



9
2oj.

**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS
División de Estudios de Posgrado

**ALGUNAS APLICACIONES DE LA MECANICA
ESTADISTICA A LA DEFORMACION PLASTICA
POR DISLOCACIONES**

T E S I S

Que para obtener el Grado Académico de
DOCTOR EN CIENCIAS (FISICA)
p r e s e n t a

M. en C. Jorge Antonio Montemayor Aldrete

México, D. F.

1992

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	PAGINA
PREFACIO.	x
CAPITULO 1. INTRODUCCION A LA TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES.	1
1.1. Resumen.	1
1.2. Leyes Geométricas Fundamentales de la teoría de elasticidad continua de las dislocaciones.	2
1.3. Teoría dinámica de elasticidad lineal de las dislocaciones.	3
1.4. Principales Aspectos de la Teoría de Solitones.	7
1.5. Fenomenología de la termofluencia por dislocaciones.	10
1.5.1. Generalidades.	10
1.5.2. Ecuaciones de Termofluencia para Transitorios.	12
1.5.3. Ecuaciones de Termofluencia para Estado Estacionario.	16
1.5.4. Aspectos Cualitativos de la Microestructura de Dislocaciones.	19
1.5.5. Aspectos Cuantitativos de la Microestructura de Dislocaciones.	21
1.5.6. Determinación de Parámetros Físicos a través de de los Transitorios de Termofluencia.	24
1.6. Principales modelos microscópicos de la termofluencia para estado estacionario.	29
1.6.1. Modelos de Deformación Controlada por Ascenso de Dislocaciones	29

1.6.2.	Modelos de Deformación Controlada por Deslizamiento.	31
1.6.3.	Interpretación del Estado Estacionario de la Termofluencia en Términos de la Relación que Existe entre Deslizamiento y Recuperación.	31
1.6.4.	Teoría de la Ecuación de Bailey-Orowan en Función de Esfuerzo Interno.	33
1.7.	Principales Modelos de Creación y Aniquilación de Dislocaciones en Termofluencia.	35
1.7.1.	Modelo de Schoeck sobre Creación de Dislocaciones.	35
1.7.2.	Modelos de Aniquilación de Dislocaciones	36
1.7.3.	Ecuaciones para el Cambio Total en la Densidad de Dislocaciones.	39
1.8.	Modelos para el Tamaño de Subgrano como Función de Esfuerzo para Estado Estacionario.	42
1.8.1.	Modelos Estáticos. (Termodinámica Reversible).	43
1.8.2.	Modelos Cinéticos. (Termodinámica de Procesos Irreversibles).	47
1.9.	Algunos Aspectos Cinéticos de una Dislocación Recta.	48
1.9.1.	La Ecuación de Movimiento de una Dislocación.	48
1.9.2.	La Masa de las Dislocaciones por Unidad de Longitud.	49
1.9.3.	La Energía de las Dislocaciones por Unidad de Longitud.	50
1.9.4.	El Coeficiente de Arrastre de la Dislocaciones.	52
1.10.	Resumen y Caminos a Seguir.	54
1.10.1	Fundamentos de Dislocaciones.	55

1.10.2	Logros en Termofluencia por Dislocaciones.	56
1.10.3	Problemas Abiertos en Termofluencia por Dislocaciones.	57
1.11.	Objetivo de la Tesis.	62
1.12.	Referencias del Capítulo.	65
1.13.	Figuras.	72
CAPITULO 2.	PROPIEDADES GENERALES DE LOS ESTADOS ESTACIONARIOS EN TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES.	
2.1.	Introducción	76
2.2.	Dependencia con parámetros macroscópicos.	76
2.3.	Dependencia con parámetros microscópicos.	77
2.4.	Relación entre los enfoques microscópicos y macroscópicos de la termofluencia.	78
2.5.	Conclusiones.	80
2.6.	Referencias del Capítulo	81
CAPITULO 3.	RAPIDEZ DE CREACION DE DISLOCACIONES MOVILES DURANTE LA TERMOFLUENCIA.	
3.1.	Introducción.	82
3.2.	Teoría.	82
3.3.	Relación con otras expresiones de termofluencia.	86
3.4.	Comparación con datos experimentales.	88
3.5.	Conclusiones.	89
3.6.	Referencias.	90

CAPITULO 4.	ALGUNAS IMPLICACIONES DE LA SEGUNDA LEY DE NEWTON SOBRE TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES.	
4.1.	Introducción.	91
4.2.	La Segunda Ley de Newton y la Ecuación de Movimientos para el Sistema de Dislocaciones Móviles.	93
4.3.	Fluctuaciones, aceleración de dislocaciones y estabilidad de los estados estacionarios.	97
4.4.	Conclusiones.	99
4.5.	Referencias.	100
CAPITULO 5.	TRANSITORIOS EN TERMOFLUENCIA SIGMOIDAL Y LA SEGUNDA LEY DE NEWTON.	
5.1.	Introducción.	101
5.2.	Teoría.	102
5.3.	Comparación con los resultados experimentales.	107
5.4.	Conclusiones.	108
5.5.	Referencias.	109
CAPITULO 6.	ENFOQUE MECANICO ESTADISTICO DEL FENOMENO DE TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES. (I. Pruebas de retiro total del esfuerzo aplicado).	
6.1.	Introducción.	113
6.2.	La ecuación de Boltzman para dislocaciones móviles.	116
6.3.	La aproximación del tiempo de relajación.	118

6.4.	Prueba de retiro total del esfuerzo aplicado.	119
6.5.	Los sitios y las rapidezces de aniquilación.	120
6.6.	Relación entre el tiempo de relajación y el tiempo de ascenso de dislocaciones durante el proceso de aniquilación.	124
6.7.	Dependencia temporal de la deformación plástica.	132
6.8.	Comparación con los resultados experimentales.	133
6.9.	Conclusiones.	138
6.10.	Referencias.	140
6.11.	Tablas.	144
CAPITULO 7.	ENFOQUE MECANICO ESTADISTICO DEL FENOMENO DE TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES. (II. Algunas implicaciones de una forma particular de la función de distribución de dislocaciones en el espacio fase.	
7.1.	Introducción.	147
7.2.	La teoría de Li y la forma de $N(r, \bar{\rho}; t)$	150
7.3.	Diferentes modelos para la contribución de colisiones, $\bar{\rho}_m$.	155
7.4.	Análisis de algunos transitorios en la densidad de dislocaciones.	157
7.5.	Conclusiones.	164
7.6.	Referencias.	165

CAPITULO 8.	ENFOQUE MECANICO ESTADISTICO DEL FENOMENO DE TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES. (III Algunas implicaciones para el estado estacionario de una forma particular de la función de distribución de dislocaciones en el espacio fase.	
8.1.	Introducción.	168
8.2.	Teoría.	169
8.3.	Comparación teoría y experimento.	182
8.4.	Conclusiones.	184
8.5.	Referencias.	187
8.6.	Tablas y Figuras.	189
CAPITULO 9.	ACERCA DE LAS MEDICIONES DEL ESFUERZO INTERNO DURANTE EL TRANSITORIO SIGMOIDAL DE TERMOFLUENCIA EN Cu-16at%Al.	
9.1.	Introducción.	193
9.2.	Datos de termofluencia sigmoideal en Cu-16at%Al.	194
9.3.	Expresiones Tayloreanas para $\langle \sigma_1 \rangle$ y datos experimentales en Cu-16at%Al ($T=523$ K, $\sigma=39.2$ MPa).	195
9.4.	Modelo de tensión lineal para $\langle \sigma_1 \rangle$ y datos en Cu-16at%Al.	197
9.5.	Influencia del cambio en ρ_n durante la medición de $\langle \sigma_1 \rangle$ en Cu-16at%Al.	199
9.6.	Posible uso de la técnica de Qian y Reed-Hill para medir $\langle \sigma_1 \rangle$ cuando no existen celdas de dislocaciones.	202
9.7.	Conclusiones.	203

9.8.	Referencias.	204
9.9.	Tablas y Figuras.	206

**CAPITULO 10. CONCLUSIONES GENERALES DE LA TESIS
Y CAMINO A SEGUIR.**

10.1.	Conclusiones generales.	212
10.2.	Caminos a seguir.	215

RESUMEN DE TESIS DOCTORAL

ALGUNAS APLICACIONES DE LA MECANICA ESTADISTICA

A LA DEFORMACION PLASTICA POR DISLOCACIONES

Jorge Montemayor Aldrete

La teoría del campo elástico continuo de la dislocación ha permitido resolver multitud de problemas de importancia teórica y práctica de la deformación plástica de materiales policristalinos, sin embargo, subsisten muchos problemas básicos que no han sido resueltos en ese marco como es el caso de la descripción dinámica de grandes números de dislocación que se producen durante la deformación macroscópica de materiales cristalinos.

En otras áreas de la física, se observa que el desarrollo de teorías físicas de campo continuo usualmente da lugar a teorías de cuasi-partículas para describir más fácilmente la dinámica de las singularidades del campo; sin embargo en teoría de dislocaciones no se ha presentado el surgimiento de teorías de cuasi-partículas. Tampoco se han analizado sistemáticamente las propiedades de las dislocaciones, desde una perspectiva de mecánica estadística para sistemas fuera de equilibrio, termodinámica de procesos irreversibles o relatividad restringida de ondas elásticas.

Este trabajo es una primera aproximación al problema de la deformación plástica de materiales cristalinos dentro de un

No. B = *Jy*
Dr. Eligio A. Oszwara

enfoque que considera cuasi-partículas a las dislocaciones y describe en forma general la dinámica de las dislocaciones en el marco de la mecánica estadística para sistemas fuera de equilibrio, termodinámica de procesos irreversibles y relatividad restringida de ondas elásticas. El enfoque aquí desarrollado se trabajó de manera complementaria al enfoque clásico que considera a las dislocaciones únicamente desde una perspectiva de teoría de campo elástica continuo.

Los primeros resultados que se reportan en esta tesis, con los cuales se pretende encontrar un lenguaje común entre físicos y científicos de materiales, son alentadores. Podemos afirmar que a diferencia de la teoría clásica de campo elástico continuo hemos desarrollado un marco teórico que permite describir el comportamiento dinámico de las dislocaciones "en masse" como se observan en materiales altamente deformados. También se han reproducido muchos resultados teóricos previos y se han explicado resultados experimentales, algunos de los cuales, no habían sido explicados previamente.

Vo. Bo.


JORGE A. MONTEMAYOR ALARCE



Dr. Eligio A. Orozco Mendoza.

SOME APPLICATIONS FROM STATISTICAL
MECHANICS TO PLASTIC DEFORMATION

BY ~~XXXXXXXXXX~~ DISLOCATIONS -



ABSTRACT.

The linear continuum elastic field theory of dislocations allow us to solve many problems of theoretical and practical importance in plastic deformation of polycrystalline materials. However, in this theoretical scheme the major problem which is still not completely solved is that of bridging the gap between the properties of individual dislocations and the dynamical behavior of dislocations "en masse", as observed in strongly deformed polycrystalline materials.

In other branches of physics, the continuum field theories usually give rise to quasi-particles theories in order to have a straight forward procedure to describe the dynamical aspects of the field singularities. However, in the case of dislocations, there is no available quasi-particles theory inasmuch as dynamical properties of dislocations "en masse" have not been analyzed in the framework of non-equilibrium statistical mechanics or irreversible thermodynamics, or by using the special relativity theory to explain the behavior of the elastic waves in the materials.

This work, is a first approach to the plastic deformation problem in crystalline materials. As in the context of the above mentioned scheme considers dislocations as having a quasi-particles behavior. Our analysis is complementary to that of classical continuum elastic field theory.

The basic results, which allow us to find a common language between physicist and material science engineers, are promising. It establishes a theoretical framework to describe the dynamical behavior of dislocations "en masse". Furthermore, previous theoretical results found in the literature may be obtained by the theory, and this is capable to describe a wealth of experimental data, some of which are explained for the first time.



JORGE ANTONIO MONTEMAYOR ALDRETE.

Vo Bo



DR. ELIGIO OROZCO MENDOZA.

P R E F A C I O

Cuando se trabaja en un área científica con herramientas conceptuales que provienen de otra, se corre frecuentemente el riesgo de no ser entendido en el área a la que se llega a resolver problemas; y así mismo el riesgo de no ser comprendido por los colegas del área de origen quienes a menudo consideran que uno se dedica a abordar problemas triviales.

Sin embargo, la historia de la ciencia deja constancia de que en muchas ocasiones estas excursiones son de naturaleza fructífera, pues ocurre que a veces en un área de la ciencia no utilizan los desarrollos de otras ramas que en ocasiones pueden aportar herramientas poderosas para resolver problemas añejos y duros de roer.

Usualmente un científico que trabaja en un área distinta a la de su formación interpreta lo que ve con una herramienta conceptual parcialmente diferente a la que utilizan los científicos del área a la que llega; y esto en principio le permite, si es cuidadoso, romper con algunos tabúes que impiden la solución de problemas.

Como la naturaleza es una y sus manifestaciones fenoménicas son múltiples, dada la formación distinta entre los foráneos y los educados dentro del área en que trabaja, es claro que, los datos experimentales sobre un tema específico serán en general interpretados por unos y otros de manera diferente; aunque teniendo el mismo sujeto de estudio deberán llegar a resultados coincidentes en muchas situaciones.

En el marco teórico antes esbozado podemos analizar la deformación plástica por dislocaciones:

Lo primero que observamos es que la teoría de campo elástico continuo de la dislocación ha permitido resolver multitud de problemas de importancia teórica y práctica.

Sin embargo, subsisten mucho problemas básicos que no han sido resueltos en ese marco como es el caso de la descripción dinámica de grandes números de dislocaciones que se producen durante la deformación macroscópica de materiales cristalinos. Es natural que un foráneo ante esta situación, se pregunte cuales de sus herramientas conceptuales particulares pueden ayudar a resolver el problema antes planteado.

Es pues entendible que un físico ante esta situación se pregunte ¿Por qué para dislocaciones no se ha desarrollado el aspecto complementario de cuasi-partícula, como se ha hecho en otras teorías de campo?. ¿Por qué no se ha aplicado la física moderna (que a mí entender agrupa entre otras cosas : mecánica estadística, termodinámica de procesos irreversibles y relatividad restringida de ondas elásticas) a la solución de problemas relativos a la dinámica de grandes grupos de dislocaciones que producen la deformación plástica en materiales cristalinos?.

Este trabajo, es una primera respuesta a esas preguntas. se ha construido un marco unitario de teoría mecánico-estadístico de dislocaciones, consideradas estas como cuasi-partículas, para trabajarlo en forma fundamentalmente complementaria al enfoque clásico que considera a las dislocaciones únicamente desde una perspectiva de teoría de campo elástico continuo.

Los primeros resultados que se reportan en esta tesis, los cuales buscan comunicarse en lenguajes relativamente comunes a físicos y a científicos de materiales, son alentadores. Podemos afirmar que a diferencia de la teoría clásica de campo elástico hemos aportado un marco teórico que permite describir el comportamiento dinámico de las dislocaciones "en masse" como se observan en materiales altamente deformados. También se han reproducido muchos resultados teóricos previos y se han explicado resultados experimentales, algunos de los cuales, no habían sido explicado previamente.

C A P I T U L O 1

INTRODUCCION A LA TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES

1.1. RESUMEN.

En este capítulo describiremos en forma resumida el marco conceptual de la teoría clásica de campo elástico de la dislocación, destacamos que no se han desarrollado los aspectos complementarios del comportamiento de cuasi-partícula que debieran tener las dislocaciones. Mencionamos que nuestro objetivo es desarrollar los aspectos teóricos de cuasi-partícula de las dislocaciones enfocados a describir el comportamiento de grandes números de dislocaciones durante la deformación plástica. Además se resumen los principales resultados teóricos y experimentales de la termofluencia por dislocaciones, se mencionan los problemas que a nuestro juicio permanecen sin resolver y describimos en forma genérica cuales de ellos fueron abordados por nosotros y cuales son las soluciones a las que llegamos.

1.2. LEYES GEOMETRICAS FUNDAMENTALES DE LA TEORIA DE ELASTICIDAD CONTINUA DE LAS DISLOCACIONES.

Sabemos que las dislocaciones permiten entender los aspectos microscópicos y macroscópicos de la deformación plástica de materiales con estructura cristalina. Los materiales cristalinos, así como materiales con otras estructuras obedecen las leyes de la Física y por tanto una teoría de la dislocación debería estar fundamentada en los conceptos físicos actuales que se tienen sobre la materia.

En otras palabras deberíamos desarrollar una teoría cristalina de los defectos lineales llamados dislocaciones. Sin embargo, en vista de la gran complejidad que exhiben los sólidos cristalinos (formados por átomos) esta labor ha sido difícil de llevar a cabo. Por ello, no es de extrañar que se hayan desarrollado teorías que se basan en suposiciones simplificadoras y retienen lo esencial del fenómeno; tal es el caso de la teoría de campo elástico lineal continuo de la dislocación.

De acuerdo con Kröner [1] la teoría de campo elástico lineal independiente del tiempo para la dislocación ha llegado a su forma clásica y no se espera ningún cambio espectacular en el futuro. A continuación presentaremos en forma resumida las leyes geométricas fundamentales de la teoría de elasticidad continua para dislocaciones bajo la consideración de que el lector conoce la notación básica, así como los conceptos de la teoría elemental de defectos cristalinos.

Las definiciones de los tensores de distorsión $\vec{\beta}$, densidad de dislocaciones $\vec{\alpha}$, y curvatura (contorsión) \vec{K} son las siguientes:

$$\begin{aligned} d\vec{u} &= d\vec{r} \cdot \vec{\beta} \\ d\vec{b} &= d\vec{s} \cdot \vec{\alpha} \\ d\vec{\theta} &= d\vec{r} \cdot \vec{K} \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde \vec{u} es el vector de desplazamiento, b^{\rightarrow} es el vector de Burgers, \vec{r} es el radio vector, $d\vec{s}$ es el vector elemento de área y $d\vec{\theta}$ es el ángulo de rotación relativa de la red cristalina producido por la presencia de las dislocaciones.

Además la ley de incompatibilidad aparece en su forma interal como:

$$\int d\vec{u} = -b^{\rightarrow}$$

y en sus formas diferenciales como:

$$\begin{aligned} \text{curl } \vec{\beta} &= -\vec{\alpha} \\ \text{inc } \vec{\alpha} &= \vec{\eta} \end{aligned} \quad (1.2)$$

con $\vec{\alpha}$ como el tensor deformación, donde a su vez el tensor de campo de la incompatibilidad introducida por la presencia de las dislocaciones $\vec{\eta}$ cumple con:

$$\vec{\eta} = -(\vec{\alpha} \times v)_{\text{slm}} = \text{curl } \vec{K} \quad (1.3)$$

La conexión entre la densidad de dislocaciones $\vec{\alpha}$, y: la contorsión \vec{K} , y con la distorsión $\vec{\beta}^P$ es:

$$\vec{K} = \vec{\alpha} - |\text{traza } \vec{\alpha}| \mathbf{I} \quad (1.4)$$

$$\text{curl } \vec{\beta}^P = \vec{\alpha} \quad (1.5)$$

y

$$\text{div } \vec{\alpha} = 0 \quad (1.6)$$

El significado de esta última ecuación es el de la imposibilidad de las dislocaciones para terminar dentro del cristal. Las expresiones concretas para los campos elástico-estáticos de las deformaciones y esfuerzos de las dislocaciones, se encuentran disponibles en multitud de textos clásicos [2-5].

1.3. TEORÍA DINÁMICA DE ELASTICIDAD LINEAL DE LAS DISLOCACIONES.

Por cuanto se refiere a la teoría dinámica de elasticidad lineal de las dislocaciones (la cual se refiere a dislocaciones en movimiento) consideramos que la versión más completa que existe sobre el tema ha sido presentada hace ya tiempo por Kosevich [6-8].

Sabemos que las dislocaciones pueden moverse mediante dos mecanismos distintos: movimiento en su plano de deslizamiento de una manera puramente mecánica que requiere escasa energía para realizarse, y un movimiento el cual es perpendicular al plano de deslizamiento (ascenso) y el cual se realiza a través de difusión de materia. A la primera forma de movimiento se le llama conservativa porque no altera la red cristalina, mientras a la segunda se le conoce como no-conservativa por cuanto el movimiento de ascenso produce un cambio de volumen.

Para el movimiento de tipo conservativo, Kosevich [6-8] deduce de una manera cerrada y auto-consistente la ecuación de movimiento de un elemento de espira de dislocación para velocidades de la dislocación mucho menores a la de las ondas transversales del

sonido en el medio. Su demostración parte de las ecuaciones de campo elástico móvil y se basa en una analogía con la derivación de la ecuación de movimiento del electrón llevada a cabo por Lorentz a principios de siglo. La Ecuación de Kosevich es:

$$\int \mu_{ik}(l, l') W_k(l') dl' = F_i^o(l) + c_{ikm} \tau_k(l) p_{mn}^o(l) b_n + S_i(l, v) \quad (1.7)$$

donde: $\mu_{ik}(l, l')$ es la densidad de masa efectiva de la línea de la dislocación, con origen únicamente debido al campo elástico. El significado físico de esta función tensorial $\mu_{ik}(l, s)$ es el siguiente: $\mu_{ik}(l, s)$ es la contribución realizada por el k-ésimo componente de la velocidad de un elemento con coordenada s sobre el elemento de espira de dislocación a la i-ésima componente del momento de un elemento de unidad de longitud con coordenada l , que yace sobre la misma espira. $F_i^o(l)$ es la tensión lineal de la dislocación con $c_{ikm} \tau_k(l) p_{mn}^o(l) b_n$ como la fuerza total externa por unidad de longitud que actúa sobre el elemento de espira en cuestión. $W_k(l')$ es la aceleración del elemento de dislocación y $S_i(l, v)$ es la fuerza disipativa (de origen inelástico) por unidad de longitud, la cual, depende de la velocidad de la dislocación.

Es importante destacar que de acuerdo con Kosevich el término inercial en la ecuación de movimiento, esto es, el lado izquierdo de la igualdad Ecuación (1.7) juega un papel importante únicamente en el caso de movimientos de la dislocación claramente no estacionarios, cuando la aceleración de las dislocaciones es muy grande. Si la aceleración de las dislocaciones es pequeña, entonces el papel principal en la dinámica es desempeñado por las fuerzas desaceleradoras (fuerzas de resistencia al deslizamiento), las cuales incluyen las fuerzas disipativas.

De la definición de $\mu_{ik}(l)$ es inmediato que el valor del tensor densidad de masa efectiva de la dislocación es una función cuyo valor depende de la posición que ocupa el segmento en cuestión en la espira. Y, ya que una espira de dislocación se mueve como un todo, es lógico que Kosevich se plantee averiguar cual será la

ecuación de movimiento promedio para una espira completa, que se mueve deslizando en un cristal que sólo la contiene a ella, dicha ecuación viene expresada como:

$$\oint m_{ik}(l)W_k(l)dl = F_i^{\circ} \quad (1.8)$$

donde:

$$F_i^{\circ} = c_{ikm} b_n \oint \epsilon_n p_{mn}^{\circ} dl + \oint S_i dl \quad (1.9)$$

con F_i° como la fuerza total externa que actúa sobre la dislocación, y m_{ik} definida por:

$$m_{ik}(l) = \oint \mu_{ik}(l, l') dl' \quad (1.10)$$

juega el papel de una masa efectiva por unidad de longitud de dislocación, la cual depende de las dimensiones y la forma de toda la espira.

Kosevich al suponer una aceleración promedio para toda la espira $W_k^{\circ} = W_k(l)$ reescribe de otra manera la Ecuación (1.8) y obtiene:

$$M_{ik} W_k^{\circ} = F_i^{\circ} \quad (1.11)$$

donde ha definido la masa total de la espira como:

$$M_{ik} = \oint m_{ik}(l) dl \quad (1.11a)$$

Las Ecuaciones (1.7) y (1.8) nos permiten separar el estudio del movimiento de espiras de dislocaciones como un todo, de el estudio del movimiento relativo de sus elementos constitutivos.

Una vez que se ha deducido la ecuación de movimiento de una dislocación individual, se puede tener en principio un sistema completo de ecuaciones; las cuales definen la evolución de un conjunto de espiras de dislocaciones y de los campos elásticos que existen en el sólido cristalino. Pero, las ecuaciones de movimiento en este sistema son ecuaciones de movimiento para estructuras discretas, mientras que la teoría dinámica de campo

elástico producida para las dislocaciones se ha formulado en términos de distribuciones continuas de dislocaciones (tensor $\vec{\alpha}$). La forma en que hasta la fecha se ha intentado resolver el problema, es la de sacar el promedio de las ecuaciones de movimiento de una gran cantidad de espiras y transformarlas en ecuaciones de movimiento de dislocaciones distribuidas de manera continua (véase referencia [7]).

Sin embargo estos procedimientos de transformar un sistema de ecuaciones para estructuras discretas en un sistema de ecuaciones de movimiento de dislocaciones distribuidas de manera continua, a juicio de Friedel [9], no ha resuelto el problema. Según Friedel el problema mayor no resuelto a la fecha, es el de proporcionar un puente que cubra la brecha existente entre las propiedades de dislocaciones individuales y el comportamiento dinámico de las dislocaciones "en masse" como se observa en materiales altamente deformados.

En este punto es importante recapitular lo esencial de la forma en que se ha desarrollado la teoría de dislocaciones: vemos que las teorías clásicas de la dislocación son teorías de campo elástico que describen diversos aspectos de las dislocaciones o de su movimientos, sin desarrollar teorías de la dislocación que la consideren cuasi-partícula. No sólo eso, sino que cuando de manera natural las teorías de campo elástico llegan a ecuaciones de movimiento para estructuras discretas (ecuaciones de cuasi-partículas o partículas en el esquema de los físicos) los teóricos de teoría de campo elástico desechan avanzar por ese camino e intentan describir el movimiento de muchas dislocaciones discretas a través de ecuaciones de campo que describen el movimiento de dislocaciones teóricas que se modelan como distribuidas de manera continua (véase la discusión posterior a la Ecuación (1.11a)).

Una excepción a esta regla son las pocas teorías que consideran a las dislocaciones (aunque sean unidimensionales) como cuasi-partículas llamadas solitones [10-12]. Por su relevancia

para el desarrollo de nuestro enfoque a continuación resumiremos algunas de las características más relevantes de dichas teorías, de acuerdo con los trabajos ya citados.

1.4. PRINCIPALES ASPECTOS DE LA TEORIA DE SOLITONES.

El concepto de solitón tal como aparece en la literatura especializada en materia condensada, mecánica estadística y teoría de campo denota: una configuración de campo de energía finita, la cual es una solución de energía libre mínima de carácter local de una ecuación no-lineal de campo. Las soluciones de dicha ecuación no requieren ser dependientes del tiempo. La solución tiene dos partes: una de tipo solitón o de onda solitaria (que recuerda las ondas solitarias que se generan en canales estrechos delante de barcos en movimiento) para la parte de deformaciones no lineales, donde dicha solución está fuertemente localizada en el espacio; mientras que las soluciones de la misma ecuación para amplitudes pequeñas son muy extendidas espacialmente.

A la ecuación no lineal de campo, ya mencionada, se le conoce como Ecuación de Sine-Gordon y fue desarrollada originalmente por Frenkel y Kontorova en 1939 [13] para estudiar la propagación de "una unidad de deslizamiento" en una cadena unidimensional infinita de átomos elásticamente unidos que yacen sobre otra cadena inferior de átomos similares que está fija. Para describir este efecto ellos obtienen la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \sin \phi \quad (1.12)$$

De izquierda a derecha, el primer término representa la energía elástica de interacción entre átomos vecinos, el segundo su energía cinética y el último representa la energía potencial debido a la cadena inferior de átomos la cual está fija.

Para bajas amplitudes de oscilación la Ecuación (1.12) se puede linearizar quedando

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \phi \quad (1.12a)$$

La cual tiene soluciones del tipo $\exp[-i(kx - \omega t)]$ con ω y k relacionados a través de la ecuación de dispersión $\omega^2 = k^2 + 1$.

La forma moderna de expresar la Ecuación de Sine-Gordon es

$$C_0^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \omega_0^2 \sin \phi \quad (1.12b)$$

donde los parámetros C_0 y ω_0 son respectivamente la velocidad y frecuencia características del sistema las cuales aparecen de formas diversas dependiendo del contexto. Cabe destacar que la Ecuación (1.12) es invariante ante transformaciones de Lorentz. Un ingrediente importante en la Ecuación (1.12b) es el potencial de tipo periódico escogido por Frenkel y Kontorova. Es interesante recordar que Peierls [14] utilizó la Ecuación de Frenkel y Kontorova para desarrollar su modelo acerca de la fuerza que ejerce la red sobre una dislocación en movimiento.

A continuación describiremos algunas de las características de los solitones:

Son entes topológicamente estables, que existen debido a un balance entre dos tendencias energéticas opuestas. Los efectos típicamente dispersivos que tienden a desparramar el paquete de onda son balanceados por los términos no lineales que favorecen la aglutinación, debido a las diferentes velocidades de las componentes de Fourier. En otras palabras, su extensión espacial está determinada por un balance de la energía potencial de la deformación elástica lineal (la cual favorece la extensión del solitón) y la energía potencial local de origen no lineal que favorece solitones compactos. Por ser los solitones entes con características topológicas específicas sólo pueden desaparecer al aniquilarse con su anti-solitón específico.

En cuanto al aspecto energético se refiere, en este contexto uno puede ver un proceso de absorción de energía externa, por ejemplo, diciendo que "el sistema realizó una transición aún estado excitado y absorbió energía luminosa en el proceso". Una manera alternativa de describir el proceso es decir "una pseudo-partícula ha sido creada y la energía de la luz se ha convertido en la energía de la pseudo-partícula". Esto es, en una teoría de solitones, uno se olvida del sistema de átomos o moléculas que está en su estado de mínima energía, y en su lugar considera un nuevo sistema compuesto enteramente por las pseudo-partículas, las cuales representan la diferencia entre el estado actual del sistema de átomos y la situación del sistema de átomos en su estado de energía mínima (esto es sin defectos).

Las principales características de la dinámica de los solitones son: ante perturbaciones se comportan como partículas deformables. En condiciones no cuánticas, ni relativistas (velocidades del ente pequeñas respecto a la velocidad máxima de transmisión de la señal correspondiente) el centro de masa de un solitón en movimiento obedece a la Segunda Ley de Newton; y el movimiento del centro de masa de un conjunto de ellos, también es gobernado por la Segunda Ley de Newton.

El papel que juegan los solitones dentro de un sólido, es el de mecanismos de transporte (en un sentido generalizado) de alguna cantidad física a través del sólido. La idea básica para todo tipo de solitones es siempre la misma. i.e. en un sistema periódico no lineal es más fácil deslizar una cantidad física relevante (masa, momento, energía, carga eléctrica, flujo magnético, etc.) a través del movimiento local de defectos; que deslizar rígidamente la muestra perfecta de tamaño macroscópico en un solo paso. Si los defectos en cuestión no se crean térmicamente, entonces, nos encontramos ante un problema de mecánica estadística no lineal fuera de equilibrio.

Sintetizando todo lo anteriormente expuesto podemos decir que las dislocaciones unidimensionales son solitones [10-12] y tienen

carácter de cuasi-partícula; y que además las teorías elásticas de la dislocación sólo la visualizan como un campo elástico específico, y no se han desarrollado los aspectos complementarios de cuasi-partículas. En este trabajo desarrollaremos este último aspecto, puesto que nosotros consideramos: que al igual que en otras áreas de la física se debe desarrollar no sólo el aspecto de teoría de campo de un fenómeno, sino su aspecto complementario de partícula. La esperanza es que ocurra lo que ha venido sucediendo antes en la física, esto es que al abordar un problema bajo el aspecto de partícula (o de campo) se ayude a resolver problemas difíciles de manejar bajo el enfoque complementario.

Específicamente en este trabajo nos planteamos abordar teóricamente la deformación plástica por dislocaciones considerándolas como cuasi-partículas. Y dado que la deformación plástica macroscópica involucra el movimiento e interacción entre muchísimas dislocaciones, el análisis teórico que llevaremos a cabo usará como marco conceptual la mecánica estadística fuera de equilibrio aplicada a dislocaciones consideradas como cuasi-partículas para con ello, resolver diversos problemas de la deformación plástica (en particular de la termofluencia), algunos de las cuales hasta la fecha no se han resuelto en el marco de la teoría del campo elástico.

Una vez establecido el marco conceptual teórico en el cual trabajaremos, permitásenos hacer una breve síntesis de algunos resultados básicos relativos a la fenomenología de la termofluencia; y de algunos modelos de termofluencia por dislocaciones. En secciones posteriores destacaremos los problemas abiertos en termofluencia y la forma en que abordaremos algunos de ellos mencionando los resultados más sobresalientes.

1.5. FENOMENOLOGIA DE LA TERMOFLUENCIA.

1.5.1. GENERALIDADES DE LA TERMOFLUENCIA DE LOS METALES.

Mientras el uso de los componentes y equipos sujetos a presiones se limitó a temperaturas menores al 30% de la temperatura de

fusión (en °K) del material, T_f , el conocimiento aportado por las pruebas de tensión fue suficiente para describir el comportamiento futuro de los materiales con los que estaban contruidos los equipos. Cuando la temperatura de trabajo comenzó a ser superior al valor antes mencionado se presentaron cada vez con mayor frecuencia casos de fallas catastróficas en (por ejemplo) calderas que durante más de 10 años habían funcionado sin problemas en deformación plástica. A este fenómeno de deformación plástica dependiente del tiempo, cuando ocurre bajo condiciones de presión y temperatura constantes se le conoce con el nombre de termofluencia. Este fenómeno inicialmente estudiado por Andrade [15] es objeto de análisis en el presente trabajo.

Los tipos de curvas mas frecuentes de deformación contra tiempo que aparecen en las pruebas de termofluencia en tensión son las siguientes (véase Figura núm. 1.1). La curva "N" es la llamada curva normal de termofluencia, la segunda curva "S" es la denominada curva sigmoideal de termofluencia y finalmente tenemos la curva "I" que corresponde a transitorio invertido de termofluencia. La curva normal tiene tres etapas I, transitorio primario de la termofluencia; II, la etapa de estado estacionario en la cual la rapidez de deformación $\dot{\epsilon}$ es constante, y la etapa terciaria, III, la cual corresponde a una situación en la cual la creación y evolución de cavidades controla la deformación de la muestra produciendo eventualmente la ruptura de la misma.

La termofluencia de alta temperatura ($T = T_f/2$, donde T_f es la temperatura de fusión del material en °K) en los materiales cristalinos ha mantenido el interés de muchos investigadores durante varias décadas tanto por su interés teórico como las implicaciones prácticas que acarrea el entender el proceso. Este mecanismo de deformación difiere en un aspecto esencial de los mecanismos de baja temperatura: La rapidez de deformación a altas temperaturas está fundamentalmente controlada por difusión atómica, la cual para todo propósito práctico, es inexistente a bajas temperaturas.

Después de casi ochenta años de acumulación de una gran cantidad de resultados experimentales de termofluencia en diversos tipos de materiales cristalinos, todo parece indicar que las descripciones fenomenológicas y microestructurales de la termofluencia de alta temperatura están muy cerca de su completéz. Se ha desarrollado una gran cantidad de modelos teóricos y fenomenológicos y sin embargo, aún actualmente estamos muy lejos de lograr un entendimiento completo de todas las observaciones experimentales.

En esta parte haremos un resumen breve de las descripciones fenomenológicas y los aspectos cualitativos y cuantitativos de los cambios microestructurales de la termofluencia por dislocaciones en las etapas transitorias y de estado estacionario, no consideraremos las termofluencias que ocurren: a muy altas temperaturas ($T \geq 0.85$ temperatura de fusión), a bajos esfuerzos y en materiales con tamaño de grano muy fino (termofluencia de Nabarro-Herring y de Coble [16-22]), de Harper-Dorn [23-25]; ni tampoco la superplasticidad [26-28]. Tampoco describiremos el fenómeno de termofluencia por deslizamiento de granos fuertemente relacionado con la superplasticidad [29-31]. Y del fenómeno de termofluencia por dislocaciones no analizaremos la etapa terciaria, en la cual la dinámica de la deformación es totalmente controlada por la cinética de evolución de microcavidades originadas durante la deformación [32-42].

En esta parte nuestro tratamiento se guía por dos grandes objetivos: Primero seguir a grandes rasgos las descripciones de trabajos previos de revisión [43-54]; y segundo destacar el material que nos será de utilidad para enmarcar el trabajo teórico que nos proponemos desarrollar.

1.5.2. ECUACIONES DE TERMOFLUENCIA PARA TRANSITORIOS.

A).- CURVA NORMAL DE TERMOFLUENCIA.

En la sección anterior vimos las etapas de las que está compuesta una curva de termofluencia en metales recocidos antes del comienzo de la prueba de tracción. En 1911 Andrade [15] analizó las curvas

de deformación contra tiempo para diversos metales puros proponiendo, la siguiente expresión fenomenológica cuantitativa para describir el transitorio y el estado estacionario:

$$c(t) = c(t_0) + a t^{1/3} + \dot{c}_s t \quad (1.13)$$

donde: $c(t_0)$ es la deformación instantánea que se presenta en cuanto se aplica el esfuerzo (deformación elástica), a es una constante y \dot{c}_s es el valor asintótico de la rapidez de deformación para $t \rightarrow \infty$. Cabe hacer notar que desde entonces a la fecha se han propuesto una gran cantidad de expresiones empíricas que cumplen funciones similares a la Ecuación de Andrade.

Sin embargo, es evidente que ecuaciones diferentes con varios parámetros libres escogidos apropiadamente pueden describir con buen acuerdo el mismo conjunto de datos experimentales (véase por ejemplo el trabajo de Conway y Mullikin [55]). Por tanto si queremos entender el fenómeno de una manera física profunda y no meramente describirlo debiéramos en principio modelar estas etapas de la deformación a través de leyes fundamentales, esto dada la complejidad del fenómeno no ha sido posible hacerlo en el marco de la teoría de elasticidad lineal de las dislocaciones.

Dentro de los modelos fenomenológicos existe uno conocido como la Ecuación de Garofalo [44] que pareciera describir más acertadamente que los demás, no sólo valores numéricos sino también las principales características experimentales de la rapidez inicial de deformación y su relación con la rapidez de deformación en estado estacionario. La Ecuación de Garofalo es:

$$c(t) = c(t_0) + c_r [1 - \exp(-t/t_r)] + \dot{c}_s t \quad (1.14)$$

donde c_r es el valor asintótico de la deformación transitoria y t_r es un tiempo constante. En 1969, Webster Cox y Dorn [56] mostraron que se puede llegar a la Ecuación (1.14) a partir de la

siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dc}{dt} = - \frac{\dot{c} - \dot{c}_s}{t_r} \quad (1.14)$$

sin embargo, debido a que su análisis es más bien matemático que físico, el significado físico del tiempo de relajación, t_r , permanece sin aclararse.

De acuerdo con Takeuchi y Argon [50] la Ecuación (1.14) tiene la forma natural de las curvas transitorias de termofluencia; y tiene ventajas operacionales sobre la Ecuación (1.13) por ejemplo aporta un valor finito para la rapidez inicial de deformación: $\dot{c}_i = \left(\frac{dc}{dt}\right)_{t=0} = \dot{c}_s + c_r/t_r$ que corresponde con el valor experimental medido (lo cual no puede lograrse con la Ecuación (1.13)). Además de acuerdo con Garofalo [44], \dot{c}_i usualmente es proporcional a la rapidez de deformación en estado estacionario \dot{c}_s . Esto sugiere [50] que la cinética de la deformación es gobernada por los mismos mecanismos tanto en la etapa transitoria como en la estacionaria. Entonces de acuerdo con Garofalo experimentalmente se cumple que:

$$c_r/t_r \sim \dot{c}_s \quad (1.14b)$$

Además de acuerdo con Webster et. al. [56] en algunos metales $c_s \sim 1/t_r$ con lo cual es claro que el valor asintótico de la deformación transitoria, c_r , es una constante.

B).- DESCRIPCION CUALITATIVA DE CURVAS NORMALES DE TERMOFLUENCIA.

La primera explicación cualitativa de la forma de las curvas normales de termofluencia se debe a Bailey [57] quien propuso una teoría fenomenológica de carácter macroscópico que pretende explicar por qué las curvas normales de deformación contra tiempo disminuyen el valor de su pendiente al incrementarse la deformación, hasta alcanzar un valor constante. En su teoría, el incremento en la deformación origina que procesos de

endurecimiento por deformación inicialmente dominantes vayan siendo compensados por procesos de recuperación que ocurren dentro del material. La situación de termofluencia en estado estacionario se presenta cuando se alcanza un equilibrio dinámico entre los dos procesos antes mencionados.

La formulación matemática de esta teoría se obtuvo considerando que el esfuerzo aplicado, σ , es función de la deformación c , y del tiempo t :

$$d\sigma = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_{c, T} dt + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial c} \right)_{t, T} dc$$

$$= -rdt + hdc \quad (1.15)$$

donde T es la temperatura de la prueba, h es el coeficiente de endurecimiento por deformación y r es la rapidez de recuperación. (Aquí es importante que señalemos, que la deformación real sólo tiene significado relativo a un estado inicial, $c(t) - c(t_0)$. Análogamente, t representa el tiempo transcurrido desde el inicio de la prueba de termofluencia $t - t_0$). Ya que el esfuerzo es constante durante una prueba de termofluencia, la Ecuación (1.15) se convierte en:

$$\frac{dc}{dt} = \dot{c} = r/h \quad (1.16)$$

donde \dot{c} es la rapidez de deformación. A esta expresión se le conoce con el nombre de Ecuación de Bailey-Orowan [58] y ha sido utilizada por muchos autores para describir el estado estacionario. A pesar de la gran aceptación que suscita esta teoría, sesenta años después de su aparición siguen manifestándose controversias relativas a los métodos experimentales de determinación de los coeficientes r y h , y aún de su significado físico [59].

C).- TRANSITORIOS INVERTIDOS Y SIGMOIDALES.

Por lo que respecta a la descripción fenomenológica de los transitorios invertidos y sigmoidales en 1970 Gasca-Neri, Ahlquist y Nix [60] publicaron una teoría fenomenológica acerca de los transitorios de la termofluencia. Dicha teoría parte de la Ecuación de Bailey-Orowan, Ecuación (1.15) y de la Ecuación de Fuchs e Ilschner, la cual es la derivada temporal de la famosa Ecuación de Orowan. El principal mérito de ella, es el destacar que el hecho de que un transitorio sea invertido, sigmoidal o normal depende de la distinta historia mecánica de las muestras (distinto valor del esfuerzo interno promedio $\langle \sigma \rangle$ respecto al esfuerzo aplicado). De esto nosotros deducimos que se confirma la hipótesis de Takeuchi y Argon [50] en el sentido de que las leyes dinámicas de la deformación durante el transitorio en materiales de una fase son los mismos independientemente de tener transitorios normales, invertidos o sigmoidales y que ello deberá hacerse explícito a través de un análisis físico más profundo que los realizados hasta la fecha.

1.5.3. ECUACIONES DE TERMOFLUENCIA PARA ESTADO ESTACIONARIO.

A).- RAPIDEZ DE DEFORMACION.

Una característica de la termofluencia de alta temperatura en materiales metálicos que es muy importante en la práctica ingenieril, es la fuerte dependencia que exhibe la rapidez de deformación con la temperatura y el esfuerzo aplicado. Mientras la dependencia de $\dot{\epsilon}$ con la temperatura se considera totalmente entendida, la dependencia que exhibe con el esfuerzo aplicado no ha sido explicada de una manera satisfactoria. Esto se aplica tanto para aleaciones ingenieriles (las cuales exhiben frecuentemente comportamientos complejos en su termofluencia), como para el caso de metales puros y aleaciones en solución sólida, las cuales exhiben comportamiento metálico [61]. La ecuación fenomenológica más utilizada y sustentada por argumentos

teóricos para representar los datos correspondientes a estado estacionario, llamada Ecuación de Dorn [48] es la siguiente:

$$\dot{\epsilon}_s = A_0 \mu \left(\frac{W_A \Omega}{kT} \right) \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^n \exp(-Q_c/kT). \quad (1.17)$$

Con A_0 y n como constantes adimensionales, siendo k la constante de Boltzmann, T la temperatura de la muestra en grados Kelvin, Ω es el volumen atómico y $W_A = v_s/b$, (v_s como la velocidad de las ondas transversales del sonido), es la frecuencia de vibración atómica. V , Q_c es la energía de activación térmica del proceso de termofluencia. La determinación experimental de Q_c y n se realiza utilizando las expresiones siguientes (energía aparente de activación Q_{ap}):

$$Q_{ap} = - \frac{\partial \ln \dot{\epsilon}_s}{\partial (1/kT)} \approx - \frac{\Delta \ln \dot{\epsilon}_s}{\Delta (1/kT)}$$

Y cuando se necesita corregir el módulo de corte por su dependencia con la temperatura obtenemos de Ecuación (1.17):

$$Q_{cReal} = - \frac{\partial [\ln \dot{\epsilon}_s - T \mu^{n-1}]}{\partial (1/kT)} \approx - \frac{\Delta [\ln \dot{\epsilon}_s - T \mu^{n-1}]}{\Delta (1/kT)} - \quad (1.17a)$$

Y para el exponente del esfuerzo:

$$n = \frac{\partial \dot{\epsilon}_s}{\partial \sigma} \approx \frac{\Delta \dot{\epsilon}_s}{\Delta \sigma} \quad (1.17b)$$

B).- ENERGIA DE ACTIVACION.

Si tomamos en cuenta la dependencia exhibida con la temperatura por el módulo de corte, Ecuación (1.17a), (véase [62, 63]) se observa que la energía de activación de la termofluencia, Q_c , es prácticamente idéntica a la energía de autodifusión Q_d para una gran cantidad de sistemas cristalinos metálicos y iónicos [42-45, 47, 48, 64]. A temperaturas intermedias puede ser importante la difusión a lo largo de las dislocaciones (véase por ejemplo el

trabajo de Prinz y Argón [65]). Utilizando el coeficiente de autodifusión, D , en la expresión (1.17) $\dot{\epsilon}_s$ aparece de la forma siguiente:

$$\dot{\epsilon}_s = A \frac{\mu b}{kT} D \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^n \quad (1.17c)$$

donde A y n son constante adimensionales, los cuales pueden considerarse características del material.

C).- EXPONENTE DEL ESFUERZO.

El valor del exponente del esfuerzo n , el cual aparece en la Ecuación (1.17) adquiere valores típicos de 3 y de 5, los cuales corresponden a situaciones físicas diferentes de la microestructura de dislocaciones.

El valor típico de n para metales puros y aleaciones metálicas tipo I (clasificación de Mohamed y Langdon [66, 67]) es $n = 5$. En estos materiales, a través de la deformación se forman celdas de dislocaciones (agrupaciones locales de dislocaciones en ciertos sitios) cuyas paredes tienen alta densidad de dislocaciones y regiones interiores a estas celdas en las cuales la densidad es mucho menor.

El valor típico de n para aleaciones en solución sólida (materiales tipo II) es $n = 3$. Su principal característica es que durante la deformación nunca se forman celdas de dislocaciones y la distribución de las dislocaciones es relativamente homogénea.

Cabe destacar que Brown y Ashby [68] han mostrado que existen correlaciones matemáticas entre los valores de A_0 y n de la Ecuación (1.17) para distintos tipos de materiales como son metales con estructura cúbica centrado en el cuerpo, centrados en las caras y óxidos y halogenuros alcalinos. Se considera que este tipo de enfoque ayuda cuando se requiere realizar la evaluación numérica de una situación donde ocurre termofluencia (cálculos ingenieriles de estructuras complejas).

1.5.4. ASPECTOS CUALITATIVOS MICROESTRUCTURA DE DISLOCACIONES.

En esta subsección nos referimos a materiales que exhiben $n = 5$, a menos que se indique otra cosa. Las principales características del proceso de formación de las celdas de dislocaciones, de acuerdo con Prinz y Argon [65] son las siguientes:

i).- En la etapa inicial, la estructura de enmarañamiento de dislocaciones (en formación) es esencialmente la misma que la que se presenta a bajas temperaturas.

ii).- La estructura de dislocaciones es inhomogénea desde el inicio de la etapa transitoria de la deformación y conforme avanza la deformación, a rapidez cada vez más lenta, se van formando las subfronteras.

iii).- La estructura de dislocaciones gradualmente va cambiando hasta estabilizarse y lograr una cierta regularidad en estado estacionario. El tamaño de las celdas en estado estacionario es sólo función del esfuerzo aplicado.

iv).- Las dislocaciones que están dentro de las celdas o subgranos no presentan gran direccionalidad.

v).- No se observan apilamientos de dislocaciones de gran longitud.

Adicionalmente, después del excelente trabajo experimental en Cu-16at%Al llevado a cabo por Hasegawa, Ikeuchi y Karashima [69] ha quedado establecido que las paredes de celdas de dislocaciones son en gran medida la fuente del esfuerzo interno promedio, $\langle \sigma_i \rangle$. Cabe hacer notar que a la fecha no se ha desarrollado ningún modelo que explique cabalmente dichos resultados experimentales.

Por lo que toca al papel de las paredes de celda como barreras al deslizamiento de dislocaciones y como sitios preferenciales de ocurrencia de aniquilaciones de dislocaciones, podemos decir:

Existen evidencias experimentales en termofluencia de alta temperatura que permiten establecer que las paredes de celda son barreras no atravesables por las dislocaciones móviles [70-72]. Sin embargo, para temperaturas intermedias y esfuerzos altos se ha observado dicho atravesamiento [73, 74].

En esta situación para termofluencia de alta temperatura las paredes son el sitio microestructural donde ocurren las aniquilaciones de dislocaciones [74, 31]. Esto se entiende físicamente de una manera clara en el marco del modelo fenomenológico de estructuras dipolares (dislocaciones de borde) de las paredes de celda de dislocaciones [75-79] véase Figura (1-2).

Por cuanto se refiere al atravesamiento de paredes de celda de acuerdo con Pharr [80] esto puede deberse a que se alcanza un esfuerzo local superior al de la resistencia mecánica de la pared de celda y se produce el atravesamiento. Este fenómeno está relacionado con el rompimiento de la Ley de Potencias, por lo cual el valor de n (véase Ecuación (1.17)) se va incrementando más allá del valor clásico $n = 5$ característico de la termofluencia Andradeana (o de Ley de Potencias).

Recientemente [70, 73, 81] con la utilización de Microscopía Electrónica de Alto Voltaje en transmisión (1 millón de e.v.), se han deformado in-situ muestras relativamente gruesas comparadas con los que se utilizan en Microscopía Electrónica de Transmisión (200 mil e.v.). Las deformaciones se llevaron a cabo probablemente a altas temperaturas y el movimiento de las dislocaciones móviles se siguió de manera continua observándose que conforme las dislocaciones se aproximan a las paredes de celda su movimiento va desacelerando.

De acuerdo con Takeuchi et. al [50], la técnica de Microscopía Electrónica de Alto Voltaje a pesar de los problemas asociados a ella: (las muestras siguen siendo muy pequeñas comparadas con el diámetro de celda, inhomogeneidad en los esfuerzos aplicados, el

efecto de daños por radiación) es desde su punto de vista la técnica que puede aportar información fundamental para profundizar el entendimiento de los mecanismos de dislocaciones actuantes durante estado estacionario, si bien siempre que sea posible deberá ser contrastada y comparada con otra información para manejar un esquema consistente internamente.

1.5.5. DESCRIPCIÓN CUANTITATIVA DE LA ESTRUCTURA DE DISLOCACIONES.

A).- TAMAÑO DE CELDAS.

Como hemos mencionado previamente la técnica más adecuada para el estudio de la configuración de dislocaciones es el de ataque químico. Ello debido a dos razones, la escala relativamente grande de las inhomogeneidades en las estructuras de dislocaciones y el hecho de que a diferencia del ataque químico, que puede revelar una gran cantidad de celdas al mismo tiempo, las técnicas de Microscopía Electrónica de Transmisión (MET) no permiten abarcar siquiera una celda completa.

Existe una gran cantidad de mediciones de tamaño de celda (o subgrano) como función del esfuerzo aplicado para estado estacionario. Los trabajos de revisión sobre el tema [45, 47, 48, 50, 80] aportan la siguiente relación fenomenológica para el tamaño de celda, d_s :

$$d_s = K \left(\frac{\mu b}{\sigma} \right) \quad (1.18)$$

donde μ es el módulo de corte del material a la temperatura de la prueba. De acuerdo con Raj y Pharr [80] el mejor valor de K es, $K=23$; aunque los valores de K pueden variar de $K \approx 10$ para metales a $K = 80$ para materiales iónicos según Takeuchi y Argón [50]. Esto último desde nuestro punto de vista pudiera sugerir que una teoría que aportase la expresión (1.18) debería explicar, a profundidad, la razón física que subyace bajo el hecho de la gran variedad de valores para K.

B).- ESPACIAMIENTO ENTRE DISLOCACIONES MOVILES Y DIAMETRO DE CELDA.

Otra expresión fenomenológica relativa a la estructura de dislocaciones es la que relaciona el espaciamiento entre dislocaciones móviles (las que no están en las paredes de celdas) con el diámetro de las celdas [82-85].

$$d_s = K_c (\rho_A)^{-1/2} \quad (1.19)$$

donde K_c es una constante llamada Constante de Holt en honor del teórico que dió una explicación de la Ecuación (1.19) en un esquema de termodinámica reversible [86].

C).- RELACION ENTRE ANCHURA DE LAS PAREDES DE CELDA Y EL DIAMETRO DE LAS MISMAS.

La variación del tamaño de celda en materiales deformados ha sido estudiado por cuanto su cambio con la densidad de dislocaciones, el esfuerzo aplicado, la deformación, la temperatura, etc. Sin embargo, hasta donde sabemos nosotros sólo Knoesen y Kritzingler [87] han estudiado cuantitativamente la relación que existe entre el ancho de las paredes de celda y el diámetro de las celdas de dislocaciones. Para Cu ellos encuentran la siguiente relación:

$$W_\omega = d_s/3 \quad (1.20)$$

donde W_ω es el ancho de la pared de las celdas de dislocaciones. Además Knoesen y Kritzingler encuentran una relación constante entre el volumen asociado a la estructura de la pared y el volumen total de la celda, lo cual está de acuerdo con una predicción de Kuhlmann-Wilsdorf basada en el principio de "similitud" [88].

D).- ANGULO DE DESORIENTACION ENTRE CELDAS CONTIGUAS.

De acuerdo con resultados obtenidos por medio MET, normalmente los ángulos de desorientación en las paredes de las celdas van de 0.1° a 2.5° dependiendo del material y de la cantidad de deformación sufrida [50].

De la literatura se observa:

i).- El ángulo de desorientación, ϕ_w , se incrementa gradualmente con la deformación durante la etapa transitoria de la termofluencia [89-92].

ii).- El ángulo de desorientación, ϕ_w , alcanza un valor constante al llegar la muestra a estado estacionario [89-91].

E).- DENSIDAD DE DISLOCACIONES.

La densidad de dislocaciones en las paredes, ρ_w , se incrementa conforme avanza la deformación hasta llegar a un valor constante en estado estacionario [69, 93]. Además, de acuerdo con Takeuchi y Argon [50] en estado estacionario muchísimos materiales exhiben una correlación entre la densidad de dislocaciones internas a las celdas y el esfuerzo aplicado; dicha correlación se puede escribir como sigue:

$$\rho_w = \left(\frac{\sigma}{\alpha \mu b} \right)^2 \quad (1.21)$$

Y sólo en dos ocasiones se ha reportado una correlación entre ρ_w y la temperatura [91, 93].

F).- DENSIDAD DE DISLOCACIONES EN LAS PAREDES Y ESFUERZOS LOCALES EN LA ESTRUCTURA DE LAS MISHMAS.

Recientemente Morris y Martín [94, 95] han determinado experimentalmente los esfuerzos locales dentro de la estructura de la pared de celdas formadas a través de la deformación en termofluencia en muestras de aleación Al-11% Zn. Los esfuerzos locales están relacionados con el tamaño de los radios del enrejado que forma la estructura de la pared, el cual depende de la densidad promedio de las dislocaciones en la pared, ρ_w . Donde ρ_w es función del esfuerzo aplicado y de la temperatura [96].

La ecuación utilizada por Morris y Martin para determinar los esfuerzos locales es esencialmente la ecuación que define la tensión lineal de una dislocación con radio de curvatura R . Los resultados obtenidos por ellos indican que los esfuerzos locales dentro de la estructura de la pared tienen valores más de diez veces mayores que el esfuerzo aplicado, mientras en el interior de las celdas el esfuerzo local representa sólo una fracción del esfuerzo aplicado. Cabe destacar que su estudio sólo determinó el valor absoluto del esfuerzo local y no su signo, por lo cual no se llevó a cabo una correlación entre sitio estructural y valor y signo del esfuerzo local.

1.5.6. DETERMINACION DE PARAMETROS FISICOS A TRAVES DE LOS TRANSITORIOS DE LA TERMOFLUENCIA.

La comprobación de la Ecuación de Bailey-Orowan; la medición del promedio del esfuerzo interno, $\langle \sigma_i \rangle$; y la medición de la rapidez de recuperación bajo la acción del esfuerzo aplicado, requieren de la realización de pruebas de cambio en el esfuerzo aplicado. Y sobre todos estos aspectos se ha acumulado información experimental a la cual daremos un brevísimos repaso.

i).- Ecuación de Bailey-Orowan.

Al fenómeno de termofluencia descrito por la Ecuación de Bailey-Orowan (Ecuación (1.15)) se le ha llamado termofluencia controlada por recuperación.

La determinación experimental de la rapidez de recuperación, r , y del coeficiente de endurecimiento por deformación, h , usualmente es como sigue: r se determina utilizando el valor del tiempo de incubación necesario para que después de la reducción del esfuerzo aplicado la deformación en termofluencia vuelva a manifestarse, i.e. $r \approx (\Delta\sigma/\Delta t)_{\Delta\sigma_0}$. (Véase Mitra y M^cLean [97]). Los mismos autores establecen que h se puede aproximar por la rapidez de endurecimiento por deformación que aparece en las curvas esfuerzo-deformación obtenidas a temperatura ambiente en muestras que han sido deformadas previamente en experimentos de termofluencia.

El otro método desarrollado por Ishida y McLean [98] consiste en realizar un pequeño incremento instantáneo en el esfuerzo aplicado $\Delta\sigma$ y medir el incremento "instantáneo" ocurrido en la deformación plástica $\Delta\epsilon_p$, siendo estimada h según, $h \approx (\Delta\sigma/\Delta\epsilon_p)_{\Delta\sigma}$. Este segundo método es el más utilizado. Si bien desde la década de los sesentas comienza a crecer el número de reportes donde se comunica la determinación experimental de r y h nunca han dejado de manifestarse cuestionamientos al respecto [50]; el último de ellos debido a Gan [59] es desde nuestro punto de vista el mejor fundado. En primer lugar, Gan afirma que los valores de r y h determinados experimentalmente sólo dan un acuerdo de orden de magnitud para el valor de rapidez de deformación en estado estacionario (Véase Ecuación (1.16)). En su trabajo Gan propone un nuevo método para estudiar la Ecuación de Bailey-Orowan.

El método utilizado por Gan, por cuanto a la forma se refiere, es de una simpleza sorprendente: divide cada término de la Ecuación (1.15) por dt encontrando:

$$\dot{\sigma} = -r + h \dot{\epsilon} \quad (1.22)$$

donde $\sigma = d\sigma/dt$ y $\dot{\epsilon}$ es la rapidez de deformación $d\epsilon/dt$. Por cuanto a las implicaciones conceptuales y metodológicas, el pequeño cambio tiene consecuencias fundamentales: Experimentalmente hace variar la rapidez de deformación alrededor del valor de la rapidez de termofluencia $\dot{\epsilon}_c$ y registra la correspondiente rapidez de cambio en el esfuerzo aplicado, $\dot{\sigma}$. Estos datos los grafica en ejes coordenados $\dot{\sigma}$ versus $\dot{\epsilon}$ encontrando una línea recta. La pendiente de dicha recta de acuerdo con la Ecuación (1.22) debe ser igual a h y la intersección de la misma con el eje de $\dot{\sigma}$ debe ser igual a $-r$. Durante el proceso de medición de r y h las variaciones en σ fueron menores al 1% del valor total de σ con el objeto de no perturbar sensiblemente los procesos físicos que dan lugar a los valores de r y h . Entre las puntualizaciones y conclusiones del trabajo teórico-experimental de Gan destacan:

a).- La validez de la Ecuación de Bailey-Orowan (ver Ecuaciones (1.15) y (1.22)) no se restringe al estado estacionario de la termofluencia, por cuanto el único requisito en dichas ecuaciones es que $d\sigma = 0$ lo cual se cumple para todo tiempo dentro de una prueba de Termofluencia.

b).- Si bien la teoría de recuperación y endurecimiento por trabajado conceptualmente es correcta como una teoría general de la termofluencia, la asociación clásica de dicha teoría con las Ecuaciones (1.15) y (1.22) es errónea, puesto que el significado físico de r y h como los proporcionan las Ecuaciones (1.15) y (1.22) es distinto del usual. Más en concreto, Gan muestra experimentalmente que el valor de h es el del módulo de Young del material a la temperatura de la prueba y el valor de r es la rapidez de relajación del esfuerzo. El significado físico de las ecuaciones ya mencionadas formuladas en términos del esfuerzo aplicado σ , es que la termofluencia es un proceso en el cual la deformación elástica ocasionada por la acción de σ se transforma continuamente en deformación plástica permanente a través de la relajación de esfuerzos.

c).- La formulación de la teoría de recuperación-endurecimiento por deformación, afirma Gan, debiera desarrollarse en términos del promedio del esfuerzo interno, $\langle\sigma_i\rangle$, como sugieren Ahlquist y Nix [99]. Este enfoque de Ahlquist y Nix lo abordaremos con más detalle al analizar algunos de los modelos de termofluencia.

ii).- Promedio del Esfuerzo Interno $\langle\sigma_i\rangle$.

Después de que ocurre una reducción instantánea en el esfuerzo aplicado: 1).- Si se mantiene constante este nuevo valor del esfuerzo aplicado pueden presentarse diferentes situaciones: la subsecuente rapidez de deformación es positiva o negativa. 2).- Si se obliga a la longitud de la muestra a permanecer constante, el esfuerzo que soporta la muestra puede comenzar a decrecer (relajación de esfuerzos) o incrementarse, dependiendo de la cantidad de reducción en el esfuerzo aplicado.

Al primer tipo de experimento se le llama prueba de disminución de esfuerzo y al segundo, prueba de disminución de deformación. Gibbs [100] en 1966, mediante la utilización del concepto de esfuerzo interno, (como opositor al deslizamiento de las dislocaciones desarrolló la idea original de medición del promedio del esfuerzo interno, $\langle \sigma_i \rangle$, caracterizando a $\langle \sigma_i \rangle$ como el valor crítico para el cual la rapidez de deformación plástica que aparece inmediatamente después de la reducción instantánea del esfuerzo aplicado toma un valor cero. Recordemos que la velocidad de las dislocaciones es proporcional a una potencia de la diferencia del esfuerzo aplicado y el esfuerzo interno $v = B (\sigma - \sigma_i)^{m'}$, donde m' es una constante [101]. Esto es, en estas pruebas de medición de $\langle \sigma_i \rangle$ se encuentra el valor de $\langle \sigma_i \rangle$ cuando las dislocaciones no deslizan. Estas técnicas han sido aplicadas extensivamente en general con éxito [50], sin embargo, subsisten ciertas dificultades tanto conceptuales como instrumentales que arrojan algunas dudas sobre el asunto.

Entre las dificultades más importantes que existen están:

a).- Instrumentales. La técnica de disminución de deformación tiene las ventajas asociadas de requerir que la longitud de la muestra debe mantenerse constante, para ello debe utilizar equipo electrónico costoso el cual está sujeto a cierto nivel de ruido electrónico. La técnica de disminución de esfuerzo requiere el mantener constante el valor del esfuerzo disminuido; esto es muy difícil de lograr en los primeros instantes, debido a las ondas elásticas producidas al reducir abruptamente el valor del esfuerzo aplicado [99].

b).- Conceptuales. Si bien recientemente Blum y Finkel [102] desarrollaron una técnica para la determinación del esfuerzo interno que supera los problemas asociados a la determinación del signo de la rapidez de deformación después de ocurrido el retiro parcial del esfuerzo aplicado, persiste un problema conceptual de carácter general a todas las técnicas de medición de $\langle \sigma_i \rangle$. Todas

las técnicas se basan en la suposición de que los parámetros estructurales que determinan el nivel de esfuerzo interno promedio permanecen constantes durante el procedimiento de determinación de $\langle \sigma_1 \rangle$ y esto no necesariamente se cumple debido a eventos de recuperación [103].

De acuerdo con Bulatova y Nadgornyi [104], la evaluación de campos reales de esfuerzo interno en materiales metálicos a partir de parámetros físicos de la deformación plástica es aún un problema complicado en espera de solución, esto a pesar del hecho de que el concepto de esfuerzo interno de largo alcance, es un concepto físicamente sólido y bien fundado. Los métodos para determinar $\langle \sigma_1 \rangle$ deben ser verificados al detalle para interpretar adecuadamente el sentido físico de los valores obtenidos.

En particular, de acuerdo con Bulatova et. al, los métodos empleados deben ser universales e independientes de suposiciones tanto como ello sea posible y además las características obtenidas de los cristales deformados deben reflejar los procesos elementales de dislocaciones que ocurren dentro de los materiales deformados.

iii).- Densidad de Dislocaciones y Recuperación Anelástica.

Hasta donde sabemos, en pruebas de retiro parcial de esfuerzo aplicado, el único trabajo que se dedica al estudio de la evolución temporal de la densidad de dislocaciones del interior de las celdas, ρ_i , y del estudio de la variación de la densidad de dislocaciones en las paredes, ρ_w , es el debido a Hausseil y Blum [85] llevado a cabo en Al-11%wtZn. Como las estructuras de dislocaciones ρ_i y ρ_w son las fuentes de la componente atérmica del promedio del esfuerzo interno $\langle \sigma_1 \rangle_a$ (la cual es la parte absolutamente mayoritaria del esfuerzo interno total en materiales cúbicos centrados en las caras), consideramos de mucha utilidad el describir algunos de los resultados obtenidos por ellos:

1).- Se determinó la rapidez de aniquilación de dislocaciones en estado estacionario a partir de los datos de disminución de

1.6. PRINCIPALES MODELOS DE TERMOFLUENCIA PARA ESTADO ESTACIONARIO.

1.6.1. MODELOS DE DEFORMACION CONTROLADA POR ASCENSO DE DISLOCACIONES.

1).- Termofluencia de Ley de Potencias.

Weertman en 1955 [106], fue el primero en modelar microscópicamente la rapidez de deformación en estado estacionario. El consideró que $\dot{\epsilon}$ está controlada por la rapidez de ascenso, de la dislocación líder de un apilamiento (generado por una fuente de Frank-Read) contra un obstáculo que impide el deslizamiento. Al calcular la rapidez de aniquilación de dipolos de dislocaciones, bajo la consideración de que el número de fuentes de Frank-Read es constante en estado estacionario, obtuvo una expresión para $\dot{\epsilon}_n$ proporcional a $\sigma^{4.5}$. En la Figura (1-3) se aprecia la versión espacial del arreglo de dislocaciones que permite obtener su expresión.

El mayor éxito de su teoría es el haber aportado el exponente mas cercano a 5 para σ a partir de una situación físicamente plausible, en contraste con otras teorías que no han logrado justificar un exponente mayor a 4.

La mayor dificultad de la teoría es que el arreglo de dislocaciones propuesto por Weertman no ha podido ser justificado mediante observaciones directas, esto se debe desde nuestro punto de vista a limitaciones experimentales ya mencionadas previamente.

En 1957, Weertman [107] dedujo una relación para termofluencia por deslizamiento viscoso obteniendo $\dot{\epsilon} \propto \sigma^3$. Su modelo sólo es aplicable a aleaciones en solución sólida en las cuales el deslizamiento viscoso de las dislocaciones (originado por el arrastre que ejercen las atmósferas de soluto sobre las dislocaciones) gobierna el proceso de deformación.

Weertman dedujo su expresión, sin considerar arreglos de dislocaciones inmóviles (como en su modelo para termofluencia de

Ley de Potencias). Su modelo supone fuentes de Frank-Read distribuidas uniformemente. Según él, ocurren apilamientos entre las dislocaciones de la misma fuente cuando la dislocación líder se encuentra con la dislocación líder de signo opuesto que desliza por un plano paralelo y viene de otra fuente. El ascenso entre las dislocaciones líderes de cada grupo da lugar a eventos de aniquilación.

Las dislocaciones aniquiladas pueden reemplazarse continuamente por eventos de generación en las fuentes de Frank-Read y el estado estacionario se presenta igual que en el modelo previo de Weertman. (Véase Figura (1-4)).

ii) Termofluencia Viscosa.

En 1968, Weertman [108] desarrolló aún más su modelo de termofluencia por deslizamiento viscoso encontrando la siguiente expresión para estado estacionario:

$$\langle v_g \rangle = \frac{L}{d} \langle v_c \rangle \quad (1.23)$$

donde $\langle v_g \rangle$ es la velocidad promedio de deslizamiento de las dislocaciones, $\langle v_c \rangle$ es la velocidad promedio de ascenso entre las dislocaciones de signo opuesto que ascienden para aniquilarse, d es la distancia existente entre los planos de deslizamiento de las dislocaciones que provienen de los dos grupos de dislocaciones (véase Figura (1.5)) y L es el diámetro de la espira líder (diámetro para el cual las dislocaciones de borde de signos opuestos ascienden para aniquilarse). (Véase Figuras (1.4) y (1.5)). Weertman llegó a la expresión (1.23) considerando que en estado estacionario, todas las dislocaciones son móviles y que el tiempo que tarda una dislocación en deslizar la distancia $L/2$, t_g ; es igual al tiempo que tarda una dislocación líder en ascender una distancia $d/2$ para aniquilarse, *i. e.* $t_g = t_r$.

De nueva cuenta, a pesar de la gran riqueza conceptual que ofrece este modelo de Weertman (y el previo) en el marco de la termodinámica de procesos irreversibles, la principal objeción que

existe contra él, es que no está soportado por fotografías obtenidas por Microscopía Electrónica de Transmisión de las estructuras de dislocaciones en soluciones sólidas metálicas.

1.6.2. MODELOS ACERCA DE LA DEFORMACION CONSIDERANDOLA CONTROLADA POR DESLIZAMIENTO.

Un enfoque microscópico alternativo al esbozado en el inciso anterior considera que el estado estacionario de la termofluencia por dislocaciones está determinado por el deslizamiento de estado de dislocaciones de borde con codos que ejercen un arrastre sobre las dislocaciones en movimiento. Originalmente este modelo fue desarrollado por Mott [109] y después fue ampliado en su enfoque por Hirsch y Warrington [110], Raymond y Dorn [111] y por Barrett y Nix [112].

Estos dos últimos autores calcularon la velocidad de una dislocación bajo la condición de equilibrio dinámico entre la rapidez de creación de vacancias producidos por el deslizamiento no conservativo de los codos y la rapidez de difusión de las mismas hacia la red. Este tratamiento al igual que otros subsecuentes [113-115], aporta relaciones entre σ y v para una sola dislocación ($v \propto \sigma$ para esfuerzos bajos). La dependencia de ρ_m con σ no ha sido obtenida por ninguno de todos estos modelos, por lo cual la dependencia con el esfuerzo que exhiben las expresiones de la rapidez de deformación en estado estacionario, se basan en las suposiciones que hacen los autores respecto a la dependencia de ρ_m con el esfuerzo en el estado estacionario.

1.6.3. INTERPRETACION DEL ESTADO ESTACIONARIO DE LA TERMOFLUENCIA EN TERMINOS DE LA RELACION QUE EXISTE ENTRE EL DESLIZAMIENTO DE DISLOCACIONES Y LA RECUPERACION.

Hasta antes del trabajo de Nix y Barrett [116] se concebía el fenómeno de termofluencia a través de dos tipos excluyentes de modelos:

El primero de ellos llamado genéricamente de Recuperación engloba el Modelo de Bailey-Orowan, los modelos de Weertman basados en el ascenso de dislocaciones así como otros modelos similares al de Friedel [3] (véase [117-120]). En el segundo tipo se engloban los modelos que consideran que la termofluencia está controlada por deslizamiento (véase sección anterior referencias [109-115]). De acuerdo con Nix y Barrett se requiere de ambos tipos de modelos para explicar más a fondo la existencia de los estados estacionarios y no tiene sentido físico tratar de explicar el fenómeno utilizando un sólo tipo de modelo.

El modelo de Nix y Barrett parte de una propuesta debida a Nowich y Machlin [121] la cual consiste en considerar que el esfuerzo efectivo que actúa como impulsor del proceso de deslizamiento de las dislocaciones es igual a la diferencia existente entre el esfuerzo aplicado y el esfuerzo interno producido por el endurecimiento por deformación. La posición que toman a este respecto es la de considerar que los puntos de controversia, respecto a si se debe aplicar en un caso dado un modelo de recuperación o de deslizamiento, se resuelve trabajando el fenómeno de recuperación en función del esfuerzo interno σ_i y el proceso de deslizamiento en términos del esfuerzo efectivo σ_e :

$$\sigma_e = \sigma - \sigma_i \quad (1.24)$$

Además retoman el análisis debido a Cottrell y Aytakin [122] el cual considera que el nivel del esfuerzo interno de estado estacionario se establece de tal manera que permite que el deslizamiento ocurra a una rapidez tal que compense de manera exacta, a través de endurecimiento por deformación, el decremento ocurrido en el esfuerzo interno originado por los eventos de recuperación.

Microscópicamente, el modelo supone la siguiente secuencia de eventos: 1). generación de dislocaciones, 2). deslizamiento de dislocaciones móviles (bajo la acción del esfuerzo efectivo) hasta que son atrapadas o inmovilizadas por otras dislocaciones, 3).

aniquilación de dislocaciones atrapadas a través de procesos de recuperación que involucran el ascenso de dislocaciones (bajo la acción del esfuerzo interno). Por cuanto a la densidad de dislocaciones se refiere, lo anterior implica que de manera global se cumple una ecuación de continuidad para ρ :

$$\frac{d\rho}{dt} = \text{rapidez de creación} - \text{rapidez de aniquilación} \quad (1.25)$$

$$= 0 = \dot{\rho}^+ - \dot{\rho}^- = 0$$

donde de acuerdo con Nix y Barrett ρ puede significar tanto la densidad total ρ_t , como la densidad de dislocaciones móviles, ρ_m .

1.6.4. TEORIA DE LA ECUACION DE BAILEY-OROWAN EN FUNCION DEL ESFUERZO INTERNO.

En 1970, Gasca-Neri, Ahlquist y Nix [60] retoman la sugerencia de Cottrell y Aytekin [122] la cual considera que $\langle \sigma_1 \rangle$ cambia a través del endurecimiento y de la recuperación y desarrollan conceptualmente de una manera complementaria la secuencia de eventos que se presentan en termofluencia según el modelo de Nix y Barrett discutido en el inciso anterior. Sobre la base de estas dos ideas construyen su teoría de la Ecuación de Bailey-Orowan.

En efecto Gasca-Neri et. al. parten de considerar que: el comportamiento transitorio de la termofluencia en metales se relaciona directamente con los cambios microestructurales, que ocurren en función del tiempo transcurrido desde el comienzo de la prueba de deformación. El rearreglo y la aniquilación de las dislocaciones o recuperación causa que el esfuerzo interno disminuya de valor y consecuentemente se presente una aceleración de la termofluencia. El endurecimiento por deformación lo conceptúan en función de la creación de dislocaciones y la subsecuente formación de enmarañamientos de dislocaciones y celdas originando estos eventos un aumento del esfuerzo interno lo cual desacelera la deformación.

Sólo para estado estacionario la microestructura permanece estadísticamente constante y la rapidez de deformación se mantiene invariante con el transcurso del tiempo. Para esta última condición la densidad de dislocaciones y sus arreglos espaciales están en equilibrio dinámico. Así, dado que pueden existir eventos de recuperación cuando el material ya no se deforma $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1(t)$ y dado que con la deformación crece el valor de $\bar{\sigma}_1$ entonces también $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1(c)$, esto es en general $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1(c, t)$. La forma en que presentan su ecuación es la misma que doce años después utilizaría Gan [59], para poner a prueba la Ecuación de Bailey-Orowan de una manera novedosa.

$$\left(\frac{d\bar{\sigma}_1}{dt} \right)_{\sigma, \tau} = h_1 \dot{c} - r_1 \quad (1.26)$$

donde h_1 y r_1 vienen definidos:

$$h_1 = \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_1}{\partial c} \right)_{\sigma, \tau, t} ; \quad r_1 = - \left(\frac{\partial \bar{\sigma}_1}{\partial t} \right)_{\sigma, \tau, c} \quad (1.26a)$$

y donde ahora sí la condición de equilibrio dinámico que se presenta durante estado estacionario, implica la constancia de $\bar{\sigma}_1$, con lo cual la Ecuación (1.26) en estado estacionario aparece como sigue:

$$\dot{c}_s = r_1/h_1 = \text{cte} \quad (1.27)$$

desapareciendo la objeción conceptual que pudiera hacerse a la teoría de la Ecuación de Bailey-Orowan como fue originalmente formulada i.e. como válida para estado estacionario, (véase Ecuación (1.16)). En principio este formalismo puede aplicarse de manera autoconsistente encontrando un modelo microscópico que:

a). Relacione las densidades de dislocaciones móviles y pertenecientes a las paredes o enmarañamientos; así como sus

arreglos espaciales con un valor promedio del esfuerzo interno y que a su vez:

b). Relacione de manera cuantitativa los procesos de enmarañamiento de dislocaciones y creación de las mismas con una expresión para el coeficiente real de endurecimiento por deformación, h_1 ; además que exhiba simultánea y explícitamente la relación existente entre los procesos de rearrreglo y aniquilación de dislocaciones con el coeficiente de la rapidez de recuperación real, r_1 . Esto hasta donde sabemos, no se ha llevado a cabo. Sin embargo, como veremos en un capítulo posterior, se han modelado por separado mecanismos microscópicos para r y h que no han aportado resultados consistentes con las medidas experimentales para r y h , o con la dependencia que exhibe $\dot{\epsilon}$ con el esfuerzo aplicado.

1.7. PRINCIPALES MODELOS DE CREACION Y ANIQUILACION DE DISLOCACIONES EN TERMOFLUENCIA.

Todas las teorías de termofluencia en estado estacionario brevemente resumidas en la sección anterior requieren implícita o explícitamente que la rapidez de creación de dislocaciones $\dot{\rho}^+$ en estado estacionario sea igual a la rapidez de aniquilación de dislocaciones $\dot{\rho}^-$, y considerando que un conocimiento sobre las teorías que existen sobre creación y aniquilación nos permitirá tener un panorama más integral de la termofluencia aquí se resumen las que a nuestro juicio consideramos fundamentales.

1.7.1. MODELO DE SCHOECK PARA LA CREACION DE DISLOCACIONES DURANTE LA DEFORMACION PLASTICA.

En 1964, Schoeck hace la siguiente consideración [123]: Sea L el radio de celda o la distancia promedio que puede deslizar una dislocación antes de ser detenida por un enmarañamiento de dislocaciones, si consideramos que durante este recorrido la velocidad promedio de las dislocaciones móviles \bar{v} es constante, tenemos en una primera aproximación que:

$$L = \bar{v} \tau \quad (1.28)$$

donde τ es el tiempo que dura el deslizamiento de las dislocaciones generadas en el centro de la celda. Si $\dot{\rho}_a^*$ es la rapidez de creación de dislocaciones (densidad de dislocaciones producidas por unidad de tiempo), y tenemos que $\dot{\rho}_a^*$ y τ son funciones de variación lenta con el tiempo entonces la densidad de dislocaciones móviles al tiempo t , $\rho_a(t)$ es:

$$\rho_a = \dot{\rho}_a^* \tau \quad (1.29)$$

Y combinando las ecuaciones (1.28) y (1.29) con la Ecuación de Orowan se obtiene:

$$\dot{\rho}_a^* = \frac{\dot{\epsilon}}{bL} \quad (1.30)$$

De acuerdo con Schoeck, cualquier modelo para ρ_a puede comprobarse de manera independiente, mediante una integración que aporte la densidad total de dislocaciones para las etapas de la deformación en que no se presenten eventos de aniquilación. La Ecuación (1.30) ha sido utilizada por diversos autores [79, 72, 124-127]. Su principal limitación es que sólo es aplicable cuando ya existen celdas, además de algunos factores geométricos no considerados.

1.7.2. MODELOS DE ANIQUILACION DE DISLOCACIONES DURANTE LA DEFORMACION PLASTICA.

En 1964, Friedel [3] consideró que si bien las leyes y los mecanismos exactos del proceso de recuperación eran escasamente conocidas, algo se podía adelantar en ese camino. Según él la recuperación se relaciona con la aniquilación de dislocaciones bajo la acción del esfuerzo interno, y podemos describir la rapidez de disminución de σ_1 como proporcional a: la velocidad de ascenso de las dislocaciones que se van a aniquilar, v_c , e inversamente proporcional a la distancia, d , que las separa.

Esto es:

$$\frac{d\sigma_1}{dt} = - \text{const} \left(\frac{v_c}{d} \right) \quad (1.31)$$

En 1969, Alden [128] presenta sin demostración lo que él llama la ecuación general que describe la rapidez de aniquilación por ascenso de dislocaciones de borde en deformación plástica:

$$\frac{d\rho^-}{dt} = - \rho_c \left(\frac{v_c}{d} \right) \quad (1.32)$$

En la Ecuación (1.32), ρ es la densidad total de dislocaciones, ρ_c la densidad de las dislocaciones que ascienden, v_c es la velocidad de ascenso y d es la distancia existente entre las dislocaciones que ascienden para aniquilarse. Alden, utilizando la Ecuación (1.32) y la Ecuación de Bailey-Orowan (Ecuación (1.15)) llega a la conclusión de que la constante que aparece en la expresión de Friedel (Ecuación (1.31)) no es constante sino que es proporcional a ρ_c . Además llega a una expresión para $\dot{\epsilon}$ en estado estacionario, la cual es proporcional a (v_c/d) y reproduce la dependencia que con el esfuerzo exhibe la termofluencia por deslizamiento viscoso.

En 1971, Blum [129] considera que en estado estacionario la rapidez de generación de dislocaciones $\dot{\rho}_m^+$ es igual a la rapidez de aniquilación de dislocaciones $\dot{\rho}_m^-$ debido a la existencia de un equilibrio dinámico de la estructura de dislocaciones (idea que toma de Nix y Barrett [116] véase Ecuación (1.25)).

Además considera que mientras la creación de dislocaciones ocurre a todas las temperaturas como un subproducto del deslizamiento de las dislocaciones, no ocurre lo mismo con la aniquilación, que requiere de la difusión de defectos puntuales. De hecho, menciona que a bajas temperaturas y esfuerzos, donde la concentración y movilidad de los defectos puntuales son bajas, la aniquilación no compensa la generación más ínfima de dislocaciones y la

deformación cesa al llegarse a la condición $\sigma = \sigma_1$. Parece obvio, dice, suponer que la deformación de estado estacionario es controlada por aniquilación de dislocaciones y como a alta temperatura en estado estacionario $\dot{\rho}_m^* = \dot{\rho}_m^-$ con la utilización de la expresión de Schoeck (Ecuación (1.30)) obtiene:

$$\dot{\rho}_m^- = \dot{\epsilon}/(bL) \quad (1.30a)$$

La validez de la ecuación anterior se ha comprobado para el caso de Al-11%wtZn [72].

En 1982, Prinz, Argon y Moffatt [130] propusieron también sin demostración, una ecuación para describir la rapidez de aniquilación de dislocaciones dentro de la estructura de las paredes de celda. La ecuación propuesta es:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho/\tau \quad (1.32)$$

donde τ es definido como el tiempo característico que tardan las dislocaciones de borde (dentro de la pared) para aniquilarse a través de movimientos de ascenso. Al considerar Prinz et. al. que para el caso de Cu (previamente deformado y después recocido para observar la recuperación en función del tiempo) la trayectoria de difusión predominante a la cual se debe el ascenso es la que ocurre a través del corazón de las dislocaciones que ascienden con un punto de ligazón en común, obtienen:

$$\frac{d\rho}{dt} = -2B\rho^2 \quad (1.32a)$$

donde B es una constante modelada microscópicamente. Con esta segunda expresión ajustan muy bien una curva de ρ vs. t para el caso de cobre.

Para el caso de Ni, postulan que la trayectoria de difusión durante el ascenso ocurre desde las fuentes de vacancias que se ubican sobre la línea de las dislocaciones, con lo cual la Ecuación (1.32) se transforma en la siguiente expresión:

$$\frac{d\rho}{dt} = - 2B' \rho^3 \quad (1.32b)$$

En este caso no tienen tanto éxito como en el anterior en cuanto a la descripción de los datos en N_1 se refiere.

En 1986, Ajaja [127] desarrolló un modelo de rapidez de aniquilación, a través de un camino puramente matemático. Al igual que muchos otros autores define una distancia promedio entre dislocaciones del enrejado de la pared, d , como:

$$d = 1/\sqrt{\rho} \quad (1.33)$$

Luego de lo cual deriva respecto al tiempo esta última expresión y bajo la suposición de que durante el ascenso de dislocaciones de borde no se presenta deslizamiento i.e. $\dot{\rho} = - \dot{\rho}^-$ obtiene una expresión para la velocidad de ascenso de las dislocaciones $v_c = \frac{d(d)}{dt} = 1/2 \rho^{-3/2} \dot{\rho}^-$. Donde $\dot{\rho}^-$ es la rapidez de aniquilación de dislocaciones. Así es inmediato que :

$$\dot{\rho} = 2\rho^{3/2} v_c \quad (1.33a)$$

1.7.3. ECUACIONES PARA EL CAMBIO TOTAL EN LA DENSIDAD DE DISLOCACIONES.

De forma relativamente independiente, a los modelos de creación y aniquilación, se han publicado trabajos en los que se presentan ecuaciones que describen el cambio total en la densidad de dislocaciones durante la deformación plástica. En esta subsección destacaremos algunos de los más importantes.

En 1959 en su trabajo clásico Johnston y Gilman [131] presentan la siguiente ecuación:

$$\frac{d\rho}{dt} = \alpha' \rho - \beta' \rho^2 \quad (1.34)$$

donde α' y β' son constantes.

El primer término de la ecuación anterior tiene por fundamento la observación experimental (en L₁F) de que en la etapa inicial de la deformación plástica, la densidad de las dislocaciones crece exponencialmente con el tiempo, cuando todavía no chocan entre sí las espiras de dislocaciones. El segundo término de la Ecuación (1.34) sólo lo argumentan de una manera plausible afirmando que la rapidez de aniquilación debe ser proporcional a ρ^2 debido a que estos eventos requieren el encuentro de dos dislocaciones de signo opuesto y los choques o interacciones son proporcionales al cuadrado de la densidad.

La Ecuación (1.34) no ha podido ser confrontada con datos experimentales a temperaturas y esfuerzos usuales en termofluencia, pues las pruebas en L₁F fueron efectuadas a temperatura ambiente y los esfuerzos aplicados sólo lograron elevar $\rho \sim 10^7 \text{ cm/cm}^2$ que es un poco superior al umbral de la microplasticidad (región de la deformación en la cual se inicia la deformación plástica).

En 1964, Akulov [132] basado en una analogía entre el movimiento de paredes de dominio magnéticas y movimiento de dislocaciones propuso sin demostrar la siguiente ecuación:

$$\frac{d\rho}{dc} = \alpha_0 - \beta_1 \rho \quad (1.35)$$

donde α_0 y β_1 son constantes independientes de la deformación c . Akulov define el valor de estado estacionario para ρ como $\rho_s = \alpha_0/\beta_1$, y ρ_1 como el valor de la densidad de dislocaciones móviles al inicio de la deformación c (t inicial) = 0. Con estas dos condiciones obtiene la siguiente expresión para ρ_m :

$$\rho_m(c) = \rho_s + (\rho_1 - \rho_s) \exp [-\beta_1 c] \quad (1.35a)$$

Con la utilización de la Ecuación de Orowan $\dot{c} = \alpha b \rho_m v$ y suponiendo que la velocidad de las dislocaciones $v(t)$ es independiente del tiempo, después de diferenciar la Ecuación (1.35a) respecto a t para eliminar c , por reintegración (véase Li [136]) se llega a la siguiente expresión:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \left(1 - \frac{\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_0}{\dot{\epsilon}_1} \exp \{-k_1 t\} \right)^{-1} \quad (1.35b)$$

donde $\dot{\epsilon}_1$ es la rapidez de deformación al tiempo $t = 0$ y k_1 es una constante independiente del tiempo.

En 1965 en el mismo trabajo ya citado [133], Li parte de la Ecuación de Johnston y Gilman (Ecuación (1.34)) y después de integrarla respecto al tiempo y utilizando la suposición de que $v(t) = \text{cte}$ durante el intervalo de integración obtiene la Ecuación (1.35b).

Del Artículo de Li, es perfectamente claro que no se percató (al igual que ningún autor posterior), de que al considerar a todas las dislocaciones como móviles, la Ecuación de Akulov (Ecuación (1.35)) es idéntica a la Ecuación de Johnston y Gilman (Ecuación (1.34)) pues al usar la Ecuación de Orowan Ecuación (1.5) en la Ecuación de Akulov se obtiene:

$$\frac{d\rho_n}{dt} = (ab \langle v_q \rangle \alpha_0) \rho_n - (ab \langle v_q \rangle \beta_1) \rho_n^2 \quad (1.36)$$

donde la relación entre las constantes de Akulov y de Johnston y Gilman, es $\alpha' = ab \langle v_q \rangle \alpha_0$; $\beta' = ab \langle v_q \rangle \beta_1$.

En 1972, Horiuchi y Otsuka [134] para describir los datos de termofluencia por deslizamiento viscoso ($\dot{\epsilon} \propto \sigma^3$) en aleaciones de Al-Mg, en las cuales como corresponde a $n = 3$ la distribución de dislocaciones es muy uniforme, proponen una ecuación diferencial para el cambio de la densidad de dislocaciones con el tiempo. Primero suponen que para el caso de termofluencia por deslizamiento viscoso, las dislocaciones se multiplican linealmente con la deformación i.e. $d\rho_m^0 = \alpha^1 \dot{\epsilon} dt$. donde α^1 es una constante de proporcionalidad. Por otro lado suponen que la rapidez de aniquilación depende tanto de $1/d$ como de ρ , donde d es

la distancia que ascienden las componentes de borde de las dislocaciones antes de aniquilarse. $d = 1/\sqrt{\rho}$ con lo cual $d\dot{\rho}/dt = -\beta'\rho/d = -\beta'\rho^{3/2}$. Con estas suposiciones el cambio total en ρ viene dado por:

$$\frac{d\rho}{dt} = \alpha' \dot{\epsilon} - \beta\rho^{3/2} \quad (1.37)$$

Con esta expresión y considerando que $v_g \propto \sigma$ y que para estado estacionario la densidad de dislocaciones es una constante $\dot{\rho} = 0$, Horiuchi y Otsuka obtienen la relación $\rho \propto \sigma^2$ como se ha observado experimentalmente en muchos materiales y en particular para sus experimentos en Al-Mg. Al respecto de este último resultado, a juicio de Takeuchi y Argon [50] las dos suposiciones realizadas por Horiuchi y Otsuka son cuestionables, por ejemplo, según ellos el tiempo de aniquilación de un dipolo que asciende entre sí debe ser proporcional al inverso del cuadrado del espaciamento entre las dislocaciones.

1.8. MODELOS PARA EL TAMAÑO DE SUBGRANO COMO FUNCION DEL ESFUERZO EN ESTADO ESTACIONARIO.

Se han desarrollado varias teorías para tratar de explicar la dependencia que presenta el tamaño de celdas formado a través de la deformación con el esfuerzo aplicado [86, 135 y 136]. Un factor en común a todas estas teorías es que la fuerza impulsora de la formación de los subgranos durante la deformación es la disminución de la energía elástica almacenada en el material por el aglomeramiento de dislocaciones en subgranos y paredes de celdas.

Los modelos de Holt [86] y de Kuhlmann-Wilsdorf y Vander Merwe [135] pueden clasificarse como modelos estáticos. En dichos análisis se llega a la relación entre tamaño de celda y esfuerzo a través de una minimización de la energía en el marco de la termodinámica de procesos reversible. El modelo de Edward, Etheridge y Hobbs [136] puede clasificarse como un modelo de tipo dinámico, el cual obtiene la relación entre tamaño de celda y

esfuerzo aplicado como resultado de la condición de equilibrio dinámico entre generación y aniquilación de dislocaciones durante el estado estacionario contemplado esto como un proceso de termodinámica de procesos irreversibles. A continuación haremos una breve síntesis de los tres modelos antes mencionados.

1.8.1. MODELOS ESTATICOS (TERMODINAMICA REVERSIBLE).

a). Modelo de Holt.

En 1970, Holt [86] presenta un modelo que parte de una situación en la cual el esfuerzo aplicado es cero, la distribución de dislocaciones de tornillo es uniforme al tiempo inicial, existe igual número de dislocaciones de un signo que del opuesto; no se presentan eventos de aniquilación, ni de creación de dislocaciones (ni por supuesto deformación plástica); se utiliza una suposición fuerte al considerar que existe una distancia de corte $r_c = K_c \rho^{-1/2}$ ($K_c = \text{cte}$), mas allá de la cual las interacciones entre dislocaciones puede ser ignorada; y finalmente por analogía con los procesos de descomposición espinodal en aleaciones supersaturadas se muestra que el arreglo inicial de dislocaciones es termodinámicamente inestable y que para alcanzar un mínimo en la energía elástica del sistema deben presentarse fluctuaciones en la densidad de dislocaciones caracterizadas por una distancia de separación d dada por:

$$d = K_c \rho^{-1/2} \quad (1.38)$$

Suponiendo que la existencia de una densidad de dislocaciones ρ implica que en este caso (recordemos que el esfuerzo aplicado se supuso igual a cero para que sólo intervinieran fuerzas internas entre las dislocaciones del sistema) $\sigma = \alpha \mu b \sqrt{\rho}$ entonces:

$$d = \alpha b K_c \left(\frac{\mu}{\sigma} \right) \quad (1.39)$$

La limitación fundamental de este modelo es la de ser un modelo termodinámicamente reversible, cuando se sabe que el proceso de deformación plástica es de carácter irreversible (esta limitación la comparte el modelo de Kuhlmann-Wilsdorf y Van Der Merwe).

En cuanto a observaciones de detalles es totalmente idealista el considerar que en un arreglo de dislocaciones de tornillo (la mitad de un signo y la mitad de otro) no se van a presentar eventos de aniquilación de dislocaciones que bajarían muchísimo más la energía del sistema que la mera disminución de la energía elástica debida al rearreglo geométrico de las dislocaciones distribuidas originalmente de manera uniforme.

Además la teoría no aporta un valor para la constante K_c por lo cual la expresión encontrada no puede compararse con los datos experimentales más allá de decir que tienen la misma dependencia funcional.

b).- Modelo de Kuhlman-Wilsdorf y Van Der Merwe.

El Modelo de Kuhlmann-Wilsdorf y Van Der Merwe [135], al igual que el de Holt no considera ni creación, ni aniquilación de dislocaciones; el esfuerzo aplicado es nulo y por tanto la situación analizada es estática pues busca la condición para la cual una cantidad constante de dislocaciones llega a su situación de mínima energía elástica almacenada.

Específicamente el Modelo de Kuhlmann-Wilsdorf et. al. considera, de acuerdo con cálculos realizados con computadora, que la forma geométrica de celdas de dislocaciones de menor energía es la de paralelepípedos rectangulares de igual tamaño (rotadas el mismo ángulo respecto a un eje común; con signo de giro alternado a favor y en contra de las manecillas del reloj). Dichos paralelepípedos forman un arreglo tridimensional compacto, en la Figura (1-6) se aprecia la geometría esquemática de un arreglo de celdas cúbicas.

De acuerdo con el Modelo de Kuhlmann-Wilsdorf la energía almacenada por las dislocaciones se compone de dos partes: La primera dada por la energía por unidad de volumen proveniente de la autoenergía de las dislocaciones del volumen. La segunda es la debida a los esfuerzos que producen las celdas de las dislocaciones. La suma de estas dos energías por unidad de volumen es la cantidad que debe minimizarse.

La primera parte la toman como $u_D = u_{Te} \cdot \rho$ donde u_{Te} viene dada

$$\text{por } u_{Te} = \frac{\mu b}{4\pi(1-\nu)} \ln \left(\frac{\rho^{1/2}}{r_0} \right)$$

donde ν es la razón de Poisson, ρ es la densidad de dislocaciones, y $r_0 = 2b$.

Para la segunda parte consideran que si bien con el arreglo de dislocaciones mostrado en la Figura (1-6) los esfuerzos internos se han minimizado, no se han eliminado, pues este arreglo geométrico de celdas produce esfuerzos de largo alcance cuyo origen reside en las rotaciones relativas de la red cristalina ocasionada por las paredes de dislocaciones. Destacan que el valor de este esfuerzo se reduce por la alternación existente entre los giros de una celda a la contigua. Afirman correctamente que la magnitud de estos esfuerzos rotacionales τ_0 es proporcional al ángulo de desorientación ϵ e inversamente al valor de la distancia entre dislocaciones de la pared, $\lambda = 1/\sqrt{\rho}$. Esto es:

$$\tau_0 \propto \frac{1}{\lambda} = \sqrt{\rho} \quad (1.42)$$

A continuación toman un modelo para el esfuerzo de largo alcance producido por las paredes de celda, τ_{LR} debido a Bassim y Kuhlmann-Wilsdorf [137] para calcular la energía por unidad de volumen debida a las paredes. Kuhlmann-Wilsdorf y Van Der Merwe

adaptan el modelo de τ_{LR} de Bassim et. al. para el arreglo de la Figura (1-6), encontrando para el exterior de la celda:

$$\tau_{LR} = \rho \frac{\mu b L}{48(1-\nu)} \left(\frac{R}{r} \right)^5 \quad (1.43)$$

donde R es el radio de la celda cilíndrica de longitud L y r es el radio vector medido desde el centro de la celda. Bajo la suposición de que el valor medio de τ_{LR} en el interior de la celda es cercano al valor dado por la Ecuación (1.43) para $r = R$ obtiene:

$$\bar{\tau}_{LR} = \frac{m \rho \mu b L}{48(1-\nu)} \quad (1.43a)$$

donde m es una constante cercana a la unidad. Utilizando elasticidad lineal $u_{LR} = \frac{1}{2} (\bar{\tau}_{LR})$:

$$u_{LR} = \frac{\rho^2 \mu b^2 L^2 m^2}{2(48)^2 (1-\nu)^2} \quad (1.44)$$

Minimizando la suma de u_D y u_{LR} obtienen el tamaño de celda correspondiente a estado estacionario:

$$d = [24\{(1-\nu) (1-\nu/2)/\pi\}^{1/2} / m] \alpha \mu b / (\tau - \tau_0) \quad (1.45)$$

donde $\tau - \tau_0$, según las teorías de endurecimiento por trabajo mecánico realizado sobre las muestras, viene dado por $\tau - \tau_0 = \alpha \mu b \sqrt{\rho}$. De acuerdo con la revisión de Raj y Pharr [80], mediante el uso de la expresión (1.45) se logra un buen ajuste con los datos experimentales para Aluminio y acero inoxidable austenítico.

Este modelo dentro de las limitaciones de los modelos estáticos tiene una gran virtud diferencia físicamente dos poblaciones de dislocaciones: las del interior de las celdas y las de la pared de celda. Al mismo tiempo tiene tres grandes limitaciones: Primera,

no muestra una consistencia teórica interna, al no utilizar en su análisis la Ecuación (1.42) que describe el esfuerzo de largo alcance de su modelo tridimensional de celdas cúbicas. Segunda, la expresión supuestamente alternativa a la Ecuación (1.42) aporta una ecuación para la energía elástica debida a la pared de dislocaciones proporcional a ρ^2 , cuando la evidencia experimental calorimétrica y las teorías mejor fundadas indican que la energía elástica almacenada es proporcional a ρ (véase Friedel [3]). Tercera y no por última menos importante, al minimizar la energía elástica de las dislocaciones los autores no toman en cuenta la energía elástica de interacción entre las dislocaciones de la pared y las dislocaciones del interior de las celdas lo cual constituye una omisión fundamental.

1.8.2. MODELO DINAMICO (TERMODINAMICA DE PROCESOS IRREVERSIBLES).

Modelo de Edward, Etheridge y Hobbs.

En 1982, el mismo año en que Kuhlmann-Wilsdorf y Col publicaron su Modelo, Edward et. al. [136] publicaron un modelo dinámico del que deducen el diámetro de celdas en estado estacionario como función del esfuerzo aplicado.

Este modelo se basa en considerar que los eventos de generación de dislocaciones ocurren en el interior de las celdas y los de aniquilación en las paredes de celda. Su teoría es semiempírica ya que incorpora las constantes A y n de la Ecuación de Dorn, Ecuación (1.17c). Edward et. al. encuentran:

$$d = b \left\{ \frac{64C_J\Lambda}{ngA(1-\nu)} \frac{D_{Sb}}{D} \right\}^{1/n} \left(\frac{\mu}{\sigma} \right)^{4/n} \quad (1.46)$$

donde C_J es el número de codos por unidad de longitud de dislocación, Λ es la distancia media de deslizamiento, g es una constante geométrica cuyo valor es mayor que cero y menor que uno, D_{Sb} es el coeficiente de difusión para el ascenso de las

dislocaciones en las paredes de celdas y D es el coeficiente de difusión. De una comparación entre la ecuación anterior y la Ecuación (1.18) tenemos:

$$K = \left\{ \frac{16 C_j \Lambda}{\pi g A (1-\nu)} \frac{D_{sb}}{D} \right\}^{1/n} \quad (1.47)$$

$$y \quad 1 \approx \frac{4}{n} \quad (1.48)$$

La comparación entre teoría y experimento para K es complicada debido a que D_{sb} , C_j y g no pueden ser determinados con la precisión requerida para este propósito. Sin embargo, la Ecuación (1.48) está en razonable acuerdo con el experimento, pues valores para n entre 4.5 y 5, el cociente $4/n$ oscila entre 0.8 y 0.89 lo cual no está tan lejos del valor de la unidad. El mayor mérito de este modelo reside en haber considerado de manera dinámica e irreversible el proceso que dá lugar al valor de equilibrio del tamaño de celda durante el estado estacionario de la termofluencia de Ley de Potencias.

1.9. ALGUNOS ASPECTOS CINÉTICOS DE UNA DISLOCACION RECTA.

Aunque en la Sección 1.3 se abordó en forma genérica, la teoría dinámica de elasticidad lineal de las dislocaciones, aquí volveremos a tocar el mismo tema de manera más particular, con matemáticas simplificadas para analizar factores tales como la masa por unidad de longitud de la dislocación, m , y la energía por unidad de longitud (parámetro físico relacionado con la masa por unidad de longitud), así como el coeficiente de arrastre B_s , tal y como podrían determinarse o medirse en un experimento específico.

1.9.1. LA ECUACION DE MOVIMIENTO DE UNA DISLOCACION.

La ecuación de movimiento de una dislocación se conoce desde hace mucho tiempo [138-142]. A continuación citamos a Kocks, Argon y

Ashby [142]. "Como en la mecánica clásica Newtoniana, una dislocación que no se encuentra en equilibrio estático es gobernada por una ecuación dinámica de movimiento. La fuerza (producida por un esfuerzo de corte) que actúa sobre la dislocación tiende a acelerarla con una rapidez que está determinada por su masa inercial. Esta tendencia es contrarrestada por los mecanismos que disipan energía y por las fuerzas internas que se oponen al deslizamiento de la dislocación". La ecuación de movimiento por unidad de longitud de una dislocación de borde que desliza es:

$$m \frac{dv}{dt} = (\tau - \tau_{11})b - F_d \quad (1.49)$$

$$= (\tau_{e1})b - F_d \quad (1.49a)$$

donde m es la masa inercial de la dislocación por unidad de longitud (considerada constante para velocidades de dislocación mucho menores que las ondas transversales del sonido), τ es el esfuerzo de corte aplicado, τ_{11} es el esfuerzo de corte local (interno) el cual se opone a la acción de τ . F_d es una fuerza disipativa debida al deslizamiento de la dislocación la cual es llamada fuerza de arrastre por unidad de longitud, siendo F_d una función de la velocidad:

$$F_d = B_g v^{m'} \quad (1.50)$$

donde B_g es conocido como el coeficiente de arraste de las dislocaciones móviles y m' es un exponente constante.

1.9.2. LA MASA DE LAS DISLOCACIONES POR UNIDAD DE LONGITUD.

En cuanto a la masa inercial por unidad de longitud de acuerdo con Frank [143] y con Weertman [2] al calcular la energía elástica total por unidad de longitud de una dislocación en movimiento con velocidad v , por analogía con la teoría de la Relatividad de

Einstein, para el límite $v/v_s \ll 1$ (donde v_s es la velocidad transversal de propagación del sonido en el medio) se encuentra una expresión para la masa en reposo por unidad de longitud de las dislocaciones, m_0 , la cual viene dada por la expresión:

$$m_0 = \frac{u}{v_s^2} \quad (1.51)$$

donde u es un valor que depende en general del carácter del segmento de dislocación considerado (esto es del ángulo que existe entre el vector tangente al segmento y el vector de Burgers de la dislocación. Un concepto íntimamente ligado a la masa inercial es la energía por unidad de longitud de la dislocación (véase Ecuación (1.51)), el cual trataremos brevemente a continuación.

1.9.3. ENERGIA DE LAS DISLOCACIONES POR UNIDAD DE LONGITUD.

Para el caso de un segmento de dislocación de borde, de teoría de elasticidad sabemos que la energía por unidad de longitud es:

$$u_{s1} = \frac{\mu b^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \left(\frac{R}{r_0} \right) \quad (1.52)$$

donde R es el diámetro del cristal y r_0 es una distancia de corte abajo de la cual ya no es válida la elasticidad lineal $r_0 = 5b$ [2].

Para el caso de una dislocación de tornillo, la energía por unidad de longitud, es R de longitud, u_{s1} es:

$$u_{s1} = \frac{\mu b^2}{4\pi} \ln \left(\frac{R}{r_0} \right) \quad (1.53)$$

Es importante hacer notar que las energías calculadas son proporcionales a μb^2 . De las últimas ecuaciones es claro que la energía de un segmento de dislocación que tenga tanto carácter de tornillo como de borde tendrá un valor comprendido entre los dos

extremos dados por la Ecuaciones (1.52) y la Ecuación (1.53). Kovacks [144] y Hirth [4] presentan expresiones para el cálculo exacto de la energía de cualquier segmento de dislocación.

Entonces todo cálculo que se haga respecto a la energía por unidad de longitud de un segmento de dislocación, (o de la masa por unidad de longitud) debe hacerse con las expresiones proporcionadas por Hirth y por Kovacks, o los valores utilizados deben reflejar la realidad física. Por ejemplo, en espiras circulares la energía por unidad de longitud promedio tendrá el valor $\bar{u} = (u_{e1} + u_{n1})/2$.

Para el caso de dislocaciones sólo dentro de un cristal la energía total de ellas, por unidad de longitud u_T , es la suma de la energía elástica debido a la contribución lineal ecuaciones (1.52) o (1.53) más la energía del corazón de las dislocaciones (contribución no lineal, u_{n1}),

$$u_T = u_l + u_{n1} \quad (1.54)$$

De acuerdo con Dieter [5] los cálculos mecánico-cuánticos indican que $u_{n1} = 0.15 u_l$ de manera que en general, para el caso de una sola dislocación dentro de un cristal tenemos

$$u_l = 1.15 u_l \quad (1.55)$$

De acuerdo con Kocks, Argon y Ashby [140] la distancia R que aparece en las ecuaciones (1.52) y (1.53) corresponden a la distancia que caracteriza la más lejana interacción lineal entre dislocaciones (por ejemplo tamaño de subgranos). Sin embargo en este marco no queda claro como calcular de una manera global y sencilla la contribución a la energía total de una dislocación debida a la interacción elástica con las otras dislocaciones presentes. Y quienes argumentan en el sentido de expresiones para la energía total por unidad de longitud de dislocación que existe en presencia de otras dislocaciones, presentan sin una demostración rigurosa la expresión para dislocación de borde:

$$u_{t_0} = \frac{\mu b}{4\pi(1-\nu)} \ln \left[\frac{\rho^{1/2}}{r_0} \right] \quad (1.56)$$

donde ρ es la densidad de las dislocaciones presentes. (Véase por ejemplo el trabajo de Kuhlmann-Wilsdorf y Comins [145]). A este respecto cabe comentar que si bien en general conceptualmente se entiende que la energía total por unidad de longitud de una dislocación en presencia de otras $u_{T,\rho}$ es igual a la suma de la autoenergía de la dislocación aislada, más la energía de interacción de ésta con las demás; sorprende que en lugar de tratar de hacer plausibles expresiones del tipo de la Ecuación (1.56) no se hayan desarrollado expresiones del tipo:

$$\begin{aligned} u_{T,\rho} &= u(\text{aislada}) + u(\text{interacción}) \\ u_{T,\rho} &= u_1 + u_{n.1} + u(\text{interacción}) \end{aligned} \quad (1.57)$$

Mas no sólo la interacción entre dislocaciones puede cambiar el valor típico de la energía por unidad de longitud de μb^2 a valores más altos, también puede incrementarse debido a la anisotropía de la red o, a la presentación de dislocaciones parciales como desdoblamiento de una dislocación con vector de Burgers original mayor al de las parciales.

1.9.4. EL COEFICIENTE DE ARRASTE DE LAS DISLOCACIONES.

De acuerdo con Kocks et. al. [140] si consideramos una dislocación recta de borde en movimiento bajo la acción de un esfuerzo de corte τ (de valor constante) y se supone que el valor de τ_{11} producido por todas las otras dislocaciones es una constante; entonces la dislocación recta alcanza la velocidad terminal ($v = cte$) y suponiendo que $v/v_s \ll 1$, de las ecuaciones (1.49) y (1.50) tenemos:

$$F_d = B_g v^{n'} = b(\tau - \tau_{11}) \quad (1.58)$$

Experimentalmente es frecuente que en muchos materiales con densidades de dislocaciones bajas ($\rho < 10^5 \text{ cm}^{-2}$) las dislocaciones aisladas exhiban una dependencia no lineal con el esfuerzo, por lo cual la expresión (1.58) es plausible físicamente.

La determinación experimental del coeficiente de arrastre en deslizamiento, B_g , si bien posible en principio ha resultado muy difícil de efectuar en la práctica. Existen tres técnicas distintas que se han utilizado: determinación directa, pruebas de compresión o pruebas de tensión efectuadas a rapidez elevada de deformación y pruebas de fricción interna.

Las mediciones directas involucran una medida de la distancia viajada por una dislocación durante un pulso específico de esfuerzo aplicado; y proporcionan sólo un valor mínimo de la velocidad instantánea de la dislocación, aportando un valor máximo de B_g . Además este método sólo es aplicable para el intervalo de baja densidad $\rho < 10^5/\text{cm}^2$ correspondiente a la etapa inicial de la microdeformación plástica.

Las mediciones de B_g que utilizan efectos macroscópicos de la rapidez de deformación, están sujetas a incertidumbre ya que debe ser conocida la densidad de dislocaciones móviles ρ_m para obtener el valor de B_g ; y ρ_m debe ser determinada por un experimento independiente con todos los problemas que trae esto consigo, pues la determinación de la densidad de dislocaciones móviles ha sido sujeto de mucha discusión en la literatura especializada.

Las mediciones de B_g basadas en experimentos de fricción interna consisten en estudios realizados a deformaciones de tan baja amplitud (de carácter oscilatorio) que las dislocaciones no pueden desprenderse de los obstáculos que las anclan y simplemente vibran, como resortes elásticos amortiguados entre sus puntos de anclaje. Suponiendo que todas las dislocaciones del material son móviles y sobre esta base y considerando la frecuencia a la cual ocurre el pico de fricción interna se determina un valor para B_g .

Las tres técnicas cuando son aplicadas apropiadamente, muestran poco acuerdo. Por el lado teórico las cosas no van mejor, si bien en cristales con potencial de Peierls, la fuerza de arrastre F_d puede deberse a fricción con la red y no ser lineal $F_d \sim (\sigma - \sigma_{11})^n$.

Para cristales con empaquetamiento compacto los cuales no ejercen fricción de la red atómica sobre las dislocaciones se supone teóricamente un arrastre viscoso de tipo lineal sobre las dislocaciones en movimiento. Se considera que este arrastre puede deberse a interacción entre la dislocación en movimiento y los fonones de la red, y a muy bajas temperaturas a interacciones con electrones. Esto supuestamente es válido para materiales que no ofrezcan obstáculos para el deslizamiento de las dislocaciones. Debido a las muchas aproximaciones realizadas, ambos tipos de teorías sólo proporcionan estimaciones de orden de magnitud para B_g .

Todas las teorías que involucran mecanismos de disipación de energía a través de fonones dan lugar al mismo tipo general de expresión para B_g :

$$B_g \approx \frac{kT}{\Omega W_A} \quad (1.59)$$

donde k es la constante de Boltzmann, T la temperatura de la muestra en grados Kelvin, Ω es el volumen atómico y $W_A \approx v_s / b$ es la frecuencia de vibración atómica.

1.10. RESUMEN Y CAMINOS A SEGUIR.

En las secciones anteriores hemos hecho una revisión que pone énfasis en las ideas y conceptos de los trabajos llevados a cabo por los principales investigadores en el campo de la termofluencia por dislocaciones con la intención de dar una visión del conjunto de conocimientos generados a lo largo de casi ochenta años de esfuerzo colectivo. En esta sección haremos un resumen del material antes citado para precisar los avances relevantes en el

campo y mencionar los problemas no resueltos hasta ahora. Además propondremos nuevas formas de abordarlos y resolverlos.

1.10.1. FUNDAMENTOS DE DISLOCACIONES.

Hemos destacado que la teoría de la elasticidad lineal de las dislocaciones a permitido:

i). Describir los parámetros físicos de carácter estático de uno de los principales agentes de la deformación plástica. Donde las principales propiedades estáticas de las dislocaciones son: sus campos de esfuerzos elásticos y la autoenergía elástica por unidad de longitud de dislocación asociada al campo elástico de las dislocaciones.

ii). El desarrollo de un análisis cinético de teoría de campo elástico, basado en el estudio de la energía por unidad de longitud de una dislocación en movimiento, y por analogía con la teoría de la Relatividad de Einstein, permitió encontrar una expresión para un parámetro dinámico de las dislocaciones, su masa por unidad de longitud.

iii). Bajo la consideración una analogía con la derivación de la ecuación de movimiento del electrón llevado a cabo por Lorentz a principios de siglo, se encontró la ecuación de movimiento para las dislocaciones por unidad de longitud.

Debemos hacer notar que este hecho desde un punto de vista teórico no era obvio dentro del marco de una teoría cristalina de los sólidos, dado que por ejemplo, una dislocación de borde dentro de un monocristal es una distorsión elástica muy particular que implica que todos los átomos dentro de un grano están ligeramente corridos de sus posiciones de equilibrio original y que han de mantener la configuración espacial modificada durante el movimiento acelerado de la dislocación.

iv). El enfoque de termodinámica de procesos irreversibles para tratar a las dislocaciones en movimiento se confirma entre otras cosas por el hecho de que la presencia de dislocaciones aumenta la energía libre del material cristalino y por tanto, este está fuera de equilibrio termodinámico; por la existencia de la disipación de energía elástica durante el movimiento en ascenso y en deslizamiento de las dislocaciones; y por la disipación de energía elástica almacenada durante los eventos de aniquilación de dislocaciones.

1.10.2. LOGROS EN TERMOFLUENCIA.

Además de una descripción fenomenológica muy amplia la cual no involucra directamente el concepto de dislocaciones, diversos autores han logrado los siguientes resultados importantes.

a). Mostrar teóricamente los mecanismos de difusión que son responsables del flujo de vacancias que se requiere para aportar el valor de la energía de activación del proceso de deformación, el cual a altas temperaturas coincide con el de la energía de autodifusión.

b). Describir correctamente la dependencia que la rapidez de deformación en estado estacionario, exhibe con el esfuerzo aplicado, tanto para termofluencia por deslizamiento viscoso como para la que sigue la Ley de Potencias.

c). Se han establecido criterios teóricos aproximados que permiten saber en qué condiciones un material exhibirá comportamiento viscoso o de Ley de Potencias.

d). Se han desarrollado diversos modelos que describen el tamaño de celdas como función de la densidad de las dislocaciones para estado estacionario. (Igualmente existen modelos que describen el tamaño de celda en función del esfuerzo aplicado).

e). Se han desarrollado modelos que describen la densidad de dislocaciones en función del esfuerzo aplicado para estado estacionario.

f). Se han desarrollado modelos para la rapidez de creación y aniquilación de dislocaciones.

g). Se han desarrollado teorías para el esfuerzo interno promedio.

En general podemos decir que existen explicaciones teóricas para las principales características de los estados estacionarios de la termofluencia. Y cabe destacar que los modelos y los conceptos desarrollados en el campo han permitido una gran cantidad de aplicaciones prácticas de importancia.

1.10.3. PROBLEMAS ABIERTOS EN TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES.

Esta sección la dividiremos en dos subsecciones: En la primera se mencionarán los problemas abiertos a juicio de la comunidad científica del área de termofluencia. En la segunda describiremos los problemas que a nuestro juicio existen, o son importantes aunque no hayan sido mencionados como tales por la comunidad académica del área; además delinearemos posibles esquemas teóricos que podrían aportar soluciones a varios de los problemas mencionados en ambas subsecciones.

a). Problemas Abiertos Reconocidos como Tales por la Comunidad Científica del Área.

Aquí tenemos dos categorías de problemas: la primera relativa a aspectos fundamentales de la deformación plástica por movimiento de dislocaciones. La segunda la relativa a los problemas más específicos de la termofluencia. En cuanto a los problemas fundamentales tenemos:

1). La falta de una metodología experimental para determinar de una manera clara e independiente entre sí las dos variables fundamentales de la deformación plástica por dislocaciones: la densidad de dislocaciones móviles, ρ_m , y la velocidad promedio de deslizamiento $\langle v_g \rangle$. También se reconoce la falta de un esquema teórico que exhiba la diferencia entre ρ_m , y $\langle v_g \rangle$ de tal manera que estas dos cantidades puedan separarse entre sí a partir de información experimental.

2). Los valores teóricos y experimentales para la energía de las dislocaciones por unidad de longitud, $\langle u \rangle$, para el caso de materiales deformados plásticamente (ρ no despreciable) presentan sólo un acuerdo en el orden de magnitud, esto es atribuido a deficiencias en los métodos experimentales.

3). De acuerdo con la teoría de elasticidad lineal no está conceptualmente claro que es el momento lineal de una dislocación.

4). En el marco de la teoría de elasticidad lineal, no está claramente definido físicamente el concepto de tensión lineal en una dislocación curvada, pues originalmente este concepto se construyó sobre la base de una analogía entre la línea de la dislocación curvada y un resorte lineal combado.

5). La determinación experimental del coeficiente de arrastre de las dislocaciones que deslizan en diversos materiales, en el mejor de los casos sólo guardan un acuerdo de orden de magnitud con los valores calculados teóricamente. Existe consenso en que deben afinarse las técnicas experimentales o proponer variaciones sobre las actuales para resolver el desacuerdo.

6). Hace falta una teoría fundamental que explique de forma general todas las fuentes del promedio del esfuerzo interno, $\langle \sigma_i \rangle$. Dicha teoría en principio debería aportar una ley de superposición que tome en cuenta todas las contribuciones a $\langle \sigma_i \rangle$, esto es las provenientes de : defectos puntuales, precipitados intergranulares, dislocaciones móviles y dislocaciones de las paredes

de los subgranos formadas durante la deformación. En cuanto a la determinación experimental de $\langle \sigma_1 \rangle$ existen dos problemas fundamentales para las determinaciones realizadas:

i).- Todas las técnicas actuales se basan en la suposición de que la estructura de dislocaciones permanece constante durante la medición, lo cual no es obvio que se cumpla en particular durante las etapas transitorias de la deformación.

ii).- Si bien las diferentes técnicas aportan resultados parecidos para mediciones realizadas en muestras que previamente alcanzaron un estado estacionario específico, el problema reside en que se ignora cuales son los mecanismos de dislocaciones que producen el valor determinado experimentalmente.

7). Se advierte la falta de una teoría general que describa de manera específica todos los transitorios de la deformación plástica por dislocaciones, tal como ocurren en materiales policristalinos de una sola fase o cuya aleación está en solución sólida.

En cuanto a los problemas específicos de la termofluencia por dislocaciones los problemas abiertos son:

8). Falta de una teoría que explique el proceso de formación de celdas de dislocaciones (en el caso de termofluencia de ley de potencia).

9). Falta de una teoría que explique el papel (aparentemente fundamental) que juegan las paredes de celda durante la deformación en el estado estacionario.

10). Falta de una teoría que explique los altos valores del esfuerzo interno local existente dentro de ciertas zonas de la estructura de las paredes. (En ocasiones ese esfuerzo interno local es diez veces mayor que el aplicado).

11). Falta un modelo de termofluencia transitoria que arroje la forma "natural" de las curvas de termofluencia transitoria en muestras recocidas, para materiales y condiciones en las cuales la termofluencia obedece la Ley de Potencias.

12). Los valores teóricos predichos para el tamaño de subgrano o celda en función del esfuerzo aplicado sólo dan acuerdo en el orden de magnitud con los resultados experimentales.

13). Falta una teoría que demuestre la existencia de los estados estacionarios (en cuanto a sus propiedades más importantes) situación ésta última ampliamente observada experimentalmente.

14). Falta desarrollar técnicas que permitan medir los coeficientes de endurecimiento por deformación h y de rapidez de recuperación, r , en función del promedio del esfuerzo interno.

15). Falta una teoría que explique cualitativa y cuantitativamente el carácter dinámico de la recuperación en muestras a las cuales se les ha retirado el esfuerzo aplicado después de alcanzar el estado estacionario.

16). Falta una teoría que explique el papel que juegan las trazas de elementos aleantes en el comportamiento completamente diferente, que en ocasiones se observa en aleaciones nominalmente idénticas que han sido preparadas y deformadas en distintos laboratorios.

b). Otros problemas abiertos. (Problemas no mencionados como tales por la comunidad científica).

17). Falta una teoría que explique la estabilidad de los estados estacionarios ante fluctuaciones. Dicha estabilidad se observa cotidianamente en todos los experimentos (hasta que se forman microcavidades que en la etapa terciara de las curvas de termofluencia controlan la deformación plástica la cual se localiza en un cuello donde ocurre la fractura).

18). ¿Tiene la Ecuación de Orowan, un significado físico más profundo que ser la rapidez de deformación?. ¿Y, qué pasa con su derivada temporal, la Ecuación de Fuchs e Ilschner?.

19). Se conoce la ecuación de movimiento para la unidad de longitud de dislocación, si se tomara en serio el aspecto de cuasi-partícula que esto parece implicar, ¿existiría para el conjunto de dislocaciones móviles de un material cristalino una ecuación de movimiento?. Si es así, ¿qué forma tiene?. ¿Qué relación guarda con otras ecuaciones ya reportadas en la literatura?.

20). Existe acuerdo en el orden de magnitud teórico y experimental de la energía por unidad de longitud de dislocación $\langle u \rangle$, para el caso de materiales deformados plásticamente y las diferencias se atribuyen a deficiencias en las técnicas experimentales. ¿Pueden estas diferencias estar indicando también una falta de desarrollo respecto a la teoría de $\langle u \rangle$ para el caso de materiales deformados?.

21). ¿Existe algún método dinámico o energético directo o indirecto que permita averiguar, para un material que se deforma en termofluencia, que pasa con la energía de la configuración de dislocaciones a través del tiempo?. De no ser así, ¿Cómo podría desarrollarse alguno que tuviera comprobación indirecta?.

22). Sabemos que los valores teóricos y experimentales del tamaño de celda como función del esfuerzo aplicado para estado estacionario sólo coinciden en el orden de magnitud y ello se atribuye a deficiencias en la medición de los diámetros de celdas. Esto parece un poco raro porque las distancias en la escala del tamaño de celdas se pueden medir con mucha precisión; ¿no estarán estas diferencias reflejando algo físicamente más profundo?. Por otro lado, pero relacionado a la expresión fenomenológica $d = K\mu b/\sigma$ ¿Por qué en la misma expresión aparece el módulo elástico en corte dividido por el esfuerzo aplicado en tracción?. ¿Es esto algo sin importancia?, ¿Por qué, también aparece este cociente en

la expresión fenomenológica para la rapidez de deformación en estado estacionario (Ec. de Dorn)?.

23). ¿Existe un análisis detallado acerca de en que se emplea específicamente la fracción de la potencia externa que hace trabajo en dirección paralela a los planos de deslizamiento de las dislocaciones?. ¿Qué se podría concluir de ello?. ¿Y que pasa con la fracción de la potencia que realiza trabajo en dirección perpendicular a los planos de deslizamiento?.

24). En un sólido que se deforma las densidades de dislocaciones son del orden de 10^6 - 10^{13} cm/cm³. ¿Valdría la pena tratar de describirlas mediante funciones de distribución que generalicen la de Li [101]? . Y en función de esto ¿Se podrá plantear una ecuación que describa la rapidez de cambio en la función de distribución?.

¿Cómo se relacionaría esta ecuación, con las ecuaciones que describan la rapidez de cambio en la densidad de dislocaciones móviles o las de las paredes?. ¿Aportará este tipo de planteamiento, de ser posible, ecuaciones de continuidad para estado estacionario?. ¿Se podrían obtener resultados interesantes de dichas ecuaciones de continuidad?. ¿Se podrán resolver fácilmente las ecuaciones obtenidas tanto para estado estacionario como para transitorios?.

1.11. OBJETIVO DE LA TESIS.

Como se ha mencionado brevemente antes, el objetivo de la tesis fue el desarrollar conceptualmente los aspectos de cuasi-partícula de las dislocaciones en la dinámica que se presenta cuando el movimiento de grandes cantidades de ellas dan lugar a materiales altamente deformados. El marco físico teórico en que se llevó a cabo lo anterior fue el de termodinámica de procesos irreversibles, de la Mecánica Estadística fuera de equilibrio y de una teoría de relatividad restringida efectiva (en donde el papel

de la velocidad máxima de transmisión de información (originalmente la velocidad de la luz) en este caso lo juega la velocidad de las ondas transversales del sonido).

La aplicación sistemática del marco conceptual arriba señalado a grandes rasgos dió los siguientes resultados novedosos.

1). En el Capítulo dos demostramos teóricamente la existencia de los estados estacionarios y su estabilidad ante fluctuaciones. Se encontró que los estados estacionarios son el resultado de un equilibrio dinámico entre creación y aniquilación del vector microestructura de defectos como era de esperarse de acuerdo con la termodinámica de procesos irreversibles para estructuras disipativas.

2) En el Capítulo tres, se encontró una expresión para la rapidez de creación de dislocaciones que permite evaluaciones rápidas que no requieren observaciones de microscopía electrónica de transmisión, ni óptica con la expresión encontrada se describieron satisfactoriamente datos en Al-11%wtZn, Cu-16at%Al y Ge.

3) En los Capítulos cuatro y cinco, se llegó a dos ecuaciones básicas de la deformación plástica por dislocaciones: la Ecuación de Orowan y la de Fuchs e Ilschner (que es la derivada temporal de la primera ecuación). En nuestro esquema esta segunda ecuación es derivable de la segunda Ley de Newton expresada en términos volumétricos. La primera ecuación (la de Orowan) se interpreta como la densidad volumétrica de momento lineal de las dislocaciones móviles. Con este enfoque se explican datos en Ge y Cu-16at%Al.

4. En los Capítulos seis, siete y ocho, se desarrollan elementos de mecánica estadística, que se utilizaron en los Capítulos cuatro y cinco, para describir la evolución temporal de

funciones de distribución de dislocaciones en el espacio fase. Se encuentra una ecuación maestra de tipo hidrodinámico para la densidad de dislocaciones móviles, en esta ecuación aparecen términos de creación (asociados al término de arrastre) y términos de aniquilación de dislocaciones (asociados al término de colisiones). Se explican datos de dislocaciones versus tiempo para Al-11wtZn, así como datos varios para distintos metales puros y se encuentran muchos resultados teóricos interesantes. Por ejemplo para Al-11wtZn a partir de los datos que arroja el modelo se determinan energías de activación de termofluencia los cuales difieren en no más del 3,3% de los valores experimentales de energía activación para termofluencia.

5) En el Capítulo nueve, se utiliza un modelo de esfuerzo interno modificado por nosotros y nuestra ecuación de rapidez de creación de dislocaciones para describir exitosamente los datos experimentales de esfuerzo interno como función del tiempo a lo largo de toda una prueba de termofluencia que aporta una curva sigmoideal de termofluencia en Cu-16at%Al. Además se propone una técnica para medir el esfuerzo interno en condiciones en las que otras técnicas no arrojan buenos resultados.

Por último deseamos destacar que en muchas ocasiones nuestro enfoque aporta resultados clásicos obtenidos por modelos provenientes de teoría de campo de la dislocación.

1.12. REFERENCIAS.

1. E. Kröner, continuum theory of defects: en Physics of Defects (editores R. Balian, M. Kléman y J. P. Poirier) North-Holland (1981) p.217.
2. J. Weertman and J.R. Weertman. Elementary Dislocation Theory. M^c Millan Co. (1964) p. 49.
3. J. Friedel. Dislocations Pergamon Press, Oxford (1964).
4. J. P. Hirth and J. Lothe. Theory of Dislocation, M^c Graw-Hill (1968)
5. George E. Dieter. Mechanical Metalurgy. (Third Edition). M^cGraw-Hill Co. 1986.
6. A. M. Kosevich. Soviet Phys. JEPT (English Transl). 15 (1962) 108.
7. A. M. Kosevich. Soviet Phys. Usp. (English Transl). 7 (1965) 837.
8. A. M. Kosevich, Crystal Dislocations and the Theory of elasticity, in: Dislocations in Solids, Vol. 1. (Editor F. R. N. Nabarro) North Holland (1979) p.33.
9. J. Friedel, Dislocations an Introductions; in Dislocations in Solids (Editor F. R. N. Nabarro) North-Holland Vol 1. (1979) p.3.
10. J. Friedel; Dislocations-An Introduction in Dislocations in Solids. (Ed. F. R. Nabarro) North-Holland, Vol. 1. (1979)p. 20.
11. A. Barone, F. Esposito y C. J. Magee. Rivista del Nuovo Cimento 1 (1971) 227.
12. A. R. Bishop, J. A. Krumhansl y S. E. Trullinger. Physica 1D (1980) 1.
13. J.Frenkel y T.Kontorova. Jorn. Phys. U.S.S.R. 1 (1939) 137.
14. R. Peierls, R. Proc. Pys. Soc. 52 (1940) 321.
15. E. N. Andrade. Proc. Roy. Soc. Ser. A 84 (1910) 1.
16. C. Herring. J. Appl. Phys. 21 (1950) 437.
17. R. L. Coble. J. Appl. Phys. 34 (1963) 1679.
18. R. S. Gordon. J. Amer. Cer. Soc. 56 (1973) 147.
19. R. Raj y G. W. King. Metall. Trans. A. 9A (1978) 941.

20. R. G. Peters. *Scripta Metall* 17 (1983) 587.
21. E. D. Hondros y P. J. Henderson. *Metall. Trans. A.* 14A (1983) 521.
22. P. J. Henderson y E. D. Hondros. *Scripta Metall* 16 (1982) 1247.
23. J. Harper y J. E. Dorn. *Acta Metall.* 5 (1957) 654.
24. P. Yavari y T. Langdon. *Scripta Metall* 11 (1977) 863.
25. M. Y. Wu y O. D. Sherby. *Acta. Metall* 32 (1984) 1561.
26. G. J. Davies, J. W. Edington, C. P. Cutler and K. A. Padmanabhan. *J. Mater. Sci.* 5 (1970) 1091.
27. K. A. Padmanabhan y G. J. Davies, *Superplasticity*, Springer-Verlag, Berlin (1980).
28. C. C. Bampton, M. W. Mahoney, C. H. Hamilton, A. K. Ghosh y R. Raj. *Metall. Trans. A* 14A (1983) 1583.
29. R. Raj y M. F. Ashby. *Metall. Trans.* 2 (1971) 1113.
30. J. Crampon. *Acta Metall.* 28 (1980) 123.
31. A. H. King. *Phil. Mag. A* 48 (1983). L39.
32. R. Raj. *Acta. Metall* 31 (1983) 29.
33. N. Y. Tang and A. Plumtree. *Scripta Metall* 18 (1984) 1045.
34. C. V. Riet y P. De Meester. *Scripta Metall* 19 (1985) 795.
35. M. Klesnil, J. Polák y P. Liškutin. *Scripta Metall.* 18 (1984) 1231.
36. F. Heubaum y M. E. Fine. *Scripta Metall* 18 (1984) 1235.
37. J. Soullard, L. Martínez and J. Oseguera. *Scripta Metall* 19 (1985) 581.
38. C. J. M^c Mahon Jr. *Scripta Metall* 19 (1985) 733.
39. A. C. F. Cocks. *Acta Metall* 33 (1985) 129.
40. S. Afshar y M. Biscondi. *Scripta Metall* 20 (1986) 707.
41. K. S. Yu y W. D. Nix. *Scripta Metall* 18 (1984) 173.
42. K. S. Yu y W. P. Nix. *Scripta Metall.* 18 (1984) 259.

43. J. E. Dorn y J. D. Mote. En High Temperature Structure and Materials, Edited by A.M. Freudenthal, B.A. Boley y H. Liebowitz Pergamon Press, Oxford (1964) p. 95.
44. F. Garofalo. Fundamentals of Creep and Creep Rupture in Metals. M^c Millan, New York (1965).
45. O.D. Sherby y P.M. Burke. Prog. Mater. Sci. 13 (1967) 325.
46. J. Weertman. Trans. ASM. 61 (1968) 680.
47. A. K. Mukherjee, J. E. Bird y J. E. Dorn. Trans. ASM 62 (1969) 155.
48. J.E.Bird, A.K.Mukherjee y J.E.Dorn in Quantitive Relation Between Properties and Microstructure. Edited by D.G.Brandt y A.Rosen (Israel Univ. Press, Jerusalem) (1969) p. 255.
49. A.H. Madieh y A.K. Mukherjee. Mat. Sci. Eng. 21 (1975) 115.
50. S. Takeuchi y A. S. Argon. J. Mat. Sci. 11 (1976) 1542.
51. D. Kuhlmann-Wilsdorf y C. Laird. Mat. Sci. Eng. 27 (1977) 137.
52. P. Yavari y T. Langdon. Acta Met. 30 (1982) 2181.
53. A. Orlova y J. Cadek. Mat. Sci. Eng. 77 (1986) 1.
54. S. V. Raj y G. M. Pharr. Mat. Sci. Eng. 31 (1986) 217.
55. J. B. Conway y M. J. Mullikin. Trans. Met. Soc. AIME 236 (1966) 1496.
56. G. A. Webster, A. P. D. Cox y J. E. Dorn. Met. Sci. J. 3 (1969) 221.
57. R. W. Bailey. J. Inst. Metall. 35 (1926) 27.
58. E.Orowan, J.West Scot. Iron Steel Inst. 54 (1946-1947) 45.
59. D. Gan. J. Mater Sci. 17 (1982) 89.
60. R. Gasca-Neri, C. N. Ahlquist y W. D. Nix. Acta Met. 18 (1970) 655.
61. J. Cadek Mat. Sci. Eng. 94 (1987) 79.
62. C. R. Barrett, A. J. Ardell y O. D. Sherby. Trans. Met. Soc. AIME. 230 (1964) 200.
63. S. L. Robinson, P. M. Burke y O. D. Sherby. Phil. Mag. 29 (1974) 423.

64. J. A. Montemayor-Aldrete, R. Gómez-Ramírez y E. Carrillo. Phys. Stat. Sol. (a) 38 (1976) 67.
65. F. Prinz y A. S. Argon. Phys. Stat. Sol (a) 57 (1980) 741.
66. F. A. Mohamed y T. G. Langdon. Acta Met. 22 (1974) 779.
67. F.A. Mohamed y T.G. Langdon. Met. Trans. 6A (1975) 927.
68. A. M. Brown y M. F. Ashby. Scripta Met. 14, (1980) 1297.
69. T. Hasegawa, Y. Ikeuchi and S. Karashima. Met. Sci. J. 6 (1972) 78.
70. T. Tabata, S. Yamanka y H. Fujita. Acta Met. 26 (1978) 405.
71. T. Hasegawa, H. Sato y S. Karashima. Trans. JIM. 11 (1970) 231.
72. J. Hausseilt y W. Blum. Acta Met. 24 (1976) 1027.
73. M. Henderson-Brown y K. F. Hale in High-Voltage Electron Microscopy (Proc. 3rd. Intern. Conf.). Edited by P. R. Swann, C. J. Humphrey y M.J. Goringe. Academic Press, New York (1974) p.206.
74. M. Morris y J. L. Martin. Acta Met. 32 (1984) 549.
75. A. H. Clauer, B.A. Wilcox y J.P. Hirth. Acta Met. 18 (1970) 381.
76. U.F. Kocks, T. Hasegawa y R. O. Scattergood. Scripta Met. 14 (1980) 449.
77. P.J. Jackson y M. Siedersleben. Scripta Met. 18 (1984) 749.
78. P. Neuman. Mat. Sci. Eng. 81 (1986) 465.
79. W. Blum. Phys. Stat. Sol. (b) 45 (1971) 561.
80. S. V. Raj y G. M. Pharr. Mat. Sci. Eng. 81 (1986) 217.
81. A. Orlova y J. Cadek. Z. Metallkde 65 (1974) 200.
82. M. R. Staker y D. L. Holt. Acta Met. 20 (1972) 569.
83. G. Streb y B. Reppich. Phys. Stat. Sol. (a) 16 (1973) 493.
84. W. Hütther y B. Reppich. Phil. Mag. 28 (1973) 363.
85. J. Hausseilt y W. Blum. Acta Met. 24 (1976) 1027.
86. D. L. Holt. J. Appl. Phys. 41 (1970) 3179.

87. D. Knoesen y S. Kritzinger. Acta Met. 30 (1982) 1219.
88. D. Kuhlmann-Wilsdorf. Metall. Trans. 1 (1970) 3173.
89. S. F. Exell y D. H. Warrington. Phil Mag. 26 (1972) 1121.
90. A. Orlová, M. Pahutova y J. Cadek. Phil Mag. 25 (1972) 865.
91. A. Orlová, Z. Tobolova y J. Cadek. Phil Mag 26 (1972) 1263.
92. V.V. Levitin y V.K. Orzhitskaya.
Phys. Met. Metallogr. 30 (1970) 172.
93. A. Orlová y J. Cadek. Phil. Mag. 28 (1973) 891.
94. M. A. Morris y J. L. Martin. Acta Metall 32 (1984) 549.
95. M. A. Morris y J. L. Martin. Acta Met. 32 (1984) 1609.
96. A. Orlova y J. Cadek. Mat. Sci. Eng. 77 (1986) 1.
97. S. K. Mitra y D. M^cLean. Proc. Roy. Soc. 295 (1966) 288.
98. Y. Ishida y D. M^cLean. J. Iron Steel Inst. 205 (1967) 88.
99. C.N. Ahlquist y W. D. Nix. Acta Metall 19 (1971) 373.
100. G. B. Gibbs. Phil. Mag. 13 (1966) 317.
101. J. C. M. Li in: Strength and Plasticity, Physics of
(Ed. A.S. Argon) Cambridge, Mass, U.S.A.
M.I.T (1969) p. 245.
102. W. Blum y A. Finkel. Acta Met. 30 (1982) 1705.
103. A. A. Solomon, C. N. Ahlquist y W.D. Nix.
Scripta Met. 4 (1970) 231.
104. T. M. Bulatova y E. Nadgornyi.
Phys. Stat. Sol. (a) 46 (1978) 357.
105. J. C. Gibbeling y W. D. Nix. Acta Met. 29 (1981) 1769.
106. J. Weertman. J. Appl. Phys. 16 (1955) 1213.
107. J. Weertman. J. Appl. Phys 28 (1957) 362.
108. J. Weertman. Trans. A.S.M. 61 (1968) 681.
109. N. F. Mott. Conference on Creep and Fracture of
Metals at High Temperatures, H.M.S.O., London (1956) 21.
110. P. Hirsch and D. Warrington. Phil. Mag. 6 (1961) 735.

111. L. Raymond y J. E. Dorn. Trans. AIME, 230 (1964) 560.
112. C. R. Barrettt y W. D. Nix. Acta Met. 13 (1965) 1247.
113. W. D. Nix. Acta Met. 15 (1967) 1079.
114. T. Watanabe y S. Karashima.
Trans. Jap. Inst. Metals 11 (1970) 159.
115. M. Malu y J. K. Tien. Acta Met. 22 (1974) 145.
116. W. D. Nix y C.R. Barrett. Trans. A.S.M. 61 (1968) 695.
117. R. Lagneborg. Met. Sci. J. 3 (1969) 161.
118. R. Lagneborg. Met. Sci. J. 6 (1972) 127.
119. J. H. Gittus. Acta Met. 22 (1974) 789.
120. J. H. Gittus. Acta Met. 22 (1974) 1179.
121. A. S. Novick y E. S. Machlin. J. Appl. Phys. 18 (1947) 79.
122. A. H. Cottrell y V. Aytakin. J. Inst. Metals 77 (1950) 389.
123. G. Schoeck. Disc. Faraday Soc. 38 (1964) 274.
124. H. Mecking y K. Lucke. Scripta Met. 4 (1970) 427.
125. R. Lagneborg y B. H. Forsen. Acta Met. 21, (1973) 781.
126. P. B. Hirsch. The Physics of Metals, Vol. 2.
Defects. Edited by P.B. Hirsch (Cambridge University Press),
(2975) p. 217.
127. O. AJAJA. J. Mat. Sci. 21 (1986) 3351.
128. T. H. Alden. Acta Met. 17 (1969) 1435.
129. W. Blum. Phys. Stat. Sol. (b) 45 (1971) 561.
130. F. Prinz, A.S. Argon y W. Moffatt. Acta Met. 30 (1982) 821.
131. W.G. Johnston y J.J. Gilman. J. Appl. Phys. 30 (1959) 129.
132. N. S. Akulov. Acta. Met. 12 (1964) 1195.
133. J. C. M. Li. Acta Met. 13 (1965) 37.
134. R. Horiuchi y M. Otsuka. Trans. JIM, 13 (1972) 284.
135. D. Kuhlmann-Willsdorf y J. H. Van Der Merwe.
Mat. Sci. Eng. 55 (1982) 79.

136. G. H. Edward, M. A. Etheridge y B. E. Hobbs.
Textures Microstruct., 2 (1982) 127.
137. M. N. Bassim y D. Kuhlmann-Wilsdorf.
Phys. Stat. Solidi (a) 17 (1973) 281.
138. A. Granato y K. Lücke. J. Appl. Phys. 27 (1956) 583.
139. A. Granato y K. Lücke. J. Appl. Phys 27 (1956) 789.
140. U. F. Kocks, A. S. Argon y M. F. Ashby .
Thermodynamics and Kinetics of Slip.
Pergamon Press, Ltd.(1975).
141. J. Weertman. J. Appl. Phys. 28 (1957) 1185.
142. A. H. Cottrell. Dislocations and Plastic Flow in Crystals.
Oxford University Press, London (1953).
143. F. C. Frank. Proc. Phys. Soc A62 (1949) 131.
144. J. Kovacs y L. Zoldos, Dislocations and Plastic Deformation.
Pergamon Press (1973).
145. D. Kuhlmann-Wilsdorf y N. R. Comins.
Mat. Sci. Eng. 60 (1983) 7.

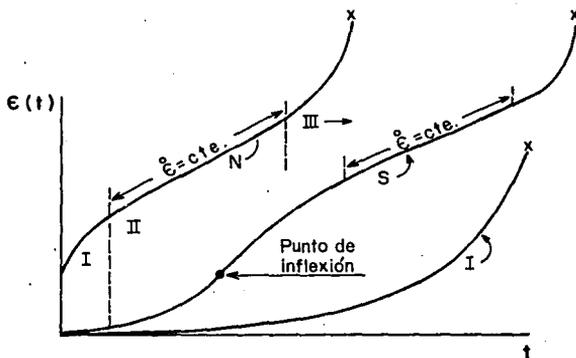


Figura 1.1. Tipos de curvas básicas observadas en pruebas de termofluencia bajo tensión.

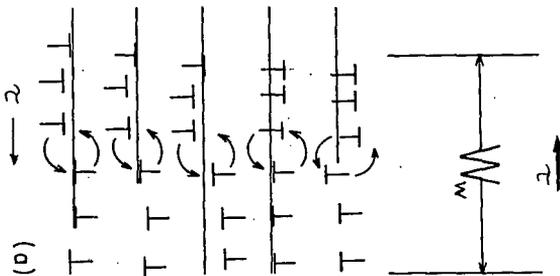


Figura 1.2. Figura esquemática de una pared de celda dipolar.

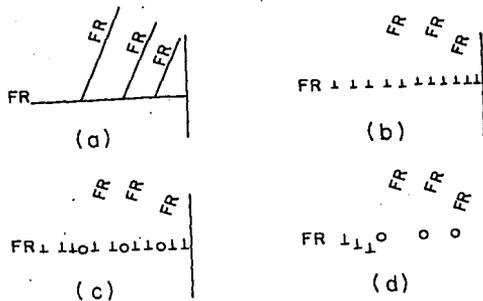


Fig. 1.3. Procesos que dan lugar al bloqueo de una fuente de Frank-Read por medio de candados de Lomer. (a) Antes de la aplicación del esfuerzo de corte. Las líneas horizontales representan el plano de deslizamiento de la Fuente F-R que se muestra a la izquierda. Las líneas oblicuas que aparecen a la derecha representan planos de deslizamiento correspondientes a otras fuentes. El plano del papel es perpendicular a la intersección de los planos correspondientes a los dos sistemas de deslizamiento. (b) Justo después de la aplicación del esfuerzo se activa la fuente de F-R que se muestra a la izquierda. Las dislocaciones se representan por el símbolo de una dislocación de borde pura, aunque ellas en general no tienen sólo ese carácter. (c) Después se crean dislocaciones inmóviles representados por círculos (candados de Lomer-Cottrell). (d) Las dislocaciones atoradas en su deslizamiento por los candados de Lomer-Cottrell se liberan a través de movimientos de ascenso. Posteriormente las dislocaciones que ascienden se aniquilan con dislocaciones de signo contrario que provienen de un arreglo igual al aquí presentado pero conformado por dislocaciones de signo contrario estableciéndose el estado estacionario. Este arreglo da lugar a una rapidez de deformación, $\dot{\epsilon}_s$, proporcional esfuerzo aplicado elevado a una potencia 4.5. (Tomada de J. Weertman J. Appl. Phys. 26 (1955), 1213).

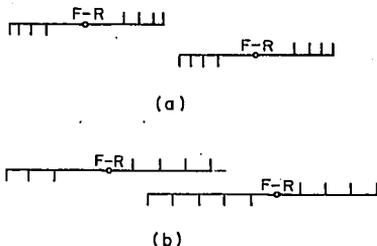


Fig. 1-4 Muestra: (a) Apilamiento de dislocaciones en planos de deslizamiento cercanos. (b) Un arreglo más estable que el mostrado en (a). En las cabeceras de los apilamientos se dan movimientos de ascenso entre dislocaciones de borde los cuales producen aniquilación de los mismos. El estado estacionario se establece igual que en el caso de la Figura (1-14) cuando la rapidez de generación de dislocaciones es igual a la rapidez de aniquilación. Este arreglo también aporta $\dot{\epsilon} \propto \sigma^{4.5}$. (Tomado de J. Weertman J. Appl. Phys. 28 (1957) 362).

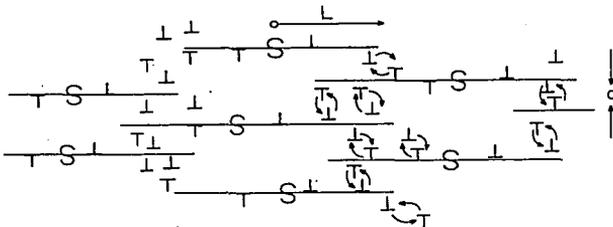


Figura 1.5. Sección transversal de espiras de dislocaciones. Se aprecian los eventos de creación por deslizamiento y la subsecuente aniquilación a través de movimientos de ascenso. El símbolo F denota las fuentes y las espiras de dislocaciones se denotan con el símbolo usual para dislocaciones de borde. El estado estacionario se alcanza cuando la rapidez de aniquilación de dislocaciones se iguala a la de creación. Este arreglo aporta $\dot{\epsilon} \propto \sigma^3$. (Tomado de J. Weertman, Trans. A.S.M., 6 (1968) 681).

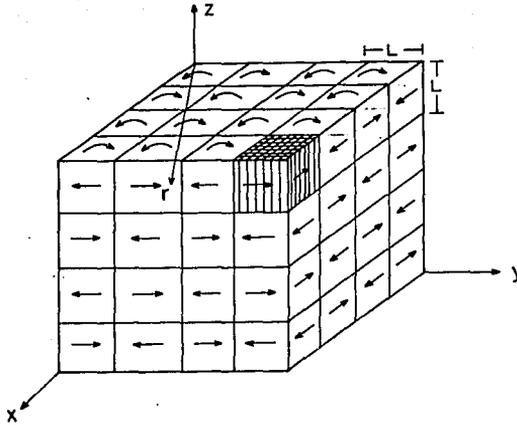


Figura 1.6. Geometría de un arreglo de celdas cúbicas de dislocaciones con lados de longitud L . Las celdas están rotadas entre sí, alrededor de un eje común de desorientación paralelo al eje Z , con un sentido de giro alternado como lo indican las flechas. Los vectores de Burgers de magnitud b son paralelos al eje " x ", " y " respectivamente. Para un espaciamiento entre dislocaciones " l ", el ángulo que existe a través de la pared de celda es $\theta = b/l$. Las fronteras giradas, las cuales son paralelas al plano x - y , contienen una malla cuadrada de dislocaciones de tornillo; las otras fronteras son del tipo inclinadas y están formadas por dislocaciones de borde. Se presenta esquemáticamente el arreglo de las dislocaciones para una sola de las celdas.

CAPITULO 2
PROPIEDADES GENERALES DE LOS ESTADOS ESTACIONARIOS
EN TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES.

2.1. INTRODUCCION.

En las últimas décadas se han realizado numerosas investigaciones tratando de explicar y describir la deformación plástica. La mayoría de los trabajos teóricos son estudios mecanísticos y por lo tanto ponen el énfasis en los parámetros microscópicos del proceso [1-7]. De ellos, el marco de referencia más general y abstracto es el desarrollado por Kocks et. al. [6]. Otros análisis enfocan el problema de la deformación plástica en un plano macroscópico [8-16]. Entre estos, el modelo más útil para la descripción de las curvas de deformación en función del tiempo es el de Mejía et. al. [15].

En este capítulo, vamos analizar las implicaciones que para el estado estacionario tiene la compatibilidad entre los modelos de termofluencia debidos a Kocks y Mejía. Iniciaremos el análisis haciendo una descripción de ambos enfoques.

2.2. DEPENDENCIA CON PARAMETROS MACROSCOPICOS.

El modelo de Mejía et. al. [15] considera que la rapidez de deformación real, $\dot{\epsilon}$, depende de la deformación c y el tiempo t , para pruebas de termofluencia (el esfuerzo aplicado, σ y la temperatura, T son constantes durante la prueba), es decir $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(c, t)$. Con esta suposición realizan un análisis de las implicaciones que tiene tal dependencia funcional y encuentran que:

$$\frac{d\dot{\epsilon}}{dt} = -\frac{\partial \dot{\epsilon}}{\partial c} \left(\frac{\partial c}{\partial t} - \dot{c} \right) \quad (2.1)$$

Como en el estado estacionario $\dot{\epsilon}$ es una constante, ($\dot{\epsilon}_s$) por lo tanto:

$$\frac{d\dot{\epsilon}}{dt} = \dot{\epsilon}_s \quad (2.2)$$

después parten de la relación más simple entre $\dot{\epsilon}$ y c , y de la ecuación (2.1) encuentran varias de las expresiones llamadas "leyes de la termofluencia", que se han propuesto en el pasado a partir de modelos microscópicos.

Cabe destacar que:

i) La deformación real $c(t)$ tiene significado físico conectado a un estado inicial de deformación $c(t) - c(t_0)$. Y, t , representa el tiempo transcurrido a partir del comienzo de la prueba de termofluencia.

ii) Las muestras con diferentes historias termo-mecánicas tendrán distinta resistencia a la deformación y esto se reflejará en la cantidad $\partial \dot{\epsilon} / \partial c$.

2.3 DEPENDENCIA CON PARAMETROS MICROSCOPICOS.

Una descripción alternativa a la anterior es la debida a Kocks et. al. [6]. De acuerdo con estos autores la deformación plástica se puede determinar especificando la configuración microscópica de defectos del material bajo deformación y el efecto que sobre dicha configuración producen la temperatura T y el esfuerzo aplicado, σ .

Desde este punto de vista, la descripción microscópica de la deformación debe ser entendida como una función de un vector (\vec{s}) que depende de los defectos microestructurales, es decir:

$$\vec{s} = (s_1, s_2, s_n, \sigma, T, t) \quad (2.3)$$

En donde s_1 , puede ser la densidad de dislocaciones móviles (ρ_m), s_2 la densidad total de dislocaciones (ρ_T) y así sucesivamente, hasta que se especifiquen todas las componentes relevantes de \vec{s} para la descripción de la deformación plástica. Cada componente s_1 del vector defectos de la microestructura es una función de todas las otras componentes s_j ; lo cual significa:

$$s_1 = s_1(s_1, s_2, s_3 \dots s_j \dots s_n, \sigma, T, t) \quad (2.4)$$

donde es evidente que s_j no puede ser igual a s_1 .

Si siguiendo este método, se podrían diseñar experimentos para el estudio de la evolución de cada uno de los parámetros s_1, s_2, \dots, s_n .

Si consideramos una prueba de termofluencia (donde σ y T son constantes) tenemos de la ecuación (2.4) que el cambio de s_1 con respecto al tiempo es:

$$\begin{aligned} \frac{ds_1}{dt} &= \frac{\partial s_1}{\partial s_1} \dot{s}_1 + \frac{\partial s_1}{\partial s_2} \dot{s}_2 + \dots + \frac{\partial s_1}{\partial s_j} \dot{s}_j + \frac{\partial s_1}{\partial s_n} \dot{s}_n + \frac{\partial s_1}{\partial t} \\ &= \frac{\partial s_1}{\partial t} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial s_1}{\partial s_j} \frac{ds_j}{dt} \end{aligned} \quad (2.5)$$

En forma análoga es fácil mostrar que el cambio con el tiempo de cualquier función, ϕ , con dependencia del vector \vec{s} está dado por:

$$\frac{d\phi}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial s_i} \dot{s}_i$$

la cual, utilizando notación vectorial queda:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial \vec{s}} \cdot \vec{\dot{s}} \quad (2.6)$$

2.4 RELACION ENTRE LOS ENFOQUES MICROSCOPICOS Y MACROSCOPICOS DE LA TERMOFLUENCIA.

En principio el valor de cualquier función medida a través de un experimento (por ejemplo $\hat{c}(t)$) debe ser igual para todo tiempo, al valor teórico de \hat{c} determinado a partir del vector de defectos microestructurales \vec{s} . Esto significa:

$$\hat{c}(c, t) = \hat{c}(\vec{s}) \quad (2.7)$$

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

Esta igualdad es válida para un conjunto continuo de valores de \vec{s} , c y t . Entonces:

$$\vec{s} = \vec{s}(c, t) \quad (2.8)$$

y por tanto, la evolución temporal de \vec{s} :

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{\partial \vec{s}}{\partial c} \left(\dot{c} - \frac{\partial c}{\partial t} \right) \quad (2.9)$$

la cual para estado estacionario, con la ecuación (2.2) nos permite encontrar el siguiente resultado:

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{0} \quad (2.10)$$

Esta ecuación significa que el vector de defectos microestructurales \vec{s} es un vector constante en estado estacionario. Además, de la ecuación (2.6) es inmediato que para esta situación toda función $\phi(\vec{s})$ es también una constante.

Además de la ecuación (2.10) y la ecuación (2.5) es claro que cada componente s_i obedece una ecuación como la siguiente:

$$\frac{\partial s_i}{\partial t} + \sum_{j \neq i}^n \frac{\partial s_i}{\partial s_j} \frac{ds_j}{dt} = 0 \quad (2.11)$$

Esta es una ecuación de continuidad y puede interpretarse como sigue: Cuando en un punto dado de la muestra ocurre un cambio en el valor de estado estacionario de s_i se inducen varios flujos de las otras componentes de \vec{s} , los cuales tienden a nulificar la variación inicial en s_i respecto de su valor de estado estacionario. De esto concluimos que el valor de estado estacionario para cada componente s_i del vector de defectos microestructurales es el resultado de un equilibrio dinámico entre una tendencia a construir una estructura de defectos y una tendencia de destrucción de los mismos, tal y como se espera de la termodinámica de procesos irreversibles [17].

Dicho de otra forma, si denotamos los procesos de construcción de estructura con un supraíndice (+) y a los de destrucción con un supraíndice (-), la ecuación (2.11) aparece como:

$$\dot{s}_i^+ = \frac{\partial s_i^+}{\partial t} + \sum_{j \neq i}^n \frac{\partial s_i^+}{\partial s_j} \frac{ds_j}{dt} = \frac{\partial s_i^-}{\partial t} + \sum_{j \neq i}^n \frac{\partial s_i^-}{\partial s_j} \frac{ds_j}{dt} = \dot{s}_i^- \quad (2.11a)$$

lo cual significa que en estado estacionario el equilibrio dinámico para cada componente s_i del vector estructura de defectos se alcanza cuando la rapidez de creación de estructura en la componente s_i , \dot{s}_i^+ es igual a la rapidez de aniquilación de estructura en la componente s_i , denotada por \dot{s}_i^- .

Además con las ecuaciones (2.11a), la ecuación (2.5) puede expresar el cambio en s_i para todo tiempo de la siguiente forma:

$$\frac{ds_i}{dt} = \dot{s}_i^+ - \dot{s}_i^- \quad (2.12)$$

Cabe destacar que los resultados anteriores han sido obtenidos bajo la suposición implícita de que la deformación es uniforme y homogénea (esquema de Mejía). Se sabe que en condiciones experimentales estas suposiciones no se cumplen de manera plena, lo cual da lugar a estados estacionarios de duración "finita", esto es, durante el estado estacionario en el material se producen inhomogeneidades causadas por procesos naturales, tales como, acumulación de vacancias o microgrietas en las fronteras de grano, lo cual eventualmente mueve al sistema fuera de estado estacionario y da lugar a la ruptura de la muestra.

2.5. CONCLUSIONES.

i) A partir del establecimiento de la equivalencia entre dos enfoques, uno macroscópico y otro microscópico se ha mostrado que para termofluencia en estado estacionario, el vector de defectos microestructurales \vec{s} es un vector constante.

ii) Además, durante el estado estacionario, cada componente s_i es estable ante fluctuaciones, debido a que los otros componentes de s reaccionan de tal manera que restauran el valor del estado estacionario para s_i .

2.6. REFERENCIAS DEL CAPITULO.

1. J. Weertman. J. Appl. Phys. 26 (1955) 1213.
2. C.R. Barrett and W.D. Nix, Acta Met. 13, (1965) 1247.
3. P.Haasen. Disc. Faraday Soc. 38 (1965) 191.
4. A.S. Argon and G. East. Trans. JIM 9 (1968) 756.
5. R. Lagneborg. Met. Sci. J. 3 (1969) 161.
6. U. F. Kocks, A. S. Argon and M. F. Ashby. Thermodynamics and Kinetics of Slip. Pergamon Press. Ltd. (1975).
7. R. Gómez-Ramírez, J. A. Montemayor and E. Carrillo. 4th. Int. Conf. Strength of Metals and Alloys, Nancy, France, Aug-Sept. 1976, Prepr., 2 (1976) 848.
8. A. H. Cottrell. Dislocations and Plastic Flow in Crystals, Oxford University Press, London (1953).
9. W. G. Johnston and J. J. Gilman. J. Appl. Phys. 30 (1959) 129.
- 10 F. Garofalo, Resistance to Creep Deformation and Fracture in Metals and Alloys in Properties of Crystalline Solids. ASTM. STP No. 283 (1960).
- 11 N. S. Akulov. Acta Met. 12 (1964) 1195.
- 12 J.C.M. Li, Acta Met. 13 (1965) 37.
- 13 R. Gasca-Neri, C.N. Ahlquist, W.D. Nix. Act Met. 18(1970) 655
- 14 C. N. Ahlquist, R. Gasca-Neri, W. D. Nix. Acta Met. 18 (1970) 663.
- 15 M. Mejía, R. Gómez-Ramírez and M. Martínez. Scripta Met. 10 (1976) 589.
- 16 M. Mejía and A. Mendoza. Scripta Met. 11 (1977) 411.
- 17 P. Glandsdorf and I. Prigogine. Thrmodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations. Wiley-Interscience (1971).

CAPITULO 3
RAPIDEZ DE CREACION DE DISLOCACIONES MOVILES
DURANTE LA TERMOFLUENCIA

3.1 INTRODUCCION.

Un cristal se deforma plásticamente cuando sobre él actua un esfuerzo lo suficientemente alto para que ocurran procesos de creación, movimiento e interacción de dislocaciones. Usualmente se acepta [1-4] que la rapidez de creación de dislocaciones móviles, $\dot{\rho}_m^*$, durante el estado estacionario de la termofluencia depende de la rapidez de deformación $\dot{\epsilon}$, de la distancia promedio de deslizamiento de las dislocaciones móviles L y del módulo del vector de Burgers de las dislocaciones (b), a través de la siguiente expresión:

$$\dot{\rho}_m^* = \dot{\epsilon}/(bL) \quad (3.1)$$

en donde L , se determina experimentalmente mediante observaciones de microscopía electrónica de transmisión.

El propósito de este capítulo es el de deducir una relación para $\dot{\rho}_m^*$ a partir del principio de conservación de energía. Se busca: a). Que $\dot{\rho}_m^*$ sea una función de parámetros básicos del material y de condiciones de la prueba tales como la energía total de las dislocaciones móviles por unidad de longitud (\bar{u}), el esfuerzo aplicado σ y la rapidez de deformación del material $\dot{\epsilon}$. b). Analizar con la expresión encontrada datos experimentales tales como los obtenidos por Hausselt y Blum [3] en muestras de Al-11wt%Zn.

3.2. TEORIA.

En esta sección en el marco del principio de conservación de la energía, analizaremos los procesos físicos que en un monocristal ocurren en el plano de deslizamiento de las dislocaciones. Este estudio tendrá por objeto averiguar la fracción de la energía externa que se dedica a crear dislocaciones.

En particular cuando se analiza el deslizamiento de una dislocación, de acuerdo con Kocks et. al. [5] sabemos que el balance energético puede escribirse como:

$$W_{dr} = W_k + W_d \quad (3.2)$$

donde W_{dr} es el trabajo realizado por la fuerza impulsora que actúa sobre la dislocación definida según:

$$f = (\sigma - \sigma_i)b$$

donde σ_i es el promedio de la resistencia al deslizamiento de la dislocación, W_k es la energía cinética de una dislocación con masa por unidad de longitud m y velocidad v :

$$W_k = mv^2/2 \quad (3.3)$$

W_d es la energía disipada:

$$W_d = F_d v \quad (3.4)$$

donde F_d es la fuerza disipativa que actúa sobre la dislocación en movimiento. El significado de F_d y m son discutidas ampliamente por Kocks [5].

Para deducir una relación para ρ_n como función de σ , c , μ , y b , consideraremos que la fuente de energía externa a la muestra emplea una potencia por unidad de volumen P_w para realizar todos los procesos que involucran movimiento de las dislocaciones en su plano de deslizamiento bajo la acción del esfuerzo aplicado. P_w es igual a la potencia por unidad de volumen asociada al trabajo realizado por la fuerza impulsora F_{dr} , mas la potencia por unidad de volumen requerida para generar nuevas dislocaciones P , así:

$$P_w = \sigma \dot{\epsilon} \sin \psi = \alpha \sigma \dot{\epsilon} = F_{dr} + P \quad (3.5)$$

donde para un monocristal ψ es el ángulo que existe entre el plano de deslizamiento y la dirección perpendicular al eje del esfuerzo aplicado.

De la Ecuación (3.2) es inmediato que P_{dr} puede separarse en dos términos P_k y P_d asociados respectivamente a la potencia por unidad de volumen necesaria para acelerar a las nuevas dislocaciones y a la potencia por unidad de volumen disipada durante el deslizamiento, así P_w estaría dado por:

$$P_w = P_v + P_k + P_d.$$

Con las Ecuaciones (3.3) y (3.4), P_k y P_d se pueden escribir como sigue:

$$P_k = \dot{\rho}_n^* \left(\bar{m} \bar{v}^2 / 2 \right) \quad (3.6)$$

$$P_d = \rho_n \bar{F}_d \bar{v} \quad (3.7)$$

donde \bar{v} es la velocidad promedio de las dislocaciones móviles las cuales tienen por densidad (número de centímetros de dislocación por cada centímetro cúbico), ρ_n . \bar{F}_d es el promedio de la fuerza disipativa, $\dot{\rho}_n^*$ es la rapidez de creación de dislocaciones móviles, y \bar{m} es el promedio de la masa por unidad de longitud de dislocaciones el cual toma en cuenta que se crean igual cantidad de dislocaciones de borde y de tornillo. Si la velocidad del sonido en el cristal es v_s , entonces P_v de acuerdo con la teoría de la relatividad es:

$$P_v = \dot{\rho}_n^* (\bar{m} v_s^2) \quad (3.8)$$

Introduciendo las Ecuaciones (3.6) a (3.8) en la Ecuación (3.5) y resolviendo para $\dot{\rho}_n^*$ se encuentra que:

$$\dot{\rho}_n^* \bar{m} v_s^2 [1 + (\bar{v}/v_s)^2] = \alpha \sigma \bar{c} - \rho_n \bar{F}_d \bar{v}.$$

Cuando la velocidad de la dislocación es mucho menor que la del sonido ($\bar{v}/v_s \ll 1$) el último término puede ser despreciado en la ecuación previa y esta queda:

$$\dot{\rho}_n^* = \alpha \sigma \dot{\epsilon} / (\bar{m} v_n^2) \quad (3.9)$$

$$= \alpha \sigma \dot{\epsilon} / \bar{u} \quad (3.10)$$

donde en el último paso hemos utilizado \bar{u} como el valor medio de la energía total de las dislocaciones u , siendo $u = mv_n^2$ de acuerdo con Kocks et al [5].

Para calcular $\dot{\rho}_n^*$ con la Ecuación (3.10) es necesario tener un modelo para \bar{u} , que tome en cuenta la distribución relativa de dislocaciones de borde y de tornillo en el sólido bajo deformación. Si suponemos que las dislocaciones de borde y de tornillo se crean en números iguales, entonces $\bar{u} = (u_b + u_n)/2 = u_n(2-\nu)/[2(1-\nu)]$. Donde u_b y u_n son las autoenergías por unidad de longitud de las dislocaciones de borde y de tornillo respectivamente, y $u_b = u_n/(1-\nu)$ en la aproximación de tensión lineal constante [6]. Siendo ν es la razón de Poisson. La rapidez de creación de dislocaciones, Ecuación (3.9), se transforma en:

$$\dot{\rho}_n^* = 2[(1-\nu)/(2-\nu)]\alpha\sigma\dot{\epsilon}/u_n \quad (3.11)$$

De esta ecuación se puede obtener una estimación del orden de magnitud de $\dot{\rho}_n^*$, tomando $u_n = \mu b^2/2$, $\nu = 1/3$, $\psi = 45$; $K_0 = (4\text{Sen } \psi)[(1-\nu)/(2-\nu)] \approx 1$ y la Ecuación (3.11) queda:

$$\dot{\rho}_n^* \approx \sigma \dot{\epsilon} / (\mu b^2) \quad (3.12)$$

En esta aproximación, la rapidez de creación de dislocaciones móviles es igual a la razón entre la potencia mecánica externa por unidad de volumen aplicada a la muestra y dos veces el valor usual para la autoenergía de las dislocaciones por unidad de longitud.

Para un cálculo más exacto, u_n puede formarse como:

$$u_n = u_{1n} + u_{n1s} \quad (3.13a)$$

donde u_{1a} es la contribución de teoría de elasticidad lineal a la autoenergía de las dislocaciones de tornillo y u_{ni} es la contribución debida al corazón de la dislocación, región para la cual no es válida la teoría lineal. De acuerdo con Dieter [6] u_{ni} varía entre 10% y 20% del valor de u_{1a} , la cual está dada por:

$$u_{1a} = \frac{1}{4\pi} \mu b^2 \ln (X/r_0) \quad (3.13b)$$

donde X es una distancia que caracteriza la interacción lineal más lejana entre dislocaciones y r_0 es un radio efectivo del corazón de las dislocaciones [5].

3.3. RELACIÓN CON OTRAS EXPRESIONES DE LA TERMOFLUENCIA.

Para mostrar la equivalencia entre las Ecuaciones (3.1) y (3.10) o Ecuación (3.11), consideraremos una muestra policristalina deformada a no muy altos esfuerzos y temperaturas altas (menores a 0.85 la temperatura de fusión en °K). Para materiales que exhiban comportamiento típico de metales la estructura de dislocaciones después de cierta deformación consiste de dislocaciones aisladas y celdas de dislocaciones y para estado estacionario empíricamente se ha encontrado una relación entre el esfuerzo aplicado y el diámetro de las celdas D dada por [7-11]:

$$\sigma = K\mu b/D \quad (3.14)$$

donde K es un coeficiente el cual caracteriza la interacción dislocación-dislocación. Cuando la estructura de celdas está presente, las paredes de dislocaciones actúan como sumideros de dislocaciones [3], y por tanto si suponemos por complementariedad que los eventos de generación de dislocaciones ocurren a la mitad del interior de las celdas, tenemos que la distancia de deslizamiento de las dislocaciones L es del orden del tamaño de las celdas:

$$L = D/2 \quad (3.15)$$

Si sustituimos σ según la Ecuación (3.14) en la Ecuación (3.12) con ayuda de la Ecuación (3.15) la expresión para $\dot{\rho}_m^+$ toma la forma:

$$\dot{\rho}_m^+ = 2K \dot{\epsilon} / (bL) \quad (3.16)$$

En este caso particular, la Ecuación (3.1) es similar a la Ecuación (3.16); sin embargo, no hay que perder de vista que las Ecuaciones (3.12) y (3.11) son más generales que la Ecuación (3.1) y pueden ser aplicadas en otras situaciones donde la estructura que exhiben las dislocaciones no presente celdas. También, las Ecuaciones (3.11) y (3.12) puede ser aplicada a policristales si se utiliza $\sin \psi = \alpha$.

Finalmente, podemos mostrar que la Ecuación (3.11) es compatible con la Ecuación de Orowan. Siguiendo el análisis de Schoeck [1], el tiempo promedio θ transcurrido entre la generación de una dislocación en el centro de la celda y el momento en que la dislocación choca con la pared de la celda es $\theta = D/(2v)$. Si $\dot{\rho}_m^+$ y θ son funciones de variación lenta con el tiempo, entonces $\dot{\rho}_m^+ = 2\rho_m^+ v/D$. Si sustituimos $\dot{\rho}_m^+$ en Ecuación (3.11) y reemplazamos σ por la Ecuación (3.14) encontramos:

$$\dot{\epsilon} = \alpha b \rho_m^+ v \quad (3.17)$$

la cual es la Ecuación de Orowan con (α) igual a una constante. Y la condición para que la Ecuación de Orowan se cumpla es que:

$$K = (1.15/4\pi)M^2 [(1-\nu)] \ln(\bar{x}/r_c) \quad (3.17a)$$

donde $M = 1/\alpha$ y \bar{x} es el valor típico de tamaño de celda de dislocaciones.

3.4. COMPARACION CON DATOS EXPERIMENTALES.

Haussett y Blum [3] midieron la dependencia de la rapidez de deformación en estado estacionario $\dot{\epsilon}_s$, con el esfuerzo aplicado en muestras de Al-11%wtZn deformadas en pruebas de termofluencia en tensión. Las muestras fueron templadas bajo esfuerzo aplicado, desde una temperatura de 523°K hasta temperatura ambiente. La aleación es una solución sólida arriba de 470°K. Durante el proceso de templado, se presenta precipitación alrededor de las dislocaciones y con ello se impide su reacomodo posterior. El anclaje de las dislocaciones fue suficiente para impedir cambios en la estructura formada por las dislocaciones durante la preparación y observación de las muestras. Entonces los valores de tamaños de celdas y densidades de dislocaciones en el interior de las celdas reportados por estos autores son representativos de valores de estado estacionario.

Los valores experimentales se presentan en la Tabla I. En este experimento, las dislocaciones presentes en el interior de las celdas son dislocaciones móviles ancladas durante el proceso de templado. Su densidad ρ_1 es entonces igual a ρ_s . Si $\dot{\rho}_1^- = \dot{\rho}_s^-$ es la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles, entonces para estado estacionario con la Ecuación (2.11a) tenemos:

$$\dot{\rho}_s^+ = \dot{\rho}_s^- = \dot{\rho}_1^-.$$

Para comparar los valores teóricos con los resultados experimentales (Tabla I) se calcularon los valores de $\dot{\rho}_s^+$ de la Ecuación (3.11). u_s está dada por las Ecuaciones (3.13a) y (3.13b) con $\bar{x} = L$, $r_0 = 5b$ y $u_{n0} = 0.15 u_s$. Los valores de los parámetros utilizados en los cálculos se presentan en la Tabla I. Para considerar la influencia del efecto de las impurezas de Zn en el módulo de corte del material se utilizó un modelo elástico [12]. Los resultados de los valores calculados para ρ_s se muestran en la Tabla I. El valor del cociente entre los cálculos teóricos y los resultados experimentales es de 0.99 y por tanto los resultados aportados por la Ecuación (3.11) guardan un buen acuerdo con los resultados experimentales.

Más aún, si tomamos $\bar{x} \approx 10^{-3}$ cm y utilizamos los datos de la Tabla I encontramos que el valor de K según la Ecuación (3.17) es igual a 18.2, que es un valor muy cercano al experimental ($K_{exp} = 21$), este acuerdo apoya la compatibilidad de la Ecuación (3.11) con la Ecuación de Orowan.

3.5. CONCLUSIONES.

i) Se dedujo una expresión para la rapidez de creación de dislocaciones que a diferencia de otras previamente reportadas, para su aplicación no requiere de inspecciones microscópicas sobre la muestra a estudiar. La expresión encontrada se obtuvo considerando que se cumple el principio de conservación de energía, que la potencia disipada por el deslizamiento de dislocaciones móviles es despreciable frente a la potencia externa que realiza trabajo en el plano de deslizamiento (para $v/v_p \ll 1$) y despreciando la energía de interacción entre dislocaciones frente a la autoenergía de las mismas.

ii) La expresión aquí deducida, (la cual no tiene ningún parámetro libre de ajuste) describe muy bien los datos experimentales en Al-11%wtZn y también los datos de Cu-16at%Al (Véase Capítulo 9).

T A B L A I

σ (MPa)	29.1 ± 0.3	21.7 ± 0.2	16.8 ± 0.1
$\dot{\epsilon}_{exp}^+$ (s^{-1})	$(1.6 \pm 0.2)10^{-3}$	$(1.3 \pm 0.1)10^{-4}$	$(2.3 \pm 0.2)10^{-5}$
$\dot{\rho}_{exp}^-$ (cm^{-2})	$(7.5 \pm 3)10^8$	$(4.5 \pm 1.9)10^7$	$(5.5 \pm 2.3)10^6$
L/b	$(1.6 \pm 0.17)10^4$	$(2.8 \pm 0.28)10^4$	$(3.81 \pm 0.38)10^4$
$\dot{\rho}_m^+$ (cm^{-2})	$7.58 * 10^8$	$4.28 * 10^7$	$5.66*10^6$

TABLA I Resultados experimentales de [3] y resultados teóricos de Ecuación (3.11). $\dot{\rho}_m^+$ fue calculada utilizando $\alpha = \frac{1}{3}$, $\mu = 2.74 * 10^{10}$ MPa y $b = 2.85 * 10^{-10}$ m.

3.6. REFERENCIAS.

1. G. Schoeck, Disc. Faraday Soc. 38 (1964) 274.
2. W. Blum, Phys. Stat. Sol. (b) 45 (1971) 561.
3. J. Hausselt y W. Blum, Acta Met. 24 (1976) 1027.
4. P.B. Hirsch, The Physics of Metals, Vol. 2, Defects. Edited by P.B.Hirsch (Cambridge University Press) (1975). p.217.
5. U. F. Kocks, A.S. Argon y M.F. Ashby, Prog. Mater. Sci, Vol 19 (1975) p.69.
6. George E. Dieter. Mechanical Metallurgy. (Third Edition) M^cGraw-Hill Co., (1986).
7. A. W. Thompson, Metall. Trans. A, 8 (1977) 833.
8. J. V. Fernández and J. H. Schmitt. Phil Mag. A, 48 (1983) 841.
9. J. Gil Sevillano, P. Van Houtte and E. Aerndout, Prog. Mater. Sci. 25 (1981) p. 222.
10. S. V. Raj y G. M. Phar Mat. Sci. Eng. 81 (1986) 217.
11. S. Takeuchi y A.S. Argon, J. Mater. Sci 11 (1976) 1542.
12. Y Quéré, Défauts ponctuels dans les Métaux, Eds. Masson et. Cie, Paris (1967) p.28.

C A P I T U L O 4

ALGUNAS IMPLICACIONES DE LA SEGUNDA LEY DE NEWTON SOBRE TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES

4.1. INTRODUCCION.

Usualmente en la termofluencia en estado estacionario se desprecia la aceleración de las dislocaciones, sin embargo, para las etapas transitorias de la deformación plástica, esta situación cambia de manera radical. Se sabe que para estas etapas la aceleración de las dislocaciones es importante en los casos donde el esfuerzo aplicado, σ , o el promedio del esfuerzo interno $\langle\sigma_i\rangle$, cambian con el tiempo.

Durante la deformación plástica tales cambios en los esfuerzos pueden ocurrir de una manera abrupta o de un modo continuo. Para el primer caso tenemos situaciones tales como un cambio abrupto en el esfuerzo aplicado durante una prueba de termofluencia [1], o pruebas de fricción interna de materiales [2-4], y anomalías en el esfuerzo de cedencia de materiales superconductores cerca de la temperatura de transición [5-8].

El segundo caso se presenta comúnmente durante la deformación transitoria que aparece durante la termofluencia primaria. Las características cualitativas de la rapidez de deformación, $\langle\dot{c}\rangle$, han sido explicadas tomando en cuenta la aceleración de las dislocaciones para el caso de ciertos transitorios de la termofluencia [9-11]. Esencialmente Gasca-Neri, Ahlquist y Nix [10] por un lado y por otro Mejía y Mendoza [11] siguen un enfoque desarrollado originalmente por Fuchs e Ilshner [9], quienes llevaron a cabo una derivación respecto del tiempo de la Ecuación de Orowan ec (3.17) obteniendo una expresión matemática para $d\langle\dot{c}\rangle/dt$. Es decir partiendo de la Ecuación de Orowan:

$$\langle\dot{c}\rangle = ab\rho_m \langle v \rangle \quad (4.1)$$

(ecuación que hemos expresado en función de los valores promedio de \dot{c} y v). La Ecuación de Fuchs e Ilshner se escribe:

$$\frac{d\langle\dot{\epsilon}\rangle}{dt} = ab \left(\langle v \rangle \frac{d\rho_m}{dt} + \rho_m \frac{d\langle v \rangle}{dt} \right), \quad (4.2)$$

donde a es el factor geométrico que relaciona (para muestras policristalinas) la deformación en tensión con la deformación de corte, b es la magnitud del vector de Burgers, ρ_m es la densidad de dislocaciones móviles, y $\langle v \rangle$ es la velocidad de deslizamiento promedio de las dislocaciones móviles.

Las Ecuaciones (4.1) y (4.2) son fundamentales dentro de la termofluencia por dislocaciones, por ello nuestro interés es el describir brevemente el método original utilizado para obtenerlas, también nos interesa establecer su significado original.

La obtención de la Ecuación de Orowan se basa en las propiedades topológicas que poseen las dislocaciones de borde [12], esta ecuación da la rapidez de deformación del material cuando éste se deforma plásticamente. Por otro lado, la Ecuación de Fuchs e Ilschner, se obtiene a través de una manipulación matemática de la Ecuación de Orowan (su derivada temporal), por lo tanto, dicha ecuación da la rapidez de cambio de la rapidez de deformación.

Desde nuestro punto de vista se pueden dar otras interpretaciones de las ecuaciones fundamentales de la deformación plástica, y una de ellas se puede encontrar a partir de un enfoque estadístico para la descripción de la aceleración de las dislocaciones móviles.

En este capítulo mostraremos que la Ecuación de Fuchs e Ilschner es la descripción dinámica apropiada para el movimiento del centro de masa del sistema de dislocaciones móviles empleando para esto la segunda Ley de Newton expresada en términos volumétricos, es decir, la Ecuación de Orowan puede interpretarse en función de la densidad volumétrica de momento lineal de las dislocaciones móviles. También veremos que una explicación teórica de la estabilidad de los estados estacionarios ante fluctuaciones sólo es posible tomando en cuenta la aceleración de las dislocaciones.

4.2. LA SEGUNDA LEY DE NEWTON Y LA ECUACION DE MOVIMIENTO PARA EL SISTEMA DE DISLOCACIONES MOVILES.

Sabemos que las dislocaciones unidimensionales son solitones [13, 14]. El primer análisis en ese esquema fue desarrollado en 1939 por Frenkel y Kontorova [15]. El comportamiento dinámico del centro de masa de un sistema de solitones obedece a la segunda Ley de Newton [16]. Entonces, el movimiento de un "gas" formado por dislocaciones uni-dimensionales puede ser descrito en función de las propiedades dinámicas de su centro de masa. Las ideas previas sugieren que, en general, el sistema de dislocaciones móviles de un cristal real sujeto a deformación obedece también a la segunda Ley de Newton. Para probar esta hipótesis nuestro análisis parte de la ecuación de movimiento por unidad de longitud para una dislocación de borde. Más aún, desarrollaremos algunos elementos de la mecánica estadística de dislocaciones móviles.

Para precisar las ideas físicas, consideraremos que la deformación plástica provocada por el deslizamiento de las dislocaciones ocurre en un material con sólo un sistema activo de deslizamiento. La ecuación de movimiento por unidad de longitud de una dislocación de borde [17, 18] es:

$$m \frac{dv}{dt} = (\tau - \tau_{11})b - F_d \quad (4.3)$$

donde m es la masa por unidad de longitud de dislocación (considerada constante para velocidades mucho menores que la de las ondas transversales de sonido en el material), v es la velocidad de deslizamiento, τ es el esfuerzo de corte aplicado en el plano de deslizamiento, y τ_{11} es el esfuerzo de corte local (interno) el cual se opone a τ . F_d es una fuerza disipativa debida al deslizamiento, la cual es llamada fuerza de arrastre por unidad de longitud [1]. Para nuestro propósito es suficiente saber que en general F_d tiene valor cero, sólo cuando una dislocación no tiene movimientos de deslizamiento o de vibración

(una excepción a esto ha sido analizada por Flytzanis et al [19] para el caso de movimiento tipo solitón para dislocaciones en una red a 0 grados Kelvin).

En un sólido que se deforma plásticamente, existen inhomogeneidades locales en la densidad de dislocaciones móviles, las cuales se deslizan a diferentes velocidades dependiendo de la configuración de dislocaciones que encuentren ellas localmente. Li [21], tomando en cuenta ésta información desarrolló un modelo el cual describe ciertos aspectos de la deformación plástica a través de la utilización de una función de distribución de radios de curvatura para las dislocaciones.

Nosotros generalizamos el esquema de Li al definir una función de distribución $N(\vec{r}, v)$ para el número de unidades de longitud de dislocaciones móviles que tienen posiciones entre \vec{r} y $\vec{r} + d\vec{r}$ y velocidades entre v y $v + dv$. Entonces la densidad de dislocaciones móviles, ρ_n , y el valor promedio de cualquier función $\langle \phi \rangle$ del sistema pueden definirse respectivamente como sigue:

$$\rho_n = \iint N(\vec{r}, v) d^3\vec{r} dv \quad (4.4)$$

$$\langle \phi \rangle = \frac{\iint N(\vec{r}, v) \phi d^3\vec{r} dv}{\iint N(\vec{r}, v) d^3\vec{r} dv} \quad (4.5)$$

Ahora, con estos elementos teóricos procederemos al análisis del comportamiento dinámico del sistema de dislocaciones móviles. Esto puede llevarse a cabo realizando una suma de dos fuerzas volumétricas, una la fuerza volumétrica que actúa sobre las dislocaciones móviles cuando su densidad es constante y la otra, la fuerza volumétrica necesaria para incorporar o desincorporar dislocaciones al proceso de deslizamiento.

Durante una prueba de termofluencia en general ρ_m no es constante. Sin embargo, podemos escoger un intervalo de δt lo suficientemente pequeño para que los eventos de creación o aniquilación de dislocaciones sean despreciables y ρ_m permanezca constante. Si para ese δt suponemos que todas las dislocaciones móviles se deslizan con una velocidad promedio, $\langle v \rangle$, entonces la fuerza volumétrica que actúa sobre ρ_m está dada por ρ_m multiplicada por el promedio de la Ecuación (4.3) (usando la Ecuación (4.5)). Así tenemos:

$$m\rho_m \frac{d\langle v \rangle}{dt} = \rho_m [(\tau - \langle \tau_{11} \rangle)b - \langle F_d \rangle] \quad (4.6)$$

donde se utilizó el principio de superposición de fuerzas [22], es claro que este principio es válido en la teoría de elasticidad lineal [23].

Si consideramos un intervalo dt mayor que $\delta t'$ entonces el valor de ρ_m no es una constante. Durante este intervalo ρ_m puede cambiar debido a un incremento o un decremento en la cantidad de dislocaciones móviles. El incremento de ρ_m se denota por $d\rho_m^+$ y se debe a la generación de nuevas dislocaciones y, a la liberación de dislocaciones previamente inmovilizadas. El decremento en ρ_m se denota por $d\rho_m^-$ y se debe a la inmovilización de dislocaciones que previamente eran móviles.

La fuerza por unidad de longitud que se necesita para acelerar una dislocación recién generada (o una recién liberada) es $m\dot{v}/dt$ y estaría dada por la Ecuación (4.3). Supongamos que todas estas dislocaciones parten del reposo y alcanzan la velocidad promedio de deslizamiento, $\langle v \rangle$, en una fracción infinitesimal de dt , entonces utilizando el principio de superposición de fuerzas, la fuerza volumétrica que actúa sobre $d\rho_m^+$ es $m\langle v \rangle \frac{d\rho_m^+}{dt}$. De manera similar se puede realizar un análisis para el caso de $d\rho_m^-$. Este análisis nos proporciona la densidad volumétrica de fuerza que actúa sobre una fracción de dislocaciones móviles para producir su

inmovilización. Esta fuerza volumétrica es igual a $-m\langle v \rangle \frac{d\rho_m^-}{dt}$. Entonces la fuerza volumétrica total que actúa sobre el sistema de dislocaciones móviles debido al cambio neto de su densidad es:

$$m \langle v \rangle \left(\frac{d\rho_m^+}{dt} - \frac{d\rho_m^-}{dt} \right) = m \langle v \rangle \frac{d\rho_m}{dt} \quad (4.7)$$

donde hemos utilizado la Ecuación (2.5a). Con las Ecuaciones (4.6) y (4.7), la fuerza total por unidad de volumen que actúa sobre el sistema de dislocaciones móviles, $\langle f \rangle$ se escribe como sigue:

$$\langle f \rangle = m\rho_m \frac{d\langle v \rangle}{dt} + m\langle v \rangle \frac{d\rho_m}{dt} = \frac{d}{dt} (m\rho_m \langle v \rangle) = \frac{d}{dt} \langle p \rangle \quad (4.8)$$

En otras palabras, utilizando la Ecuación de Orowan Ecuación (3.17), $\langle f \rangle$ queda:

$$\langle f \rangle = \frac{m}{ab} \frac{d}{dt} \langle \dot{\epsilon} \rangle \quad (4.8a)$$

En este marco, las Ecuaciones de Orowan y la de Fuchs e Ilschner exhiben una interpretación adicional a la descrita en la sección 1 de este capítulo. El significado físico de la Ecuación de Fuchs e Ilschner es el que sigue: como $\frac{d\langle \dot{\epsilon} \rangle}{dt}$ es proporcional a $\langle f \rangle$, entonces esta ecuación se relaciona con la fuerza neta por unidad de volumen que describe el comportamiento dinámico del centro de masa del sistema de dislocaciones móviles. Y un elemento fundamental para esta interpretación es que la densidad volumétrica de momento lineal el cual aparece en la segunda Ley de Newton, esté relacionada con la rapidez de deformación según viene dada por la Ecuación de Orowan.

En la siguiente sección, mostraremos que una condición para la estabilidad de los estados estacionarios ante fluctuaciones

estaría dada por la Ecuación de Fuchs e Ilschner. También mostraremos que la aceleración de las dislocaciones móviles juegan un papel fundamental durante el estado estacionario de la termofluencia, lo cual es contrario a consideraciones teóricas previas a las ideas desarrolladas en este capítulo.

4.3. FLUCTUACIONES, ACELERACION DE DISLOCACIONES Y ESTABILIDAD DE LOS ESTADOS ESTACIONARIOS.

Normalmente, en los laboratorios las pruebas de termofluencia se llevan a cabo sobre muestras recocidas a las cuales se les aplica un esfuerzo constante, σ , cuando están a una temperatura, T, constante en donde T es mayor o igual a la mitad de la temperatura de fusión del material en grados Kelvin. Durante una prueba de termofluencia los valores de σ y T fluctúan alrededor de los valores escogidos, debido a características intrínsecas propias de todo sistema experimental. Estos cambios en σ y T ocurren también durante los estados estacionarios e inducen cambios microestructurales en la muestra bajo deformación plástica, de manera tal que es un hecho comúnmente observado la estabilidad de los estados estacionarios ante fluctuaciones. Sólo recientemente se ha podido conseguir una demostración teórica de este hecho (véase [24] o Capítulo 2).

De acuerdo con el Capítulo 2, para estado estacionario el modelo de Montemayor-Aldredete et al., nos aporta una ecuación de continuidad para cada componente S_i del vector de estructura de defectos s:

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} + \sum_{j \neq i}^n \frac{\partial S_j}{\partial S_i} \frac{dS_j}{dt} = 0 \quad (4.9)$$

donde $j \neq i$; y $\vec{s} = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ donde por ejemplo: $S_1 = \rho_n$, $S_2 = \rho_r$ (densidad total de dislocaciones), $S_3 = R$ (tamaño de celda

de dislocaciones, etc). Además toda función ϕ con dependencia de \vec{s} obedece la siguiente ecuación:

$$\frac{d\phi}{dt} = \sum_j^n \frac{\partial\phi}{\partial s_j} \frac{ds_j}{dt} = 0 \quad (4.10)$$

A continuación utilizaremos este par de resultados en una primera aproximación del vector estructura de defectos, considerando que las componentes relevantes de \vec{s} son sólo ρ_m y ρ_r de tal forma que $\vec{s} \hat{=} (\rho_m, \rho_r)$. Si seguimos el análisis de Bird, Mukherjee y Dorn [26], tenemos que el valor promedio de la componente de corte del esfuerzo interno, $\langle\tau_i\rangle$ es proporcional a $(\rho_r)^{1/2}$. Del análisis de Ahlquist, Gasca-Neri y Nix [27], la velocidad promedio de deslizamiento de las dislocaciones móviles es proporcional a $(\sigma - \langle\tau_i\rangle)^n$. Así que $\vec{s} = (\rho_m, \rho_r)$ puede ser transformado en otro espacio dado por $\vec{s} = (\rho_m, \langle v \rangle)$. Y utilizando las Ecuaciones (4.9), se puede obtener el siguiente conjunto de condiciones para la estabilidad ante fluctuaciones de los valores de estado estacionario de las componentes \vec{s} del vector de defectos \vec{s} :

$$\frac{d\rho_m}{dt} = \frac{\partial\rho_m}{\partial t} + \frac{\partial\rho_m}{\partial\langle v \rangle} \frac{d\langle v \rangle}{dt} = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{d\langle v \rangle}{dt} = \frac{\partial\langle v \rangle}{\partial t} + \frac{\partial\langle v \rangle}{\partial\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} = 0$$

Si ahora escogemos $\phi = \langle \dot{e} \rangle = \alpha b \rho_m \langle v \rangle$, (Ecuación 4.1), con la Ecuación (4.10) obtenemos la condición de estabilidad para la rapidez de deformación durante estado estacionario:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \dot{e} \rangle}{dt} &= \frac{\partial\langle \dot{e} \rangle}{\partial\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} + \frac{\partial\langle \dot{e} \rangle}{\partial\langle v \rangle} \frac{d\langle v \rangle}{dt} \\ &= \alpha b \left(\langle v \rangle \frac{d\rho_m}{dt} + \rho_m \frac{d\langle v \rangle}{dt} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

la cual es la Ecuación de Fuchs e Ilschner, Ecuación (4.2).

El conjunto de Ecuaciones (4.11) y (4.12) aseguran que los estados estacionarios en termofluencia por dislocaciones es estable ante fluctuaciones. Las ecuaciones para las componentes de $\vec{\rho}$, Ecuaciones (4.11) pueden ser interpretadas como sigue: cuando en un punto dado de la muestra el valor de estado estacionario para ρ_n cambia, ello induce un flujo en la otra componente de $\vec{\rho}$ (esto es en $\langle v \rangle$) el cual tiende a nulificar la variación inicial en ρ_n respecto a su valor de estado estacionario. Entonces se puede concluir que el valor de estado estacionario para cada componente S_i es el resultado de un equilibrio dinámico que resulta de una tendencia a construir una estructura de defectos y una tendencia opuesta que tiende a destruir la estructura de defectos, tal y como se espera a partir de la termodinámica de procesos irreversibles [28].

4.4. CONCLUSIONES.

El análisis de las secciones anteriores nos permite llegar a las siguientes conclusiones:

i) La segunda Ley de Newton expresada en forma volumétrica permite dar la descripción dinámica del centro de masa del sistema de dislocaciones móviles de un sólido que se deforma plásticamente. Este análisis, y un enfoque mecánico estadístico, proporciona una interpretación más intuitiva que la tradicional acerca del significado físico de las Ecuaciones de Orowan y de Fuchs e Ilshner.

ii) La aceleración de las dislocaciones móviles es la responsable de la estabilidad de los estados estacionarios ante fluctuaciones.

Las conclusiones anteriores nos permiten sugerir que la aplicación de este tipo de enfoques a situaciones transitorias de la deformación deben aportar mayor información acerca de los mecanismos microscópicos de la plasticidad de los materiales.

4.5. REFERENCIAS.

1. U. F. Kocks, A. S. Argon y M. F. Ashby. Thermodynamics and Kinetics of Slip, Pergamon Press, Ltd. (1975).
2. A. Granato y K. Lücke. J. Appl. Phys. 27 (1956) 583.
3. A. Granato y K. Lücke. J. Appl. Phys 27 (1956) 789.
4. K. Lücke y A. Granato. Phys. Rev. B 24 (1981) 6991.
5. A. V. Granato. Phys. Rev. Lett, 27 (1971) 660.
6. A. V. Granato. Phys. Rev. B4 (1971) 2196.
7. R. B. Schuarz, R. D. Isaac y A. V. Granato. Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 554.
8. A. V. Granato. Scripta Met. 18 (1984) 663.
9. A. Fuchs y B. Ilshner. Acta Met. 17 (1969) 701.
10. R. Gasca-Neri. C. N. Ahlquist and W. D. Nix, Acta Met. 18 (1970) 655.
11. M. Mejía y A. Mendoza. Scripta Met. 11 (1977) 411.
12. E. Orowan. Z. Phys. 89 (1934) 634.
13. K. Berner y H. Alexander. Acta Met. 15 (1967) 933.
14. J. Weertman. Met. Transac. A16A (1985) 2231.
15. J. Friedel. Dislocations in Solids, F.R.N. Nabarro, Ed., Vol. 1, p.1. North-Holland Pub. Co. (1979).
16. J. Frenkel y I. Kontorova. Journ. Phys. U.S.S.R. 1 (1939) 137.
17. A. R. Bishop, J. A. Karmhansl y S. E. Trullinger. Physica 1D (1980) 1.
18. A. H. Cottrell. Dislocations and Plastic Flow in Crystals, Oxford University Press, London (1953).
19. J. Weertman. J. Appl. Phys. 28 (1957) 1185.
20. N. Flytzanis, S. Crowley y V. Celli. Phys. Rev. Let. 39 (1977) 891.
21. J. C. M. Li. Strength and Plasticity, Physics of, A.S. Argon, Ed. Cambridge Mass, U.S.A., M.I.T. (1959) p. 245.

22. A. Sommerfeld. Lectures on Theoretical Physics, Vol. 1 (Mechanics) Academic Press (1964).
23. J. P. Hirth and J. Lothe. Theory of Dislocations. Mc Graw-Hill Co. (1968).
24. J. A. Montemayor-Aldrete and R. Gómez-Ramírez. Scripta Met. 20 (1986) 1007.
25. M. Mejía, R. Gómez-Ramírez y M. Martínez. Scripta Met. 10 (1976) 589.
26. J. E. Bird, A. K. Mukherjee y J. E. Dorn. Proc. Int. Conf. on Quantitative Relation Between Properties and Microstructure, Haifa (1969) 255.
27. C. N. Ahlquist, R. Gasca-Neri y W. D. Nix. Acta Met. 18 (1970) 663.
28. P. Glandsdorf y I. Prigogine. Thermodynamics Theory of Structure, Stability and Fluctuations. Wile-Interscience (1971).

CAPITULO 5
TRANSITORIOS EN TERMOFLUENCIA SIGMOIDAL Y
LA SEGUNDA LEY DE NEWTON.

5.1. INTRODUCCION.

Usualmente la aceleración de las dislocaciones se toma en cuenta para el análisis teórico de la deformación plástica durante la etapa transitoria de la termofluencia. De hecho se conocen muchos modelos microscópicos y fenomenológicos que consideran la aceleración de las dislocaciones para explicar algunos aspectos de la deformación plástica [1-16]. Uno de estos modelos se basa en el desarrollo de ciertos elementos de la Mecánica Estadística de Dislocaciones Móviles [16] véase Capítulo (4) y dá lugar a la Ecuación de Fuchs e Ilshner Ecuación (4.2). Esto se obtiene considerando que la densidad volumétrica de momento lineal del sistema de dislocaciones móviles está relacionado con la rapidez de deformación dada por la Ecuación de Orowan [17] (Ecuación (4.1)).

Desde nuestro punto de vista, este enfoque mecánico estadístico proporciona una visión física más intuitiva del significado de las Ecuaciones de Orowan y de Fuchs e Ilshner que los enfoques tradicionales, lo cual en principio permitirá una solución sencilla a situaciones físicas difícilmente abordables con los modelos previos.

Nuestro principal objetivo en este capítulo es el de aplicar el marco teórico antes descrito para realizar el análisis de algunas situaciones transitorias de la termofluencia por dislocaciones.

Aquí nos restringiremos al estudio del punto de inflexión de curvas sigmoidales tanto para termofluencia viscosa como para termofluencia de Ley de Potencias. Los resultados teóricos serán utilizados para analizar algunos datos en Ge[7] y Cu-16at%Al [18].

5.2. TEORIA.

En esta sección, desarrollaremos un modelo para el estudio del comportamiento dinámico del sistema de dislocaciones móviles en el

punto de inflexión de curvas sigmoidales de termofluencia (véase Figura (1.1)). Nuestro modelo considera que en la etapa inicial del transitorio primario de la deformación, la única diferencia entre la deformación viscosa y termofluencia de Ley de Potencias, se debe a la diferente dependencia que en ambos casos exhibe la velocidad promedio de las dislocaciones móviles con el promedio del esfuerzo efectivo, $\langle \sigma_e \rangle$. Aquí $\langle \sigma_e \rangle$ se define como:

$$\langle \sigma_e \rangle = \sigma - \langle \sigma_i \rangle \quad (5.1)$$

con σ como el esfuerzo aplicado y $\langle \sigma_i \rangle$ como el esfuerzo interno promedio, y tomamos de [19] la siguiente relación entre $\langle \sigma_i \rangle$ y ρ_m :

$$\langle \sigma_i \rangle = \alpha \mu b \sqrt{\rho_m} \quad (5.2)$$

donde μ es el módulo de corte del material.

Como mencionamos en el Capítulo 4, normalmente las pruebas de termofluencia se efectúan en muestras recocidas; entonces podemos suponer que durante los primeros minutos de la prueba, los eventos de aniquilación son despreciables frente a los de creación de dislocaciones. Si consideramos que todas las dislocaciones son móviles, el cambio en ρ se debe a la creación de dislocaciones móviles. Aquí vale la pena recordar que de acuerdo con Montemayor-Aldrete y et. al. [20] la rapidez de creación de dislocaciones móviles está dada por la Ecuación (3.10).

Por otro lado, como mencionamos en el Capítulo 4, las dislocaciones móviles deslizan con una velocidad promedio $\langle v \rangle$. En su trabajo clásico de 1959, Johnston y Gilman [3] reportaron la medición de velocidades de dislocaciones aisladas en LiF en la región de microplasticidad como una función del esfuerzo aplicado, y sugirieron una relación entre v y σ^n . En 1969, Li[6] utilizó una generalización de tal relación empírica para tomar en cuenta la existencia de un esfuerzo interno promedio $\langle \sigma_i \rangle$ en las muestras deformadas plásticamente. Generalizando a Li, tenemos que $\langle v \rangle$ puede expresarse como:

$$\langle v \rangle = \alpha B_n \langle \sigma_0 \rangle^{n-2} \quad (5.3)$$

donde $\langle \sigma_0 \rangle$ está definido según la Ecuación (5.1), n es el exponente del esfuerzo el cual toma un valor de 3 para termofluencia viscosa, o un valor de 5 para termofluencia de Ley de Potencias. Y además B_3 y B_5 son respectivamente las movibilidades en deslizamiento de las dislocaciones para las termofluencias viscosa y de Ley de Potencias.

Las consideraciones previas y el uso de las Ecuaciones (3.10), (4.2), (5.2) Y (5.3) nos conducen a la siguiente expresión para $\frac{d\langle \dot{\epsilon} \rangle}{dt}$:

$$\frac{d\langle \dot{\epsilon} \rangle}{dt} = \alpha^2 b B_n \rho_m^{\dot{\epsilon}} \langle \sigma_0 \rangle^{n-3} \left[\sigma - \left(\frac{n}{2} \right) \langle \sigma_1 \rangle \right] \quad (5.4)$$

donde utilizamos que durante la etapa de la deformación en que no hay aniquilación la Ecuación (2.12) expresada para ρ_m nos permite afirmar que $\frac{d\rho_m}{dt}$ en esta etapa es aproximadamente igual a $\rho_m^{\dot{\epsilon}}$.

De acuerdo con nuestro enfoque, con el uso de las Ecuaciones (4.8a), la fuerza volumétrica que actúa sobre el sistema de dislocaciones móviles, $\langle f \rangle$, estaría dada por $\langle f \rangle = \frac{m}{ab} \frac{d\langle \dot{\epsilon} \rangle}{dt}$. Por tanto el sustituir la Ecuación (5.4) en esta ecuación nos permite explicar y describir diferentes tipos de etapas de transitorio primario (véase Figura (1.1)), en función del valor inicial de $\langle f \rangle$ para una muestra específica. En otras palabras, diferentes tipos de transitorios aparecerán dependiendo del signo que tome el término $\left[\sigma - \frac{n}{2} (\alpha \mu b \sqrt{\rho_m}) \right]$.

A continuación analizaremos la parte transitoria de una curva sigmoideal de termofluencia en función de los signos y cambios cualitativos en la fuerza $\langle f \rangle$ que actúa sobre el sistema de dislocaciones móviles.

Como puede verse en la Figura (1.1), un transitorio sigmoidal en una curva de termofluencia está compuesto de un transitorio invertido seguido por un transitorio normal, con estas dos curvas ligadas por el punto de inflexión.

En nuestro esquema, la curva sigmoidal empieza con un transitorio invertido caracterizado por una fuerza volumétrica mayor que cero ($\langle f \rangle > 0$). En esta etapa de la deformación $\langle f \rangle$ va decreciendo en magnitud con el tiempo debido al incremento de ρ_m , y consecuentemente el momento lineal por unidad de volumen de las dislocaciones móviles incrementa su magnitud (i.e. $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ incrementa su valor) con el tiempo, pero con una rapidez decreciente.

Eventualmente se alcanza un valor cero para $\langle f \rangle$. Esto ocurre debido a que con la deformación el valor de ρ_m crece y para un tiempo dado el término $\left[\sigma - \frac{\eta}{2} (\alpha \mu b \sqrt{\rho_m}) \right]$ toma momentáneamente un valor cero, antes de que ocurra el cambio de signo en este término. En este preciso momento hemos llegado al punto de inflexión de la curva el cual se caracteriza entre otras cosas por un valor máximo de la rapidez de deformación.

Una vez que con el avance de la deformación se pasa el punto de inflexión, el valor de $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ necesariamente disminuye debido a que ahora $\langle f \rangle$ tiene signo negativo, y además con el transcurso del tiempo su magnitud tiende a crecer. En otras palabras, en esta tercera etapa de la curva sigmoidal el valor del momento lineal por unidad de volumen de las dislocaciones móviles $p = m \rho_m \langle v \rangle$ disminuye continuamente con el tiempo debido a que $\langle f \rangle$ es menor que cero durante el transitorio normal de termofluencia.

Como se mencionó previamente, en el punto de inflexión $\langle f \rangle = 0$, y $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ tiene un valor máximo. Físicamente, en este punto la fuerza neta que actúa sobre el sistema de dislocaciones móviles es cero, y entonces podemos esperar que los parámetros dinámicos del sistema sean constantes dinámicas, siempre que el esfuerzo aplicado y la temperatura sean constantes durante la prueba de termofluencia. Por lo tanto basados en el análisis físico ya

desarrollado será muy interesante encontrar estas constantes dinámicas del sistema. Con este objetivo en mente, la única posibilidad de obtener $\left(\frac{d}{dt} \langle \dot{c} \rangle\right)_{i.p.} = 0$ para el punto de inflexión de acuerdo con las Ecuaciones (3.10) y (5.3) es:

$$\langle \sigma_i \rangle_{i.p.} = \frac{2\sigma}{n} \quad (5.5)$$

donde el subíndice, i.p., indica punto de inflexión.

Además con las Ecuaciones (5.2) y (5.5) es inmediato mostrar que:

$$\langle \rho_n \rangle_{i.p.} = \left(\frac{2\sigma}{n\alpha\mu b} \right)^2 \quad (5.6)$$

y con la ayuda de las Ecuaciones (4.1), (5.2), (5.5) y (5.6) se puede obtener la expresión para $\langle \dot{c} \rangle$ en este punto:

$$\langle \dot{c} \rangle_{i.p.} = \left(1 - \frac{2}{n} \right) \left(\frac{2}{n\mu b^{1/2}} \right)^2 B_n \sigma^n \quad (5.7)$$

El valor de la deformación plástica total de la muestra en el punto de inflexión $(\epsilon_p)_{i.p.} - \epsilon_0 = (\Delta \epsilon_p)_{i.p.}$, con ϵ_0 como la deformación al inicio de la prueba (tiempo inicial = t_0), puede ser calculado considerando que el valor para $(\rho_n)_{i.p.}$ es igual a la densidad de dislocaciones al tiempo t_0 , $\rho_n(t_0)$, más la que resulta de todas las dislocaciones creadas entre t_0 y el tiempo del punto de inflexión, la cual denotaremos por $\Delta \rho_n$, (i.e. $\Delta \rho_n = (\rho_n)_{i.p.} - \rho_n(t_0)$). Cabe resaltar que igual que antes hemos supuesto que en esta etapa de la deformación no ocurren eventos de aniquilación de dislocaciones, así de las Ecuaciones (3.10) y (5.6) se sigue que:

$$(\Delta \epsilon_p)_{i.p.} = \frac{\bar{u}}{\alpha \sigma} \left[\left(\frac{2\sigma}{n\alpha\mu b} \right)^2 - \rho_n(t_0) \right]$$

y si $\rho_n(t_0) \ll \left(\frac{2\sigma}{n\alpha\mu b} \right)^2$, entonces $(\Delta \epsilon_p)_{i.p.}$ puede evaluarse aproximadamente por medio de:

$$(\Delta c_p)_{i.p.} = \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{2}{n} \right)^2 \left(\frac{\bar{u}}{\mu b^2} \right) \left(\frac{\sigma}{\mu} \right) \quad (5.8)$$

Las Ecuaciones (5.5), (5.6), (5.7) y (5.8) son los principales resultados de esta sección, y se emplearán para comparar con los resultados experimentales.

5.3. COMPARACION CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.

En esta sección compararemos los resultados teóricos con los datos experimentales para Germanio reportados por Berner y Alexander [7], y también con los datos experimentales de Cu-16at%Al debidos a Hasegawa, Ikeuchi y Karashima [18].

Para el caso de Germanio, el cual sigue una termofluencia viscosa, se tiene $n=3$. Utilizando este valor en las Ecuaciones (5.5) y (5.6) obtenemos los valores de ρ_n y $\langle \sigma_1 \rangle$ para el punto de inflexión, los valores calculados se presentan en la Tabla I. El acuerdo encontrado entre teoría y datos experimentales es muy bueno.

Para la aleación Cu-16at%Al, que obedece la termofluencia de Ley de Potencias, el exponente n vale 5. En este caso los valores de $\langle \sigma_1 \rangle / \sigma$ calculados para el punto de inflexión se muestran en la Tabla I. También aquí el acuerdo entre teoría y datos experimentales es satisfactorio. El valor teórico para ρ_n en el punto de inflexión fue ajustado al valor experimental para determinar el valor de α para esta aleación. El valor obtenido $\alpha = 0.45$ será utilizado en cálculos posteriores.

En lo que respecta a la deformación plástica total de la muestra cuando ésta alcanza el punto de inflexión $(\Delta c_p)_{i.p.}$, en la Tabla II presentamos nuestros valores calculados para dos aleaciones en diferentes condiciones de prueba de termofluencia. Para efectuar dichos cálculos es preciso conocer el valor medio de la energía total de las dislocaciones por unidad de longitud, \bar{u} . En nuestros cálculos se utilizó un valor de $\bar{u} = 5.52\mu b^2$ (las razones por las

cuales una dislocación puede tener energía tan alta se han discutido en el Capítulo 1). Este valor fue obtenido a partir del ajuste entre la expresión teórica para $(\Delta C_p)_{i,p}$ y el dato experimental para Cu-16at%Al bajo $\sigma = 39.2$ MPa y $T = 723^\circ\text{K}$. Los valores teóricos para $(\Delta C_p)_{i,p}$ están en buen acuerdo con los datos experimentales, con un error relativo máximo del 11%.

Es importante puntualizar que para el caso de Cu-16at%Al, utilizando los valores de μ y σ de la Tabla II y el valor de α de la Tabla I y considerando los valores típicos para ρ_m en muestras recocidas antes de la deformación reportados en la referencia [18] encontramos que la validez de la Ecuación (5.8) se confirma ya que $\rho_m(t_c) = 0.03 [2\sigma/(5\alpha\mu b)]^2$ para el valor más bajo del esfuerzo, mientras que para el valor más alto el factor de 0.03 es reemplazado por 0.015. Por otro lado, no existen suficientes datos para el caso del Ge (particularmente los valores de \bar{U}) como para poner a prueba la Ecuación (5.8) en este caso.

5.4. CONCLUSIONES.

Nuestro modelo da una interpretación física de las principales características de los transitorios sigmoidales, no sólo para el caso de termofluencia viscosa sino también para la Ley de Potencias. Específicamente nuestra teoría nos permite llegar a las siguientes conclusiones.

- i) Por primera vez, se da una explicación física respecto al valor máximo de la rapidez de deformación en el punto de inflexión de curvas de termofluencia sigmoidales.
- ii) Explicamos los valores experimentales de $\langle\sigma\rangle$ y ρ_m para Germanio y Cu-16at%Al en el punto de inflexión de curvas sigmoidales.
- iii) Explicamos también la deformación plástica total sufrida por las muestras de Cu-16at%Al al llegar al punto de inflexión de las curvas sigmoidales.

iv) Nuestro análisis físico nos capacita para determinar el factor de Taylor (α) y el valor medio de la energía total por unidad de longitud de dislocación para Cu-16at%Al.

v) Finalmente nuestros resultados indican que la determinación correcta de los datos experimentales para la deformación plástica en el punto de inflexión, proporciona soporte adicional tanto para nuestra interpretación de la Ecuación de Fuchs e Ilschner [9], como para la Ecuación de Montemayor-Aldrete et. al. [20] que describe la rapidez de creación de dislocaciones móviles.

5.5. REFERENCIAS.

1. A. Granato y K. Lücke. J. Appl. Phys. 27 (1956) 583.
2. A. Granato y K. Lücke. J. App. Phys. 27 (1956) 789.
3. W. G. Johnston y J. J. Gilman. J. Appl. Phys 30 (1959) 129
4. F. Garofalo. Resistance to Creep Deformation and Fracture in Metals and Alloys in: Properties of Crystalline Solids. 1960 ASTM. STP No. 283.
5. J.C.M. Li. Acta Met. 11 (1963) 1269.
6. J.C.M. Li. Strength and Plasticity, Physics of Ed. A.S. Argon, Cambridge, Mass., U.S.A., M.I.T., (1959) p.245.
7. K. Berner y H. Alexander. Acta Met. 15 (1967) 933.
8. H. Alexander and P. Haasen. Sol. State Phys. 22 (1968) 27.
9. A. Fuchs y B. Ilschner. Acta Met. 17 (1969) 663.
10. R. Gasca-Neri, C. N. Ahlquist y W. D. Nix. Acta Met. 18 (1970) 655.
11. C. N. Ahlquist, R. Gasca-Neri y W. D. Nix. Acta Met. 18 (1970) 663.
12. R. Gasca-Neri y W. D. Nix. Acta Met. 22 (1974) 257.
13. U. F. Kocks, A. S. Argon and M. F. Ashby. Thermodynamics and Kinetics of Slip. Pergamon Press. Ltd. (1975).
14. R. Gómez-Ramírez, J. A. Montemayor-Aldrete and E. Carrillo. 4th. Int. Conf. Strength of Metals and Alloys, Nancy France, Aug-Sept. (1976). Prepr. 2, 848.

15. B. Derby and M. F. Ashby. Acta Met 35 (1987) 1349.
16. J. A. Montemayor-Aldrete, G. Cocho y E. Orozco. Rev. Méx. Fis., 36 (1990) 100.
17. E. Orowan. Z. Phys 82 (1934) 634.
18. T. Hasegawa, Y. Ikeuchi and S. Karashima. Met. Sci. J. 6 (1972) 78.
19. J. Poirier. Creep of Crystals. Cambridge Univ. Press (1985).
20. J. A. Montemayor-Aldrete, J. Soullard, R. Gómez-Ramírez y A. Calles. Scripta Met. 20 (1986) 1075.
21. Y. Quéré. Défauts ponctuels dans les Métaux. Eds. Masson et Cie, Paris (1967).
22. J. P. Hirth y J. Lothe. Theory of Dislocations. M^c Graw-Hill (1968).
23. M. R. Staker and D. L. Holt. Acta Met. 20 (1972) 569.

T A B L A I

Valores para $\langle\sigma_1\rangle$ y ρ_m para el punto de inflexión de curvas sigmoidales en Ge y en Cu-16at%Al, de acuerdo con: Haasen, Berner, Alexander [7, 8] y Hasegawa, Ikeuchi y Karashima [18] respectivamente. Asimismo se presentan los valores teóricos de $\langle\sigma_1\rangle$ y ρ_m comparándolos con los datos experimentales.

G E R M A N I O			Cu-16at%Al. (723 K)°.	
PARAMETRO	EXPERIMENTO	TEORIA	EXPERIMENTO	TEORIA
$\langle\sigma_1\rangle/\sigma_{1.p.}$	2/3	2/3	0.37	0.40
$(\rho_m)_{1.p.}/(\frac{\sigma}{\mu B})^2$	4	4	0.89	*

$\alpha_{Ge} = 1/3$ según [7], (*) valor ajustado para obtener el valor de α para la aleación Cu-16at%Al (encontrándose $\alpha_{Cu-Al} = 0.45$).

T A B L A II

La deformación plástica acumulada al punto de inflexión para curvas sigmoidales, $(\Delta c_p)_{i.p.}$, para aleaciones Cu-Al reportadas según Hasegawa et al [18]; y su comparación con los valores teóricos de la Ecuación (5.8).

ALEACION	σ (MPa)	T(K)	$(\Delta c_p)_{i.p.}$ EXP.	$(\Delta c_p)_{i.p.}$ TEORIA	$\frac{\Delta c_p \text{ EXP} - \Delta c_p \text{ TEO}}{\Delta c_p \text{ EXP.}}$
Cu-11.5at%Al	39.2	723	$(7.2 \pm 0.7) 10^{-3}$	$7.4 \cdot 10^{-3}$	+2.8%
Cu-11.5at%Al	19.6	823	$(3.7 \pm 0.7) 10^{-3}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$	+10.8%
Cu-11.5at%Al	39.2	823	$(8.5 \pm 0.5) 10^{-3}$	$8.6 \cdot 10^{-3}$	+1.2%
Cu-16at%Al	39.2	723	$(7.8 \pm 0.5) 10^{-3}$	*	

El módulo de corte para Cu-11.5at%Al, $\mu_{11.5Al} = 5.25 \cdot 10^4$ MPa, y para Cu-16at%Al, $\mu_{16Al} = 5,15 \cdot 19^4$ MPa fueron calculados usando la expresión de Quéré [21] con μ_{Cu} y μ_{Al} según Hirth et al [22]. La dependencia con la temperatura que exhibe μ , fue incorporada siguiendo a Staker y Holt [23]. (*) indica que el valor de $(\Delta c_p)_{i.p.}$ teórico fue ajustado al valor experimental para obtener el valor medio de la energía total por unidad de longitud de dislocación, \bar{u} , para Cu-16at%Al. Obteniéndose $\bar{u}_{16Al} = 5.52 \mu b^2$. El mismo valor de \bar{u} fue supuesto válido para los cálculos de $(\Delta c_p)_{i.p.}$ en Cu-11.5at%Al.

CAPITULO 6
ENFOQUE MECANICO ESTADISTICO DEL FENOMENO DE
TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES.

I. PRUEBAS DE RETIRO TOTAL DE ESFUERZO APLICADO.

6.1. INTRODUCCION.

Por muchos años la descripción teórica del fenómeno de termofluencia en metales ha sido estudiado por varios investigadores, sin embargo, existe aún mucha información experimental que no ha sido explicada dentro de los esquemas de las teorías usuales, por lo tanto, dicha información espera ser incorporada en un esquema teórico unificado. Destaca la necesidad de entender el papel preciso del movimiento de las dislocaciones, particularmente para las etapas transitorias de la deformación a temperatura y esfuerzo constantes (Takeuchi y Argon [1]). Cabe destacar que ya se ha comenzado a establecer ese marco teórico unificador (véase Capítulos 4 y 5 o Referencias [2, 3]).

Para materiales policristalinos con granos no muy pequeños y con esfuerzos aplicados no muy bajos y temperaturas arriba de $0.5 T_f$ (donde T_f es la temperatura de fusión del material en grados Kelvin) las dislocaciones son el principal agente de la deformación plástica (Bird, Mukherjee y Dorn [4]). Más aún, el proceso de deformación plástica de acuerdo con Reed-Hill [5] es inhomogéneo a escala microscópica. Y cuando comenzamos a deformar muestras monofásicas metálicas recocidas (clase I), se crean muchas dislocaciones, parte de las cuales se agrupan en celdas (paredes de celdas) durante la etapa del transitorio normal de la termofluencia la cual tiene una duración del orden de horas, Mohamed y Langdon [6]. Eventualmente se alcanza un estado estacionario en el que la rapidez de deformación $\dot{\epsilon}$ y el tamaño de las celdas de dislocaciones permanecen constantes y la densidad de dislocaciones móviles, ρ_m , también se mantiene constante [7]. Los trabajos teóricos emprendidos para explicar el fenómeno de termofluencia se han orientado mayormente a los estados

estacionarios, existe mucha información al respecto en la literatura especializada. Un elemento clave de todos estos modelos es la Ecuación de Orowan [8], (véase Ecuación (4.1)).

Por lo que se refiere al comportamiento transitorio, dos tipos de enfoques se han utilizado para describir la etapa inicial de la deformación de materiales recocidos. Por un lado tenemos los modelos fenomenológicos, que enfatizan aspectos tales como: la dependencia de la rapidez de deformación con el tiempo o con el esfuerzo interno promedio [9-16]. Por otro lado, se desarrollan modelos que tratan de explicar por ejemplo, la evolución temporal de la densidad de dislocaciones durante los procesos de deformación plástica [17-20]. Sin embargo, ninguno de esos modelos es capaz de explicar la formación de celdas o su evolución temporal; y sólo ha sido posible explicar su tamaño una vez que se alcanza la situación de estado estacionario [21, 22]. Queda entonces claro que es necesario un nuevo enfoque para resolver el problema de los transitorios en termofluencia.

Más aún, de acuerdo con Gibeling y Nix [23] los modelos que atribuyen la recuperación anelástica al enderezamiento de dislocaciones ancladas entre puntos que las fijan fracasan al no poder explicar la magnitud observada de la deformación anelástica [24-30]. Además según Hausselt y Blum [31] los datos de recuperación para Al-11%wtZn no pueden ser explicados por el modelo de Friedel [32], (basado en la recuperación que ocurre en el enrejado de las dislocaciones de las paredes de celda), debido a que esta recuperación es de carácter estático y la que ocurre en Al-11%wtZn, es dinámica.

Claramente, surge la necesidad de una teoría dinámica que sea capaz de describir microscópicamente todos estos regímenes en función del tiempo, y nuestros esfuerzos están encaminados a desarrollarla.

El punto de partida para obtener un enfoque general es reconocer que la deformación plástica macroscópica requiere del movimiento de un gran número de dislocaciones en el sólido que se deforma, entonces es natural que al igual que lo hicimos en Capítulo 4 y el Capítulo 5, utilicemos nuestro enfoque estadístico que generaliza el esquema que Li [33] emplea para describir la evolución dinámica de las dislocaciones. Por otro lado, en la literatura [34] se encuentra disponible la ecuación de movimiento por unidad de longitud para dislocaciones de borde (véase también Ecuación (4.3)). Con la utilización de esta ecuación y el enfoque basado en una función de distribución, derivamos la Ecuación de Boltzmann para la dependencia temporal de la función de distribución en el espacio fase.

La integración sobre el espacio fase de la Ecuación de Boltzmann da lugar a una ecuación de tipo hidrodinámico que describe la evolución temporal de la densidad de dislocaciones móviles, ρ_m . Esta ecuación para ρ_m permite describir los datos experimentales de Al-11wtZn, durante una prueba de retiro total de esfuerzo aplicado. Además, una simple manipulación de la ecuación diferencial para ρ_m , permite describir simultáneamente el transitorio normal de termofluencia y la recuperación anelástica en varios metales, esto proporciona soporte adicional para la validez del análisis desarrollado.

Este capítulo se organizó como sigue: En la sección dos se presenta la derivación de la Ecuación de Boltzmann para la función de distribución de las dislocaciones móviles en el espacio fase. Para el caso de retiro total de esfuerzo aplicado en Al-11wtZn se analizan la densidad de dislocaciones, la rapidez de aniquilación y los sitios en los que ocurre; así como características de los procesos de ascenso asociados a los procesos de aniquilación. La sección tres comprende la comparación entre teoría y experimento. Cerramos este capítulo con una discusión sobre los resultados principales y algunas observaciones.

6.2. ECUACION DE BOLTZMANN PARA DISLOCACIONES MOVILES.

En esta subsección derivaremos la Ecuación de Boltzmann para dislocaciones móviles, con el objeto de enfatizar las ideas físicas, restringiremos el análisis al caso en que la deformación plástica es provocada por el deslizamiento de las dislocaciones en un sólo sistema de deslizamiento.

En un policristal sujeto a deformación plástica se crea un número elevado de dislocaciones, las cuales frecuentemente se distribuyen de manera inhomogénea dentro del material. Si denotamos con \vec{r} el vector de posición y con $\vec{\beta}$ el momento lineal por unidad de longitud de dislocación, existirán muchos segmentos de dislocaciones comprendidos entre \vec{r} y $\vec{r} + d\vec{r}$, con un momento dentro del intervalo de $d\vec{\beta}$ alrededor de $\vec{\beta}$. Para derivar la Ecuación de Boltzmann, introduciremos una función de distribución $N(\vec{r}, \vec{\beta}; t)$ para el número de dislocaciones en el punto del espacio fase ($\vec{r}, \vec{\beta}$) al tiempo t .*

Ahora consideremos que una fuerza neta por unidad de longitud, F_x , actúa a lo largo del eje x sobre una dislocación de borde. En este caso el número de unidades de longitud de dislocaciones móviles que entran en un elemento de volumen del espacio fase en un intervalo dt , es igual al número de unidades de longitud de dislocaciones móviles presentes en $\vec{r} - i v_x dt$, $\vec{\beta} - i F_x dt$; t en donde i es el vector unitario en la dirección x ; $v_x = p_x/m$, con m como la masa de las dislocaciones móviles por unidad de longitud (considerada constante para velocidades mucho menores que la velocidad de las ondas transversales del sonido en el material); y p_x es la componente x de $\vec{\beta}$. F_x está dada por la Ecuación (4.3) (véase Referencia [34]).

AQUI ADOPTAMOS EL CONCEPTO DE MOMENTO DE LA DISLOCACION UTILIZADO EN LOS CAPITULOS (4) Y (5), EL CUAL ES EL MAS APROPIADO (DESDE NUESTRO PUNTO DE VISTA) PARA VELOCIDADES BAJAS COMPARADAS CON LA DEL SONIDO QUE EL CONCEPTO PRESENTADO POR HIRT AND LOTHE [35] EL CUAL PROVIENE DE UNA ANALOGIA DE ELECTRODINAMICA.

$$F_x = m \frac{dv_x}{dt} = [\tau_x - \tau_{ix}] b - F_{dx} \quad (6.1)$$

donde τ_x es el esfuerzo de corte aplicado que mueve la unidad de longitud de dislocación de borde en la dirección del eje x , τ_{ix} es la componente de corte del esfuerzo interno que se opone al deslizamiento de la dislocación, b el módulo del vector de Burgers y F_{dx} es la fuerza disipativa por unidad de longitud que actúa sobre la dislocación que desliza.

La función de distribución $N(\vec{r}, \vec{p}; t)$ evoluciona en el tiempo debido a dos efectos; el primero es el arrastre de dislocaciones hacia o desde el punto del espacio fase considerado, y el segundo es el debido a las colisiones de las dislocaciones móviles. Simbólicamente:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -v_x \frac{\partial N}{\partial x} + F_x \frac{\partial N}{\partial p_x} + \left(\frac{dN}{dt} \right)_{col} \quad (6.2)$$

donde el último término denota las colisiones entre dislocaciones y representa la "interacción fuerte" cuya forma será discutida más adelante. La Ecuación (6.2) es la Ecuación de Boltzmann para la función de distribución en el espacio fase $N(\vec{r}, \vec{p}; t)$.

Introducimos a continuación la densidad de dislocaciones móviles definida a través de:

$$\rho_m = \int \int N(\vec{r}, \vec{p}; t) d^3 \vec{r} d^3 \vec{p} \quad (6.3)$$

Al integrar la Ecuación (6.2) sobre el espacio fase, si tomamos en cuenta la Ecuación (6.1) obtenemos la ecuación para la evolución temporal de ρ_m :

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_m}{dt} = & - \int \int \left(v_x \frac{\partial N}{\partial x} + [(\tau_x - \tau_{ix})b - F_{dx}] \frac{\partial N}{\partial p_x} \right) d^3 \vec{r} d^3 \vec{p} + \\ & + \int \int \left(\frac{dN}{dt} \right)_{col} d^3 \vec{r} d^3 \vec{p} \quad (6.4a) \end{aligned}$$

$$= \dot{\rho}_m^+ - \dot{\rho}_m^- \quad (\text{véase Ecuación (2.12)})$$

Nótese que de acuerdo con [16] (véase Ecuación (2.12)), en estado estacionario $\frac{d\rho_m}{dt} = 0$; lo cual implica que los términos de arrastre y colisiones deben anularse el uno con el otro.

La Ecuación (6.4a) es el resultado fundamental de nuestro enfoque, cuando especificamos $N(\vec{r}, \vec{\beta}; t)$, aún permanece sin conocerse el término $\int \int \left(\frac{dN}{dt} \right)_{col} d^3\vec{r} d^3\vec{\beta}$. Para poder avanzar más en nuestro análisis el siguiente paso es considerar una aproximación simple y plausible para este término.

6.3. LA APROXIMACION DEL TIEMPO DE RELAJACION.

Aquí desarrollamos una analogía con la teoría cinética para gases diluidos [36] y supondremos que el término $\int \int \left(\frac{dN}{dt} \right)_{col} d^3\vec{r} d^3\vec{\beta}$, puede aproximarse por una expresión sencilla que se describirá a continuación, siempre que se cumpla que: Para un sistema en estado estacionario bajo la acción de un esfuerzo de corte τ (donde por supuesto τ es el esfuerzo asociado con la fuente que proporciona la energía para que ocurra la recuperación o la deformación plástica), si se cambia el esfuerzo τ a un nuevo valor τ_1 , (no muy lejano del valor τ) es razonable suponer:

$$\int \int \left(\frac{dN}{dt} \right)_{col} d^3\vec{r} d^3\vec{\beta} \approx [\rho_m(\tau; t_0) - \rho_m(\tau_1; t-t_0)] / t_r \quad (6.4b)$$

donde $\rho_m(\tau; t_0)$ es el valor de estado estacionario para ρ_m bajo la acción de τ , al tiempo t_0 ; $\rho_m(\tau_1; t-t_0)$ es el valor de ρ_m bajo la acción del esfuerzo τ_1 al tiempo $t-t_0$ ($t > t_0$) y t_r es el tiempo de relajación del sistema que caracteriza la interacción fuerte entre dislocaciones debido a colisiones. La relación de t_r con los procesos de ascenso de dislocaciones será abordado en una sección posterior.

Las Ecuaciones (6.4a) y (6.4b) junto con una forma explícita para $N(\vec{r}, \vec{p}; t)$, obtenida a partir de datos experimentales o de razonamientos fenomenológicos, proporcionan un nuevo marco teórico para el estudio del comportamiento temporal de la densidad de dislocaciones móviles. Utilizaremos este marco en las siguientes secciones al abordar problemas particulares.

6.4. PRUEBA DE RETIRO TOTAL DE ESFUERZO APLICADO.

De acuerdo con Hausselt y Blum [31] durante los primeros minutos de una prueba de retiro total de esfuerzo aplicado, la rapidez de creación de dislocaciones cae drásticamente respecto al valor de estado estacionario. Entonces la Ecuación (6.4a) implica que durante los primeros minutos de dicha prueba la contribución del término de la integral de colisiones es dominante respecto a la que proviene del término de arrastre. Así, con la Ecuación (6.4b) en la Ecuación (6.4a), si despreciamos los términos de arrastre e integramos entre t_0 y t (donde t_0 es el tiempo al cual el esfuerzo de corte aplicado, τ , se removió de manera repentina), encontramos:

$$\rho_m(t) = \rho_m(\langle \tau_1 \rangle, t_u) + [\rho_m(\tau, t_0) - \rho_m(\langle \tau_1 \rangle, t_u)] \exp - \left\{ \frac{t - t_0}{t_r} \right\} \quad (6.5)$$

donde $\rho_m(\langle \tau_1 \rangle, t_u)$ es el pseudo valor de estado estacionario para ρ_m cuando hemos descargado totalmente la muestra, t_u es el tiempo que le toma a la muestra para alcanzar el pseudo-estado estacionario bajo la acción del esfuerzo $\langle \tau_1 \rangle$, donde $\langle \tau_1 \rangle$ es el promedio de la componente de corte del esfuerzo interno el cual proporciona la energía requerida para la recuperación. Aquí hemos introducido los paréntesis angulares para enfatizar que el promedio de τ_1 se debe entender como calculable a partir de nuestra propia teoría de una manera consistente, donde los promedios están definidos por:

$$\langle \phi \rangle = \frac{\int \int N(\vec{r}, \vec{\beta}; t) \phi d^3\vec{r} d^3\vec{\beta}}{\int \int N(\vec{r}, \vec{\beta}; t) d^3\vec{r} d^3\vec{\beta}} \quad (6.6)$$

Al derivar la Ecuación (6.5) adicionalmente hemos supuesto que la fuente de energía para la recuperación (i.e. $\langle \tau_i \rangle$) disminuye a una rapidez lo suficientemente baja durante el tiempo que dura el experimento como para que su cambio porcentual sea pequeño. Esto puede implicar que la rapidez de deformación alcanza un valor de pseudo-estado estacionario el cual permite asociar a él un valor de pseudo-estado estacionario para ρ_m . Esta suposición está en completo acuerdo con los hallazgos de Nowak y Blum [37].

6.5. LOS SITIOS Y LAS RAPIDEZES DE ANIQUILACION.

Como hemos establecido previamente durante los primeros minutos de una prueba de retiro total de esfuerzo la rapidez de creación de dislocaciones móviles cae a valores muy bajos comparados con los del estado estacionario previo, y así mismo los términos de arrastre son despreciables, entonces es claro que $\dot{\rho}_{mTot}^- = \frac{d}{dt}(\rho_m(t))$, (con ρ_m dada por la Ecuación (6.5)) da la rapidez total de aniquilación de dislocaciones móviles. En general, la aniquilación de dislocaciones, ocurrida a través de movimientos de ascenso, puede ocurrir en la estructura de las paredes de celdas o en el interior de las celdas.

Ahora utilizaremos el formalismo aquí desarrollado para determinar los sitios en donde ocurren la mayor parte de los eventos de aniquilación. Esto puede conseguirse de tres maneras distintas. Por un lado, siguiendo con nuestra analogía de teoría cinética de gases, podemos definir la trayectoria libre media para las dislocaciones móviles, λ_b . Ello nos permite encontrar los lugares

en los cuales las dislocaciones "chocan" (i.e. donde tienen las interacciones fuertes y se aniquilan). De acuerdo con Sommerfeld [38], definimos λ_B por:

$$\lambda_B = \langle v_g \rangle \tau_r \quad (6.7)$$

donde $\langle v_g \rangle$ es la velocidad promedio de deslizamiento de las dislocaciones.

Una comparación de λ_B con la distancia promedio de deslizamiento (obtenida del experimento), Λ , proporcionará información acerca de donde ocurren los eventos de aniquilación. Si $\lambda_B/\Lambda = 1$ todos los eventos de aniquilación ocurren en las paredes de celda, mientras que si $\lambda_B/\Lambda \ll 1$ tendremos la indicación de que estas ocurren mayormente por aniquilación entre dipolos en el interior de las celdas.

Por otro lado, Blum [39] ha mostrado que la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles en las paredes de celdas, $\dot{\rho}_{mv}^-$, está dada:

$$\dot{\rho}_{mv}^- = \frac{\dot{\epsilon}}{\alpha BR} \quad (6.8)$$

donde R es el radio de la celda, $\dot{\epsilon}$ es la rapidez de deformación y $\alpha = 1/M$, con M como el factor de Taylor (véase Capítulo 3). Así, comparando $\dot{\rho}_{mv}^-$ obtenida de la Ecuación (6.5) por derivación respecto al tiempo de dicha ecuación, con $\dot{\rho}_{mv}^-$ dada por Ecuación (6.8) se puede inferir la fracción de los eventos de aniquilación que ocurren en las paredes de las celdas.

Debe enfatizarse que la Ecuación (6.8) fue originalmente demostrada para el caso de deformación plástica bajo la acción de un esfuerzo aplicado diferente de cero. Desde nuestro punto de vista la misma ecuación es válida para el caso de retiro total del esfuerzo aplicado debido al hecho de que las dislocaciones móviles (con su signo específico) deslizarán en sentido inverso (bajo la acción de $\langle \tau_i \rangle$ que el que llevarían bajo la acción del esfuerzo

aplicado. Y debido a la naturaleza dipolar de la estructura de paredes de celdas de dislocaciones [22, 39, 41], cuando estas dislocaciones alcancen las paredes inmediatamente empezarán su movimiento de ascenso por difusión y eventualmente se aniquilarán. Más adelante se proporcionará evidencia que apoya estas suposiciones.

Finalmente, también se puede utilizar la trayectoria libre media para calcular la rapidez de aniquilación en las paredes de celda a partir de la fórmula simple:

$$\hat{\rho}_{w\lambda}^- = \hat{\rho}_{m\tau}^- (\lambda_b/A) \quad (6.9)$$

donde hemos incluido un subíndice adicional, λ , para enfatizar que esta cantidad se determina independientemente de $\hat{\rho}_{m\tau}^-$ (según Ecuación (6.8)). Como se verá más adelante el acuerdo entre ambos cálculos es razonablemente satisfactorio.

La Ecuación (6.9) puede ser muy útil en otro contexto. Nótese que cuando la vemos en conexión con la Ecuación (6.7) el tiempo de relajación t_r depende de la velocidad promedio de deslizamiento de tal suerte que en nuestra formulación la recuperación tiene naturaleza dinámica. Así, en nuestro enfoque, la rapidez de aniquilación total depende no sólo de la densidad sino también de la velocidad promedio de deslizamiento de las dislocaciones (véase Ecuaciones (6.4)). Si consideramos que bajo un esfuerzo de corte (externo) aplicado a la muestra, τ , las aniquilaciones ocurren sólomente en las paredes de celda, entonces la rapidez de aniquilación total al tiempo t_0 , $\hat{\rho}_m^- (\tau, t_0)$ es proporcional a $\langle v_q(\tau) \rangle$. Similarmente, bajo la acción de $\langle \tau_1 \rangle$ (cuando se retira τ) al tiempo $t_0 + \delta t$, $\hat{\rho}_{w\lambda}^- (\langle \tau_1 \rangle; t_0 + \delta t)$ es proporcional a $\langle v_q(\langle \tau_1 \rangle; t_0 + \delta t) \rangle$, así en el instante en que se remueve el esfuerzo aplicado ($t_0 + \delta t$) no han ocurrido aniquilaciones y $\rho_m(\tau; t_0) = \rho_m(\langle \tau_1 \rangle; t_0 + \delta t)$. Esto da lugar al siguiente resultado:

$$\hat{\rho}_{m\tau}^- (\tau; t_0) = \hat{\rho}_{w\lambda}^- (\langle \tau_1 \rangle; t_0) \frac{\langle v_q(\tau) \rangle}{\langle v_q(\langle \tau_1 \rangle) \rangle} \quad (6.10)$$

con el uso de las Ecuaciones (6.7) y (6.9) la anterior aparece:

$$\dot{\rho}_{\text{st}}^{\circ}(\tau; t_0) = \dot{\rho}_{\text{st}}^{\circ}(\langle \tau_1 \rangle; t_0) \frac{t_r(\langle \tau_1 \rangle)}{t_r(\tau)} \quad (6.11)$$

donde se ha supuesto que $t_r(\tau)$ es el tiempo de relajación que corresponde al esfuerzo de corte aplicado τ . Con $t_r(\tau)$ definida como:

$$t_r(\tau) = \frac{\Lambda}{\langle v_g(\tau) \rangle} \quad (6.11a)$$

La Ecuación (6.11) nos proporciona la posibilidad de determinar la rapidez de aniquilación en estado estacionario a partir de datos de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado.

6.6. RELACION ENTRE EL TIEMPO DE RELAJACION Y EL TIEMPO DE ASCENSO DE DISLOCACIONES DURANTE EL PROCESO DE ANIQUILACION.

En esta subsección analizaremos la relación que existe entre el tiempo de relajación del sistema, t_r , el cual caracteriza las interacciones fuertes que ocurren entre dislocaciones debido a colisiones entre ellas y los procesos de aniquilación los cuales involucran el ascenso de dislocaciones, el cual a su vez involucra autodifusión. Dicho de otra manera, mediante el uso del tiempo de relajación que tiene origen mecánico estadístico y de un modelo clásico de ascenso de dislocaciones encontraremos expresiones que permiten calcular la energía de activación del proceso de termofluencia.

Respecto a la aniquilación de dislocaciones, aquí analizaremos tres situaciones físicas diferentes. Antes permitásenos realizar una discusión acerca de las características generales de los posibles sitios subestructurales de aniquilación de dislocaciones.

a). Sabemos que las estructuras de pared de celda no son traspasables por dislocaciones móviles cuando el esfuerzo aplicado, σ es menor que $\alpha\mu b/r_w$, donde $r_w = \rho_w^{-1/2}$, con ρ_w como la densidad de dislocaciones de la pared. Y considerando el carácter dipolar de la estructura de las paredes de celda [22, 39-41] es posible entender que el movimiento de ascenso de dislocaciones de borde de signo opuesto en el centro de la pared es responsable de los procesos de aniquilación cuando la deformación ocurre bajo la acción de un esfuerzo externo.

Para el caso de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado en condiciones de paredes no traspasables, las dislocaciones móviles deslizarán en dirección inversa a la impuesta por el esfuerzo externo. Para este tipo de pruebas se pueden presentar dos condiciones límites distintas:

b). En los primeros minutos de la prueba las dislocaciones móviles previamente existentes se aniquilarán por interacciones fuertes, las cuales involucran movimientos de ascenso, con dislocaciones que forman parte de la superficie exterior de las paredes de celda, la cual da la cara al interior de la celda.

c). En una etapa posterior de la recuperación la tendencia a relajar los esfuerzos que provienen de la estructura de celda dipolar origina que las dislocaciones de la superficie exterior de las paredes sean impulsadas hacia el interior de la celda por los campos internos, originándose condiciones favorables para la aniquilación de dislocaciones fuera de la estructura de las paredes de celda.

En las tres situaciones físicas descritas previamente es claro que la energía de activación para termofluencia debe tener aproximadamente el mismo valor. A lo mas se debe presentar una tendencia para bajar los valores de la energía de activación en el caso de que los eventos de aniquilación ocurran en el centro de la estructura de las paredes de celda. Esto debido a la posible difusión a través del corazón de las dislocaciones favorecido por

la interconexión entre las dislocaciones que ascienden para aniquilarse en el centro de la pared.

En los siguientes párrafos modelaremos matemáticamente las situaciones arriba descritas para tener la posibilidad de calcular el factor pre-exponencial del coeficiente de difusión y la energía de activación de termofluencia.

a). Estado estacionario bajo un esfuerzo externo σ . Para esta situación en Al-11wtZn bajo $\sigma = 29.1\text{MPa}$ y $T = 523^\circ\text{K}$, los eventos de aniquilación por ascenso ocurren en el centro de la estructura disipativa de pared dipolar. De acuerdo con el modelo de Ajaia [42], la rapidez de aniquilación $\dot{\rho}_a^-$ viene dada por $\dot{\rho}_a^- = 2\rho^{3/2} \frac{d\langle\lambda\rangle}{dt}$; donde ρ es la densidad total de dislocaciones y $\langle\lambda\rangle$ es la distancia promedio entre las dislocaciones en la pared. Tomando ρ como la densidad de dislocaciones de la pared ρ_w , y utilizando $\frac{d\langle\lambda\rangle}{dt}$ como la velocidad promedio de ascenso en la pared, \bar{v}_{cw} , obtenemos una expresión para $\dot{\rho}_w^-$:

$$\dot{\rho}_w^- = 2\rho_w^{3/2} \bar{v}_{cw} = \dot{\rho}_1^- = \dot{\rho}_m^- \quad (6.12)$$

donde $\dot{\rho}_1^-$ es la rapidez de aniquilación de las dislocaciones del interior del subgrano en la pared de celda según mediciones de Hauselt y Blum [31]. Nosotros hemos tomado a las dislocaciones del interior de los subgranos como móviles ($\rho_1 = \rho_m$). La Ecuación (12) puede ser reescrita para despejar \bar{v}_{cw} como función de $\dot{\rho}_1^-$ y ρ_w .

El tiempo de aniquilación promedio \bar{t}_{cw} , puede obtenerse fácilmente considerando una velocidad constante de ascenso durante el movimiento del par de dislocaciones que ascienden entre sí para aniquilarse. Entonces, si las dislocaciones están separadas inicialmente por una distancia d_w ($d_w = \rho_w^{-1/2} / 2$), entonces \bar{t}_{cw} se puede expresar como sigue,

$$\bar{t}_{cw} = \left(\frac{1}{2} \rho_M^{-1/2} \right) / \bar{v}_{cw} \quad (6.13)$$

Por otro lado, puede obtenerse fácilmente la relación que existe entre el tiempo promedio de aniquilación debido a ascenso, \bar{t}_{cw} y el tiempo de relajación del sistema que caracteriza las colisiones entre dislocaciones, t_r . De acuerdo con un modelo de Weertman para estado estacionario [43] el tiempo empleado por las dislocaciones durante el deslizamiento entre el sitio de creación y el punto de apilamiento (formado por dislocaciones que esperan aniquilarse a través de movimientos de ascenso) debe ser igual al requerido para el ascenso de las dislocaciones durante el proceso de aniquilación. Considerando la situación de paredes no traspasables bajo la acción de un esfuerzo σ y tomando en cuenta el argumento de Weertman obtenemos:

$$\bar{t}_{cw}(\tau) = t_r(\tau) = \frac{\Lambda}{\langle v_r(\tau) \rangle} \quad (6.14)$$

donde hemos utilizado la Ecuación (6.11a). La Ecuación (6.14) relaciona de manera directa el tiempo característico \bar{t}_{cw} , el cual en principio proviene de un análisis de difusión de materia con el camino libre medio sin colisiones Λ definido según Hausselt y Blum [31], el cual ha sido utilizado dentro de nuestro análisis mecánico estadístico.

Por otro lado de acuerdo con Prinz, Argon y Moffatt [44] el tiempo promedio de aniquilación por ascenso dentro de la pared para un par de dislocaciones de borde de signos opuestos \bar{t}_{cw} separadas inicialmente por una distancia r_c , viene dado por,

$$\bar{t}_{cw} = \frac{1}{2(2)^{1/2}} \int_0^{r_c} \frac{dy}{v_c(y)} \quad (6.15)$$

donde cambiamos su notación para obtener compatibilidad con nuestro simbolismo. v_c es la velocidad de ascenso producida por

el esfuerzo normal debido a la interacción de las dos dislocaciones que ascienden para aniquilarse. Para el caso de dislocaciones no extendidas cuando además éstas son fuentes y sumideros perfectos de vacancias la velocidad de ascenso puede ser aportada por la solución de la ecuación de difusión bidimensional discutida por Nix, Gasca-Neri y Hirth [45]. En estas condiciones la velocidad de ascenso aparece como,

$$v_c(y) = \frac{2\pi \sigma_1(y) \Omega_s D_s}{b k T \ln(R_0/r_0)} \quad (6.16)$$

donde D_s es el coeficiente de difusión volumétrica, Ω_s es el volumen atómico, b y kT tienen el significado usual, r_0 es el radio del corazón de dislocación tomado como $r_0 = 2b$, por Nix et. al. [45]. Con R_0 tomada como la distancia a la cual la concentración de vacancias es igual a la concentración de equilibrio. En este caso tomamos $R_0 = (\rho_v(t_0))^{-1/2}/2$. $\sigma_1(y)$ debe ser interpretado como el esfuerzo normal que actúa a través del plano extra de la dislocación total que resulta aquí de la interacción mutua del par de dislocaciones, y siguiendo a Prinz et. al. [44] viene dada por:

$$\sigma_1(y) = \frac{\mu b}{(2)^{1/2} \pi (1-\nu) y} \quad (6.17)$$

donde ν es la razón de Poisson, y es la distancia que separa a las dislocaciones que ascienden y μ es el módulo de corte. Entonces sustituyendo las ecuaciones (6.16) y (6.17) en la (6.15) después de integrar esta última ecuación se obtiene

$$\bar{v}_{cv} = \frac{y_{cv}^2}{2 B'} \quad (6.18a)$$

donde

$$y_{c_w} = \frac{1}{\rho_w} \quad (6.18b)$$

$$B' = \frac{8D\mu \Omega_A}{kT (1-\nu) \ln (R_0/r_0)} \quad (6.19)$$

Esto aporta finalmente la rapidez de aniquilación de dislocaciones por difusión en el centro de la pared como

$$\frac{d\rho_w}{dt} = -2 B' \rho_w^2 \quad (6.20)$$

Donde se utilizó que puede desarrollarse un análisis similar al que proporcionó la Ecuación (6.4a) para el caso de la función de distribución de dislocaciones en la pared de celdas. La Ecuación (20) obtenida a través de un procedimiento mixto que incorpora un análisis mecánico estadístico con uno de procesos difusivos recuerda a la obtenida por Prinz et. al. [44] quienes usaron como punto de partida una ecuación empírica. Mediante el uso de la ecuación que define a B' y a $\bar{t}_{c_w} = t_r(\tau)$ podemos en principio calcular para el centro de las paredes la parte preexponencial del coeficiente de difusión volumétrica y la energía de activación de termofluencia.

b). Los primeros minutos de una prueba de retiro total de esfuerzo aplicado. Cuando se retira el esfuerzo aplicado las dislocaciones móviles deslizan en dirección opuesta a la impuesta por el esfuerzo aplicado, y eventualmente se aniquilarán por movimientos de ascenso con dislocaciones que forman la cara externa de la pared de celda (esto debido a las características dipolares de la estructura de la pared). La condición límite para la cual el esfuerzo de deslizamiento es igual o menor que el debido a la interacción producida por el par de dislocaciones de borde que se aniquilan a través de ascenso es

$$(1-\alpha) \langle \sigma_1 \rangle = (1-\alpha) \sigma / 2 = \frac{\mu b}{(2)^{1/2} \pi (1-\nu) y_{cmw}} \quad (6.21)$$

donde utilizamos que $\langle \sigma \rangle$ permanece prácticamente constante durante los primeros minutos de una prueba de retiro total de esfuerzo aplicado [37], y también que σ_1/σ es una constante para el estado estacionario de termofluencia que obedece Ley de Potencias.

La distancia total viajada por las dislocaciones móviles antes de aniquilarse, d_d , obedece la siguiente relación $d_d = v_g \bar{t}_g + v_{cmw} \bar{t}_{cmw}$, donde v_g es la velocidad de deslizamiento cuando se ha retirado el esfuerzo aplicado y v_{cmw} es la velocidad de ascenso de las dislocaciones móviles cuando se aniquilan con dislocaciones en la superficie interna de la estructura de la pared de celda, con \bar{t}_g y \bar{t}_{cmw} respectivamente como los tiempos de deslizamiento y de ascenso. Además el tiempo de relajación que aparece del análisis mecánico estadístico, t_r , se relaciona con estos dos tiempos como sigue

$$t_r = \bar{t}_g + \bar{t}_{cmw} \quad (6.22)$$

Si consideramos que $d_d \gg y_{cmw}$ y que $v_g \gg v_{cmw}$ entonces $d_d - y_{cmw} = v_g \bar{t}_g \gg v_{cmw} \bar{t}_{cmw}$, tal que $\bar{t}_{cmw} \gg \bar{t}_g$ entonces se cumple que

$$t_r (\tau_1) = \bar{t}_{cmw} (\tau_1) \quad (6.23)$$

Entonces tomando la Ecuación (6.18a) con y_{cmw} jugando el papel de y_c , y usando la Ecuación (6.23) obtenemos

$$\bar{t}_{cmw} = \frac{y_{cmw}^2}{B'} = t_r (\tau_1) \quad (6.24)$$

Con la utilización de esta ecuación, los datos experimentales de t_r y de la Ecuación (6.21) se puede evaluar B' lo cual permite calcular el factor pre-exponencial del coeficiente de difusión y la energía de activación de termofluencia para eventos de aniquilación que ocurren en la cara interna de las paredes de celda de dislocaciones.

c). El caso de tiempos largos durante una prueba de retiro total de esfuerzo aplicado. Para esta situación la mayor parte de la recuperación se debe a la aniquilación de dislocaciones en el interior de las celdas, con las paredes de celda actuando como fuentes "virtuales" de dislocaciones. La pared de celda actúa como fuente de dislocaciones móviles al rechazar hacia el interior de la celda a dislocaciones las cuales previamente formaban la cara interna de la estructura de pared de celda.

Entonces la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles, $\dot{\rho}_m^-$, obedece a una expresión estructuralmente idéntica a la Ecuación (6.12), esto es

$$\dot{\rho}_m^- = 2\rho_m^{-3/2} \bar{v}_{cm} \quad (6.25)$$

donde \bar{v}_{cm} es la velocidad promedio de ascenso de las dislocaciones móviles cuando los dipolos que ascienden están formados únicamente por dislocaciones móviles que se encuentran alejadas de las paredes. De una manera análoga a la usada anteriormente para obtener la distancia de ascenso en términos de la velocidad promedio de ascenso tenemos,

$$(1/2) \rho_m^{-1/2} = \bar{v}_{cm} t_{cm} \quad (6.26)$$

donde \bar{v}_{cm} se define a través de la Ecuación (6.16), con $R_0 = \rho_m^{-1/2}/2$. Y, se puede hacer el correspondiente análisis para encontrar el tiempo de aniquilación como se hizo en el caso de aniquilación en el centro de las paredes. Este análisis proporciona la

siguiente ecuación, $t_{cm} = y_{cm}^2 / (2B')$, con $y_{cm} = \rho_m^{-1}$. Entonces se puede obtener una expresión para calcular el factor pre-exponencial, D_0 , y la energía de activación para termofluencia, Q_c . El cálculo de D_0 y Q_c para los tres casos arriba mencionados en pruebas realizadas en Al-11wtZn serán presentadas en otra sección.

6.7. DEPENDENCIA TEMPORAL DE LA DEFORMACION PLASTICA.

Hemos mencionado previamente el hecho de que durante los primeros minutos de una prueba de retiro total de esfuerzo aplicado, el esfuerzo interno promedio no cambia apreciablemente. En este caso, la velocidad promedio de deslizamiento de las dislocaciones bajo este esfuerzo es también una constante. En estas condiciones, con el uso de la Ecuación de Gowan (Ecuación (4.1)) y la Ecuación (6.5) después de multiplicar por $ab < v_g < \tau_i >$ obtenemos el resultado:

$$\dot{c}(t) = \dot{c}_s(<\tau_i>; t_s) + \left[\dot{c}_i(<\tau_i>; t_0) - \dot{c}_s(<\tau_i>; t_s) \right] \exp - \left(\frac{t-t_0}{t_r} \right) \quad (6.27)$$

donde \dot{c}_s y \dot{c}_i denotan respectivamente los valores de la rapidez de deformación de pseudo-estado estacionario y la rapidez de deformación al inicio de prueba de retiro total de esfuerzo aplicado ($t_0 \approx t_0 + \delta t$). Integrando la Ecuación (6.27) sobre el tiempo encontramos la forma explícita para la dependencia temporal de la deformación plástica durante la recuperación de la muestra en la prueba de retiro total de esfuerzo aplicado:

$$c(t) - c(t_0) = \dot{c}_s * (t-t_0) + c_T \left[1 - \exp - \left[\frac{t-t_0}{t_r} \right] \right] \quad (6.28)$$

donde $c_T = (\dot{c}_i - \dot{c}_s) * t_r$ y la deformación real sólo tiene sentido relativa a un estado inicial, $c(t) - c(t_0)$. (véase Capítulo 2 las Ecuaciones (6.5), (6.8), (6.9), (6.11) y (6.28) son los resultados principales de esta subsección. Ellos serán contrastados con datos experimentales en la siguiente sección.

6.8. COMPARACION CON RESULTADOS EXPERIMENTALES.

En esta sección compararemos nuestros resultados teóricos con ciertos datos experimentales. Consideraremos los datos en Al-11%wtZn, debidos a Haussett y Blum [31], y los de Gibeling y Nix [23] para varios metales. Primeramente analizaremos los datos arriba mencionados en el marco mecánico estadístico aquí desarrollado. Posteriormente analizaremos los datos en Al-11%wtZn correspondientes a muestras deformadas bajo esfuerzo aplicado $\sigma = 29.1\text{MPa}$ y 523°K desde una perspectiva de los procesos de ascenso (los cuales requieren difusión de defectos puntuales) involucrados en la aniquilación de dislocaciones.

a). Análisis Mecánico Estadístico.

En la Tabla I presentamos los valores de estado estacionario para $\dot{\epsilon}_s$, $\dot{\rho}_{mT}$, Λ y ρ_m correspondientes a diferentes valores de esfuerzo aplicado en Al-11%wtZn, a la temperatura fija de 523°K [31]. También incluimos valores de $\langle v_g \rangle$, los cuales se calcularon utilizando la Ecuación de Orowan. Estos valores se emplean en las Ecuaciones (6.5), (6.8) y (6.11) al igual que la relación empírica obtenida por Haussett y Blum para estado estacionario:

$$\left(\rho_m\right)_s = A \left(\frac{\tau}{\alpha}\right)^2 \quad (6.29)$$

(donde A es una constante) para calcular las cantidades que aparecen en la Tabla II. Donde igual que antes hemos supuesto que la expresión (6.14) es válida también para situaciones donde el esfuerzo interno promedio es la única fuente de energía para la deformación plástica. Los valores de t_r que aparecen en la Tabla II fueron obtenidos a partir del mejor ajuste de nuestra curva teórica (6.29) con los datos experimentales de Haussett y Blum para ρ_m vs. t . Queremos destacar una vez que esto último se ha llevado a cabo, se utilizaron los mismos valores de t_r para el análisis contrastado de otros datos experimentales.

Nuestros resultados claramente indican que, como se deduce de nuestro formalismo, el proceso de recuperación para Al-11%wtZn, a 523°K tiene naturaleza dinámica como puede verse del hecho de que los valores de $\dot{\rho}_{mT}^- (\tau; \tau_0)$ y $\dot{\rho}_{mT}^- (\langle \tau \rangle; \tau_0)$ sean diferentes. Misma conclusión cualitativa encontrada por Hausselt y Blum. Además, un análisis de los valores $\sigma_1 = \langle \tau \rangle / \alpha$ y $\sigma = \tau / \alpha$ nos aportan un valor constante para el cociente σ_1 / σ , para los tres casos examinados. Esto pudo ser anticipado de acuerdo con el criterio empírico aportado por Streb y Reppich [46], debido a que en Al-11%wtZn, $(\rho_m)^{-1/2}$ y R^{-1} (R es el radio de las celdas de dislocaciones) tienen exponente del esfuerzo aplicado igual a uno.

Hausselt y Blum han mostrado que para estado estacionario la rapidez de deformación $\dot{\epsilon}$ tiene un exponente con el esfuerzo aplicado igual a 5.5 para esfuerzos aplicados menores a 17MPa. Si para el caso de retiro total de esfuerzo aplicado suponemos que la dependencia de la velocidad promedio de deslizamiento con el esfuerzo interno promedio es la misma que guarda para el caso de esfuerzo aplicado distinto de cero, y usamos la Ecuación de Orowan, encontramos que $\langle v_g(\langle \tau \rangle) \rangle$ es proporcional a $\langle \tau \rangle^{3.5}$. Mediante el uso de los datos de la Tabla I, es inmediata la evaluación de la constante de proporcionalidad en esta relación y podemos encontrar los valores de $\langle v_g(\langle \tau \rangle) \rangle$ en función de los valores de $\langle \tau \rangle$ reportados en la Tabla II.

La coincidencia entre los valores de $\dot{\rho}_w^-$ y $\dot{\rho}_{mT}^-$ para el caso A de la Tabla II es consistente con el hecho de que el cálculo de λ_p / λ sea aproximadamente uno, para este mismo caso. La consistencia entre las Ecuaciones (6.8) y (6.9) para este caso también es clara. Un análisis similar llevado a cabo para los casos B y C también muestran la consistencia interna de nuestro enfoque teórico. La comparación entre los valores teóricos y experimentales de la rapidez total de aniquilaciones revelan un buen acuerdo, esto apoya la validez de nuestras suposiciones. Una prueba adicional será proporcionada por el análisis de los datos presentados por Gibeling y Nix [23] para varios metales.

La Tabla III contiene los valores para la rapidez de deformación inicial de la muestra, $\dot{\epsilon}_i$, la rapidez de deformación en estado pseudo-estacionario $\dot{\epsilon}_s$ y el tiempo de relajación t_r obtenidos para Al policristalino a 674°K, para Al monocristalino a 673°K, Cu a 674°K y a 872°K y Pb a 299°K. Estos valores fueron estimados a partir de la alimentación de los datos experimentales para ϵ vs t , correspondientes a curvas de recuperación anelástica aportados por Gibeling y Nix, en la Ecuación (6.28). La última columna en la Tabla III exhibe la máxima diferencia porcentual existente entre teoría y experimento. Siendo éste del orden del 10% podemos afirmar que el acuerdo entre los valores teóricos y experimentales es satisfactorio.

b). Determinación del factor pre-exponencial del coeficiente de difusión y de la energía de activación de termofluencia para la aleación Al-11%wtZn.

Aquí calcularemos los valores de D_0 y Q_c requeridas para que ocurran los eventos de aniquilación, para ello emplearemos nuestro modelo mecánico estadístico en conexión con modelos de ascenso que utilizan expresiones clásicas para la velocidad de ascenso de las dislocaciones.

i) Para el caso de aniquilación de dislocaciones en el centro de las paredes de celda ($\sigma = 29.1\text{MPa}$, $T = 523^\circ\text{K}$) podemos calcular D_0 y Q_c a través de dos maneras distintas de evaluar el tiempo promedio de ascenso.

La primera forma de calcular D_0 y Q_c utiliza el análisis mecánico estadístico (Ecuación (14)), utilizando los datos de la Tabla I, obtenemos $\bar{\epsilon}_{cw} = 1.07s$. Con el uso de este valor en la Ecuación (6.18a) y con $\gamma_{cw} = (11.1 \times 10^8 \text{cm}^{-2})^{-1}$ se encuentra un valor de $B' = 4.209 \times 10^{-14} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$, lo cual nos conduce a los valores $D_0 = 1.96 \times 10^{-3} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ y $Q_c = 127.5 \text{KJmol}^{-1}$. Para dicho cálculo se tomaron los valores de parámetros que a continuación se listan: $\mu = 2.74 \times 10^4 \text{MPa}$ [47] $T = 523^\circ\text{K}$, $b = 2.85 \times 10^{-10} \text{m}$ según reportados por Hausselet y Blum [31], un valor típico de $\nu = 0.326$,

$R_0 = 1/2 (\rho_v)^{-1/2}$, $r_0 = 2b$ [45], $\Omega_A = 1.61 \times 10^{-29} \text{m}^3$ calculado mediante un promedio pesado del volumen atómico del aluminio y del zinc reportados por Kocks et. al. [34], y la constante universal de los gases $R = 8.134 \text{ J}^\circ\text{K Mole}$.

La segunda forma de calcular D_0 y Q_c parte del uso de la Ecuación (6.12) y de los datos pertinentes de la Tabla I con lo cual la velocidad promedio de ascenso en el centro de la pared $\bar{v}_{cw} = 1.01 \times 10^{-5} \text{cm s}^{-1}$ y con la Ecuación (6.13) tenemos $\bar{t}_{cw} = 1.49\text{s}$. Tomando y_c con el mismo valor numérico que en el cálculo anterior encontramos $B' = 3.03 \times 10^{-14} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ con lo que $D_0 = 1.96 \times 10^{-3} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ y $Q_c = 128.9 \text{ KJmol}^{-1}$.

La diferencia porcentual en esta energía de activación y al calculada previamente para $\sigma = 29.1 \text{MPa}$ es del 1%. Cabe destacar que el tiempo de ascenso que proviene de mecánica estadística utilizando el concepto de trayectoria libre de colisiones, 1.07s, es bastante cercano al obtenido del análisis que involucra ascenso (difusión) y el cual proviene de la Ecuación (6.12) aportando un valor de 1.49s para la misma situación. Este último resultado tiende a corroborar la hipótesis de Weertman mencionada en la sección (6.6).

ii) Por el caso de aniquilación en los primeros minutos del experimento de retiro total de esfuerzo aplicado, el cálculo de D_0 y Q_c es como sigue: se utiliza la Ecuación (6.21) y se evalúa y_{cmw} encontrándose $y_{cmw} = 6.73 \times 10^{-8} \text{m}$, se toma el tiempo de relajación t_r reportado en la Tabla II, $t_r = 32\text{s}$ y con la Ecuación (6.24) se encuentra $B' = 1.415 \times 10^{-16} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$. Luego se calcula $D_0 = 1.96 \times 10^{-3} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ y $Q_c = 153.5 \text{ KJmol}^{-1}$.

Cabe destacar que además se puede mostrar que se cumplen las desigualdades que dieron lugar a la Ecuación (6.23), la cual establece la igualdad entre el tiempo de relajación del sistema (de origen mecánico-estadístico) y el tiempo promedio de ascenso requerido para aniquilación (de origen termodinámico). En efecto,

en la aproximación de velocidad constante de ascenso, tenemos que $y_{\text{CRMV}}/Z = \bar{v}_{\text{CRMV}} t_r$, con lo cual sustituyendo valores se encuentra $\bar{v}_{\text{CRMV}} = 1.05 \cdot 10^{-7} \text{cms}^{-1}$ y entonces el cociente $v_0(\tau_1)/\bar{v}_{\text{CRMV}}$ es igual a $v_0(\tau_1)/\bar{v}_{\text{CRMV}} = 45.5 \gg 1$, y como $d_d \approx \Lambda$, entonces $d_d / y_{\text{CRMV}} = 26.1 \gg 1$, resultados los cuales confirman nuestras suposiciones al respecto.

iii) Para el caso de aniquilación durante tiempos largos en la prueba de retiro total de esfuerzo aplicado, el cálculo de la energía de activación de termofluencia y del factor pre-exponencial del coeficiente de difusión es como sigue:

Para realizar este cálculo es necesario evaluar la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles, $\hat{\rho}_m^-$, para un período comprendido entre 5 y 100 minutos después del comienzo de la prueba de retiro total de esfuerzo aplicado. De la gráfica # 11 de Hausselet y Blum [31] es inmediato que $\hat{\rho}_m^- \approx 1.8 \cdot 10^6 \text{cm}^{-2} \text{S}^{-1}$. Y con el uso de la Ecuación (6.25) y los datos del valor medio de ρ_m entre los tiempos ya mencionados $\hat{\rho}_m^-$ viene dado por $\hat{\rho}_m^- = 3.23 \cdot 10^8 \text{cm}^{-2}$ es inmediato que $\bar{v}_{\text{cm}}^- = 1.55 \cdot 10^{-9} \text{cm S}^{-1}$. De la Ecuación (6.26), se obtiene $t_{\text{cm}}^- = 17.95 \cdot 10^3 \text{S}$. Con lo cual B' viene dada por $B' = 8.62 \cdot 10^{-18} \text{m}^2 \text{S}^{-1}$, y entonces $D_0 = 1.96 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \text{S}^{-1}$ y $Q_0 = 164.45 \text{KJMol}^{-1}$ para este caso.

Al comparar el valor de la energía de activación para termofluencia aquí obtenido para el caso de esfuerzo aplicado $\sigma = 29.1 \text{llMPa}$, con el valor experimental de energía de activación en termofluencia obtenido por Kucera et. al. [48] de su estudio exhaustivo de termofluencia en aleaciones Al-Zn vemos que para Al-11%wtZn el valor obtenido por ellos es $Q_0 = (124.9 \pm 3.1) \text{KJMol}^{-1}$, para $T = 523\text{K}$. La diferencia porcentual entre su valor experimental y nuestro valor teórico es 3.3%. Por lo anterior consideramos que nuestro análisis guarda un excelente acuerdo con los resultados experimentales directos para determinación de la energía de activación en termofluencia Al-11%wtZn. Además el

valor numérico encontrado por $D_0 = 1.96 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \text{S}^{-1}$, es un valor que entra dentro de los valores más usuales para aleaciones de aluminio D_0 entre $1.7 \rightarrow 10^{-3} \text{m}^2 \text{S}^{-1}$ [49]. Por otro lado es de esperarse que la energía de activación para aniquilación en el centro de las paredes bajo condiciones de esfuerzo aplicado $\sigma = 29.1 \text{MPa}$ sea menor que en condiciones de retiro total de esfuerzo aplicado: por ejemplo, en la cara externa de la estructura de pared y a su vez menor que para las aniquilaciones que ocurren en el centro de los subgranos, por cuanto la contribución de difusión a través del corazón de las dislocaciones es mayor en el centro de las paredes que en otras zonas, donde las dislocaciones que ascienden no están interconectadas; y por cuanto la energía de activación aparente para esfuerzo aplicado con valor cero según Kucera es $Q_0 = 145.5 \text{KJLMol}^{-1}$. En el caso de aniquilación en la cara externa de la pared la diferencia porcentual con Q_0 es del 5.5% (tiempos menores a 10 minutos después del retiro de esfuerzo aplicado). Para el caso de $t > 10$ minutos la diferencia porcentual entre Q_0 y la energía de activación para aniquilación en el centro de la pared es del 13%.

6.9. CONCLUSIONES.

El análisis de las secciones anteriores permite hacer las siguientes consideraciones para el caso de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado en Al-11%wtZn:

i) Se estableció por completo la dependencia temporal de ρ_n . Debe destacarse que al suponer que la fuente de energía para recuperación durante la prueba de retiro total de esfuerzo aplicado es $\langle \tau_1 \rangle$, implícitamente hemos incluido la noción física de que en esta prueba las dislocaciones móviles presentes en el sistema deslizan en dirección inversa a la que lo harían bajo la acción de un esfuerzo externo aplicado σ .

ii) Se obtuvo la rapidez total de aniquilación de dislocaciones móviles al comienzo de la prueba, $\dot{\rho}_{mT}^{\circ}$ ($\langle \tau_r \rangle$; τ_o). Esto nos permitió calcular la rapidez de aniquilación en estado estacionario bajo σ , $\dot{\rho}_{mT}^{\circ}$ (σ ; τ_o) encontrándose un acuerdo altamente satisfactorio con los datos experimentales.

iii) Se calculó la trayectoria libre media de las dislocaciones móviles. Esto permitió encontrar los sitios de aniquilación de las dislocaciones y nos proporciona una interpretación clara del tiempo de relajación τ_r . Más aún, la trayectoria libre media nos permite determinar la fracción de ocurrencia de aniquilación de dislocaciones en las paredes de celda de dislocaciones.

Por lo que se refiere al caso de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicados realizados en varios metales (Al, Cu y Pb), se describió la subsecuente evolución temporal de la deformación plástica en término de la misma formulación con errores relativos menores al 10%.

Debe ser pues claro que algunos aspectos del comportamiento microscópico y macroscópico de materiales deformados pueden ser físicamente comprendidos dentro del mismo marco conceptual. Adicionalmente, si se toma en cuenta que para materiales que exhiben termofluencia de Ley de Potencias la formación de celdas ocurre normalmente durante la primera etapa del transitorio primario transitorio normal y asociado a esta formación se observa una reducción drástica del esfuerzo efectivo [50] el cual equivale a una reducción abrupta del esfuerzo efectivo vemos que , este marco teórico proporciona de manera natural la Ecuación de Garofalo [12] (i.e. Ecuación (6.28)).

iv) Se calculó la energía de activación para termofluencia, Q_c en Al-11%wtZn a $T = 523^{\circ}\text{K}$ y $\sigma = 29.1$ MPa mediante la utilización de los valores de tiempos de relajación τ_r obtenidos del tratamiento mecánico estadístico de los datos experimentales y el uso de un modelo clásico de velocidad de ascenso de las dislocaciones. Para

el cálculo Q_c se utilizó el hecho de que en estado estacionario el tiempo promedio de ascenso \bar{t}_{cw} para aniquilación en el centro de la pared no traspasable debe ser igual al tiempo de relajación t_r obtenido del tratamiento mecánico estadístico. El valor obtenido $Q_{cte} = (128.2 \pm 0.7) \text{KJ Mol}^{-1}$ es muy similar al valor experimental reportado por Kucera [48] para las mismas condiciones $Q_{cexp} = (124.9 \pm 3.14) \text{KJ Mol}^{-1}$. La diferencia porcentual entre estos valores es del 3.3%, y las barras de error permiten un traslape de valores por lo que podemos considerar que el acuerdo entre la teoría mecánica estadística, la teoría de ascenso de dislocaciones y el experimento es excelente.

Los resultados anteriores nos proporcionan soporte adicional para aplicar nuestro marco conceptual a situaciones más generales. En efecto las condiciones de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado y la aproximación tipo B.G.K., utilizadas en este capítulo proporcionan una simplificación de nuestra teoría en la cual no se requiere un conocimiento preciso de la función de distribución. Sin embargo, en algunos otros casos (tratados en el siguiente capítulo) el uso de una función de distribución de radios de curvatura de dislocaciones sugerida por Li [33] y diferentes modelos para el término de colisiones de la Ecuación de Boltzmann nos permite derivar una gran cantidad de resultados que se han obtenido en la literatura a través de enfoques diferentes, así como efectuar predicciones que pueden ponerse a prueba experimentalmente.

6.10. REFERENCIAS.

1. S. Takeuchi y A. S. Argon. J. Mat. Sci. 11 (1976) 1542.
2. J. A. Montemayor-Aldrete, E. Orozco y G. Cocho. Rev. Méx. Fís. 36 (1990) 100.
3. J. A. Montemayor-Aldrete y E. Orozco. Rev. Méx. Fís. 36 (1990) 407.
4. J. E. Bird, A. K. Mukherjee y J. E. Dorn. Proc. Int. Conf. On Quantitative Relation Between Properties and Microstructure, Haifa (1969) 255.

5. R. E. Reed-Hill. Seminar Coordinator, 1973.
The Inhomogeneity of Plastic Deformation.
(American Society for Metals).
6. F. A. Mohamed y T. Langdon. Acta Met. 22 (1974) 779.
7. A. S. Solomon y W. D. Nix. Acta Met. 18 (1970) 863.
8. E. Orowan. Z. Phys. 89 (1934) 634.
9. R. Gasca-Neri, C. N. Ahlquist y W. D. Nix.
Acta Met. 18 (1970) 655.
10. A. H. Cottrell. 1953, Dislocations and Plastic Flow in
Crystals, Oxford University Press, London.
11. W. G. Johnston y J. J. Gilman. J. Appl. Phys. 30
(1959) 129.
12. F. Garofalo. 1960, Resistance to Creep Deformation and
Fracture in Metals and Alloys in: Properties of Crystalline
Solids. ASTM. STP. No. 283.
13. G. A. Webster, A.P.D. Cox y J. E. Dorn.
Met. Sci. J. 3 (1969) 221.
14. M. Mejía, R. Gómez-Ramírez y M. Martínez.
Scripta Met. 10 (1976) 589.
15. M. Mejía y A. Mendoza. Scripta Met. 11 (1977) 411.
16. J. A. Montemayor-Aldrete y R. Gómez-Ramírez.
Scripta Met. 20 (1986) 1007.
17. J. C. M. Li. Acta Met. 11 (1963) 1269.
18. P. Haasen. 1968, Dislocation Dynamics (ed. Rosenfield et.
al) M^c Graw-Hill p. 701.
19. R. Gasca-Neri y W. D. Nix. Acta Met. 22 (1974) 257.
20. R. Gómez-Ramírez, J. A. Montemayor-Aldrete y E. Carrillo.
1976, 4th Int. Conf. Strength of Metals and Alloy, Nancy,
France, Aug-Sept, Prepr. 2 848.
21. D. L. Holt. J. Appl. Phys 41 (1970) 3179.
22. D. Kuhlmann-Wilsdorf y N. R. Comins.
Mat. Sci. Eng. 60 (1983) 7.
23. J. C. Gibeling y W. D. Nix. Acta Met. 29 (1981) 1769.
24. G. J. Lloyd y R. J. M^cElroy. Acta Met. 22 (1974) 339.

25. W. J. Evans y G. F. Harrison. Scripta Met. 9 (1975) 479.
26. T. B. Gibbons, V. Lupinc y D. M^cLean. Met. Sci. 9 (1975).
27. P. L. Threadgill y B. L. Mordike. Metals Sci. 11 (1977) 254.
28. D. G. Morris. J. Mater. Sci. 13 (1978) 1849.
29. V. L. Lupinc y F. Gabrielli. Mater. Sci. Eng. 17 (1979) 143.
30. M. Pautová. J. Cadek y R. Ryš. Mater. Sci. Eng. 19 (1979). 169.
31. J. Hausselet y W. Blum Acta Met. 24 (1976) 1027.
32. J. Friedel. 1964, Dislocations. Pergamon Press, Oxford.
33. J. C. M. Li., 1969, in: Strength and Plasticity, Physics of, Ed. A.S. Argon, Cambridge, Mass, U.S.A., M.I.T. p. 254.
34. U. F. Kocks, A. S. Argon y M. F. Ashby. (1975), Prog. Matter. Sci. Vol. 19.
35. J. P. Hirth y J. Lothe. (1968), Theory of Dislocations. M^c Graw-Hill Co.
36. P. L. Bhatnagar, P. L. Gross y M. Krook. Phys. Rev. 94 (1954) 511.
37. W. Nowak y W. Blum. 1976, ERAMS-I/RT36, July.
38. A. Sommerfeld. 1973, Lectures on Theoretical Physics. Academic Press Vol. V.
39. W. Blum. Phys. Stat. Sol. (b) 45 (1971) 561.
40. U. F. Kocks, T. Hasegawa y R. Scattergood. Scripta Met. 14 (1980) 449.
41. D. Kuhlmann-Wilsdorf y N. R. Comins. Mat. Sci. Eng. 60 (1983)7.
42. O. Ajaja, M. Mat. Sci. 21 (1986) 3351.
43. J. Weertman, Trans. A.S.M. 61 (1968) 681.
44. F. Prinz, A.S. Argon y W. C. Moffatt. Acta Metall. 30 (1982) 821.
45. W. D. Nix, R. Gasca-Neri y J. P. Hirth. Phil. Mag. 23 (1971) 1339.

46. G. Streb y B. Reppich.
Phys. Stat. Sol. (a) 16 (1973) 493.
47. J. A. Montemayor-Aldrete, J. Soullard, R. Gómez-Ramírez
y A. Calles. Scripta Metall 20 (1986) 1075.
48. J. Kucer, J. Cermák, M. Pahutová y K. Cíha.
Mat. Sci. & Eng. 51 (1983) 201.
49. L. F. Mondolfo. Aluminium Alloys:
Structure and Properties.
Butterworth & Co. Ltd. (1976) England.
50. T. Hasegawa, Y. Ikeuchi y S. Karashima.
Met. Sci. J. 6 (1972) 78.

T A B L A I

$\dot{\epsilon}_a$, $\dot{\rho}_a^-$, Λ , $\rho_a <v_q>$ para estado estacionario en Al-11wtZn como funciones del esfuerzo aplicado a 523°K, según reporte de Hausselt et. al. 1976.

M U E S T R A	A	B	C
σ (MPa)	29.1 ± 0.3	21.7 ± 0.2	16.8 ± 0.1
$\dot{\epsilon}_a$ (S ⁻¹)	(1.6±0.2)10 ⁻³	(1.3±0.1)10 ⁻⁴	(2.3±0.2)10 ⁻⁵
$\dot{\rho}_a^-(\tau, t_0)$ (cm ⁻² S ⁻¹)	(7.5±3.0)10 ⁸	(4.5±1.9)10 ⁷	(5.5±2.3)10 ⁶
Λ (μ)	1.46 ± 0.15	2.55 ± 0.25	3.47 ± 0.85
$\rho_a(\tau, t_0)$ (10 ⁸ cm ⁻²)	13.11 ± 0.7	5.57 ± 0.8	4.23 ± 0.7
$<v_q(\tau, t_0)>$ (10 ⁻⁵ cms ⁻¹)	13.68±1.28	2.55±0.40	0.57±0.10
$\rho_w(\tau, t_0)$ (10 ⁸ cm ⁻²)	11.1 ± 0.7		

$M = 1/\alpha = 3$, $b = 2.8510^{-10}m$, $\mu^* = 2.74 * 10^4MPa$, $\nu = 1/3$, $R = \pi\Lambda/2$. El valor de μ^* fue tomado del trabajo de Montemayor-Aldrete, Soullard, Gómez-Ramírez y Calles 1986. Los valores de $<v_q>$ fueron calculados utilizando la Ecuación de Orowan.

T A B L A II

Datos de Retiro Total de Esfuerzo en Al-11wtZn a 523°K.			
HUESTRA	A	B	C
$\rho_m^o(\tau_i, t_o)(10^8 \text{cm}^{-2})$	3.57±0.77	2.65±0.65	1.75±0.5
t_r (S)	32	54	42
$\dot{\rho}_{mB}^-(\tau_i, t_o)(10^6 \text{cm}^{-2} \text{S}^{-1})$	(29.8 ± 6.6)	5.40±1.54	5.9 ±1.92
$\langle \sigma_i \rangle$ (MPa)	15.97±1.9	13.76±1.8	11.18±1.7
$\langle v_g(\tau_i) \rangle (10^{-6} \text{cm S}^{-1})$	4.78±0.89	2.84±0.71	1.37±0.39
$\dot{\epsilon}(\tau_i, t_o)(10^{-5} \text{S}^{-1})$	-5.97±1.15	-1.15±0.43	-0.55±0.18
$\dot{\rho}_{\omega}^-(\tau_i, t_o)(10^6 \text{cm}^{-2} \text{S}^{-1})$	27.3 ± 5.1	3.94±1.20	1.06±0.36
$\lambda_B(\tau_i, t_o)(\mu\text{m})$	1.52±0.28	1.53±0.38	0.57±0.16
λ_B/λ para $t=t_o$	1.04±0.22	0.6 ±0.16	0.16±0.05
$\dot{\rho}_{\omega\lambda}^-(\tau_i, t_o)(10^6 \text{cm}^{-2} \text{S}^{-1})$	32.78	3.2	0.94
$\dot{\rho}_{mT}^-(\tau, t_o)(\text{cm}^{-2} \text{S}^{-1})$	8.93x10 ⁸	2.92x10 ⁷	4.07x10 ⁶

*Los valores para $\rho_m(\langle \tau_i \rangle, t_o)$ fueron tomado de los datos correspondientes a retiro de esfuerzo presentados por Hausselt et al 1976.

T A B L A III

Valores de la rapidez de deformación inicial, $\dot{\epsilon}_i$, la rapidez de pseudo estado estacionario, $\dot{\epsilon}_s$ y el tiempo de relajación, t_r , correspondientes a la Ecuación (13), para recuperación anelástica posterior a una reducción de esfuerzo aplicado durante una prueba de termofluencia en metales puros.

Material	Esfuerzo Previo (MPa)	Esfuerzo Reducido (MPa)	$\dot{\epsilon}_i$ (S^{-1})	$\dot{\epsilon}_s$ (S^{-1})	t_r (S)	Máximo $\frac{\epsilon(ec.28)-\epsilon_{exp}}{\epsilon_{exp}}$
Al [*] , T=674K	4.82	0.48	-2.8×10^{-6}	-1.35×10^{-8}	163	+3%
Al [†] , T=673K	4.13	0.41	-1.05×10^{-6}	-1.74×10^{-8}	593	-7.5%
Cu, T=674K	68.9	4.82	-1.22×10^{-6}	-8.44×10^{-9}	346	-4.0%
Cu, T=872K	30.3	3.03	-3.25×10^{-6}	-5.52×10^{-8}	80	-10.0%
Pb, T=299K	0.65	0.52	-8.21×10^{-7}	-2.16×10^{-9}	120	-10.2%

* Después de dos pruebas de reducción de esfuerzo. † Monocristales.

C A P I T U L O 7

ENFOQUE MECANICO ESTADISTICO DEL FENOMENO DE TERMOFLUENCIA POR DISLOCACIONES

II. ALGUNAS IMPLICACIONES DE UNA FORMA PARTICULAR DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION DE DISLOCACIONES EN EL ESPACIO FASE

7.1. INTRODUCCION.

En años recientes ha ido en aumento el interés sobre las etapas transitorias de la termofluencia; ello tanto desde el punto de vista experimental como teórico. En particular existe la esperanza ampliamente difundida de que estudios detallados de estas etapas arrojen luz acerca del papel preciso que desempeña el movimiento de las dislocaciones en el proceso global de la deformación plástica. Sin dejar de destacar la importancia de los esfuerzos teóricos llevados a cabo, no puede dejar de tomarse en cuenta que hasta ahora no existe ningún modelo que pueda describir la gran variedad de aspectos que involucra el fenómeno en sus manifestaciones más generales. Por ejemplo, si consideramos las pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado llevadas a cabo en metales puros tales como Al, Cu y Pb; en el marco teórico que proporcionan los modelos que atribuyen la anelasticidad de la deformación al enderezamiento de las dislocaciones curvadas entre obstáculos encontramos que la magnitud predicha para la deformación está muy alejada de los valores experimentales [1]. Más aún Hausseil y Blum [2], mostraron que el modelo clásico de Friedel de recuperación por ensanchamiento del espacio entre dislocaciones de las paredes, no fue capaz de explicar la recuperación en Al-11%wtZn.

En el capítulo anterior hemos propuesto una manera alternativa de analizar el movimiento de las dislocaciones basados en un enfoque mecánico estadístico y el uso de la Ecuación de Boltzmann para la función de distribución de dislocaciones (por unidad de longitud) en el espacio fase. Si despreciamos el término inercial que toma en cuenta la aceleración de las dislocaciones, la Ecuación (6.2) se escribe:

$$\frac{dN}{dt} = -v_x \frac{\partial N}{\partial x} - \left(\frac{dN}{dt} \right)_{col} \quad (7.1)$$

donde $N = N(\vec{r}, \vec{\beta}; t)$ es la función de distribución del número de unidades de longitud de dislocaciones en el punto del espacio fase $\vec{r}, \vec{\beta}$ al tiempo t ; v_x es la velocidad de deslizamiento de las dislocaciones móviles y $\left(\frac{dN}{dt} \right)_{col}$ representa el cambio de N con el tiempo debido a las colisiones entre dislocaciones.

Para el caso en el cual $\left(\frac{dN}{dt} \right)_{col}$ puede ser calculado en la aproximación del tiempo de relajación la integración de la Ecuación (7.1) sobre el espacio fase, aporta la ecuación que describe la evolución temporal de la densidad de dislocaciones móviles, $\rho_m(t)$:

$$\rho_m(t) = \int \int N(\vec{r}, \vec{\beta}; t) H(r - r_c) d^3r d^3\beta$$

donde r_c es el valor crítico para el radio de curvatura de las dislocaciones $r = |\vec{r}|$ arriba del cual las dislocaciones son móviles y H es la función escalón de Heaviside, la forma para la ecuación que describe la evolución de ρ_m es:

$$\frac{d\rho_m}{dt} = - \int \int H(r - r_c) v_x \frac{\partial N}{\partial x} d^3r d^3\beta - \frac{\rho_m(t) - \rho_{ms}}{t_r} \quad (7.1a)$$

donde ρ_{ms} es el valor de ρ_m para estado estacionario bajo un esfuerzo aplicado σ y t_r es el tiempo de relajación del sistema de dislocaciones móviles. Recuerdese que según la Ecuación (2.10) en estado estacionario $\frac{d\rho_m}{dt} = 0$, lo cual indica que el primer término (el de arrastre) debe balancear el segundo el cual proviene de colisiones entre dislocaciones. Es importante enfatizar que la Ecuación (7.1a) se derivó suponiendo que la deformación plástica por deslizamiento de dislocaciones ocurre en materiales con un sólo sistema de deslizamiento activo.

Aunque en el capítulo anterior (véase también [3]) sólo utilizamos la Ecuación (6.4a) para el análisis de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado en Al, Cu, Pb y Al-11wt%Zn, en principio la misma ecuación puede utilizarse para describir otro tipo de situaciones transitorias. Sin embargo y por contraste a lo que ocurre en las pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado en las cuales el primer término del lado derecho de la igualdad de la Ecuación (7.1a) se vuelve despreciable con respecto al segundo, para otras situaciones transitorias no ocurrirá lo mismo y se requerirá una forma explícita para $N(\vec{r}, \vec{p}; t)$. También debemos de considerar que la aproximación del tiempo de relajación que dá lugar al segundo término del lado derecho de la igualdad (término de colisiones) en la Ecuación (7.1a) puede en algunos casos ser altamente idealista y por tanto deberá introducirse una forma distinta para describir la evolución temporal de ρ_m en un marco físicamente más profundo y realista.

Por lo que se refiere al primer problema, muchos autores [4-7] han modelado diversos aspectos del proceso de deformación plástica a través de enfoques estadísticos. Estos trabajos involucran una función de distribución para el radio de curvatura de las dislocaciones en un sólido, el cual se deforma bajo la acción de un esfuerzo dado. Ya que dentro de esta clase de modelo, el más desarrollado es el debido a Li [5] uno de nuestros objetivos importantes en este capítulo es aprovechar dicho modelo dentro de nuestro marco conceptual más general.

Por lo que se refiere al segundo problema, más adelante presentaremos algunos argumentos que hacen plausible el reemplazo de la aproximación del tiempo de relajación para la contribución debida a colisiones por un término más realista, así mismo analizaremos las consecuencias físicas de dicho reemplazo. Dentro del mismo marco teórico, esto nos permitirá derivar las ecuaciones generales que describen la evolución temporal para la densidad de dislocaciones móviles tanto para termofluencia por deslizamiento viscoso, como la que obedece la Ley de Potencias.

El capítulo está organizado como se describe a continuación: En la sección II recordaremos brevemente los aspectos del modelo de Li relevantes para nuestro desarrollo teórico posterior y expresaremos el modelo de Li en términos de nuestra función de distribución N. La Sección III aborda las consecuencias que el uso de diferentes modelos para describir la contribución que el término debido a colisiones aporta sobre la evolución temporal de la densidad de dislocaciones móviles. En la sección IV derivamos las ecuaciones generales que obedece la evolución temporal de ρ_m , para termofluencia viscosa y de Ley de Potencias, además examinaremos algunos casos particulares de las ecuaciones generales y finalizaremos con algunas observaciones pertinentes.

7.2. LA TEORÍA DE LI Y LA FORMA DE $N(\vec{r}, \vec{p}; t)$.

En esta sección mencionaremos aquellos resultados obtenidos previamente por Li y que son importantes para nuestra discusión futura. Empezaremos por su definición de densidad total de dislocaciones ρ_1 :

$$\rho_1 = 2\pi \int_0^r r f(r) dr = 4\pi \lambda r_m^3 \quad (7.2)$$

donde $f(r)dr = \lambda r \exp(-r/r_m)dr$, es el número de espiras con radios comprendidos entre r y $r + dr$ (λ y r_m son constantes, con esta última es el radio máximo de las espiras de dislocaciones). Esta forma matemática de $f(r)dr$ asegura que las espiras muy pequeñas o muy grandes serán raras, tal y como se observa en la realidad.

La densidad de dislocaciones móviles ρ_m está dada por:

$$\rho_m = 2\pi \int_{r_c}^{\infty} r f(r) dr = 2\pi \lambda r_m (x_c^2 + 2x_c r_m + 2r_m^2) \exp(-r/r_m) \quad (7.3)$$

y por lo tanto la fracción de dislocaciones móviles es:

$$\rho_m/\rho_1 = (1 + x_c + x_c^2/2) \exp(-x_c) \quad (7.4)$$

con $x_c = r_c/r_m = x_m^{-1}$. De acuerdo con Li, $r_c = \mu b/\tau$, donde μ es el módulo de corte del material, b es el módulo del vector de Burgers y τ es el esfuerzo de corte aplicado.

La rapidez de deformación promedio $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ se obtiene de:

$$\langle \dot{\epsilon} \rangle = 4\pi\alpha b \int_{r_c}^{\infty} r f(r) v(r) dr \quad (7.5)$$

donde α es el inverso del factor de Taylor, y $v(r)$ es la velocidad de la espira de radio r , la cual se relaciona con el esfuerzo efectivo de corte a través de $\tau_o(r) = \tau - \tau_i(r)$ (con $\tau_i(r) = \mu b/(2r)$) como el esfuerzo interno de corte) de acuerdo con:

$$v(r) = B_{qn} (\tau_o(r))^{n-2} b \quad (7.6)$$

donde hemos introducido una movilidad generalizada ante el deslizamiento de las dislocaciones, B_{qn} , (donde el subíndice $n = 3$ implica termofluencia por deslizamiento viscoso, mientras $n = 5$ significa que tratamos con termofluencia de Ley de Potencias para abarcar los dos tipos de fenómenos con la misma expresión.

Para avanzar en nuestro análisis, es conveniente reescribir ρ_1 , ρ_m y $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ en función de $N(\vec{r}, \vec{p}; t)$. Así identificando $N(\vec{r}, \vec{p}; t) = f(r)/(N_p 8\pi r)$, donde $N_p = \int d^3\vec{p}$, encontramos que las Ecuaciones (7.2) a (7.5) pueden reexpresarse como:

$$\rho_1 = \iint N(\vec{r}, \vec{p}, t) d^3\vec{p} d^3\vec{r} \quad (7.2a)$$

$$\rho_m = \iint H(r-r_c) \{ N(\vec{r}, \vec{p}, t) d^3\vec{p} d^3\vec{r} \quad (7.3a)$$

$$\langle \dot{\epsilon} \rangle = 2\alpha b \iint H(r-r_c) v(r) N(\vec{r}, \vec{p}, t) d^3\vec{p} d^3\vec{r} = \alpha b \rho_m \langle v \rangle \quad (7.4a)$$

Deben enfatizarse que en adelante y en contraste con el análisis de Li, nuestra ρ_1 se refiere a la densidad total de dislocaciones para termofluencia por deslizamiento viscoso mientras que para termofluencia por Ley de Potencias, ésta representa la densidad de dislocaciones que no pertenecen a las paredes de celda de dislocaciones. Más aún, queremos destacar que la elección que hace Li para r_c presenta algunas dificultades conceptuales ya que no toma en cuenta el hecho de que si el esfuerzo de corte aplicado se balancea con la componente de corte del esfuerzo interno, las dislocaciones no deben ser capaces de deslizarse. Nosotros resolvemos esta contradicción al considerar una expresión para r_c presentada por Kovacks y Zoldos [8]. De acuerdo con estos autores, el radio de curvatura crítica para el cual las espiras permanecen en equilibrio mecánico bajo un valor promedio de la componente de corte del esfuerzo efectivo $\langle \tau \rangle$ está dado por:

$$r_c = T/(b\langle \tau \rangle) \quad (7.7)$$

donde T es la tensión de línea de la dislocación la cual debe ser idéntica a la autoenergía de la dislocación u , en la aproximación de energía lineal constante [9]. Si consideramos segmentos circulares con energía por unidad de longitud, \bar{u} , esta cantidad tiene por valor $\bar{u} = \mu b^2/10$; así que la Ecuación (7.7) después de algunas sustituciones da lugar a:

$$r_c = \mu b / \langle \tau \rangle \quad (7.7a)$$

Debe hacerse notar que $\langle \tau \rangle = \alpha \langle \sigma \rangle$, donde $\langle \sigma \rangle$ es el promedio del esfuerzo interno, puede determinarse experimentalmente mediante el uso de técnicas como la descrita por Blum y Finkel [11]. De esta manera, se puede obtener con la Ecuación (7.7a) una determinación de r_c a partir de datos experimentales. Por ejemplo, sabemos que para estado estacionario en termofluencia por deslizamiento viscoso de dislocaciones, así como para la que sigue la Ley de Potencias, en general se encuentra que $\langle \tau \rangle = 0.5\tau$ (véase por

ejemplo la referencia [12]), de tal forma que $r_{ca} = 2\alpha\mu b/\sigma$ donde el subíndice a indica estado estacionario.*

Una vez que se ha establecido la conexión entre N y f , y se ha determinado r_c , con el uso de las Ecuaciones (7.1), (7.3) y (7.5a) es inmediata la integración sobre el espacio fase de la ecuación que describe la evolución temporal para ρ encontrándose:

$$\frac{d\rho_m}{dt} = \frac{\langle \dot{c} \rangle}{\alpha b r_m} - \int \int \left(\frac{dN}{dt} \right)_{coll} d^3r d^3p = \dot{\rho}_m^+ - \dot{\rho}_m^- \quad (7.8)$$

donde hemos utilizado la Ecuación de Orowan, Ec. (4.1) y al utilizar expresamente la Ecuación (2.5a) proporcionamos las bases para una nueva interpretación física de las dos contribuciones ya argumentadas por muchos autores [13-16]. Entonces, en nuestro esquema, la rapidez de creación de dislocaciones móviles, $\dot{\rho}_m^+$ se debe al término de arrastre y $\dot{\rho}_m^-$ la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles al término de colisiones.

La Ecuación (7.8) describe la evolución temporal de la densidad de dislocaciones móviles para termofluencia por deslizamiento viscoso o de Ley de Potencias dependiendo de que para el cálculo de $\langle \dot{c} \rangle$ se tome $n = 3$ o $n = 5$ respectivamente. Una característica destacada de la Ecuación (7.8) es la aparición explícita de r_m en la misma, la cual queda como un remanente de la función de distribución $N(\vec{r}, \vec{p}; t)$ que hemos utilizado. Para la determinación de este parámetro, haremos uso de un resultado que obtiene Montemayor-Aldrete et. al. para $\dot{\rho}_m^+$ [10], este es:

$$\dot{\rho}_m^+ = \frac{\alpha \sigma \dot{c}}{u} \quad (7.9)$$

* POR OTRO LADO, $\langle \tau_1 \rangle$ PUEDE DERIVARSE EN PRINCIPIO DE MANERA AUTOCONSISTENTE DENTRO DE NUESTRO FORMALISMO, ESTO SIN EMBARGO, REQUIERE EL DESARROLLO DE UNA TENDRIA DEL ESPUEZRO INTERNO EN FUNCION DE PROPIEDADES TOPOLOGICAS DEL SISTEMA DE DISLOCACIONES, UN TRABAJO QUE DE MOMENTO QUEDA FUERA DE NUESTRA PRESENTE TAREA.

(Véase Capítulo 3 Ecuación (3.10)). Aquí por simplicidad supondremos que el valor experimental de la rapidez de deformación, $\dot{\epsilon}$, es igual al valor teórico del promedio de la rapidez de deformación $\langle \dot{\epsilon} \rangle$, dado por la Ecuación (7.4a). Esto es $\dot{\epsilon} = \langle \dot{\epsilon} \rangle$. Si como antes tomamos $\bar{u} = \mu b^2$, y seguimos a Hausseil y Col [2] y tomamos $\alpha = 1/3$, expresión esta última válida en general para materiales policristalinos entonces igualando el primer término del lado derecho de la Ecuación (7.8) con la de (7.9) encontramos:

$$r_n = \frac{\bar{u}}{\alpha^2 \sigma b} = \frac{9\mu b}{\sigma} \quad (7.10)$$

y por tanto el cálculo del diámetro máximo de las espiras $= 2r_n = 18\mu b/\sigma$ está en razonable acuerdo con la relación empírica entre tamaño de celda y esfuerzo aplicado determinada por Raj y Pharr a partir de su exhaustivo análisis de datos experimentales [17].

Cerramos esta sección con el cálculo de (ρ_m/ρ_i) en estado estacionario, para esto utilizaremos las Ecuaciones (7.4), (7.7b) y (7.10) con $\alpha = 1/3$. Esto nos da un valor $(\rho_m/\rho_i)_s = 0.97$ lo cual indica que la mayor parte de las dislocaciones presentes en el interior de las celdas (o de la totalidad de las dislocaciones en termofluencia viscosa) son móviles durante estado estacionario.

Además mediante el uso de un procedimiento similar podemos mostrar que al inicio de una prueba de termofluencia en una muestra previamente recocida ρ_m/ρ_i (indicada por un subíndice o) tiene por valor $(\rho_m/\rho_i)_o = 0.995$. este resultado sugiere que durante el transcurso de la prueba de termofluencia el valor de ρ_m/ρ_i no debe diferir mucho del valor de estado estacionario. Hacemos notar, sin embargo, que el cálculo de ρ_m/ρ_i requiere el conocimiento explícito de $\langle \tau \rangle$ como función del tiempo.

7.3. DIFERENTES MODELOS PARA LA CONTRIBUCION DE COLISIONES, $\dot{\rho}_m^-$.

Hasta aquí nos hemos concretado a el análisis del contenido físico del primer término del lado derecho de la Ecuación (7.8) al interpretandola e identificandola como $\dot{\rho}_m^+$ según la exhibe la Ecuación (7.9). El acuerdo obtenido entre nuestros resultados para r_m y $(\rho_m/\rho_1)_m$ y los obtenidos por otros autores, (a través de procedimientos por completo diferentes), nos proporciona confianza de que nuestra interpretación física del término ya mencionado es correcta.

Por otro lado, en el Capítulo (6), sección (6.3) hemos utilizado una clase de aproximación del tipo BGK (véase Referencia [36] del

Capítulo (6)) al nivel de la Ecuación de Boltzmann (véase Ecuación (7.1)) la cual llamamos la aproximación del tiempo de relajación para $\int \int \left(\frac{dN}{dt} \right)_{col} d^3r d^3p$, como se presenta en el segundo término del lado derecho de la Ecuación (7.1a). Para el caso de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado en Al-11%wtZn, identificamos con éxito este término con la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles y se obtuvo un buen acuerdo entre las predicciones teóricas para estado estacionario y los datos experimentales. Pero esto, por supuesto no garantiza que nuestra aproximación del tiempo de relajación sea válida siempre.

En principio, para evaluar $\left(\frac{dN}{dt} \right)_{col}$, se debe disponer de un modelo acerca de la dinámica de dislocaciones al mismo nivel microscópico que el modelo de "Strassansatz" utilizado en teoría cinética de gases. Este es un objetivo muy difícil de alcanzar en esta etapa de desarrollo de la teoría sobre la dinámica de dislocaciones móviles. Sin embargo la interpretación del segundo término del lado derecho de la Ecuación (7.8), como la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles nos permite, por un lado, beneficiarnos del trabajo previo que sobre el tema han desarrollado diversos autores [15, 18, 19], y por otro lado atribuye a procesos de colisiones el origen de muchos fenómenos que ocurren dentro de las muestras.

Para ilustrar nuestras ideas en esta última dirección, desarrollaremos algunos argumentos heurísticos. Consideremos un conjunto de dislocaciones de borde de ambos signos en igual número, cuya densidad es ρ , separadas entre sí una distancia $d = \rho^{-1/2}$. Supondremos que en este sistema los eventos de aniquilación ocurren debido a movimientos de ascenso. Si tomamos la velocidad promedio de ascenso, $\langle v_c \rangle$, como constante; entonces la frecuencia de colisión entre pares de dislocaciones de signos opuestos, f_c , es:

$$f_c = 2\rho^{1/2} \langle v_c \rangle, \quad (7.11)$$

donde hemos utilizado el hecho de que $d = 2\langle v_c \rangle / f_c$. Así, la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles está dada por:

$$\dot{\rho}^- = \rho f_c = 2\rho^{3/2} \langle v_c \rangle \quad (7.12)$$

la cual está de acuerdo con resultados análogos derivados previamente por Alden [18] y Ajaja [19].

Similarmente, para el caso de celdas de dislocaciones de radio R , podemos calcular la rapidez de decrecimiento en la densidad de dislocaciones móviles $\dot{\rho}_m^-$ (o de manera equivalente la rapidez de incremento en la densidad de dislocaciones en las paredes de celda, $\dot{\rho}_w^+$). En este caso supondremos que la aniquilación de dislocaciones móviles ocurre por colisiones con las paredes de celda durante el movimiento de deslizamiento de las dislocaciones que parten del centro de las celdas.

Si la velocidad promedio de deslizamiento, $\langle v_g \rangle$, se toma como constante, la frecuencia de colisión de una dislocación con las paredes es $f_c = \langle v_g \rangle / R$ y entonces la rapidez de aniquilación de dislocaciones móviles está dada por:

$$\dot{\rho}_m^- = \dot{\rho}_v^+ = \rho_m \langle v_v \rangle / R = \frac{\langle \dot{c} \rangle}{\alpha B R} \quad (7.13)$$

donde al escribir la última igualdad hemos utilizado la Ecuación de Orowan, Ecuación (7.4a). La Ecuación (7.13) fue derivada por Blum [15] basado en teoría de control.

En la siguiente sección combinaremos los resultados ya sea de la aproximación del tiempo de relajación (véase Ecuación (7.1a)) o las Ecuaciones (7.12) o (7.13) para la contribución de colisiones, junto con las Ecuaciones (7.8) y (7.9); esto con la intención de describir diversos transitorios dentro de un marco teórico unificado que aplicable tanto a la termofluencia por deslizamiento viscoso, como a la termofluencia que sigue la Ley de Potencias. La utilidad de tal descripción (y por tanto de nuestro enfoque físico) será juzgado más tarde.

7.4. ANALISIS DE ALGUNOS TRANSITORIOS EN LA DENSIDAD DE DISLOCACIONES.

Para que sea completo nuestro análisis consideramos conveniente escribir todas las posibles combinaciones de $\dot{\rho}_m^+$, $\dot{\rho}_m^-$, $\dot{\rho}_v^+$ y $\dot{\rho}_v^-$ en las ecuaciones de continuidad para ρ_m en termofluencia por deslizamiento viscoso y para ρ_m y ρ_v para el caso en que la termofluencia obedezca la Ley de Potencias. Con la utilización de las Ecuaciones (7.1a), (7.8), (7.9), (7.12) y (7.13) se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales que gobiernan los transitorios del fenómeno de termofluencia por dislocaciones.

Ley de Potencias.

Deslizamiento Viscoso.

$$\frac{d\rho_n}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b r_m} - \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b R(\tau)} \quad \text{-(a);}$$

$$\frac{d\rho_n}{dt} = \frac{\alpha \sigma \dot{\epsilon}}{\bar{u}} - \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b R(\tau)} \quad \text{-(b);} \quad \frac{d\rho_n}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b r_m} - 2\rho_n^{3/2} \langle v_{c_n} \rangle \quad \text{-(g)}$$

$$\frac{d\rho_n}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b r_m} - \frac{\rho_n - \rho_{n*}}{\tau_{r_n}} \quad \text{-(c);} \quad \frac{d\rho_n}{dt} = \frac{\alpha \sigma \dot{\epsilon}}{\bar{u}} - 2\rho_n^{3/2} \langle v_{c_n} \rangle \quad \text{-(h)}$$

$$\frac{d\rho_n}{dt} = \frac{\alpha \sigma \dot{\epsilon}}{\bar{u}} - \frac{\rho_n - \rho_{n*}}{\tau_{r_n}} \quad \text{-(d);} \quad \frac{d\rho_n}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b r_m} - \frac{\rho_n - \rho_{n*}}{\tau_{r_n}} \quad \text{-(i)}$$

$$\frac{d\rho_w}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b R(\tau)} - 2\rho_w^{3/2} \langle v_{c_w} \rangle \quad \text{-(e);} \quad \frac{d\rho_w}{dt} = \frac{\alpha \sigma \dot{\epsilon}}{\bar{u}} - \frac{\rho_w - \rho_{w*}}{\tau_{r_w}} \quad \text{-(j)}$$

$$\frac{d\rho_w}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b R(\tau)} - \frac{\rho_w - \rho_{w*}}{\tau_{r_w}} \quad \text{-(f);} \quad (7.14)$$

Aquí utilizamos $\langle v_{c_n} \rangle$ como la velocidad promedio de la velocidad de ascenso de dislocaciones en las paredes de celda. Debe hacerse notar que si bien nuestros argumentos fueron presentados únicamente para el interior de las celdas, análisis parecidos pueden desarrollarse para las dislocaciones de las paredes de la celda. Por ello, podemos afirmar que las dos últimas ecuaciones de la columna Ley de Potencias son correctas. Queremos enfatizar que nuestra decisión de utilizar tal o cual Ecuación depende de qué información tengamos disponible, o de si se quiere usar la aproximación del tiempo de relajación como un primer acercamiento al problema que se aborda. A continuación consideraremos algunos casos particulares:

i) ρ_m al Comienzo de una Prueba de Termofluencia.

En la etapa inicial de una prueba de termofluencia en un material previamente recocido, la densidad de dislocaciones es muy pequeña, $\langle \sigma_1 \rangle / \sigma \ll 1$, y por tanto existe una pequeña oportunidad de que ocurran colisiones entre las dislocaciones, de tal suerte que el término de creación en las Ecuaciones (7.14b), (7.14h) es muchísimo mayor que el término de aniquilaciones. Así integrando cualquiera de estas ecuaciones con respecto al tiempo y ayudándonos de la Ecuación de Orowan (Ecuación 7.4a) obtenemos:

$$\rho_{m,n}(t) = \rho_{m,n}(t_0) \exp\left\{ \left(\frac{\alpha^n \sigma^{n-1} b^2 B_{qn}}{\bar{u}} \right) (t-t_0) \right\} \quad (7.15a)$$

donde una vez más hemos incluido un subíndice "n" con un valor $n = 3$ para el caso de termofluencia por deslizamiento viscoso y $n = 5$ para cuando el material obedece la Ley de Potencias, Ecuaciones (7.14h) y (7.14b) respectivamente. Es interesante puntualizar que la dependencia temporal exhibida en la Ecuación (7.15a) es similar a la que obtuvieron Johnston y Gilman [20] en su trabajo clásico sobre la velocidad de las dislocaciones y su densidad en función del tiempo dentro del intervalo de microdeformación plástica.

La Ecuación (7.15a) puede ser utilizada dentro de sus límites de validez i.e. $\langle \sigma_1 \rangle / \sigma \ll 1$, para determinar las movibilidades de las dislocaciones, B_{qn} , a partir de experimentos de termofluencia sin perturbar la muestra (como en las tradicionales pruebas de fricción interna) ya que α , σ y b se determinan directamente a partir de datos experimentales y \bar{u} puede obtenerse de la teoría, o del experimento en curvas de deformación sigmoidales (véase Capítulo 5).

De una manera similar, una simple integración de la Ecuación (7.14b) o la Ecuación (7.14h) respecto a la deformación aporta la siguiente expresión para ρ_m :

$$\rho_m(c(t)) = \rho_m(c_0) + \frac{\alpha \sigma}{\bar{u}} (c(t) - c_0); \quad c_0 = c(t_0) \quad (7.15b)$$

la cual es válida siempre que $\dot{\rho}_m^+ \gg \dot{\rho}_m^-$, y cumple además con la dependencia ampliamente observada en situaciones experimentales ((véase los trabajos de revisión de Gilbert y Rosenfield [21] y de Tsivinskii [22]).

Una característica importante de la Ecuación (7.15b), a diferencia de trabajos previos, es que la constante de proporcionalidad entre ρ_m y $(c(t)-c(t_0))$ está dada explícitamente en función de \bar{u} lo cual permite una determinación experimental de esta cantidad a partir de datos de termofluencia.

ii) ρ_w Cuando las Paredes de Celda Comienzan a Formarse.

Durante la deformación plástica inicial de un sólido debido a procesos de colisiones entre dislocaciones se empiezan a formar dipolos y tripolos, estos apilamientos evolucionan hacia la creación de paredes de celdas de dislocaciones. Al comienzo de este proceso podemos decir que $\dot{\rho}_w^+ \gg \dot{\rho}_w^-$ de tal suerte que en el lado derecho de la igualdad de las Ecuaciones (7.14e) o (7.14f) predominan los procesos de creación de paredes de celda sobre los procesos de destrucción de las mismas.

Con el objeto de obtener información adicional de la ecuación resultante, nosotros modificamos ligeramente la suposición aportada por Mughrabi [23], la cual establece que las deformaciones totales dentro y fuera de las paredes de celda son iguales. Para ello supondremos que $\alpha b \rho_w \langle v_{gw} \rangle = \beta [\alpha b \rho_w \langle v_{gw} \rangle]$, donde β es una constante de proporcionalidad que debe ser determinada posteriormente y $\langle v_{gw} \rangle$ es la velocidad promedio de deslizamiento de las dislocaciones dentro de las paredes, si hacemos $t_{gw}^{-1} = \beta \langle v_{gw} \rangle / R$ y utilizamos la Ecuación (7.14e) junto con la Ecuación de Orowan podemos obtener (después de una integración sobre el tiempo) una expresión para $\rho_w(t)$:

$$\rho_w(t) = \rho_w(t_0) \exp[(t-t_0)/t_{gw}] \quad (7.16a)$$

La Ecuación (7.16a) debe ser confrontada directamente con los resultados experimentales. Por ejemplo, para Cu-16at%Al, $\sigma = 39.2$ MPa y $T = 723^\circ\text{K}$ (véase Hasegawa et al [24]) en el intervalo que va de 268 a 699 minutos, $\rho_w(t)$ puede describirse como $\rho_w(t) = 4.78 \cdot 10^8 \text{cm}^{-2} \exp \left[\frac{t - 268 \text{min}}{704 \text{min}} \right]$ la cual tiene precisamente la forma de la Ecuación (7.16a).

Por otro lado, de acuerdo con la definición que dimos de t_{gw} , este se puede interpretar como el tiempo que le toma a una dislocación, que esté dentro de la pared, el deslizar una distancia igual a la mitad del espesor de la pared (debido al carácter dipolar de la estructura de la pared) $W_w/2$. Entonces podemos conjeturar que $W_w/2 = R/\beta$, de manera tal que de la Ecuación (7.6) con $n = 5$, podemos determinar la movilidad en deslizamiento dentro de las paredes de celdas de dislocaciones, B mediante:

$$B_{gs} = \frac{1}{[\alpha \langle \tau_{gw} \rangle]^3} \left(\frac{W_w}{2t_{gw}} \right) \quad (7.17)$$

donde $\langle \tau_{gw} \rangle$ representa el valor del promedio del esfuerzo efectivo dentro de la estructura de las paredes de celda, el cual es directamente determinable a partir de datos experimentales [23, 25, 26]. De tal manera que de nuevo podemos inferir el valor de un coeficiente de movilidad de dislocación a partir de mediciones experimentales de W_w , t_{gw} , α y $\langle \tau_{gw} \rangle$ sin perturbar la deformación plástica de termofluencia como ocurre durante las pruebas de fricción interna. Repitiendo el procedimiento que permitió llegar a la Ecuación (7.15b) podemos expresar a ρ_w como función de la deformación.

$$\rho_w(c(t)) = \rho_w(c_0) + \frac{1}{\alpha B \bar{R}} [c(t) - c_0] \quad (7.16b)$$

donde \bar{R} es el radio promedio de las celdas durante el período transitorio en el que es vigente nuestro análisis. Se debe poner a prueba la validez de la Ecuación (7.16b) comparándola con los

datos experimentales para averiguar si la dependencia de ρ_m con $c(t)-c(t_0)$ es lineal y verificar si en su caso la pendiente encontrada es consistente con una medición independiente de \bar{R} . Esto hasta donde sabemos, nunca se ha llevado a cabo.

iii) ρ_m Durante la Etapa Inicial de las Pruebas de Retiro Parcial o Total del Esfuerzo Aplicado.

Ya que la rapidez de creación de dislocaciones móviles disminuye drásticamente durante los primeros minutos de las pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado [2], esto implica que al tratar tales datos experimentales debemos considerar que la contribución que proviene del término de colisiones domina sobre el que surge del término de arrastre. Entonces si consideramos la aproximación del tiempo de relajación en cualquiera de las dos Ecuaciones (7.14c) o (7.14d) el único término relevante es el segundo del lado derecho de la igualdad, de tal manera que después de integrar obtenemos:

$$\rho_m(t) = \rho_{ms} + [\rho_m(t_0) - \rho_{ms}] e^{-\frac{(t-t_0)}{t_{rm}}} \quad (7.18)$$

La Ecuación (7.18) se utilizó con éxito para describir los datos de ρ_m vs t durante pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado en Al-11%wtZn. Más aún la misma ecuación explica la dependencia temporal de ρ_m durante ciertas etapas de la deformación plástica tales como aquella en la cual se forman celdas de dislocaciones en termofluencia de Ley de Potencias y se inicia la etapa de transitorio normal (véase datos de Hasegawa et al [24] para Cu-16at%Al).

El hecho de que estos resultados que provienen de la Ecuación (7.18) se ajusten tan bien con los datos experimentales, nos capacita para determinar valores de t_{rm} . Si de la sección anterior recordamos que $t_r = f_c^{-1} = 1/(2\rho_m^{1/2} \langle v_c \rangle)$, entonces podremos

a su vez determinar los coeficientes de movilidad para ascenso de dislocaciones durante termofluencia por deslizamiento viscoso como sigue: En analogía con la Ecuación (7.6), la velocidad promedio de ascenso $\langle v_c \rangle$ obedece la siguiente Ecuación $\langle v_c \rangle = B_c b [(1-\alpha) \langle \tau_0 \rangle]$, con lo cual, B_c puede fácilmente calcularse a través de la conexión existente entre t_p y $\langle v_c \rangle$ mediante el conocimiento previo de α , b y $\langle \tau_0 \rangle$. Los coeficientes de movilidad para ascenso en el caso de termofluencia que obedece Ley de Potencias pueden ser determinados de una manera similar, tomando en cuenta que en este caso los eventos de aniquilación de dislocaciones en principio pueden ocurrir tanto dentro de las celdas como en las paredes de las mismas.

iv) ρ_w Durante Pruebas de Retiro Total de Esfuerzo Aplicado.

Para este caso, de la integración de la Ecuación (7.14f) (en la cual, consideramos de nuevo que en la aproximación del tiempo de relajación la única contribución relevante es el segundo término del lado derecho de la misma), obtenemos:

$$\rho_w(t) = \rho_w(t \rightarrow \infty) + [\rho_w(t) - \rho_w(t \rightarrow \infty)] e^{-\frac{(t-t_0)}{t_{rw}}} \quad (7.19)$$

donde $\rho_w(t \rightarrow \infty)$ es el valor que ρ_w alcanza asintóticamente para tiempos $t \rightarrow \infty$ tales que el valor del promedio del esfuerzo interno dentro de las paredes $\langle \tau_{iw} \rangle$ no cambie apreciablemente respecto al valor que tenía al tiempo inicial del retiro del esfuerzo aplicado, t_0 . La Ecuación (7.19) puede explicar exitosamente los resultados experimentales para $\rho_w(t)$ durante una prueba de retiro total de esfuerzo aplicado en Al-11%wtZn, el cual tenía un esfuerzo previo de $\sigma = 29.1$ MPa bajo una temperatura constante $T = 523^\circ\text{K}$. De nuevo, nosotros podemos determinar el valor del coeficiente de movilidad ante ascenso dentro de la pared de celda, B_{cw} , a partir de la determinación experimental de t_{rw} , la única diferencia con respecto al caso de deslizamiento viscoso es que ahora $\langle v_{cw} \rangle$ está dado por $\langle v_{cw} \rangle = B_{cw} b [(1-\alpha) \langle \sigma_{cw} \rangle]^2$ donde el

promedio del esfuerzo efectivo en la pared de celda $\langle \sigma_{av} \rangle = \sigma - \langle \sigma_{iv} \rangle$; con $\langle \sigma_{iv} \rangle$ como el promedio del esfuerzo interno dentro de la estructura de la pared de celda.

7.5. CONCLUSIONES.

En este capítulo hemos llevado a cabo una conexión explícita entre nuestro enfoque Mecánico Estadístico del fenómeno de termofluencia por dislocaciones y la teoría de Li, nos hemos beneficiado de sus resultados al mismo tiempo que los hemos generalizado. Tal vez la característica más destacada de nuestro trabajo es su capacidad de tratar dentro de un marco unificado tanto la termofluencia por deslizamiento viscoso como la que obedece la Ley de Potencias. Hemos rederivado una gran cantidad de resultados, los cuales habían sido obtenidos por varios autores quienes utilizaron enfoques teóricos diferentes al nuestro; y así mismo hacemos predicciones teóricas las cuales pueden ser examinadas por medio de experimentos específicos.

De entre nuestros resultados destacan la posibilidad de determinar los diferentes coeficientes de movilidad (en situaciones donde la muestra ha sido deformada bajo condiciones usuales en pruebas de termofluencia), y el excelente acuerdo entre nuestras fórmulas teóricas y los datos experimentales de Hasegawa y Col, los cuales hemos discutido en la sección anterior. También es digno de mencionarse el acuerdo que existe entre el diámetro máximo de las espiras de dislocaciones que aparece en nuestra teoría y la expresión empírica inferida por Raj y Pharr para la relación funcional que existe entre tamaño de celda y esfuerzo aplicado. Y como nuestro resultado teórico se cumple tanto para termofluencia por deslizamiento viscoso como para la que obedece la Ley de Potencias hemos proporcionado apoyo adicional a la hipótesis de Mohammed y Langdon [27] para termofluencia por deslizamiento viscoso.

Finalmente, también hemos mostrado que para termofluencia por deslizamiento viscoso la absoluta mayoría de las dislocaciones presentes son móviles durante las pruebas de termofluencia, y lo mismo se aplica para dislocaciones que no pertenecen a las paredes de celdas durante la termofluencia que obedece la Ley de Potencias, todo esto en acuerdo con suposiciones previas sobre el asunto [10, 12, 27, 33]; y hemos aportado las ecuaciones generales que gobiernan la evolución temporal de la densidad de dislocaciones móviles tanto para termofluencia de Ley de Potencias, como la que obedece el deslizamiento viscoso de dislocaciones. Algunas de las consecuencias de estas ecuaciones fueron examinadas brevemente y se discutieron algunas formas plausibles de la contribución que aparece del término de colisiones en la Ecuación de Boltzmann.

Debe enfatizarse que el uso pleno de estas ecuaciones generales no es posible de momento por la falta de una teoría sólida, sobre el promedio del esfuerzo interno, al mismo nivel de desarrollo trabajado aquí. Sin embargo, existen algunos problemas particulares relacionados con termofluencia por dislocaciones en estado estacionario, los cuales (en el marco de nuestro formalismo) serán analizados en el siguiente capítulo.

7.6. REFERENCIAS.

1. J.C. Gibeling and W.D. Nix, *Acta Metall*, 29 (1981) 1769.
2. J. Hausselt and W. Blum, *Acta Metall.*, 24 (1976) 1027.
3. J.A. Montemayor-Aldrete and M. Lopez-de-Haro, enviado a publicar en *Mat. Sci. Eng.*
4. J.S. Koheler, in W. Schockley et al (eds.), *Imperfections in Nearly Perfect Crystals*, New York, Wiley.
5. J.C.M. Li, in A.S. Argon (ed.), *Physics of Strength and Plasticity*, Cambridge, Mass., U.S.A., M.I.T., p. 254.

6. R. Gasca-Neri and W.D. Nix, *Acta Metall.*, 22 (1974) 257.
7. A. Orlova, *Scr. Metall.*, 16 (1982) 1133.
8. I. Kovacs and L. Zoldos, *Dislocations and Plastic Deformation*. Pergamon Press, 1973.
9. U.F. Kocks, A.S. Argon and M.F. Ashby, *Prog. Mater. Sci.*, 1975. Vol. 19.
10. J. Montemayor-Aldrete, J. Soullard, R. Gómez-Ramírez and A. Calles, *Scri. Metall.*, 20 (1986) 1075.
11. W. Blum and A. Finkel, *Acta Metall.* 30 (1982) 1705.
12. J.E. Bird, A.K. Mukherjee and J.E. Dorn in *Proc. Int. Conf. on Qualitative Relation between Properties and Microstructure*, Haifa, 1969, p. 255.
13. B. Iilschner, *Z. Physik* 190 (1966) 258.
14. W.D. Nix and C.R. Barrett, *ASM Trans. Q.*, 61 (1968) 681.
15. W. Blum, *Phy. Stat. Sol. (b)* 45 (1971) 561.
16. J. A. Montemayor-Aldrete and R. Gómez-Ramírez, *Scri. Metall.*, 20 (1986) 1007.
17. S.V. Raj and G.M. Pharr, *Mat. Sci. Eng.*, 81 (1986) 217.
18. J.H. Alden, *Acta Metall.*, 17 (1969) 1435.
19. O. Ajaja, *M. Mat. Sci.*, 21 (1986) 3351.
20. W.G. Johnston and J.J. Gilman, *Jour. Appl. Phys.*, 30 (1959) 129.
21. C.N. Reid, A. Gilbert and A.R. Rosenfield, *Phil. Mag.*, 12 (1965) 409.
22. W.V. Tsivinskii, *Phys. Stat. Sol.*, (a) 36 (1976) 11.
23. H. Mughrabi, *Acta Metall.*, 31 (1983) 1367.
24. T. Hasegawa, Y. Ikeuchi and S. Karashima, *Met. Sci. J.*, 6 (1972) 78.
25. A. Orlova, *Sci. Metall.*, 16 (1982) 633.

26. D. Caillard, *Acta Metall.*, 31 (1983) 813.
27. F.A. Mohamed and T. Langdon, *Acta Metall.*, 22 (1974) 779.
28. J. Weertman, *J. Appl. Phys.*, 28 (1957) 1185.
29. C.R. Barret and W. D. Nix, *Acta Metall.*, 13 (1965) 1247.
30. F. Garofalo, *Fundamentals of Creep and Creep-Rupture in Metals*. Mc Millan Series in Materials Sci. 1965.
31. S. Takeuchi and A.S. Argon, *J. Mat. Sci.* 11 (1976) 1542.
32. P. Yavari, F. Mohamed and T. Landgon, *Acta Metall.*, 29 (1981) 1495.
33. D.O. Northwood, D.O. Moerner and I.O. Smith, *Phys. Stat. Sol.* (a), 84 (1984) 509.

C A P I T U L O 8
ENFOQUE MECANICO ESTADISTICO DEL FENOMENO DE TERMOFLUENCIA
POR DISLOCACIONES

III. Algunas Implicaciones para Estado Estacionario de una Forma Particular de la Función de Distribución de Dislocaciones en el Espacio Fase.

8.1. INTRODUCCION.

Este es el tercer capítulo de la serie que trata el fenómeno de termofluencia desde un enfoque mecánico estadístico. En el primer capítulo sobre el tema (Capítulo 6), [1] desarrollamos las ideas implícitas en nuestro enfoque y consideramos el caso particular de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado. En el segundo capítulo (Cap. 7), [2] analizamos las consecuencias que arroja el uso de una forma específica de la función de distribución (en el espacio fase) para el número de unidades de longitud de dislocaciones; con ello logramos reproducir la formulación estadística debida a Li [3], y de la estructura de los términos debidos a colisiones derivamos ecuaciones generales que describen la evolución temporal de la densidad de dislocaciones móviles tanto para el caso de termofluencia de ley de potencias como para el caso de termofluencia viscosa. El objetivo principal de este capítulo es continuar la investigación de tales consecuencias para el caso de estados estacionarios.

Durante muchas décadas los esfuerzos tanto teóricos como experimentales que se han realizado para entender el fenómeno de termofluencia por dislocaciones se han concentrado en la etapa estacionaria de la deformación. Esto se debe a varias razones: por un lado, es relativamente fácil llevar a cabo análisis detallados en esta etapa. Por otro lado, las mediciones macroscópicas y microscópicas realizadas en muestras deformadas exhiben gran reproducibilidad. Finalmente, no puede dejarse de lado la importancia práctica de tales resultados.

Es un hecho bien establecido el que las teorías existentes para estado estacionario proporcionan una descripción excelente de un conjunto grande de datos experimentales en termofluencia por dislocaciones en materiales de una sola fase. Sin embargo, en los últimos tiempos se ha venido acumulando información experimental, la mayoría de la cual corresponde a etapas transitorias de la deformación, la cual no ha sido entendida sobre la base de tales teorías. Por tanto el buscar un marco teórico unificador que prediga situaciones estacionarias y etapas transitorias de la deformación parecería ser un trabajo potencialmente fructífero. Este objetivo, en nuestra opinión, puede ser alcanzado utilizando nuestro enfoque mecánico estadístico, como mostraremos a través de los resultados presentados más adelante.

La organización de este capítulo es la siguiente: En la primera sección presentamos las ecuaciones generales derivadas en el capítulo anterior con objeto de tener un texto autocontenido, así mismo presentaremos otros resultados que pueden ser útiles para el análisis de los estados estacionarios. Los resultados generales son aplicados a las condiciones restrictivas establecidas por los estados estacionarios y encontramos un buen número de resultados teóricos ya conocidos provenientes de modelos independientes al nuestro. Así mismo llegamos a resultados no publicados previamente. En la sección tres llevamos a cabo comparaciones entre las predicciones teóricas y los datos experimentales; y finalmente en la sección cuatro cerramos el capítulo con las conclusiones correspondientes.

8.2. TEORIA.

En esta sección presentamos sin demostración las ecuaciones generales que describen la evolución temporal de la densidad de dislocaciones móviles y de la densidad de dislocaciones en las paredes de celdas (véase Capítulo 7). Estas ecuaciones las cuales

proceden del uso de nuestro enfoque mecánico estadístico con la función de distribución en el espacio fase correspondiente a la utilizada por Li [3] consideran un enfoque heurístico para la contribución debida a colisiones.

Deseamos enfatizar que la característica más importante de nuestro resultados es que abordamos con el mismo enfoque tanto la termofluencia de ley de potencias como la termofluencia por deslizamiento viscoso de dislocaciones. Las ecuaciones que gobiernan la evolución temporal son:

Deslizamiento Viscoso

Ley de Potencias

$$\frac{d\rho_m}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b r_m} - 2 \rho_m^{3/2} \langle v_{cm} \rangle \quad \text{-(a);} \quad \frac{d\rho_m}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b r_m} - \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b R(t)} \quad \text{(c)}$$

$$\frac{d\rho_m}{dt} = \frac{\alpha \sigma \dot{\epsilon}}{\bar{u}} - 2 \rho_m^{3/2} \langle v_{cm} \rangle \quad \text{-(b);} \quad \frac{d\rho_m}{dt} = \frac{\alpha \sigma \dot{\epsilon}}{\bar{u}} - \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b R(t)} \quad \text{(d)}$$

$$\frac{d\rho_w}{dt} = \frac{\langle \dot{\epsilon} \rangle}{\alpha b R(t)} - 2 \rho_w^{3/2} \langle v_{cw} \rangle \quad \text{(e)}$$

(8.1)

donde ρ_m y ρ_w denotan las densidades de dislocaciones móviles y de la paredes de celda respectivamente, \bar{u} es la energía media de la unidad de longitud de dislocación, y $\langle v_{cm} \rangle$ y $\langle v_{cw} \rangle$ son respectivamente la velocidad promedio de ascenso de las dislocaciones móviles para el caso de deslizamiento viscoso y la velocidad promedio de ascenso de las dislocaciones de la pared para el caso de termofluencia de Ley de Potencias, $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ es el valor promedio de la rapidez de deformación dada por:

$$\langle \dot{\epsilon} \rangle = 2\alpha b \int \int H(r-r_c) v(r) N(\vec{r}, \vec{\beta}, t) d^3\vec{r} d^3\vec{\beta} = \alpha b \rho_m \langle v_{gm} \rangle \quad \text{(8.2)}$$

con α como el inverso del factor de Taylor y b como el módulo de Burgers; $H(r-r_c)$ es la función escalón de Heaviside (donde r_c es el valor crítico del radio de curvatura de las dislocaciones arriba del cual, estas son dinámicamente móviles), $v(r)$ es el valor de la velocidad de la espira de radio r , $N(\vec{r}, \vec{\beta}; t)$ es la función de distribución en el espacio fase y se relaciona con la función de distribución de Li, para el número de unidades de longitud de dislocaciones $f(r)$ [3], como sigue $N(\vec{r}, \vec{\beta}; t) = f(r)/8(N_p r r)$, (donde $N_p = \int d^3\beta$ es un factor de normalización) y la segunda ecuación del lado derecho de la Ecuación (8.2) sirve para definir estadísticamente el valor promedio de la velocidad de deslizamiento de las dislocaciones móviles $\langle v_{gn} \rangle$ y expresa la famosa Ecuación de Orowan. Además r_m es el valor máximo del radio de las espiras bajo el valor del esfuerzo aplicado σ , $\langle v_{cm} \rangle$ es la velocidad promedio de ascenso para dislocaciones móviles, $R(t)$ es el radio de las celdas de dislocaciones como función del tiempo, $\dot{\epsilon}$ es la rapidez de deformación experimentalmente medida, \bar{u} el valor medio de la autoenergía de las dislocaciones y $\langle v_{cw} \rangle$ es el valor promedio de ascenso de dislocaciones dentro de la estructura de las paredes de celda. En el capítulo 7 hemos introducido coeficientes de movilidad B_{gn} , B_c y B_{cw} en término de los cuales $\langle v_{gn} \rangle$, $\langle v_{cm} \rangle$ y $\langle v_{cw} \rangle$ pueden expresarse de la siguiente manera:

$$\langle v_{gn} \rangle = B_{gn} \alpha b \langle \sigma_e \rangle^{n-2} \quad (8.3)$$

$$\langle v_{cm} \rangle = B_c b [(1-\alpha) \langle \sigma_e \rangle] \quad (8.4)$$

$$\langle v_{cw} \rangle = B_{cw} b [(1-\alpha) \langle \sigma_{ew} \rangle]^3 \quad (8.5)$$

donde B_{gn} es el coeficiente generalizado para el deslizamiento de dislocaciones y el subíndice n indica que uno está refiriéndose a deslizamiento viscoso ($n = 3$) o a termofluencias de Ley de Potencias ($n = 5$), $\langle \sigma_e \rangle$ es el promedio del esfuerzo efectivo $\langle \sigma_e \rangle = \sigma - \langle \sigma_i \rangle$ con $\langle \sigma_i \rangle$ como el promedio del esfuerzo interno, B_c es

el coeficiente generalizado de movilidad para ascenso durante deformación por deslizamiento viscoso, B_{cw} es el coeficiente de movilidad para el mismo tipo de movimiento dentro de las paredes de celda de dislocaciones durante termofluencia de Ley de Potencias y $\langle \sigma_{cw} \rangle$ es el promedio del esfuerzo efectivo en las paredes de celda (i.e. $\langle \sigma_{cw} \rangle = \sigma - \langle \sigma_{iw} \rangle$ donde $\langle \sigma_{iw} \rangle$ es el promedio del esfuerzo interno dentro de la estructura de la pared).

El conjunto de Ecuaciones de (8.1) a (8.5) servirá de base para todas nuestras discusiones subsecuentes, también nos auxiliaremos de algunos resultados que describiremos a continuación.

De acuerdo con Montemayor-Aldrete et. al. [4], para estado estacionario, el vector microestructura de defectos \vec{s} es constante. Siendo $\vec{s} = (s_1, s_2, \dots, s_n, t)$ donde por ejemplo, s_1 puede ser la densidad de dislocaciones móviles, ρ_m ; s_2 la densidad de dislocaciones en las paredes, ρ_w ; s_3 el radio de las celdas y así sucesivamente hasta que todos los elementos de la configuración de defectos relevantes para la descripción de la deformación plástica hayan sido especificados en estado estacionario. Matemáticamente expresamos la constancia de \vec{s} como:

$$\frac{ds_1}{dt} = \dot{s}_1^+ - \dot{s}_1^- = 0 \quad (8.6)$$

donde \dot{s}_1^+ es la rapidez de creación de microestructura de defectos de la componente s_1 , y \dot{s}_1^- es la rapidez de aniquilación de microestructura de defectos de la misma componente s_1 . Así el estado estacionario para cada s_1 es el resultado de un equilibrio dinámico entre una tendencia a construir una estructura disipativa y una tendencia a destruirla.

Ahora estamos en posición de analizar el fenómeno de termofluencia por dislocaciones en estado estacionario. Iniciamos con deslizamiento viscoso. Mediante la utilización de la Ecuación de Orowan y las Ecuaciones (8.1a) y (8.6) es inmediato llegar a:

$$\langle v_{qm} \rangle = \frac{2r_m}{d_m} \langle v_{cm} \rangle \quad (8.7)$$

donde $d_m = \rho_n^{-1/2}$. Es muy importante que enfatizamos que si hacemos $2r_m = L$, donde L es el diámetro de la espira delantera (i.e el diámetro para el cual dislocaciones de borde de signos opuestos ascienden para aniquilarse (véase Figura (8.1)) entonces recuperamos la famosa Ecuación de Weertman para el estado estacionario de la termofluencia por deslizamiento viscoso de dislocaciones [5]. Hemos mostrado que una simple manipulación nos permite establecer una conexión entre la teoría estadística de Li y el enfoque de Weertman para deslizamiento viscoso. Hasta donde sabemos nadie había previsto dicha conexión.

Otras simples manipulaciones permiten también obtener resultados interesantes. Si suponemos que $\dot{\epsilon} = \langle \dot{\epsilon}^2 \rangle$, de las Ecuaciones (8.1b), (8.2) y (8.7) se sigue que:

$$\langle v_{cm} \rangle = 1/2 d_m^3 \dot{\rho}_n^* \quad (8.8)$$

donde hemos hecho uso de la expresión para la rapidez de creación de dislocaciones derivada por Montemayor-Aldrete y Col. [6] (Ecuación 3-10) :

$$\dot{\rho}_n^* = \frac{\alpha \sigma \dot{\epsilon}}{\bar{u}} \quad (8.9)$$

como $\dot{\rho}_n^*$ y d_m son cantidades experimentalmente determinables, la Ecuación (8.8) proporciona una manera de evaluar $\langle v_{cm} \rangle$ a partir de datos experimentales.

De la combinación de las Ecuaciones (8.7), (8.3) y (8.4) se puede obtener la siguiente relación entre los coeficientes de movilidad B_{q3} y B_c .

$$B_{q3} = \left[\frac{2(1-\alpha)}{\alpha^4} \left(\frac{\bar{u}}{\mu b^2} \right) \frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\sigma} \right] B_c \quad (8.10)$$

de acuerdo con el Capítulo siete hemos identificado:

$$r_m = \frac{\bar{u}}{\alpha^2 \sigma b} \quad (8.11)$$

y hemos usado el hecho de que para termofluencia por deslizamiento viscoso $\langle \sigma_1 \rangle$ viene dado [7] por:

$$\langle \sigma_1 \rangle = \alpha \mu b \sqrt{\rho_m} \quad (8.12)$$

De manera similar, las Ecuaciones (8.12) y (8.10) pueden combinarse aportando la siguiente expresión para ρ_m :

$$\rho_m = \left[\frac{\alpha}{1-\alpha} \left(\frac{B_{\sigma_1}}{B_c} \right) \frac{\alpha^2 \sigma b}{2\bar{u}} \right]^2 \quad (8.13)$$

La cual aporta una dependencia de ρ_m con el cuadrado del esfuerzo aplicado, como se ha observado en muchos experimentos realizados en muy diversos materiales que exhiben deslizamiento viscoso [8]; y no sólo eso, sino que en la Ecuación (8.13) aparecen de manera explícita la razón de los coeficientes de movilidad generalizados, un hecho que hasta donde llega nuestro conocimiento no había sido reportado previamente. Deseamos hacer énfasis en que esta razón puede ser evaluada de la determinación independiente de $\langle v_{cm} \rangle$ y de $\langle v_{qm} \rangle$ con la utilización de las Ecuaciones (8.3) y (8.4).

Vamos ahora a considerar el caso de termofluencia de Ley de Potencias. De las Ecuaciones (8.1e) y (8.6) encontramos en este caso:

$$R = r_m \quad (8.14)$$

de lo cual vemos que el parámetro r_m de la función de distribución coincide con el radio de las celdas en estado estacionario. La Ecuación (8.14) junto con el resultado paralelo para deslizamiento

viscoso mencionado en conexión con la Ecuación de Weertman, sugiere que la trayectoria libre media sin colisiones durante estado estacionario es la misma para ambas clases de termofluencia por dislocaciones. Sin embargo, dado que la razón entre la velocidad de ascenso y la de deslizamiento de dislocaciones es mayor para deslizamiento viscoso que para termofluencia de Ley de Potencia, pareciera que este hecho impide la formación de celdas durante el deslizamiento viscoso.

Suponiendo de nuevo que $\dot{\epsilon} = \langle \dot{\epsilon} \rangle$, es inmediato de las Ecuaciones (8.1d) y (8.6) que en estado estacionario:

$$\bar{u}_s = \alpha^2 \sigma b R_s \quad (8.15)$$

o equivalente:

$$D_s = \frac{2\bar{u}_s}{\alpha^2 \sigma b} \quad (8.16)$$

donde D_s es el diámetro de celdas. La Ecuación (8.15) proporciona una vía para determinar \bar{u}_s a partir de datos experimentales, mientras la Ecuación (8.16) muestra la conocida dependencia del diámetro de celda con el esfuerzo aplicado observada experimentalmente de manera amplia y usualmente expresada como:

$$D_{exp} = K_{exp} \left(\frac{\mu b}{\sigma} \right) \quad (8.16a)$$

donde K_{exp} es una constante experimental. Si tomamos en cuenta que $\bar{u} = \mu b^2$ (véase Capítulo 7) se sigue de nuestros resultados que el valor de K_{exp} tiene el siguiente significado teórico:

$$K_{exp} = \left(\frac{2}{\alpha} \right) \frac{\bar{u}_s}{\mu b^2} \quad (8.17)$$

Es importante puntualizar que nuestro enfoque teórico da luz profunda respecto al origen físico de la dependencia observada fenomenológicamente; la cual aparentemente es inconsistente ya que normaliza a un esfuerzo de tensión σ , con un módulo de corte μ (como han mencionado previamente Raj et. al. [9]). Además la Ecuación (8.17) sugiere que la variación observada en los valores reportados para K_{exp} en diferentes materiales es debida a los diferentes valores que tiene la energía por unidad de longitud de dislocación en los materiales sujetos a deformación plástica.

En cuanto a las paredes de celda se refiere, debe tenerse en mente que la estructura de las mismas tiene naturaleza dipolar [10 - 14], lo cual significa que la mitad de la estructura de la pared está formada por dislocaciones de borde de un signo mientras la otra mitad está formada con dislocaciones de borde del signo opuesto. (Véase Figura (8.1) donde hemos incluido únicamente a las dislocaciones del plano primario para propósitos de claridad).

En estado estacionario, ésta estructura disipativa se mantiene en equilibrio dinámico debido a un flujo continuo de dislocaciones móviles las cuales deslizan desde el interior de las celdas hacia las paredes de celda y una vez que dichas dislocaciones alcanzan esta región inician un proceso de deslizamiento "lento" en dirección del centro de la estructura de la pared de celda, al llegar a dicho punto las dislocaciones se aniquilan por pares. Al comparar la Figura (8.2) del modelo de deslizamiento viscoso de Weertman [5], con la Figura (8.1), es muy claro que las dos situaciones físicas son esencialmente idénticas. Entonces, si repetimos el análisis de Weertman para el caso de paredes de celdas, en el cual el deslizamiento de dislocaciones ocurre ahora a partir de la parte más externa de la estructura de la pared de celda y el flujo de dislocaciones va dirigido hasta el centro de la pared, lugar donde ocurre el ascenso de dislocaciones el cual conduce a eventos de aniquilación entre dislocaciones de borde de signos opuestos. De este análisis obtenemos:

$$\langle v_{qv} \rangle = \frac{W_w}{d_w} \langle v_{cw} \rangle \quad (8.18)$$

donde $\langle v_{qv} \rangle$ es el promedio de la velocidad de deslizamiento de las dislocaciones dentro de la estructura de las paredes de celda cuya anchura es W_w , $d_w = \rho_w^{-1/2}$ y $\langle v_{cw} \rangle$ es el promedio de la velocidad de ascenso de dislocaciones en el centro de las paredes de celda.

Mediante la utilización de una Ecuación tipo Orowan para la deformación plástica que ocurre dentro de la pared (i.e. suponiendo que $\langle \dot{\epsilon}_w \rangle = \alpha b \rho_w \langle v_{qv} \rangle$) uno puede reescribir la Ecuación (8.18) de la siguiente manera:

$$\langle \dot{\epsilon}_w \rangle = \alpha b W_w \rho_w^{3/2} \langle v_{cw} \rangle \quad (8.18a)$$

la cual, cuando se inserta en la Ecuación (8.1e), aporta por resultado que:

$$\frac{\langle \dot{\epsilon}_w \rangle}{\langle \dot{\epsilon}_w \rangle} = \frac{R}{W_w/2} \quad (8.19)$$

durante estado estacionario, lo cual apoya la aseveración relativa a la naturaleza "lenta" del proceso de deslizamiento a través de la estructura de la pared celdas de dislocaciones. Para avanzar en nuestro análisis, modificaremos ligeramente la suposición realizada por Mughrabi [16] la cual establece que la deformación plástica total dentro y fuera de la estructura de la pared de celda son iguales. Entonces si suponemos que $\alpha b \rho_w \langle v_{qv} \rangle = \beta [\alpha b \rho_w \langle v_{qv} \rangle]$ donde β es una constante de proporcionalidad que será determinada posteriormente de la Ecuación (8.1a) se sigue que para estado estacionario:

$$W_w = \frac{2R}{\beta} = \frac{1}{\beta} \frac{2\bar{U}}{\alpha^2 \sigma b} \quad (8.20)$$

proporcionando predicciones que pueden ponerse a prueba de manera experimental. Por otro lado, manipulaciones sencillas de las

Ecuaciones (8.1e), (8.5), (8.7) y (8.9), así como considerando que $\dot{\epsilon}_w = \beta b \rho_w \langle v_{gw} \rangle$ y $\langle v_{gw} \rangle = B_{gw} \alpha^2 b \langle \sigma_{ew} \rangle^3$ (donde B_{gw} es el correspondiente coeficiente generalizado de movilidad) permite derivar resultados similares a las Ecuaciones (8.8) y (8.10) (correspondientes a deslizamiento viscoso):

$$\langle v_{cw} \rangle = \frac{1}{2} d_w^3 \dot{\rho}_m^* \quad (8.21)$$

y

$$\rho_w = \left\{ \beta \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^3 \left(\frac{B_{gw}}{B_c} \right) \left(\frac{\alpha^2 \sigma b}{2\bar{u}} \right) \right\}^2 \quad (8.22)$$

Finalmente, combinando las Ecuaciones para $\langle v_{gw} \rangle$ y para $\langle v_{gm} \rangle$ (Cf. Ecuación (8.3)) tenemos:

$$\rho_m = \left[\frac{\alpha B_{gw}}{(1-\alpha)B_{gm}} \right] \left[\frac{\alpha}{1-\alpha} \beta \frac{\langle \sigma_{ew} \rangle}{\langle \sigma_{em} \rangle} \right]^3 \left[\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{B_{gw}}{B_c} \left(\frac{\alpha^2 \sigma b}{2\bar{u}} \right) \right]^2 \quad (8.23)$$

la cual proporciona una conexión entre las diferentes razones de coeficientes de movilidad y cantidades medibles experimentalmente.

A continuación con objeto de proporcionar un soporte adicional a las Ecuaciones (8.22) y (8.23) desarrollaremos algunos argumentos físicos basados en un enfoque cinético del problema, el cual toma en cuenta los cambios en los radios de las celdas originados por la evolución temporal de ρ_m y ρ_w .

Supongamos que inicialmente las celdas de dislocaciones son cilíndricas de radio R (véase la Figura (8.1)) y que la densidad de dislocaciones móviles es homogénea. Si la distancia media entre dislocaciones de la vecindad de la superficie interna de la pared de celda tiene un valor constante $\rho_m^{-1/2}$ y si uno considera un modelo bidimensional, entonces el área que ocupa cada

dislocación cerca de la superficie de la pared de celda es aproximadamente $\rho_m^{-1/2}$. Por tanto, en este esquema idealizado el radio de celda crece, cuando para un radio matemático específico, el número de dislocaciones presentes para este radio disminuye en cantidad por deslizamiento de dislocaciones que se dirigen hacia el centro de la pared de celda debido a los eventos de aniquilación que ocurren ahí. Por otro lado, el radio de celda decrece cuando para un radio matemático específico, el número de dislocaciones se incrementa debido a la llegada de dislocaciones móviles desde el interior de la celda. En estado estacionario el radio de la celda alcanza un valor constante debido a un equilibrio dinámico inducido por un balance del flujo de dislocaciones en la superficie interior de la estructura de la pared de la celda (a este radio $\frac{d\rho_m}{dt}$ es igual a cero, ya que $\dot{\rho}_m^+ = \dot{\rho}_m^-$).

La rapidez de cambio en el área del interior de las celdas (debido a los eventos de aniquilación de dislocaciones que ocurren dentro de la estructura de la pared de celdas), $\frac{dA^+}{dt}$ viene dada por:

$$\frac{dA^+}{dt} = 2\pi R \frac{dR^+}{dt} = (\dot{\rho}_m^- / \rho_m) \pi R^2$$

y la rapidez de decrecimiento del área del interior de las celdas (debido a la llegada de dislocaciones a la superficie interior de la pared de celda), $\frac{dA^-}{dt}$; viene dada por:

$$\frac{dA^-}{dt} = 2\pi R \frac{dR^-}{dt} = \left(\dot{\rho}_m^+ / \rho_m \right) \pi R^2$$

por lo cual, el cambio neto del radio de la celda, $\frac{dR}{dt}$ viene expresado como sigue:

$$2R \frac{dR}{dt} = - \frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_m}{dt} \quad (8.24)$$

donde: $\frac{dR}{dt} = \frac{dR^+}{dt} - \frac{dR^-}{dt}$, y $\frac{d\rho_m}{dt} = \dot{\rho}_m^+ - \dot{\rho}_m^-$.

Después de integrar la Ecuación (8.24), llegamos a:

$$D(t) \sqrt{\rho_m(t)} = D(t_0) \sqrt{\rho_m(t_0)} = K_{Hm} \quad (8.25)$$

donde $D(t)$ y $D(t_0)$ son los diámetros de las celdas a los tiempos t y t_0 respectivamente y a el valor constante $D\sqrt{\rho_m}$ se le denomina constante de Holt para las dislocaciones móviles.

Nuestra Ecuación (8.25) es una generalización de la Ecuación de Holt obtenida por el autor del mismo nombre basado en un análisis de termodinámica reversible que busca la minimización de la energía elástica de un arreglo inicialmente homogéneo de dislocaciones [16]. Queremos hacer notar que para estado esetacionario, de las Ecuaciones (8.16) y (8.25) conseguimos $\rho_{ms} = \left[K_{Hm} \alpha^2 \sigma b / (2\bar{u}) \right]^2$, esto es obtenemos la misma forma que la descrita por la Ecuación (8.23). De la igualdad de ambas expresiones se obtiene una expresión para la constante de Holt para dislocaciones móviles, como función de las movilidades de las dislocaciones:

$$K_{Hm} = \left(\frac{B_{gw}^3}{B_{cw}^2 B_{gm}} \left[\beta \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^2 \frac{\langle \sigma_{ow} \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right]^3 \right)^{1/2} \quad (8.25a)$$

De una manera parecida, podemos analizar los cambios en los tamaños de celda originados por los cambios en ρ_w . En este caso, la separación media entre dislocaciones que forman parte de la estructura de la pared es $\rho_w^{-1/2}$ y ρ_w^{-1} es el área ocupada por cada dislocación dentro de la estructura de la pared, la cual tiene una anchura W_w . Podemos mostrar que:

$$2\pi R \frac{dR}{dt} = \frac{\dot{\rho}_w}{\rho_w} [\pi (R + W_w / 2)^2 - \pi R^2] \quad (8.26)$$

Si nos restringimos en nuestro análisis a situaciones cercanas a estado estacionario, las relaciones entre W_w y R vienen proporcionadas por la Ecuación (8.20). Y si se aproxima el valor de β para todos los metales, por el de cobre [17], esto es $\beta \approx 3$ entonces $\pi R W_w \approx 20 \left(\frac{W_w}{2} \right)^2$ y la Ecuación (8.26) puede a su vez aproximarse según:

$$2 \frac{dW_w}{dt} = - \frac{\dot{\rho}_w}{\rho_w} W_w \quad (8.26a)$$

donde hemos utilizado el hecho de que por definición de R y W_w , $dR = -dW_w$. La integración de la Ecuación (8.26a) entre t_0 y t aporta la siguiente expresión para W_w como función de ρ_w :

$$W_w(t) \sqrt{\rho_w(t)} = W_w(t_0) \sqrt{\rho_w(t_0)} = K_{Hw} \quad (8.27)$$

donde hemos definido como K_{Hw} a el valor constante del producto $W_w \sqrt{\rho_w}$ (donde el subíndice w indica paredes). Queremos recalcar que la Ecuación (8.27) sólo es válida para situaciones cercanas a estado estacionario. La Ecuación (8.27) puede ser contrastada con los datos experimentales correspondientes; y utilizando la Ecuación (8.20) puede reescribirse como:

$$\left(D\sqrt{\rho_w} \right)_s = \beta K_{Hw} \quad (8.27a)$$

Operaciones adicionales de las Ecuaciones (8.27a), (8.20) y (8.25) aportan:

$$\frac{\rho_m}{\rho_w} = \left(\frac{1}{\beta} \frac{K_{lm}}{K_{hw}} \right)^2 \quad (8.27b)$$

$$W_w = K_{hw} \rho_w^{-1/2} \quad (8.27c)$$

mientras que el uso de la Ecuación (8.16) en (8.27a) proporciona $\rho_w = K_{hw}^2 \left(\frac{\alpha \sigma b}{2u} \right)^2$ la cual de nueva cuenta es de la forma de la Ecuación (8.22) siempre que identifiquemos K_{hw} como:

$$K_{hw} = \left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^3 \left(\frac{B_{qw}}{B_{cw}} \right) \right] \quad (8.27d)$$

8.3. COMPARACION TEORIA Y EXPERIMENTO.

En esta sección contrastaremos nuestras predicciones teóricas con datos experimentales. Comenzaremos con el estudio de los valores de tamaño de celda para estado estacionario en el caso de Al-11wtZn [18] (C.f. Ec. (8.16)). Esto lo llevamos a cabo mediante el uso de la información contenida en la Tabla I, la Ecuación (8.16), y una estimación independiente de la autoenergía de las dislocaciones por unidad de longitud \bar{u}_c (considerando igual número de dislocaciones de borde que de tornillo) dada por [6], véase Capítulo 4 :

$$\bar{u}_c = \frac{1.15(2-\nu)}{4\pi(2(1-\nu))} [\mu b^2 \ln(X_c/r_o)] \quad (8.28)$$

donde ν es la razón de Poisson, X_c es un valor típico de tamaño de celda (tomado como D_{exp} para este caso) y $r_o = 5b$ como usualmente se toma, con esto encontramos que el cociente $\bar{u}_v/\bar{u}_c \approx 1.17$. Lo cual significa que, dado que la Ecuación (8.28) desprecia

completamente la energía de interacción entre dislocaciones, podemos conjeturar que para el caso de Al-11%wtZn ésta energía de interacción es a lo mas igual al 17% del valor de la autoenergía de las dislocaciones aportada por la Ecuación (8.28).

Por otro lado, si uno aproxima el valor de \bar{u}_a por \bar{u}_c según lo proporciona la Ecuación (8.28) y sustituimos este valor en la Ecuación (8.16), encontramos que el valor resultante del tamaño de celda muestra buen acuerdo con los valores experimentales como mostramos en la Tabla I. Si de nueva cuenta aproximamos \bar{u}_a por \bar{u}_c según la Ecuación (8.28) en la Ecuación (8.17) obtenemos:

$$K = \frac{1.5}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{2-\nu}{1-\nu} \right] \right\} \ln (X_c/r_o) \quad (8.29)$$

la Ecuación (8.29) obtenemos el valor medio $\bar{K} = 18.2$ el cual guarda buen acuerdo con el valor experimental reportado en este sistema $K_{exp} \approx 21$.

Por lo que respecta a la relación que guardan K_w y R (C.f. Ec. (8.20)), los datos experimentales para cobre [17] presentan una relación lineal con $\beta = 3$. Finalmente, haremos uso de los datos de Blum et al [18] para Al-11%wtZn bajo $\sigma = 29.1$ MPa y $T = 523^\circ K$ para determinar el valor de K_{hw} a partir de la Ecuación (8.27b). En este caso de los datos reportados sabemos que $\rho_a = 13.1 \cdot 10^8 \text{cm}^{-2}$ y $\rho_w = 11.1 \cdot 10^8 \text{cm}^{-2}$, así que con la Ecuación (8.27b) obtenemos:

$$K_{hw} = 5.7 \quad (8.30)$$

donde hemos calculado K_{hw} de acuerdo con la Ecuación (8.29) (con el valor de 18.2 mencionado previamente) y hemos supuesto que para esta aleación, $\beta = 3$ como es el caso del cobre. Con la utilización de la Ecuación (8.30) en la (8.27c) llegamos a:

$$W_w = 5.7 \rho_w^{-1/2}$$

la cual se compara muy bien con el resultado experimental $W_{wexp} = 6\rho_w^{-1/2}$ que puede observarse en la Figura 8.3 (tomada del trabajo de Hausseil y Blum [18]). Así que una vez más tenemos un muy buen acuerdo entre nuestra teoría y la evidencia experimental.

8.4. CONCLUSIONES.

Los resultados a los que hemos llegado en las secciones anteriores a nuestro juicio, merecen mayor análisis. Comenzaremos por la termofluencia debida al deslizamiento viscoso de dislocaciones. De las ecuaciones de continuidad para ρ_m se sigue lo siguiente:

i) Dentro de nuestra formulación mecánico-estadística la Ecuación de Weertman (C.f. Ecuación (7)) aparece de forma natural. También el diámetro máximo de las espiras de dislocaciones en nuestra función de distribución es igual al valor del diámetro de la espira líder en el arreglo propuesto por Weertman (i.e. el valor del diámetro para el cual las dislocaciones de borde de signos opuestos ascienden para aniquilarse entre ellas). Entonces, la consistencia de nuestros resultados, con los obtenidos a través de modelos bien establecidos (los cuales son independientes al nuestro) es una característica de nuestra aproximación teórica al problema de deformación plástica por deslizamiento de dislocaciones.

ii) Se deriva una expresión para la velocidad promedio de ascenso en función de la rapidez de creación de dislocaciones móviles y de su densidad, (C.f. Ecuación (8.8)). De tal expresión fuimos capaces de mostrar que ρ_m es proporcional a $(\sigma b/\dot{u})^2$, lo cual está en acuerdo con un gran conjunto de resultados experimentales. Además, encontramos que ρ_m depende de la razón de los coeficientes de movilidad en deslizamiento y el de movilidad ante ascenso.

Por otro lado, para el caso de termofluencia que se comporta según la Ley de Potencias encontramos:

iii) El valor máximo del diámetro de las espiras de dislocaciones en nuestra función de distribución coincide con el diámetro de las celdas de dislocaciones. Junto con el resultado del punto i) antes señalado, este resultado muestra que la trayectoria libre media para las dislocaciones móviles tanto para deslizamiento viscoso como para el caso de Ley de Potencias es la misma para un valor equivalente del esfuerzo aplicado. Esto apoya la idea de que la única diferencia entre ambos tipos de fenómenos reside en el hecho de que para el caso de deslizamiento viscoso el tiempo que requieren dos dislocaciones de borde de signos opuestos para aniquilarse es el mismo tiempo que le toma a otra dislocación móvil (que puede dar lugar a la formación de una pared de dislocaciones en el sitio de la colisión) el alcanzar a ese par de dislocaciones que ascienden entre sí (C.f. suposición de Weertman [6] que dá lugar a la Ecuación (8.7)).

iv) Se deriva una expresión para el valor medio de la energía por unidad de longitud de dislocación en función de parámetros experimentales (C.f. eq. (8.15)). El acuerdo obtenido entre los valores provenientes de esta expresión y de cálculos clásicos para el caso de Al-11%wtZn, [18] es muy satisfactorio. Más aún, tal expresión dá lugar a una interpretación física para los valores de las constantes que aparecen en expresiones fenomenológicas para el diámetro de celdas durante estado estacionario.

v). Se establece una relación entre la anchura de las paredes de dislocaciones, generadas durante la deformación y los diámetros de dichas celdas. (C.f. Ecuación (8.20)). Los resultados teóricos representan muy bien a los datos experimentales reportados para Cu [17].

vi). Se exhibe respectivamente la proporcionalidad que existe entre ρ_m y ρ_v con σ^2 y las razones de los coeficientes de movilidad ante deslizamiento y ascenso (C.f. Ecuaciones (8.22) y (8.23)). Mientras se obtiene un buen acuerdo entre las predicciones realizadas con la Ecuación (8.23) y los resultados experimentales, para el caso de la Ecuación (8.22) no se puede decir lo conducente por no contarse a la fecha con los datos experimentales pertinentes; sin embargo, para un valor constante de σ , se sabe que ρ_v decrece conforme aumenta la temperatura, hecho con el cual guarda un acuerdo cualitativo la Ecuación (8.22).

vii). Mediante la utilización de un enfoque teórico de carácter cinético, mostramos que (durante un período durante el cual las paredes de celda evolucionan) el producto de los diámetros de celda y de la raíz cuadrada de la densidad de dislocaciones móviles es una constante. Para el caso de estado estacionario nuestro resultado coincide con la Ecuación de Holt [16] y nos permite expresar la constante de Holt en función de parámetros microscópicos tales como las movilidades de las dislocaciones, el promedio del esfuerzo efectivo y el esfuerzo efectivo dentro de la estructura de las paredes de celda.

viii). Finalmente, también mediante un enfoque cinético, derivamos una relación entre la anchura de las paredes de celda y el recíproco de la raíz cuadrada de la densidad de dislocaciones en la pared. Encontramos un muy buen acuerdo entre esta relación y los datos experimentales disponibles para Al-11%wtZn, [18].

En vista de todos estos resultados, y de los resultados presentados en los dos capítulos previos ((6) y (7)), pareciera que nuestra aproximación teórica al problema no sólo proporciona un marco conceptual diferente al aportado por trabajos teóricos previos (en el tema), sino que también da explicaciones a una gran variedad de resultados teóricos y experimentales. Nuestro enfoque es también capaz de producir predicciones teóricas no reportadas previamente y aporta una interpretación física y una visión más

profunda acerca de la naturaleza de resultados reportados previamente. Entre tales resultados encontramos los tiempos propios del sistema; una función de distribución para radios de curvatura de las dislocaciones; expresiones que permiten la determinación de coeficientes de movilidad de dislocaciones a partir de datos experimentales de termofluencia; determinamos la dependencia implícita que con la temperatura tienen la densidad de dislocaciones en la pared y la anchura de las paredes; estudiamos la evolución temporal de ρ_m y ρ_w y de la anchura de las paredes (la cual puede conseguirse medir mejor mediante estudios de microscopía electrónica de transmisión), tanto para el comienzo de una prueba, como para el caso de pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado; y también estudiamos la evolución temporal de ρ_m , ρ_w y R y W_w durante pruebas de termofluencia.

Por otro lado, el mismo enfoque puede ser utilizado para el análisis de muchos aspectos teóricos de: fatiga de bajo ciclaje, con oscilación de esfuerzo o temperatura alrededor de condiciones de estado estacionario, la descripción de pruebas de medición del esfuerzo interno para diferentes etapas de la deformación, la simulación de la parte inicial de pruebas de deformación a velocidad de cabezal constante, la simulación de pruebas de termofluencia de baja temperatura y muchas otras situaciones experimentales dependiendo de la información experimental disponible acerca de los parámetros físicos relevantes.

8.5. REFERENCIAS

1. S. Takeuchi y A. S. Argon. *J. Mat. Sci.*, 11 (1976) 1542.
2. J. A. Montemayor-Aldrete y M. López-de-Haro. Submitted to *Mat. Sci. Eng.*
3. J. A. Montemayor-Aldrete y M. López-de-Haro. Submitted to *Mat. Sci. Eng.*
4. J. C. M. Li, in A. S. Argon (ed.). *Physics of Strength and Plasticity*, Cambridge, Mass., U. S. A, M.I.T, p.254.

5. J. A. Montemayor-Aldrete y R. Gómez-Ramírez. *Scri Metall.*, 20 (1986) 1007.
6. J. Weertman, *Trans. A.S.M.*, 61 (1968) 681.
7. J. A. Montemayor-Aldrete, J. Souillard, R. Gómez-Ramírez y A. Calles. *Scri. Metall.*, 20 (1986) 1075.
8. J. E. Bird, A. K. Mukherjee y J. E. Dorn. In *Proc. Int. Conf. on Qualitative Relation between Properties y Microstructure*, Haifa, 1969, P. 255.
9. S. Takeuchi y A.S. Argon. *J. Mat. Sci.*, 11 (1976) 1542.
10. S. V. Raj y G. M. Pharr. *Mat. Sci. Eng.*, 81 (1986) 217.
11. W. Blum. *Phys. Stat. Sol. (b)* 45 (1971) 561.
12. U.F. Kochs, T. Hasegawa y R. O. Scattergood. *Scri. Metall.*, 14 (1980) 449.
13. D. Kuhlmann-Wilsdorf. *Met. Trans.*, A, 16A (1985) 2091.
14. D. Kuhlmann-Wilsdorf y N. R. Comins. *Mat. Sci. Eng.* 60 (1983) 7.
15. P. J. Jackson y M. Siedersleben. *Scri. Metall.*, 18 (1984) 749.
16. H. Mughrabi. *Acta Metall.*, 31 (1983) 1367.
17. D. L. Holt, *J. Appl. Phys.* 41 (1970) 3179.
18. D. Knoesen y S. Kritzinger. *Acta Metall.*, 30 (1982) 1219.
19. H. Hausselt y W. Blum. *Acta Metall.*, 24 (1976) 1027.

T A B L A I

σ (MPa)	29.1 ± 0.3	21.7 ± 0.2	16.8 ± 0.1
$D_{exp} = \pi \Lambda$ (10^{-4} cm)	4.58 ± 0.47	8.01 ± 0.78	10.9 ± 1.10
D_S^* (10^{-4} cm)	4.49 ± 0.04	7.97 ± 0.06	8.61 ± 0.05
\bar{u}_S^* (10^{-4} ergs/cm)	2.12 ± 0.22	2.75 ± 0.27	2.9 ± 0.29
\bar{u}_C (10^{-4} ergs/cm)	2.08 ± 0.46	2.21 ± 0.43	2.3 ± 0.45
$\rho_{m exp}$ (10^8 cm $^{-2}$)	13.11 ± 0.72	5.57 ± 0.80	4.23 ± 0.66
$(K_{Hn})_{exp}$	18.9	20.1	2.3
ρ_w (10^8 cm $^{-2}$)	11.6 ± 1.2		

Datos tomados del trabajo de Haussett y Blum para condiciones de estados estacionario [19]. Los valores con * se calcularon utilizando $\alpha = 1/3$, $v = 1/3$, $b = 2.86 \times 10^{-10}$ m, $X_t = D_{exp}$; $\gamma \mu = 2.74 \times 10^{11}$ dm/cm 2 [7].

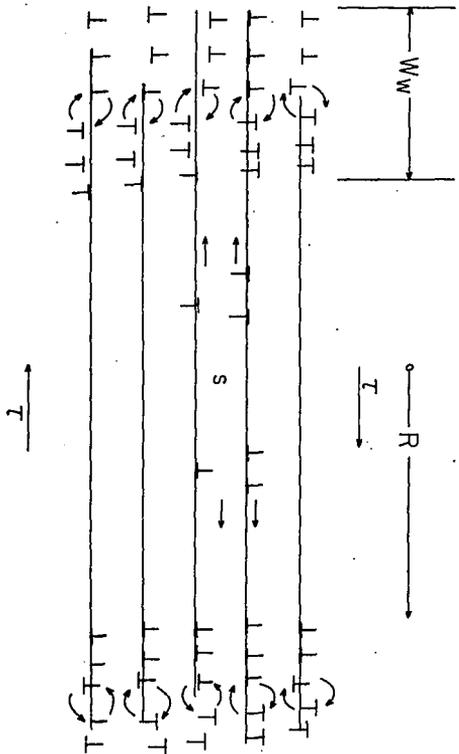


Figura 8.1. Representación esquemática de una estructura dipolar de pared de celda de dislocaciones generada por la deformación plástica.

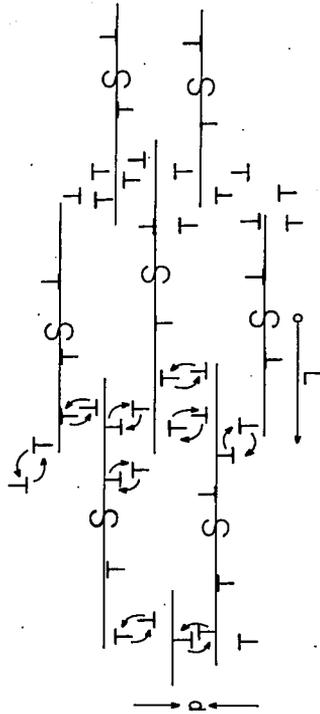


Figura 8.2. Arreglo espacial de fuentes de dislocaciones supuesto por Weertman [6] para su modelo de termofluencia por deslizamiento viscoso.

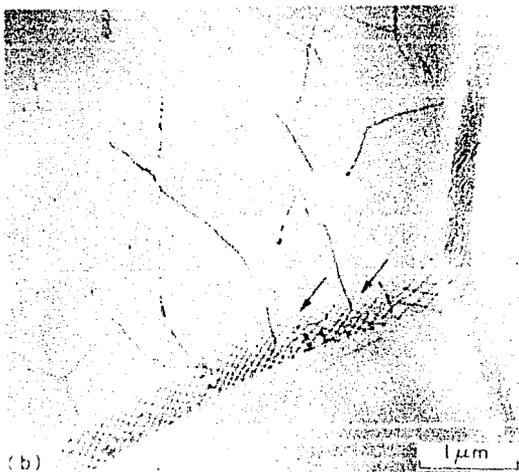


Figura 8.3. Fotografía obtenida con Microscopio Electrónico de Transmisión de una pared de celda en Al-11wtZn, a $\sigma = 29.1\text{MPa}$, $T = 523\text{K}$. Según Hausselt y Blum [18].

CAPITULO 9
ACERCA DE LAS MEDICIONES DE ESFUERZO INTERNO DURANTE
TRANSITORIO SIGMOIDAL DE TERMOFLUENCIA EN
Cu-16at%Al.

9.1. INTRODUCCION.

Recientemente se ha enfatizado la necesidad del desarrollo de una teoría sólida del esfuerzo interno de largo alcance que aporte luz sobre los orígenes físicos del mismo para el caso de termofluencia de Ley de Potencias [1]. Dos modelos teóricos relevantes, que apuntan en la dirección anotada son: el modelo de las zonas blandas y duras originalmente propuesto por Nix e Ilshner [2] y posteriormente desarrollado por Mughrabi [3, 4] y el modelo de abombamiento de subfronteras debido a Argon y Takeuchi [5].

En cuanto al aspecto experimental del problema se refiere, destaca el detallado trabajo de Caillard y Martin [6] y de Morris y Martin [7] el cual muestra que para estado estacionario el esfuerzo interno de largo alcance, $\langle \sigma_1 \rangle$, se debe fundamentalmente a las paredes de dislocaciones. Cabe destacar sin embargo que se ha desarrollado muy poco trabajo para la etapa transitoria de la deformación; en éste y otros sentidos resalta el trabajo pionero de Hasegawa et. al. [8]. Para Cu-16at%Al, Hasegawa et. al. descartan la influencia de la densidad de dislocaciones móviles, ρ_m , sobre $\langle \sigma_1 \rangle$, lo cual puede ser aproximadamente válido para estado estacionario; pero no para transitorios sigmoidales como mostraremos más adelante.

En vista de la relevancia actual del trabajo de Hasegawa et. al. en Cu-16at%Al [1] y debido a que son los resultados más detallados por lo que se refiere a encontrar las fuentes microscópicas del esfuerzo interno de largo alcance, en el presente trabajo reanalizaremos los datos de Hasegawa. Nuestro análisis abarcará toda la curva sigmoidal poniendo especial énfasis en entender el origen de $\langle \sigma_1 \rangle$ para los tiempos en que no se han formado las subfronteras; este último aspecto no fue resuelto por Hasegawa.

9.2. DATOS DE TERMOFLUENCIA SIGMOIDAL EN Cu-16at%Al.

En la Figura (9.1a.-9.1c.) presentamos los datos de Hasegawa et. al. [8] que en su artículo aparecen como Figura 2, la parte medular de nuestro análisis girará alrededor de dichos datos en Cu-16at%Al. Los datos corresponden a la evolución temporal de la deformación real, ϵ , de la rapidez de deformación $\dot{\epsilon}$, de las densidades de dislocaciones y nivel del esfuerzo interno σ_i/σ para $T = 523^\circ\text{K}$ y un valor del esfuerzo aplicado σ , $\sigma = 39.2$ MPa.

De los datos de la Figura (9.1), Hasegawa y Col entre otras cosas concluyen:

a) Una vez formadas las paredes de celda, $\langle\sigma_i\rangle$ se debe fundamentalmente a los campos de largo alcance producidos por las dislocaciones que existen en esos sitios.

b) En la región de termofluencia invertida, para la cual según mediciones de Hasegawa et. al. $\langle\sigma_i\rangle$ es una constante; Hasegawa y Col no aportan una interpretación física del resultado, más allá de decir que estos datos no pueden deberse a ρ_m ya que en el intervalo de $\langle\sigma_i\rangle = \text{cte}$, ρ_m crece por un factor de más de 100, con lo cual como $\sigma_i \sim \frac{ub}{r}$ y $r = 1/\sqrt{\rho}$ σ debería haber crecido por diez lo cual no se observa experimentalmente.

Desde nuestro punto de vista llevar a sus últimas consecuencias el hecho de que experimentalmente Hasegawa haya encontrado $\bar{\sigma}_i/\sigma = \text{cte}$, antes del tiempo de inflexión en la deformación sigmoidal origina una contradicción fundamental con sus propios datos, como mostraremos a continuación:

Nuestro análisis parte del Modelo de Haasen [9] aceptado como muy útil para describir la parte inicial de la deformación en termofluencia por dislocaciones (véase Nix et. al. [10]). Las ecuaciones que Haasen toma del trabajo clásico de Johnston y Gilman [11] incorporando el concepto de esfuerzo efectivo $\bar{\sigma}_e = \sigma - \bar{\sigma}_i$ para la velocidad promedio de las dislocaciones móviles, $\dot{\rho}_m^+$, vienen dadas por:

$$v = B (\sigma_e)^{n-2} \quad (9.1)$$

$$\dot{\rho}_m^* = C (\sigma_{ef})^{m'} \quad (9.2)$$

donde B y C son constantes y n y m' son exponentes constantes del esfuerzo efectivo. Entonces para un tiempo $t = t_0 + \Delta t$ donde t_0 es un tiempo inicial arbitrario y $\Delta t/t_0 < 1$, tenemos que $\rho_m(t)$ viene dada por:

$$\rho_m(t = t_0 + \Delta t) = \rho_m(t_0) + \dot{\rho}_m^* \Delta t \quad (9.3)$$

y la velocidad promedio $\bar{v}(t_0 + \Delta t)$, de acuerdo con la medición de Hasegawa ($\sigma_1/\sigma = \text{cte}$), debería ser constante.

$$\bar{v}(t_0 + \Delta t) = B(\sigma_{ef})^n = \bar{v}(t_0) \quad (9.4)$$

Por tanto, utilizando la Ecuación de Orowan la razón entre $\dot{\epsilon}(t_0 + \Delta t)$ y $\dot{\epsilon}(t_0)$ debe ser igual a:

$$\dot{\epsilon}(t_0 + \Delta t)/\dot{\epsilon}(t_0) = \rho_m(t_0 + \Delta t)/\rho_m(t_0) \quad (9.5)$$

Este último resultado no corresponde a la evolución temporal de ρ_m . Por tanto, no siendo cierta la relación (9.5) y dado que la Ecuación de Orowan es válida, la Ecuación (9.4) no es cierta lo que implica que el esfuerzo efectivo durante el transitorio sigmoidal no es constante como afirma Hasegawa.

9.3. EXPRESIONES TAYLOREANAS PARA $\langle \sigma_1 \rangle$ Y DATOS EXPERIMENTALES EN Cu-16at%Al (T = 523°K, $\sigma = 39.2$ MPa).

De la Figura (9.1b) se puede extraer la densidad de dislocaciones móviles (tomadas como los "cell dislocations" de Hasegawa), ρ_m y la densidad de dislocaciones de la pared, ρ_w , tomada como la densidad total de dislocaciones menos ρ_m .

Una vez calculados ρ_m y ρ_w se pueden calcular los valores promedio del nivel del esfuerzo interno $\langle\sigma_i\rangle/\sigma$ de acuerdo con distintos modelos Taylorianos, que consideran que la fuente única del esfuerzo interno de largo alcance puede ser

$$\rho_T \left(\frac{\sigma_{1T}}{\sigma} = \alpha\mu b\sqrt{\rho_T} \right); \text{ o } \rho_m \left(\frac{\sigma_{1m}}{\sigma} = \alpha\mu b\sqrt{\rho_m} \right);$$

$$\text{ o } \rho_w \left(\frac{\sigma_{1w}}{\sigma} = \alpha\mu b\sqrt{\rho_w} \right).$$

En la Figura (9.2) se presentan las predicciones de dichos modelos y se comparan con los datos reportados por Hasegawa. Los cálculos fueron realizados considerando que de acuerdo con un trabajo [12] que predice que para los datos de Cu-16at%Al, el valor de $\langle\sigma_i\rangle/\sigma$ para el punto de inflexión de la curva sigmoideal (bajo $T = 523^\circ\text{K}$ y $\sigma = 39.2 \text{ MPa}$) debe ser 0.4 y el valor de $\alpha = 0.45$. El cambio en el módulo de corte debido al efecto de la aleación en solución sólida fue tomado en cuenta mediante el procedimiento descrito por Qüere [13], obteniéndose $\mu = 5.16 * 10^4 \text{ MPa}$ (donde los módulos de corte del cobre y del aluminio fueron tomados de Hirth and Lothe [14]). El valor de b fue obtenido realizando un promedio lineal pesado, para el módulo de Burgers en función de la concentración atómica del aluminio encontrándose $b = 2.56 * 10^{-10} \text{ m}$. En la Figura (2) se puede apreciar que ninguna de las tres contribuciones por separado debidas a ρ_T , ρ_m o ρ_w coinciden con la curva sólida de σ_i/σ reportada por Hasegawa.

Sólo la contribución de las paredes de celda reproducen los datos experimentales si se les suma "el nivel de fondo" correspondiente al valor constante de σ_i/σ medido por Hasegawa. En este punto es necesario enfatizar que de acuerdo con Hasegawa no se sabe el origen físico del valor constante de σ_i/σ . Por otro lado si sumamos el nivel correspondiente a ρ_m , en ese mismo intervalo con el ρ_w se reproducen los resultados de Hasegawa. Cabe indicar que en este caso se estaría utilizando un esquema análogo al del modelo de zonas blandas y duras propuesto por Nix e Ilschner [2].

$$\langle \sigma_{1uv} \rangle = \alpha \mu b \left(\sqrt{\rho_n} + \sqrt{\rho_w} \right) \quad (9.6)$$

la cual suponemos válida desde el tiempo inicial hasta el tiempo $t_r = 10^4$ minutos. De acuerdo con este esquema si después del punto de inflexión σ_1/σ se debe fundamentalmente a ρ_w (véase [8]) antes del punto de inflexión σ_1/σ se debería fundamentalmente a ρ_n (véase [12]). Y si bien el valor de $\frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\sigma} = \alpha \mu b \sqrt{\rho_n}$ obtenido por Montemayor-Aldrete et. al. [12] para el punto de inflexión coincide con el valor experimental reportado por Hasegawa; tenemos que los valores de $\frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\sigma} = \alpha \mu b \sqrt{\rho_n}$ para tiempos inferiores al de inflexión no coinciden con los reportados por Hasegawa (véase Figura (9.2)).

9.4. MODELO DE TENSION LINEAL PARA $\langle \sigma_1 \rangle$ Y DATOS EN Cu-16at%Al.

Sin embargo, los valores de $\langle \sigma_1 \rangle / \sigma = \alpha \mu b \sqrt{\rho_n}$ si coinciden con los valores provenientes de un cálculo realizado a partir de la medición de los radios de curvatura de las dislocaciones en Cu-16at%Al de las fotografías publicadas en su artículo por Hasegawa [8].

De acuerdo con Gasca-Neri y Nix [10] y con Orlova et. al. [15, 16] el valor promedio del esfuerzo interno en función de los radios de curvatura de las dislocaciones $\langle \sigma_1(r) \rangle$ viene dado por:

$$\langle \sigma_1(r) \rangle = \left(\int_0^{\infty} \sigma_1(r) N(r) dr \right) / \left(\int_0^{\infty} N(r) dr \right) \quad (9.7)$$

donde $N(r)$ es la función de distribución (normalizada) de radios de curvatura de las dislocaciones. Si suponemos que los segmentos de dislocaciones en Cu-16at%Al con carácter de borde y de tornillo están presentes en igual número y tomando en cuenta que los segmentos semicirculares presentan escaso abombamiento, es muy sencillo (véase [14]), obtener $\sigma_1(r)$ para dislocaciones con radio de curvatura r :

$$\sigma_1(r) = \frac{1}{\alpha b r} \left\{ \frac{\mu b^2 (2-\nu)}{4\pi(1-\nu)} \left[\ln(L/r_0) - 2.89 \right] (1 + 0.15) \right\} \quad (9.8)$$

donde L es la longitud del segmento curvado, $L \sim 2 * 10^{-4}$ cm [8], r_0 es el radio de corte interno de las dislocaciones tomado como $r_0 = 5b$, [17], ν es la razón de Poisson $\nu = 0.326$ y además se supuso que el cambio en la energía del corazón de las dislocaciones debido a la curvatura es del mismo orden que el que sufre la región lineal. Tomamos la contribución del corazón como 0.15 de la contribución lineal [17]]. Con estas consideraciones $\sigma_1(r)$ se simplifica obteniéndose:

$$\sigma_1(r) = 2.38 \left(\frac{\mu b}{r} \right) \quad (9.8a)$$

Con las Ecuaciones (9.7), (9.8a) y (9.8) y las fotografías ya mencionadas, para distintos tiempos de deformación se determinaron los valores medios $\langle \sigma_1(r) \rangle$ que aparecen en la Tabla I. Es evidente que los valores de $\langle \sigma_1(r) \rangle$ obtenidos con las Ecuaciones (9.8) están en excelente acuerdo con los valores $\langle \sigma_{1m} \rangle$ obtenidos con la Ecuación (9.6), para tiempos menores al tiempo de inflexión.

El punto esencial en esta etapa es explicar ¿por qué las medidas experimentales de σ_1/σ realizadas por Hasegawa antes del punto de inflexión no coinciden con los valores provenientes del modelo Tayloreano Ecuación (9.6) ni con los del modelo de Tensión lineal Ecuaciones (9.8)? Una explicación viable es la de considerar que el método de medir $\langle \sigma_1 \rangle$ utilizado por Hasegawa ("stress dip test" véase Solomon [18]) es altamente perturbativo cuando no existen celdas de dislocaciones. La perturbación consistiría en introducir al material dislocaciones adicionales a las existentes durante el proceso de medición de $\langle \sigma_1 \rangle$.

9.5. INFLUENCIA DEL CAMBIO EN ρ_m DURANTE LA MEDICION $\langle \sigma_1 \rangle$ EN Cu-16at%Al.

A continuación llevaremos a cabo una estimación aproximada sobre el incremento de ρ_m que tendría lugar durante una prueba de retiro parcial de esfuerzo aplicado para diferentes tiempos de prueba de deformación por termofluencia.

La técnica utilizada por Hasegawa et. al. [18] esencialmente se basa en la interrupción de una prueba de termofluencia a alta temperatura por medio de una disminución brusca del esfuerzo aplicado seguida del paro del cabezal que produce la deformación plástica. Se produce una relajación de esfuerzos positiva o negativa dependiendo de que el nivel del esfuerzo fuese más alto o más bajo de un nivel de esfuerzo específico, el cual es tomado como el esfuerzo interno promedio $\langle \sigma_1 \rangle$. Físicamente, cuando el esfuerzo aplicado, σ , es disminuído por una cantidad, $\Delta\sigma$, dentro del sistema "máquina" más muestra se libera una cierta cantidad de energía elástica capaz de realizar algún trabajo dentro de la parte más débil del sistema completo (en éste caso la muestra donde la palabra "máquina" engloba también a las barras que transmiten la fuerza, las mordazas y el tipo de celda de carga usado para medir la fuerza).

De trabajos previos [12, 17] en Al-11wtZn, y Cu-16at%Al, la fracción de la energía suministrada a la muestra que está asociada con esfuerzos de corte en los planos de deslizamiento de las dislocaciones (para materiales f.c.c.) se utiliza casi totalmente en la creación de nuevas dislocaciones dentro de la muestra bajo deformación. Desde este punto de vista las dislocaciones nuevas creadas en escasos segundos por las ondas elásticas, son las responsables de las diferencias existentes entre los valores teóricos previos y los valores experimentales de $\langle \sigma_1 \rangle / \sigma$ para tiempos menores a 10^2 minutos.

Sabemos [21] que la energía de deformación elástica por unidad de volúmen (el cual está sujeto a la acción de esfuerzos de corte), U_e , está dada por:

$$U_s = (1/2) \mu \gamma_{xy}^2 \quad (9.9)$$

donde para el caso de relajación de esfuerzos ocurrido durante "stress diptest" de acuerdo con Penna y Medrano [22], γ_{xy} viene dada según la siguiente expresión:

$$\gamma_{xy} = \alpha \Delta \sigma \left(\frac{A_0}{L_0 K} + \frac{1}{E} \right) \quad (9.10)$$

donde A_0 y L_0 son respectivamente la sección transversal y la longitud de la muestra; K es la rigidez de la máquina la cual incluye: la muestra, las mordazas y la celda de carga; y E es el módulo de Young de la muestra. Entonces de las Ecuaciones (9.9) y (10), U_s puede escribirse:

$$U_s = \frac{\mu}{2} \left[\alpha \Delta \sigma \left(\frac{A_0}{L_0 K} + \frac{1}{E} \right) \right]^2 \quad (9.11)$$

Finalmente en el marco teórico ya mencionado [17, 22] el incremento en ρ_n (producido por U_s), $\Delta \rho_n^*$, ocurrido durante los primeros segundos del intervalo empleado en determinar experimentalmente $\langle \sigma_1 \rangle$, viene dado por:

$$\Delta \rho_n^* = U_s / \bar{u} \quad (9.12)$$

donde \bar{u} es la energía media por unidad de longitud de dilocación. Así, es inmediato que con el uso de las Ecuaciones (9.11), (9.12) y (9.6) no sólo puede evaluarse el valor esperado de ρ_n para las muestras utilizadas por Hasegawa en medir $\langle \sigma_1 \rangle$; sino también los valores predichos para $\langle \sigma_1 \rangle$ tomando en cuenta el incremento en ρ_n durante el procedimiento de determinación de $\langle \sigma_1 \rangle$, a este valor le

llamaremos $\langle \sigma_1 \rangle_{alt}$. $\left[\text{Donde } \langle \sigma_1 \rangle_{alt} = \alpha \mu b \left[\sqrt{\rho_n + \Delta \rho_n} + \sqrt{\rho_w} \right] \right]$.

Los valores calculados para $\Delta\rho_m$ y $\langle\sigma_i\rangle_{alt}$ se presentan en la Tabla II A. Estos valores fueron calculados tomando $\sigma = 39.2$ MPa, $A_0 = 7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ y $L_0 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ (véase [8]). $E = 13.6 \cdot 10^4$ MPa y se tomó $\bar{u} = 1.79 \cdot 10^{-10}$ MPa cm^2 para Cu-16at%Al (véase [12]). Ante la ausencia de un valor de K reportado por Hasegawa et. al. nos vimos obligados a suponer un valor físicamente plausible de K = $1.90 \cdot 10^7 \text{ Nm}^{-1}$, muy cercano al reportado por Penna et. al. de $2.6 \cdot 10^7 \text{ Nm}^{-1}$.

El valor de K supuesto por nosotros, debería corresponder con el valor experimental medido con el arreglo original utilizado por Hasegawa et. al. Los valores de $\Delta\sigma$ utilizados en la Ecuación (9.11) fueron evaluados como la diferencia entre el esfuerzo aplicado $\sigma = 39.2$ MPa y los correspondientes valores de $\langle\sigma_{isu}\rangle$ calculados con nuestra Ecuación (9.6) para cada tiempo específico. La comparación entre los valores de $\langle\sigma_i\rangle/\sigma$ medidos por Hasegawa, con los valores predichos por nuestro cálculo de endurecimiento debido a la acción de las ondas elásticas durante la medición de $\langle\sigma_i\rangle$ arrojan excelente acuerdo para todos los tiempos.

Por lo que se refiere a la densidad de dislocaciones móviles, de acuerdo con nuestro modelo de endurecimiento, (véase datos de Tabla II B), las muestras que sirvieron para determinar experimentalmente $\langle\sigma_i\rangle$ para tiempos 52 ± 4 minutos deben exhibir un incremento en su densidad de dislocaciones del 700% al ser comparadas con las muestras que a ese tiempo fueron súbitamente templadas para observar ρ_m , sin perturbarlas con un $\Delta\sigma$. Mientras que para un tiempo de 700 minutos el $\Delta\rho_m/\rho_i$ causado por el endurecimiento es de un 3%.

En la siguiente sección discutiremos las condiciones experimentales requeridas para determinar experimentalmente $\langle\sigma_i\rangle$ en materiales que no han formado celdas de dislocaciones en termofluencia de Ley de Potencias.

9.6. POSIBLE USO DE LA TÉCNICA DE QIAN Y REED-HILL PARA MEDIR $\langle \sigma_1 \rangle$ CUANDO NO EXISTEN CELDAS DE DISLOCACIONES.

La técnica de Qian y Reed-Hill [23] es una técnica de medición de $\langle \sigma_1 \rangle$ radicalmente distinta a las técnicas más utilizadas [19]. El enfoque de Qian et. al. se basa en el uso central de la Ecuación de Orovan utilizando el concepto de esfuerzo efectivo promedio $\langle \sigma_e \rangle = \sigma - \langle \sigma_1 \rangle$.

$$\langle \dot{\epsilon} \rangle = ab\rho_m \langle v \rangle$$

donde ρ_m es la densidad de dislocaciones móviles, y $\langle v \rangle$ es la velocidad promedio de deslizamiento de las dislocaciones proporcional a la potencia "m" del esfuerzo efectivo promedio (siguiendo en esto último el trabajo clásico de Johnston y Gilman [11] como lo hacen muchos otros autores). Por último Qian y Reed-Hill consideran que para un deformación constante ρ_m es constante. Así que para nuestro caso, si al tiempo $t = t_0$ se disminuye el esfuerzo aplicado σ en una cantidad $\Delta\sigma$ tal que $\Delta\rho_m$, según Ecuaciones (9.11) y (9.12), sea $\Delta\rho_m/\rho_m(t_0) \ll 1$. Entonces de la Ecuación de Orovan tenemos:

$$\frac{\dot{\epsilon}(\sigma; t_0)}{\dot{\epsilon}(\sigma - \Delta\sigma; t_0 + \Delta t)} = \frac{\langle v(\sigma - \langle \sigma_1 \rangle; t_0) \rangle}{\langle v(\sigma - \Delta\sigma - \langle \sigma_1 \rangle; t) \rangle} \quad (9.13)$$

donde $\dot{\epsilon}(\sigma; t_0)$ y $\dot{\epsilon}(\sigma - \Delta\sigma; t_0 + \Delta t)$ son medibles directamente del experimento, siendo Δt el intervalo en el que se determina $\langle \sigma_1 \rangle$. Y $\langle v(\sigma - \Delta\sigma - \langle \sigma_1 \rangle; t_0) \rangle$ es la velocidad promedio bajo un esfuerzo aplicado $\sigma - \Delta\sigma$ al tiempo t_0 . Matemáticamente para Cu-16at%Al (véase [12]) $\langle v(\sigma, t) \rangle = B_0 [\alpha(\sigma - \langle \sigma_1 \rangle)]^3$. En este contexto utilizando esta Ecuación y la (9.13), es inmediata la obtención de una nueva ecuación que permite determinar el nivel del esfuerzo interno promedio $\langle \sigma_1 \rangle / \sigma$, a partir de datos experimentales.

$$\frac{\langle \sigma_1 \rangle}{\sigma} = 1 - \frac{\Delta \sigma}{\sigma} \left[1 - \left(\frac{\dot{\epsilon} (\sigma - \Delta \sigma, t_0 + dt)}{\dot{\epsilon} (\sigma, t_0)} \right)^{1/3} \right]^{-1} \quad (9.14)$$

donde el valor máximo de $\Delta \sigma$ debe ser tal que no altere sustancialmente la densidad de dislocaciones móviles cuando en termofluencia de Ley de Potencias no existan todavía celdas de dislocaciones. Dicho de otra manera, $\Delta \rho_m / \rho_m$ proveniente de las Ecuaciones (9.11) y (9.12) deberá ser mucho menor que uno. Como ejemplo para Cu-16at%Al a $\sigma = 39.2$ MPa y $T = 523^\circ\text{K}$, a los 50 minutos de la prueba tenemos que si hacemos un $\Delta \sigma = 2.3$ MPa, $\Delta \rho_m / \rho_m = 2\%$; y la alteración porcentual en el esfuerzo interno que se quiere medir será del 6%. Una medición como la anterior requeriría que σ sea constante $\pm 0.2\%$ de σ ; en lugar de $\pm 2\%$ σ reportado por Hasegawa et. al. [8].

9.7. CONCLUSIONES.

El análisis de las secciones previas nos permite llegar a las siguientes conclusiones:

1). Basándonos en una ecuación similar a una proveniente del modelo de las regiones blandas y duras para el promedio del esfuerzo interno, $\langle \sigma_1 \rangle$, mostramos que los valores experimentales de $\langle \sigma_1 \rangle$ para curvas sigmoidales de termofluencia en Cu-16at%Al ($\sigma = 39.2$ MPa y $T = 523^\circ\text{K}$) sólo pueden explicarse al considerar tanto la contribución a $\langle \sigma_1 \rangle$ proveniente de las paredes de celda, así como la contribución debida a las dislocaciones que no pertenecen a las paredes.

2). A partir de cálculos teóricos sobre $\langle \sigma_1 \rangle$ para Cu-16at%Al llegamos a la siguiente consideración: tal vez la técnica para determinar $\langle \sigma_1 \rangle$ basándose en "stress diptest", es demasiado perturbativa para las muestras que no han desarrollado todavía celdas de dislocaciones. Nosotros explicamos esta perturbación de una manera cuantitativa a través de un modelo sencillo.

3). Proponemos un camino alternativo a la técnica de "stress diptest" para determinar el esfuerzo interno. Nuestra propuesta se basa en las ideas de Qian y Reed-Hill. Nuestro método como el de Qian y Reed-Hill se refiere a condiciones cinéticas de la deformación plástica y no a condiciones de equilibrio mecánico como hacen los métodos anteriores.

9.8. REFERENCIAS.

1. J. Čadek. Mater. Sci. Eng. 94 (1987) 79.
2. W. D. Nix and B. Ilshner, in [P. Haasen, V. Gerold and G. Kostorz (eds)]. Proc. 5th. Int. Conf. Strength of Metals and Alloys, Aachen, 1979, Pergamon, Oxford, 1979, Vol. 3, p. 1503.
3. H. Mughrabi. Acta Met. 31 (1983) 1367.
4. H. Mughrabi. Mat. Sci. eng. 85 (1987) 15.
5. A.S.Argon y S. Takeuchi. Acta Metall, 29, (1981) 1877.
6. D. Caillard and J. L. Martin. Acta Metall, 31 (1983) 813.
7. M. A. Morris and J. L. Martin. Acta Metall, 32 (1984) 549, 1609.
8. T. Hasegawa, Y. Ikeuchi and S. Karashima. Met. Sci. J. 6 (1972) 78.
9. P. Haasen. Dislocation Dynamics (eds. Rosenfield et. al), McGraw-Hill Co. (1968) p.701.
10. R. Gasca-Neri and W. D. Nix. Acta Metall. 22 (1974) 257.
11. W. G. Johnston and J. J. Gilman. J. Appl. Phys. 30 (1959) 129.
12. J. A. Montemayor-Aldrete and E. Orozco. Rev. Méx. Fis. 36 (1990) 407.
13. Y. Qüéré. Defauts ponctuels dan les Métaux, Eds. Masson et. Cie., Paris (1967).
14. J. P. Hirth and J. Lothe. Theory of Dislocations. McGraw-Hill Co. (1968).
15. A. Orlova. Scripta Met. 16 (1982) 633.

16. A. Orlova and J. adek. Mat. Sci. Eng. 77 (1986) 1.
17. J. A. Montemayor-Aldrete, J. Soullard, R. Gómez-Ramírez and A. Calles. Scripta Met. 20 (1986) 1075.
18. A. A. Solomon. Rev. Sci. Instruments, 40 (1969) 1025.
19. C. N. Ahlquist and W. D. Nix. Acta Met. 19 (1971) 373.
20. S. P. Timoshenko. Theory of Elasticity. McGraw-Hill Co. (1970).
21. G. E. Dieter. Mechanical Metallurgy. McGraw-Hill Co. (1986).
22. T. C. R. Penna and R. E. Medrano. Phys. Stat. Sol. (a) 74 (1982) 265.
23. K. W. Qian and R. E. Reed-Hill. Scripta. Met. 16 (1982) 807.

T A B L A I

t(min)	$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right)_{\text{exp}}$	$\left(\frac{\langle\sigma_1(r)\rangle}{\sigma}\right)_{\text{Eq. (7) y (8.a)}}$	$\left(\frac{\langle\sigma_1\rangle}{\sigma}\right)_{\text{Eq. (6)}}$
54 min	0.30 ± 0.11	0.10 ± 0.09	0.10 ± 0.004
90 min	0.30 ± 0.11	0.24 ± 0.16	0.21 ± 0.01
150 min	0.37 ± 0.11	0.39 ± 0.26	0.40 ± 0.01

T A B L A II (A)

t(min)	$\left(\frac{\langle\sigma_1\rangle}{\sigma}\right)_{\text{exp}}$	$\left(\frac{\langle\sigma_1\rangle}{\sigma}\right)_{\text{all}} = \left[\sqrt{(\rho_n + \Delta\rho_n)} + \sqrt{\rho_w} \right]$
54	0.30 ± 0.11	0.26
90	0.30 ± 0.11	0.30
150	0.37 ± 0.11	0.44
700	0.77 ± 0.11	0.80

T A B L A II (B)

t (mín)	ρ_{n1} (sin perturbar) cm^{-2}	$\Delta\rho_n$ (debido a en- durecimiento) cm^{-2}	$\frac{\Delta\rho_n}{\rho_{n1}}$
54	$(4.79 \pm 0.35)10^7$	$3.46 * 10^8$	7.22
90	$(2.1 \pm 0.15)10^8$	$1.84 * 10^8$	0.876
150	$(7.49 \pm 0.4)10^8$	$1.05 * 10^8$	0.14
700	$(5.6 \pm 0.35)10^8$	$0.15 * 10^8$	0.026

PIE DE FIGURAS.

(Véase páginas siguientes).

Figura 9.1. Datos de termofluencia sigmoïdal en Cu-16at%Al, bajo $\sigma = 39.1$ MPa, $T = 523^\circ\text{K}$, reportados por Hasegawa et. al. [1].
 Figura 9.1A. Curvas de rapidez de deformación y deformación contra tiempo. Figura 9.1B. Densidad de dislocaciones contra tiempo. Figura 9.1C. Nivel de esfuerzo interno contra tiempo.

Figura 9.2. Comparación de los datos experimentales del nivel de esfuerzo interno contra tiempo y cálculos provenientes de distintos modelos de esfuerzo interno.

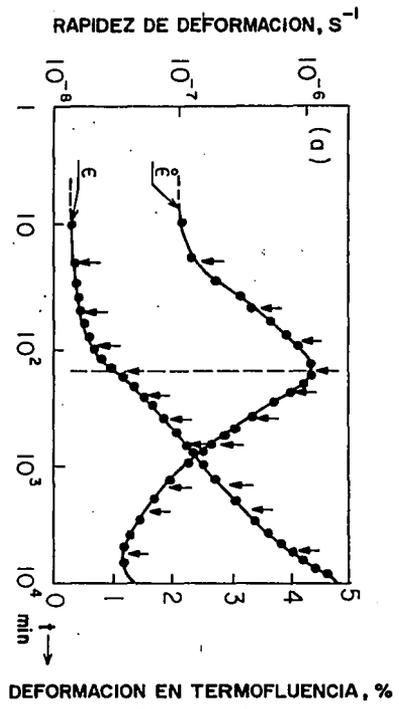


Figura 9.1A.

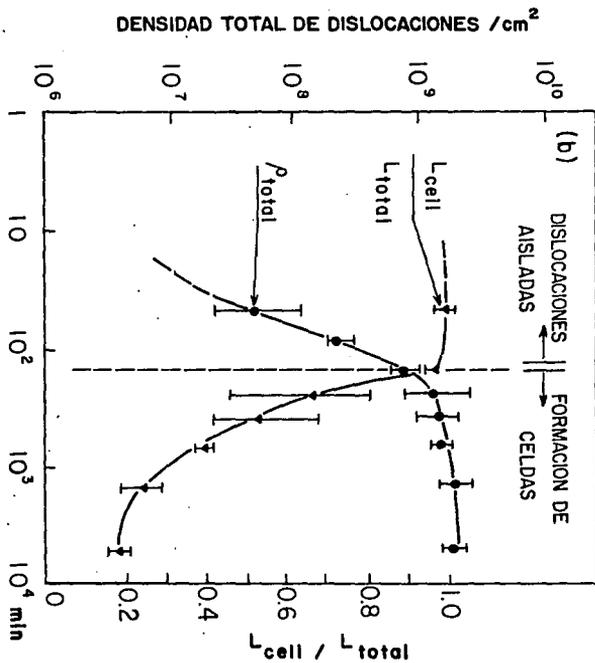


Figura 9.1B.

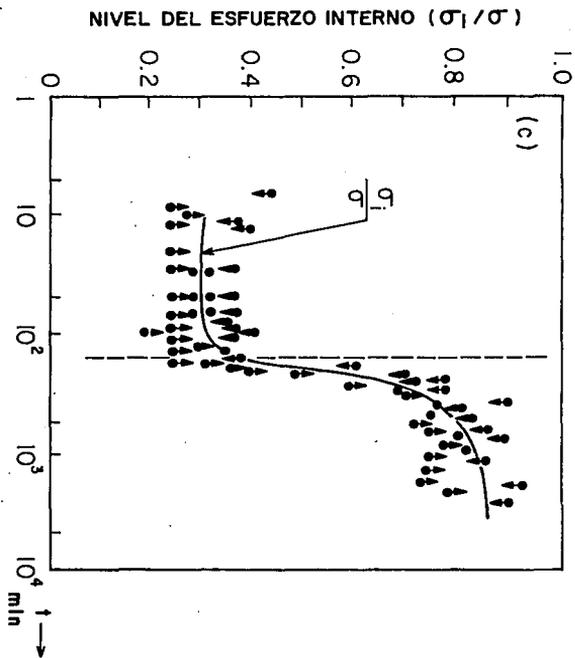


Figura 9. 1C.

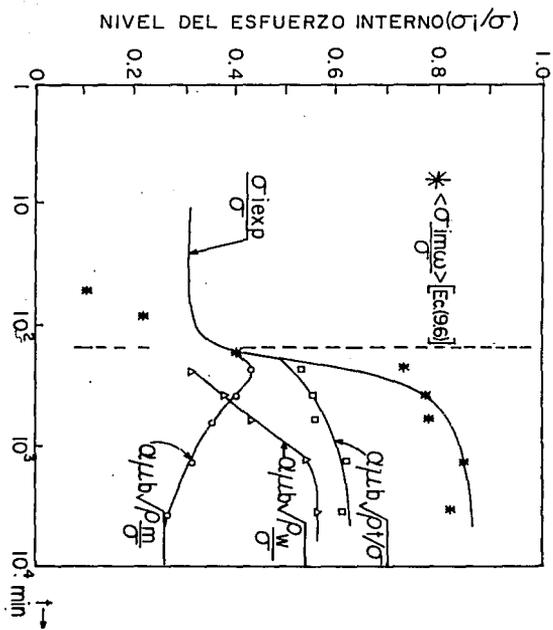


Figura 9.2.

C A P I T U L O 10

CONCLUSIONES GENERALES Y CAMINO A SEGUIR

10.1. CONCLUSIONES GENERALES.

En esta sección describiremos de manera genérica las conclusiones a las que llegamos en este trabajo. El lector interesado podrá encontrar al final de los capítulos anteriores las conclusiones específicas sobre cada tema abordado.

En el Capítulo dos, se demostró teóricamente la existencia de los estados estacionarios en termofluencia por dislocaciones y su estabilidad ante fluctuaciones. Además, en estado estacionario se obtuvieron ecuaciones de continuidad para las variables microestructurales conectadas con dislocaciones. Estas ecuaciones están formadas por un término resultado de la creación de microestructura igualado a un término producto de la aniquilación de microestructura de dislocaciones como era de esperarse en estructuras disipativas.

A estos resultados tan generales se llegó al exigir compatibilidad entre dos modelos: uno fenomenológico muy exitoso para describir curvas de termofluencia y otro microscópico muy abstracto y general.

En el Capítulo tres, se llegó teóricamente a una expresión para la rapidez de creación de dislocaciones. La expresión encontrada depende de la potencia externa por unidad de volumen que realiza trabajo en el plano de deslizamiento de las dislocaciones (parámetros macroscópicos) e inversamente de la energía por unidad de longitud de dislocación que es un parámetro microscópico fácilmente calculable. La expresión obtenida describe datos experimentales en Al-11wt%Zn, Cu-16at%Al y Li F amén de dar lugar a varias expresiones que tienen la misma dependencia que las fenomenológicas. La expresión para la rapidez de creación de dislocaciones móviles fue encontrada utilizando tres hipótesis audaces:

a) Se considera que la potencia disipada debida al deslizamiento de dislocaciones móviles es despreciable frente a la potencia externa que realiza trabajo en el plano de deslizamiento (para $v/v_p \ll 1$).

b) Se distingue entre la autoenergía de la dislocación y la energía de interacción entre dislocaciones al utilizar que la autoenergía de una dislocación llega hasta donde se interrumpe el medio lineal elástico (diámetro de celdas cuando estos existen o tamaño de grano cuando no existen celdas de dislocaciones).

c) Se desprecia la energía de interacción entre dislocaciones frente a la autoenergía de los mismas.

En los Capítulos cuatro y cinco se llegó a dos ecuaciones básicas de la deformación plástica por dislocaciones (Ecuaciones de Orowan y de Fuchs e Ilshner) en un marco físico que permite su interpretación más profunda e intuitiva que la tradicional. En nuestro esquema conceptual la Ecuación de Fuchs e Ilshner es la descripción dinámica apropiada para describir el movimiento del centro de masa del sistema de dislocaciones móviles empleando para ello la Segunda Ley de Newton expresada en términos volumétricos, así la Ecuación de Orowan puede interpretarse en función de la densidad volumétrica del momento lineal de las dislocaciones móviles.

Con este enfoque se explican resultados experimentales en Ge y Cu-16at%Al; amén de abrir muchas posibilidades de aplicación futura al cambiar el marco teórico de las dos ecuaciones básicas de la deformación plástica. Aquí la hipótesis novedosa (implícita) fue el considerar que si bien existe amplia evidencia experimental de que cuando el esfuerzo interno es despreciable frente al aplicado (intervalo de microdeformación plástica) las dislocaciones móviles alcanzan casi instantáneamente una velocidad constante, para el caso en que el esfuerzo interno no es despreciable, éste va cambiando continuamente en función del tiempo, lo mismo que la velocidad de las dislocaciones; y por tanto valía la pena averiguar que pasaba con los términos de aceleración de las dislocaciones durante la deformación plástica.

Capítulos seis, siete y ocho . Estos capítulos son producto de la aplicación consecuente de los resultados teóricos obtenidos en los capítulos que van del dos al cinco. En los Capítulos seis, siete y ocho se atiende a la evolución temporal de las funciones de distribución de dislocaciones en el espacio fase y se estudian las implicaciones físicas de dicha evolución. Se encuentra una ecuación tipo hidrodinámico para la densidad de dislocaciones móviles del sólido bajo deformación. En dicha ecuación pueden identificarse dos términos:

Uno debido al arrastre, el cual corresponde a eventos de creación de microestructura de dislocaciones y otro debido a colisiones el cual corresponde a eventos de aniquilación de estructura de dislocaciones.

En estado estacionario estos dos términos son iguales entre sí obteniéndose una ecuación de continuidad. Con este enfoque mecánico-estadístico se encuentran muchísimos resultados teóricos algunos nuevos y otros que explican resultados experimentales además de encontrar diversas ecuaciones diferenciales nuevas que gobiernan la evolución temporal de la densidad de dislocaciones para termofluencia de ley de potencia y termofluencia viscosa.

En forma numérica podemos afirmar que: en el Capítulo seis se obtienen un total de nueve resultados teóricos seis de ellas son nuevas y tres coinciden con expresiones fenomenológicas o teóricas previas. Además de explicar los resultados experimentales de ρ_n versus t , en Al-11%wtZn para pruebas de retiro total de esfuerzo aplicado; permitió encontrar un valor teórico para la energía de activación de termofluencia bajo $\sigma = 29.1\text{MPa}$ y $T = 523^\circ\text{K}$ en esa misma aleación i.e. $Q_{\text{teo}} = (128.2 \pm 0.7) \text{KJmol}^{-1}$, el cual difiere en un 3.3% del valor experimental $Q_{\text{cexp}} = (124.9 \pm 3.1) \text{KJmol}^{-1}$. El valor teórico se obtuvo utilizando el valor del tiempo de relajación del sistema proveniente de mecánica estadística, igualado al tiempo de ascenso requerido por las dislocaciones del centro de la pared para aniquilarse.

En el Capítulo siete, que trata sobre transitorios en termofluencia, obtuvimos 17 resultados teóricos, de ellas 12 fueron expresiones nuevas (de ellos seis son ecuaciones diferenciales básicas que describen la evolución temporal de ρ_m y ρ_w y deberán probarse experimentalmente), y cinco expresiones que coinciden con expresiones fenomenológicas o teóricas previamente reportadas.

En el Capítulo ocho, el cual aborda propiedades de la densidad de dislocaciones en el estado estacionario, obtenemos 20 resultados teóricos, de ellos: tres coinciden con resultados teóricos previos, 17 resultados son nuevos de los cuales ocho reproducen resultados experimentales y nueve faltan de contrastarse con resultados experimentales actualmente no disponibles.

En el Capítulo nueve, se demostró:

a) Que la aplicación consecuente de un modelo tipo zonas blandas y duras para el esfuerzo interno promedio, permite describir cuantitativamente datos experimentales en Cu-16at%Al en función del tiempo a lo largo de toda la prueba de termofluencia.

b) Que en condiciones de ausencia de celdas de dislocaciones en Cu-16at%Al, las ondas elásticas generadas al descargar parcialmente el esfuerzo aplicado para medir el esfuerzo interno, producen endurecimiento por deformación (generación de dislocaciones) dentro de la muestra de magnitud tal que nos permite explicar los resultados experimentales. Cabe destacar que esta explicación se basa en nuestro modelo de rapidez de creación de dislocaciones.

10.2 CAMINOS A SEGUIR.

En resumen, desde nuestro punto de vista, podemos afirmar que nuestro enfoque basado en la aplicación de la física moderna a permitido construir los elementos fundamentales del marco teórico unificado que se requiere para realizar exitosamente un análisis sistemático de la deformación plástica por dislocaciones para el

caso de $v/v_0 \ll 1$. En esta dirección pareciera restar la aplicación exhaustiva de las ideas aquí desarrolladas, a multitud de problemas no abordados todavía. Tal vez el mismo enfoque genérico puede aplicarse al análisis de la deformación plástica por dislocaciones para altas velocidades tomando en cuenta el comportamiento relativista de las dislocaciones.