

48
2 ej-



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**RADIOTRAZADORES Y SUS APLICACIONES
AL MOVIMIENTO DE LOS FLUIDOS**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
F I S I C O
P R E S E N T A :
IRINEO PEDRO ZARAGOZA RIVERA



MEXICO, D. F.

1992

FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

INTRODUCCION	1
CAPITULO I	
CARACTERISTICAS DE LA RADIACION	1
1.1 INTERACCION DE LA RADIACION CON LA MATERIA.....	7
1.2 ATENUACION	12
CAPITULO II	
MODELOS EMPLEADOS PARA DESCRIBIR LOS PATRONES DE FLUJO DE FLUIDOS NEWTONIANOS	16
3.1 MODELOS DE LA FISICA TEORICA	16
3.2 MODELOS SEMIEMPIRICOS	32
CAPITULO III	
CARACTERISTICAS QUE DEBE SATISFACER EL TRAZADOR PARA MEDIR LOS PATRONES DE FLUJO DE LOS FLUIDOS	40
2.1 CONDICIONES DE EQUILIBRIO	40
2.2 ESTRUCTURA MOLECULAR	43
CAPITULO IV	
METODO PARA ESTIMAR PARAMETROS APLICADO AL MODELO DE TRAYECTORIAS PARALELAS	46
4.1 EJEMPLO PROPUESTO	46
4.2 METODO DE ESTIMACION PROPUESTO	48
4.3 RESULTADOS DE LA ESTIMACION	49
CAPITULO V	
APLICACIONES PARA DETERMINAR ANOMALIAS DE LOS FLUJOS DENTRO DE DIVERSOS EQUIPOS O FORMAS GEOMETRICAS	53
5.1 DESARROLLO EXPERIMENTAL	53
5.2 DATOS OBTENIDOS	59
5.3 ANALISIS DE LOS DATOS Y RESULTADOS	60
CAPITULO VI	
CONCLUSIONES	72
BIBLIOGRAFIA	74
APENDICE	76
APENDICE A	86
APENDICE B	87
APENDICE C	88

INTRODUCCION

Dentro de la industria se requiere aplicar la dinámica de los fluidos, particularmente en la industria de la transformación como es la industria química. Por ejemplo, para predecir el comportamiento de una torre de separación empacada es importante conocer el tipo de flujo de la fase gaseosa y líquida. Actualmente se ha reconocido que los fenómenos de transporte afectan enormemente el diseño, operación y control de los procesos químicos. Por lo que determinar los fenómenos del transporte de fluidos como: difusión, dispersión, absorción, etc., son de gran relevancia y aplicación en el diseño y operación de procesos químicos. Cada proceso químico industrial está diseñado para producir económicamente un producto deseado, el cual es tratado a través de una serie de pasos desde su materia prima hasta obtener el producto por medio de un cierto número de tratamientos físicos y/o químicos.

El diseño de un proceso no es único y muchas alternativas pueden ser propuestas, como es el caso de un proceso de equilibrio en donde se utilizan las propiedades de transporte termo-físicas. Además se requiere de información, conocimiento y experiencia de una gran variedad de áreas como la Termodinámica, Química, Mecánica de Fluidos, Transferencia de Calor, Transferencia de Masa, Economía, entre otras. Las que ayudan al diseño de plantas para mejorar su eficiencia y por lo tanto tener mejores resultados en la producción.

También es importante considerar un buen funcionamiento de los procesos en operación para poder maximizar su producción. Pero en ocasiones ocurren fallas o anomalías que tienden a desarrollarse dentro de los equipos de producción, por ejemplo, en una planta de reformación de hidrocarburos, donde se puede encontrar la existencia de fugas en el intercambiador de calor entre la carga y el producto reformado. Para determinar si existe dicha fuga se requiere de una serie de interrupciones en la producción, generando pérdidas. Como consecuencia de esto surgen investigaciones y el desarrollo de técnicas como una alternativa para determinar estos problemas con mayor rapidez, y ayudar a que

la interrupción de la producción sea lo más corta posible, además de poder adquirir información acerca de la geometría por donde circula el fluido (basándose en los modelos que se usan para el diseño de reactores), y del análisis de los resultados concluir la existencia de fugas en el recipiente en estudio.

Por lo que el objetivo de este trabajo es desarrollar un método de radiotrazado con aplicaciones en la industria de proceso, como la petroquímica, el cual proporcionará la información necesaria para el análisis del comportamiento de los fluidos en diferentes geometrías. Para llevar a cabo el análisis se utilizará la Distribución del Tiempo de Residencia (DTR), con el que se obtiene la descripción del comportamiento de los fluidos dentro de recipientes cerrados, empleando como trazador un elemento radiactivo, con emisión gamma.

El trabajo consiste de dos partes fundamentales: la teoría y el experimento. La primera parte está considerada en los primeros capítulos en donde se explica sobre el descubrimiento de la radiación a partir de los primeros trabajos que surgieron en este campo, las leyes que determinan las transformaciones de los núcleos, generando una clasificación de las partículas de acuerdo al tipo de emisión y determinar si ésta pertenece, al tipo alfa, beta o gamma. Además se da una descripción de los fenómenos de interacción de la radiación con la materia, la atenuación de la radiación, determinación de intensidad de la fuente, cálculos sobre blindajes y aspectos de la radiología para protección del personal.

Otro aspecto importante son los principios básicos que describen algunas propiedades de los fluidos como presión, velocidad y densidad, consideradas en las ecuaciones de Euler y Navier-Stokes. Estas ecuaciones determinan la dinámica de los fluidos. Existen otros conceptos para caracterizar un flujo, que no son tan formales desde el punto de vista físico, los cuales se les llama semiempíricos, y se conoce como el tiempo de residencia de una partícula (DTR). A partir de aquí con bases probabilísticas se deducen las funciones para DTR, teniendo un fin de aplicaciones en los experimentos de estímulo-respuesta entre los cuales se encuentra el método de radiotrazado.

El tipo de estudio de estímulo-respuesta requiere de trazadores que tengan las mismas propiedades termodinámicas del fluido en estudio para que se comporte en forma homogénea y poder determinar los patrones de flujo.

Se presenta el por qué de la selección de los radiotrazadores que emiten radiación gamma para el estudio de los equipos que se encuentran en la industria de la transformación.

Los trazadores tienen un gran número de aplicaciones tales como: medir la velocidad del flujo, caracterizar el tipo de flujo en sus dos formas turbulento o laminar, localizar fugas, o bien para obtener información del proceso de mezclado. Las geometrías más comunes son tuberías, recipientes cilíndricos o tanques de almacenamiento.

Debido a los objetivos y a las condiciones que se presentan comúnmente en la industria de la transformación, el trazador elegido debe emitir radiación gamma debido a su poder de penetración.

Se ilustra la generación de simulaciones de experimentos de estímulo-respuesta por medio de computadoras, caso que se ejemplifica al simular el comportamiento de un fluido en un proceso de recuperación. Se describe un método para estimar los parámetros de la función de tiempo de residencia de dispersión

Reuniendo los aspectos presentados anteriormente, se describe el método de radiotrazado que se ha desarrollado y se presenta una aplicación. Estos métodos son usados frecuentemente para la detección de fugas de plantas de proceso. Estas pueden ser plantas químicas de gran capacidad y complejas, consistiendo de varias partes como en el caso de una planta reformadora de gasolina. En particular se describe un intercambiador de calor EA-501, donde se lleva a cabo un estudio sobre fugas y determinación de los patrones de flujo causados por la geometría del recipiente. Presentándose los resultados obtenidos del estudio.

Por último se presentan las conclusiones de la tesis.

CAPITULO I

CARACTERISTICAS DE LA RADIACION

La radiación que producen algunas sustancias fue descubierta en 1896 por Antoine-Henri Becquerel^[1] cuando realizaba un experimento cuyo objetivo era comprobar que la fluorescencia, de una sustancia llamada sulfato de uranilo, emitía radiación parecida a los rayos X, para lo cual Becquerel expuso este compuesto al Sol, mientras permanecía sobre una placa fotográfica envuelta en papel negro. Su hipótesis era que la luz solar estimularía la fluorescencia del compuesto, y éste emitiría radiación. Estas radiaciones penetrarían el papel negro y producirían una impresión en la placa, sin embargo la placa fotográfica quedaba oscurecida por una intensa radiación, aun cuando no hubieran sido expuestas al Sol. Becquerel llegó así a la conclusión de que el fenómeno se debía al propio uranio contenido en el sulfato de uranilo y no a la fluorescencia ocasionada por la luz solar.

Marie Sklodowska, conocida como Madame Curie^[2], se dedicó a estudiar el nuevo campo abierto por Becquerel. Madame Curie propuso el término radiactividad para describir la capacidad que tiene el uranio de emitir radiaciones y consiguió demostrar el fenómeno en una segunda sustancia: el torio. G.Schmit^[3] basándose en el descubrimiento de la radiación del torio observó que la radiación se refracta por un prisma de vidrio de igual forma como lo hace la luz.

En 1899 Giesel^[4] Meyer y Schweidler^[5] mostraron que la radiación en parte puede ser deflectada al aplicarle un campo magnético perpendicular intenso con lo cual es posible definir su tipo. P. Villard mostró que una parte de la radiación que no es deflectada por el campo magnético puede en parte atravesar una capa delgada de materia. Una parte de la radiación deflectada se comporta como los electrones y se le denominó radiación beta y la parte que es deflectada en el sentido contrario a los rayos beta se le denominó radiación alfa. Rutherford^[6] en 1903 al aplicar un campo muy intenso a la radiación alfa observó que se comportan como cargas positivas. R.Strutt encontró que la radiación que no

es deflectada en campos magnéticos o eléctricos intensos tiene un alto poder de penetración y se le conoce como radiación gamma. Este proceso es llamado transformación nuclear, el cual es espontáneo y se caracteriza por ser un proceso estadístico.

La característica estadística indica que cada núcleo que no se ha transformado tiene igual probabilidad λ de transformarse en el siguiente intervalo de tiempo, es decir en un intervalo de tiempo dt , la probabilidad de que decaiga cada núcleo es λdt . Cuando existen N núcleos que no se han transformado al tiempo t , el número de núcleos dN que decaen, en el intervalo de tiempo entre t y $t + dt$ está dado por

$$dN = -\lambda N dt \quad (1.0.1)$$

el signo menos indica que N decrece conforme t aumenta. Suponiendo que la condición inicial es que existen N_0 átomos no estables que pueden transformarse al tiempo $t = 0$, integrando (1.0.1) se tiene

$$\int_N^{N_0} \frac{dN}{N} = - \int_0^t \lambda dt$$

$$N = N_0 \exp(-\lambda t) \quad (1.0.2)$$

N es el número de átomos no estables presentes a cualquier tiempo t .

La vida media, $t_{1/2}$ de cualquier elemento está definida como el intervalo de tiempo en el cual el número de átomos que se transforman decrece a la mitad. Lo que indica esto es que al substituir N por $N_0/2$ y t por $t_{1/2}$ en (1.0.2) se obtiene

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \exp(-\lambda t_{1/2})$$

Aplicando el logaritmo natural de ambos lados y despejando $t_{1/2}$ se tiene

$$t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \quad (1.0.3)$$

La vida promedio τ de un elemento se define como

$$\tau = \frac{\left| \int_0^\infty dN \right|}{N_0}$$

Usando la ecuación (1.0.1) y (1.0.2)

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} N_0 \exp(-\lambda t) dt}{N_0} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

La cantidad de radiación que emiten los átomos, no estables, depende de la actividad, λ , de un elemento, definida como el número de transformaciones por unidad de tiempo y está dada por

$$\lambda = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N$$

La unidad de la actividad en el sistema internacional de unidades es el becquerel, simbolizada por Bq y se define como: la cantidad de material radiactivo en la cual se transforma un átomo por segundo. También se usaba el Curie (Ci), el cual se define como: 1 Ci = 3.7×10^{10} Bq.

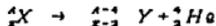
Dentro de todas las partículas que existen en el núcleo para el propósito de seleccionar los elementos que se usarán como radiotrazadores sólo cinco partículas o radiaciones son importantes. Estos son el neutrón, el protón, el electrón, el positrón y el fotón. De estas cinco partículas las más masivas son el protón y el neutrón, con masas del orden de 10^{-24} gr, el electrón una partícula ligera con masa del orden de 10^{-28} gr, todas en reposo.

El electrón, el positrón y el fotón no son elementos constituyentes del núcleo, pero son emitidos durante un decaimiento nuclear, el positrón tiene la masa del electrón con carga positiva, y el fotón es un quantum de radiación electromagnética que carece de carga, la cual es emitida por el núcleo y es llamada radiación gamma o también puede ser producida por una transición electrónica orbital donde los electrones cambian de estados energéticos con mayor energía a estados energéticos más bajos emitiendo la diferencia de energía como radiación electromagnética. Otro tipo de radiación que tiene una longitud de onda menor que 100 angstroms es llamada rayos X. La forma en que se diferencian los rayos X de la radiación gamma es por su origen.

La teoría de la transformación que propusieron Rutherford y Soddy en 1903, establece que al radiar el núcleo de un átomo cambia su especie. Existen cuatro familias de elementos radiactivos (Torio, Uranio, Neptunio y Actinio) que ocurren naturalmente. Cada familia tiene un elemento radiactivo llamado "padre" de larga vida media, que se transforma en otro elemento radiactivo, después de una serie de transformaciones donde emite alfas, betas y gammas, el proceso termina en un isótopo del plomo estable.

Cuando se lleva a cabo una emisión de la radiación la cual se conoce como transformación nuclear, ésta se caracteriza por su forma de emisión.

Transformación alfa. Es cuando un núcleo padre X se desintegra en un núcleo hijo Y y una partícula de helio.



Donde A es la masa atómica, Z el número atómico.

Usando el principio de conservación de momentum y energía se encontró la condición bajo la cual el núcleo decaerá por emisión alfa. Sea M_p , M_h y M_α las masas en reposo del núcleo padre, del núcleo hijo y de la partícula alfa. Como el núcleo padre está en reposo antes de decaer, su momentum lineal es cero. Para que se conserve el momentum la partícula alfa y el núcleo hijo viajan en direcciones contrarias. Sean E_h y E_α las energías totales del sistema antes y después de la transformación. Aplicando el principio de conservación de la energía se obtiene: $E_h = E_\alpha$ por lo que

$$M_p c^2 = M_h c^2 + K_h + M_\alpha c^2 + K_\alpha \quad (1.0.4)$$

donde K_h y K_α son las energías cinéticas del núcleo hijo y de la partícula alfa

$$Q = K_h + K_\alpha = (M_p - M_h - M_\alpha) c^2 \quad (1.0.5)$$

donde Q es la energía de desintegración total, la cual debe ser positiva para el decaimiento espontáneo. La condición para que la transformación alfa ocurra en un núcleo, es que la masa en reposo del núcleo padre sea mayor que la suma de las masas en reposo del

núcleo hijo y de la partícula alfa. El espectro de la transformación alfa es discreto, conforme a la teoría de la mecánica cuántica.

Transformación beta. Es cuando se emite un electrón del núcleo. Ocurre que la masa $m_{x,A}$ del núcleo inicial excede la masa $m_{x+1,A}$ del núcleo final más una masa en reposo del electrón, y difiere de la transformación alfa en que las partículas emitidas tienen un espectro continuo de energías, en lugar de unas energías discretas. La energía máxima en el espectro continuo corresponde a la diferencia de masas entre los átomos padres y el átomo hijo, lo que implica que la energía se conserva cuando el electrón emitido tiene la máxima energía observada. Pero cuando la energía del electrón es menor que el valor máximo parecería que se pierde energía. Pauli², en 1930, dió una explicación, al sugerir que una partícula "muy penetrante", el neutrino, era también emitida en la transformación beta y que esta partícula tiene la energía faltante. También explicaría la continuidad del espectro de la energía porque el momento y la energía pueden ser compartidos por el electrón y el antineutrino (o, en su caso, por el positrón y el neutrino con masa cero) en una proporción que depende de los ángulos relativos a los que son emitidos. En este proceso, un neutrón en el núcleo se transforma en un protón, un electrón y un antineutrino; este electrón expulsado del núcleo es llamado partícula beta. Tal emisión ocurre cuando el núcleo contiene un exceso de neutrones y para estabilizarse, el núcleo requiere de esta transformación. La emisión de un electrón ocurre si la masa $m_{x,A}$ del núcleo inicial excede la masa $m_{x+1,A}$ del núcleo final más una masa en reposo del electrón. El exceso de masa multiplicado por c^2 es igual a la energía E que queda disponible en la transformación. Esto es, la energía de transformación es

$$E = (m_{x,A} - (m_{x+1,A} + m_e))c^2 \quad (1.0.6)$$

Esta energía deberá ser positiva para que ocurra la transformación beta. Esto se puede escribir en términos de masa atómicas en reposo, como

$$E = (m_{x,A} + Zm_e - (m_{x+1,A} + Zm_e + m_e))c^2 \quad (1.0.7)$$

Despreciando las energías de enlace de los electrones al átomo y substituyendo las masas nucleares por las masas atómicas $M(Z) = m_p + Zm_n$, se obtiene el resultado simple de que la energía de transformación en la emisión del electrón es

$$E = (M_{Z,A} - M_{Z+1,A})c^2 \quad (1.0.8)$$

Se ve que la emisión del electrón ocurre cuando la masa atómica inicial excede la masa atómica final, ya que la masa del electrón sumada al átomo, se compensa por la masa del electrón emitida por el núcleo. Es decir, si $m_{Z,A} > m_{Z+1,A}$ la emisión del electrón puede ocurrir. Por la emisión de la partícula beta, el número atómico se incrementa en uno por la creación del nuevo protón; el número másico decrece sólo por la pequeña masa relativa del electrón emitido. Debido a esto, no se considera ningún cambio. La propiedad del nuevo núcleo es por lo tanto un elemento de número atómico mayor en una unidad que el isótopo inestable, esto es



Transformación gamma. Si el núcleo excitado no tiene suficiente energía para emitir otra partícula, el núcleo se transforma por interacción electromagnética, es decir, un núcleo en un estado excitado con energía E_1 tiene una transición a un estado más bajo (estado excitado o estado base) de energía E_2 . El exceso de energía

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

es emitida como radiación gamma. El espectro de la radiación gamma de un núcleo excitado consiste de energías discretas, las cuales indican que el núcleo tiene niveles de energías discretos. Y se puede decir que la energía de la radiación gamma emitida está dada por

$$\Delta E = E_1 - E_2 = h\nu \quad (1.0.10)$$

donde h es la constante de Planck y ν es la frecuencia del fotón emitido. El núcleo en su estado excitado, puede tener una vida promedio del orden de 10^{-16} segundos a 10^7 años.

1.1 INTERACCION DE LA RADIACION CON LA MATERIA

La detección de la radiación, depende básicamente de la forma en que interacciona con la materia. En las partículas cargadas su interacción se determina por la fuerza de Coulomb y en las partículas sin carga se lleva a cabo por otra interacción; ésta se puede ver como la transferencia de energía produciendo en ocasiones partículas cargadas. Tanto los rayos X como la radiación gamma transfieren toda o parte de su energía a los electrones que se encuentran en el medio, resultando electrones secundarios que tienen una cierta similitud a la radiación de electrones rápidos. Los mecanismos de interacción de la radiación gamma con la materia son tres: EFECTO FOTOELECTRICO, EFECTO COMPTON y PRODUCCION DE PARES; estos procesos muestran la transferencia parcial o total de la energía fotónica de la radiación gamma al electrón.

1.1.1 Efecto fotoeléctrico

El efecto fotoeléctrico sucede cuando un fotón interacciona con un átomo. El fotón desaparece completamente y en su lugar aparece un electrón energético expulsado de una de las capas del átomo. La interacción se lleva a cabo con el átomo como un todo y no toman lugar los electrones libres. Para radiación gamma con suficiente energía para liberar un electrón del átomo, éste electrón aparecerá con una energía dada por

$$E_{e-} = h\nu - E_b \quad (1.1.1)$$

donde E_b es la energía de ligadura del electrón en su capa original. Para energías de radiación gamma de más de unos cientos de keV, el electrón portará la mayoría de la energía del fotón original.

En este proceso también se crea una ionización del átomo del que se liberó el electrón, dejando un hueco en una de sus capas, el cual rápidamente es llenado a través de la captura de un electrón libre.

El efecto fotoeléctrico, es el modo predominante de interacción de la radiación gamma de baja energía (ver figura 1.1). Este fenómeno es mejorado si el material absorbente tiene un alto número atómico Z. Una aproximación de la probabilidad de absorción fotoeléctrica sobre el valor de ν y Z es

$$\epsilon = \text{const} \times \frac{Z^n}{(E_\gamma)^{3.5}}$$

(1.1.2)

donde el exponente n varía entre 4 y 5 en la región de energía de interés de la radiación gamma. Esta severa dependencia de la probabilidad de absorción fotoeléctrica con el número atómico del material absorbente es la razón primordial para la selección de materiales con valor alto de Z en la protección de la radiación gamma. Una gráfica de la absorción fotoeléctrica de la región que puede atravesar la radiación gamma en el material de detección, yoduro de sodio con trazas de talio, se muestra en la fig. 1.1.

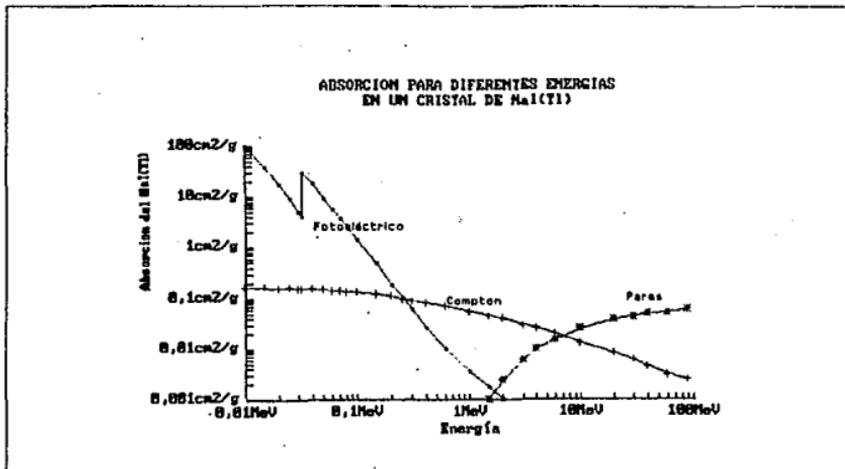


Figura 1.1 La dependencia de la energía de la radiación gamma en el proceso de interacción con el yoduro de sodio¹²³.

En la región de baja energía se observa que las discontinuidades de la curva aparecen entre 0.03 MeV y 0.04 MeV que corresponden a la energía de amarre de los electrones en varias de las capas del átomo absorbente, en donde el salto de energía se considera como un máximo que corresponde a la energía de amarre de la capa electrónica K. Para bajas energías de la radiación gamma, menores que el valor máximo, este proceso tiene

menor posibilidad de ocurrencia y por lo tanto la interacción probabilística desciende abruptamente. Absorciones similares ocurren para bajas energías correspondientes a las capas electrónicas L, M, ... del átomo.

1.1.2 Efecto Compton

El fenómeno del Efecto Compton: en tal fenómeno la interacción se lleva a cabo entre la radiación gamma como fotón que incide y un electrón en el material absorbente. Este es un mecanismo característico de interacción para energías típicas de la radiación gamma de una fuente de radioisótopos.

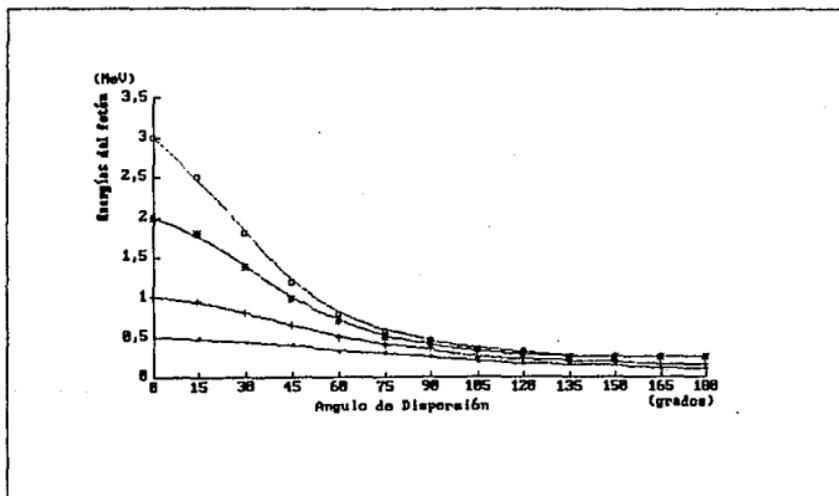


FIGURA 1.2 Variación de la energía de dispersión de la radiación gamma con el ángulo de dispersión¹⁰³.

En el efecto Compton la radiación gamma como fotón que incide, es desviado un ángulo θ con respecto a la dirección original. El fotón transfiere una parte de su energía al electrón (que inicialmente se encontraba en reposo). Debido a que todo ángulo de dispersión es posible, la transferencia de energía al electrón puede variar de cero a una fracción grande de la energía

de la radiación gamma, y la expresión que relaciona la transferencia de energía con el ángulo de dispersión puede cambiar al escribir las ecuaciones simultáneas para la conservación de la energía y momentum, y obtener la siguiente ecuación

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (1.1.3)$$

donde m_0c^2 es la energía en reposo del electrón (0.511MeV). Para pequeñas desviaciones del ángulo θ , una pequeña energía es transferida y parte de la energía original es siempre retenida por el fotón incidente cuando $\theta = \pi$. Una gráfica de la dispersión de un fotón de energía predicha de la ecuación 1.1.3 se muestra en la fig. 1.2.

La probabilidad del efecto Compton por átomo del material absorbente depende del número de electrones disponibles como blancos y por lo tanto se incrementa linealmente con Z . La dependencia de la energía de la radiación gamma se ilustra en la fig. 1.1 para el caso del yoduro de sodio que gradualmente decae con el incremento en la energía. La distribución angular de la dispersión de la radiación gamma se obtiene por la fórmula de Klein-Nishina. Considerando la derivación de la dispersión en una región que atraviesa $d\sigma/d\Omega$ se tiene

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Zr_0^2 \left(\frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \right)^2 \left(\frac{1 + \cos^2\theta}{2} \right) \left(1 + \frac{\alpha^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos^2\theta)(1 + \alpha(1 - \cos\theta))} \right)$$

donde $\alpha = h\nu/m_0c^2$ y r_0 el radio clásico del electrón.

1.1.3 Producción de Pares

El proceso de producción de pares se lleva a cabo si la energía de la radiación gamma excede el doble de la energía en reposo del electrón, o sea 1.02 MeV. Como una cuestión práctica, la probabilidad de esta interacción permanece muy baja hasta que la energía de la radiación gamma es mayor a varios MeV y por lo tanto la producción de pares es predominante. En este proceso los fotones o radiación gamma desaparecen y son reemplazados por un par electrón-positrón, donde el exceso de energía que portaba el fotón mayor a 1.02 MeV, que se necesitó para crear el par, se transforma en energía cinética del positrón y del electrón.

Subsecuentemente el positrón se aniquilará cuando se encuentre con un electrón en el medio absorbente, generando fotones como producto secundario de la interacción. El subsecuente destino de esta radiación de aniquilamiento tiene un efecto en la respuesta de los detectores de radiación gamma.

La magnitud de la probabilidad de la producción de pares por núcleo, varía aproximadamente como el cuadrado del número atómico del material absorbente. La importancia de la producción de pares aumenta repentinamente con la energía como se indica en la fig.1.1.

1.1.4 Importancia relativa

La importancia relativa de los tres procesos descritos anteriormente para diferentes materiales absorbentes y las energías de la radiación gamma se muestra en la fig.1.3.

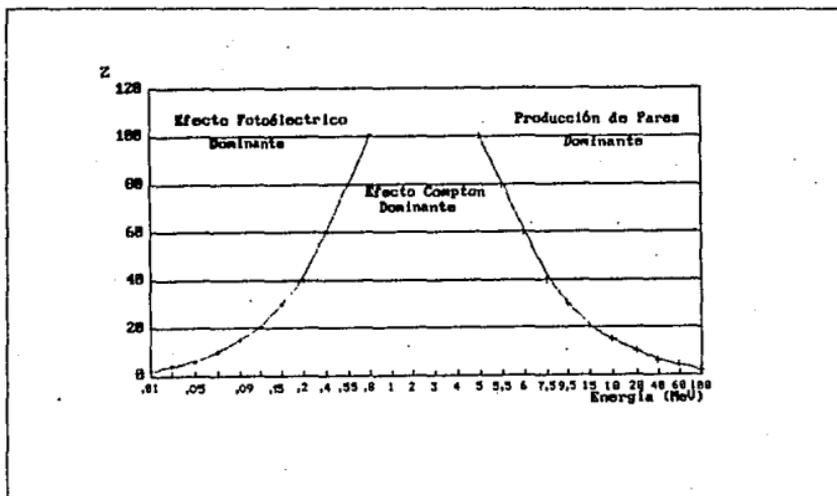


FIGURA 1.3 Los tres tipos de interacción gamma con la materia más importantes. Las líneas muestran los valores de Z y la energía en donde dos efectos tienen la misma intensidad⁴⁻²³.

La línea a la izquierda representa la energía donde el efecto fotoeléctrico y efecto Compton son igualmente probables considerada como una función del número atómico, y la línea de la derecha representa la energía donde el efecto Compton y la producción de pares son igualmente probables.

1.2 ATENUACION

La manera por la cual la radiación disminuye su energía es por la interacción con un gas, líquido o sólido, al pasar a través de éste.

Coefficiente de atenuación de la radiación gamma.

A partir de un experimento, conforme al diagrama de la fig.1.4, se determinó el coeficiente de atenuación de la radiación gamma, en donde la radiación gamma monoenergética es colimada en un haz angosto que incide en el detector después de pasar a través de un absorbedor de espesor variable. El resultado es una atenuación exponencial de la radiación gamma. Cada proceso de interacción elimina radiación gamma del haz como función de la distancia entre el detector y la fuente ya sea por absorción o por dispersión, y se caracterizan por la probabilidad de ocurrencia por unidad de longitud de la trayectoria en el material absorbedor. La suma de esas probabilidades es la probabilidad por unidad de longitud de la trayectoria de la radiación gamma que fué desviada por el material absorbedor de la dirección del haz, es decir, se considera radiación gamma en un intervalo de energía entre 0.001 y 2 MeV. En este intervalo predomina el efecto fotoeléctrico, sin embargo se considera la suma de los tres efectos característicos a la radiación gamma como se menciona a continuación.

$$\mu = \epsilon(\text{FOTOLECTRICO}) + \sigma(\text{COMPTON}) + \kappa(\text{PAR}) \quad (1.2.1)$$

se le llama coeficiente de atenuación lineal a μ .

El número de fotones transmitidos, I , depende del número de fotones, del espesor del material, del tipo de material, de la energía empleada y del número de fotones sin material absorbedor, I_0 , está dado como

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} \quad (1.2.2)$$

La radiación gamma puede caracterizarse por su trayectoria libre media δ definida como la distancia promedio de viaje en el absorbedor antes de que ocurra una interacción, este valor puede obtenerse de

$$\delta = \frac{\int_0^{\infty} x \exp(-\mu x) dx}{\int_0^{\infty} \exp(-\mu x) dx} = \frac{1}{\mu};$$

es el recíproco del coeficiente de atenuación lineal. El intervalo de valores de δ va de unos cuantos milímetros a unas decenas de centímetros en sólidos. El uso del coeficiente de atenuación lineal es limitado por el hecho de que éste varía con la densidad del absorbedor. Por lo tanto el coeficiente másico es más usado y está definido como

$$\text{COEFICIENTE DE ATENUACION MASICO} = \frac{\mu}{\rho}$$

donde ρ representa la densidad del medio. Para las energías de la radiación gamma, el coeficiente de atenuación másico no cambia con el estado físico del absorbedor, por ejemplo, es el mismo cuando se encuentra en su estado líquido o gaseoso.

El coeficiente de atenuación másico de un compuesto o de una mezcla de elementos puede calcularse de

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_c = \sum w_i \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_i \quad (1.2.3)$$

donde el factor w_i representa la fracción en peso másico del elemento i en el compuesto o mezcla.

En términos del coeficiente de atenuación másico, la ley de atenuación para la radiación gamma toma la forma

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(\left(-\frac{\mu}{\rho}\right)\rho t\right) \quad (1.2.4)$$

donde ρt es el espesor de la masa del absorbedor y es el parámetro significativo que determina el grado de atenuación, las unidades que se utilizan para el espesor son g/cm^2 .

En el experimento de atenuación de la radiación gamma descrito en la fig. 1.4, la radiación gamma es colimada en un haz angosto antes de incidir en el absorbente; algunas veces es caracterizado como una medida del "haz" o "buena geometría".

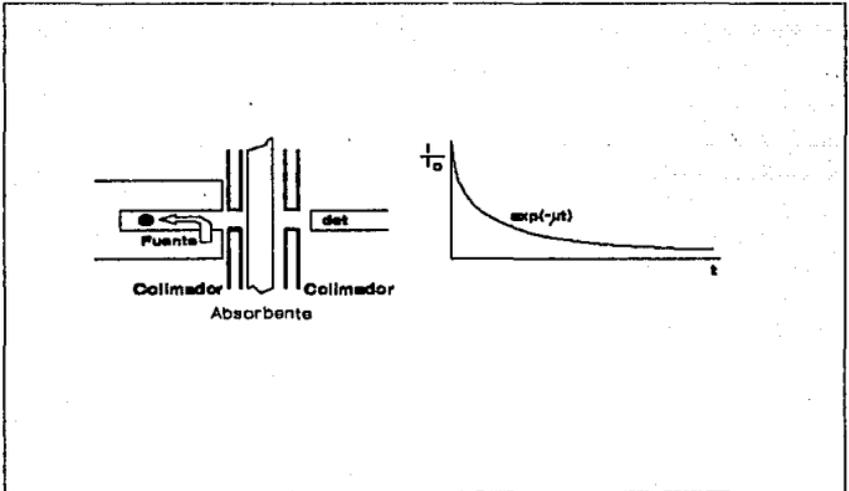


FIGURA 1.4 La curva exponencial descrita por la radiación gamma medida bajo una condición de "buena geometría"¹⁰.

La radiación gamma característica, emitida por la fuente y que interacciona con el absorbente es contada por el detector, pero las medidas reales difieren debido a que no existe una severa colimación. Los detectores pueden responder a la radiación gamma que llega directamente de la fuente y a los que son desviados por el material absorbente o en el otro tipo de radiación de un fotón secundario, por lo que muchos tipos de detectores son incapaces de distinguir entre estas posibilidades. Así que la medida de la señal del detector será mayor que la obtenida bajo una condición equivalente de buena geometría. Como consecuencia, las condiciones de atenuación exponencial no se cumplen debido a la mala colimación del haz de radiación gamma y a la contribución adicional de radiación gamma secundaria. Por esto se reemplaza la ecuación (1.2.4) por la siguiente

$$\frac{I}{I_0} = B(t, E_\gamma) \exp(-\mu t) \quad (1.2.5)$$

El factor $B(t, E)$ es el llamado factor de reforzamiento. El factor se introduce como una corrección a la razón de variación de conteo de la radiación gamma con el espesor del material absorbedor. El factor depende del tipo de detector y de la geometría específica del experimento. Cuando la respuesta en el detector sólo es para la radiación gamma colimada y sin modificaciones de su energía, este factor es igual a la unidad.

CAPITULO II

MODELOS EMPLEADOS PARA DESCRIBIR LOS PATRONES DE FLUJO DE FLUIDOS NEWTONIANOS

Para describir el comportamiento del fluido se requiere utilizar la parte formal de la mecánica de fluidos además de una parte experimental, aspectos que permiten obtener información sobre las propiedades del comportamiento dinámico del fluido en estudio. Los cuales son utilizados para obtener soluciones a problemas reales de la industria. Por lo que a continuación se presentan algunos modelos utilizados en la teoría y otros para describir datos experimentales.

2.1 MODELOS DE LA FISICA TEORICA

Cuando se habla de la física teórica se hace referencia a la teoría que se desarrolla desde un punto de vista formal basándose en los fundamentos matemáticos para su demostración. En particular si se trata la mecánica de fluidos se tienen como base las funciones espaciales y temporales que forman parte del formalismo matemático de la física teórica, siendo este hecho no sólo consecuencia de cálculos sino de técnicas usadas para determinar ciertas teorías.

2.1.1 DINAMICA DE LOS FLUIDOS

El estudio de las propiedades de un fluido se debe realizar cuando éste se encuentra en movimiento. La manera de describir el movimiento de un fluido puede ser al seguir cada punto individual del fluido, para lo cual se asignan las coordenadas cartesianas x , y , z a cada partícula del fluido como una función del tiempo, lográndose determinar completamente al sistema. Cualquier propiedad cuantificable que permita describir el estado del fluido se considera una función $f(x,y,z)$, usando como parámetro al tiempo. La razón de cambio de la propiedad con respecto al tiempo de un punto dado es la derivada total de la función con respecto al tiempo. Lo anterior se ilustra con las siguientes propiedades cuantificables: presión, volumen, velocidad y densidad.

2.1.1.1 Presión

La razón de cambio de la presión se obtiene de reconocer que el cambio en la presión Δp que ocurre durante el tiempo Δt sobre una partícula del fluido en movimiento, se asocia al cambio de posición del punto (x, y, z) al punto $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$ durante este tiempo

$$\Delta p = p(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, t + \Delta t) - p(x, y, z, t) \quad (2.1.1)$$

Al emplear el desarrollo de Taylor a primer orden se tiene

$$\Delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\Delta x + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)\Delta y + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\Delta z + \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)\Delta t + O(\Delta x^2, \Delta y^2, \Delta z^2, \Delta t^2)$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación por Δt y tomando el límite cuando Δt tiende a cero se obtiene

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + V_x \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) + V_y \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) + V_z \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) \quad (2.1.2)$$

Usando notación vectorial se tiene

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)p$$

La ecuación anterior determina la presión aplicada que actúan sobre las partículas del fluido en el espacio de coordenadas y en el tiempo, por lo que el operador

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \quad (2.1.3)$$

se obtiene para la propiedad en estudio (como la presión) y si se le aplica a la función deseada proporciona la razón de cambio de dicha función en el tiempo.

2.1.1.2 Volumen

Se considera un pequeño volumen, δV , del fluido, que se mueve de manera que siempre tiene las mismas partículas. δV cambia con el tiempo y además si se supone que tiene sección rectangular, en el tiempo t , se tiene

$$\delta V = \delta x \delta y \delta z$$

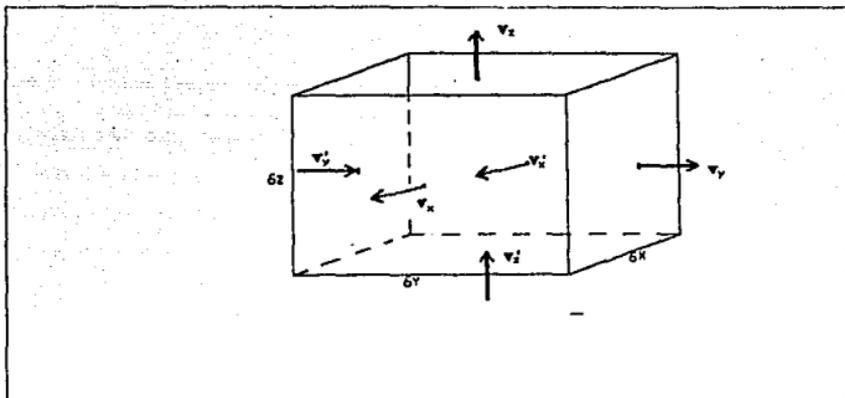


FIGURA 2.1 Expansión de un elemento de fluido.

De hecho la velocidad de cada una de las caras paralelas puede ser distinta o sea que la forma geométrica del volumen cambia, así que δx , δy , δz cambian con el tiempo a una razón igual a la diferencia entre esas velocidades, o sea

$$\begin{aligned} \frac{d\delta x}{dt} &= \frac{\partial v_x}{\partial x} \delta x \\ \frac{d\delta y}{dt} &= \frac{\partial v_y}{\partial y} \delta y \\ \frac{d\delta z}{dt} &= \frac{\partial v_z}{\partial z} \delta z \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

La obtención de estas relaciones se describe en el apéndice B.

Empleando notación vectorial, la razón de cambio de δV con respecto al tiempo está dada por

$$\frac{d\delta V}{dt} = \nabla \cdot \vec{v} \delta V \quad (2.1.5)$$

La razón de cambio del volumen total, si $V = \sum \delta V$ se obtiene como

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \sum \delta V = \sum \frac{d\delta V}{dt} \quad (2.1.6)$$

Considerando el límite de la suma cuando el elemento de volumen, δV tiende a cero y empleando (2.1.5) se obtiene la integral

$$\frac{dV}{dt} = \lim_{\delta V \rightarrow 0} \sum \nabla \cdot \vec{u} \delta V = \iiint_V \nabla \cdot \vec{u} dV \quad (2.1.7)$$

Aplicando el teorema de la divergencia de Gauss a (2.1.7) se obtiene

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{u} dV = \iint_S \hat{n} \cdot \vec{u} dS \quad (2.1.8)$$

donde S es la superficie que encierra al volumen V , \hat{n} es el vector unitario normal a la superficie, y $\hat{n} \cdot \vec{u}$ es la proyección del vector velocidad sobre la perpendicular del elemento de superficie dS , o sea que la razón de cambio del volumen, por el movimiento del fluido, en un tiempo dt está dado por

$$\frac{dV}{dt} = \iint_S \hat{n} \cdot \vec{u} dS \quad (2.1.9)$$

La ecuación anterior determina cómo cambia el volumen de un fluido con respecto al tiempo, considerando que el flujo atraviesa una superficie de una geometría dada.

Si el fluido es incompresible, entonces el volumen de cada elemento del fluido debe permanecer constante

$$\frac{d\delta V}{dt} = \nabla \cdot \vec{u} \delta V = 0 \quad (2.1.10)$$

lo que implica que la divergencia de la velocidad es cero o sea

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

De lo anterior se puede afirmar que el flujo que pasa a través del elemento de superficie en un intervalo de tiempo dado es el mismo.

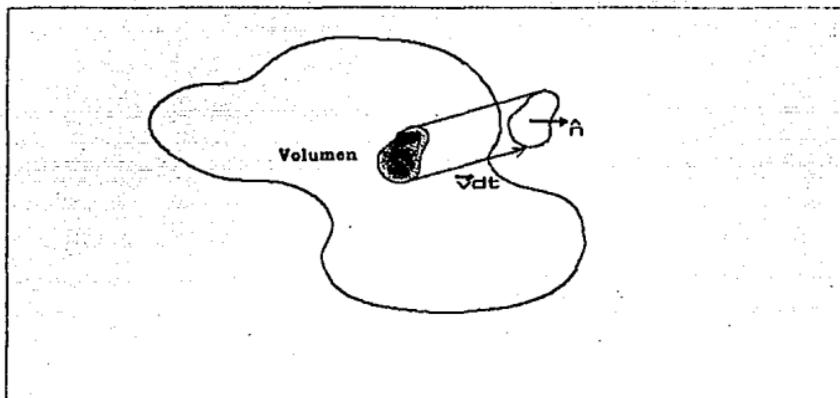


FIGURA 2.2. Incremento en el volumen debido al incremento en la superficie.

2.1.1.3 Densidad

Si se aplica la misma suposición empleada en el volumen, que dice: "un pequeño volumen, δV del fluido, que se mueve de manera que siempre tiene las mismas partículas", se tiene el siguiente postulado equivalente: La masa de un elemento de fluido dado $\delta m = \rho \delta V$, permanece constante aunque la densidad y el volumen cambien, dado que el número de partículas es el mismo para δV . Lo que implica que

$$\frac{d\delta m}{dt} = \frac{d\rho \delta V}{dt} = 0 \quad (2.1.11)$$

Desarrollando la derivada del producto y usando la ecuación (2.1.5) se tiene

$$\delta V \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{d\delta V}{dt} - \delta V \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{u} \delta V = 0$$

Dividiendo todo por δV se obtiene

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.1.12)$$

Si la derivada total se desarrolla de acuerdo al operador (2.1.3) aplicado a ρ se tiene

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0$$

Como el gradiente es un operador diferencial la expresión anterior se puede reescribir como

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1.13)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de continuidad y describe el movimiento de la materia.

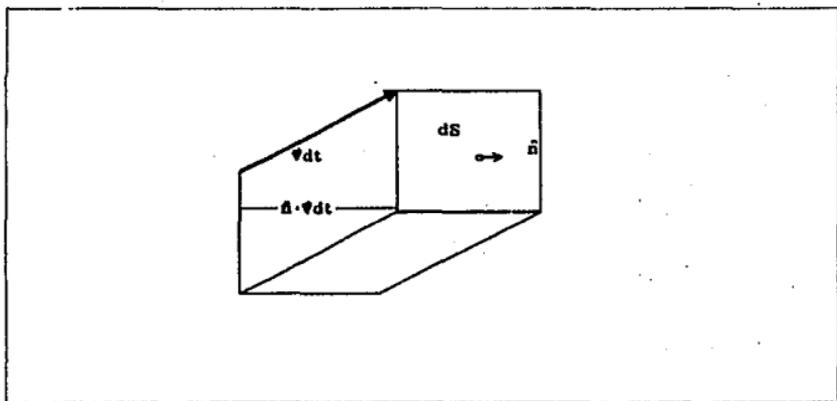


FIGURA 2.3 Flujo de un fluido a través de un elemento de superficie.

De manera parecida puede calcularse la razón de cambio de flujo de masa a través de una superficie \$S\$, fija en el espacio. Al considerar, un elemento de superficie \$dS\$, donde \$\vec{n}\$ es el vector normal a \$dS\$, se construye un cilindro, mediante el movimiento de \$dS\$ a través de una distancia \$\vec{n} \cdot \vec{v} dt\$ en la dirección de \$-\vec{v}\$, entonces, en un tiempo \$dt\$ toda la materia de este cilindro, con sección transversal \$dS\$, pasará a través de la superficie \$dS\$. (fig.2.3). La cantidad de masa considerada en este cilindro es

$$\rho \vec{n} \cdot \vec{v} dt dS$$

donde \vec{u} es la velocidad perpendicular a la cara dS . El flujo de masa a través de una superficie S al tiempo t es

$$\frac{dm}{dt} = \int_S \rho \vec{n} \cdot \vec{u} dS \quad (2.1.14)$$

Si \vec{u} es positivo, el flujo de masa que pasa a través de S está en la dirección de \vec{n} , y si es negativo el flujo de masa está en la dirección contraria. Considerando la densidad del momentum como la corriente de masa con velocidad \vec{v} , en cualquier dirección, se obtiene la razón del flujo de masa por unidad de área en la dirección de ésta.

Cuando se considera un volumen fijo se puede dar una interpretación a la ecuación de continuidad. El volumen estará acotado por una superficie S la cual contiene un vector normal \vec{n} por lo que la ecuación es

$$\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \iint_S \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV = 0 \quad (2.1.15)$$

Si se considera la diferencial del tiempo fuera de la integral en el primer término y se aplica el teorema de la divergencia de Gauss a la segunda integral se obtendrá

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV = - \iint_S \vec{n} \cdot (\rho \vec{v}) dS \quad (2.1.16)$$

Esta relación funcional establece la igualdad entre la razón del incremento de masa del volumen V y la razón del flujo de masa saliente (valor negativo) que cruza la superficie (del volumen V).

2.1.1.4 Velocidad

El desarrollo matemático respecto a la velocidad de una partícula del fluido, se lleva a cabo considerando el sistema de coordenadas x, y, z y tomando a la velocidad como una función de éstas, a un cierto tiempo t ; la velocidad $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$. Además, si se utiliza el operador (2.1.3), para un incremento de tiempo $t + dt$ de la partícula que originalmente se encontraba en el punto (x, y, z) y que después estará en el punto $(x + u, dt, y + v, dt, z + w, dt)$;

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \quad (2.1.17)$$

La ecuación anterior determina cuál es la velocidad de una partícula del fluido.

La dinámica que describe una partícula se puede analizar por medio de la razón de cambio del vector velocidad de la partícula, respecto del tiempo, por lo que se obtiene

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}$$

2.1.2 ANALISIS DE ALGUNOS FLUIDOS

Existen varias clases de fluidos de interés para la mecánica de fluidos, como son los incompresibles y viscosos. A continuación se realiza un análisis de estos dos fluidos, utilizando las propiedades derivadas en 2.1.1.

2.1.2.1 FLUIDO IDEAL

Un fluido ideal se caracteriza por ser un fluido no viscoso, donde no existen esfuerzos cortantes y que siempre está en equilibrio termodinámico y mecánico. Si el fluido se considera sujeto a un campo de fuerzas, entonces es posible calcular las fuerzas que actúan sobre un volumen V del fluido. Por definición de fluido ideal, no existen las fuerzas de rozamiento originadas por la viscosidad, por lo que la fuerza resultante producida por la presión es

$$F_s = - \int_S p \vec{n} dS \quad (2.1.18)$$

S es la superficie que contiene al volumen V , \vec{n} es el vector normal unitario a dS . Transformando en una integral de volumen, por el teorema del gradiente se tiene

$$- \int_S p \vec{n} dS = - \int_V \nabla p dV$$

en donde se dice que una fuerza, $-\text{grad}(p)$, actúa por unidad de volumen del fluido. Usando la segunda ley de Newton, se obtiene la relación de la fuerza total que actúa en el volumen

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i \quad (2.1.19)$$

En este caso si $a = dv/dt$ y F_p es la fuerza total para el fluido ideal, de (2.1.18) y (2.1.19) se obtiene

$$\iiint_V \rho \frac{d\vec{v}}{dt} dV = - \iiint_V \nabla p dV$$

o lo que es lo mismo

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla(p)$$

Utilizando (2.1.17) y dividiendo por ρ

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = - (1/\rho) \nabla p \quad (2.1.20)$$

ecuación que describe la dinámica de un fluido ideal y se conoce como la ecuación de Euler.

Si el fluido está en un campo gravitacional, entonces la fuerza \vec{g} donde g es la aceleración de la gravedad, actúa sobre cualquier unidad de volumen. Por lo que esta fuerza debe anexarse a la fuerza total en la ecuación (2.1.19) obteniéndose la ecuación (2.1.21).

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = - (1/\rho) \nabla p + \vec{g} \quad (2.1.21)$$

2.1.2.2 FLUIDO VISCOSO INCOMPRESIBLE

La viscosidad es la propiedad del fluido que indica la resistencia que opone a los esfuerzos cortantes; esta propiedad del fluido es muy útil para describir el movimiento de los fluidos. Debido a esto un fluido que presente dicha propiedad, para el caso ideal, se le denominará fluido viscoso incompresible.

Se realizará el estudio del efecto de la disipación de la energía, que ocurre durante el movimiento de un fluido para obtener su ecuación. Este proceso es el resultado de la termodinámica irreversible del movimiento. Esta irreversibilidad siempre ocurre con algún grado, y es debido a la fricción interna (viscosidad) y la conducción térmica.

Como la ecuación de continuidad es válida para cualquier fluido, sea viscoso o no, para obtener la ecuación de movimiento de un fluido viscoso se tienen que incluir algunos términos adicionales en la ecuación de movimiento de un fluido ideal (2.1.20). La ecuación de Euler modificada, será

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = -\frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} \quad (2.1.1.1)$$

(su modificación se puede ver en el apéndice A) τ_{ik} es el tensor de momento de la densidad del flujo que representa una transferencia reversible del momento, debido simplemente, al transporte mecánico de las partículas del fluido de un lugar a otro y a las fuerzas de presión que actúan en el fluido. La viscosidad (fricción interna) contribuye en forma irreversible en la transferencia de momento de las partículas con velocidad mayor a las partículas vecinas con velocidad menor (dado que es un fluido homogéneo).

La ecuación de un fluido viscoso se deduce al anexarle al momento del flujo "ideal" el término $-\sigma_{ik}$ que describe la transferencia irreversible de momento en el fluido "viscoso", por lo que el tensor de momento de la densidad del flujo en un fluido viscoso será

$$\Pi_{ik} = p\delta_{ik} + \rho v_i v_k - \sigma_{ik} = -\sigma_{ik} + \rho v_i v_k \quad (2.1.1.2)$$

donde el tensor de esfuerzos es

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + \sigma_{ik}^*$$

σ_{ik}^* es el tensor de esfuerzos de la viscosidad. El proceso de fricción interna que ocurre en un fluido cuando diferentes partículas de un fluido se mueven con diferentes velocidades genera un movimiento relativo entre los componentes del fluido. Por otro lado el tensor de la viscosidad depende de las derivadas espaciales de la velocidad. Si el gradiente de velocidad es pequeño, la transferencia de momento debido a la viscosidad depende sólo del desarrollo de Taylor a primer orden, por lo que si la velocidad es constante, el tensor de la viscosidad es cero. También se anula cuando todo el fluido está en rotación uniforme, o sea con velocidad angular constante, Ω , por lo que la suma

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \quad (2.1.1.3)$$

es una combinación lineal de $\partial v_i / \partial x_k$, y se anula cuando $\vec{v} = \Omega \times \vec{r}$.

El tensor de esfuerzos de la viscosidad más general de segundo orden es

$$\sigma_{ik}^* = a \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) + b \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \delta_{ik} \quad (2.1.1.4)$$

donde a y b son independientes de la velocidad. Es conveniente reescribir la expresión anterior, donde las constantes a y b son reemplazadas por otras constantes

$$\sigma_{ik}^* = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) + \psi \delta_{ik} \frac{\partial v_l}{\partial x_l}$$

donde η y ψ son los coeficientes de viscosidad ambos son función de la temperatura y presión, además positivos.

La ecuación de movimiento de un fluido viscoso se obtiene, simplemente, anexando la expresión $\partial v_i / \partial x_k$, del lado derecho de la ecuación de Euler (2.1.20), con lo que se tiene

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ik}^*}{\partial x_k}$$

en donde

$$\frac{\partial \sigma_{ik}^*}{\partial x_k} = \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k \partial x_k} + \left(\psi + \frac{1}{3} \eta \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial v_l}{\partial x_l}$$

como

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = \text{div } \vec{v}$$

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k \partial x_k} = \nabla^2 v_i$$

La ecuación de movimiento de un fluido viscoso, escrito en forma vectorial

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla(p) + \eta \nabla^2 \vec{v} + \left(\psi + \frac{1}{3} \eta \right) \nabla \operatorname{div} \vec{v}.$$

Si el fluido se considera como incomprensible, la $\operatorname{div} \vec{v} = 0$, por lo que la ecuación de un fluido viscoso incomprensible será

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -(1/\rho) \nabla(p) + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{v}. \quad (2.1.1.6)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de Navier-Stokes. El tensor de esfuerzos toma la forma

$$\sigma_{ik} = -p \delta_{ik} + \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)$$

la razón

$$\nu = \eta / \rho$$

es llamada la viscosidad cinemática.

2.1.3 LEYES DE SIMILARIDAD

En los procesos de transporte térmico y mecánico, los números adimensionales juegan un papel muy importante, los cuales se usan para comprender el mecanismo de los procesos de transporte. También permiten la aplicación de resultados experimentales a muchos sistemas dinámicos con diferentes dimensiones y propiedades físicas.

Cada propiedad física tiene dimensiones fundamentales, por ejemplo: masa, longitud y tiempo o dimensiones derivadas como velocidad y aceleración. Sin embargo, todas las propiedades físicas pueden ser expresadas en términos de un conjunto de dimensiones fundamentales y las combinaciones de cantidades físicas producen números adimensionales.

El número de Reynolds para flujo de un fluido está definido como (2.1.4.1), donde esta combinación representa la razón entre la fuerza inercial por unidad de área y la fuerza de la viscosidad por unidad de área. Proporcionan información del régimen en que se encuentra el flujo (si es turbulento o no).

El análisis dimensional de los números adimensionales se basa en el principio básico de la homogeneidad dimensional, la cual establece que cantidades diferentes no pueden ser unidas para representar una situación física, o sea que las ecuaciones matemáticas deben ser dimensionalmente homogéneas.

Stokes, en 1850, mostró que dos sistemas de flujo con geometría similar, donde tienen el mismo número de Reynolds (que representa la combinación de la velocidad del fluido con la longitud y la viscosidad cinemática), presentan similitudes dinámicas. Rayleigh, en 1899, usó este método para ver cómo afecta la temperatura la viscosidad de un gas.

Buckingham¹⁹¹⁴, en 1914, desarrolló el teorema de Pi, el cual establece que en un problema físico en donde se tengan n variables que incluyan m dimensiones las variables se pueden agrupar en n-m parámetros adimensionales independientes, fundamento del análisis dimensional moderno. Nusselt, en 1915, aplicó este método extensivamente a la transferencia de calor, mostrando ser tan importante como el número de Reynolds en fluidos.

Cada ecuación homogénea dimensionalmente puede cambiarse a una forma que tenga solo grupos adimensionales de variables. Por ejemplo, considere la ecuación

$$P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_n = 0 \quad (2.1.2.1)$$

que al dividirla por uno de sus términos, por ejemplo P_0 , queda

$$1 + P_1/P_0 + P_2/P_0 + \dots + P_n/P_0 = 0. \quad (2.1.2.2)$$

donde los números adimensionales son $P_1/P_0, \dots, P_n/P_0$. Se puede reescribir como

$$f(D_1, D_2, \dots, D_n) = 0 \quad (2.1.2.3)$$

donde $D_1 = P_1/P_0, \dots$, etc, mostrando lo establecido sobre grupos adimensionales

En los fenómenos de transporte se requiere de resultados experimentales, por lo que si se reduce el número de variables entonces se requiere de menor información en la solución del problema.

La ley de similitud implica que dos procesos son similares si el valor numérico del número adimensional del proceso es el mismo. Por esta razón los fenómenos de transferencia de masa, calor y momento son comúnmente similares.

2.1.4 CARACTERIZACION DEL TIPO DE FLUJO

El flujo del fluido se puede caracterizar de acuerdo a sus propiedades, como se mencionó anteriormente. Tales propiedades son velocidad, densidad y viscosidad. Basándose en ellas se determina, por ejemplo, cómo son las trayectorias o líneas descritas por el flujo, también la interacción del fluido con sus alrededores como son las paredes de tuberías o recipientes. Tomando en cuenta lo anterior se realiza la caracterización de dos flujos que son importantes en la ingeniería y en la industria, siendo éstos el flujo laminar y el flujo turbulento.

Las fronteras que limitan al tipo de flujo contribuyen para caracterizarlo en flujo turbulento o laminar. Sin embargo la turbulencia puede presentarse en flujos sin fronteras, por ejemplo, en una propulsión a chorro, llamándose flujo turbulento libre. En el flujo laminar, el transporte de momento por difusión molecular es responsable de las propiedades de la viscosidad del fluido. En el flujo turbulento el movimiento irregular de los elementos del fluido generan un proceso de difusión. Estos resultados unidos a esfuerzos en el fluido, se conocen como esfuerzos turbulentos o de Reynolds. El coeficiente de rizo de la viscosidad y la conductividad de calor en el rizo son definidas, como el rizo λ (ele) y λ .

2.1.4.1 Flujo laminar

El flujo de un fluido, con velocidad lenta dentro de tuberías o placas paralelas, formará trayectorias o líneas de flujo regulares y bien definidas que caracterizan al flujo laminar. En 1883, Osborne Reynolds mostró que en una tubería, el flujo laminar depende del valor del número de Reynolds R , dado por la expresión adimensional

$$R = \frac{\rho v r}{\eta} \quad (2.1.4.1)$$

donde v es la velocidad del flujo promedio, r es el radio de la tubería, η es el coeficiente de viscosidad y ρ la densidad.

Se menciona que el flujo puede considerarse laminar, en el caso particular cuando se tienen tuberías convencionales, para valores del número de Reynolds R menores al intervalo de 2000 a 4000.

2.1.4.2 Flujo turbulento

Cuando la velocidad a través de la tubería se incrementa, al rebasar un cierto valor, se encuentra que el fluido en movimiento empezará a formar irregularidades como rizados, que se mueven en todas las direcciones y con diferentes intensidades, ocurriendo de forma aleatoria. En el caso de una tubería cuando esta transición ocurre, la presión por unidad de longitud se incrementa. A este tipo de flujo se le conoce como flujo turbulento.

En el experimento de Reynolds⁽²⁾, el flujo dentro de una tubería muestra que si el número de Reynolds del flujo es menor que 1000 permanecerá en régimen laminar, sin embargo a valores más grandes que el anterior, se produce un flujo turbio. Experimentos bajo condiciones controladas han mostrado que cuando existen disturbios en el flujo, el número de Reynolds es mayor a 2000, y bajo estas condiciones, el flujo cambia a régimen turbulento con un cambio brusco en la cantidad de movimiento.

Reynolds encontró la condición para la energía cuando el movimiento del flujo es turbio. Si la forma del disturbio es pequeña, el criterio indica que hay un incremento o decremento en la energía debido al movimiento turbio cuyo valor está definido para el número de Reynolds, el cual es único para cada disturbio o forma de rizo.

El flujo es estable para valores pequeños del número de Reynolds R . Los datos experimentales indican que cuando R aumenta, tiende al valor R_c el número de Reynolds crítico, y cuando sobrepasa este valor, el flujo es inestable y con disturbios infinitesimales. R_c no es una constante universal, ya que toma valores diferentes para cada tipo de fluido. La solución a la ecuación (2.1.20) determina el valor de la velocidad, siendo de la forma $e^{(-\lambda + i\omega)t}$ la cual tiene una parte real y una parte imaginaria. Se puede afirmar que cuando $R < R_c$ en las soluciones, la parte imaginaria de la frecuencia es cero; si $R > R_c$, la parte

imaginaria de la frecuencia es positiva. En el flujo turbulento para valores altos del número de Reynolds, se genera la presencia de una variación irregular en la velocidad.

Se puede considerar con más detalle la naturaleza de este movimiento irregular que se superpone en el flujo promedio. En este movimiento se observa cómo se torna en una superposición de rizos turbulentos de diferentes formas. La forma del rizo se considera como la magnitud promedio para la distancia en donde la velocidad varía apreciablemente. Cuando el número de Reynolds aumenta, primero aparecen rizos grandes, surgiendo después rizos pequeños; la magnitud de los rizos depende de la longitud l y de la variación en la velocidad Δv . Las frecuencias que corresponden a esos rizos son del orden de v/l que es el cociente entre la velocidad promedio v , su magnitud l y el tiempo. La longitud l aparece como una característica en R , siendo el número de Reynolds el que determina el tipo de flujo. Dentro de este número de Reynolds, se introduce el concepto cualitativo para diferentes tipos de formas de rizos turbulentos. Si l es la magnitud del rizo dado y v es su velocidad, entonces el número de Reynolds será

$$R_l \approx \frac{v_l l}{\nu}$$

este número dependerá de la forma del rizo.

2.1.4.3 Turbulencia local

Si se consideran las propiedades de la turbulencia como la relación de las formas de rizos l las cuales son pequeñas comparadas con la forma del rizo l , estas propiedades son las propiedades de turbulencia local, considerando al fluido lejos de toda superficie sólida.

Toda turbulencia a escala pequeña fuera de paredes sólidas se considera isotrópica. Se piensa que cuando sus dimensiones son pequeñas comparadas con l , las propiedades del flujo turbulento son independientes de la dirección de la velocidad promedio.

A.N. Kolmogorov^[10] encontró resultados importantes relacionados a las propiedades de la turbulencia local, que se obtienen de los argumentos de la ley de la similitud, en donde

primero se puede determinar, qué parámetros involucran las propiedades del flujo turbulento en regiones delimitadas, si sus dimensiones son pequeñas comparadas con l y grandes comparadas con λ , en donde la viscosidad del fluido empieza a ser importante. Los parámetros en cuestión son la densidad del fluido ρ y E la energía de disipación por unidad de tiempo y por unidad de masa del fluido, suponiendo que las propiedades locales de la turbulencia son independientes de la dimensión l y de la velocidad u del flujo como un todo. La magnitud de la variación en la velocidad depende de la magnitud de λ , τ y u por lo que de acuerdo a las dimensiones de la velocidad se tiene

$$u_{\lambda} \approx (E\lambda)^{1/3} \quad (2.1.5.1)$$

La ley de Kolmogorov y Obuklov indica que la variación de la velocidad para distancias pequeñas es proporcional a la raíz cúbica de la distancia. Para un fluido que se desplaza, una distancia τu en un intervalo de tiempo τ , de un punto particular del fluido, donde u es su velocidad, al sustituir λ se tiene

$$u_{\tau} \approx (E\tau u)^{1/3} \quad (2.1.5.2)$$

Esta es la variación de la velocidad en un intervalo de tiempo τ que es proporcional a la raíz cúbica del intervalo.

2.2 MODELOS SEMIEMPIRICOS

El objetivo principal de este trabajo es conocer el comportamiento de un fluido dentro de un recipiente cerrado, lo cual en general es complejo. Para poder predecir dicho comportamiento, es necesario conocer el tiempo que se encuentra cada partícula en el recipiente. A este enfoque se le conoce como la Distribución de Tiempos de Residencia (DTR). La obtención de tal distribución es mediante el método experimental denominado estímulo-respuesta. En este método se aplica una perturbación o señal como estímulo, el cual puede ser tipo escalón o pulso. El estímulo se logra mediante la inyección de un trazador en el fluido que entra al recipiente, obteniéndose la respuesta como una función de la cantidad de trazador a la salida del recipiente dependiente del tiempo. Este análisis se realiza por medio del uso de conceptos estadísticos y del balance de materia dentro del sistema analizado.

2.2.1 BALANCE DE MATERIA

Para realizar el análisis de los datos experimentales, se aplica un balance de materia. El balance de materia para cualquier producto y en cualquier recipiente cerrado, el cual puede ser un reactor, es el siguiente

$$FEP = FSP + FPP + FAP \quad (2.2.1-a)$$

donde FEP es el Flujo de Entrada del Producto, FSP es el Flujo de Salida del Producto, FPP es el Flujo Perdido del Producto y FAP es el Flujo Acumulado del Producto, todo refiriéndose a un sistema dado. En un recipiente puede ocurrir que la composición del fluido varíe con las coordenadas de posición en la dirección del flujo, en consecuencia, tendrá como ecuación para el balance de materia del componente A, referido a un elemento diferencial de volumen dV .

entrada = salida + flujo perdido por reacción química.

$$\text{ó} \quad FEP = FSP + FPP$$

La acumulación será cero si se supone un recipiente cerrado sin acumulación, y la ecuación en forma matemática para un reactante A será

$$F_A = (F_A + dF_A) + (-r_A)dV$$

F_A es el flujo de A que entra al sistema, $(F_A + dF_A)$ es el flujo de A que sale, $(-r_A)dV$ es la desaparición de A por reacción química y r_A es la velocidad de reacción; todo está en moles por unidad de tiempo. Realizando una simplificación, y considerando que $dF_A = F_{A0} dx_A$, donde F_{A0} es lo que entra de A al tiempo $t=0$, y x_A es la concentración del reactante A en el sistema, la ecuación resultante es

$$F_{A0} dx_A = r_A dV$$

Esta es la ecuación del balance de masa. Supóngase ahora que no existe reacción alguna: lo que entra es igual a lo que sale, por lo que la ecuación de balance de masa será

$$FEP = FSP \quad (2.2.1-b)$$

2.2.2 FUNCION DE DISTRIBUCION

Debido a que cada partícula en el flujo de un sistema posee una función del tiempo, la duración de la permanencia de la partícula en el sistema se da en términos probabilísticos. La

distribución del tiempo de residencia de las partículas está dada por una función $F(t)$, con las siguientes propiedades: $F(t)$ es una función creciente de t , la cual toma el valor 0, cuando $t=0$; tiende asintóticamente hacia el valor uno, conforme t tiende a infinito; la fracción de partículas cuyo tiempo de residencia excede a t está dado por la función complemento $F^c(t)$, definida como

$$F^c(t) = 1 - F(t) \quad (2.2.2)$$

La función complemento $F^c(t)$, es una función decreciente, la cual tiene el valor uno, al tiempo $t=0$, y tiende asintóticamente al valor 0, cuando t tiende a infinito. Debido a las propiedades anteriores, $F(t)$ y $F^c(t)$ se pueden interpretar como probabilidades. La función de densidad probabilística $f(t)$, es la derivada de la función $F(t)$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dF^c(t)}{dt}$$

$$\int_0^t f(t) dt = F(t) \quad (2.2.3)$$

La interpretación física que se da a esta función, es la probabilidad de que una partícula haya permanecido dentro de un recipiente un tiempo de residencia entre t y $t+dt$. El r -ésimo momento de la función de distribución está definido como

$$M(t^r) = \int_0^\infty t^r f(t) dt \quad (2.2.4)$$

en particular el primer momento de t es

$$M(t) = \int_0^\infty t f(t) dt$$

El primer momento es una medida del valor central de la distribución llamado esperanza matemática o comúnmente conocido como media o promedio aritmético. También suelen definirse los momentos centrales de la función, como la varianza de la distribución, definida por

$$V(t) = \int_0^\infty [t - M(t)]^2 f(t) dt = M(t^2) - M^2(t) \quad (2.2.5)$$

2.2.3 PROPIEDADES DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION

Como diferentes elementos del fluido siguen diferentes caminos a lo largo del recipiente, tardarán tiempos diferentes al pasar a través de éste; a la distribución de los tiempos que tardan en salir del recipiente, de todos los elementos del fluido que entraron, al tiempo $t=0$, al recipiente, se le llama Distribución del Tiempo de Residencia (DTR). Tal distribución debe cumplir con las propiedades de una función de distribución, por lo que se debe normalizar, lo que quiere decir que

$$\int_0^{\infty} E dt = 1 \quad (2.2.6)$$

Si se denota como $E dt$ a la fracción del flujo que sale del sistema en el intervalo de tiempo entre t y $t+dt$, de todos los elementos que entraron al sistema en el intervalo $t=0$ y $t-dt$ y la fracción del flujo con DTR menor a t , se tiene

$$\int_0^t E dt; -$$

mientras que la DTR superior a t , será

$$\int_t^{\infty} E dt = 1 - \int_0^t E dt \quad (2.2.7)$$

Esta integral es para cualquier tipo de flujo.

Una vez que se han determinado las propiedades de la función de distribución, para tener una idea de la señal del tiempo de residencia a la salida, se describirá la relación que existe entre la función DTR y las señales a la salida que caracterizan a dos distribuciones particulares. Si se tiene inicialmente el fluido sin trazador en régimen estacionario, (es decir, que todas las partículas siguen la misma trayectoria con DTR) y se le agrega a la entrada una señal de trazador, (la cual se considera como una función delta de Dirac, denominada también pulso), a la salida se tendrá una función que describe la DTR de las partículas, la cual puede ser, por ejemplo, una función pulso o el mismo escalón, que se pueden denotar por C y G . Las DTR son

las respuestas normalizadas del trazador en la corriente de salida en un cierto tiempo. Las ecuaciones para las dos distribuciones

$$\int_0^t C dt \quad (2.2.8)$$

$$\int_0^t G dt$$

son las DTR para la señal como pulso y la señal escalón respectivamente a la salida del recipiente.

Como es importante encontrar la relación entre C con E, se realizará un experimento de estímulo-respuesta, suponiendo que el fluido que inicialmente circula en el recipiente es un fluido en régimen estacionario. Se considera como punto inicial al tiempo $t=0$ y donde se encuentra el primer detector se considera la entrada del recipiente; aquí se agrega un pulso (del tipo delta de Dirac) con un trazador. La curva C representará la concentración del trazador en el fluido a la salida, siendo éste el punto donde se encuentra el segundo detector, la concentración del trazador dependerá del tiempo transcurrido entre un punto y otro de detección, obteniéndose una señal como resultado. Al comparar las dos curvas se obtiene lo siguiente

$$C = E ;$$

en este caso la concentración del trazador en el flujo saliente C es igual a la función de densidad E.

Para relacionar a G con E en el experimento, se considerará la circulación del fluido inicialmente al tiempo $t=0$. Este fluido se sustituye por trazador solamente, por lo que para el instante $t>0$, solamente el trazador tiene un DTR inferior a t. En consecuencia se tiene

$$G = \int_0^t E dt \quad (2.2.9)$$

$$\frac{dG}{dt} = E$$

En estas ecuaciones G es la fracción del trazador que ha salido del recipiente al tiempo t, por lo que la relación entre G con E es la rapidez de cambio de concentración del trazador en el fluido.

Otro concepto importante es el tiempo promedio, cuyo cálculo se deducirá. Como el tiempo promedio, t se obtiene como $t = V_r/v$ donde V_r es el volumen total del recipiente y v es el flujo del fluido. Para obtener el volumen total es necesario que

$$V_r = \sum V_s \times T$$

donde V_s es el volumen que ha salido del recipiente entre t y $t + dt$ y T es la fracción del fluido que permanece más de t segundos en el recipiente, lo cual se puede expresar en términos de E como

$$V_r = \int_0^{\infty} (v dt) \left(\int_t^{\infty} E(t) dt \right) \quad (2.2.10)$$

como $t = V_r / v$ la ecuación para el tiempo promedio, ver apéndice C, es

$$t = \int_0^{\infty} t E dt \quad (2.2.11)$$

Todas las relaciones indican cómo en los experimentos estímulo-respuesta que emplean tanto una señal escalón como un pulso, permiten encontrar la DTR y el tiempo promedio del fluido en el recipiente.

2.2.4 INTERPRETACION DE LA RESPUESTA

La información del trazador permite conocer el comportamiento del fluido en el recipiente directamente o en base a los modelos matemáticos conocidos; se sabe si el sistema es lineal o no lineal. Si se considera un proceso lineal el cambio en la magnitud del estímulo tiene un cambio proporcional a la magnitud en la respuesta, es decir

$$\frac{\Delta(\text{respuesta})}{\Delta \text{estímulo}} = K = \text{constante}$$

Obteniendo el límite, cuando t tiende a cero, e integrando se tiene

$$\text{respuesta} = K_i \text{ estímulo} + K_o \quad (2.2.12)$$

Los procesos que no satisfacen estas condiciones se dice que son no lineales. Cuando se tiene un sistema lineal se utilizan diversos modelos para el flujo del fluido, en donde se estiman diversos parámetros. Estos modelos pueden correlacionarse con

para predecir diversos aspectos de los equipos en operación, por ejemplo, en un yacimiento se puede predecir la recuperación. En los últimos capítulos se describe el análisis de modelos que determinan el comportamiento de un fluido utilizando el método de estímulo-respuesta, así mismo se simula un sistema en particular.

Diferentes modelos para el flujo pueden dar la misma curva de salida del trazador y en un proceso lineal todos ellos conducen a la misma respuesta, por lo que se puede utilizar cualquier modelo de flujo y si en éste se supone que cada elemento del fluido pasa a través del recipiente en donde no ocurre el proceso de difusión. La DTR del material en la corriente de salida indica cuánto tiempo ha permanecido en el recipiente en cada uno de estos elementos individuales, y la ecuación será

$$\bar{C}_A = \int_{t=0}^{\infty} C_A(t) E(t) dt \quad (2.2.13)$$

donde C_A es la concentración media del reactante en la corriente de salida y $C_A(t)$ es la concentración del reactante que permanece en un elemento del tiempo de residencia entre t y $t+dt$ y E es la fracción de la corriente de salida en el intervalo t y $t+dt$.

2.2.5 MODELOS PARA FLUJO NO IDEAL

Existen varios modelos que describen un flujo no ideal como los modelos de dispersión que consisten en establecer la analogía entre la mezcla del flujo real y la mezcla entre los procesos difusionales. Algunos modelos son útiles para explicar las desviaciones de los sistemas reales respecto al flujo pistón. Los modelos varían en complejidad, hay algunos que representan adecuadamente los lechos empacados y reactores tubulares, también se han propuesto modelos de dos a seis parámetros para representar lechos fluidizados.

Se puede considerar inicialmente el modelo de dispersión, en donde al flujo tipo pistón de un fluido se le superpone un grado de dispersión de mezclado, cuya magnitud es independiente de la posición dentro del recipiente. Esta condición indica que no existen zonas muertas, ni existen desviaciones o interrupción del fluido en el recipiente. En este modelo, variando las intensidades de turbulencia o las condiciones de mezclado se observa cómo varían las propiedades del flujo, desde el flujo ideal tipo pistón, hasta el flujo en mezcla completa o perfectamente agitado. El proceso de mezcla implica un

reagrupamiento o redistribución de materia por deslizamiento o formación de remolinos, y esto se repite un número considerable de veces durante el flujo del fluido a través del recipiente, considerando que estas perturbaciones son de naturaleza estadística, como ocurre con la difusión molecular. La ecuación diferencial que rige la difusión molecular unidimensional en x , viene dada por

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2.2.14)$$

siendo D el coeficiente de difusión molecular, que es un parámetro que caracteriza al proceso de difusión. Se realiza algo análogo para considerar todas las contribuciones del mezclado del fluido que circula en la dirección x . El modelo de dispersión es la forma adimensional, aprovechando las propiedades de similitud de la ecuación de difusión (2.2.14), con los siguientes cambios de variable;

$$z = \frac{x}{L}, \quad \theta = \frac{t}{\tau} = \frac{tu}{L}$$

los cuales hacen adimensional a la ecuación (2.2.14).

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} = \left(\frac{D}{uL} \right) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2.2.15)$$

donde (D/uL) se denomina módulo de dispersión del recipiente. Este parámetro mide el grado de dispersión axial, y su recíproco es conocido como el número de Peclet ($Pe = uL/D$). Cuando se tiene el caso de un pulso (estímulo-respuesta) tipo delta de Dirac, la solución es la ecuación

$$C(t) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\pi}{Pe}}} \exp\left[-(1-t/\tau)^2 Pe/4\right]$$

Si D/uL se acerca a 0, el flujo dentro del recipiente tiende a un flujo tipo pistón y si D/uL crece demasiado, el flujo dentro del recipiente tiende a un flujo perfectamente agitado.

CAPITULO III

CARACTERISTICAS QUE DEBE SATISFACER EL TRAZADOR PARA MEDIR LOS PATRONES DE FLUJO DE LOS FLUIDOS

El uso de los radioisótopos como trazadores ha tenido algunas ventajas, al considerar sus propiedades. Dentro de los radioisótopos se seleccionan los que emiten radiación gamma por la propiedad de ser muy penetrante, como se explicó en la sección 1.1.1, en particular por la ecuación (1.1.2), el material absorbedor debe de tener un número atómico alto, Z , para que la atenuación sea máxima. Por lo que si se desea conocer qué sucede dentro de un sistema cerrado, la radiación gamma será primordial para obtener información del sistema. Tal es el caso del uso de un radioisótopo para seguir el movimiento de un material a través de un proceso, conocida como la técnica de radiotrazado. El material que se utilice como trazador debe tener las mismas propiedades termodinámicas del fluido, por este motivo se hace un estudio de tales propiedades para mostrar que la alteración desde el punto de vista molecular y termodinámico que pudiese tener el trazador sobre el fluido en estudio sea nula o casi nula, con lo que se puede asegurar que el trazador se comportará en forma homogénea dentro del fluido.

3.1 Condiciones de equilibrio

Si se tiene un proceso espontáneo y en equilibrio termodinámico se tiene que

$$dS \geq dQ/T \quad (3.1a)$$

en donde dS se refiere a la entropía del sistema aislado, y no a la entropía final del sistema y su recipiente térmico (el intercambio de calor entre el fluido y sus alrededores no es considerado, porque el tiempo de estudio es corto). La desigualdad indica dos casos: primero, cuando es mayor se tiene un proceso irreversible, y segundo, en la igualdad se tiene un proceso reversible, el cual se consigue por una sucesión de estados de equilibrio.

Para cualquier sistema formado por dos fases en un sistema, por ejemplo, líquido y vapor, de una sola sustancia, en equilibrio, a temperatura y presión constante, y suponiendo que se transfiere una pequeña cantidad de una fase a otra, considerando que $dQ = dE + P dV$ la ecuación (3.1a) será

$$T dS \geq dE + P dV \quad (3.1b)$$

Utilizando la relación $dF = dE - TdS - SdT + PdV + VdP$ de la energía libre y substituyendo en (3.1b) se obtiene que el cambio en la energía libre será

$$dF \leq -SdT + VdP$$

Como la temperatura y la presión son constantes el cambio en la energía libre es cero. Mientras estén presentes ambas fases, una transferencia apreciable de una fase a otra, por ejemplo un mol, y no se perturba el equilibrio si la temperatura y presión son constantes es decir

$$\Delta F = 0 \quad (3.2)$$

por lo que si F_A es la energía libre molar de la sustancia A en una fase líquida y F_B la energía libre de la sustancia B, el paso de 1 mol de líquido al estado de vapor irá acompañado por un incremento F_B y una disminución F_A en la energía libre. Así

$$\Delta F = F_B - F_A$$

Para el caso de la ecuación (3.2) se tiene que

$$F_A = F_B$$

Del resultado anterior se puede concluir que dos fases en la misma sustancia están en equilibrio a una temperatura y presión dadas, si la energía libre molar es la misma en cada fase y si no hay cambios en el equilibrio termodinámico. Por ello se puede afirmar que si se agrega un trazador adquirirá las mismas propiedades del sistema si las cantidades del trazador agregado son pequeñas respecto al sistema, es decir, el trazador y el sistema en estudio están en equilibrio.

La parte del equilibrio termodinámico que se menciona indica que no habrá alteración. Por lo que ahora calcularemos cómo se lleva a cabo la transformación de un elemento radiactivo para indicar que la estructura molecular no tendrá variaciones apreciables. Si se realiza un cálculo en donde se considera un mol de elemento radiactivo y suponiendo que el isótopo sea el

Br-82 con una actividad de un Curie y vida media de 36 horas, la constante de transformación se calculará por la ecuación (1.0.3) obteniendo

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{36 \times 3600} = 5.348 \times 10^{-6} \quad (3.3)$$

Usando la ecuación (1.0.2), e integrando entre 0 y el tiempo T = 3.156×10^7 segundos (1 año) se obtiene el número de núcleos transformados a Kr-82 en ese lapso de tiempo; o sean

$$I = \int_0^T N(t) dt = 6.918 \times 10^{13} \quad (3.4)$$

Esto implica que después de un año se tiene una proporción entre el elemento original con el elemento transformado de 8.702×10^7 átomos de bromo, Br, por cada átomo de kriptón, Kr, elemento al que se transforma el bromo, o sea 0.115×10^{-2} ppm.

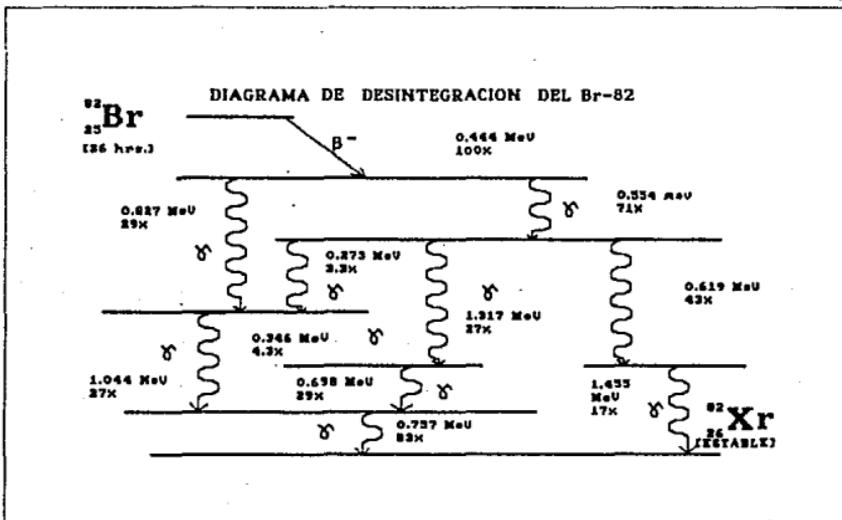


FIGURA 3.1 Esquema de la transformación del Br-82.

El resultado anterior indica que el material radiactivo se transforma en cantidades pequeñas y en lapsos de tiempo grandes comparados con los procesos termodinámicos de equilibrio, por lo que para fines prácticos se puede considerar al material trazador inyectado como un material que no se transforma durante los estudios. El cálculo realizado anteriormente es importante porque si el trazador tiene el elemento radiactivo Br-82, se puede afirmar que la estructura molecular del trazador no cambiará para fines prácticos.

3.2 Estructura molecular

En la petroquímica el fluido en estudio usualmente es un hidrocarburo, por ejemplo, la nafta está constituida de aromáticos, parafinas y naftenos, cuyas estructuras moleculares son una combinación de átomos de carbono e hidrógeno. Si el fluido que se va a estudiar tiene estas propiedades, el trazador debe tener estructura molecular similar a los hidrocarburos y los isótopos más indicados para formar moléculas combinadas con carbono e hidrógeno serían el Br-82 y el I-131 debido a que la unión de estos átomos forman moléculas halógenas con propiedades termodinámicas similares a los hidrocarburos como el caso de bromo benceno o bromuro de hexano.

Es bien conocido el hecho de que, aun cuando el yodo tiene una solubilidad bastante baja en agua (0.3kg^{-1}), es muchísimo más soluble en soluciones acuosas de yoduro de potasio. Por lo que se puede emplear en estudios de radiotrazado del agua.

TABLA 3.1

	T E (°C)	T F (°C)	Pto. Flash (°C)
Bromociclohexano	156.2	-30.7	51
O-Xileno	144.4	-25.2	32
Nonano	150.8	-53.5	31
Decano	174.1	-29.7	46

Otro ejemplo es al considerar a los hidrocarburos en el proceso de reformación, donde se lleva a cabo una serie de pasos, o tratamientos físicos y químicos que se realizan en diferentes unidades del proceso. Si se utiliza como trazador el bromociclohexano $\text{C}_6\text{H}_{11}\text{Br}$ que tiene las mismas propiedades de un aromático o parafina (ver tabla 3.1), se comporta como un hidrocarburo, por lo que el trazador describirá en forma

homogénea el movimiento del hidrocarburo en estudio. Este trazador emite radiación gamma con una energía de varios cientos de keV como se muestra en la figura 3.2. Ahora, si se tiene un sistema de detección, el cual puede constar de un detector de centelleo, con cristal de yoduro de sodio con trazas de talio NaI(Tl) y un contador, se podrá detectar el paso del trazador y como consecuencia del comportamiento del fluido en forma indirecta. Los fluidos por lo regular, se encuentran en recipientes cerrados o en tuberías, requiriéndose un trazador con la propiedad de que emita radiación penetrante, por ello se elige un emisor de gammas, debido a que la atenuación de la radiación de las paredes del tubo es baja, lo que facilita enormemente la detección del trazador, aspecto fundamental para el estudio.

Como regla general para elegir un trazador se tienen que analizar primero las propiedades termodinámicas y condiciones de fases del fluido, y luego seleccionar el trazador que tenga propiedad similar y que además su radiación proporcione información suficiente.

3.3 Técnicas para generar isótopos artificiales

Los átomos que tienen elementos con núcleos inestables se llaman isótopos radiactivos. Algunos isótopos son producto de las cadenas de desintegración natural y otros son producidos por el ser humano mediante la adición de neutrones, la adición de protones, además del proceso de fisión, que consiste en adicionar un neutrón a un núcleo pesado adquiriendo suficiente energía de excitación como se muestra en la figura 3.2. Estas técnicas se realizan por medio de reactores nucleares o de aceleradores de partículas. El núcleo inestable tiende al estado estable durante el cual se puede detectar y medir la intensidad de su radiación, que regularmente consiste en la radiación gamma.

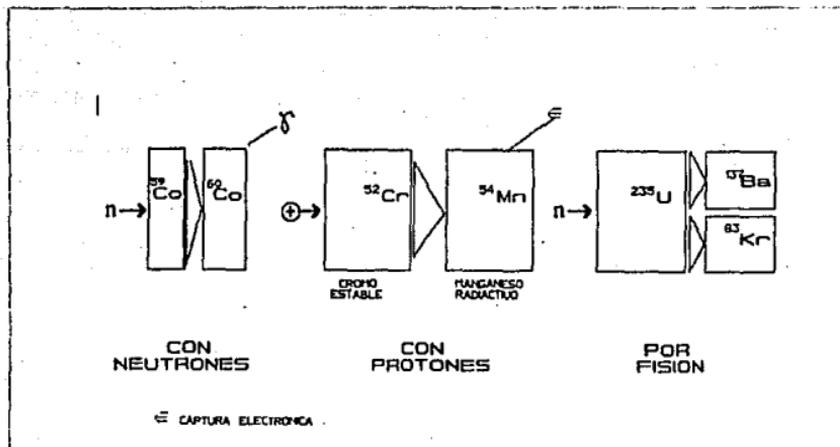


FIGURA 3.2 Muestra las reacciones nucleares comunes para la producción de radioisótopos

CAPITULO IV

METODO PARA ESTIMAR PARAMETROS APLICADO AL MODELO DE TRAYECTORIAS PARALELAS

El propósito de este capítulo es mostrar un procedimiento para el análisis del DTR por medio del ajuste de curvas. Dichas curvas representarán a la convolución entre un pulso a la entrada tipo delta de Dirac, y una geometría dada, con coeficiente de dispersión axial dado por el Peclet. Para verificar la eficiencia del método propuesto, se simulará la respuesta y se obtendrán los valores de los parámetros utilizados. Esto permitirá obtener el grado de confiabilidad del método propuesto para el análisis de curvas reales.

4.1 Ejemplo propuesto.

La curva que se muestra en la fig 4.1, representa una señal de salida, correspondiente a un sistema con dispersión, la cual se obtiene de la superposición de varias curvas, cada una regida por la siguiente ecuación (Levespiel 1972)

$$E(t) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\pi}{Pe}}} \exp\left(-\frac{(1-t/\tau)^2 Pe}{4}\right) \quad (4.1)$$

El número de Peclet $Pe = (uL/D)$ determina el grado de dispersión axial, (donde u es la velocidad, D es el coeficiente de dispersión longitudinal y L la longitud); τ es el tiempo de residencia promedio. El caso a analizar es sobre el tiempo de residencia de una función, la cual describe un pulso a la entrada y que pasa por cinco ductos con diferentes volúmenes, diferentes parámetros de difusión (o sea distinto peclet) y tiempos promedios de residencia diferentes, o sea que la función a la salida es la superposición de cinco funciones, con forma analítica (4.1). Los valores de sus parámetros están dados en la tabla 1A, así como los valores correspondientes a la DTR de la salida del sistema, evaluados cada 0.1, están dados en la tabla 1B. Los valores de la tabla 1B son los valores que determinan la curva de la Fig 4.1.

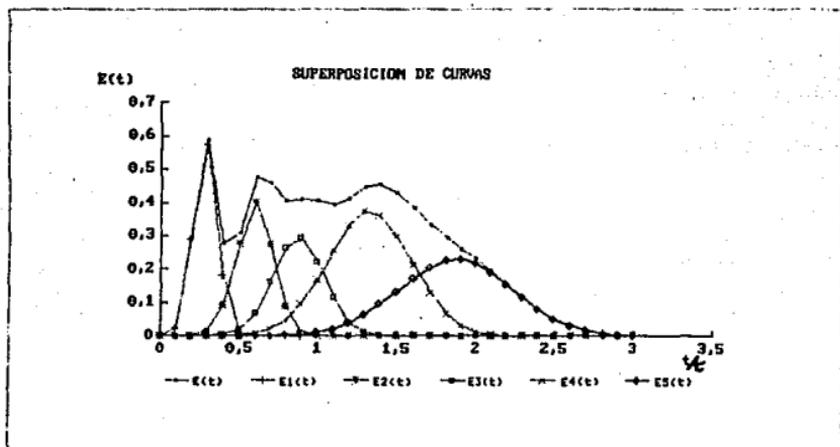


Figura 4.1. Curva superpuesta de varias funciones del tiempo de residencia.

TABLA 1A.

Parámetros reales	valores
Pe_1	= 30.00
Pe_2	= 53.00
Pe_3	= 59.00
Pe_4	= 53.00
Pe_5	= 55.00
T_1	= 0.287
T_2	= 0.599
T_3	= 0.877
T_4	= 1.324
T_5	= 1.878
V_1	= 0.376
V_2	= 0.194
V_3	= 0.137
V_4	= 0.182
V_5	= 0.111

TABLA 1B

t/ τ	E(t)	t/ τ	E(t)
0.0	0.0003	1.7	0.333
0.1	0.024	1.8	0.294
0.2	0.293	1.9	0.262
0.3	0.587	2.0	0.231
0.4	0.277	2.1	0.195
0.5	0.307	2.2	0.156
0.6	0.473	2.3	0.116
0.7	0.458	2.4	0.080
0.8	0.406	2.5	0.051
0.9	0.411	2.6	0.030
1.0	0.404	2.7	0.017
1.1	0.392	2.8	0.008
1.2	0.411	2.9	0.004
1.3	0.444	3.0	0.002
1.4	0.454	3.1	0.000
1.5	0.429	3.2	0.000
1.6	0.382	3.3	0.000

4.2 Método de estimación propuesto.

El método propuesto consta de los siguientes pasos:

Se analiza la curva de la Fig 4.1 para determinar ciertos parámetros que ayudan a realizar el análisis, el número de Peclet, volumen y tiempo promedio, considerando las siguientes hipótesis:

- 1.- Los volúmenes de los picos relativos son iguales.
- 2.- Los parámetros τ se obtienen del punto modal ("máximo local").
- 3.- Los números de Peclet se obtienen midiendo el ancho del pico a 0.6 de la altura máxima del pico y se divide por dos el cual da un estimador geométrico de la desviación estándar de (4.1). Posteriormente se eleva al cuadrado y se multiplica por dos, obteniendo de esta forma un estimador del peclet de cada trayectoria.

Aplicando los tres pasos anteriores, a los datos de la curva que se muestra en la Fig 4.1, se obtienen los siguientes valores.

$$1.- V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_5 = 0.2$$

2.- $\tau_1 = 0.308$
 $\tau_2 = 0.589$
 $\tau_3 = 0.897$
 $\tau_4 = 1.406$
 $\tau_5 = 2.089$

3.- $PE_1 = 1.249$ $Pe_1 = 1.56$
 $PE_2 = 6.802$ $Pe_2 = 46.27$
 $PE_3 = 7.463$ $Pe_3 = 55.69$
 $PE_4 = 4.386$ $Pe_4 = 19.24$
 $PE_5 = 7.541$ $Pe_5 = 56.87$

La superposición de las cinco distribuciones (4.1) con los parámetros estimados se utilizan para iniciar un proceso de optimización, por mínimos cuadrados, usando el algoritmo de Marquardt-L(1963). para obtener los parámetros que mejor representan los datos de la Fig 4.1. Para este fin se usó el programa AR del paquete estadístico BMDP.

La ecuación (4.1) se reescribió como (4.2) donde $PE = \sqrt{\pi}$ y $0.282 = 1/2\sqrt{\pi}$.

y la función superpuesta $F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5$

$$F_i = 0.282 PE \exp\left(-\left(\left(1 - \frac{t}{\tau_i}\right) PE_i\right)^2 / 4\right) \quad (4.2)$$

4.3 Resultados de la estimación.

En la figura 4.2 se describe la manera cómo se obtienen los valores de los parámetros iniciales. Esta metodología que ya se describió se considera como un paso importante en la estimación de los parámetros.

Es importante hacer notar el intervalo de confianza de los valores observados, por lo que cuando se realice un experimento donde se tengan que calcular los valores observados de dicho experimento se encuentra que para el 95% de los valores observados que incluyen la media y por otro lado el 5% no la incluyen, en este caso se puede hacer la afirmación para decir que se tiene el 95% de confianza de que se ha acotado a la media aritmética. Si se está usando un buen estimador, de acuerdo con determinado criterio, entonces se puede pensar que la estimada dada probablemente esté próxima al valor desconocido.

Los parámetros estimados con 95% de confianza se muestran en las tablas 2 y 3. La ecuación (4.2) es la que da los valores aproximados mediante una aproximación por regresión no lineal en donde se obtiene los PE_i , τ_i , y V_i , con $i = 1, 2, 3, 4, 5$. El valor $Pe = (PE)^2$.

TABLA 2. Parámetros Estimados

Parámetro	Intervalo al 95%
PE_1	5.480 ± 0.054
PE_2	7.290 ± 0.284
PE_3	7.580 ± 1.164
PE_4	7.330 ± 0.767
PE_5	7.430 ± 0.733
τ_1	0.287 ± 0.001
τ_2	0.599 ± 0.008
τ_3	0.876 ± 0.017
τ_4	1.326 ± 0.145
τ_5	1.877 ± 0.057
V_1	0.379 ± 0.004
V_2	0.193 ± 0.027
V_3	0.142 ± 0.041
V_4	0.182 ± 0.038
V_5	0.112 ± 0.021

TABLA 3. Número de Peclet Estimado

Parámetro	Valor Estimado	Intervalo al 95%	Valor Real
Pe_1	30.030	(29.432 , 30.607)	30.0
Pe_2	53.144	(49.025 , 56.806)	53.0
Pe_3	57.456	(41.203 , 76.521)	59.0
Pe_4	53.729	(43.030 , 65.505)	53.0
Pe_5	55.205	(44.812 , 66.579)	55.0

Los resultados obtenidos junto con sus intervalos de confianza indican que la estimación de los valores tiene una buena aproximación a los valores reales, tabla 1A, con que se generan los datos de la tabla 1B, ver Fig. 4.3.

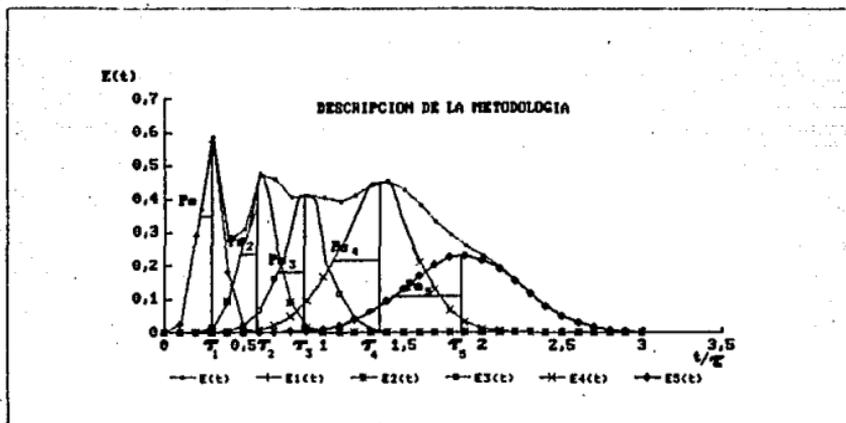


FIGURA 4.2. Descripción de la obtención para los parámetros reales.

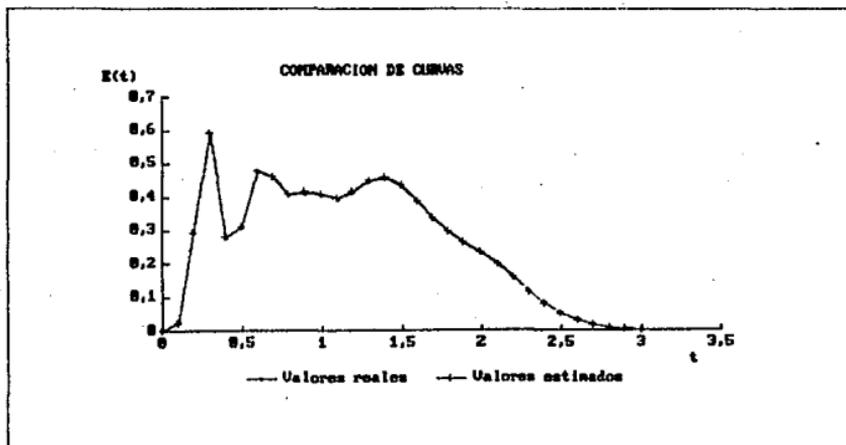


Figura 4.3. Las curvas muestran los resultados obtenidos.

4.4 Observaciones

a).- Se mostró cómo el método propuesto permite obtener los parámetros del modelo original.

b).- Se están desarrollando otros métodos para otros modelos propuestos.

c).- Esta aplicación se realizó suponiendo que la señal a la entrada es tipo pulso (o sea tipo delta de Dirac). Por lo que es necesario proponer una metodología que permita analizar casos en que la señal a la entrada no sea tipo pulso, o sea cuando no satisfaga el caso ideal tipo delta de Dirac.

CAPITULO V

APLICACIONES PARA DETERMINAR ANOMALIAS DE LOS FLUJOS DENTRO DE DIVERSOS EQUIPOS O FORMAS GEOMETRICAS

Los trabajos de investigación en la ciencia y la técnica, en particular el desarrollo de nuevas técnicas para la industria ha permitido a los países industrializados desarrollar economías que han favorecido la unión entre los centros de producción y los de desarrollo científico como universidades y centros de investigación. Actualmente el Instituto Mexicano del Petróleo, se ha interesado en el estudio de técnicas nucleares, en particular el radiotrazado con aplicaciones industriales. El objetivo de este capítulo es presentar una aplicación del método de radiotrazado, a un recipiente cerrado con diferentes geometrías. A continuación se describe cómo se llevó a cabo esta experimentación.

5.1 DESARROLLO EXPERIMENTAL

El estudio se realizó en el intercambiador de calor EA-501 de la planta reformadora de naftas, en la refinería ubicada en Salina Cruz, Oaxaca. En la figura 5.1 se muestra un esquema de la planta donde el recipiente en estudio se muestra en un cuadro.

En la industria química se trata de ahorrar energía por lo que el intercambio de calor entre flujos es común; esto se observa en la figura 5.1, en donde el intercambiador de calor aprovecha el calor del fluido reformado para elevar la temperatura del fluido a reaccionar. Existen dos flujos dentro del intercambiador de calor que serán estudiados para determinar la existencia de fugas, el flujo de gas reformado y el flujo de gas de alimentación (o carga).

Para obtener la información del estudio se requirió equipo para la detección, el conteo y almacenamiento de datos. El equipo que se utilizó para detectar el trazador que se caracteriza por emitir radiación gamma, fue un detector de centelleo, con un cristal de yoduro de sodio con trazas de talio NaI(Tl) de 5cm x 5cm Las propiedades que se requirieron para elegir al detector

fueron: alta eficiencia en la detección de partículas nucleares de alta energía, tiempos de decaimiento pequeños y distribución espectral respecto a la energía de la radiación.

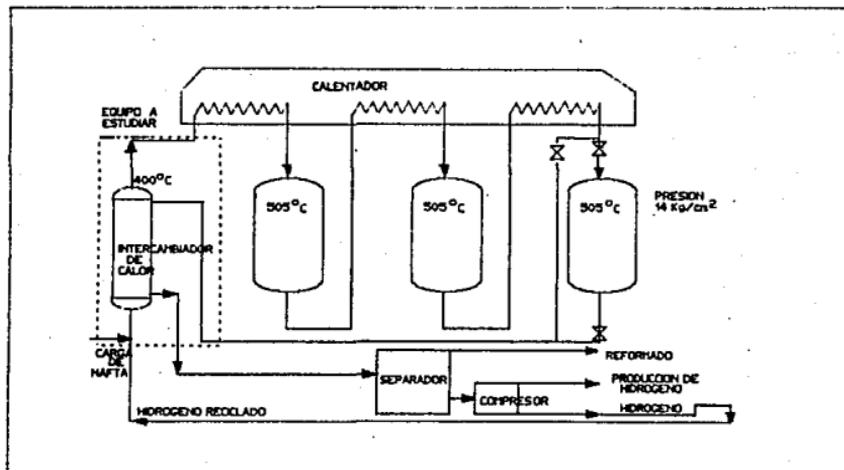


FIGURA 5.1 Diagrama de flujo de una planta de reformación de naftas.

El sistema de detección basa su funcionamiento en la propiedad de ionización de la radiación. En el caso de un cristal de material inorgánico, como el NaI(Tl) , al ionizarse o encontrarse en un estado excitado produce emisión de luz o centelleos, que por medio de un fotomultiplicador se transforma en corriente eléctrica proporcional a la energía de la partícula detectada. Para realizar el conteo a partir de la detección, se consideran los pulsos de corriente como señales eléctricas, las cuales se amplifican y se digitalizan para obtener una medición de éstas por medio de un multicanal, (sistema de adquisición de datos). En la figura 5.2 se muestra un esquema del sistema empleado.

El material radiactivo utilizado como trazador fue el isótopo Br-82 en un compuesto de bromociclohexano, con actividad de $55.5 \times 10^7 \text{ Bq}$ (15 mCi) en un volumen de 1 cm^3 .

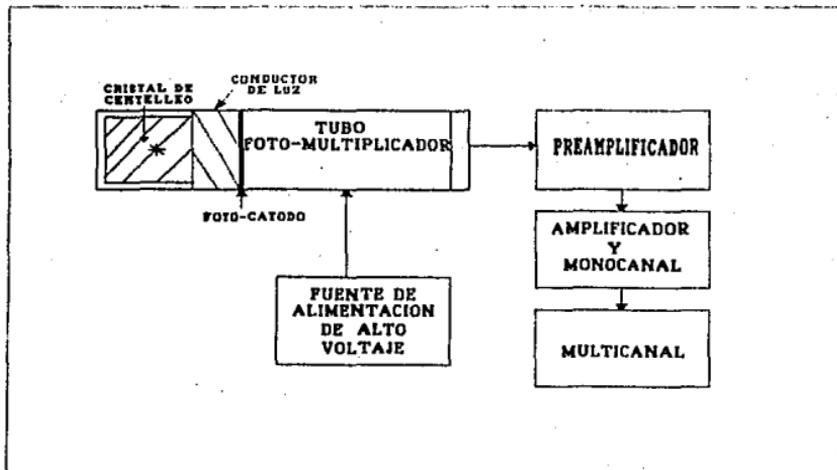


FIGURA 5.2 Diagrama de bloques del sistema de detección y conteo.

5.1.1 Equipo empleado

La detección, la adquisición de datos y la inyección, fueron realizados mediante el siguiente equipo:

Detección

- Detector de Centelleo de NaI(Tl) de 2" x 2" con tubo fotomultiplicador. Bicon Model 2M2/2.
- Preamplificador. Modelo 276 EG&G ORTEC.
- Colimadores de plomo.

Adquisición de Datos

- Amplificador y fuente de alimentación 12V, 24V y 0.2 a 2kV. Modelo 925-SCINT ACE Mate EG&G ORTEC.
- Multiescalador (Tarjeta con 4096 canales).

Modelo MCS ACE, EG&G ORTEC.

-Computadora PC.

HIUNDAY 386.

Se usaron tres sistemas idénticos del equipo de detección y adquisición de datos.

Calibración

-Multicanal.

Serie 35/ Plus CANBERRA.

Inyección.

-Un tanque de gas (como hidrógeno, nitrógeno, etc.).

-Un Tubing.

-Válvula Solenoide.

-Válvula de Bala.

-Bala.

5.1.2 Sistema de transbase e inyección

Para realizar la inyección del trazador se requiere de transbasar el isótopo a un sistema que permita inyectarlo con presión mayor que la del sistema. El transbase consiste en pasar el material radiactivo (en fase líquida) a un recipiente denominado bala. Para seguridad de los investigadores, que realizan el estudio, la bala se blinda con plomo, para disminuir la exposición por el material radiactivo.

Después de realizar la actividad anterior, el trazador ha quedado en la bala listo para la inyección. El sistema de inyección se muestra la figura 5.3.

El tanque de gas fué de hidrógeno para no contaminar el catalizador del reactor. Este proporciona la presión requerida para inyectar el trazador al sistema; la válvula solenoide junto con un dispositivo de encendido y apagado proporciona el tiempo necesario para el disparo; la válvula de bola es un dispositivo de seguridad para evitar fugas después de haber realizado el transbase; el tubing es el medio de transporte del trazador entre la bala y el centro de la tubería de tal forma que se obtenga una señal tipo pulso. Cuando todo el sistema de detección se encuentra preparado para la adquisición de datos, se realiza la inyección.

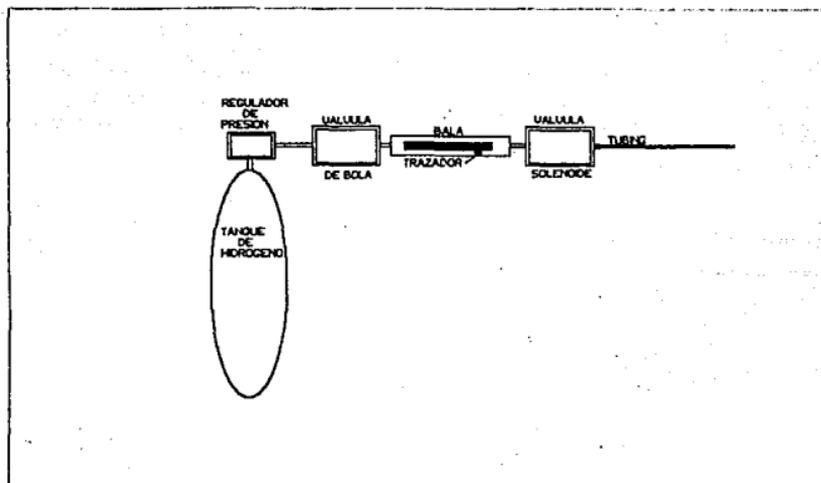


FIGURA 5.3 Esquema correspondiente a la parte de inyección.

5.1.3 Calibración de equipo

Para la obtención de datos se requiere de calibrar el equipo de detección, lo cual se realiza considerando que el intervalo de interés para la energía sea el indicado, con lo que toda la información debido a la energía de emisión obtenida corresponde, sólo al trazador que se encuentra dentro del sistema; con esto se busca que los datos sean lo más confiables. La calibración del sistema consiste en: sintonizar los voltajes, ganancias, límite inferior y superior al intervalo de energías para que las energías propias al isótopo Br-82 sean detectadas (entre 0.4 y 1.1 MeV). Las tarjetas MCS no permiten conocer el espectro de energías, por lo que es conveniente delimitar la ventana de energías entre 0.4 y 1.1 MeV para lo cual se emplearán dos fuentes de calibración; el Co-60(1.17 y 1.33 MeV) y el Ba-133(0.08(36%), 0.276(7%), 0.302(14%), 0.356 MeV(69%)). Esta ventana se mide por el multicanal CANBERRA Serie 35 funcionando como un analizador de fotopicos. De esta forma en cada detector

se asegura que sólo se obtendrán lecturas de las energías correspondientes al trazador (Br-82 0.554(66%), 0.619(41%), 0.699(27%), 0.777(83%), 0.828(25%) y 1.044 MeV(17%).

5.1.4 Colocación de los detectores

El objetivo que debe cumplirse, como ya se mencionó anteriormente, es determinar la existencia de fugas dentro del sistema en estudio y realizar un análisis del comportamiento del fluido. Es por eso que para determinar las DTR del radiotrazado, se eligen puntos estratégicos que permiten cumplir con estos objetivos. Por ello se eligen tres puntos para la colocación de los detectores en el intercambiador de calor junto con sus colimadores como se muestra en la figura 5.4.

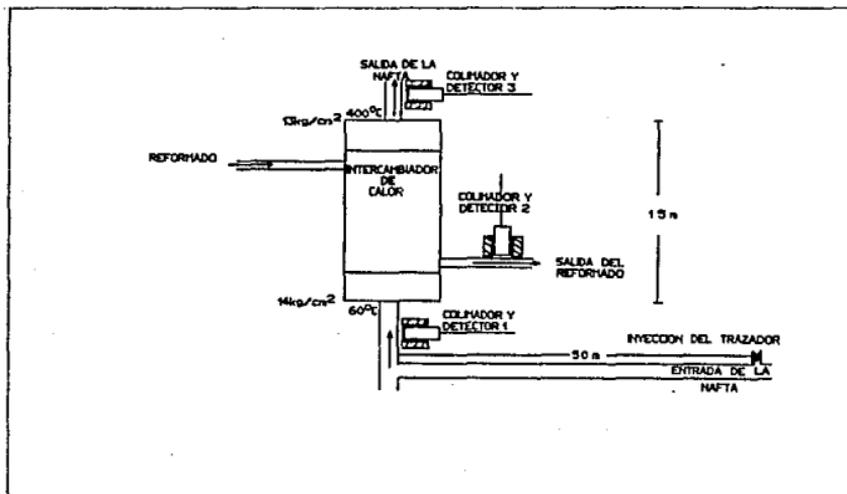


FIGURA 5.4 En el dibujo se muestra la posición de los detectores.

El punto uno, detector uno, determinará cómo es la función de distribución de las partículas del trazador que entra al sistema. Como se muestra en la figura 5.5, la distribución obtenida proporcionará información del tipo de señal que entra al sistema.

En este caso al intercambiador de calor. Para que cumpla con la función tipo pulso debe aproximarse a una función delta de Dirac, lo que permitirá realizar un análisis de los datos más sencillo.

El punto dos, detector dos, permitirá determinar la existencia de fuga, dado que esta en un ducto por donde el flujo de alimentación de la nafta al intercambiador de calor no debe circular. En caso de existir una fuga, el detector dos detectará la concentración del trazador por ese punto, y su distribución del tiempo de residencia permitirá determinar respecto a la señal del detector uno el volumen de la fuga.

En el tercer punto, detector tres, se considera la salida de la nafta del intercambiador de calor el cual proporcionará el tiempo de residencia de las partículas del trazador dentro del intercambiador de calor. Esta información se usará para poder describir el comportamiento del flujo dentro del recipiente y obtener la DTR mediante la cual se relacione al movimiento del flujo con su tiempo de residencia. Además permitirá relacionar la señal de entrada con la de salida.

Cada detector se conectó al sistema de adquisición de datos, estando éstos situados a unos 60 u 80 metros de distancia donde se colocaron los detectores. Esto para cumplir con las medidas de seguridad adoptadas por Petróleos Mexicanos, dado que esta planta maneja hidrógeno y gasolinas a alta temperatura y presión.

Los amplificadores reciben la información de los detectores y éstos a su vez transmiten la información a la computadora, la cual incluye un multiescalador para cada detector por medio de la tarjeta ACE. También se conectó el detector dos al multicanal CANBERRA SERIE 35, que era el detector donde se esperaba tener información acerca de la existencia de fugas. Esto se realizó con el fin de tener mayor confiabilidad en los datos.

La inyección del trazador se realizó después de concluir con la colocación, conexión del sistema de detección y calibración del sistema.

5.2 DATOS OBTENIDOS

La inyección del trazador se tomó como punto de referencia para el arranque de los detectores. Puestos en operación uno

después de otro, cada uno con un intervalo de tiempo de diez segundos, dado que no se contaba con un sistema para iniciar la adquisición de datos en forma simultánea.

Los datos obtenidos para el primer detector se encuentran graficados en la figura 5.5. Los correspondientes a los otros dos detectores aparecen en la figura 5.6 (que inicia al tiempo 10 segundos) y la figura 5.7 (que inicia al tiempo 20 segundos (s)). La lista de los datos obtenidos se encuentra en el apéndice.

Los datos obtenidos son 4088 por cada detector, debido a su densidad sólo se graficó la cuarta parte de los datos.

5.3 ANALISIS DE LOS DATOS.

El primer detector tuvo una respuesta en la señal al tiempo 106 s; los datos del detector dos indican que la respuesta está a los 108 s y para el detector tres la respuesta inicia en los 114 s.

El análisis de los datos se realizará para conocer cuál es la relación que existe entre el número de cuentas y el tiempo; estas dos variables determinarán la DTR de las partículas del trazador. Las gráficas de los datos obtenidos para los diferentes detectores se muestran en las figuras 5.5, 5.6, 5.7. Las gráficas describen cómo son las señales en cada detector como función de la concentración de trazador en esos puntos dentro del sistema.

5.3.1 Detector uno.

En el detector uno, que es el punto de entrada al sistema, tiene una señal que se aproxima a la función delta de Dirac, dado que el intervalo de tiempo de residencia del trazador es pequeño comparado con el intervalo de tiempo total que es de 4088 s. Se tiene un valor máximo de 443 cuentas (figura 5.5) con un ancho de 12 canales. Para el detector uno se obtiene un promedio de 152.6 cuentas/segundo (c/s) y eliminando el fondo (radiación que no depende de la fuente, 1.3 c/s entre el intervalo de 0 a 104 s) se obtiene un valor promedio de 151.3 c/s.

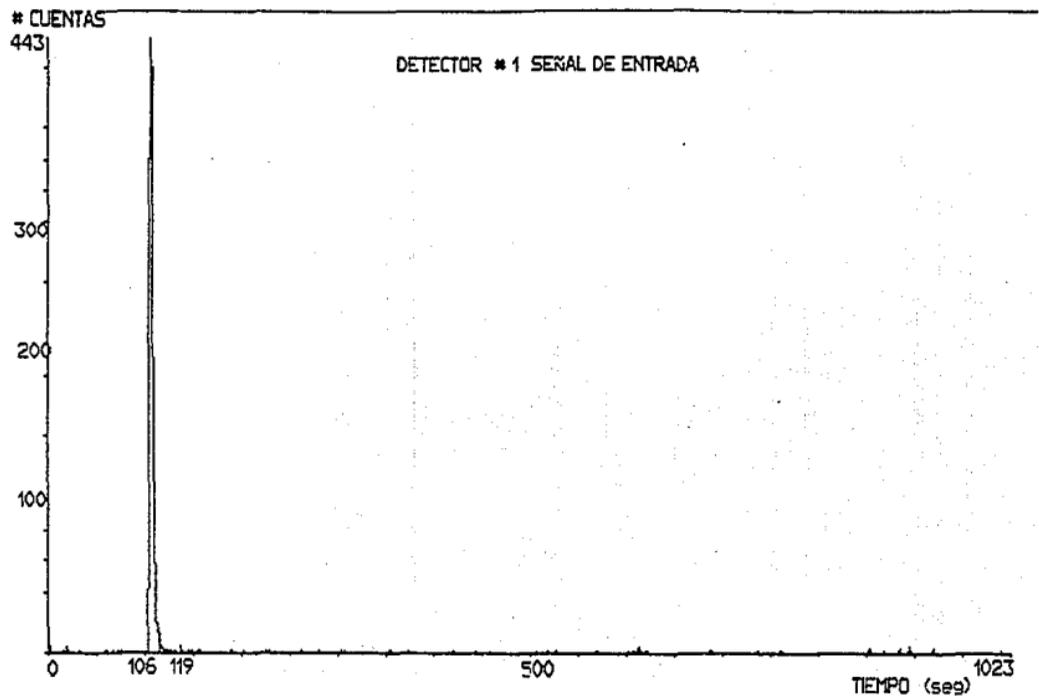


Figura 5.5 Gráfica de los datos del detector 1.

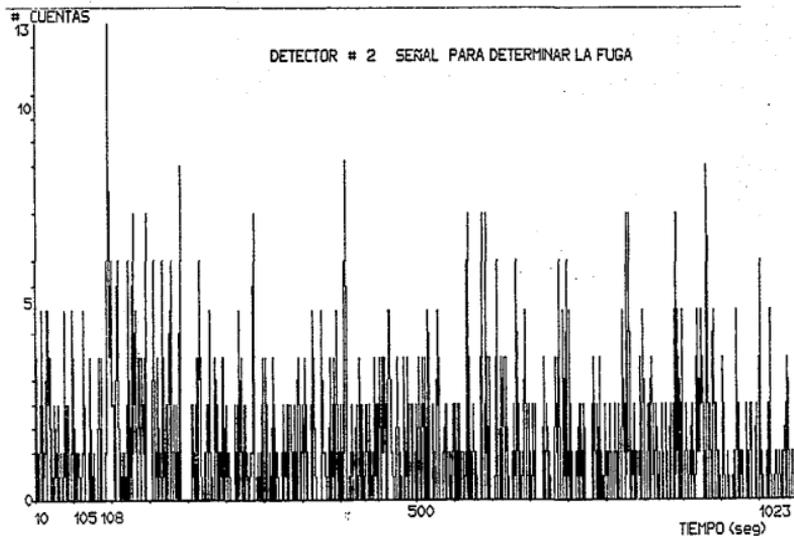


Figura 5.6 Gráfica de los datos del detector 2.

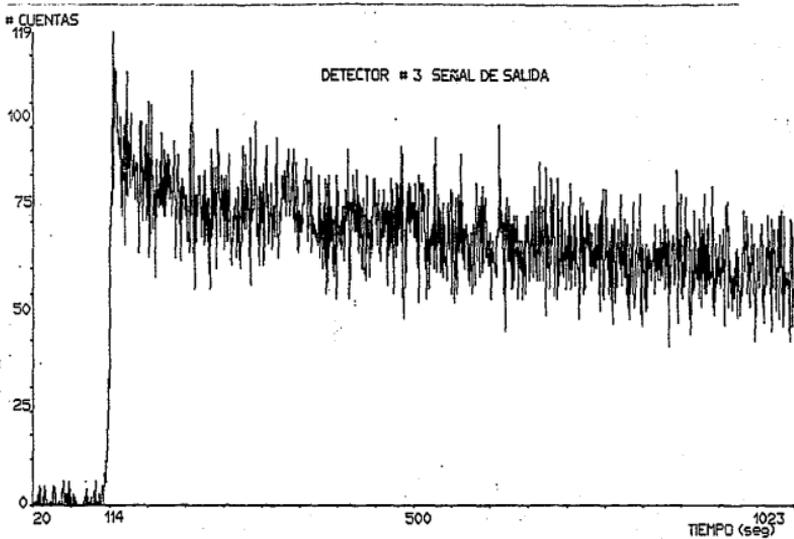


Figura 5.7 Gráfica de los datos del detector 3.

5.3.2 Detector dos.

Análisis de los datos registrados para el detector dos figura 5.6: se observa un pico con 13 cuentas siendo éste el máximo en el tiempo 108 s. Tomando en cuenta que el pico tiene un ancho de 4 s, iniciando tres segundos antes del máximo si se toma el promedio de estas cuentas en este intervalo se obtiene el valor de 8.8 c/s. El promedio del fondo, en el intervalo de 10 a 104 s, es de 3.3 c/s. Restando el promedio del fondo al promedio del máximo se obtienen 5.5 c/s que es el valor del área del pico representativo para el detector dos. Esto indica que para la señal del detector dos se obtiene una relación de 3.6% con la señal del detector uno.

5.3.3 Detector tres.

Análisis de los datos registrados para el detector tres figura 5.7: de los datos graficados, se observa una señal en un intervalo de tiempo entre 114 y 4088 s, y se observa un máximo de 119 cuentas al tiempo 127 s, obteniendo un promedio de 67.5 c/s. El fondo se encuentra en el intervalo que va de 20 a 113 s, y su promedio es de 2.2 c/s.

Si se comparan las gráficas de la figura 5.5 y la figura 5.7, el número de cuentas por segundo a la salida es mucho mayor que el número de cuentas a la entrada. Por lo que se realizó el análisis de la siguiente manera: dado que se muestra en ellos dos comportamientos diferentes, siendo estos, la zona de altas cuentas en el intervalo entre 116 s y 155 s y la segunda zona que muestra un comportamiento exponencial a partir del dato 156 s como se muestra en la figura 5.8. Los datos fueron tomados para determinar la DTR que corresponde a la concentración del trazador en ambas zonas.

5.3.3.1 Zona uno.

La figura 5.8 tiene la representación de los datos mediante una gráfica en donde al inicio, los valores de las cuentas representan el fondo siguiendo con un máximo, siendo este el punto donde comienza la zona uno como se muestra en la figura 5.9.

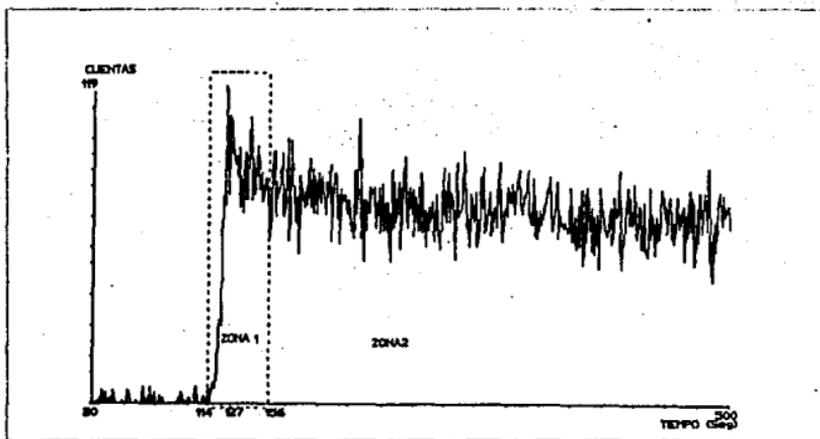


Figura 5.8 Gráfica de la zona uno y zona dos del detector tres.

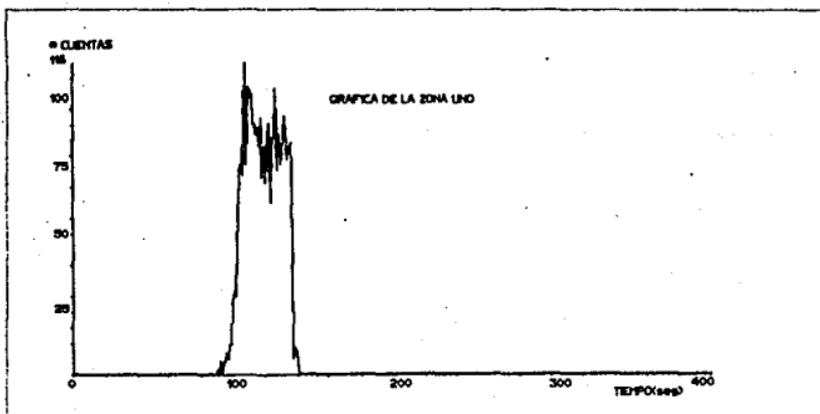


Figura 5.9 Gráfica de la zona uno del detector tres.

El análisis de la primera parte se realizará bajo la hipótesis de la existencia de varias trayectorias que sigue el fluido. Esto hace que se tome en cuenta el modelo de trayectorias paralelas que se mencionó en el capítulo anterior.

El primer paso consistió en normalizar las cuentas originales correspondientes al intervalo de tiempo entre 116 y 155 segundos y modificando la escala de tiempos al dividirlo por el tiempo promedio de la señal en el intercambiador de calor $\tau = 136.5$, obteniendo los valores que se muestran en la gráfica de la figura 5.10.

En este modelo, cada trayectoria que describe el fluido tiene la forma analítica de la ecuación (4.1), y se espera obtener una aproximación a la curva original, por medio de la superposición de las funciones asociadas a cada trayectoria.

Los valores que describen la gráfica de la figura 5.10 fueron aproximados mediante una superposición de 15 funciones que tienen por ecuación (4.1) como se muestra a continuación en la figura 5.10. Cada función contiene tres parámetros, en donde los valores para los tres parámetros de cada función se muestran en la tabla 5.1.

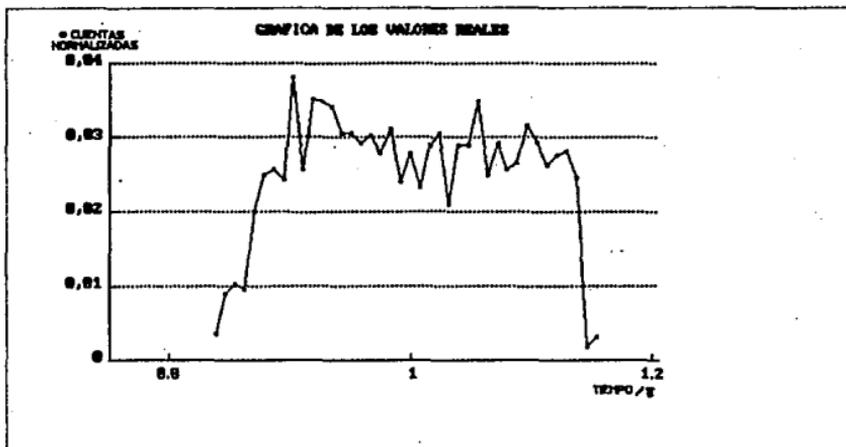


Figura 5.10 Gráfica de los valores reales normalizados.



Figura 5.11 Gráfica de los valores estimados.

TABLA 5.1

$Pe_1 = 29.54$	$T_1 = 0.3920$	$V_1 = 0.00110$
$Pe_2 = 14.11$	$T_2 = 0.5220$	$V_2 = 0.00680$
$Pe_3 = 59.05$	$T_3 = 0.5985$	$V_3 = 0.00178$
$Pe_4 = 30.00$	$T_4 = 0.6700$	$V_4 = 0.00400$
$Pe_5 = 63.25$	$T_5 = 0.7250$	$V_5 = 0.00200$
$Pe_6 = 50.23$	$T_6 = 0.7699$	$V_6 = 0.00173$
$Pe_7 = 30.53$	$T_7 = 0.8369$	$V_7 = 0.00358$
$Pe_8 = 52.20$	$T_8 = 0.9110$	$V_8 = 0.00156$
$Pe_9 = 31.88$	$T_9 = 0.9799$	$V_9 = 0.00272$
$Pe_{10} = 35.89$	$T_{10} = 1.0856$	$V_{10} = 0.00300$
$Pe_{11} = 70.00$	$T_{11} = 1.1559$	$V_{11} = 0.00103$
$Pe_{12} = 82.54$	$T_{12} = 1.2100$	$V_{12} = 0.00150$
$Pe_{13} = 77.45$	$T_{13} = 1.2770$	$V_{13} = 0.00155$
$Pe_{14} = 38.00$	$T_{14} = 1.3800$	$V_{14} = 0.00300$
$Pe_{15} = 48.00$	$T_{15} = 1.5080$	$V_{15} = 0.00189$

Con estos parámetros se lleva a cabo la superposición obteniendo la figura 5.10. Para verificar que la aproximación es buena, se graficarán las dos curvas antes obtenidas de las figuras, resultando la figura 5.12.

Se aplicó el procedimiento descrito en el sección 4.2. Prosiguiendo con este método, se llega a obtener la gráfica de la figura 5.11 que es una buena aproximación a los valores reales, como se muestra en la gráfica de la figura 5.12.

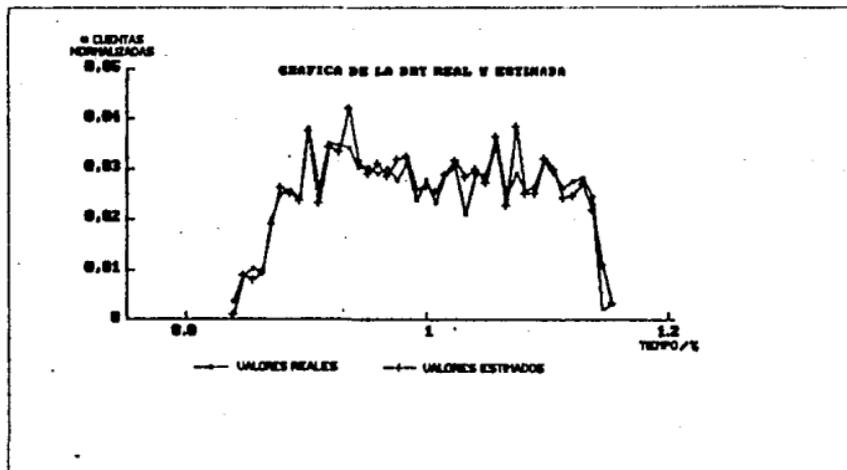


Figura 5.12 Gráfica de los valores reales y estimados.

Con esto se puede observar que se tiene una buena representación de la curva y así poder dar una descripción física del sistema.

5.3.3.2 Zona dos.

En la zona dos se considera un comportamiento exponencial de la forma $A \cdot \exp(-bt)$ y los parámetros se estimaron usando el promedio cada ocho segundos. Se aplicó el logaritmo al promedio del número de cuentas, que es la variable dependiente, obteniendo la siguiente ecuación:

$$D = bt + C$$

donde $D = \ln(\text{cuentas})$ y $C = \ln(A)$.

Se estimaron los parámetros b y C por mínimos cuadrados, para determinar la función de dicha relación, se usó el programa "Regresión Analysis lineal" del paquete estadístico STATGRAF.

Los parámetros estimados son

$$b = -2.60877 \times 10^{-4}$$

$$C = 4.30852$$

$$\text{donde } A = \exp(4.30852) = 74.330$$

Los intervalos de confianza al 95% para A y b son

$$A \in [74.296 , 74.365]$$

$$b \in [-2.611 \times 10^{-4} , -2.607 \times 10^{-4}]$$

Con estos parámetros se encontró la relación que existe entre el número de cuentas con el tiempo, por lo que a partir de aquí se determina la DTR para el trazador en el intercambiador de calor a partir del segundo 136.

$$\int_{136}^{\infty} 74.330399 \exp(-2.60877 \times 10^{-4} t) dt = 274993.4 \quad (5.1)$$

La ecuación (5.1) determina el total de cuentas que se detectan después del tiempo igual a 136. Al restar los valores estimados a los valores observados en la zona dos figura 5.7 se obtiene la zona uno, como se muestra en la figura 5.12.

El total de cuentas en (5.1) es mucho mayor que el inyectado. La razón en esta diferencia es que el trazador se mezcló con un líquido denso, y cuyo punto de ebullición es mayor a 500°C, que se mueve a menor velocidad dentro del sistema, por lo que si se supone que la diferencia entre el material que entró menos el material detectado en la zona uno y el detector dos se tiene que

$$DTR = DTR_1 - DTR_2 = 1145$$

$$DTR = 1145$$

La velocidad del líquido se puede obtener como

$$\text{Vel} = 27493/1145 = 240$$

lo que indica que el flujo entre la fase gaseosa y la fase líquida correspondiente al detector tres es 240 veces más lenta.

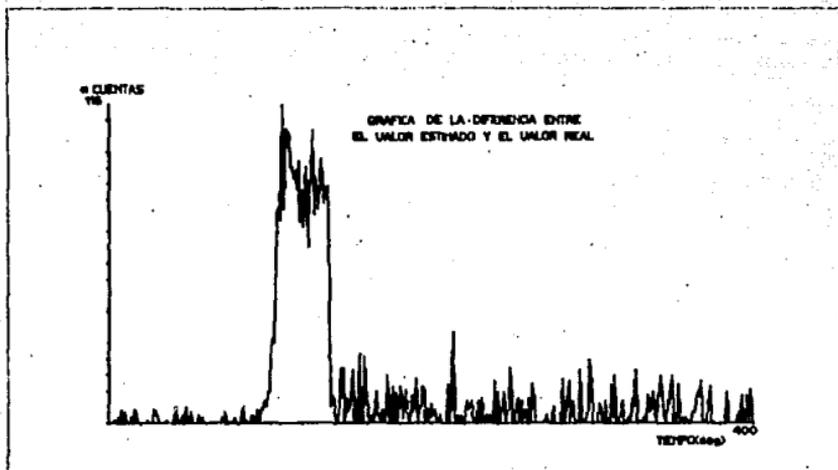


Figura 5.13 Gráfica de la diferencia entre los valores obtenidos por la ecuación (5.1) y los valores reales del detector tres (fig. 5.7).

5.4 RESULTADOS

Los resultados obtenidos para el primer detector que se muestran por medio de una gráfica, dan una relación que se aproxima a la función de distribución en donde se aplica un pulso. Esta afirmación asocia la distribución de la concentración del trazador con su intensidad. Tomando en cuenta la DTR en el punto donde se encuentra el detector uno como punto de referencia, ésta es considerada para explicar la DTR del trazador que se obtiene cuando éste circula a través del intercambiador de calor el cual será detectado a la salida.

Además, uno de los objetivos del trabajo es determinar la existencia de fallas o anomalías dentro de un proceso de producción. Los resultados por los datos obtenidos del detector dos determinan la existencia de una fuga del 3.6% con relación al volumen de nafta que circula por el intercambiador de calor.

Además, la información obtenida por el detector tres requirió de un análisis profundo de los datos, mostrando que la relación entre las dos variables (cuentas y tiempo) que se obtuvo, explica el significado físico de lo que sucede con el fluido dentro del intercambiador de calor. Los datos tuvieron que dividirse en dos partes con el fin de determinar el comportamiento del fluido sobre dicha geometría.

Para explicar las curvas de la zona uno se propuso un modelo matemático que pudiese reproducir los valores. Dicho modelo elegido fué el de trayectorias paralelas. Este modelo tiene una relación descrita por la ecuación (4.1). Dicha relación explica, por medio de tres parámetros, el significado físico de los datos obtenidos.

Los resultados muestran que la superposición de varias funciones es adecuada. Si se supone que cada función de la superposición corresponde a una trayectoria seguida por el fluido, entonces, se puede decir que existen 15 trayectorias principales que sigue el fluido. Con esto se puede afirmar, que el recipiente por donde circula el fluido consta de 15 grupos de tubos con propiedades de difusión similares.

En la zona dos los resultados indican que se obtiene una buena aproximación por medio del análisis de regresión lineal de los datos de las variables, número de cuentas y el tiempo, la cual es una función exponencial. La interpretación de esta función obtenida en el detector tres y conociendo que la función del detector uno es tipo pulso se puede afirmar que se tiene un sistema de mezclado perfecto^[13]. Además como la actividad aumenta con respecto a la señal original se propone la siguiente hipótesis: Existe dos fluidos (no miscibles) dentro del sistema, uno en fase gaseosa y otro en fase líquida. Por lo que parte del trazador al pasar por el intercambiador de calor se mezcló con el fluido en fase líquida con lo que disminuyó considerablemente su velocidad (en 240 veces).

CAPITULO VI

CONCLUSIONES

Como resultado de los objetivos alcanzados se menciona lo siguiente:

El trabajo realizado muestra el método de radiotrazado como una herramienta útil en la investigación del movimiento de fluidos en receptáculos. La metodología se ha retomado en el Instituto Mexicano del Petróleo con aplicaciones a la industria petroquímica. Esta metodología involucra el conocimiento de la Física de Radiaciones, Mecánica de Fluidos y Termodinámica.

El estudio hecho sobre las bases teóricas, cubren los principios básicos para realizar el estudio del comportamiento de los fluidos, como se hace con la ecuación (4.1) en la metodología de radiotrazado.

Se estudió la parte referente a la física de radiaciones en donde se hace una breve explicación de la ley de decaimiento radiactivo, los tipos de radiación, así como los efectos del proceso que rige a la radiación electromagnética (en este caso para la radiación gamma), siendo una característica primordial el poder de penetración de la radiación para la elección del trazador.

Para la elección del trazador se estudiaron las siguientes propiedades físicas tales como: vida media, tipo de emisión, energía y estructura molecular, en donde se consideraron las propiedades del sistema a estudiar. El Bromociclohexano ($C_6H_{11}Br$) es un compuesto con el isótopo Br-82 que se utilizó como trazador en el experimento de estímulo-respuesta (llamado también método de radiotrazado). Dicho trazador proporcionó información referente al sistema en estudio. Esta información se analizó mediante ciertos modelos matemáticos los cuales se apoyan en bases estadísticas, dando una representación adecuada de la distribución del trazador.

También para describir la dinámica del fluido, se estudió la Mecánica de Fluidos, donde se deducen las ecuaciones que rigen a la dinámica (Euler y Navier-Stokes). Por otro lado se derivó un modelo que describe el proceso de difusión, y se emplea un método semiempírico, el cual se basa en el fenómeno de difusión ecuación (3.2.14) y en el tiempo de residencia que permanece la partícula dentro del sistema en estudio. Se usan conceptos estadísticos para llevar a cabo el análisis de los datos.

Para conocer la confiabilidad de este procedimiento se generó un caso ideal en que se simula un sistema de recuperación de crudo de un yacimiento donde el fluido en estudio sigue trayectorias paralelas. Estimándose los parámetros por medio del procedimiento propuesto, se obtienen los parámetros de las funciones empleadas.

La parte correspondiente a la experimentación, consistió en la aplicación de la metodología de radiotrazado a una planta de reformación de Naftas. El sistema en estudio fué un intercambiador de calor, el cual fué descrito detalladamente, mencionando todo el equipo utilizado, observándose una fuga así como del análisis de los patrones de flujo y las características geométricas supuestas del sistema.

En el trabajo se explicaron los resultados obtenidos así como las interpretaciones físicas realizadas, mostrando con esto el potencial de la metodología de radiotrazado.

BIBLIOGRAFIA

- [a] ELEMENTARY MODERN PHYSICS
ATAM P. ARYA
West Virginia University 1974
ADDISON WESLEY.
- [b] FLUID MECHANICS
L.D. LANDAU and E.M. LIFSHITZ
PERGAMON PRESS 1982.
- [c] MECANICA DE LOS FLUIDOS
STREETER AND WYLIE
MC GRAW HILL 1975.
- [d] RADIATION DETECTION AND MEASUREMENT
GLENN F. KNOLL
WIE-WILEY
SECOND EDITION, 1972.
- [e] INGENIERIA DE LAS REACCIONES QUIMICAS
OCTAVE LEVENSPIEL
JHON WILEY 1972.
- [f] RADIOISOTOPES TECHNIQUES FOR PROBLEMS
SOLVING IN INDUSTRIAL PROCESS PLANTS
J. S. CHARLTON
GULF PUBLISHING COMPANY 1986.

REFERENCIAS

- [1] H. Becquerel, Comptes Rendus, 122, 689 (1896).
- [2] P. Curie-M.Sklodowska-Curie, Comptes Rendus, 127, 175, (1898)
- [3] G. Schmit, Ann. Phys. Chem., 65, 1, 141 (1898).
- [4] F. O. Giesel, Ann. Phys. Chem., 69, 834 (1899).
- [5] S. Meyer and E. Von Schweidler, Phys. Zeits, 1, 90 (1899).
- [6] E. Rutherford, Phil. Mag., 5, 177 (1903).
- [7] E. J. Konopinski, Revs. Mod. Phys. 15, 209 (1943)
- [8] E. Buckingham, Trans. ASME, vol 37, 263-296, (1915).
- [9] O. Reynolds, "An experimental investigation motion water"
Trans. R. Soc. Lond., vol 174, (1883)
- [10] B. Robinson and J.W. Tester, Chem.Engin.Sci. 3, 41 (1986).

- [11] P.V. Danckwerts, Chem.Engin.Sci. 2, 41 (1953).
- [12] E. Bruce Nauman, Chem.Eng.Comm. 8, 53, (1981).
- [13] P.V. Danckwerts, Chem.Engin.Sci. 2,1 feb. (1953).

CONSULTA

- [14] B.A. Buffham and E.B. Nauman, Chem.Engin.Sci. 39, 5 (1984).
- [15] Danckwerts, Jenkins and Place, "The DTR in an industrial fluidised reactor" Chem.Engin.Sci. 3,26-35, (1954).
- [16] P. Naor and R. Shinnar, I & EC Fundamentals. 2, 4, (1963).
- [17] K.D. Ram and R. Tripathi, Appl. Radiat. Isot. 41, 9, (1990).
- [18] W.E. Brigham and D.H. Smith, Soc. Pet. Engin., SPE 1130.
- [19] J.M. Olinger, IEEE Trans. Med. Imag. M1-6, 2, (1987).
- [20] P.V. Danckwerts, Chem.Engin.Sci. 9, 78-79, (1958).
- [21] M. Abbaszadeh-Dehghani, S.L. Brown and W. E. Brigham, Stanford University Petroleum Research Institute, 87-109.

APENDICE

DETECTOR 1

0	1	7	3	0	0	1	3	2
8	1	0	2	1	0	2	0	4
16	1	2	1	7	1	0	0	0
24	1	2	1	0	1	1	0	3
32	4	0	0	1	0	0	3	2
40	1	0	0	0	2	2	3	0
48	0	1	1	1	1	1	2	3
56	1	1	0	0	0	5	0	0
64	0	2	2	1	2	4	2	1
72	0	1	2	5	0	0	0	2
80	1	0	0	0	2	1	1	0
88	1	1	0	2	2	1	1	2
96	2	2	0	2	1	2	0	1
104	2	3	13	84	268	443	399	298
112	129	86	49	28	23	12	4	9
120	9	5	2	3	5	4	4	1
128	5	5	0	3	3	1	5	2
136	1	1	1	4	7	3	4	0
144	2	2	1	0	4	2	5	4
152	1	3	2	0	3	2	1	2
160	5	2	2	2	0	1	2	1
168	2	0	3	2	0	1	1	1
176	2	2	0	3	1	1	1	0
184	3	0	1	1	2	0	1	0
192	0	5	2	1	2	2	0	2
200	1	1	2	0	1	2	4	0
208	0	3	1	0	3	1	2	3
216	3	1	2	2	1	0	1	1
224	2	1	3	1	1	2	1	2
232	5	0	1	3	0	0	0	2
240	1	1	1	1	0	0	1	1
248	1	1	1	2	1	2	1	0
256	2	1	0	0	3	1	1	0
264	0	1	1	4	3	1	1	2
272	3	2	1	0	2	1	3	1
280	0	0	3	0	0	2	0	4
288	1	1	2	2	2	0	2	0
296	1	1	2	2	3	2	1	1

304	3	2	1	1	2	1	0	0
312	5	1	1	1	1	3	0	0
320	1	3	1	2	1	0	1	0
328	1	2	1	1	0	2	0	0
336	1	1	3	3	1	1	0	0
344	1	1	2	0	1	1	3	0
352	0	0	0	1	1	0	1	0
360	0	4	1	5	0	3	3	2
368	2	0	2	0	0	2	1	1
376	2	2	1	2	1	1	4	0
384	1	1	1	3	1	0	2	3
392	1	0	1	0	1	0	1	1
400	0	0	1	1	1	0	0	3
408	2	1	1	2	1	0	1	1
416	1	0	1	1	1	2	1	1
424	1	0	2	2	0	4	1	2
432	0	0	0	1	2	0	0	2
440	1	1	1	0	1	2	0	1
448	3	3	1	1	0	4	0	1
456	1	3	1	1	2	2	2	3
464	0	3	1	2	2	0	0	0
472	0	1	0	2	2	0	1	2
480	0	0	3	3	2	2	1	0
488	0	1	0	0	0	1	3	0
496	0	0	1	2	2	2	0	1
504	0	1	0	0	0	0	0	2
512	2	2	0	1	0	1	4	2

DETECTOR 2

0	7	5	3	4	3	1	5	5
8	0	7	2	2	4	4	4	7
16	1	7	5	6	0	6	2	4
24	3	1	5	4	4	1	5	2
32	2	3	4	2	3	4	2	4
40	7	0	1	5	5	1	2	3
48	4	4	47	2	6	3	4	1
56	3	4	4	3	2	3	3	4
64	4	7	3	1	3	1	2	0
72	4	3	6	2	3	2	4	2
80	2	3	3	2	2	6	6	2
88	6	3	0	0	1	3	4	4

96	7	9	13	6	6	7	8	5
104	5	5	3	3	4	7	8	6
112	3	2	2	4	2	4	3	1
120	4	3	1	5	0	8	0	5
128	4	3	6	9	4	6	7	5
136	2	3	6	4	6	2	4	5
144	6	4	5	2	9	3	2	2
152	1	1	1	1	3	1	8	6
160	5	3	4	2	6	3	1	4
168	2	2	3	8	4	4	2	5
176	3	2	4	6	7	3	8	5
184	1	5	5	3	1	3	5	3
192	3	2	10	3	3	2	1	2
200	3	1	2	2	1	2	2	2
208	2	2	5	5	4	1	5	1
216	6	3	6	3	8	4	4	2
224	1	3	3	4	2	2	5	5
232	3	7	5	1	4	3	3	2
240	3	6	5	1	5	3	2	4
248	3	4	2	6	1	6	1	4
256	5	3	2	4	4	3	2	0
264	2	2	1	3	5	2	2	3
272	7	3	5	5	6	3	2	5
280	2	5	2	4	2	2	3	2
288	4	4	4	4	6	9	2	3
296	3	3	4	2	2	4	3	3
304	4	6	3	3	3	6	4	3
312	2	2	4	3	2	2	6	3
320	3	5	2	2	4	1	2	2
328	2	3	1	3	5	2	4	4
336	4	3	5	1	5	5	5	5
344	1	2	2	5	2	4	3	2
352	5	6	4	3	1	1	5	3
360	0	6	5	2	5	0	3	1
368	3	2	1	7	3	6	5	4
376	2	3	2	3	2	2	3	3
384	7	4	4	4	4	4	3	1
392	2	2	2	6	2	4	2	4
400	6	3	2	1	7	1	0	4
408	3	3	5	1	2	5	5	4
416	12	1	1	0	3	0	4	2
424	4	5	3	1	0	3	4	5

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

432	2	2	4	6	0	5	3	5
440	3	3	1	4	5	5	2	3
448	0	5	1	3	3	4	1	4
456	6	4	3	5	0	4	6	3
464	3	6	4	4	6	6	2	5
472	2	4	7	7	6	5	4	4
480	0	2	3	1	2	2	6	2
488	1	1	4	3	3	2	3	6
496	2	1	4	3	6	4	1	3
504	2	5	5	3	3	3	2	5
512	2	1	0	6	3	2	2	4

DETECTOR 3

0	1	1	3	4	4	2	5	3
8	8	1	7	2	2	2	5	1
16	8	6	1	1	3	2	1	0
24	4	2	3	1	8	7	5	3
32	2	2	3	4	0	3	1	1
40	23	9	0	4	4	6	2	9
48	3	3	7	0	1	3	2	6
56	3	5	2	1	1	3	0	3
64	1	2	3	0	1	3	5	0
72	7	3	4	2	4	0	5	2
80	0	0	4	9	4	4	0	1
88	4	6	4	3	8	4	8	8
96	11	9	14	14	30	34	32	64
104	79	81	77	119	81	110	109	107
112	96	96	92	95	88	98	76	88
120	74	91	96	67	91	91	109	79
128	92	81	84	99	92	83	87	89
136	78	83	87	86	81	73	65	89
144	97	97	73	86	81	84	86	96
152	73	75	76	102	64	75	101	84
160	84	71	78	80	59	88	80	80
168	76	82	77	81	94	77	76	90
176	74	88	74	84	89	84	78	88
184	80	79	74	86	80	84	92	64
192	82	82	89	88	72	81	63	83
200	78	81	80	77	74	79	74	68
208	70	65	90	74	84	109	79	65
216	79	56	79	75	74	84	81	82

224	84	69	77	74	84	67	85	68
232	76	78	68	78	63	56	90	69
240	86	71	78	82	86	61	79	80
248	95	84	72	69	82	84	74	83
256	66	80	80	68	84	68	89	83
264	67	75	62	74	68	76	71	78
272	69	64	71	81	69	65	61	74
280	75	91	74	71	83	89	71	82
288	79	72	71	57	93	73	75	75
296	76	79	97	88	70	68	72	62
304	81	79	71	74	82	62	64	66
312	88	76	91	67	68	72	77	82
320	66	67	75	76	69	83	80	93
328	74	64	75	74	76	73	84	78
336	79	85	80	74	82	85	90	78
344	76	74	81	80	84	90	74	72
352	70	87	75	66	75	65	75	70
360	74	72	77	77	81	84	82	88
368	77	68	74	74	79	86	65	74
376	70	70	69	71	69	69	67	68
384	84	70	64	73	64	61	71	77
392	62	83	55	60	82	64	84	68
400	70	76	60	73	59	74	70	54
408	84	76	75	68	68	68	66	69
416	76	63	66	80	73	73	76	90
424	64	54	62	64	77	75	84	70
432	80	70	71	85	73	66	65	77
440	76	62	61	78	61	61	58	65
448	84	65	73	66	59	73	64	71
456	65	83	83	78	75	77	67	79
464	80	70	65	71	63	74	80	69
472	74	70	75	77	57	71	75	66
480	83	68	80	77	55	57	76	64
488	82	81	67	74	82	77	68	91
496	87	59	49	64	71	60	69	78
504	82	74	70	81	73	74	77	77
512	69	69	82	68	75	69	53	84
520	80	80	68	82	77	79	61	67
528	68	54	72	80	56	68	69	67
536	69	72	61	80	93	66	67	60
544	79	73	74	60	75	61	77	59
552	72	64	62	66	58	77	72	66

560	70	80	79	55	71	73	53	64
568	78	61	55	79	66	65	89	70
576	65	77	65	61	71	69	72	67
584	67	58	66	57	70	66	55	69
592	72	65	57	82	63	67	76	75
600	75	59	76	81	60	65	75	78
608	67	64	68	66	62	67	70	54
616	64	68	63	65	60	61	59	69
624	69	72	96	70	70	75	70	67
632	65	64	46	71	78	67	63	63
640	76	63	72	56	72	56	60	74
648	68	67	74	54	64	68	62	61
656	68	67	54	68	63	55	70	74
664	68	74	59	58	62	62	75	59
672	62	66	81	71	62	58	73	65
680	87	58	70	69	76	58	67	70
688	86	50	72	67	69	66	56	68
696	83	67	76	79	58	55	54	83
704	68	57	62	65	70	77	60	59
712	71	71	56	64	69	58	76	61
720	82	56	69	61	65	72	57	74
728	64	61	62	61	49	57	78	70
736	60	77	61	55	57	75	75	67
744	75	69	62	65	70	58	65	63
752	60	72	62	61	61	72	55	72
760	74	51	75	80	55	54	58	68
768	80	67	61	63	68	55	59	72
776	59	48	71	64	73	53	60	64
784	71	68	64	61	79	57	62	65
792	59	73	66	59	72	58	52	67
800	49	60	63	62	77	58	52	53
808	55	60	71	59	61	65	79	53
816	47	67	60	66	54	67	51	52
824	64	61	66	64	58	62	62	63
832	63	72	55	66	63	58	66	61
840	71	58	61	66	59	76	64	72
848	56	67	63	71	42	68	55	56
856	67	66	69	65	57	59	67	85
864	69	48	68	63	79	55	64	61
872	54	59	78	59	62	71	69	69
880	49	53	45	55	66	55	56	75
888	60	63	59	58	66	54	73	65

896	52	71	68	64	56	79	55	71
904	55	61	72	57	60	60	59	81
912	66	53	50	67	53	62	63	59
920	69	57	61	56	63	71	60	63
928	47	76	63	77	66	52	63	59
936	59	51	58	59	54	54	57	65
944	49	66	62	61	50	60	53	56
952	55	75	60	63	68	74	65	55
960	64	52	53	72	60	64	62	67
968	43	54	50	66	64	56	60	60
976	67	72	61	52	57	48	61	57
984	58	74	64	68	63	55	73	46
992	66	59	71	60	58	54	51	71
1000	49	74	74	68	55	75	47	74
1008	50	60	59	57	60	56	58	48
1016	43	73	72	66	47	56	53	57
1024	67	53	58	62	66	47	65	69
1032	56	73	59	62	47	53	64	62
1040	64	49	66	79	44	59	68	71
1048	77	56	67	51	63	59	61	57
1056	54	74	67	74	59	50	62	49
1064	62	61	49	64	56	77	54	89
1072	52	46	61	55	52	60	54	55
1080	47	49	69	50	56	48	60	52
1088	57	61	57	54	76	44	63	45
1096	51	56	59	62	64	59	48	61
1104	60	46	55	49	67	62	61	45
1112	63	53	65	55	59	68	54	52
1120	58	69	49	56	57	48	43	58
1128	55	58	67	59	63	52	54	45
1136	80	75	54	44	54	62	53	51
1144	66	64	59	66	52	66	47	67
1152	58	56	56	64	67	52	68	56
1160	46	59	53	50	53	49	55	40
1168	59	65	65	56	53	68	69	76
1176	54	64	50	57	68	56	57	61
1184	49	52	40	55	56	54	52	62
1192	66	44	56	49	53	45	54	54
1200	64	55	60	62	49	61	56	63
1208	56	48	61	62	53	62	58	71
1216	54	47	52	51	47	65	54	58
1224	55	62	61	59	58	43	48	61

1232	54	73	42	65	64	58	53	65
1240	59	68	49	58	63	56	51	55
1248	60	57	51	62	73	63	45	41
1256	62	47	62	55	53	60	41	50
1264	63	55	47	53	58	50	61	59
1272	51	65	68	56	48	49	51	48
1280	68	48	64	44	58	58	60	57
1288	57	58	51	51	56	34	62	35
1296	58	62	52	56	61	51	51	54
1304	49	63	58	40	62	56	57	58
1312	63	50	56	40	54	56	56	60
1320	51	49	62	56	56	58	51	62
1328	43	57	47	53	54	55	56	46
1336	42	52	52	59	55	44	52	56
1344	44	53	59	59	53	73	57	44
1352	57	64	57	58	53	54	56	60
1360	57	40	55	57	47	54	41	59
1368	67	47	60	48	58	57	46	49
1376	45	60	51	49	45	56	52	50
1384	54	47	53	48	43	57	51	68
1392	63	49	64	53	60	50	69	53
1400	54	51	48	63	53	50	59	61
1408	45	37	61	57	55	58	58	65
1416	58	50	44	64	59	52	52	63
1424	44	60	57	71	48	57	55	53
1432	49	57	62	66	56	65	47	41
1440	54	59	43	51	69	36	40	52
1448	46	44	48	55	51	52	57	45
1456	40	52	52	39	45	41	45	53
1464	68	45	53	55	61	54	47	46
1472	61	43	51	52	64	53	53	55
1480	63	56	58	56	47	59	63	58
1488	58	59	59	50	43	51	52	48
1496	59	52	53	62	59	58	46	50
1504	50	60	42	60	59	56	40	45
1512	46	62	57	56	53	51	45	58
1520	45	51	58	48	46	61	54	52
1528	51	62	44	48	54	36	51	37
1536	53	56	52	49	44	52	60	44
1544	52	53	53	42	48	57	46	53
1552	54	46	49	58	50	54	42	50
1560	58	38	40	50	55	56	51	48

1568	56	60	51	45	44	41	59	48
1576	37	30	53	59	44	54	62	49
1584	61	63	54	70	49	41	49	52
1592	52	50	40	53	41	49	48	46
1600	42	54	60	50	54	57	52	43
1608	56	68	45	58	56	59	47	47
1616	47	59	55	38	60	66	43	42
1624	54	52	48	53	51	54	52	47
1632	63	48	56	48	53	58	42	47
1640	55	45	36	42	61	44	49	54
1648	40	44	54	55	53	39	51	46
1656	50	51	40	48	46	47	44	43
1664	43	50	44	54	54	53	39	53
1672	44	49	38	52	46	48	59	43
1680	53	51	58	43	43	51	46	52
1688	47	63	37	54	52	49	45	47
1696	46	45	46	48	49	60	49	38
1704	50	55	46	44	47	52	63	51
1712	56	59	49	55	46	40	43	53
1720	47	62	62	45	50	43	42	53
1728	49	61	53	51	45	53	63	50
1736	59	59	48	42	49	51	53	55
1744	64	49	56	47	33	43	41	48
1752	45	72	53	44	48	51	53	43
1760	54	57	57	40	50	50	51	49
1768	37	52	36	37	56	46	41	48
1776	50	40	42	55	52	52	42	63
1784	47	53	42	47	47	61	42	53
1792	41	36	54	51	36	48	43	38
1800	56	57	52	51	52	50	39	49
1808	38	51	45	54	48	46	58	47
1816	57	42	59	56	55	39	62	44
1824	47	42	61	47	53	51	42	42
1832	45	46	47	53	50	47	48	47
1840	38	57	41	51	42	45	56	56
1848	50	47	57	53	42	44	56	32
1856	46	40	38	56	53	38	49	48
1864	38	45	52	48	57	40	48	46
1872	51	39	50	37	57	54	54	43
1880	43	45	42	39	53	45	45	44
1888	57	51	37	49	50	47	42	43
1896	44	37	42	42	49	41	41	47

1904	36	38	37	48	52	55	43	39
1912	44	38	46	48	46	53	39	49
1920	34	52	51	57	33	41	46	46
1928	45	38	50	54	57	47	43	49
1936	48	45	46	48	53	59	38	51
1944	44	43	41	63	47	41	62	43
1952	41	58	49	43	36	43	56	56
1960	51	49	41	37	57	51	42	45
1968	49	47	47	42	45	33	49	51
1976	51	47	42	46	31	47	46	44
1984	38	44	50	50	43	56	48	51
1992	41	35	42	37	46	50	48	48
2000	53	45	61	44	68	62	48	58
2008	43	35	42	44	50	43	56	47
2016	52	55	46	54	51	36	43	48
2024	44	37	48	54	46	47	45	49
2032	51	32	55	54	51	44	41	46
2040	44	41	58	51	44	46	39	57

APENDICE A

El momentum de un volumen dado es ρv_i . Se puede determinar la razón de cambio $\frac{\partial \rho v_i}{\partial t}$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t} v_i \quad (1)$$

Usando la ecuación de continuidad (3.1.12) y rescribiendo la

$$d(\rho v_i) = \frac{\partial \rho v_i}{\partial x_k} dx_k \quad (2)$$

usando la ecuación de Euler (3.1.3) en la forma

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (3)$$

substituyendo la ecuación (2) y (3) en la ecuación (1) se tiene

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = \rho \left(-v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial \rho}{\partial t} v_i$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = \rho \left(v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial (\rho v_k)}{\partial x_k}$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \left(\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + v_i \frac{\partial (\rho v_k)}{\partial x_k} \right)$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \rho v_i v_k}{\partial x_k}$$

$$\text{si } \frac{\partial p}{\partial x_i} = \delta_{ik} \frac{\partial p}{\partial x_k}$$

entonces se tiene que

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = - \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k}$$

donde

$$\Pi_{ik} = \delta_{ik} p + \rho v_i v_k$$

APENDICE B

Aplicando la ecuación (3.1.3) a un elemento δx del movimiento en la dirección x se tiene que

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{\partial \delta x}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \delta x$$

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = 0 + \frac{\partial \delta x}{\partial x} v_x$$

substituyendo $\delta x = v_x \delta t$

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{\partial (v_x \delta t)}{\partial x} v_x$$

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \left(\delta t \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial \delta t}{\partial x} \right) v_x$$

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial x} \delta t v_x + 0$$

Por lo tanto

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial x} \delta x$$

el mismo procedimiento se sigue para la componente en y , como para la componente z .

APENDICE C

$$V = \int_0^- (v dt) \left(\int_t^- E dt \right)$$

como el flujo se supone en regimen estacionario, se tiene

$$I = \frac{V}{\rho} = \int_0^{\infty} dt^* \int_1^{\infty} E dt$$

si se cambia el orden de integraci3n

$$I = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T dt^* \int_1^T E dt$$

$$I = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T E dt \int_1^T dt^*$$

$$I = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T E dt \lim_{T \rightarrow \infty} \int_1^T dt^*$$

si se usa el principio de convergencia para la integral

$$\int_0^{\infty} dt^* - \int_1^{\infty} dt^* \leq \int_0^1 dt^*$$

entonces

$$I = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T E dt \int_0^1 dt^*$$

por lo que el resultado es

$$I = \int_0^{\infty} t E dt$$