



01174
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

3
20j

**APLICACION DE LAS TECNICAS DE PROCESAMIENTO,
DIGITAL DE IMAGENES A LA CARACTERIZACION
DE YACIMIENTOS HOMOGENEOS Y NATURALMENTE
FRACTURADOS POR MEDIO DEL USO DE TRAZADORES.**

ING. GERARDO RODRIGUEZ GOMEZ

T E S I S

**PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA**

FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE**

MAESTRO EN INGENIERIA

(PETROLERA)

CIUDAD UNIVERSITARIA

MAYO, 1992

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

CAPITULO	TEMA	PAGINA
	RESUMEN	1
1	INTRODUCCION	2
2	ANTECEDENTES TEORICOS	4
2.1	DESPLAZAMIENTO MISCIBLE E INMISCIBLE	4
2.1.1	DESPLAZAMIENTO MISCIBLE	4
	A) MEDIOS POROSOS HOMOGENEOS	4
	B) MEDIOS POROSOS NATURALMENTE FRACTURADOS	9
2.1.2	DESPLAZAMIENTO INMISCIBLE	16
	A) MEDIOS POROSOS HOMOGENEOS	17
	B) MEDIOS POROSOS NATURALMENTE FRACTURADOS	21
2.2	CARTOGRAFIA DE PARAMETROS	27
2.3	TEORIA DEL PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMAGENES	37
3	APLICACION EN RELACION A LA CARACTERIZACION DE YACIMIENTOS	44
3.1	OBTENCION DE PARAMETROS PETROLEROS	44
3.2	CALCULO DE RESERVAS	46
3.3	RECUPERACION SECUNDARIA	58
4	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	83
	NOMENCLATURA	85
	REFERENCIAS	86
	APENDICE A	89
	APENDICE B	91
	APENDICE C	94

RESUMEN

En este trabajo se hace una aplicación de las técnicas de procesamiento digital de imágenes a la caracterización de yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados por medio del uso de trazadores.

Se presentan soluciones analíticas para el problema de dispersión que experimenta un trazador inyectado continuamente y que se desplaza a través de un medio poroso.

Por otra parte se realiza el cálculo de reservas mediante una metodología automática, basada en la creación de matrices numéricas.

Se hace una propuesta para utilizar la salinidad del agua de inyección, en un proyecto de recuperación secundaria, como trazador.

Finalmente, mediante la presentación de imágenes digitales se discute la importancia de estos resultados, los cuales sirven de apoyo en múltiples estudios de ingeniería de yacimientos.

Quien sabe de dolor, todo lo sabe.

Dante.

1 INTRODUCCION.

Una técnica que ha sido empleada, desde hace algún tiempo para caracterizar yacimientos petrolíferos, consiste en desplazar trazadores químicos y/o radioactivos a través de las formaciones productoras, los que luego son muestreados en pozos de producción.

El comportamiento de la concentración de los trazadores como función del tiempo y del espacio (figura 1.1) dentro de un medio poroso da una indicación acerca de las características estructurales de las formaciones y de las propiedades hidrodinámicas de los fluidos.

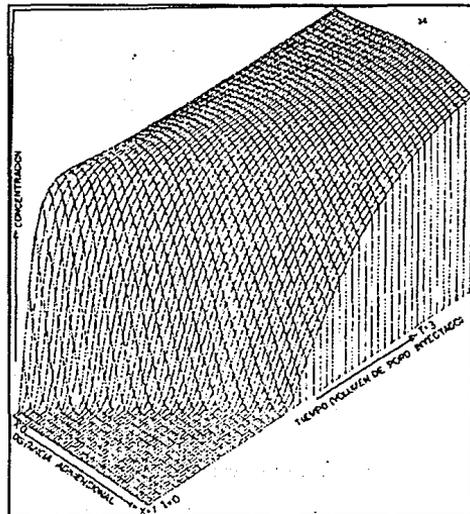


Fig. 1.1

Comportamiento de la concentración en función del tiempo y el espacio.

En este trabajo, se presentan soluciones analíticas para el problema de la dispersión que experimenta un trazador inyectado continuamente y que se desplaza tanto en medios porosos homogéneos como naturalmente fracturados

Puesto que en México los yacimientos más productivos son del tipo naturalmente fracturados, se enfatiza el comportamiento de estos sistemas.

Mediante la inyección continua del trazador se pueden determinar algunas de las características más importantes de los yacimientos, como lo son: el porcentaje y orientación de fracturas, magnitud de intercambio de masa entre bloques y fracturas, difusividad y transmisibilidad de los fluidos dentro del yacimiento, y observación del frente de avance del trazador.

Dado que el flujo de trazadores caracterizan medios porosos, estos se han aplicado a otros tipos de yacimientos, como son los geotérmicos, los cuales son naturalmente fracturados.

Estudios recientes (Rivera et al, 1987 y 1988; Ramírez, 1988) han propuesto un modelo para estudiar el flujo de trazadores en este tipo de yacimientos. En ellos presentan las soluciones de las ecuaciones básicas de flujo, las cuales están en el espacio de Laplace y mediante el uso del algoritmo de Stehfest se realiza la inversión numérica.

A pesar de la dispersión numérica que presentan estas soluciones, encontraron una tendencia bien definida para inferir el comportamiento del sistema considerando diferentes condiciones de flujo. Un aspecto muy importante de estos estudios es que para propósitos prácticos el tamaño de los bloques de matriz no tiene influencia sobre la respuesta de la concentración.

Bajo estas consideraciones, definen que el comportamiento de un sistema naturalmente fracturado es descrito por dos parámetros adimensionales, los cuales mediante la aplicación correcta de las condiciones iniciales y de frontera la solución se reduce a la presentada por Coats y Smith (1964).

En el capítulo de ejemplos de aplicación se muestran dos de los aspectos más importantes una vez que se realizó la caracterización del yacimiento, tales son: el cálculo de reservas y la recuperación secundaria.

Para el cálculo de reservas se realizó un procedimiento automático mediante la creación de un banco de datos, el cual puede ser actualizado fácilmente, teniendo así una matriz numérica de cada parámetro involucrado (porosidad, espesor, saturación de agua, etc.) y finalmente los cálculos del volumen original de hidrocarburos.

Por otra parte, puesto que los yacimientos más importantes de nuestro país como por ejemplo: Cantarell, Abkatún, Sitio Grande, se encuentran en una etapa de producción de aceite mediante recuperación secundaria (inyección de agua), se propone utilizar la salinidad del agua de inyección como trazador.

Los resultados de este trabajo se presentan por medio de imágenes digitales, ya que en ellas se pueden observar claramente los resultados obtenidos y ayudan enormemente a la toma de decisiones.

Nunca se es tan grande como en la adversidad.

Disraeli.

2 ANTECEDENTES TEORICOS

En el presente capítulo se describen algunos aspectos en relación al desplazamiento de un fluido por otro, tanto en forma miscible como inmisible y en medios porosos tanto homogéneos como naturalmente fracturados. En seguida, se hacen comentarios básicos sobre la cartografía de parámetros. Por último, se describe en su forma más simple la teoría del procesamiento digital de imágenes.

2.1 DESPLAZAMIENTO MISCIBLE E INMISCIBLE

En su forma más simple, un yacimiento petrolero se puede considerar como un sistema constituido por dos partes: la roca porosa almacenante y los fluidos residentes en él. Desde el punto de vista de la explotación del yacimiento, tan importante es conocer las características de la roca como las propiedades de los fluidos.

En algunos casos, los yacimientos son sistemas continuos o también llamados medios porosos homogéneos, donde sus propiedades petrofísicas tienen variaciones suaves, pero hay otros casos donde la roca está fracturada, formando sistemas discontinuos de bloques distribuidos al azar, los cuales se conocen como medios porosos no homogéneos o medios naturalmente fracturados.

Una manera de caracterizar un yacimiento consiste en inyectar trazadores químicos o radioactivos en pozos de inyección; estos agentes pueden ser miscibles o inmiscibles, debiéndose estudiar así, la dispersión que experimentan estos fluidos al desplazarse a través del medio poroso.

2.1.1 DESPLAZAMIENTO MISCIBLE

A) MEDIOS POROSOS HOMOGENEOS

Pérez Rosales (1992), Pérez Cárdenas (1986), y Cruz Hernández (1990) propusieron que el espacio poroso de un medio homogéneo está constituido por zonas de conducción de fluidos llamados canales y zonas de estancamiento llamadas trampas. Aplicando estas ideas a la ecuación de convección-difusión describieron el desplazamiento de fluidos miscibles en medios porosos homogéneos.

Considerando un sistema lineal semi-infinito (Pérez Cárdenas, 1986) al que se inyecta un trazador en forma continua y suponiendo que el medio poroso (núcleo) está originalmente saturado con un fluido, por ejemplo agua; además, que en el instante $t = 0$ se empieza a inyectar un trazador miscible de concentración c , en forma continua, nos interesa saber el comportamiento de la concentración a una distancia x de la cara de entrada.

Partiendo de la ecuación de difusión (Pérez Cárdenas, 1986)

$$A \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial T} \quad (2.1)$$

donde

$$A = \frac{D}{uL}$$

(coeficiente de difusión adimensional)

(2.2a)

$$X = \frac{x}{L} \quad (\text{distancia adimensional})$$

(2.2b)

$$T = \frac{ut}{L} \quad (\text{tiempo adimensional})$$

(2.2c)

Las condiciones iniciales y de frontera de interés son

$$c(x, 0) = 0; \quad x > 0 \quad (2.3a)$$

$$c(\infty, T) = 0; \quad T \geq 0 \quad (2.3b)$$

$$c(0, T) = 1; \quad T \geq 0 \quad (2.3c)$$

Una manera de resolver el sistema formado por las ecuaciones (2.1) y (2.3a) - (2.3c) es por el método de la transformación de Laplace. En efecto, la transformada de (2.1) es

$$A \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - \frac{d\bar{C}}{dx} = S\bar{C} - C(x, 0) \quad (2.4)$$

siempre que A sea constante, y por la condición (2.3a) :

$$A \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - \frac{d\bar{C}}{dx} = S\bar{C} \quad (2.5)$$

La solución de (2.5) es

$$\bar{C} = k_1 e^{\left[\frac{x}{2A} + x \sqrt{\frac{1}{4A^2} + \frac{S}{A}} \right]} + k_2 e^{\left[\frac{x}{2A} - x \sqrt{\frac{1}{4A^2} + \frac{S}{A}} \right]} \quad (2.6)$$

Ahora bien, la transformada de la condición (2.3b) es

$$\bar{C}(\infty, S) = 0$$

Esto implica que K1 de la ecuación (2.6) es igual a cero, es decir

$$\bar{C} = k_2 e^{\left[\frac{x}{2A} - x \sqrt{\frac{1}{4A^2} + \frac{S}{A}} \right]} \quad (2.7)$$

Además, la transformada de la condición (2.3c) es

$$\bar{C}(0, S) = \frac{1}{S}$$

lo que implica que

$$k_2 = \frac{1}{S}$$

En consecuencia,

$$\bar{C}(X, S) = \frac{1}{S} e^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{1 - 4AS}) \right]} \quad (2.8)$$

Como se indica (Churchill, 1944), la transformada inversa de la ecuación (2.8) se puede obtener en forma directa mediante la relación

$$C(X, T) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{a-ib}^{a+ib} e^{sT} \bar{C}(X, S) dS \quad (2.9)$$

donde s es la cantidad compleja $a + iz$. La expresión en el segundo miembro de la ecuación (2.9) es conocida como la integral de inversión compleja.

Se demuestra (Churchill, 1944) que si $\bar{C}(X, S)$ se expresa en la forma

$$\bar{C}(X, S) = p + iq \quad (2.10)$$

donde p es la parte real y q la parte imaginaria, entonces la ecuación (2.9) se puede escribir como

$$C(X,T) = \frac{e^{-aT}}{\pi} \int_0^{\infty} (p \cos ZT - q \operatorname{sen} ZT) dZ \quad (2.11)$$

En el presente caso, cualquier a mayor que cero es admisible. Haciendo $a = 1$, se tiene

$$C(X,T) = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} (p \cos ZT - q \operatorname{sen} ZT) dZ \quad (2.12)$$

Como se puede ver en el Apéndice A, mediante la determinación de p y q , la ecuación (2.12) se puede escribir como

$$C = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{\left[\frac{X}{2A} \left(1 - \sqrt{\rho \cos \frac{\theta}{2}} \right) \right]}}{1+Z^2} [\cos(ZT-W) + Z \operatorname{sen}(ZT-W)] dZ \quad (2.13)$$

donde

$$W = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}} \quad (2.14a)$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (2.14b)$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U} \quad (2.14c)$$

$$U = 1 + 4A \quad (2.14d)$$

Siendo este el resultado buscado. Una gráfica de concentración adimensional, C , contra tiempo adimensional, T , para $A = 0.01$ y $X = 1$ se presenta en la figura 2.1 (Pérez Cárdenas, 1986). Físicamente, la curva representa los valores de concentración que se obtendrían si se hicieran mediciones a una distancia $X = L$ medida a partir de la cara de inyección del trazador.

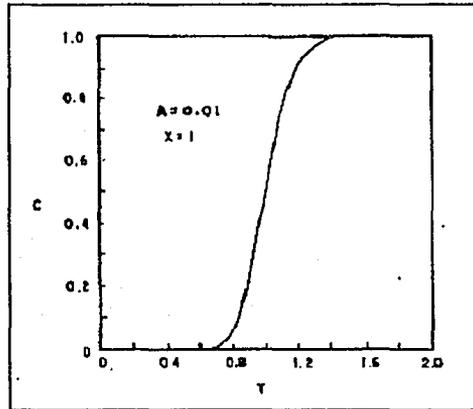


FIG. 2.1

Comportamiento de la concentración para el caso de inyección continua en un medio continuo.
(Pérez Cárdenas, 1986)

B) MEDIOS POROSOS NATURALMENTE FRACTURADOS

El comportamiento entre los medios continuos y los fracturados, es que en los primeros, todo el espacio poroso participa en la conducción de los fluidos, dando lugar a un avance " frontal ", no siendo así en un medio fracturado donde se presenta un efecto de canalización, debido a que el desplazamiento se lleva a cabo esencialmente a través de las fracturas, mientras que los bloques se comportan como fuentes de fluidos.

Considerando la inyección continua en un medio semi-infinito y teniendo en cuenta la solución de la ecuación de convección-difusión (Pérez Cárdenas, 1986) para este medio, se tiene

$$A \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{\partial C}{\partial X} - F \frac{\partial C}{\partial T} + (1-F) \frac{\partial C^*}{\partial T} \quad (2.15)$$

$$(1-F) \frac{\partial C^*}{\partial T} = B(C-C^*) \quad (2.16)$$

donde

$$X = \frac{x}{L} \quad \text{Distancia adimensional} \quad (2.17a)$$

$$T = \frac{ut}{L} \quad \text{Tiempo adimensional} \quad (2.17b)$$

$$A = \frac{D}{uL} \quad \text{Coeficiente de difusión adimensional} \quad (2.17c)$$

$$C = \frac{c}{C_0} \quad \text{Concentración adimensional en fracturas} \quad (2.17d)$$

$$C^* = \frac{c^*}{C_0} \quad \text{Concentración adimensional en los bloques} \quad (2.17e)$$

$$B = \frac{LK}{u} \quad \text{coeficiente de transferencia adimensional} \quad (2.17f)$$

La ecuación (2.15) es la misma que la ecuación (2.1) con excepción de los términos que involucran las fracturas.

Las condiciones iniciales y de frontera son las siguientes

$$C(X,0)=0; \quad X>0 \quad (2.18a)$$

$$C^*(X,0)=0; \quad X>0 \quad (2.18b)$$

$$C(\infty,T)=0; \quad T \geq 0 \quad (2.18c)$$

$$C(0,T)=1; \quad T \geq 0 \quad (2.18d)$$

Tomando las transformadas de Laplace de las ecuaciones (2.15) y (2.16) y haciendo uso de las condiciones (2.18a) y (2.18b), se tiene

$$A \frac{d^2 \bar{C}}{dX^2} - \frac{d\bar{C}}{dX} = S F \bar{C} + S(1-F) \bar{C}^* \quad (2.19)$$

y

$$S(1-F) \bar{C}^* = B \bar{C} - B \bar{C}^* \quad (2.20)$$

despejando \bar{C}^* de la ecuación (2.20) y substituyendo en la ecuación (2.19) se llega a

$$A \frac{d^2 \bar{C}}{dx^2} - \frac{d\bar{C}}{dx} - n\bar{C} = 0 \quad (2.21)$$

donde

$$n = S \left(F + \frac{B}{\left(\frac{S+B}{1-F} \right)} \right) \quad (2.22)$$

La solución para la ecuación (2.21) es la siguiente:

$$\bar{C} = G_1 e^{\left[\frac{x}{2A}(1+\sqrt{1+4An}) \right]} + G_2 e^{\left[\frac{x}{2A}(1-\sqrt{1+4An}) \right]} \quad (2.23)$$

La transformada de la condición (2.18c) es

$$\bar{C}(a, S) = 0$$

Entonces, considerando esta expresión anterior, la ecuación (2.23) puede expresarse ($G_1 = 0$):

$$\bar{C} = G_2 e^{\left[\frac{x}{2A}(1-\sqrt{1+4An}) \right]} \quad (2.24)$$

Por otra parte, la transformada de la condición (2.18d) es

$$\bar{C}(0, S) = \frac{1}{S}$$

o sea que

$$G_2 = \frac{1}{S}$$

En consecuencia, la ecuación (2.23) toma la forma

$$\bar{C} = \frac{1}{S} e^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{1 - 4An}) \right]} \quad (2.25)$$

que, de acuerdo con la relación (2.22) se puede escribir como

$$\bar{C} = \frac{1}{S} e^{\left(\frac{X}{2A} \left(1 - \sqrt{1 - 4An \left(\frac{P \cdot \frac{B}{S \cdot \frac{B}{1-P}}}{1-P} \right)} \right) \right)} \quad (2.26)$$

Para encontrar la transformada inversa de la ecuación (2.26), se hace uso del método de la integral de inversión compleja (Churchill, 1944). Esta se presenta en el Apéndice B, obteniéndose

$$C = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho \cos \frac{\theta}{2}}) \right]}}{1 + Z^2} \{ \cos(ZT - W) + Z \operatorname{sen}(ZT - W) \} dZ \quad (2.27)$$

donde

$$W = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (2.28a)$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (2.28b)$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U} \quad (2.28c)$$

$$U = 1 + 4A \left[F + \frac{Bb + B(1+Z^2)}{(1+b)^2 + Z^2} \right] \quad (2.28d)$$

$$V = 4AZ \left[F + \frac{Bb}{(1+b)^2 + Z^2} \right] \quad (2.28e)$$

$$b = \frac{B}{1-F} \quad (2.28f)$$

En el caso de un medio homogéneo, la forma de la curva de concentración contra tiempo depende de un solo parámetro, o sea, A. No siendo así para los medios fracturados, donde la curva depende de tres parámetros, A, B y F.

En la figura 2.2 (Pérez Cárdenas, 1986) se compara el comportamiento de la concentración para los dos medios: homogéneo (curva continua) y naturalmente fracturado (curva punteada). Como se puede observar, la curva punteada se inicia mucho antes que la continua, esto debido a la canalización que se presenta en los medios fracturados.

El desplazamiento hacia la derecha que tiene la curva continua, indica que el trazador en este caso tiene un avance frontal y se desplaza más lentamente que en un medio fracturado. El alto grado de asimetría que tiene la curva punteada es una consecuencia de la transferencia de masa que hay entre las fracturas y los bloques de roca.

Para visualizar los efectos que los parámetros A, B y F tienen sobre las formas de las curvas, se presentan las figuras 2.3 a la 2.5 (Pérez Cárdenas, 1986). La figura 2.3 muestra que mientras más grande es el coeficiente de difusión, A, mayor es la concentración para un tiempo T. La figura 2.4 indica que mientras mayor es el coeficiente de transferencia, B, las variaciones de la concentración son más suaves. Finalmente, la figura 2.5 muestra que mientras mayor es la fracción volumétrica de fracturas, F, más rápidamente se manifiesta la presencia del trazador a una distancia X.

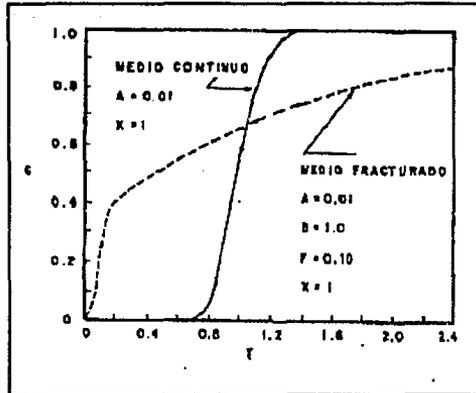


FIG. 2.2

Comparación entre el comportamiento de la concentración para un medio continuo y para un medio fracturado.
 (Pérez Cárdenas, 1986)

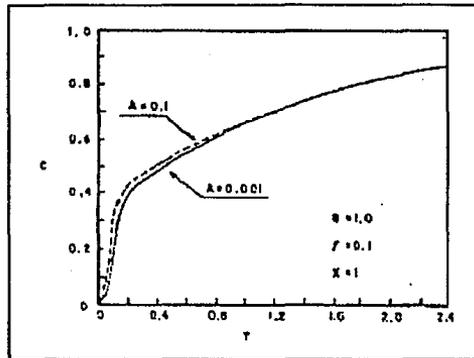


FIG. 2.3

Comparación entre dos curvas con diferente coeficiente de difusión.
 (Pérez Cárdenas, 1986)

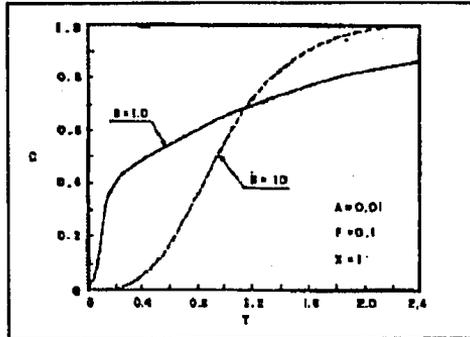
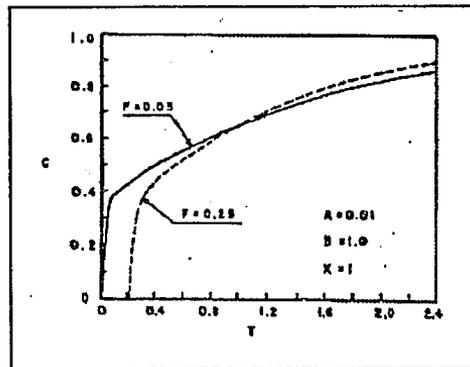


FIG. 2.4

Comparación entre dos curvas con diferente coeficiente de transferencia.
(Pérez Cárdenas, 1986)



Comparación entre dos curvas con diferente fracción volumétrica de fracturas.
(Pérez Cárdenas, 1986)

2.1.2 DESPLAZAMIENTO INMISCIBLE.

Cuando el espacio poroso del medio está ocupado por dos o más fluidos inmiscibles, la saturación en un punto con respecto a un fluido en particular, está definida como la fracción del volumen poroso ocupado por ese fluido.

Bear (1975) concluye que cuando dos fluidos inmiscibles fluyen simultáneamente a través de un medio poroso, cada fluido establece su propio camino. Suponen que a cada grado de saturación

corresponde un conjunto único de canales. Así, si se tiene un fluido 1 con saturación S_1 , y un fluido 2 con saturación S_2 , a medida que S_2 se reduce, los canales del fluido 2 tienden a romperse hasta que solamente quedan regiones aisladas ocupadas por este fluido, teniéndose así una saturación irreducible del fluido 2, y en forma análoga para el caso del fluido 1.

A) MEDIOS POROSOS HOMOGENEOS

El desplazamiento de fluidos inmiscibles en este tipo de medios, es un fenómeno complejo, dependiendo de: la geometría de los poros, el movimiento térmico de las moléculas, capilaridad, etc. Una de las características principales durante el proceso de desplazamiento es que entre las dos fases no hay un frente de avance bien definido, sino una zona de digitación con saturaciones variables de los fluidos.

El proceso de desplazamiento tiene dos componentes que actúan simultáneamente, por un lado, hay un desplazamiento frontal llamado convección, y por el otro, hay un movimiento dispersivo, de naturaleza estocástica, que genera la zona de digitación, además de que sigue una ley tipo Fick (Ogata, 1970; Pérez Rosales, 1992).

Experimentos de laboratorio (Cruz Hernández, 1990) muestran que durante el desplazamiento de aceite por agua, hay volúmenes muertos (trampas) que no participan en el movimiento de los fluidos. La saturación de agua asociada al volumen efectivo denominado también volumen de poro activo, se le conoce como saturación activa y se representa por S_{wa} , definida como

$$S_{wa} = \frac{S_w - S_{wi}}{S_{wf} - S_{wi}} \quad (2.29)$$

donde S_w , S_{wi} y S_{wf} , son las saturaciones de agua a un tiempo dado , inicial y final, respectivamente. Una representación gráfica de estas saturaciones se muestra en la figura 2.6.

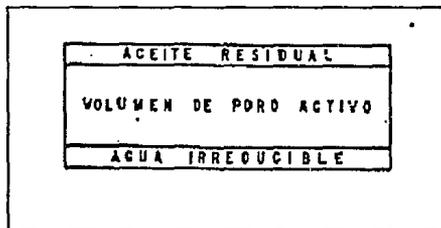


FIG. 2.6

Ocupación del espacio poroso. La saturación activa está referida al volumen de poro activo. (Cruz Hernández, 1990)

Con estas consideraciones, la densidad de corriente de convección (flujo por unidad de área) está dada por

$$J_c = \phi_c u S_{\text{med}} \quad (2.30)$$

donde u es la velocidad intersticial ($u = V_d / \phi_c$) donde a su vez V_d es la velocidad Darcy, de uso común en ingeniería de yacimientos, y ϕ_c , la porosidad de canales del medio poroso.

Como se mencionó anteriormente, el movimiento dispersivo obedece la Ley de Fick, por lo que la densidad de corriente de dispersión está dada por

$$J_d = -\phi_c D \frac{\partial S_{\text{med}}}{\partial X} \quad (2.31)$$

donde x es la distancia y D es el coeficiente de dispersión.

Superponiendo los dos procesos, tenemos para la densidad de corriente de agua activa

$$J = \phi_c \left(u S_{\text{med}} - D \frac{\partial S_{\text{med}}}{\partial X} \right) \quad (2.32)$$

De la ecuación (2.32) considerando flujo lineal y haciendo un balance de masa, se encuentra que

$$D \frac{\partial^2 S_{\text{med}}}{\partial X^2} - u \frac{\partial S_{\text{med}}}{\partial X} = \frac{\partial S_{\text{med}}}{\partial t} \quad (2.33)$$

Esta es la ecuación unidimensional de convección- dispersión.

Con el fin de obtener soluciones generales, podemos hacer uso de la siguientes variables adimensionales

$$X = \frac{x}{L} \quad \text{Distancia adimensional} \quad (2.34a)$$

$$T = \frac{ut}{L} \quad \text{Tiempo adimensional} \quad (2.34b)$$

$$A = \frac{D}{uL} \quad \text{Coeficiente de difusión adimensional} \quad (2.34c)$$

donde L es una distancia de referencia sobre alguna muestra de análisis, y T (tiempo adimensional) representa el número de volúmenes de poro inyectados.

Con estas definiciones, la ecuación (2.33) se transforma en

$$A \frac{\partial^2 S_{wa}}{\partial X^2} - \frac{\partial S_{wa}}{\partial X} = \frac{\partial S_{wa}}{\partial T} \quad (2.35)$$

Considerando un medio semi-infinito, las condiciones iniciales y de frontera, de interés son

$$S_{wa}(X,0)=0; \quad X>0 \quad (2.36a)$$

$$S_{wa}(\infty,T)=0; \quad T \geq 0 \quad (2.36b)$$

$$S_{ms}(0, T) = 1 + A \frac{\partial S_{ms}}{\partial X} = 0; \quad T \geq 0 \quad (2.36c)$$

De donde, la primera condición nos indica que al inicio del experimento ($T = 0$) la saturación de agua activa es cero para toda X diferente del origen. La segunda condición establece que la saturación de agua activa en el infinito es cero para todo tiempo. La tercera supone que hay contraflujo a la entrada de la muestra, cuya contribución está dada por el sumando que contiene la derivada parcial de la saturación.

Resolviendo la ecuación (2.35) con las condiciones dadas, por el método de la transformada de Laplace (Apéndice C), se obtiene

$$S_{ms}(X, T) = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-MX}}{(1+Z^2)[(1-MA)^2+(NA)^2]} \cdot \{(1-MA-NAZ)\cos(ZT-NX) + (Z-MAZ+NA)\sin(ZT-NX)\} dZ \quad (2.37)$$

donde

$$M = \frac{1}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \quad (2.38a)$$

$$N = \frac{1}{2A} \sqrt{\rho} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.38b)$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (2.38c)$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U} \quad (2.38d)$$

$$U=1+4A \quad (2.38c)$$

$$V=4AZ \quad (2.38f)$$

La figura 2.7 (Cruz Hernández, 1990) muestra la distribución de la saturación activa de agua para tres sistemas de longitud L y coeficientes de dispersión $A = 0.001$, $A = 0.01$, $A = 0.1$ cuando se ha inyectado un volumen de poro activo igual a 0.5. De esta figura se observa que al aumentar el coeficiente de dispersión, la zona de transición o de digitación en la que conviven saturaciones variables de los dos fluidos aumenta de tamaño. Esto puede explicarse considerando que el coeficiente de dispersión es una medida de la magnitud de la zona de digitación que hay en el proceso de desplazamiento.

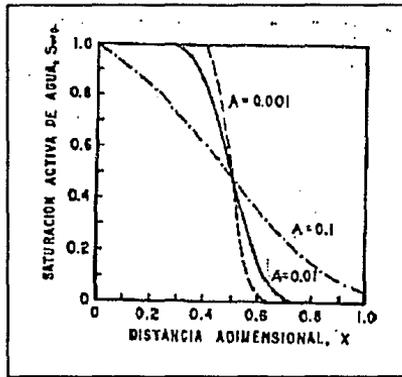


FIG. 2.7

Perfil de saturación para tres sistemas cuando se ha inyectado un volumen activo $T = 0.5$
(Cruz Hernández, 1990)

B) MEDIOS POROSOS NATURALMENTE FRACTURADOS

Como se mencionó al inicio de esta sección, cuando el espacio poroso está ocupado por dos o más fluidos inmiscibles y estos fluyen simultáneamente, los procesos de desplazamiento son sumamente complejos, principalmente, por la existencia de fuertes canalizaciones. Así, es obvio esperar que las saturaciones en las fracturas serán muy diferentes a las saturaciones en la matriz de la roca.

Como se sabe en un medio fracturado, las fracturas actúan como canales de flujo y la matriz de roca es esencialmente un elemento de almacenamiento de fluidos, además, el intercambio de masa se efectúa entre las fracturas y la matriz de roca. En las fracturas, los fluidos se desplazan debido a la convección y a la dispersión; la matriz de roca intercambia masa con las fracturas debido a los gradientes de saturación.

Consideremos una muestra (núcleo) lineal de longitud L , originalmente saturada con un fluido "o"; si luego este fluido es desplazado por la inyección de otro fluido "i", que se inyecta en la cara de entrada de la muestra, entonces la saturación del fluido inyectado satisface las ecuaciones (Pérez Rosales, 1991)

$$A \frac{\partial^2 S_i}{\partial X^2} - \frac{\partial S_i}{\partial X} = F \frac{\partial S_i}{\partial T} + (1-F) \frac{\partial S_i^*}{\partial T} \quad (2.39)$$

$$(1-F) \frac{\partial S_i^*}{\partial T} = B[S_i - S_i^*] \quad (2.40)$$

donde

$$X = \frac{x}{L} \quad (\text{distancia adimensional}) \quad (2.41a)$$

$$T = \frac{uT}{L} \quad (\text{tiempo adimensional}) \quad (2.41b)$$

$$A = \frac{D}{uL} \quad (\text{coeficiente de dispersión adimensional}) \quad (2.41c)$$

$$B = \frac{LK}{u} \quad (\text{coeficiente de transferencia de masa adimensional}) \quad (2.41d)$$

L (longitud de la muestra) (2.41e)

D (coeficiente de dispersión en las fracturas) (2.41f)

F (fracción volumétrica de fracturas) (2.41g)

K (coeficiente de transferencia de masa entre fracturas y matriz) (2.41h)

S_i (saturación del fluido inyectado en las fracturas) (2.41i)

S_i* (saturación del fluido inyectado en la matriz de roca) (2.41j)

t (tiempo) (2.41k)

u (velocidad intersticial) (2.41l)

x (distancia) (2.41m)

Utilizando las variables adimensionales, el tiempo adimensional T resulta ser numéricamente igual al número de volúmenes de poro inyectados.

Iniciando la inyección al tiempo $T = 0$, las condiciones iniciales y de frontera (considerando medio semi-infinito) están dadas por las expresiones siguientes

$$S_i(X,0)=0; \quad X>0 \quad (2.42a)$$

$$S_i^*(X,0)=0; \quad X>0 \quad (2.42b)$$

$$S_i(\infty,T)=0; \quad T \geq 0 \quad (2.42c)$$

$$S_i(0,T)=1; \quad T \geq 0 \quad (2.42d)$$

De donde, las primeras dos condiciones nos indican que al inicio del experimento ($T=0$) las saturaciones de agua activa son cero para toda X diferente del origen, tanto para las fracturas como para los bloques. La tercera condición establece que la saturación activa de agua en las fracturas en el infinito es cero para todo tiempo. Finalmente, la cuarta condición indica que en la frontera $X=0$ se inyecta fluido desplazante continuamente.

Considerando estas condiciones y utilizando el método de inversión compleja de la transformada de Laplace (Churchill, 1944), la solución al sistema formado por las ecuaciones (2.39) y (2.40) está dada por las siguientes expresiones (Pérez Cárdenas, 1986; Pérez C. y Pérez R., 1986):

$$S_i = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-M}}{1+Z^2} [\cos(ZT-N) + Z \operatorname{sen}(ZT-N)] dZ \quad (2.43)$$

$$S_i^* = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{be^{-M}}{[(b+1)^2 + Z^2](1+Z^2)} [(b+1-Z^2)\cos(ZT-N) + Z(b+2)\operatorname{sen}(ZT-N)] dZ \quad (2.44)$$

donde

$$M = \frac{X}{2A} \left(1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.45a)$$

$$N = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho \sin \frac{\theta}{2}} \quad (2.45b)$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (2.45c)$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U} \quad (2.45d)$$

$$U = 1 + 4A \left[F + \frac{Bb + B(1+Z^2)}{(1+b)^2 + Z^2} \right] \quad (2.45e)$$

$$V = 4AZ \left[F + \frac{Bb}{(1+b)^2 + Z^2} \right] \quad (2.45f)$$

$$b = \frac{B}{1-F} \quad (2.45g)$$

Para obtener las saturaciones del fluido desplazado, S_o y S_o' , tanto en las fracturas como en los bloques se usan las relaciones

$$S_o = 1 - S_i \quad (2.46)$$

$$S_o^* = 1 - S_o^*$$

(2.47)

Considerando una prueba de desplazamiento (Pérez C. y Pérez R., 1986) en una muestra de longitud L , con las siguientes características: $A = 4$, $B = 1$, y $F = 0.05$, y realizando observaciones en la cara de salida de la muestra, es decir, en $X=1$, se observa que al principio de la prueba se tiene una saturación del fluido original en las fracturas, S_o , la cual decrece mucho más rápido que la saturación en la matriz, S_o^* . La figura 2.8 (Pérez Rosales, 1991) muestra dicho comportamiento. De la misma figura, se observa que el fluido inyectado se canaliza a través de las fracturas, no obstante, a medida que transcurre el tiempo, el fluido desplazante invade poco a poco la matriz, de tal manera que para tiempos largos, las saturaciones en matriz y fracturas tienden a igualarse.

Otra característica de dicha figura, es que la curva para la saturación de fractura, S_o , presenta dos regiones bien definidas, la primera con una pendiente negativa muy grande y la segunda con pendientes pequeñas. Además, la transición de una región a otra ocurre para un tiempo adimensional, $T = 0.05$, o sea, cuando se ha inyectado un volumen de poro igual al volumen de las fracturas. Es decir, la primera parte del desplazamiento está fuertemente dominada por el barrido del fluido dentro de las fracturas, en tanto que el intercambio de masa entre matriz y fracturas apenas empieza a manifestarse. Por lo tanto, la mayor parte del fluido queda almacenado en la matriz de roca, teniéndose así que su extracción sea lenta.

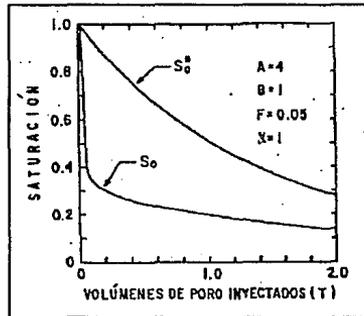


FIG. 2.8

Comportamiento de las saturaciones del fluido desplazado para un medio fracturado.
(Pérez Rosales, 1991)

Por tanto, una comprensión adecuada de los fenómenos que en este tipo de yacimientos se llevan a cabo, es muy conveniente para desarrollar una política eficiente de explotación.

2.2 CARTOGRAFIA DE PARAMETROS.

La cartografía de parámetros petroleros es una forma de estudiar y/o representar las diferentes características de un yacimiento, como lo son, por ejemplo, la porosidad, la saturación de agua, el espesor, entre otros, lo cual implica conocer la distribución espacial de tales parámetros. La operación de describir gráficamente estas distribuciones se conoce como configuración o mapeo.

Un mapa es una representación bidimensional de un fenómeno físico, también es una forma de reducir la escala y así poder percibir fácilmente las relaciones mostradas en él. Los mapas, en su presentación más general, incluyen los mapas tradicionales, como lo son los geológicos y topográficos, así como la fotografía aérea, planos de minas y fotomicrograffas, es decir, cualquier tipo de representación bidimensional puede incluirse.

Los parámetros son expresados casi siempre en términos de puntos o pozos localizados sobre un mapa. Nosotros, estamos interesados en las distancias entre los puntos, la densidad de puntos y los valores asignados a estos. La mayoría de los mapas son calculados en base a funciones continuas, basadas en observaciones discretas para el control de puntos. Un ejemplo obvio es el mapa topográfico, aunque las líneas de contorno son una expresión de una superficie continua, estas están apoyadas en mediciones calculadas por medio de una triangulación sobre las mediciones observadas en los puntos de control. Aún más obvio es un mapa estructural, ya que nosotros no sabemos si la estructura es continua, porque solo observamos algunos puntos de control y donde dichos puntos están representados por los pozos perforados.

Actualmente existen varios métodos computacionales para realizar dichos mapas o interpolaciones en forma rápida y consistente. Una vez configurados los mapas, se realizan los análisis respectivos de cada parámetro, ya sea en forma individual o en forma global, y así poder realizar posteriormente análisis de sensibilidad de dichos parámetros.

Uno de los problemas que anteceden a la configuración de un mapa o superficie en dos dimensiones es calcular la distribución regular de los puntos que la forman. Los patrones de puntos sobre los mapas podrían clasificarse dentro de tres categorías: regular o uniforme, aleatoria y agrupada. La figura 2.9 muestra estos tipos de distribuciones.

La mayoría de los mapas tendrían patrones intermedios entre estos tipos, y el problema se convierte en determinar la posible distribución regular de puntos. Considerando la figura 2.10 se podría pensar que la distribución es aleatoria, pero esta no es así ya que si el mapa primero se divide en celdas regulares y si posteriormente los puntos se colocan al azar dentro de cada celda, por consiguiente la distribución tiene al mismo tiempo ambos aspectos, aleatorio y regular.

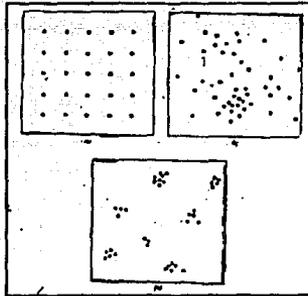


FIG. 2.9

Patrón de puntos. a) Regular; b) Aleatorio; c) Agrupado.
(Davis, 1973)

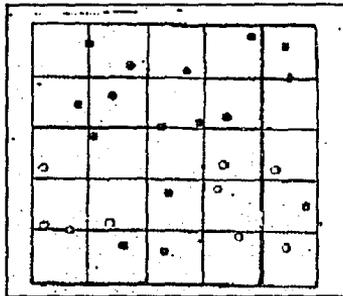


FIG. 2.10

Patrón aleatorio en una malla regular.
(Davis, 1973)

El patrón de puntos sobre un mapa se dice que es uniforme si la densidad de puntos en cualquier subárea es igual a la densidad de puntos en cualquier otra subárea del mismo tamaño. Esto es, la distancia entre un punto i y un punto j están situados en alguna dirección específica, siendo lo mismo para todos los pares de puntos i, j sobre el mapa.

El área de un mapa podría dividirse en un número de subáreas de igual tamaño, de tal manera que cada subárea contenga un número de puntos. Si los datos están distribuidos uniformemente, se esperará que cada subárea contenga el mismo número de puntos, siendo teóricamente independiente de la forma de orientación de las subáreas.

Por otra parte, la construcción de mapas de contornos presenta problemas similares a los presentados en la selección del tipo de distribución de los datos. El primer paso en el proceso de contorno es producir una malla regular para los puntos de control. La malla regular podría ser de varias formas, arreglando esta con los puntos base hasta los cálculos derivados de la superficie derivada de todas las observaciones.

En general, una curva de tendencia no pasa por los puntos dato. Es por esto que es necesario calcular una distribución continua de ciertas variables dependientes, a partir del conocimiento de valores discretos e irregularmente espaciados de estas mismas variables, es decir, se debe realizar una interpolación de todos los valores deseados dentro del dominio espacial de estos datos.

En la figura 2.11 se representa gráficamente una función o variable dependiente $z(x, y)$ donde x e y representan a las variables independientes. Los puntos $z_1(x_1, y_1)$, $z_2(x_2, y_2)$, ..., $z_n(x_n, y_n)$ sobre la superficie representan ciertos valores particulares de la función continua $z(x, y)$. Los valores discretos $z_1(x_1, y_1)$, $z_2(x_2, y_2)$, ..., $z_n(x_n, y_n)$ representan los valores observados dentro de los pozos del yacimiento.

Así, el problema fundamental en la configuración de yacimientos, consiste en tratar de calcular la función continua de la superficie de la figura 2.11 que pasa por los puntos z_1, z_2, \dots, z_n como un caso particular, ya que debe estar definida para toda la región de interés (x, y) .

En la literatura referente a métodos de interpolación, existen varias técnicas que hacen pasar una superficie por los puntos $z_1(x_1, y_1)$, $z_2(x_2, y_2)$, ..., $z_n(x_n, y_n)$; sin embargo, el modelo que se elija para caracterizar formaciones geológicas, tendrá que fundamentarse no sólo física y matemáticamente, sino también desde el punto de vista geológico.

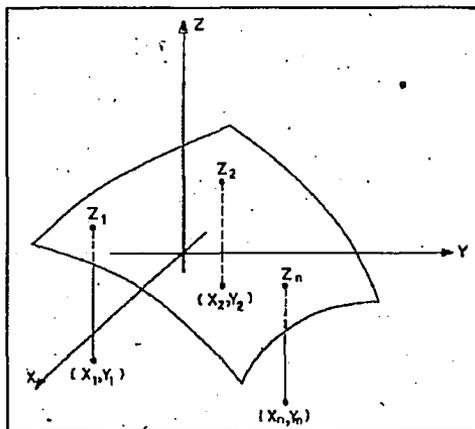


FIG. 2.11

Función $Z(X, Y)$, se muestran las formas continua y discreta de Z .
(Martínez Angeles, 1992)

Algunas de esas técnicas son complejas. Por el contrario, existen otras técnicas de fácil aplicación, como la superficie de tendencias, pero que tienen el inconveniente de conducir a resultados poco realistas. Una técnica que se caracteriza por su eficiencia y sencillez, al igual que el Análisis de Fourier, es el Análisis Normal (Pérez Rosales, 1984), el cual se fundamenta en principios físicos. A la fecha, el Análisis Normal ha sido aplicado con todo éxito a la descripción de yacimientos petrolíferos.

Esta técnica considera desde el punto de vista físico y geológico, que un yacimiento petrolero se formó, por movimientos al azar de la materia que lo constituye, a través de millones de años (siendo esta la escala adecuada para describir su evolución). En esta escala de tiempo y espacio, los movimientos de las partículas elementales que constituyen una formación geológica adquieren características aleatorias. Lo mismo sucede con los espacios porosos, ya que si la distribución de los granos individuales es estocástica, por lo tanto su complemento (el espacio poroso) tendrá también una distribución con características aleatorias brownianas.

Una consecuencia lógica de estos razonamientos es la siguiente: el flujo de fluidos en medios porosos depende fuertemente de la porosidad y la permeabilidad de dicho medio y si estos últimos contienen una parte aleatoria, entonces dicho flujo tendrá una componente estocástica.

Pérez Rosales (1979) presentó esta técnica en base a los resultados obtenidos por Einstein (1905) en sus estudios sobre el movimiento browniano. Partiendo de la expresión general de distribución normal

$$c(x) = H e^{-\frac{x^2}{D^2}} \quad (2.48)$$

donde c es la variable aleatoria asociada a un yacimiento, H es la altura de la distribución, y D , la distancia característica. La figura 2.12 muestra la gráfica característica de una distribución normal.

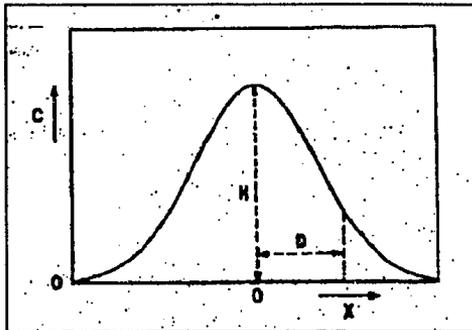


FIG. 2.12

Gráfica de la distribución normal.
(Pérez Rosales, 1964)

En dos dimensiones, la distribución normal se expresa como

$$c(x,y) = H e^{-\left(\frac{x^2 + y^2}{D^2}\right)} \quad (2.49)$$

y si el eje de simetría se encuentra en (x_1, y_1) , entonces

$$c(x,y) = H e^{-\left[\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{D^2}\right]} \quad (2.50)$$

Esta ecuación es la expresión de un principio físico que describe la distribución alcanzada por un gran número de partículas, después de un tiempo relativamente largo, cuando parten de un mismo lugar con movimientos al azar.

Considérese un sistema formado por N sistemas elementales con localizaciones (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_N, y_N) . Después de un tiempo suficientemente grande, las distribuciones areales individuales son de la forma de la ecuación (2.50), así la distribución del sistema compuesto está dada por la superposición de las N distribuciones elementales, es decir,

$$c(x,y) = \sum_{i=1}^N H_i \rho \left[\frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{D^2} \right] \quad (2.51)$$

Esta última ecuación constituye la base del Análisis Normal, e indica que una variable aleatoria c , asociada a un yacimiento se puede considerar como una distribución compuesta, formada por la superposición de distribuciones elementales de la forma de la ecuación (2.50).

La superposición de distribuciones elementales para obtener una distribución compuesta es un proceso directo; en cambio, el proceso inverso, o sea el de descomponer una distribución compuesta en sus componentes elementales, es difícil de realizar. La realización de este último proceso constituye el problema central del Análisis Normal.

El Análisis Normal considera que una de las condiciones indispensables para llegar a soluciones realistas es aquella que establece que la distribución obtenida debe ser exacta en los puntos dato; es decir, el problema consiste en aproximar la distribución compuesta mediante una superposición de distribuciones normales, de modo que N de la ecuación (2.51) representa el número de puntos dato y x_i , y_i son las coordenadas del i -ésimo punto dato.

Pérez Rosales (1984) presenta la solución para encontrar la distancia característica D y la altura H , de la ecuación (2.51). Supóngase que se tienen dos puntos que forman parte de una distribución compuesta desconocida, la cual se muestra en la figura 2.13. Como se dijo anteriormente, una manera de representar la distribución compuesta consiste en asociar una distribución normal a cada punto, es decir que pasen por los puntos A y B , los cuales tienen coordenadas (x_A, c_A) y (x_B, c_B) , respectivamente. Existe un número infinito de pares de distribuciones normales que satisfacen esa condición, dependiendo cada caso del valor que se asigne a la distancia característica D .

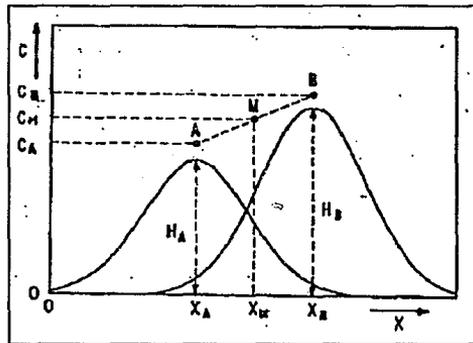


FIG. 2.13

Par de distribuciones normales cuya superposición (no indicada) pasa por los puntos A, M y B.
(Pérez Rosales, 1984)

Pero es necesario establecer un modelo de interpolación que indique como deben estar dispuestos los puntos intermedios entre A y B. El autor encontró experimentalmente que lo más probable es que el promedio de los diferentes valores de c tienda a

$$C_M = \frac{C_A + C_B}{2} \quad (2.52)$$

En consecuencia, el valor de la distancia característica se debe seleccionar de manera que la distribución compuesta resultante satisfaga la ecuación (2.52). De estos experimentos, se encontró que

$$D = 0.6406d \quad (2.53)$$

donde D es la distancia característica y d es la separación entre puntos dato.

re //

La relación indicada por la ecuación (2.53) es válida en el caso de que haya dos puntos solamente. Si los pozos están uniformemente distribuidos se ha encontrado por medio de observaciones empíricas, que el coeficiente D es igual a la distancia promedio entre los pozos vecinos, en nuestro caso se tiene que $D = 1000$ ya que con este valor se han obtenido buenos resultados (Pérez Rosales, 1984). Pero en general, los datos tienen espaciamientos distintos, por lo cual se debe adoptar varios valores de D, uno por cada dato, siendo esta la distancia al punto vecino más alejado. Esta manera de obtener D se demuestra a través de varios experimentos numéricos (Solorzano et al, 1982). Otra forma de obtener el valor de D es mediante el cálculo de la función semivariograma (Martínez A, 1986), es decir

$$\gamma(\bar{h}) = \frac{1}{2} e^{[z(x, \bar{h}) - z(x)]^2} \quad (2.54)$$

donde x es la posición de un punto en particular, \bar{h} es la distancia en cualquier dirección, z es la variable observada. Dicha función calcula el grado de correlación entre los puntos dato, la continuidad del fenómeno muestreado y la zona de influencia cuyo radio será el parámetro D.

Para determinar los valores de las alturas H_i , se hará uso de los 5 puntos que aparecen en la figura 2.14, los cuales representan los valores discretos de una variable aleatoria c, cuya expresión analítica se desea encontrar. De acuerdo a lo anteriormente establecido, esto se puede lograr mediante una serie de la forma indicada por la ecuación (2.51). En consecuencia, haciendo D igual a la distancia entre puntos

dato, se tiene que $D=2$, $N=5$ y la ecuación (2.51) toma la forma

$$c = H_1 e^{\left[\frac{-(x-2)^2}{4} \right]} + H_2 e^{\left[\frac{-(x-4)^2}{4} \right]} + H_3 e^{\left[\frac{-(x-6)^2}{4} \right]} + H_4 e^{\left[\frac{-(x-8)^2}{4} \right]} + H_5 e^{\left[\frac{-(x-10)^2}{4} \right]} \quad (2.55)$$

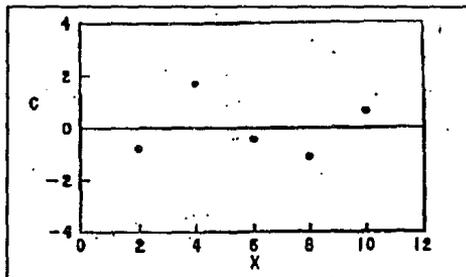


FIG. 2.14

Valores discretos de una variable aleatoria c .
(Pérez Rosales, 1984)

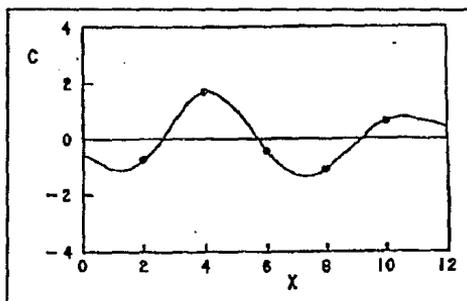


FIG. 2.15

Distribución continua obtenida mediante el Análisis Normal.
(Pérez Rosales, 1984)

Para que se cumpla la condición que establece que la distribución obtenida debe ser exacta en los puntos dato, las variables x y c de la ecuación (2.55) se pueden substituir sucesivamente por las coordenadas de los puntos dato, que ya son conocidas, con lo que se obtienen 5 ecuaciones lineales simultáneas, donde las incógnitas son los 5 valores de H_i . Al substituir valores y resolviendo el sistema resultante, se obtienen los valores de H_i y finalmente se llega a la expresión buscada. La figura 2.15 muestra la representación gráfica de esta función.

Por otra parte, estudios recientes realizados por Martínez Angeles (1992) y basándose en los razonamientos de Pérez Rosales (1979, 1982, 1984) sobre el procedimiento de calcular una distribución continua de ciertas variables aleatorias, demostró que, después de un tiempo suficientemente largo, su distribución obedece a la ecuación de difusión o ecuación de movimiento browniano, de la forma siguiente

$$D \left[\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \right] = \frac{\partial Z}{\partial t} \quad (2.56)$$

con las condiciones iniciales y de frontera siguientes

$$\begin{aligned} Z(x, y, 0) &= 1 \\ Z(x, y, \infty) &= 0 \\ Z(\infty, \infty, t) &= 0 \end{aligned}$$

De donde, la primera condición indica que al inicio del experimento ($t = 0$) la distribución es uno para toda x, y diferente del origen, se trata de un impulso unitario. La segunda condición establece que la distribución para tiempos muy grandes ($t = \infty$) es cero. Finalmente, la tercera condición supone que en el infinito ($x = \infty, y = \infty$) la distribución es cero.

Cuya solución por el método de separación de variables es la siguiente (Einstein, 1905)

$$z(x_1, y_1) = H_1 e^{-\left[\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{4D} \right]} \quad (2.57)$$

donde

$z(x, y)$ representa el número de partículas por unidad de área.

H es la altura de la distribución en el punto (x_1, y_1) .

D es el coeficiente de difusión del parámetro en estudio.

Este resultado fue obtenido por Einstein (1905) y Pérez Rosales (1984), el cual describe la distribución alcanzada por un gran número de partículas, después de un tiempo relativamente largo, cuando parten de un mismo lugar y con movimiento al azar. Considerando ahora un sistema compuesto por N sistemas elementales y adoptando el principio de superposición (Scheidegger, 1974), se tiene que

$$z(x,y) = \sum_{i=1}^N H_i e^{-\left[\frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}{4D} \right]} \quad (2.58)$$

La ecuación (2.58) es la base del método del Análisis de Dispersión. Esta relación indica que una variable aleatoria $z(x,y)$, asociada a un yacimiento petrolero, puede ser tratada como una distribución compuesta de distribuciones elementales de la forma de la ecuación (2.57).

2.3 TEORIA DEL PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMAGENES.

La exploración y explotación de los recursos naturales han sido algunas de las primeras inquietudes del ser humano desde tiempos remotos. El advenimiento de imágenes digitales caracterizadas por su alta resolución espacial y espectral permiten a los científicos utilizar los sensores remotos, los cuales modifican en forma considerable su manera de trabajar.

En tiempos recientes, las técnicas de adquisición de imágenes como un método de observación a distancia de un fenómeno físico, han cobrado importancia debido al avance científico. De hecho nació como una de las técnicas relacionadas con los sensores remotos, debido a los grandes avances de la electrónica, la computación y la informática cuyos logros en conjunto, se vieron rápidamente aplicados a la exploración y explotación de los recursos naturales, pero sobre todo a los campos de la Robótica, la Bio-medicina, la Astrofísica, la Teledetección, las Ciencias de Materiales, la Inteligencia Artificial y las Ciencias de la Tierra.

Durante muchos años el ser humano ha intentado la incorporación de ciertas habilidades humanas, tal como la visión, dentro de una máquina, ésta última al ser un objeto inanimado causa que la visión sea considerada como artificial, siendo esto un nuevo campo de aplicación llamado "visión artificial".

En la actualidad, con la introducción de los sistemas de procesamiento digital de señales, es posible y práctico realizar proyectos relacionados con la visión artificial, como es el caso de los sistemas expertos. Los sistemas expertos han sido desarrollados en muchas disciplinas científicas. Así, los campos de los sensores remotos y del tratamiento numérico de imágenes digitales (TNID) son citados frecuentemente por ser ejemplos recientes de un sistema experto, ya que incluyen la adquisición, el procesamiento numérico, el reconocimiento de formas y la interpretación del contenido de una imagen digital.

Como ejemplos de imágenes digitales en Ciencias de la Tierra están las siguientes: imágenes de satélite (multiespectrales y de radar), imágenes de microscopía (láminas delgadas, muestras de roca, etc.), imágenes de geofísica (magnetometría, gravimetría, sismología, etc.), imágenes de parámetros petroleros (porosidad, saturación de aceite, espesor, etc.) y las imágenes geológicas (edades, tipos de roca, etc.).

Durante los últimos años, han surgido una gran cantidad de innovaciones en materia de computación, destacando la creación, el procesamiento y la interpretación de imágenes digitales, las cuales han dado como resultado una mayor aplicabilidad en dominios muy diversos como los antes mencionados, de tal manera que los avances realizados en cualquiera de esas ramas de la ciencia puedan adaptarse fácilmente a los dominios restantes, lo cual puede convertirse en una mayor posibilidad para el uso de esta tecnología. La adquisición, el análisis numérico y la interpretación de imágenes digitales por medio de computadoras han modificado el estudio de los fenómenos físicos, por ejemplo, los sensores remotos por satélite estudian las propiedades de reflexión de las ondas electromagnéticas provenientes de la superficie de la Tierra y la evaluación de los recursos naturales a través de tales observaciones.

Pero, cómo se adquiere una imagen digital?

Para obtener una imagen digital (Gonzalez, 1977), es necesario conocer los componentes básicos de,

un sistema de adquisición de imágenes digitales, los cuales son: la fuente de energía, el paisaje, la escena, el sistema óptico de formación de la imagen, el sistema electrónico de registro y por último, el sistema de grabación de la imagen digital. La figura 2.16 muestra este sistema.

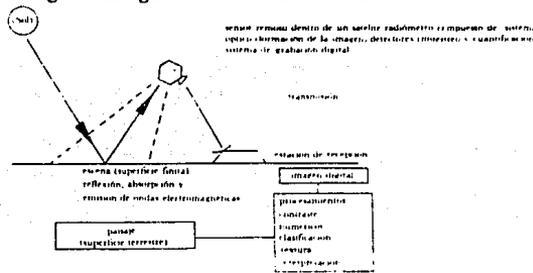


FIG. 2.16 Representación esquemática de la adquisición de una imagen digital. (González, 1977)

La fuente de energía es la parte que va a excitar el medio bajo estudio, en el caso de la teledetección está representada por el sol, quien emite energía en forma de radiaciones electromagnéticas. El paisaje está compuesto de todos los objetos potencialmente presentes, constituye el sistema físico de estudio. Desde el punto de vista físico se comporta como un filtro natural que modifica la energía proveniente de la fuente. En el caso de la teledetección, el paisaje está compuesto de toda la superficie terrestre.

La escena es una parte del paisaje, es decir, está compuesta de una superficie finita, la cual es capaz de ser enfocada por el sistema del sensor remoto y en donde existe algún interés de estudio en particular. Para el caso de la teledetección y del satélite Spot, la superficie terrestre está dividida en escenas compuestas de regiones cuadradas a 60 km. de lado cada una.

El sensor remoto se representa por la parte instrumental del sistema total y está compuesto de cuatro subsistemas: el sistema óptico para formar la imagen, el sistema de detección para muestrear y cuantificar la escena, el sistema de registro de la imagen estimada, y el sistema de grabación de la imagen digital.

Matemáticamente, la imagen digital está representada por una matriz rectangular cuyos elementos varían generalmente entre 0 y 255, es decir, dentro de un byte. Cada elemento de esta matriz representa la máxima resolución espacial alcanzada por el sensor remoto y es llamado " pixel ".

Existen otras dos maneras de generar una imagen digital, estas son:

a) Por medio de una mesa de digitalización, en la cual es posible seguir curvas de nivel presentes en un mapa, por medio de un cursor y de un dispositivo electrónico. Como ejemplos de estas imágenes se pueden mencionar: la topografía, los contactos geológicos, la gravimetría, etc.

b) Por medio de técnicas de interpolación, con las cuales se genera una matriz de datos a partir de

observaciones irregularmente distribuidas dentro del área de trabajo. Como ejemplos de estas imágenes están: la distribución de porosidades, de saturación de agua, de presiones, etc. a partir de datos de pozo.

A continuación se describirán brevemente las características principales de una imagen digital:

Una imagen es una representación bidimensional de: un objeto, una escena, un fenómeno físico o una simulación numérica. Una imagen digital es una aproximación numérica de una imagen analógica. Esta aproximación se realiza mediante un proceso de muestreo en el dominio del espacio (x, y) y de una cuantificación digital del fenómeno bajo estudio. Así, una imagen digital está representada por una matriz algebraica cuyos elementos representan la magnitud estimada del fenómeno bajo estudio (reflectancia, magnetismo, porosidad, etc.).

Cada elemento de la imagen digital es llamado pixel (picture element, en inglés) y puede ser localizado por su posición (línea, columna) y por su magnitud o nivel de gris.

Hasta este momento sólo se tiene registrado en la memoria de la computadora a dicha matriz algebraica, pero es necesario observarla en algún monitor, es decir, visualizarla. Para realizar lo anterior son necesarios varios elementos adicionales de cálculo como son: histograma de las magnitudes o niveles de gris, consulta de una biblioteca de paletas de color (la paleta que varía desde el color negro hasta el blanco, pasando por 16 niveles de gris es la más utilizada) y el cálculo de una tabla de aumento de contraste que relacione a la paleta (fija en la memoria de CPU) de color y al histograma de magnitudes de la imagen digital.

Una imagen digital en informática se presenta como un conjunto de datos almacenados en la memoria de una computadora. Visualizar una imagen digital consiste en obtener una representación visual ya sea: en un monitor VGA, impresora (de puntos o láser), papel fotográfico o sobre cualquier otro soporte. En todos los casos, se le asociará un nivel de gris, un tinte de color o un símbolo a cada uno de los pixels de dicha imagen. En la práctica esto se realiza mediante varios intentos utilizando diversos tratamientos con el objetivo de obtener un contraste óptimo que haga resaltar la información que le interese al usuario. Así, la firma espectral de cada anomalía u objeto presente dentro de la imagen será representada sobre el monitor o papel mediante un conjunto de niveles de degradación en grises o coloreadas.

Cuando las magnitudes registradas de cada pixel están almacenadas en un byte de ocho bits, entonces éstos pueden contener valores enteros comprendidos entre 0 y 255. Antes de realizar un aumento de contrastes para la visualización se debe de calcular el histograma de las magnitudes de los pixels. Este histograma es una función definida sobre el conjunto de los enteros comprendidos entre 0 y 255 y cuyo valor para el entero i es el número de pixels que tienen dicho valor i , es decir, se trata de un histograma de 256 clases, pero por comodidad en la práctica el histograma se calcula con 64 clases.

Ahora supongamos que la información interesante de las anomalías está comprendida entre las magnitudes 50 y 100. Para visualizar el máximo de detalles de las anomalías dentro de la zona de trabajo se podría representar en negro todos los pixels que contengan valores entre 0 y 50, en blanco todos aquellos entre 101 y 255 y elegir 16 niveles de gris afectados por alguna de las tablas de aumento de contraste para representar a los pixels cuyas magnitudes se encuentren entre 51 y 99. La manera de elegir la tabla de aumento de contraste depende fuertemente de lo que quiera resaltar el usuario, pero en la

práctica se realizan varios intentos y al final se elige la tabla de aumento de contraste que dé una mejor visualización según los objetivos.

Una tabla de aumento de contrastes es una función que relaciona, por un lado al rango del histograma de magnitudes de la imagen digital y por otro un rango constante de 0-255 que es el rango de todas las paletas de color de la biblioteca en la memoria de la computadora. Para obtener esta función existen alrededor de 10 métodos (lineal, logarítmico, exponencial, gaussiano, uniforme, etc.), aquí explicaremos solamente dos por ser los más sencillos y los más utilizados: la tabla lineal y la de isopoblaciones.

Tabla lineal de aumento de contrastes.- Es una función de aumento de contrastes que tiene la forma siguiente:

$$f(k) = Ak+B$$

donde A es la pendiente de la recta, puede ser positiva o negativa y es el valor que determina el aumento o disminución de contraste en un momento dado. En la práctica se calcula primero el histograma de la imagen digital, después se calculan las principales estadísticas como son: la media aritmética m , la variancia y la desviación estándar s . Posteriormente, los valores inferior C y superior D del rango del histograma se calculan mediante las relaciones

$$C = m - 3s$$
$$D = m + 3s$$

Ya que de esta manera se toma en cuenta al 96% de la información de los pixels.

Tabla de isopoblación de aumento de contraste.- El objetivo de esta tabla es el de obtener aproximadamente el mismo número de pixels para cada uno de los 16 niveles de gris desde el negro hasta el blanco, a partir de las N magnitudes de la imagen digital. El aumento de contraste será definido como sigue: los N/16 pixels con magnitudes más bajas estarán representados por el color negro, los siguientes N/16 con valores más bajos estarán dentro del primer nivel de gris y así sucesivamente hasta llegar a los N/16 pixels con los valores más altos que serán representados por el color blanco. La visualización de la imagen utilizando esta tabla tendrá la misma cantidad de pixels para cada una de las 16 poblaciones o niveles de gris.

Si el histograma de magnitudes cubre la mayoría del rango de 0-255, entonces no es necesario el cálculo de una tabla de aumento de contrastes y se podría hacer referencia solamente a una paleta de color, pero en la mayoría de los casos esto no sucede, razón por la cual es necesario calcular una tabla de aumento de contrastes.

Por otra parte, un sistema experto deberá resolver el problema siguiente: partiendo de conceptos temáticos, de informaciones adicionales de la escena y de un conjunto de procedimientos de cálculo, como transformar la imagen inicial con el fin de producir una imagen etiquetada o clasificada. Este sistema debe supervisar los procedimientos numéricos y dar como opciones una serie de posibilidades matemáticas e informáticas para llegar a la mejor estimación de la realidad según el esquema mostrado en la figura 2.17.

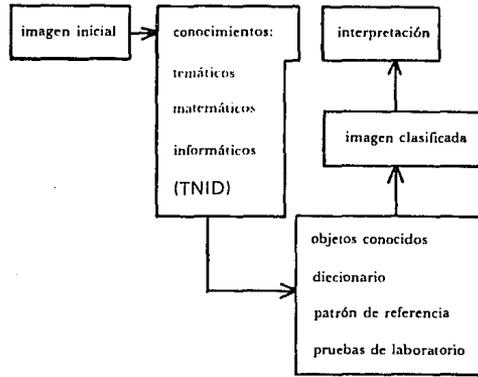


FIG. 2.17

Esquema de un sistema experto.
(González, 1977)

Tal situación hizo que se culminara con la creación de una nueva rama de la ciencia llamada " Tratamiento Numérico de Imágenes Digitales, TNID ".

Los principios fundamentales del TNID se encuentra en el dominio de la teoría de señales y sistemas. Así, la caracterización de un fenómeno puede conceptualizarse como lo muestra la figura 2.18.

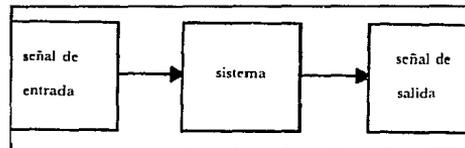


FIG. 2.18

Caracterización de un fenómeno.
(González, 1977)

Dentro del esquema de la figura 2.18 es necesario conocer dos elementos para estimar el restante. Por lo general, el sistema es la incógnita, es decir, se tiene control sobre las señales de entrada y salida. El patrón de detección es el ojo, porque el ojo discierne fácilmente los objetos que se encuentran en una imagen. No obstante, para obtener tales objetos por medio de una máquina, se deben introducir procedimientos demasiado complejos. El principio de toda detección de objetos o anomalías es el siguiente: Estando dada una imagen $z(u)$, donde u es una variable espacial, espectral o temporal, escalar o vectorial, decimos que se ha detectado un objeto en u_0 si el valor de la imagen es claramente superior o inferior a su medio ambiente, es decir, se trata de fijar un nivel de referencia. Actualmente, el TNID tiene elementos propios de análisis que permiten resolver diversos problemas de identificación de objetos y de anomalías por medio de un proceso de segmentación.

La segmentación de una imagen es su partición en regiones teniendo propiedades específicas. El TNID consiste en procesar matrices rectangulares (obtenidas en la etapa de adquisición), con miras a extraer: ya sea la información útil con la ayuda de un sistema experto, ya sea una imagen portadora de cierta información la cual se utilizará posteriormente. Dentro del TNID existen las siguientes tres grandes familias:

a) Las técnicas basadas en el concepto de contraste de la propiedad observada, entre el objeto y su medio ambiente. Pudiendo mencionar como ejemplos a los siguientes métodos: filtros lineales (pasabanda, gradiente, laplaciano, etc.), filtros morfológicos (dilatación, erosión, esqueletización, etc.), filtros no lineales (mediana, moda, combinaciones aritméticas, etc.), transformaciones diversas (Fourier, Z, Laplace, Hilbert, Hadamard, etc.), y tratamientos diversos (decodificación, correcciones aritméticas, tablas de color, segmentación, etc.). Estas técnicas también son llamadas de detección de contornos las cuales están basadas en la búsqueda de discontinuidades significativas que caracterizan a las regiones por sus fronteras y por otro tipo de líneas tales como líneas de valle o de cima.

b) Las técnicas basadas en el concepto de respuesta espectral en el espacio de canales, llamadas también técnicas multispectrales. Entre estas técnicas están: las técnicas de análisis multivariable (métodos factoriales, componentes principales, clasificación Hash, nubes dinámicas, etc.) y los métodos estadísticos (método de Gauss, método de Bayes, imágenes en falsos colores, etc.).

c) Los métodos basados en el concepto de textura. Describen el grado de homogeneidad de una superficie basándose en aspectos pseudo-aleatorios de la imagen. Se utilizan técnicas tales como: la entropía, los coeficientes de correlación, la matriz de concurrencia, la función semi-variograma, etc.).

Los principios básicos del TNID están dados por la teoría de señales y sistemas, el filtrado digital, el análisis multivariable, el filtrado morfológico, el análisis espectral, la ingeniería de computación y el diseño de arquitecturas de microcomputadoras.

El resultado de esta etapa está representada por una imagen temática, es conveniente hacer mención que en el proceso de elaboración de esta imagen temática a partir de los datos de una imagen inicial, las diferentes etapas del TNID y la interpretación están estrechamente ligadas, de tal manera que se distinguen los siguientes puntos para la interpretación: la parte temática reside dentro del conocimiento especializado del medio representado por la imagen observada, esta parte permite al mismo tiempo enumerar y clasificar las entidades que componen el paisaje analizado, además, ella supone igualmente

el conocimiento de las leyes de organización espacial de estos elementos, está apoyada igualmente por lo que se conoce como: realidad sobre el terreno, patrón de referencia o por un diccionario de formas y respuestas elaborado en laboratorio, la figura 2.17 muestra el esquema descrito.

La parte concerniente a la interpretación permite identificar los objetos o entidades temáticamente significativas en función de sus medidas geométricas, de su respuesta espectral, de su textura y de su forma, así como de sus relaciones espaciales con los otros objetos y entidades.

La parte relativa al TNID que consiste en orientar la selección de los tratamientos de imagen a utilizar, está en función de las características de la misma y de los objetivos perseguidos con la ayuda de las dos partes anteriores (temática e interpretación).

Por último, la figura 2.19 muestra un esquema de la distribución del equipo en cualquier estación de trabajo para el tratamiento de imágenes.

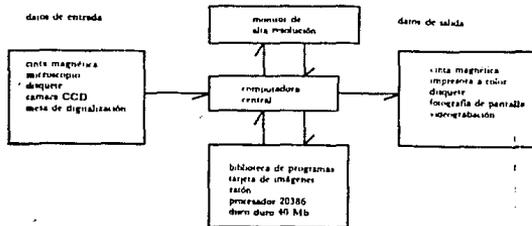


FIG. 2.19

Esquema de la distribución del equipo en una estación de trabajo.
(González, 1977)

Hay una sola prueba de la capacidad; la acción.

Marie Ebner - Eschenbach.

3 APLICACION EN RELACION A LA CARACTERIZACION DE YACIMIENTOS.

La industria petrolera siempre ha marchado en forma paralela al avance de las nuevas tecnologías de computación y las ha incorporado dentro de sus sistemas de trabajo para la solución de sus problemas. En la actualidad maneja los sistemas más complejos y difíciles de imaginar, con los que está en condiciones de enfrentarse prácticamente a todos los retos técnicos, cada vez mayores, que la naturaleza le presenta para la exploración, explotación y procesamiento de los hidrocarburos.

Uno de estos retos es la Caracterización de Yacimientos dado que este tipo de estudio es vital para una explotación exitosa de cualquier yacimiento y es un proceso continuo, desde el descubrimiento del primer pozo productor, hasta la producción mediante técnicas de recuperación mejorada.

El estudio de la cantidad de hidrocarburos presente en un yacimiento y de los mecanismos de su producción, requiere la aplicación de numerosas disciplinas de las Ciencias de la Tierra, principalmente las de ingeniería petrolera, para lograr el análisis exhaustivo de la información disponible: registros de pozo, pruebas (de presión, de trazadores), núcleos y datos de superficie, ya sean geofísicos o geológicos. La explotación completa de un campo petrolífero se divide en varias fases: exploración, evaluación, desarrollo y producción. Los estudios realizados en cada etapa tienen objetivos distintos, involucran diferentes clases de datos, pero, la característica común entre todos ellos es la de extraer la máxima cantidad de información a partir de los registros de pozo, puesto que estos últimos son las únicas mediciones tomadas en el pozo en forma continua en función de la profundidad. Otros datos tales como el análisis de núcleos o los resultados de pruebas, sirven para afinar la evaluación de cada pozo.

3.1 OBTENCION DE PARAMETROS PETROLEROS.

Debido a que los parámetros petroleros (espesor, porosidad, saturaciones) que participan en el cálculo de reservas presentan variaciones tanto verticales como laterales dentro del yacimiento y del pozo, entonces se acostumbra realizar una ponderación respecto al espesor efectivo para la variación vertical, y una respecto al área de influencia para la variación lateral, para cada pozo del campo.

a) Espesor efectivo, \bar{h} .

Se calcula mediante la interpretación de registros geofísicos utilizando la ecuación

$$\bar{h} = \sum_{i=1}^n h_i \quad (3.1)$$

donde h_i es el espesor del estrato i , y n es el número de estratos identificados.

b) Porosidad promedio, $\bar{\phi}$.

A partir de registros geofísicos y de análisis de núcleos se determina un valor medio de porosidad por pozo. La siguiente relación indica dicho promedio

$$\bar{\phi}_{\text{pozo}} = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \quad (3.2)$$

donde ϕ_i es la porosidad del intervalo i.

c) Saturación promedio de agua, \bar{S}_w .

La saturación de agua promedio por cada pozo se puede determinar mediante la relación

$$\bar{S}_{w_{\text{pozo}}} = \frac{\sum_{i=1}^n S_{wi} h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} \quad (3.3)$$

donde S_{wi} es la saturación de agua para el intervalo i.

Para el cálculo de la porosidad y saturación media del yacimiento se procedió a realizar interpolaciones mediante la técnica propuesta y posteriormente se pueden utilizar indistintamente un método volumétrico, de cimas y bases, de isopacas o de isohidrocarburos para obtener el volumen total de hidrocarburos en el yacimiento.

3.2 CALCULO DE RESERVAS.

La toma de decisiones en la industria petrolera está basada en el conocimiento del cálculo de las reservas de hidrocarburos y la configuración del yacimiento. De ahí la necesidad de disponer de métodos computacionales que permitan realizar estimaciones confiables y oportunas, ya que los procedimientos manuales de cálculo tradicionales no responden al dinamismo con que se desarrolla la industria en la actualidad.

En este trabajo se presentan los resultados de un sistema automatizado para el cálculo de reservas, anteriormente Solorzano, et al, (1982) y Martínez Angeles(1985, 1986) realizaron estudios basándose en el Análisis Normal.

Ahora, se aplica la teoría del Análisis de Dispersión desarrollada por Martínez Angeles (1992) para realizar la configuración de los diferentes parámetros de las formaciones productoras de hidrocarburos de manera automática.

Para la realización del cálculo de las reservas mediante las técnicas del Análisis de Dispersión y las del procesamiento digital de imágenes, es necesario la generación de un banco de datos para la actualización y el control de la información general en forma de archivos.

Es decir, el banco de información contiene datos de pozo como entrada, colección de matrices correspondientes a la configuración de los parámetros (espesor de la formación productora, porosidad, saturación de agua, permeabilidad, cimas, capacidad de flujo, etc.) y un diccionario de configuraciones automáticas de cada parámetro del yacimiento, así como de otro diccionario de las imágenes digitales correspondientes a dichos parámetros.

Para ilustrar el tipo de resultados que pueden obtenerse con la aplicación del Análisis de Dispersión, se presentan datos reales correspondientes al Campo A, los cuales se muestran en la Tabla 3.1, tales datos fueron medidos a partir de registros geofísicos de pozo. Por otra parte, la figura 3.1 muestra la localización de los pozos usados tanto para la interpolación de parámetros como para las corridas de simulación de dicho campo.

TABLA 3.1.- DATOS DEL CAMPO A.

POZO	COORD.		h (m)	Porosidad (%)	Sw (%)	CIMAS (mbum)	K (mD-m)
	X(m)	Y(m)					
1	1829	4320	102	9.1	9.9	4009	---
2	1830	6060	175	7.2	13.9	3884	---
3	1330	6920	94	5.0	20.7	3995	---
4	1820	7720	85	6.2	17.1	3973	---
5	3820	2580	103	4.4	21.2	3932	---
6	2330	3460	77	7.1	21.9	4068	---
7	3030	3520	290	9.7	9.7	3799	1.97
8	2840	4320	281	8.9	7.1	3796	8.23
9	3820	4320	354	9.0	8.3	3707	3.02
10	2330	5180	174	5.5	18.8	3778	---
11	3320	6920	196	6.2	15.8	3878	4.25
12	2840	7780	75	10.5	10.6	4007	---

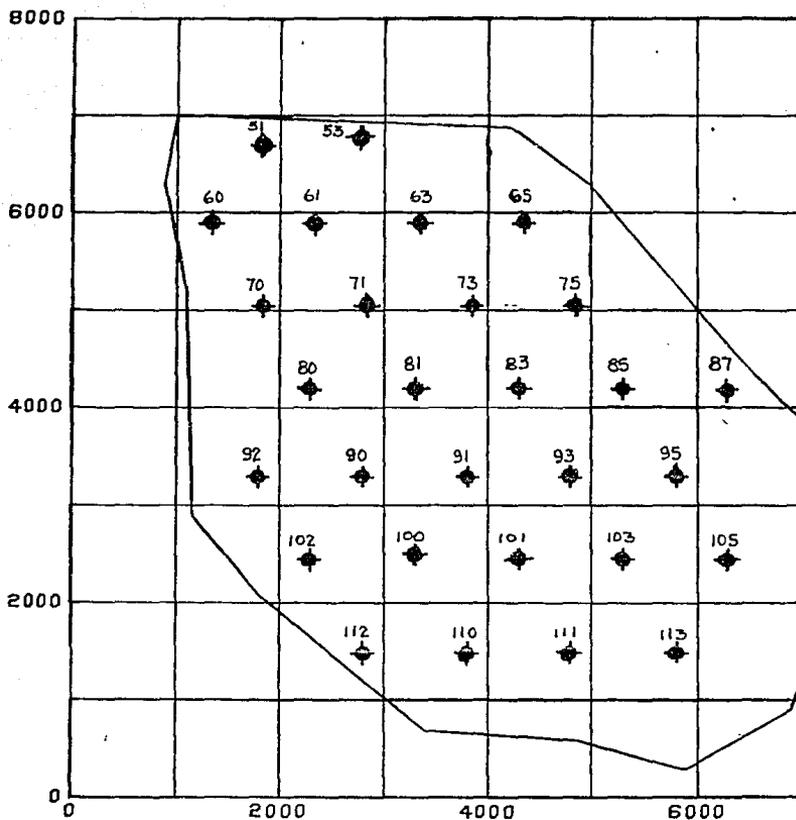


FIG.3.1 - LOCALIZACION DE LOS POZOS DEL CAMPO A

13	3620	6040	239	8.1	10.0	3813	1.25
14	2320	6920	171	6.9	12.4	3843	0.12
15	3320	6920	196	6.2	13.8	3878	4.25
16	2640	7780	75	10.5	10.6	4007	—
17	4640	2580	67	6.8	4.0	4054	—
18	5620	2580	151	7.0	13.1	3904	0.04
19	4320	3460	201	10.3	7.3	3923	2.08
20	5320	3460	178	12.6	7.2	3930	0.66
21	6320	3460	176	9.2	9.4	3939	1.27
22	4640	4320	244	9.2	6.9	3841	8.01
23	5620	4320	90	6.6	14.9	3956	0.44
24	4320	5180	183	9.2	12.6	3821	3.67
25	5320	5180	150	10.4	10.1	3946	1.25
26	4640	6060	138	8.7	12.1	3978	0.34
27	4320	6920	105	6.0	14.6	4056	0.09

En las figuras 3.2 a la 3.10 se presentan las imágenes digitales correspondientes a las propiedades siguientes: espesor, porosidad, saturación de agua, salinidad, cimas, temperatura, permeabilidad, presión inicial y las reservas probadas.

En el cálculo de reservas se utilizó un método volumétrico, representado por

$$Reservas = 6289.7 (h)(\phi)(1-S_w)(F) \quad (3.4)$$

y considerando las matrices o imágenes digitales, se tiene

$$Reservas = 6289.7 [h][\phi][1-S_w][F] \quad (3.5)$$

donde [Fr] representa la imagen correspondiente al factor de recuperación, y las reservas están en millones de barriles.

Para el caso del Campo A, el valor calculado fue de 1096 millones de barriles de aceite, considerando Fr= .46.

De las figuras 3.2 a la 3.10 se observa que:

- a) Se tienen potentes espesores impregnados en la porción central del campo.
- b) Presenta variaciones suaves en porosidad.
- c) Existen zonas bien definidas de saturación de agua indicando así, zonas con buenas expectativas de acumulación de hidrocarburos, las cuales se confirman con la imagen que representa las reservas.
- d) La salinidad del agua de formación es menor hacia el suroeste del campo, mientras que la imagen de cimas nos muestra que la estructura es un anticlinal orientado del noroeste al sureste.
- e) La distribución de temperaturas es muy uniforme en todo el campo.

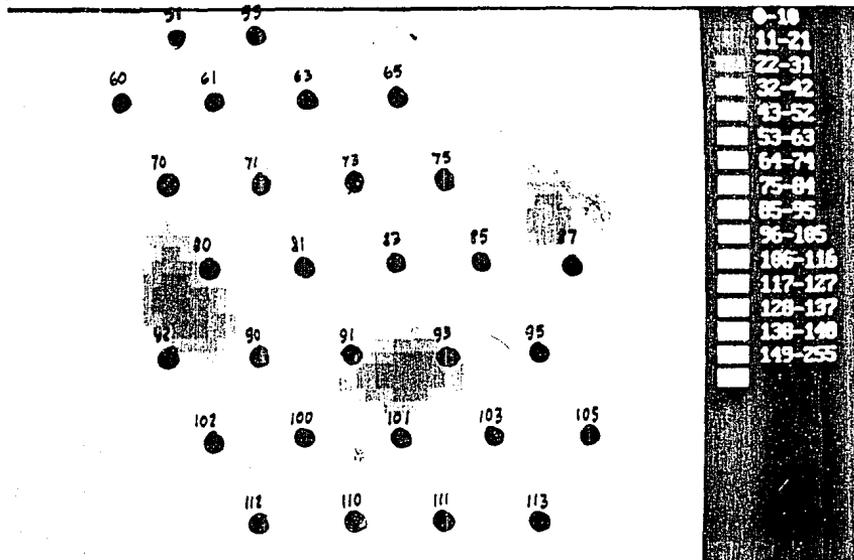


FIG. 3.2 ESPESOR.

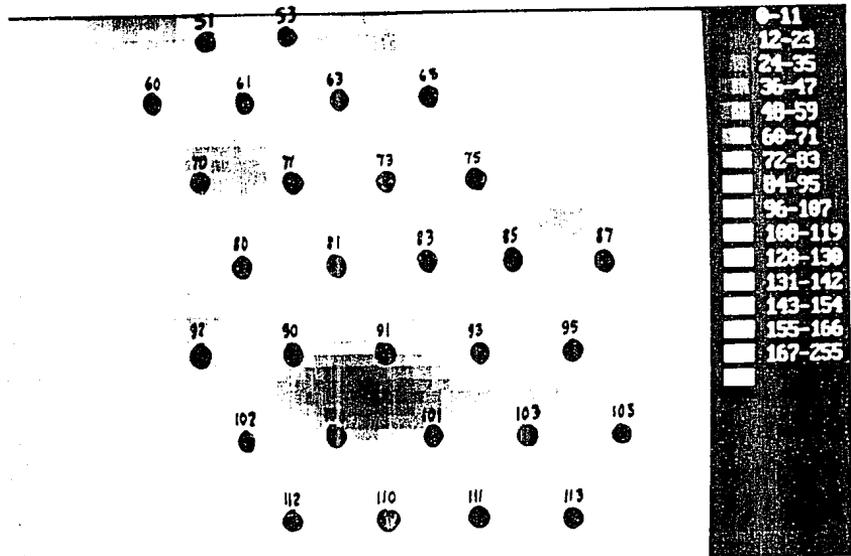


FIG. 3.3 POROSIDAD.



FIG.3.4 SATURACION DE AGUA.

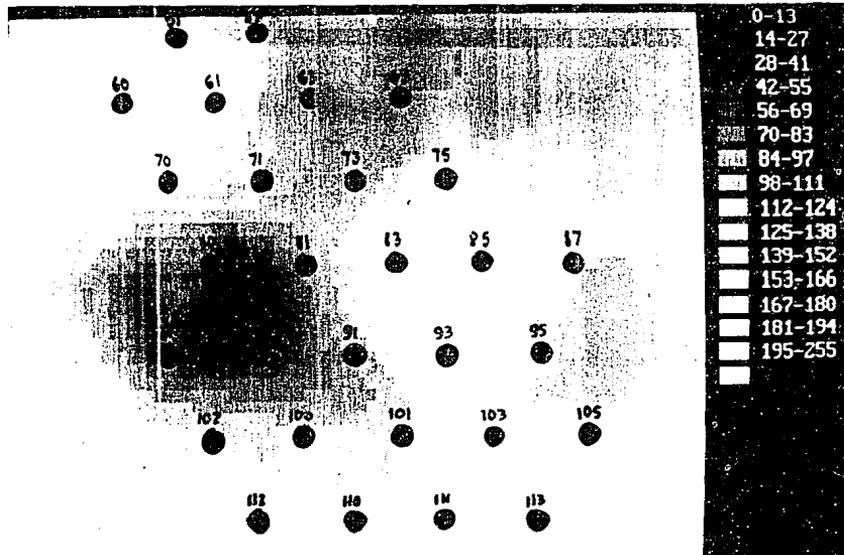


FIG. 3.5 SALINIDAD.

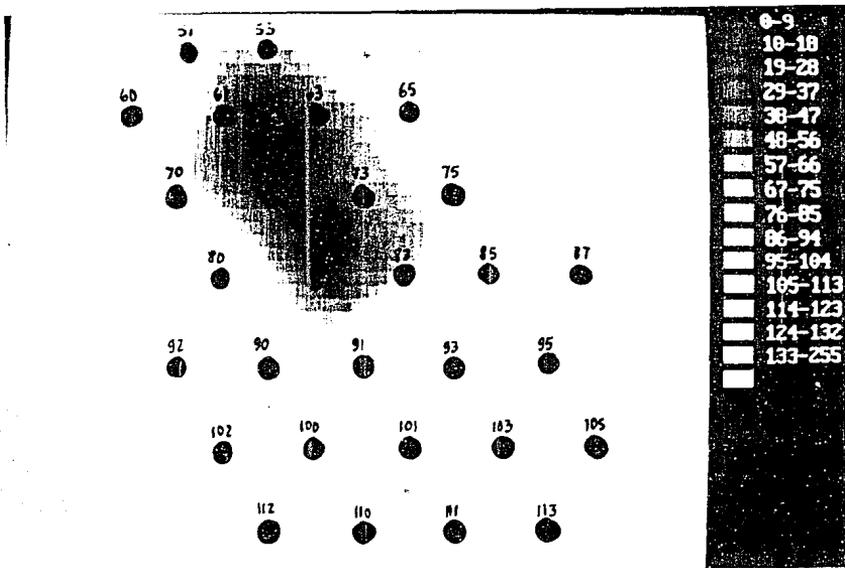


FIG. 3.6 CIMAS.

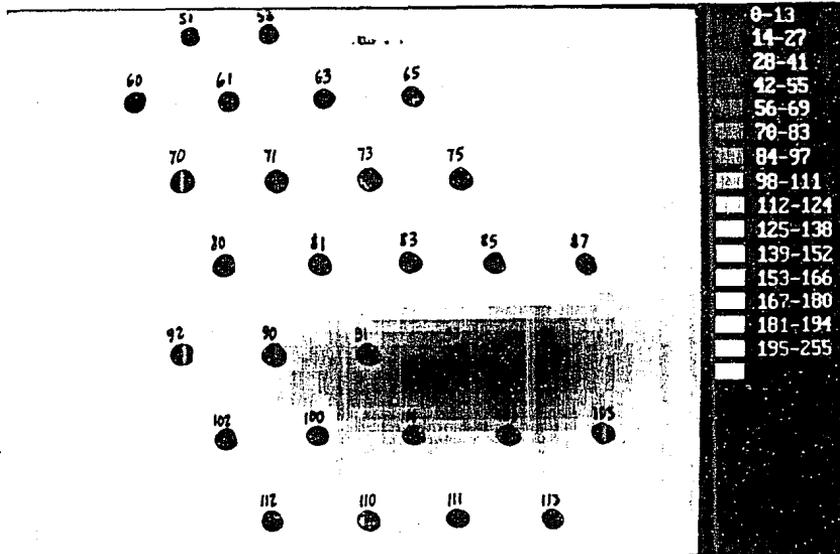


FIG.3.7 TEMPERATURA.

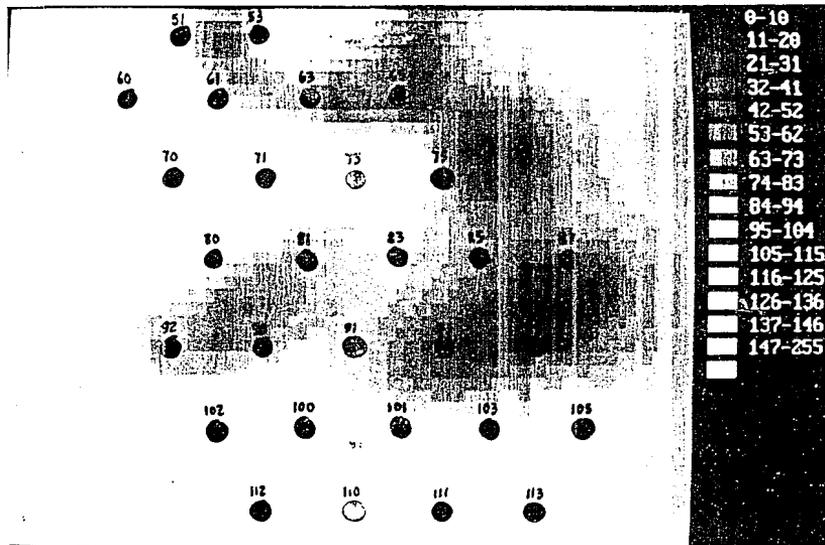


FIG. 3.8 PERMEABILIDAD.

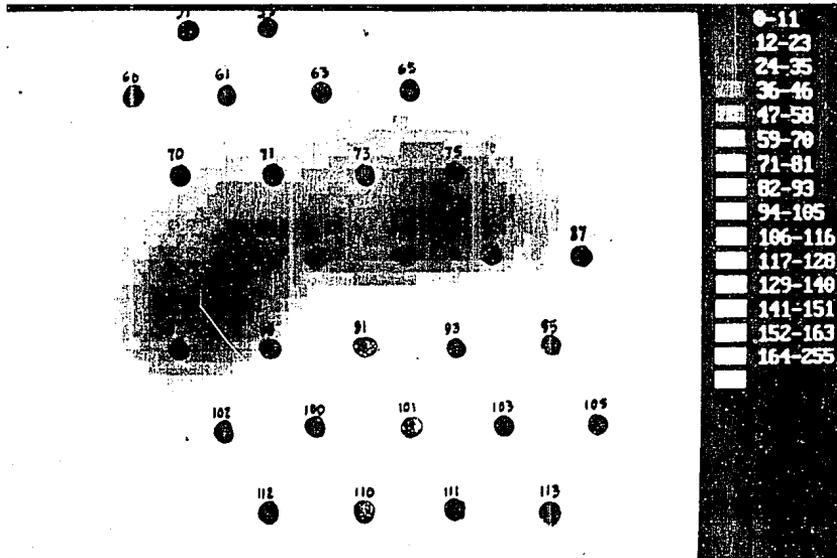


FIG. 3.9 PRESION INICIAL.

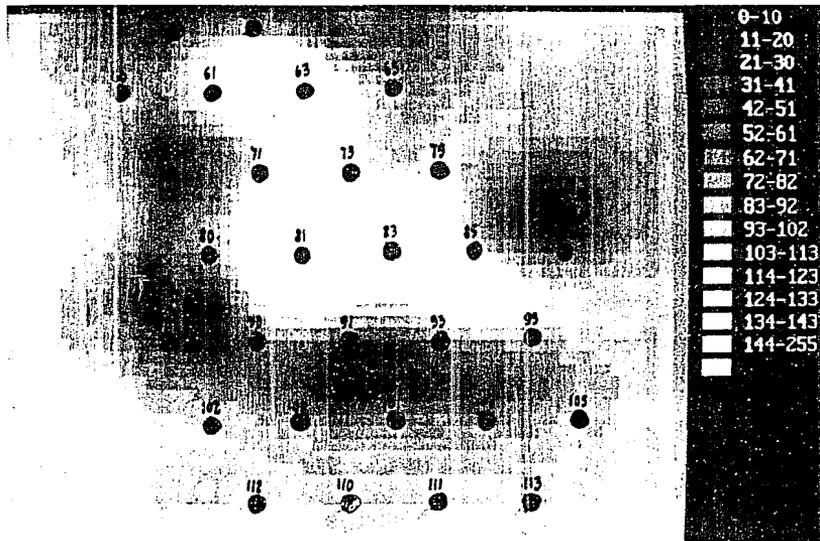


FIG. 3.10 RESERVAS PROBADAS.

f) Existen tres zonas de permeabilidad, dos de baja permeabilidad localizadas al noroeste y sureste, y otra de media a alta que atraviesa el campo de noreste a suroeste.

g) La mayor acumulación de hidrocarburos se encuentra en la parte central del campo, así como en la parte superior de la estructura, por lo que se puede sugerir terminar los pozos en la cima del yacimiento.

3.3 RECUPERACION SECUNDARIA.

Se puede asegurar que el nacimiento de la Recuperación Secundaria en México ocurrió prácticamente en el momento en que, a nivel mundial, tal método fue reconocido como de aplicabilidad general, dado que en el año de 1951 se inició la inyección de agua en el Campo Poza Rica con resultados altamente satisfactorios. Los beneficios de este sistema motivó su implantación en prácticamente todas las áreas productoras de hidrocarburos de la República Mexicana, de tal forma que, a la fecha, se tienen completamente instalados 14 complejos de inyección que alimentan de fluido desplazante a 23 campos productores de aceite. La Tabla 3.2 muestra los sistemas de inyección de agua en operación (Bauer, 1987).

TABLA 3.2.- SISTEMAS DE INYECCION DE AGUA EN OPERACION.
(Bauer, 1987).

SISTEMA	CAMPO
TAMAULIPAS-CONSTITUCIONES	TAMAULIPAS-CONSTITUCIONES
	ARENQUE
CUICHAPA	CUICHAPA
BACAL	BACAL
CINCO PRESIDENTES	CINCO PRESIDENTES
	SN. RAMON
	RODADOR
LA VENTA	LA VENTA
	PUENTE
	OGARRIO
	OTATES
MAGALLANES	MAGALLANES
POZA RICA	POZA RICA
SN. ANDRES	SN. ANDRES

	HALLAZGO
	REMOLINO
CUNDUACAN	CUNDUACAN
SAMARIA	SAMARIA-IRIDE
CACTUS	CACTUS-NISPERO
SITIO GRANDE	SITIO GRANDE
	ARTESA
EL GOLPE	EL GOLPE
ABKATUN	ABKATUN

La inyección de agua como método de recuperación de hidrocarburos, es el más ampliamente usado en México como lo ha sido en los campos: Poza Rica, Sitio Grande y Abkatún, por ejemplo, debido entre otros factores, a la abundancia de este fluido, su facilidad de manejo, su buena eficiencia para desplazar al aceite y a su costo relativamente bajo.

En el país se aprovechan prácticamente todas las fuentes de suministro disponibles como son: lagunares, fluviales y acuíferos someros a través de pozos de captación. Se ha probado en formaciones productoras de diversas características, tanto litológicas como petrofísicas, de tal manera que este proceso está operando en arenas someras de poco espesor, calizas someras de porosidad intergranular y bajo relieve estructural y calizas profundas de gran relieve estructural e intensamente fracturadas. Asimismo, en los sistemas establecidos, se utilizan principalmente y según los requerimientos específicos de cada caso, arreglos de pozos inyectoros y productores en línea e invertido de siete pozos, inyectándose en el acuífero o en el seno del aceite, si se trata de inyección de fondo o desplazamiento frontal.

En los yacimientos de edad avanzada de explotación bajo este proceso, como son: Jurásico Sn. Andrés del Campo Tamaulipas-Constituciones y Tamabra del Campo Poza Rica, el 89% de la producción total es atribuible a los efectos causados por la inyección de agua (Bauer, 1987). Las estadísticas a nivel mundial han permitido establecer que a través del proceso de inyección de agua, se logra duplicar la recuperación de aceite de los yacimientos con relación a la que se obtendría en base a los mecanismos naturales de empuje.

Dado que cerca del 90% de la producción de aceite se obtiene de yacimientos naturalmente fracturados (Chiapas-Tabasco y Sonda de Campeche), se han iniciado estudios acerca de ellos por su gran importancia y complejidad que presentan. En estos yacimientos el desplazamiento de fluidos se efectúa principalmente a través de las fracturas, mientras que los bloques actúan como fuentes. De estudios recientes se observa que la función principal de los bloques es almacenar fluidos (agua, aceite y gas), mientras que la función de las fracturas es conducir dichos fluidos una vez extraídos de los bloques. La representación esquemática de un sistema fracturas-matriz de roca se muestra en la figura 3.11.

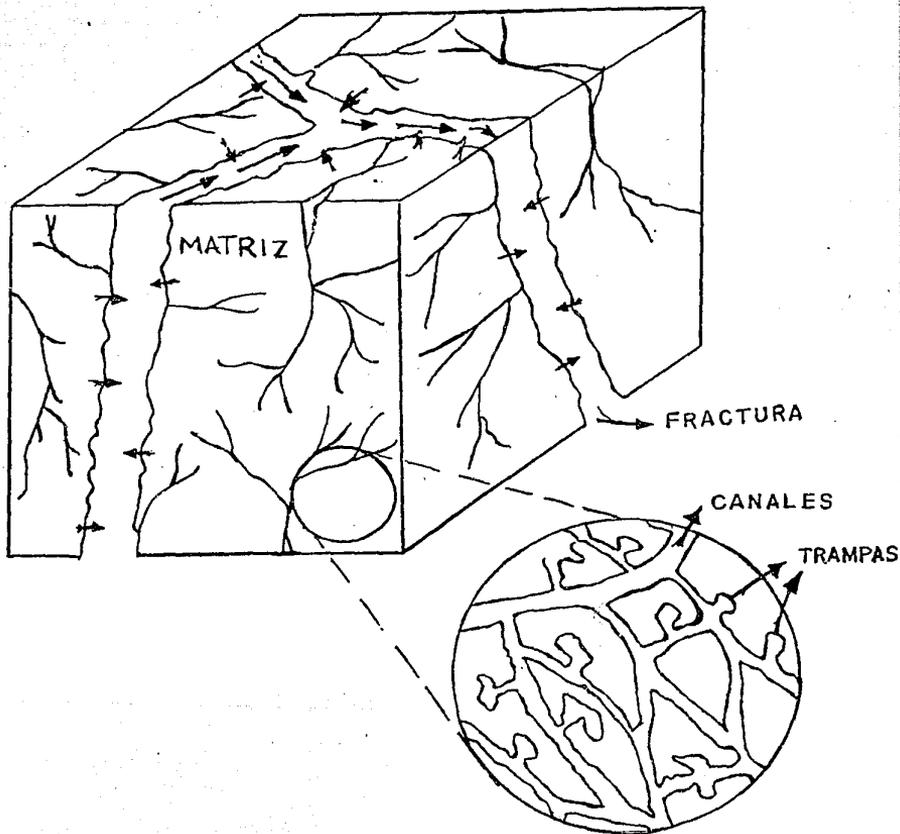


FIG.3.11 DESPLAZAMIENTO DE FLUIDOS DENTRO DE UN SISTEMA DE BLOQUES Y FRACTURAS.

Desde el punto de vista geológico, primeramente los poros fueron saturados con agua, posteriormente en otra etapa, pudo haber existido la presencia de otros fluidos, como lo son los hidrocarburos, los cuales son capaces de desplazar el agua que inicialmente saturaba al medio poroso, quedando solamente lo que se conoce como agua irreductible.

Por otra parte, durante la etapa inicial de explotación, los fluidos del yacimiento son extraídos utilizando la energía natural del sistema, hasta que por motivos económicos ya no es rentable y es necesaria la implantación de algún mecanismo artificial con el objetivo de aumentar la energía de dicho sistema. Como se mencionó anteriormente el método que consiste en la inyección de agua tratada es el más utilizado desde hace algún tiempo.

De estudios de laboratorio se ha observado que el agua del yacimiento contiene cierta salinidad, la cual varía de un yacimiento a otro, sin embargo esta salinidad es mucho mayor que aquella empleada en un proyecto de inyección, cuantitativamente esta variación puede ser desde 80000 p.p.m. hasta 160000 p.p.m., mientras que el agua de inyección proviene de ríos (3000 p.p.m.) o del mar (33000 p.p.m.). De tal forma que cuando se inicia la inyección por medio de varios pozos , esta agua se mezcla con el agua in-situ, dando lugar a que la salinidad baje de una forma progresiva, siendo esto primero en las cercanías de los pozos inyectoros, posteriormente se tendrán influencias de pozo a pozo, y finalmente se podría observar el avance frontal de los niveles de baja concentración a través de grandes regiones del yacimiento. Aquí se propone que la salinidad del agua de inyección sea empleada como trazador (Martínez Angeles y Rodríguez Gómez, 1991,1992), en lugar de los tradicionales trazadores (químicos o radioactivos), ya que se inyectan miles de barriles de agua a través de un pozo inyector, y del orden de millones a través de varios años considerando todo el sistema de pozos inyectoros. Mientras que en un proyecto clásico se inyectan sólo algunos barriles de trazador químico o radioactivo, los cuales deberán afectar al yacimiento.

Cabe aclarar que el análisis de núcleos es muy importante en cualquier proyecto de inyección de agua, ya que es muy frecuente encontrar arenas y areniscas que contienen porcentajes muy variables de material arcilloso, el cual al estar en contacto con el agua de inyección podría hincharse al grado de obturar la formación.

Considerando la inyección continua y los fundamentos teóricos presentados en el capítulo 2, se presenta una aplicación al Campo A, por medio de una simulación del fenómeno de dispersión-convección que experimenta un trazador y que se desplaza dentro de un medio poroso. Dicho fenómeno ya ha sido estudiado (Pérez Cárdenas, 1986; Cruz Hernández, 1990). Cabe mencionar que las ecuaciones (2.15 y 2.16) son utilizadas, al igual que sus condiciones iniciales y de frontera, mientras que el Análisis de Dispersión es empleado en forma paralela a dicha simulación con el objetivo de presentar en forma gráfica los resultados parciales y finales.

La figura 3.12 muestra la imagen de la salinidad inicial, $T=0$ (en función de volúmenes de poro inyectados), de donde se observan tres anomalías, dos de alta salinidad (140000 p.p.m.) y una de baja salinidad (100000 p.p.m.). Por otra parte, se eligen los pozos inyectoros, en este caso se prefirió simular con un arreglo de varias líneas de pozos inyectoros alternadas con otras de pozos productores, según se muestra en la figura 3.12.

Las figuras 3.13 a la 3.22 muestran el comportamiento de las salinidades que se observarían para el caso del desplazamiento de fluidos en forma miscible y a diferentes volúmenes de poro inyectados. A continuación se detalla lo referente a cada una de ellas:

- Fig. 3.13 ($T = 0.1$ VPI).- Aquí sólo están afectadas las vecindades de los pozos inyectoros.
- Fig. 3.14 ($T = 0.2$ VPI).- Las zonas afectadas en las vecindades de los pozos se incrementan hasta 200m. aproximadamente.
- Fig. 3.15 ($T = 0.3$ VPI).- Las zonas afectadas en las vecindades de los pozos se incrementan hasta 350m. aproximadamente.
- Fig. 3.16 ($T = 0.4$ VPI).- Se comunican los pozos 63 y 71, 83 y 91, 100 y 112, por primera vez.
- Fig. 3.17 ($T = 0.5$ VPI).- Se comunican más fuertemente los pozos anteriores.
- Fig. 3.18 ($T = 0.6$ VPI).- Se comunican casi todos los pozos inyectoros, a excepción del 103 y 111.
- Fig. 3.19 ($T = 0.7$ VPI).- Se empiezan a generar celdas de igual concentración de manera semilineal.
- Fig. 3.20 ($T = 0.8$ VPI).- Se continúan reforzando las líneas de igual concentración a 700m. aproximadamente de la línea de pozos de inyección.
- Fig. 3.21 ($T = 0.9$ VPI).- Se forman los frentes lineales de igual concentración, se puede decir que se trata de un desplazamiento frontal propiamente.
- Fig. 3.22 ($T = 1.0$ VPI).- Los pozos productores empiezan a detectar niveles de baja concentración, Se estima que se ha barrido el 70% del área en esta etapa de la simulación.

Por otra parte, como el desplazar aceite por agua es un proceso inmisible, se realizó la simulación de este proceso, las figuras 3.23 a la 3.33 muestran dicho trabajo.

En dichas figuras se observa la inyección de un fluido inmisible con saturación del 100%, a medida que se incrementa el número de volúmenes de poro inyectados se va formando un "frente" de saturaciones. A continuación se presentan algunas observaciones referentes a esta simulación:

- Fig. 3.23 ($T = 0.0$ VPI).- Imagen de la saturación inicial.
- Fig. 3.24 ($T = 0.1$ VPI).- Se empieza a afectar la vecindad de cada pozo inyector.
- Fig. 3.25 ($T = 0.2$ VPI).- Las zonas afectadas en las vecindades de los pozos inyectoros se incrementan.
- Fig. 3.26 ($T = 0.3$ VPI).- Se incrementan las zonas afectadas en la vecindad de los pozos inyectoros.
- Fig. 3.27 ($T = 0.4$ VPI).- Los pozos 63 y 71, 80 y 92, 83 y 91 tienden a comunicarse.

- Fig. 3.28 ($T = 0.5 \text{ VPI}$).- Se comunican los pozos 63 y 71, 80 y 92, 83 y 91, por primera vez.
- Fig. 3.29 ($T = 0.6 \text{ VPI}$).- Se comunican más fuertemente los pozos anteriores, además los pozos 100 y 112, 95, 103 y 111 se comunican por primera vez.
- Fig. 3.30 ($T = 0.7 \text{ VPI}$).- Casi todos los pozos inyectores se comunican, a excepción del 91 y 100.
- Fig. 3.31 ($T = 0.8 \text{ VPI}$).- Se empiezan a generar celdas de igual saturación de manera semilineal.
- Fig. 3.32 ($T = 0.9 \text{ VPI}$).- Continúan reforzándose las líneas de igual saturación a 800m. aproximadamente de la línea de pozos de inyección. Se forman los frentes lineales de igual saturación, se puede decir que se trata de un desplazamiento frontal propiamente.
- Fig. 3.33 ($T = 1.0 \text{ VPI}$).- Los pozos productores empiezan a detectar niveles de alta saturación. Se estima que se ha barrido el 80% del área en esta etapa de la simulación.

De esta última figura se observa que en el centro de la figura es posible que exista alguna anomalía en el yacimiento, como lo puede ser una falla, ya que no alcanzó a formarse completamente los frentes de saturación, teniéndose así, una pronta visualización de las posibles anomalías del yacimiento.

Por lo que respecta a la figura 3.34, en ella se muestra un acercamiento de una parte del yacimiento, donde se observan claramente las variaciones de saturación.

Ahora bien, hasta el momento, todo lo realizado en este capítulo corresponde a lo que se denomina como problema directo, el cual consiste en determinar la distribución espacial y temporal de la concentración del trazador a partir de A, B y F conocidos, siendo estos valores los que en realidad se van a determinar.

El problema inverso consiste en determinar A, B y F partiendo de una serie de observaciones continuas de los valores de concentración en cada uno de los pozos, tanto de producción como de inyección.

Finalmente, para la aplicación a un proyecto real se proponen los siguientes pasos a seguir:

a) Calcular la salinidad inicial del yacimiento, esto puede ser realizado por medio de registros geofísicos de pozo o por muestreo del agua de formación, así como del agua de inyección y de esta forma obtener una imagen de la salinidad inicial.

b) Desde el inicio del proyecto de inyección de agua, se recomienda muestrear agua a la salida de cada uno de los pozos, tanto los de inyección como los de producción. Posteriormente, se debe calcular la salinidad de cada muestra por algún método. Se propone muestrear datos hasta llegar a $T = 1.5$ volúmenes de poro inyectados.

c) Después de observar las curvas de concentración de sal en cada pozo productor, ajustarlas por medio del modelo analítico mostrado en este trabajo. En esta etapa se poseen valores de A, B y F que ajustan las curvas de concentración para cada pozo productor.

d) Obtener las tres imágenes correspondientes a : los coeficientes de dispersión A , de transferencia de masa B , y del porcentaje de fracturas F para todo el yacimiento en estudio.

e) Interpretar cada una de las tres imágenes que caracterizan al yacimiento.

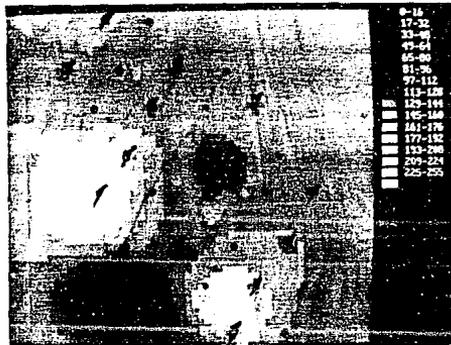


FIG. 3.12 SIMULACION PARAT= 0.0 VPI (CASO MISCIBLE).



FIG. 3.13 SIMULACION PARAT= 0.1 VPI (CASO MISCIBLE).

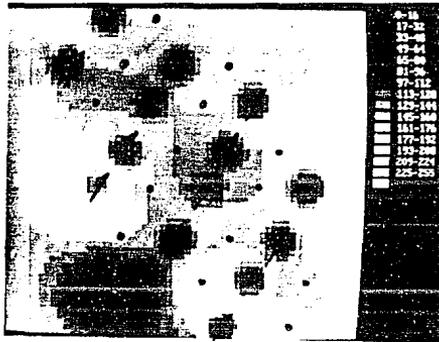


FIG. 3.14 SIMULACION PARAT= 0.2 VPI (CASO MISCIBLE).

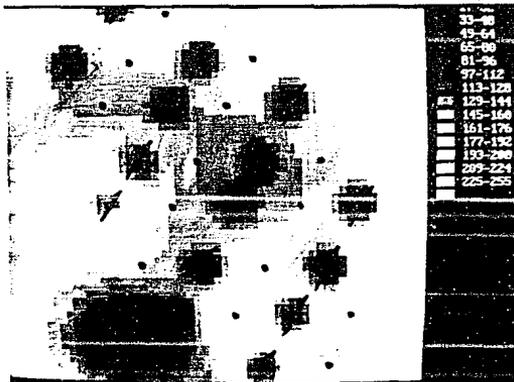


FIG. 3.15 SIMULACION PARAT= 0.3 VPI (CASO MISCIBLE).



FIG. 3.16 SIMULACION PARAT = 0.4 VPI (CASO MISCIBLE).

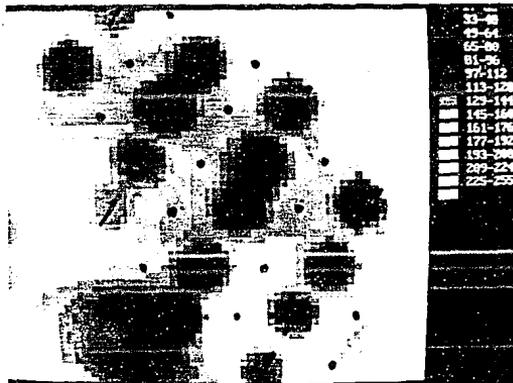


FIG. 3.17 SIMULACION PARAT = 0.5 VPI (CASO MISCIBLE).

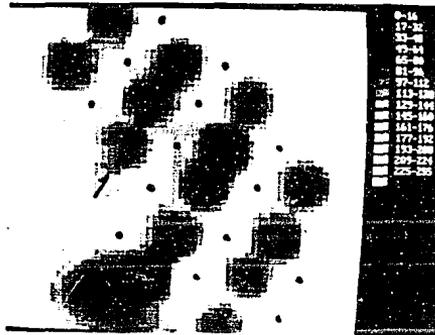


FIG. 3.18 SIMULACION PARAT= 0.6 VPI (CASO MISCIBLE).



FIG. 3.19 SIMULACION PARAT= 0.7 VPI (CASO MISCIBLE).



FIG. 3.20 SIMULACION PARAT= 0.8 VPI (CASO MISCIBLE).



FIG. 3.21 SIMULACION PARAT= 0.9 VPI (CASO MISCIBLE).

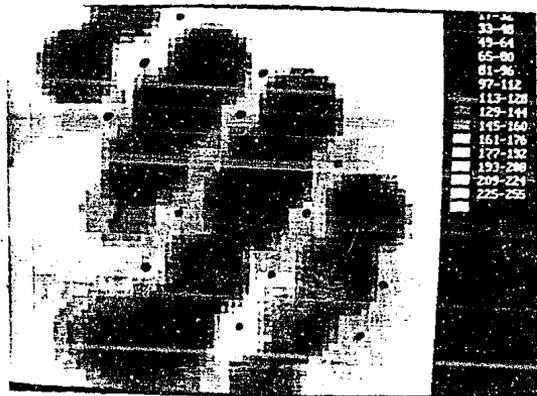


FIG. 3.22 SIMULACION PARAT= 1.0 VPI (CASO MISCIBLE).

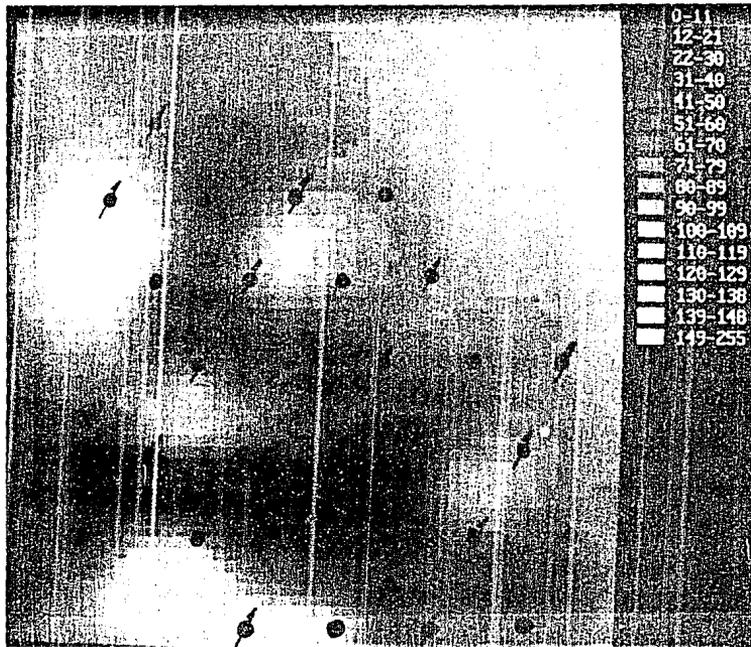


FIG. 3.23 SIMULACION PARA $T = 0.0 \text{ VPI}$
(CASO INMISCIBLE).

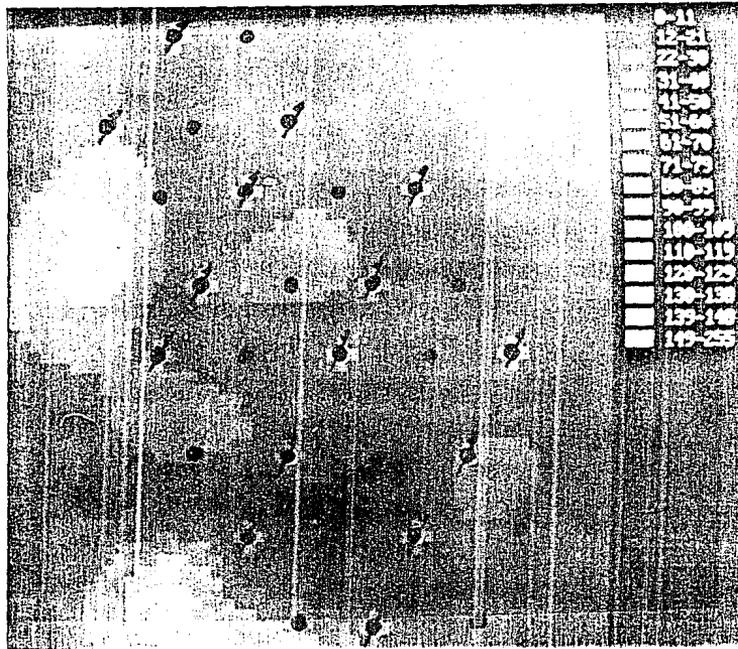


FIG. 3.24 SIMULACION PARA $T = 0.1 \text{ VPI}$
(CASO INMISCIBLE).

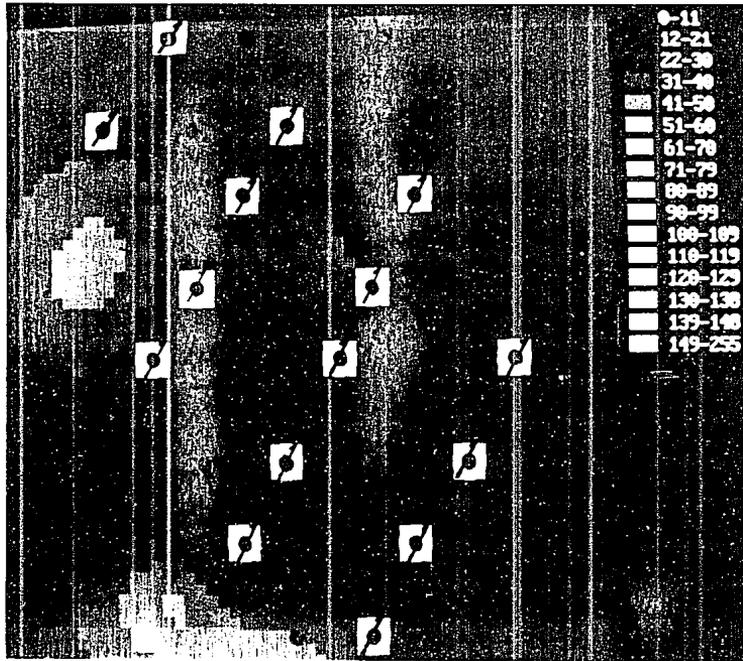


FIG. 3.25 SIMULACION PARAT = 0.2 VPI
 (CASO INMISCIBLE).

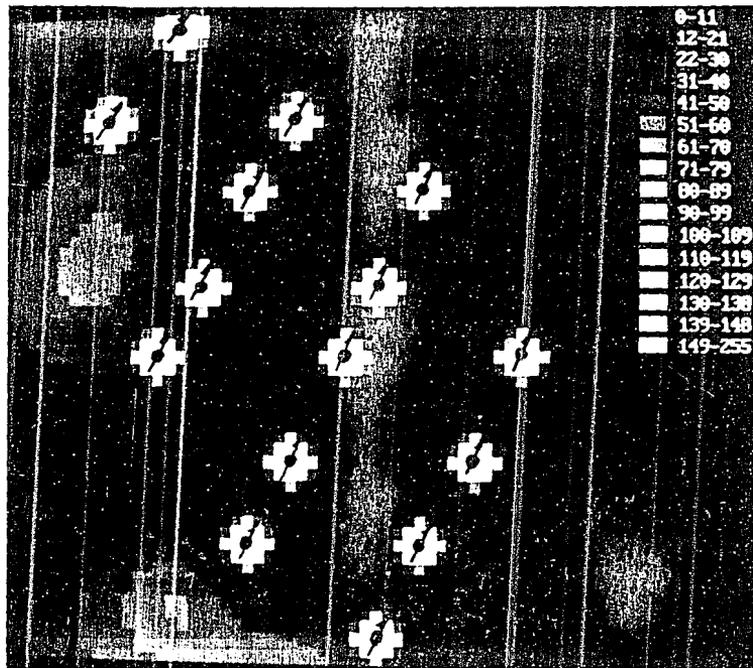


FIG. 3.26 SIMULACION PARAT = 0.3VPI
(CASO INMISCIBLE).

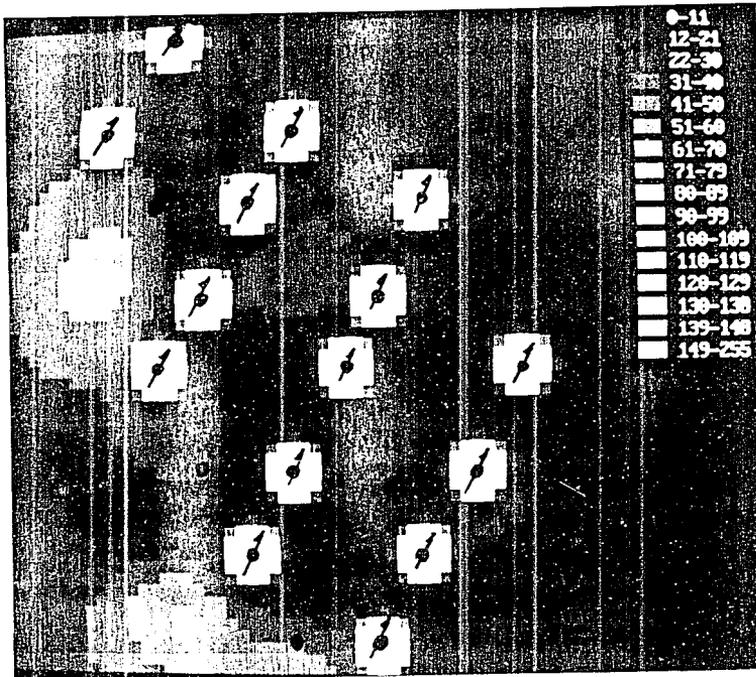


FIG. 3.27 SIMULACION PARA $T = 0.4VPI$
(CASO INMISCIBLE).

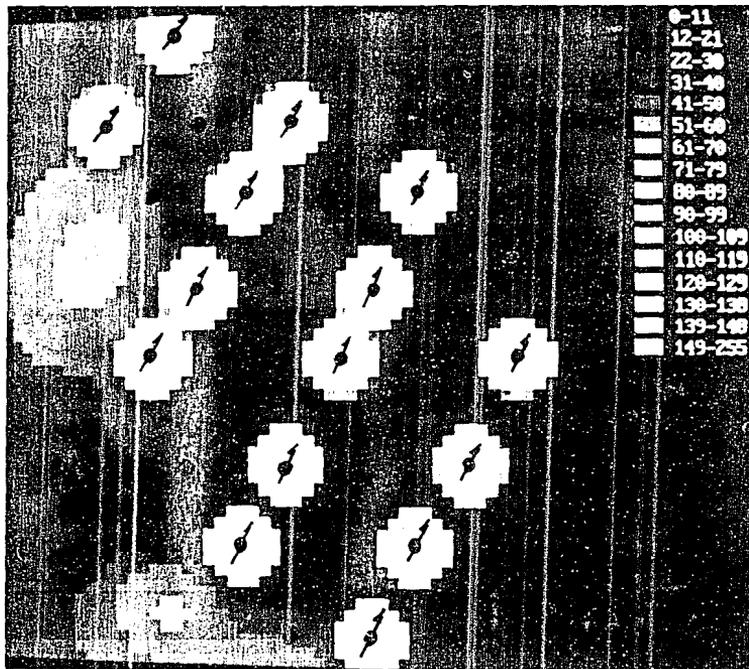


FIG.3.28 SIMULACION PARAT= 0.5 VPI
(CASO INMISCIBLE).

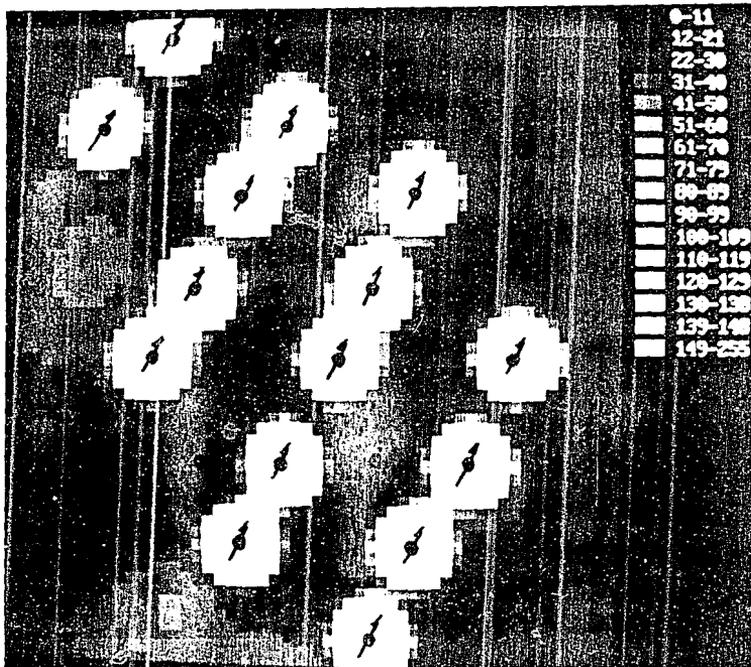
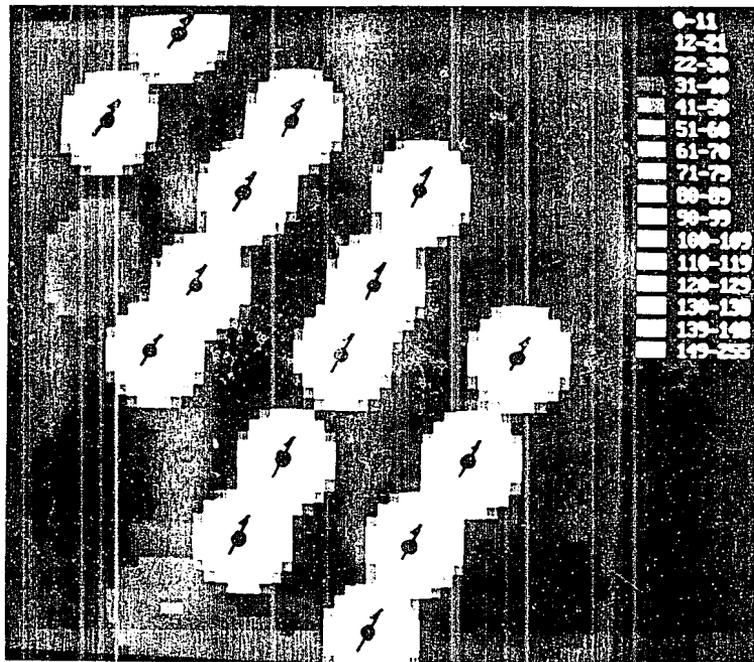


FIG.3.29 SIMULACION PARA $T = 0.6 \text{ VPI}$
(CASO INMISCIBLE).



**FIG.3.30 SIMULACION PARA $T = 0.7 VPI$
 (CASO INMISCIBLE).**

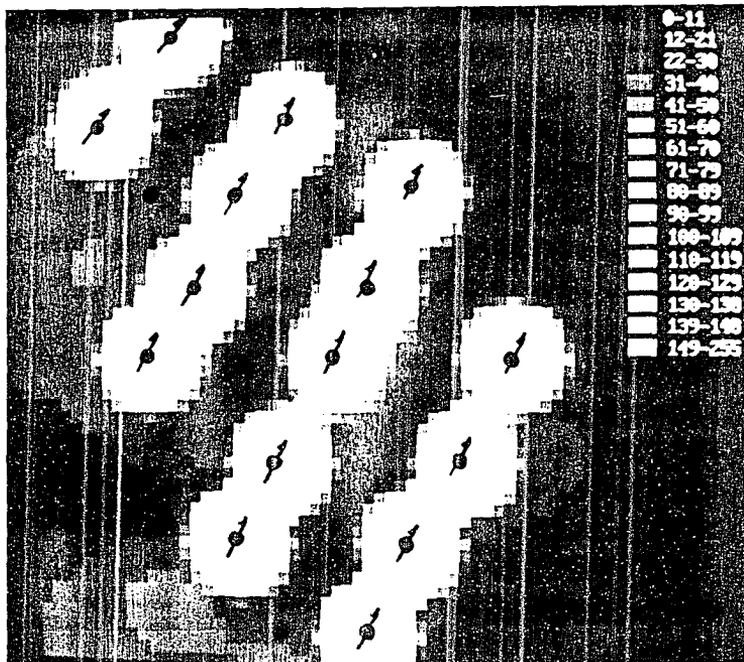


FIG. 3.31 SIMULACION PARAT = 0.8VPI
(CASO INMISCIBLE).

INSTITUTO VENEZOLANO DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS
 DIVISIÓN DE INVESTIGACIONES EN CIENCIAS BÁSICAS
 LABORATORIO DE FÍSICA DE MATERIAS CONDENSADAS
 CARACAS, VENEZUELA

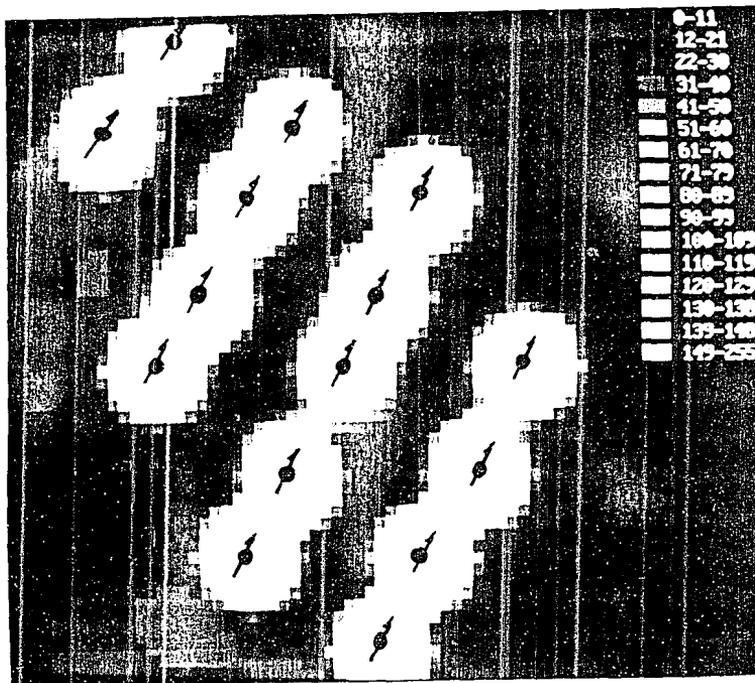


FIG.3.32 SIMULACION PARA $T = 0.9 VPI$
(CASO INMISCIBLE).

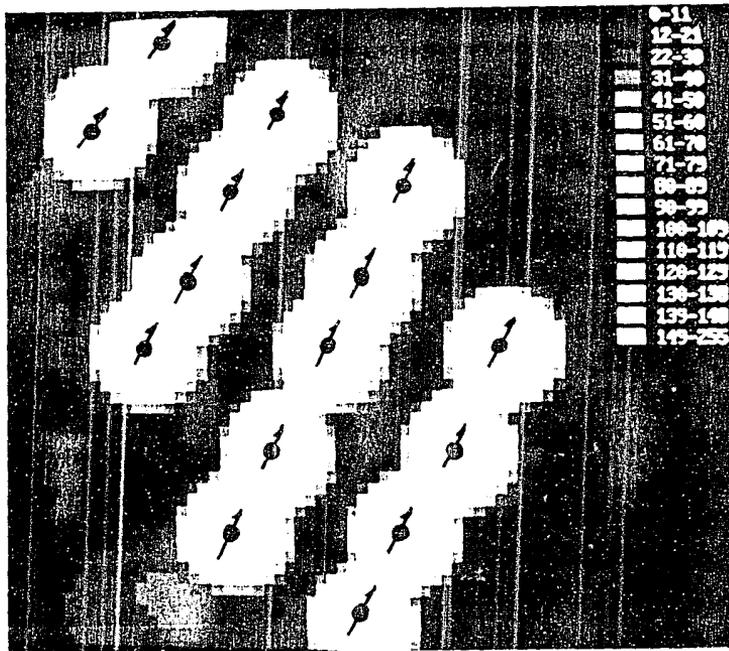
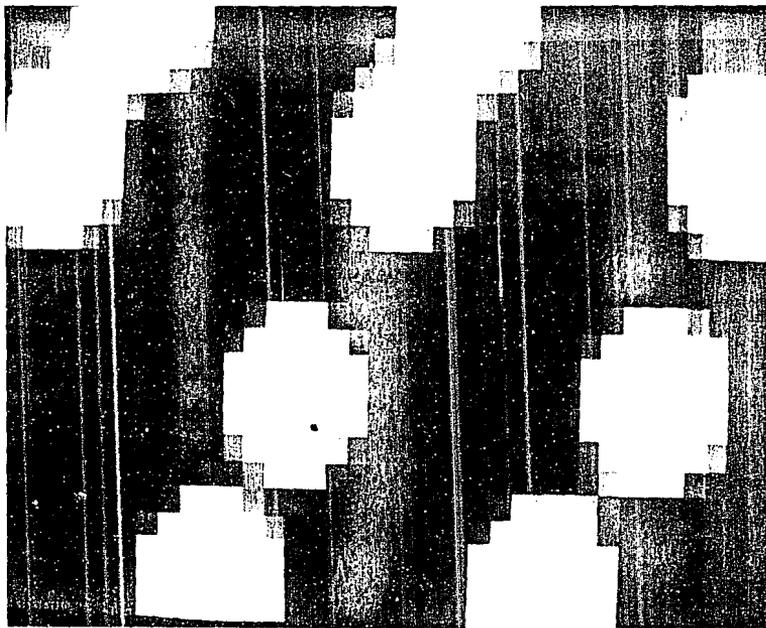


FIG. 3.33 SIMULACION PARA $T = 1.0$ VPI
(CASO INMISCIBLE).



**FIG. 3.34 ACERCAMIENTO DE UNA
PARTE DEL YACIMIENTO.**

La constancia obtiene las cosas más difíciles en poco tiempo.

Franklin.

4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentó el cálculo de reservas mediante el método automático de configuración llamado "Análisis de Dispersión", cuyo objetivo es calcular una función continua a partir de mediciones fragmentarias y dispersas de un fenómeno natural.

Esta técnica tiene varias características que hacen atractivo su uso, como son: sus bases en la física (movimiento browniano); la sencillez de las formulaciones matemáticas y la facilidad de programación en computadora.

Los programas de cómputo que realizan los algoritmos de esta técnica, han sido desarrollados hasta llegar a obtener una buena eficiencia, resolución y tiempo de cómputo, teniéndose así, la posibilidad de caracterizar formaciones geológicas complejas.

Dado que el cálculo de reservas es un proceso continuo, la aplicación de dicha técnica da lugar a que las modificaciones hechas al aumentar el número de datos o las correcciones a los ya existentes, permita obtener en corto tiempo un cálculo de reservas actualizado constantemente mediante el aporte de la lógica del banco de datos y la cadena de programas.

La presentación en imágenes de las propiedades del yacimiento (espesor, porosidad, etc.) permite visualizar rápidamente las zonas a desarrollar, así como, planificar operaciones de recuperación secundaria o mejorada.

Con respecto a la recuperación secundaria, es la primera vez que se toma la concentración de sal del agua de inyección como un medio para caracterizar un yacimiento.

La simplicidad de esta técnica respecto a las operaciones de campo es evidente, ya que basta con muestrear la salmuera en la boca de cada pozo y de medir su salinidad (concentración total de sal).

La simulación mediante imágenes digitales de la evolución de salinidades permite contemplar la caracterización inmediata de cualquier tipo de yacimientos (homogéneos y fracturados) con sólo disponer de una historia de datos de salinidad para cada pozo a partir del inicio de las operaciones de recuperación secundaria.

Se presentan varios resultados de investigaciones realizadas en México en relación al desplazamiento de fluidos a través de medios porosos considerando la ecuación generalizada de convección-dispersión como modelo físico, la cual es aplicable a los casos:

- a) Desplazamiento miscible en medios homogéneos: $C(X,T)$.
- b) Desplazamiento inmisible en medios homogéneos: $S_w(X,T)$.

- c) Desplazamiento miscible en medios naturalmente fracturados: $C(X,T)$.
- d) Desplazamiento inmiscible en medios naturalmente fracturados: $S_w(X,T)$.

Así, la caracterización del sistema roca-fluidos queda en términos de: el coeficiente de dispersión A , el coeficiente de transferencia de masa B , y la fracción volumétrica de fracturas F . Esto se realiza mediante el ajuste de una curva calculada a datos observados de concentración o de flujo fraccional.

Los métodos presentados suministran información útil para planear la explotación de yacimientos y pueden constituirse en una base para iniciar una corrida de simulación numérica de yacimientos, además de vigilar la evolución de los mismos.

Actualmente, es recomendable el uso de técnicas de simulación, ya que mediante ellas se pueden analizar alternativas que aunadas a los estudios económicos, proporcionan la estrategia óptima de desarrollo de los yacimientos.

NOMENCLATURA

- A Coeficiente de dispersión adimensional.
- B Coeficiente de transferencia de masa adimensional.
- C Concentración adimensional en las fracturas.
- C' Concentración adimensional en la matriz de roca.
- \bar{C} Transformada de la concentración en las fracturas adimensional.
- \bar{C}^* Transformada de la concentración en la matriz de roca adimensional.
- C₀ Concentración inicial del trazador.
- c Variable aleatoria (Análisis Normal).
- D Coeficiente de dispersión.
- D Distancia característica (Análisis Normal).
- D Coeficiente de difusión del parámetro en estudio (Análisis de Dispersión).
- d Separación entre puntos dato.
- F Fracción volumétrica de fracturas.
- Fr Factor de recuperación.
- H Altura de la distribución (Análisis Normal y de Dispersión).
- h Espesor de la formación.
- Jc Densidad de corriente por convección.
- Jd Densidad de corriente por dispersión.
- K Coeficiente de transferencia de masa entre la matriz de roca y las fracturas.
- L Longitud de la muestra.
- φ Porosidad.
- s Parámetro usado en la transformación de Laplace.
- Si Saturación del fluido inyectado en las fracturas.
- Si' Saturación del fluido inyectado en la matriz de roca.
- So Saturación del fluido desplazado en las fracturas.
- So' Saturación del fluido desplazado en la matriz de roca.
- Sw Saturación de agua.
- Sw_a Saturación de agua activa.
- T Tiempo adimensional.
- t Tiempo.
- u Velocidad intersticial.
- Vd Velocidad Darcy.
- X Distancia adimensional.
- x Distancia.
- z Variable aleatoria (Análisis de Dispersión).

REFERENCIAS

- Bauer, E. M., (1987), " Recuperación Secundaria y Mejorada de Hidrocarburos ". Foros de Consulta Permanente del Programa Universitario de Energía, Coordinación de la Investigación Científica, DEPFI, Ed. UNAM, 1a. Edición, 280 p., artículo realizado por el Ing. Antonio Pérez Matus, pp. 61-92.
- Bear, J., (1975), " Dynamics of Fluid in Porous Media ". American Elsevier Publishing Company, Inc., New York.
- Churchill, R. V., (1944), " Modern Operational Mathematics in Engineering ". Mc Graw Hill Book Company, Inc., New York.
- Coats, K. H. y Smith, B. D., (1964), " Dead-End Pore Volume and Dispersion in Porous Media ". SPEJ, Trans. AIME, Vol. 231, Marzo, pp. 73-84.
- Cruz Hernández, J., (1990), " Desplazamiento de Fluidos en Medios Porosos Homogéneos y Fracturados ". Tesis de Maestría en Ciencias, Facultad de Ciencias, UNAM, 88p.
- Davis, J.C., (1973), "Statistics and Data Analysis in Geology", Kansas Geological Survey, Ed. Wiley & Sons, Inc.
- Einstein, A., (1905), " On the Mouvement of Small Particles Suspended in Stationary Liquid Demanded by the Molecular-Kinetic Theory of Heat ". Annaden der Physik, Vol. 17, pp. 549.
- Gonzalez, R. y Winiz, P., (1977), " Digital Image Processing ". Ed. Addison, 430p.
- Martínez, A. R. y Vargas, F. M., (1985), " Comparación y Discusión de Tres Técnicas Utilizadas en la Descripción de Yacimientos ". Trabajo presentado en el XXII Congreso de la AIPM, Mérida, Yuc., Revista del IMP, V. XVIII, pp. 12-27.
- Martínez Angeles, R. y Pérez Rosales, C., (1985), " Sistema Automatizado para la Configuración de Yacimientos Afallados ". Trabajo presentado en el XXIII Congreso de la AIPM, Sn. Luis Potosí, Mex., Revista del IMP, V. XVIII, No. 7, pp. 25-33.
- Martínez Angeles, R., (1986), " Sistema Automatizado para el Cálculo de Reservas y la Configuración de Yacimientos Afallados ". Tesis de Maestría en Ingeniería de Exploración de Recursos Energéticos del Subsuelo (Opción Petróleo), DEPFI-UNAM, 155p.

- Martínez Angeles, R. y Rodríguez Gómez, G., (1991), "Caracterización de Yacimientos Petrolíferos por Medio de Trazadores y de Imágenes Digitales ". Presentado en las VI Jornadas Técnicas de la AIPM, México, D.F., (Nov. 7).

- Martínez Angeles, R. y Rodríguez Gómez, G., (1991), "Caracterización de Yacimientos Petrolíferos por Medio de Trazadores y de Imágenes Digitales ". Trabajo presentado en la Unión Geofísica Mexicana, No. 004-EXG-02, Puerto Vallarta, Jal., (Nov. 11).

- Martínez Angeles, R., (1992), " A Brownian Method for Obtaining The Areal Continuous Distribution ". Trabajo por presentarse en el Segundo Congreso Latinoamericano de la SPE, SPE-23747, Caracas, Venezuela, (Mar. 8-11).

- Martínez Angeles, R. y Rodríguez Gómez, G., (1992), "Utilization of Water Salinity as Continuous Miscible Tracer in Secondary Oil Recovery Project ". Trabajo por presentarse en el Segundo Congreso Latinoamericano de la SPE, SPE-23746, Caracas, Venezuela, (Mar. 8-11).

- Ogata, A., (1970), " Theory of Dispersion in a Granular Medium ". Geological Survey Professional, Paper 411-I, U.S. Department of the Interior.

- Pérez Cárdenas, F. C., (1986), " Dispersión de Trazadores en Medios Porosos Fracturados ". Tesis profesional, Facultad de Ciencias, UNAM, 82p.

- Pérez Cárdenas, F. C. y Pérez Rosales, C., (1986), "Desplazamiento de Fluidos Miscibles en Medios Porosos Fracturados". Trabajo presentado en las I Jornadas Técnicas de la AIPM, México, D.F.

- Pérez Rosales, C., (1979), " Use of Normal Analysis in the Description of Heterogeneous Reservoirs ". SPE-8431, Las Vegas, Nevada, (Sep. 23-26).

- Pérez Rosales, C., (1982), " Configuración de Yacimientos Mediante el Análisis Normal ". Revista del IMP, V. XIV, No. 4, pp.12-25.

- Pérez Rosales, C., (1984), " El Análisis Normal ". Publicación del Instituto Mexicano del Petróleo.

- Pérez Rosales, C., (1991), " Comunicación personal ".

- Pérez Rosales, C., Pérez Cárdenas, F.C., y Cruz Hernández, J., (1992), " Waterflooding as a Convection-Dispersion Process ". Artículo SPE-18732, por publicarse.

- Ramírez Sabag, J., (1988), " Modelo para predecir el flujo de trazadores en yacimientos geotérmicos naturalmente fracturados ". Tesis de Maestría en Ingeniería Petrolera, DEFFI-UNAM.,158p.

- Ramírez, S. J., Rivera, R. J. y Rodríguez, G. F., (1988), " Tracer Flow Model for Naturally Fractured Geothermal Reservoirs "; proceedings, Twelfth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, CA. (Febrero).

- Rivera, R. J., Ramírez, S. J., y Rodríguez, G. F., (1987),
" Paralell Fractures Model for Tracer Flow Through Geothermal Reservoirs-Preliminary Results ", proceedings, Eleventh Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, CA. (Enero).

- Scheidegger, A. E., (1974), " The Physics of Flow Through Porous Media ". 3rd Edition. University of Toronto Press.

- Solorzano, L. N., Ruteaga, S. J., y Gómez, S. J., (1982), "Sistema Automatizado para el Cálculo de Reservas y Configuración de Yacimientos ". Trabajo presentado en el XX Congreso de la AIPM, Guadalajara, Jal.

APENDICE A

TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO DEL DESPLAZAMIENTO MISCIBLE EN MEDIOS HOMOGENEOS (Pérez Cárdenas, 1986).

Haciendo $a = 1$ en la expresión $s = a + iz$, la ecuación (2.8) toma la forma

$$\bar{C}(X,s) = \frac{1}{1+iz} e^{\left[\frac{x}{2A} (1 - \sqrt{1 - 4A(1+iz)}) \right]} \quad (\text{A.1})$$

Separando la parte real de la parte imaginaria del radicando, esta ecuación se puede escribir como

$$\bar{C}(X,s) = \frac{1}{1+iz} e^{\left[\frac{x}{2A} (1 - \sqrt{U+iV}) \right]} \quad (\text{A.2})$$

donde

$$\begin{aligned} U &= 1 + 4A \\ V &= 4Az \end{aligned}$$

Mediante un diagrama de Argand en el plano complejo, se ve que

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{V}{U} \\ \rho &= \sqrt{U^2 + V^2} \end{aligned}$$

Ademas,

$$\sqrt{U+iV} = \sqrt{\rho e^{i\theta}} = \sqrt{\rho} e^{i\frac{\theta}{2}} = \sqrt{\rho} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right)$$

En consecuencia, la ecuación (A.2) toma la forma

$$\bar{C} = \frac{1}{1+iz} e^{\left[\frac{x}{2A} (1 - \sqrt{\rho \cos \frac{\theta}{2}} + i \sqrt{\rho \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}}) \right]} \quad (\text{A.3})$$

Efectuando operaciones algebraicas y haciendo la

substitución:

$$W = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (\text{A.4})$$

se llega a

$$\bar{C} = \frac{e^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) (\cos W - Z \operatorname{sen} W) - i (\operatorname{sen} W + Z \cos W) \right]}}{1 + Z^2} \quad (\text{A.5})$$

de donde se puede separar la parte real p de la parte imaginaria q .

Substituyendo (A.5) en (2.12) se tiene

$$C(X, T) = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^\infty e^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]} \frac{[\cos(ZT - W) + Z \operatorname{sen}(ZT - W)] dZ}{1 + Z^2} \quad (\text{A.6})$$

donde

$$\begin{aligned} W &= \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \\ \rho &= \sqrt{U^2 + V^2} \\ \theta &= \arctan \frac{V}{U} \\ U &= 1 + 4A \\ V &= 4Ax \end{aligned}$$

APENDICE B

TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO DEL DESPLAZAMIENTO MISCIBLE EN MEDIOS FRACTURADOS (Pérez Cárdenas, 1986).

Haciendo $s = 1 + iz$ y $B / (1-F) = b$ en la ecuación (2.26)

$$\bar{C} = \frac{1}{1+iz} e^{\left[\frac{x}{2A} \left(1 - \sqrt{1 + 4A(1+b) \left(F + \frac{B}{(1+b)s} \right)} \right) \right]} \quad (\text{B.1})$$

Separando la parte real de la parte imaginaria del radicando, la ecuación (B.1) se puede escribir como

$$\bar{C} = \frac{1}{i+iz} e^{\left[\frac{x}{2A} (1 - \sqrt{U - iV}) \right]} \quad (\text{B.2})$$

donde

$$U = 1 + 4A \left[F + \frac{Bb + B(1+z^2)}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

$$V = 4Az \left[F + \frac{Bb}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

Mediante el uso de un diagrama de Argand en el plano complejo y siguiendo un razonamiento similar al del Apéndice A, se tiene que

$$\sqrt{U+iV} = \sqrt{\rho} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right)$$

donde

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

De modo que la ecuación (B.2) toma la forma

$$\bar{C} = \frac{1}{1+iz} e^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) - i \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right]} \quad (\text{B.3})$$

Al separar la parte real de la imaginaria, queda

$$\bar{C} = \frac{e^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]}}{1+z^2} (\cos W - Z \operatorname{sen} W) - \frac{ie^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]}}{1+z^2} (\operatorname{sen} W + Z \cos W) \quad (\text{B.4})$$

donde

$$W = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

La transformación inversa se puede obtener mediante el uso de la ecuación (2.12), donde p es la parte real y q la parte imaginaria, con lo que se llega a

$$C = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^\infty e^{\left[\frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]} \frac{1}{1+z^2} [\cos(ZT - W) + Z \operatorname{sen}(ZT - W)] \quad (\text{B.5})$$

donde

$$W = \frac{X\sqrt{\rho} \operatorname{sen} \theta}{2A}$$
$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$
$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A \left[F + \frac{Bb + B(1+z^2)}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$
$$V = 4Az \left[F + \frac{Bb}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

$$b = \frac{B}{1-F}$$

APENDICE C

TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO DEL DESPLAZAMIENTO INMISCIBLE EN MEDIOS HOMOGENEOS (Cruz Hernández, 1990).

Tomando la transformada de Laplace de la ecuación (2.35) y utilizando la condición (2.36a), tenemos

$$A \frac{d^2 S_{ms}}{dx^2} - \frac{dS_{ms}}{dx} - sS_{ms} = 0 \quad (C.1)$$

cuya solución es

$$S_{ms} = G_1 e^{\left[\frac{x}{2A}(1 + \sqrt{1 + 4As}) \right]} + G_2 e^{\left[\frac{x}{2A}(1 - \sqrt{1 + 4As}) \right]} \quad (C.2)$$

La transformada de la condición (2.36b) es

$$S_{ms}(\infty, s) = 0$$

lo que implica que $G_1 = 0$. Por lo tanto

$$S_{ms} = G_2 e^{\left[\frac{x}{2A}(1 - \sqrt{1 + 4As}) \right]} \quad (C.3)$$

Además, la transformada de la condición (2.36c) es

$$S_{wa}(0,s) = \frac{1}{s} + A \frac{dS_{wa}(0,s)}{dx} \quad (C.4)$$

Derivando la ecuación (C.3) con respecto a x , se tiene

$$\frac{dS_{wa}}{dx} = G_2 \frac{1}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4As}) e^{\left[\frac{x}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4As}) \right]}$$

de manera que $dS_{wa}(0,s)/dx$ está dada por

$$\frac{dS_{wa}(0,s)}{dx} = \frac{G_2}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4As}) \quad (C.5)$$

Además, de la ecuación (C.3)

$$S_{wa}(0,s) = G_2 \quad (C.6)$$

substituyendo (C.5) y (C.6) en la ecuación (C.4), obtenemos

$$G_2 = \frac{2}{s(1 + \sqrt{1 + 4As})} \quad (C.7)$$

luego entonces, la ecuación (C.3) puede escribirse como

$$S_{wa} = \frac{2}{s(1 + \sqrt{1 + 4As})} e^{\left[\frac{x}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4As}) \right]} \quad (C.8)$$

Para encontrar la transformada inversa de la ecuación (C.8) se puede utilizar el método de la

Integral de inversión compleja. Haciendo $a = 1$ en la expresión $s = a + iz$ en la ecuación (C.8) tenemos

$$S_{\text{inv}} = \frac{2}{(1+iz)\{1+\sqrt{1+4A(1+iz)}\}} e^{\left[\frac{x}{2A}(1-\sqrt{1+4A(1+iz)})\right]} \quad (\text{C.9})$$

Separando la parte real de la parte imaginaria del radicando, esta ecuación se puede escribir como

$$S_{\text{inv}} = \frac{2}{(1+iz)\{1+\sqrt{U+iV}\}} e^{\left[\frac{x}{2A}(1-\sqrt{U+iV})\right]} \quad (\text{C.10})$$

donde

$$\begin{aligned} U &= 1+4A \\ V &= 4Az \end{aligned}$$

Mediante un diagrama de Argand en el plano complejo, se ve que

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{U^2+V^2} \\ \theta &= \arctan \frac{V}{U} \end{aligned}$$

Además,

$$\sqrt{U+iV} = \sqrt{\rho e^{i\theta}} = \sqrt{\rho} e^{i\frac{\theta}{2}} = \sqrt{\rho} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right)$$

En consecuencia,

$$S_{wa} = \frac{1}{1+iz} \frac{2}{1+\sqrt{\rho}\left(\cos\frac{\theta}{2}+i\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)} e^{\left[\frac{x}{2a}\left(1-\sqrt{\rho}\cos\frac{\theta}{2}+i\sqrt{\rho}\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)\right]} \quad (\text{C.11})$$

Efectuando operaciones algebraicas y haciendo la substitución

$$M_1 = \sqrt{\rho}\cos\frac{\theta}{2}$$

y

$$N_1 = \sqrt{\rho}\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}$$

se llega a

$$S_{wa} = \frac{2i(1+M_1-N_1Z)-i(Z+M_1Z+N_1)}{(1+Z^2)(1+M_1^2+N_1^2)} \left[\cos\frac{N_1X}{2A} - i\operatorname{sen}\frac{N_1X}{2A} \right] e^{\left[\frac{x}{2a}(1-M_1)\right]} \quad (\text{C.12})$$

de donde se puede separar la parte real p de la parte imaginaria q, de tal manera que

$$S_{wa} = p + iq$$

Aplicando la expresión siguiente (Churchill, 1944):

$$S_{wa}(X,T) = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^\infty (\rho\cos ZT - q\operatorname{sen}ZT) dZ \quad (\text{C.13})$$

y utilizando identidades trigonométricas, se obtiene

$$S_{\text{res}}(X, T) = \frac{2e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{\left[\frac{T}{2A}(1-M_1)\right]}}{(1+Z^2)\left[(1+M_1)^2+N_1^2\right]} \cdot \left[\left(1+M_1-N_1Z\right) \cos\left(ZT-\frac{N_1X}{2A}\right) + \left(Z+M_1Z+N_1\right) \text{sen}\left(ZT-\frac{N_1X}{2A}\right) \right] dZ \quad (\text{C.14})$$

donde

$$M_1 = \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$N_1 = \sqrt{\rho} \text{sen} \frac{\theta}{2}$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A$$

$$V = 4AZ$$

Si en la ecuación (C.14) hacemos

$$M = \frac{1-M_1}{2A}$$

y

$$N = \frac{N_1}{2A}$$

tenemos

$$S_{\text{vo}}(X, T) = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-MX}}{(1+Z^2)\{(1-MA)^2+(NA)^2\}} \cdot \{(1-MA-NAZ)\cos(ZT-NX) + (Z-MAZ+NA)\text{sen}(ZT-NX)\} dz \quad (\text{C.15})$$