cabo los análisis en otras geometrías para estar completamente seguros de las conclusiones aquí reportadas.

6.- Mediante la elaboración de pequeños programas de computadora y la aplicación de la simulación al proceso de flujo para la bomba de husillo es posible elaborar una medida cuantitativa de estimación para su operación utilizando las características de comportamientos obtenidos.

7.- Los resultados obtenidos considerando al extrusor como una bomba de husillo pueden ser de mucha utilidad cuando se requiera analizar la zona de dosificación de un extrusor plastificante real.

8.- A pesar de que los resultados obtenidos son alentadores cuando utilizamos el modelo polinomial, no es posible generalizar y/o estar completamente seguros de los mismos hasta que se lleven a cabo pruebas de corroboración experimental, al mismo tiempo que se aplica a otro tipo de materiales termoplásticos fundidos.

## APENDICE A

### AJUSTE EMPIRICO DE LOS DATOS REOLOGICOS EXPERIMENTALES DE VISCOSIDAD

La tabla A.1 presenta los datos reológicos experimentales obtenidos y suministrados por el área de polímeros del Departamento de Ingeniería Química de la Facultad de Química para el material termoplástico polietileno de alta densidad producido por PEMEX a dos temperaturas diferentes (11).

T = 170°C	
$\zeta$ (KPa)	$\eta$ (KPa s)
32.180	4.684
47.107	3.283
74.083	1.979
101.595	1.326
137.263	0.880
201.522	0.509
267.844	0.337
T = 210°C	
$\zeta$ (KPa)	$\eta$ (KPa s)
17.738	3.164
31.912	2.378
59.838	1.507
76.306	1.032
105.557	0.696
158.138	0.407
212.000	0.269

**TABLA A.1**  
**DATOS REOLOGICOS EXPERIMENTALES DE ESFUERZO CORTANTE ( $\zeta$ )**  
**CONTRA VISCOSIDAD ( $\eta$ ) A DOS TEMPERATURAS DIFERENTES**  
**PARA POLETILENO DE ALTA DENSIDAD**

Los datos experimentales mostrados en la tabla A.1 fueron utilizados para obtener las siguientes ecuaciones empíricas de ajuste para cada uno de los modelos reológicos.

**Modelo de Ellis**

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\eta_0} \left[ 1 + \left| \frac{\tau}{\alpha} \right|^n \right] \tau$$

$$\eta_0 = 7.64423 * \exp \left( -2208.74 * \left( \frac{TK - 473.16}{473.16 * TK} \right) \right)$$

$$\alpha = 20.5576 * \exp \left( -1936.05 * \left( \frac{TK - 473.16}{473.16 * TK} \right) \right)$$

$$B = 1.338 - 1.9074 * \left( \frac{TK - 473.16}{473.16} \right)$$

**Modelo Polinomial**

$$\dot{\gamma} = A \tau + D \tau^2 + c \tau^3$$

$$A = 0.050557 * \exp \left( 14.855 * \left( \frac{TK - 443.16}{443.16} \right) \right)$$

$$D = 0.004293 * \exp \left( 3.325 * \left( \frac{TK - 443.16}{443.16} \right) \right)$$

$$C = 2.5271 * 10^{-5} + 3.051 * 10^{-3} * \left( \frac{TK - 443.16}{443.16} \right)$$

en donde los parámetros tienen las siguientes unidades

$\eta_0$ : KPa s	$\alpha$ : KPa	B : adimensional
A : (KPa s) <sup>-1</sup>	D : (KPa) <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>	C : (KPa) <sup>-3</sup> s <sup>-1</sup>

En las figuras A.1 y A.2 se muestran en forma gráfica las evaluaciones de viscosidad en función del esfuerzo cortante para las temperaturas correspondientes a 170°C y 210°C.

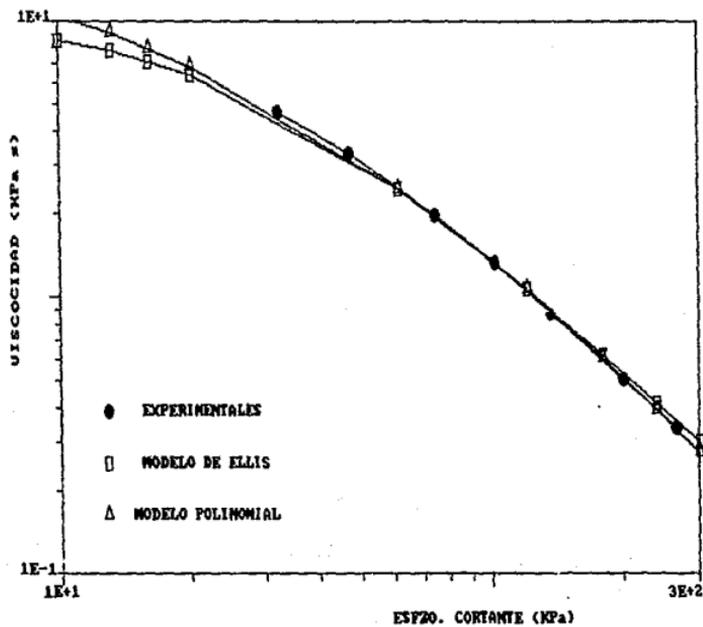
De la figura A.1 puede observarse que el ajuste entre los modelos empíricos y los datos experimentales a 170°C son prácticamente los mismos. Observamos también que para valores de esfuerzo cortante menores de 30 KPa s (i.e., fuera del rango experimental) empieza a existir una pequeña diferencia de los valores calculados de viscosidad entre los mencionados valores.

De la figura A.2 puede observarse que los ajustes empíricos siguen siendo aceptables aunque la curvatura predicha por el modelo polinomial es considerablemente más pronunciada que la tendencia del comportamiento reológico del modelo de Ellis.

La tabla A.2 muestra los valores de viscosidad calculados con los modelos reológicos propuestos a 170°C y 210°C con sus respectivas desviaciones porcentuales referidas a los datos experimentales. De la misma tabla se observa que la máxima desviación no es mayor del 2%, por lo que se puede considerar que el ajuste realizado es adecuado. Recordemos que en el proceso de extrusión el intervalo de interés para el esfuerzo cortante es de 10 a 300 KPa.

Modelo de Ellis		Modelo Polinomial	
$\eta_{calc.}$	$100\left(\frac{\eta_{calc.} - \eta_{exp.}}{\eta_{exp.}}\right)$	$\eta_{calc.}$	$100\left(\frac{\eta_{calc.} - \eta_{exp.}}{\eta_{exp.}}\right)$
T = 170°C			
4.075	-0.100	4.720	0.743
3.200	0.300	3.250	-0.800
1.070	-0.097	1.060	-0.677
1.328	-0.211	1.327	0.090
0.880	-0.003	0.887	0.798
0.510	0.110	0.512	0.509
0.337	0.025	0.334	-0.662
T = 210°C			
3.161	-0.070	3.212	1.516
2.380	0.037	2.334	-1.824
1.510	0.224	1.480	-1.118
1.082	0.015	1.030	0.340
0.604	-0.248	0.705	1.351
0.400	-0.107	0.411	0.030
0.200	0.240	0.200	-1.155

**TABLA A.2**  
**VALORES DE VISCOSIDAD CALCULADOS CON LOS MODELOS**  
**REOLOGICOS PROPUESTOS Y SUS DESVIACIONES PORCENTUALES**  
**CON RESPECTO A LOS EXPERIMENTALES. LOS VALORES DE**  
**ESFUERZO CORTANTE SON LOS MISMOS VALORES QUE SE**  
**REPORTAN EN LA TABLA A.1**



**FIGURA A.1**  
**CURVA DE FLUJO A 170 °C PARA EL POLIETILENO DE ALTA DENSIDAD**  
**DATOS EXPERIMENTALES Y VALORES CALCULADOS CON LOS**  
**MODELOS DE ELLIS Y POLINOMIAL**

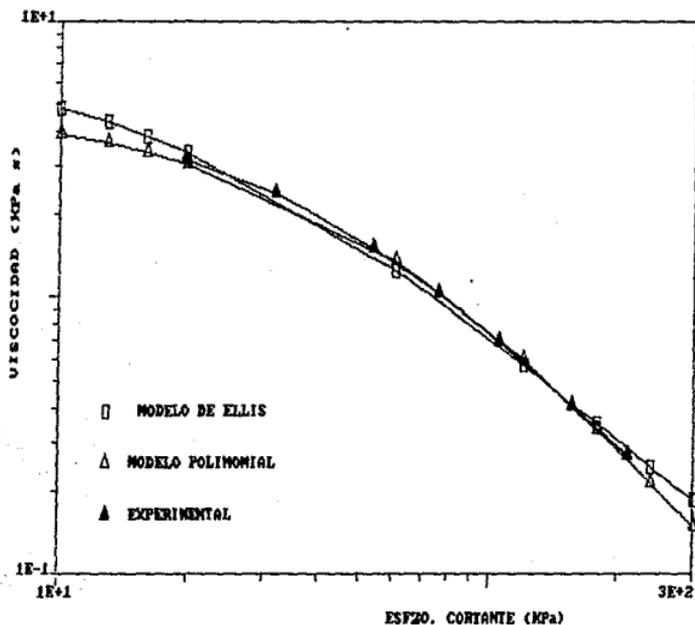


FIGURA A.2

CURVA DE FLUJO A 210 °C PARA EL POLIETILENO DE ALTA DENSIDAD  
 DATOS EXPERIMENTALES Y VALORES CALCULADOS CON LOS  
 MODELOS DE ELLIS Y POLINOMIAL

### NOMENCLATURA UTILIZADA

- A, D, C.- Parámetros del modelo polinomial ,A(Kpa<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>),D(Kpa<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>)  
C(Kpa<sup>-3</sup>s<sup>-1</sup>)
- $\dot{\gamma}$  .- Rapidez de deformación (s<sup>-1</sup>)
- $\eta_0$ .- Viscosidad aparente de referencia en el Modelo de Ellis (KPa s)
- $\alpha, \beta$  .- Parámetros del Modelo de Ellis (KPa)
- $\tau$  .- Esfuerzo Cortante (KPa)
- $\eta$ .- Viscosidad aparente del material (Kpa s)
- G.- Gasto másico (kg/hr)
- Q.- Gasto volumétrico (cm<sup>3</sup>/s)
- T.- Temperatura en el interior del barril (°C)
- TK.- Temperatura en el interior del barril (°K)
- $\rho$ .- Densidad del material termoplástico (gr/cm<sup>3</sup>)
- $v_z$ .- Velocidad del flujo en la dirección z (cm/s)
- $\Gamma$ .- Constante adimensional para el Modelo de Ellis
- $\xi$ .- Constante adimensional y/H

$\theta$ .-  $u_x/V$

H.- Altura de el canal en el husillo (cm)

V.- Velocidad del fluido ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )

D.- Diámetro de el barril de el extrusor (cm)

W.- Ancho de el canal en el husillo (cm)

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Bird, R. B., Stewart, E. E., Lightfoot, E. N. "Transport phenomena", John Wiley & Sons., Inc. 1960.
- 2.- Richardson, P. N. "Introduction to Extrusion", Society of Plastics Engineers, Greenwich, Connecticut. 1974.
- 3.- Carley, J. F. Strub, R. A., Mallouk, R. S., Mc Kelvey, J.M., and Jepson, C. H., "The Theory of Plastics Extrusion", Ind. Eng. Chem. 45, 974-989, (1953).
- 4.- Mohr, W. D. and Mallouk, R. S. "Flow, Power Requirement and Pressure Distribution of Fluid in a screw Extruder", Ind. Eng. Chem. 51, 765-770, (1959).
- 5.- De Hays, E. S. "Extruder Design" Ind. Eng. Chem., 51, 813-816, (1959).
- 6.- Krosser, F. W. and Middleman, S. "The Calculation of screw Characteristics for the Extrusion of Non-newtonian Melts" Pol.Eng. and Snc. october, (1965), 230-234.
- 7.- Narkis, M. and A. Rem. "Extrusion Discharge Rate Equations for Non-newtonian Fluids". Pol. Eng. and Snc., July, (1967), 161-166.
- 8.- Foust A. J., Wenzel L. A., "Principios de operaciones unitarias", CECSA, México.
- 9.- Rodriguez, F., "Principles of polymer systems", Mc Graw-Hill, Chemical Engineering Series.
- 10.- Marquardt, D.M., "An algorithm for least-square estimation of nonlinear parameters", J. Soc. Indust. appl. math. 11, 431-441 (1963).
- 11.- Información obtenida de mediciones reológicas experimentales en el dpto. de polímeros, Instituto de Investigaciones en Materiales y el dpto. de Ing. Química, Facultad de Química, realizadas por el Dr. Luis A. Lopez Latorre entre los años 1982-83
- 12.- Duvdevani, J.J. and Klein, I, Soc. Plastics Eng. J, vol. 23, pag. 41, (1967).

**APENDICE B**

**PROGRAMAS DE COMPUTADORA PARA PROFUNDIDAD  
DE CANAL CONSTANTE**

```

10 'LPRINT TAB(18);"M O D E L O   D E   E L L I S   F L U J O   T I P O   1":LPRINT
20 PRINT:PRINT TAB(15);"T(C), S*   :   ":INPUT T,S
30 READ EPS,ITMAX,PI,D,H,TH,LD
40 DATA 1.E-05,100,3.1416,5,.794,.30817,22
50 T=+273;ZZ=(T-473)/473;YY=ZZ/T;W=PI*D*SIN(TH)-.474
60 NO=7.64423*EXP(-2208.74*YY):A=20.55758*EXP(-1936.05*YY):ZT=LD*D/SIN(TH):
   Z=1.338-1.9074*ZZ
70 B1=B+1;B2=B+2;B3=B+3;FC=3.6*(1/(.875+.000876*T))
80 DIM N(20),U(20),SK(20),G(20),PT(20),GV(20),GM(20),V(20)
90 N(1)=30;DN=30;FOR I=2 TO 5 :N(I)=N(I-1)+DN;NEXT I;FOR I=1 TO 5 :
   V(I)=PI*D*N(I)*COS(TH)/60;SK(I)=H*A/(NO*V(I));NEXT I
100 FOR I=1 TO 5
110 X=0;XX=X;XMAX=25;DX=1;FMX=1000000!:IT=1;GDSUR 350
120 FX=FS
130 X1=X+DX;XX=X1;IT=IT+1;GDSUR 350
140 FX1=FS;PRO=FX*FX1;IF PRO>0 THEN 160,ELSE IF PRO<0 THEN 180,ELSE IF IT>ITMAX
   THEN 150,ELSE IF PRO=0 THEN RAIZ=X1;GOTO 250
150 PRINT:PRINT TAB(15);"<< No. MAXIMO DE ITERACIONES >>":STOP
160 IF X1>XMAX THEN 170,ELSE X=X1;FX=FX1;GOTO 130
170 PRINT:PRINT TAB(15);"<< NO HAY RAIZ EN EL INTERVALO DADO >>":STOP
180 XV=(X+X1)/2;IF XV=X THEN 240,ELSE IF XV=X1 THEN 240
190 XX=XV;IT=IT+1;GDSUB 350
200 FV=FS;AV=ABS(FV);IF AV<=FMX THEN 210,ELSE PRINT:PRINT TAB(15);
   "<< FUNCION TENDIENDO A INFINITO >>":STOP
210 IF AV<EPS THEN 240,ELSE PRD=FX*FV;IF PRD>0 THEN 220,ELSE IF PRD<0 THEN 230,
   ELSE RAIZ=XV;GOTO 250
220 X=XV;FX=FV;GOTO 180
230 X1=XV;FX1=FV;GOTO 180
240 RAIZ=XV
250 G(I)=RAIZ;C0=(ABS(G(I))^B)*(S^B3+(1-S)^B3)/B3;C0=C0+((S^3+(1-S)^3)/3):
   U(I)=1-S-SK(I)*G(I)*C0;G(I)=(A/H)*G(I);PT(I)=ZT*G(I)/1000;GV(I)=U(I)*V(I)*H
   *W;GM(I)=GV(I)*FC;NEXT I
260 PRINT:PRINT TAB(10);"S* = ";S;TAB(25);"T (C) = ";T-273;TAB(45);"H=";H
270 PRINT:PRINT TAB(4);"N(rpm)";TAB(13);"Q/WVH";TAB(25);"Q(cm^3/s)";TAB(40);
   "G(kg/h)";TAB(55);"dP/dZ";TAB(66);"(P-P0)t(MPa)"
280 FOR I=1 TO 5 :PRINT TAB(4);N(I);TAB(10);U(I);TAB(24);GV(I);TAB(38);GM(I);
   TAB(52);G(I);TAB(67);PT(I);NEXT I
290 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA INPRESION DE RESULTADOS? (S/N)"
300 T$=INKEY$:IF T$="" THEN 300,ELSE IF T$="S" THEN 310,ELSE IF T$="N" THEN 340,
   ELSE GOTO 300
310 LPRINT:LPRINT TAB(10);"S* = ";S;TAB(25);"T (C) = ";T-273;TAB(45);"H=";H
320 LPRINT:LPRINT TAB(4);"N(rpm)";TAB(13);"Q/WVH";TAB(25);"Q(cm^3/s)";TAB(40);
   "G(kg/h)";TAB(55);"dP/dZ";TAB(66);"(P-P0)t(MPa)"
330 FOR I=1 TO 5 :LPRINT TAB(4);N(I);TAB(10);U(I);TAB(24);GV(I);TAB(38);GM(I);
   TAB(52);G(I);TAB(67);PT(I);NEXT I:LPRINT
340 END
350 'SUBPROGRAMA PARA EVALUAR FUNCIONES
360 C0=(ABS(XX)^B)*((1-S)^B2-S^B2)/B2)+((1-2*S)/2):FS=SK(I)*XX*C0-1:
   RETURN

```

```

10 'LPRINT TAB(15);"H O D E L O D E E L L I S FLUJO TIPO 2"
20 ' S TOMA EL PAPEL DE LA CONSTANTE M PARA EL OTRO CASO dP/dz>0
30 PRINT:PRINT TAB(15);"T(C), S* = ";INPUT T,S
40 READ EPS,ITMAX,PI,D,H,TH,LD
50 DATA 1.E-05,100,3.1416,5,.794,,30817,22
60 T=T+273;ZZ=(T-473)/473;YY=ZZ/T;W=PI*D*SIN(TH)-.474
70 NO=7.64423*EXP(-2208.74*YY):A=20.55758*EXP(-1936.05*YY):ZT=LD*D/SIN(TH):
B=1.338-1.9074*ZZ
80 B1=B+1;B2=B+2;B3=B+3;FC=3.6*(1/(.875+.000876*T))
90 DIM N(20),U(20),SK(20),G(20),PT(20),GV(20),GM(20),V(20)
100 N(1)=30;DN=30;FDR I=2 TO 5 :N(I)=N(I-1)+DN;NEXT I;FOR I=1 TO 5 :
V(I)=PI*D*N(I)*COS(TH)/60;SK(I)=H*A/(NO*V(I));NEXT I
110 FDR I=1 TO 5
120 X=0;XX=X:XD=MAX=25;DX=1;FMX=1000000!:IT=1;GOSUB 360
130 FX=FS
140 X1=X+DX;XX=X1;IT=IT+1;GOSUB 360
150 FX1=FS;PRO=FX*FX1;IF PRO>0 THEN 170,ELSE IF PRO<0 THEN 190,ELSE IF IT>ITMAX
THEN 160,ELSE IF PRO=0 THEN RAIZ=X1;GOTO 260
160 PRINT:PRINT TAB(15);"<< NO. MAXIMO DE ITERACIONES >>":STOP
170 IF X1=XXMAX THEN 180,ELSE X=X1;FX=FX1;GOTO 140
180 PRINT:PRINT TAB(15);"<< NO HAY RAIZ EN EL INTERVALO DADO >>":STOP
190 XV=(X+X1)/2;IF XV=X THEN 250,ELSE IF XV=X1 THEN 250
200 XX=XV;IT=IT+1;GOSUB 360
210 FV=FS;AV=ABS(FV);IF AV<=FMX THEN 220,ELSE PRINT:PRINT TAB(15);
"<< FUNCION TENDIENDO A INFINITO >>":STOP
220 IF AV<=EPS THEN 250,ELSE PRO=FX*FV;IF PRO>0 THEN 230,ELSE IF PRO<0 THEN 240,
ELSE RAIZ=XV;GOTO 260
230 X=XV;FX=FV;GOTO 190
240 X1=XV;FX1=FV;GOTO 190
250 RAIZ=XV
260 G(I)=RAIZ;CO=(ABS(G(I))^B)*((1+S)^B3-S^B3-B3*(S^B2))/(B2*B3):
U(I)=SK(I)*G(I)*((1+3*S)/6)+CO;G(I)=(A/H)*G(I);PT(I)=ZT*G(I)/1000:
GV(I)=U(I)*V(I)*H*W;GM(I)=GV(I)*FC;NEXT I
270 PRINT:PRINT TAB(10);"m = ";S;TAB(25);"T (C) = ";T-273;TAB(40);"H=";H
280 PRINT:PRINT TAB(4);"N(rpm)";TAB(13);"Q/WUH";TAB(25);"Q(cm^3/s)";TAB(40);
"G(kg/h)";TAB(55);"dP/dZ";TAB(66);"(P-PO)t(MPa)"
290 FOR I=1 TO 5 : PRINT TAB(4);N(I);TAB(10);U(I);TAB(24);GV(I);TAB(38);GM(I);
TAB(52);G(I);TAB(67);PT(I);NEXT I
300 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA IMPRESION DE RESULTADOS? (S/N)"
310 T$=INKEY$:IF T$="" THEN 310,ELSE IF T$="S" THEN 320,ELSE IF T$="N" THEN 350,
ELSE GOTO 300
320 LPRINT:LPRINT TAB(10);"m = ";S;TAB(25);"T (C) = ";T-273;TAB(40);"H=";H
330 LPRINT:LPRINT TAB(4);"N(rpm)";TAB(13);"Q/WUH";TAB(25);"Q(cm^3/s)";TAB(40);
"G(kg/h)";TAB(55);"dP/dZ";TAB(66);"(P-PO)t(MPa)"
340 FOR I=1 TO 5 :LPRINT TAB(4);N(I);TAB(10);U(I);TAB(24);GV(I);TAB(38);GM(I);
TAB(52);G(I);TAB(67);PT(I);NEXT I:LPRINT
350 END
360 'SUBPROGRAMA PARA EVALUAR FUNCIONES
370 CO=(ABS(XX)^B)*((1+S)^B2-S^B2)/B2+((1+2*S)/2):FS=SK(I)*XX*CO-1:RETURN

```

```

10 'LPRINT TAB(15);"M O D E L O P O L I N O M I A L FLUJO TIPO 1":LPRINT
20 PRINT:PRINT TAB(15);"T(C), S* = ";INPUT T,S
30 READ EPS,ITMAX,PI,D,H,TH,LD
40 DATA 1.E-05,100,3.1416,5, .500, .30817,22
50 Y=(1-170)/443;A=.050557*EXP(14.8555*Y);W=PI*D*SIN(TH)-.474
60 B=.004293*EXP(3.325*Y);ZT=LD*D/SIN(TH)
70 C=2.527E-05+.0003051*Y;FC=3.6*(1/(.875+.000876*(T+273)))
80 DIM N(20),U(20),SK(20),G(20),PT(20),GV(20),GM(20),V(20)
90 N(1)=30;DN=30;FDR I=2 TO 5 ;N(I)=(N(I-1)+DN)/2;NEXT I:FDR I=1 TO 5 :
  V(I)=PI*D*N(I)*COS(TH)/60;NEXT I
100 FOR I=1 TO 5
110 X=0;XX=X;XMAX=550;DX=10;FNX=1000000;IT=1;GOSUB 340
120 FX=FS
130 X1=X+DX;XX=X1;IT=IT+1;GOSUB 340
140 FX1=FS;PRO=FX*FX1;IF PRO>0 THEN 160,ELSE IF PRO<0 THEN 180,ELSE IF IT>ITMAX
  THEN 150,ELSE IF PRO=0 THEN RAIZ=X1;GOTO 240
150 PRINT:PRINT TAB(15);"<< No. MAXIMO DE ITERACIONES >>":STOP
160 IF X1>XMAX THEN 170,ELSE X=X1;FX=FX1;GOTO 130
170 PRINT:PRINT TAB(15);"<< NO HAY RAZ EN EL INTERVALO DADO >>":STOP
180 XV=(X+X1)/2;XX=XV;IT=IT+1;GOSUB 340
190 FV=FS;AV=ABS(FV);IF AV<=FNX THEN 200,ELSE PRINT:PRINT TAB(15);
  "<< FUNCION TENDIENDO A INFINITO >>":STOP
200 IF AV<=EPS THEN 230,ELSE PRO=FX*FV;IF PRO>0 THEN 210,ELSE IF PRO<0 THEN 220,
  ELSE RAIZ=XV;GOTO 240
210 X=XV;FX=FV;GOTO 180
220 X1=XV;FX1=FV;GOTO 180
230 RAIZ=XV
240 G(I)=RAIZ;U(I)=1-S-H/V(I)*((A*G(I)/3)*(Q^3+S^3)+((B*G(I)^2)/4)*(Q^4+S^4)+
  ((C*G(I)^3)/5)*(Q^5+S^5));G(I)=(1/H)*G(I);PT(I)=ZT*G(I)/1000;GV(I)=U(I)*
  V(I)*H*W;GM(I)=GV(I)*FC;NEXT I
250 PRINT:PRINT TAB(15);"S* = ";S;TAB(30);"T (C) = ";T;TAB(48);"H=";H
260 PRINT:PRINT TAB(4);"N(rpm)";TAB(13);"Q/WUH";TAB(25);"Q(cm^3/s)";TAB(40);
  "G(kg/h)";TAB(55);"dP/dZ";TAB(66);"(P-PO)t(MPa)"
270 FOR I=1 TO 5 :PRINT TAB(4);N(I);TAB(10);U(I);TAB(24);GV(I);TAB(38);GM(I);
  TAB(52);G(I);TAB(67);PT(I);NEXT I
280 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA INPRESION DE RESULTADOS? (S/N)"
290 T$=INKEY$;IF T$="" THEN 290,ELSE IF T$="S" THEN 300,ELSE IF T$="N" THEN 330,
  ELSE GOTO 290
300 LPRINT:LPRINT TAB(15);"S* = ";S;TAB(30);"T (C) = ";T;TAB(48);"H=";H
310 LPRINT:LPRINT TAB(4);"N(rpm)";TAB(13);"Q/WUH";TAB(25);"Q(cm^3/s)";TAB(40);
  "G(kg/h)";TAB(55);"dP/dZ";TAB(66);"(P-PO)t(MPa)"
320 FOR I=1 TO 5 :LPRINT TAB(4);N(I);TAB(10);U(I);TAB(24);GV(I);TAB(38);GM(I);
  TAB(52);G(I);TAB(67);PT(I);NEXT I
330 END
340 G=1-S
350 FS=1-((H/V(I))*((A*XX/2)*(Q^2-S^2)+((B*XX^2)/3)*(Q^3-S^3)+((C*XX^3)/4)*(Q^4-
  S^4)))
360 RETURN

```

```

10 LPRINT TAB(15);"M O D E L O P O L I N O M I A L F L U J O T I P O 2":LPRINT
20 PRINT:PRINT TAB(15);"T(C), m : ";INPUT T,m
30 READ EPS,ITMAX,PI,D,H,TH,LD
40 DATA 1.E-05,100,3.1416,5,.794,.30817,22
50 Y=(T-170)/443:A=.050557*EXP(14.8555*Y):W=PI*D*SIN(TH)-.474
60 B=.004273*EXP(3.325*Y):ZT=LD*D/SIN(TH)
70 C=2.527E-05+.0003051*Y:FC=3.6*(1/(.875+.000876*(T+273)))
80 DIM N(20),U(20),SK(20),G(20),PT(20),GV(20),GM(20),V(20)
90 N(1)=30:DN=30:FOR I=2 TO 5 :N(I)=N(I-1)+DN:NEXT I:FOR I=1 TO 5 :
    V(I)=PI*D*N(I)*COS(TH)/60:NEXT I
100 FOR I=1 TO 5
110 X=0:XX=X:XMAX=550:DX=1:FNX=1000000!:IT=1:GOSUB 340
120 FX=FS
130 X1=X+DX:XX=X1:IT=IT+1:GOSUB 340
140 FX1=FS:PRO=FX*FX1:IF PRO>0 THEN 160,ELSE IF PRO<0 THEN 180,ELSE IF IT>ITMAX
    THEN 150,ELSE IF PRO=0 THEN RAIZ=X1:GOTO 240
150 PRINT:PRINT TAB(15);"<< No. MAXIMO DE ITERACIONES >>":STOP
160 IF X1>XMAX THEN 170,ELSE X=X1:FX=FX1:GOTO 130
170 PRINT:PRINT TAB(15);"<< NO HAY RAIZ EN EL INTERVALO DADO >>":STOP
180 XV=(X+X1)/2:XX=XV:IT=IT+1:GOSUB 340
190 FV=FS:AV=ABS(FV):IF AV<=FMX THEN 200,ELSE PRINT:PRINT TAB(15);
    "<< FUNCION TENDIENDO A INFINITO >>":STOP
200 IF AV<=EPS THEN 230,ELSE PRO=FX*FV:IF PRO>0 THEN 210,ELSE IF PRO<0 THEN 220,
    ELSE RAIZ=XV:GOTO 240
210 X=XV:FX=FV:GOTO 180
220 X1=XV:FX1=FV:GOTO 180
230 RAIZ=XV
240 G(I)=RAIZ:U(I)=H/V(I)*((A*G(I)/6)*(Q^3-M^3-3*M^2)+(B*G(I)^2)/12)*(Q^4-M^4-
    4*M^3)+((C*G(I)^3)/20)*(Q^5-M^5-5*M^4):G(I)=(1/H)*G(I):PT(I)=ZT*G(I)/1000:
    GV(I)=U(I)*V(I)*H*W:GM(I)=GV(I)*FC:NEXT I
250 PRINT:PRINT TAB(15);"m = ";M:TAB(30);"T (C) = ";T:TAB(48);"H=";H
260 PRINT:PRINT TAB(4);"N(rpμ)":TAB(13);"Q/WVH";TAB(25);"Q(cm^3/s)":TAB(40);
    "G(kg/h)":TAB(52);"dP/dZ":TAB(63);"CP-POIt (MPa)"
270 FOR I=1 TO 5 :PRINT TAB(3);N(I);TAB(10);U(I);TAB(24);GV(I);TAB(38);GM(I);
    TAB(50);G(I);TAB(64);PT(I):NEXT I:PRINT
280 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA IMPRESION DE RESULTADOS? (S/N)"
290 T$=INKEY$:IF T$="" THEN 290,ELSE IF T$="S" THEN 300,ELSE IF T$="N" THEN 330,
    ELSE GOTO 280
300 LPRINT:LPRINT TAB(15);"m = ";M:TAB(30);"T (C) = ";T:TAB(48);"H=";H
310 LPRINT:LPRINT TAB(4);"N(rpμ)":TAB(13);"Q/WVH";TAB(25);"Q(cm^3/s)":TAB(40);
    "G(kg/h)":TAB(52);"dP/dZ":TAB(63);"CP-POIt (MPa)"
320 FOR I=1 TO 5 :LPRINT TAB(3);N(I);TAB(10);U(I);TAB(24);GV(I);TAB(38);GM(I);
    TAB(50);G(I);TAB(64);PT(I):NEXT I:LPRINT
330 END
340 Q=1+M
350 FS=1-((H/V(I))*(A*XX/2)*(Q^2-M^2)+((B*XX^2)/3)*(Q^3-M^3)+((C*XX^3)/4)*(Q^4-
    M^4))
360 RETURN

```

## APENDICE C

### PROGRAMAS DE COMPUTADORA PARA PROFUNDIDAD DE CANAL VARIABLE

```

10 /-----
20 /                               Nom. ZLLTS.BAS
30 /-----
40 OPTION BASE 1
50 DEFINT I-N:DEFDBL A-F,O-Z
60 DIM CIE(5),GA(5),Y(2),B(2),BMIN(2),BMAX(2),BV(2),Z(2),ZZ(2),RB(2),P(10),
A(2,4),AC(2,4),PAR(5),ZI(16),WI(16),RR(10,10,5),XSE(10,10,5),XGA(10,10,5),
GF(10),RINT(10,5),GAI(10,5)
70 /
80 /----- DATOS DE HUSILLO, POLIMERO Y PARAMETROS -----
90 /
100 READ Hs
110 DATA "C-HC-1"
120 READ D,HO,HF,E,TH,XLD
130 DATA 5h,.794h,.303h,.474h,.3081691h,22h
140 READ P#
150 DATA "PEAD"
160 READ CVO,CV1,CA0,CA1,CB0,CB1,CRO,CRI,TR
170 DATA 7.64423h,2208.74h,20.55758h,1936.05h,1.338h,1.9074h,
.875h,8.76D-04,473.16h
180 READ PI,CK
190 DATA 3.141592654h,273.16h
200 IO#="###.#####^":I#="###.#####"
210 /
220 /----- DATOS DE CONDICIONES DE OPERACION -----
230 /
240 CLS:PRINT:PRINT TAB(15);"CONDICIONES DE OPERACION":PRINT
250 PRINT TAB(15);:INPUT "TB (C) ",TB:PRINT:
PRINT TAB(15);:INPUT "B (Kg/h) ",GM:PRINT:
PRINT TAB(15);:INPUT "N (rpm) ",RPM:PRINT
260 PRINT TAB(15);:INPUT "No. INTERVALOS ",NRI:PRINT:PRINT TAB(15);:
INPUT "No. Pts GLQ ",NG:PRINT:PRINT TAB(15);:INPUT "U/Disco ",
UD#:IJK=1:IF NG>=10 THEN IJK=2
270 AR#="UD#+"GLQ"+RIGHT$(STR$(NG),IJK)+".DAT"
280 /
290 TK=TB+CK:TT=(TK-TR)/TR:BE=CRO-CB1*TT:B1=BE+1h:B2=BE+2h:B3=BE+3h:
TT=TT/TK:B4=1h/BE:AA=CA0*CDBL(EXP(-CA1*TT)):XN0=CVO*CDBL(EXP(-CV1*TT)):
RHO=1h/(CRO+CRI*TK)
300 /
310 W=PI*D*SIN(TH)-E:ZT=XLD/D/SIN(TH):V=PI*D*RPM*COS(TH)/60h:
Q=GM/(3.6h*RHO):SA=AA*H0/(XN0*V):AB=CDBL(SA^BE):S0=Q/(W*V*H0):
SS=Q/(W*H*HF):R5=2h*S0:RE=1h:RF=HF/HO:GA(1)=0h
320 PRINT:PRINT TAB(15);"BSOLVE"
330 /
340 /----- CHECAR EMPIEZO CON PERFIL TIPO A.1 -----
350 /
360 SE=0h:r=RE:k=2:kd=k:n=k:b(1)=s0:b(2)=1h:bmin(1)=0h:bmax(1)=20h:
bmin(2)=0h:bmax(2)=20h:for i=1 to 2:bv(i)=1h:y(i)=0h:next i:icon=k:
i=0:xfnu=0h:fla=0h:tau=0h:eps=0h:phmin=0h:ifu=1:ica=1
370 gosub 2670:gosub 2510:if icon<>0 then 370
380 s01=b(1):print tab(10);"s01 = ";s01
390 /
400 /----- SI => NO HAY PERFILES TIPD A.1 -----

```

-----  
 Nom. ELLIS.BAS  
 -----

```

410 '
420 IF S0>=S01 THEN 1300
430 '
440 '----- CALCULO DE S* PARA W, RE -----
450 '
460 W=SO:R=RE:K=2:KD=K:N=K:B(1)=.1#:B(2)=1#:BMIN(1)=0#:BMAX(1)=.5#:
  BMIN(2)=0#:BMAX(2)=20#:FOR I=1 TO 2:BV(I)=1#:Y(I)=0#:NEXT I:ICON=K:I=0:
  XFNU=0#:FLA=0#:TAU=0#:EPS=0#:PHMIN=0#:IFU=2:ICA=1
470 GOSUB 2670:GOSUB 2510:IF ICON<>0 THEN 470
480 CTE(1)=RE:PAR(1)=B(1):GF(1)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RE = ";PAR(1);
  PRINT TAB(10);"Alfa = ";B(2)
490 '
500 '----- CALCULO DE W PARA S*=0, RF -----
510 '
520 SE=0#:R=RF:K=2:KD=K:N=K:B(1)=1#:B(2)=1#:BMIN(1)=0#:BMAX(1)=20#:
  BMIN(2)=0#:BMAX(2)=20#:FOR I=1 TO 2:BV(I)=1#:Y(I)=0#:NEXT I:ICON=K:
  I=0:XFNU=0#:FLA=0#:TAU=0#:EPS=0#:PHMIN=0#:IFU=1:ICA=1
530 GOSUB 2670:GOSUB 2510:IF ICON<>0 THEN 530
540 SOS=B(1)/RF:PRINT TAB(10);"SOS = ";SOS
550 '
560 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL A.1 -----
570 '
580 IF SS>SOS THEN 690
590 '
600 '
610 '----- CONDICION EXCLUSIVA PARA PERFIL A.1 -----
620 '
630 NT=1:NC=2:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
640 CTE(2)=RF:W=SO:R=RF:K=2:KD=K:N=K:B(1)=.1#:B(2)=1#:BMIN(1)=0#:
  BMAX(1)=.5#:BMIN(2)=0#:BMAX(2)=20#:FOR I=1 TO 2:BV(I)=1#:Y(I)=0#:NEXT I:
  ICON=K:I=0:XFNU=0#:FLA=0#:TAU=0#:EPS=0#:PHMIN=0#:IFU=2:ICA=1
650 GOSUB 2670:GOSUB 2510:IF ICON<>0 THEN 650
660 PAR(2)=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RF = ";B(1):PRINT TAB(10);
  "Alfa = ";B(2):GOSUB 3650:DELI=RE:DELF=RF:B1P=0#:B1G=.5#:B2P=0#:B2G=20#:
  INF=1:ISU=2:TP0=.15#:TP1=1#:GOSUB 3730
670 GA(2)=SUM:PA=GA(1)+GA(2):GOTD 1920
680 '
690 '----- CHECAR PERFIL DE SALIDA DIFERENTE CON A.1 -----
  SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL A.2
700 '
710 X=RF:GOSUB 2600:XMS=YY:SDS=.5#:IF SS>SDS THEN 850
720 '
730 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1 Y A.2 -----
740 '
750 NT=2:NC=3:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
760 W=SO:SE=0#:K=2:KD=K:N=K:B(1)=.65#:B(2)=1#:BMIN(1)=RF:BMAX(1)=RE:
  BMIN(2)=0#:BMAX(2)=20#:FOR I=1 TO 2:BV(I)=1#:Y(I)=0#:NEXT I:ICON=K:I=0:
  XFNU=0#:FLA=0#:TAU=0#:EPS=0#:PHMIN=0#:IFU=3:ICA=1
770 GOSUB 2670:GOSUB 2510:IF ICON<>0 THEN 770
780 RI=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S*=0 = ";RI:PRINT TAB(10);"Alfa = ";
  B(2):CTE(2)=RI:PAR(2)=0#:GOSUB 3650:DELI=RE:DELF=RI:B1P=0#:B1G=.5#:B2P=0#:
  B2G=20#:INF=1:ISU=2:TP0=.15#:TP1=B(2):IFU=2:ICA=1:GOSUB 3730

```

-----  
 Nom. ELLIS.BAS  
 -----

```

790 GA(2)=SUM
800 WW=50:R=RF:K=2:KD=K:N=K:B(1)=1: B(2)=1: BMIN(1)=0: BMAX(1)=20:
  BMIN(2)=0: BMAX(2)=20: FOR I=1 TO 2: BV(I)=1: V(I)=0: NEXT I: ICON=K:
  I=0: XFNU=0: FLA=0: TAU=0: EPS=0: PHMIN=0: IFU=2: ICA=2
810 GOSUB 2670: GOSUB 2510: IF ICON<>0 THEN 810
820 XMF=B(1): GF(3)=B(2): PRINT TAB(10); "M,RF = "; XMF: PRINT TAB(10); "Alfa = ";
  B(2): PAR(3)=XMF: CTE(3)=RF: DELI=RI: DELF=RF: B1P=0: B1G=20: B2P=0: B2G=20:
  INF=2: ISU=3: TPO=XMF: TP1=B(2): GOSUB 3730
830 GA(3)=SUM: PA=GA(1)+GA(2)+GA(3): GOTO 1920
840 '
850 '----- CHECAR PERFIL DE SALIDA DIFERENTE CON B.1 -----
860 '
870 SE=1: R=RF: K=2: KD=K: N=K: B(1)=50: B(2)=-.5: BMIN(1)=0: BMAX(1)=20:
  BMIN(2)=-20: BMAX(2)=0: FOR I=1 TO 2: BV(I)=1: V(I)=0: NEXT I: ICON=K:
  I=0: XFNU=0: FLA=0: TAU=0: EPS=0: PHMIN=0: IFU=1: ICA=3
880 GOSUB 2670: GOSUB 2510: IF ICON<>0 THEN 880
890 SNMS=B(1)/RF: PRINT TAB(10); "SNMS = "; SNMS
900 '
910 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE DE B.1 -----
920 '
930 IF 55>SNMS THEN 1110
940 '
950 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1, A.2 Y B.1 -----
960 '
970 NT=3: NC=4: NN=0: PRINT: PRINT TAB(10); "PERFIL TIPO : "; NT: PRINT
980 WW=50: SE=0: K=2: KD=K: N=K: B(1)=-.65: B(2)=1: BMIN(1)=RF: BMAX(1)=RE:
  BMIN(2)=0: BMAX(2)=20: FOR I=1 TO 2: BV(I)=1: V(I)=0: NEXT I: ICON=K:
  I=0: XFNU=0: FLA=0: TAU=0: EPS=0: PHMIN=0: IFU=3: ICA=1
990 GOSUB 2670: GOSUB 2510: IF ICON<>0 THEN 990
1000 RI=B(1): GF(2)=B(2): PRINT TAB(10); "R,S*0= "; RI: PRINT TAB(10); "Alfa = ";
  B(2): CTE(2)=RI: PAR(2)=SE: CTE(3)=R5: CTE(4)=RF: GOSUB 3650
1010 DELI=RE: DELF=RI: B1P=0: B1G=.5: B2P=0: B2G=20: INF=1: ISU=2: TPO=.15:
  TP1=B(2): IFU=2: ICA=1: GOSUB 3730
1020 GA(2)=SUM
1030 X=R5: GOSUB 2600
1040 PAR(3)=YY: GF(3)=0: PRINT TAB(10); "M,DRAG = "; YY: PRINT TAB(10); "Alfa = ";
  0: DELI=RI: DELF=R5: B1P=0: B1G=20: B2P=0: B2G=20: INF=2: ISU=3: TPO=1:
  TP1=B(2): IFU=2: ICA=2: GOSUB 3730
1050 GA(3)=SUM
1060 WW=50: R=RF: K=2: KD=K: N=K: B(1)=YY: B(2)=-1: BMIN(1)=0: BMAX(1)=20:
  BMIN(2)=-20: BMAX(2)=0: FOR I=1 TO 2: BV(I)=1: V(I)=0: NEXT I: ICON=K: I=0:
  XFNU=0: FLA=0: TAU=0: EPS=0: PHMIN=0: IFU=2: ICA=2
1070 GOSUB 2670: GOSUB 2510: IF ICON<>0 THEN 1070
1080 XMF=B(1): GF(4)=B(2): PRINT TAB(10); "M,RF = "; XMF: PRINT TAB(10); "Alfa = ";
  B(2): PAR(4)=XMF: DELI=R5: DELF=RF: B1P=0: B1G=20: B2P=-20: B2G=0: INF=3:
  ISU=4: TPO=YY: TP1=-1: GOSUB 3730
1090 GA(4)=SUM: PA=GA(1)+GA(2)+GA(3)+GA(4): GOTO 1920
1100 '
1110 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1, A.2, B.1 Y B.2 -----
1120 '
1130 NT=7: NC=5: NN=0: PRINT: PRINT TAB(10); "PERFIL TIPO : "; NT: PRINT

```



```

1470 WW=S0:R=RF:K=2:KD=K:N=K:B(1)=1#B(2)=1#;BMIN(1)=0#;BMAX(1)=20#;
    BMIN(2)=0#;BMAX(2)=20#;FOR I=1 TO 2;BV(I)=1#;Y(I)=0#;NEXT I;ICON=K:I=0#;
    XFNU=0#;FLA=0#;TAU=0#;EPS=0#;PHMIN=0#;IFU=2;ICA=2
1480 GOSUB 2670;GOSUB 2510;IF ICON<>0 THEN 1480
1490 XMF=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RF = ";XMF:PRINT TAB(10);"Alfa = ";
    B(2);PAR(2)=XMF:CTE(2)=RF:GOSUB 3650;DELI=RE;DELF=RF;B1P=0#;B1G=20#;
    B2P=0#;B2G=20#;INF=1;ISU=2;TPO=XMF;TP1=B(2);GOSUB 3730
1500 GA(2)=SUM:PA=GA(1)+GA(2);GOTO 1920
1510 '
1520 '----- CHECAR PERFIL DE SALIDA TIPO B.1 O B.2 -----
1530 '
1540 SE=1#;R=RF:K=2:KD=K:N=K:B(1)=1#;B(2)=-.1#;BMIN(1)=0#;BMAX(1)=20#;
    BMIN(2)=-20#;BMAX(2)=0#;FOR I=1 TO 2;BV(I)=1#;Y(I)=0#;NEXT I;ICON=K:
    I=0;XFNU=0#;FLA=0#;TAU=0#;EPS=0#;PHMIN=0#;IFU=2;ICA=3
1550 GOSUB 2670;GOSUB 2510;IF ICON<>0 THEN 1550
1560 SNMS=B(1)/RF:PRINT TAB(10);"SNMS = ";SNMS
1570 '
1580 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL B.1 -----
1590 '
1600 IF SS>SNMS THEN 1730
1610 '
1620 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES TIPO A.2 Y B.1 -----
1630 '
1640 NT=5;NC=3;NN=0;PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1650 X=RS;GOSUB 2600
1660 PAR(2)=YY:GF(2)=0#;PRINT TAB(10);"M,DRAG = ";YY:PRINT TAB(10);"Alfa = ";
    0#;CTE(2)=RS;GOSUB 3650;DELI=RE;DELF=RS;B1P=0#;B1G=20#;B2P=0#;B2G=20#;
    INF=1;ISU=2;TPO=YY;TP1=.1#;IFU=2;ICA=2;WW=S0;GOSUB 3730
1670 GA(2)=SUM
1680 WW=S0;R=RF:K=2:KD=K:N=K:B(1)=YY:B(2)=-.1#;BMIN(1)=0#;BMAX(1)=20#;
    BMIN(2)=-20#;BMAX(2)=0#;FOR I=1 TO 2;BV(I)=1#;Y(I)=0#;NEXT I;ICON=K:
    I=0;XFNU=0#;FLA=0#;TAU=0#;EPS=0#;PHMIN=0#;IFU=2;ICA=2
1690 GOSUB 2670;GOSUB 2510;IF ICON<>0 THEN 1690
1700 XMF=B(1):GF(3)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RF = ";XMF:PRINT TAB(10);"Alfa = ";
    B(2);PAR(3)=XMF:CTE(3)=RF:DELI=RS;DELF=RF;B1P=0#;B1G=20#;B2P=-20#;
    B2G=0#;INF=2;ISU=3;TPO=XMF;TP1=B(2);WW=S0;GOSUB 3730
1710 GA(3)=SUM:PA=GA(1)+GA(2)+GA(3);GOTO 1920
1720 '
1730 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES TIPO A.2, B.1 Y B.2 -----
1740 '
1750 NT=6;NC=4;NN=0;PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1760 X=RS;GOSUB 2600
1770 PAR(2)=YY:GF(2)=0#;PRINT TAB(10);"M,DRAG = ";YY:PRINT TAB(10);"Alfa = ";
    0#;CTE(2)=RS;GOSUB 3650;DELI=RE;DELF=RS;B1P=0#;B1G=20#;B2P=20#;
    INF=1;ISU=2;TPO=YY;TP1=1#;IFU=2;ICA=2;WW=S0;GOSUB 3730
1780 GA(2)=SUM
1790 SE=1#;WW=S0;K=2:KD=K:N=K:B(1)=.65#;B(2)=GRAD;BMIN(1)=RF;BMAX(1)=RE;
    BMIN(2)=-20#;BMAX(2)=0#;FOR I=1 TO 2;BV(I)=1#;Y(I)=0#;NEXT I;ICON=K:
    I=0;XFNU=0#;FLA=0#;TAU=0#;EPS=0#;PHMIN=0#;IFU=3;ICA=3
1800 GOSUB 2670;GOSUB 2510;IF ICON<>0 THEN 1800

```

-----  
 Nom. ELLIS.BAS  
 -----

```

1810 RI=B(1):GF(3)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S*=1= ";RI:PRINT TAB(10);"Alfa = ";
    B(2):CTE(3)=RI:PAR(3)=SE:DELI=R5:DELF=RI:B1P=0#;B10=20#;B2P=-20#;
    B2G=0#;INF=2:ISU=3:TP0=2#;TP1=B(2):IFU=2:ICA=2:G0SUB 3730
1820 GA(3)=SUM
1830 WM=SO:R=RF:K=2:KD=K=N:K=B(1)=.8#;B(2)=B(2):BMIN(1)=.5#;BMAX(1)=1#;
    BMIN(2)=-20#;BMAX(2)=0#;FOR I=1 TO 2:BV(I)=1#;Y(I)=0#;NEXT I:ICON=K:
    I=0:XFNU=0#;FLA=0#;TAU=0#;EPS=0#;PHMIN=0#;IFU=2:ICA=3
1840 G0SUB 2670:G0SUB 2510:IF ICON<>0 THEN 1840
1850 SEF=B(1):GF(4)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RF = ";SEF:PRINT TAB(10);"Alfa = ";
    B(2):PAR(4)=SEF:CTE(4)=RF:DELI=RI:DELF=RF:B1P=.5#;B10=1#;B2P=-20#;
    B2G=0#;INF=3:ISU=4:TP0=SEF:TP1=B(2):G0SUB 3730
1860 GA(4)=SUM:PA=GA(1)+GA(2)+GA(3)+GA(4):G0TO 1920
1870 '
1880 '----- EMPIEZO CON PERFILES TIPO B.1 O B.2 -----
1890 '
1900 PRINT:PRINT TAB(10);">>>> CONDICION No. 8 : INDESEABLE":G0TO 2490
1910 '
1920 '----- IMPRIME RESULTADOS -----
1930 '
1940 PRINT:PRINT TAB(20);"BOMBEO CON ELLIS":PRINT TAB(20);:FOR I=1 TO 16:
    PRINT CHR$(196);:NEXT I:PRINT "":PRINT
1950 PRINT TAB(15);"POLIMERO  " : ";P%:
    PRINT TAB(15);"HUSILLO  " : ";H%:PRINT
1960 PRINT TAB(15);"TB (C)   " = ";TB:PRINT TAB(15);"N (rpm)  " = ";RPM:
    PRINT TAB(15);"G (Kg/h)  " = ";GM:PRINT TAB(15);"d (g/cm3)  " = ";PRINT USING
    I1#;RHO#;PRINT TAB(15);"Q (g/cm3)  " = ";:PRINT USING I1#;Q:PRINT
1970 PRINT TAB(15);"NO (KPa s)  " = ";:PRINT USING I1#;XNO:
    PRINT TAB(15);"A (KPa)    " = ";:PRINT USING I1#;AA:
    PRINT TAB(15);"beta      " = ";:PRINT USING I1#;BE:PRINT
1980 PRINT TAB(15);"gamma     " = ";:PRINT USING I0#;SA:
    PRINT TAB(15);"omega     " = ";:PRINT USING I0#;SO:PRINT
1990 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
2000 IF INKEY$="" THEN 2000
2010 PRINT TAB(15);"PERFIL TIPO No.  " ;NT:PRINT:PRINT TAB(12);"H / HO";TAB(29);
    "G parcial";TAB(46);"Q / WVH";TAB(63);"CONSTANTE"
2020 FOR I=1 TO NC:PSI=SO/CTE(I):PRINT TAB(10) USING I0#+ "      " ;CTE(I);
    GA(I);PSI;PAR(I):NEXT I:PRINT
2030 PRINT TAB(15);"G total = ";:PRINT USING I0#;PA
2040 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
2050 IF INKEY$="" THEN 2050
2060 PRINT:PRINT TAB(15);"VALORES EN PUNTOS DE CUADRATURA":PRINT:
    PRINT TAB(13);"H / HO";TAB(29);"S* y/o M";TAB(47);"Alfa";TAB(64);"z/Z"
2070 FOR J=1 TO NN:PRINT TAB(10) USING I0#+ "      " ;CTE(J);PAR(J);GF(J);
    (1#-CTE(J))/(1#-RF):FOR LUP=1 TO NRI:PRINT
2080 FOR I=1 TO NG:PRINT TAB(10) USING I0#+ "      " ;RR(I,LUP,J);XSE(I,LUP,J);
    -RR(I,LUP,J)*XGA(I,LUP,J):(1#-RR(I,LUP,J))/(1#-RF):NEXT I
2090 NEXT LUP:PRINT:NEXT J
2100 PRINT TAB(10) USING I0#+ "      " ;CTE(NC);PAR(NC);GF(NC);(1#-RF)/(1#-RF)
2110 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
2120 IF INKEY$="" THEN 2120
  
```

```

2130 PRINT TAB(16);"DISTRIBUCION AXIAL DE PRESIONES";PRINT:PRINT TAB(18);
      "z / Z";TAB(38);"G"
2140 PRINT TAB(15) USING I0%;(1#-RINT(1,1))/(1#-RF);:
      PRINT TAB(35) USING I0%;GAI(1,1);K=1
2150 IF K>NN THEN 2180
2160 J=K;FOR I=2 TO NRI+1:PRINT TAB(15) USING I0%;(1#-RINT(I,J))/(1#-RF);:
      PRINT TAB(35) USING I0%;GAI(I,J)
2170 NEXT I;K=K+1;GOTO 2150
2180 /
2190 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA IMPRESION? (S/N)"
2200 T%=INKEY%;IF T%="" THEN 2200,ELSE IF T%="S" THEN 2210,ELSE IF T%="N"
      THEN 2490,ELSE GOTO 2190
2210 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA EL MENOR NUM.DE RASULTADOS?(S/N)"
2220 T%=INKEY%;IF T%="" THEN 2220,ELSE IF T%="S" THEN 2250,ELSE IF T%="N"
      THEN 2230,ELSE GOTO 2210
2230 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA IMPRIMIR TODOS LOS RESULTADOS? (S/N)"
2240 T%=INKEY%;IF T%="" THEN 2240,ELSE IF T%="S" THEN 2260,ELSE IF T%="N"
      THEN 2270,ELSE GOTO 2230
2250 IPAPIRO=2;GOTO 2330
2260 IPAPIRO=1;GOTO 2280
2270 IPAPIRO=0
2280 LPRINT CHR$(27)"51"
2290 LPRINT:LPRINT TAB(20);"BOMBED CON ELLIS";LPRINT TAB(20);:FOR I=1 TO 16:
      LPRINT CHR$(196);:NEXT I:LPRINT "":LPRINT
2300 LPRINT TAB(15);"POLIMERO : ";P#:
      LPRINT TAB(15);"HUSILLO : ";H#:LPRINT TAB(15);"TB(C) =";TB
2310 LPRINT TAB(15);"NO (KPa s)= ";:LPRINT USING I1%;XNO:
      LPRINT TAB(15);"A (KPa) = ";:LPRINT USING I1%;AA:
      LPRINT TAB(15);"beta = ";:LPRINT USING I1%;BE
2320 LPRINT TAB(15);"gamma = ";:LPRINT USING I0%;SA:
      LPRINT TAB(15);"omega = ";:LPRINT USING I0%;SO
2330 LPRINT TAB(15);"TB(C) =";TB:LPRINT TAB(15);"N (rpm) = ";RPN:
      LPRINT TAB(15);"G (kg/h) = ";GM:LPRINT TAB(15);"d (g/cm3)= ";:LPRINT
      USING I1%;RHO:LPRINT TAB(15);"Q (cm3/s) = ";:LPRINT USING I1%;Q:LPRINT
2340 LPRINT TAB(15);"PERFIL TIPO No. ";NT:LPRINT TAB(12);"H / HO";TAB(29);
      "G parcial";TAB(46);"Q / WWH";TAB(63);"CONSTANTE"
2350 FOR I=1 TO NC:PSI=SO/CTE(I):LPRINT TAB(10) USING I0%+ " ";CTE(I);
      GA(I);PSI;PAR(I):NEXT I:LPRINT
2360 LPRINT TAB(15);"(P-PO) (MPa) = ";:LPRINT USING I0%;(AA*ZT/((HO-HF)*1000))*
      PA:LPRINT
2370 IF IPAPIRO=0 THEN 2440,ELSE IF IPAPIRO=2 THEN 2490
2380 LPRINT TAB(13);"H / HO";TAB(29);"S* y/o M";TAB(47);"Alfa";TAB(64);"z/Z"
2390 FOR J=1 TO NN:LPRINT TAB(10) USING I0%+ " ";CTE(J);PAR(J);GF(J);
      (1#-CTE(J))/(1#-RF):FOR LUP=1 TO NRI:LPRINT
2400 FOR I=1 TO NG:LPRINT TAB(10) USING I0%+ " ";RR(I,LUP,J);XSE(I,LUP,J);
      -RR(I,LUP,J)*XGA(I,LUP,J);(1#-RR(I,LUP,J))/(1#-RF):NEXT I
2410 NEXT LUP:LPRINT:NEXT J
2420 LPRINT TAB(10) USING I0%+ " ";CTE(NC);PAR(NC);GF(NC);(1#-RF)/(1#-RF)
2430 LPRINT CHR$(12)
2440 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT TAB(16);"DISTRIBUCION AXIAL DE PRESIONES":
      LPRINT:LPRINT TAB(18);"z / Z";TAB(38);"G"
2450 LPRINT TAB(15) USING I0%;(1#-RINT(1,1))/(1#-RF);:
      LPRINT TAB(35) USING I0%;GAI(1,1);K=1

```

-----  
 Nom. ELLIS-BAS  
 -----

```

2460 IF K>NN THEN 2490
2470 J=K:FOR I=2 TO NRI+1:LPRINT TAB(15) USING I0%;(1#-RINT(I,J))/(1#-RF);;
  LPRINT TAB(35) USING I0%;GAI(I,J)
2480 NEXT I:K=K+1:GOTO 2460
2490 END
2500 '-----
2510 '          CONTRUL PARA BSOLVE
2520 '-----
2530 IF ICON<>0 THEN 2540.ELSE PRINT:PRINT TAB(10);"ICA = ";ICA:PRINT
  TAB(10);"IFU = ";IFU:PRINT TAB(10);"ITE = ";I:PRINT TAB(10);
  "ICON = ";ICON:PRINT TAB(10);"LSS = ";:PRINT USING I0%;PH:GOTO 2560
2540 IF I<200 THEN 2550.ELSE PRINT:PRINT TAB(10);">>>> No. ITE MAX":STOP
2550 IF ICON>(-1) OR ABS(PH)<=.0000000001# THEN 2560,ELSE PRINT:
  PRINT TAB(10);">>>> IMPOSIBLE MEJORAR CONVERGENCIA":STOP
2560 IF ICON>0 THEN 2580,ELSE IF ICON<(-4) THEN 2570,ELSE PRINT:PRINT
  TAB(10);">>>> CONVERGENCIA ADECUADA PERO FLA TODAVIA GRANDE":STOP
2570 PRINT:PRINT TAB(10);">>>> ERROR CATASTROFICO EN BSOLVE":STOP
2580 RETURN
2590 '-----
2600 '          m PARA FLUJO POR ARRASTRE
2610 '-----
2620 YY=0#:IT=1
2630 FYN=X*YY*(1#+CDBL(ABS(YY)^BE))-(1#/SA):FYD=X*(1#+R1*CDBL(ABS(YY)^BE))
2640 YNEW=YY-(FYN/FYD):IF ABS(YNEW-YY)<=.0000000001# OR IT>25 THEN 2650,
  ELSE IT=IT+1:YY=YNEW:GOTO 2630
2650 YY=YNEW:RETURN
2660 '-----
2670 '          BSOLVE
2680 '-----
2690 KP1=K+1:KP2=KP1+1:KB11=K*N:KB12=KB11+1:KZ1=KB12+K
2700 IF XFNU<=0# THEN XFNU=10#
2710 IF FLA<=0# THEN FLA=.01#
2720 IF TAU<=0# THEN TAU=.001#
2730 IF EPS<=0# THEN EPS=.00002#
2740 IF PHIN<=0# THEN PHIN=0#
2750 KE=0:FOR I1=1 TO K:IF BV(I1)=0# THEN 2760,ELSE KE=KE+1
2760 NEXT I1:IF KE>0 THEN 2770,ELSE ICON=-3:GOTO 3210
2770 IF N>=KE THEN 2780,ELSE ICON=-2:GOTO 3210
2780 I1=1
2790 IF I>0 THEN 3150,ELSE FOR J1=1 TO K:J2=KB11+J1:P(J2)=B(J1):
  J3=KB12+J1:P(J3)=ABS(B(J1))+.01#:NEXT J1:GOTO 3070
2800 IF PHIN>PH AND I>1 THEN 2870,ELSE FOR J1=1 TO K:N1=(J1-1)*N:
  IF BV(J1)=0# THEN 2870,ELSE IF BV(J1)>0# THEN 2810,ELSE GOSUB 3380:
  IF JTEST<>-1 THEN 2860,ELSE BV(J1)=1#
2810 FOR J2=1 TO K:J3=KB11+J2:P(J3)=B(J2):NEXT J2:J3=KB11+J1:J4=KB12+J1:
  O1=P(J4):O2=ABS(P(J3)):IF O1>O2 THEN 2820,ELSE O3=O2:GOTO 2830
2820 O3=O1
2830 DEN=.001#*O3:O4=P(J3)+DEN:IF O4<=EMAX(J1) THEN 2840,ELSE
  P(J3)=P(J3)-DEN:DEN=-DEN:GOTO 2850
2840 P(J3)=P(J3)+DEN
  
```

-----  
 Nos. ELLIS.BAS  
 -----

```

2850 FOR JH1=1 TO K:BB(JH1)=P(KBI1+JH1):NEXT JH1:GOSUB 3360:FOR JH1=1 TO N:
  ?(N1+JH1)=Z(JH1):NEXT JH1:FOR J2=1 TO N:JB=J2+N1:
  P(JB)=(P(JB)-ZZ(J2))/DEN:NEXT J2
2860 NEXT J1
2870 FOR J1=1 TO K:N1=(J1-1)*N:A(J1,KP1)=0#:IF BV(J1)=0# THEN 2890,ELSE
  FOR J2=1 TO N:N2=N1+J2:A(J1,KP1)=A(J1,KP1)+P(N2)*(Y(J2)-ZZ(J2)):NEXT J2
2880 FOR J2=1 TO K:A(J1,J2)=0#:N2=(J2-1)*N:FOR J3=1 TO N:N3=N1+J3:N4=N2+J3:
  A(J1,J2)=A(J1,J2)+P(N3)*P(N4):NEXT J3:NEXT J2:IF A(J1,J1)>1D-20 THEN 2900
2890 FOR J2=1 TO KP1:A(J1,J2)=0#:NEXT J2:A(J1,J1)=1#
2900 NEXT J1:GN=0#:FOR J1=1 TO K:GN=GN+A(J1,KP1)*A(J1,KP1):NEXT J1:
  FOR J1=1 TO K:A(J1,KP2)=CDBL(SQR(A(J1,J1))):NEXT J1
2910 FOR J1=1 TO K:A(J1,KP1)=A(J1,KP1)/A(J1,KP2):FOR J2=1 TO K:
  A(J1,J2)=A(J1,J2)/(A(J1,KP2)*A(J2,KP2)):NEXT J2:NEXT J1:
  FL=FLA/XFHU:GOTO 2930
2920 FL=XFHU*FL
2930 FOR J1=1 TO K:FOR J2=1 TO KP1:AC(J1,J2)=A(J1,J2):NEXT J2:
  AC(J1,J1)=AC(J1,J1)+FL:NEXT J1
2940 FOR L1=1 TO K:L2=L1+1:
  FOR L3=L2 TO KP1:AC(L1,L3)=AC(L1,L3)/AC(L1,L1):NEXT L3
2950 FOR L3=1 TO K:O5=L1-L3:IF O5=0# THEN 2960,ELSE FOR L4=L2 TO KP1:
  AC(L3,L4)=AC(L3,L4)-AC(L1,L4)*AC(L3,L1):NEXT L4
2960 NEXT L3:NEXT L1:DN=0#:DG=0#
2970 FOR J1=1 TO K:AC(J1,KP2)=AC(J1,KP1)/A(J1,KP2):J2=KBI1+J1:
  O6=B(J1)+AC(J1,KP2):IF BMAX(J1)<O6 THEN 2980,ELSE O7=O6:GOTO 2990
2980 O7=BMAX(J1)
2990 IF BMIN(J1)>O7 THEN 3000,ELSE O8=O7:GOTO 3010
3000 O8=BMIN(J1)
3010 P(J2)=O8:DG=DG+AC(J1,KP2)*A(J1,KP1)*A(J1,KP2):
  DN=DN+AC(J1,KP2)*AC(J1,KP2):AC(J1,KP2)=P(J2)-B(J1):NEXT J1
3020 RCDN=CDBL(SQR(DN)):RCGN=CDBL(SQR(GN)):COSG=DG/(RCDN*RCGN):JGAM=O:
  IF COSG>0# THEN 3030,ELSE JGAM=2:COSG=-COSG
3030 IF COSG<1# THEN 3040,ELSE O9=1#:GOTO 3050
3040 O9=COSG
3050 COSG=O9:GOSUB 3240:GAMM=180#*ARCOSG/3.141592653589793#:
  IF JGAM>0 THEN 3060,ELSE GOTO 3070
3060 GAMM=180#-GAMM
3070 FOR JH1=1 TO K:BB(JH1)=P(KBI1+JH1):NEXT JH1:GOSUB 3360:FOR JH1=1 TO N:
  P(KZI+JH1)=Z(JH1):NEXT JH1:PHI=0#:FOR J1=1 TO N:J2=KZI+J1:
  PHI=PHI+(P(J2)-Y(J1))^2:NEXT J1
3080 IF PHI<.0000000001# THEN 3220,ELSE IF I>0 THEN 3090,ELSE ICON=K:
  GOTO 3180
3090 IF PHI>PH THEN 3150,ELSE ICON=0:FOR J1=1 TO K:J2=KBI1+J1:
  O10=ABS(AC(J1,KP2)):O11=TAU+ABS(P(J2)):O12=O10/O11:
  IF O12>EPS THEN 3100,ELSE GOTO 3110
3100 ICON=ICON+1
3110 NEXT J1:IF ICON=0 THEN 3130,ELSE IF FL>1# AND GAMM>90# THEN 3120,ELSE
  GOTO 3170
3120 ICON=ICON-1:GOTO 3170
3130 IF FL>1# AND GAMM<=45# THEN 3140,ELSE GOTO 3170
3140 ICON=ICON-4:GOTO 3170

```

-----  
 Now. ELLIS.BAS  
 -----

```

3150 O13=I1-2:IF O13>0# THEN 3160,ELSE I1=I1+1:
      ON I1 GOTO 2790,2800,2920
3160 IF FL<10000000# THEN 2920,ELSE ICON=-1
3170 FLA=FL:FOR J2=1 TO K:J3=KBI1+J2:B(J2)=P(J3):NEXT J2
3180 FOR J2=1 TO N:J3=KZI+J2:ZZ(J2)=P(J3):NEXT J2:PH=PHI:I=I+1:
      IF N=K THEN 3200,ELSE SU1=0#:FOR JH1=1 TO N:SU1=SU1+Y(JH1):
      NEXT JH1:YP=SU1/N:SU1=0#:SU2=0#
3190 FOR JH1=1 TO N:SU1=SU1+(Y(JH1)-YP)*(Y(JH1)-YP):
      SU2=SU2+(Y(JH1)-ZZ(JH1))*(Y(JH1)-ZZ(JH1)):NEXT JH1:SY=SU1/(N-1):
      SYX=SU2/(N-K):R2=1#-(SYX/SY):RETURN
3200 R2=1#
3210 RETURN
3220 ICON=0:GOTO 3170
3230 '-----
3240 '                ARC COS(X)
3250 '-----
3260 KY=0:IF COSG<-1# THEN COSG=-1#
3270 IF COSG>1# THEN COSG=1#
3280 IF COSG>=-1# AND COSG<0# THEN KY=1
3290 IF COSG<0# THEN COSG=ABS(COSG)
3300 IF COSG=0# THEN 3330
3310 ARCOSS=CDBL(ATN(CDBL(SQR(1#-COSG*COSG))/COSG)):IF KY=1 THEN 3320,
      ELSE GOTO 3340
3320 ARCOSS=3.141592653589793#-ARCOSS:GOTO 3340
3330 ARCOSS=1.5707963267949#
3340 RETURN
3350 '-----
3360 '                FUNCIONES CON B(I) <= BB(I) O Z(I)=0
3370 '-----
3380 IF ICA<>1 THEN 3460
3390 IF IFU<>1 THEN 3400,ELSE WW=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3420
3400 IF IFU<>2 THEN 3410,ELSE SE=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3420
3410 R=BB(1):XK=BB(2)
3420 UU=1#-SE:F0=CDBL(UU*B2)/B2:F1=(CDBL(UU*B3)+CDBL(SE*B3))/(B2*B3):F0=F0-F1:
      F0=CDBL(XK*B1)*F0:F1=XK*(2#-3#*SE*(UU+SE*SE))/6#:F0=1#-SA#R*(F0+F1):
      Z(1)=F0-(UU/R)
3430 F0=(CDBL(UU*B2)-CDBL(SE*B2))/B2:F0=F0*CDBL(XK*B1):F1=XK*(.5#-SE):
      Z(2)=SA#R*(F0+F1)-1#
3440 RETURN
3450 '
3460 IF ICA<>2 THEN 3570
3470 IF IFU<>1 THEN 3480,ELSE WW=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3500
3480 IF IFU<>2 THEN 3490,ELSE XX=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3500
3490 R=BB(1):XK=BB(2)
3500 UU=ABS(XK+XX)
3510 IF ABS(XK)>.1# THEN 3530,ELSE TEO=XX+CDBL(XK*B1):
      TE1=(1#+B1*CDBL(XK^BE))*XK:TE2=BE*B1*CDBL(XK*(BE-1#))*XK*XK
3520 Z(1)=SA#R*(TE0/2#)+(TE1/6#)+(TE2/24#)-(WW/R):
      Z(2)=SA#R*(TE0+(TE1/2#)+(TE2/6#))-1#:GOTO 3550

```

-----  
 Nom. ELLIS,BAS  
 -----

```

3530 F0=(XK*XK+3#*XK*XX+3#*XX*XX)*CDBL(UU^BE):F1=(CDBL(UU^BE)-CDBL(XX^BE))/XK:
F1=F1*XX*XX*XX:F0=(F0+F1)/(B2*B3):F0=F0-(CDBL(XX^B2)/B2):
F0=F0+(XK*XK+3#*XK*XX)/6#):Z(1)=SA*R*F0/XK-(W/R)
3540 F0=(XK+2#*XX)*CDBL(UU^BE):F1=(CDBL(UU^BE)-CDBL(XX^BE))/XK:F1=F1*XX*XX:
F0=(F0+F1)/B2:F0=F0+.5#*XK*XX:Z(2)=SA*R*F0-1#
3550 RETURN
3560 '
3570 IF ICA<>3 THEN PRINT:PRINT TAB(10);
">>>> ERROR : NO EXISTE ESTE TIPO DE PERFIL":PRINT:STOP
3580 IF IFU<>1 THEN 3590,ELSE WW=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3610
3590 IF IFU<>2 THEN 3600,ELSE SE=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3610
3600 R=BB(1):XK=BB(2)
3610 U0=1#-SE:U0=ABS(XK):F0=(U0*U0*U0+SE*SE*SE)/3#):F1=CDBL(U0^B3)+CDBL(SE^B3):
F1=F1*CDBL(UU^BE)/B3:F0=SA*R*XK*(F0+F1):F0=U0-F0:Z(1)=F0-(W/R)
3620 F0=(SE*SE-U0*U0)/2#):F1=CDBL(UU^BE)*(CDBL(SE^B2)-CDBL(U0^B2))/B2:
F0=SA*R*XK*(F0+F1):Z(2)=1#+F0
3630 RETURN
3640 '
3650 '----- CUADRATURA: LECTURA DE RAICES Y PESOS -----
3660 '
3670 OPEN AR4 FOR INPUT AS #1
3680 INPUT #1,NG:I=1
3690 WHILE NOT EOF(1):INPUT #1,ZI(I),WI(I):I=I+1:WEND
3700 CLOSE #1
3710 RETURN
3720 '
3730 '----- EVALUACION DE INTEGRALES -----
3740 '
3750 XI=CTE(INF):XS=CTE(ISU):SUM=0#:NN=NN+1
3760 DIVR=(XS-XI)/NRI:RINT(1,NN)=XI:RINT(NRI+1,NN)=XS:
FOR LUP=2 TO NRI:RINT(LUP,NN)=RINT(LUP-1,NN)+DIVR:NEXT LUP:
IF NN<>1 THEN 3770,ELSE GAI(1,1)=0#
3770 FOR LUP=2 TO NRI+1:BMA=(RINT(LUP,NN)-RINT(LUP-1,NN))/2#):
BPA=(RINT(LUP,NN)+RINT(LUP-1,NN))/2#):ADICION=0#
3780 FOR IG=1 TO NG:R=ZI(IG)*BMA+BPA:RR(IG,LUP-1,NN)=R:PRINT:PRINT TAB(10);
"PUNTO GLQ No.":PRINT USING " #":IG:PRINT TAB(32);"SUBINTERVALO No. ":
PRINT USING " #":LUP-1
3790 K=2:KD=K:N=K:B(1)=TFO:B(2)=TP1:BMIN(1)=B1P:BMAX(1)=B1G:BMIN(2)=B2P:
BMAX(2)=B2G:FDR J=1 TO 2:BV(J)=1#*Y(J)=0#:NEXT J:ICON=K:I=0:XFNU=0#:
FLA=0#:TAU=0#:EPS=0#:PHMIN=0
3800 B0SUR 2670:B0SUB 2510:IF ICON<>0 THEN 3800
3810 XSE(IG,LUP-1,NN)=B(1):XGA(IG,LUP-1,NN)=-B(2)/R
3820 ADICION=ADICION+BMA*WI(IG)*XGA(IG,LUP-1,NN):TPO=B(1):TP1=B(2):NEXT IG
3830 SUM=SUM+ADICION:ACUMULA=ACUMULA+ADICION:GAI(LUP,NN)=ACUMULA:NEXT LUP
3840 RETURN
  
```

```

10 '-----
20 '                               nom. POLYROM.BAS
30 '-----
40 OPTION BASE 1
50 DEFINT I-K:DEFDBL A-H,D-Z
60 DIM LIE(5),GA(5),Y(2),B(2),GMIN(2),BMAX(2),BV(2),Z(2),ZZ(2),B8(2),P(10),
   A(2,4),AC(2,4),PAR(5),ZI(16),WI(16),RR(10,10,5),XSE(10,10,5),XGA(10,10,5),
   CF(10),RINT(10,5),GA(10,5),SI(11),VZV(11,2),RE(5)
70 '
80 '----- DATOS DE MUELLO, POLIMERO Y PARAMETROS -----
90 '
100 READ Pa
110 DATA "C-C-L"
120 READ D,H0,HF,E,TH,XLD
130 DATA 5H,.794H,.303H,.474H,.30816917.22H
140 READ PV
150 DATA "FEAD"
160 READ CA0,CA1,CB0,CRI,CC0,CCI,CRC,CR1,TR
170 DATA .050557H,14.8555H,.004293H,3.325H,.000025271H,.0003051H,
   .075H,5.76D-04.443.16H
180 READ PL,CK,FAT
190 DATA 3.141592654H,273.16H,101.353H
200 IO="na.#####":ILB="###.####"
210 '
220 '----- DATOS DE CONDICIONES DE OPERACION -----
230 '
240 CLS:PRINT:PRINT TAB(15);"CONDICIONES DE OPERACION":PRINT
250 PRINT TAB(15);:INPUT "TB (C)          ",TB:PRINT:
   PRINT TAB(15);:INPUT "G (Kg/h)        ",G:PRINT:
   PRINT TAB(15);:INPUT "N (rpm)         ",N:PRINT:
260 PRINT TAB(15);:INPUT "No. INTERVALOS ",NRI:PRINT:PRINT TAB(15);:
   INPUT "No. Pts GLQ          ",NG:PRINT:PRINT TAB(15);:INPUT "U/Disco          ",
   UD$:IJK=1:IF NG>10 THEN IJK=2
270 AAT=UD$+"GLQ"+RIGHT$(STR$(NG),IJK)+" .DAT"
280 '
290 TK=TB+CK:TI=(TK-TR)/TR:CA=CA0*CDBL(EXP(CA1*TI)):CB=CB0*CDBL(EXP(CB1*TI)):
   CC=CC0*CCI*TI:SA=.001H/CA:SB=.001H/CDBL(SQR(CB)):SC=.001H/CDBL(CC*(1H/3H)):
   RHO=1H/(CRC+CR1*TK)
300 '
310 W=PI*D*SIN(TH)-E:ZT=XLD*D/SIN(TH):V=PI*D*RPH*CD$S(TH)/60H:
   Q=GM/(3.0H*RHO):SQ=Q/(W*V*H0):SS=Q/(V*W*HF):RS=2H*SQ:RE=1H:
   HF=HF/H0:GA(1)=0H
320 BE(1)=H0*H0/(SA*V):BE(2)=H0*H0*H0/(SB*SB*V):BE(3)=H0*H0*H0*H0/(SC*SC*SC*V)
330 SGD=1H:SGF=1H
340 SI(1)=0H:SI(11)=1H:DS1=.1H:FOR I=2 TO 10:SI(I)=SI(I-1)+DS1:NEXT I
350 PRINT:PRINT TAB(15);"BSOLVE"
360 '
370 '----- CHECAR EMPIEZO CON PERFIL TIPO A.1 -----
380 '
390 SE=0H:R=RE:X1I=80:X2I=.1H:R1P=0H:R1C=20H:R2P=0H:R2G=20H:IFU=1:ICA=1:
   GG=0H 25H
400 S0I=3(1):PRINT TAB(10);"SG1  = ";S0I
410 '
420 '----- SI => NG HAY PERFILES TIPO A.1 -----
430 '
440 IF S0>=S0I THEN 1260

```

NUM. POLYNOM.BAS

```

450 '
460 ----- CALCULO DE S* PARA W, RE -----
470 '
480 WW=SO:R=RE:X1I=.25N:X2I=.1N:B1P=ON:B1G=.5N:B2P=ON:B2G=2ON:IFU=2:ICA=1:
GOSUB 2540
490 CTE(1)=RZ:PAR(1)=B(1):GF(1)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RE = ";PAR(1):
PRINT TAB(10);"G/dz = ";SGD*P(2)
500 IZ=O:IZ=1:ALT=CTE(1):CON=PAR(1):AFA=GF(1):GOSUB 3950
510 '
520 ----- CALCULO DE W PARA S*=0, RF -----
530 '
540 SE=ON:R=RF:X1I=SO:X2I=.1N:B1P=ON:B1G=2ON:B2P=ON:B2G=2ON:IFU=1:ICA=1:
GOSUB 2540
550 SOS=B(1)/RF:PRINT TAB(10);"SOS = ";SOS
560 '
570 ----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL A.1 -----
580 '
590 IF SS>SOS THEN 700
600 '
610 '
620 ----- CONDICION EXCLUSIVA PARA PERFIL A.1 -----
630 '
640 NT=1:NC=2:NN=O:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
650 CTE(2)=RF:WW=SO:R=RF:X1I=.1N:X2I=.1N:B1P=ON:B1G=.5N:B2P=ON:B2G=2ON:
IFU=2:ICA=1:GOSUB 2540
660 PAR(2)=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RF = ";B(1):PRINT TAB(10);
"G/dz = ";SGD*B(2):GOSUB 3750:DELI=RE:DELF=RF:B1P=ON:B1G=.5N:B2P=ON:
B2G=2ON:INF=1:ISU=2:TPO=B(1):TP1=R(2):GOSUB 3830
670 GA(2)=SUN:IZ=1:ALT=RF:CON=PAR(2):AFA=GF(2):GOSUB 3950
680 PA=GA(1)+GA(2):GOTO 1860
690 '
700 ----- CHECAR PERFIL DE SALIDA DIFERENTE CON A.1 -----
SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL A.2
710 '
720 X=RF:GOSUB 2720:XMS=YY:SDS=.5N:IF SS>SDS THEN 850
730 '
740 ----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1 Y A.2 -----
750 '
760 NT=2:NC=3:NN=O:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
770 WW=SO:SE=ON:X1I=.65N:X2I=.1N:B1P=RF:B1G=RE:B2P=ON:B2G=2ON:IFU=3:ICA=1:
GOSUB 2540
780 RI=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S*=0 = ";R1:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):CTE(2)=RI:PAR(2)=ON:GOSUB 3750:DELI=RE:DELF=RI:B1P=ON:B1G=.5N:
B2P=ON:B2G=2ON:INF=1:ISU=2:TPO=.15N:TP1=B(2):IFU=2:ICA=1:GOSUB 3830
790 GA(2)=SUN
800 WW=SO:R=RF:X1I=1N:X2I=.1N:B1P=ON:B1G=2ON:B2P=ON:B2G=2ON:IFU=2:ICA=2:
GOSUB 2540
810 XMF=B(1):GF(3)=B(2):PRINT TAB(10);"N,RF = ";XNF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(3)=XMF:CTE(3)=RF:DELI=RI:DELF=RF:B1P=ON:B1G=2ON:B2P=ON:
B2G=2ON:INF=2:ISU=3:TPO=XMF:TP1=B(2):GOSUB 3830
820 GA(3)=SUN:IZ=2:ALT=RF:CON=PAR(3):AFA=GF(3):GOSUB 3950
830 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3):GOTO 1860
840 '

```

-----  
 NOM. POLY:OM.PAB  
 -----

```

850 ----- CREADA PERFIL DE SALIDA DIFERENTE CON B.1 -----
860 '
870 SE=1#;R=RF;X1I=SO;X2I=-.1#;B1P=0#;B1G=20#;B2P=-20#;B2G=0#;IFU=1;ICA=3;
GOSUB 2540
880 SNMS=B(1)/RF;PRINT TAB(10);"SNMS = ";SNMS
890 '
900 ----- SI #, PERFIL DE SALIDA DIFERENTE DE B.1 -----
910 '
920 IF SS>SNMS THEN 1090
930 '
940 ----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1, A.2 Y B.1 -----
950 '
960 NT=3;NC=4;NN=0;PRINT;PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT;PKINT
970 W=SO;SE=0#;X1I=.65#;X2I=.1#;B1P=RF;B1G=RE;B2P=0#;B2G=20#;IFU=3;ICA=1;
GOSUB 2540
980 RI=B(1);GF(2)=B(2);PRINT TAB(10);"R,S*=0 ";RI;PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SG#B(2);CTE(2)=RI;PAR(2)=SE;CTE(3)=R5;CTE(4)=RF;GOSUB 3750
990 DELI=RE;DELF=RI;B1P=0#;B1G=.5#;B2P=0#;B2G=20#;INF=1;ISU=2;TPO=.15#;
TP1=B(2);IFU=2;ICA=1;GOSUB 3830
1000 GA(2)=SUM
1010 X=R5;GOSUB 2720
1020 PAR(3)=YY;GF(3)=0#;PRINT TAB(10);"H,DRAG = ";YY;PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
0#;DELI=RI;DELF=R5;B1P=0#;B1G=20#;B2P=0#;B2G=20#;INF=2;ISU=3;TPO=iu;
TP1=B(2);IFU=2;ICA=2;GOSUB 3830
1030 GA(3)=SUM
1040 W=SO;R=RF;X1I=YY;X2I=-.1#;B1P=0#;B1G=20#;B2P=-20#;B2G=0#;IFU=2;ICA=2;
GOSUB 2540
1050 XMF=B(1);GF(4)=B(2);PRINT TAB(10);"N,RF = ";XMF;PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SG#B(2);PAR(4)=XMF;DELI=R5;DELF=RF;B1P=0#;B1G=20#;B2P=-20#;B2G=0#;
INF=3;ISU=4;TPO=YY;TP1=-.1#;GOSUB 3830
1060 GA(4)=SUM;IZ=2;ALT=RF;CON=PAR(4);AFA=GF(4);GOSUB 3950
1070 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3)+GA(4);GOTO 1860
1080 '
1090 ----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES A.1, A.2, B.1 Y B.2 -----
1100 '
1110 NT=7;NC=5;NN=0;PRINT;PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT;PRINT
1120 SE=0#;W=SO;X1I=.65#;X2I=-.1#;B1P=RF;B1G=RE;B2P=0#;B2G=20#;IFU=3;
ICA=1;GOSUB 2540
1130 RI=3(1);GF(2)=B(2);PRINT TAB(10);"R,S*=0 ";RI;PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SG#B(2);CTE(2)=RI;PAR(2)=SE;GOSUB 3750;DELI=RE;DELF=RI;B1P=0#;B1G=.5#;
B2P=0#;B2G=20#;INF=1;ISU=2;TPO=.15#;TP1=B(2);IFU=2;ICA=1;GOSUB 3830
1140 GA(2)=SUM
1150 X=R5;GOSUB 2720
1160 PAR(3)=YY;GF(3)=0#;PRINT TAB(10);"H,DRAG = ";YY;PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
0#;CTE(3)=R5;DELI=RI;DELF=R5;B1P=0#;B1G=20#;B2P=0#;B2G=20#;INF=2;
ISU=3;TPO=YY;TP1=.1#;IFU=2;ICA=2;GOSUB 3830
1170 GA(3)=SUM
1180 W=SO;SE=1#;X1I=.65#;X2I=-B(2);B1P=RF;B1G=RE;B2P=-20#;B2G=0#;IFU=3;
ICA=3;GOSUB 2540
1190 RI=B(1);GF(4)=B(2);PRINT TAB(10);"R,S*=1 ";RI;PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SG#B(2);CTE(4)=RI;PAR(4)=SE;DELI=R5;DELF=RI;B1P=0#;B1G=20#;B2P=-20#;
A2G=0#;INF=3;ISU=4;TPO=YY;TP1=B(2);IFU=2;ICA=2;GOSUB 3830
1200 GA(4)=SUM
    
```

-----  
 NOM. POLYNOM.BAS  
 -----

```

1210 WW=SO:R=RF:X1I=.5M:X2I=E(2):B1P=.5M:B1G=.1M:B2P=-20M:B2G=0M:IFU=2:
ICA=3:GOSUB 2540
1220 SEF=B(1):GF(S)=B(2):PRINT TAB(10);"Sk,RF = ";SEF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*E(2);PAR(2)=SEF:CTE(S)=RF:DELI=RI:DELF=RF:B1P=.5M:B1G=.1M:B2P=-20M:
B2G=0M:INF=4:ISU=5:TPO=SEF:TP1=B(2):GOSUB 3830
1250 GA(S)=SUM:IZ=1:ALT=RF:CON=PAR(S):AFA=GF(S):GOSUB 3950
1240 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3)+GA(4)+GA(5):GOTO 1460
1250 '
1260 '----- SI => EMPIEZO DE PERFIL TIPO B.1 O B.2 -----
1270 '
1280 X=XE:GOSUB 2720:XME=YY:SDI=.5M:IF S0>SD1 THEN 1640
1290 '
1300 '----- EMPIEZO CON PERFIL A.2 -----
1310 '
1320 CTE(1)=RE:WM=SO:R=RE:X1I=YY:X2I=.1M:B1P=0M:B1B=20M:B2P=0M:B2G=20M:
IFU=2:ICA=2:GOSUB 2540
1330 PAR(1)=B(1):GF(1)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RE = ";PAR(1):
PRINT TAB(10);"dP/dz = ";SGD*E(2)
1340 IZZ=0:IZ=2:ALT=RE:CON=PAR(1):AFA=GF(1):GOSUB 3950
1350 '
1360 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL A.2 -----
1370 '
1380 X=RF:GOSUB 2720:XMS=YY:SDS=.5M:IF SS>SDS THEN 1480
1390 '
1400 '----- CONDICION EXCLUSIVA DE PERFIL TIPO A.2 -----
1410 '
1420 NT=4:NC=2:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1430 WW=SO:R=RF:X1I=.1M:X2I=.1M:B1P=0M:B1G=20M:B2P=0M:B2G=20M:IFU=2:ICA=2:
GOSUB 2540
1440 XNF=B(1):GF(2)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RF = ";XNF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(2)=XNF:CTE(2)=RF:GOSUB 3750:DELI=RE:DELF=RF:B1P=0M:B1G=20M:
B2P=0M:B2G=20M:INF=1:ISU=2:TPO=XNF:TP1=B(2):GOSUB 3830
1450 GA(2)=SUM:IZ=2:ALT=RF:CON=PAR(2):AFA=GF(2):GOSUB 3950
1460 PA=GA(1)+GA(2):GOTO 1860
1470 '
1480 '----- CHECAR PERFIL DE SALIDA TIPO B.1 O B.2 -----
1490 '
1500 SE=1M:R=RF:X1I=.1M:X2I=-.1M:B1P=0M:B1G=20M:B2P=-20M:B2G=0M:IFU=1:
ICA=3:GOSUB 2540
1510 SWS=B(1)/RF:PRINT TAB(10);"SNMS = ";SNMS
1520 '
1530 '----- SI => PERFIL DE SALIDA DIFERENTE AL B.1 -----
1540 '
1550 IF SS>SNMS THEN 1680
1560 '
1570 '----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES TIPO A.2 Y B.1 -----
1580 '
1590 NT=5:NC=3:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1600 X=X5:GOSUB 2720
1610 PAR(2)=YY:GF(2)=0M:PRINT TAB(10);"M,DRAG= ";YY:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
OM:CTE(2)=RS:GOSUB 3750:DELI=RE:DELF=RS:B1P=0M:B1G=20M:B2P=0M:B2G=20M:
INF=1:ISU=2:TPO=YY:TP1=.1M:IFU=2:ICA=2:WM=SO:GOSUB 3830

```

-----  
 NDA. POLYNOM.BAS  
 -----

```

1620 (M,2)=SQR
1630 W=SO:R=RF:XL1=YV:X2I=-.14:B1P=0n:B1G=20n:B2P=-20n:B2G=0n:IFU=2:ICA=2:
GOSUB 2540
1640 XMF=B(1):GF(3)=B(2):PRINT TAB(10);"M,RF = ";XMF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(3)=XMF:CTE(3)=RF:DELI=RS:DELF=RF:B1P=0n:B1G=20n:B2P=-20n:
B2G=0n:INF=2:ISU=3:TP0=XMF:TP1=B(2):WW=SO:GOSUB 3830
1650 GA(3)=SUM:IZ=7:ALT=RF:CON=PAR(3):AFA=GF(3):GOSUB 3950
1660 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3):GOTO 1860
1670 /
1680 /----- CONDICION EXCLUSIVA PERFILES TIPO A.2, B.1 Y B.2 -----
1690 /
1700 NT=6:ND=4:NN=0:PRINT:PRINT TAB(10);"PERFIL TIPO : ";NT:PRINT
1710 X=RS:GOSUB 2720
1720 PAR(2)=YY:GF(2)=0n:PRINT TAB(10);"M,DRAG= ";YY:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
OM:CTE(2)=RS:GOSUB 3750:DELI=RE:DELF=RS:B1P=0n:B1G=20n:B2P=0n:B2G=20n:
INF=1:ISU=2:TP0=YY:TP1=.1n:TP2=2:ICA=2:WW=SO:GOSUB 3830
1730 GA(2)=SUM
1740 SE=1n:WW=SO:XL1=.65n:X2I=-.1n:B1P=RF:B1G=RE:B2P=-20n:B2G=0n:IFU=3:ICA=3:
GOSUB 2540
1750 RI=B(1):GF(3)=B(2):PRINT TAB(10);"R,S*=1 = ";RI:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):CTE(3)=RI:PAR(3)=SE:DELI=RS:DELF=RI:B1P=0n:B1G=20n:B2P=-20n:
B2G=0n:INF=2:ISU=3:TP0=2n:TP1=B(2):IFU=2:ICA=2:GOSUB 3830
1760 GA(3)=SUM
1770 WW=SO:R=RF:XL1=.6n:X2I=B(2):B1P=.5n:B1G=1n:B2P=-20n:B2G=0n:IFU=2:ICA=3:
GOSUB 2540
1780 SEF=B(1):GF(4)=B(2):PRINT TAB(10);"S*,RF = ";SEF:PRINT TAB(10);"dP/dz = ";
SGD*B(2):PAR(4)=SEF:CTE(4)=RF:DELI=RI:DELF=RF:B1P=.5n:B1G=1n:B2P=-20n:
B2G=0n:INF=3:ISU=4:TP0=SEF:TP1=B(2):GOSUB 3830
1790 GA(4)=SUM:IZ=1:ALT=RF:CON=PAR(4):AFA=GF(4):GOSUB 3950
1800 PA=GA(1)+GA(2)+GA(3)+GA(4):GOTO 1860
1810 /
1820 /----- ENPIEZO CON PERFILES TIPO B.1 O B.2 -----
1830 /
1840 PRINT:PRINT TAB(10);">>>> CONDICION No. 8 = INDESEABLE":GOTO 2520
1850 /
1860 /----- IMPRIME RESULTADOS -----
1870 /
1880 PRINT:PRINT TAB(20);"COMBEO CON POLINOMIAL":PRINT TAB(20);:
FOR I=1 TO 21:PRINT CHR$(196);:NEXT I:PRINT " ":PRINT
1890 PRINT TAB(15);"POLINERO : ";P=:
PRINT TAB(15);"HUSILLO : ";h=:PRINT
1900 PRINT TAB(15);"TB (C) = ";TB:PRINT TAB(15);"N (rpm) = ";RPN:
PRINT TAB(15);"G (Kg/n) = ";GM:PRINT TAB(15);"d (g/cm3) = ";:PRINT USING
I14;RND:PRINT TAB(15);"Q (g/cmS) = ";:PRINT USING I14;Q:PRINT
1910 PRINT TAB(15);"a (MPa s) = ";:PRINT USING I14;SA:
PRINT TAB(15);"b (MPa s) = ";:PRINT USING I14;SB:
PRINT TAB(15);"c (MPa s) = ";:PRINT USING I14;SC:PRINT
1920 PRINT TAB(15);"P0 (KPa) = ";:PRINT USING I14;PAM:
PRINT TAB(15);"Zt (cm) = ";:PRINT USING I14;ZT
1930 PRINT TAB(15);"Ht (cm) = ";:PRINT USING I14;HT:
PRINT TAB(15);"Hf (cm) = ";:PRINT USING I14;HF:PRINT:
PRINT TAB(15);"Wwega = ";:PRINT USING I04;SO:PRINT

```

-----  
 NOM. POLYNO1.BAS  
 -----

```

1940 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
1950 IF INKEY$="" THEN 1950
1960 PRINT TAB(15);"PERFIL TIPO No. ";NT:PRINT:PRINT TAB(12);"H / HO";TAB(29);
    "EP1: (MPa)";TAB(46);"G / WUH";TAB(63);"CONSTANTE"
1970 FOR I=1 TO NC:PSI=SO/CTE(I):PRINT TAB(10) USING IO$+" ";CTE(I);
    SGF*GA(I);PSI:PAR(I):NEXT I:PRINT
1980 PRINT TAB(15);"EP-Po1t (MPa) = ";:PRINT USING IO$;SGF*PA
1990 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
2000 IF INKEY$="" THEN 2000
2010 PRINT TAB(16);"DISTRIBUCION AXIAL DE PRESIONES":PRINT:TAB(18);
    "z / Z";TAB(36);"EP-Po1t":PRINT TAB(39);"(MPa)"
2020 PRINT TAB(15) USING IO$;(1#-RINI(1,1))/(1#-RF);:
    PRINT TAB(35) USING IO$;SGF*GAI(1,1):K=1
2030 IF K>NN THEN 2060
2040 J=K:FOR I=2 TO NRI+1:PRINT TAB(15) USING IO$;(1#-RINT(I,J))/(1#-RF);:
    PRINT TAB(35) USING IO$;SGF*GAI(I,J)
2050 NEXT I:K=K+1:GOTO 2030
2060 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
2070 IF INKEY$="" THEN 2070
2080 PRINT TAB(18);"PERFILES DE VELOCIDAD V2 / V":PRINT:PRINT TAB(16);
    "y/H";TAB(25);"en r=1";TAB(40);"en r=r":PRINT
2090 FOR I=1 TO 11:PRINT TAB(14) USING "##.##";SI(I);:PRINT TAB(22) USING IO$;
    VZV(I,1);:PRINT TAB(38) USING IO$;VZV(I,2):NEXT I
2100 PRINT:PRINT TAB(10);"... pulse cualquier tecla para continuar":PRINT
2110 IF INKEY$="" THEN 2110
2120 PRINT TAB(13);"H / HO";TAB(29);"S* y/o n";TAB(47);"dP/dz";
    TAB(64);"z/Z":PRINT TAB(46);"(MPa/cm)"
2130 FOR J=1 TO NN:PRINT TAB(10) USING IO$+" ";CTE(J);PAR(J);SGD*GF(J);
    (1#-CTE(J))/(1#-RF):FOR LUP=1 TO NRI:PRINT
2140 FOR I=1 TO NG:PRINT TAB(10) USING IO$+" ";RR(I,LUP,J);XSE(I,LUP,J);
    SGD*GA(I,LUP,J):(1#-RR(1,LUP,J))/(1#-RF):NEXT I
2150 NEXT LUP:PRINT:NEXT J
2160 PRINT TAB(10) USING IO$+" ";CTE(NC):PAR(NC):SGD*GF(NC);
    (1#-RF)/(1#-RF)
2170 /
2180 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA IMPRESION? (S/N)"
2190 T=INKEY$:IF T$="" THEN 2190,ELSE IF T$="S" THEN 2200,ELSE IF T$="N"
    THEN 2320,ELSE GOTO 2180
2200 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA EL MENOR NUM. DE RESULTADOS?(S/N)"
2210 T=INKEY$:IF T$="" THEN 2210,ELSE IF T$="S" THEN 2240,ELSE IF T$="N"
    THEN 2220,ELSE GOTO 2200
2220 PRINT:PRINT TAB(15);"DESEA IMPRIMIR TODOS LOS RESULTADOS? (S/N)"
2230 T=INKEY$:IF T$="" THEN 2230,ELSE IF T$="S" THEN 2250,ELSE IF T$="N"
    THEN 2260,ELSE GOTO 2220
2240 IPAPIRO=2:GOTO 2330
2250 IPAPIRO=1:GOTO 2270
2260 IPAPLAG=0
2270 LPRINT CHR$(27)"51"
2280 LPRINT:LPRINT TAB(20);"SUNBED CON POLINGRIAL":LPRINT TAB(27);:
    FOR I=1 TO 21:LPRINT CHR$(196);:NEXT I:LPRINT "" :LPRINT"
2290 LPRINT TAB(15);"POLIMERO : ";P$:
    LPRINT TAB(15);"HUSILLO : ";H$:
  
```

```

2300 LPRINT TAB(15); "a (MPa) = "; LPRINT USING I1; SA;
LPRINT TAB(15); "b (MPa) = "; LPRINT USING I1; SB;
LPRINT TAB(15); "c (MPa) = "; LPRINT USING I1; SC
2310 LPRINT TAB(15); "P0 (KPa) = "; LPRINT USING I1; P0M;
LPRINT TAB(15); "Zt (cm) = "; LPRINT USING I1; ZT
2320 LPRINT TAB(15); "Hi (cm) = "; LPRINT USING I1; H0;
LPRINT TAB(15); "HE (cm) = "; LPRINT USING I1; HF;
LPRINT TAB(15); "omega = "; LPRINT USING I0; S0; LPRINT
2330 LPRINT TAB(15); "FB (G) = "; LPRINT USING I1; N (rpm) = "; RPM;
LPRINT TAB(15); "G (Kg/h) = "; G; LPRINT TAB(15); "c (g/cm3) = "; LPRINT
USING I1; NG; LPRINT TAB(15); "Q (g/cm3) = "; LPRINT USING I1; Q; LPRINT
2340 LPRINT TAB(15); "PERFIL TIPO No. "; NT; LPRINT TAB(12); "H / HO"; LPRINT
"CP1 (MPa); TAB(46); "G / WWH"; TAB(33); "CONSTANTE"
2350 FOR I=1 TO NC: PSI=50/CTE(I): LPRINT TAB(10) USING I0; "+" " :CTE(I);
SGF*GAI; PSI: PAR(I): NEXT I: LPRINT
2360 LPRINT TAB(15); "IP=Po1 (MPa) = "; LPRINT USING I0; SGF*PA; LPRINT
2370 IF IPAP1R0=2 THEN 2520
2380 LPRINT: LPRINT TAB(16); "DISTRIBUCION AXIAL DE PRESIONES": LPRINT:
LPRINT TAB(18); "z / Z"; TAB(36); "CP=Po1": LPRINT TAB(39); " (MPa) "
2390 LPRINT TAB(15) USING I0; "(1-RINT(1,1))/(1-RF)"; :
LPRINT TAB(35) USING I0; SGF*GAI(1,1); K=1
2400 IF K>N THEN 2430
2410 J=K: FOR I=2 TO NRI+1: LPRINT TAB(15) USING I0; "(1-RINT(1,J))/(1-RF)"; :
LPRINT TAB(35) USING I0; SGF*GAI(I,J)
2420 NEXT I: K=K+1: GO TO 2400
2430 LPRINT: LPRINT TAB(18); "PERFILES DE VELOCIDAD Vz / V": LPRINT:
LPRINT TAB(16); "y/H"; TAB(25); "en r=1"; TAB(40); "en r=r*": LPRINT
2440 FOR I=1 TO 11: LPRINT TAB(14) USING "RR.##"; SI(I); LPRINT TAB(22)
USING I0; VZV(I,1); LPRINT TAB(38) USING I0; VZV(I,2); NEXT I
2450 IF IPAP1R0=0 THEN 2520
2460 LPRINT CHR*(12): LPRINT: LPRINT
2470 LPRINT TAB(13); "H / HO"; TAB(29); "S* y/o N"; TAB(47); "dP/dz";
TAB(64); "Z/Z": LPRINT TAB(46); "(MPa/cm)"
2480 FOR J=1 TO NR: LPRINT TAB(10) USING I0; "+" " ;CTE(J): PAR(J); SGD*GF(J);
(1-CTE(J))/(1-RF): FOR LUP=1 TO NRI: LPRINT
2490 FOR I=1 TO NG: LPRINT TAB(10) USING I0; "+" " ; RR(I,LUP,J); XSE(I,LUP,J);
SGD*XGA(I,LUP,J); (1-RR(I,LUP,J))/(1-RF): NEXT I
2500 NEXT LUP: LPRINT: NEXT J
2510 LPRINT TAB(10) USING I0; "+" " ;CTE(NC); PAR(NC); SGD*GF(NC);
(1-RF)/(1-RF)
2520 END
-----
2530 '
2540 ' ENTRADA/CONVERGENCIA PARA BSOLVE
2550 '
2560 K=2; KD=K; N=K; B(1)=X1; B(2)=X2; BMIN(1)=B1P; BMAX(1)=B1G; BMIN(2)=B2P;
BMAX(2)=B2G; FOR I=1 TO 2: BV(I)=1; Y(I)=0; NEXT I: ICON=K; I=0; XFNU=0;
FLA=0; TAU=0; EPS=0; PMIN=0
2570 GOSUB 2790: B0SUB 2600: IF ICON<0 THEN 2570
2580 RETURN
2590 '
2600 ' CONTROL PARA BSOLVE
2610 '
2620 IF I<200 THEN 2650, ELSE PRINT: PRINT TAB(10); ">>>>> No. ITE MAX": STOP

```

-----  
 Nom. POLYNOM.BAS  
 -----

```

2650 IF ICON<>0 THEN 2640,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);"ICA = ";ICA:PRINT
TAB(10);"IFU = ";IFU:PRINT TAB(10);"ITE = ";I:PRINT TAB(10);
"ICON = ";ICON:PRINT TAB(10);"LSS = ";L:PRINT USING I0%;PH:GOTO 2700
2640 IF ICON>0 THEN 2700
2650 IF ICON<>(-1) THEN 2660,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);
">>>> IMPOSIBLE MEJORAR CONVERGENCIA":STOP
2660 IF ICON<>(-2) THEN 2670,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);
">>>> EXISTEN MAS INCOGNITAS QUE FUNCIONES":STOP
2670 IF ICON<>(-3) THEN 2680,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);
">>>> CERO VARIABLES TOTALES":STOP
2680 IF ICON<>(-4) THEN 2690,ELSE PRINT:PRINT TAB(10);
">>>> CONVERGENCIA ADECUADA, FLA GRANDE":STOP
2690 PRINT:PRINT TAB(10);">>>> IMPOSIBLE QUE SUCEDA":STOP
2700 RETURN
2710 '
-----
2720 '           2 PARA FLUJO POR ARRASTRE
-----
2730 '
2740 YY=0#:IT=1
2750 FYN=((YY/SC)^3)+((YY/SR)^2)+(YY/SA)-(V/(HO*X)):
FYD=(3#YY*YY/(SC^3))+((2#YY/(SB*SB)))+(1/SA)
2760 YNEW=YY-(FYN/FYD):IF ABS(YNEW-YY)<=.000001# OR IT>25 THEN 2770,
ELSE IT=IT+1:YY=YNEW:GOTO 2750
2770 YY=YNEW:RETURN
2780 '
-----
2790 '           BSOLVE
-----
2800 '
2810 KP1=K+1:KP2=KP1+1:KB11=K*N:KB12=KB11+1:KZI=KB12+K
2820 IF XFNU<=0# THEN XFNU=10#
2830 IF FLAK<=0# THEN FLA=.01#
2840 IF FAU<=0# THEN FAU=.001#
2850 IF EPS<=0# THEN EPS=.00002#
2860 IF PHIN<=0# THEN PHIN=0#
2870 KE=C:FOR I1=1 TO K:IF BV(I1)=0# THEN 2880,ELSE KE=KE+1
2880 NEXT I1:IF KE>0 THEN 2890,ELSE ICON=-3:GOTO 3330
2890 IF N>=KE THEN 2900,ELSE ICON=-2:GOTO 3330
2900 I1=1
2910 IF I>0 THEN 3270,ELSE FOR J1=1 TO K:J2=KB11+J1:P(J2)=B(J1):
J3=KB12+J1:P(J3)=ABS(B(J1))+.01#:NEXT J1:GOTO 3190
2920 IF PHIN>PH AND I>1 THEN 2990,ELSE FOR J1=1 TO K:N1=(J1-1)*N:
IF BV(J1)=0# THEN 2990,ELSE IF BV(J1)>0# THEN 2930,ELSE GOSUB 3500:
IF JTEST<>-1 THEN 2980,ELSE BV(J1)=1#
2930 FOR J2=1 TO K:J3=KB11+J2:P(J3)=B(J2):NEXT J2:J3=KB11+J1:J4=KB12+J1:
O1=P(J4):O2=ABS(P(J3)):IF O1>O2 THEN 2940,ELSE O3=O2:GOTO 2950
2940 O2=O1
2950 DEN=.001#O3:O4=P(J3)+DEN:IF O4<=BMAX(J1) THEN 2960,ELSE
P(J3)=P(J3)-DEN:DEN=-DEN:GOTO 2970
2960 P(J3)=P(J3)+DEN
2970 FOR JH1=1 TO K:BB(JH1)=P(KB11+JH1):NEXT JH1:GOSUB 3480:FOR JH1=1 TO N:
P(N1+JH1)=2*(JH1):NEXT JH1:FOR J2=1 TO N:JB=J2+N1:
P(JB)=(P(JB)-ZZ(J2))/DEN:NEXT J2
2980 NEXT J1

```

NAME POLYNOM.HAS

```

2950 FOR J1=1 TO K:R1=(J1-1)*N:A(J1,KP1)=0#:IF B(A(J1))=0# THEN 3010.ELSE
FOR J2=1 TO N:N2=N1+J2:A(J1,KP1)=A(J1,KP1)+P(N2)*Y(J2)-Z(Z(J2)):NEXT J2
3000 FOR J2=1 TO K:A(J1,J2)=0#:N2=(J2-1)*N:FOR J3=1 TO N:N3=N1+J3+N4=N2+J3:
A(J1,J2)=A(J1,J2)+P(N3)*P(N4):NEXT J3:NEXT J2:IF A(J1,J1)>10-20 THEN 3020
3010 FOR J2=1 TO KP1:A(J1,J2)=0#:NEXT J2:A(J1,J1)=1#
3020 NEXT J1:DN=0#:FOR J1=1 TO K:GN=GN+A(J1,KP1)*A(J1,KP1):NEXT J1:
FOR J1=1 TO K:A(J1,KP2)=CDBL(SQR(A(J1,J1))):NEXT J1
3030 FOR J1=1 TO K:A(J1,KP1)=A(J1,KP1)/A(J1,KP2):FOR J2=1 TO K:
A(J1,J2)=A(J1,J2)/A(J1,KP2)*A(J2,KP2):NEXT J2:NEXT J1:
FL=FLA/XFNU:GOTO 3050
3040 FL=XFNU*FL
3050 FOR J1=1 TO K:FOR J2=1 TO KP1:AC(J1,J2)=A(J1,J2):NEXT J2:
AC(J1,J1)=AC(J1,J1)+FL:NEXT J1
3060 FOR L1=1 TO K:L2=L1+1:
FOR L3=L2 TO KP1:AC(L1,L3)=AC(L1,L3)/AC(L1,L1):NEXT L3
3070 FOR L3=1 TO K:O5=L1-L3:IF O5=0# THEN 3060,ELSE FOR L4=L2 TO KP1:
AC(L3,L4)=AC(L3,L4)-AC(L1,L4)*AC(L3,L1):NEXT L4
3080 NEXT L3:NEXT L1:DN=0#:DB=0#
3090 FOR J1=1 TO K:AC(J1,KP2)=AC(J1,KP1)/A(J1,KP2):J2=KB11+J1:
O6=A(J1)+AC(J1,KP2):IF BMAX(J1)<O6 THEN 3100,ELSE O7=O6:GOTO 3110
3100 O7=BMAX(J1)
3110 IF BMIN(J1)>O7 THEN 3120,ELSE O8=O7:GOTO 3130
3120 O8=BMIN(J1)
3130 P(J2)=O6:DB=DB+AC(J1,KP2)*A(J1,KP1)*A(J1,KP2):
DN=DN+AC(J1,KP2)*AC(J1,KP2):AC(J1,KP2)=P(J2)-B(J1):NEXT J1
3140 RCDN=CDBL(SQR(DN)):RCSN=CDBL(SQR(GN)):COSB=DB/(RCDN*RCGN):JGAN=0:
IF COSB>=0# THEN 3150,ELSE JGAN=2-COSB=-COSB
3150 IF COSB<1# THEN 3160,ELSE O9=1#:GOTO 3170
3160 O9=COSB#
3170 COSB=O9:GOSUB 3360:DAM=180#*ARCCOSB/3.141592653589793#:
IF JGAN>0 THEN 3180,ELSE GOTO 3190
3180 GANM=180#-GANM
3190 FOR JH1=1 TO K:BB(JH1)=P(KB11+JH1):NEXT JH1:GOSUB 3460:FOR JH1=1 TO N:
P(KZ1+JH1)=Z(JH1):NEXT JH1:PHI=0#:FOR J1=1 TO N:J2=KZ1+J1:
PHI=PHI+(P(J2)-Y(J1))^2:NEXT J1
3200 IF PH1<.0000000001# THEN 3340,ELSE IF I>0 THEN 3210,ELSE ICON=K:
GOTO 3300
3210 IF PH1=PH THEN 3270,ELSE ICON=0:FOR J1=1 TO K:J2=KB11+J1:
G10=ABS(AC(J1,KP2)):G11=IAU+ABS(P(J2)):G12=O10/O11:
IF G12>EPS THEN 3220,ELSE GOTO 3230
3220 ICON=ICON+1
3230 NEXT J1:IF ICON=0 THEN 3250,ELSE IF FL>1# AND GAMM>90# THEN 3240,ELSE
GOTO 3290
3240 ICON=-1:GOTO 3290
3250 IF FL>1# AND GAMM<=45# THEN 3260,ELSE GOTO 3290
3260 ICON=-4:GOTO 3290
3270 O13=I1-2:IF G13>0# THEN 3280,ELSE I1=I1+1:
ON I1 GOTO 2910,2920,3040
3280 IF FL<10000000# THEN 3040,ELSE ICON=-1
3290 FLA=FL:FOR J2=1 TO K:J3=KB11+J2:B(J3)=P(J3):NEXT J2
3300 FOR J2=1 TO N:J3=KZ1+J2:Z(J2)=P(J3):NEXT J2:PH=PH1:I=I+1:
IF N=K THEN 3320,ELSE SUI=0#:FOR JH1=1 TO N:SU=SU+Y(JH1):
NEXT JH1:YH=SU/L:N:SUI=0#:SU2=0#

```

```

3310 FOR J=1 TO N:SU1=SU1+(Y(J)-YF)*(Y(J)-YF):
SU2=SU2-(Y(J)-ZZ(J))*Y(J)-ZZ(J):NEXT J:SY=SU1/(N-1):
SYX=SU2/(R-K):R2=1H-(SYX/SY):RETURN
3320 R2=1H
3330 RETURN
3340 ICEN=0:GOTO 3290
3350 /-----
3360 /          ARC COS(X)
3370 /-----
3380 KY=0:IF COSG<-1H THEN COSG=-1H
3390 IF COSG>1H THEN COSG=1H
3400 IF COSG>=1H AND COSG<0H THEN KY=1
3410 IF COSG<0H THEN COSG=ABS(COSG)
3420 IF COSG=0H THEN 3450
3430 ARCCOSG=CDBL(ATN(CDBL(SQR(1H-COSG*COSG))/COSG)):IF KY=1 THEN 3440,
ELSE GOTO 3460
3440 ARCCOSG=S.141592653589773H-ARCCOSG:GOTO 3460
3450 ARCCOSG=1.57079632679449H
3460 RETURN
3470 /-----
3480 /          FUNCIONES CON b(I) <= BB(I) O Z(I)=0
3490 /-----
3500 IF ICA<>1 THEN 3560
3510 IF IFU<>1 THEN 3520,ELSE WW=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3540
3520 IF IFU<>2 THEN 3530,ELSE SE=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3540
3530 R=BB(1):XK=BB(2)
3540 UU=1H-SE:SUMA=0H:FOR M=1 TO 3:CO=CDBL(UU^(M+2))+CDBL(SE^(M+2)):
SUMA=SUMA+(BE(N)*(R^(M+1))*(XK^M)*CO/(M+2)):NEXT M:Z(1)=UU-SUMA-(WW/R)
3550 SUMA=0H:FOR M=1 TO 3:CO=CDBL(UU^(M+1))-CDBL(SE^(M+1)):
SUMA=SUMA+(BE(N)*(R^(M+1))*(XK^M)*CO/(M+1)):NEXT M:Z(2)=SUMA-1H
3560 RETURN
3570 /
3580 IF ICA<>2 THEN 3670
3590 IF IFU<>1 THEN 3600,ELSE WW=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3620
3600 IF IFU<>2 THEN 3610,ELSE XX=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3620
3610 R=BB(1):XK=BB(2)
3620 H=0H:R:AF0=H*((XX/SA)+((XX/SR)^2)+((XX/SC)^3))/V:AF1=3H*H*XX*XX/(SC^3):
AF1=AF1+(2H*H*XX/(SB*SB)):AF1=AF1+(H/SA):AF1=H*AF1/V:AF2=3H*H*H/(SC^3):
AF2=AF2+(H*H/(SB*SB)):AF2=H*AF2/V:AF3=H*H*H*H/(V*SB*SB*SC)
3630 SUMA=(AF0/2H)+(AF1*XK/6H)+(AF2*XK*XK/12H)+(AF3*XK*XK*XK/20H):
Z(1)=SUMA-(WW/R)
3640 SUMA=AF0+(AF1*XK/2H)+(AF2*XK*XK/3H)+(AF3*XK*XK*XK/4H):Z(2)=SUMA-1H
3650 RETURN
3660 /
3670 IF ICA<>3 THEN PRINT:PRINT TAB(10);
"">>>>> ERROR : NO EXISTE ESTE TIPO DE PERFIL":PRINT:STOP
3680 IF IFU<>1 THEN 3690,ELSE WW=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3710
3690 IF IFU<>2 THEN 3700,ELSE SE=BB(1):XK=BB(2):GOTO 3710
3700 R=BB(1):XK=BB(2)
3710 UU=1H-SE:XK=ABS(XK):SUMA=0H:FOR M=1 TO 3:CO=CDBL(UU^(M+2))+CDBL(SE^(M+2)):
SUMA=SUMA+(BE(N)*(R^(M+1))*(XK^M)*CO/(M+2)):NEXT M:Z(1)=UU+SUMA-(WW/R)
3720 SUMA=0H:FOR M=1 TO 3:CO=CDBL(UU^(M+1))-CDBL(SE^(M+1)):
SUMA=SUMA+(BE(N)*(R^(M+1))*(XK^M)*CO/(M+1)):NEXT M:Z(2)=SUMA-1H
3730 RETURN

```

-----  
 NOM. PGLYNUM.BAS  
 -----

```

3740
3750 '          COORDINATURA: LECTURA DE RAICES Y PESOS
3760 '
3770 OPEN A#% FOR INPUT AS #1
3780 INPUT #1,NG:1=1
3790 WHILE NOT EOF(1):INPUT #1,ZI(I),WI(I):I=I+1:WEND
3800 CLOSE #1
3810 RETURN
3820 '
3830 '          EVALUACION DE INTEGRALES
3840 '
3850 XI=CTE(INF):XS=CTE(ISU):SUM=0#:NN=NN+1
3860 DIVR=(XS-XI)/NRI:RINT(1,NN)=XI:RINT(NRI+1,NN)=XS:
FOR LUP=2 TO NRI:RINT(LUP,NN)=RINT(LUP-1,NN)+DIVR:NEXT LUP:
IF NN<>1 THEN 3870,ELSE GAI(1,1)=0#
3870 FOR LUP=2 TO NRI+1:RMA=(RINT(LUP,NN)-RINT(LUP-1,NN))/2#:
RPA=(RINT(LUP,NN)+RINT(LUP-1,NN))/2#:ADICION=0#
3880 FOR IG=1 TO NG:R=ZI(IG)*RMA+RPA:RR(IG,LUP-1,NN)=R:PRINT:PRINT TAB(10):
"PUNTO GLQ No.":;PRINT USING " #":IG;:PRINT TAB(32):"SUBINTERVALO No. ";:
PRINT USING " #":LUP-1
3890 X1I=TPO:X2I=TP1:GOSUB 2540
3900 ASE(10,LUP-1,NN)=B(1):AGA(IG,LUP-1,NN)=B(2)
3910 ADICION=ADICION-RMA*WI(IG)*XGA(IG,LUP-1,NN)*ZT/(1#-RF):TPO=B(1):
TP1=B(2):NEXT IG
3920 SUM=SUM+ADICION:ACUMULA=ACUMULA+ADICION:GAI(LUP,NN)=ACUMULA:NEXT LUP
3930 RETURN
3940 '
3950 '          EVALUACION DE PERFILES
3960 '
3970 IZZ=IZZ+1:IF IZ<>1 THEN 4070
3980 IF AFA<0# THEN 4030
3990 FOR I=1 TO 11:IF SI(I)>CON THEN 4010
+000 SUM=0#:FOR M=1 TO 3:CO=CDBL((CON-SI(I))^(M+1))-CDBL(CON^(M+1)):
SUM=SUM+(BE(M)*(ALT^(M+1))*(AFA^M)*CO/(M+1)):NEXT M:VZV(I,IZZ)=SUM:
GOTO 4020
+010 SUM=0#:FOR M=1 TO 3:CO=CDBL((1#-CON)^(M+1))-CDBL((SI(I)-CON)^(M+1)):
SUM=SUM+(BE(M)*(ALT^(M+1))*(AFA^M)*CO/(M+1)):NEXT M:VZV(I,IZZ)=1#-SUM
+020 NEXT I:GOTO 4100
4020 AFA=ABS(AFA):FOR I=1 TO 11:IF SI(I)>CON THEN 4050
+040 SUM=0#:FOR M=1 TO 3:CO=CDBL(CON^(M+1))-CDBL((CON-SI(I))^(M+1)):
SUM=SUM+(BE(M)*(ALT^(M+1))*(AFA^M)*CO/(M+1)):NEXT M:VZV(I,IZZ)=SUM:
GOTO 4060
4050 SUM=0#:FOR M=1 TO 3:CO=CDBL((1#-CON)^(M+1))-CDBL((SI(I)-CON)^(M+1)):
SUM=SUM+(BE(M)*(ALT^(M+1))*(AFA^M)*CO/(M+1)):NEXT M:VZV(I,IZZ)=1#-SUM
+060 NEXT I:GOTO 4100
+070 H=H0*ALT:AF0=H*((CON/SA)+(CON/SB)^2)+(CON/SC)^3)/V:
AF1=3#*H*CON*CON/(SC^3):AF1=AF1+(2#*H*CON/(SB*SB)):AF1=AF1+(H/SA):
AF1=H*AF1/V:AF2=3#*CON*H*H/(SC^3)
4080 AF2=AF2+(H*H/(SB*SB)):AF2=H*AF2/V:AF3=H*H*H*H/(V*SC*SC*SC)
+090 FOR I=1 TO 11:SUM=AF0*SI(I)+(AF1*AF1*SI(I)*SI(I)/2#):
SUM=SUM+(AF2*AF1*AF1*(SI(I)^3)/3#):SUM=SUM+(AF3*(AFA^3)*(SI(I)^4)/4#):
VZV(I,IZZ)=SUM:NEXT I
+100 RETURN
  
```