



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGON



METODOS TIPICOS PARA LA RESOLUCION DEL  
TRANSITO DE AVENIDAS Y FUNCIONAMIENTO  
DE VASOS

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
PRESENTA :  
JAIME SANCHEZ FLORES  
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F. AGOSTO DE 1992



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

I. INTRODUCCION .....	1
II. ASPECTOS GENERALES DEL TRANSITO DE AVENIDAS Y FUNCIONAMIENTO DE VASOS.	
2.1. Funcionamiento de Vasos .....	5
2.2. Tránsito de Avenidas .....	8
2.2.1. Capacidad de almacenamiento .....	9
III. TRANSITO DE AVENIDAS.	
3.1. Tránsito de Avenidas en Vasos .....	12
3.1.1. Método Semigráfico .....	15
3.1.2. Método Gráfico .....	17
3.1.3. Método Numérico .....	25
3.2. Tránsito de Avenidas en Colectores .....	27
3.3. Tránsito de Avenidas en Cauces .....	31
3.3.1. Método de Muskinquim .....	34
3.3.2. Método de las Curvas Características .....	37
3.3.3. Método Hidráulico .....	44
IV. FUNCIONAMIENTO DE VASOS.	
4.1. Determinación del Almacenamiento por el método del Pico Secuencial .....	61
4.2. Simulación del Funcionamiento de Vaso .....	65
4.3. Método de Morán .....	74

## V.EJEMPLOS DE APLICACION.

5.1.Tránsito de Avenidas en Vasos .....	81
Método Semigráfico .....	82
Método Gráfico .....	91
5.2.Tránsito de Avenidas en Cauces .....	94
Método de Muskingum .....	95
Método de las curvas características .....	99
5.3.Método del Pico Secuencial .....	103
5.4.Simulación del Funcionamiento de Vaso .....	106
5.5.Método de Morán .....	112

## VI.CONCLUSIONES .....

117

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....

119

## **I. INTRODUCCION.**

Una de las principales preocupaciones con las que se ha enfrentado el Ingeniero Hidrólogo ha sido sin duda la seguridad en la operación de las obras de almacenamiento y regulación del agua, lo que nos lleva a pensar no sólo en los riesgos de una posible inundación con la presencia de una avenida no prevista, sino también en la posibilidad de no poder enfrentar una gran sequía con las reservas que el caso lo amerite, lo que traería como consecuencia -según el uso que se le dé a la obra hidráulica- un abastecimiento de agua insuficiente, ya sea para riego, para agua potable, para generación de energía eléctrica, etc. Por lo anterior se ha tratado de estudiar con detenimiento el aprovechamiento de los recursos hidráulicos y el diseño de obras de defensa, para lo cual se han desarrollado diversos procedimientos para estimar desde cuál sería la tormenta más desfavorable que se presentaría en el transcurso de la vida útil de una obra, hasta cuál sería la política de operación más óptima con la que podría funcionar una obra hidráulica.

En el presente trabajo se muestran algunas alternativas para resolver una de las etapas más importantes en el diseño de una presa o canal, que es la de tránsito de avenidas y funcionamiento de vasos.

En esta etapa del diseño hidrológico, se intenta predecir el comportamiento de una avenida a través de un canal, un cauce o un vaso de almacenamiento después de un cierto tiempo, para poder tomar un modelo de operación que permita satisfacer las demandas necesarias para las cuales se pretende realizar la obra

hidráulica.

Para poder empezar a estudiar el fenómeno de tránsito de avenidas, antes se debió de haber investigado otros fenómenos tales como la precipitación, evaporación, escurrimiento, etc., ya que estos estudios se deben de dar como datos.

A través del tiempo se han desarrollado diversos métodos para calcular el tránsito de avenidas, los cuáles pueden considerarse desde estudios preliminares hasta métodos muy laboriosos los cuáles pretenden dar resultados satisfactorios con un aceptable grado de precisión.

Dichos procedimientos se pueden clasificar en métodos hidráulicos y métodos hidrológicos, los cuáles se diferencian entre sí en las suposiciones y simplificaciones en que se basan para su aplicación.

Aquí se exponen algunos procedimientos muy representativos y prácticos para estimar el tránsito de avenidas, los cuáles su uso depende del grado de precisión que se desee y de las condiciones en que se esté trabajando.

A pesar de la amplia gama de procedimientos con que se cuenta todos los métodos se basan en la solución de las ecuaciones básicas para flujo no permanente, aún los métodos hidrológicos que, aunque no hacen un uso directo de estas ecuaciones, se aproxima en algún sentido a sus soluciones.

Una definición del tránsito de avenidas es la siguiente:

"El tránsito de avenidas es la técnica hidrológica utilizada para calcular el efecto del almacenamiento en un canal sobre la forma

y movimiento de una onda de avenida". [Ref. 4].

Es decir que el almacenamiento ocurre no sólo en un vaso ó en un canal sino en el movimiento mismo del agua sobre la superficie del terreno, es por ello que van estrechamente ligados el tránsito de avenidas y el funcionamiento de vasos.

El funcionamiento de vasos es el procedimiento hidrológico que se utiliza para contabilizar y simular la evolución de los volúmenes almacenados en un vaso para seleccionar los niveles característicos más adecuados, dichos niveles son: NAME (Nivel de Aguas MÁximas Extraordinarias), NAMO (Nivel de Aguas MÁximas de Operación) y NAMINO (Nivel de Aguas Mínimas de Operación).

Dichas técnicas se basan principalmente en la ecuación de continuidad para un intervalo dado.

En este trabajo se presentan tres métodos, los cuáles involucran los diferentes enfoques que se le han dado a la solución de este problema.

El primero es un procedimiento preliminar muy práctico y rápido que permite dar una idea de los rangos en que se mueve la capacidad de un vaso. El segundo es un estudio más completo sobre el funcionamiento de un vaso el cuál involucra todas las variables que intervienen en la simulación. Por último se presenta un método estadístico que permite tomar una decisión en cuánto a la política de operación de la presa.

En el último capítulo se presentan una serie de ejemplos de aplicación, los cuáles son muy comunes, para tener una idea más clara en cuánto al procedimiento que se sigue para cada método.

En los métodos en que se deban resolver a base de computadoras se expone únicamente la teoría ya que la aplicación de la programación a estos problemas es muy extensa y no es el propósito de este trabajo entrar en detalle en la elaboración de programas de computación sino en la exposición de los temas en cuestión.

Por último cabe señalar que el objetivo del presente trabajo es proporcionar un marco de referencia sobre los criterios fundamentales que deberán considerarse para la elaboración del diseño de una presa; asimismo, pretende ser una guía de consulta para la asignatura de "Hidrología" que forma parte del plan de estudios de la carrera de Ingeniero Civil, que es impartida en las Escuelas de Ingenieros a nivel Profesional.

## **11.-ASPECTOS GENERALES DEL TRANSITO DE AVENIDAS Y FUNCIONAMIENTO DE VASOS.**

### **2.1.FUNCIONAMIENTO DE VASOS.**

El objetivo fundamental de un vaso de almacenamiento es retener los volúmenes de agua en exceso que llegan al mismo durante los periodos de alto escurrimiento, para después descargarlos en la época de estiaje, cuando los escurrimientos son escasos.

Lo anterior nos lleva al estudio de cada una de las aportaciones que intervienen en el escurrimiento que llega al vaso así como los volúmenes de salida y su comportamiento durante el funcionamiento del mismo.

Las funciones de los vasos de almacenamiento son diversas como pueden ser hidroeléctricas, control de inundaciones, riego, abastecimiento de agua potable, recreativos, etc. Algunos vasos cuando su tamaño es grande tienen usos múltiples.

El propósito de estudiar la simulación del funcionamiento de un vaso es disponer de información estadística que permita definir y mejorar las políticas de operación a corto plazo, y diseñar o adaptar las políticas diseñadas para la operación a largo plazo.

Los principales elementos que constituyen un vaso de almacenamiento son los mostrados en la figura 2.1.

La simulación de la evolución de los niveles en el vaso, se realiza durante el proceso de diseño. Se utiliza fundamentalmente para seleccionar los niveles característicos de la presa que

resulten más adecuados.

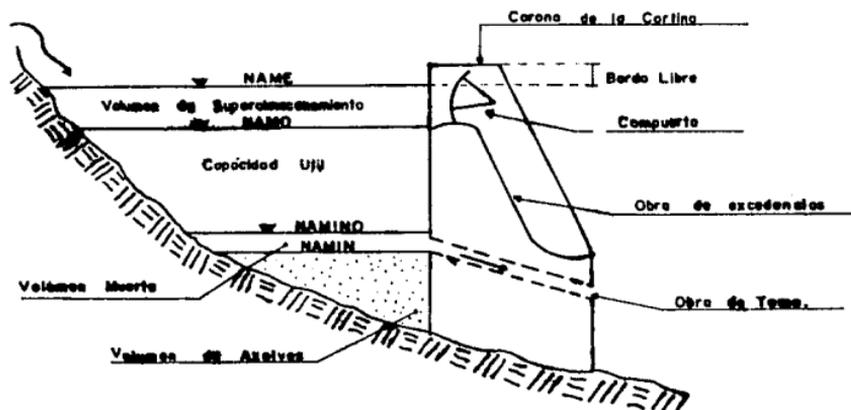


Figura 2.1. Elementos de un Vaso de almacenamiento.

El **NAMÉ** (Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias) es el máximo nivel que debe alcanzar el agua bajo cualquier circunstancia, el espacio que queda entre el **NAMÉ** y la corona de la cortina se denomina **bordo libre** y su función es la de contener el oleaje y la marea producidos por el viento, así como compensar la elevación de la cortina debido a los asentamientos diferenciales en el suelo. El **NAMO** (Nivel de Aguas Máximas de Operación) es el máximo nivel con que puede operar el vaso de almacenamiento, este

nivel se fija según las condiciones y el uso específico a que se vaya a destinar el vaso. El volumen que se encuentra entre el *NAHO* y el *NANE* se le conoce como volumen de superalmacenamiento y es útil para controlar las avenidas que se presenten cuando el nivel en el vaso esté cercano al *NAHO*. El *NAHINO* (Nivel de Aguas Mínimas de Operación) es el volumen más bajo con el que puede operar la presa, el volumen que se encuentra entre el *NAHINO* y el *NAHO* se le conoce como capacidad útil y lo que se encuentra debajo del *NAHINO* se le conoce como volumen muerto.

El tamaño del vaso para un proyecto en el cual la demanda de agua es mucho mayor que el caudal medio de las corrientes, debe ser un equilibrio económico entre los beneficios y los costos [ref. 7] .

Se debe hacer un estudio preliminar de los sitios disponibles para los vasos de almacenamiento a fin de obtener los costos relativos para vasos de diferentes tamaños. Con la curva masa de caudal, puede determinarse el caudal seguro para vasos de diversos tamaños. Después, se debe hacer una comparación económica entre los beneficios de los diversos caudales y los costos de los vasos. Se debe seleccionar el tamaño del vaso que produzca el máximo beneficio.

Por otra parte los vasos para atenuación de daños por inundación deben tener la suficiente capacidad, estructuras adecuadas de descarga y procedimientos de operación para poder reducir efectivamente los caudales pico aguas abajo.

La efectividad del vaso se mide por la reducción en la curva

de probabilidad de daños. Los datos de caudal deben ser extendidos tanto como sea posible mediante procedimientos de simulación. No solo se requiere obtener el hidrograma de entrada al vaso sino también los de todas las áreas tributarias aguas abajo.

## 2.2. TRANSITO DE AVENIDAS.

Por superalmacenamiento se entiende el volumen retenido para regulación de avenidas, y es el volumen comprendido entre el NAMO y el NAHE y sólo existe cuando está presentándose una avenida y no puede almacenarse o retenerse para uso posterior.

En general, el Ingeniero proyectista debe ser sumamente cauteloso al valuar este superalmacenamiento, ya que de ello depende la seguridad tanto de la presa como de las vidas humanas y de los bienes materiales. En virtud de que si llegara a presentarse una avenida mayor que la supuesta, el nivel del agua sobrepasaría la elevación de la corona de la cortina, provocando graves daños a la misma si ésta es de tierra, enrocamiento o materiales graduados.

De lo anterior se desprende la importancia de conocer los niveles del agua para confirmar si la regla de operación seleccionada (política de salidas por la obra de excedencias y obra de toma) es adecuada. Así como la de dimensionar la obra de excedencias durante la etapa de estudios y proyecto y fijar la

altura de la cortina, dimensionar las obras de desvío y altura de ataguías, razón por la cuál es necesario aplicar un estudio de tránsito de avenidas.

El tránsito de avenidas es el procedimiento hidrológico utilizado para calcular el efecto de almacenamiento en un canal sobre la forma y movimiento de una onda de avenida. Por tanto si se conoce el caudal en un punto aguas arriba, mediante el tránsito de avenidas, se puede calcular el caudal en un punto aguas abajo. El almacenamiento hidráulico no solo ocurre dentro de un canal o en un embalse sino también en el movimiento mismo del agua sobre la superficie del terreno. El almacenamiento es pues efectivo durante la propia formación de una onda de avenida y los métodos de tránsito pueden aplicarse para calcular el hidrograma que resultará de un patrón específico de lluvias en exceso.

### 2.2.1. CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO.

Para determinar la variación en el volumen de almacenamiento que se tiene en un cierto tramo de corriente, se recurre a la ecuación de continuidad

$$I - O = dV/dt$$

donde: I = Caudal que ingresa

O = Caudal que sale

$dV/dt$  = Variación del volumen almacenado en el tiempo t; ahora bien, al principio del intervalo de tiempo "t" se tiene registrado un caudal afluente ( $I_1$ ) y un caudal que sale ( $O_1$ ) y al final del intervalo de tiempo se tiene otro caudal afluente ( $I_2$ ),

que puede ser igual o diferente al anterior, lo mismo para el caudal que sale ( $Q_2$ ), por lo que generalmente se supone que el gasto de entrada y salida correspondiente a la ecuación de continuidad, es igual al caudal promedio durante el intervalo de tiempo considerado respectivamente. En tal virtud se puede escribir la ecuación de continuidad como

$$(I_1 + I_2)/2 - (O_1 + O_2)/2 = (V_2 - V_1)/\Delta t \quad \text{2.1}$$

Donde los subíndices 1 y 2 indican el principio y el final del intervalo de tiempo.

A partir de la ecuación anterior se basan casi todos los métodos hidrológicos sobre tránsito de avenidas. Analizando esta misma ecuación se tiene que, para resolverla, se conocen  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $O_1$ ,  $V_1$  y se desconocen las variables  $O_2$  y  $V_2$ , como se tienen 2 incógnitas y una sola ecuación, se pretende encontrar otra ecuación que relacione el almacenamiento y el flujo para poder encontrar la solución.

Por otra parte si se acepta la suposición del caudal promedio  $(I_1 + I_2)/2$ , entonces quiere decir que el hidrograma es una línea recta durante el periodo considerado. Por lo que se debe de tener esto muy en cuenta en la elección del periodo " $t$ ", es decir se deberá elegir un  $\Delta t$  pequeño para asegurar que la suposición sea cierta.

Generalmente es recomendable utilizar periodos de tiempo menores o iguales a un décimo del tiempo de pico del hidrograma de entrada, para proporcionar confiabilidad en la precisión de los cálculos [Ref. 2]

$$\Delta t \leq 0.1 t_p$$

Cuando se tengan casos excepcionales, por ejemplo en hidrogramas donde el cociente del tiempo base ( $t_b$ ) entre el tiempo de pico ( $t_p$ ) sea próximo a 2,  $\Delta t$  podrá tomarse como tres décimos del tiempo de pico.

$$\text{Si } t_b/t_p \dot{=} 2 \text{ entonces } \Delta t = 0.3 t_p$$

De lo anterior se entiende porque en el tránsito de avenidas no se consideran variables como la lluvia directa en el tramo en estudio, la evaporación y la infiltración, puesto que se toma un intervalo de tiempo pequeño por consiguiente el valor de estas variables resultan insignificantes y normalmente se ignoran.

### III. TRANSITO DE AVENIDAS.

#### 3.1. Tránsito de Avenidas en Vasos.

Para conocer el máximo almacenamiento de un vaso, se puede calcular a partir de los hidrogramas de entrada y salida como los mostrados en la figura 3.1.

Como se puede observar, antes del tiempo  $t_0$  los hidrogramas son iguales, es decir los gastos de entrada son iguales a los gastos de salida, después del tiempo  $t_0$  y antes del tiempo  $t_1$  se tiene que los caudales de entrada son mayores que los de salida por lo que el volumen almacenado va aumentando gradualmente. En tal virtud para conocer el volumen máximo de almacenamiento se calcula el área entre los dos hidrogramas como

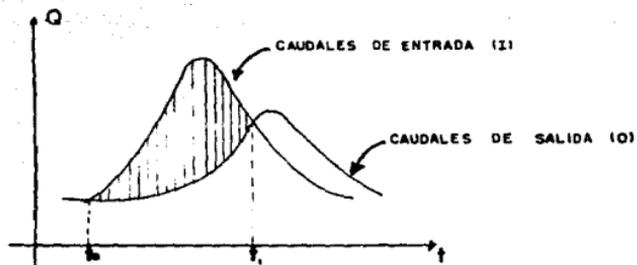
$$V_A = \int_{t_0}^{t_1} (I - O) dt$$

el volumen así calculado se le conoce como volumen de superalmacenamiento en el vaso, y por lo tanto la altura que se alcance con este volumen corresponderá al NAME.

Después del tiempo  $t_1$  los gastos de entrada son menores que los gastos de salida por lo que el volumen de almacenamiento disminuye y por consiguiente el nivel en el vaso también. Todo lo anterior refleja el proceso que se presenta al analizar la ecuación de continuidad que, como se vió anteriormente, tiene 2 incógnitas y una sola ecuación.

Para resolver este problema se recurre a la ecuación que relaciona los gastos que salen por la obra de excedencias con la elevación de la superficie libre del agua, la cuál tiene la forma siguiente [Ref. 1]

$$O_v = C * L * (h - H)^{3/2} \text{ ————— } 3.1$$



· Figura 3.1. Volumen Máximo Almacenado en un Vaso.

$$h > H$$

donde:  $Q_v$  = Gasto que sale por el vertedor.

$n$  = Elevación de la superficie libre del agua en el vaso por arriba del *NAHO*.

$H$  = Elevación de la cresta del vertedor (*NAHO*).

$L$  = Longitud de la cresta del vertedor.

$C$  = Coeficiente de descarga

La ecuación anterior sólo es válida para vertedores de cresta libre; si no es así, la ecuación se reemplaza por las reglas de operación de las compuertas utilizadas. Por otra parte, habrá que incluirse dentro de los gastos de salida, las extracciones que se hagan por la obra de toma.

Para realizar el tránsito de avenidas existen diversos métodos para calcularlo, la selección del método adecuado dependerá de la precisión en el estudio, del número de veces que habrá que aplicarse y de la disponibilidad de computadoras.

A continuación se exponen tres métodos: uno semigráfico y otro gráfico, los cuáles son útiles para cálculos manuales, y uno más llamado numérico, que es aplicable cuando se cuenta con equipo de cómputo.

Para cualquiera de los tres métodos anteriores se requiere conocer la siguiente información.

a) Hidrograma de entrada.

b) Elevación del nivel de agua en el vaso en el instante en que empieza a llegar a la presa la avenida correspondiente al hidrograma del inciso a).

- c) Gasto de salida por el vertedor en el instante en que empieza el hidrograma del inciso a).
- d) Gasto de salida por la obra de toma.
- e) Curva Elevaciones-Volúmenes de almacenamiento.
- f) Curva Elevaciones-Gastos de salida de la obra de excedencias o su ecuación correspondiente.

### 3.1.1. Método Semigráfico.

De la ecuación de continuidad se tiene que

$$(I_1 + I_2)/2 - (O_1 + O_2)/2 = (V_2 - V_1)/\Delta t$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación por 2

$$I_1 + I_2 - (O_1 + O_2) = 2V_2/\Delta t - 2V_1/\Delta t$$

Agrupando los términos conocidos a la derecha y los términos desconocidos a la izquierda

$$I_1 + I_2 + [2V_1/\Delta t - O_1] = 2V_2/\Delta t + O_2 \text{ -----} 3.2$$

Para llevar a efecto el tránsito de avenidas, es necesario construir una curva auxiliar, cuyas coordenadas son [Ref. 2]

$$[2V_1/\Delta t + O_1] \text{ contra } O_1$$

Para obtener dicha gráfica se usa el siguiente procedimiento:

- 1.- Se selecciona el intervalo de tiempo  $\Delta t$  que se usará en el cálculo.
- 2.- Se selecciona una elevación de la superficie libre del vaso  $h_1$ , mayor que la elevación de la cresta del vertedor  $H$ .
- 3.- Se calcula  $V_1$ , con la curva Elevaciones-Volúmenes de almacenamiento y la elevación  $h_1$ .
- 4.- Con  $h_1$  en la curva Elevaciones-Gastos de salida de la obra de excedencias, se obtiene el  $O_1$ .

5.- Se calcula  $O_i = O_e + O_i$ , donde  $O_i$  es el gasto de salida por la obra de toma.

6.- Se calcula  $2V_i/\Delta t + O_i$

7.- Se regresa al paso 2 tantas veces como sea necesario para definir la curva auxiliar.

8.- Se dibuja la curva  $[2V_i/\Delta t + O_i]$  contra  $O_i$

Obtenida la curva auxiliar se procede a calcular el tránsito de la avenida de la siguiente manera.

1.- Se fija un nivel inicial en el vaso  $h_i$ , es recomendable que este nivel sea igual al del *NAMO*, para realizar el tránsito en las condiciones más desfavorables.

2.- Con este nivel se calculan sus correspondientes gasto de salida  $O_i$  y volumen almacenado  $V_i$ , con las curvas y/o ecuación dadas.

3.- Se calcula  $[2V_i/\Delta t - O_i]$

4.- Del hidrograma de entrada se conocen  $I_i$  e  $I_{i+1}$ , y con el resultado del paso 3 se calcula  $[2V_{i+1}/\Delta t + O_{i+1}]$ , usando la ecuación de continuidad

$$2V_{i+1}/\Delta t + O_{i+1} = I_i + I_{i+1} + [2V_i/\Delta t - O_i]$$

5.- El valor de  $[2V_{i+1}/\Delta t + O_{i+1}]$ , obtenido en el paso anterior, se localiza en la curva auxiliar para obtener  $O_{i+1}$ .

6.- Se resta  $O_{i+1}$  2 veces al término  $[2V_{i+1}/\Delta t + O_{i+1}]$ , con esto se obtiene  $[2V_{i+1}/\Delta t - O_{i+1}]$ .

7.- Se hace  $i=i+1$  y se vuelve al paso 4 tantas veces como sea necesario para terminar con el hidrograma de entrada, observando que ahora  $[2V_{i+1}/\Delta t - O_{i+1}]$  corresponde al cálculo del paso 3

para el nuevo valor de  $t$ .

Se recomienda la siguiente guía para tabular los resultados del tránsito de avenidas por el método semigráfico.

tiempo (hr)	$t$	$I_t$ ( $m^3/s$ )	$I_t + I_{t-1}$ ( $m^3/s$ )	$2V_t/\Delta t - O_t$ ( $m^3/s$ )	$2V_{t+1}/\Delta t + O_{t+1}$ ( $m^3/s$ )	$O_{t+1}$ ( $m^3/s$ )
$t_1$	1	$I_1$	$I_1 + I_2$			
$t_2$	2	$I_2$	$I_2 + I_3$			
$t_3$	3	$I_3$	$I_3 + I_4$			
:	:	:	:			
$t_i$	$i$	$I_i$	$I_i + I_{i+1}$			
:	:	:	:			
$t_n$	$n$	$I_n$	$I_n + I_{n+1}$			

Para utilizar este método es necesario hacerlo con detenimiento, ya que el error de lectura en las figuras es acumulativo. Su aplicación requiere fijar de antemano la curva elevaciones-gastos de salida por la obra de excedencias por lo que no es utilizable cuando se seleccione una política de operación compleja.

### 3.1.2. Método Gráfico.

Este método, como el semigráfico, consiste en relacionar el volumen almacenado ( $V$ ) y el gasto de salida ( $O$ ), el parámetro que las relaciona es la elevación ( $h_i$ ), altura que generalmente se considera a partir de la cresta vertedora o la plantilla del

túnel, según se trate de obra de excedencias u obra de desvío.

Los datos iniciales son los mismos que para el método semigráfico.

Antes de realizar el tránsito de avenidas, es necesario calcular las curvas auxiliares, las cuáles tienen como coordenadas [Ref. 6]

$$2V_i/\Delta t \pm O_i \quad \text{vs.} \quad V_i$$

Para obtener las gráficas auxiliares se utiliza la tabla siguiente.

$h_i$	$V_i$	$O_i$	$2V_i/\Delta t$	$2V_i/\Delta t + O_i$	$2V_i/\Delta t - O_i$

Como se puede observar, la construcción de las curvas auxiliares son similares a las del método visto anteriormente, y para obtenerlas se puede proceder como sigue.

- 1.- Se selecciona un intervalo de tiempo  $\Delta t$ .
- 2.- Se selecciona una elevación de la superficie libre del vaso

( $h_1$ ), mayor que la elevación de la cresta del vertedor  $H$ .

3.- Se calcula  $V_1$ , con la curva elevaciones-volúmenes de almacenamiento y la elevación  $h_1$ .

4.- Con  $h_1$  en la curva elevaciones-gastos de salida de la obra de excedencias, se obtiene el  $O_1$ .

5.- Se calcula  $O_1 = O_e + O_i$ , donde  $O_i$  es el gasto de salida por la obra de toma.

6.- Se calcula  $[2V_1/\Delta t + O_1]$  y  $[2V_1/\Delta t - O_1]$

7.- Se regresa al paso 2 tantas veces como sea necesario para definir las 2 curvas auxiliares.

8.- Se dibujan las curvas

$$2V_1/\Delta t + O_1 \quad \text{vs.} \quad V_1$$

y

$$2V_1/\Delta t - O_1 \quad \text{vs.} \quad V_1$$

Las gráficas que el método utiliza son las mismas que el semigráfico; es decir: elevaciones-volúmenes de almacenamiento, elevaciones-gastos de salida, curvas auxiliares e hidrograma de entradas; la diferencia estriba en la composición de ellas, de tal suerte que resulta cómodo su manejo sin necesidad de formar la tabla laboriosa presentada en el método semigráfico. Su composición se presenta en la figura 3.2.

En la construcción de las gráficas anteriores se debe tener muy en cuenta que los ejes de referencia deben estar a la misma escala y las unidades deben también ser homogéneas.

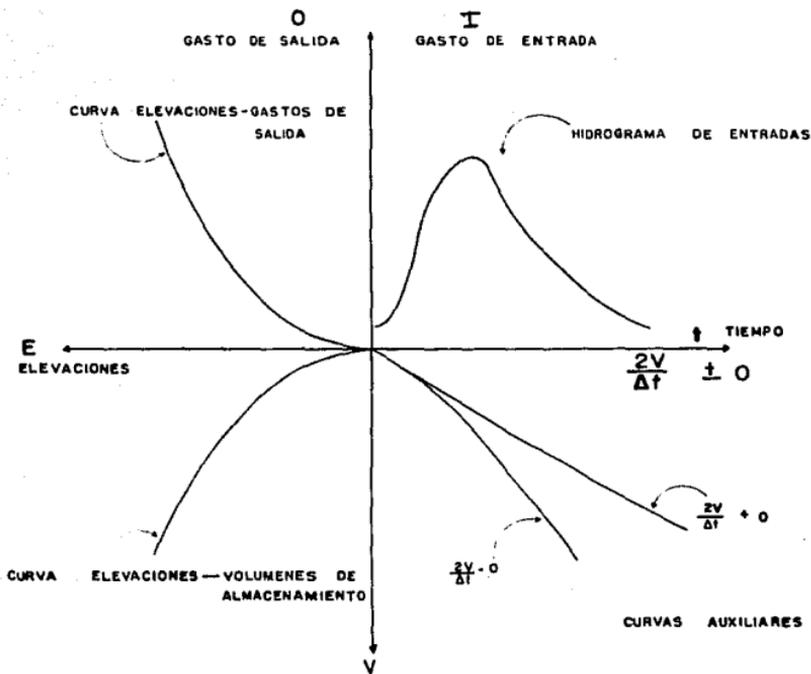


Figura 3.2. Cuadrantes necesarios para el método Gráfico.

Una vez que se cuenta con estas gráficas se procede a realizar el tránsito de la siguiente manera.

Tomando la ecuación de continuidad y denotando a los subíndices "i" e "i+1" como el principio y el final del intervalo considerado se tiene que

$$2V_{i+1}/\Delta t + Q_{i+1} = I_{i+1} + I_i + [2V_i/\Delta t - Q_i]$$

para  $i=0$

$$2V_1/\Delta t + Q_1 = I_1 + I_0 + [2V_0/\Delta t - Q_0]$$

Nótese que el segundo miembro de la ecuación se conoce; ya que todos los términos son los datos iniciales y por consiguiente se calcula el primer miembro.

Con este valor  $[2V_i/\Delta t + Q_i]$  se entra a la curva auxiliar y se obtiene  $V$  y  $Q$  para  $i=1$ .

Gráficamente se recorre el camino marcado en la figura 3.3.

Para un mejor control se recomienda llenar una tabla de la siguiente manera.

$\Delta t_i$	$I_i$	$I_i + I_{i+1}$	$V_i$	$Q_i$
0	D	D	DATO	DATO
1	A	A	$V_1$	$Q_1$
2	T	T		
⋮	D	D		
i	S	S		
⋮				
n				



Para el cálculo de  $V_2$  y  $O_2$ , se empieza en el punto  $[2V_1/\Delta t - O_1]$  marcado en la secuencia anterior que corresponde a la curva (-) sumándole el valor de  $(E_2 + E_1)$ , se traza una vertical hasta cortar la curva (+) empezando el ciclo y terminando con la obtención de  $V_2$  y  $O_2$ , este procedimiento se repite hasta cubrir todo el hidrograma de entradas.

En la figura 3.4 se muestra el recorrido para obtener  $i=2$ . Nótese que los puntos A y B corresponden al primero y segundo puntos respectivamente, del hidrograma de salida o hidrograma transitado.

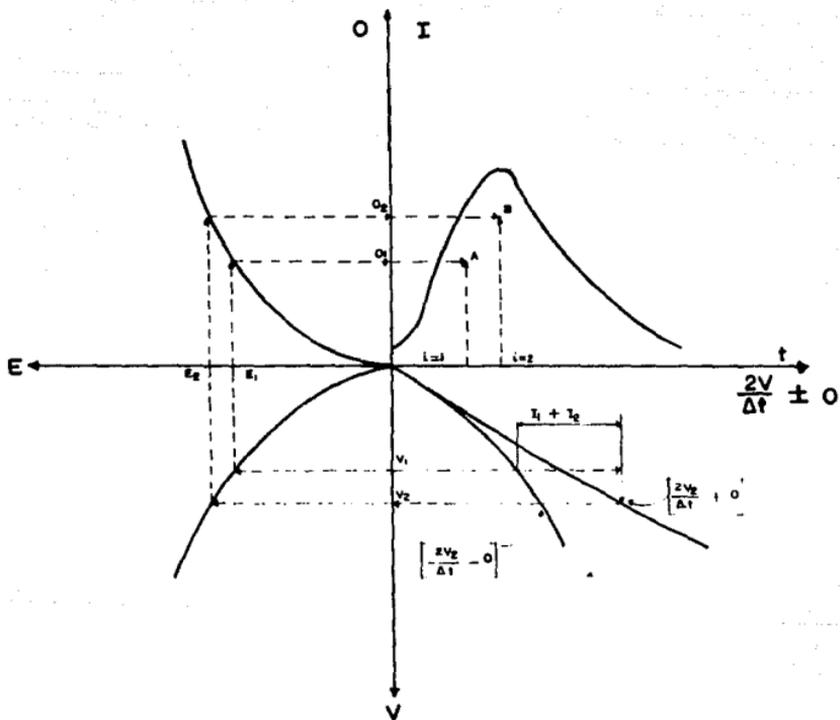


Figura 3.4. Cálculo del punto  $i=2$

### 3.1.3. Método Numérico.

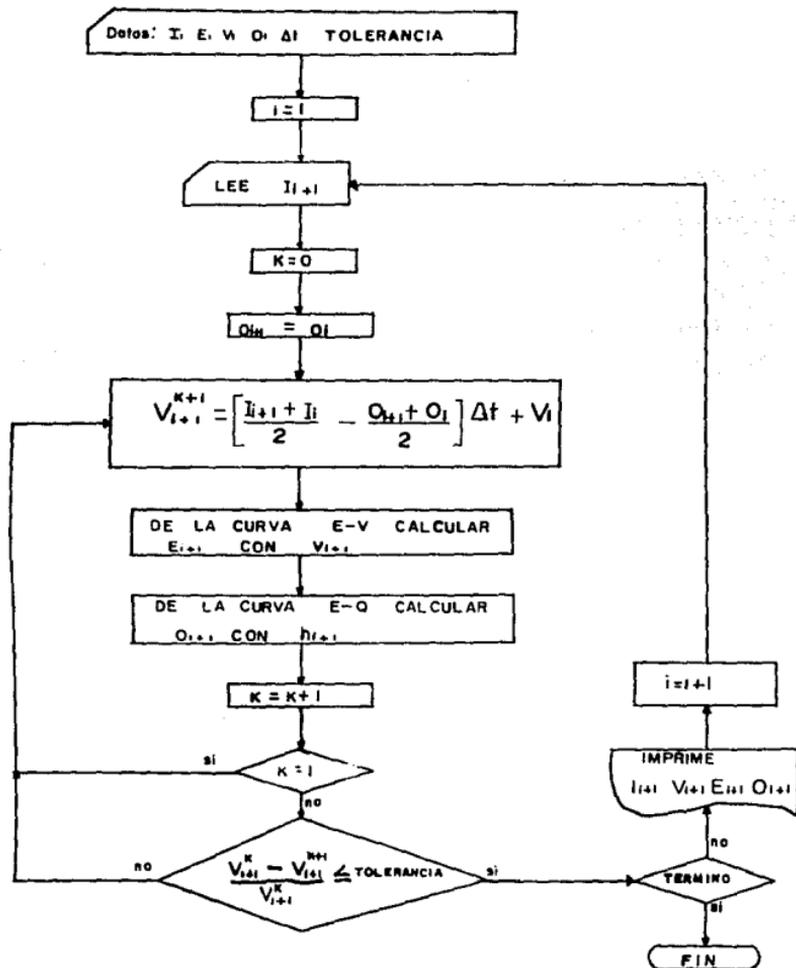
Este método es un procedimiento de aproximaciones sucesivas para calcular el volumen de almacenamiento y el gasto de salida al final del intervalo  $\Delta t$ . Para aplicarlo es necesario contar con una computadora por lo que es rápido y permite considerar diferentes curvas elevaciones-gastos de salida complicados, si fuera necesario, como podrían ser las reglas de operación de compuertas si el vertedor es de cresta controlada.

En la figura 3.5 se presenta un diagrama de flujo que indica los pasos que se siguen en el método numérico. [Ref. 1]

De acuerdo al diagrama se puede deducir que el método consiste en:

- 1.- Lee los datos  $I_i$ ,  $h_i$ ,  $V_i$ ,  $O_i$ ,  $\Delta t$ , TOLERANCIA.
- 2.- Supone el gasto de salida igual al que se tuvo en el instante anterior  $O_{i+1} = O_i$
- 3.- Calcula el volumen de almacenamiento al final del intervalo usando la ecuación de continuidad.
- 4.- Con el volumen calculado en el paso anterior y la curva elevaciones-volumenes de almacenamiento se calcula la elevación  $h_{i+1}$ .
- 5.- Con la elevación  $h_{i+1}$  y utilizando la curva elevaciones-gastos de salida, se obtiene el gasto de salida nuevo  $O_{i+1}$ .
- 6.- Con el gasto de salida obtenido,  $O_{i+1}$ , se calcula un nuevo volumen el cual es comparado con el volumen anterior y si son semejantes se imprimen los resultados y se pasa a un nuevo intervalo de tiempo, de lo contrario se hace una nueva iteración.

Figura 3.5. Diagrama de Flujo para el Método Numérico.



### 3.2. Tránsito de Avenidas en Colectores.

El flujo en los colectores es unidimensional y gradualmente variado, por lo que las ecuaciones que se utilizan para estudiar el tránsito de avenidas en colectores son las de continuidad y movimiento (ecuaciones 3.9 y 3.10 respectivamente) [Ref. 3].

Se han desarrollado diversos métodos para conocer el flujo en las alcantarillas, los cuáles van desde estudios simplificados en los que se pueden englobar a los métodos hidrológicos, hasta procedimientos que intentan involucrar el mayor número de variables hidráulicas que intervienen en el proceso.

Al diseñar una obra pequeña (en este caso una alcantarilla) se debe tener en cuenta que se tienen ciertas particularidades en el flujo que en ocasiones justifican un cálculo más preciso que el resultado obtenido con un procedimiento hidrológico. Algunas de estas particularidades son [Ref. 3]:

- Es relativamente sencillo conocer la geometría del sistema de escurrimiento, ya que ésta debió seleccionarse expresamente y estar consignada en los planos correspondientes.
- El escurrimiento es generalmente a superficie libre, pero cuando la capacidad del conducto no es suficiente, se efectúa a presión.
- La agregación de los flujos se efectúa por un sistema bien definido constituido por la red de drenaje.

Debido a lo anterior, es necesario recurrir a procedimientos hidráulicos de tránsito que tienen en cuenta tanto las características físicas como las características hidráulicas del sistema de canales. Es por esto que se presenta en el inciso 3.3.3 un método hidráulico llamado método general de las

características y se aplica por igual a cauces o canales.

Ahora bien, con este método hidráulico y las particularidades que tiene el flujo en las alcantarillas se pueden hacer ahorros importantes de trabajo laborioso en los procedimientos numéricos. Estos ahorros de trabajo se logran teniendo en cuenta que los métodos de solución a las ecuaciones básicas para flujo no permanente (ecuaciones 3.9 y 3.10) son utilizables para varios niveles de aproximación. Esto se muestra de la siguiente forma:

De la fórmula de Chezy para resistencia al flujo se tiene

$$V = C [R S_f]^{1/2}$$

donde: C = Coeficiente de Rugosidad de Chezy.

R = Radio Hidráulico

S<sub>f</sub> = Gradiente hidráulico

V = Velocidad

si sustituimos la ecuación de continuidad en la fórmula de Chezy de la siguiente manera:

$$Q = A V \qquad V = Q/A$$

$$Q = C A [R S_f]^{1/2}$$

Por otra parte si se tiene un flujo permanente y uniforme

$$Q_0 = C A [R S_0]^{1/2}$$

donde S<sub>0</sub> = Pendiente del canal.

Despejando la pendiente hidráulica y la del canal respectivamente se tiene

$$S_f = \frac{Q^2}{(C A)^2 R}$$

$$S_o = \frac{Q_o^2}{(C A)^2 R}$$

de la pendiente del canal despejamos el término  $(C A)^2$  y sustituimos en la pendiente de fricción

$$(C A)^2 = \frac{Q^2}{S_o R}$$

$$S_f = \frac{Q^2}{\left(\frac{Q^2}{S_o R}\right) R} = \frac{S_o Q^2}{Q_o^2}$$

De la ecuación hidráulica que representa la cantidad de movimiento (ecuación 3.10) se tiene

$$S_f = S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$$

Sustituyendo  $S_f$  obtenida anteriormente en la ecuación de movimiento

$$\frac{S_o Q^2}{Q_o^2} = S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$$

despejando a  $Q$

$$Q^2 = \frac{Q_o^2}{S_o} \left[ S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \right]$$

$$Q = Q_o \left[ 1 - \frac{1}{S_o} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{S_o g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{S_o g} \frac{\partial V}{\partial t} \right]^{1/2}$$

con la fórmula anterior se clasifican los métodos de solución dependiendo de los términos que se tomen en cuenta de la siguiente manera [Ref. B]:

$$Q = Q_0 \left[ 1 - \frac{1}{S_0} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{S_0 g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{S_0 g} \frac{\partial V}{\partial t} \right]^{1/2}$$

### ONDA CINEMATICA

#### SOLUCION POR ANALOGIA DE DIFUSION

#### SOLUCION COMPLETA POR LA ONDA DINAMICA

Como se puede observar en el método general de las características se involucran todas las variables, por lo que se considera un método Dinámico.

En el tránsito de Avenidas en Colectores se puede aplicar el método de la Onda Cinemática, o bien un método dinámico, todo depende de las condiciones en que se este trabajando. Por lo que en este caso se presenta un método completo como el descrito en el inciso 3.3.3.

### 3.3. Tránsito de Avenidas en Cauces.

El tránsito de avenidas en ríos es útil por ejemplo, para determinar el nivel de bordos de protección contra inundaciones, el tiempo de llegada y el valor del gasto de pico de una estación a otra, la obtención de la avenida que entra a un vaso para ser transitada en éste, la formulación de modelos para predicción de avenidas, etc.

La solución que se ha planteado para conocer la variación de un hidrograma al recorrer un cauce, es similar al tránsito de avenidas en vasos, ya que se considera que el propio río es una especie de almacenamiento alargado, de este modo se considera como principio fundamental a la ecuación de continuidad y la relación entre almacenamiento y gasto de salida. A diferencia del análisis en vasos, en el tránsito de avenidas en cauces se tienen además las siguientes dificultades.

- a) Con frecuencia no se tienen planos topográficos precisos del tramo, y la relación descargas-volúmenes no se conoce.
- b) Casi siempre se tienen entradas a lo largo del tramo, adicionales a las de la sección aguas arriba, que son conocidas.
- c) El nivel de la superficie libre del agua no es horizontal, como sucede en el caso de vasos, lo que implica que un mismo tirante en el extremo final del tramo se puede formar para diferentes gastos de salida.

Debido a que el almacenamiento no es una función única de las salidas, el tránsito en cauces es complicado, y se comprende por el hecho de que se consideran diferentes perfiles del agua que

existen durante el período de tránsito de una onda de avenida como se muestra en la figura 3.6.

El almacenamiento bajo una línea paralela al fondo del canal se llama almacenamiento prismático; entre esta línea y el perfil real de la superficie del agua se halla el almacenamiento en cufia. Durante los niveles ascendentes puede existir una cantidad considerable de almacenamiento en cufia antes de que se produzcan aumentos apreciables en las salidas del tramo en cuestión. Durante los niveles decrecientes las entradas al tramo descienden más rápidamente que las salidas y el almacenamiento en cufia se hace negativo. El proceso de tránsito en un río requiere una relación de almacenamiento que reproduzca adecuadamente el almacenamiento en cufia.

A través del tiempo se han venido proponiendo diversos métodos, tanto analíticos como gráficos, para simular el tránsito de avenidas en cauces, a continuación se expondrán 3 métodos que son muy representativos.

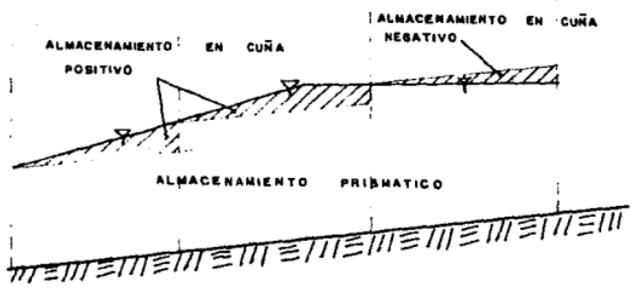


Figura. 3.6 Posibles perfiles de la superficie del agua.

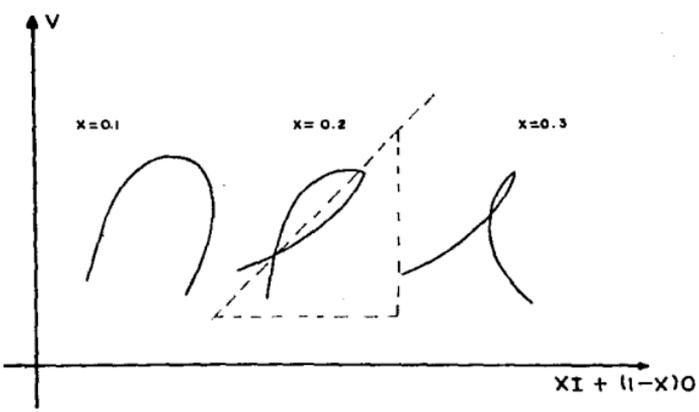


Figura 3.7. Determinación de los parámetros del método de Muskingum.

### 3.3.1. Método de Muskingum.

Este método considera la relación entre el almacenamiento (V) en un tramo considerado y las entradas (I) y las salidas (O) como [Ref. 4]:

$$V = a/b * [X * I^{m/a} + (1 - X) * O^{m/a}] \text{ -----3.3}$$

donde:

a,n = Constantes de la relación media de elevaciones-descargas para el tramo considerado.

b,m = Constantes de la relación media de elevaciones-almacenamiento para el tramo considerado.

X = Factor que expresa la influencia relativa de las entradas y las salidas al tramo, en el almacenamiento del mismo.

El método considera las siguientes suposiciones;

$$m/n = 1 \quad ; \quad b/a = K$$

de modo que la ecuación 3.3. se transforma en

$$V = K * [X * I + (1 - X) * O] \text{ -----3.4}$$

donde "K" se le conoce como constante de almacenamiento y es la relación entre almacenamiento y descarga, teniendo dimensiones de tiempo.

Considerando un intervalo de tiempo, donde  $t$  e  $t+\Delta t$  denotan el principio y el final del mismo se tiene la ecuación 3.4 como

$$\Delta V = V_{t+\Delta t} - V_t = K * [X * (I_{t+\Delta t} + I_t) + (1-X) * (O_{t+\Delta t} - O_t)]$$

Sustituyendo  $\Delta V$ , de la ecuación anterior próxima, en la ecuación de continuidad se tiene que

$$\frac{(I_{t+\Delta t} + I_t)\Delta t}{2} - \frac{(O_{t+\Delta t} + O_t)\Delta t}{2} = K[X(I_{t+\Delta t} + I_t) + (1-X)(O_{t+\Delta t} - O_t)] \text{ ---3.5}$$

Despejando  $O_{i+1}$  resulta

$$O_{i+1} = \frac{(KX + \Delta t/2) I_i}{K(1-X) + \Delta t/2} + \frac{(\Delta t/2 - KX) I_{i+1}}{K(1-X) + \Delta t/2} + \frac{(K(1-X) - \Delta t/2) O_i}{K(1-X) + \Delta t/2} \quad 3.6$$

Si aceptamos las siguientes consideraciones

$$C_1 = \frac{(KX + \Delta t/2)}{\alpha} \quad ; \quad C_2 = \frac{(\Delta t/2 - KX)}{\alpha} \quad ; \quad C_3 = \frac{K(1-X) - \Delta t/2}{\alpha}$$

$$\alpha = K(1-X) + \Delta t/2$$

La ecuación 3.6 queda como

$$O_{i+1} = C_1 * I_i + C_2 * I_{i+1} + C_3 * O_i \quad 3.7$$

Nótese que si se combinan los coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  se tiene

$$C_1 + C_2 + C_3 = 1$$

Es recomendable que se utilice el mismo criterio que en el tránsito de avenidas en vasos, al seleccionar  $\Delta t$ .

Con la ecuación 3.7 se puede realizar el tránsito de avenidas en cauces teniendo como datos  $\Delta t$ ,  $K$  y  $X$ .

Cuando no existen datos disponibles de otras avenidas las constantes  $K$  y  $X$  se toman como sigue.

El parámetro  $X$  varía entre 0.0 y 0.5, cuando  $X=0.0$  el volumen almacenado en el tramo es sólo función de la salida ( $O$ ) (las

entradas no tienen efecto), si las entradas y las salidas fueran igualmente importantes  $X$  sería igual a 0.5. En términos generales, se puede decir que  $X$  se aproxima a 0.0 en cauces muy caudalosos y de pendiente pequeña y a 0.5 en caso contrario.

A falta de otros datos, es recomendable tomar  $X=0.2$  como un valor medio.

El parámetro  $K$  es aproximadamente igual al tiempo de viaje de la onda a través del tiempo [Ref.1]

$$K = L/\omega$$

donde:  $L$  = Longitud del tramo

$\omega$  = Velocidad promedio del pico de la avenida, la cuál puede estimarse en relación con la velocidad media del agua ( $V$ ).

$$\omega = 1.5 V$$

Si existen datos disponibles de otras avenidas los parámetros " $I$ " y " $X$ " pueden ser estimados a partir de un gráfico de  $V$  como ordenada y  $[XI + (1-X)O]$  como abscisa. El criterio se toma de la siguiente manera.

Se supone un valor de " $X$ " y se calcula  $[XI + (1-X)O]$  y el resultado se grafica contra el volumen almacenado, la gráfica tendrá que ser una línea recta de pendiente  $K$  si el valor de  $X$  es el correcto. En caso contrario, es necesario suponer otro valor de  $X$  hasta que se obtenga aproximadamente una línea recta como la de la figura 3.7.

### 3.3.2. Método de las curvas características.

Este método es considerado como aproximado pero simple y adecuado para fines prácticos, está basado en las siguientes hipótesis. [Ref. 11]

1.- El canal está dividido en un número de tramos. Cada tramo es relativamente corto y tiene prácticamente características físicas constantes. La avenida es entonces desplazada sucesivamente de tramo en tramo. En general, el tramo práctico más corto es la sección entre las 2 estaciones más próximas de nivelación.

2.- Los datos de caudal son dados a iguales intervalos de tiempo o periodos de desplazamiento. Dentro de este periodo, el aumento o disminución de flujo de entrada y de salida es supuesto que varía linealmente.

3.- El flujo de entrada y de salida son ambos tomados como una medida de almacenaje en el tramo. Esta hipótesis es casi cierta si una avenida está siendo desplazada a través de un embalse a nivel tranquilo donde la variación en el almacenamiento entre los niveles creciente y decreciente de la onda de avenida, no es apreciable. En el caso de una corriente, la longitud de un tramo para el tránsito no debe ser demasiado largo o estas variaciones serán exageradas. Teóricamente, la longitud del tramo no debe exceder el producto del periodo de desplazamiento y la velocidad promedio del flujo en el tramo, aunque se ha encontrado en muchos casos que tramos considerablemente más largos son permitidos.

4.- El flujo en el tramo, aumentos locales desde flujos tributarios no medidos, agua subterránea, lluvia o cualquier

forma de precipitación , y decrementos locales debido a evaporación o pérdidas, son ignorados si las cantidades son pequeñas. Si las cantidades son grandes, ellas son agregadas o deducidas del flujo de entrada según sea el caso.

Si retomamos la ecuación de continuidad para un intervalo dado se tiene que

$$(I_1 + I_2)/\Delta t - (O_1 + O_2)/\Delta t = (V_2 + V_1)/\Delta t$$

Simplificando y agrupando términos

$$2V_1/\Delta t - O_1 + I_1 + I_2 = 2V_2/\Delta t + O_2$$

Cuando  $\Delta t=1$  día, la ecuación anterior resulta

$$2V_1 - O_1 + I_1 + I_2 = 2V_2 + O_2 \text{ -----} 3.8$$

o de otra forma

$$I_1 + I_2 - (O_1 + O_2) = 2(V_2 - V_1)$$

Esta ecuación constituye la base del método presente. Si  $\Delta t$  no es igual a 1 día, entonces los valores de  $V_1/\Delta t$  y  $V_2/\Delta t$  deberán ser utilizados en lugar de  $V_1$  y  $V_2$ , respectivamente, en el cómputo y construcción de las curvas en el desplazamiento a ser descrito como sigue:

A.- Construcción de las curvas características. Estas curvas son construidas sobre un gráfico de coordenadas [V] vs. [O + V] (ver figura 3.8). La abscisa representa el almacenamiento en  $m^3$ , y la ordenada representa la suma de la salida del flujo en  $m^3$  por segundo y el almacenamiento en  $m^3$ . se obtienen de la siguiente manera:

1.- Dibujar la línea a 45 empezando en el origen con una pendiente de 45°.

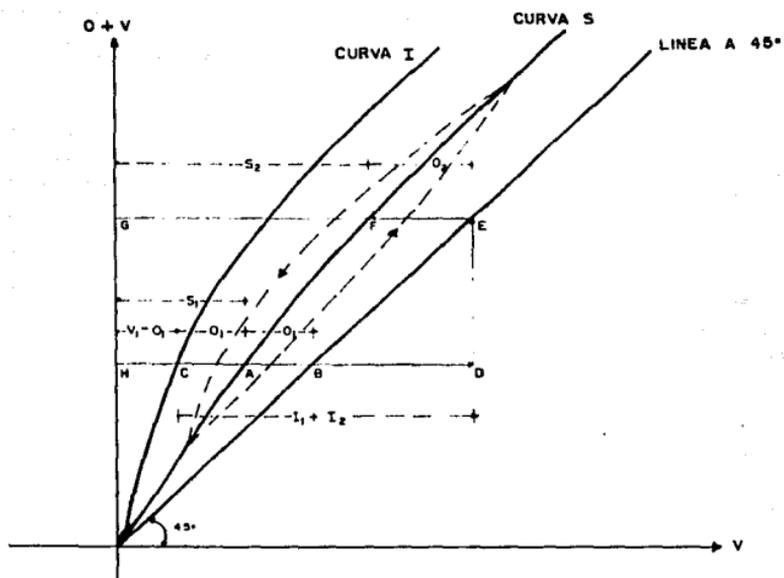


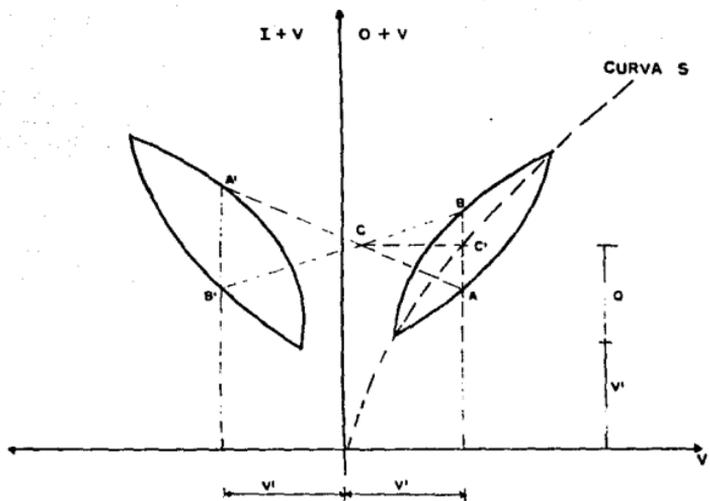
Figura. 3.8. Curvas características para tránsito de Avenidas.

2.- Trazar  $(V)$  contra  $(O + V)$ , obteniendo la curva  $S$ .

Al trazar la curva  $S$  se obtendrá una figura en forma de bucle, si dicho bucle no es ancho, una curva media fijada a ojo puede ser dibujada para representar una relación lineal entre  $(V)$  y  $(O+V)$ . Si el ancho del bucle es ligeramente grande, la curva media  $S$  puede ser construida tal como se ve en la figura 3.9.

En esta figura, una curva de  $(V)$  contra  $(I+V)$  también en la forma de un bucle es trazada sobre el lado izquierdo del eje ordenada y la curva  $S$  en forma de bucle está trazada sobre el lado derecho del eje. En ambos lados de los ejes ordenados, se han construido líneas verticales en las abscisas iguales correspondientes a un cierto almacenamiento  $V'$ . Las líneas intersectan los bucles en los puntos  $A, B, A'$  y  $B'$ . Los puntos  $A$  y  $A'$  están sobre los bordes del periodo de descanso. Se dibujan líneas rectas  $AA'$  y  $BB'$ , las cuáles se intersectan en  $C$ . Dibujar una línea horizontal desde  $C$  a la derecha para encontrar la intercepción vertical  $AB$  en el punto  $C'$ , éste es el punto  $(C')$  requerido sobre la curva de almacenamiento  $S$  correspondiente al almacenamiento dado  $V'$ . Se puede mostrar que la ordenada de  $C'$  representa la suma de  $V'$  y una cierta descarga  $Q$  cuyo valor es el promedio para el ascenso y descenso de los niveles de la avenida.

3.- Construir la curva Imagen (curva  $I$  en la figura 3.8), cuya abscisa es igual a  $[V_1 - O_1]$ . Esta es una imagen de la línea a  $45^\circ$  reflejada horizontalmente sobre el lado izquierdo de la curva. La curva puede ser construida fácilmente, haciendo la intercepción horizontal entre la curva y la curva  $S$  igual a la



**Figura 3.9. Construcción de la curva media S.**

intercepción horizontal entre la curva S y la línea a 45°.

B.- Determinación del flujo de salida. Este se basa sobre las curvas características (figura 3.8) y el hidrograma de entrada de la avenida a ser transitada. El período de desplazamiento se ha tomado como un día.

1.- El flujo de salida inicial al principio del primer período de tránsito debe ser conocido o supuesto. Se debe notar que, si el valor es supuesto, el error incluido al asumir el valor no será magnificado lo bastante para producir efectos apreciables en el resultado.

2.- Localizar una intersección horizontal AB igual al flujo de salida inicial entre la línea a 45° y la curva S.

3.- Extender AB hacia la izquierda para encontrar la curva i en C.

4.- Extender AB hacia la derecha al punto D, de tal forma que  $CD = I_1 + I_2$ .

5.- Dibujar la línea vertical DE desde D hacia arriba para encontrar la línea a 45° en E.

6.- Dibujar la línea horizontal EF desde E a la izquierda para encontrar la curva S en F.

7.- Medir la longitud de EF, la cual es igual al flujo de salida en el extremo del período de tránsito, o lo que es lo mismo  $O_2$ .

8.- Continuar el ciclo de los pasos anteriores arrancando desde el punto F, el que corresponde al punto A en el ciclo previo. Valores sucesivos de flujo de salida se pueden obtener, y el hidrograma de salida puede construirse.

El procedimiento anterior para determinar el flujo de salida se puede desarrollar como sigue: Extender CD y EF horizontalmente hacia la izquierda para encontrar los ejes coordenados en H y G, respectivamente. Entonces de la figura 3.8.

$$HD = HA - CA + CD = V_1 - O_1 + I_1 + I_2$$

$$GE = GF + FE = V_2 + FE$$

pero  $HD = GE$  por lo tanto

$$V_1 - O_1 + I_1 + I_2 = V_2 + FE$$

Comparando esta ecuación con la ecuación 3.8, es evidente que FE debe ser igual a  $O_2$ .

### 3.3.3. Método Hidráulico.

El desarrollo de los métodos descritos anteriormente para el tránsito de avenidas en cauces corresponden a los métodos llamados hidrológicos, los cuales están basados en métodos empíricos para ajustar series históricas y en consecuencia, no pueden usarse en puntos intermedios sin estaciones de medición. El enfoque hidrológico aunque es muy práctico, tiene muchas limitantes en su aplicación debido a que no se toman en cuenta diversas variables o fenómenos que intervienen en el tránsito de avenidas, por ejemplo el efecto de remansos y oleajes producidos en la corriente etc., por lo que al aplicarlo falla en dar resultados enteramente satisfactorios.

Debido a lo anterior, es necesario recurrir a procedimientos más precisos que tomen en cuenta tanto las características físicas como las características hidráulicas del sistema de canales, estos métodos se denominan hidráulicos y se basan fundamentalmente en la solución de las ecuaciones de conservación de la masa (ecuación de continuidad) y cantidad de movimiento para escurrimiento no permanente, dichas ecuaciones en su forma diferencial son respectivamente:

$$y \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{q}{B} \text{-----} 3.9$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = S_0 - S_f \text{-----} 3.10$$

donde:

y = Tirante

V = Velocidad

q = Gasto lateral que entra o sale del cauce por unidad de longitud.

B = Ancho de la superficie libre.

S<sub>0</sub> = Pendiente del fondo del canal.

S<sub>r</sub> = Pendiente de fricción.

x = Coordenada en el sentido principal del flujo.

t = Tiempo

g = aceleración de la gravedad.

Las ecuaciones anteriores forman un sistema de ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas no lineales, del que no existe una solución analítica conocida. Sin embargo, existen métodos numéricos para resolverlas (ecuaciones de diferencias finitas) con la ayuda de equipo de cómputo estos métodos numéricos se clasifican en 3 grupos [Ref. 4]:

1) Métodos implícitos.

2) Métodos explícitos.

3) Métodos de las características.

Para cualquiera de las clasificaciones anteriores es necesario conocer de antemano ciertas condiciones iniciales y condiciones de frontera.

A continuación se expondrá un método hidráulico correspondiente al tercer grupo que fué desarrollado por Lin, el cual aunque es muy laborioso en problemas muy elaborados se justifica su uso con el auxilio de computadoras.

El método de las características desarrollado por Lin, se basa

en la ecuación de continuidad, en la ecuación de movimiento y en la de la velocidad de propagación de una onda de corriente, por lo que estas ecuaciones, por el método de las características, tienen la forma de [Ref. 11]:

$$\frac{dx}{dt} = V + C \text{ ----- } 3.11$$

$$d(V + 2C) = g(S_0 - S_f)dt \text{ ----- } 3.12$$

$$\frac{dx}{dt} = V - C \text{ ----- } 3.13$$

$$d(V - 2C) = g(S_0 - S_f)dt \text{ ----- } 3.14$$

en donde  $C = [gA/B]^{1/2} = [gy]^{1/2}$

Como se puede observar las ecuaciones 3.11 y 3.13 expresan la velocidad de propagación de una onda; las cuáles, se pueden representar gráficamente en un plano  $x-t$  (ver fig. 3.10). Observando esta figura se nota que el punto  $u$  representa las posiciones de ciertas secciones aguas arriba en el tiempo  $t$ , similarmente el punto  $d$  representa las secciones aguas abajo en el mismo tiempo  $t$ , el punto  $p$  representa la posición de la sección del canal en consideración en el tiempo " $t + \Delta t$ ", por lo que la velocidad de propagación de la onda será las pendientes de las líneas  $up$  ( $V + C$ ) y  $dp$  ( $V - C$ ), es preciso señalar que el método está enfocado al régimen subcrítico, que es la situación más común en la práctica.

Estas líneas  $up$  y  $dp$  son referidas como características, la representación física que se les podría dar es que el punto  $u$

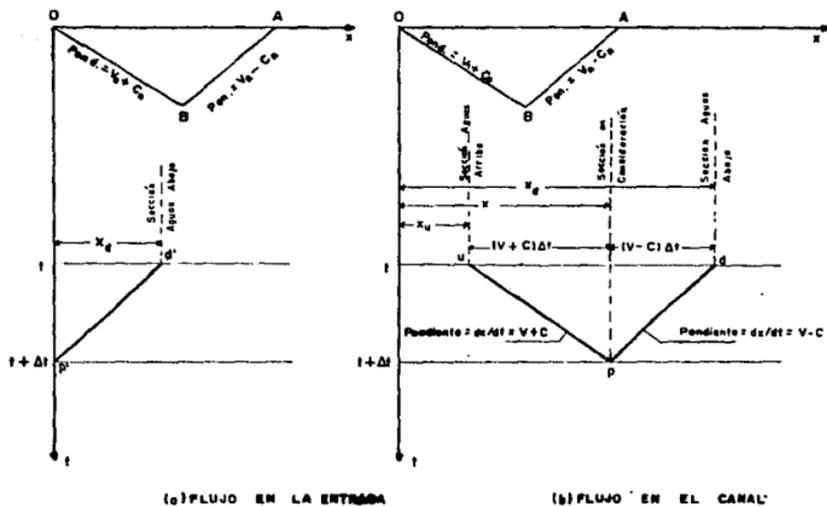


Figura 3.10. Gráfica de la velocidad de propagación de una onda.

representa la posición de la sección aguas arriba, de la cual una onda infinitesimal una vez desarrollada, arribará a la sección  $p$  después del intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Semelantemente, el punto  $d$  representa la posición de la sección aguas abajo de la cual una onda una vez desarrollada arribará a la sección  $p$  después de  $\Delta t$ .

Ahora bien, si integramos la ecuación 3.12 del tiempo  $t$  a  $t + \Delta t$ , cuyo intervalo es el tiempo requerido por la onda para viajar desde la sección aguas arriba a la sección en consideración se tiene

$$V + 2C = Vu + 2Cu + gSo\Delta t - g \int_t^{t+\Delta t} Sf dt \quad \text{-----} \quad 3.15$$

para un pequeño valor de  $\Delta t$

$$\int_t^{t+\Delta t} Sf dt = \frac{(Sfu + Sfd)\Delta t}{2}$$

por lo que la ecuación 3.15 queda como

$$V + 2C = Gu + k \quad \text{-----} \quad 3.16$$

donde:

$$Gu = Vu + 2Cu + ku \quad \text{-----} \quad 3.17$$

$$ku = g \frac{(So - Sfu)\Delta t}{2} \quad \text{-----} \quad 3.18$$

$$k = g \frac{(So - Sfd)\Delta t}{2} \quad \text{-----} \quad 3.19$$

De la misma forma se procede para la ecuación 3.14 sobre el intervalo requerido para que la onda viaje desde la sección aguas abajo a la sección en consideración

$$V + 2C = Gd + k \quad \text{-----} \quad 3.20$$

donde:

$$G_d = V_d - 2C_d + K_d \text{ ----- } 3.21$$

$$K_d = g(S_o - S_f d) \Delta t / 2 \text{ ----- } 3.22$$

Si despejamos K de la ecuación 3.16 y sustituimos en 3.20

$$K = V + 2C - G_u$$

$$V - 2C = G_d + V + 2C - G_u$$

$$C = \frac{(G_u - G_d)}{4} \text{ ----- } 3.23$$

con la ecuación 3.23 podemos calcular C en el tiempo "t + Δt" si las condiciones del flujo aguas arriba y aguas abajo, en el tiempo t, son dadas.

Por otra parte si despejamos C de la ecuación 3.16 y sustituimos en 3.20

$$C = \frac{(G_u + K - V)}{2}$$

$$V - 2\left[\frac{G_u + K - V}{2}\right] = G_d + K$$

$$V - G_u - K + V = G_d + K$$

$$2V - 2K = G_d + G_u$$

$$V - K = \frac{G_u + G_d}{2} \text{ ----- } 3.24$$

o bien de la ecuación 3.16 despejamos  $G_u$  y sustituimos en la ecuación 3.23

$$G_u = V + 2C - K$$

$$4C = V + 2C - K - Gd$$

$$V - K = Gd + 2C \text{ ----- 3.25}$$

Calculando la pendiente de fricción por la fórmula de Manning

$$S_f = [V^n n^2 / (2.22R^{4/3})]$$

Sustituyendo en la ecuación 3.19

$$K = g[S_o - V^n n^2 / (2.22R^{4/3})] \Delta t / 2$$

$$V = [( \Delta t g S_o / 2 - K ) 4.44 R^{4/3} / ( \Delta t g n^2 )]^{1/2}$$

Sustituyendo la aceleración de la gravedad ( $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ) y reduciendo términos

$$V = [(4.905 S_o \Delta t - K) R^{4/3} / (2.21 \Delta t n^2)]^{1/2}$$

$$V = R^{2/3} [ \frac{4.905 S_o \Delta t - K}{2.21 n^2 \Delta t} ]^{1/2} \text{ ----- 3.26}$$

Con las ecuaciones 3.25 y 3.26 se pueden calcular los valores de  $V$  y  $t$ .

Sin embargo, la solución para  $C$  y  $V$  puede ser simplificada por un procedimiento gráfico. Considerando un canal muy ancho como ejemplo,  $R = y = C^2/g$ , si sustituimos en la ecuación 3.26

$$V = [(4.905 S_o \Delta t - K) / (2.21 n^2 \Delta t)]^{1/2} (C^2 / 9.81)^{2/3}$$

$$V = \left[ \frac{4.905 S_0 \Delta t}{46.41 n^2 \Delta t} - K \right]^{1/2} C^{1/3} \text{-----} 3.27$$

las unidades están dadas en metros y segundos.

De la ecuación 3.25 se tienen 3 variables desconocidas que son C, V y K ; las otras tres son conocidas ( $S_0, n$  y  $\Delta t$ ), por lo que para simplificar el problema se construyen unas gráficas auxiliares que son :

- a) Un gráfico de C contra V utilizando K como un parámetro, el cual es llamado "el dibujo de C contra V para K" (ver figura 3.11).
- b) Un dibujo de "V-K" contra V utilizando C como un parámetro, el cual es llamado "dibujo de V-K contra V para C" (ver figura 3.12).

Con estos dos gráficos se trata de facilitar el cálculo de C y V en el tiempo " $t + \Delta t$ " si las condiciones aguas arriba y aguas abajo en el tiempo  $t$  son dadas.

Para la aplicación de este método se hacen las siguientes suposiciones:

- 1) Que el canal es infinitamente largo y muy ancho,
- 2) Que el flujo inicial es uniforme y permanente,
- 3) Que el intervalo de tiempo  $\Delta t$  es constante. Para la elección del  $\Delta t$  se escoge el menor de los presentados a continuación y se redondea del lado conservador

a) 
$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|V| + C}$$

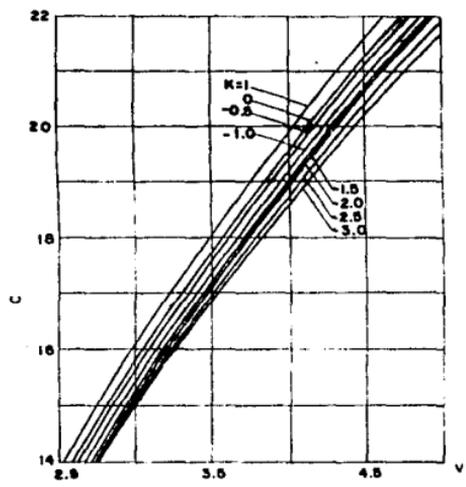
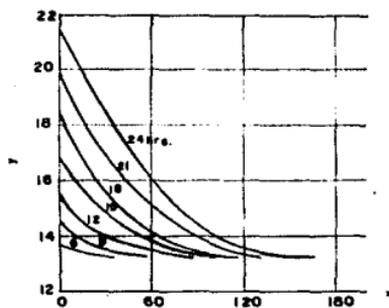


Figura 3.11. Gráfica de C vs. V para K

b) Si se tienen efectos importantes de la fricción y del gasto lateral

$$\Delta t \leq (\Delta x / C) [1 - (qSf/V + q/A)\Delta t/2]^{1/2}$$

Los datos necesarios para este procedimiento tienen que ser: la condición inicial del flujo, el hidrógrafo de entrada con la elevación y expresada como una función de tiempo  $t$ , la rugosidad, la pendiente y la longitud del canal a ser recorrido.

La forma de aplicación se divide en tres etapas:

- A) Se realizan los cálculos preliminares; es decir, se calculan los datos para la construcción de las gráficas auxiliares.
- B) Se calculan las condiciones del flujo en la entrada.
- C) Cálculo de la condición del flujo en el canal.

Estas etapas se describen con mayor detenimiento a continuación.

#### A.-Cálculos Preliminares.

1.- Se calculan la velocidad inicial ( $V_n$ ) y la profundidad del cauce ( $y_n$ ) por la fórmula de Manning, y la celeridad inicial por  $C_n = [g y_n]^{1/2}$ . Asimismo, se calcula el  $\Delta t$  y se escoge el menor que resulte para cualquier tramo.

2.- Utilizando la ecuación 3.27 construir el gráfico de  $C$  vs.  $V$  para  $k$  (figura 3.11) y el gráfico de  $V-k$  vs.  $V$  para  $C$  (figura 3.12).

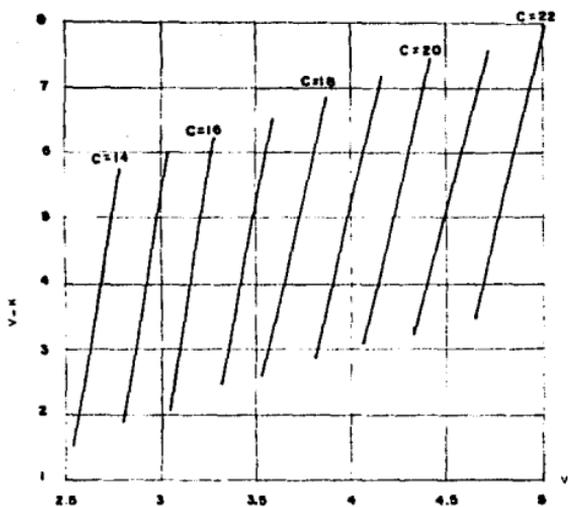


Figura 3.12. Gráfico de  $V-K$  vs.  $V$  para  $C$ .

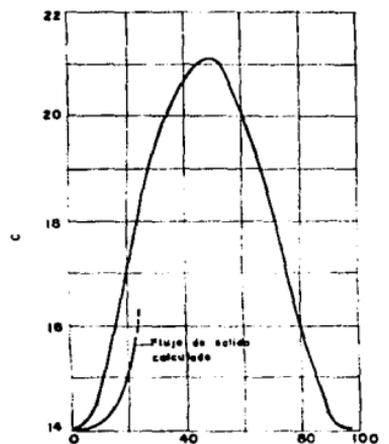


Figura 3.14. Hidrograma de entrada dado.

3.- Construir las líneas de referencia OB y AB (figura 3.10). Las pendientes de estas líneas son iguales a " $V_n+C_n$ " y " $V_n-C_n$ ", respectivamente. El punto O puede ser colocado en cualquier posición sobre el eje x.

4.- Construir el hidrógrafo de entrada con C dibujado contra t (figura 3.14). Desde que el hidrógrafo dado está en la forma de  $y = f(t)$ , es necesario convertir "y" a "C" mediante la relación  $C = [qy]^{1/2}$ .

5.- Obtener los valores de C para varios t partiendo del hidrógrafo construido en el paso precedente, y dibujarlos sobre el plano "C-x" en  $x=0$ . (figura 3.15). También dibujar el valor de Vn sobre el plano "V-x" en  $x=0$ . (figura 3.16).

#### B.-Cálculo de las condiciones del flujo en la entrada.

1.-Dibujar una característica de tanteo p'd' (figura 3.10a) con una pendiente en la dirección general de AB. Del hidrógrafo de entrada (figura 3.14) se puede ver si el valor de C está aumentando o disminuyendo en un tiempo dado. En consecuencia, la pendiente de la característica de tanteo debería ser más chata o más empinada que aquella correspondiente al paso previo.

2.- Los valores de C y V en el tiempo t se han supuesto que han sido determinados y dibujados contra x, tal como se ve en la figura 3.15 y 3.16. Concordantemente, en el punto en donde la

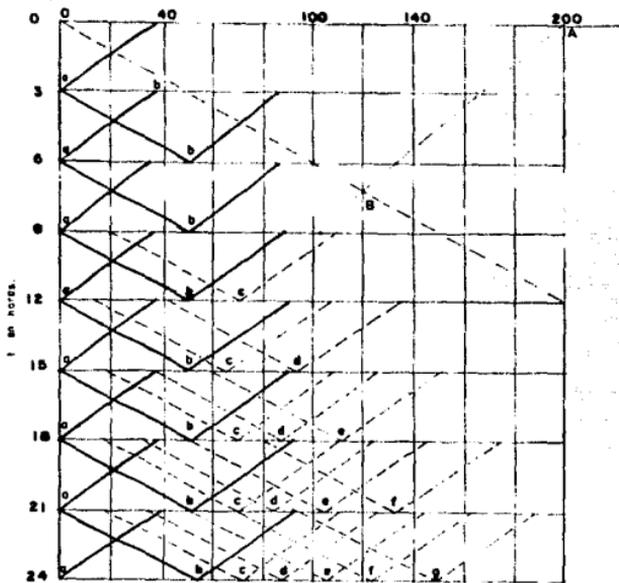


Figura 3.13. El plano  $x-t$  con una pendiente de línea  $dx/dt$ .

característica de tanteo intersecciona la línea horizontal pasando a través del tiempo  $t$  (figura 3.10a), los valores de  $C_d$  y  $V_d$  son iguales a los valores de  $C$  y  $V$  en el tiempo  $t$ .

3.- Del dibujo de "C vs. V" para  $K$  (figura 3.11) encontrar el  $K_d$  correspondiente a  $V_d$  y  $C_d$ , y entonces calcular  $G_d$  por la ecuación 3.21.

4.- Calcular "V-k" por la ecuación 3.25 con el valor de  $C$  obtenido del hidrógrafo del flujo de entrada (figura 3.14).

5.- Determinar  $V$  del dibujo de "V-k" vs.  $V$  para  $C$  (figura 3.12).

6.- Ya que los valores de  $C$  y  $V$  son conocidos, controlar la pendiente de la característica de tanteo. La pendiente de esta característica debería ser igual al promedio de las pendientes en sus extremos, ó  $[(V - C) + (V_d - C_d)]/2$ . Si fuera necesario repetir el procedimiento con una nueva característica de tanteo hasta que se obtenga un control satisfactorio.

#### C.-Cálculo de la condición del flujo en el canal.

1.- Construir dos características de tanteo  $up$  y  $pd$  en el punto  $p$  y en las direcciones generales de  $OB$  y  $AB$ , respectivamente (figura 3.10b). Para iniciar el cálculo, el punto  $p$  puede ser localizado de modo que el punto  $u$  está en  $x=0$  sobre la línea horizontal pasando a través del tiempo  $t$ .

- 2.- Partiendo de los planos "C-x" y "V-x" de los cálculos previos (figura 3.15 y 3.16), determinar  $C_u$  y  $V_u$  en  $x_u$  y  $C_d$  y  $V_d$  en  $x_d$  (figura 3.10b).
- 3.- Determinar  $K_u$  y  $K_d$  de los gráficos de "C vs. V" para K (figura 3.11).
- 4.- Calcular  $G_u$  y  $G_d$  con las ecuaciones 3.17 y 3.21 respectivamente.
- 5.- Calcular C con la ecuación 3.23.
- 6.- Calcular "V-K" con la ecuación 3.24.
- 7.- Determinar V del gráfico de "V-K" vs. V para C (figura 3.12).
- 8.- Con las condiciones del flujo determinadas en un número suficiente de puntos a lo largo del canal, construir los gráficos de V y C vs. x en el tiempo " $t + \Delta t$ " sobre los planos C-x y V-x (figuras 3.15 y 3.16).
- 9.- Extender el procedimiento paso por paso a las deseadas longitudes de tiempo y canal.
- 10.- Partiendo del plano C-x, se puede construir un hidrógrafo en

cualquier sección del canal. Construyendo una línea vertical a través de la dada  $x$ , la línea intersectará las curvas del plano  $C-x$ , dando valores de  $C$  a diferente  $t$ . El valor de  $C$  puede entonces ser convertido a  $y$  con la relación  $y = C^2/g$ .

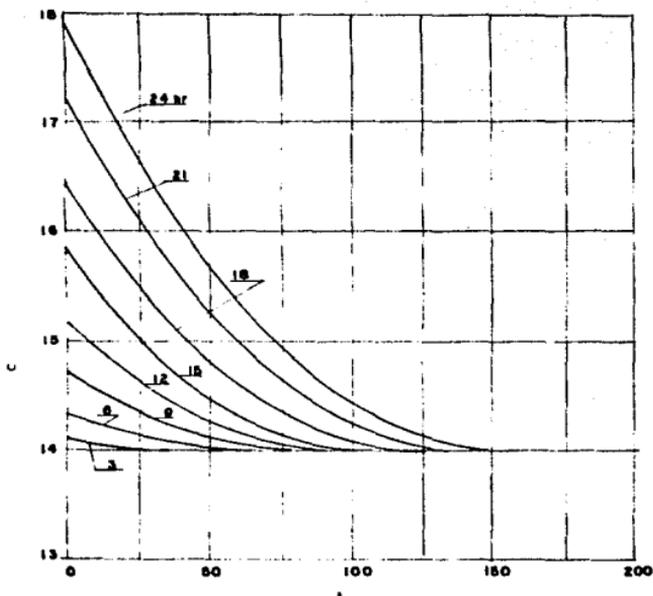


Figura 3.15. Cálculo de C para un  $\Delta t = 3$  hrs.

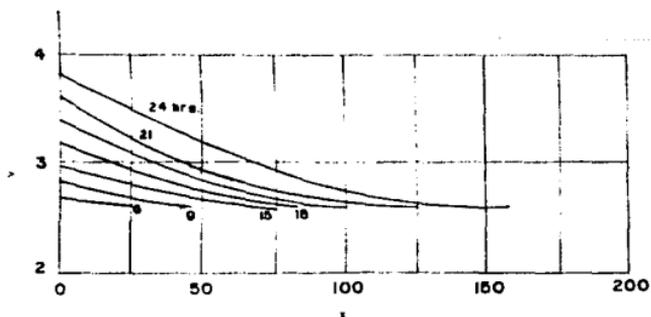


Figura 3.16. Cálculo de V para un  $\Delta t = 3$  hrs.

#### IV.- FUNCIONAMIENTO DE VASOS.

##### 4.1. Determinación del almacenamiento por el método del Pico-Secuencial.

La importancia de conocer los diferentes niveles en una presa, así como su capacidad de almacenamiento, es muy grande ya que de ahí dependen decisiones determinantes que afectan tanto en la política de operación como en factores de tipo económico, social, etc.

A través del tiempo se han propuesto diversos métodos para calcular la capacidad de almacenamiento de un vaso para suplir una determinada demanda, desde alternativas muy simples, que pueden ser de mucha utilidad como opciones preliminares, hasta estudios más complejos en donde se involucran todas las variables posibles que pueden afectar al vaso.

El método del pico secuencial se puede considerar como una primera estimación del volumen almacenado, el el cuál se ignoran factores de menor importancia como la evaporación y la precipitación directa en el vaso. Es conveniente utilizarlo cuando las demandas varían en el tiempo y se trata de un embalse para un propósito único.

Para la aplicación de este método es necesario contar con datos promedio-mensuales de los escurrimientos "E", además de conocer la demanda "D", durante el lapso de tiempo "T" considerado. [Ref. 4]

Teniendo estos datos el procedimiento de cálculo es el siguiente.

1.- Se calculan los valores de las entradas netas al vaso para

los diferentes intervalos de tiempo  $[E_i - D_i]$ , así como las entradas netas acumuladas  $\sum (E_i - D_i)$ .

2.- Se identifica el primer caudal pico,  $P_1$  (valor máximo), de las entradas netas acumuladas.

3.- Se localiza el pico secuente,  $P_2$ , es decir el segundo valor máximo de las entradas netas acumuladas. En donde  $P_2$  tiene que ser mayor que  $P_1$ .

4.- Entre el primer par de picos,  $P_1$  y  $P_2$ , se localiza el valor más bajo de las entradas netas acumuladas ( $T_1$ ).

5.- Se calcula el almacenamiento "V" requerido durante ese intervalo como la diferencia entre el pico  $P_1$  y el menor valor del intervalo.

$$V_1 = P_1 - T_1$$

6.- Se busca el pico secuente  $P_3$ , mayor que  $P_2$ .

7.- Se identifica el menor valor del intervalo  $T_2$  y se calcula el almacenamiento  $V_2$

$$V_2 = P_2 - T_2$$

8.- Se repite el proceso para todo el registro histórico y se escoge el mayor valor calculado del almacenamiento requerido.

Gráficamente el proceso anterior se puede representar como se muestra en la figura 4.1.

El volumen máximo calculado correspondería al volumen útil necesario para satisfacer la demanda, siempre y cuando se repitieran exactamente las aportaciones que se usan como datos. Como esto no sucede, el volumen útil no garantiza que no haya algún déficit durante la operación de la presa en su vida útil.

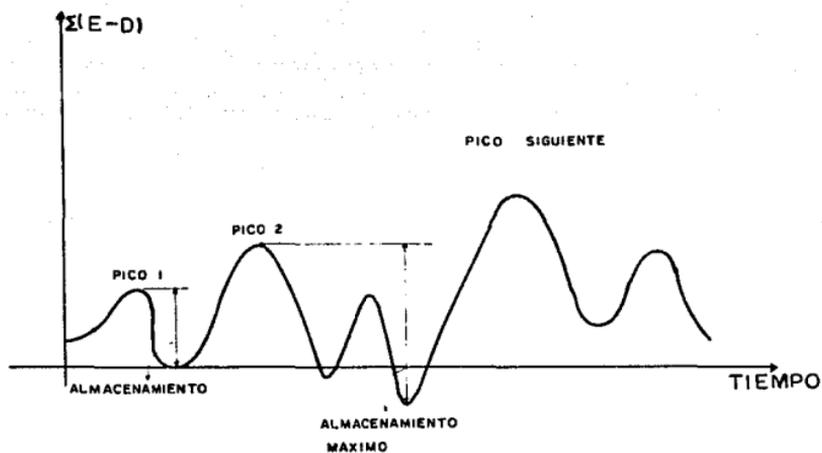


Figura 4.1. Método del Pico Secuencial.

Esto es, que al estar funcionando la presa, aunque los valores medios se conserven, la ocurrencia de varios años secos durante su vida útil puede producir déficit que hagan que la obra deje de ser rentable o bien la ocurrencia de varios años húmedos puede ocasionar una gran cantidad de desperdicios que pudieran aprovecharse aumentando el volumen útil. Además las evaporaciones y, en el caso de las plantas hidroeléctricas, la relación demanda de energía-elevación, que no pueden ser tomadas en cuenta en el análisis como el descrito anteriormente, pueden llegar a afectar considerablemente el funcionamiento de la presa.

#### 4.2. Simulación del funcionamiento de Vaso.

Para determinar el proceso de la simulación del funcionamiento de un vaso, se analiza la ecuación de continuidad expresada en un intervalo de tiempo dado

$$V_e - V_s = \Delta V$$

donde:  $V_e$  = Volumen de entradas al vaso durante el intervalo de tiempo considerado.

$V_s$  = Volumen de salidas del vaso durante el intervalo de tiempo considerado.

$\Delta V$  = Variación del volumen almacenado en el vaso durante el intervalo de tiempo considerado.

En el proceso se utilizan intervalos de tiempo según el tamaño del vaso; por ejemplo, en vasos muy grandes donde los efectos reguladores se extienden en años, se utilizan intervalos de tiempo de varios meses pero no mayor a 1 año; en cambio en vasos pequeños se utilizan intervalos de simulación de 1 semana o hasta 1 día, en general se toma un  $\Delta t=1$  mes.

Las aportaciones al vaso llegan en diferentes formas como es el escurrimiento por cuenca propia, las descargas de otras cuencas situadas aguas arriba y el agua de lluvia directa sobre el vaso. Las salidas se pueden cuantificar en volúmenes para satisfacer la demanda, volúmenes debidos a la evaporación e infiltración y los derrames a través de la obra de excedencias.

De tal forma que la ecuación de continuidad queda de la siguiente forma:

$$V_{cp} + V_T + V_{LL} - V_D - V_E - V_I - V_{DE} = \Delta V$$

donde:  $V_{ep}$  = Escurrimientos generados por cuenca propia.

$V_r$  = Entradas por transferencia desde otras cuencas.

$V_{LL}$  = Volumen de lluvia en el vaso.

$V_b$  = Volumen extraído para satisfacer la demanda.

$V_e$  = Volumen evaporado.

$V_i$  = Volumen infiltrado

$V_{dx}$  = Volumen derramado.

Los elementos anteriores consisten en lo siguiente.

#### Entradas al vaso.

-Escurrimiento por cuenca propia.

Se refiere al volumen de escurrimiento superficial generado dentro de la propia cuenca en estudio. La cuenca esta delimitada por el sitio de la boquilla -donde se localiza la cortina- y las presas construidas aguas arriba ya sea en el cauce principal o en los afluentes. Se cuantifican a partir de mediciones realizadas en las estaciones hidrométricas de la zona. cuando no se cuenta con estos datos, se extrapola la información de una estación hidrométrica cercana, lo anterior se logra relacionando ambas cuencas con un factor "F" que se calcula de la siguiente manera.

1.- Si se cuenta con información pluviométrica en ambas cuencas dicho factor será igual a

$$F = V_c/V_e$$

donde:  $V_c$  = Volumen de lluvia que cae en la cuenca propia durante el intervalo  $\Delta t$ .

$V_e$  = Volumen de lluvia que cae en la cuenca asociada a la estación hidrométrica, durante el mismo intervalo.

2.- Si no se cuenta con suficiente información pluviométrica el factor se calcula relacionando las Áreas de dichas cuencas

$$F = A_c/A_k$$

donde:  $A_c$  = Área de la cuenca en estudio.

$A_k$  = Área de la cuenca correspondiente a la estación hidrométrica.

Por consiguiente, las entradas por cuenca propia se calcularían como:

$$E_{cp} = F_1V_{e1} + F_2V_{e2} + F_3V_{e3} + \dots + F_nV_{en}$$

donde:  $F_i$  = Factor de corrección para la estación  $i$

$V_{ei}$  = Volumen de escurrimiento medido en la estación  $i$

$n$  = número de estaciones hidrométricas consideradas.

Un criterio que se puede seguir para saber si se tiene suficiente información pluviométrica, es el establecido por la asociación Meteorológica Mundial que se muestra en la tabla 4.2 [Ref. 2].

-Ingresos por transferencia.

Estas entradas provienen del escurrimiento superficial transferido desde otras cuencas a la cuenca en estudio, o bien de las descargas de las presas situadas aguas arriba.

-Entradas por lluvia directa sobre el vaso.

El volumen de lluvia que cae directamente sobre el vaso se calcula mediante la altura de precipitación ( $h_p$ ), registrada en el intervalo  $\Delta t$ , multiplicada por el valor del área media ( $A$ ) que ocupe la superficie libre del agua durante el mismo intervalo. El área se determina por medio de la curva Elevaciones-Áreas del

vaso, obtenida con antelación de planos topográficos.

#### Salidas del Vaso.

##### -Volumen Extraído.

Este volumen depende de la política de demandas que se intente satisfacer, y está regido por una parte del tipo de aprovechamiento que se trate y por otra por la relación beneficios-costos de la obra. Para fines del proceso de simulación del vaso este volumen es un dato.

##### -Volumen evaporado.

Similar a la precipitación, el volumen de evaporación se obtiene a partir de datos tomados de evaporímetros puestos cerca del vaso. La evaporación se mide en lámina o altura (volumen/unidad de área), la cuál multiplicada por el área media de la superficie libre del agua nos resulta el volumen total evaporado.

$$V_e = h_{ev} (A)$$

$V_e$  = Volumen evaporado.

$h_{ev}$  = lámina de evaporación.

$A$  = Área media del vaso durante el intervalo  $\Delta t$ .

##### -Infiltración.

Generalmente es un valor muy pequeño comparado con el resto de los demás elementos y suele despreciarse; sin embargo, es común que se calcule como residuo de la ecuación de continuidad o bien se realice un estudio geológico detallado del vaso para tener elementos para poder calcularlo. Cabe señalar que los bordos del vaso, generalmente son permeables y el agua penetra al suelo

cuando el vaso se llena y se drena cuando el nivel del agua es bajo. Este almacenamiento de bancos aumenta efectivamente la capacidad del vaso arriba de la indicada por la curva elevaciones-capacidades. La cantidad o magnitud del almacenamiento de bordos depende de las condiciones geológicas y puede llegar a ser o representar cierto volumen del vaso.

-Volumen derramado.

Este volumen es el resultado del proceso de simulación, y dependerá de los niveles característicos y de la política de operación que se defina para las alternativas que se simulen. Los volúmenes excedentes se descargan por la estructura vertedora cuando el volumen de las avenidas alcanza tal magnitud que pone en peligro la presa.

TIPO DE REGION	INTERVALO DE NORMAS PARA RED MINIMA AREA POR ESTACION EN Km <sup>2</sup>	INTERVALO DE NORMAS PROVISIONALES TOLERADAS EN CONDICIONES DIFICILES <sup>4</sup> . AREA POR ESTACION, EN Km <sup>2</sup>
I. Piana en zonas templadas, mediterráneas y tropicales.	600-900	900-3000
II. Montañosa en zonas templadas, mediterráneas y tropicales.	100-250	250-1000 <sup>4</sup>
Pequeñas islas montañosas, con precipitación muy irregular, red hidrográfica muy densa.	25	
III. Árida y polar <sup>2</sup> .	1500-10000 <sup>3</sup>	

<sup>1</sup>. El límite superior del intervalo debe ser tolerado solamente bajo condiciones excepcionalmente difíciles.

<sup>2</sup>. No se incluyen grandes desiertos.

<sup>3</sup>. Depende de la factibilidad.

<sup>4</sup>. Bajo condiciones muy difíciles puede ser extendido a 2000 Km<sup>2</sup>.

TABLA 4.1. Densidad mínima de redes de estaciones pluviométricas.

### Procedimiento de cálculo.

De la ecuación de continuidad, denotamos al subíndice  $i$  como el principio del intervalo y el " $i+1$ " como el final del mismo, por lo que tenemos lo siguiente

$$V_{i+1} = V_i + X_i - D_i - P_i - V_{DE}$$

lo anterior con la restricción [Ref. 2]

$$V_{\min} \leq V_{i+1} \leq V_{\text{NAMO}}$$

donde:  $V_{i+1}$ ,  $V_i$  = Volúmenes almacenados al final y al principio del intervalo respectivamente.

$X_i$  = Volumen de entradas al vaso que no dependen del nivel en el mismo durante el intervalo considerado,

$D_i$  = Volumen de salidas destinadas a satisfacer la demanda establecida, que no dependen del nivel del vaso en el intervalo considerado.

$P_i$  = Términos que dependen del nivel medio en el vaso en el intervalo considerado ( $V_{LL}$ ,  $V_i$ ,  $V_K$ ).

$V_{\text{NAMO}}$ ,  $V_{\min}$  = Volumen de almacenamiento correspondiente al  $NAMO$  y al  $NAMINO$  respectivamente.

Expresando de otra forma los términos anteriores

$$X_i = V_{cp} + V_T$$

$$D_i = V_D$$

$$P_i = V_{LL} - V_K - V_i$$

El cálculo se desarrolla de la siguiente manera

1.-Mediante planos topográficos se obtienen las gráficas que relacionan la elevación del agua con el volumen y la elevación con el área de la superficie libre.

2.-Se inicia el cálculo a partir de un nivel inicial  $h_i$ . Generalmente se empieza el análisis en el *NAHO*, pero conviene simular el funcionamiento con otros niveles iniciales para verificar en cuanto tiempo sus funcionamientos son similares.

3.-Con el nivel inicial  $h_i$  y las curvas E-V y E-A se obtiene  $V_i$  y  $A_i$ .

4.-Con las entradas y salidas que no dependen del nivel en el vaso, se calcula el volumen final en una primera aproximación como

$$V_{i+1}^k = V_i + X_i - D_i$$

El superíndice indica que se trata de la aproximación k-ésima.

5.- Con el volumen obtenido en el paso anterior, se generan los valores de  $A_{i+1}$  y  $h_{i+1}$  y se calculan los valores medios.

$$h = 0.5 (h_i + h_{i+1})$$

$$A = 0.5 (A_i + A_{i+1})$$

6.-Se calculan los volúmenes que sí dependen del nivel del agua en el vaso, como es la evaporación, infiltración y el volumen de lluvia.

$$P_i = V_{LL} - V_E - V_I$$

7.-Se calcula el volumen final en la nueva aproximación como

$$V_{i+1}^{k+1} = V_i + X_i - D_i + P_i$$

8.-Se compara el volumen calculado,  $V_{i+1}^{k+1}$ , con el anterior,

$V_{i+1}^k$ , y si son semejantes se continua al paso 9, de lo contrario

se repite el proceso desde el paso 5 haciendo  $k=k+1$ , hasta que

$V_{l+1}^{k+1} \approx V_{l+1}^k$ , utilizando como criterio de semejanza que

$$|V_{l+1}^{k+1} - V_{l+1}^k| \leq VNAMO/100$$

9.-El resultado del cálculo se compara con el  $V_{\min}$  y  $VNAMO$  y si:

$V_{l+1}^{k+1} \geq VNAMO$  Se registra un volumen derramado igual a la diferencia y se considera  $V_{l+1}^{k+1} = VNAMO$  continuando el proceso.

$V_{l+1}^{k+1} < V_{\min}$  Se registra un déficit igual a la diferencia y se considera  $V_{l+1}^{k+1} = V_{\min}$  y se continúa el proceso.

10.-Se calculan las condiciones para el nuevo intervalo de tiempo  $\Delta t$ , a partir del paso 3.

#### IV.3. Método de Morán.

Uno de los problemas que se presentan al diseñar una presa, o simplemente una ataquía, es tratar de conocer el modo como va a operar. Desde el punto de vista probabilístico se puede obtener, a partir de una ley de entradas y extracciones, las probabilidades de que la obra tenga determinado nivel de agua y, a partir de esto concluir si es probable que en un momento dado no se pueda entregar el volumen correspondiente a la demanda, o la magnitud y espaciamiento de fenómenos que pongan en peligro de inundación una presa, etc. Ahora bien, si el fenómeno natural es controlado a través de estructuras o sus posibles consecuencias son simplemente prevenidas utilizando un sistema de predicción, es necesario estudiar la simulación del comportamiento de las diversas alternativas de políticas de operación o de sistemas de predicción. Para ello es conveniente generar una serie larga de registros que, aún cuando con las mismas características que el histórico, por su longitud pueden contener condiciones especiales que no han sido registradas en el pasado. A este tipo de series de datos se les denomina registros sintéticos.

Actualmente se cuenta con diversos métodos para conocer la frecuencia de este tipo de problemas, aunque la aplicación de estos métodos depende de las condiciones iniciales con que se cuenten como la duración del evento, correlación de datos, etc.

Una de las técnicas probabilísticas que se han desarrollado para ser aplicada a vasos es el método de Morán, el cual permite, considerando volúmenes de entrada anuales y una ley de extracción

fija, calcular la probabilidad de que la presa tenga determinado nivel o capacidad.

Para aplicar este método se deben aceptar las siguientes hipótesis:

- Las entradas al vaso no están correlacionadas.
- La extracción en la unidad de tiempo supuesta,  $E_t$ , se hace después de considerar lo que entró en esa unidad de tiempo  $X_t$ .
- La presa no cambia de nivel, si la diferencia entre  $X_t$  y  $E_t$  es menor que el volumen entre niveles.
- Los niveles en la presa fluctúan entre dos fronteras, uno es el nivel mínimo de operación (NAMIND) y otro es el nivel de aguas máximas (NAMD).

A continuación se hace un desarrollo de lo que consiste el método.

En la mayoría de los esquemas de generación de los volúmenes de agua parece suficiente suponer una estructura Markoviana de primer orden, o sea, que cualquier evento depende solamente del evento que le precede y no de su historia. Ahora bien, si los estados posibles por los que se puede encontrar una variable son diferentes y pueden ser contados, al proceso se le conoce como cadena de Markov.

Para poder definir una cadena de Markov se necesitan los siguientes datos.

a) El vector de probabilidades de estado al inicio del proceso

$$p_i^0 \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

b) La matriz de probabilidades de transición

$\pi_{i,j}^L$  ;  $i=1,2,3,\dots,n$  ;  $j=1,2,3,\dots,n$   
 donde:  $p_j^k$  = Probabilidad de que la variable se encuentre en el estado "L" en el momento k.  
 $\pi_{i,j}^L$  = Probabilidad de que la variable pase del estado "i" al estado "j" entre el momento "L" y el "L + 1".

El método de Morán se basa en aplicar dicho proceso a la evolución de los niveles de una presa. Para lograr lo anterior se acepta que la matriz de probabilidades de transición es única e independiente del tiempo y se cumple que, después de un número suficientemente grande de años, el vector de probabilidades de estado se vuelve constante de un año a otro, es decir que si n es suficientemente grande

$$p_i^n = p_i^{n+1}$$

por lo que a este vector se le conoce como vector de equilibrio y representa las probabilidades de que la presa se encuentre en los diferentes niveles; se puede calcular siguiendo el proceso descrito a continuación.

1.-Se requieren de los siguientes datos

- Curva elevaciones-capacidades del vaso.
- Función de distribución de probabilidad de los volúmenes anuales de Ingreso al Vaso [F(I)].
- Volumen anual demandado.

2.-De la curva elevaciones-capacidades se seleccionan seis puntos, que definirán cinco intervalos, en los cuales el incremento de volumen  $\Delta V$  sea el mismo. El primer punto debe

corresponder al nivel de operación (NAMINO) y el sexto al nivel máximo de operación (NAMO), como se indica en la figura 4.2.

3.-Se definen siete estados de la siguiente forma.

El estado 0, que representa un déficit, corresponde a niveles menores o iguales que el NAMINO.

Los estados 1,2,3,4 y 5 son representados por los niveles correspondientes al almacenamiento promedio del estado.

El estado 6, que representa derrames, corresponde a niveles mayores o iguales que el máximo y se representa por el nivel correspondiente al almacenamiento máximo más  $\Delta V/2$ .

4.-Se calculan los valores  $\delta V_{i,j}$  correspondientes al volumen de ingreso necesario para pasar del estado "i" al estado "j", esto es

$$\delta V_{i,j} = V_j - V_i + D$$

donde:  $V_k$  = Volúmen correspondiente al estado k

D = Volumen anual demandado.

5.-Se calculan los valores de las probabilidades de transición,  $\Pi_{i,j}$ , utilizando la función de distribución de probabilidad  $F(I)$ , de los volúmenes de ingreso al vaso, de la siguiente forma:

Para  $i = 0,1,2,3,4,5,6$  ;  $j = 1,2,3,4,5$  se tiene

$\Pi_{i,j}$  = Probabilidad de que el ingreso está comprendido en el intervalo

$$\delta V_{i,j} - \Delta V/2 \leq I \leq \delta V_{i,j} + \Delta V/2$$

esto es

$$\Pi_{i,j} = F\{\delta V_{i,j} + \Delta V/2\} - F\{\delta V_{i,j} - \Delta V/2\}$$

Para  $i = 0,1,2,3,4,5,6$  ;  $j = 0$

$$\Pi_{i,j} = F\{\delta V_{i,j}\}$$

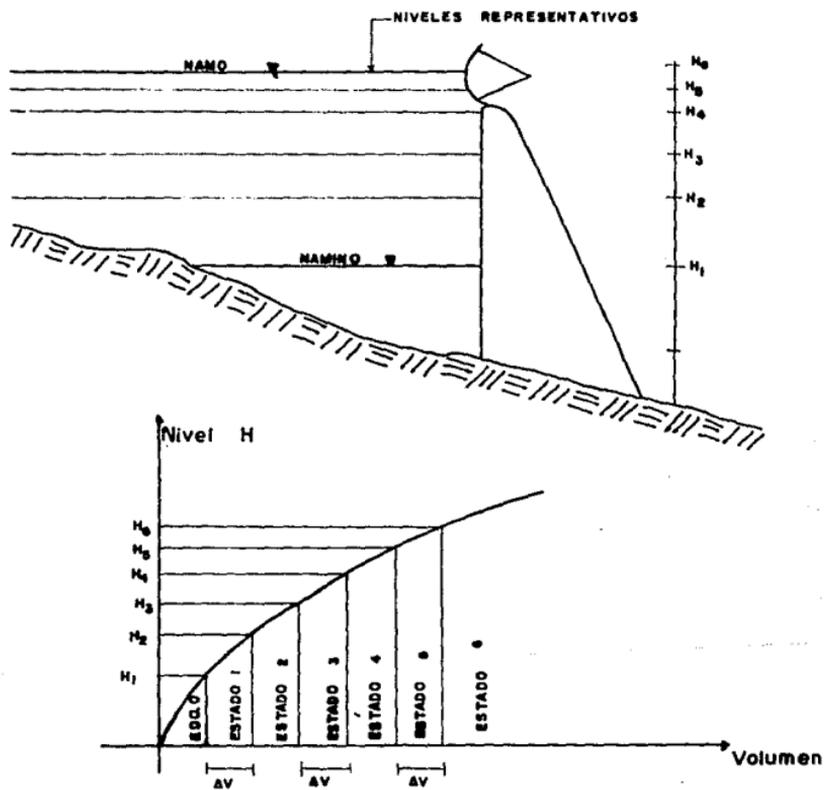


Figura 4.2. Niveles representativos.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Para  $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$        $j = 6$

$$\pi_{i,j} = 1 - F(6V_{i,j} - \Delta V/2)$$

6.- Se suponen valores cualquiera (con tal de que sumen uno) de las probabilidades de estado al inicio del proceso, por ejemplo

$$p_i^0 = 1/7 \quad ; \quad i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

7.- Se resuelve el sistema de ecuaciones

$$p_i^n = p_i^{n+1} \quad ; \quad \sum_{l=0}^6 p_l = 1$$

Desarrollando el sistema de ecuaciones anterior

$$\begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{c} p_0^n \\ p_1^n \\ p_2^n \\ p_3^n \\ p_4^n \\ p_5^n \\ p_6^n \end{array} \right] = \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cccccc} \pi_{0,0} & \pi_{1,0} & \pi_{2,0} & \pi_{3,0} & \pi_{4,0} & \pi_{5,0} & \pi_{6,0} \\ \pi_{0,1} & \pi_{1,1} & \pi_{2,1} & \pi_{3,1} & \pi_{4,1} & \pi_{5,1} & \pi_{6,1} \\ \pi_{0,2} & \pi_{1,2} & \pi_{2,2} & \pi_{3,2} & \pi_{4,2} & \pi_{5,2} & \pi_{6,2} \\ \pi_{0,3} & \pi_{1,3} & \pi_{2,3} & \pi_{3,3} & \pi_{4,3} & \pi_{5,3} & \pi_{6,3} \\ \pi_{0,4} & \pi_{1,4} & \pi_{2,4} & \pi_{3,4} & \pi_{4,4} & \pi_{5,4} & \pi_{6,4} \\ \pi_{0,5} & \pi_{1,5} & \pi_{2,5} & \pi_{3,5} & \pi_{4,5} & \pi_{5,5} & \pi_{6,5} \\ \pi_{0,6} & \pi_{1,6} & \pi_{2,6} & \pi_{3,6} & \pi_{4,6} & \pi_{5,6} & \pi_{6,6} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} p_0^n \\ p_1^n \\ p_2^n \\ p_3^n \\ p_4^n \\ p_5^n \\ p_6^n \end{array} \right] \\
 1 = p_0^n \quad p_1^n \quad p_2^n \quad p_3^n \quad p_4^n \quad p_5^n \quad p_6^n
 \end{array}
 \end{array}$$

En este sistema de ecuaciones una de las seis primeras es redundante, por lo que para encontrar la solución, se propone suprimir la primera y resolver como simultáneas las otras siete.

Para aplicar el método de Morán, cuánto mayor sea el intervalo de tiempo del registro de entradas, existen más posibilidades para comprobar que no existe correlación en las

entradas, esta limitación hace que únicamente se utilice para intervalos de 1 año.

En el caso de que las entradas al vaso estén correlacionadas, se puede emplear cualquier otro método como el método de Lloy, el método de Fiering, etc.

Sin embargo no hay que olvidar que todos estos criterios sólo sirven para una primera aproximación.

## V. - EJEMPLOS DE APLICACION

### 5.1. Tránsito de Avenidas en Vasos.

En la tabla 5.1. se dan los datos de las curvas elevación-almacenamiento y elevación-descarga para un vaso de almacenamiento. Realizar el tránsito de la avenida de diseño, mostrada en la tabla 5.2, por el vaso el cual tiene los siguientes datos.

Elevación de la cresta vertedora	61.90 m.s.n.m.
Capacidad al NAO	100.047 X 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup>
Longitud del vertedor	50.00 m

h (m.s.n.m.)	Descarga (Q) (m <sup>3</sup> /s)	Almacenamiento (V) (X 10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )
61.90	0	100.05
62.0	3	101.17
62.50	38	106.77
63.0	92	112.31
63.5	169	117.97
64.0	252	123.57
64.5	353	129.17
65.0	466	134.97
65.5	593	143.20
66.0	731	151.63
66.5	880	159.87
67.0	1038	168.50
67.5	1206	176.90

Tabla 5.1. Datos de las curvas E-Q y E-V.

t	Q	t	Q	t	Q	t	Q
(hrs)	(m <sup>3</sup> /s)						
0	0	12	1383	24	713	36	188
1	14	13	1426	25	615	37	173
2	27	14	1426	26	572	38	157
3	70	15	2100	27	452	39	142
4	311	16	2758	28	400	40	128
5	1177	17	3356	29	453	41	114
6	1383	18	2417	30	317	42	104
7	1091	19	2161	31	280	43	93
8	699	20	1660	32	262	44	93
9	643	21	1297	33	243	45	84
10	997	22	954	34	225	46	0
11	1383	23	920	35	206		

Tabla 5.2. Hidrograma de entrada (Avenida de diseño).

Solución. Como primer paso se dibujan las tablas de datos, obteniendo las gráficas: h contra  $Q_0$  (Ley de descargas),

h contra A (altura- Almacenamiento)

Q contra t (Hidrograma de entradas)

las cuáles se muestran en las figuras 5.1, 5.2, y 5.3 respectivamente.

-Método semigráfico.

A continuación se procede a calcular la curva auxiliar de coordenadas  $[2V_i/\Delta t + Q_i]$  contra  $Q_i$

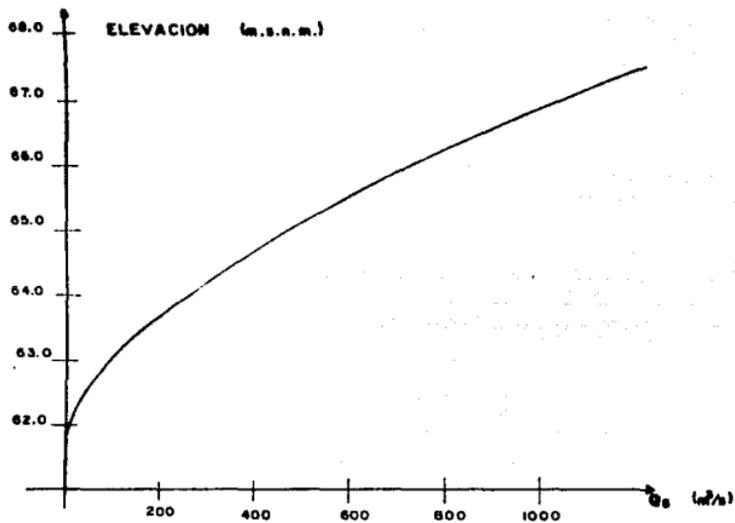


Figura 5.1. LEY DE DESCARGAS.

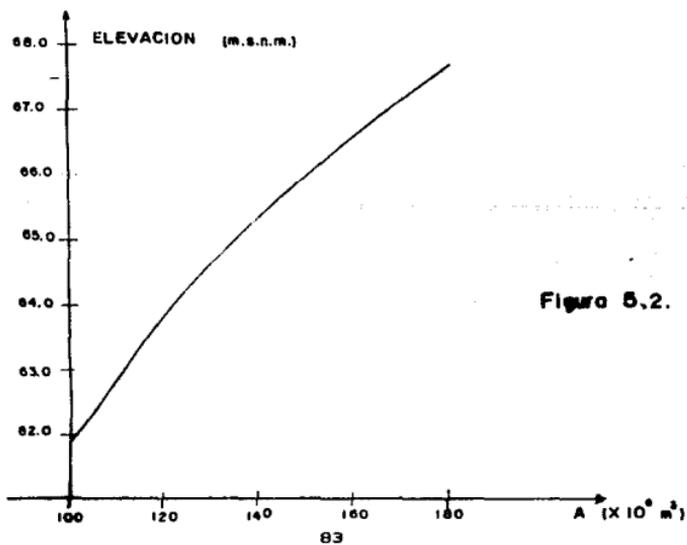


Figura 5.2.

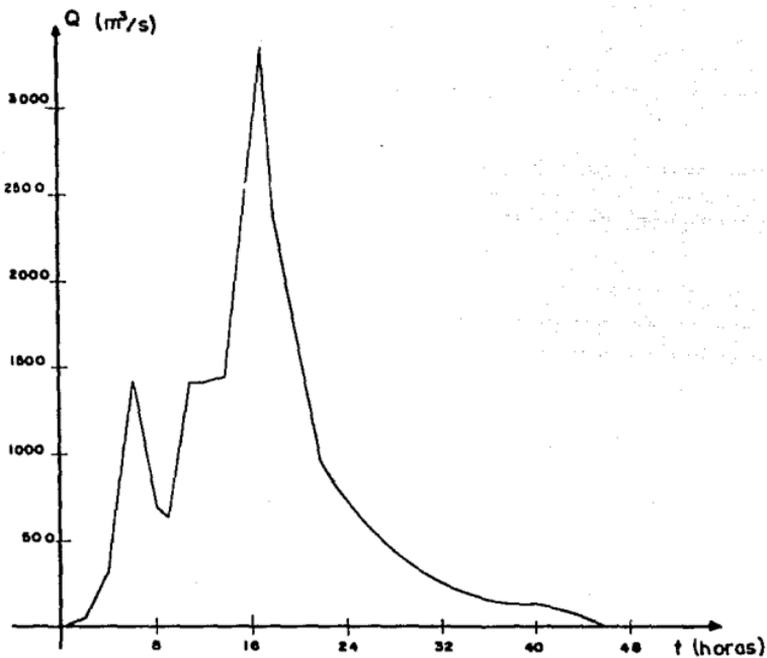


Figura 5.3. Hidrograma de Entradas.

siguiendo el procedimiento descrito anteriormente se tiene que  
 $\Delta t \leq 0.1t_p$  ;  $t_p = 17$  hrs. ;  $\Delta t = 1.7$  hrs.

por lo tanto se usará  $\Delta t = 1$  hora.

Los cálculos para la obtención de la curva auxiliar se muestran en la tabla 5.3.

Elevación (m.s.n.m.)	$V_t$ (X $10^6$ m <sup>3</sup> )	$Q_t$ (X $10^6$ m <sup>3</sup> )	$2V_t/\Delta t + Q_t$
61.90	100.05	0	200.1
62.00	101.17	0.0108	202.3508
62.50	106.77	0.1368	213.6768
63.0	112.31	0.3312	224.9512
63.5	117.97	0.6084	236.5484
64.0	123.57	0.9072	248.0472
64.5	129.17	1.2708	259.6108
65.0	134.97	1.6776	271.6176
65.5	143.20	2.1348	288.5348
66.0	151.63	2.6316	305.8916
66.5	159.87	3.168	322.908
67.0	168.50	3.7368	340.7368
67.5	176.90	4.3416	358.1416

Tabla 5.3. Datos de la curva auxiliar.

Después de tener la curva auxiliar se procede a realizar el tránsito de la avenida, la cual se muestran los resultados en la

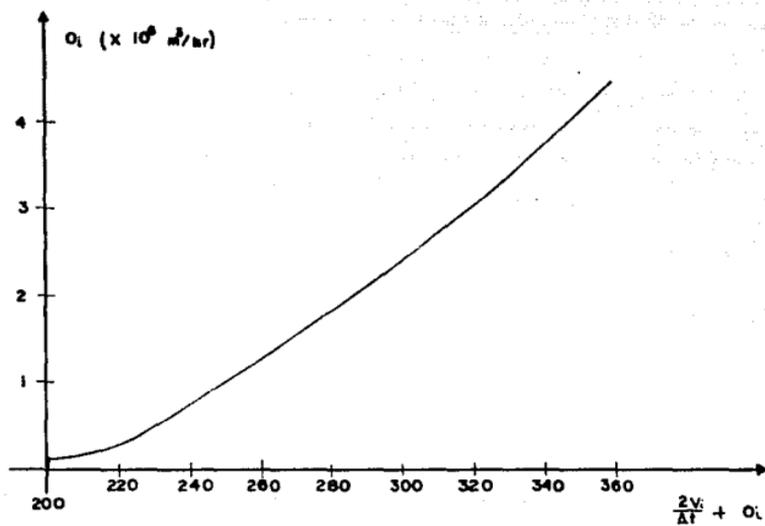


Figura 5.4. Curva Auxiliar.

tabla 5.4., y en la cuál se procedió de la siguiente forma.

1.-En la columna 3 se anotaron los datos correspondientes a la avenida de diseño.

2.-A partir de ésta se calcularon todas las sumas  $l_i + l_{i+1}$  anotadas en la columna 4.

3.-Se fijó un nivel inicial ( $h=61.90$ ), correspondiente a la capacidad del NAMO. ( $V= 100.047 \times 10^6 \text{ m}^3$ ).

4.-Con esta elevación y las curvas ( $h$  vs.  $Q_0$ ) y ( $h$  vs.  $V$ ) se calcula el factor de la columna 5.

5.-A partir de la ecuación de continuidad se obtiene el factor anotado en la columna 6. (Sumas de la col. 4 y col. 5).

$$\text{para } i=0 ; \quad 2V_i/\Delta t + Q_i = 200.1 + 0.0504 = 200.1504$$

este resultado se anota en el renglón  $i=1$ .

6.-Con el valor anotado en la columna 6 se entra a la curva auxiliar para encontrar  $Q_{i+1}$  (col. 7), y se anota en el renglón de  $i=1$ .

7.-Se resta 2 veces el valor de  $Q_{i+1}$  (col. 7) al valor de la columna 6 para encontrar el siguiente valor de la columna 6 ( $i=1$ )

8.-Se repite el ciclo, hasta terminar el tránsito buscado.

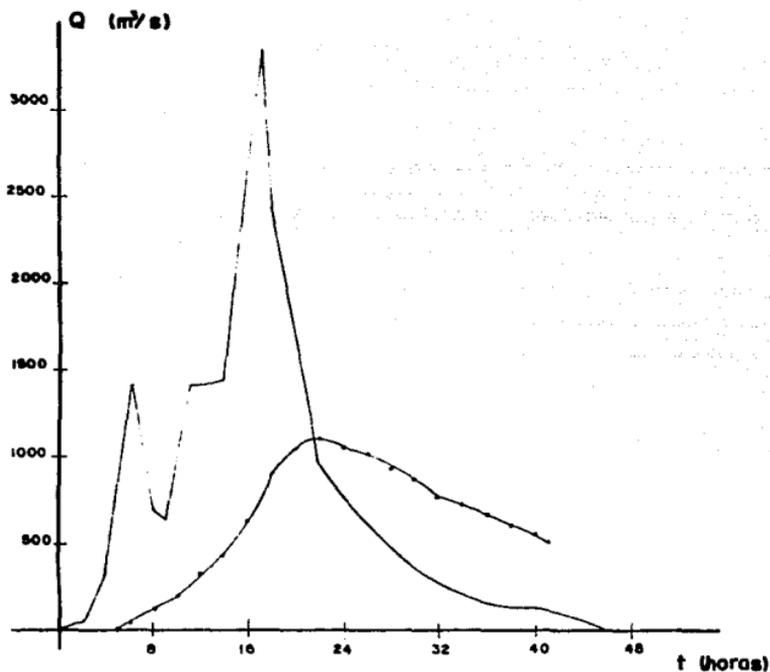


Figura 5.5. Hidrogramas de Entrada y Salida.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
t	t	It	It+It+1	$2Vt+1/\Delta t-Dt$	$2Vt+1/\Delta t+Dt+1$	$Dt+1$
(hrs)		-en	millones	de	metros	cúbicos
						por hora-
0.0	0	0.0	0.0504	200.1	200.1	0
1.0	1	0.0504	0.1476	200.1504	200.1504	0
2.0	2	0.0972	0.3492	200.298	200.298	0
3.0	3	0.252	1.0716	200.6472	200.6472	0
4.0	4	1.1196	5.3568	202.0	202.02	0.01
5.0	5	4.2372	9.2172	207.22	207.36	0.07
6.0	6	4.98	8.91	216.04	216.44	0.2
7.0	7	3.93	6.45	224.3	224.95	0.3312
8.0	8	2.52	4.83	229.85	230.75	0.45
9.0	9	2.31	5.91	233.58	234.68	0.55
10.0	10	3.6	8.58	238.01	239.49	0.74
11.0	11	4.98	9.96	244.82	246.6	0.89
12.0	12	4.98	10.08	252.4	254.78	1.19
13.0	13	5.1	10.2	259.7	262.48	1.39
14.0	14	5.1	12.9	266.7	269.9	1.6
15.0	15	7.0	17.73	275.86	279.6	1.87
16.0	16	9.93	22.03	289.09	293.59	2.25
17.0	17	12.1	20.8	305.6	311.12	2.76
18.0	18	8.7	16.5	319.8	326.4	3.3
19.0	19	7.8	15.78	329	336.3	3.65
20.0	20	5.98	10.68	335.18	342.78	3.8
21.0	21	4.7	8.1	338.06	345.86	3.9
22.0	22	3.4	6.7	338.16	346.16	4.0
23.0	23	3.3	5.9	337.06	344.86	3.9
24.0	24	2.6	4.8	335.36	342.96	3.8
25.0	25	2.2	4.2	332.7	340.16	3.74
26.0	26	2.0	3.6	329.58	336.88	3.65
27.0	27	1.6	3.0	326.16	333.18	3.51
28.0	28	1.4	2.7	322.36	329.16	3.4
29.0	29	1.3	2.4	318.56	325.06	3.25
30.0	30	1.1	2.1	314.66	320.96	3.15
31.0	30	1.0	1.9	310.76	316.76	3.0
32.0	32	0.9	1.8	307.06	312.66	2.8
33.0	33	0.9	1.7	303.46	308.86	2.7
34.0	34	0.8	1.5	299.96	305.16	2.6
35.0	35	0.7	1.4	296.46	301.46	2.5
36.0	36	0.7	1.3	293.02	297.86	2.42
37.0	37	0.6	1.16	289.72	294.32	2.3
38.0	38	0.56	1.07	286.48	290.88	2.2
39.0	39	0.51	1.01	283.35	287.55	2.1
40.0	40	0.5	0.9	280.36	284.36	2.0
41.0	41	0.4	0.8	277.56	281.26	1.85

Tabla 5.4. Tránsito de la avenida de diseño por el Método Semigráfico.

A continuación de los datos asentados en la columna 7, que corresponde a la avenida transitada, se hace la conversión de unidades de millones de metros cúbicos por hora [ $10^6 \text{ m}^3/\text{hr}$ ] a metros cúbicos por segundo [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] para graficarla con la avenida de diseño y poder compararla.

tiempo (hrs)	Q <sub>1+s</sub> ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	tiempo (hrs)	Q <sub>1+s</sub> ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	tiempo (hrs)	Q <sub>1+s</sub> ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
0	0	16	625	32	777.78
1	0	17	766.67	33	750.0
2	0	18	916.67	34	722.22
3	0	19	1013.89	35	694.44
4	2.78	20	1055.56	36	672.22
5	19.44	21	1083.33	37	638.89
6	55.56	22	1111.11	38	611.11
7	92.0	23	1083.33	39	583.33
8	125.0	24	1055.56	40	555.56
9	152.78	25	1038.89	41	513.89
10	205.56	26	1013.89		
11	247.22	27	975.0		
12	330.56	28	944.44		
13	386.11	29	902.78		
14	444.44	30	875.0		
15	519.44	31	833.33		

Solución por el método Gráfico.

Para realizar el tránsito de avenidas por este método se necesitan 2 curvas auxiliares

$$[(2V_i/\Delta t + O_i) \text{ vs. } (V_i)] \quad ; \quad [(2V_i/\Delta t - O_i) \text{ vs. } (V_i)]$$

Como ya se cuenta con la curva positiva, anotada en la tabla 5.3. , se calcula la curva negativa la cuál tiene los siguientes datos.

$V_i$	$2V_i/\Delta t + O_i$	$2V_i/\Delta t - O_i$
en millones de metros cúbicos		
100.05	200.1	200.1
101.17	202.3508	202.3292
106.77	213.6768	213.4032
112.31	224.9512	224.3
117.97	236.5484	235.3316
123.57	248.0472	246.2328
129.17	259.6108	257.07
134.97	271.6176	268.2624
143.20	288.5348	284.2652
151.63	305.8916	300.6284
159.87	322.908	316.572
168.50	340.7368	333.2632
176.90	358.1416	349.4584

Una vez que se cuenta con las curvas auxiliares, se construyen las gráficas en los cuadrantes respectivos, cuidando de que las unidades sean homogéneas y los ejes de referencia estén a la misma escala (Ver figura 5.6).

A continuación se calcula el punto de inicio con la ayuda de la ecuación de continuidad y los siguientes datos:

$$I_1 = 14 \text{ m}^3/\text{s} \text{ por } 3600 \text{ s/hr} = 50400 \text{ m}^3/\text{hr} = 0.0504 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{hr}.$$

$$I_0 = 0 \text{ m}^3/\text{s} = 0 \text{ m}^3/\text{hr} = 0 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{hr}.$$

$$V_0 = 100.05 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ (correspondiente al NAO)}$$

$$\Delta t = 1 \text{ hora}$$

$$O_0 = 0 \text{ m}^3/\text{s} = 0 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{hr}$$

con la ecuación de continuidad para  $t=0$

$$2V_1/\Delta t + O_1 = I_1 + I_0 + [2V_0/\Delta t - O_0]$$

sustituyendo términos resulta

$$2V_1/\Delta t + O_1 = 0.0504 + 0 + [2(100.05)/1 - 0]$$

$$2V_1/\Delta t + O_1 = 200.1504 \quad (\times 10^6 \text{ m}^3/\text{hr})$$

Con este valor se entra a las curvas auxiliares hasta cortar la curva positiva, se continúa con todo el ciclo hasta encontrar el gasto del hidrograma transitado para  $t=1$ .

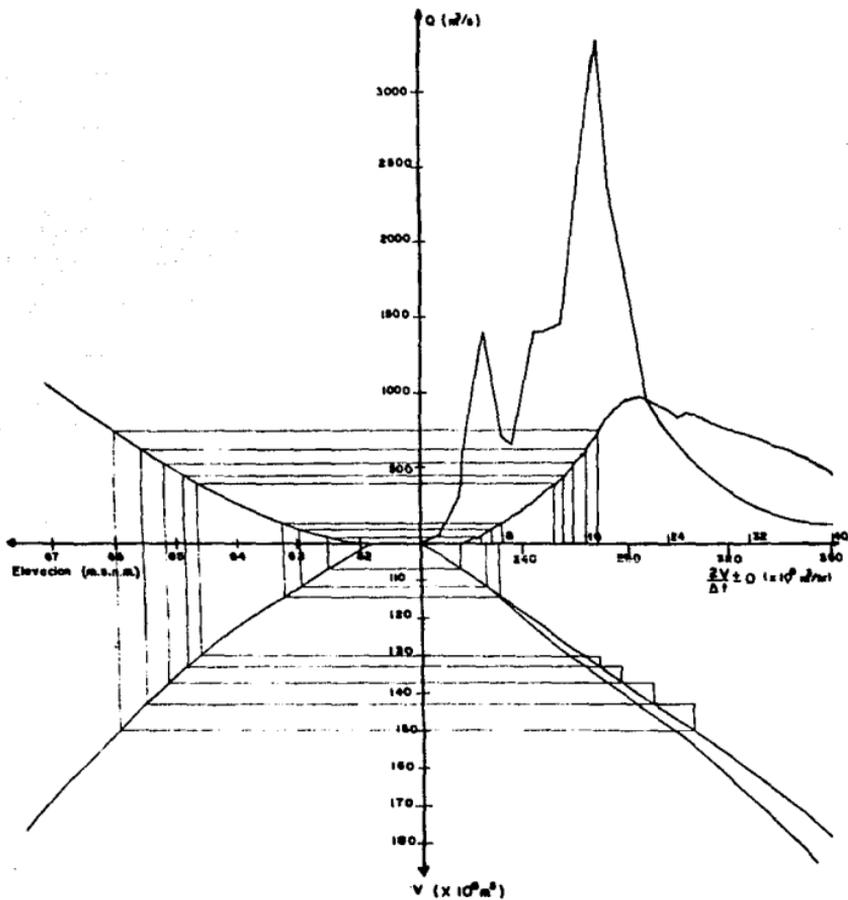
Para encontrar el segundo punto se empieza desde el punto donde se corta a la curva negativa (que en este caso es el mismo de la curva negativa) y se le suma el término  $[I_2 + I_1]$

$$I_2 = 27 \text{ m}^3/\text{s} \times 3600 \text{ s} = 97200 \text{ m}^3/\text{hr} = 0.0972 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{hr}$$

$$I_2 + I_1 = 0.0972 + 0.0504 = 0.1476 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{hr}$$

Se continúa el proceso hasta obtener por completo el hidrograma de salida, el cual se muestra en la figura 5.6.

Figura. B.6 Tránsito de Avenidas por el Método Gráfico.



### 5.2.Tránsito de Avenidas en Cauces.

Los datos de gasto de entrada y salida de una avenida histórica para un tramo de un río, están dados en la tabla 5.2.1. Determinar el hidrograma de salida de una avenida cuyos datos de gasto de entrada son dados en la tabla 5.2.2.

Fecha	Gasto de Entrada (Ii) (m <sup>3</sup> /s)	Gasto de Salida (O <sub>i</sub> ) (m <sup>3</sup> /s)
Marzo 23	0.65	0.52
24	1.60	0.83
25	4.5	2.7
26	7.6	6.0
27	7.6	7.7
28	5.42	6.5
29	3.7	4.8
30	2.6	3.4
31	2.1	2.7
Abril 1	1.6	1.8
2	1.3	1.4
3	1.1	1.30
4	0.93	0.96
5	0.84	0.86
6	0.75	0.79
7	0.68	0.74

Tabla 5.2.1. Hidrogramas de entrada y salida históricos.

Fecha	Gasto de entrada (Ii) (m <sup>3</sup> /s)	Fecha	Gasto de entrada (Ii) (m <sup>3</sup> /s)
1o.	0.57	7o.	0.71
2o.	3.2	8o.	0.64
3o.	5.10	9o.	0.57
4o.	2.00	10o.	0.54
5o.	1.2	11o.	0.50
6o.	0.90		

Tabla 5.2.2. Avenida de diseño.

-Solución por el Método de Muskingum.

Con los datos de los hidrogramas históricos se estiman los parámetros "K" y "X". Por lo que, según el procedimiento descrito anteriormente, se calcula el volumen almacenado para todos los tiempos que se tienen en la tabla 5.2.1. de la siguiente forma

$$V_t = \sum_{l=0}^t (I - O) \Delta t$$

a continuación se suponen valores de "X" y se calcula el factor  $[XI + (1-X)O]$  para todos los tiempos de los datos históricos y se realizan las gráficas  $[V \text{ vs. } (XI + (1 - X)O)]$

En la tabla 5.2.3. se muestran los cálculos realizados, y en la figura 5.7. se muestran las figuras resultantes.

Observando la figura 5.7. vemos que el valor de  $X=0.4$  es la que más se asemeja a una recta y la pendiente de ésta es 0.63 de día, por lo que los valores de los parámetros de la ecuación de Muskingum son  $X=0.4$  y  $K=0.63$ . Enseguida se calcularán los coeficientes del método para realizar el tránsito de avenidas.

$$\alpha = K(1 - X) + \Delta t/2 = 0.63(1 - 0.4) + 0.5 = 0.8796$$

$$C_1 = (KX + \Delta t/2)/\alpha = [0.63(0.4) + 0.5]/0.878 = 0.85615$$

$$C_2 = (\Delta t/2 - KX)/\alpha = [0.5 - 0.63(0.4)]/0.878 = 0.28074$$

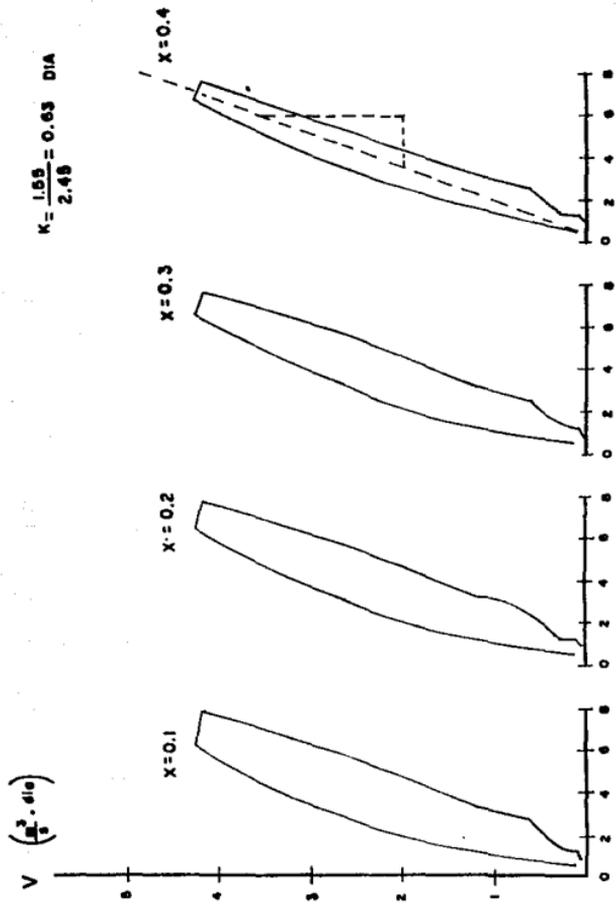
$$C_3 = [K(1-X) - \Delta t/2]/\alpha = [0.63(1 - 0.4) - 0.5]/0.878 = -0.1369$$

Se observa que  $C_1 + C_2 + C_3 = 1.00$

La ecuación para el tránsito de avenidas queda como:

$$O_{i+1} = 0.85615 I_i + 0.28074 I_{i+1} - 0.1369 O_i$$

Con esta ecuación se calcula el hidrograma de salida el cuál



$XI + (1-X)O \quad (m^2/s)$

Figura 5.7. Obtención de los parámetros  $K$  y  $X$ .

se anota en la tabla 5.2.4.

t (días)	Vt (m <sup>3</sup> /s día)	X I + (1 - X) O (pie <sup>3</sup> /s)			
		X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4
0	0.13	0.533	0.546	0.559	0.572
1	0.90	0.907	0.984	1.061	1.138
2	2.7	2.88	3.06	3.24	3.42
3	4.30	6.160	6.320	6.48	6.64
4	4.20	7.69	7.68	7.67	7.66
5	3.1	6.39	6.28	6.17	6.06
6	2.0	4.69	4.58	4.47	4.36
7	1.2	3.32	3.24	3.16	3.08
8	0.60	2.64	2.58	2.52	2.46
9	0.4	1.78	1.76	1.74	1.72
10	0.3	1.39	1.38	1.37	1.36
11	0.1	1.28	1.26	1.24	1.22
12	0.07	0.957	0.954	0.951	0.948
13	0.05	0.858	0.856	0.854	0.852
14	0.01	0.786	0.782	0.778	0.774
15	0.0	0.734	0.728	0.722	0.716

Tabla 5.2.3. Datos para la determinación de las constantes de la ecuación de Muskingum.

t (días)	Avenida de diseño (I) (m <sup>3</sup> /s)	Hidrograma de salida (O) (m <sup>3</sup> /s)
0	0.57	0.57
1	3.2	1.31
2	5.10	3.9923
3	2.0	4.381
4	1.2	1.4494
5	0.9	1.0816
6	0.71	0.822
7	0.64	0.675
8	0.57	0.6155
9	0.54	0.555
10	0.50	0.53

Tabla 5.2.4. Datos de la avenida de diseño y su correspondiente hidrograma de salida resultante.

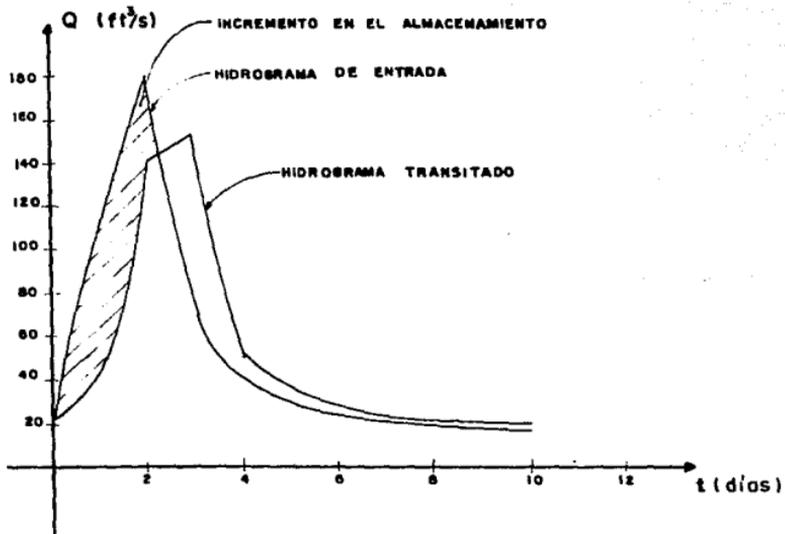


Figura 5.8. Comparación de Hidrogramas.

-Solución por el método de las curvas Características.

Para obtener el hidrograma transitado por este método, primero se calculan los datos para la construcción de las curvas características, los cuáles se muestran en la tabla 5.2.5. Se procedió de la siguiente manera.

1.-En las columnas (2) y (4) se anotaron los hidrogramas de entrada y salida históricos, los cuales son datos del problema.

2.-Con estos datos se calcularon las columnas (3) y (5) respectivamente.

3.-Con la diferencia de las columnas (3) y (5) se obtienen los valores de la columna (6) ya que de la ecuación 3.8 se tiene:

$$I_t + I_{t+1} - (O_t + O_{t+1}) = 2(V_{t+1} - V_t)$$

Nótese que un valor positivo en la columna 6 indica que el almacenamiento está aumentando; un valor negativo indica que el almacenamiento está decreciendo.

4.-La columna (7) es el resultado del almacenamiento acumulado calculado de los valores de la columna (6). La primer entrada de la columna (7) (0.7787) es dato o debe estimarse.

5.-Los valores de la columna (8) son el resultado de sumar las columnas (4) y (7) miembro a miembro.

6.-De los valores de las columnas (7) y (8) se construyen las curvas características, mostradas en la figura 5.9.

Con dichas curvas y el hidrograma de diseño se realizó el tránsito siguiendo el procedimiento descrito por el método.

El gasto de salida inicial en el primer periodo de tránsito se supuso igual a 0.57 m<sup>3</sup>/s. En la tabla 5.2.6. se anotó la avenida

de diseño y el hidrograma transitado.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Fecha	$I_i$	$I_i+I_{i-1}$	$O_i$	$O_i+O_{i-1}$	$V_{i-1}-V_i$	$V_i$	$O_i+V_i$
Mar. 23	0.65	2.25	0.52	1.35	0.9	0.7787	1.2987
24	1.00	0.10	0.85	3.55	2.57	1.2287	2.0587
25	4.50	12.10	2.70	8.7	3.40	2.5137	5.2137
26	7.60	15.20	6.0	13.7	1.5	4.2137	10.213
27	7.6	13.0	7.70	14.2	-1.2	4.9637	12.664
28	5.40	9.10	6.50	11.3	-2.20	4.4537	10.953
29	3.70	6.30	4.80	8.20	-1.90	3.3537	8.1537
30	2.60	4.70	3.40	6.10	-1.40	2.4037	5.8037
31	2.10	3.70	2.70	4.50	-0.80	2.0037	4.7037
Abr. 1	1.60	2.90	1.80	3.20	-0.30	1.8537	3.6537
2	1.30	2.40	1.40	2.70	-0.30	1.7037	3.1037
3	1.10	2.03	1.30	2.26	-0.23	1.5887	2.8887
4	0.93	1.77	0.96	1.82	-0.05	1.5637	2.5237
5	0.84	1.59	0.86	1.65	-0.06	1.5337	2.3937
6	0.75	1.43	0.79	1.53	-0.10	1.4837	2.2737
7	0.68		0.74				

Tabla 5.2.5. Datos para el cálculo de las curvas características.

t (días)	Avenida de diseño (I) (m <sup>3</sup> /s)	Hidrograma de salida (O) (m <sup>3</sup> /s)
0	0.57	0.57
1	3.2	1.80
2	5.1	4.5
3	2.0	3.4
4	1.2	1.4
5	0.90	1.0
6	0.71	0.80
7	0.64	0.70
8	0.57	0.57
9	0.54	0.55
10	0.50	0.50

Tabla 5.2.6. Datos de la avenida de diseño y su correspondiente hidrograma de salida.

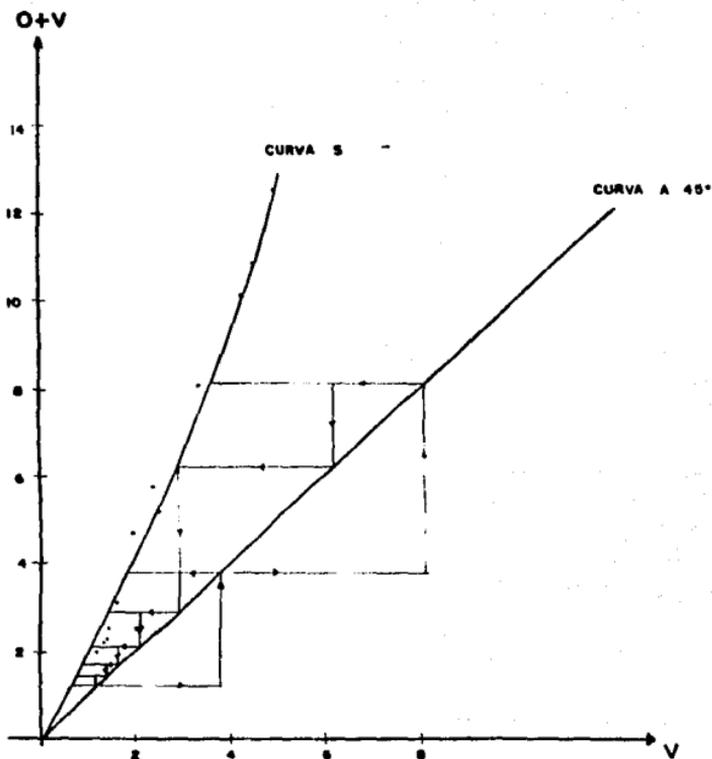


Figura 5.9. Cálculo del Hidrograma de Salida.

(1) MES	(2) I -en	(3) D de miles	(4) (I - D) metros	(5) $\Sigma$ (I-D) cúbicos-	
Dic	4268	124	4144	4144	
Ene	2518	126	2392	6536	
Feb	5545	165	5380	11916	Pa
Mar	119	177	-58	11858	
Abr	14	316	-302	11556	
May	14	556	-542	11014	
Jun	0	556	-552	10458	
Jul	0	556	-556	9902	
Ago	0	506	-506	9396	
Sep	0	468	-468	8928	
Oct	0	316	-316	8612	
Nov	0	164	-164	8448	
Dic	0	127	-127	8321	
Ene	1352	129	1223	9544	
Feb	41	169	-128	9416	
Mar	430	181	249	9665	
Abr	15	322	-307	9358	
May	14	568	-554	8804	
Jun	4	568	-564	8240	
Jul	0	568	-568	7672	
Ago	0	516	-516	7156	
Sep	0	478	-478	6678	
Oct	0	322	-322	6356	
Nov	0	167	-167	6189	
Dic	4	129	-125	6064	
Ene	702	132	570	6634	
Feb	1652	171	1481	8115	
Mar	17	183	-166	7949	
Abr	10	329	-319	7630	
May	6	578	-572	7058	
Jun	0	578	-578	6480	
Jul	0	578	-578	5902	
Ago	0	526	-526	5376	
Sep	0	486	-486	4890	Ta
Oct	868	329	539	5429	
Nov	826	171	655	6084	
Dic	639	131	508	6592	
Ene	2258	134	2124	8716	
Feb	22	174	152	8868	
Mar	2010	187	1823	10691	
Abr	4565	335	4230	14921	Pa

Tabla 5.3.1. Determinación del almacenamiento máximo por el método del pico secuencial.

### 5.3. Método del Pico-Secuencial.

En las columnas (2) y (3) de la tabla 5.3.1. se muestran los datos de Volúmenes de Ingreso y Demanda para cada mes, los cuáles son resultado de un estudio preliminar en una estación hidrométrica. Encontrar el volumen máximo aproximado que deberá tener el Vaso de Almacenamiento que se piensa proyectar.

#### Solución.

En las columnas (4), (5) y (6) de la tabla 5.3.1. se anotan los resultados de la aplicación de este método en el que se procedió de la siguiente manera:

-Se calculan las entradas netas  $(I - D)$  para cada mes, anotadas en la columna (4).

-Se obtienen las entradas netas acumuladas, las cuáles se anotan en la columna (5), de la siguiente manera:

$$\sum_{j=1}^i (I_j - D_j) \quad ; \text{ para todo } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

-Se localiza el primer Pico ( $P_1$ ) de las entradas netas acumuladas (col. 5) el cuál se indica en la columna (6). En este caso particular

$$P_1 = 11916 \times 10^3 \text{ m}^3$$

-Se localiza el Pico-Secuente ( $P_2$ ) mayor a ( $P_1$ ). Para el ejemplo

$$P_2 = 14921 \times 10^3 \text{ m}^3.$$

-De entre los dos Picos encontrados anteriormente se identifica el valor más bajo de la columna 5, que corresponde a

$$T_1 = 4890 \times 10^3 \text{ m}^3.$$

-Se calcula el almacenamiento como:

$$V_1 = P_1 - T_1 = 11014 - 4890 = 6124 \times 10^3 \text{ m}^3$$

Como ya no se tienen más picos se define a  $V_1$  como el volumen de almacenamiento máximo que podría tener el Vaso.

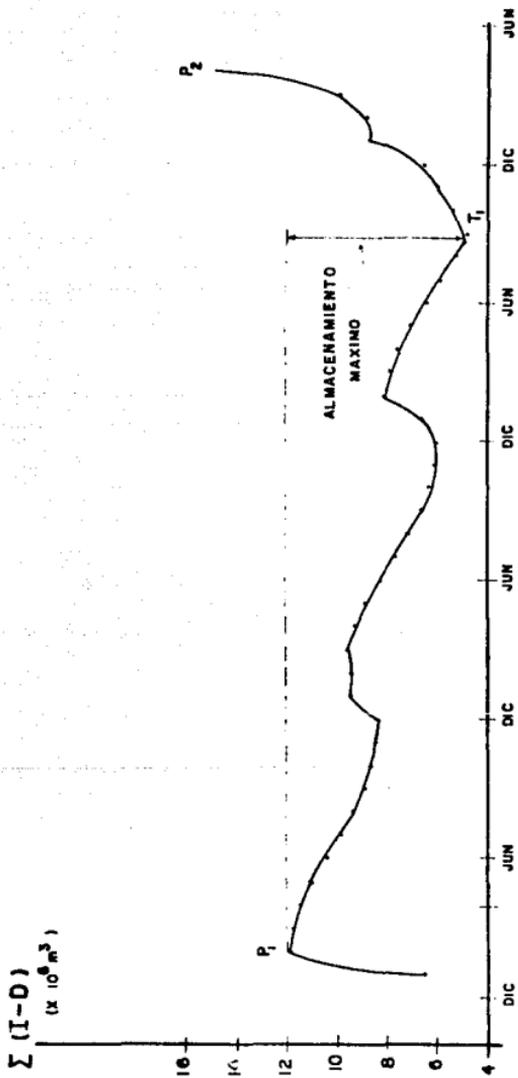


Figura 5.10. Almacenamiento Máximo por el método del Pico Secuente.

#### 5.4. Simulación del Funcionamiento de Vaso.

Simular un año del funcionamiento del vaso con las siguientes características:

- Las curvas Elevaciones-Amacenamiento y Elevaciones-Áreas se muestran en las figuras 5.11. y 5.12. respectivamente.
- La capacidad máxima al *NAHU* es de  $1515 \times 10^6 \text{ m}^3$  (Elev. 514.0 m.)
- La capacidad muerta al *NAHINO* es de  $565 \times 10^6 \text{ m}^3$  (Elev. 475.0 m.)
- Aguas abajo de la presa se tiene una estación hidrométrica que registró, en el año bajo estudio, los volúmenes mostrados en la columna (2) de la tabla 5.4.1. El área correspondiente a la estación hidrométrica es de 82 ha. y el de la cuenca correspondiente a la presa es de 66 ha. no hay suficientes estaciones medidoras de lluvia.
- En la columna (4) de la tabla 5.4.1. se tienen las alturas de precipitación tomadas de una estación medidora cercana a la presa.
- De datos de un evaporímetro situado cerca del vaso, se determinó que la lámina de evaporación mensual es la mostrada en la columna (5) de la tabla 5.4.1.
- Del estudio correspondiente, se determinaron los volúmenes mensuales correspondientes a la demanda, los cuales están anotados en la columna (6) de la tabla 5.4.1.
- Se estima que la infiltración en el vaso es despreciable.
- El volumen inicial es de  $V_i = 777 \times 10^6 \text{ m}^3$ .

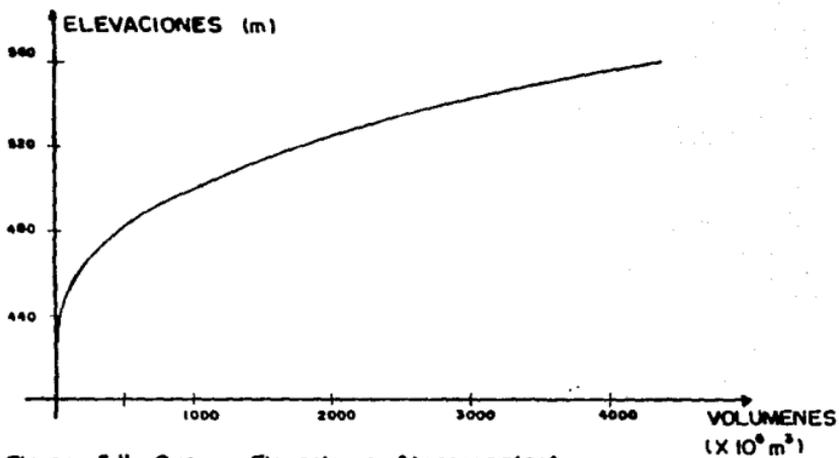


Figura 5.11. Curva Elevaciones-Almacenamiento.

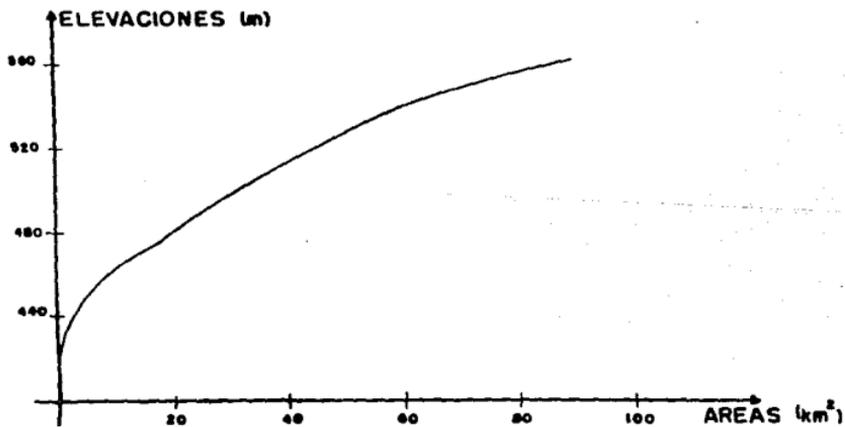


Figura 5.12. Curva Elevaciones-Areas.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
MES	$V_e$	$E_{ep}$	$h_p$	$h_{ovap.}$	Demanda
	(X $10^6$ m <sup>3</sup> )		(m)	(m)	(X $10^6$ m <sup>3</sup> )
Ene	400	320	0.046	0.059	490
Feb	370	296	0.046	0.067	490
Mar	360	288	0.034	0.117	490
Abr	370	296	0.008	0.133	487
May	400	320	0.076	0.161	482
Jun	420	336	0.494	0.138	475
Jul	580	464	0.377	0.119	478
Ago	820	656	0.255	0.114	484
Sep	1850	1480	0.288	0.086	490
Oct	1100	880	0.195	0.086	487
Nov	420	336	0.078	0.062	480
Dic	390	312	0.07	0.065	472

tabla 5.4.1. Datos del Vaso en estudio.

Solución. Como primer paso se calcula el volumen de escurrimiento por cuenca propia apoyados en los datos registrados en la estación hidrométrica, para lo cual se calcula un factor de escurrimiento en base a las áreas correspondientes.

$$E_{ep} = F_e V_e$$

$$F_e = A_{ep}/A_e = 66 \text{ ha.} / 82 \text{ ha.} = 0.8$$

El escurrimiento por cuenca propia se muestra calculado en la columna (3) de la tabla 5.4.1.

Una vez hecho lo anterior se procede a calcular el funcionamiento de vaso, el cual se muestra en la tabla 5.4.2., donde se realizó lo siguiente.

-Se eligió un mes de inicio, en este caso enero aunque se pudo

elegir cualquier otro mes, siempre en base a las condiciones más desfavorables.

-Con el volumen de almacenamiento inicial, el cuál es dato del problema, se entra a la curva E-V para obtener la elevación  $E=482.0$  mts., ahora con esta elevación se entra en la curva E-A para encontrar el área correspondiente. ( $A=33$  Km<sup>2</sup>).

-Se anotan en las columnas (5) y (6) el volumen de Ingreso y la demanda para ese mes respectivamente, los cuales son tomados de la tabla 5.4.1.

-Se calcula el volumen almacenado, en una primera aproximación, para el final del intervalo de tiempo anotado en la columna (10):

$$V_{i+1} = V_i + X_i - D_i = 777 + 320 - 490 = 607$$

-Con este valor de volumen de almacenamiento (607) se entra a la curva E-V para encontrar la nueva elevación  $E_{i+1}=486$  anotada en la columna (11).

-Se calcula el promedio de elevaciones [ $(E_i+E_{i+1})/2$ ] y con este promedio se entra a la curva E-A, para obtener el nuevo valor del área  $A_{i+1}=24$ .

-Se calcula el promedio de áreas [ $(A_i+A_{i+1})/2$ ] para que, con los datos de precipitación y evaporación anotados en la tabla 5.4.1., se calcule el volumen de lluvia y el volumen evaporado anotados en las columnas (7) y (8) respectivamente.

-Se calcula el volumen neto ( $P_i$ ) que si depende del nivel medio en el vaso como:  $P_i = V_{hp} - V_{evap} = 1.311 - 1.68 = -0.369$

-Se calcula el volumen final en la segunda aproximación ahora tomando en cuenta el volumen neto  $P_i$ .

$$V_{i+1} = V_i + X_i - D_i + P_i = 777 + 320 - 490 - 0.369 = 606.63$$

-Se comparan los volúmenes finales obtenidos en la primera y segunda aproximación, para observar si son semejantes o no, utilizando el criterio de semejanza descrito anteriormente.

$$|V_{i+1} - V_i| = |606.63 - 607| = 0.37$$

$$VNAMO/100 = 1515/100 = 15.15$$

$0.37 < 15.15$  por lo tanto se consideran semejantes

-Se observa que este volumen es mayor que el *NAMINO* pero menor que el *NAMO* por lo que en este mes no existen derrames ni déficit, y se continúa con el mes siguiente hasta terminar todo el año en estudio.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
195	El	Vol	A	Di	Ne	Veep	Pi								
(en	(en)														
millones															
de															
metros															
cubicos															
492	22	777	320	498	1.211	1.18	-0.24	487	486	24					
486	24	660.63	275	498	1.402	1.4425	-0.0312	660.63	486	24					
476	19	412.18	210	498	0.921	1.4425	-0.5212	412.18	476	19					
								412.18	476	19					
								246.93	462	11					
475	18.4	365	276	497	0.116	2.0216	-1.905	174	475	18.4					
								174	475	18.4					
								341	472	18.4					
475	18.4	365	276	497	0.116	2.0216	-1.905	341	472	18.4					
								281.72	462	11					
								265	475	18.4					
								226	466	13.0					
								231.6	475	18.4					
								331	474	18.8					
475	18.4	365	276	497	0.116	2.0216	-1.905	331	474	18.8					
								125.66	475	18.4					
								513	484	22.5					
								539.9	484	22.5					
484	22.5	539.9	1306	498	2.2	4.3	2.9	1529.9	515	49					
								1529.9	515	49					
								1526.2	514	41					
								1812.76	514	41					
514	41	1515	225	499	3.1	2.45	0.65	1812.76	514	41					
								1271.65	510	38					
518	38	1371.65	312	472	2.5	2.4	0.1	1271.65	510	38					
								1511.75	505	35					

Tabla B.4.2. Cálculos para la estimación del funcionamiento de un vaso.

Conclusión Volumen de Deficit = 654.09 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>

Volumen Derramado = 418.76 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>

### 5.5. Método de Morán.

Estimar las probabilidades asociadas a los niveles que tendrá a largo plazo el vaso de la presa del ejemplo 5.4. Hacer las siguientes consideraciones:

- Las entradas al vaso no están correlacionadas.
- Utilizar la curva Elevaciones-Volúmenes de la figura 5.11.
- Los volúmenes anuales de ingreso al vaso se distribuyen según la función mostrada en la figura 5.13.
- Una demanda anual constante de  $485 \times 10^6 \text{ m}^3$ .

Solución. De la curva Elevaciones-Volúmenes en el vaso se determinan los 5 intervalos del nivel de agua.

$$\Delta V = (V_{\text{NAMO}} - V_{\text{NAMINO}})/5 = (1515 - 365)/5 = 230 \times 10^6 \text{ m}^3$$

con este incremento de volumen se forman los estados que se muestran en la figura 5.14., los cuáles tienen los siguientes valores:

$$\text{Para el estado } 0 \quad ; \quad V_0 = 365 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Para el estado } 1 \quad ; \quad V_1 = 480 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Para el estado } 2 \quad ; \quad V_2 = 710 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Para el estado } 3 \quad ; \quad V_3 = 940 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Para el estado } 4 \quad ; \quad V_4 = 1170 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Para el estado } 5 \quad ; \quad V_5 = 1400 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Para el estado } 6 \quad ; \quad V_6 = 1630 \times 10^6 \text{ m}^3$$

Con la demanda anual constante se calculan los valores correspondientes al volumen de ingreso necesario para pasar del estado  $i$  al estado  $j$ , con la siguiente relación

$$5V_{i,j} = V_j - V_i + 485$$

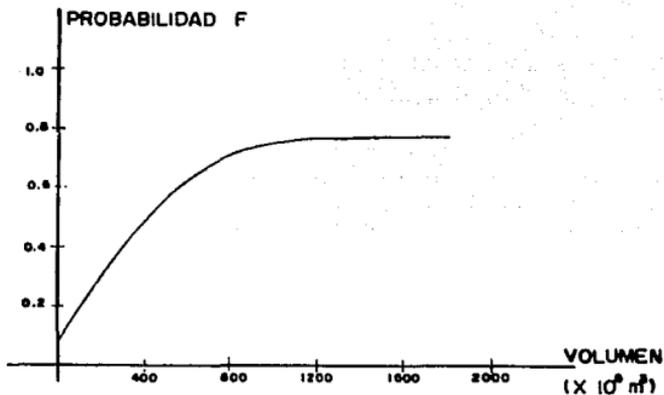


Figura 5.13. Función de la distribución de Probabilidades.

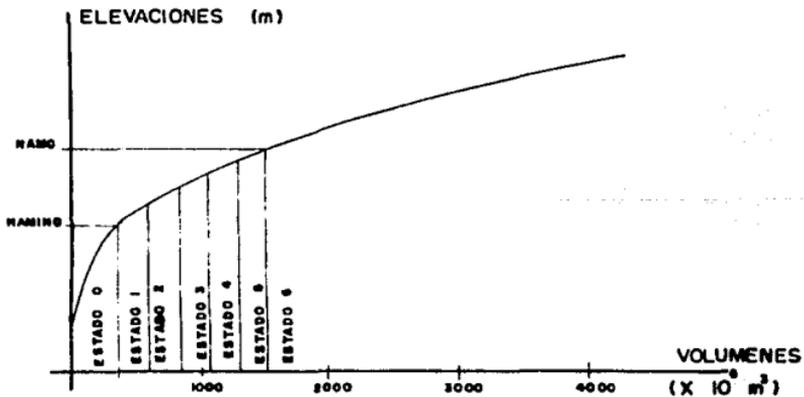


Figura 5.14. Curvo Elevaciones Volúmenes.

estos datos se tabulan en la tabla 5.5.1., por ejemplo para:

$$\Delta V_{0,0} = 365 - 365 + 485 = 485 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\Delta V_{2,2} = 940 - 710 + 485 = 715 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\Delta V_{4,5} = 1400 - 1170 + 485 = 715 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\Delta V_{0,4} = 480 - 1630 + 485 = -665 \times 10^6 \text{ m}^3$$

A continuación se calcula la matriz de probabilidades de transición, respetando las restricciones dadas en el capítulo 4.3. Por ejemplo

$$\text{para } i=0,1,2,3,4,5,6 \quad ; \quad j=0$$

$$P_{i,j} = F\{\Delta V_{i,j}\}; \quad i=1 \quad ; \quad j=0 \quad ; \quad P_{1,0} = F\{370\} = 0.45$$

$$i=2 \quad ; \quad j=0 \quad ; \quad P_{2,0} = F\{140\} = 0.24$$

La función F se obtiene de la función de distribución de probabilidades dada en la figura 5.13. la cuál es dato del problema .

$$\text{Cuando } i=0,1,2,3,4,5,6 \quad ; \quad j=1,2,3,4,5$$

$$P_{i,j} = F\{\Delta V_{i,j} + \Delta V/2\} - F\{\Delta V_{i,j} - \Delta V/2\}$$

$$i=1 \quad ; \quad j=2 \quad ; \quad P_{1,2} = F\{715 + 115\} - F\{715 - 115\} = 0.71 - 0.63 = 0.08$$

$$i=3 \quad ; \quad j=4 \quad ; \quad P_{3,4} = F\{715 + 115\} - F\{715 - 115\} = 0.08$$

$$\text{Cuando } i=0,1,2,3,4,5,6 \quad ; \quad j=6$$

$$P_{i,j} = 1 - F\{\Delta V_{i,j} - \Delta V/2\}$$

$$i=3 \quad ; \quad j=6 \quad ; \quad P_{3,6} = 1 - F\{1175 - 115\} = 1 - 0.76 = 0.24$$

$$i=4 \quad ; \quad j=6 \quad ; \quad P_{4,6} = 1 - F\{945 - 115\} = 1 - 0.71 = 0.29$$

Los resultados complementarios se muestran en las tablas 5.5.1 y 5.5.2.

A continuación se suponen valores de las probabilidades de estado al inicio del proceso, en este caso particular se suponen

todas iguales a 1/7. (Sin embargo, se pudo suponer cualquier otro valor pero con tal de que sumen uno).

Con lo anterior se forma el sistema de ecuaciones el cual resultó de la siguiente forma:

$$0.55P_0 + 0.14P_1 + 0.06P_2 + 0.04P_3 + 0.02P_4 + 0.01P_5 + 0.21P_6 = 1/7$$

$$0.45P_0 + 0.16P_1 + 0.08P_2 + 0.03P_3 + 0.02P_4 + 0.01P_5 + 0.22P_6 = 1/7$$

$$0.24P_0 + 0.24P_1 + 0.17P_2 + 0.09P_3 + 0.04P_4 + 0.01P_5 + 0.23P_6 = 1/7$$

$$0.24P_1 + 0.22P_2 + 0.17P_3 + 0.08P_4 + 0.05P_5 + 0.24P_6 = 1/7$$

$$0.24P_2 + 0.42P_3 + 0.18P_4 + 0.08P_5 + 0.29P_6 = 1/7$$

$$0.24P_3 + 0.22P_4 + 0.06P_5 + 0.37P_6 = 1/7$$

$$0.23P_4 + 0.22P_5 + 0.55P_6 = 1/7$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 1$$

Del sistema anterior se elimina la primera ecuación y se resuelven las siete restantes como simultáneas, dando los siguientes resultados:

$$P_0 = 0.1143 \quad ; \quad P_4 = -0.2803$$

$$P_1 = 0.416 \quad ; \quad P_5 = 0.4765$$

$$P_2 = -0.3586 \quad ; \quad P_6 = 0.1864$$

$$P_3 = 0.4457$$

Como no existen probabilidades negativas, éstas se toman como cero por lo que analizando los resultados anteriores, se puede concluir que la política de operación del vaso tomada, es una buena alternativa ya que el porcentaje de que se presenten derrames o déficit es muy bajo.

(i)	0	1	2	3	4	5	6
0	485	600	830	1060	1290	1520	1750
1	370	485	715	945	1175	1405	1635
2	140	255	485	715	945	1175	1405
3	-90	25	255	485	715	945	1175
4	-320	-205	25	255	485	715	945
5	-550	-435	-205	25	255	485	715
6	-1145	-665	-435	-205	25	255	485

Tabla 5.5.1. Volumen de ingreso necesario ( $\delta V_{i,j}$ ) para pasar del estado  $i$  al estado  $j$ .

(i)	0	1	2	3	4	5	6
0	0.55	0.14	0.06	0.04	0.02	0.01	0.21
1	0.45	0.16	0.08	0.03	0.02	0.01	0.22
2	0.24	0.24	0.17	0.09	0.04	0.01	0.23
3	0	0.24	0.22	0.17	0.08	0.05	0.24
4	0	0	0.24	0.42	0.18	0.08	0.29
5	0	0	0	0.24	0.22	0.06	0.37
6	0	0	0	0	0.23	0.22	0.55

Tabla 5.5.2. Probabilidades de transición ( $\Pi_{i,j}$ )

## VI. CONCLUSIONES.

El dimensionamiento y diseño de una presa, sea cual fuere su uso, ha sido uno de los principales retos a los que se ha enfrentado el Ingeniero Hidrólogo, ya que para resolver adecuadamente los problemas que se plantea en una obra de este tipo, deben desarrollar y aplicar todos sus conocimientos.

El tránsito de avenidas y funcionamiento de vasos constituyen una de las principales bases para el dimensionamiento de las presas y otras obras de aprovechamiento y protección contra inundaciones. Por ejemplo, al estudiar las alternativas para manejar la avenida de diseño, es necesario determinar cuál sería la política óptima de operación de la presa; es decir se estudia un proceso que tiene por objetivo diversas combinaciones de capacidad de descarga de la obra de excedencias contra volumen de almacenamiento necesario para su regulación. Para lo cual es conveniente conocer además del valor del pico de la avenida, su volumen y su forma, para ello se realiza un tránsito de avenidas.

En este trabajo se ha pretendido dar una pequeña introducción sobre los diferentes procedimientos y métodos que existen para la resolución del tránsito de avenidas y funcionamiento de vasos; estos métodos se pueden clasificar de diferentes formas: ya sea por su enfoque hidrológico o hidráulico, por su grado de precisión, por su procedimiento de resolución, etc. Sin embargo, no se debe olvidar que todos los métodos se sustentan bajo ciertas hipótesis y/o suposiciones, las cuáles se deberán estudiar con detenimiento para compararlas con las condiciones

del problema que se está analizando en ese momento, hasta encontrar el o los métodos que más se aproximen a la obra hidráulica que se pretende diseñar.

Cabe también señalar, que si bien existen una amplia variedad de métodos, todos tienen un punto de partida que, de una forma u otra, se aproximan a la solución del origen. Esta base de análisis son las ecuaciones básicas de la hidráulica para los diferentes tipos de flujo, por lo que al resolver un mismo problema con diferentes métodos los resultados pueden ser semejantes. Sin embargo, la utilización y aplicación correcta del método adecuado dependerá del criterio, conocimiento y experiencia del Ingeniero Proyectista.

**Referencias Bibliograficas.**

- 1.-Aparicio Mijares Francisco J. "Apuntes de Hidrologia de Superficie". Edit. UNAM. México. 1987.
- 2.-C.F.E. "Manual de Diseño de Obras Civiles". Capítulos A.1.8, A.1.9, A.2.9, A.2.16. Edit. C.F.E. México. 1980.
- 3.-D.G.C.O.H. "Manual de Hidráulica Urbana". Tomo I. Edit. D.G.C.O.H. México.
- 4.-Linsley Ray K., Kohler Max A., Paulhus Joseph H. "Hidrologia para Ingenieros". Edit. McGraw-Hill. México. 1980.
- 5.-Maderrey Rascón Laura E. "El Agua de Esgurrimiento en la República Mexicana". Edit. UNAM. México. 1977.
- 6.-Mejía Chavez Florentino. "Notas sobre los métodos de solución al tránsito de avenidas por un vaso de almacenamiento". Edit. UNAM. México. 1987.
- 7.-Merritt S. Frederick. "Manual del Ingeniero Civil". McGraw-Hill. México. 1988.
- 8.-Raudkivi Arved J. "Hidrology: An Advanced Introduction to Hydrological Processes and Modelling".
- 9.-Sotelo Avila Gilberto. "Apuntes de Hidráulica II". Edit. UNAM. México. 1984.
- 10.-Springall Galindo Rolando. "Hidrologia". Edit. UNAM. México. 1970.
- 11.- Ven Te Chow. "Hidráulica de los Canales Abiertos". Edit. Diana. México. 1983.