



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
CUAUTITLAN

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

DESIGNACION DE DIAMETROS ECONOMICOS EN  
SISTEMAS DE TRANSPORTE DE FLUIDOS  
ALIMENTICIOS EN REGIMEN  
LAMINAR

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO EN ALIMENTOS

P R E S E N T A:

**RICARDO BECERRA CRUZ**

DIRECTOR DE TESIS  
DRA. LAURA PATRICIA MARTINEZ PADILLA

CUAUTITLAN IZCALLI, EDO DE MEXICO.

1992



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

	Pag.
RESUMEN.....	1
INTRODUCCION.....	3
OBJETIVOS: GENERAL Y PARTICULARES.....	5
ANTECEDENTES.....	6
CAPITULO I.- ASPECTOS BASICOS.....	10
I.1.- REOLOGIA DE FLUIDOS ALIMENTICIOS	
Reología de fluidos en el procesamiento de Alimentos.....	11
Características Reológicas de los fluidos...	12
Modelos Reológicos.....	16
Viscosimetría.....	21
I.2.- MECANICA DE FLUIDOS	
Flujo Isotérmico en Tuberías.....	25
Balance de Energía Mecánica.....	29
Energía Cinética.....	31
Pérdidas de energía por fricción en tubería.	33
Factor de Fricción para el flujo de materia- les en Régimen Laminar.....	36

Soluciones gráficas de factor de fricción...	42
Pérdidas de energía en válvulas y accesorios.	48
Potencia de Bombeo en Sistemas de Transporte de fluidos.....	51
<b>I.3.- SELECCION DE BOMBAS PARA FLUIDOS NO NEWTONIANOS</b>	
Selección preliminar de bombas.....	53
Requerimientos de presiones netas.....	55
Velocidad de rotor y presiones de descarga..	57
<b>I.4.- COSTOS DEL SISTEMA DE BOMBEO</b>	
Ecuación de Costos de Operación.....	60
Ecuación de Costos del Sistema de Tuberías..	61
Ecuación de Costos de la Estación de Bombeo.	64
<b>CAPITULO II.- DISEÑO METODOLOGICO.....</b>	<b>67</b>
<b>CAPITULO III.- DESARROLLO MATEMATICO.....</b>	<b>72</b>
<b>DIAMETRO ECONOMICO DE TUBERIA.....</b>	<b>72</b>
<b>SOLUCION ANALITICA PARA LA DETERMINACION DE DIAMETROS ECONOMICOS.....</b>	<b>78</b>
<b>ANALISIS DE COSTOS DEL SISTEMA DE BOMBEO.....</b>	<b>83</b>
Análisis de Costos del Sistema de Tuberías..	83

Analisis de Costos de Estación de Bombeo....	88
SOLUCION GRAFICA DE DIAMETRO ECONOMICO.....	90
VELOCIDADES ECONOMICAS.....	95
FACTORES DE CORRECCION.....	96
CASO PRACTICO .....	99
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	105
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	108

## INDICE DE FIGURAS.

	Pag.
1 .- Diferentes comportamientos de flujo de los materiales..	13
2 .- Reógramas para diferentes comportamientos reológicos...	15
3 .- Representación gráfica de la aplicabilidad de los diferentes modelos reológicos.....	18
4 .- Diferentes tipos de viscosímetros.....	22
5 .- Efecto del indice de comportamiento en los perfiles de velocidades.....	23
6 .- Flujo laminar en una tubería; sistema de coordenadas, perfiles de velocidades y distribución de tensores de esfuerzo.....	26
7 .- Factor de corrección de energía cinética para fluidos con tensor de esfuerzos inicial.....	33
8 .- Efecto del tensor de esfuerzos inicial en el perfil de velocidades.....	35
9 .- Valores de número de Reynolds critico en función del número de Hedstrom y el indice de comportamiento.....	40
10.- Factor de fricción vs número de Reynolds para fluidos newtonianos.....	42
11.- Factor de fricción vs número de Reynolds para fluidos de la ley de la potencia.....	43
12.- Factor de fricción vs número de Reynolds para fluidos Plasticos de Bingham.....	44

13.- Factor de fricción vs número de Reynolds para fluidos Plásticos de Bingham.....	45
14.- Factor de fricción vs número de Reynolds para fluidos Herschel Bulkley (n=0.5).....	46
15.- Factor de fricción vs número de Reynolds para fluidos Herschel Bulkley (n=0.2).....	47
16.- Factor de fricción vs número de Reynolds para fluidos Herschel Bulkley (n=1.0).....	47
17.- Coeficiente de resistencia vs. numero de Reynolds para diferentes tipos de válvulas y accesorios.....	49
18.- Curvas de capacidad de bombeo para varios tamaños de la serie universal de bombas Waukesha.....	54
19.- Presión neta de succión requerida (NIPR) para bombas Waukesha de tamaño 30.....	56
20.- Velocidad de desplazamiento volumétrico del rotor para bombas Waukesha de tamaño 30.....	58
21.- Esquema metodológico de designación de diámetros económicos.....	70
22.- Solución gráfica de $\phi$ como una función de la relación de esfuerzos $\zeta_0$ para diferentes comportamientos reológicos..	74
23.- Valores de $\phi$ como una función de las propiedades reológicas.....	75
24.- Fc como una función de las propiedades reológicas de los materiales.....	80
25.- Gráfica de costos del sistema de tuberías para diferentes complejidades.....	87

26.- Gráfica de costos de estación de bombeo vs potencia requerida para diferentes tipos de bombas.....	89
27.- Efecto de la densidad en la determinación de diámetros optimos para el flujo de fluidos en regimen laminar.....	92
28.- Efecto del factor de corrección, $F_c$ , en la determinación de diámetros económicos.....	93
29.- Nomograma de Diámetro Optimo para sistema de transporte de fluidos en Regimen Laminar.....	94
30.- Valores de $\beta$ en función del diámetro de tubería y el indice de comportamiento al flujo.....	96
31.- Factor de corrección por densidad ( $F_{c1}$ ).....	97
32.- Factor de corrección por energía eléctrica ( $F_{c2}$ ).....	98
33.- Factor de corrección por complejidad de sistema ( $F_{c3}$ )..	98
34.- Determinacion del $D_{op}$ en la solución gráfica.....	102



## INDICE DE CUADROS.

	Pag.
I.- Características de flujo de los materiales.....	15
II.- Modelos reológicos para el estudio del comportamiento de flujo de los materiales.....	16
III.- Ecuaciones de flujo volumétrico y perfiles de velocidades para flujo laminar.....	28
IV.- Valores de Longitudes equivalentes para diferentes tipos de válvulas y accesorios en el flujo de fluidos no newtonianos en regimen laminar.....	78
V.- Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad $1/4$ .....	84
VI.- Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad $1/2$ .....	85
VII.- Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad 1.....	85
VIII.- Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad 2.....	86
IX.- Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad 4.....	86
X.- Parámetros Económicos del sistema de tubería para diferentes complejidades.....	88

## RESUMEN

El criterio económico para la selección de diámetros óptimos de tubería se ha desarrollado con base a dos métodos: diámetro económico y velocidad económica, estableciendo los costos mínimos totales anuales en el sistema de bombeo. El modelo se derivó para el transporte de fluidos newtonianos y no newtonianos, independientes del tiempo, en régimen laminar. Los métodos consideran los costos del sistema de tubería como una función del diámetro de tubería; los costos de estación de bombeo como una función de la potencia requerida y los costos de operación como una función de los costos de energía eléctrica. El diámetro óptimo de tubería, para los dos métodos, puede estimarse en función de las propiedades reológicas de los fluidos, la densidad de los mismos, el flujo másico y los parámetros económicos del sistema de bombeo. En el presente estudio se introducen las pérdidas de energía por fricción en válvulas y accesorios; debido al efecto que representan en los costos totales del sistema de bombeo. Es necesario remarcar que todos los trabajos reportados bibliográficamente consideran despreciables tales pérdidas; sin embargo en el presente estudio son consideradas en el modelo generalizado de diámetro óptimo. Se introducen factores de densidad del fluido y parámetros económicos del sistema de bombeo para la extrapolación a las condiciones específicas del proceso. Como otra aportación se presenta un nomograma que permite calcular rápidamente el diámetro óptimo de tubería para fluidos Herschel Bulkley, Plásticos de Bingham, de la Potencia y newtonianos que fluyen en

condiciones de régimen laminar; este nomograma no existe en la bibliografía reportada.

## INTRODUCCION

El transporte de fluidos newtonianos y no newtonianos se ha incrementado notablemente en los últimos años en la industria de alimentos. Los alimentos no newtonianos son elevadamente viscosos; por lo cual el flujo laminar es más común que el flujo turbulento. Varios argumentos respaldan tal hipótesis:

Los fluidos alimenticios no newtonianos semejantes a purés y concentrados requieren de elevadas presiones de bombeo para asegurar las condiciones turbulentas, pero dichas presiones no resultan económicas para las velocidades típicas de producción en la práctica.

También se puede establecer que los diagramas de factor de fricción vs. número de Reynolds para condiciones turbulentas, muestran factores de fricción mayores para fluidos no newtonianos que para fluidos newtonianos.

Desde el punto de vista económico los sistemas de transporte en los procesos de transformación de fluidos alimenticios representan en la inversión inicial de las plantas productivas un porcentaje superior, en algunos casos, al 60 % del costo total del equipo de proceso de la planta (Perry y Chilton, 1973), por lo anterior el dimensionamiento de sistemas de transporte concerniente a la selección de diámetros óptimos de tubería para el flujo de fluidos no newtonianos en régimen laminar es un tema de gran importancia para la Ingeniería de Alimentos.

En la bibliografía se reportan diversos criterios de selección de diámetros de tubería que en forma general se pueden clasificar como

critérios preliminares para seleccionar diámetros de tubería: velocidad y erosión; caída de presión permisible y control de procesos. Sin embargo en la actualidad no es suficiente con establecer diámetros preliminares, ya que los sistemas de transporte en las modernas plantas productivas representan una considerable proporción del capital de inversión inicial y la limitada información bibliográfica reportada en cuanto al desarrollo y aplicación de criterios de dimensionamiento de líneas de flujo para los procesos de transformación de alimentos hacen necesario el desarrollo de nuevas técnicas de selección, por lo cual en el presente trabajo se desarrolla el criterio económico para ser aplicado en el dimensionamiento de líneas de flujo en forma de diámetro económico ó velocidades económicas, aplicando el método de costos mínimos totales anuales considerando en el balance económico los costos de tubería, operación y estación de bombeo; estableciendo las soluciones analíticas y gráficas para la selección de diámetros económicos para fluidos newtonianos y no newtonianos. Además de los factores de corrección para los parámetros económicos, que permitan la actualización de los mismos en la determinación de diámetros óptimos para los sistemas de transporte de fluidos alimenticios

## OBJETIVO GENERAL

Desarrollo de un método fundamentado en el criterio económico para la selección de diámetros óptimos de tubería en sistemas de transporte de fluidos newtonianos y no newtonianos que fluyen en condiciones de régimen laminar.

## OBJETIVOS PARTICULARES

Desarrollar un método analítico y gráfico para la determinación de diámetros óptimos de tubería en sistemas de transporte de fluidos alimenticios.

Desarrollo de tablas de velocidades económicas, para fluidos alimenticios, aplicable en la selección de diámetros óptimos de tubería.

Presentar un análisis actualizado de costos de tubería, estación de bombeo y operación aplicables a México..

Establecer gráficas de factores de corrección para el ajuste de parámetros económicos tales como: energía eléctrica, tubería y bombeo.

## ANTECEDENTES

En la actualidad existen diversos criterios para la selección de diámetros de tubería que están fundamentados principalmente en los siguientes factores (Kent, 1978): velocidad y erosión; caída de presión permisible; control de procesos y análisis de costos. El método comunmente empleado consiste en seleccionar un diámetro de tubería con base en velocidades recomendadas para fluidos en función del tipo de comportamiento reológico y condiciones de flujo, posteriormente se evalúa la caída de presión, si ésta es satisfactoria se acepta el diámetro propuesto; sin embargo para establecer la caída de presión adecuada se recurre al análisis económico de costos de tubería, estación de bombeo y operación para seleccionar el diámetro de tubería que represente los costos mínimos totales anuales, el cual se define como diámetro óptimo (Braca y Happel, 1953; Darby y Melson, 1982). En otras ocasiones la caída de presión se puede limitar en función de las condiciones de proceso y las propiedades del fluido; siendo definida como caída de presión permisible (Kent, 1978).

El criterio de velocidad y erosión se fundamenta en factores tales como: interacciones químicas fluido-metal y la presencia de sólidos. En forma generalizada se recomiendan velocidades típicas en función del diámetro de tubería y características del fluido, pero dichas velocidades están reportadas solamente para productos químicos. Perry y Chilton (1973), reportan velocidades económicas para fluidos newtonianos en condiciones de régimen turbulento.

La caída de presión permisible se fundamenta en mantener flujos

monofásicos, estableciéndose como una función de variables intrínsecas del proceso y al fluido como son: presiones de sistema y presiones de vapor respectivamente. Kent (1978), desarrolla a partir de velocidades recomendadas y propiedades térmicas del fluido, la solución gráfica para fluidos con presiones de vapor elevadas como es el caso de los hidrocarburos.

El control de procesos representa pérdidas de energía en válvulas de control; se recomienda como regla general que las caídas de presión en los sistemas de control no deberán ser menores al 30% de las pérdidas de cabeza total del sistema para mantener un buen control de procesos (Kent, 1978).

El criterio más aceptado para la selección de diámetros de tubería es el económico; se pueden establecer dos procedimientos para la selección de diámetros óptimos: diámetro económico y velocidad económica. El criterio económico se fundamenta en la aplicación de un balance económico; sin embargo éste deberá ser desarrollado en tal forma que no afecte las condiciones de operación y funcionamiento requeridas en el proceso

La aplicación de los procesos de optimización en la selección de diámetros de tubería reviste gran importancia debido a que en el establecimiento de tecnología moderna ha sido desplazada la selección de diámetros óptimos de tubería por medio de la regla de dedo, por factores tales como: erosión, cavitación, fricción; los cuales introducen incentivos económicos para la implementación de nuevas tecnologías. El método de costos mínimos totales anuales está basado en el análisis de costos de tubería, estación de bombeo y operación.



Para una velocidad de flujo dada, la inversión en los costos del sistema de tubería se incrementa en forma directa al tamaño de tubería; mientras que los costos de estación de bombeo y operación decrecen con el tamaño de tubería. De aquí la necesidad de evaluar el diámetro de tubería que represente los costos mínimos totales anuales; las soluciones se pueden expresar en forma gráfica o analítica.

El diámetro óptimo puede estimarse a partir de las propiedades reológicas, densidad del fluido, velocidad másica y parámetros económicos; para los fluidos newtonianos se encuentran reportados en la literatura una gran cantidad de soluciones analíticas y gráficas para estimar el diámetro óptimo en las condiciones de flujo laminar y turbulento. Genereaux (1937) fué de los primeros en aplicar los balances de costos de tubería y bombeo en la optimización de diámetros de tubería; Bracca y Happel (1953) basan su análisis en el balance económico de costos de tubería y bombeo, proporcionando factores de corrección para los costos de operación; Perry y Chilton (1973) y Peter y Timmerhaus (1985) presentan relaciones de diámetro óptimo basadas en el concepto de incremento de inversión; Fastenakes y Campana (1984) presentan programas de computación para determinar diámetros óptimos basados en los costos anuales, caídas de presión disponible y velocidad permisible. Otros métodos para determinar diámetros óptimos para fluidos newtonianos los discuten Sarchet y Coulburn (1940), Nguyen (1978) y Kent (1978).

Sin embargo, las relaciones para determinar el diámetro óptimo en el caso de fluidos no newtonianos son limitadas: Skelland (1967) desarrolla la solución analítica para determinar el diámetro

económico, aplicables a fluidos de la ley de la potencia, basadas en las relaciones de factores de fricción establecidos por Metzner y Reed (1955) y Dodge y Metzner (1959). El análisis está fundamentado en un balance económico de costos de tubería y operación despreciando los costos por estación de bombeo. Derby y Melson (1982) utilizan el análisis dimensional para obtener soluciones gráficas de diámetro económico para fluidos no newtonianos; sin embargo estos autores suponen que el factor de fricción es una constante con respecto al diámetro ( $dF_f/dD = 0$ ). García y Steffe (1986) establecen las soluciones analíticas para la designación de diámetros óptimos para fluidos Herschel Bulkley fundamentada en balances de costos de tubería, operación y estación de bombeo; pero la solución analítica se resuelve por iteraciones, por lo cual se establece que los coeficientes de resistencia en válvulas y accesorios permanecen constantes con respecto al diámetro ( $dK_f/dD = 0$ ) y que las pérdidas de energía en válvulas y accesorios son despreciables cuando la longitud es mucho mayor que el diámetro de tubería en los sistemas de transporte, para simplificar la solución analítica y que se resuelva directamente.

Los modelos matemáticos reportados en la literatura para la determinación de diámetros óptimos para fluidos newtonianos y no newtonianos que fluyen en condiciones de régimen laminar, presentan diversas limitantes que introducen un cierto grado de error en la selección de diámetros óptimos. El presente trabajo considera tales limitantes y proporciona un modelo generalizado para la selección de diámetros óptimos en sistemas de transporte de fluidos alimenticios.

## **CAPITULO I**

### **ASPECTOS BASICOS**

## 1.1.- REOLOGIA DE FLUIDOS ALIMENTICIOS

### REOLOGIA EN EL PROCESAMIENTO DE ALIMENTOS

La reología se define como: "La ciencia que estudia la deformación y flujo de la materia." (Heldman, 1986). En el caso de la deformación de flujo, el desarrollo de investigaciones sobre las características reológicas de alimentos líquidos y semilíquidos tiende a ser un tópico de extensos estudios en la última década (Rao et al. 1982; Barbosa y Peleg, 1983; Dervisoglu y Kokini, 1986). El conocimiento de los parámetros reológicos proporciona información fenomenológica que puede ser asociada con diversas áreas específicas para la ingeniería. Szczesniak (1977) analiza los problemas reológicos más relevantes en la industria de alimentos enfocándolos a la estructura y comportamiento durante el procesamiento y transporte de los fluidos alimenticios. En el área de procesamiento el conocimiento, interpretación y aplicación de las propiedades reológicas es relativamente reciente y con grandes perspectivas de desarrollo para la ingeniería e investigación. Además en el diseño de procesos de flujo continuo donde las velocidades de flujo o caídas de presión en tuberías y otros sistemas de flujo, el conocimiento de las propiedades reológicas se hace necesario para la predicción de las mismas. Así mismo las caídas de presión se utilizan en el cálculo de potencias y selección de bombas u otras máquinas para el movimiento de fluidos; las velocidades de flujo y perfiles de velocidades son prerequisites en la estimación de velocidades de

calentamiento y tiempos de residencia durante procesos asepticos v de concentración (Rao, 1977 a. b; Holdsworth, 1971).

Por lo tanto en conocimiento de las propiedades reológicas de fluidos alimenticios son esenciales para un diseño y operación adecuada de las operaciones unitarias, así como el entendimiento de los sistemas de transporte pertinentes a los procesos de transformación.

#### 1.b) CARACTERISTICAS REOLOGICAS DE LOS FLUIDOS

En la literatura proliferan reportes concernientes a la reología de alimentos, con una tendencia al estudio específico de la fenomenología que continuamente reafirma los diversos comportamientos de flujo de los alimentos (fig No 1). Las propiedades de flujo de los materiales son necesarias para el análisis crítico del fenómeno de la naturaleza de la respuesta sobre una variedad de condiciones de flujo; estableciéndose teorías sobre la estructura y el comportamiento de flujo. Las teorías moleculares de viscosidad indican que los parámetros con influencia en la viscosidad son: volumen molecular; masa molecular; distancia entre las partículas; distribución radial de moléculas y fuerza de atracción entre las mismas (Bondi, 1956). Sin embargo, éstas teorías moleculares solamente se aplican a moléculas no polares no asociadas y pequeñas. Cuando las moléculas son grandes y complejas existen parámetros adicionales, como factores geométricos e interacciones. El volumen o tamaño, forma.

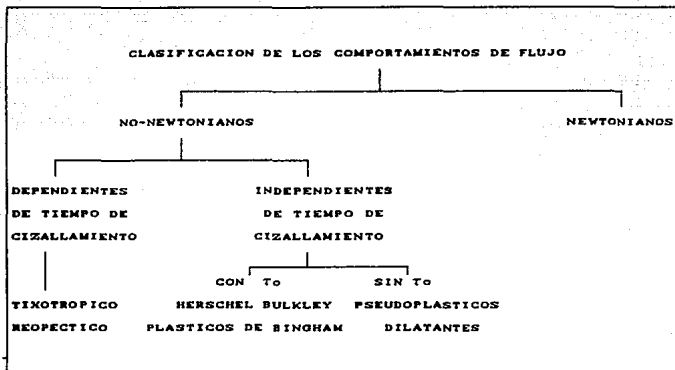


FIG. No. 1 : DIFERENTES COMPORTAMIENTOS DE FLUJO DE LOS MATERIALES.

número e interacciones de las partículas son parámetros básicos que afectan la reología del sistema que puede ser molecular, dispersión, suspensión, pasta o gel. La diferencia sin embargo, es que el intervalo operativo de estos parámetros básicos es diferente para cada sistema (Rao y Anantheswaran, 1982).

Las características reológicas: tensor de esfuerzos inicial ( $\tau_0$ ); viscosidad ( $\mu$ ); viscosidad aparente ( $\mu_{ap}$ ); índice de consistencia ( $k$ ); índice de comportamiento ( $n$ ), nos permiten clasificar a los fluidos en forma generalizada como fluidos newtonianos y no newtonianos.

El comportamiento Newtoniano es común en alimentos semejantes a

leches, jugos diluidos y aceites vegetales; éste tipo de comportamiento solo requiere del conocimiento de una variable; la viscosidad newtoniana a temperatura constante es independiente de la velocidad de corte, además la relación  $\tau$  vs  $\dot{\gamma}$  es directamente proporcional partiendo del origen ( $\tau_0=0$ ) y con  $n=1$ .

Dentro de los fluidos no newtonianos se establecen diferentes tipos de comportamiento como son: pseudoplásticos; dilatantes; Herschel Bulkley y plásticos de Bingham, delimitados como independientes del tiempo de cizallamiento; fluidos del tipo tixotrópico ó reopéctico son delimitados como dependientes del tiempo de cizallamiento, pero cuya complejidad no ha permitido establecer un modelo reológico generalizado que prediga su comportamiento en tuberías (Martínez P., 1988), razón por la cual no son considerados dentro del presente proyecto. En el cuadro No.1 se presentan las características de flujo de cada comportamiento reológico. Así mismo en la Fig. 2 se establecen los reogramas característicos de cada comportamiento reológico.

Características de flujo	Fluidos típicos	Índice de consistencia (k)	Índice de comportamiento (n)	Tensor de esf. inicial ( $\tau_0$ )	Ejemplo de productos alimenticios.
Newtoniano	Soluciones ideales diluidas, disp. coloidales	$\mu > k$	$n = 1$	$\tau_0 = 0$	Leche jugos diluidos aceites sopas
Pseudoplástico	Sol. de polímeros; suspensiones y emulsiones	$\mu_{ap} > 0$	$0 < n < 1$	$\tau_0 = 0$	jugos concentrados, salsas
Dilatantes	Suspensiones concentradas	$\mu_{ap} > 0$	$1 < n < \infty$	$\tau_0 = 0$	
Plásticos de Bingham	Suspensiones	$\mu_{ap} > 0$	$n = 1$	$\tau_0 > 0$	
Herschel Bulkley	Suspensiones con partícula irregular	$k > 0$	$0 < n < 1$	$\tau_0 > 0$	Salsa cat-sup, pures

CUADRO I : CARACTERÍSTICAS DE FLUJO DE LOS MATERIALES (RHA, 1982)

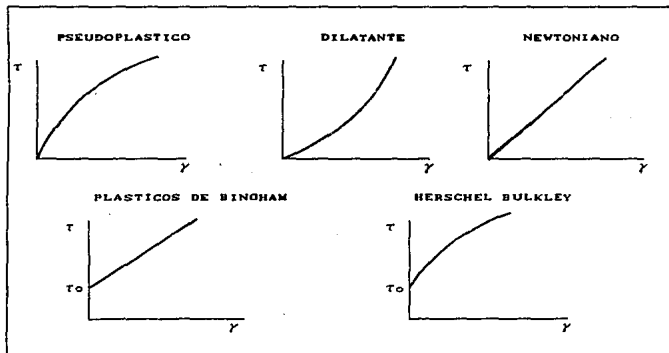


FIG. No. 2 : REOGRAMAS PARA DIFERENTES COMPORTAMIENTOS REOLOGICOS.



## MODELOS REOLOGICOS

Los modelos reológicos se emplean para describir el comportamiento de flujo de los fluidos; dichos modelos pueden emplearse en estudios relacionados con las operaciones unitarias de procesos de transformación de alimentos. En el cuadro No. 2 se resume los modelos reológicos más utilizados y los parámetros que

MODELO	ECUACION	PARAMETROS
NEWTON	$\tau = \mu \dot{\gamma}$	$\mu$
LEY DE LA POTENCIA	$\tau = \mu_0 \dot{\gamma}^n$	$\mu_0, n$
PLASTICOS DE BINGHAM	$\tau - \tau_0 = \mu_p \dot{\gamma}$	$\mu_p, \tau_0$
HERSCHEL BULKLEY	$\tau - \tau_0 = \mu_0 \dot{\gamma}^n$	$\mu_0, n, \tau_0$
ELLIS	$\tau = \frac{\gamma}{A + B\tau^{(\alpha-1)}}$	$A, B, \alpha$
POWELL-EYRING	$\tau = (C\dot{\gamma}) + \frac{A\dot{\gamma}}{B \sinh H}$	$A, B, C$
FRANZLIS-EYRING	$\tau = A \sinh H^{-1} (\dot{\gamma}/B)$	$A, H, B$
DE HAVEN	$\tau = \mu_0 (1 + C\tau^n)^{-1} \dot{\gamma}$	$\mu_0, C, n$
SISKO	$\tau = (A\dot{\gamma}) + (B\dot{\gamma}^n)$	$A, B, n$

CUADRO No. II : MODELOS REOLOGICOS PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE FLUJO DE LOS MATERIALES. (BIRD, R.B. ET AL., 1970).

establecen para cada uno.

Un número sustancial de alimentos presentan comportamiento pseudoplástico (Rao y Anastathewara, 1982; Rha, 1978) siendo el modelo de la Ley de la Potencia ó de Ostwald de Weale el más adecuado y utilizado para describir el comportamiento (Clark, 1978; Holdsworth, 1971; Rao, 1977a). Sin embargo, existen fluidos alimenticios que requieren de un esfuerzo inicial para comenzar a fluir; en estos comportamientos es recomendable aplicar los modelos de Herschel Bulkley o el de Plásticos de Bingham para la descripción del fenómeno en el análisis de las operaciones unitarias de los procesos alimenticios (Guaruguata et al, 1979; Nakayama et al, 1980; Toledo et al, 1977). En la figura No. 3 se muestra en forma resumida la aplicación de los modelos reológicos en el estudio de los diferentes comportamientos de flujo. Los modelos reológicos nos permiten extrapolar valores experimentales a condiciones industriales; sin embargo hay que considerar que los modelos son ecuaciones empíricas de ajuste de curvas, y por consiguiente, es muy aventurado emplear las fuera del intervalo reportado. Murat y Kokini(1986), analizan la aplicación de los modelos de la Ley de la Potencia, Plásticos de Bingham y Herschel Bulkley en el estudio de varios alimentos sometidos a velocidades de corte; estableciendo que para velocidades de corte bajas es recomendable la aplicación del modelo de la Ley de la Potencia, mientras que para velocidades elevadas de corte el modelo de Herschel Bulkley. Si consideramos que el intervalo de velocidades de corte, de particular significancia para los procesos de transformación a nivel industrial, se establecen en el orden de 1 a 1000  $\text{seg}^{-1}$ , y

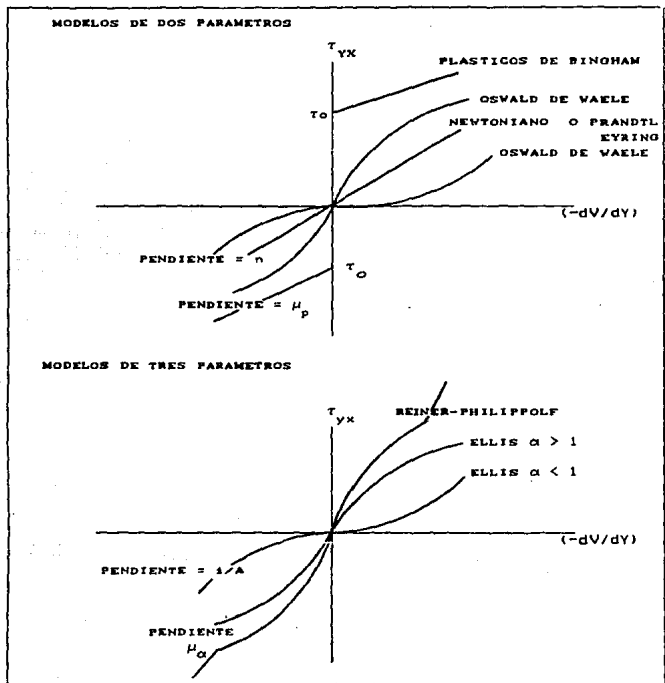


FIG. No 3: REPRESENTACION GRAFICA DE LA APLICABILIDAD DE LOS DIFERENTES MODELOS REOLOGICOS. (BIRD, R.B. ET AL., 1970).

que el modelo de Herschel Bulkley es muy flexible para adaptarse a los diferentes comportamientos, en el presente trabajo se aplicará dicho

modelo para describir los comportamientos de flujo de fluidos alimenticios. El modelo Herschel Bulkley se expresa como:

$$\tau = \tau_0 + k(\dot{\gamma})^n \quad (1.1)$$

donde

$K$  = índice de consistencia = Pa.s.<sup>n</sup>

$\tau$  = tensor de esfuerzos = Pa.

$\tau_0$  = tensor de esfuerzos inicial = Pa.

$\dot{\gamma}$  = velocidad de corte o deformación = s.<sup>-1</sup>

$n$  = índice de comportamiento = adimensional

El modelo puede simplificarse al modelo de la Ley de la potencia, cuando  $\tau = 0$ :

$$\tau = k (\dot{\gamma})^n \quad (1.2)$$

Un fluido de la Ley de la Potencia es pseudoplástico cuando  $0 < n < 1$ , y dilatante cuando  $1 < n < \alpha$ . La viscosidad aparente estará, dada por:

$$\mu_{ap} = k (\dot{\gamma})^{n-1} \quad (1.3)$$

La ecuación 1 se simplifica al modelo Plástico de Bingham cuando  $n = 1$ , y  $k = \mu_{pl}$ :

$$\tau = \tau_0 + \mu_{pl}(\dot{\gamma}) \quad (1.4)$$

donde

$\mu_{pl}$  = viscosidad plástica.

La ecuación 1 describe a los fluidos newtonianos cuando  $\tau_0 = 0$ ,  
 $n = 1$  y  $k = \mu$ :

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (1.5)$$

Los modelos reológicos obtenidos pueden utilizarse en el diseño de procesos de ingeniería de alimentos si se utilizan en conjunción con balances de materia, momento y energía para una operación unitaria en particular; así como en la predicción de parámetros útiles, en el diseño de procesos, tales como caídas de presión, factores de fricción y perfiles de velocidades.

La viscosidad es afectada por 2 variables, siendo éstas: el contenido de humedad y la temperatura. En la literatura se reportan diversos modelos que describen tal dependencia; sin embargo, en el caso del efecto de la temperatura la ecuación de Arrhenius es de gran utilidad:

$$\mu_{ap} = \mu_v \exp \left( \frac{E_a}{RT} \right) \quad (1.6)$$

donde

$\mu_{ap}$  = viscosidad aparente a temperatura 1 = Pa,

$\mu_v$  = viscosidad aparente a temperatura 2 = Pa,

$E_a$  = energía de activación para flujo

$R$  = constante de los gases ideales

$T$  = temperatura = °C,

El efecto de la composición en la viscosidad es expresado de forma exponencial segun, Harper y Morgan, 1978. en la siguiente forma:

$$\mu_{ap} = \mu_v \exp^{(c h)} \quad (1.7)$$

donde

$\mu_{ap}$  = viscosidad aparente a la humedad 1 = Pa.

$\mu_v$  = viscosidad aparente a la humedad 2 = Pa.

h = porcentaje de humedad

c = constante empírica

sin embargo, Harper establece que la ecuación es válida para un pequeño grado de desviación en un caso base y no puede ser extrapolada a un contenido de sólidos cero.

#### VISCOSIMETRIA

Las técnicas para la medición de las propiedades de flujo pueden ser clasificadas en forma generalizada como métodos relativos y absolutos; pero es de gran importancia establecer para cada geometria o técnica sus limitantes, así como sus ventajas (fig. 4). Por ejemplo, la técnica rotacional (cono-plato; cilindro concéntrico) está limitada a bajos valores de velocidad de corte para fluidos no newtonianos. Para valores mayores de  $10 \text{ seg}^{-1}$  de velocidad de corte la fuerza normal se favorece significativamente provocando un vacío en la

muestra que distorsiona los valores de la medición; además de provocarse flujos secundarios a tales velocidades y algunos de éstos no están considerados en la ecuación utilizada normalmente para la interpretación de los datos, dando como resultado un error en la medición.

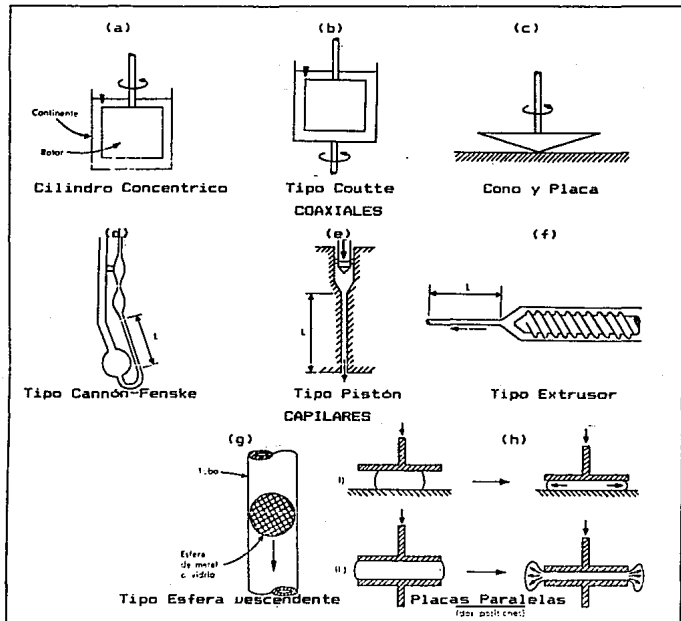


FIG. No. 4: DIFERENTES TIPOS DE VISCOSIMETROS. (BARBOSA Y PELEO., 1980)

La geometría cono-plato tiene la ventaja de que toda la muestra se sujeta al corte. En contraste, para el corte transversal el vacío del cilindro concéntrico o del reómetro capilar no es constante. En estas geometrías se utiliza una velocidad de corte promedio en la correlación.

El control de la temperatura para materiales viscosos a elevadas velocidades de corte es muy importante, ya que puede significar una fuente de error. Por esta razón el tamaño de la muestra es pequeña, pero esto crea problemas con muestras viscosas y limita el tamaño de partícula que puede ser estudiado en suspensiones.

En cilindro coaxial o reómetro capilar el patrón de flujo es función de las propiedades reológicas (figura No 5). El reómetro

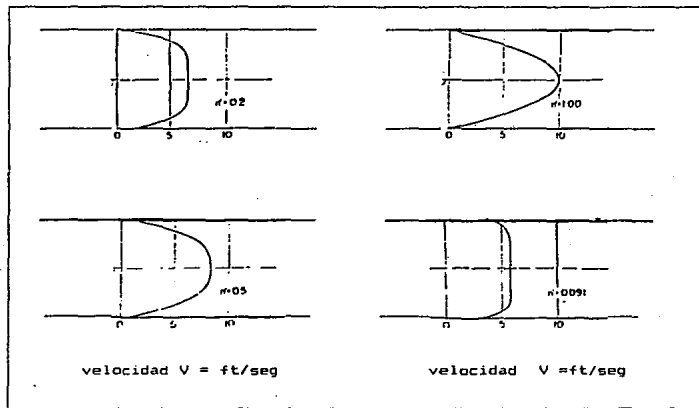


FIG. No. 5: EFECTO DEL INDICE DE COMPORTAMIENTO DE FLUJO EN LOS PERFILES DE VELOCIDADES. (VOHL, M.A., 1968)



capilar, en contraste con el reómetro rotacional, se usa para velocidades de corte elevadas; sin embargo, el corte no es constante y solo se evalúa en la pared. En el tratamiento de datos la corrección de Ravinowitsch corrige el error introducido por la desviación de los fluidos de la Ley de la Potencia en la que se supone fluido newtoniano en el perfil de velocidades calculado. Las correcciones por efectos de entrada, pérdidas de presión en el capilar se establecen en el método de Bagley (1957) para corregir tales efectos.

La clasificación, propiedades y modelos aplicables a fluidos alimenticios no newtonianos es discutida por Rao (1977a) y Sherman (1970); igualmente la medición de las propiedades reológicas de fluidos alimenticios ha sido desarrollada por Rao (1977b), Sherman (1970).

## 1.2.- MECANICA DE FLUIDOS

### FLUJO ISOTERMICO EN TUBERIAS

El flujo isotérmico ocurre en las tuberías durante el transporte de fluidos alimenticios entre las diferentes secciones de proceso de una planta industrial y en los sistemas de tubería de los pasteurizadores (procesos asépticos). En esta sección se presentan los modelos matemáticos que proporcionan las bases para derivar ecuaciones útiles en el análisis de la dinámica de los sistemas de flujo.

Las ecuaciones que describen los perfiles de velocidades pueden ser usadas, entre otras aplicaciones, para el estudio del efecto de los diferentes modelos reológicos en la distribución de velocidades y distribución transversal del tensor de esfuerzos en una tubería o un canal. Las ecuaciones de flujo volumétrico y caídas de presión pueden ser utilizadas en la estimación de las pérdidas de energía en un sistema dado.

El perfil de velocidades para el flujo de un fluido a través de una tubería puede derivarse a partir de la siguiente relación (Skelland, 1967):

$$v = \int_0^R (-dv/dr) dr \quad (2.1)$$

donde  $v$  es la velocidad en la dirección axial;  $r$  es la coordenada radial;  $R$  es el radio de la tubería (fig. 6). A partir de la ecuación de movimiento (Bird et al., 1960) o de un balance de fuerzas para el

flujo en tuberías, obtenemos:

$$\tau_{rz} = r \omega (r/R) = -(r/2) dP/dz \quad (2.2)$$

donde  $\tau_{rz}$  es el tensor de esfuerzos dada en un radio  $r$ ;  $\tau_v$  es la magnitud de esfuerzo en la pared ( $r=R$ );  $P$  es la presión en el punto especificado y  $z$  es la coordenada axial. Utilizando las ecuaciones

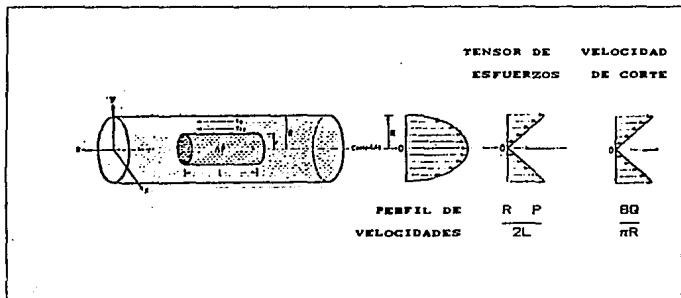


FIG. NO. 6: FLUJO LAMINAR EN UNA TUBERIA; SISTEMA DE COORDENADAS. PERFILES DE VELOCIDADES Y DISTRIBUCION DE TENSORES DE ESFUERZO.

(WOHL, M.A., 1968)

y especificando que  $\tau = \tau_{rz}$  y  $\gamma = -dv/dr$  para los diferentes modelos reológicos, podemos derivar las ecuaciones que describan los perfiles de velocidades para los modelos de la ley de la Potencia, Herschel Bulkley, Plásticos de Bingham y Newtonianos dados en el cuadro No 3.

La ecuación de flujo volumétrico  $Q$  esta dada por la siguiente expresión:

$$Q = \int_0^R 2\pi r V dr = \pi \int_0^R V(r) (dr^2) \quad (2.3)$$

La expresión generalizada para el flujo volumétrico de un fluido a través de una tubería esta dada como (Skelland, 1967):

$$Q = (\pi R^3 / \tau_v^B) \int_0^{\tau_v} \tau_{rz}^2 (-dV/dr) d\tau_{rz} \quad (2.4)$$

Sustituyendo los valores apropiados de la velocidad de corte para los diferentes modelos reológicos, podremos obtener ecuaciones que relacionen gastos volumétricos ( $Q$ ) vs caídas de presión ( $\Delta P$ ) para los diferentes comportamientos reológicos. Estas ecuaciones se presentan en el cuadro No. III.

1.- FLUIDOS DE LA LEY DE LA POTENCIA

$$\text{PERFIL DE VELOCIDADES } v = \left[ R^{(n+1)/n} - r^{(n+1)/n} \right] \left[ \frac{n}{n+1} \right] \left[ \frac{AP}{2KL} \right]^{1/n}$$

$$\text{FLUJO VOLUMETRICO } \frac{Q}{\pi R^3} = \left[ \frac{n}{3n+1} \right] \left[ \frac{\tau_w}{k} \right]^{1/n}$$

2.- FLUIDOS HERSCHEL BULKLEY

$$\text{PERFIL DE VELOCIDADES } v = \left[ \frac{2L}{AP (m+1) k_1^m} \right] \left[ (\tau_w - \tau_0)^{m+1} - ((rAP/2L) - \tau_0)^{m+1} \right]$$

CUANDO  $r_0 < r < R$

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \left[ \frac{(\tau_w - \tau_0)^2}{m+3} + \frac{2\tau_0(\tau_w - \tau_0)}{m+2} + \frac{\tau_0^2}{m+1} \right] \left[ \frac{(\tau_w - \tau_0)^{m+1}}{\tau_w^3 k_1^m} \right]$$

NOTE QUE  $m = (1/n_1)$

3.- FLUIDOS PLASTICOS DE BINOHAM

$$\text{PERFIL DE VELOCIDADES } v = (1/\mu_p) \left[ (AP/4L) (R^2 - r^2) - \tau_0 (R-r) \right]$$

CUANDO  $r_0 < r < R$

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{\tau_w}{\mu_p} \left[ 1 - (4/3) (\tau_0/\tau_w) + (1/3) (\tau_0^3/\tau_w^3) \right]$$

CUADRO No. III: ECUACIONES DE FLUJO VOLUMETRICO Y PERFILES DE VELOCIDADES PARA FLUJO LAMINAR. (RAO Y ANANTHESWARAN, 1982)

## BALANCE DE ENERGIA MECANICA

Los sistemas de bombeo son parte esencial de muchos procesos alimenticios, por lo cual problemas relacionados con el diseño de sistemas de tuberías para el transporte de fluidos alimenticios son comunes en la Ingeniería de Alimentos. La aplicación de balances de materia, energía y momento en el diseño de sistemas de transporte nos permite predecir los requerimientos de potencia en los sistemas de bombeo involucrados en los procesos de transformación. Las expresiones matemáticas como la ecuación de flujo másico son de gran utilidad:

$$M = V_p A \rho \quad (2.5)$$

donde

M= flujo másico= kg./ s.

A= area de flujo= m<sup>2</sup>.

V<sub>p</sub>= velocidad promedio del fluido= m. / s.

ρ= densidad del fluido= kg./ m<sup>3</sup>.

Pero la expresión que presenta las bases para un análisis completo de flujo de fluidos en función de la potencia de bombeo requerida en sistemas de flujo es la ecuación de Balance de Energía Mecánica comunmente expresado de la siguiente forma (Heldman y Singh, 1981):

$$\frac{1}{2 \alpha} (V_2^2 - V_1^2) + \frac{g}{g_c} (Z_2 - Z_1) + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho} + \sum F - W = 0 \quad (2.6)$$

donde

$\sum F$  = pérdidas de energía por unidad de masa por fricción = J. / Kg.

W = trabajo por unidad de masa = J. / Kg.

V = velocidad promedio = m. / s.

$\alpha$  = factor de corrección de energía cinética.

Z = punto de referencia de altura = m.

$g_c$  = factor de proporcionalidad = kg. m. / s<sup>2</sup> N.

g = aceleración = m. / s<sup>2</sup>

P = presión = Pa.

$\rho$  = densidad = Kg. / m<sup>3</sup>

La ecuación 2.6 es de gran utilidad para el cálculo de trabajo requerido y la selección de bombas; así como también en la predicción del funcionamiento de un sistema existente con productos que presentan diferentes propiedades o requerimientos de proceso. En la ecuación 2.6 los puntos subscritos como 1 y 2 especifican las posiciones dentro del sistema. Los términos de energía potencial ( $g_c(Z_1-Z_2)$ ) y la energía de presión ( $(P_1-P_2)/\rho$ ) no son función de las propiedades reológicas de los materiales; por lo cual no causan problemas cuando se analizan sistemas de transporte de fluidos no newtonianos. A continuación se analizan cada uno de los términos especificados en la ecuación 2.6.

## ENERGIA CINÉTICA

El término de energía cinética por unidad de masa ( $\epsilon_c$ ) de un fluido en movimiento en una tubería está dado por la siguiente expresión (Skelland, 1967).

$$\epsilon_c = -\frac{1}{R^2} \int_0^R r V dr \quad (2.7)$$

La ecuación ha sido resuelta para fluidos newtonianos (Geankoplis, 1978); fluidos de la Ley de la Potencia (Metzner, 1956); fluidos Plásticos de Bingham (Mc-Millen, 1948); fluidos Herschel Bulkley (Osorio y Steffe, 1983). En la ecuación de Balance de Energía Mecánica el cambio de energía cinética ( $\frac{1}{2}\alpha(V_2^2 - V_1^2)$ ) se expresa en términos de un factor de corrección  $\alpha$ ; donde para fluidos newtonianos  $\alpha$  depende de las condiciones de flujo, tomando valores de  $\alpha=1$  para flujo turbulento y de  $\alpha=1/2$  para flujo laminar. Para el flujo de fluidos no newtonianos en condiciones laminares  $\alpha$  depende de las propiedades reológicas de los materiales; en fluidos de la Ley de la Potencia  $\alpha$  se expresa como:

$$\alpha = \frac{(4n+2)(5n+3)}{3(3n+1)^2} \quad (2.8)$$

Para fluidos con tensor de esfuerzos inicial, tipo Herschel Bulkley o Plástico de Bingham,  $\alpha$  puede calcularse mediante la siguiente expresión (Osorio y Steffe, 1984).



siguiente expresión (Osorio y Steffe, 1984):

$$2\alpha = \left[ 2 (1+3n+2n^2+2n^2\xi_0+2n\xi_0+2n^2\xi_0^2)^3 (2+3n) (3+5n) (3+4n) \right] / \left[ \left[ (1+2n)^2 (1+3n)^2 \right] \left[ 18+(105+66\xi_0)+n^2 (243+306\xi_0+85\xi_0^2)+n^3 (279+522\xi_0+350\xi_0^2+n^4(159+390\xi_0+477\xi_0^2)+n^5(36+108\xi_0+216\xi_0^2)) \right] \right] \quad (2.9)$$

donde  $n$  es el índice de comportamiento al flujo y  $\xi_0$  es definido como la relación de tensores:

$$\xi_0 = \frac{\tau_0}{\tau_v} = \frac{4L\tau_0}{\Delta P D} \quad (2.10)$$

donde

$L$ = longitud de tubería= m.

$\Delta P$ = Caída de presión = Pa.

$D$ = Diametro de tubería= m.

$\tau_0$ = Tensor de esfuerzos inicial= Pa.

El factor de corrección  $\alpha$ , dado por la ec. 2.10, puede obtenerse de la solución gráfica (fig. No. 7) a partir del índice de comportamiento ( $n$ ) y la relación de esfuerzos ( $\xi_0$ ) para fluidos Herschel Bulkley y Plásticos de Bingham.

En la práctica el intervalo de valores típicos de  $\alpha$  es de 0.2 a 0.6 para fluidos alimenticios (Murrat, D. y Kokini, J. 1986).

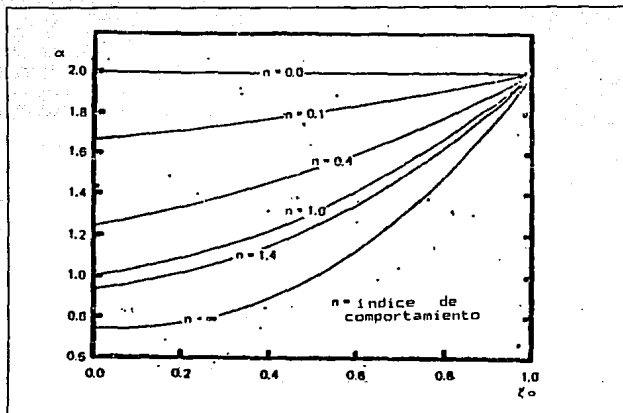


FIG. No 7: FACTOR DE CORRECCION DE ENERGIA CINETICA PARA FLUIDOS CON TENSOR DE ESFUERZOS INICIAL (OSORIO Y STEFFE, 1984).

#### PERDIDAS DE ENERGIA POR FRICCION EN TUBERIA

Si consideramos un sistema de transporte donde sean despreciables los cambios de energia potencial, cinética y el trabajo requerido sea cero, la ecuación 2.6 se reduce a los términos de cambio de presión como una función de las pérdidas de energia por la fricción que provoca un fluido en las paredes de tubería al fluir, siendo expresadas como:

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \sum F$$

Sin embargo las pérdidas de energía por fricción involucran además de las pérdidas en tubería recta, las provocadas en contracciones, expansiones, válvulas y accesorios; siendo expresadas como:

$$\frac{\Delta P}{\rho} = (2 F_f L V^2 / D) + \sum_{a=1}^b (K_f V^2 / 2gc) \quad (2.11)$$

Las pérdidas de energía en tubería recta pueden ser calculadas en términos del factor de fricción de Fanning ( $F_f$ ):

$$\frac{\Delta P}{\rho} = 2 F_f L V^2 / D \quad (2.12)$$

donde

$\Delta P$  = Caída de presión = Pa.

$F_f$  = Factor de fricción de Fanning

$L$  = Longitud = m.

$V$  = Velocidad promedio = m. / s.

$D$  = Diámetro de tubería = m.

La ecuación de flujo volumétrico ( $Q$ ) - caída de presión ( $\Delta P$ ) puede utilizarse para estimar las caídas de presión en un sistema dado para una específica velocidad volumétrica y viceversa. En el caso de fluidos que obedezcan al modelo de la Ley de la Potencia; la caída de presión por unidad de longitud ( $\Delta P/L$ ) se relaciona con la velocidad

volumétrica, radio y propiedades reológicas mediante la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta P}{\rho} \propto \frac{Q^n}{R^{3n+1}}$$

Para alimentos newtonianos ( $n=1$ ), el gradiente de presión es inversamente proporcional al radio a la cuarta potencia. Por lo cual, al incrementar el radio se produce una mayor reducción en la magnitud del gradiente de presión. En contraste en alimentos con un elevado comportamiento pseudoplástico ( $n=0.2$ ) el incremento en el radio no presenta el mismo efecto en los gradientes de presión. En el caso de fluidos Herschel Bulkley y Plásticos de Bingham, analizando su perfil de velocidades (fig. 8) se observa que en la zona circundante al centro de la línea se mueve en forma de campana, a causa de que el tensor de esfuerzos en el centro es cero estos comportamientos deberán ser expresados en términos de la relación radio de la campana ( $R_p$ ) y el radio de la tubería ( $R$ ) en lugar de la relación de tensores ( $\xi_0$ ).

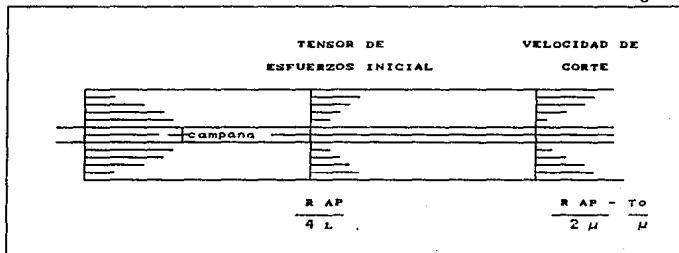


FIG. No 8 : EFECTO DEL TENSOR DE ESFUERZOS INICIAL EN EL PERFIL DE VELOCIDADES.

## FACTOR DE FRICCIÓN PARA EL FLUJO DE MATERIALES EN RÉGIMEN LAMINAR

Una de las principales aplicaciones de las propiedades de flujo de los materiales en las operaciones unitarias concernientes al transporte de fluidos alimenticios es el cálculo de factores de fricción (F). La fricción se define como la fuerza que se opone al fluido a fluir en un sistema dado; ésta fuerza se expresa como:

$$F = \frac{F/A}{\rho Kc} \quad (2.13)$$

El factor de fricción puede ser expresado en función del tensor de esfuerzos en la pared ( $\tau_v$ ):

$$F = \frac{\tau_v}{\rho Kc} \quad (2.14)$$

donde

$$\tau_v = \frac{\Delta P R}{2L} \quad (2.15)$$

El tensor de esfuerzos en la pared y el tensor de esfuerzos pueden relacionarse mediante la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{\tau_v r}{R} \quad (2.2)$$

sustituyendo las ecuaciones 2.2 y 2.15 en la ecuación 2.14 y simplificando obtenemos, la expresión:

$$F = 8 \mu / D V \rho \quad (2.16)$$

donde

$\mu$  = viscosidad del fluido = Pa. s.

D = diámetro de tubería = m.

V = velocidad promedio = m. / s.

$\rho$  = densidad del fluido = Kgs. / m.<sup>3</sup>

Definiendo al Número de Reynolds como:

$$Re = D V \rho / \mu \quad (2.17)$$

Sustituyendo ésta definición en la ecuación 2.16 se establece la expresión matemática que describe la relación F vs Re para fluidos newtonianos en régimen laminar (Churchill, 1977):

$$F = \frac{8}{Re} \quad (2.18)$$

sin embargo, el factor de fricción puede ser relacionado con el factor de fricción de Fanning ( $F_f$ ) o Darcy ( $F_D$ ) mediante la siguiente expresión:

$$F = \frac{F_f}{2} = \frac{F_D}{8} \quad (2.19)$$

entonces para fluidos newtonianos, donde se considera que la velocidad máxima es 2 veces la velocidad media del fluido, se establece la siguiente relación entre el factor de fricción vs número de Reynolds para régimen laminar:

$$F_f = 16 / Re \quad (2.20)$$

En el caso de flujo de fluidos no newtonianos el factor de fricción, para condiciones laminares, depende de las propiedades de flujo de los materiales, número de Reynolds generalizado ( $Re_g$ ) y número de Hedstrom ( $He$ ). El factor de fricción para flujo laminar de fluidos newtonianos, pseudoplásticos, dilatantes, plásticos de Bingham y Herschel Bulkley puede obtenerse a partir de una simple relación matemática presentada por Hanks (1978) siendo expresada como:

$$F_f = 16 / Re_g \varphi \quad (2.21)$$

donde

$Re_g$  = número de Reynolds generalizado.

$\varphi$  = cts. que depende de las propiedades reológicas del fluido.

$F_f$  = Factor de fricción de Fanning.

El número de Reynolds generalizado se define por la siguiente expresión:

$$Re_g = \frac{D^n v^{2-n} \rho}{8^{n-1} K} \left[ \frac{4n}{1+3n} \right]^n \quad (2.22)$$

y

$$\varphi = (1+3n)^n (1-\xi_0)^{1+n} \left[ \frac{(1-\xi_0)^2}{1+3n} + \frac{2\xi_0(1-\xi_0)}{1+2n} + \frac{\xi_0^2}{1+n} \right]^n \quad (2.23)$$

$\zeta_0$  se define por la relación de esfuerzos de la ec. 2.10:

$$\zeta_0 = \frac{\tau_0}{\tau_w} = \frac{4L\tau_0}{\Delta P D} = \frac{2\tau_0}{F_f V^2}$$

$\zeta_0$  puede ser expresada en términos de los números de Reynolds (Re), y Hedstrom (He) (Steffe y Morgan, 1986):

$$Re = 2He \left[ \frac{n}{1+3n} \right]^2 \left[ \frac{\rho}{\zeta_0} \right]^{(2-n)/n} \quad (2.24)$$

donde

$$He = \frac{D^2 \rho}{K} \left[ \frac{\tau_0}{K} \right]^{(2-n)/n} \quad (2.25)$$

Para el cálculo de factores de fricción para fluidos Herschel Bulkley y Plásticos de Bingham,  $\zeta_0$  se estima a través de la iteración de la ecuación 2.24 utilizando las ecuaciones 2.22, 2.23 y 2.25. Para fluidos de la Ley de la Potencia y Newtonianos, el factor de fricción puede calcularse directamente por la ecuación 2.21 con valores de  $\zeta_0 = 0$ ,  $\rho = 1$  y  $\tau_0 = 0$ . El intervalo de valores de  $\zeta_0$  para flujo laminar es  $1 < \zeta_0 < \zeta_\alpha$  donde  $\zeta_\alpha$  es el valor de  $\zeta$  para la región de transición de laminar a turbulento.

A pesar de que los fluidos no newtonianos raramente fluyen en condiciones turbulentas, es importante verificar el régimen de flujo del proceso que se quiera diseñar. Hanks y Ricks (1974) proporcionan una solución gráfica, donde se muestra el número de Reynolds crítico, que podría definirse como el valor del número de Reynolds donde empiezan a presentarse protuberancias en los patrones de flujo, como



una función del número de Hedstrom y del índice de comportamiento (fig. No 9):

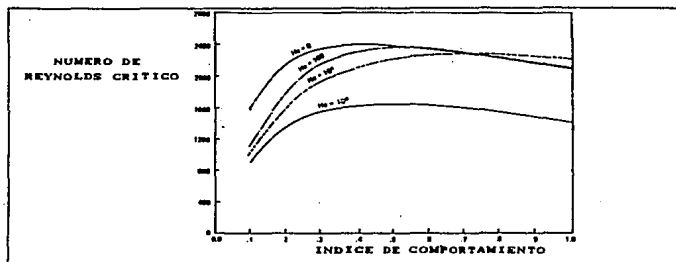


FIG. No 9 : VALORES DE NUMERO DE REYNOLDS CRITICO ( $Re_{pot.crit.}$ ) EN FUNCION DEL NUMERO DE HEDSTROM ( $He$ ) Y EL INDICE DE COMPORTAMIENTO ( $n$ ) (HANKS, R.V. Y RICKS, B.L., 1974).

Los factores de fricción pueden evaluarse a partir de las soluciones gráficas que han sido desarrolladas para los diferentes comportamientos reológicos, tanto en condiciones laminares, de transición y turbulentas. En la siguiente sección se presenta una recopilación bibliográfica de las soluciones gráficas de factores de fricción para condiciones laminares y turbulentas.

García y Steffe (1987) reportan las soluciones gráficas a partir de los resultados presentados por Hanks (1978) para fluidos Herschel-Bulkley en condiciones laminares y turbulentas, para un índice de comportamiento específico ( $n=0.5$ ,  $n=0.2$  y  $n=1$ ) en las figs. 14, 15 y 16.

Es importante remarcar, que el modelo no ha sido experimentado para fluidos Herschel Bulkley. Sin embargo, para las simplificaciones de las ecuaciones, con resultados experimentales de fluidos Plásticos de Bingham, de la Potencia y Newtonianos, se confirma satisfactoriamente el modelo propuesto.

## SOLUCIONES GRAFICAS DE FACTOR DE FRICCION

Para fluidos Newtonianos (Fig. No. 10)

regimen laminar

$$F_f = \frac{16}{Re}$$

regimen turbulento

$$F_f = f( Re, \frac{e}{D} )$$

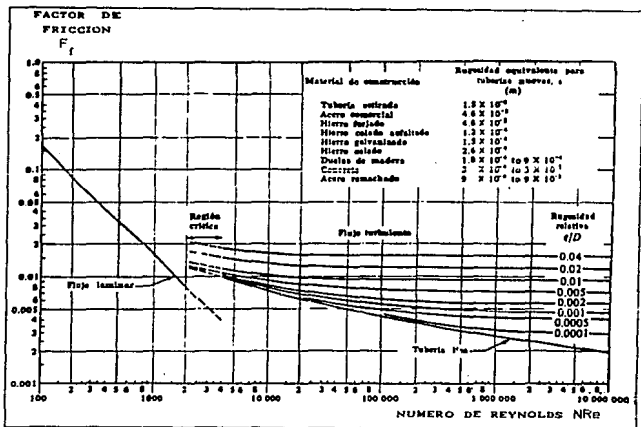


FIG. No.10: FACTOR DE FRICCION VS NUMERO DE REYNOLDS PARA FLUIDOS NEWTONIANOS (GEANKOPLIS, 1978)

Para fluidos de la ley de la Potencia (Fig. No. 11), Dodge y Metzner (1959) obtuvieron los siguientes resultados:

regimen laminar

$$\frac{F_f}{2} = \frac{8}{Re_{pot}}$$

regimen turbulento

$$F_f = f(Re_{pot}, n)$$

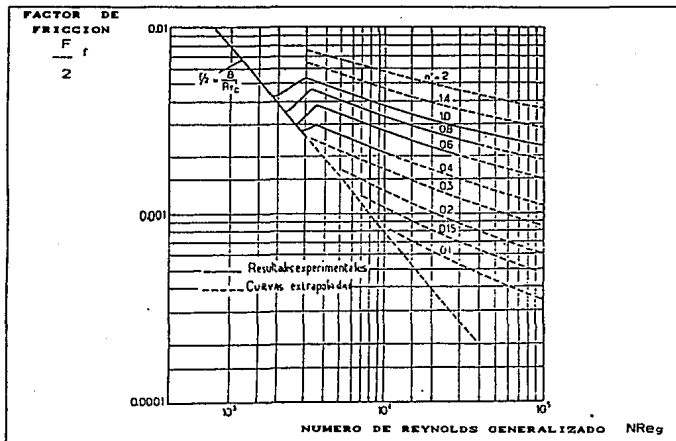


FIG. NO. 11: FACTOR DE FRICCIÓN VS NUMERO DE REYNOLDS PARA FLUIDOS DE LA LEY DE LA POTENCIA (DODGE Y METZNER, 1959).

Fluidos Plásticos de Bingham (fig. No. 12):

regimen laminar:

$$F_f = \frac{16}{NRe_p} \frac{PL}{B(\tau_0/\tau_v)}$$

donde  $NRe_p$  = Número de Reynolds basado en la viscosidad plástica;  $Pl$  = Número Plástico que es definido como:

$$PL = (\tau_0 D / \mu_{pl} V_p)$$

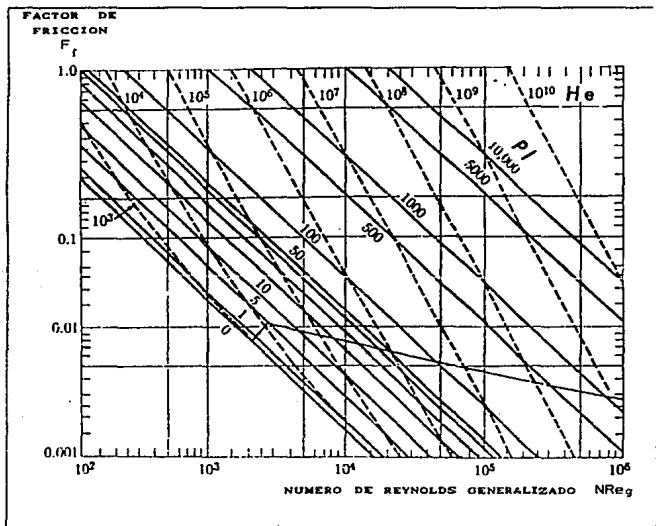


FIG. No.12: FACTOR DE FRICCIÓN VS NUMERO DE REYNOLDS PARA FLUIDOS PLÁSTICOS DE BINGHAM (RAO Y ANASTHEVARAN, 1982).

Otra forma en la que ha sido expresado el factor de fricción para un fluido plástico de Bingham es mediante el número de Hedstrom (Fig. No. 13):

Para Régimen Laminar

$$F_f = f(\text{Re}_g, \text{He})$$

$$F_f = \frac{16}{\text{Re}_g} \left[ 1 + \frac{\text{He}}{6 \text{Re}_g} - \frac{\text{He}^4}{3f^3 \text{Re}_g^7} \right]$$

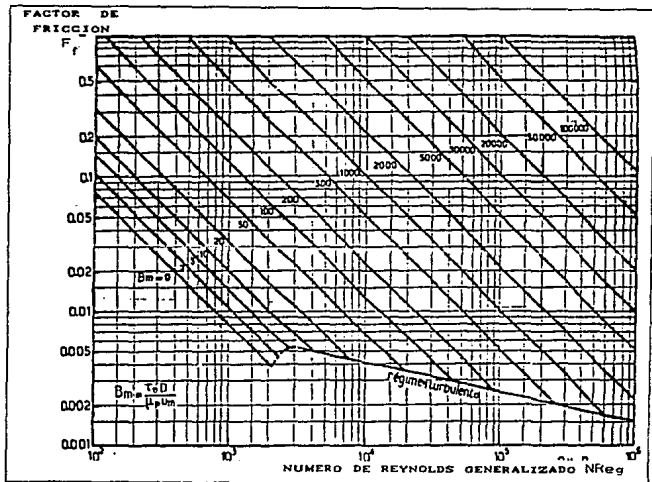


FIG. No. 13: FACTOR DE FRICCIÓN VS. NÚMERO DE REYNOLDS PARA FLUIDOS PLÁSTICOS DE BINGHAM (HEDSTROM, 1952).

Para fluidos Herschel Bulkley Hanks 1978 propone el siguiente modelo para el factor de fricción (Fig. No. 14, 15 y 16):

Régimen Laminar

$$F_f = \frac{16}{\rho Re_g}$$

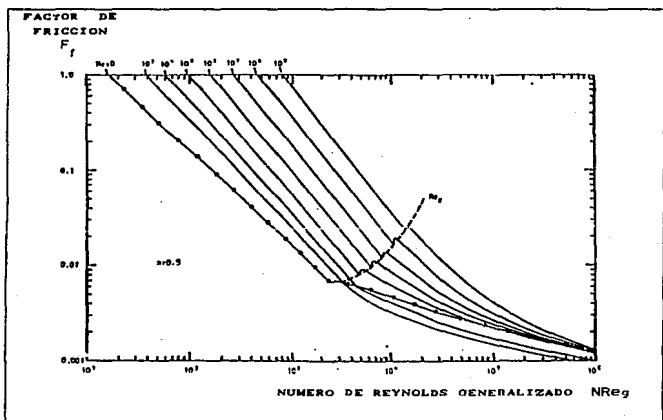


FIG. No. 14: FACTOR DE FRICCIÓN VS NUMERO DE REYNOLDS PARA FLUIDOS HERSCHEL BULKLEY ( $n = 0.5$ ) (GARCIA Y STEFFE, 1987).

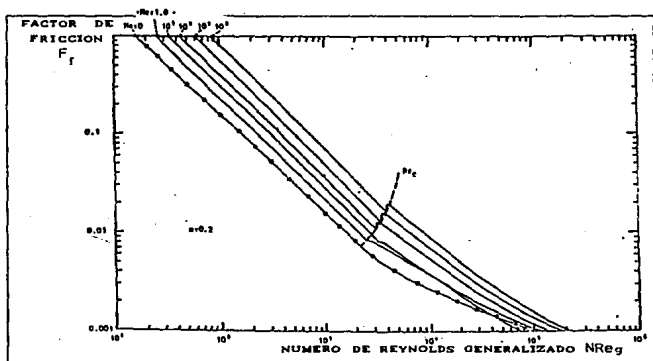


FIG. No.15: FACTOR DE FRICCIÓN VS NUMERO DE REYNOLDS PARA FLUIDOS HERSCHEL BULKLEY ( $n=0.2$ ) (GARCIA Y STEFFE, 1987).

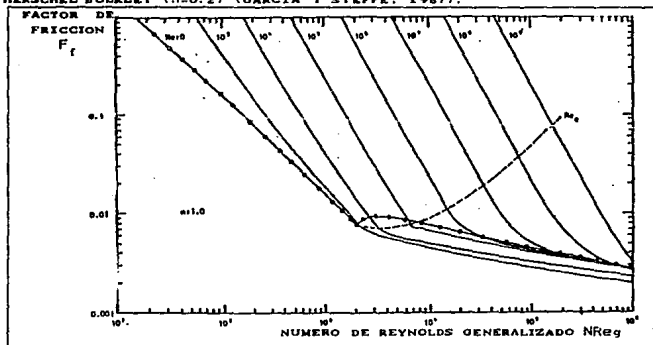


FIG. No.16: FACTOR DE FRICCIÓN VS NUMERO DE REYNOLDS PARA FLUIDOS HERSCHEL BULKLEY ( $n=1.0$ ) (GARCIA Y STEFFE, 1987).



## PERDIDAS DE ENERGIA EN VALVULAS Y ACCESORIOS

Las pérdidas de energía a través de válvulas y accesorios se evalúan mediante la siguiente expresión:

$$\sum_{a=1}^b (K_f V^2 / 2gc)$$

donde b es el número total de válvulas y accesorios;  $K_f$  es el coeficiente de resistencia. Las pérdidas de energía por fricción en válvulas y accesorios deben de ser calculadas para cada una, debido a que los  $K_f$  son particulares para cada válvula y accesorio. Los valores de éstos parámetros son utilizados para flujos newtonianos en flujo turbulento (Crane, 1986), ya que los datos para condiciones laminares son limitados (Kittredge y Rowley, 1957; Bochner y Alves, 1973). Las pérdidas de energía por fricción en válvulas y accesorios para el flujo de fluidos no newtonianos son muy difíciles de encontrar reportados en la literatura; Kittredge y Rowley (1957) estudiaron los coeficientes de resistencia para diferentes válvulas y accesorios, presentados en la fig. No.17, para el flujo de fluidos no newtonianos en condiciones laminares. Estos coeficientes son dependientes del número de Reynolds (NRe.). Se observa un número de Reynolds crítico (NRe crit.) que es definido como el valor donde se empiezan a presentar perturbaciones en los patrones de flujo laminar. Para los accesorios y válvulas estudiados este valor es inferior a 2000, si se compara con el valor reportado para tubería recta, y se explica por la

presencia de multiples perturbaciones adicionales en los mismos. El coeficiente de resistencia,  $K_f$ , no cambia significativamente con el aumento de  $NRe$  en valores mayores a 1000. Para valores menores de  $NRe$  los  $K_f$  se incrementan de acuerdo a la siguiente expresión (Krittledge y Rowley, 1957):

$$K_f = A' / NRe^n \quad (2.26)$$

donde  $A'$  y  $n$  son constantes que varían de acuerdo a la válvula o accesorio.

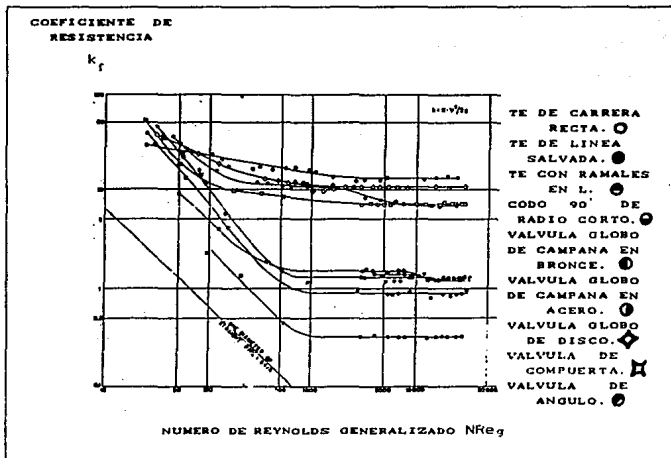


FIGURA No 17 : COEFICIENTE DE RESISTENCIA VS NUMERO DE REYNOLDS PARA DIFERENTES TIPOS DE VALVULAS Y ACCESORIOS. (KRITTEDGE & ROWLEY, 1957.)

## POTENCIA DE BOMBEO EN SISTEMAS DE TRANSPORTE DE FLUIDOS

Para una velocidad de flujo másica, la potencia requerida para bombear un fluido dado se incrementa con el decremento del diámetro de tubería. El trabajo por unidad de masa requerido para bombear un fluido incompresible a través de un sistema de transporte está dado por la ecuación 2.6 que expresa el Balance de Energía Mecánica, donde las pérdidas de energía por fricción pueden ser definidas en términos del factor de fricción de Fanning y la suma de las pérdidas de energía en accesorios y válvulas en la ecuación 2.11; considerando la velocidad promedio como:

$$V = \frac{4 M}{\pi \rho D^2} \quad (2.27)$$

donde.

V= velocidad promedio = m./s.

M= flujo másico = kgs./s.

D= diámetro de tubería = m.

$\rho$ = densidad de fluido = kgs./m.<sup>3</sup>

Sustituyendo las ecuaciones 2.11 y 2.27 en la ecuación 2.6 y suponiendo despreciables los cambios de energía cinética, el trabajo requerido estará expresado como:

$$W = \frac{32f_f M^2 L}{\pi^2 \rho^2 D^5} + \frac{8 M^2}{\pi^2 \rho^2 D^5} \sum K_f + \frac{\Delta P}{\rho} + g \Delta Z \quad (2.28)$$

La potencia de bombeo requerida (P) puede ser expresada como:

$$P = \frac{M W}{E} \quad (2.29)$$

donde

P= potencia requerida de bombeo = Watts

M= flujo másico = Kgs./ s.

W= trabajo por unidad de masa = J./Kgs.

E= eficiencia de bomba.

### 1.3.-SELECCIÓN DE BOMBAS PARA FLUIDOS NO NEWTONIANOS

El conocimiento del comportamiento de los fluidos alimenticios a través de los procesos de transformación es un requisito indispensable en el diseño y selección de equipos. Para explicar los diferentes comportamientos reológicos se recurren a las propiedades de flujo de los materiales; en el caso de fluidos newtonianos basta con conocer la función viscosidad y sus dependencia con la temperatura y concentración para hacer un diseño ingenieril. Sin embargo en la actualidad el transporte de fluidos no newtonianos se ha incrementado notablemente; para los fluidos no newtonianos su comportamiento depende de la velocidad de corte a una temperatura constante. Estos en algunos casos pueden exhibir un comportamiento que depende de la duración del corte y las propiedades elásticas; pero pocos son los fluidos no newtonianos que exhiben una dependencia del comportamiento de flujo con respecto al tiempo.

El conocimiento del comportamiento de los fluidos alimenticios a través de los procesos de transformación permiten un diseño y selección adecuada de los equipos en los sistemas de bombeo involucrados en los procesos. El principal problema en la selección de bombas es la extrapolación de las propiedades de flujo de los fluidos no newtonianos a los datos de manufactura de los equipos. En general el funcionamiento de las bombas es establecido mediante pruebas utilizando fluidos newtonianos (agua). De aquí se establece la inquietud de definir una relación entre los parámetros del sistema y las propiedades de flujo de los materiales con el funcionamiento de

las bombas.

En forma generalizada se pueden clasificar a las bombas como de desplazamiento positivo y centrifugas. Las de desplazamiento positivo, a su vez, en rotatorias y pulsantes o intermitentes; siendo las del tipo rotatoria las mas utilizadas en la industria de alimentos. Existen diversas marcas registradas de fabricantes, por lo cual nos basaremos unicamente en los datos de manufactura de bombas Waukesha, bombas rotatorias de desplazamiento positivo, para ejemplificar la extrapolación de los parámetros reológicos a los datos de manufactura.

Tres aspectos básicos son requeridos en la selección de bombas Waukesha : las propiedades del fluido (la viscosidad); las condiciones del proceso (el flujo requerido) y las características de la bomba (la capacidad de bombeo o rango de capacidad de flujo).

#### SELECCION PRELIMINAR DE BOMBAS

La capacidad de una bomba depende del desplazamiento volumétrico del rotor, así las dimensiones físicas de la bomba son muy importantes en el diseño preliminar del diámetro de tubería. El tamaño inicial solo esta basado en la velocidad de flujo y la viscosidad. La viscosidad es sin embargo para fluidos newtonianos, por lo cual se propone manejar el término VISCOSIDAD EFECTIVA ( $\mu_e$ ) que describe el efecto real de la viscosidad del fluido a la velocidad de corte que existe en la bomba y

en el sistema de bombeo en las condiciones establecidas. La viscosidad efectiva se define como la siguiente expresión (Skelland, 1967):

$$\mu_e = \left[ \frac{F M}{4 \pi D g_c} \right] \quad (3.1)$$

donde

$\mu_e$  = viscosidad efectiva = Pa.s,

$F_f$  = el factor de fricción de Fanning = adim.

$M$  = el gasto másico = Kg. / s.

$D$  = el diametro de succión de la Bomba. = m,

$g_c$  = factor de proporcionalidad = kg. m. / s.<sup>2</sup> N,

La viscosidad efectiva es totalmente distinta a la viscosidad aparente; la cual se define por la siguiente expresión:

$$\mu_{ap} = k \gamma^{n-1} + \tau_0 \gamma^{-1} \quad (3.2)$$

En la figura No.18 se presentan las curvas de capacidad de bombas

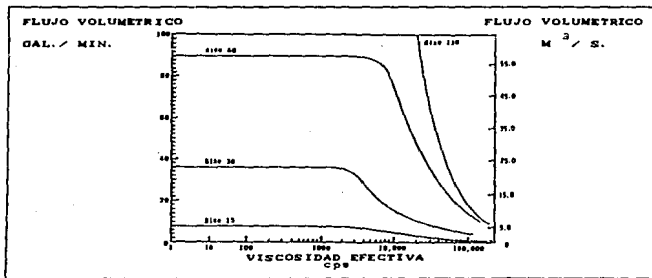


FIG. NO 18: CURVAS DE CAPACIDAD DE BOMBEO PARA VARIOS TAMAÑOS SERIE UNIVERSAL DE BOMBAS WAUKESHA. (STEFFE Y MORGAN, 1986)

Waukesha en función de la viscosidad efectiva y la velocidad de flujo volumétrico.

#### REQUERIMIENTOS DE PRESIONES NETAS

El funcionamiento de una bomba es función de la energía en la succión de la misma, denominada presión neta requerida en la entrada (NIPR), la cual es determinada experimentalmente y publicada para cada bomba. Si el NIPR es insuficiente no se llenarán las cavidades de la bomba por lo cual es necesario conocer su comportamiento con respecto a otras variables para poder manejarlo en la forma correcta; aunque el NIPR es característico de la bomba varía con respecto a la velocidad de la bomba y la viscosidad del fluido. Para un fluido con una viscosidad dada, el NIPR se incrementa en forma directa con el flujo. Así mismo, para un sistema de bombeo dado, el incremento en la viscosidad del fluido reduce la energía disponible a la succión de la bomba, denominada presión neta disponible a la entrada de la bomba (NIPA) ; estos en función del aumento en las pérdidas de energía por fricción. El NIPR debe de ser comparado con el NIPA que es evaluado a las condiciones de entrada a la bomba en el sistema, mediante la siguiente expresión:

$$NIPA = P_2 - P_v \quad (3.3)$$

donde  $P_2$  es la presión de entrada a la bomba que puede evaluarse mediante un balance de energía mecánica; estableciéndose como presión



absoluta.  $P_v$  es la presión de vapor del fluido alimenticio.

Para que no existan problemas de cavitaciones en la bomba se deberá de cumplir siempre lo siguiente:

$$NIPR \ll NIPA$$

En la fig. No 19 se presenta una gráfica de los NIPR característicos en las bombas Waukesha de tamaño 30.

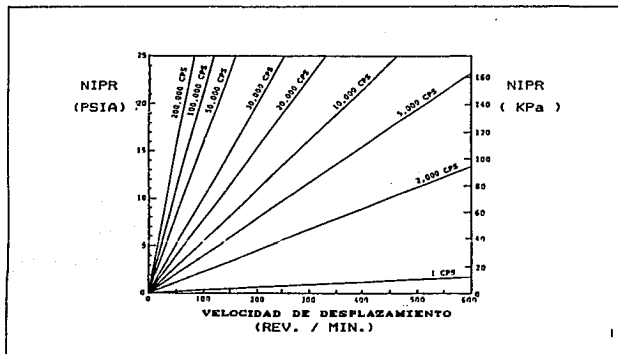


FIG. No 19: PRESION NETA DE SUCCION REQUERIDA (NIPR) PARA BOMBAS  
VAUKESHA DE TAMAÑO 30 (ABEX CORP., 1980.

## VELOCIDADES DE ROTOR Y PRESIONES DE DESCARGA

La capacidad de desplazamiento positivo de una bomba depende directamente del desplazamiento volumétrico del rotor; sin embargo, el deslizamiento o flujo atrasado entre el rotor y la bomba reduce considerablemente el rendimiento por revolución. Por lo que en muchos casos se requiere aumentar la velocidad de bombeo para mantener la velocidad de flujo requerida. Para fluidos no newtonianos con elevada viscosidad, el deslizamiento no es un problema crítico y el funcionamiento de la bomba es referido para una presión cero (presión manométrica); por el contrario cuando los fluidos no newtonianos presentan baja viscosidad, ésta es referida como viscosidad específica para el análisis de deslizamiento. La siguiente ecuación es útil para calcular la velocidad de bombeo ( $V_b$ ):

$$V_b = Q / \delta \quad (3.4)$$

donde

$V_b$  = velocidad de bombeo = rev. / min.

$\delta$  = velocidad de desplazamiento del rotor = m.<sup>3</sup>/rev.

$Q$  = flujo volumétrico = m.<sup>3</sup>/ min.

La presión de descarga de una bomba no debiera exceder ciertos valores establecidos por el fabricante; ésta puede calcularse mediante un balance de energía mecánica desde la succión a la descarga de la bomba expresado como:

$$P_1 = \left[ \frac{g}{g_c} (Z_2 - Z_1) + \frac{P_2}{\rho} + E_f \right] \rho \quad (3.5)$$

donde

$P$  = estará dada como presión manométrica = Pa.

$Z$  = altura = m.

$g$  = aceleración por gravedad = m. / s.<sup>2</sup>

$g_c$  = factor de proporcionalidad = kg. m. / s.<sup>2</sup> N,

$E_f$  = pérdidas por fricción = J./Kg.

$\rho$  = densidad del fluido = Kg. / m.<sup>3</sup>

Los puntos subscritos como 1 y 2 especifican la posición dentro del sistema.

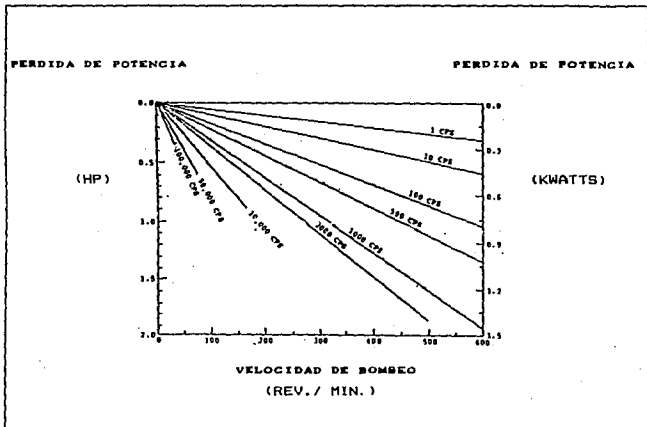


FIG. No 30: DESPLAZAMIENTO VOLUMETRICO DEL ROTOR PARA BOMBAS VAUKESHA DE TAMAÑO 30 (ABEX CORP., 1980)

La selección de un tipo de bomba específica para un proceso tecnológico es más compleja de lo descrito en los párrafos anteriores por lo que se recomienda profundizar más en el tema para establecer una metodología generalizada para los diferentes tipos de bombas. Hay que recordar que se trataron datos exclusivos para bombas Waukesha de desplazamiento Positivo.

#### 1.4.--COSTOS DEL SISTEMA DE BOMBEO

Los sistemas de transporte de fluidos alimenticios en las modernas plantas representan una considerable proporción del capital de inversión inicial; sin embargo las correlaciones reportadas en la literatura para determinar el tamaño de una tubería desprecian muchas variables. El criterio más utilizado para la selección del diámetro de tubería es el económico; cuando se considera que la inversión de material en tubería resulta ser del 20 a 40 % de la inversión total de equipo, pero un decremento del tamaño de tubería da como resultado un incremento en los costos de operación. La aplicación de balances económicos en la diseño de sistemas de bombeo es una herramienta muy utilizada en la optimización de procesos. El criterio económico puede ser aplicado como diámetro económico o velocidad económica. Estos dos procedimientos son derivados del método de costos mínimos totales anuales que considera dentro del análisis los costos de la estación de bombeo, costos de operación y costos del sistema de tuberías (Darby y

Melson, 1982; García y Steffe, 1986). La ecuación general de costos del sistema de bombeo por unidad de longitud esta dada como:

$$C_T = C_l + C_E + C_O \quad (4.1)$$

donde

- $C_T$  = Costos Totales = \$/año m.
- $C_l$  = Costos de Tubería = \$/año m.
- $C_E$  = Costos de Estación de Bombeo = \$/año m.
- $C_O$  = Costos de Operación = \$/año m.

#### ECUACION DE COSTOS DE OPERACION

Los costos de operación se reportan comunmente como una función de los costos por consumo de energía eléctrica anual; existen diferentes expresiones reportadas en la literatura para determinar los costos de operación como una función de los costos por bombeo (Skelland, 1967; García y Steffe, 1986) tales como:

$$C_o = \frac{C_e h P}{L} \quad (4.2)$$

donde

- $C_e$  = costos de energía eléctrica =  $\frac{\$}{\text{watts hr. h.}}$
- $h$  = horas de operación anual =  $\frac{\text{año}}{\text{año}}$
- $P$  = potencia requerida = Hp

$$C_o = \text{costos de operación anual} = \frac{\$}{\text{año m.}}$$

L = longitud = m.

### ECUACION DE COSTOS DEL SISTEMA DE TUBERIAS

Los costos del sistema de tuberías incluyen los costos de tubería recta, válvulas, accesorios e instalación. Los factores de mayor efecto en el análisis económico del sistema de tuberías son: tamaño y longitud de tubería; complejidad del sistema de tuberías. Sin embargo los costos del sistema de tubería pueden estimarse como una función logarítmica del diámetro de tubería (Sarchet, 1940; Darby y Melson, 1982).

$$C_t = C D^s \quad (4.3)$$

donde

$$C_t = \text{costos del sistema de tuberías} = \frac{\$}{\text{año m.}}$$

D = diámetro interno de tubería = m.

$$C = \text{constante empírica} = \frac{\$}{\text{m}^{1-s}}$$

s = exponente adimensional

Las constantes C y s pueden obtenerse de la grafica log de costos de instalación del sistema de tuberías por unidad de longitud vs log de diámetro interno de tubería. En la literatura se encuentran reportado para sistemas de tubería menores a 1 in  $s = 1$ ; mientras que para sistemas de diámetro mayor  $s = 1.5$  ( Peter y Timmerhaus, 1985). Garcia y Steffe reportan valores de  $s = 1.156$  para diámetros mayores de 1 in. Las constantes C y s pueden estimarse para datos de costos de tuberías de un solo tamaño (1 o 2 in de diámetro son recomendadas para el análisis) y accesorios apropiados (Skelland, 1967) donde las constantes se expresan como:

$$s = y$$

$$C = (R + 1) X$$

donde

$$X = \text{costos de tubería por unidad de longitud} = \frac{\$}{m}$$

R = relación de costos de válvulas y accesorios del sistema con los costos de tubería.

y = constante empírica que depende del material.

Nolte (1978) reporta valores de y; R se estima con referencia al tamaño de tubería, aunque se supone como independiente del diámetro. El costo total anual por unidad de longitud de tubería instalada puede expresarse como:

$$C_t = (a+b) C D^s \quad (4.4)$$

Debe notarse que los costos fijos anuales (a) y los costos anuales de mantenimiento (b) se consideran como independientes del diámetro de tubería.

La complejidad de un sistema de tuberías depende del número de válvulas y accesorios; siendo estimada para 100 ft de tubería recta mediante la aplicación de factores de complejidad ( $F_{ce}$ ) que varían de 1/4 a 4, según el número y tipo de válvulas y accesorios del sistema. Los valores típicos de  $F_{ce}$  para las diferentes complejidades de sistema son (Hooper, 1982):

$F_{ce} = 4$  complejidad alta

$F_{ce} = 2$  tuberías de complejidad media.

$F_{ce} = 1$  tuberías normales

$F_{ce} = 1/2$  tubería recta

$F_{ce} = 1/4$  líneas suplementarias

El número total de accesorios para 100 ft de tubería puede ser calculada mediante la siguiente expresión (Hooper, 1982):

$$F_{100} = \frac{35 F_c}{D^{1/2}} \quad (4.5)$$

La proporción de los accesorios más comunes involucrados en los sistemas de tuberías se muestran en el siguiente cuadro (Hooper, 1982):

TIPO DE ACCESORIO	%TOTAL
ARRIDAS	45
CODO 90°	25
TES	15
REDUCCIONES	10
CODO 45	2.5
CAMPANAS	2.5



El número de válvulas para cada 100 ft estará dada por la siguiente expresión (Hooper, 1982):

$$V_{100} = \frac{9 Fc}{D} \quad (4.6)$$

De igual manera la proporción de válvulas en el sistema de tuberías se muestra en el siguiente cuadro (Hooper, 1982):

TIPO DE VALVULA	% TOTAL
BLOQUEO	90
CHECK	08
GLOBO	02

#### ECUACION DE COSTOS DE ESTACION DE BOMBEO

Los costos de la estación de Bombeo incluyen los costos de bomba, motor e instalación; siendo expresados en términos de la potencia requerida:

$$C_e = \frac{(A P^m + B)}{L} \quad (4.7)$$

donde

- $C_e$  = costos de estación de bombeo =  $\frac{\$}{\text{año. m.}}$
- $m$  = exponente de la ecuación de costos por bombeo  $\$$ .
- $A$  = constante empírica de la estación de bombeo =  $\frac{\$}{\text{m}}$
- $L$  = longitud = m. watts.

B = constante empirica de la estación de bombeo = \$.

P = potencia requerida= W.

La ecuación 4.7 permite el uso de una regresión lineal ( $m = 1$ ) o logarítmico ( $B = 0$ ) en el análisis de la gráfica de costos de instalación de la estación de bombeo vs la potencia de bombeo requerida. La ecuación 4.7 también puede ser interpretada por la regla del factor 16 ( $m = 0.6$ ) o relaciones similares  $m = q$ ,  $B = C_I$ .  $A = C_D/P_I^q$  donde q es la potencia de la bomba de costo conocido;  $C_D$  y  $C_I$  son los costos directos e indirectos respectivamente de una bomba de tamaño  $P_I$  (Perry y Chilton, 1973). Esta interpretación permite la estimación de la constante de la ecuación 4.7 para el costo de una bomba de tamaño dado. Peter y Timmerhaus (1985), Perry y Chilton (1973) reportan valores típicos de q.

El costo total anual por estación de bombeo por unidad de longitud se expresa como :

$$C_e = \frac{(a + b) (AP^m + B)}{L} \quad (4.8)$$

donde

a=costos anuales fijos= 1/año.

b=costos anuales de mantenimiento= 1/año.

P=potencia requerida= W.

A=constante empirica= \$/W.<sup>m</sup>

B=constante empirica= \$.

L=longitud de tubería= m.

Sustituyendo las ecuaciones 4.8,4.4 y 4.2 en la ecuación 4.1

obtenemos la ecuación de Costos Totales Anuales de un Sistema de Bombeo por unidad de longitud:

$$C_T = (a+b) C D^5 + \frac{C_e h P}{L} \left[ \frac{(a'+b') (A P^m + B)}{C_e h P} + 1 \right] \quad (4.9)$$

La ec. 4.9 es el modelo generalizado de costos del sistema de bombeo para el transporte de fluidos newtonianos y no newtonianos en régimen laminar.

**CAPITULO II:**

**DISENO METODOLOGICO**

## METODOLOGIA

El modelo matemático para la selección de diámetros óptimos ha sido desarrollado a partir de tres aspectos básicos: la reología, la mecánica de fluidos y el análisis de costos (fig. 21).

La reología como ciencia que estudia la deformación y flujo de los materiales, establece parámetros reológicos ( $\mu$ ,  $\mu_{ap}$ ,  $r_o$ ,  $n$ ,  $k$ ) de los fluidos alimenticios; cuyo conocimiento es fundamental en el diseño adecuado de las operaciones unitarias, así como el entendimiento de las operaciones pertinentes a los procesos de transformación.

Al transportar estos fluidos por tuberías se ven involucrados una serie de factores, siendo uno de los de mayor relevancia las pérdidas por rozamiento o fricción al fluir el fluido; es en este sentido que la mecánica de fluidos nos dará las bases de flujo de fluidos a través de tuberías en condiciones laminares a través del análisis de sistemas en función de parámetros tales como factores de fricción.

La integración de la reología y la mecánica de fluidos nos permiten analizar los sistemas de bombeo, como una función de la potencia requerida.

El análisis de costos de los sistemas de transporte nos permite establecer los parámetros económicos que se involucran en la solución analítica de diámetro o velocidad para la designación de diámetros óptimos de tubería en sistemas de transporte de fluidos.

La optimización de los sistemas de transporte de fluidos alimenticios se desarrolla a partir de balances económicos; el método

de costos mínimos totales anuales se aplica en función de tres variables: costos de tubería, costos de estación de bombeo y costos de operación.

El modelo matemático propuesto es aplicable a los diferentes comportamientos de flujo como son: Herschel Bulkley, Plásticos de Bingham, Pseudoplásticos, Dilatantes y newtonianos en condiciones laminares.

A partir de la solución matemática, el diámetro óptimo puede estimarse de las soluciones analíticas propuestas en función de las propiedades reológicas, densidad del fluido, velocidad másica y los parámetros económicos.

Los parámetros económicos son considerados como constantes, para la simplificación del modelo generalizado, en el desarrollo de un nomograma para seleccionar directamente el  $D_{op}$  como una función del  $NRe$ ,  $M$ , y propiedades reológicas del fluido. Dicho nomograma puede aplicarse a los diferentes comportamientos; en el caso de fluidos no newtonianos se introduce un factor de corrección ( $F_c$ ).

En las soluciones gráficas se introducen factores de corrección para los parámetros económicos, densidad del fluido y complejidad del sistema de tuberías que permiten la actualización de los mismos en la determinación de diámetros óptimos para sistemas de transporte de fluidos alimenticios.

A continuación se presenta el cuadro metodológico, donde se engloban los tres aspectos básicos para el desarrollo del estudio, la integración del mismo, para cumplir con el objetivo planteado: desarrollo de un método económico para la selección de diámetros

óptimos para el flujo de fluidos newtonianos y no newtonianos en régimen laminar.

SELECCION DE DIAMETRO OPTIMOS EN SISTEMAS DE TRANSPORTE DE FLUIDOS ALIMENTICIOS

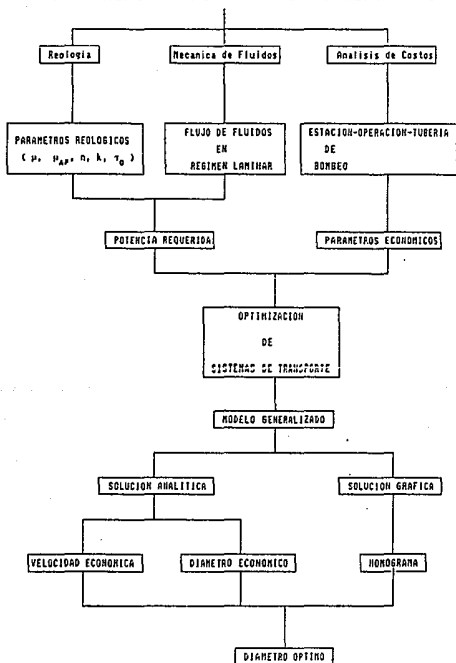


FIGURA NO. 21 ESQUENA METODOLOGICA DE DESIGNACION DE DIAMETROS ECONOMICOS

### **CAPITULO III**

#### **DESARROLLO MATEMATICO**



## DESARROLLO MATEMATICO

### DIAMETRO ECONOMICO DE TUBERIA

El diámetro económico de tubería ( $D_{opt.}$ ) puede obtenerse por la diferencial de los costos totales del sistema de bombeo ( $C_T$ ), ec. 4.9, con respecto al diámetro ( $D$ ). Para minimizar los costos totales, la ecuación resultante se iguala a cero ( $dC_T/dD = 0$ ). Sustituyendo las ec. 2.28 y 2.29 en la ec. 4.9 resolviendo la derivada y reacomodando términos obtenemos:

$$\frac{dC_T}{dD} = (a+b)S C D_{opt}^{5-1} - \frac{32 M^3 C_e h}{\pi^2 \rho^2 D^5 E} \left[ \frac{(a+b) m A (MW)^{m-1}}{C_e h E^{m-1}} + 1 \right]$$

$$\left[ S F_f - D_{op} \frac{dF_f}{dD} + \frac{D_{op}}{L} \sum K_f^2 - \frac{D_{op}}{L} \frac{dK_f}{dD} \right] \quad (5.1)$$

La derivada de  $F_f$  con respecto al diámetro ( $dF_f/dD$ ) se desarrolló considerando el modelo matemático propuesto por Hanks (1978) ecuación 2.21:

$$\frac{dF_f}{dD} = - \frac{16}{\phi Re^2} \frac{dRe}{dD} - \frac{16}{\phi^2 Re} \frac{d\phi}{dD} \quad (5.2)$$

sustituyendo la ecuación 2.27 en la ecuación 2.22 y derivando el  $Re$  con respecto a  $D$ :

$$\frac{dRe}{dD} = \frac{(3n-4)Re}{D} \quad (5.3)$$

similarmente sustituimos el valor de  $\xi_0$  en la ecuación 2.23 y resolviendo la derivada de  $\phi$  con respecto a D obtenemos:

$$\frac{d\phi}{dD} = \frac{\phi \xi_0 \phi}{F_f} \frac{dF_f}{dD} - \frac{4 \phi \phi \xi_0}{D} \quad (5.4)$$

donde los valores de  $\phi$  podrán obtenerse de manera simplificada a través de la solución gráfica de la ecuación 2.23 (fig. 22) como una función de la relación de esfuerzos ( $\xi_0$ ) para diferentes comportamientos de flujo ( $n$ ) y  $\phi$  esta definida por la siguiente expresión :

$$\phi = 2n \left[ \frac{(1+2n)(1+n)(1-\xi_0) + (1+3n)(1+n)\xi_0 - (1+3n)(1+n)(1-\xi_0)}{(1+2n)(1+n)(1-\xi_0)^2 + 2\xi_0(1+3n)(1+n)(1-\xi_0) + \xi_0^2} \right. \\ \left. - \frac{\xi_0(1+3n)(1+2n)}{(1+2n)(1+3n)} \right] + \frac{(1+n)}{(1-\xi_0)} \quad (5.5)$$

Cabe remarcar que la constante  $\phi$  es la misma definida por Garcia y Steffe (1986). La solución gráfica de la ecuación esta dada en la fig. No 23; donde se observa  $\phi$  varia de 20.0 a 1.2 en función de las propiedades reológicas, sustituyendo las ecuaciones 5.3 y 5.4 en la ecuación 5.2 y reacomodando términos la derivada de  $F_f$  con respecto a D estara dada por la siguiente expresión:

$$\frac{dF_f}{dD} = \frac{64 \xi_0 \phi + 16 (4-3n)}{Re \phi D (1+\xi_0 \phi)} \quad (5.6)$$

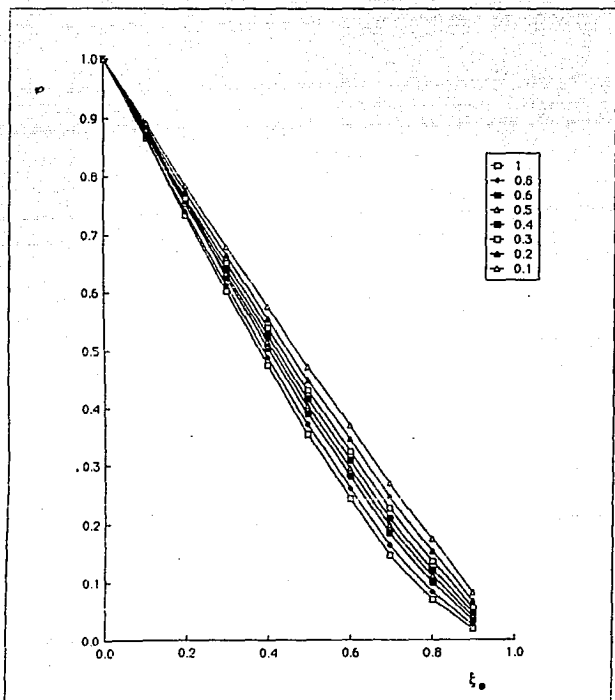


FIG. No. 22: SOLUCION GRAFICA DE  $\phi$  COMO UNA FUNCION DE  $\xi_0$  PARA DIFERENTES INDICES DE COMPORTAMIENTO.

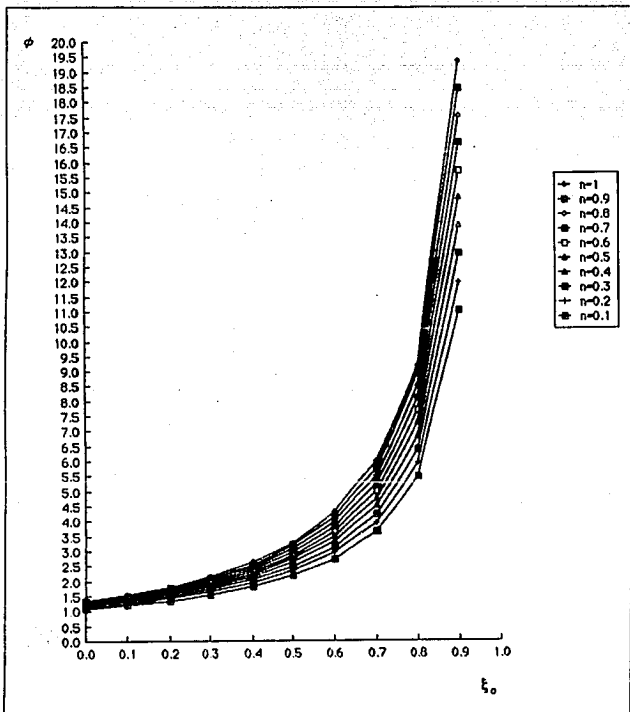


FIGURA No. 29 : valores de  $\phi$  como una función de las propiedades reológicas de los materiales.

Daroy y Melson (1982) suponen como despreciables los efectos del diámetro en los factores de fricción ( $dF_f/dD=0$ ) en el desarrollo de las gráficas de diámetros óptimo. Esta suposición es válida si el término de  $dF_f/dD \ll SF_f/D$ ; debido al término  $SF_f/D - dF_f/dD$  que aparece en la expresión 5.1. Sin embargo, para fluidos newtonianos y de la Ley de la Potencia  $dF_f/dD$  puede variar de 20 a 74 % de  $SF_f/D$  para valores de  $0.1 < n < 1$  respectivamente. Para fluidos del tipo Herschel Bulkley la variación puede ser mayor al 68 % en función de las propiedades reológicas y condiciones de flujo. Por lo tanto, la suposición de que  $dF_f/dD \ll SF_f/D$  introduce un error significativo en los cálculos.

García & Steffe (1986) desarrollan la solución analítica para determinar el  $D_{op}$  para fluidos Herschel Bulkley en condiciones laminares; sin embargo el modelo matemático se resuelve por iteraciones cuando son consideradas las pérdidas en válvulas y accesorios. Estos autores proponen simplificar el modelo considerando  $dK_f/dD = 0$  cuando  $L \gg D$ . Dicha suposición carece de validez si consideramos que las instalaciones de tuberías en la industria de alimentos son cortas y con una complejidad que no permiten despreciar las pérdidas de energía en las válvulas y accesorios, puesto que esto repercutiría directamente en los costos de operación. Además desde el punto de vista de ingeniería de diseño los sistemas de control deberán contribuir con un mínimo de 30 % de la pérdida total de cabeza del sistema, esto con el fin de mantener un buen control de proceso (Simpson y Werrick, 1978). En el modelo desarrollado para evaluar  $D_{op}$ , ec. 5.1, se

resuelve la derivada  $K_f$  con respecto a  $D$  ( $dK_f/dD$ ), ec. 5.7 considerando que los coeficientes de resistencia para flujo laminar dependen de las características de la valvula o accesorios ( $L/D$ ), propiedades del fluido y condiciones de flujo. Sustituyendo como  $K_f = (L_0/D) F_f$  se tiene la solución en función de una longitud total ( $L_t$ ), que involucra a la longitud equivalente ( $L_0$ ):

$$L_t = L + L_0$$

El resultado obtenido en este trabajo es el siguiente:

$$\frac{d \sum K_f}{dD} = \sum \frac{K_f}{D} \left[ \frac{4 \phi \xi_0 + (4-3n)}{1 + \xi_0 \phi} - 1 \right] \quad (5.7)$$

En el cuadro No. IV se reportan los valores obtenidos, en éste estudio, de las constantes que definen la relación entre el  $K_f$  y el  $NRe$ , expresado en la ec. 2.26, a partir de los datos experimentales reportados por Krittrege y Rowley (1957). Además aplicando el principio de longitud equivalente se evalúan las longitudes equivalentes ( $L/D$ ) para el flujo de fluidos no newtoniano a través de válvulas y accesorios en condiciones de régimen laminar.

Sustituyendo las ecuaciones 5.6 y 5.7 en la ecuación 5.1 y simplificando obtenemos el modelo generalizado para obtener el  $D_{opt}$  en sistemas de transporte de fluidos newtonianos y no newtonianos en régimen laminar que se expresa como:

$$D_{op} = \left[ \frac{2560 C_e h M^3}{(a+b) \rho^2 n^2 s C E \rho R e} \left[ \frac{(a'+b') A m P^{m-1}}{C_e h} + 1 \right] \left[ 1 - \frac{4 \phi \xi_0 - (4-3n)}{5 (1 + \xi_0 \phi)} \right] \right]^{\frac{1}{s+5}} \quad (5.8)$$

VALVULA U ACCESORIO	A'	N	L/D
TE	4.94567	0.096	5529
CODO 90	7.08033	1.002	751986
VALVULA GLOBO DE CAMPANA (ASIENTO DE ACERO)	4.31570	0.282	1298
VALVULA GLOBO DE DISCO	4.75708	0.361	3572
VALVULA DE ANGULO	4.8173	0.4524	4104
VALVULA DE COMPUERTA	7.5239	1.090	2136879

CUADRO No IV : LONGITUDES EQUIVALENTES DE DIFERENTES VALVULAS Y ACCESORIOS PARA EL FLUJO DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS EN REGIMEN LAMINAR.

En la ecuación 5.8 se consideran las pérdidas de energía en válvulas y accesorios; además su solución es directa solo con el conocimiento de las propiedades reológicas del material, densidad del fluido, flujo másico y parámetros económicos. En contraste a las reportadas en la literatura donde no se consideran las pérdidas de energía en válvulas y accesorios, para que su solución sea directa. Además la mayoría de las expresiones se reportan para condiciones de flujo turbulentas.

#### SOLUCION ANALITICA PARA LA DETERMINACION DE DIAMETROS ECONOMICOS

El modelo matemático generalizado para evaluar el  $D_{opt}$  en sistemas de transporte de fluidos alimenticios en condiciones laminares, puede simplificarse introduciendo un factor de corrección

(Fc) en función de las propiedades reológicas de los materiales, expresandose como:

$$F_c = \left[ \frac{1}{P} \left[ 1 - \frac{4 \phi \xi_0 - (4-3n)}{5 (1 + \xi_0 \phi)} \right] \right]^{\frac{1}{5+s}} \quad (5.9)$$

El factor de corrección (Fc) puede evaluarse en la solución gráfica dada en la fig. 24 en función del índice de comportamiento (n) y la relación de esfuerzos ( $\xi_0$ ).

El  $D_{opt}$  evaluado para fluidos newtonianos en función de Re,  $\rho$ , M; puede corregirse para fluidos no newtonianos en función de Fc, expresado en la ecuación No 5.9, que es una función del índice de comportamiento al flujo (n) y  $\xi_0$  que se define como la relación de esfuerzos ( $\tau_0/\tau_v$ ). Para fluidos newtonianos ( $\tau_0=0$ ,  $\xi_0=0$ ,  $n=1$ ) Fc es una constante con valor de 0.9648; sin embargo para fluidos pseudoplásticos Fc depende exclusivamente de n, tomando valores de  $0.80 < F_c < 0.96$ . Es interesante notar que los diámetros óptimos evaluados para fluidos alimenticios pseudoplásticos resultan menores hasta en un 17% con respecto a los diámetros óptimos obtenidos para fluidos newtonianos. Esto puede justificarse en función de las variables que se consideran en los balances de costos; si consideramos para fluidos newtonianos que el gradiente de presión es directamente proporcional a  $R^{-4}$  y en contraste para fluidos pseudoplásticos el efecto de R en  $\Delta P$  se ve disminuido en función de n debido principalmente al efecto que tiene esta última en los patrones de flujo desarrollados por los fluidos en las tuberías. Por lo cual en fluidos newtonianos una pequeña disminución del diámetro



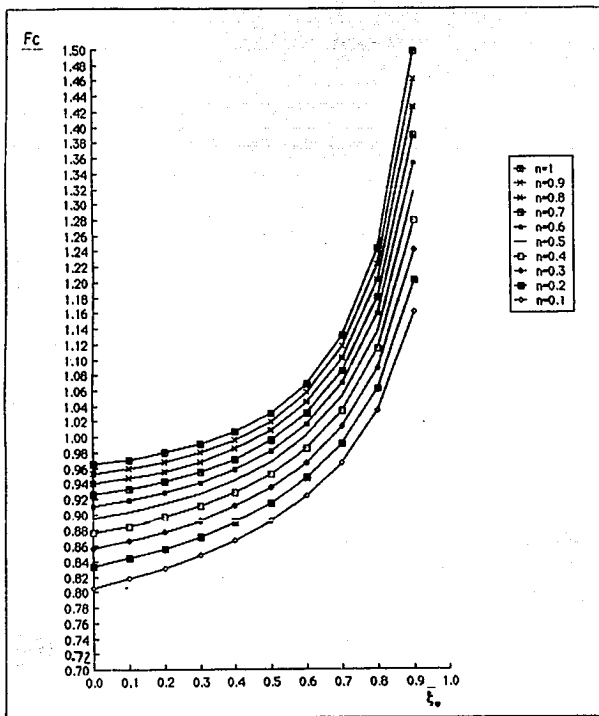


FIGURA No 24:  $F_c$  COMO UNA FUNCION DE LAS PROPIEDADES REOLOGICAS DE LOS MATERIALES.

representa un aumento considerable en las  $\Delta P$  del sistema, lo que finalmente repercutiría en forma drástica en los costos de operación y estación de bombeo; sin embargo para fluidos pseudoplásticos el efecto de  $R$  en  $\Delta P$  se ve disminuido en función de  $n$ , con lo cual una disminución del diámetro en los sistemas de transporte no representa un aumento significativo en los costos de operación y estación de bombeo. En el caso de fluidos no newtonianos que presenten  $\tau_0$ : Herschel Bulkley (H-B) y Plásticos de Bingham (P-B), el factor de corrección tendrá valores de  $0.96 < F_c < 1.5$  en función de  $\zeta_0$  y  $n$ . Comparando los  $D_{op}$  evaluados para fluidos newtonianos y fluidos con  $\tau_0$  se observa que los diámetros evaluados para fluidos con  $\tau_0$  son hasta 50% mayores a los evaluados para fluidos newtonianos. Esto puede justificarse con base en el efecto del patrón de flujo en forma de campana que desarrollan los fluidos con  $\tau_0$ , donde se ha confirmado que los factores de fricción, para condiciones laminares, son mayores para fluidos con  $\tau_0$  que para fluidos newtonianos; considerando lo anterior se puede establecer que una disminución en los diámetros elevaría drásticamente los costos de operación y estación de bombeo, el caso contrario ocurre con un aumento del diámetro, aunque representaría un aumento del costos de tubería éste se vería neutralizado por la disminución de los costos de estación de bombeo y operación.

Por lo anterior el modelo matemático para evaluar  $D_{op}$  puede expresarse como:

$$D_{op} = \left[ \frac{2560 C_e h M^3}{(a+b)\rho^2 \pi^2 s C E R e} \left[ \frac{(a'+b') A m P^{m-1}}{C_e h} + 1 \right] \right]^{\frac{1}{s+5}} \left[ F_c \right] \quad (5.10)$$

### Clasificación de las Variables

#### Parámetros del sistema de bombeo

M	velocidad de flujo másico	kg./s.
E	eficiencia de bomba y motor reportada en fracción	
W	trabajo por unidad de masa	J./kg.

#### Propiedades del fluidos

n	índice de comportamiento	
K	índice de consistencia	Pa. s. <sup>n</sup>
$\tau_0$	tensor de esfuerzos inicial	Pa.
$\rho$	densidad del fluido	kg./m. <sup>3</sup>

#### Parámetros de Costos del Sistema de Tubería

C	constante empírica	\$/m. <sup>1+s</sup>
s	exponente adimensional de la ec. de costos del sistema de tubería.	
a	costos anuales fijos	1/año.
b	costos anuales de mantenimiento	1/año.

#### Parámetros de Costos de la Estación de Bombeo

A	constante empírica	\$/W. <sup>n</sup>
B	constante empírica	\$.
m	exponente de la ec. de costos	
a'	costos anuales fijos	1/año.
b'	costos anuales de mantenimiento	1/año.

### Parámetros de Costos de Operación

Ce	costos de energía eléctrica	\$/watts, hr.
h	horas de operación anuales	hr./año.
P	potencia requerida	W.

### ANÁLISIS DE DATOS DE COSTOS DEL SISTEMA DE BOMBEO

En esta sección se presentan datos básicos de eficiencia y costos de bombas, tuberías, válvulas y accesorios; así como el análisis de costos para la obtención de los parámetros económicos útiles en la selección de diámetros óptimos de tubería, ya sea a través del método de diámetro económico o velocidad económica. La falta de datos de costos y figuras útiles para realizar balances económicos puede dificultar la aplicación de estas técnicas; por lo cual se presentará un riguroso procedimiento para establecer los parámetros económicos a partir del análisis de datos de costos. Las dos alternativas se derivan para calcular el costo mínimo total anual de instalación y operación de un sistema de tuberías y estación de bombeo.

### Análisis de Costos del sistema de Tuberías.

Los costos del sistema de tuberías contemplan los costos por tubería recta, válvulas, accesorios e instalación. En el análisis gráfico los costos del sistema de tubería pueden expresarse como

función logarítmica del diámetro de tubería (fig. 25 ). Los factores de mayor impacto en los costos del sistema son: longitud, complejidad y material. En el presente trabajo se analizan sistemas con 100 ft de tubería recta, estableciendo que los costos de instalación y pérdida de energía pueden ajustarse para un determinado número de válvulas y accesorios denominado complejidad del sistema. En el presente trabajo se contemplan las 5 complejidades establecidas por Hooper (1982); además de evaluar la frecuencia de válvulas y accesorios por cada 100 ft para cada complejidad y el impacto que representan en los costos estimados. Los costos por instalación se consideran para tubería igual al costo del material; aunque para válvulas y accesorios se considera del 25% de su costo. El análisis se desarrolla a partir de datos proporcionados por la compañía Reliance Electric and Engineering Co. de México para acero inoxidable 316 grado alimenticio cedula 40.

En los siguientes cuadros son expresados los costos desglosados para las diferentes complejidades de sistemas de tuberías.

DIAMETRO DE TUBERIA (IN)	1	1.5	2	3	4	5	6
COSTO DE TUBERIA RECTA(\$)	3871	6309	8991	14508	20391	26639	33193
COSTO DE VALVULAS Y ACCESORIOS(\$)	739	1090	1219	2187	2890	3176	3944
COSTO TOTAL DE INS- TALACION(\$)	4056	6382	9236	15055	21114	27433	36246
COSTO TOTAL DEL SIS- TEMA DE TUBERIAS(\$)	8666	13981	19386	31750	44395	57248	71316

Cuadro V.- Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad 1/4.

DIAMETRO DE TUBERIA (IN)	1	1.5	2	3	4	5	6
COSTO DE TUBERIA RECTA(\$)	3871	6309	8991	14508	20391	26639	33193
COSTO DE VALVULAS Y ACCESORIOS (\$)	1003	1421	1614	2309	3294	6691	12211
COSTO TOTAL DE INSTALACION(\$)	4122	6665	9395	15086	21215	28312	36246
COSTO TOTAL DEL SISTEMA DE TUBERIAS(\$)	8996	14395	19880	31903	44900	61642	81650

Cuadro VI.-Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad 1/2.

DIAMETRO DE TUBERIA (IN)	1	1.5	2	3	4	5	6
COSTO DE TUBERIA RECTA(\$)	3871	6309	8991	14508	20391	26639	33193
COSTO DE VALVULAS Y ACCESORIOS(\$)	3153	4228	4776	6400	8717	14617	25981
COSTO TOTAL DE INSTALACION(\$)	4660	7366	10125	16108	22370	30294	39689
COSTO TOTAL DEL SISTEMA DE TUBERIAS(\$)	11684	17903	28832	37016	51678	71550	98869

Cuadro VII.- Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad 1

DIAMETRO DE TUBERIA (IN)	1	1.5	2	3	4	5	6
COSTO DE TUBERIA RECTA(\$)	3871	6909	8931	14508	20391	26639	33193
COSTO DE VALVULAS Y ACCESORIOS(\$)	6010	7798	9726	13476	20871	27643	42510
COSTO TOTAL DE INS- TALACION(\$)	5974	8259	11363	17877	25609	33550	43821
COSTO TOTAL DEL SIS- TEMA DE TUBERIAS(\$)	15255	22366	30020	45861	66871	87832	119524

Cuadro VIII.-Análisis de costos para un sistema de 100 ft de complejidad  
2

DIAMETRO DE TUBERIA (IN)	1	1.5	2	3	4	5	6
COSTO DE TUBERIA RECTA(\$)	3871	6909	8931	14508	20391	26639	33193
COSTO DE VALVULAS Y ACCESORIOS(\$)	12208	15908	19285	25801	36208	51066	85449
COSTO TOTAL DE INS- TALACION(\$)	6923	10136	13753	20959	29443	39406	54556
COSTO TOTAL DEL SIS- TEMA DE TUBERIAS(\$)	23002	31753	41969	61268	86042	117111	173198

Cuadro IX.- Análisis de costos para un sistema de 100 ft de  
complejidad 1

Del análisis gráfico de costos de tubería vs diámetro de tubería (fig. 25) se obtienen los parámetros económicos de costos por sistemas de tubería,  $s$  y  $C$ , como la pendiente y la ordenada al origen de la gráfica log-log respectivamente.

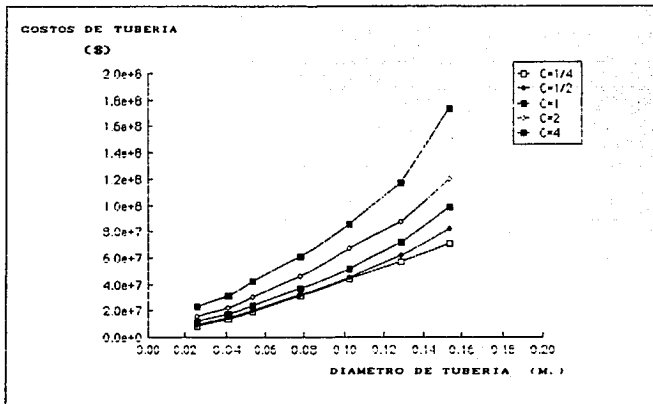


FIG. No. 25: GRAFICA DE COSTOS DE TUBERIA PARA DIFERENTES COMPLEJIDADES DE SISTEMA.

En el cuadro No X se reportan los valores de los parámetros para cada complejidad. Analizando los diversos valores de  $s$  en función de la complejidad; se puede establecer que la complejidad de un sistema de tuberías no afecta significativamente el patrón de comportamiento de la gráfica  $s$  de tubería vs diámetros, por lo cual  $S$  puede



COMPLEJIDAD	S	C (ANTILOG)
1/4	1.214	13.4529
1/2	1.252	13.5990
1	1.200	13.6445
2	1.172	13.7965
4	1.124	13.9976

TABLA No X: PARAMETROS ECONOMICOS DEL SISTEMA DE TUBERIAS PARA DIFERENTES COMPLEJIDADES.

establecerse como una constante con un valor promedio de  $s=1.2$ . Sin embargo el parámetro económico C si es afectada por la complejidad del sistema; repercutiendo en el valor de  $D_{opt}$  evaluado en un 5 a 12 % hacia abajo considerando como punto de referencia el diámetro evaluado para una complejidad de 1/4. Por lo anterior se desarrollan factores de corrección por complejidad, cuando el  $D_{opt}$  es evaluado a través de la solución gráfica o analítica.

#### Análisis de Costos de Estación de Bombeo.

En los sistemas de transporte de fluidos alimenticios se utilizan diferentes tipos de bombas, siendo los equipos de bombeo más comunes los siguientes: centrífugas; de diafragma y de desplazamiento positivo. Sin embargo independientemente del tipo de equipo, los costos pueden establecerse como una función de la cantidad de líquido manejado o cabezal de bombeo. Una correlación de costos para equipos de bombeo

considerando todas las variables queda fuera del alcance de este trabajo. En la fig. No 26 se presentan los diversos comportamientos de costos de estación de bombeo vs potencia requerida, obtenidos del análisis de costos desarrollado a partir de los datos proporcionados por diferentes compañías dedicadas a la venta de equipo de bombeo

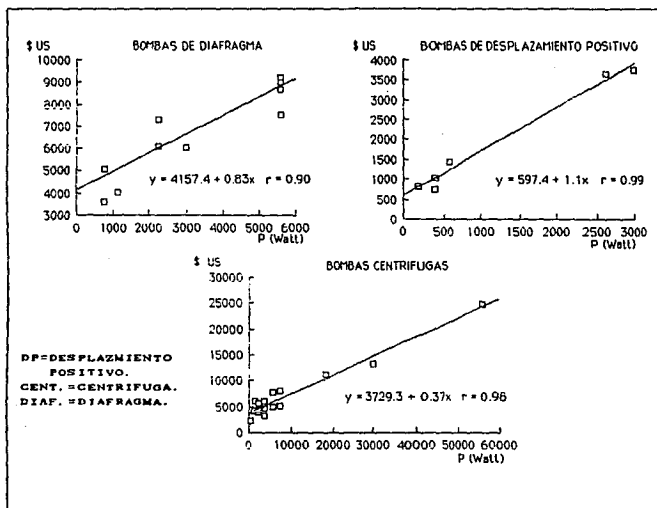


FIGURA NO.26: GRAFICA DE COSTOS DE ESTACION DE BOMBEO VS POTENCIA REQUERIDA PARA DIFERENTES TIPOS DE BOMBAS.

## SOLUCION GRAFICA DE DIAMETRO ECONOMICO

El modelo matemático expresado en la ec. 5.10 puede simplificarse para ciertas condiciones, donde el  $D_{opt}$  pudiese ser obtenido en función de variables tales como:  $Re$ ,  $\rho$ ,  $M$ . Esta simplificación permitiría a su vez facilitar el desarrollo de la solución grafica. El desarrollo de factores de corrección tales como los parámetros económicos, complejidades de sistema de tuberías y densidad del fluido permiten que una sola solución se pueda adaptar a las condiciones requeridas. Considerando los valores, obtenidos del análisis de costos, para los parámetros económicos actualizados en México, se desarrolla una solución para las condiciones establecidas:

$$C_e = 0.15 \text{ \$/kw hr}$$

$$h = 7920 \text{ hr/año}$$

$$a = 0.14 \text{ año}^{-1}$$

$$b = 0.04 \text{ año}^{-1}$$

$$s = 1.20$$

$$C = \text{antilog. } 13.4529 \text{ \$/m}^{1.20}$$

$$a' = 0.28 \text{ año}^{-1}$$

$$b' = 0.10 \text{ año}^{-1}$$

$$A = 0.833 \text{ \$/w}^n$$

$$B = 4157.4 \text{ \$}$$

Sustituyendo los valores de los parámetros en la ec. 5.10 obtenemos la expresión generalizada de  $D_{opt}$  para un sistema de transporte de fluidos con una complejidad de  $1/4$  y con estación de

bombeo con equipo de desplazamiento positivo:

$$D_{opt} = \frac{1.1761 M^{0.48} F_c}{\rho^{0.32} Re^{0.16}} \quad (5.11)$$

Un análisis del efecto de las variables intrínsecas al material como son la densidad y las propiedades de flujo en los valores finales de diámetro óptimo ( $D_{opt}$ ) para condiciones de flujo específicas nos permite establecer lo siguiente.

Para valores de densidad en un intervalo de 800 a 1400 kg/m<sup>3</sup>, considerando este común para alimentos, el porcentaje de error evaluado es de 14 % como máximo considerando como referencia el diámetro óptimo determinado para una densidad de 800; dicha influencia se expresa gráficamente en la fig. 27. Con base en esto se puede establecer el  $D_{opt}$  como independiente de la densidad, sin que ello repercuta en gran medida en los valores finales de  $D_{opt}$  para las condiciones de flujo especificadas. En el desarrollo de nomogramas como soluciones gráficas esto es de suma importancia porque permite la simplificación de los mismos en la determinación de  $D_{opt}$  para el flujo de fluidos newtonianos y no newtonianos.

Las propiedades reológicas de los materiales se incluyen en términos de un factor de corrección ( $F_c$ ) obtenido de la ec.5.9, donde el índice de comportamiento de flujo se estudio en un intervalo de  $0.1 < n < 1$  y  $0 < \xi_0 < 1$ . El intervalo de  $F_c$  estudiado fue de  $0.8 < F_c < 1.5$ . En el caso de fluidos newtonianos  $F_c$  es una constante de valor 0.96; considerando como referencia los  $D_{opt}$  determinados para fluidos

newtonianos, en condiciones de flujo específicas, los fluidos no newtonianos con tensor de esfuerzos inicial ( $\tau_0$ ) presentan  $D_{opt}$  mayores hasta en un 50 % dependiendo los valores de  $F_c$ , de aquí la importancia de definir correctamente las propiedades reológicas para establecer el valor de  $F_c$ . En el caso de fluidos pseudoplásticos,  $n < 1$  la variación de los  $D_{opt}$  determinados es de hasta 16 % menores con

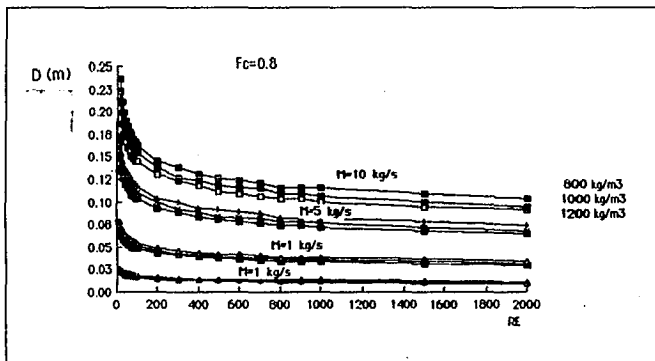


FIG. No 27: EFECTO DE LA DENSIDAD EN LA DETERMINACION DE DIAMETROS OPTIMOS PARA EL FLUJO DE FLUIDOS EN REGIMEN LAMINAR.

respecto a los  $D_{opt}$  determinados para fluidos newtonianos. El efecto de la variación de valores de  $F_c$  en el  $D_{opt}$  se expresa gráficamente en la fig. 28, para un flujo másico constante.

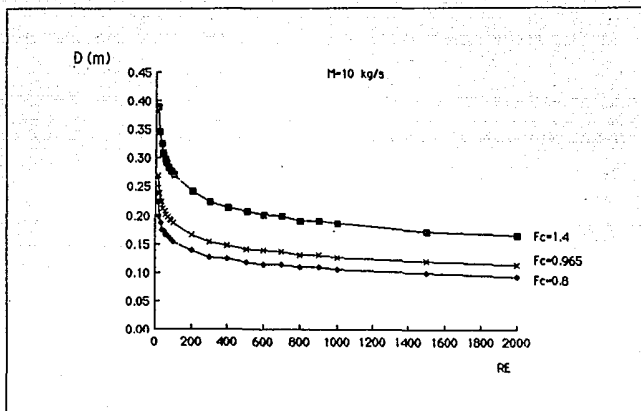
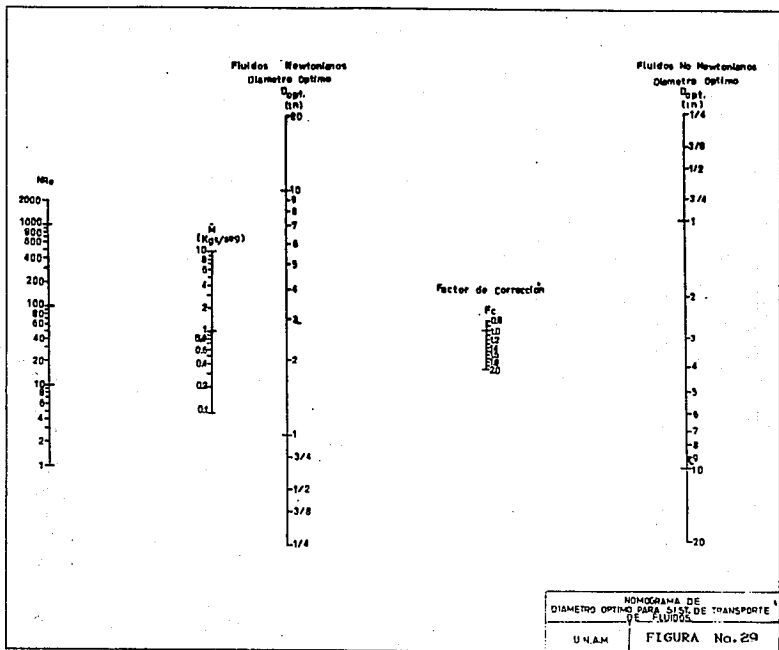


FIGURA No 28 :EFECTO DEL FACTOR DE CORRECCION,  $F_c$ , EN LA DETERMINACION DE DIAMETROS ECONOMICOS

En la figura No. 29 se presenta el nomograma desarrollado para determinar el diámetro económico para sistemas de transporte de fluidos newtonianos y no newtonianos en régimen laminar; este es obtenido a partir de la ecuación 5.11, en primera instancia se realiza la determinación del  $D_{opt}$  para fluidos newtonianos, introduciendo el factor de corrección ( $F_c$ ) para extrapolar tal determinación a un comportamiento no newtoniano en función de sus propiedades reológicas fluidos.



## VELOCIDADES ECONOMICAS

El criterio mas conveniente y probable de ser usado despues de las reglas de dedo es la velocidad recomendada del fluido; sin embargo en el caso de alimentos es nula la información al respecto. Por lo cual en esta sección se presenta la solución analítica, partiendo de la ec. 5.11, para la determinación de velocidades económicas de un fluido en función de sus propiedades reológicas y parámetros económicos. Obteniendo que la velocidad económica de un fluido fluyendo en condiciones laminares a traves de tuberías esta dada por:

$$V_{ec.} = \frac{\beta}{F_c \left( \frac{1}{(0.16n+0.16)} \right)^{\frac{1}{k}} \left( \frac{1}{(n+1)} \right)} \quad (5.12)$$

donde

$\beta$  es un parámetro que se evalua de la figura No.30 en función del diámetro requerido de tubería y el índice de comportamiento del fluido.

$F_c$  es el factor de corrección por propiedades reológicas

$k$  es el índice de consistencia del fluido = Pa s.<sup>n</sup>

$V_{ec.}$  es la velocidad económica del fluido = m/s.

El procedimiento basico consiste en determinar la velocidad económica para líneas de transporte de fluidos viscosos fluyendo en condiciones laminares para tamaños de tubería especificos para establecer los costos minimos totales de instalación, operación y estación de bombeo.



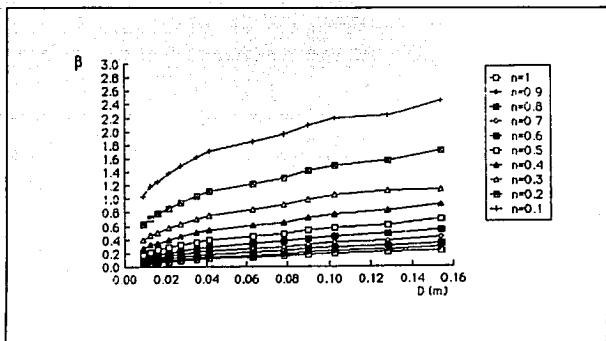


FIG. No. 80 : VALORES DE  $\beta$  EN FUNCION DE DIAMETRO DE TUBERIA EL INDICE DE COMPORTAMIENTO.

#### FACTORES DE CORRECCION

En esta sección se presentan factores de corrección por densidad, energía eléctrica y complejidad del sistema de tuberías; que permite extrapolar el diámetro óptimo determinado a partir de la solución analítica 5.11 para las condiciones específicas de las variables mencionadas que afectan el  $D_{op}$ . Para los diámetros óptimos evaluados con la solución analítica 5.11 se recomienda utilizar la siguiente expresión para obtener los valores a las condiciones requeridas:

$$D_{op}^{\circ} = (D_{op,i})(F_{c1})(F_{c2})(F_{c3}) \quad (5.13)$$

donde  $D_{op}$  es el diámetro óptimo evaluado con la ecuación 5.11;  $F_{c1}$  es el factor de corrección por densidad (fig. No. 31);  $F_{c2}$  es el factor de corrección por energía eléctrica (Fig. No. 32) y  $F_{c3}$  es el factor de corrección por complejidad del sistema de tuberías (Fig. No. 33). El diámetro de tubería nominal óptimo se determinara de acuerdo al diámetro interno mas proximo al valor obtenido de la expresión 5.13, en base a los diámetros nominales de tubería de acero inoxidable estandar.

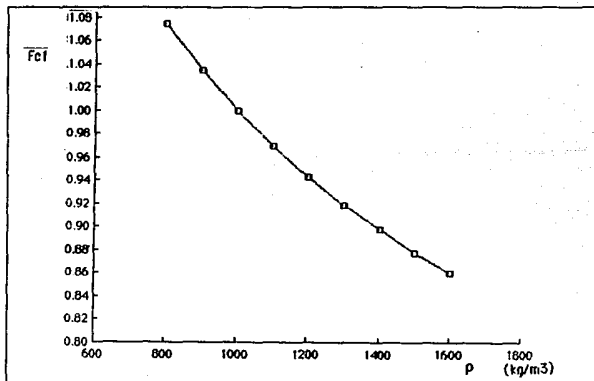


FIG. No. 31:FACTOR DE CORRECCION POR DENSIDAD DEL FLUIDO.

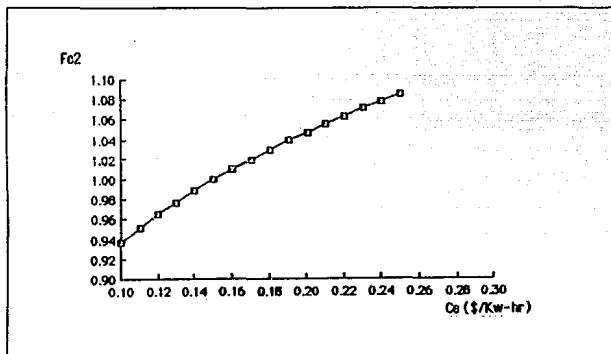


FIG. No. 82 FACTOR DE CORRECCION POR ENERGIA ELECTRICA.

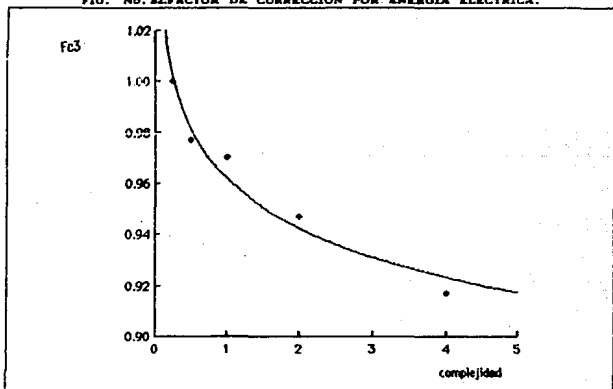


FIG. No. 83 FACTOR DE CORRECCION POR COMPLEJIDAD DEL SISTEMA DE TUBERIAS.

## CASO PRACTICO

### SISTEMA DE BOMBEO PARA LA PRODUCCION DE LECHE CONCENTRADA AZUCARADA.

En esta sección se presenta la secuencia básica para la selección de diámetros óptimos de tubería en sistemas de transporte de fluidos alimenticios; el ejemplo se basara en la selección de  $D_{OPT}$ . en un sistema de producción de leche concentrada azucarada (LCA) dicho proceso se seleccionó con base en los diferentes comportamientos reológicos de los fluidos dentro de las operaciones unitarias del sistema. Los datos técnicos son reportados por Zúñiga (1991) siendo los siguientes:

FLUIDO	SACAROSA	LECHE	LCA
FLUJO MASICO (KGS. / SEG.)	1.760	10.00	4.00
DENSIDAD (KGS. / M <sup>3</sup> )	1300.00	1030.00	1327.00
FLUJO VOLUMETRICO (M <sup>3</sup> / SEG.)	1.33 E-3	9.70 E-3	3.01 E-3
PARAMETROS REOLOGICOS	$\mu=0.0415$ Pa	$\mu=0.00212$ Pa	$n= 0.9$ $k= 1.088$ Pa

En primera instancia seleccionaremos el  $D_{op}$  para la línea de LCA considerando que la complejidad del sistema es de 1/4 y la estación de bombeo trabaja con equipos de desplazamiento positivo:

### 1.-Fluidos No newtonianos

#### 1.a) Solución Analítica:

Paso 1.- Con los parámetros reológicos  $n$ ,  $k$ ,  $\tau_0$  definir  $\phi$  y  $\zeta_0$  a través de la fig. 22; entonces para valores de  $n=0.9$  y  $\tau_0=0$ ,  $\zeta_0=0$ , por lo tanto  $\phi=1$ .

Paso 2.- Con los valores de  $n=0.9$  y  $\zeta_0=0$  definimos  $\phi$  de la fig. 23; entonces  $\phi=1.35$ .

Paso 3.- De la fig. 24 se obtiene el valor del factor de corrección (Fc) para fluidos no newtonianos en función de  $n=0.9$  y  $\zeta_0=0$ ; entonces  $Fc=0.96$ .

Paso 4.- Suponer un NRe en primera instancia; en forma generalizada se recomiendan trabajar en intervalos de NRe de 600 a 2000. En el problema se analizarán los valores extremos para observar la diferencia de diámetros para cada caso.

Paso 5.- Sustituir valores en la ec. 5.11:

$$D_{op} = \frac{1.176 M^{0.40} Fc}{\rho^{0.32} NRe^{0.16}}$$

entonces

NRe	$D_{op}$ .	$D_{NOM}$ .
600	0.079 mts.	3 in.
2000	0.065 mts.	2.5 in.

Paso 6.- Recalcular la velocidad promedio mediante la ec. 2.27 considerando el diámetro interno de tablas en base al  $D_{NOM.}$  seleccionado:

$$V = \frac{4 M}{\pi \rho D^2}$$

$D_{NOM.}$	$V_{PROM.}$
3 in.	0.632 m / s.
2.5 in.	0.976 m / s.

Paso 7.- Con el diámetro y la velocidad seleccionado, se recalcula el  $NRe_K$  con la ec. 2.22; siendo definido como Número de Reynolds Económico ( $NRe_K$ ) el valor obtenido. Este valor representa el número de Reynolds en el cual se establecen los costos mínimos en nuestro sistema de transporte de fluidos.

$$NRe_K = \frac{D^n V^{(2-n)} \rho}{\mu^{n-1} K} \left[ \frac{4n}{3n+1} \right]^n$$

entonces obtendremos los siguientes valores:

$D_{NOM.}$	$V_{PROM.}$	$NRe_K$
3 in.	0.632 m / s.	88.92
2.5 in.	0.976 m / s.	117.98

Entonces con base en las velocidades que se tendrían en las tuberías podemos seleccionar cualquiera de los diámetros; ya que en ninguno de los dos casos se sobrepasa la velocidad recomendada generalizada que es de 1.5 m / s. . En este caso se sugiere aplicar el criterio de caída de presión permisible ( $\Delta P_{perm.}$ ) (Zuñiga, V. E., 1991) para seleccionar el diámetro óptimo.

Solución gráfica:

1.-Repetir hasta el paso 4.

Paso 5.- En la fig. 25 se traza una línea que una los puntos con los valores de  $NRe=2000$  y  $M=4Kgs/s.$ , prolongando dicha línea hasta que cruce con la de  $D_{OP}$ , para fluidos newtonianos. De este último punto partira una nueva línea que cruzara el valor de  $Fc=0.96$ , prolongando tal línea hasta que cruce con la línea de  $D_{OP}$ , para fluidos no

$NRe$	$M$	$Fc$	$D_{OP}$
600	4	0.96	3 in.
2000	4	0.96	2.5 ó 3 in.

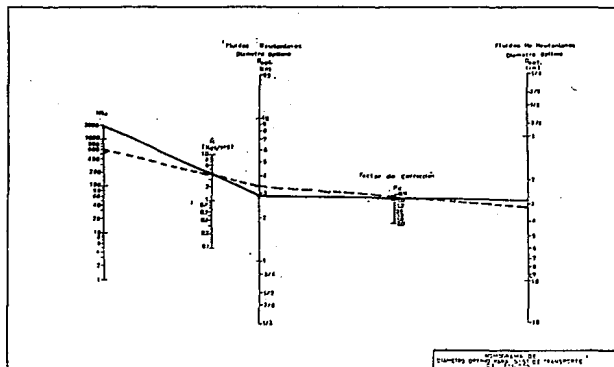


FIG. NO. 34: DETERMINACION DEL  $D_{OP}$  EN LA SOLUCION GRAFICA.

newtonianos. El valor obtenido es directamente el diámetro nominal de tubería reportado en tablas.

Como se puede observar no existe una diferencia significativa entre los valores determinados por la solución analítica y gráfica; sin embargo se puede establecer a la solución gráfica como más sencilla y práctica para determinar el  $D_{OP}$ .

#### Fluidos Newtonianos.

##### Solución analítica.

Paso 1.- De la fig. 24 se obtiene el valor de  $F_c$  para valores de  $n=1$  y  $\zeta_0=0$ ; entonces  $F_c=0.9648$ .

Paso 2.- definir el  $NRe$  que se va a manejar; tomaremos los mismos valores de 600 y 2000.

Paso 3.- Sustituir en la ec, 5.11; obteniéndose los siguientes valores:

	$NRe$	$D_{OP}$ .	$D_{NOM}$ .
a) Sacarosa:			
	600	0.054 m	2 in.
	2000	0.044 m	2 in.
b) Leche:			
	600	0.134 m	5 in.
	2000	0.110 m	4 in.

Paso 6.- Recalcular la velocidad promedio y el número de Reynolds económico mediante la ec. 2.27 y 2.22 respectivamente; considerando el diámetro interno de tablas con base en  $D_{NOM}$  seleccionado.



	NRe	D <sub>NOM.</sub>	V <sub>PROM.</sub>	NRe <sub>E</sub>
a) Sacarosa:				
	600	2 in.	0.625 m/s.	1027.89
	2000	2 in.	0.625 m/s.	1027.89
b) Leche:				
	600	5 in.	0.752 m/s.	46836.67
	2000	4 in.	1.181 m/s.	58675.74

En el caso de la sacarosa no hay alternativa, siendo el  $D_{OP}$  específico para el fluido. Sin embargo para el caso de la leche el  $D_{OP}$  seleccionado es el de 4 in., ya que aunque es una mayor velocidad no se sobrepasa el valor recomendado de 1.5 m / s; pero el régimen en el cual se transporta el fluido es turbulento, debido principalmente a la baja viscosidad que presenta el fluido. Con esto se puede reforzar el criterio del por que fluidos con baja viscosidad se transportan en condiciones turbulentas, como es el caso específico de la leche.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo se desarrollo un método analítico y un método gráfico para obtener el diámetro óptimo de tubería para el flujo de fluidos alimenticios newtonianos y no newtonianos.

El  $D_{op}$  es independiente de la energía potencial y diferencias de presiones en el sistema; ya que estas no son función de las características reológicas de los materiales.

Para el flujo de fluidos alimenticios newtonianos y no newtonianos, en condiciones laminares, el  $D_{op}$  de una tubería es función de las propiedades reológicas de los materiales, densidad del fluido, flujo másico y parámetros económicos del sistema.

Se obtiene un modelo generalizado para seleccionar  $D_{op}$  de tubería.

El modelo generalizado para designar el  $D_{op}$  se obtiene y simplifica con la inclusión de un factor de corrección que integra el efecto de las propiedades reológicas de los materiales. En el caso de fluidos newtonianos  $F_c$  es una constante de valor 0.967; para fluidos de la ley de la potencia los valores del factor de corrección son  $0.8 < F_c < 0.967$  en función del índice de comportamiento al flujo ( $n$ ) del alimento. Los  $D_{op}$  para fluidos con elevado comportamiento pseudoplásticos ( $n=0.2$ ) son menores hasta en un 17 % con respecto a los evaluados para fluidos newtonianos.

En el caso de fluidos con tensor de esfuerzos inicial, Herschel Bulkley y Plásticos de Bingham, los  $D_{op}$  evaluados son mayores hasta en un 50 % con respecto a los evaluados para fluidos

newtonianos.

Es importante establecer una correcta caracterización reológica de los alimentos y evaluar con estos parámetros el diámetro económico de tubería.

La influencia de la densidad del fluido fué evaluada en un intervalo de 800 a 1400 Kgs/m<sup>3</sup>; dentro del cual se estableció una variación del 17% como máxima entre los diámetros obtenidos para los valores extremos estudiados.

Para el desarrollo del nomograma de  $D_{op}$  se considera este como independiente de la densidad debido a que los valores evaluados a través de la solución analítica y gráfica no muestran diferencia significativa cuando se comparan los diámetros nominales seleccionados.

Se desarrolló un nomograma el cual evalúa el  $D_{op}$  para el flujo de fluidos newtonianos en función del número de Reynolds (NRe) y el gasto másico (M) para condiciones de flujo laminar; introduciéndose el factor de corrección (Fc) para fluidos no newtonianos que permite la evaluación del  $D_{op}$  para las mismas condiciones de proceso. En forma general se recomiendan manejar números de Reynolds entre 600 y 2000; ya que bajo estas condiciones se manejaran velocidades máximas de 1.5 m/s. Con esto se cumplirá con el criterio general de velocidad recomendada en el cual no se permite manejar velocidades mayores a 5 ft/s (1.52 m/s).

La velocidad económica es una alternativa para establecer en un diámetro de tubería específico la velocidad del fluido que nos proporcione los costos mínimos totales anuales del sistema. Esta puede

ser establecida en base a las propiedades reológicas del material para un diametro específico.

Los tratamientos presentados son esencialmente para sistemas que envuelven las tuberías de descarga de una bomba. Estas pueden ser aplicados, sin embargo, a la succión de la bomba; excepto en los casos donde el flujo es por gravedad. Para estos casos es recomendable utilizar como base de selección la cabeza neta de succión positiva.

Se recomienda el estudio mas profundo para determinar con mayor exactitud los comportamientos de los alimentos dentro de las lineas de proceso; ya que el conocimiento de las propiedades reológicas de los materiales es indispensable para el diseño y funcionamiento adecuado de las operaciones unitarias involucradas en los procesos de transformación de alimentos.

El trabajo puede ser extendido para establecer  $D_{op}$  en equipos donde se involucra transferencia de calor como son los pasteurizadores; por lo que se recomienda un estudio posterior que involucre tambien los perfiles de temperaturas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- 1.-ABEX CORP. 1980. Waukesha Pump Engineering Manual. 3rd. Ed. Waukesha Foundry Div., Abex Corp. Waukesha, WI.
- 2.-ALVES, G. E., BOUCHER, D. E. y PIGFORD, R. L. 1952. Pipe Line Desing for non newtonian Solutions and Suspensions. Chem. Eng. Prog., 48 (8): 385.
- 3.-ANAYA, A. 1972. Determinación gráfica del Diámetro económico de una tubería. IMIQ. 11: 20.
- 4.-ASTARITA, G.G. y PELUSSO L. 1968. Excess Pressure in Laminar Flow Through Sudden Contraction. I y Ec. Fundamentals, 7(4): 595.
- 5.-AUSTIN, P.P. 1975. How to Simplify Fluid Flow Calculations. Hydrocarbon Processing. 9: 197.
- 6.-BASEL, W.D. 1980. Preliminary Chemical Engineering Plant Desing. Elsevier, New York. Cap. IV.
- 7.-BARBOSA, G.V. y PELEG, H. 1980. Propiedades de flujo de Alimentos Liquidos y Semiliquidos. Rev. de Tecnologia de Alimentos, 17(2): 68.

- 8.-BARBOSA, G.V. y PELEG, M. 1983. Flow Parameters of Selected Commercial Semi-liquid Food Products. J.Texture Studies. 14: 213.
- 9.-BARRETT, O.H. 1981. Installed Cost of Corrosion-Resistant Piping. Chem. Eng. 88(22): 97.
- 10.-BIRD, R.B., Stewart, W.E. y Lightfoot, e.n. 1970. Transport Phenomena. John Wiley, New York.
- 11.-BONDI, A. 1956. Theories of Viscosity. In Rheology Vol. 1. Ed. F.R. Eirich. Ac. Press, New York.
- 12.-BOGGER, D.V. y TIU, C. 1974. Rheology Properties of Food Products and their use in the Desing of Flow Systems. Food Technol. in Australia. 26: 325.
- 13.-BRACA, R.M. y HAPPEL, J.L. 1953. New Cost Data Bring Economic Pipe Sizing up to Date. Chem. Eng. 60(1): 182.
- 14.-BRADFORD, M.L. 1984. Tables Simplificate Pressure-Drop Calculations. Chem. Eng. 6(25): 137.
- 15.-CHARM, S.E. 1970. The Fundamentals of Food Engineering. Thir Edition. AVI Pub.Co. Wesport, CT.

- 16.-CLARK, J. P. 1978. Dough Rheology in Extrusion Cooking. Food Technol. 32 (7): 73
- 17.-CHURCHILL, S.W. 1977. Friction Factro Equation Spans all Fluid Flow Regimes. Chem. Eng. 84(24); 91.
- 18.-CRANE Co. 1986. Flow of Fluids trough Valves, Fittings and Pipe. Technical Paper No.410M. 21 Ed. Crane Co. 300 Park Ave., New York.
- 19.-DARBY, R. y MELSON J. 1982. Direct Determination of Optium Economic Pipe Diameter for Non Newtonian Fluids. J. of Pipelines 2: 11.
- 20.-DARBY, R. y MELSON, J. 1981. How to Predict the Friction Factor for Flow of Bingham's Plastic. Chem. Eng. 88(26):59.
- 21.-DODGE, D. W. y METZNER, A. B. 1959. Turbulent Flow of non Newtonian Systems. AICHE J. 5: 189.
- 22.-DOWNS, G. F. y TAIT, G. R. 1953. Selecting Pipeline Diameter for Minimum Investment. The Oil and Gas I. 52 (28): 210.
- 23.-FASTENAKELS, M. y CAMPANA, H. 1984. Find Optimum Pipe Size. Hydrocarbon Process. 9: 163.

- 24.-GALLANT, R.W. 1969. Sizing Pipe for Liquids and Vapors. Chem.Eng. 24: 96-104.
- 25.-GARCIA, E.J. y STEEFE, J.F. 1986. Optimun Economic Pipe Diameter for Pumping Herschel-Bulkley fluids in Laminar Flow. J. Food Process Eng. 8(2): 117.
- 26.-GARCIA, E.J. y STEEFE, J.F. 1987. Comparation of Friction Factor Equations for Non newtonian Fluids in Pipe Flow. J. Food Process Eng. 9; 93
- 27.-GEANKOPLIS, C.J. 1978. Transport Processes and Unit Operations. Allyn and Bacon, Inc. Boston.
- 28.-GENEREUX, R. P. 1937. Fluid-Flow Desing Methods. Ind. Eng. Chem. 29(4): 385.
- 29.-GUARIGUATA, C., Barreiro, J.A. y Guariguata, G. 1974. Analysis of Continuous sterilization Processes for Bingham Plastic Fluids in Laminar Flow. J. Food Sci. 44: 905.
- 30.-HANKS, R. W. 1978. Low Reynolds Number Turbulent Pipeline Flow of Pseudohomogeneous Slurrries . In Proceedings of the Fifth International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes (Hydrotransport 5). May 5-11. Hannover, Federal Republic of Germany. BHRA Fluid Engineering, Cranfield, Bedford, England.



- 31.-HANKS, R.W. y RICKS, B.L. 1974. Laminar Turbulent Transition in Flow of Pseudoplastic Fluids with yield stresses. J. Hidronautics. 8 (4): 163.
- 32.-HEDSTROM, B.O.A. 1952. Flow of Plastic Materials in Pipes. Ind. Eng. Chem. 44: 651
- 33.-HELDMAN, D.R. 1979. Food Process Engineering. AVI Pub. Co. Westport Conn.
- 34.-HOLDSWORTH, S.D. 1971. Aplicability of Rheological Models to the Interpretation of Flow and Processing Behaviur of Fluid Food Products. J. Textures Studies. 2: 393
- 35.-HOOPER, W.B., 1982. Predict Fittings for Piping Systems. Chem. Eng. 5(17):127.
- 36.-HOUSE, F.F., 1969. An Engineers Guide to Process- Plant Layout. Chem. Eng. 7(28): 120.
- 37.-HUNG, X.N. 1978. Simplifity Calculation of Economic Pipe Size. Hydrocarbon Processing. 2: 142.
- 38.-KENT, B., 1978. Prelimynary Pipe Sizing. Chem.Eng. 7(25): 117.

- 39.-KERN, R. 1971. Pump Piping Design. Chem. Eng. Deskbook.  
10(11): 85.
- 40.-KERN, R. 1973. Use Nomographs to Quickly... Size Pump Piping  
and Components. Hydrocarbon Process. 3: 81.
- 41.-KERN, R. 1974. Useful Properties of Fluids for Piping Design  
Chem. Eng. 12(23): 58.
- 42.-KERN, R. 1975. How to Compute Pipe Size. Chem. Eng. 1(6):  
115
- 43.-KERN, R. 1975. How to Design Piping for Reboiler Systems.  
Chem. Eng. 8(4): 107.
- 44.-KITTREDGE, C. P. y Rowley, D. S. 1957. Resistance  
Coefficients for Laminar and Turbulent Flow  
Through one-half-inch Valves and Fittings. Transactions of  
the ASME 79: 1759.
- 45.-MARTINEZ, P. L. P., 1988. Etude de la Thixotropie des  
Sauces Amilacees. Application a la Modelization de Leur  
Ecoulement en regime Non Stationnaire. Tesis de Doctorado del  
Instituto Nacional Politecnico de Lorraine Francia.
- 46.-MARSHALL, S.P. y BRANDT, J.L. 1971. Installed Cost of  
Corrosion-Resistant Piping. Chem. Eng. 8(23): 68.

- 47.-MARSHALL, S.P. y BRANDT, J.L. 1974. Installed Cost of Corrosion-Resistant Piping. Chem.Eng. 10(2B): 94.
- 48.-METZNER, A.B. 1957. Non Newtonian Fluid Flow. Ind. y Eng. Chem., vol.49 No.9; 1429
- 49.-METZNER, A.B. y REED, J.C. 1955. Flow of Non Newtonian Fluids- Correlation of the Laminar, Transition and Turbulent- Flow Regions. AICHE. J. 12:434
- 50.-MURAT, D. y KOKINI, J.I. 1986. Steady Shear Rheology and Fluid Mechanics of four Semi Solid Foods. J. Food Science. 51(3): 541
- 51.-NAKAYAMA, T. NIWA, E. y HAMADA, L. 1980. Pipe Transportation of Minced Fish Paste. J. Food Sci. 45: 844.
- 52.-NOLTE, C. B. 1978. Optimum Pipe Size Selection. Trans. Tech. Publications, Clausthal. West Germany.
- 53.-NGUYEN, X.H. 1978. Simplify Calculations of Economic Pipe Size. Hydrocarbon Process. 2: 143.
- 54.-ODIGBOH, E. V. y MOHSENIN, N. N. 1975. Effects of Concentration on the Viscosity of Cassava starch paste During the cooking-cooling process. J. Texture Studies. 5: 441

- 55.-OSORIO, F. A. y STEFFE, J. F. 1984. Kinetic Energy Calculations for Non Newtonian Fluids in Circular Tubes. J. Food Sci. 49: 1295.
- 56.-PAGE, P.A. y MCKEE, A. 1975. How to Simplify Fluid Flow calculations. Hydrocarbon Process. Sept.; 197-201.
- 57.-PALMER, J. A. y JONES, V. A. 1976. Prediction of Holding Times for Continuous Thermal Processing of Power Law Fluids. J. Food Sci. 41: 1233
- 58.-PERRY, R. H. y CHILTON, C. H. 1973. Chemical Engineers Handbook. McGraw Hill. New York.
- 59.-PETER, M. S. y TIMMERHAWES, K. D. 1985. Plant Desing and Economics for Chemical Engineers. McGraw Hill. New York.
- 60.-RAO, M. A. 1977a. Rheology of Liquid Foods.-A review. J. Texture Studies. 8: 135.
- 61.-RAO, M. A. 1977b. Measurement of flow properties of fluid foods-Development, limitations and interpretation of phenomena. J. Texture Studies. 8: 257.
- 62.-RAO, M. A., BOURNE, M. C. y COOLEY, H. J. 1981. Flow Properties of Tomato Concentrates. J. Texture Studies.

- 63.-RAO, M.A. y ANANTHESWARAN, R.C. 1982. Rheology of Food Fluids in Food Processing. Food Technology. Feb.; 116-126.
- 64.-RHA, CH., 1978. Rheology of Fluid Foods. Food Technology. July; 77-82.
- 65.-ROZEMA, H. y BEVERLOO, W.A. 1974. Laminar Isothermal Flow of Non Newtonian Fluids in a Circular Pipe. Lebensmittel-Wiss U. Technology. 7 (4): 223.
- 66.-SARCHET, B.R. y CUOLBURN, A.P. 1940. Economic Size Pipe in the Transportation of Viscous and Non Viscous Fluids. Ind. Eng. Che. Ind. Ed. 32: 1249.
- 67.-SIMPSON, L. y WERRICK, M. 1978. Designing Plant Piping. Chem. Eng. 4(3): 35.
- 68.-SKELLAND, A.H.P., 1967. Non Newtonian Flow and Heat Transfert. Jonh Wiley y Sons. Inc. New York. Cap. 7.
- 69.-STEFFE, J.F. y MOHAMED, I.O. 1984. Pressure Drop Across Valves and Fittings for Pseudoplastic Fluids in Laminar flow. Trans. ASAE 27; 616.
- 70.-STEFFE, J.F. y MORGAN, R.G. 1986. Pipeline Desing and Pump Selection for Non Newtonian Fluid Foods. Food Technol.

- 40(12): 78.
- 71.-SULTAN, A.A. 1988. Sizing Pipe for Non Newtonian Flow. Chem. Eng. 12: 140.
- 72.-SZCZESNIAK, A. S. 1977. Rheological Problems in the Food Industry. J. Texture Studies. 8: 119.
- 73.-VAN WAZER, J. R., LYONS, J. W., KIM, K. Y. y COLWELL, R. E. 1963. Viscosity and Flow Measurement. Interscience, New York.
- 74.-WALTERS, K. 1975. Rheometry. Chapman and Hall London.
- 75.-WELTMANN, R.N. 1968. Friction Factor for Flow of Non Newtonian Materials in Pipeline. Ind. y Eng. Chem. 48(3) : 386.
- 76.-WOHL, M.A. 1968. Desing for Non Newtonian Fluids. Chemical Eng. 75(2): 148; 75(4): 130; 75(7):99; 75(8): 143; 75(10):183; 75(12):95; 75(14):81; 75(15): 127; 75(18):113.
- 77.- ZURIGA, V. E., 1991. El Estudio y Aplicación de la Caída de Presión Permisible como Criterio de Dimensionamiento Preliminar para Fluidos Alimenticios Newtonianos y No Newtonianos en Régimen Laminar. Tesis U.N.A.M..