

57
2^a ju

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



ANALISIS EXPERIMENTAL DE UN
VISCOSIMETRO ELONGACIONAL-CORTE.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO MECANICO-ELECTRICISTA
(AREA MECANICA)

P R E S E N T A :

JESSICA GAMA ALVAREZ

Director: Dr. Baltasar Mena Iniesta



MEXICO, D. F.

1992

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN.

Se presenta un aparato el cual mide simultáneamente viscosidad al corte y viscosidad elongacional, lo cual permite hacer un análisis cualitativo y cuantitativo de un flujo elongacional para una solución polimérica diluida.

El presente trabajo se divide en dos partes: el estudio de flujo elongacional entre dos orificios alineados entre sí y la influencia que tiene la aplicación de un esfuerzo cortante previo en este tipo de flujo.

Se hace una revisión de los aspectos teóricos así como de las investigaciones previas en este campo.

Se muestran los resultados experimentales obtenidos y se realiza un análisis de ellos.

INDICE.

INTRODUCCION, 1.

CAPITULO 1.

ASPECTOS GENERALES SOBRE LA VISCOSIDAD ELONGACIONAL, 4.

1.1 Antecedentes, 4.

1.2 Importancia de la viscosidad elongacional, 6.

1.3 Métodos de medición para la viscosidad elongacional, 10.

1.3.1 Experimentos controlables, 10.

1.3.2 Experimentos no-controlables, 13.

CAPITULO 2.

ASPECTOS TEORICOS, 19.

2.1 Flujo elongacional, 19.

2.2 Flujo de Couette, 21.

2.2.1 Antecedentes, 21.

2.2.2 Cilindros concéntricos, 22.

CAPITULO 3.

ANALISIS EXPERIMENTAL PARA FLUJO ELONGACIONAL ENTRE DOS ORIFICIOS, 28.

3.1 Descripción del aparato, 30.

3.2 Arreglo experimental, 33.

3.2.1 Instrumentación, 33.

3.2.2 Fluido de prueba y caracterización, 36.

3.3 Metodología, 38.

3.4 Análisis de datos y resultados, 40.

3.4.1 Fluido Newtoniano, 40.

3.4.2 Solución polimérica, 43.

3.5 Resultados globales promedio, 53.

3.6 Anomalías, dificultades y recomendaciones, 56.

CONCLUSIONES GENERALES, 84.

REFERENCIAS, 87.

INTRODUCCION

Recientemente, el estudio de flujos elongacionales ha sido un tema de extensa investigación. El término "flujo elongacional" se puede definir como aquel en que las partículas tienden a alinearse y a alargarse en la dirección del flujo debido a un gradiente de velocidades en la misma dirección.

Frecuentemente el flujo elongacional es también denominado "flujo extensional", "flujo de alargamiento", o "flujo libre de corte".

Un flujo "puramente elongacional" es aquel en el cual la aceleración es constante, no existen esfuerzos cortantes y el esfuerzo es completamente desarrollado.

El continuo interés en este campo, se debe a la gran cantidad de procesos industriales utilizados en la fabricación de polímeros y fibras poliméricas, tales como enrollado de fibras (fiber-spinning), moldeo por soplado (blow moulding), extrusión de películas planas (flat film extrusion) y muchas otras que involucran principalmente deformaciones extensionales.

La mayoría de las investigaciones existentes en flujos extensionales se refiere a plásticos en estado fundido, aunque recientemente las investigaciones están dirigidas hacia soluciones poliméricas diluidas y semi-diluidas.

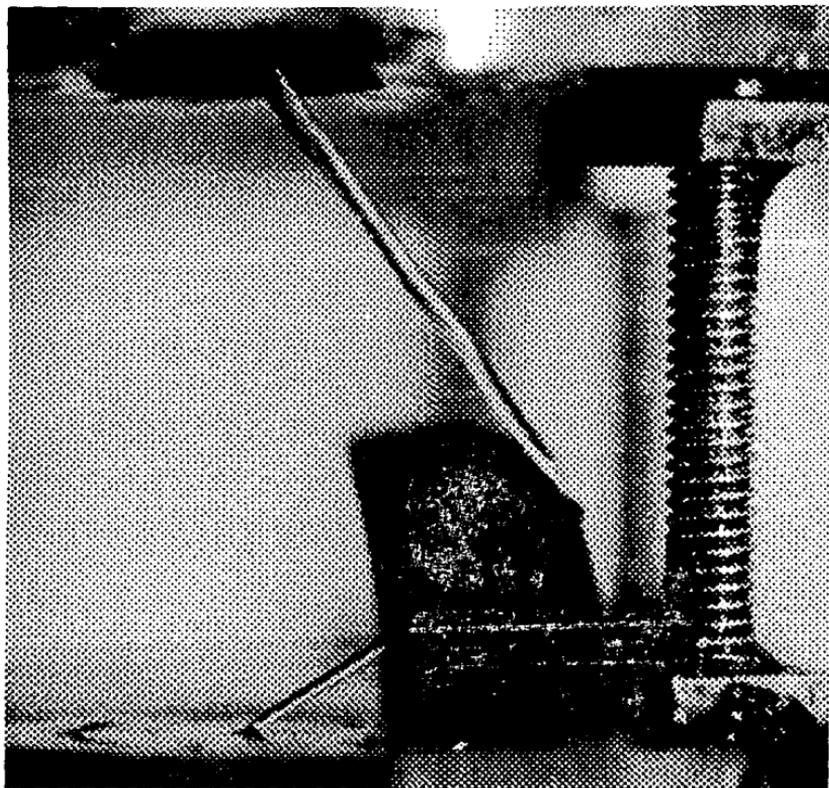
La adición de pequeñas cantidades de polímero a un fluido provoca en este último una extraordinaria resistencia ante la aplicación de un esfuerzo elongacional sin afectar notablemente el valor de su viscosidad al corte. Este fenómeno se aplica por

ejemplo, a la reducción de arrastre en flujo turbulento, a teoría de lubricación y desarrollo de cojinetes con lubricante polimérico y a muchas otras aplicaciones ingenieriles. En aviación, se agregan pequeñas cantidades de polímero al combustible con objeto de producir pulverización y vaporización del keroseno a formar en el caso de accidente para prevenir incendios. Asimismo, soluciones acuosas de polímero son utilizadas en la recuperación secundaria y terciaria del petróleo.

En todas las aplicaciones mencionadas, es obviamente necesario el estudio experimental de las propiedades del flujo elongacional. El estudio es también relevante en la formulación de ecuaciones constitutivas que describan la reología de materiales poliméricos en flujos complejos.

Cabe hacer notar que los procesos mencionados anteriormente, no son "puramente elongacionales" ya que están sujetos adicionalmente a esfuerzos cortantes de considerable magnitud. Por ejemplo, en el proceso de extrusión, dichos esfuerzos aparecen principalmente a la salida de la boquilla.

Es entonces, la intención del presente trabajo realizar un estudio de las propiedades cuantitativas y cualitativas de los flujos elongacionales así como del efecto que ejerce sobre éstos la aplicación de un esfuerzo cortante previo.



*Fotografía 1. Flujo viscoelástico entre dos orificios.
PAA (separan AP-30), solución acuosa al 0.5%*

CAPITULO 1.

ASPECTOS GENERALES SOBRE LA VISCOSIDAD ELONGACIONAL.

1.1 Antecedentes.

El estudio de flujos elongacionales ha sido tema de extensa investigación durante las últimas dos décadas. No obstante, el campo de conocimiento se encuentra aún muy limitado.

El término de flujo elongacional suele definirse como aquel flujo en el cual sus partículas tienden a ser alineadas y alargadas al ser sometido a un esfuerzo tensorial. Para referirse a este flujo se emplean otros términos tales como "flujo extensional" o "flujo de alargamiento".

A pesar de la importancia y aplicaciones del flujo elongacional no es aún muy común escuchar este término y menos aún de la propiedad llamada viscosidad elongacional.

Una prueba de lo anterior es que, generalmente, cuando se piensa en las propiedades que caracterizan a un fluido vienen a la mente aquellas con las que uno se encuentra más familiarizado tales como la viscosidad, la tensión superficial, la densidad, etc.

Hablando específicamente de la viscosidad se entiende esta propiedad como la resistencia que opone un fluido al movimiento al aplicársele un esfuerzo cortante. No obstante, el mismo fluido puede estar sometido a otro tipo de esfuerzos que no son necesariamente cortantes y que en algunos casos, tienen una mayor influencia en el comportamiento del fluido que éstos últimos.

Un ejemplo de lo anterior son los esfuerzos extensionales que se aplican a los polímeros fundidos o a las soluciones poliméricas diluidas en muchos procesos industriales. No necesariamente, la resistencia del material al aplicársele este tipo de esfuerzos sería la misma que la que presenta ante un esfuerzo cortante, por lo que podría pensarse que existe otra propiedad que relaciona los esfuerzos extensionales con la deformación del material.

Efectivamente, existe esta propiedad y se le conoce como la viscosidad elongacional que en el caso de los fluidos Newtonianos es exactamente tres veces más grande que su viscosidad al corte (radio de Trouton) pero, que en otro tipo de fluidos tales como las soluciones poliméricas, puede sobrepasar el valor de viscosidad al corte en varios órdenes de magnitud lo cual enfatiza la importancia potencial de esta propiedad en muchas áreas.

Algunos autores [7] definen la viscosidad elongacional como un coeficiente de crecimiento del esfuerzo tensorial al someter al material a una rapidez de deformación relativa elongacional constante. Sin embargo, para lograr una rapidez de deformación relativa elongacional constante en una solución polimérica es necesario que ésta varíe su velocidad exponencialmente con el tiempo, lo cual representa cierta dificultad al momento de realizar experimentos. Debido a esto, se ha definido una viscosidad elongacional aparente la cual definitivamente es un estado transitorio del material ya que se obtiene de la relación entre el esfuerzo y la rapidez de deformación en un instante dado.

No obstante, la medición de la viscosidad elongacional aparente es de gran importancia ya que proporciona un medio de diferenciación entre fluidos poliméricos que tengan el mismo comportamiento ante un esfuerzo cortante.

1.2 Importancia de la viscosidad elongacional.

Como se mencionó anteriormente, la adición de pequeñas cantidades de un polímero a un fluido, tiene el efecto de incrementar la resistencia del fluido ante la aplicación de un esfuerzo elongacional. A la propiedad que relaciona el esfuerzo tensorial aplicado con la rapidez de elongación resultante se le conoce como viscosidad elongacional y juega un papel crítico en la gran mayoría de procesos en polímeros.

Muchos autores [12,19] señalan que el esfuerzo cortante simple, es el modo más usual de deformación en el estudio de materiales reológicamente complejos y que no se ha desarrollado lo suficiente el campo de los flujos extensionales. Lo anterior se atribuye por una parte, a la conveniencia desde el punto de vista experimental de realizar mediciones para esfuerzo cortante simple y, por otra parte, a la considerable dificultad de manejar flujo elongacional a altas rapidezces de elongación pero, sobre todo, al hecho de que hasta el momento no ha sido posible lograr un estado estacionario en el flujo.

Dentro de las aplicaciones del flujo elongacional, quizá la más obvia sea la fabricación de hilos a partir de fibras. Sobre este tema, ya se han realizado algunas investigaciones, principalmente las encaminadas a la estabilidad de la hilatura.

Es decir, la observación de que las viscosidades elongacionales se incrementan con la rapidez de elongación para el caso de algunos polímeros, se ha relacionado inmediatamente con el problema de "spinnability"¹ en el sentido de que cualquier decremento en el diámetro del hilo va de la mano con las altas rapidezces de elongación, y por consecuencia con el incremento de la viscosidad.

¹ Se refiere a la capacidad del polímero en soportar grandes rapidezces de deformación de manera que se pueda operar bajo condiciones estables a altas velocidades.

Esto significa que si se disminuye la rapidez de elongación en la parte correspondiente, se puede estabilizar el sistema. Lo cual significa que se obtendrán hilos más uniformes y de mejor calidad.

Existen ejemplos menos obvios de la importancia práctica de la viscosidad elongacional. Por ejemplo, la falta de lubricante en engranes que operan bajo condiciones de lubricación elasto-hidrodinámica se atribuye al comportamiento elongacional de ese tipo de lubricantes [19]. Este fenómeno se puede comprender mejor, si se considera el experimento realizado por Taylor[4] donde cuatro cilindros son inmersos en un fluido; cada uno de estos cilindros gira en dirección opuesta a los dos cilindros que tiene a sus lados tal como lo muestran las Figs. 1 y 2.

Si se sumerge este arreglo en un líquido Newtoniano, se obtiene el campo de velocidades de la Fig. 1.

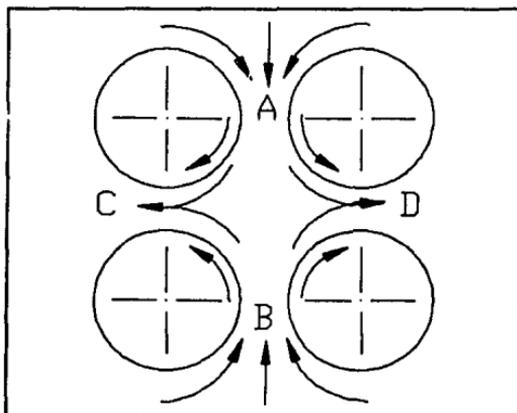


Fig. 1. Descripción del campo de velocidades en el método de cuatro rodillos para un fluido Newtoniano.

Por otra parte, si se tienen estos cilindros inmersos en un fluido viscoelástico, se obtiene el campo de velocidades que señala la Fig. 2.

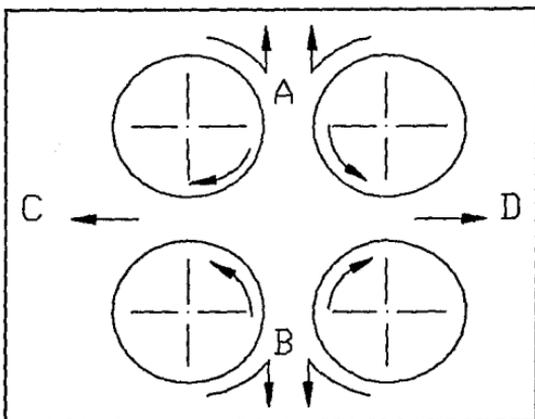


Fig. 2. Diagrama esquemático del campo de velocidades para un fluido viscoelástico.

El fluido es expelido a través de C y D pero no entra por A y B, lo que ocasiona que al poco tiempo, el espacio entre los cilindros esté libre de fluido. Este fenómeno se atribuye a que la viscosidad elongacional del fluido es mucho mayor que la viscosidad al corte, lo que significa que el esfuerzo cortante producido por los cilindros es insuficiente para vencer la gran resistencia que presenta el flujo elongacional en A y B.

La viscosidad elongacional es también de gran relevancia en flujo turbulento de soluciones poliméricas muy diluidas y en suspensiones de fibras [6]. En este campo, ha habido un rápido crecimiento en el conocimiento del fenómeno conocido como "disminución de arrastre" [19], esto es, se ha observado que existe una reducción en el arrastre cuando se añaden pequeñas cantidades en el orden de pequeñas partes por millón de un polímero a un

fluido Newtoniano en flujo turbulento. Este proceso tiene el efecto de incrementar la viscosidad al corte de los fluidos, pero el arrastre se reduce considerablemente llegando esta reducción, en algunas ocasiones, al 70%.

Otra area de trabajo la cual proporciona otro ejemplo de la importancia de la viscosidad elongacional es aquella asociada con el flujo de soluciones poliméricas diluidas a través de medios porosos (de gran importancia en la industria petrolera). En este caso, el fluido tiene que viajar a través de repetidas variaciones de área, lo cual provoca que esté sometido a deformaciones de tensión y compresión, mismas que puede resistir debido a su gran viscosidad elongacional.

Además de los ejemplos citados, existen otros muchas aplicaciones de la viscosidad elongacional principalmente en procesos de polímeros. Sin embargo, los ejemplos mencionados son suficientes para percatarse del hecho de que dos fluidos poliméricos que tengan el mismo comportamiento ante un esfuerzo cortante, puedan presentar diferencias en sus respuestas al ser sometidos a un esfuerzo de extensión.

1.3 Métodos de medición para la viscosidad elongacional.

Considerando la importancia que tiene la viscosidad elongacional en muchos procesos industriales es lógico pensar que se han desarrollado diversas técnicas para poder cuantificarla. No obstante, aquellas encaminadas a las soluciones poliméricas aún se encuentran en pleno desarrollo y experimentación.

Existen dos tipos de métodos para la medición de viscosidad elongacional, "controlables" y "no-controlables" [19]. Un experimento controlable es aquel en el que el esfuerzo o la rapidez de elongación se mantiene constante y se determina el valor estacionario de la otra propiedad. La relación entre el esfuerzo y la rapidez de elongación nos proporciona la viscosidad elongacional.

Una definición de experimento no controlable sería aquel donde el esfuerzo y/o la rapidez de elongación no son constantes.

Entonces, la viscosidad elongacional se define como la relación entre el esfuerzo local y las rapidezces de elongación variables.

1.3.1 Experimentos controlables.

Uno de los experimentos controlables es el método de deformación homogénea, el cual se ilustra en la Fig. 3.

La muestra se encuentra entre dos bloques, uno de los cuales es estacionario y el otro es móvil. En las maquinas de prueba de esta naturaleza, el bloque móvil se desplaza con una velocidad constante por lo que se tiene una "rapidez constante de elongación²", pero no una rapidez de "deformación elongacional

² "Constant rate of extension" se refiere a la deformación absoluta del material expresada en unidades de longitud sobre unidades de tiempo.

constante³, ya que para lograr esto sería necesario que el bloque móvil variara su velocidad exponencialmente con el tiempo.

Actualmente, esto se consigue utilizando un sistema electrónico. Un ejemplo de esto, es el aparato construido por Ballman en el cual utilizó un generador de funciones pre-programado para controlar la velocidad.

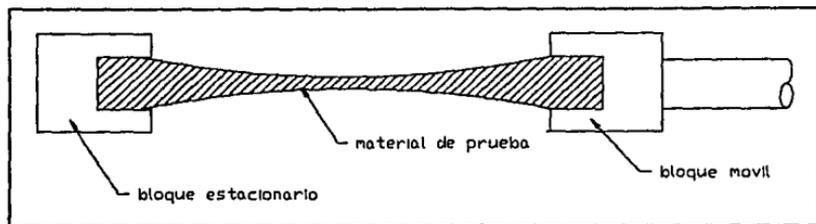


Fig. 3. Método de deformación homogénea.

Un procedimiento alternativo al método anterior, es aplicar un esfuerzo constante, es decir, se aplica una fuerza al bloque móvil la cual decrece en proporción al área transversal del material de prueba.

El método descrito está claramente limitado a fluidos de muy alta viscosidad y aún para algunos materiales, se tienen dificultades para sostener el material en los bloques. Además, no se pueden obtener grandes deformaciones debido al tamaño limitado de las máquinas. Sin embargo, se han hecho ciertos cambios al método anterior con el fin de superar las dificultades existentes, por ejemplo, Meissner en 1969, introduce un nuevo aparato el cual se muestra en la Fig. 4.

³Constant extensional strain-rate se refiere a la deformación relativa del material y se expresa en unidades de velocidad divididas entre unidades de tiempo.

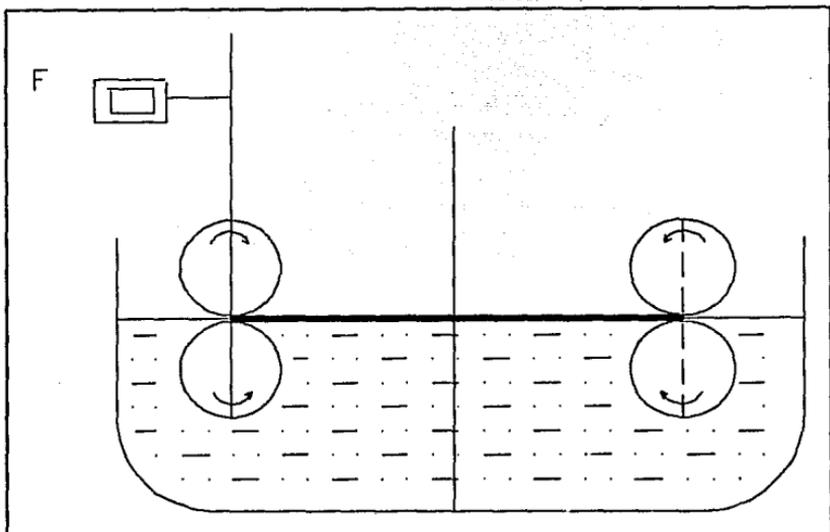


Fig. 4. Aparato de Meissner.

Este aparato consta de dos juegos de ruedas fijas en dos puntos diferentes, las cuales giran con una velocidad angular constante (lo cual nos asegura una rapidez de elongación constante). El arreglo está sumergido en un tanque con aceite de silicón el cual tiene una densidad ligeramente mayor a la del material de prueba. Esto elimina cualquier disturbio por efectos gravitacionales en la geometría del flujo. El esfuerzo F es medido a través de la deformación de un resorte que se encuentra en uno de los cilindros. Este aparato tiene la ventaja de lograr rapidezces de elongación del orden de 1 s^{-1} lo cual supera en un orden de magnitud a las alcanzadas por investigadores anteriores.

En general, es posible decir que los experimentos controlables están limitados a materiales muy viscosos (por ejemplo polímeros en estado fundido) y que hasta el momento, no existe un método para lograr el flujo elongacional estacionario en soluciones

poliméricas. Lo cual constituye una de las necesidades actuales de la reología.

No obstante, los aparatos descritos anteriormente han aportado importante información en el área de los polímeros en estado fundido, aún cuando sería muy importante extender estos experimentos para rangos de rapidez de elongación mayores.

En el caso de las soluciones poliméricas, se observa que es aún más difícil lograr rapidez de elongación constante. Lo anterior está relacionado con el hecho de que hasta el momento, no se ha logrado construir un aparato que sea estacionario desde el punto de vista Lagrangiano y Euleriano y que además sea fácil experimentar con él. Por consecuencia, existe muy poca o ninguna información para viscosidad elongacional estacionaria, lo que justifica el gran trabajo de investigación que se ha desarrollado para experimentos no-controlables, ya que aunque el campo de elongación no sea constante en el tiempo y en la posición es, al menos, medible. En vista de esto, es necesario buscar flujos que tengan una gran componente extensional y para los cuales sea posible medir el esfuerzo o la rapidez de elongación. Los flujos de este tipo son generalmente, estacionarios desde el punto de vista Euleriano pero, rara vez los son desde el punto de vista Lagrangiano. Se debe prestar también una gran atención a la historia de deformaciones del fluido ya que afecta la respuesta de éste al obtener las mediciones.

1.3.2 Experimentos no-controlables.

En este tipo de experimentos, como ya se mencionó, el esfuerzo y/o la rapidez de elongación son variables, por lo que nos permiten obtener una viscosidad elongacional que representará una medición de la resistencia del fluido al flujo elongacional en cuestión. A menudo, esto es todo lo que se requiere para obtener una diferencia cualitativa entre el comportamiento de los líquidos Newtonianos y las soluciones poliméricas diluidas en algunas situaciones de flujo, lo cual justifica, el estudio de los flujos elongacionales

no- controlables.

a) Aparato para enrollado de fibras (fibre-spinning).

Uno de los más populares métodos no-controlables para flujos elongacionales es la adaptación del "fibre spinning" convencional. El aparato original diseñado por Nitschmann y Shrade en 1948. Utiliza un tambor rotatorio para elongar un filamento de líquido. Este método es fácil de utilizar y se obtienen diferentes rapidezces de elongación variando la velocidad angular. Una desventaja de esta técnica es que sólo se pueden obtener rapidezces de elongación del orden de 10 s^{-1} y que sólo es aplicable a líquidos de altas viscosidades. Sin embargo, este problema parece haberse resuelto por Khagram utilizando una bomba de vacío para succionar el fluido que sale de un capilar e introducirlo en otro capilar de menor diámetro, produciendo un pequeño chorro entre la separación de los capilares (ver diagrama esquemático de la Fig. 5). A esta variación del "fiber-spinning" se le llama método de enrollamiento en línea (spin-line). El diámetro del filamento como función de la posición es medido junto con el gasto volumétrico y, la medición del esfuerzo elongacional se obtiene de mediciones de fuerza ya sea en el orificio o en el recipiente donde se colecta.

La similitud de este aparato con la operación comercial de "fibre spinning" es de gran atracción, debido a la facilidad con que se determinan el esfuerzo y la elongación. Sin embargo, el mayor problema es el hecho de que los esfuerzos varían a lo largo del filamento y el experimento es no-estacionario desde el punto de vista Lagrangiano.

Para materiales con memoria, las condiciones del fluido en el tanque alimentador pueden afectar la respuesta de éste a nivel del filamento.

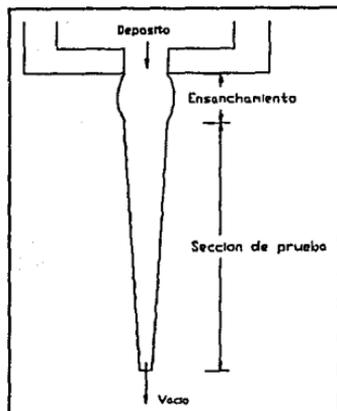


Fig. 5. Diagrama esquemático del método de "spin-line".

En principio, es posible tomar en cuenta lo anterior si el análisis de los resultados experimentales se basa en una amplia discusión de las ecuaciones de movimiento y continuidad así como de las ecuaciones reológicas de estado. Otros factores que influyen tales como la gravedad, la tensión superficial y el arrastre de aire pueden ser corregidos. Sin embargo, un método más aproximado es definir una viscosidad elongacional como la relación del esfuerzo tensorial local entre la rapidez de elongación en un punto del filamento. Cabe recalcar que esta medición no es cuantitativamente la misma que la viscosidad elongacional η_E , pero tiene un valor significativo ya que es una medición de la resistencia de un fluido sometido a deformaciones extensionales de importancia práctica.

b) Método de sifón abierto

Un flujo similar al del método "fibre spinning" es el de sifón abierto o flujo de Fano. Este método se ilustra en la Fig. 6.

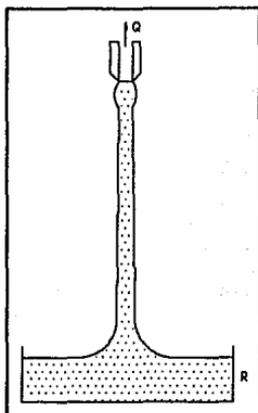


Fig. 6. Método de sifón abierto.

El fluido que se encuentra en un tanque de almacenamiento R es aspirado a través de una boquilla por una bomba de vacío. El gasto Q y las dimensiones de la columna del fluido se miden con el propósito de obtener información acerca de la cinemática del fenómeno y el esfuerzo de elongación se determina midiendo la fuerza en la parte superior de la columna de fluido. También como en el caso del "fibre spinning", se asume que el perfil de velocidades es uniforme en la sección de prueba. Algunos autores señalan que este tipo de flujo tiene una ventaja muy importante sobre el fibre spinning y es que en el método de sifón abierto, el fluido se encuentra en estado "virgen" en contraste con la situación del "fibre spinning" donde el material se somete a esfuerzos cortantes y elongacionales antes de ser succionado para formar el filamento. Es importante enfatizar que ambos tipos de flujo son prácticamente no-estacionarios (en el sentido Lagrangiano) y que la historia de deformaciones experimentada por el material es importante en ambos flujos.

c) Técnica del flujo convergente.

Este método ha sido utilizado para investigar el comportamiento del flujo elongacional en líquidos muy elásticos debido a su fácil uso, sin embargo la interpretación de resultados tiene cierta dificultad. En esta técnica, los materiales de prueba fluyen desde un depósito, a través de un orificio, para introducirse en un capilar de menor diámetro (Fig. 7).

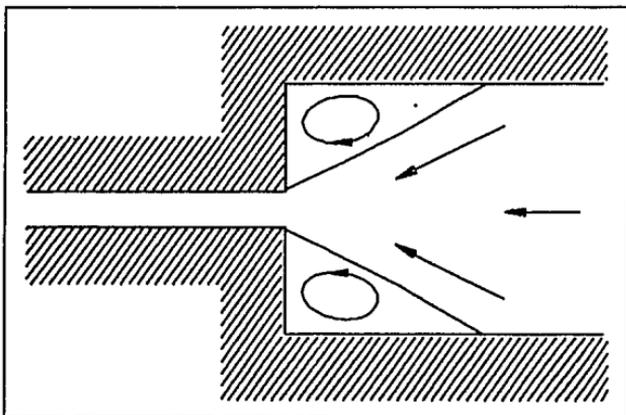


Fig. 7. Diagrama esquemático del método de flujo convergente.

En el diagrama observamos que existen dos regiones, la primera de ellas sólo es de recirculación, en tanto que la segunda tiene una gran componente de flujo extensional. Las mediciones de relevancia son el ángulo del cono y el gasto Q , también se mide el empuje del chorro saliendo del capilar, a fin de relacionarlo con el esfuerzo elongacional.

d) Método del triple chorro.

El método del triple chorro fue desarrollado por Olivier[] en

ocasiona que el líquido del chorro central sea alargado. La variación en la fuerza de la boquilla central se puede utilizar para cuantificar el esfuerzo axial en el chorro, y la rapidez de elongación se obtiene fotografiando el chorro central. De estas fotografías se ha podido comprobar que la rapidez de elongación se mantiene casi constante a lo largo del filamento lo cual es una clara ventaja sobre los otros métodos. Recientes investigaciones sugieren que un cambio de las condiciones en el depósito, puede afectar la respuesta del chorro, lo cual confirma la creencia de que el chorro no tiene el tiempo suficiente para alcanzar el estado estacionario, aún cuando la rapidez de elongación es casi constante.

El método que se propone en este trabajo es una variación del método de "spin-line" y será descrito detalladamente en el Cap. 3. Esta técnica se puede clasificar dentro de los experimentos no-controlables ya que como se observará más adelante, el esfuerzo tensorial y la rapidez de elongación sufrirán cambios en sus magnitudes dependiendo del punto considerado sobre el filamento.

CAPITULO 2.

ASPECTOS TEÓRICOS

2.1 Flujo elongacional.

En la gran mayoría de los reómetros y experimentos, el estudio de los flujos elongacionales así como la medición de sus propiedades se realizan para el caso de extensión uniaxial. Este tipo de deformación se muestra en la Fig. 1.

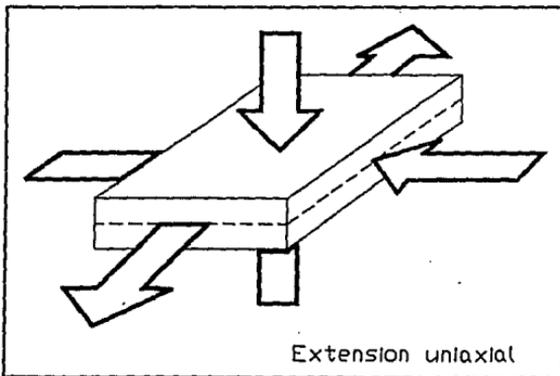


Fig. 1. Extensión uniaxial.

Para este tipo de extensión el tensor rapidez de deformación D está dado por:

$$D = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\dot{\epsilon}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\dot{\epsilon}}{2} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

donde:

$\dot{\epsilon}$ es la rapidez de elongación constante.

Considerando que el tensor D sólo tiene componentes en sus direcciones principales y que el tensor de vorticidad W es igual a cero, se puede deducir que el tensor extra de esfuerzos, r así como el tensor total de esfuerzos, σ , son también diagonales y que las componentes de esfuerzo en las direcciones normales al flujo son iguales una con respecto a la otra [7,14]. Como consecuencia, las únicas funciones materiales diferentes de cero son:

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22}) = (\sigma_{11} - \sigma_{33}) = \dot{\epsilon} \eta_E(\dot{\epsilon}) \quad (2.2)$$

donde η_E es la viscosidad elongacional.

En general, η_E será función de la rapidez de elongación $\dot{\epsilon}$; aunque para fluidos Newtonianos esta será independiente de $\dot{\epsilon}$ y será exactamente tres veces más grande que su viscosidad al corte. A esta relación se le conoce como radio de Trouton [7].

Para fluidos poliméricos este radio de Trouton tomará el valor de tres sólo para bajas rapidezces de elongación es decir,

$$\lim_{\dot{\epsilon} \rightarrow 0} \left(\frac{\eta_E}{\eta_0} \right) = \lim_{\dot{\epsilon} \rightarrow 0} Tr = 3 \quad (2.3)$$

donde η_0 es la viscosidad a cero rapidez de corte.

2.2 Flujo de Couette.

2.2.1 Antecedentes.

La viscosimetría rotacional se ha utilizado frecuentemente para la medición de propiedades en fluidos, considerando como aproximación que estos últimos son sometidos a esfuerzos cortantes simples [7].

Un caso de este tipo de flujo es cuando se tiene un fluido contenido entre dos placas paralelas infinitas, una de las cuales está fija y la segunda de ellas se mueve a una velocidad, V , constante.

La rapidez de deformación en este caso se define como la velocidad V , dividida por el espaciamiento entre las placas, h .

Si se asume que el fluido es incompresible, entonces el esfuerzo σ , se puede descomponer en la presión hidrostática, p , y en un esfuerzo extra, τ :

$$\sigma = -pI + \tau \quad (2.4)$$

A partir de la relación anterior, sólo son determinables las diferencias de las componentes normales del esfuerzo. De ahí que sean tres las propiedades que caracterizan a un fluido. Cada una de estas propiedades dependerá de la rapidez de deformación definida como:

$$\gamma = \frac{V}{h}. \quad (2.5)$$

Estas propiedades consisten en la función de esfuerzo cortante σ , la primera diferencia de esfuerzos normales, N_1 , y la segunda diferencia, N_2 , donde

$$\sigma(\gamma) = \sigma_{xy} \quad (2.6)$$

$$N_1(\gamma) = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \quad (2.7)$$

$$N_2(\gamma) = \sigma_{yy} - \sigma_{zz} \quad (2.8)$$

No obstante, la función del esfuerzo cortante no es muy utilizada, y en su lugar se suele definir una función de la viscosidad al corte,

$$\mu(\gamma) = \frac{\sigma(\gamma)}{\gamma} \quad (2.9)$$

Finalmente, cabe señalar que debido a la relativa facilidad para diseñar aparatos capaces de realizar este tipo de mediciones, el campo de la viscosidad al corte como función de la rapidez de deformación, ocupa un lugar predominante en la literatura existente en reología.

2.2.2 Cilindros concéntricos.

El viscosímetro de cilindros concéntricos es un ejemplo de los aparatos que se han desarrollado para la medición de propiedades. Se usa generalmente para mediciones de viscosidad al corte aunque, en algunas ocasiones, también es posible medir la primera diferencia de esfuerzos normales [2,7]. El sistema de cilindros concéntricos se muestra en la Fig. 2.

El fluido está contenido en el espacio entre los dos cilindros concéntricos. El cilindro interior gira a una velocidad angular constante, Ω_1 , mientras que el cilindro exterior permanece estático (caso particular). Se utiliza un sistema de coordenadas cilíndricas en el cual el radio de los cilindros exterior e interior sean r_0 y r_1 respectivamente.

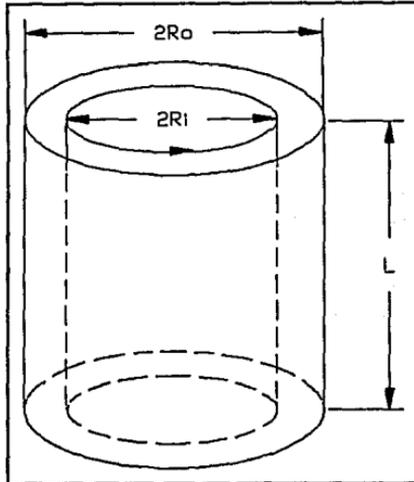


Fig. 2 Geometría de cilindros concéntricos.

Para este sistema, se asume que la velocidad del fluido sólo tendrá componente en la dirección θ y, de la ecuación de continuidad en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (2.10)$$

se obtiene que:

$$(2.11) \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} = 0$$

por lo que:

$$V_\theta = f(r) \quad (2.12)$$

y la rapidez de deformación correspondiente será:

$$\gamma = r \frac{d\omega}{dr} \quad (2.13)$$

Las ecuaciones de movimiento expresadas en términos del esfuerzo para coordenadas cilíndricas (r, θ, z) son las siguientes:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_x}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{x\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{xx} - \sigma_{\theta\theta}) + \rho b_x$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_x v_\theta}{r} + v_x \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \sigma_{x\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{x\theta} + \rho b_\theta$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \sigma_{xz} + \rho b_z$$

Las ecuaciones anteriores quedan reducidas, considerando la condición que representa la ec. (2.12) a las siguientes relaciones:

$$-pr\omega^2 = -\frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rz} - \sigma_{\theta\theta}) \quad (2.17)$$

$$0 = \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta} + \frac{2}{r}\sigma_{r\theta} \quad (2.18)$$

$$0 = \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} \quad (2.19)$$

Sustituyendo $\sigma = \sigma(\dot{\gamma})$ en las ecs. (2.17) y (2.18) y diferenciando la primera de éstas con respecto a θ y la segunda con respecto a r e igualando las dos expresiones a través de

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \theta} \quad (2.20)$$

se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial r} + 2\sigma_{r\theta} \right) = 0 \quad (2.21)$$

Resolviendo la expresión anterior, se obtiene

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{2}C_1 + \frac{C_2}{r^2} \quad (2.22)$$

donde C_1 y C_2 son constantes de integración. La primera de éstas se evalúa sustituyendo la ec. (2.22) en (2.18) y utilizando las ecs. (2.13) y $\sigma = \sigma(\dot{\gamma})$ para obtener que:

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = C_1 \quad (2.23)$$

La ecuación anterior dice que la presión p será función de la posición angular lo cual es, físicamente imposible, por lo que se asume que $C_1 = 0$. Para evaluar C_2 , se calcula el torque por unidad

de longitud del cilindro T , el cual, para cualquier posición radial está dado por:

$$T = 2\pi r^2 \sigma_{r\theta} \quad (2.24)$$

y se sustituye en la ec. (2.22), para obtener que:

$$C_2 = \frac{T}{2\pi} \quad (2.25)$$

A partir de este punto, se pueden considerar dos situaciones distintas; una de ellas es cuando se tiene una separación entre cilindros grande (ver Ref. [7,14,19]) y, la que nos ocupa en este caso, donde se tiene una separación entre cilindros pequeña.

Si se considera que la rapidez al corte se mantendrá constante para separaciones pequeñas entre cilindros, entonces, se puede definir de la siguiente manera:

$$\gamma = \frac{r_i \Delta \Omega}{r_0 - r_i} \quad (2.26)$$

En el caso particular del viscosímetro que se utilizó en este trabajo, la velocidad angular no será una diferencia, sino que será solamente la velocidad angular del cilindro en movimiento, que en este caso es el interior.

Si se ha considerado que la rapidez de deformación se mantendrá constante, entonces el esfuerzo cortante se comportará de la misma forma; lo cual permite, que al combinar las ecs. (2.24) y (2.26) se obtenga una relación que determine la viscosidad al corte:

$$\mu(\gamma) = \frac{T(r_0 - r_i)}{2\pi r_i^3 \Delta \Omega} \quad (2.27)$$

De esta forma, se podrá obtener un valor de viscosidad al corte midiendo el torque total actuando sobre el cilindro interior y dividiéndolo entre la longitud total de éste último.

CAPITULO 3.

ANÁLISIS EXPERIMENTAL PARA FLUJO ELONGACIONAL ENTRE DOS ORIFICIOS.

En la actualidad existen muy pocos viscosímetros en los cuales se puedan tomar mediciones de viscosidad elongacional para un flujo elongacional cuasi-estático [7,19], aunque para estos aparatos la interpretación de mediciones sigue siendo una dificultad. Si se analizan los métodos descritos en el Cap. 1 para medir la viscosidad elongacional y las aplicaciones de ésta, se puede notar que en la gran mayoría de los casos, el fluido ha sido sometido a esfuerzos cortantes previos, lo cual involucra una historia de deformaciones desconocida; que afectará los resultados que se obtengan haciendo más complicada la labor de interpretación de resultados.

Por lo anterior es esencial desarrollar un aparato que sea capaz de proporcionar mediciones simultáneas de viscosidad elongacional y de viscosidad al corte principalmente para soluciones poliméricas diluidas y semi-diluidas, materiales para los cuales el conocimiento de la reología se encuentra aún limitado.

El viscosímetro que se propone en este proyecto, es un aparato simple, el cual permite obtener, simultáneamente valores de viscosidad al corte y en extensión, para soluciones poliméricas diluidas y semi-diluidas. Las mediciones de viscosidad al corte se obtienen de un flujo viscométrico entre cilindros concéntricos, el cual impone una historia de deformaciones controlada al fluido.

Posteriormente, se produce un flujo elongacional aplicando

succión a través de un orificio en la parte inferior de la separación de los cilindros concéntricos.

El esfuerzo tensorial se mide en el aparato de Couette y el diámetro del filamento proporciona las mediciones instantáneas de la rapidez de elongación.

En resumen, el aparato permite establecer la relación (en caso de que esta exista) entre un movimiento cortante simple (cilindros concéntricos) y un movimiento extensional uniaxial de estado cuasi-permanente para soluciones poliméricas. Si bien el movimiento cortante simple es un problema cuya solución es ampliamente conocida y permite obtener valores de viscosidad relativamente precisos, el flujo elongacional entre dos orificios presenta una mayor dificultad en su solución y en su análisis; por lo tanto, el valor absoluto de viscosidad obtenido por este método, no es de ninguna manera una medición precisa. Sin embargo, el sistema permite una evaluación directa cualitativamente correcta de la influencia de un movimiento cortante simple sobre las propiedades elongacionales de un material polimérico.

3.1 Descripción del aparato.

El diseño del viscosímetro elongacional - corte para soluciones poliméricas diluidas y semi-diluidas se basa esencialmente, en la modificación de un viscosímetro rotatorio comercial (Brookfield). Este viscosímetro proporciona directamente lecturas del par actuando sobre un cilindro, en función de la velocidad angular impuesta al mismo. Esta lectura se multiplica por un factor de calibración el cual dependerá del tamaño del cilindro utilizado. El análisis teórico de este tipo de flujo, es obviamente un caso especial del analizado en el Cap. anterior para flujo entre cilindros concéntricos,

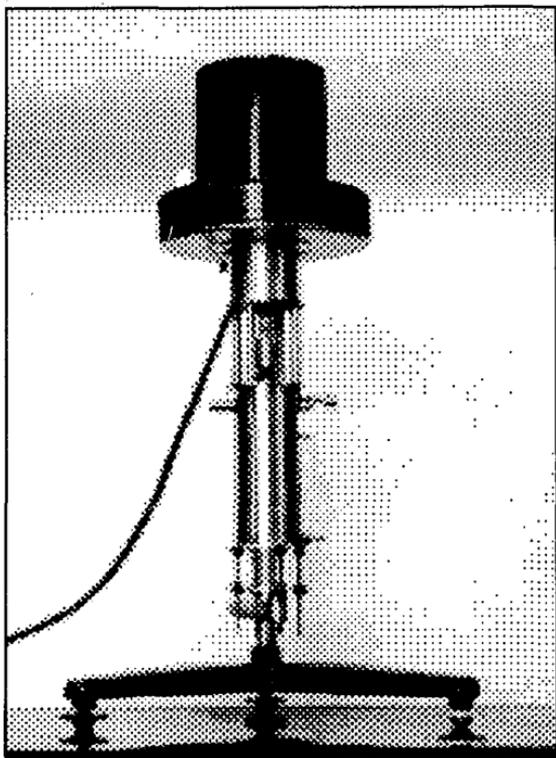
En nuestro caso se modificó el aparato anterior convirtiéndolo en un viscosímetro de cilindros concéntricos tipo Couette.

La parte elongacional del aparato, es similar al sistema utilizado en el enrollamiento en línea (spin-line), aplicado a soluciones diluidas. Este método se describió en el Cap. 1, y aunque se mencionó que se aplicaba en polímeros muy viscosos, ya se han hecho varios intentos de modificarlo con el fin de aplicarlo en soluciones poliméricas de baja viscosidad con relativo éxito. Por ejemplo, Shridar y Gupta[6] utilizan el principio del fibre-spinning pero en vez de utilizar un tambor rotatorio para elongar el polímero, utilizan una bomba de vacío para succionar el fluido y formar un filamento entre dos capilares, sin embargo, parece evidente la dificultad de establecer el flujo extensional entre éstos.

El diseño del viscosímetro elongacional-corte, está basado en el flujo que se forma entre dos orificios verticalmente alineados cuando se aplica succión en el orificio inferior. El flujo resultante forma un filamento de diámetro monotónicamente decreciente el cual puede ser analizado experimentalmente. En conjunto, el aparato experimental que se muestra en la fotografía 1 consiste en un viscosímetro Brookfield, al cual se

adaptaron dos cilindros concéntricos. El cilindro interior tiene un diámetro interno de 2.5 cm en tanto que el cilindro exterior mide 2.7 cm de diámetro. Por lo tanto el espaciamiento entre los dos cilindros es de 0.2 cm y tienen una longitud de 10.7 cm. El cilindro interior tiene una conicidad en su parte inferior de tres grados con el objeto de minimizar efectos de pared. El cilindro interior es de aluminio hueco para aligerar la carga soportada por la flecha del motor del viscosímetro Brookfield. El cilindro exterior es de acero inoxidable. Está sostenido sobre la base común del aparato. La base está unida con la placa superior del cilindro por medio de tornillos. Tanto la placa superior como la inferior del cilindro son de acero inoxidable. En la placa inferior del cilindro, existe un orificio de 0.12 cm, por donde sale el fluido para ser elongado e introducirse en un segundo orificio de 0.078 cm.

El cilindro exterior también cuenta con la entrada de la alimentación, la purga y tres entradas para transductores de presión.



Fotografia 1. Aparato Experimental.

3.2 Arreglo experimental.

El arreglo experimental que se implementó para este proyecto se ilustra en el diagrama esquemático de la Fig. 1.

Consiste esencialmente en una bomba peristáltica modelo 7565 Masterflex que se encarga de transportar el fluido de prueba desde el tanque de depósito A hacia una botella amortiguadora B y de aquí al viscosímetro.

El fluido entra al viscosímetro por la entrada de alimentación C a un gasto constante y es sometido a una rapidez de corte constante cuando se encuentra en el espacio entre los cilindros concéntricos, antes de salir por el orificio de diámetro D. Una vez que se alcanza el régimen estacionario se aplica succión en el orificio D, a través de un segundo orificio de menor diámetro d , el cual está separado del primero una distancia "h" que puede variarse.

Cabe señalar, que ambos orificios se encuentran alineados coaxialmente. El orificio "d" de la placa móvil está conectado directamente a una bomba de vacío que es la que provee la succión. Cuando se aplica el vacío, se forma un filamento entre ambos orificios. Este filamento está siendo elongado por un esfuerzo tensorial el cual se mide directamente con los transductores de presión que se encuentran en el cilindro exterior. La imagen del filamento es filmada y fotografiada para obtener las mediciones de los diámetros del filamento.

Finalmente, el fluido que se succiona en la placa inferior es llevado a una trampa de vacío en la cual es recolectado.

3.2.1 Instrumentación.

La instrumentación del viscosímetro se realizó tomando en cuenta las variables que se consideraron importantes de medir. Estas variables son el gasto volumétrico, el torque, la velocidad angular, el esfuerzo tensorial, la separación entre placas y el

diámetro del filamento.

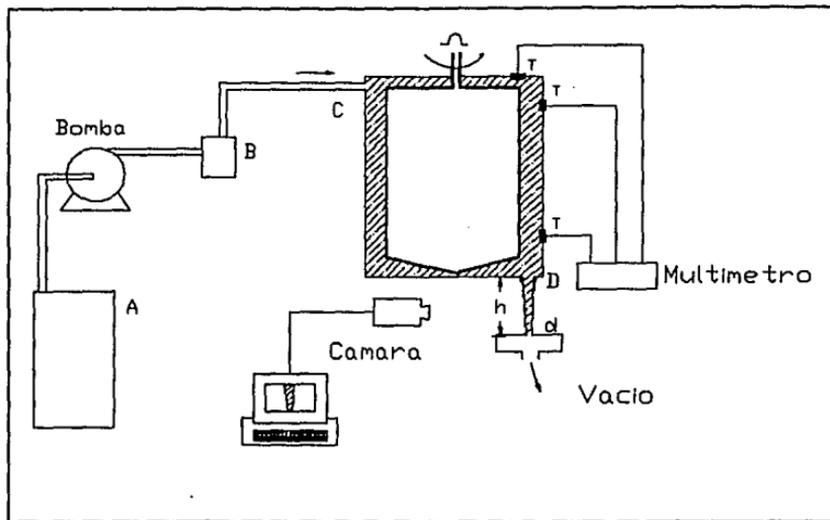


Fig. 1. Arreglo experimental.

3.2.1.1 Medición de gasto.

La medición del gasto se efectuó de dos maneras distintas con el objeto de comparar los resultados. Una de ellas era calibrar para el fluido de prueba la bomba peristáltica, y utilizar el medidor de flujo que trae implementado. La otra manera consistía en recolectar en un vaso de precipitado graduado, el fluido que sale del orificio de la placa superior del viscosímetro elongacional para un cierto período de tiempo; el cual se tomaba por medio de un cronómetro.

3.2.1.2 Medición de torque y velocidad angular.

Como ya se había mencionado anteriormente, las mediciones de torque y velocidad angular se realizan directamente del

viscosímetro Brookfield. Una ventaja muy importante de la utilización de este sistema es que podemos seleccionar dentro de un cierto rango, la velocidad angular a la que se desea trabajar y mantenerla constante.

3.2.1.3 *Medición de esfuerzo.*

La medición del esfuerzo es una de las partes más importantes de este experimento, ya que la variación de éste muestra de una manera clara el comportamiento del sistema.

Una vez que se ha establecido el flujo elongacional entre las dos placas del viscosímetro, la presión inicial del aparato, tiende a decrecer hasta que se restablece el estado cuasi-estático del fluido. Esta variación se debe al esfuerzo tensorial que existe a la salida del orificio de la placa superior. Este esfuerzo tensorial es a su vez, resultado de la extensión que está sufriendo el fluido.

Por lo tanto, el esfuerzo tensorial aplicado, se puede traducir en un cambio de presión antes y después de aplicar succión al fluido.

Este cambio de presión se midió por medio de tres transductores de presión del tipo diferencial (Druck Co Ltd, GB) los cuales se calibraron aplicándoles presiones conocidas por medio de columnas de agua y registrando sus respuestas. La posición de estos transductores T en el viscosímetro se muestra en la Fig. 1.

El objeto de colocar tres transductores fue comprobar que existía aproximadamente la misma presión en los tres puntos lo cual resultó cierto en nuestro caso.

La lectura de presión se tomó para cada uno de los tres transductores por medio de un multímetro. La medición que era en milivolts, se traducía a Pascales utilizando la recta de calibración del transductor en cuestión. Este proceso se llevó al cabo por medio de un sencillo programa de computadora al que se

ingresan los datos en las unidades en que son medidos y, los cambia a las unidades que correspondan.

3.2.1.4 Medición del diámetro del filamento.

El diámetro del filamento a partir del cual se obtienen los valores de rapidez de elongación, es otra variable de gran importancia, por lo que se cuidó mucho este aspecto del proyecto. Una vez establecido el flujo, se filma el filamento por medio de una cámara de video a fin de observarlo posteriormente y de tomar las mediciones de diámetro sobre la pantalla del monitor con la ayuda de un Vernier. Se mide también la escala que se coloca en el mismo plano del filamento, y todos los datos se ingresan al programa de computadora. Otra técnica que se utilizó es fotografiar el flujo lo más cerca posible con la ayuda de lentes de acercamiento. Posteriormente, se mide el diámetro sobre una amplificación de estas fotografías con la ayuda de un lente de aumento.

Sin embargo, ninguno de los métodos anteriores es completamente satisfactorio por lo que, se optó por proyectar sobre una pantalla milimétrica el filamento y medir tanto los diámetros en diferentes puntos como la escala a la que se encontraba amplificada la imagen tomando como referencia una distancia conocida.

3.2.2 Fluido de prueba y caracterización.

El fluido de prueba que se utilizó es una solución polimérica de SEPARAN AP 30, una poliacrilamida aniónica fabricada por la Dow Chemical Company. Se preparó una solución acuosa al 0.5%. El polímero era disuelto un día antes de utilizarlo con la ayuda de una mezcladora.

La caracterización del polímero se realizó en un Reómetro Weissenberg R-18, utilizando geometría de cono y plato obteniendo mediciones de viscosidad al corte y esfuerzo normal, las cuales se muestran en la gráfica de la Fig. 2. [10].

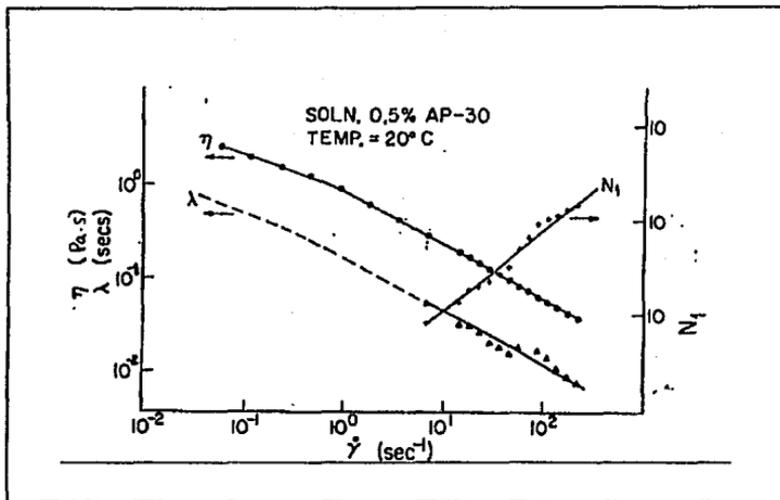


Fig. 2. Gráfica de viscosidad al corte vs. rapidez de deformación.

3.3 Metodología.

La metodología para obtener las mediciones necesarias fue la siguiente:

1- Preparación de la solución polimérica un día antes de ser utilizada.

2- Almacenamiento de esta solución en el tanque de depósito de donde se bombea a la botella amortiguadora y de ahí al viscosímetro.

3- Una vez que se tiene un gasto constante, se toman las lecturas de gasto en la bomba peristáltica y la del transductor de presión en el multímetro.

4- Se aplica succión por medio de la bomba de vacío y una vez que se establece el flujo elongacional, se toma la nueva lectura del transductor de presión en el multímetro.

5- El filamento se filma con una cámara de video y además es fotografiado usando una cámara equipada con lentes de acercamiento.

6- Para el mismo gasto, succión y separación entre placas se somete al fluido a un flujo cortante antes de salir por el orificio y ser elongado. Este flujo cortante se logra con la ayuda del viscosímetro Brookfield, con el cual se hace girar el cilindro interior del viscosímetro elongacional a una cierta velocidad angular.

7- Para una velocidad angular de 30 r.p.m. se toma nuevamente la lectura del transductor de presión, se filma y fotografía el filamento. Posteriormente se repite lo anterior para una velocidad angular de 60 r.p.m..

8- Una vez que se tienen los datos para los tres casos anteriores,

se detienen la bomba de vacío y el flujo de la solución polimérica. Entonces, se varía la separación entre placas y se establece otro gasto constante para realizar otra serie experimental.

Cabe señalar que sólo se utilizaron las mayores velocidades angulares (30 y 60 r.p.m.) ya que no se observó ninguna variación en la lectura del transductor para otras velocidades.

3.4 Análisis de datos y resultados.

3.4.1 Fluido newtoniano.

Una manera de comprobar el funcionamiento de cualquier viscosímetro elongacional es utilizarlo con un fluido Newtoniano ya que, para este tipo de fluidos, el cociente de la viscosidad elongacional con respecto a la viscosidad al corte es igual a 3; a ésta relación se le conoce como relación de Trouton [7]. Esto significa que si conocemos la viscosidad al corte de un fluido Newtoniano su viscosidad elongacional será tres veces mayor. No obstante, establecer un flujo elongacional con un fluido Newtoniano es de gran dificultad por lo que sólo lo han realizado muy pocos investigadores y la gran mayoría sólo para fluidos de grandes viscosidades. En la Tabla 1 se mencionan los investigadores que lo han realizado este tipo de experimento y sus resultados obtenidos.

Para verificar el comportamiento del viscosímetro que se propone en este trabajo, se utilizó un aceite SAE 30 cuya viscosidad al corte resultó de 0.36 [Pa·s]. Se tomaron algunos datos experimentales siguiendo la metodología que se explicó anteriormente con la única diferencia de que no se sometió al fluido a un pre-corte sino que, solamente se le aplicó succión.

El análisis de los datos experimentales se realizó de la misma manera para el fluido Newtoniano y la solución polimérica, el método utilizado así como las relaciones empleadas se explican más adelante cuando se hable de ésta última.

Los resultados obtenidos para el fluido Newtoniano se muestran en las Figs. 3-4. En éstas gráficas se puede apreciar que el funcionamiento del viscosímetro es bastante aceptable sobretodo, si se toma en cuenta, la dificultad que implica este tipo de experimento debido a la baja viscosidad del fluido utilizado. Así pues, se observa que la viscosidad elongacional del aceite SAE 30 que debiera ser de 1.08 [Pa·s] varía entre 0.69 y 2.19 dando un margen de error de aproximadamente $\pm 30\%$.

TABLA 1.
Viscosidad elongacional de fluidos Newtonianos

Autores	Fluidos	Viscosidad [Pa·s]	Rapidez de elongación	Radio de Trouton
Wienberger & Goddard (1974)	Aceite de silicón	102	0.5-10	2.4-3.6
Mewis & Metzner (1974)	Polibuteno	24	1.6-5	2.7-3.3
Baid & Metzner (1977)	Polibuteno	23	2-10	2.6-3.8
Chang & Denn (1979)	Miel de maíz	25	-	4
Hau & Flummerfelt (1975)	Aceite	750	0.08-0.14	3.1-3.5
Jackson (1984)	Miel de Malta	104	2-5	
Balmer & Hochschild (1978)	Glicerina- agua	0.357	4000-9000	1.7-3.36
Sridhar & Gupta (1985)	Glicerina- agua	0.4-1.7	40-180	2.7-3.3
Fuller (1987)	Glicerina- agua	0.12-0.25	200-4000	2.4-3.9
Becraft & Metzner (1987)	Viscasil	30	1-30	2.4-3.9
Mena & Gama & Zenit (1991)	Aceite	0.36	46-180	1.9-6

Referencia [7]

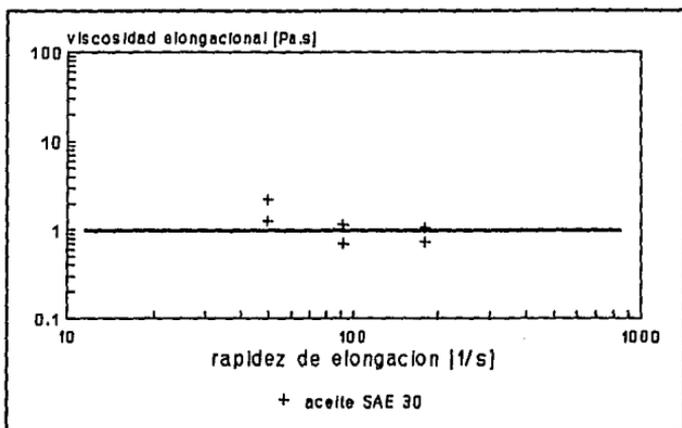


Fig. 3. Gráfica de viscosidad elongacional vs. rapidez de elongación.

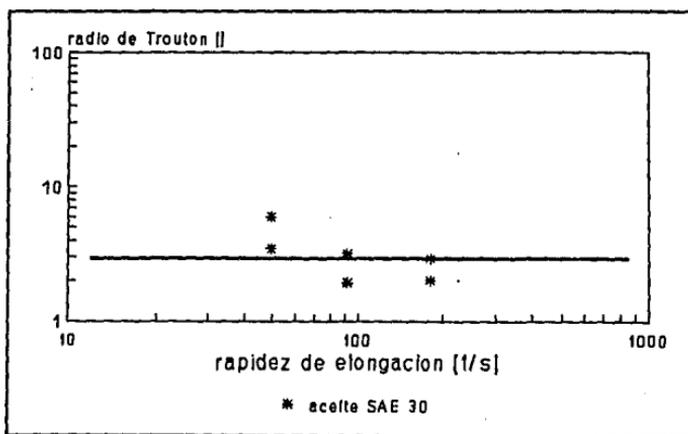
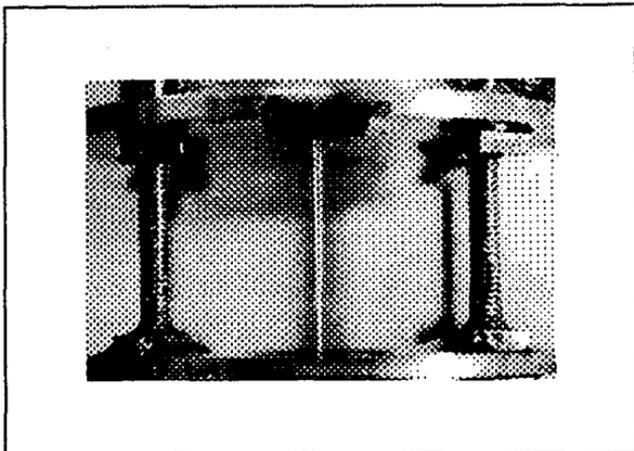


Fig. 4. Gráfica del radio Trouton vs. rapidez de elongación.

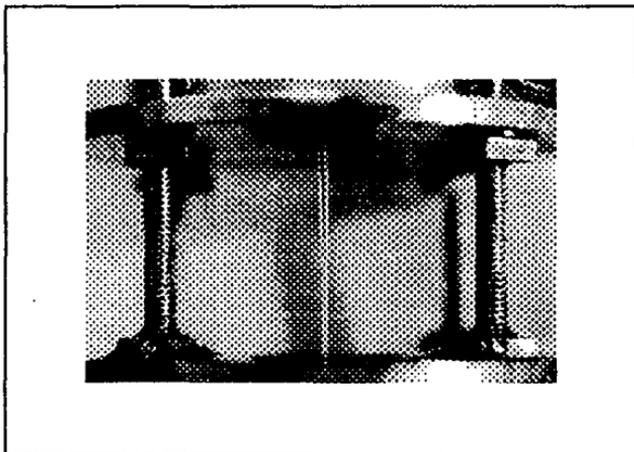
3.4.2 Solución polimérica.

Los datos experimentales de la solución al 0.5% de SEPARAN AP30 se obtuvieron para un rango de gastos volumétricos que varía de 0.5 a 2 [cm³/s] y para separaciones entre placas que van desde 1.9 a 3.2 [cm]. Para obtener las características de la solución polimérica se mide el diámetro del filamento a lo largo de éste considerando secciones iguales entre cada medición. Los detalles concernientes al diámetro del filamento se ilustran en las Figs. A.

Cabe notar que en general, el diámetro del filamento tiende a disminuir cuando se le aplica un pre-corte al fluido. La magnitud de esta disminución depende de la separación entre los orificios y del gasto. Por ejemplo, para separaciones pequeñas (1.96 cm), el diámetro presenta cambios casi imperceptibles independientemente del gasto considerado, mientras que para separaciones intermedias (2.94 cm), el cambio es más notable, disminuyendo al aumentar la rapidez de corte. Sin embargo, en el caso de separaciones grandes (3.2 cm) el cambio de diámetros se hace menor. Esto es debido a que la succión aplicada ya no ejerce suficiente influencia sobre el diámetro del filamento aunque lo haga sobre el esfuerzo a lo largo del mismo. En las fotografías 2 y 3 se muestran dos imágenes típicas del filamento, donde se puede observar el cambio de diámetro que sufre el fluido al ser elongado.



Fotografia 2. Filamento típico sin pre-corte.



Fotografia 3. Filamento típico con pre-corte (30 r.p.m.).

3.4.2.1 Velocidad.

Considerando que el perfil de velocidades se conserva uniforme a lo largo del filamento (véanse por ejemplo Ref. [2]), se puede conocer su velocidad axial utilizando valores del diámetro y del gasto mediante la siguiente relación:

$$V=4 \frac{Q}{\pi d^2} \quad (3.1)$$

donde :

V velocidad axial [cm/s]

Q gasto volumétrico [cm³/s]

d diámetro del filamento [cm]

En las Figs. B se muestran algunos ejemplos de la variación de velocidad a lo largo del filamento. Como se podrá observar la velocidad varía inversamente con el diámetro tal y como se esperaba. Nótese que la velocidad ha sido adimensionalizada con respecto a la velocidad de salida del orificio superior. Esto permite la comparación de resultados con los obtenidos por otros métodos tales como sifón abierto, enrollamiento en línea (spin-line) y similares [1,7,12].

3.4.2.2 Rapidez de elongación.

Un elemento importante en el análisis de datos es el valor de la rapidez de elongación. En general, cuando la longitud del filamento es pequeña, algunos autores [16] suponen que la rapidez de elongación se mantiene constante a lo largo de éste. No obstante, y a manera de comparación, se calculó la rapidez de elongación a lo largo de todo el filamento.

La rapidez de elongación se define como:

donde:

$\dot{\epsilon}$ rapidez de elongación [s⁻¹]

V velocidad [cm/s]

z es la longitud del filamento [cm]

entonces se puede calcular la rapidez de elongación $\dot{\epsilon}$ en cualquier

$$\epsilon' = \frac{dv}{dz} \quad (3.2)$$

sección del filamento mediante la siguiente relación:

$$\epsilon' = \frac{V_2 - V_1}{Z_2 - Z_1} \quad (3.3)$$

donde:

V_1 es la velocidad en la salida del orificio superior [cm/s]
 V_2 es la velocidad en la entrada del orificio inferior [cm/s]
 z es la longitud del filamento.

Las gráficas obtenidas se muestran en las Figs. D donde se puede apreciar que la rapidez de elongación se mantiene casi constante en todo el filamento por lo cual es posible hablar de una rapidez de elongación promedio en todo el filamento. Con el fin de simplificar el proceso de obtención de un valor de rapidez de elongación promedio, se utilizaron tres métodos diferentes de análisis para compararlos entre sí y observar las diferencias entre ellos.

Método 1. Uno de los métodos es precisamente medir el diámetro del filamento en secciones separadas una misma distancia entre ellas, calcular la rapidez de elongación en cada sección y finalmente, obtener un promedio de ésta para todo el filamento.

Método 2. Otro método de análisis consiste en tomar sólo un rango del filamento y realizar las mediciones de diámetro en puntos separados la misma distancia entre sí, calcular la rapidez de elongación en cada sección y, por último, obtener una rapidez de elongación promedio para ese rango.

Método 3. El tercer método utilizado consiste en obtener un sólo valor de rapidez de elongación en todo el filamento considerando que el diámetro superior del filamento coincide con el diámetro físico del barreno de la placa superior, es decir 0.12 [cm]; y que el diámetro inferior es el medido a la entrada del chorro en el orificio inferior. Esto es justificable puesto que el diámetro del filamento es siempre menor que el orificio inferior debido a la succión.

Algunos de los resultados obtenidos para cada uno de los métodos considerados se muestran en la Tabla 2.

Se puede observar que la rapidez de elongación en los tres casos es casi la misma, aunque esta similitud es más notable para el caso del promedio general (Método 1) y el análisis entre las placas (Método 3).

Tomando en cuenta lo anterior, y considerando que uno de los objetivos del aparato de medición es obtener resultados de la forma más simple que sea posible, se decidió utilizar el análisis entre placas para calcular la rapidez de elongación de los experimentos futuros, ya que el resultado que se obtiene es muy similar al obtenido tomando en cuenta todo el filamento que sería el método más exacto pero también el más complicado.

TABLA 2.

Comparación de las rapidezces de elongación obtenidas con diferentes métodos.

Experimento	Promedio	Análisis	Análisis entre
	general	en un rango	orificios
	Método 1	Método 2	Método 3
1	181.8	161.1	201.5
2	146.1	167.9	168.3
3	162.4	74	168.3
4	113.5	73.5	126.7
5	139.2	82.2	151.6
6	162.8	114	166.1
7	298.4	169.5	262.8
8	106.7	88.6	108.4
9	180.4	126.6	180.1
10	152.4	152.4	153.5
11	169.8	169.9	172.8
12	153.8	153.8	153.5
13	126	127.1	129.7
14	189.8	123.4	196.5
15	354.4	181.3	332.4
16	212.2	220.5	192.7
17	165.6	127.8	176.4
18	143.1	109.2	137.5
19	268.4	174.1	249.3
20	241.5	139.3	225.4

3.4.2.3 Esfuerzo.

Una vez que se conoce el esfuerzo tensorial T_{11} a la salida del orificio superior, se puede calcular el esfuerzo a lo largo del filamento con la ayuda de un balance de masa y momentum:

$$\int_{C.A} \rho V(V \cdot dA) = \sum F. \quad (3.4)$$

Aplicando la ecuación anterior al volumen de control de la Fig. 5, se obtiene

$$\rho \left[\int_{A_1} V^2 dA - \int_{A_0} V^2 dA \right] = F_0 - F_1 - F_{T.S.} - F_g \quad (3.5)$$

donde:

F_0 es la fuerza en z_0 ($T_{11} \cdot A_0$)

F_1 es la fuerza en z_1

$F_{T.S.}$ es la fuerza debida a la tensión superficial la cual se expresa como

$$F_{T.S.} = 2\pi\gamma [r_1 \cos\theta_1 - r_0 \cos\theta_0] \quad (3.6)$$

F_g es la fuerza debida a la gravedad la cual se puede calcular como

$$F_g = \rho g \pi \int_{z_0}^{z_1} r^2 z dz \quad (3.7)$$

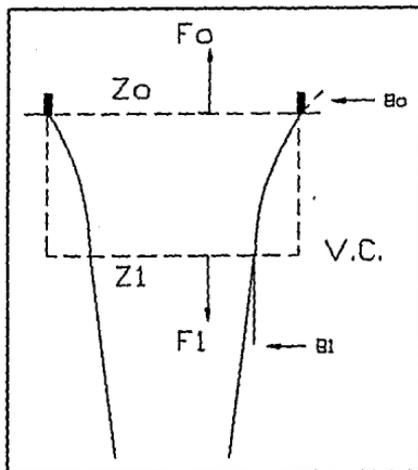


Fig. 5. Volúmen de control para el balance de masa y momentum.

Considerando que el perfil de velocidades es plano a lo largo del filamento se tiene que :

$$\int_{A_0} V_0^2 dA_0 = V_0^2 A_0 \quad (3.8)$$

y de igual forma,

$$\int_{A_1} V_1^2 dA_1 = V_1^2 A_1. \quad (3.9)$$

Sustituyendo las ecs. (3.8) y (3.9) en la ec. (3.5) y considerando que \$F_{T,s}\$ y \$F_g\$ son mucho menores que \$F_0\$ y \$F_1\$ [], se obtiene finalmente la ecuación siguiente:

$$\rho V_1^2 A_1 - \rho V_0^2 A_0 = F_0 - F_1. \quad (3.10)$$

Expresando la ecuación anterior sólo en términos de velocidad y presión se tiene que :

$$P_1 = \rho V_1 [V_1 - V_0] + P_0 \frac{V_1}{V_0} \quad (3.11)$$

ahora si se realiza el análisis anterior en otra porción del filamento, se llegará a una fórmula iterativa con la cual se calcula el esfuerzo en cada punto n del filamento.

Finalmente, el esfuerzo en cualquier punto del filamento será:

$$P_n = P_{n-1} \frac{V_n}{V_{n-1}} + \rho V_n [V_n - V_{n-1}]. \quad (3.12)$$

Los resultados obtenidos experimentalmente se muestran en las Figs. C.

En las Figs. C se puede observar que el esfuerzo tensorial aumenta de valor a lo largo del filamento llegando a un valor máximo al entrar al orificio de la placa inferior. El comportamiento del esfuerzo para los casos en que la solución ha sido sometida a un pre-corte, es cualitativamente similar al caso sin corte pero con un valor considerablemente menor; la mayor disminución se presenta para el mayor valor de pre-corte (rapidez de deformación). Este comportamiento es común a todos los casos examinados. Nótese que la mayor disminución de esfuerzo ocurre para pequeñas separaciones entre las placas.

3.4.2.4 Viscosidad elongacional aparente.

De los datos anteriores, se puede deducir un valor de viscosidad elongacional aparente, en cada punto del filamento, mediante la siguiente relación:

$$\eta_E = \frac{P_n}{\dot{\epsilon}}$$

(3.13)

donde:

η_E es la viscosidad elongacional aparente

P_n es el esfuerzo tensorial en el punto n

$\dot{\epsilon}$ es la rapidez de deformación.

Bajo estas condiciones, la viscosidad elongacional varía a lo largo del filamento (ver Figs. E), aunque podrá observarse que permanece constante durante un amplio rango del mismo. Así mismo, se observa que dicha viscosidad elongacional resulta mucho menor para los casos en que el fluido ha sido sometido a pre-corte.

3.5 Resultados globales promedio.

Con objeto de evaluar los datos anteriores de una manera global, es decir pretendiendo utilizar el aparato como un viscosímetro (y no como un medio de análisis de un flujo elongacional entre orificios) se presentan curvas de viscosidad elongacional aparente promedio vs. rapidez de elongación promedio, o bien resultados de esfuerzo tensorial promedio vs. rapidez de elongación promedio. Dichas gráficas permiten evaluar la influencia ejercida por un estado de pre-corte sobre las propiedades elongacionales. De esta manera, se puede tratar de establecer una relación (en caso de que esta exista) entre la viscosidad al corte y la viscosidad a la elongación de una solución polimérica diluida. Figs. 4 y 5.

Podrá observarse que el valor de la viscosidad elongacional aparente en el caso sin pre-corte y a 30 r.p.m. presenta valores que abarcan una franja entre 70 y 100 Pa*s sin ofrecer la posibilidad de distinguir variaciones debidas al pre-corte. Sin embargo, para valores de pre-corte considerables (60 r.p.m.), los valores de viscosidad elongacional aparente forman una franja entre 30 y 50 Pa*s, es decir una reducción en viscosidad elongacional del 50% con respecto al caso anterior. Nótese que la franja de error absoluto en las mediciones de viscosidad elongacional aparente es del 30% ($\pm 15\%$) lo cual no es sorprendente ya que en mediciones similares en otros tipos de aparatos (spin-line, sifón abierto, etc) el rango de error es del 100% o más (véanse Refs.[1,6,19]).

El análisis equivalente de la gráfica de esfuerzo tensorial promedio vs. rapidez de elongación promedio confirma los resultados anteriores, es decir, una disminución de esfuerzo tensorial total en el caso de pre-corte a 60 r.p.m.

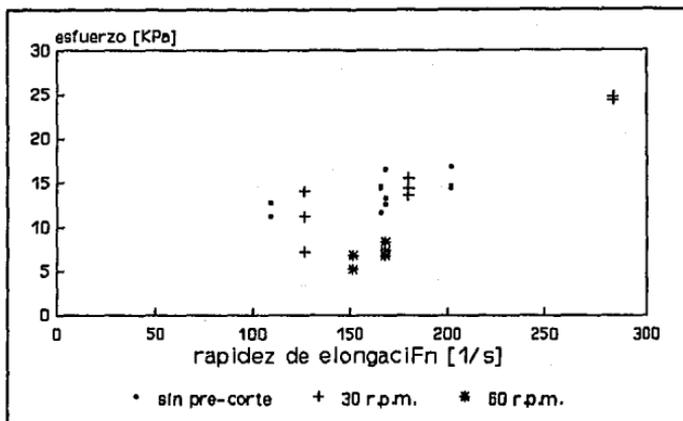


Fig. 4. Gráfica de esfuerzo promedio vs. rapidez de elongación promedio.

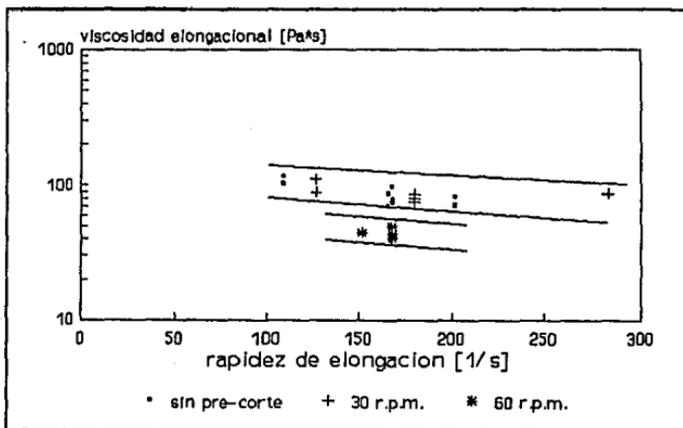


Fig. 5. Gráfica de viscosidad elongacional promedio vs. rapidez de elongación promedio.

En las gráficas anteriores, se puede notar la restringida cantidad de puntos experimentales. Esto es debido a las dificultades inherentes de medición y a ciertas anomalías las cuales merecen el párrafo explicativo que a continuación se presenta.

3.6 Anomalías, dificultades y recomendaciones.

Inicialmente se desarrollaron experimentos continuamente durante varios días notándose una gran discrepancia en los resultados obtenidos. La razón de esta discrepancia se encontró en la evaporación del solvente (agua) al pasar por la trampa de vacío del equipo de succión. Dicha evaporación da como resultado un aumento de concentración de polímero en la solución con el consiguiente aumento de viscosidad y cambio de propiedades. Por lo tanto, se procedió a analizar los resultados diariamente y a no recircular el líquido una vez pasado por el viscosímetro. Obviamente esto reduce el número de puntos en las curvas anteriores.

Otra dificultad inherente al sistema es la debida al reducido tamaño de los cilindros concéntricos. Como ya se explicó el sistema era una adaptación de un viscosímetro comercial con medición de torque; así el pequeño intersticio entre los cilindros limita la cantidad de fluido de prueba. Pero más grave aún, limita considerablemente el tiempo de residencia de dicho fluido en el aparato. Es decir, que el fluido no es realmente sometido a un estado de movimiento cortante simple sino a un movimiento básicamente helicoidal. No obstante, esto no obstaculiza las conclusiones obtenidas pero sí, en cambio, sugiere modificaciones para una segunda versión del aparato tales como un aumento considerable en el tamaño del mismo si se quieren obtener datos de mayor precisión.

Experimento con $Q = 1.74 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 1.96 cm.

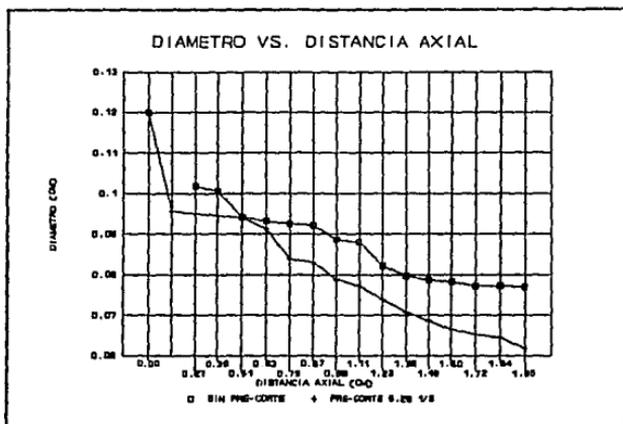


Fig. A.

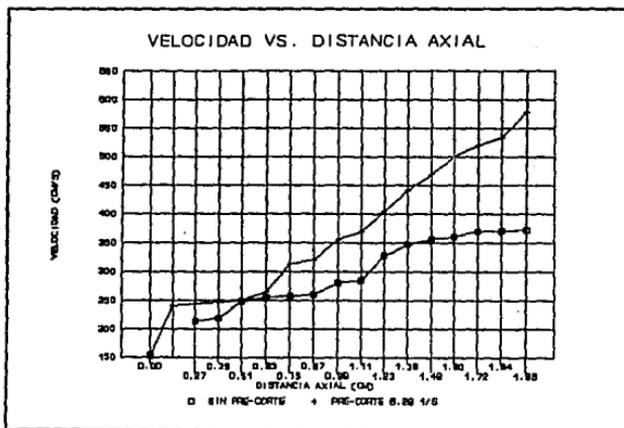


Fig. B.

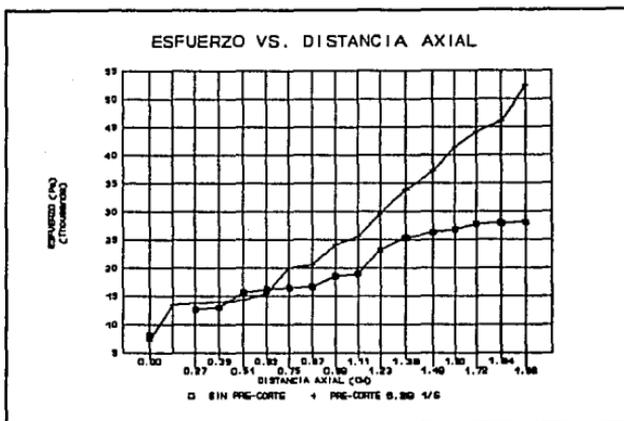


Fig. C.

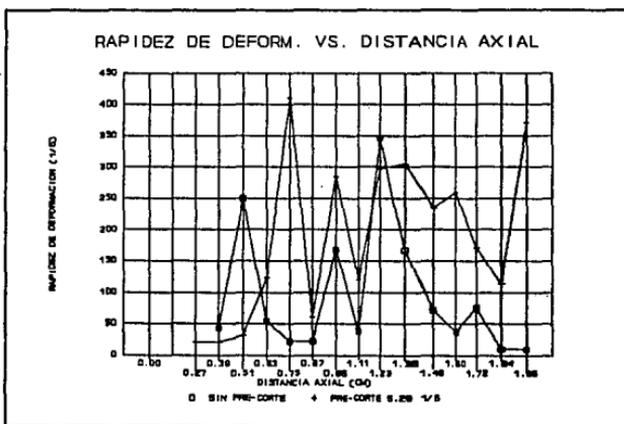


Fig. D.

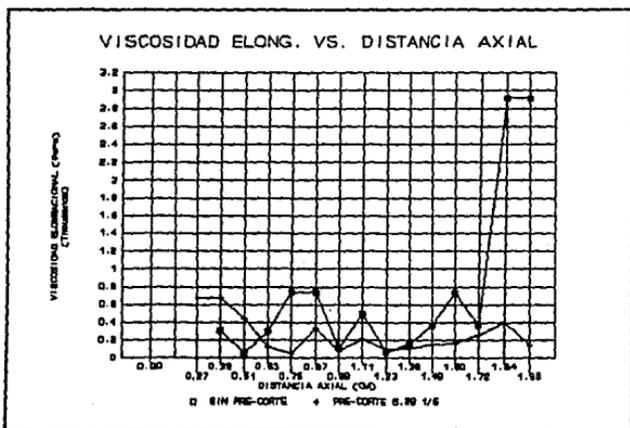


Fig. 8.

Experimento con $Q = 1.35 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 1.96 cm.

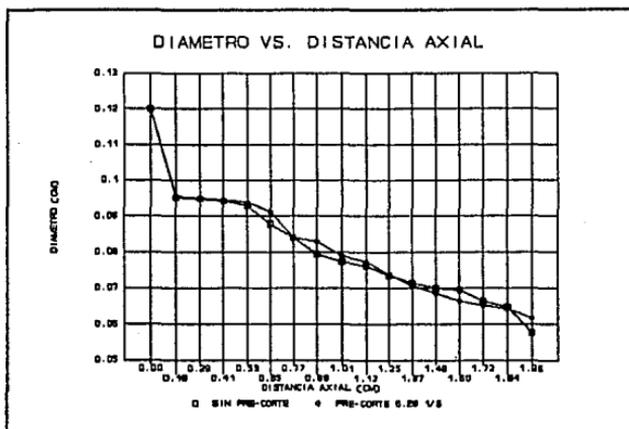


Fig. A.

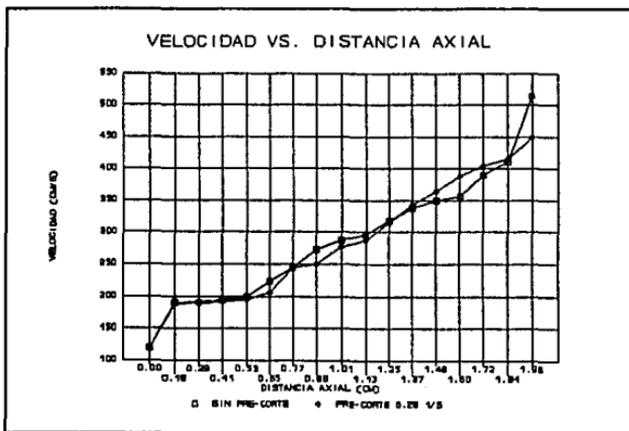


Fig. B.

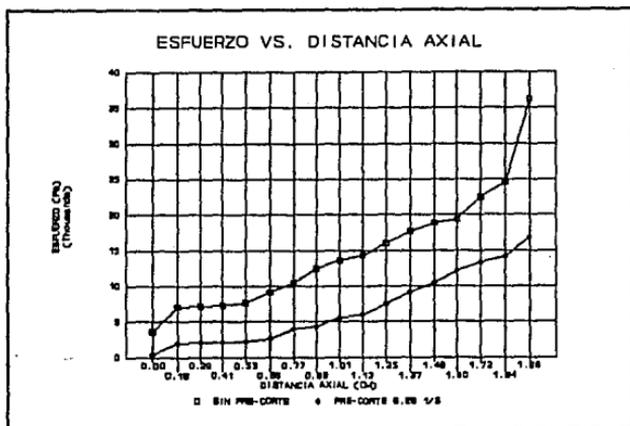


Fig. C.

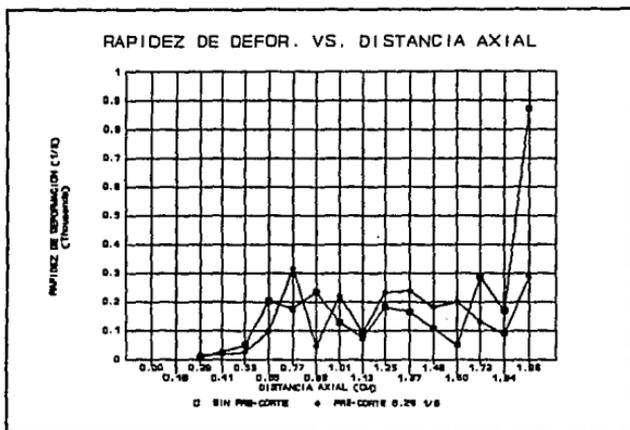


Fig. D.

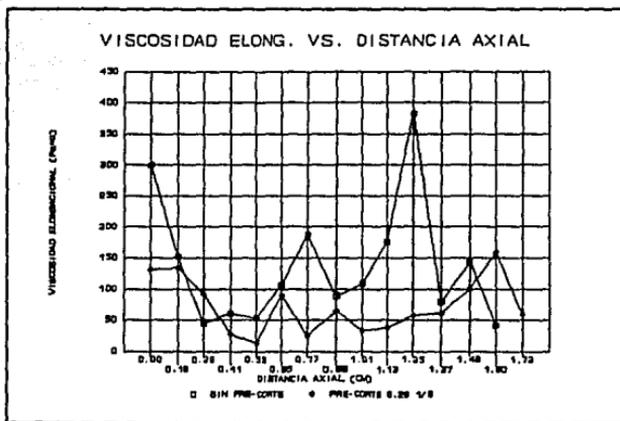


Fig. E.

Experimento con $Q = 0.915 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 1.96 cm.

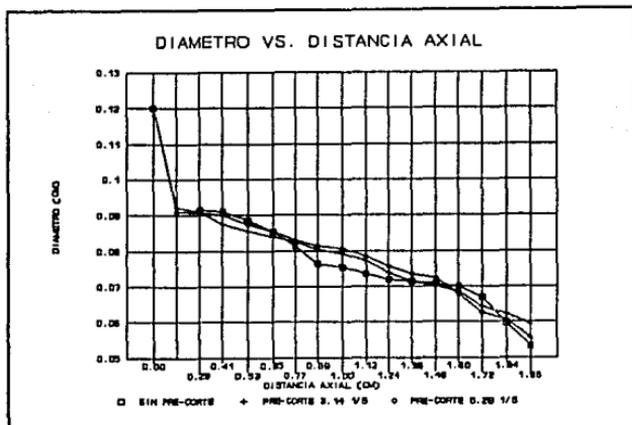


Fig. A.

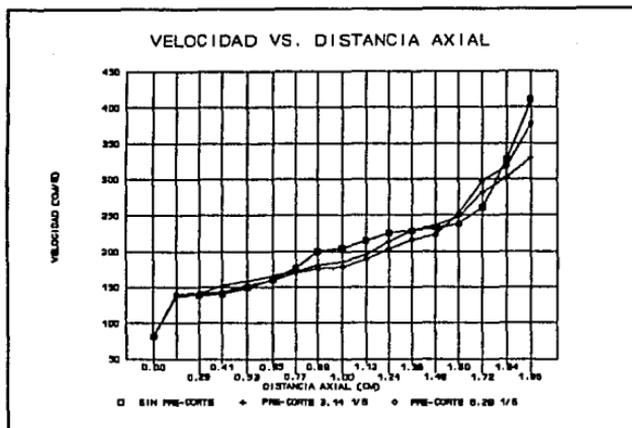


Fig. B.

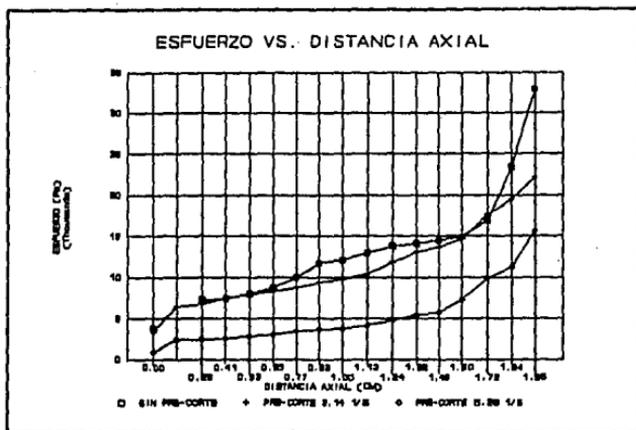


Fig. C.

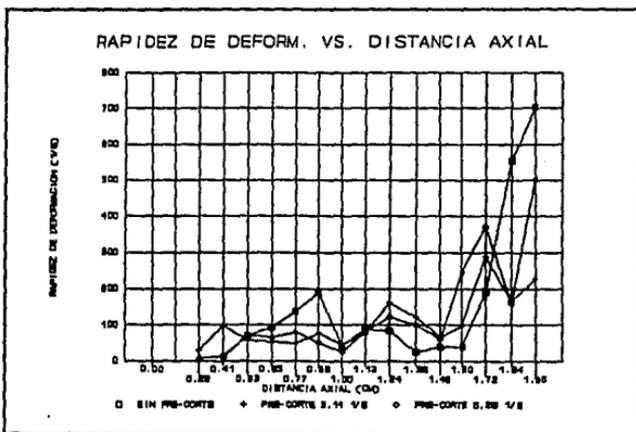


Fig. D.

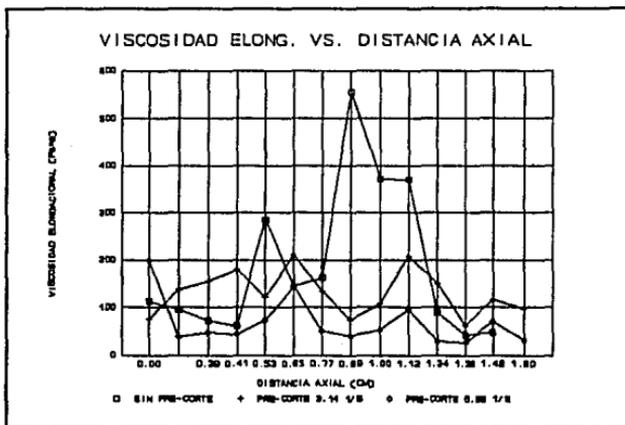


Fig. 8.

Experimento con $Q = 0.894 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 2.94 cm.

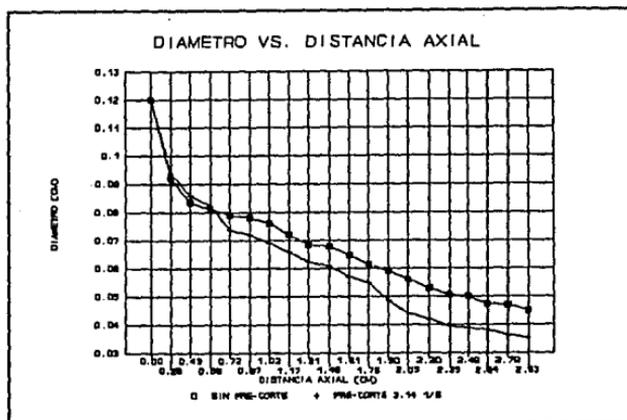


Fig. A.

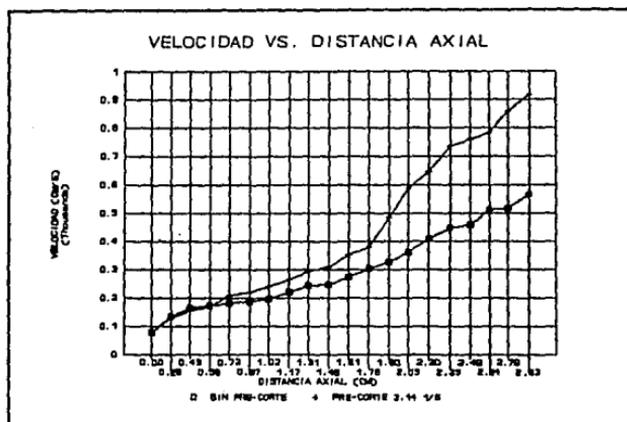


Fig. B.

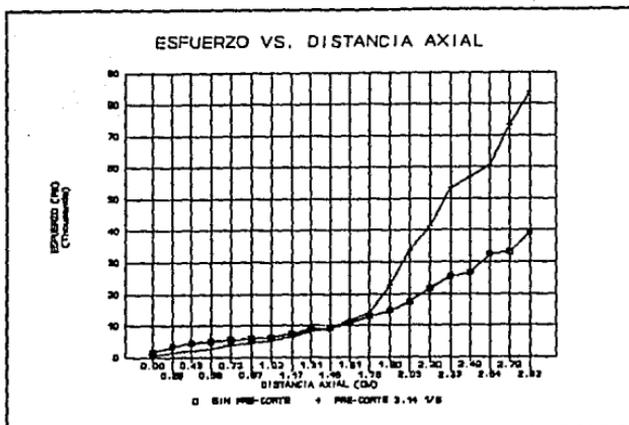


Fig. C.

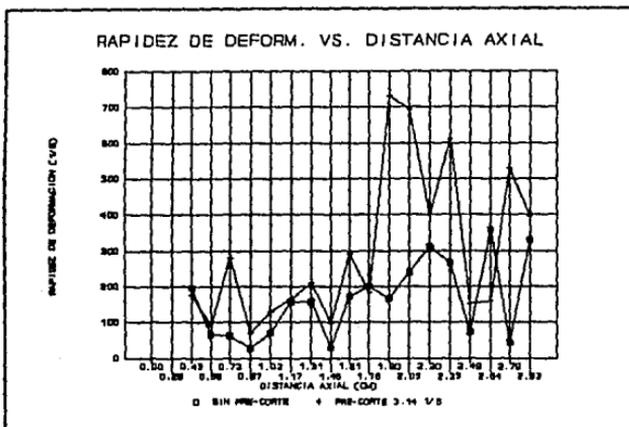


Fig. D.

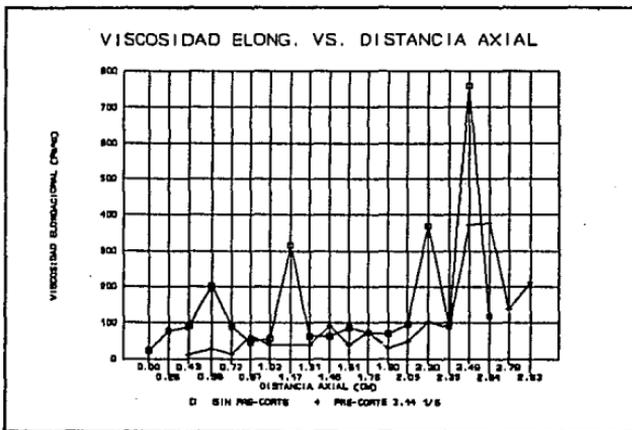


Fig. 8.

Experimento con $Q = 0.554 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 2.94 cm.

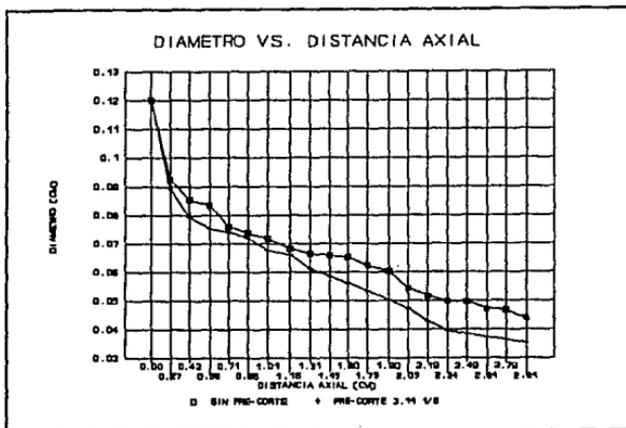


Fig. A.

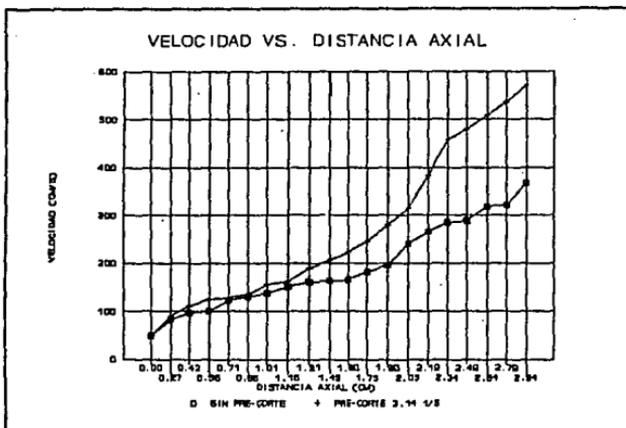


Fig. B.

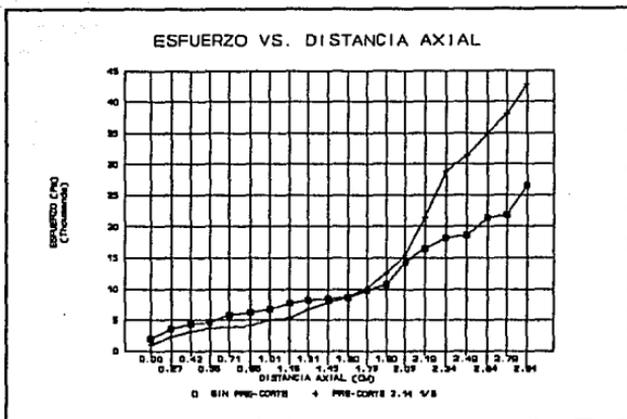


Fig. C.

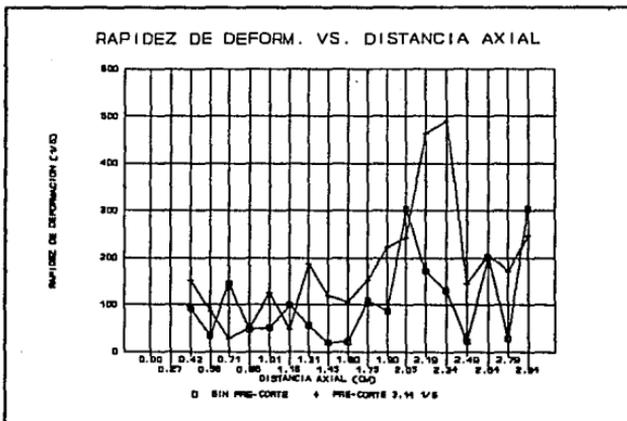


Fig. D.

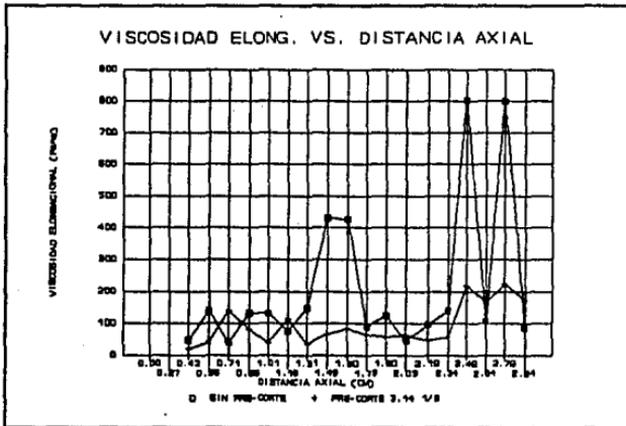


Fig. E.

Experimento con $Q = 1.51 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 2.94 cm.

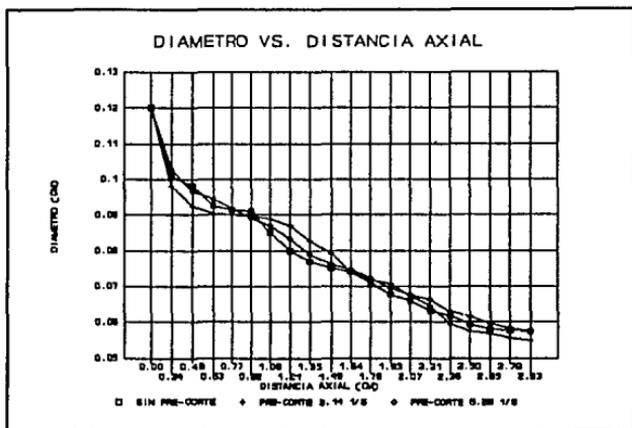


Fig. A.

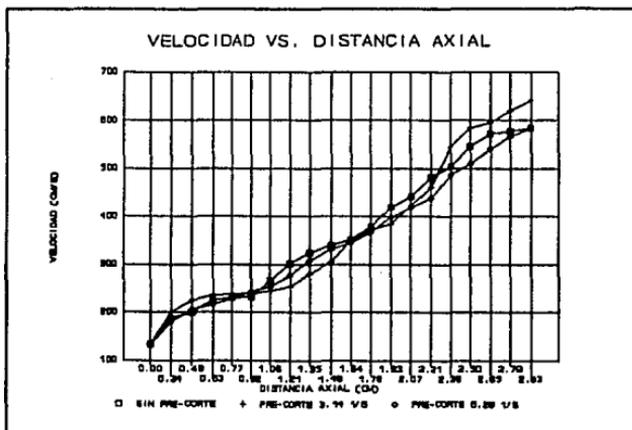


Fig. B.

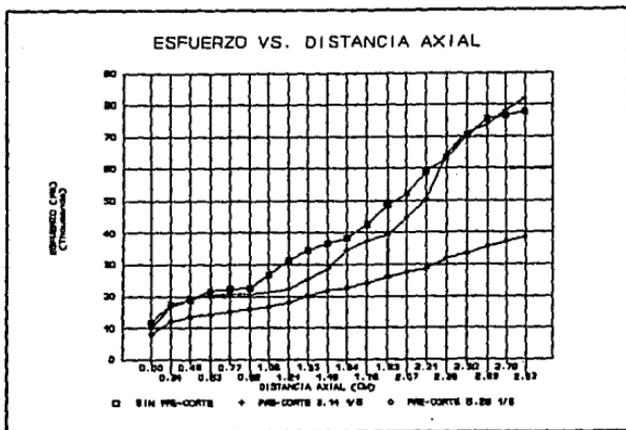


Fig. C.

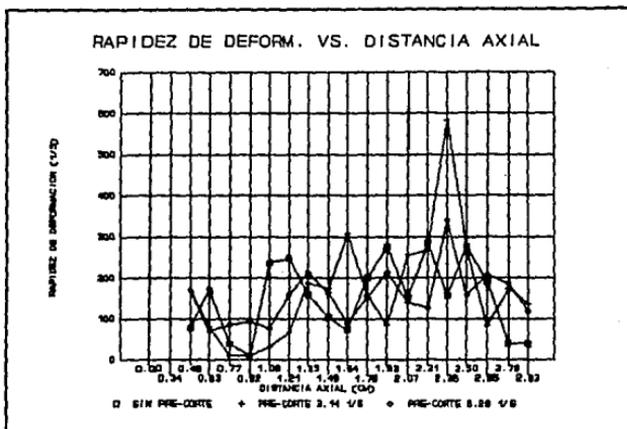


Fig. D.

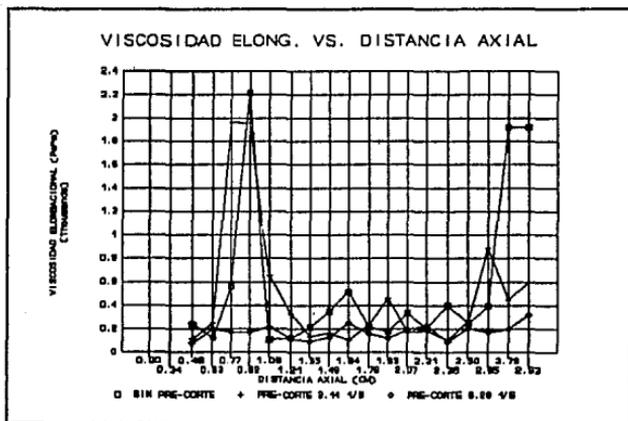


Fig. 8.

Experimento con $Q = 1.67 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 3.2 cm.

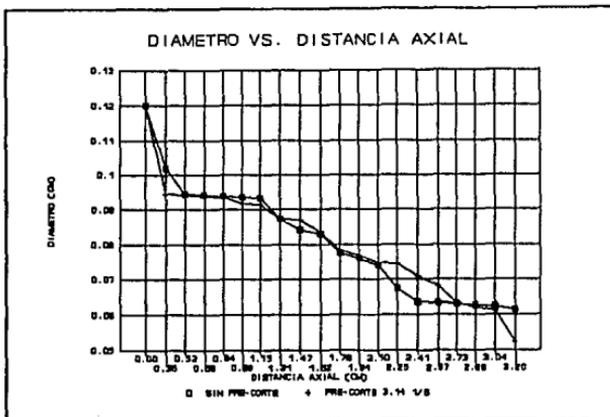


Fig. A.

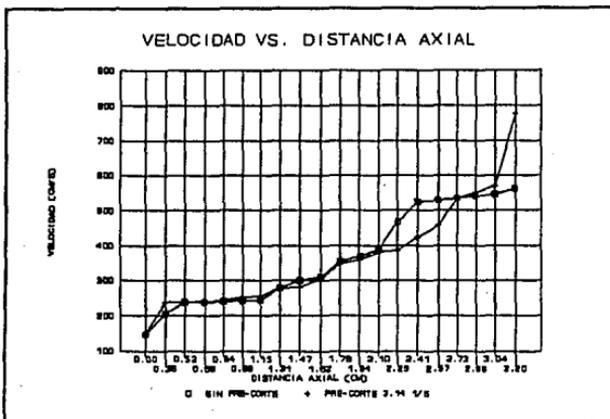


Fig. B.

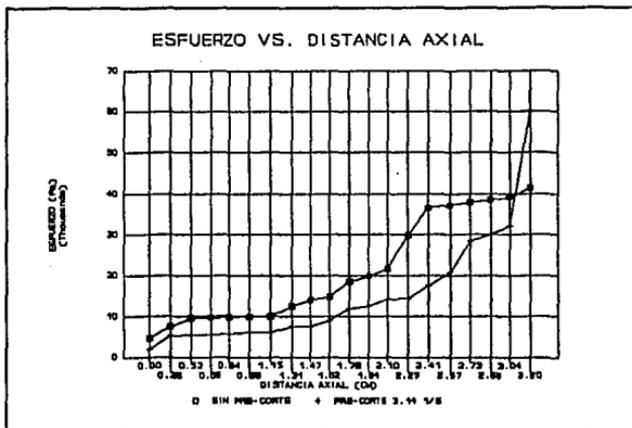


Fig. C.

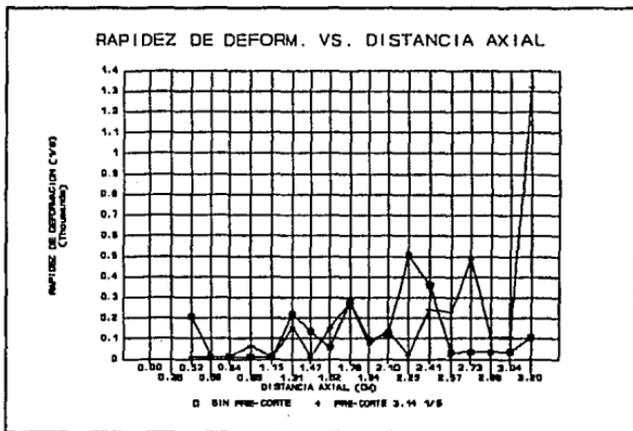


Fig. D.

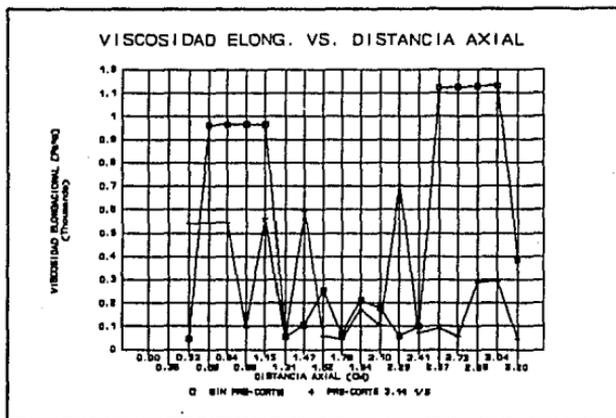


Fig. E.

Experimento con $Q = 2.07 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 3.2 cm.

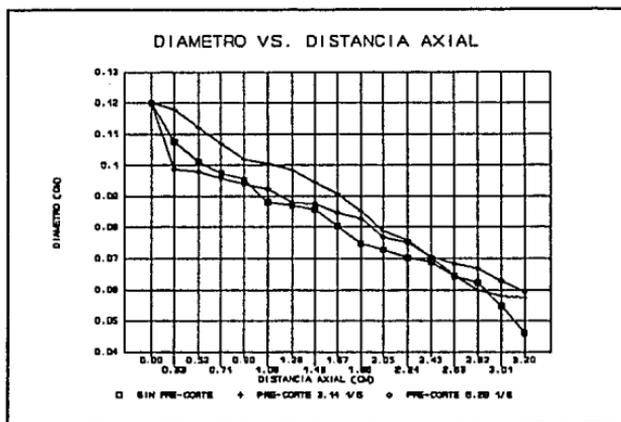


Fig. A.

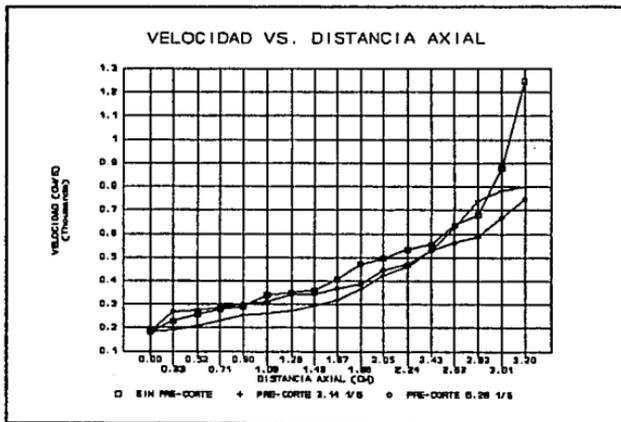


Fig. B.

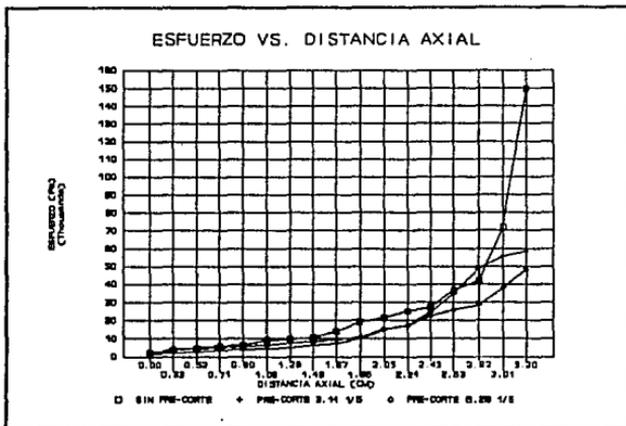


Fig. C.

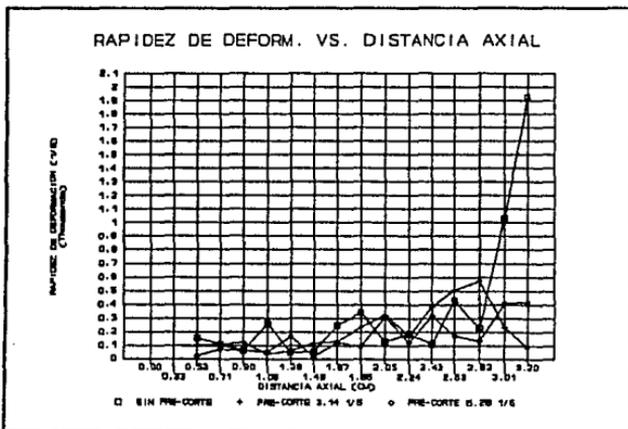


Fig. D.

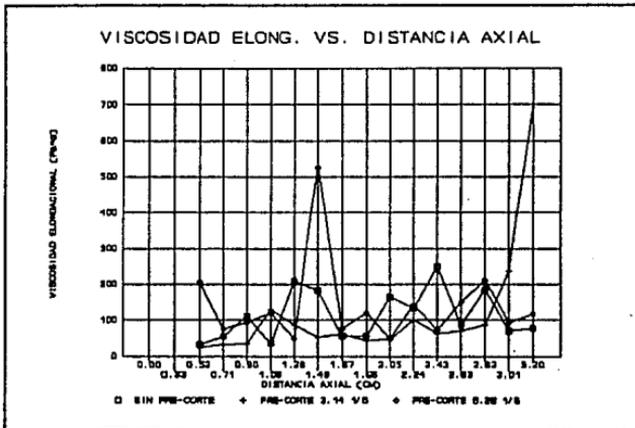


Fig. E.

Experimento con $Q = 0.91 \text{ cm}^3/\text{s}$, separación entre placas de 3.2 cm.

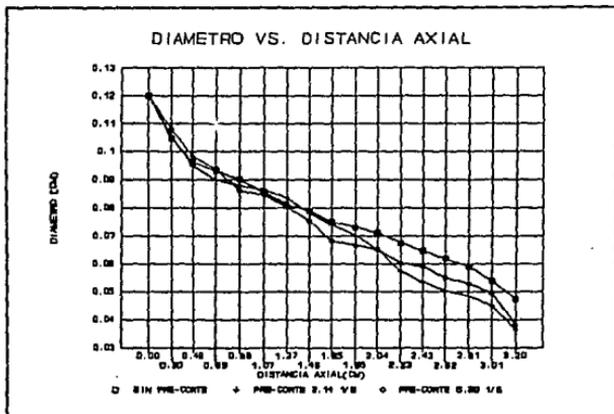


Fig. A.

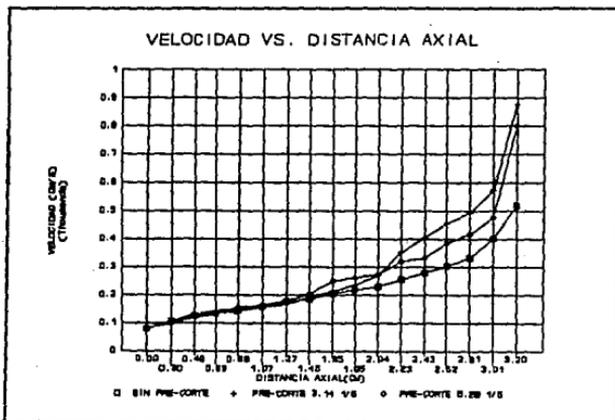


Fig. B.

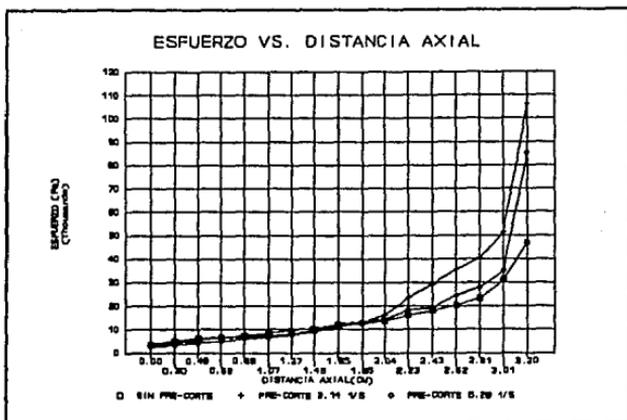


Fig. C.

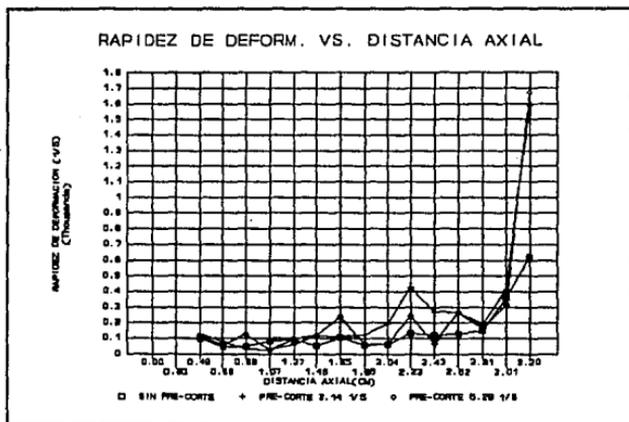


Fig. D.

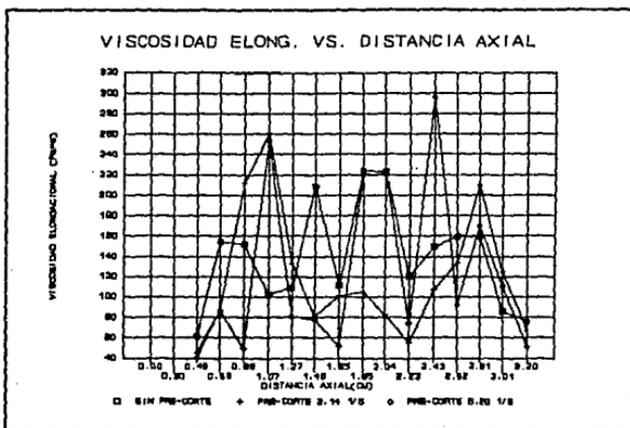


Fig. E.

CONCLUSIONES GENERALES

Dada la complejidad del análisis considerado en este trabajo, conviene presentar las conclusiones separándolas en dos partes:

1. Análisis del flujo elongacional entre orificios alineados.
2. Análisis del sistema anterior utilizado como viscosímetro elongacional.- Influencia del pre-corte sobre las propiedades elongacionales.

1. Flujo elongacional entre orificios alineados.

Conclusiones.

a) El flujo elongacional entre orificios alineados no puede considerarse estrictamente un "flujo puramente elongacional", pero el análisis detallado del campo de flujo (diámetro, velocidad, esfuerzo) indica que el flujo puede considerarse como un flujo a rapidez de elongación constante, por lo menos en una sección que abarca la mayor parte del filamento.

b) El campo de velocidades en el filamento aumenta a lo largo de la distancia axial de manera inversamente proporcional a la distancia radial (en un sistema de coordenadas esféricas) tomada a partir del orificio inferior, mostrando un flujo establecido con perfil de velocidades plano en cada sección transversal del filamento.

c) El campo de esfuerzos tensoriales aumenta a lo largo de la distancia axial de forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia radial (en un sistema de coordenadas esféricas) con origen en el orificio inferior, en la mayor parte de la longitud del filamento, excepto en la vecindad inmediata al orificio

inferior donde el valor del esfuerzo aumenta drásticamente.

d) La rapidez de elongación permanece virtualmente constante a lo largo del filamento excepto en las vecindades inmediatas a los orificios.

e) El campo general de flujo se asemeja notablemente al de extensión uniaxial exceptuando las regiones cercanas a los orificios. Sin embargo, haciendo caso omiso a éstos últimos, el flujo se puede considerar como un movimiento de extensión uniaxial a rapidez de elongación constante, permitiendo por lo tanto el cálculo de una viscosidad elongacional en cada punto del filamento.

f) La influencia de un movimiento cortante simple (pre-corte) sobre el sistema anteriormente descrito modifica las propiedades elongacionales del fluido de la siguiente manera:

- aumento de la velocidad a lo largo del filamento
- disminución del esfuerzo tensorial absoluto
- disminución de la viscosidad elongacional puntual.

La magnitud de las modificaciones anteriores dependen de la magnitud del pre-corte y de las características moleculares del fluido en cuestión, así como de las condiciones de flujo entre los orificios tales como gasto y separación entre ellos.

2. Análisis del sistema como viscosímetro elongacional y de corte.

Conclusiones.

a) El aparato funciona excepcionalmente bien como viscosímetro elongacional y de corte para soluciones Newtonianas. En particular, permite la obtención de mediciones de viscosidad elongacional absoluta de soluciones de baja viscosidad. Dichas mediciones son sumamente difíciles de obtener mediante otros sistemas.

b) El sistema permite la medición de viscosidad elongacional promedio para soluciones poliméricas diluidas y semi-diluidas, con una precisión mayor a la obtenida mediante otros sistemas, además de permitir un rango experimental de rapidezces de elongación considerablemente mayor al obtenido en aparatos convencionales.

c) La influencia de un movimiento de pre-corte sobre las propiedades elongacionales globales es la siguiente:

- el esfuerzo tensorial promedio a lo largo del filamento disminuye notablemente según la magnitud del pre-corte aplicado, siendo esta disminución mayor mientras más grande sea el pre- corte.

- la viscosidad elongacional promedio, disminuye considerablemente al someter al fluido a un movimiento de pre- corte. En los experimentos realizados la disminución en la viscosidad elongacional puede ser del 50% o más.

d) El aparato permite por primera vez, examinar, analizar y cuantificar la influencia de un movimiento cortante simple sobre un flujo unidireccional de extensión en soluciones poliméricas diluidas y semi-diluidas. El análisis detallado de esta influencia permitirá en un futuro cercano, establecer las relaciones existentes entre propiedades en flujo cortante y propiedades elongacionales para materiales poliméricos; esto permitirá a su vez establecer ecuaciones constitutivas generales válidas para ambos tipos de movimiento.

Los alcances prácticos y aplicaciones industriales del viscosímetro analizado en este trabajo son, por lo tanto, sumamente significativos.

e) El viscosímetro elongacional y de corte está siendo patentado a través del Centro de Innovación Tecnológica de la U.N.A.M. con grandes expectativas de comercialización.

REFERENCIAS.

1. Barnes H.A., Hutton J.F., Walters K. An Introduction to Rheology. Elsevier, New York 1989.
2. Batchelor G.K. An introduction to fluid mechanics. Cambridge University Press. Cambridge 1968.
3. Binding D.M. " An approximate analysis for contraction and converging flows ". J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.27 (1988), pp.173-189.
4. Binding D.M., Walters K., "On the use of flow through a contraction in estimation the extensional viscosity of mobile polymer solutions".J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.30 (1988), pp. 233-250.
5. Cathey A.C., Fuller G. "Uniaxial and biaxial extensional viscosity measurements of dilute and semi-dilute solutions of rigid rod polymers".J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.30 (1988), pp.303-316.
6. Chan R.C., Gupta R.K., Sridhar T. "Fiber Spinning of very dilute solutions of polyacrylamide in water", J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.30 (1988), pp.267-283.
7. Collyer A.A., Clegg D.W. Eds. Rheological Measurement. Elsevier. London 1988.
8. Han Shifang. "Stability of extensional flows and extending viscoelastic fluid sheets", J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.15 (1984), pp.181-197.

9. Mackay M.E., Petrie Ch.J.S. "Estimates of apparent elongational viscosity using the fibre spinning and pure methods". Rheol. Acta, vol.28 (1989), pp. 281-293.
10. Manero O., Mena B. "On the slow flow of viscoelastic liquids past a circular cylinder". J.Non-Newtonian Fluid Mechs. vol.9 (1981), pp. 379-387.
11. Moan M., Magueur A. "Transient extensional viscosity of dilute flexible polymer solutions". J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.30 (1988), pp.343-354.
12. Petrie C.J.S. Elongational Flows. Pitman. London 1979.
13. Pipkin A.C., Owen D.R. "Nearly viscometric flows". Phys. of Fluids, vol.10,4 (1967), pp. 836-843.
14. Schowalter W.R. Mechanics of Non-Newtonian Fluids. Pergamon Press. London 1978.
15. Serdakowski J.A., Caswell B. "Finite element eulerian-lagrangian method for time dependent flow of multimode fluids". J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.29 (1988), pp.217-244.
16. Sridhar T., Gupta R.K. "Fluid detachment and slip in extensional flows", J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.30 (1988), pp.285-302.
17. Sridhar T., Tirtaatmadja V., Gupta R.K. "Measurement of extensional viscosity of polymer solutions", J.Non-Newtonian Fluid Mechs., vol.40 (1991), pp.271-280.
18. Third European Rheology Conference. Ed. Oliver D.R., Elsevier. London 1990.
19. Walters K., Rheometry. Ed. Chapman & Hall, London 1975.