



10
2ej.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

METODOS PARA PREDECIR LA ENTRADA DE AGUA EN YACIMIENTOS DE HIDROCARBUROS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO PETROLERO
PRESENTAN:

GARCIA LUA CESAR
ROJAS PALMA JESUS

1992



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

Página

INTRODUCCION

CAPITULO I. ASPECTOS GENERALES

I.1	Empuje Hidráulico	3
I.2	Clasificación de los Acuíferos	5
I.3	Balance de Materia	6
I.3.1	Deducción de la Ecuación de Balance de Materia para Yacimientos Bajosaturados	7
I.3.2	Generalización de la Ecuación de Balance de Materia para Yacimientos Bajosaturados	8
I.4	Ecuación de Balance de Materia Para Yacimientos Saturados	10
I.4.1	Desarrollo de la Ecuación de Balance de Materia Para Yacimientos Saturados.	11

CAPITULO II. METODOS PARA PREDECIR LA ENTRADA DE AGUA A YACIMIENTOS DE HIDROCARBUROS.

II.1	Antecedentes	15
II.2	Método de Schilthuis	16
II.3	Método de Hurst	19
II.4	Método de Van Everdingen y Hurst	23

II.5	Método de Carter	27
II.6	Método de Stanley	31
II.7	Método de Fetkovich	37
II.8	Método de Dumore	44
II.9	Método de Allard y Chen	49
II.10	Método de Rápida Convulsión	54
II.11	Método de Woon F. Leung	61
II.12	Método de Vogt y Wang	66
CAPITULO III. PROGRAMA DE COMPUTO		71
CAPITULO IV. EJEMPLOS DE APLICACION		93
CAPITULO V. CONCLUSIONES		116
APENDICE		
A) Principio de Superposición		120
B) Integral de convolución		124
NOMENCLATURA		126
BIBLIOGRAFIA		130

INTRODUCCION.

Al iniciar la explotación de un yacimiento petrolero, este se manifiesta con una energía propia en la cual se presentan diferentes mecanismos de desplazamiento, entre los cuales se distinguen: 1) El empuje por gas disuelto liberado; 2) Empuje por casquete de gas; 3) La expansión del sistema roca-fluidos; 4) Desplazamiento por segregación gravitacional y 5) El empuje por agua, el cual va a ser el tema a desarrollar en este trabajo debido a la gran importancia que tiene este en la producción del yacimiento y en el comportamiento de las presiones.

Este mecanismo de desplazamiento se presenta cuando existe un acuífero asociado al yacimiento; ahora para que este mecanismo se manifieste es necesario que exista una influencia de la expansión del agua contenida en la formación almacenante, o bien por el flujo hidráulico proveniente de la infiltración de agua en el afloramiento de la formación. El comportamiento de la presión de un yacimiento, cuando se encuentra influenciado por la entrada de agua, depende de los ritmos de producción, entre otros factores.

Debido a la gran importancia que tiene la determinación de la entrada de agua en el comportamiento de los yacimientos, diversos autores se han dado a la tarea de evaluar y cuantificar dicha entrada de agua.

Cada autor ha obtenido una expresión para determinar la entrada de agua al yacimiento de acuerdo a las consideraciones que ellos proponen en sus trabajos; para poder aplicar estos métodos es necesario contar con la historia de producción del yacimiento, en diferentes intervalos de tiempo, pero existe la limitación de que no en todos los campos existen pruebas de presión o que estas pruebas no se realizan de manera periódica.

La finalidad que se persigue con este trabajo es la de crear un programa de computo que permita al usuario efectuar el cálculo de la entrada de agua al yacimiento, con algunos de los diferentes métodos que existen en la literatura, de los cuales se hablaran mas adelante; mencionando sus características y su forma de utilización, así como para cumplir con un requisito para la titulación.



ASPECTOS GENERALES

I.1 EMPUJE HIDRAULICO

Cuando un pozo se encuentra en la etapa de explotación su comportamiento con respecto a sus presiones es muy variado; éste es debido a que pueden existir diferentes mecanismos de desplazamiento que se están manifestando en forma conjunta.

El desplazamiento conocido como empuje hidráulico o entrada de agua, es un parámetro muy importante que se debe evaluar debido a que con él se puede realizar una predicción del comportamiento del yacimiento, ya que la recuperación va a estar muy ligada a este proceso; la forma en que se presenta este agente de desplazamiento es a través de un acuífero que puede ser muy pequeño o muy grande comparado con el tamaño del yacimiento.

El empuje de agua se puede manifestar de la siguiente manera:

1).- Por el flujo proveniente de un acuífero adjunto a la formación.

Cuando se tiene un acuífero pequeño, su efecto sobre el yacimiento es mínimo; si el empuje del acuífero es imperceptible cuando se abate la presión, esto es un síntoma de que se trata de un acuífero pequeño, por lo que su entrada de agua se puede considerar despreciable, por el contrario, cuando se tiene un acuífero infinito, el cual reacciona a los abatimientos de presión que se tienen en el yacimiento, por lo que se debe considerar este mecanismo de empuje para poder realizar una buena predicción del comportamiento del yacimiento.

Si la magnitud del empuje hidráulico es lo suficientemente fuerte para mantener la presión del yacimiento o permitir sólo un ligero abatimiento de ella durante la etapa de producción, entonces se tendrá una recuperación sustancial del aceite, por el desplazamiento de agua, debido a que no se tendrá liberación de gas. Aún si existiera liberación de gas, como esta es mínima, entonces de esa misma magnitud sería el volumen de aceite recuperado por la expansión ya que si existiera una caída de presión sería muy pequeña cuando se tiene este tipo de empuje.

Si en el yacimiento existen caídas de presión, el acuífero responde a éstas atenuando la declinación de la presión por medio de la invasión de agua, esto se debe principalmente a:

- a) **La expansión del agua**
- b) **La expansión de la roca del acuífero**
- c) **Al flujo artesiano, donde el acuífero se encuentra a un nivel más alto que el yacimiento.**
- d) **Las expansiones de acumulaciones de hidrocarburos conocidas o no en la roca del acuífero.**

Desde un punto de vista analítico el acuífero se puede considerar como una unidad independiente, la cual abastece de agua al yacimiento en respuesta únicamente a las variaciones de presión que se tienen con el tiempo, en la frontera de éste. La presión en la frontera del yacimiento será generalmente más alta que la presión promedio, sin embargo se toma la presión media en el yacimiento para fines prácticos.

1.2 CLASIFICACION DE LOS ACUIFEROS

Es conveniente saber de una forma general que tipo de acuífero se tiene asociado a los yacimientos, de tal manera se tiene la siguiente clasificación:

a) Acuífero infinito: En este tipo de acuíferos durante la explotación del yacimiento se observa una caída de presión, la cual no se transmite a las fronteras externas del acuífero, es decir que el acuífero mantiene la presión inalterable en sus fronteras, de ahí que se le considere como infinito.

b) Acuífero limitado: En estos acuíferos la caída de presión que sufre el yacimiento es transmitida al acuífero resintiéndolo este mismo en sus fronteras lo cual ocasiona que la presión del yacimiento decline con el tiempo.

c) Acuífero limitado con una fuente de abastecimiento en la frontera externa: Estos acuíferos tienen la particularidad de abastecerse de agua en uno o varios lugares de la superficie y responden a la caída de presión provocada por el yacimiento manteniendo la presión en el mismo, al alcanzar flujo en régimen permanente.

Varios investigadores se dieron a la tarea de predecir el comportamiento de yacimientos cuando existe entrada de agua, de la cual surgieron una serie de métodos con sus respectivas suposiciones, los cuales permiten predecir de manera aceptable este comportamiento. Lo anterior hace posible utilizar algunos de ellos a un determinado yacimiento y seleccionar el que más se apege al comportamiento real.

I.3 ECUACION DE BALANCE DE MATERIA (E.B.M.).

Para poder efectuar una explotación adecuada de un yacimiento petrolero, es necesario conocer varios factores primordiales tales como son: volumen original de hidrocarburos, tipo de empuje o empujes predominantes en el yacimiento, tipo de estructura o trampa almacenadora, etc., una herramienta indispensable para este tipo de predicciones es la "Ecuación de Balance de Materia", por lo que a continuación se explicará su desarrollo, primeramente para yacimientos bajosaturados y posteriormente se efectuará su generalización para todo tipo de yacimientos de aceite.

I.3.1 DEDUCCION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS BAJOSATURADOS.

Un yacimiento volumétrico a condiciones bajosaturadas, es aquel que se considera cerrado y todo el gas que éste puede tener se encuentra disuelto en el aceite para las condiciones de presión y temperatura dadas.

Sea un yacimiento como lo muestra la Fig. (I.1.1)

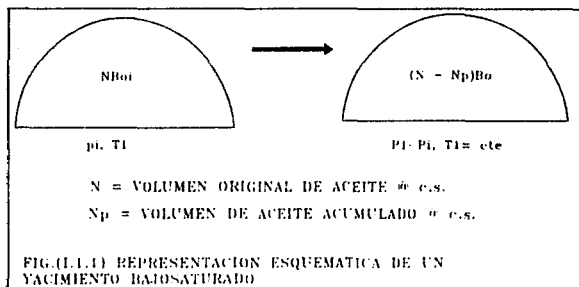


FIG.(I.1.1) REPRESENTACION ESQUEMATICA DE UN YACIMIENTO BAJOSATURADO

Para las condiciones iniciales se tiene que el volumen de aceite medido a P_1 y T_1 es igual al volumen de aceite medido a P_2 y T_2 (igual a T_1) menos el volumen de aceite producido, es decir:

$$NB_{oi} = (N - N_p) B_o \quad \dots\dots\dots(1.1)$$

Factorizando "N" de la ec. (1.1) se tiene:

$$N(B_o - B_{oi}) = N_p B_o \quad \dots\dots\dots(1.2)$$

donde:

N = $N_p[B_o/(B_o - B_{oi})]$: que es el volumen original a (a) c.s.

N_p = volumen de aceite producido (dato de producción) (a) c.s.

B_o = factor de volumen del aceite @ P,T (datos P.V.T)

B_{oi} = factor de volumen del aceite @ P_i, T_i (datos P.V.T)

La aplicación de la ecuación anterior es un balance de materia a un yacimiento cerrado pero sin considerar la expansión de la roca y el agua.

B.C. Craft y M.F. Hawkins³ desarrollaron una ecuación aplicable a yacimientos bajosaturados expresada en la forma siguiente:

$$NB_{oi} C_{e\Delta P} = N_p B_o + W_p B_w - W_e \quad \dots\dots\dots(1.3)$$

Aquí se observa que ya se cuantifica la entrada de agua y la única dificultad que presenta la ec.(1.3) es la evaluación del término "Ce" cuyo valor es lo suficientemente aproximado a la "realidad" cuando se tienen datos los más exactos posibles tanto de porosidad como de saturación de agua del yacimiento ya que la evaluación de W_e se obtiene de la ecuación anterior.

NOMENCLATURA Y REFERENCIAS AL FINAL.

I.3.2 GENERALIZACION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS BAJOSATURADOS.

Los fluidos producidos por el yacimiento son producto de la expansión de los mismos y de la entrada de agua a la roca que los almacena en base a esto se puede iniciar la deducción de la E.B.M., partiendo de una caída de presión $\Delta P = P_i - P$ y las consecuencias que esta ocasiona.

Se sabe que el volumen de fluidos desplazados es igual a la suma de la expansión del aceite, agua y medio poroso más el volumen de agua que entra cuando ocurre una ΔP expresándose de la siguiente manera:

$$V_{fd} = E_o + E_w + E_f + W_e \quad \dots\dots\dots(1.4)$$

En donde:

V_{fd} = volumen de fluidos desplazados

E_o, E_w, E_f = expansión de el aceite, agua y medio poroso respectivamente.

W_e = volumen de entrada de agua al yacimiento

De la ec.(1.4) las expansiones se pueden expresar de la siguiente forma:

$$E_o = V_{oi} C_o \Delta P = V_{pi} (1 - S_{wi}) C_o \Delta P \quad \dots\dots\dots(1.5)$$

$$E_w = V_w C_w \Delta P = V_{pi} (S_{wi}) C_w \Delta P \quad \dots\dots\dots(1.6)$$

$$E_f = V_{pi} C_f \Delta P \quad \dots\dots\dots(1.7)$$

En los tres casos se considera a S_w como la saturación de agua media en el yacimiento y V_{pi} es el volumen de poros inicialmente en el mismo.

La cuantificación del volumen de fluidos producidos @ c.y. a la presión final es:

$$V_{fp @ c.y} = NpB_o + W_p B_w \quad \dots\dots\dots(1.8)$$

El volumen de poros inicial será entonces:

$$V_{pi} = \frac{V_{oi}}{S_{oi}} = \frac{NB_{oi}}{(1 - S_{wi})} \dots\dots\dots(1.9)$$

Sustituyendo (1.9),(1.7),(1.6),(1.5) en (1.4) y luego en (1.8) se tiene :

$$V_{fd} = NB_{oi} C_o \Delta P + NB_{oi} \left(\frac{S_{wi}}{S_{oi}} \right) C_w \Delta P + NB_{oi} C_f$$

$$N_o B_o + W_p B_w = N B_{oi} \Delta P \left(\frac{S_o C_o + C_w S_w + C_f}{1 - S_{wi}} \right) + W_e \dots\dots(1.10)$$

Como se mencionó anteriormente, el único problema que existe cuando se procede a evaluar la ec.(1.3) es "Ce" que se define como:

$$C_e = \frac{C_o S_o + C_w S_w + C_f}{1 - S_{wi}} \dots\dots\dots(1.11)$$

Este término es conocido como compresibilidad efectiva de la formación e incluye el producto de las saturaciones de agua y de aceite por sus respectivas compresibilidades más la compresibilidad de la formación dividido entre la saturación de hidrocarburos

Así sustituyendo la ec.(1.11) en la ec.(1.8) se tiene:

$$NB_{oi} C_e \Delta P = N_p B_o + W_p B_w - W_e \dots\dots\dots(1.12)$$

Despejando de la ec.(1.12)

$$N = \frac{N_p B_o + W_p B_w - W_e}{B_{oi} C_e \Delta P} \dots\dots\dots(1.13)$$

A la ec.(1.13) se le conoce como "Ecuación de Balance de Materia" para un yacimiento bajosaturado.

En palabras la ecuación anterior se puede expresar de la siguiente manera:

$NB_{oi}C_e\Delta P$ = expansión del sistema roca-fluidos

W_e = entrada de agua al yacimiento @ c.y.

$NpB_o + W_pB_w$ = volumen de fluidos producidos @ c.y.

Cuando no existe entrada de agua y la producción de la misma es despreciable se tiene:

$$NB_{oi} C_e \Delta P = N_p B_o$$

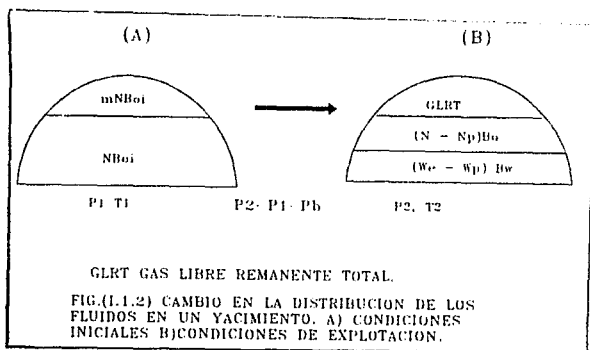
Para expresar la recuperación de hidrocarburos se toma la siguiente relación que expresa el porcentaje de aceite extraído al volumen de aceite original como $Rec = N_p/N$; procediendo a factorizar la ecuación anterior la recuperación se expresa como:

$$Rec = \frac{N_p}{N} = \frac{B_{oi}C_e\Delta P}{B_o}$$

Existen varias formas de expresar la E.B.M., debido a esto se han desarrollado métodos para determinar tanto la entrada de agua al yacimiento (W_e) como el volumen original de hidrocarburos (N).

1.4 ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIEN- TOS SATURADOS

Para poder desarrollar la E.B.M. en su forma general se hará referencia a la Fig.(1.1.2), la cual representa el cambio en la distribución de los fluidos provocada por la explotación que se efectúa en el yacimiento.



El significado de los términos que se emplean en la figura anterior son:

$NB_{oi} = NB_{ti}$ = volumen de aceite original (θ c.y.

NR_{si} = volumen de gas disuelto en el aceite original (θ c.s.

$GB_{gi} = mNB_{oi} = mNB_{ti}$ = volumen de gas libre inicial (θ c.y.

$G_p = N_p R_p$ = producción acumulativa de gas (θ c.s.

$W_e - W_p B_w$ = entrada de agua neta al yacimiento (θ c.y.

$(N - N_p)B_o$ = volumen de aceite remanente en el yacimiento (θ c.y.

$(N - N_p)R_s$ = volumen de gas disuelto en el aceite remanente (θ c.s.

$B_t = B_o + B_g(R_{si} - R_s)$ = factor de volumen de la fase mixta.

1.4.1 DESARROLLO DE LA (E.B.M) PARA YACIMIENTOS SATURADOS.

A continuación se desarrollará el procedimiento para establecer el balance de volúmenes @ c.y. con la ayuda de la siguiente ecuación:

$$NB_{oi} + mNB_{oi} = (\text{gas libre residual}) + (N - N_p) B_o + W_e - W_p B_w \dots(1.14)$$

Despejando de la ecuación anterior:

$$\text{gas libre residual} = NB_{oi} (1 + m) - (N - N_p) B_o - (W_e - W_p B_w) \dots(1.15)$$

Estableciendo una ecuación similar para el gas @ c.s. se tiene la siguiente igualdad:

$$\frac{mNB_{oi}}{B_g} + NR_{si} = (\text{gas.res.total}@c.s) + (N - N_p) R_s + N_p R_p \quad \dots(1.16)$$

Despejando el volumen de gas residual total se tiene:

$$\text{gas.res.total}@c.s. = \frac{mNB_{oi}}{B_g} + NR_{si} - (N - N_p) R_s - N_p R_p$$

Sustituyendo la ec.(1.15) en la ecuación anterior se tiene:

$$\frac{mNB_{oi}}{B_g} + NR_{si} = \frac{NB_m(1+m) - (N - N_p) B_i - (W_c - W_p B_w)}{B_g} + (N - N_p) R_s + N_p R_p$$

.....(1.17)

haciendo simplificaciones algebraicas se obtiene la siguiente ecuación:

$$\{B_t - B_i + m B_i \left(\frac{B_u}{B_{gi}} \right) - 1\} N = N_p \{B_t + B_g (R_p - R_{si})\} - (W_c - W_p B_w)$$

...(1.18)

La ec.(1.18) es la E.B.M. en forma general para yacimientos saturados.

Sería falso decir que la E.B.M. tal y como se expresa en la ec.(1.18) no provoca errores cuando se aplica a porciones del yacimiento, por lo que se estima conveniente tomar en cuenta las siguientes características de dicha ecuación.

- 1.- Considerar al yacimiento como un recipiente de volumen constante.
- 2.- Considerar la magnitud del error que se comete cuando dicha ecuación se aplica a porciones del yacimiento.
- 3.- La ecuación tiene tres incógnitas: N, m y W_e , por lo que se hace necesario determinar el valor de dos de ellas por cualquier otro procedimiento.

A continuación se explicarán cada uno de los términos que aparecen en la ecuación de balance de materia, ya que estos son de gran interés para la comprensión de las expresiones utilizadas.

$N(Bi-Bti)$ = expansión del aceite con su gas disuelto contenido originalmente en el yacimiento.

$mNBti((Bg/Bgi) - 1)$ = expansión del gas original en el casquete.

We = volumen de entrada de agua al yacimiento, (cc/s)

$Np(Bo + Bg[Rp-Rs])$ = volumen total de hidrocarburos producidos, (cc c.y.)

$NpBo$ = volumen de aceite producido (c/su gas disuelto) (cc c.y.)

$NpBgRp$ = gas total producido (libre + disuelto)

$NpBgRs$ = volumen total de gas disuelto en el aceite.

La ecuación anterior no considera los efectos de expansión, los cuales se pueden obtener como sigue:

La expansión de la roca y los fluidos (como el aceite y el agua) se expresan como:

$$E_o = V_o C_o \Delta P \quad \dots\dots\dots (1.19)$$

$$E_w = V_w C_w \Delta P \quad \dots\dots\dots (1.20)$$

$$E_r = V_s C_r \Delta P \quad \dots\dots\dots (1.21)$$

Las expresiones anteriores indican que la expansión de los elementos mencionados es directamente proporcional al abatimiento de presión multiplicado por su respectiva compresibilidad, en donde:

$$V_{pi} = \frac{NB_{oi}}{(1 - S_{wi})}$$

Considerando que tanto el agua como la roca se expanden en las zonas de aceite como de gas:

$$E_f = E_{fz0} + E_{fzg}$$

$$E_w = E_{wz0} + E_{wzg}$$

Tomando en cuenta el volumen de agua en las zonas de aceite y gas se tiene:

$$V_{wz0} = \left[\frac{NB_{oi}}{(1 - S_{wi})_o} \right] S_{wi_o} \dots\dots\dots (1.22)$$

$$V_{wzg} = \left[\frac{GB_{gi}}{(1 - S_{wi})_g} \right] S_{wi_g} = \left(\frac{mNB_{ti}}{(1 - S_{wi})_g} \right) S_{wi_g} \dots\dots\dots (1.23)$$

Sustituyendo las ecs.(1.22) y (1.23) en la ec.(1.20) se tiene:

$$E_w = E_{wz0} + E_{wzg} = \left\{ \left[\frac{NB_{ti}}{(1 - S_{wi})_o} \right] S_{wi_o} + \left(\frac{mNB_{ti}}{(1 - S_{wi})_g} \right) S_{wi_g} \right\} C_w \Delta P$$

Haciendo la sustitución similar con respecto a la expansión de la formación:

$$E_f = E_{fz0} + E_{fzg} = \left\{ \left[\frac{NB_{ti}}{(1 - S_{wi})_o} \right] + \left(\frac{mNB_{ti}}{(1 - S_{wi})_g} \right) \right\} C_f \Delta P$$

Sumando las expresiones deducidas anteriormente se obtiene el efecto de las expansiones mencionadas al principio de esta discusión quedando la ecuación de balance contemplando los efectos de dichas expansiones.



CAPITULO II

MÉTODOS PARA PREDECIR LA ENTRADA DE AGUA A YACIMIENTOS DE HIDROCARBUROS

II.1 ANTECEDENTES.

El cálculo de entrada de agua es importante en numerosas aplicaciones de ingeniería de yacimientos, tal como en estudios de balance de materia. La realidad es que un gran porcentaje de los yacimientos tienen adjunto un acuífero. El desarrollar un modelo exacto de un acuífero es crítico, debido a esto se han hecho varias investigaciones al respecto.

Durante años pasados un gran número de modelos han sido desarrollados para determinar la entrada de agua a yacimientos. En estos modelos el yacimiento es visualizado como un cilindro recto rodeado por una serie de cilindros concéntricos que representan al acuífero. Muchos de estos modelos, tales como el modelo de estado estacionario de Schilthuis y el modelo pseudoestacionario de Fetkovich, son solamente aplicables para un rango limitado de condiciones de flujo y de las geometrías del yacimiento-acuífero.

El modelo que posee una mayor aplicación general es el modelo de estado transitorio de Van Everdingen y Hurst. En realidad éste modelo es una solución de la ecuación de difusión radial, y es válido para todos los regímenes de flujo, aunque la geometría de flujo sea en realidad radial.

Posteriormente se siguieron realizando más investigaciones, lo que condujo a la creación de nuevos modelos, algunos de ellos basados en los anteriores a continuación se presentaran algunos de estos métodos de una manera simplificada.

II.2 METODO DE SCHILTHUIS

Este método considera que el efecto de entrada de agua puede ser calculado suponiendo que el gasto de entrada de agua en un yacimiento, es proporcional al gradiente de presión que existe entre los estratos de agua y los estratos del yacimiento.

Para propósitos prácticos, el valor del gradiente será la diferencia entre el valor original de la presión del yacimiento (la cual es equivalente a la presión de la frontera externa del acuífero) y algún valor subsecuente. Así el gasto de entrada de agua será expresado como:

$$\frac{dW_e}{dt} = K (P_i - P) \dots\dots\dots (II.2.1)$$

donde

$$dW_e = K (P_i - P) dt$$

y

$$W_e = K \int_0^t (P_i - P) dt \dots\dots\dots (II.2.2)$$

Donde K es una constante de entrada de agua y para evaluarla, es necesario determinar un período largo de tiempo; durante el cual la presión del yacimiento y el gasto de producción deberán tener un valor constante.

El volumen de entrada de agua en el yacimiento de aceite y gas es igual al volumen extraído, esto es el volumen de aceite y gas extraídos y entrada de agua bajo condiciones de presión y temperatura del yacimiento.

Así de la ec.(II.2.1)

NOMENCLATURA Y REFERENCIAS AL FINAL

$$K = \frac{dW_e}{(P_i - P) dt}$$

y de la ecuación de balance de materia tenemos que:

$$\frac{dW_e}{dt} = [B_0 + (RGA - R_s) B_g] \frac{d(N_p)}{dt} + \frac{dW_p}{dt} \dots\dots\dots(11.2.3)$$

Combinando estas expresiones:

$$K = \frac{[B_0 + (R_p - R_s) B_g] \frac{d(N_p)}{dt} + \frac{dW_p}{dt}}{(P_i - P)} \dots\dots\dots(11.2.4)$$

Considerando que:

$$\frac{d(N_p)}{dt}, \frac{dW_p}{dt} \text{ y } (P_i - P) \text{ son constantes}$$

Para evaluar K es necesario considerar que el valor de Rp es del período de tiempo particular y no el promedio desde el principio. Teniendo determinado el valor de K, el total de entrada de agua para el período de tiempo puede ser calculado usando la ec.(11.2.2).

Es interesante saber que la presión del yacimiento " podría estar en un campo con empuje hidráulico activo y no presentar entrada de agua".

Para determinar esto, hay que emplear el siguiente procedimiento. El volumen del yacimiento ocupado con aceite y gas para cualquier tiempo está dado por cualquiera de las siguientes expresiones:

$$m = \frac{GB_{gi}}{NB_{oi}}$$

$$= NB_{oi} (1 - m) - (W_e - W_p)$$

$$= (N - N_p) B_o + \left[\frac{NmB_{oi}}{Bg_i} - N_p(R_p + R_s) \right] B_g$$

Igualando

$$NB_{oi}(1 + m) - (W_e - W_p) = (N - N_p) B_o + \left[\frac{NmB_{oi}}{Bg_i} - N_p(R_p - R_s) \right] B_g \dots(II.2.5)$$

Si no existiera $(W_e - W_p)$ sería cero y los términos B_o y B_g tendrían valores de B_o' y B_g' correspondiente a una presión P' , en el cual predomina la ausencia de entrada de agua.

Por lo tanto :

$$NB_{oi}(1 + m) = (N - N_p) B_o' + \left[\frac{NmB_{oi}}{Bg_i} - N_p(R_p - R_s) \right] B_g' \dots\dots\dots(II.2.6)$$

Entonces, restando la ec.(II.2.6) de la ec.(II.2.5) y reagrupando

$$B_o' - B_o = \frac{(W_e - W_p) - \left[\frac{NmB_{oi}}{Bg_i} - N_p(R_p - R_s) \right] (B_g' - B_g)}{N - N_p} \dots\dots\dots(II.2.7)$$

Los valores de P' pueden ser supuestos y los correspondientes valores de B_o' y B_g' son sustituidos en la ec.(II.2.7) y por ensayo y error, el valor correcto de P' es determinado.

H.3 METODO DE HURST⁸

Esta es una presentación de la teoría de difusión para el cálculo del empuje del agua en un yacimiento de aceite, en el que la historia de presiones del yacimiento con el tiempo, son parámetros esenciales para la determinación de los gastos y entrada acumulativa de agua dentro de un campo.

Si el volumen original de aceite y gas son conocidos, es relativamente sencillo calcular, por la ecuación volumétrica, la acumulación de la entrada de agua dentro de un yacimiento.

Una expresión usada por Schilthuis⁷, en donde expresa el gasto de la entrada de agua dentro del yacimiento en función del tiempo y este es proporcional a la caída de presión, es decir la diferencia entre la presión original de la formación y la presión del yacimiento para un tiempo dado.

Este método está basado en la ecuación de difusión, donde originalmente el autor emplea esta ecuación para la solución de problemas de tipo hidrodinámicos, desarrollando condiciones trascendentales para el flujo a través de arenas o de un fluido en una sola fase cuando existe una compresibilidad pequeña o cuando la densidad varía de manera exponencial con respecto de la presión.

Para la derivación de la ecuación de continuidad se aplicó la Ley de Darcy para flujo de fluidos a través de medios porosos. La divergencia del flujo para un elemento infinitesimal de arena, es proporcional a los cambios de presión por unidad de tiempo contra el mismo elemento. Esto es:

$$\alpha \nabla^2 p = \frac{dp}{dt} \dots\dots\dots (H.3.1)$$

Y la constante de difusión tiene por ecuación:

$$\alpha^2 = \frac{K}{\mu \psi c}$$

Así la solución de la ec. (II.3.1) puede ser aplicada a la formación cuando se satisfacen las condiciones de frontera del yacimiento de aceite y el agua de formación, que es un parámetro esencial en la solución de la entrada de agua, esta entrada de agua se puede dar en forma Radial, Lineal y Esférica dentro del yacimiento de aceite.

FLUJO RADIAL.

La interpretación física de las condiciones de frontera para este caso en que el campo de aceite es concéntrico con agua de formación adyacente para una extensión muy amplia o a gran distancia del campo.

Por medio de cálculos y la aplicación de la Ley de Darcy en la periferia del campo la entrada de agua es determinada en función de la presión del yacimiento. Se ha observado que en la aplicación de esta teoría en el estudio de yacimientos, que la constante de difusividad y el radio del campo no son críticos en la evaluación de la entrada de agua. Se hicieron pruebas variando el término α^2 / R^2 para establecer un orden probable de error en la introducción de este valor, sin afectar materialmente el cálculo de la entrada de agua para toda la historia de presión del campo. Los rangos de variación de α^2 / R^2 han sido también observados en la aplicación de las teorías de flujo en pruebas de presión en pozos de aceite.

Hurts realizó las siguientes consideraciones para resolver la ecuación de difusividad del agua:

- 1.- Las fuerzas gravitacionales tienen efectos insignificantes sobre la restricción o aumento de entrada de agua.
- 2.- La variación de presión en la periferia del campo se puede representar por una variación gradual en función del tiempo, siempre que los intervalos

tomados no sean demasiados grandes. Se supone que la presión del agua marginal es constante durante el intervalo.

3.- La entrada de agua ocurre en forma radial y se origina de un acuífero circular con una extensión horizontal infinita.

4.- Conocida la solución de la ecuación radial a presión constante es posible obtener la presión del agua a una distancia "r" y a un tiempo "t" superponiendo las soluciones de los intervalos

Para un flujo radial, el gasto de entrada de agua dentro del yacimiento en algún tiempo es expresada en barriles por día como:

$$\frac{d w}{d t} = - \frac{2 \pi (144) k \sigma h}{5.62 \mu} \int_{\infty}^r \frac{d P}{d t'} G' \left(\frac{\alpha^2 (t - t')}{R^2} \right) d t' \dots\dots\dots(11.3.2)$$

Y la acumulación de la entrada de agua hasta un cierto tiempo es expresado como sigue en barriles:

$$W_e = - \frac{2 \pi (144) k \sigma h R^2}{5.62 \mu \alpha^2} \int_{\infty}^r \frac{d P}{d t'} G \left(\frac{\alpha^2 (t - t')}{R^2} \right) d t' \dots\dots\dots(11.3.3)$$

Los integrandos en estas ecuaciones son productos de las pendientes de la presión del yacimiento vs el tiempo multiplicado por $G'[(\alpha^2(t-t')/R^2)]$ o $G[\alpha^2(t-t')/R^2]$ los cuales son mostrados en la Figs. (11.3.1), (11.3.2a) y (11.3.2b) y son función de $\alpha^2(t-t')/R^2$.

Estas pendientes de presiones son negativas para decrementos de presión del yacimiento y cuando son positivas nos indican que hay incrementos de presión.

Una expresión alterna para determinar la entrada acumulativa de agua está dada por la siguiente expresión:

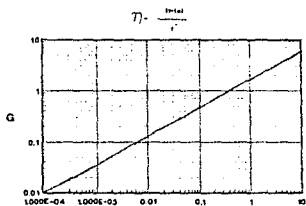


FIG. II.3.2a FUNCION G PARA DETERMINAR LA ENTRADA ACUMULATIVA DEL AGUA.

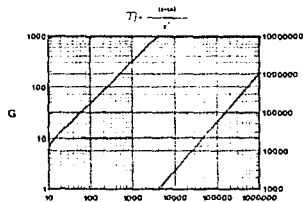


FIG. II.3.2b FUNCION G PARA DETERMINAR LA ENTRADA ACUMULATIVA DEL AGUA.

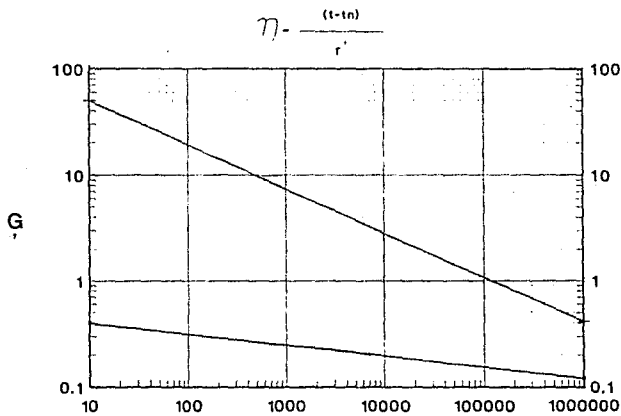


FIG. II.3.1 FUNCION G' PARA DETERMINAR EL GASTO DE ENTRADA DE AGUA.

$$W_e = \frac{2\pi (144) k \sigma h}{5.62 \mu} \left[\int_0^t (P_R - P) \left(\frac{r^2(t-t')}{R^2} \right) dt' + 2(P_R - P) R \sqrt{\frac{t - P'}{\pi \alpha^2}} \right] \quad \text{..(II.3.4)}$$

En donde la presión del yacimiento esta explícitamente referida como $(P_R - P)$; o como la diferencia entre la presión original del yacimiento y una presión a un tiempo t' .

Sin embargo para satisfacer la convergencia de la integral, la diferencia de la presión final es considerada como una constante para los intervalos $t_1 \leq t' \leq t$ donde $(t - t_1) < 0.001R^2 / \alpha^2$.

Para fines de aplicación en el programa de computo se utilizara la ecuación simplificada de Hurst:

$$W_e = c \int_0^t \frac{(P_i - P) dt}{\log at} \quad \text{.....(II.3.5)}$$

Esta expresión considera en cierta forma el incremento gradual del radio de drene del acuífero, mediante la introducción en el denominador del logaritmo de una constante por el tiempo.

II.4 METODO DE VAN EVERDINGEN Y HURST⁹

Se tienen diferentes soluciones analíticas para la ecuación de difusión, acorde a la condición de frontera a utilizar, Presión constante o Gasto constante. Si se conoce una solución explícita para el primer caso, se está en la posibilidad de reproducir una historia de presión variable en la frontera para determinar la entrada acumulativa de agua. Si el gasto de entrada del fluido varía, en el caso de gasto constante, se puede determinar la caída de presión total. La presión y el gasto constante no son independientes uno del otro, pero conociendo uno de ellos se podrá determinar el otro.

CASO DE PRESION CONSTANTE

La presión constante se define como:

En un tiempo cero la presión en todos los puntos de la formación es constante e igual a la unidad, cuando el pozo del yacimiento es cerrado inmediatamente las caídas de presión en la frontera serán cero y permanecerán como cero durante la historia de producción, con $r = 1$.

Si se trata el caso de presión constante de manera simbólica, la solución del problema para un radio y un tiempo dados por $P = P(r,t)$. La ecuación de Darcy da el gasto de entrada del fluido, que bajo estas condiciones es:

$$q(T) = \frac{2\pi K}{\mu} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right)_{r=1} \dots\dots\dots (II.4.1)$$

Haciendo una serie de consideraciones se tiene que la entrada total del fluido está dada por:

$$Q(T) = \int_0^T q(t) dt = \frac{K}{\mu} \frac{f a c}{K} \int_0^T \left(\frac{\partial P}{\partial X} \right)_{(X=0)} dt \dots\dots\dots (II.4.2)$$

$$= f c Q(T)$$

donde $Q(t)$ es la solución general para flujo lineal y su ecuación es:

$$Q(t) = \int_0^t \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{(x=0)} dt \dots\dots\dots (11.4.3)$$

por lo tanto para una caída de presión dada:

$$Q(t) = f c \Delta P Q(t) \dots\dots\dots (11.4.4)$$

CASO DE GASTO CONSTANTE

En este caso de gasto constante se supone que la presión inicial, en todos los puntos de la formación es constante. Para un tiempo cero el fluido es enviado al pozo o la frontera del yacimiento con un gasto unitario. La caída de presión es dada por $P = P(r,t)$ y la frontera del campo, donde $r = 1$ ($\partial P / \partial r$)_{r=1} = -1. El signo menos de la ecuación anterior, surge al considerar que la presión disminuye cuando la longitud aumenta y se requiere para compensar el signo menos del gradiente. Si la caída de presión acumulada es expresada como ΔP , Entonces:

$$\Delta P = q(t) P(r,t) \dots\dots\dots (11.4.5)$$

donde $q(t)$ es una relación constante de la caída de presión acumulada cuando los cambios de presión son por unidad de gasto de producción.

Para aplicar la ecuación de Darcy para un gasto de flujo de fluidos se tiene la siguiente expresión:

$$q(t) = - \frac{2 \pi K}{\mu} \left(\frac{\partial \Delta P}{\partial r} \right)_{r=1} = - \frac{2 \pi K q(t)}{\mu} \left(\frac{\partial P(r,t)}{\partial r} \right)_{r=1} \dots\dots\dots (11.4.6)$$

Simplificando $q(t) = q(t)/2k$, por lo tanto para un gasto constante de producción, la caída de presión acumulada para un radio de un campo es dado por:

$$\Delta P = \frac{q(T)\mu}{2\pi K} P(t) \dots\dots\dots(11.4.7)$$

De manera similar para el gasto de producción en un flujo lineal, la caída de presión acumulada se expresa por:

$$\Delta P = \frac{q(T)\mu}{K} P(t) \dots\dots\dots(11.4.8)$$

Donde $q(t)$ es el gasto de entrada de agua y $\Delta P(t)$ es la caída de presión acumulada.

Estos investigadores realizaron estudios para evaluar el empuje hidráulico en los yacimientos, así como la determinación de la entrada de agua "We" por medio de la ecuación de difusión, que abarca consideraciones como la de un yacimiento cilíndrico (circular recto), con radio "rw" asociado con un acuífero de radio "re", y en donde sus propiedades tales como el espesor (h), permeabilidad (k), porosidad (ψ) y compresibilidad efectiva de la formación (C_e) son constantes.

Este método se limita solamente a yacimientos circulares rodeados por acuíferos horizontales circulares (finitos o infinitos).

Para el establecimiento de la siguiente ecuación se hicieron las siguientes suposiciones:

- 1.- Las fuerzas gravitacionales tienen efecto despreciable en el flujo.
- 2.- La formación es homogénea y simétrica radialmente
- 3.- El flujo es radial y horizontal.

De todo lo anterior se desprende la siguiente ecuación:

$$W_e = B \sum_0^t Q(t) \Delta P \dots\dots\dots(II.4.9)$$

En donde B es una constante de entrada de agua que se puede obtener de la siguiente manera:

$$B = \frac{2 \pi \phi C_e r_w^2 h}{5.615} \dots\dots\dots(II.4.10)$$

Q(t) es el gasto de entrada de agua adimensional, que es función del tiempo adimensional, el cual está relacionado con el tiempo real por:

$$tD = \frac{0.00632 K t}{\phi \mu C_e r_w^2} \dots\dots\dots(II.4.11)$$

Como se observa en la ec. (II.4.9) se tiene una sumatoria lo cual implica que se tendrán que realizar una serie de cálculos que pueden llegar a ser largos y por lo consiguiente tediosos, pero afortunadamente estos investigadores, resolvieron la ecuación de difusión presentándola en forma de tablas para varias relaciones entre el tamaño del acuífero y el tamaño del yacimiento (re/rw).

La solución de la ecuación de difusión, se realiza a través de un procedimiento matemático con ayuda de la transformada de Laplace, no se incluye el procedimiento debido a que no es el objetivo de este trabajo.

II.5 METODO DE R.D. CARTER ¹⁰

Este método esta basado en lo desarrollado por Hurst ⁸ para el cálculo o predicción de la entrada de agua.

La principal diferencia entre este método y el de Hurst es que para intervalos de tiempos finitos Hurst considera que el gasto de aceite producido es constante, mientras que el presente método considera constante la entrada de agua.

Para adoptar estas suposiciones de que el gasto de la entrada de agua es constante para períodos de tiempo finito, han sido desarrollados varios métodos para calcular el comportamiento de la entrada de agua.

Con el método de Van Everdingen y Hurst ⁹ el cálculo del comportamiento de la entrada de agua es muy satisfactorio, mientras que con el principio de superposición este cálculo se vuelve tedioso y es necesario utilizar un instrumento de cálculo mas eficiente.

Hurst presenta una solución a este problema en donde elimina el cálculo de superposición y sus resultados con respecto a su aproximación son pequeños.

El propósito de este trabajo es presentar un método para calcular la entrada de agua al yacimiento, basados en lo realizado por Hurst y combinándola con la ecuación de balance de materia propuesta por Schilthuis.

DESARROLLO MATEMATICO

A través de la integral de convolución podemos expresar la acumulación de la entrada de agua como una función de la variación de la presión en el perímetro de un campo por:

$$W_e(t_{Dj}) = B_1 \int_0^{t_{Dj}} \Delta P(\lambda) Q' (t_{Dj} - \lambda) d\lambda \dots (II.5.1)$$

si se considera que la entrada de agua la podemos aproximar a través de una serie, el gasto se mantendrá constante en ese intervalo y se puede expresar de la siguiente manera:

$$W_e(t_{Dj}) = \sum_{n=0}^{j-1} a_n (t_{D(n+1)} - t_{Dn}) \dots (II.5.2a)$$

$$W_e(t_{Dj}) = W_e(t_{Dj-1}) + \sum_{n=0}^{j-1} a_n (t_{D(n+1)} - t_{Dn}) \dots (II.5.2b)$$

Si hacemos que $i = j-1$ y combinando la ec. (II.5.1) y (II.5.2b) esto se transforma en :

$$B_1 \int_0^{t_{Dj}} \Delta P(\lambda) Q' (t_{Dj} - \lambda) d\lambda = W_e(t_{Dj-1}) + a_{j-1} (t_{Dj} - t_{Dj-1}) \dots (II.5.3)$$

El lado derecho de la ecuación describe la historia de entrada de agua desde t_{Dj-1} hasta t_{Dj} . Tomando la transformada de Laplace del lado derecho de la ec. (II.5.3), con respecto a la función t_{Dj} , es necesario definir la función para $t_{Dj} > 0$. Si la transformada del lado derecho de la ec. (II.5.3) se toma con respecto a $W_e(t_{Dj-1})$ como una constante, esta transformada nos da una historia ficticia de la entrada de agua. Esto antecede con la verdadera aproximación de la entrada de agua desde t_{Dj-1} hasta t_{Dj} . En la Fig.(II.5.1) se ilustra la relación entre la historia verdadera y la historia ficticia de la entrada de agua. Realizando la transformada de la ec. (II.5.3) con respecto a t_{Dj} .

$$B_1 S \Delta P Q = \frac{W_e(t_{Dj-1}) - a_{j-1} t_{Dj-1}}{S} + \frac{a_{j-1}}{S^2} \dots (II.5.4)$$

Resolviendo para ΔP y tomando la transformada inversa nos queda:

$$\Delta P(t_{1j}) = \frac{1}{B_1} \left\{ a_{(j-1)} P(t_{1j}) + [w_e(t_{1j-1}) - a_{j-1} t_{1j-1}] P'(t_{1j}) \right\} \quad \text{.....(II.5.5)}$$

Esta inversión se obtiene con la identidad $1/s = \text{SPQ}$.

Ahora con la combinación de la ec. (II.5.1) y (II.5.2a), se resuelve para $P(t_{1j})$ por medio de la transformada de Laplace, utilizando la función escalón esta transformada representa la historia completa de $W_e(t_{1j})$ como se da en la ec.(II.5.2a). Y el resultado de esto es la ecuación propuesta por Van Everdingen y Hurst.

$$\Delta P(t_{1j}) = \frac{1}{B_1} \left\{ a_0 P(t_{1j}) + \sum_{n=1}^{j-1} (a_n - a_{n-1}) P(t_{1j} - t_{1n}) \right\} \quad \text{.....(II.5.6)}$$

Nótese que la verdadera historia de entrada de agua de la Fig. (II.5.1) es utilizada en la ec. (II.5.6) y la historia ficticia de la entrada de agua es utilizada en la ec. (II.5.5), que es una aproximación de la ec. (II.5.6). La cual mejora cuando el intervalo de tiempo usado en ambos casos son prolongados. La aproximación deseada también mejora con las pérdidas abruptas de los cambios de gastos en la entrada de agua de un intervalo a otro intervalo.

Resolviendo la ec. (II.5.5) para a_{j-1}

$$a_{j-1} = \frac{B_1 \Delta P(t_{1j}) - W_e(t_{1j-1}) P'(t_{1j})}{P(t_{1j}) - t_{1j-1} P'(t_{1j})} \quad \text{.....(II.5.7)}$$

Sustituyendo la ec. (II.5.7) dentro de la ec. (II.5.6) y haciendo $i = j-1$

$$W_c(t_j) = W_c(t_{j-1}) + \left[\frac{B_1 \Delta P(t_j) - W_c(t_{j-1}) P'(t_j)}{P(t_j) - t_{j-1} P'(t_j)} \right] (t_j - t_{j-1}) \quad \text{..(II.5.8)}$$

Arriba del punto de burbujeo la ecuación de balance de materia se escribe como:

$$NB_0 C_0 \Delta P(t_j) = N_p(t_j) B_0 [1 + C_0 \Delta P(t_j)] + W_p(t_j) - W_c(t_j) \quad \text{..(II.5.9)}$$

Sustituyendo la ec. (II.5.8) dentro de la ec. (II.5.9) y resolviendo para $P(t_j)$.

$$\Delta P(t_j) = \frac{N_p(t_j) + W_p(t_j) - W_c(t_{j-1}) \left[\frac{P(t_j) - t_j P'(t_j)}{P(t_j) - t_{j-1} P'(t_j)} \right]}{B_0 [NC_0 - N_p(t_j) C_0] + B_1 \left[\frac{(t_j) - (t_{j-1})}{P(t_j) - t_{j-1} P'(t_j)} \right]} \quad \text{..(II.5.10)}$$

Nótese que en la ec. (II.5.10), todas las cantidades del lado derecho son conocidas desde un escalón previo o bien son obtenidas en función de algunas tablas. El método de ensaye y error se elimina empleando la ec. (II.5.10) y (II.5.8) a través del paso del tiempo.

En la Fig.(II.5.2) se muestra la historia actual de presiones del campo Rocky mountain, la historia de presión obtenida por el método de superposición ec.(II.5.6), y la historia de presiones calculada por el método propuesto ec.(II.5.5). Los datos que se emplearon para realizar las curvas fueron los mismos, utilizando como $5(t_j - t_{j-1})$ para $(t_j - t_{j-1}) = 0.5$ años, $B_1 = 23.168$ y la historia de entrada de agua se muestra en la Fig.(II.5.3). Las fluctuaciones de presión son severas sin embargo el ajuste entre las curvas es buena. En la Fig.(II.5.4) se muestra la historia de presión predecida para el campo así como el cálculo mostrado por el método de superposición (ecuación de van Everdingen y Hurst y la ec. (II.5.9) y por el método mejorado ec.(II.5.10) y ec.(II.5.8), en donde se muestra de nuevo un buen ajuste entre las curvas.

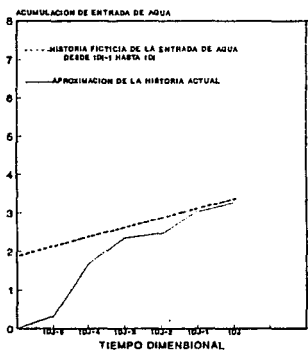


FIG.115.1

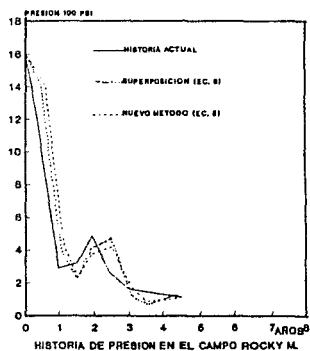


FIG.115.2

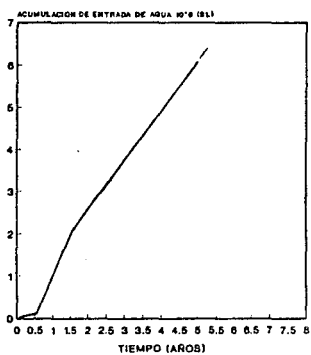


FIG.115.3

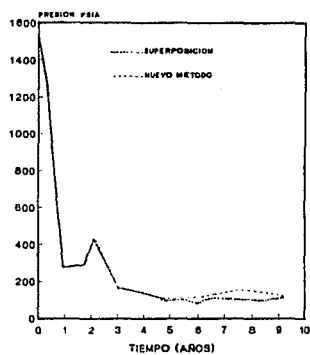


FIG.115.4

II.6 METODO DE L.T. STANLEY APLICADO A PERIODOS CONSTANTES Y VARIABLES^{11,12}

FUNDAMENTOS

La ecuación de Stanley es una simplificación al método desarrollado por Van Everdingen y Hurst⁹, en el que se requiere conocer tanto las propiedades de difusión del medio poroso así como la clasificación del acuífero asociado al yacimiento, es decir si éste es finito o ilimitado. Este método es el más empleado para la determinación de la entrada de agua al yacimiento con empuje hidráulico el cual puede representar una amplia variedad en cuanto a diferentes regímenes de flujo.

No obstante para poder aplicar el método de Stanley para la solución de "We" en un yacimiento lleva implícito el utilizar períodos constantes, razón por la cual resulta no muy práctica su aplicación.

Este método pretende hacer una modificación al tiempo adimensional, para poder utilizar esta ecuación en el caso de períodos variables.

ECUACION DE STANLEY EN PERIODOS CONSTANTES

Se comenzará por mostrar el comportamiento que se tiene en un yacimiento hipotético, para el cual se suponen incrementos de tiempo iguales a 60 días, ($\Delta t = 60$), también para este incremento de tiempo se refiere un constante de entrada de agua igual a 120 (bl/kg/cm²).

Con esta constante conocida, se procede a dividir la historia de producción en un cierto número de períodos, para nuestro caso se dividió en 52 períodos con incrementos constantes de tiempo para cada división, procediendo a calcular los tiempos adimensionales (tD) en flujo radial, cuyos resultados se muestran en la tabla I¹¹, ahora se procede a dividir la

historia de producción en 102 períodos reduciendo la Δt a 30 días cuyos resultados se tienen en la tabla II¹¹.

Como se puede observar cuando se cambia la magnitud del Δt para el mismo yacimiento se provocan diferencias en los valores obtenidos de W_e . Con los valores anteriores se gráficán con respecto a los tiempos reales t_R , y podemos obtener el comportamiento de la entrada de agua para este yacimiento.

Con el fin de establecer una solución a esta anomalía, se ensayo para varios factores en función del cociente $\Delta t_x / \Delta t_c$, encontrándose que el factor que corrige la desviación es:

$$F = \left(\frac{\Delta t_x}{\Delta t_c} \right)^{1.1} \dots\dots\dots(II.6.1)$$

Al introducir este factor de corrección en la ecuación de Stanley, se obtiene la tabla III¹¹, de la cual al graficar esos datos se observa un ajuste muy satisfactorio al hecho de haber variado los Δt_c y Δt_x , Fig.(II.6.1).

Con todo lo anterior se puede deducir que la constante de entrada de agua "C" es una característica del sistema yacimiento-acuífero, por la que la corrección que se deba de hacer, estará asociada con el tiempo adimensional ya que ésta es función del tiempo real.

Por otra parte si el gasto adimensional esta asociado directamente con el tiempo adimensional entonces es aquí donde se deberá aplicar con el factor F quedando nuestra ecuación como se muestra a continuación:

$$Q_{D,x} = F \cdot t_D^{1.1}$$

$$Q_{D,x} = \left(\frac{\Delta t_x}{\Delta t_c} \right)^{1.1} \cdot t_D^{1.1} \dots\dots\dots(II.6.2)$$

$$Q_{Dx} = \left(\frac{\Delta t_x}{\Delta t_c} \cdot t_{D1} \right)^{cc}$$

De lo cual:

$$t_{Dx} = \left(\frac{\Delta t_x}{\Delta t_c} \right) \cdot t_{D1} \dots\dots\dots(II.6.3)$$

donde:

Q_{Dx} = Gasto adimensional corregido para cualquier incremento de tiempo.

t_{Dx} = Tiempo adimensional corregido para cualquier magnitud de período.

ECUACION DE STANLEY EN PERIODOS VARIABLES

Aplicando la ecuación:

$$W_e = C \sum_{j=1}^n \Delta P_j t_{Dj}^{cc} \dots\dots\dots(II.6.4)$$

Usando una división uniforme en el tiempo para el yacimiento hipotético en cuestión y comparando los valores obtenidos con los primeros datos del mismo yacimiento usando períodos constantes, se comprobó que existe una gran discrepancia entre los valores de entrada de agua obtenidos usando períodos constantes y los que se tienen usando períodos variables, tabla I y IV ¹¹ (Fig.II.6.2 curva 2).

Para ajustar estos comportamientos, no fue suficiente utilizar la ec.(II.6.3), (tabla V ¹¹, Fig.II.6.2, curva 3) cada vez que se varió el tamaño del período, sino que fue necesario generalizar la ecuación del tiempo adimensional, con base al principio de superposición.

COMPORTAMIENTO DE LA PRESION EN PERIODOS VARIABLES DE TIEMPO

Cuando se esta explotando un yacimiento, éste sufre fuertes cambios en el comportamiento de su presión, para los propósitos que se persiguen, estos cambios deben ser ajustados.

En la Fig.(II.6.4) se muestra de una manera cualitativa este ajuste al comportamiento de presiones cuando existen períodos variables.

La caída de presión atribuible a cada período, se define como el promedio aritmético de los últimos decrementos parciales como se muestra a continuación:

$$\Delta P_j = \frac{1}{2} [\Delta P'_{j-1} + \Delta P'_j] \dots\dots\dots(II.6.5)$$

de donde:

$$\begin{aligned} \Delta P'_j &= P_{j-1} + P_j \\ \Delta P'_j &= P_{j-2} + P_{j-1} \dots\dots\dots(II.6.6) \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} \Delta P_j &= \frac{1}{2} [P_{j-2} - P_{j-1} + P_{j-1} - P_j] \\ \Delta P_j &= \frac{1}{2} [P_{j-2} - P_j] \dots\dots\dots(II.6.7) \end{aligned}$$

Puede observarse de la Fig.(II.6.3) y (II.6.4), la caída de presión de cada período ocurre independientemente de que haya otros períodos y sus efectos parciales deben suponerse en cada nivel de tiempo.

De lo cual tenemos lo siguiente:

- ΔP_1 actúa durante el tiempo $t_n - t_0$
- ΔP_2 actúa durante el tiempo $t_n - t_1$
- ΔP_3 actúa durante el tiempo $t_n - t_2$
-(II.6.8)
- ΔP_j actúa durante el tiempo $t_n - t_{j-1}$
-
- ΔP_n actúa durante el tiempo $t_n - t_{n-1}$

TIEMPO ADIMENSIONAL CON PERIODOS VARIABLES

A partir del comportamiento que se muestra en la Fig.(II.6.4), el tiempo adimensional para cada nivel de tiempo sera proporcional al tiempo real durante el cual actúa, la correspondiente caída de presión.

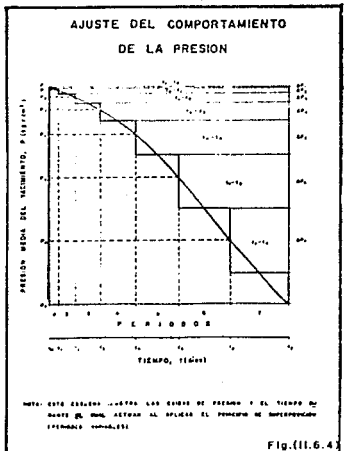
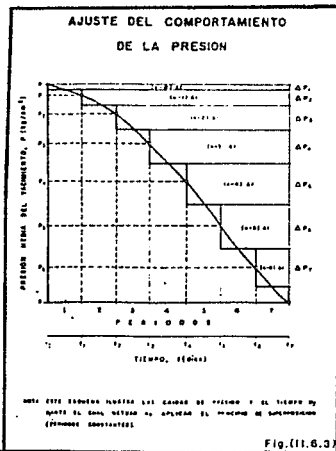
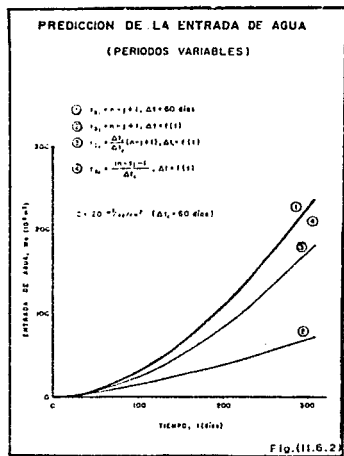
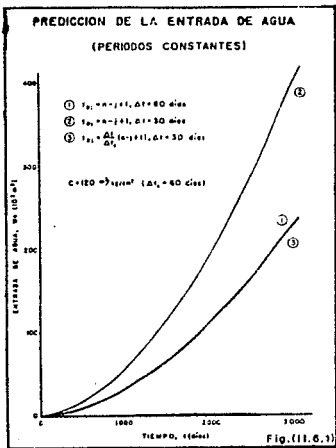
De tal manera que:

- t_{D1} es proporcional al tiempo $t_n - t_0$
- t_{D2} es proporcional al tiempo $t_n - t_1$
-(II.6.9)
- t_{Dn} es proporcional al tiempo $t_n - t_{n-1}$

Por otra parte, para que este parámetro quede expresado en términos adimensionales, se hará inversamente proporcional a la magnitud del intervalo en cuestión, o sea a:

$$\Delta t = t_j - t_{j-1} \dots\dots\dots(II.6.10)$$

Ademas para que la constante de Stanley se use como tal, para cualquier intervalo de tiempo, se introduce el factor:



$$F = \left(\frac{\Delta t_j}{\Delta t_c} \right) \quad \dots\dots\dots(II.6.11)$$

La expresión del tiempo adimensional que cumple con las condiciones establecidas es:

$$t_{Dj} = \frac{t_n - t_{j-1}}{\Delta t_c} \quad \dots\dots\dots(II.6.12)$$

Esta ecuación proporciona una definición generalizada del tiempo adimensional lo cual se puede demostrar al aplicarse a un yacimiento hipotético (tabla VI¹¹, Fig.II.6.2, curvas 1 y 4).

TIEMPO ADIMENSIONAL EN PERIODOS CONSTANTES

Cuando se tienen períodos constantes se observa lo siguiente:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_j = \Delta t_{n-1} = \Delta t_n = \Delta t \quad \dots\dots\dots(II.6.13)$$

Además si la ecuación anterior está referida al incremento $\Delta t_c = \Delta t$ se tiene que:

$$t_{Dj} = n - j + 1 \quad \dots\dots\dots(II.6.14)$$

Por lo tanto al aplicarse la ec.(II.6.12) al caso particular de períodos constantes, la ecuación anterior, resulta idéntica a la utilizada por Stanley para definir el tiempo adimensional.

13 II.7 METODO DE FETKOVICH

Este método es una simplificación para el cálculo de entrada de agua a yacimientos de hidrocarburos, en sistemas de acuíferos finitos. La ecuación generalizada para obtener el gasto de un acuífero sin considerar la geometría o un tipo específico de flujo es:

$$q_w = J_w (P - P_{wf})^n \dots\dots\dots(II.7.1)$$

donde "n" usualmente se representa como la unidad, cuando el flujo obedece a la ley de Darcy que se comporta como régimen pseudoestacionario o estacionario, J_w es definido como el índice de productividad del acuífero (PI) y es una analogía del PI de un pozo de aceite o gas.

El balance de materia para un acuífero considerando una compresibilidad constante puede ser escrita en su forma mas simple como:

$$P = - \left(\frac{P_i}{W_{ci}} \right) W_e + P_i \dots\dots\dots(II.7.2)$$

donde P es la presión promedio del acuífero (de cierre), W_e es la entrada de agua inicial del yacimiento a una presión inicial P_i , y W_e es la entrada acumulativa de agua al yacimiento.

Combinando la ec.(II.7.1) y (II.7.2) se obtiene la ecuación que expresa el gasto instantáneo de entrada de agua como una función del tiempo, y la presión de frontera interna P_{wf} .

$$e_w(t) = \frac{J_w (P_i - P_{wf})}{e^{[(q_w)_{max} - W_{ci}](t)} \dots\dots\dots(II.7.3)$$

$(q_w)_{max}$ es definido como el potencial inicial del flujo del acuífero, el cual es una analogía del potencial del pozo de aceite o gas. La Fig.(II.7.1) es

una representación gráfica de la ecuación generalizada para obtener el gasto, ec.(II.7.1) y el potencial de flujo del acuífero descrito anteriormente. Nótese que si W_{ei} es demasiado grande la ec.(II.7.3) se reduce a la ecuación de Schilthuis para flujo estacionario:

$$e_w = J_w (P_i - P_{wf}) \dots\dots\dots(II.7.4)$$

La forma final de la ecuación para la entrada acumulativa de agua es:

$$W_e = \frac{W_{ei}}{P_i} (P_i - P_{wf}) \left\{ 1 - e^{-[(q_{in})_{max} / W_{ei}] t} \right\} \dots\dots\dots(II.7.5)$$

Esta no es usada frecuentemente debido a que no puede manejar cambios en P_{wf} , mientras se representa siempre a la presión del acuífero con un valor inicial. Hurst y otros han manejado este problema por el método de superposición.

Reescribiendo la ecuación que representa la entrada acumulativa de agua para un intervalo de tiempo Δt , entonces se empieza el problema otra vez después de cada intervalo de tiempo (como se hace para un problema de balance de materia).

Con ayuda de la ecuación de balance de materia para un acuífero se puede redeterminar una nueva presión intermedia del acuífero P_n , y entonces resolver para un nuevo intervalo de tiempo t . Esa reevaluación de la presión intermedia del acuífero para cada intervalo de tiempo elimina la necesidad de utilizar el principio de superposición.

Ahora bien, un punto significativo aquí es que no se necesita regresar a la presión inicial con la que se empezara un cálculo de entrada de agua. Se puede iniciar en algún tiempo dado obteniendo un valor que represente la presión intermedia del acuífero.

La ecuación de cada intervalo es:

$$\Delta W_{en} = \frac{W_{ei}}{P_i} (\bar{P}_{(n-1)} - \bar{P}_{wfn}) \left[1 - e^{-(q_{wi})_{max} W_{ei} \Delta t_n} \right] \dots\dots\dots(II.7.6)$$

La relación W_{ei}/P_i y $(q_{wi})_{max}/W_{ei}$ pueden ser simplificados al eliminar P_i de las expresiones las cuales no necesitan ser inicializadas nuevamente para el cálculo de las nuevas presiones intermedias del acuífero.

El intervalo de tiempo es determinado por:

$$\Delta t_n = t_n - t_{(n-1)} \dots\dots\dots(II.7.7)$$

y la presión promedio:

$$\bar{P}_{wfn} = \frac{P_{wfi(n-1)} + P_{wfi(n)}}{2} \dots\dots\dots(II.7.8)$$

Lo que representa usar una presión constante en la frontera del yacimiento-acuífero durante el intervalo de tiempo t_n . La Fig.(II.7.2) describe esta relación Presión-tiempo y la curva 2 representa una aproximación tentativa de ésta. Este método de representar la presión promedio \bar{P}_{wfn} , es aplicable a predicciones del comportamiento tanto futuras como pasadas.

Al iniciar otra vez los cálculos para la presión promedio (\bar{P}), se hace uso de la ecuación de balance de materia para un acuífero, la cual es:

$$\bar{P} = \left[\frac{W_e \cdot \sum W_{ei} + (W_p - W_i) B_w}{W_{ei}} \right] \bar{P}_i + P_i \dots\dots\dots(II.7.9)$$

Donde:

$$W_c = \sum_i^n W_{ci}$$

Es la entrada acumulativa de agua total (al tiempo t_n) en el yacimiento de interés. El término $\sum_2^j W_{ej}$ es la entrada acumulativa de agua total dentro de otros yacimientos contenidos en un acuífero común.

Todos los otros términos tienen una definición convencional y han sido previamente definidos..

El gasto real de entrada de agua y la relación de entrada acumulativa de agua durante el intervalo de tiempo t se muestra en la Fig.(II.7.3). Junto con los resultados obtenidos usando la función incremento a presión constante como una aproximación de entrada instantánea de agua en la ecuación del gasto.

SOLUCION DE LA FUNCION INCREMENTO

Hasta ahora parece que la simplificación del problema de entrada de agua no es simple. En realidad, se ha reducido el problema a fin de reconocer un solo incremento de tiempo t en la solución de la función incremento, usando la ecuación de gasto $Q_w = J_w (P - P_{wf})$ para establecer un gasto constante en un intervalo de tiempo, y la ecuación de balance de materia para un acuífero $P = -(P_i/W_{ei}) * W_e + P_i$. Para evaluar la presión promedio del acuífero, dando la solución analítica del problema cuando t es pequeño. Para t la solución analítica reprodujo el comportamiento con resultados satisfactorios. (A gasto constante con t de un año, para todos los casos en que $r_a/r_r = 5$), reportados en este estudio los resultados fueron idénticos a los obtenidos con la ec.(II.7.6). La Fig.(II.7.4) ilustra la aproximación de la

Acuifero "Curva de Presión de sobrecarga" con Potencial de flujo Inicial.

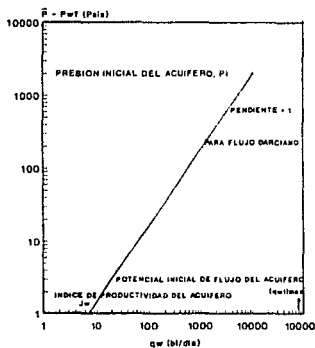


Fig (II.7.1)

Relación presión-tiempo de la frontera interna como una aproximación de la función incremento.

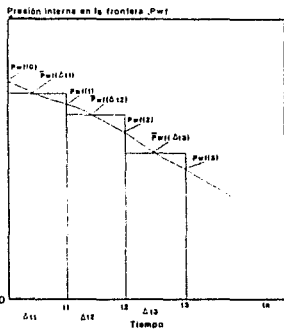


Fig (II.7.2)

Cálculo del gasto de entrada de agua usando un incremento de presión cte de la frontera interna del acuifero comparándolo con una representación real.

Gasto de entrada de agua instantánea $ew(t)$

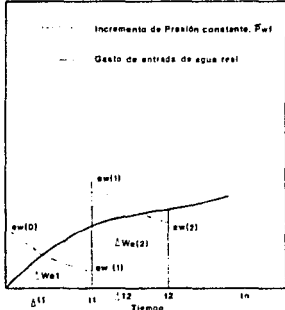


Fig (II.7.3)

Una aprox. con la función incremento de gasto constante para entrada de agua con intervalos de tiempo cortos.

Gasto de entrada de agua instantánea $ew(t)$

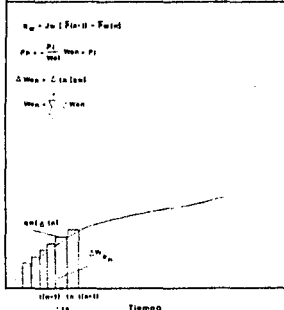


Fig (II.7.4)

función incremento. Para un intervalo de tiempo t , de $t(n-1)$ a $t(n)$, la ecuación del gasto sería:

$$q_w = J_w (P_{(n-1)} - P_{w(n)}) \dots\dots\dots(II.7.10)$$

La salida acumulativa durante el intervalo de tiempo t_n , sería:

$$\Delta W_{cn} = \Delta t_n (q_w) \dots\dots\dots(II.7.11)$$

y la salida acumulativa total durante al tiempo t_n sería:

$$W_{cn} = \sum_1^n \Delta W_{cn} \dots\dots\dots(II.7.12)$$

Entonces para actualizar la presión promedio del acuífero para el siguiente intervalo de tiempo es:

$$\bar{P}_n = \left(\frac{P_i}{W_{ci}} \right) W_{cn} + P_i \dots\dots\dots(II.7.13)$$

ECUACIONES DE GASTO

En la derivación de métodos para tratar de predecir la entrada de agua, se supone una compresibilidad constante y es necesario tener el mismo volumen de entrada de agua inicial, en lugar de dar una serie de variables.

Por lo tanto para predecir la entrada de agua de una manera exacta del Índice de Productividad del acuífero, es necesario realizar un balance de materia, para lo cual se necesita únicamente encontrar una ecuación adecuada del gasto.

ECUACIONES DE GASTO PARA ACUIFEROS RADIALES Y LINEALES

TIPO DE FRONTERA	FLUJO RADIAL	FLUJO LINEAL
finito-cerrado (no flujo) fuera de la frontera	$q_w = \frac{7.08 K h (P - P_{wf})}{\mu \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_r} \right) - \frac{3}{4} \right]}$	$q_w = \frac{3(1.127) K b h (P - P_{wf})}{\mu L}$
finito-presión constante fuera de la frontera	$q_w = \frac{7.08 K h (P_e - P_{wf})}{\mu \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right) \right]}$	$q_w = \frac{1.127 K b h (P_e - P_{wf})}{\mu L}$
infinito	$q_w = \frac{7.08 K h (P_i - P_{wf})}{\mu \left[\ln \sqrt{\frac{14.23 K_1}{\phi \mu C_1 r_e^2}} \right]}$	$q_w = \frac{K b h (P_i - P_{wf})}{\mu \left[\sqrt{\frac{6.33 K_1}{\phi \mu C_1}} \right]}$

INDICE DE PRODUCTIVIDAD DEL ACUIFERO

Los valores usados en el estudio del Índice de Productividad del acuífero son determinados para la presión anterior de la ecuación de flujo radial finito a condiciones de ($\theta = 360$). Los siguientes períodos transitorios son despreciables. Para el estudio de un acuífero radial finito, ligeramente compresible, se usa la ecuación de gasto para estado pseudo-estacionario.

$$q_w = \frac{7.08 K h (P - P_{wf})}{\mu \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_r} \right) - \frac{3}{4} \right]} \dots\dots(11.7.14)$$

y el índice de Productividad para un flujo radial estabilizado es:

$$J_w = \frac{7.08 K h}{\mu \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_r} \right) - \frac{3}{4} \right]} \dots\dots\dots(11.7.15)$$

Entonces el potencial inicial del acuífero es:

$$(q_{wi})_{max} = J_w (P_i - 0) \dots\dots\dots(II.7.16)$$

La invasión de agua inicial W_{ci} , para una geometría radial ($\theta = 360$) es determinada por:

$$W_{ci} = \frac{\pi}{5.61} (r_w^2 - r_r^2) \theta h C_t P_i \dots\dots\dots(II.7.17)$$

Nota : la ecuación dada para flujo radial en la tabla anterior es nada mas que la ecuación simplificada de entrada de agua definida por Hurst. Para la determinación del tiempo se emplean las siguientes ecuaciones.

Para un estado pseudoestacionario se tiene que:

$$t_{ps} = \frac{0.02 \mu C_t \phi r_w^2}{K} \dots\dots\dots(II.7.18)$$

para un estado estacionario se tiene que:

$$t_{ps} = \frac{0.04 \mu C_t \phi r_w^2}{K} \dots\dots\dots(II.7.19)$$

II.8 METODO DE J.M. DUMORE ¹⁴

Para considerar el agotamiento de un yacimiento de gas, cuando no hay entrada de agua, la presión promedio del gas es una función de la producción acumulada y puede ser fácilmente determinada por medio de un balance de materia. Para un yacimiento de gas, limitado por un acuífero, la presión promedio, también dependerá de la entrada de agua, la cual a su vez dependerá del porcentaje en la declinación de la presión, así como del gasto de producción.

En este caso el balance de materia es más complicado.

El siguiente procedimiento de balance de materia que se muestra a continuación, cuando se tiene el caso en que el contacto agua-gas permanece horizontal, en un yacimiento de gas con empuje hidráulico de fondo, está desglosado de la siguiente manera:

- 1) El yacimiento de gas
- 2) El balance de materia
- 3) El acuífero
- 4) Distribución de presiones en la zona invadida por agua.

EL YACIMIENTO DE GAS

Considerando un yacimiento de gas limitado por un contacto horizontal agua-gas. El volumen del área de la sección-transversal de manera horizontal, a través del yacimiento con un espesor h , sobre el contacto horizontal agua-gas es denotado por $A(h)$ y el gas libre es $F(h)$.

$$F(h) = \phi (1 - S_{wc}) A(h) \dots\dots\dots(II.8.1)$$

En donde ϕ y S_{wc} son un promedio del valor de la porosidad y del agua congénita en el nivel h .

El volumen original de gas libre es:

$$V_i = V_{res}(H) = \int_0^H F(h) dh \quad \dots\dots\dots (11.8.2)$$

y el volumen original de gas libre medido a condiciones standard es:

$$G_i = \int_0^H \frac{1}{B_{gi}} F d(h) \quad \dots\dots\dots (11.8.3)$$

Donde el recíproco del factor de volumen de gas de la formación está definido por:

$$\frac{1}{B_g} = \frac{(P/z)}{(P/z)_{sc}} \left(\frac{T_{sc}}{T_{res}} \right) \quad \dots\dots\dots (11.8.4)$$

Una buena aproximación de la ec. (11.8.3) se tiene con la siguiente expresión:

$$G_i = \frac{1}{B_{gi}} V_i \quad \dots\dots\dots (11.8.5)$$

EL BALANCE DE MATERIA.

Para este balance de materia se tienen las siguientes consideraciones:

- a).- La producción principia en un tiempo, $t = 0$
- b).- La presión del yacimiento nunca se incrementa
- c).- La interfase agua-gas del yacimiento permanece horizontal y no desciende.

La formulación del balance de materia se desarrolla en dos etapas.

1).- La corriente o el curso de la interfase agua-gas encima del nivel $h = h_w$, lo cual se representa con la siguiente expresión:

$$G = \int_{h_a}^{h_i} \frac{1}{B_{gi}} \left\{ 1 - C_t (P_i - P) F d(h) \right\} \dots \dots \dots (11.8.6)$$

Y una buena alternativa sería la siguiente:

$$G = \frac{1}{B_g} \left\{ V_i - V_{res} (h_w) \right\} \dots \dots \dots (11.8.7)$$

II).- Zona invadida de agua en un yacimiento de gas, la cual se representa con la siguiente expresión:

$$G_w = \int_0^{h_a} \frac{1}{B_g} \frac{S_{gr}}{S_{gi}} F d(h) \dots \dots \dots (11.8.8)$$

Donde Sgr y Sgi son la saturación residual e inicial del gas respectivamente.

Una buena aproximación de la ecuación anterior sería la siguiente:

$$G_w = \left(\frac{1}{B_{gi}} \right) P_w \frac{S_{gr}}{S_{gi}} V_{res} (h_w) \dots \dots \dots (11.8.9)$$

Donde Pw es el promedio de la presión de gas en la zona invadida de agua.

El volumen standard de la producción acumulada de gas se denota por Gp, hasta un tiempo t. Haciendo un balance de materia de gas, se tiene la siguiente expresión:

$$G_i = G + G_w + (G_p + G_s) \dots \dots \dots (11.8.10)$$

El volumen acumulado por la invasión de agua del acuífero dentro del yacimiento es:

$$W_e = \int_0^{h_a} \left(1 - \frac{S_{gr}}{S_{gi}} \right) F d(h) + W_p \dots \dots \dots (11.8.11)$$

Una buena aproximación sería la siguiente:

$$W_e = \left(1 - \frac{S_{gr}}{S_{gi}} \right) V_{res} (h_w) + W_p \dots\dots\dots(11.8.12)$$

Donde W_p es el volumen acumulado de la invasión de agua producido.

EL ACUIFERO

Cuando $t=0$ el agua en el acuífero está en reposo, mientras que para $t > 0$, las caídas de presión en el contacto agua-gas contra el tiempo son el resultado de la producción. Esto causa que el agua en el acuífero se expanda y que el flujo del acuífero sea a través de la frontera de yacimiento de gas.

Para determinar la entrada acumulada de agua desde el acuífero dentro del yacimiento de gas, se requiere del principio de superposición. Apoyándose en lo desarrollado por Van Everdingen y Hurst, se tiene la siguiente expresión:

$$W_e (t) = P (o) F_s (t) \int_0^t \frac{dp(\theta)}{d(\theta)} P_s (t - \theta) d\theta \dots\dots\dots(11.8.13)$$

DISTRIBUCION DE PRESIONES EN LA ZONA INVADIDA POR AGUA.

Se considera que la invasión de agua es mayor cuando se tiene flujo vertical ascendente en el yacimiento de gas. Por lo que las componentes del flujo horizontal pueden ser despreciadas.

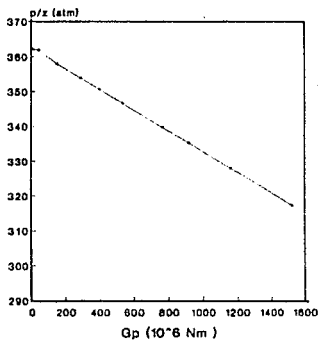


FIG.1.1 VALORES DE p/z V.S LA PRODUCCION ACUMULADA DE GAS.

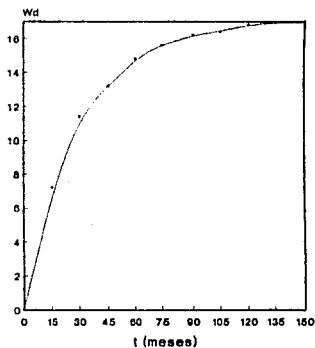


FIG.1.2 FUNCION STANDARD DEL ACUIFERO

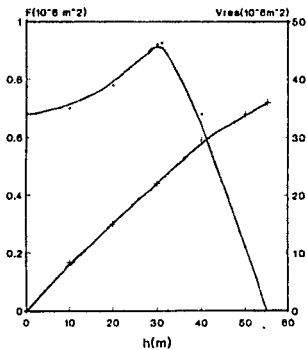


FIG.1.3 LA FUNCION $F(h)$ Y $V_{res}(h)$

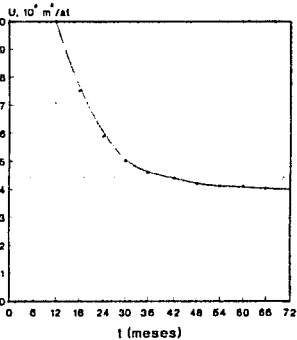


FIG.1.4 CALCULO DE AVANCE DEL ACUIFERO V.S EL TIEMPO

Realizando un pequeño desarrollo el cual es omitido por no ser el objetivo del trabajo, se tiene que la distribución de presiones en la zona invadida por agua esta determinada por la siguiente expresión:

$$P = P_0 - \frac{\mu_w}{K_{rw} K_{res}} \phi (1 - S_{we}) \left(1 - \frac{S_{gr}}{S_{gr}^*}\right) \frac{dh_w}{dt} \int_0^{h_w} \frac{F(h_w)}{F} dh - h_w g \rho_w \dots\dots\dots (II.8.14)$$

El promedio de la presión del gas en la zona invadida de agua se puede realizar como sigue:

$$P_w = \frac{(P_0 + P)}{2} \quad (II.8.15)$$

II.9 METODO DE ALLARD Y CHEN ¹⁵

El empuje que ejerce el acuífero sobre el yacimiento puede ser lateral o de fondo. Para empuje lateral, el modelo más completo es el realizado por Van Everdingen y Hurst⁹, este modelo es esencialmente la solución de la ecuación de difusión en coordenadas radiales. Aunque las consideraciones hechas en la derivación de este modelo no son estrictamente válidas para empuje de fondo, la escasez de un mejor modelo ha propiciado su aplicación para el cálculo de entrada de agua considerando empuje de fondo aunque en realidad no sea lo más adecuado.

Coats¹⁹ desarrolló un modelo en el que tienen importancia los efectos de flujo vertical y ha mostrado que estos efectos son realmente importantes, sin embargo el método presenta dos limitaciones importantes. Primero, las soluciones dadas son aplicables para el caso de tener un "gasto constante", dichas soluciones permiten calcular la presión para un gasto de entrada conocido pero no para el caso contrario. Segundo, la solución es aplicable únicamente a acuíferos finitos.

El modelo que se presenta a continuación es una extensión al modelo desarrollado por Coats para entrada de agua por empuje de fondo y la solución es para el caso de presión constante y aplicable a ambos tipos de acuífero ya sean finitos o infinitos. Los resultados son presentados en forma de grupos adimensionales y son tabulados de manera similar a lo realizado por Van Everdingen y Hurst.

A continuación se presenta una explicación detallada del modelo de flujo por empuje de fondo, Fig. (II.9.2). La ecuación de difusión que gobierna este sistema, es reducida a una forma adimensional introduciendo variables adimensionales. La ecuación resultante es resuelta utilizando un simulador numérico.

DESARROLLO

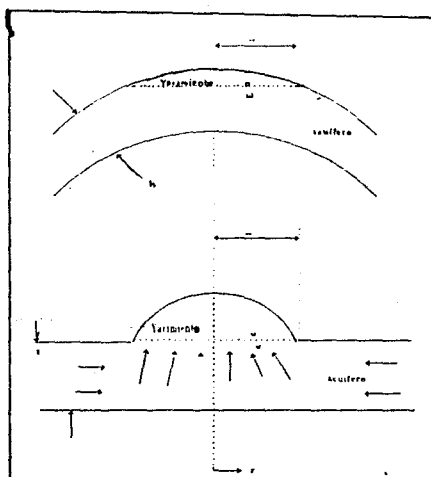


Fig.(H.0.1) Modelo idealizado del flujo de agua en el fondo.

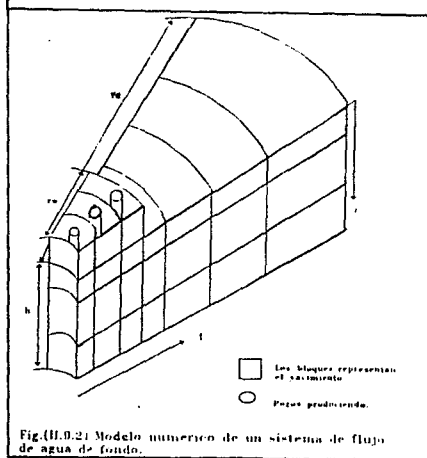


Fig.(H.0.2) Modelo numérico de un sistema de flujo de agua de fondo.

La ecuación de diferencial parcial que gobierna el flujo para fluidos ligeramente compresibles, es conocida como la ecuación de difusión en coordenadas radiales:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\mu \phi C}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \dots\dots\dots(11.9.1)$$

Para el modelo de flujo por empuje de fondo mostrado en la Fig.(11.9.1), hay que agregar un término adicional a esta ecuación:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + K_R \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\mu \phi C}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \dots\dots\dots(11.9.2)$$

donde K_R es la relación entre la permeabilidad vertical y la permeabilidad horizontal.

Existe un número infinito de soluciones para la ec. (11.9.2), representando todo el posible sistema yacimiento-acuífero, sin embargo es posible derivar una solución general aplicable a diversas situaciones, introduciendo las siguientes variables adimensionales :

$$r_D = \frac{r}{r_w} \dots\dots\dots(11.9.3)$$

$$z_D = \frac{z}{(r_w K_R \nu^2)} \dots\dots\dots(11.9.4)$$

$$t_D = t \left(\frac{6.33 K}{\mu \phi C r_w^2} \right) \dots\dots\dots(11.9.5)$$

Sustituyendo estas nuevas variables en la ec. (11.9.2), da como resultado la ecuación de difusión en forma adimensional:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P}{\partial r_D} + \frac{\partial^2 P}{\partial z_D^2} = \frac{\partial P}{\partial t_D} \dots\dots\dots(11.9.6)$$

En vez de intentar una solución analítica a la ec.(II.9.6) para el caso de presión constante, se derivará una ecuación de entrada de agua directamente y utilizar un simulador numérico para resolver esta ecuación.

Para encontrar una ecuación para la entrada acumulativa de agua se define la caída de presión adimensional como:

$$\Delta P_D = \Delta P \frac{r_w K K_R \mu^{1/2}}{0.282 q \mu} \dots\dots\dots(II.9.7)$$

Las ecuaciones (II.9.5) y (II.9.7) pueden ser resueltas para t y q respectivamente, obteniéndose:

$$t = t_D \left(\frac{\mu \phi C r_w^2}{6.33 K} \right) \dots\dots\dots(II.9.8)$$

$$q = \frac{\Delta P}{\Delta P_D} \frac{r_w K K_R \mu^{1/2}}{0.282 \mu} \dots\dots\dots(II.9.9)$$

La ecuación para la entrada acumulativa de agua Q, escrita en forma de diferencias finitas es dada como:

$$Q = \sum q \Delta t \dots\dots\dots(II.9.10)$$

sustituyendo las ecs.(II.9.8) y (II.9.9) en (II.9.10) se obtiene:

$$Q = 0.560 \phi C r_w^2 K_R \mu^{1/2} \Delta P \sum \frac{\Delta t_D}{\Delta P_D} \dots\dots\dots(II.9.11)$$

Finalmente, convirtiendo esta expresión a una forma comparable con la de Van Everdingen y Hurst, se define la constante de entrada de agua B, y la entrada acumulativa de agua adimensional Q_D, como:

$$B = 1.119 \phi h C r_w^2 \dots\dots\dots(II.9.12)$$

$$Q_D = \frac{r_w K_R^{1/2}}{2 h} \sum \frac{\Delta t_D}{\Delta P_D} \dots\dots\dots (11.9.13)$$

donde h es el espesor del acuífero, la ec.(9.11) por lo tanto se reduce a la forma:

$$Q = B \Delta P Q_D \dots\dots\dots (11.9.14)$$

La cual es una analogía a la ecuación de van Everdingen y Hurst excepto que los valores de Q_D contra T_D para un sistema de empuje de fondo serán por lo tanto diferentes a los del sistema radial.

Para resolver Q_D ec.(11.9.14), es necesario usar un simulador numérico sin embargo hay que hacer notar que Q_D es función no solamente de t_D , sino también de la geometría yacimiento-acuífero. Es por lo tanto necesario introducir las siguientes constantes adimensionales, las cuales describen la geometría del sistema.

$$r_D' = \frac{r_e}{r_w} \dots\dots\dots (11.9.15)$$

$$Z_D' = \frac{Z}{(r_w K_R^{1/2})} \dots\dots\dots (11.9.16)$$

Donde r_e es el radio del acuífero.

SOLUCION DE ECUACIONES.

Primeramente se revisarán las condiciones de flujo impuestas en el caso de gasto constante. El yacimiento y el acuífero se consideran inicialmente bajo condiciones de equilibrio, a una presión inicial P_i . Para un tiempo $t = 0$, la presión del yacimiento se reduce debido a un incremento en P y se mantiene subsecuentemente a este nivel. En respuesta a esta caída de presión, se origina una invasión de agua al yacimiento, a un gasto tal que

la entrada acumulativa de agua es gobernada por la ec.(II.9.14). Para acuíferos finitos Q eventualmente alcanzará un valor máximo como la presión en el acuífero invade al yacimiento.

Si un modelo de simulación pudiera considerar las condiciones descritas, entonces éste sería evaluado numéricamente por la ec.(II.9.14), lo cual es lo que precisamente se realiza en este método.

La Fig.(II.9.2) muestra el modelo de flujo idealizado por empuje de fondo el cual se aplica al simulador numérico. Las dimensiones y propiedades de este modelo son seleccionadas al dar los valores deseados de r_p' y Z_D' . La rutina de producción es actualizada tal que en cada intervalo de tiempo y la producción de los bloques de la malla del yacimiento es ajustada para mantener constante la presión en el contacto agua-aceite.

La determinación de la entrada adimensional, es simplemente correr el simulador numérico para generar las tablas de Q vs t . Los valores obtenidos son sustituidos en las ecuaciones (II.9.14) y (II.9.15) respectivamente, para posteriormente generar las tablas de Q_D contra t_D .

Es posible que para validar estos resultados para acuíferos infinitos compararlos directamente con los resultados analíticos obtenidos por Coats; Con incrementos de presión suficientemente pequeños, la ec.(II.9.13) puede ser usada para convertir los valores de P_D (obtenidos por Coats) a valores de Q_D .

II.10 METODO DE RAPIDA CONVOLUCION ¹⁶

Como se ha visto, existen diversos modelos para el cálculo de entrada de agua en yacimientos de hidrocarburos. Sin embargo estos son ineficientes o inexactos, algunos de estos modelos serían, para estado estacionario⁷, estado transitorio⁹ y estado pseudoestacionario¹³. Esto llevó a la elaboración de un nuevo método (FCM), del cual se desarrollaron 4 diferentes modelos para el cálculo de entrada de agua los cuales se mencionan a continuación.

1. El modelo de flujo Pseudoestacionario (PSS).
2. El modelo de flujo transitorio.
3. El modelo modificado de flujo pseudoestacionario (MPSS)
4. El modelo considerando acuífero infinito.

Los primeros tres modelos están listados en orden de exactitud y son aplicables a acuíferos finitos, mientras que el último es aplicable cuando se encuentra actuando un acuífero infinito. El común denominador de estos cuatro modelos es el nuevo método de rápida convolución (FCM) el cual no requiere de un gran manejo de datos de presión de frontera como en el método de superposición. Al implementar el FCM a estos modelos se obtiene una exactitud significativamente mayor que la obtenida por los modelos existentes.

A continuación se presentan los cuatro modelos mencionados implementados con el método de rápida convolución.

EL MODELO PSS.

Las ecuaciones básicas del modelo PSS son:

$$P_{da}(t) = P_{di} e^{-\alpha t} + \alpha \int_0^t P_{s}(\theta) e^{-\alpha(t-\theta)} d\theta \dots\dots\dots (II.10.1)$$

$$q = - \int_{\Lambda} \frac{k}{\mu} (\nabla P_a)_s dA = - \frac{KA}{\mu} (\nabla P_a)_s = J [P_{ia}(t) - P_s(t)] \quad (11.10.2a)$$

$$W_e = \int_0^t q dt = U [P_{ia} - P_a(t)] \quad (11.10.2b)$$

El gasto de entrada de agua q y la entrada de agua W_e son obtenidos combinando la ec.(11.10.1), con las ecs.(11.10.2a) y (11.10.2b) respectivamente.

El modelo PSS requiere de una historia de datos de presión de frontera, además el esfuerzo computacional y el almacenamiento de datos se incrementa sustancialmente al incrementar el tiempo. El proceso de cálculo de las integrales de convolución que definen al modelo PSS es muy ineficiente, en vista de esta dificultad, el modelo FCM ha sido desarrollado.

Primero definimos la integral de la ec.(11.10.1), (la cual es una integral de convolución) como $I(t)$ e $I^{(n+1)}$ es el valor de la integral para un tiempo $t^{(n+1)}$. Estos es:

$$I^{(n+1)} = \int_0^{t^{(n+1)}} P_S(\theta) e^{-\alpha(t^{(n+1)} - \theta)} d\theta$$

$$I^{(n+1)} = \int_0^{t^{(n)}} P_S(\theta) e^{-\alpha(t^{(n+1)} - t^{(n)} + t^{(n)} - \theta)} d\theta$$

$$I^{(n+1)} = \int_0^{t^{(n+1)}} P_S(\theta) e^{-\alpha(t^{(n+1)} - \theta)} d\theta$$

Usando la propiedad de la exponencial y $t = t^{(n+1)} - t^{(n)}$, obtenemos la integral $I^{(n+1)}$:

$$I^{(n+1)} = I^n e^{-\alpha \Delta t} + \Delta I \quad (11.10.3)$$

Como se ve en la ec.(II.10.3), la integral de convolución para un tiempo $t^{(n+1)}$ es igual a la suma de las integrales anteriores para un tiempo $t^{(n)}$ multiplicado por el factor exponencial e^{-1} y el incremento de la integral entre los límites $t^{(n)}$ y $t^{(n+1)}$. La historia de presión antes de $t^{(n)}$ no es requerida para evaluar $I^{(n+1)}$, debido a esto los esfuerzos computacionales y los de almacenamiento de datos se reducen. Reescribiendo la ec.(II.10.1) y usando la ec.(II.10.3), se obtiene lo siguiente:

$$P_a^{n+1} = P_a^n e^{-\alpha \Delta t} + \alpha \int_{t^n}^{t^{n+1}} P_s(\theta) e^{-\alpha(t^{n+1}-\theta)} d\theta \dots\dots\dots(II.10.4)$$

ESQUEMA DE INTERPOLACION DE LA PRESION DE FRONTERA.

La historia de la presión de frontera es requerida para evaluar la integral de convolución en la ec.(II.10.4). En la práctica estos datos son obtenidos mediante la ecuación de balance de materia. Para el cálculo de la integral se necesita interpolar entre los valores de los datos que representen continuamente el comportamiento de la presión lo más exactamente posible, esta interpolación se puede realizar de dos maneras:

1. Interpolación lineal de la presión de frontera (LIBP).

$$P_{LI}(t) = \left(\frac{P_s^{n+1} - P_s^n}{\Delta t} \right) (t - t^n) + P_s^n, \quad t^n \leq t \leq t^{n+1} \dots\dots\dots(II.10.5)$$

2. Interpolación paso de la presión de frontera. (SIBP).

$$P_{SI}(t) = \frac{1}{2} (P_s^{n+1} + P_s^n), \quad t^n < t \leq t^{n+1} \dots\dots\dots(II.10.6)$$

Combinando la ec.(II.10.4) con las ecs.(II.10.5) y (II.10.6), obtenemos la presión promedio del acuífero con LIBP y SIBP respectivamente:

$$P_a^{n+1} = P_s^{n+1} + (P_a^n - P_s^n) e^{-\alpha \Delta t} + \frac{P_s^{n+1} - P_s^n}{\alpha \Delta t} (e^{-\alpha \Delta t} - 1) \quad (11.10.7)$$

$$P_a^{n+1} = P_a^n e^{-\alpha \Delta t} + \frac{1}{2} (P_s^n + P_s^{n+1}) (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \quad (11.10.8)$$

Los parámetros del modelo PSS requeridos en las ecuaciones (11.10.2a), (11.10.2b), (11.10.7) y (11.10.8) para acuíferos lineales y circulares son asumidos en la tabla 2¹⁶.

Dos interesantes limitantes pueden ser obtenidas a través de este método dependiendo del valor de el cual es definido por las propiedades y geometría del acuífero, cabe mencionar que se supone que "t" es finito. Cuando $t > 0(1)$, la ec.(11.10.2b), (11.10.7) y (11.10.8) se reducen a las ecuaciones simples de un modelo **pot acuífer**. Cuando $t < 0(1)$ los términos de la exponencial de las ecs. (11.10.7) y (11.10.8) se expanden en una serie de Taylor con "t" como un parámetro pequeño. El resultado es idéntico al obtenido por el modelo de régimen estacionario. Nótese que la condición del modelo PSS no es estrictamente válida cuando $t < 0(1)$; sin embargo la ec.(11.10.7) y (11.10.8) pueden aún ser consideradas como una relación empírica entre el acuífero y la presión de frontera del yacimiento.

MODELO TRANSITORIO PARA ACUIFEROS FINITOS.

El modelo de flujo transitorio calcula los efectos transitorios para el tiempo inicial que el modelo PSS considera despreciables.

El FCM desarrollado para el modelo PSS puede ser implementado para el modelo transitorio para acuíferos finitos sujetos a las variaciones de la presión de frontera.

El modelo transitorio es desarrollado sobre las bases de la solución de la ecuación de difusión para régimen transitorio. Para tiempos dependientes de la presión de frontera, se da lo siguiente:

$$W_e = - U' \int_0^{t_D} \frac{dP_s}{d\theta} Q h a (t - \theta) d\theta \dots\dots\dots (II.10.9)$$

para un acuífero circular,

$$U' = 2 \pi (\theta_{360}) h r_i^2 C \phi = \frac{2 U}{(R^2 - 1)} \dots\dots\dots (II.10.10a)$$

y

$$t_D = \frac{K t}{\phi \mu C r_i^2} \dots\dots\dots (II.10.10b)$$

y para un acuífero lineal,

$$U' = U = C \phi V \dots\dots\dots (II.10.11a)$$

$$t_D = \frac{K t}{\phi \mu C L^2} \dots\dots\dots (II.10.11b)$$

Las funciones para un gasto adimensional Q para acuíferos lineales y circulares han sido calculadas previamente y son mostradas en la Fig.(II.10.1), como una función del tiempo adimensional y las diferentes geometrías de los acuíferos.

Es evidente que los cálculos de la entrada de agua haciendo uso de la expresión de convolución ec.(II.10.9) requiere de una historia completa de la presión de frontera, además requiere del gasto obtenido en tiempos anteriores.

EL MODELO MPSS.

Debido a que el modelo PSS no puede calcular adecuadamente los rápidos efectos de transición cuando la constante del acuífero $R > 10$, el modelo PSS es modificado para este propósito lo cual se denomina modelo MPSS. En este modelo la presión promedio del acuífero es definida como:

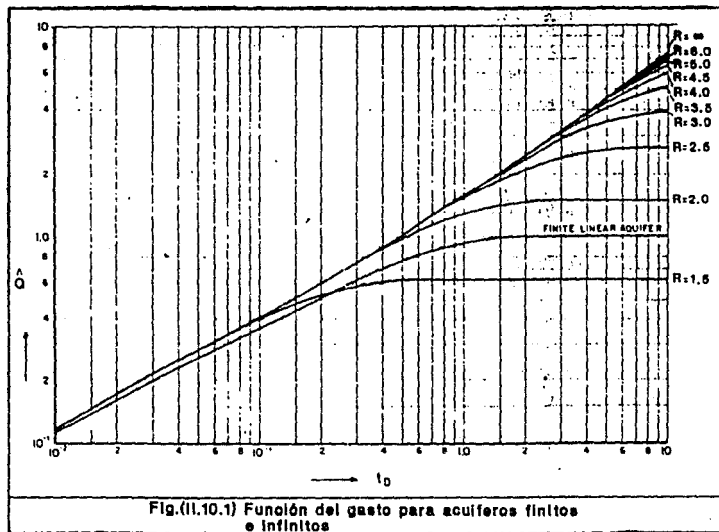
$$P_{u,MPSS}(t) = (1 - \beta_1) P_I(t) + \beta_1 P_{a,pss}(t) \dots\dots\dots (II.10.12)$$

donde $P_I(t)$ es la presión interpolada para cada P_{LI} ec.(II.10.5) o P_{Si} ec.(II.10.6) y $P_{a,pss}$ es la presión promedio del acuífero obtenida por el modelo PSS.

En la tabla 7¹⁶ se muestran los valores de β_1 para un rango práctico de valores de R . El único efecto de β_1 es elevar las características de respuesta del modelo PSS para los cambios que ocurren en la presión de frontera en los períodos de tiempo inicial. La tabla 7 muestra que los valores de β_1 varían entre dos límites de $8/11^2$ (R aproximada a la unidad) y 1 ($R > 50$). Posteriormente, como β_1 se aproxima a 1 , $P_{a,mpss}$ se aproxima a $P_{a,pss}$, por lo tanto el modelo MPSS no calculará efectivamente los efectos transitorios en este límite. El rango de tiempo aplicable al modelo MPSS es comparado en la tabla 7 con el tiempo del modelo PSS. Es claro que la validez del rango del tiempo adimensional del modelo MPSS ha sido incrementado por arriba del modelo PSS.

MODELO DE ACUIFEROS INFINITOS.

Cuando el acuífero se comporta como infinito R es mayor a 50 y $t_D/R^2 < 1$. La función del gasto es mostrada en la Fig.(II.10.1), la cual parece no alcanzar una porción constante de la curva dentro de un rango de tiempo de aplicación práctica. Las ecs. siguientes son para acuíferos circulares:



$$W_e = U' \left\{ \frac{R^2 - 1}{2} [P_s' - P_s(t)] + 2 \sum_{m=1}^{m \rightarrow \infty} C_m(t) \right\} \dots\dots\dots (11.10.13)$$

$$P_a(t) = P_s(t) - \frac{4}{R^2 - 1} \sum_{m=1}^M C_m(t) \dots\dots\dots (11.10.14)$$

y para acuíferos lineales:

$$W_e(t) = U \left[P_s' - P_s(t) + \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{m \rightarrow \infty} B_m(t) \right] \dots\dots\dots (11.10.15)$$

$$P_a(t) = P_s(t) - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{m \rightarrow \infty} B_m(t) \dots\dots\dots (11.10.16)$$

Son teóricamente aplicables para acuíferos infinitos.

El número de términos de la serie de convergencia es grande, sin embargo esta aplicación es descartada en la práctica. Una solución práctica de este problema es correlacionar la función teórica del gasto para acuífero infinito con una serie exponencial similar a la ec.(B-1)¹⁶ donde M es restringida a un valor práctico menor que 10. Específicamente la serie de correlación es:

$$\hat{Q} = \eta_m - \sum_{m=1}^M \eta_m e^{-\xi_m t} \dots\dots\dots (11.10.17)$$

donde η_m y ξ_m son coeficientes lineales y no lineales respectivamente.

II.11 METODO DE WOON F. LEUNG 17

El evaluar la entrada de agua en acuíferos con doble porosidad y permeabilidad puede ser muy complicado, un ejemplo lo constituyen; los sistemas naturalmente fracturados . La Fig.(II.11.1) es un esquema de entrada de agua en acuíferos naturalmente fracturados, el cual muestra tres componentes de flujo de fluido, los cuales son :

1. Flujo de la matriz macroscópica al yacimiento.
2. Flujo de fractura macroscópica al yacimiento.
3. Flujo interporoso matriz-fractura.

El comportamiento de flujo para un acuífero fracturado puede ser complicado debido a las interacciones de tres componentes de flujo con la matriz y elementos de almacenamiento de las fracturas.

El modelo de flujo Pseudoestacionario (PSS) para porosidad simple es generalizado para acuíferos con dos tipos de porosidades y permeabilidades.

Las fracturas típicamente tienen una capacidad de almacenamiento muy pequeña pero son la mayor vía de flujo de fluidos. El flujo de la matriz al acuífero puede no considerarse, sin embargo esto dependerá de como esté conectado el sistema de fracturas al pozo. En casos donde la permeabilidad de la matriz es sustancialmente grande o las fracturas estén esparcidas o aisladas, la permeabilidad de la matriz juega un papel importante en las condiciones de flujo del acuífero fracturado . El flujo de la matriz del acuífero al yacimiento es considerado en la formulación de este método.

Una estimación basada en parámetros reales muestra que el flujo de la matriz a las fracturas y el flujo de las fracturas del acuífero al yacimiento puede ser aproximado por el método PSS. Debido a que la permeabilidad

de la matriz usualmente es pequeña, la entrada de agua de la matriz al yacimiento esta bajo un régimen transitorio, por lo tanto el flujo de la matriz estrictamente hablando no puede ser considerado por el método PSS, sin embargo el método PSS supone que el flujo de la matriz no introduce errores significativos en resultado de la entrada total de agua obtenida por el presente método. El tamaño de la matriz (Lmb) dependerá de la geología de la roca y de los rangos de espaciamiento entre las fracturas que comprenden entre algunas pulgadas para formaciones altamente fracturadas o cientos de pies para formaciones con fracturas aisladas . En éste modelo la densidad de los bloques de la matriz (mb), es medida en porcentaje de matriz .

DESARROLLO

El flujo de entrada de agua debido a la matriz fractura y sistema de matriz fracturada, bajo el modelo PSS son expresadas respectivamente como:

$$\tilde{q}_1 = \sum_i J_{1i} [P_{a1} (t) - P_{1i} (t)] \dots\dots\dots(11.11.1a)$$

$$\tilde{q}_2 = \sum_j J_{2j} [P_{a2} (t) - P_{2j} (t)] \dots\dots\dots(11.11.1b)$$

y

$$\tilde{q}_{1-2} = J_{1-2} [P_{a1} (t) - P_{a2} (t)] \dots\dots\dots(11.11.1c)$$

donde los índices i y j representan diferentes regiones de frontera, los subíndices 1 y 2 representan las propiedades de la matriz y fractura, y los índices de productividad de la matriz y fractura definidos como:

$$J_{1i} = \left(\frac{K}{\mu} \right)_1 \left(\frac{A}{\delta \omega} \right)_1 \dots\dots\dots(11.11.2a)$$

y

$$J_{2j} = \left(\frac{K}{\mu} \right)_2 \left(\frac{A}{\delta \infty} \right)_j \dots\dots\dots (II.11.2b)$$

La compresibilidad de la roca y fluido determina la entrada neta de agua. Los fluidos almacenados en el acuífero, se desplazan dando origen a la expansión, por ejemplo de la matriz.

$$\phi_1, q_1 = - (C \phi V)_{a1} \frac{d\bar{p}_{a1}}{dt} \dots\dots\dots (II.11.3a)$$

y para la fractura:

$$\phi_2, q_2 = - (C \phi V)_{a2} \frac{d\bar{p}_{a2}}{dt} \dots\dots\dots (II.11.3b)$$

Un balance de materia de la matriz y fractura requiere.

$$q_1 = \bar{q}_1 + \bar{q}_{1-2} \dots\dots\dots (II.11.4a)$$

Y

$$q_2 = \bar{q}_2 + \bar{q}_{1-2} \dots\dots\dots (II.11.4b)$$

Si combinamos la ec.(II.11.1a) con la ec.(II.11.3a), con la ec.(II.11.4b), obtenemos:

$$(C \phi V)_{a1} \frac{d\bar{p}_{a1}}{dt} = \sum_j J_{1j} (P_{1j} - \bar{P}_{a1}) + J_{1-2} (\bar{P}_{a2} - \bar{P}_{a1}) \dots\dots\dots (II.11.5a)$$

y

$$(C \phi V)_{a2} \frac{d\bar{p}_{a2}}{dt} = \sum_j J_{2j} (P_{2j} - \bar{P}_{a2}) - J_{1-2} (\bar{P}_{a2} - \bar{P}_{a1}) \dots\dots\dots (II.11.5b)$$

Las condiciones iniciales son:

$$P_{a1}^i = P_{1j}, i = 1, 2 \dots\dots\dots (II.11.6a)$$

y

$$P_{a_2}^i = P_2, \quad i = 1, 2 \dots \dots \dots (II.11.6b)$$

La solución de la ec.(II.11.5a) a través de la ec.(II.11.6b), es la presión promedio de porosidad m expresada en término de A_m y B_m .

$$\bar{P}_{a_m}(t) = \tilde{A}_m(t) + \tilde{B}_m(t), \quad m = 1, 2 \dots \dots \dots (II.11.7)$$

La entrada de agua del acuífero a la frontera del nodo i, causada por la porosidad m es:

$$W_{e(m-1)}(t) = \int_0^t q_{(m-1)} dt = (C \psi V)_{a_m} \tau_{a_m} \left[d_{i(m)} - \frac{\tilde{A}_m}{a} - \frac{\tilde{B}_m}{b} + \tilde{C}_m + \int_0^t (P_{a_m} - P_{mi}) dt \right] \dots \dots \dots (II.11.8)$$

La entrada de agua por flujo interporoso (de porosidad m a porosidad l)

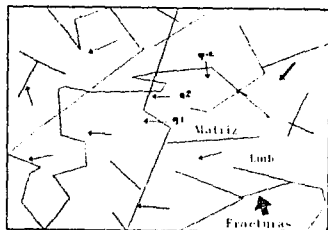
$$W_{e(m-l)} = (C \psi V)_{a_m} (P_{a_m}^i - P_{a_l}^i) - \sum_i W_{e(m-l)}, \quad m = 1, l = 2 \text{ ó } m = 2, l = 1 \dots \dots \dots (II.11.9)$$

La solución básica es gobernada por 4 integrales de convolución A_1, A_2, B_1 y B_2 , las cuales tienen un comportamiento similar a modelos de acuíferos con porosidad simple.

EL MODELO PSS PARA DOS ACUÍFEROS INTERCONECTADOS CON POROSIDAD SIMPLE.

Un sistema de flujo como éste es mostrado en la Fig.(II.11.2), donde el flujo de fluido entre los acuíferos y sus fronteras puede ser aproximado por la relación PSS. las ecuaciones que gobiernan son similares a las de un acuífero fracturado. en este caso la presión promedio de las dos porosidades corresponde a la presión promedio de los dos acuíferos. El flujo entre los acuíferos puede asumir una extensión y una escala de flujo

ACUIFERO NATURALMENTE FRACTURADO



TRES DIFERENTES FLUJOS DE FLUIDOS

- (1) ENTRADA DE AGUA EN LA MATRIZ q_1
- (2) ENTRADA DE AGUA EN LA FRACTURA q_2
- (3) MATRIZ-FRACTURA
FLUJO INTERPOROSO DEL
ACUIFERO.

Fig.(II.11.1)

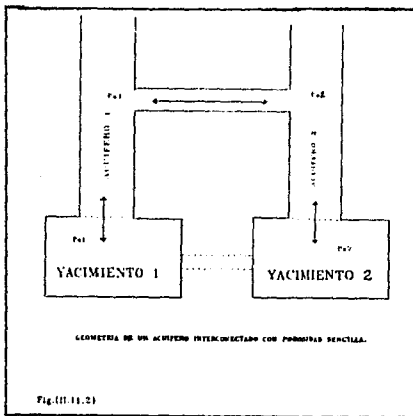


Fig.(II.11.2)

diferente al flujo interporoso. El método es aplicable para un acuífero simple conectado con dos estratos con diferentes propiedades de flujo.

II.12 METODO DE VOGT Y WANG ¹⁸

Los métodos de balance de materia son importantes herramientas para la estimación del G/N y los parámetros del acuífero para el manejo parcial del agua en los yacimientos.

La ecuación de balance de materia también puede ser usada para predecir la presión del yacimiento una vez que es conocida la relación G/N y los parámetros del acuífero.

La fórmula de presión lineal (LP), es una expresión exacta para la entrada de agua cuando la presión dentro de las fronteras del acuífero están representadas por una serie de segmentos de líneas que conectan los puntos de los datos. En un yacimiento real, donde la presión de las fronteras internas del acuífero está más cercana a la serie de líneas de la función incremento, la fórmula LP es más aproximada que la expresión SP.

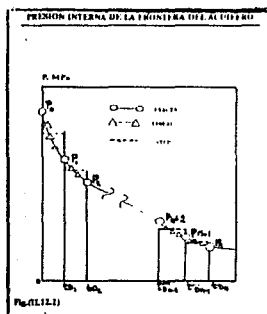
El método de la ecuación de balance de materia para encontrar G/N y los parámetros del acuífero, comienzan a ser más exactos y generales. Adelantándose, las anomalías que se generan cuando la fórmula SP es usada, son explicadas ampliamente.

Por simplificación, solamente las funciones de entrada de agua, yacimientos de gas y acuíferos radiales con fronteras cerradas serán tomadas en cuenta para los cálculos. También, por simplificación, se supondrá que la presión del yacimiento y la del acuífero serán iguales todo el tiempo.

DERIVACION DE LAS FORMULAS SP Y LP

La fórmula SP para la entrada de agua se obtiene a través de la aproximación de la presión interna del acuífero para una serie de etapas.

La expresión LP viene de la aproximación de la presión interna del acuífero con una serie de segmentos de línea que conectan los puntos de los datos. Estas aproximaciones son mostradas en la Fig.(II.12.1).



LA FORMULA SP:

Se utilizará la Fig.(II.12.2), para derivar la expresión más ampliamente utilizada de SP, la cual es:

$$W_c(t_{Dn}) = C \left[O(t_{Dn}) \frac{P_0 - P_1}{2} + O(t_{Dn} - t_{D1}) \frac{P_1 - P_2}{2} + \dots + O(t_{Dn} - t_{Dn-1}) \frac{P_{n-2} - P_n}{2} \right] \quad \text{..(II.12.1a)}$$

donde:

$CQ(t_{Dn} - t_{Dj})$ = Entrada acumulativa de agua para t_{Dn} , desde una unidad de presión decreciente para t_{Dj}(II.12.1b)

$$\frac{P_{j-1} - P_{j+1}}{2} \quad (\text{para } j = 0, P_{j-1} = P_0) \quad \text{presión decreciente para } t_{Dj}. \quad \text{.....(II.12.1c)}$$

La constante del acuífero, C, y el tiempo adimensional, t_{Dj} , están definidas por:

$$C = 0.001 \alpha r_w^2 h \phi c_1 \dots \dots \dots (11.12.1d)$$

$$t_{Dj} = \frac{0.0864 K}{\phi C_1 \mu_w r_w^2} t_j \dots \dots \dots (11.12.1c)$$

La definición de la entrada de agua en función de Q, es dada por la ec.(11.12.1b).

LA FORMULA LP:

La derivación de la fórmula LP es similar a la expresión de SP, excepto que para esta se utiliza la Fig.(11.12.3) en lugar de la Fig.(11.12.2).

La fórmula LP es:

$$W_e(t_{Dn}) = C \left[-\tilde{Q}(t_{Dn}) \frac{P_1 - P_{01}}{t_{D1}} + \tilde{Q}(t_{Dn} - t_{D1}) \left(\frac{P_1 - P_{01}}{t_{D1}} - \frac{P_2 - P_{01}}{t_{D2} - t_{D1}} \right) + \dots + \tilde{Q}(t_{Dn} - t_{D_{n-1}}) \left(\frac{P_{n-1} - P_{n-2}}{t_{D_{n-1}} - t_{D_{n-2}}} - \frac{P_n - P_{n-1}}{t_{Dn} - t_{D_{n-1}}} \right) \right] \dots \dots \dots (11.12.2a)$$

donde:

$C \tilde{Q}(t_{Dn} - t_{Dj})$ = Entrada acumulativa de agua para t Dn, desde una unidad de presión decreciente en la pendiente de la presión para tDj. (11.12.2b)

$\frac{P_j - P_{j-1}}{t_{Dj} - t_{D_{j-1}}} - \frac{P_{j+1} - P_j}{t_{D_{j+1}} - t_{Dj}}$ (para j = 1, P_{j-1} = P₀) = Al decremento de la pendiente de la presión para tDj. (11.12.2c)

El significado físico de \tilde{Q} , es simplemente la integral de Q, dada por la ec.(11.12.2b).

La ec.(12.2a) puede ser escrita como:

ESQUEMA PARA DERIVAR LA FORMULA SP

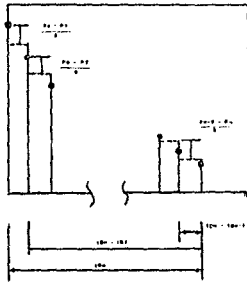


Fig.(11.12.2)

ESQUEMA PARA DERIVAR LA FORMULA LP

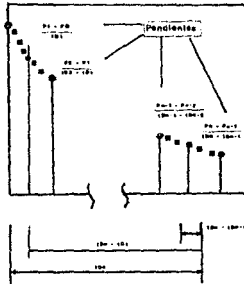


Fig.(11.12.3)

$$W_e(t_{Dn}) = C \left[-t_{Dn} \tilde{Q}(t_{Dn}) \frac{P_1 - P_0}{t_{D1}} + (t_{Dn} - t_{D1}) \tilde{Q}(t_{Dn} - t_{D1}) \left(\frac{P_1 - P_0}{t_{D1}} - \frac{P_2 - P_1}{t_{D2} - t_{D1}} \right) + \dots + (t_{Dn} - t_{Dn-1}) \tilde{Q}(t_{Dn} - t_{Dn-1}) \left(\frac{P_{n-1} - P_{n-2}}{t_{Dn-1} - t_{Dn-2}} - \frac{P_n - P_{n-1}}{t_{Dn} - t_{Dn-1}} \right) \right] \dots \dots \dots (II.12.3a)$$

donde:

$$\tilde{Q}(t_D) = \frac{\tilde{Q}(t_D)}{t_D} \dots \dots \dots (II.12.3b)$$

Una de las ventajas de escribir la fórmula LP como la ec.(II.12.3a) es que es para acuíferos finitos con fronteras externas cerradas, \tilde{Q} toma un valor constante valuado a lo largo de t_D .

Por último, cuando se utiliza el balance de materia para estimar G, será conveniente abreviar las ecs.(II.12.1a), (II.12.2a) y (II.12.3a) en la forma:

$$W_e(t_{Dn}) = C S(P_n, t_{Dn}) \dots \dots \dots (II.12.4)$$

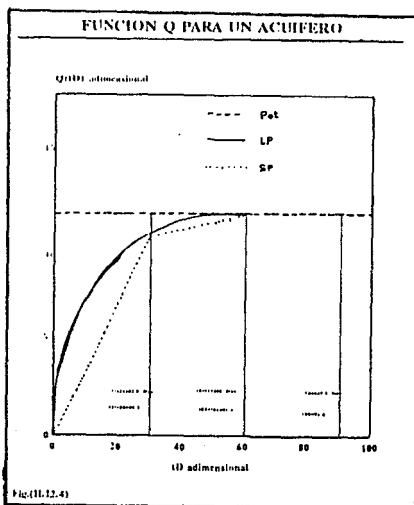
Donde S (P_n, t_{Dn}) es la suma de los términos que están entre corchetes en estas ecuaciones: nótese que el valor de S (P_n, t_{Dn}) en las ecs.(II.12.3a) y (II.12.2a) es diferente que en la ec.(II.12.1a).

EXACTITUD DE LOS CALCULOS DE ENTRADA DE AGUA UTILIZANDO LA FORMULA SP, LP Y LA FORMULA POT.

La fórmula SP es menos exacta que la LP. Incluso para acuíferos dinámicos, la fórmula LP es sustancialmente más rápida y exacta.

La definición de un acuífero dinámico corresponde cuantitativamente a acuíferos pequeños con permeabilidad alta como se muestra en la Fig.(II.12.4). Para acuíferos pequeños el planteamiento en la Fig.(II.12.4) ocurre en tiempos adimensionales cortos. Por lo tanto para acuíferos pequeños el valor de Q correspondiente a $tp_3 - tp_2$ será las dos terceras

partes del último valor. Así un acuífero pequeño puede ser llamado dinámico. La fórmula SP es particularmente muy inexacta para este tipo de acuíferos.



LA FORMULA POT

La fórmula pot es:

$$W_e(t_{Dn}) = C_{pot} (P_{11} - P_n) \dots\dots\dots(11.12.5a)$$

donde

$$C_{pot} = C \frac{r_{D1}^2 - 1}{2} \dots\dots\dots(11.12.5b)$$

La fórmula pot calcula la entrada de agua usando los rectángulos mostrados en la Fig.(11.12.4), para calcular el área bajo la curva Q. En general la fórmula LP es también más exacta que la expresión pot.



CAPITULO III

PROGRAMA DE COMPUTO

INTRODUCCION

Como se ha visto, los métodos para predecir la entrada de agua en yacimientos de hidrocarburos en su mayor parte presentan cálculos laboriosos y tediosos, lo cual implica un considerable tiempo de cálculo, dependiendo de la información que se disponga.

De ahí la importancia de contar con una herramienta que nos permita realizar estas operaciones en un intervalo de tiempo mas pequeño, de manera confiable y eficaz.

Debido a esto se ha desarrollado un programa de computo, el cual nos reduce de manera considerable los tiempos de cálculo, así como de brindarnos mayor exactitud en los resultados.

CARACTERISTICAS DEL PROGRAMA

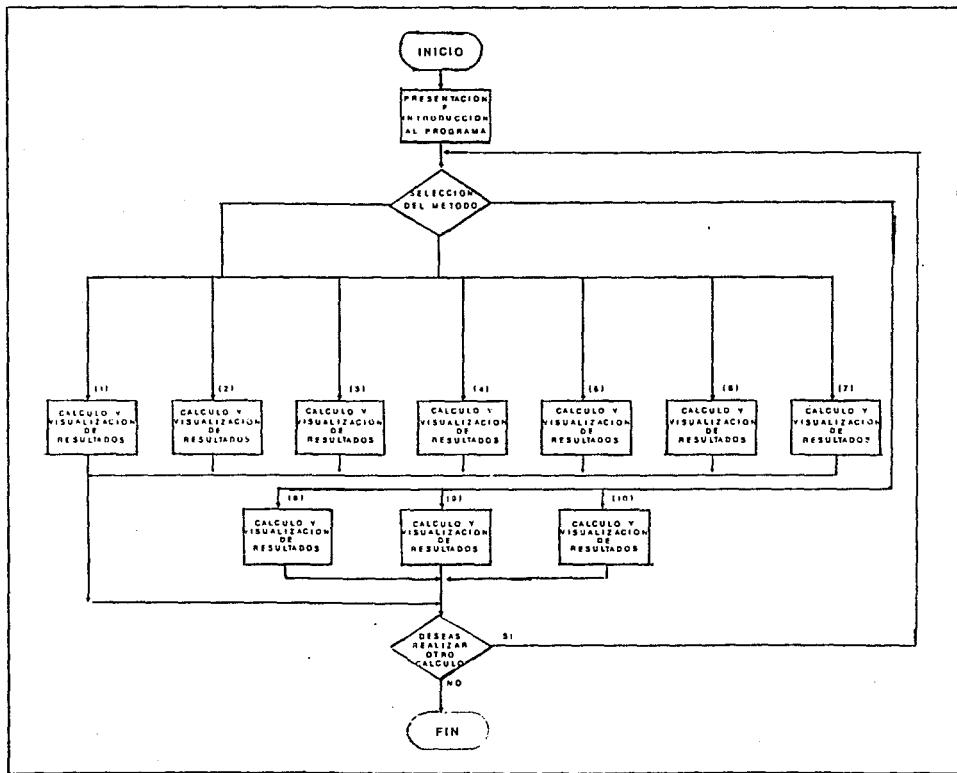
El programa de computo fue desarrollado en lenguaje Basic, mediante el procesador Quick Basic en su versión 4.5.

Este programa es de tipo conversacional, lo cual permite que el usuario tenga cierta facilidad en la utilización del mismo. De tal manera que permite la fácil introducción de datos, así como la visualización de los resultados.

El programa cuenta con 10 de los 11 métodos que fueron explicados anteriormente, el único método que no fue programado es el método de Woon F Leung¹⁷, debido a que es un método muy extenso, que inclusive puede ser considerado como otro tema de tesis.

Una ventaja importante del programa es que permite al usuario utilizar cualquiera de los métodos mencionados y comparar los resultados obtenidos para de esta manera determinar cual de estos es el mas confiable y se acople más a las necesidades del usuario.

A continuación se presenta un diagrama de bloques y el listado del programa.



LISTADO DEL PROGRAMA

DIM T(80), GP(80), Z(80), PZ(80), BG1(80), PP(80), PPR(80), P(80), WE(80), HW(80)

DIM CONT(80), CONTA(80), WEF(80), Y(80), X(80), ZX(80)

1 DECLARE SUB PANTALLA (YM!, XM!, YN!, XN!, F)

CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)

LOCATE 2, 68: PRINT TIMES

LOCATE 6, 19 PRINT "UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO"

LOCATE 9, 27 PRINT "FACULTAD DE INGENIERIA"

LOCATE 13, 18:

COLOR 15, 3

PRINT "METODOS PARA PREDECIR LA ENTRADA DE AGUA "

LOCATE 15, 23: PRINT " EN YACIMIENTOS DE HIDROCARBUROS

COLOR 15, 1

LOCATE 20, 35 PRINT " 1992"

LOCATE 24, 49

COLOR 31

INPUT "TECLEE ENTER PARA CONTINUAR", HH

CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)

LOCATE 6, 20

PRINT "A U T O R E S :"

LOCATE 9, 29 PRINT "GARCIA LUIA CESAR"

LOCATE 12, 29 PRINT "GARCIA SAENZ JOSE LUIS"

LOCATE 15, 29 PRINT "ROJAS PALMA JESUS"

LOCATE 24, 49: COLOR 31

INPUT "TECLEE ENTER PARA CONTINUAR", HH

CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)

LOCATE 2, 5

PRINT "USTED PUEDE ELEGIR ENTRE LOS SIGUIENTES METODOS:"

LOCATE 4, 6: PRINT " 1. SCHILTHUIS "

LOCATE 7, 6: PRINT " 2. HURST "

LOCATE 10, 6: PRINT " 3. VAN EVERDINGEN Y HURST "

LOCATE 13, 6: PRINT " 4. STANLEY "

LOCATE 17, 6: PRINT " 5. FETKOVICH "

LOCATE 4, 40: PRINT " 6. CARTER "

LOCATE 7, 40: PRINT " 7. ALLARD Y CHEN "

LOCATE 10, 40: PRINT " 8. DUMORE "

LOCATE 13, 40: PRINT " 9. RAPIDA CONVOLUCION "

LOCATE 17, 40: PRINT " 10. VOIGT "

LOCATE 22, 35: INPUT "QUE OPCION ELIGE : ", MS

IF MS = 1 GOTO 11

IF MS = 2 GOTO 11

IF MS = 3 GOTO 10

IF MS = 4 GOTO 11

```

IF MS = 5 GOTO 5000
IF MS = 6 GOTO 6000
IF MS = 7 GOTO 7000
IF MS = 8 GOTO 8000
IF MS = 9 GOTO 9000
IF MS = 10 GOTO 10000
10 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 5: PRINT " METODO DE VAN EVERDINGEN AND HURST"
LOCATE 5, 5: PRINT "   ENTRADA DE DATOS"
LOCATE 9, 6: INPUT " PRESION INICIAL (PSI)           ", PI
LOCATE 10, 6: INPUT " PRESION DE FRONTERA INTERNA (PSI)   ", PF
LOCATE 11, 6: INPUT " PERMEABILIDAD (md)                 ", K
LOCATE 12, 6: INPUT " POROSIDAD (fraccion)               ", PO
LOCATE 13, 6: INPUT " VISCOSIDAD (cp)                   ", Vi
LOCATE 14, 6: INPUT " ESPESOR DEL ACUIFERO (ft)          ", H
LOCATE 15, 6: INPUT " COMPRESIBILIDAD EFECTIVA (PSI ^ -1) ", CE
LOCATE 16, 6: INPUT " RADIO DEL ACUIFERO (ft)           ", RW
LOCATE 17, 6: INPUT " RADIO DE DRENE (ft)               ", RE
LOCATE 18, 6: INPUT " PARA CUANTOS INTERVALOS DE TIEMPO DESEA HACER
CALCULOS ", N
LOCATE 24, 49: COLOR 31
INPUT "TECLEE ENTER PARA CONTINUAR", HH
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
FOR I = 1 TO N
LOCATE 10, 10: PRINT "EL VALOR DEL", I, "INTERVALO DE TIEMPO (dias) "
LOCATE 13, 32: INPUT " ", T(I)
TD(I) = (.00632 * K * T(I)) / (PO * Vi * CE * RW ^ 2)
NEXT I: CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
DP = PI - PF: B = (2 * 3.14159 * PO * CE * RW ^ 2 * H) / 5.615
FOR I = 1 TO N
LOCATE 2, 2: PRINT " BUSCAR EN TABLAS EL VALOR DE Q(I) PARA EL SIGUIENTE
VALOR DE TD"
LOCATE 4, 20: PRINT TD(I)
LOCATE 10, 2: INPUT " EL VALOR ENCONTRADO ES ", Q(I): PRINT
WE(I) = B * DP * Q(I)
NEXT I
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 8: PRINT " TIEMPO (dias)           We (barriles)"
FOR I = 1 TO N
LOCATE (I + 6), (7): PRINT " ", T(I), " ", WE(I)
NEXT I
20 LOCATE 22, 4: INPUT " DESEA REALIZAR OTRO CALCULO (SI) O (NO) ", AS
IF AS = "SI" OR AS = "s" THEN GOTO 1

```

```

END
11 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 5: PRINT " USTED PUEDE ELEGIR ENTRE : "
LOCATE 6, 5: PRINT "1. CALCULAR  $W_e$  PARA CADA INTERVALO POR E.B.M"
LOCATE 8, 5: PRINT "2. DAR LOS VALORES DE  $W_e$  PARA CADA INTERVALO"
LOCATE 11, 5: INPUT " QUE OPCION ELIGE ", EBM
IF EBM = 2 THEN GOTO 300
LOCATE 14, 5: PRINT "SE PUEDE ELEGIR ENTRE : "
LOCATE 16, 5: PRINT "1. YACIMIENTO DE ACEITE"
LOCATE 18, 5: PRINT "2. YACIMIENTO DE GAS"
LOCATE 20, 5: INPUT " QUE OPCION ELIGE : ", YSM
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
IF MS = 4 THEN GOTO 12
IF MS = 2 THEN GOTO 14
LOCATE 2, 15: PRINT " METODO DE SCHILTHUIS": GOTO 13
14 LOCATE 2, 15: PRINT " METODO DE HURST": GOTO 13
12 LOCATE 2, 15: PRINT " METODO DE STANLEY"
13 LOCATE 4, 15: PRINT " INTRODUCCION DE DATOS"
LOCATE 6, 6: INPUT " CUANTOS INTERVALOS DE TIEMPO SE TIENEN ", Z
LOCATE 8, 15: PRINT " DATOS INICIALES"
IF YSM = 2 THEN GOTO 288
LOCATE 10, 6: INPUT " PRESION INICIAL (  $Kg/cm^2$  ) ", PI
LOCATE 11, 6: INPUT " RELACION GAS DISUELTO ACEITE INICIAL ", RSI
LOCATE 12, 6: INPUT " FACTOR DE VOLUMEN DE ACEITE INICIAL ", BOI
LOCATE 13, 6: INPUT " FACTOR DE VOLUMEN DE GAS INICIAL ", BGI
LOCATE 14, 6: INPUT " VOLUMEN ORIGINAL DE ACEITE ( $m^3$ ) ", N
LOCATE 15, 6: INPUT " VOLUMEN ORIGINAL DE GAS ( $m^3$ ) ", GI
LOCATE 16, 6: INPUT " SATURACION DE AGUA (fraccion) ", SW
LOCATE 17, 6: INPUT " COMPRESIBILIDAD DEL AGUA ( $Kg/cm^2$ )-1 ", CW
LOCATE 18, 6: INPUT " COMPRESIBILIDAD DE LA FORMACION ", CF
LOCATE 19, 6: INPUT " INCREMENTO DE LOS INTERVALOS DE TIEMPO(días) ",
IT
LOCATE 24, 49: COLOR 31
INPUT "TECLEE ENTER PARA CONTINUAR", HH
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
FOR J = 1 TO Z
LOCATE 2, 5: PRINT "DATOS PARA EL ", J, " INTERVALO DE TIEMPO"
T(J) = IT * J
LOCATE 8, 6: INPUT "PRESION DE FRONTERA ", PF(J)
LOCATE 10, 6: INPUT "RELACION (GAS DISUELTO) ACEITE ", RS
LOCATE 12, 6: INPUT "FACTOR DE VOLUMEN DEL ACEITE ", BOJ
LOCATE 14, 6: INPUT "FACTOR DE VOLUMEN DEL GAS ", BGJ
LOCATE 16, 6: INPUT "ACEITE PRODUCIDO ", NP

```

```

LOCATE 18, 6: INPUT "VOLUMEN DE AGUA PRODUCIDA      ", WP
LOCATE 20, 6: INPUT "VOLUMEN DE GAS PRODUCIDO      ", GP
IF BO BOI GOTO 100
IF RS RSI GOTO 100
GOTO 200
110 NEXT J
IF MS = 4 GOTO 4000
GOTO 300
100 REM " YAC. SATURADO"
M = (GI * BGI) / (N * BOI); RP = GP / NP; BT = BO + (BG * (RSI - RS))
WE(J) = NP * (BT + BG * (RP - RSI)) + WP - (N * (BT - BOI)) - (N * M * BOI * (BG / BGI
- 1))
GOTO 110
200 REM " YAC. BAJOSATURADO"
CO = (2 * (BO - BOI)) / ((BOI + BO) * (PI - PF(J)))
SO = 1 - SW; CE = (SO * CO + SW * CW + CF) / SO
WE(J) = NP * BO + WP - (N * BOI * CE * (PI - PF(J)))
GOTO 110
288 LOCATE 10, 6: INPUT " EL VALOR DE Bgi          ", BGI
LOCATE 12, 6: INPUT " EL VOLUMEN DE GAS INICIAL    ", G
FOR J = 1 TO Z
LOCATE 14, 6: PRINT " DATOS PARA EL "; J; " INTERVALO"
LOCATE 17, 6: INPUT " EL VOLUMEN DE GAS PRODUCIDO    ", GP(J)
LOCATE 18, 6: INPUT " EL FACTOR DE VOLUMEN DE GAS    ", BG(J)
LOCATE 19, 6: INPUT " EL VOLUMEN DE AGUA PRODUCIDA   ", WP(J)
WE(J) = GP(J) * BG(J) + WP(J) - G * (BG(J) - BGI)
NEXT J
GOTO 305
300 REM " CALCULO POR SCHILTHUIS"
IF EBM = 1 THEN GOTO 305
LOCATE 14, 5: INPUT " CUANTOS DATOS DE PRESION SE TIENEN ", Z
LOCATE 16, 5: INPUT " INTERVALO DE TIEMPO (dias)      ", IT
LOCATE 17, 5: INPUT " PRESION INICIAL                ", PI
FOR I = 1 TO Z
LOCATE 19, 5: PRINT " DATOS PARA EL "; I; " INTERVALO DE TIEMPO"
LOCATE 21, 5: INPUT " EL VALOR DE LA PRESION          ", PF(I)
LOCATE 22, 5: INPUT " EL VALOR DE LA We              ", WE(I)
T(I) = IT * I
NEXT I
305 WE(0) = 0
FOR J = 1 TO Z
|WE(J) = WE(J) - WE(J - 1)
IP = PI - PF(J)

```

```

K(J) = IWE(J) / (IP * IT)
NEXT J
IF MS = 2 GOTO 310
IF MS = 3 GOTO 4000
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 4, 6: PRINT "LAS CONSTANTES DE ENTRADA DE AGUA PARA CADA
INTERVALO"
LOCATE 6, 11: PRINT "DE TIEMPO , CALCULADAS POR SCHILTHUIS SON:"
LOCATE 9, 8: PRINT " TIEMPO (días)      K"
FOR J = 1 TO Z
LOCATE (J + 10), (8): PRINT T(J); "      ", K(J)
NEXT J
LOCATE 24, 49: COLOR 31
INPUT "TECLEE ENTER PARA CONTINUAR", HH
310 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 2, 9: PRINT " METODO DE HURST"
FOR J = 1 TO Z
ST(0) = 0: ST(J) = T(J) + ST(J - 1)
SKT(0) = 0: KT(J) = K(J) * T(J): SKT(J) = KT(J) + SKT(J - 1)
LT(J) = (LOG(T(J)) / LOG(10))
SLTK(0) = 0: LTK(J) = K(J) * LT(J): SLTK(J) = LTK(J) + SLTK(J - 1)
SKTLT(0) = 0: KTLT(J) = K(J) * T(J) * LT(J): SKTLT(J) = KTLT(J) + SKTLT(J - 1)
SK(0) = 0: SK(J) = K(J) + SK(J - 1)
NEXT J
REM "CALCULO DE c Y a"
A1 = (SLTK(Z) - (Z * SKTLT(Z) / ST(Z))) / ((Z * SKT(Z) / ST(Z)) - SK(Z))
A = 10 ^ A1
C = (SK(Z) * A1 + SLTK(Z)) / Z
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
REM "CALCULO DE WE POR HURST"
LOCATE 3, 6: PRINT " C = ", C; " A = ", A
LOCATE 5, 6: PRINT " TIEMPO (años)      We(h)      IWe"
FOR J = 1 TO Z
PP(J) = (PI + PF(J)) / 2
NUM = PP(J) * IT
DEN = LOG(A * T(J)) / LOG(10)
WE(J) = (NUM / DEN) * C
SWE(J) = WE(J) - WE(J - 1)
LOCATE (J + 8), (8): PRINT T(J); "      ", WE(J); "      ", SWE(J)
NEXT J
GOTO 20
4000 REM "STANLEY"
SUM(J) = 0

```

```
WE(0) = 0
PF(0) = PI
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 25: PRINT "METODO DE STANLEY"
LOCATE 5, 5: PRINT "EXISTE SOLUCION PARA DOS TIPOS DE PERIODO "
LOCATE 7, 5: PRINT "1. PERIODOS CONSTANTES"
LOCATE 9, 5: PRINT "2. PERIODOS VARIABLES"
LOCATE 11, 10: INPUT " QUE PERIODO SELECCIONA ", SPK
LOCATE 13, 5: PRINT " EXISTEN DOS TIPOS DE FLUJO "
LOCATE 15, 5: PRINT "1. FLUJO LINEAL "
LOCATE 17, 5: PRINT "2. FLUJO RADIAL "
LOCATE 20, 10: INPUT " QUE FLUJO SELECCIONA ", SFK
IF SPK = 1 GOTO 20
FOR I = 1 TO Z
IF SFK = 2 GOT( ) 4050
T(I) = 1 ^ (.5): GOT( ) 4060
4050 T(I) = 1 ^ (.8)
4060 IF I = 1 GOTO 4070
DP(I) = (PI - PF(I)) / 2: GOT( ) 4080
4070 DP(I) = (PF(1 - 2) - PF(I)) / 2
4080 NEXT I
FOR I = 1 TO Z
FOR J = 1 TO I
X(J) = DP(I - (J - 1)) * T(J)
SUM(J) = X(J) + SUM(J - 1)
AXR = SUM(J)
NEXT J
CTE(I) = WE(I) / AXR
SCTE = CTE(I) + SCTE
SUM(J) = 0
NEXT I
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 35: PRINT "RESULTADOS"
LOCATE 5, 25: PRINT "WE(Bls) etc."
FOR I = 1 TO Z
LOCATE (1 + 7), (25): PRINT WE(I), CTE(I)
NEXT I
CTEP = SCTE / Z
LOCATE 20, 10: PRINT " LA CONSTANTE PROMEDIO DE We ES : ", CTEP
GOTO 20
5000 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 2, 30: PRINT "METODO DE FETKOVICH"
LOCATE 4, 5: PRINT "SE PUEDE ELEGIR ENTRE LOS SIGUIENTES TIPOS DE FLUJO"
```

```

LOCATE 6, 10: PRINT "1. FLUJO RADIAL"
LOCATE 8, 10: PRINT "2. FLUJO LINEAL"
LOCATE 10, 10: INPUT "QUE TIPO DE FLUJO SELECCIONA ", TFS
LOCATE 13, 10: PRINT " SE PUEDE ELEGIR ENTRE LOS SIGUIENTES TIPOS DE
FRONTERA"
LOCATE 15, 10: PRINT "1. ACUIFERO FINITO CON FRONTERA CERRADA"
LOCATE 17, 10: PRINT "2. ACUIFERO FINITO CON PRESION CONSTANTE EN LA
FRONTERA"
LOCATE 19, 10: PRINT "3. ACUIFERO INFINITO"
LOCATE 21, 10: INPUT "QUE TIPO DE FRONTERA SELECCIONA ", FS
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 2, 35: PRINT " DATOS INICIALES"
LOCATE 4, 5: INPUT "PRESION INICIAL (PSIA) ", PI
LOCATE 5, 5: INPUT "PROFUNDIDAD DEL YACIMIENTO (FT) ", D
LOCATE 6, 5: INPUT "TEMPERATURA DEL YACIMIENTO (F) ", T
LOCATE 7, 5: INPUT "VOLUMEN DE GAS INICIAL (FT ^ 3) ", G
LOCATE 8, 5: INPUT "FACTOR DE VOLUMEN DE GAS INICIAL ", BG
LOCATE 9, 5: INPUT "GASTO DE GAS (FT ^ 3/DIA ) ", QG
LOCATE 10, 5: INPUT "FACTOR DE COMPRESIBILIDAD INICIAL DEL GAS ", ZI
LOCATE 11, 5: INPUT "DENSIDAD RELATIVA DEL GAS (aire = 1.0) ", DG
LOCATE 12, 5: INPUT "CONSTANTE DEL GAS ", CG
LOCATE 13, 5: INPUT "PERMEABILIDAD EN EL ACUIFERO (D) ", K
LOCATE 14, 5: INPUT "VISCOSIDAD DEL AGUA (CP) ", VW
LOCATE 15, 5: INPUT "ESPESOR DEL ACUIFERO (FT) ", H
LOCATE 16, 5: INPUT "POROSIDAD (FRACCION) ", PO
LOCATE 17, 5: INPUT "COMPRESIBILIDAD TOTAL DEL ACUIFERO (PSI-1)", CT
LOCATE 18, 5: INPUT "PRESION EN LA LINEA (PSIA) ", PTF
IF TFS = 1 GOTO 5010
LOCATE 19, 5: INPUT "B", B
LOCATE 20, 5: INPUT "L", L: GOTO 5015
5010 LOCATE 19, 5: INPUT "RADIO EXTERIOR DEL ACUIFERO (FT) ", RA
LOCATE 20, 5: INPUT "RADIO INTERIOR DEL ACUIFERO (FT) ", RR
5015 VCUATRO(0) = PI
DDOS(0) = PI * R = RA / RR
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 4, 8: INPUT "CUANTOS INTERVALOS DE TIEMPO SE CONOCEN ", PX
FOR I = 1 TO PX
LOCATE 8, 30: PRINT " PARA EL "; I; "INTERVALO "
LOCATE 15, 25: INPUT " EL PERIODO DE TIEMPO (DIAS) ", TN(I)
NEXT I
TN(0) = 0
FOR I = 1 TO PX
TRES(I) = TN(I) - TN(I - 1)

```



```

CINCO(I) = TRES(I) * QG; SEIS(I) = CINCO(I) + SEIS(I - 1)
SIETE(I) = G - SEIS(I); OCHO(I) = G - VDOS(I)
NUEVE(I) = SIETE(I) / OCHO(I); DIEZ(I) = (PI / ZI) * NUEVE(I)
LOCATE 19, 10: PRINT " FACTOR DE DESVIACION PARA P = ", DIEZ(I)
LOCATE 20, 15: INPUT " ", Z
DDOS(I) = DIEZ(I) * Z; X(I) = .0375 * DG * D / (T * Z)
DTRES(I) = DOCE(I) / (SOR(EXP(X(I))))
DCUATRO(I) = CG * (DTRES(I) ^ 2 - PTF ^ 2)
DCINCO(I) = (DCUATRO(I) - DCUATRO(I - 1)) / 2
DSEIS(I) = (DDOS(I - 1) + DDOS(I)) / 2
DSIETE(I) = VCUATRO(I - 1); DOCHO(I) = DSIETE(I) - DSEIS(I)
IF TFS = 2 GOTO 5200
IF FS = 2 GOTO 5140
IF FS = 3 GOTO 5180
JW = 7.08 * K * H / (VW * ((LOG(R)) - .75)); GOTO 5300
5140 JW = 7.08 * K * H / (VW * (LOG(R))); GOTO 5300
5180 RC = SQR(14.23 * K * T(I) / (PO * VW * CT * RR ^ 2))
JW = 7.08 * K * H / (VW * (LOG(RC))); GOTO 5300
5200 IF FS = 2 GOTO 5240
IF FS = 3 GOTO 5280
JW = (3.381 * K * B * H) / (VW * L); GOTO 5300
5240 JW = (1.127 * K * H * B) / (VW * L); GOTO 5300
5280 JW = (K * B * H) / (VW * (SOR(6.33 * K * T(I) / (PO * VW * CT))))
5300 WEF = .55999 * (RA ^ 2 - RR ^ 2) * PO * H * CT * PI
QWM = JW * PI
DNUEVE(I) = 1 - EXP(-(QWM * TRES(I) / WEF))
VEINTE(I) = WEF / PI * (VCUATRO(I - 1) - DSEIS(I)) * DNUEVE(I)
VUNO(I) = VEINTE(I) + VEINTE(I - 1)
VDOS(I) = VUNO(I) * 5.615 / BG
VTRES(I) = PI / WEF * VUNO(I); VCUATRO(I) = PI - VTRES(I)
GOTO 5999
PRINT TRES(I); PRINT CINCO(I); PRINT SEIS(I); PRINT SIETE(I); PRINT OCHO(I)
PRINT NUEVE(I); PRINT DIEZ(I); PRINT DDOS(I); PRINT DTRES(I)
PRINT DCUATRO(I); PRINT DCINCO(I); PRINT DSEIS(I); PRINT DSIETE(I)
PRINT DOCHO(I); PRINT DNUEVE(I); PRINT VEINTE(I); PRINT VUNO(I)
PRINT VDOS(I); PRINT VTRES(I); PRINT VCUATRO(I)
INPUT " (PRIMA ENTER PARA CONTINUAR ", ZX
5999 NEXT I
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 38: PRINT " RESULTADOS "
LOCATE 5, 11: PRINT " PRESION We"
FOR I = 1 TO PX
LOCATE (I + 7), 10: PRINT VCUATRO(I), VUNO(I)
    
```

```

NEXT I
GOTO 20
6000 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 35: PRINT "METODO DE CARTER"
LOCATE 5, 33: PRINT "INTRODUCCION DE DATOS"
LOCATE 8, 5: INPUT "EL VOLUMEN ORIGINAL DE ACEITE ", NO
LOCATE 9, 5: INPUT "LA COMPRESIBILIDAD DEL ACEITE ", CO
LOCATE 10, 5: INPUT "LA COMPRESIBILIDAD SIST. ROCA-FLUIDO ", C
LOCATE 11, 5: INPUT "EL ESPESOR DEL ACUIFERO ", H
LOCATE 12, 5: INPUT "EL RADIO DEL ACUIFERO ", R
LOCATE 13, 5: INPUT "PERIMETRO ", S
LOCATE 14, 5: INPUT "LA POROSIDAD ", FI
LOCATE 15, 5: INPUT "LA PERMEABILIDAD ", K
LOCATE 16, 5: INPUT "EL FACTOR DEL VOLUMEN DEL ACEITE ", BO
LOCATE 17, 5: INPUT "EL VALOR DE LA PRESION INICIAL ", P(0)
B1 = 1,1191 * FI * C * H * R ^ 2 * S
LOCATE 20, 10: INPUT "CUANTOS INTERVALOS DE TIEMPO SE TIENEN ", N
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
TDJ(0) = 0: WE(0) = 0: TJ(0) = 0
FOR X = 1 TO N
LOCATE 4, 15: PRINT "DATOS PARA EL "; X; " INTERVALO DE TIEMPO"
LOCATE 8, 5: INPUT "EL VALOR DEL TIEMPO ", TJ(X)
LOCATE 10, 5: INPUT "EL VALOR DE LA PRESION ", P(X)
LOCATE 12, 5: INPUT "EL VOLUMEN DE ACEITE PRODUCIDO ", NP(X)
LOCATE 14, 5: INPUT "EL VOLUMEN DE AGUA PRODUCIDA ", WP(X)
LOCATE 16, 5: INPUT "EL VALOR DE PRESION (ADIM) ", PP(X)
TDJ(X) = (6.3 * K * TJ(X)) / (FI * C * R)
A1 = (B1 * (P(0) - P(X)) - WE(X - 1) * PP(X)) / (P(X) - TDJ(X - 1) * PP(X))
A2 = TJ(X) - TJ(X - 1)
WE(X) = WE(X - 1) + A1 * A2
B1 = (NP(X) + WP(X) - WE(X - 1)) * (P(X) - TDJ(X) * PP(X)) / (P(X) - TDJ(X - 1) * PP(X))
B2 = (BO * (NO * CO - NP(X) * C) + B1) * ((TDJ(X) - TDJ(X - 1)) / (P(X) - TDJ(X - 1) * PP(X)))
IP(X) = B1 / B2
NEXT X
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 35: PRINT "RESULTADOS"
LOCATE 5, 10: PRINT "CAIDA DE PRESION"
FOR X = 1 TO N
LOCATE (X + 6), 9: PRINT WE(X), IP(X)
NEXT X
GOTO 20
7000 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)

```

```

LOCATE 2, 20: PRINT "METODO DE ALLARD Y CHEN"
LOCATE 4, 25: PRINT "DATOS INICIALES"
LOCATE 7, 5: INPUT "RADIO EXTERIOR DEL YACIMINETO", RW
LOCATE 9, 5: INPUT "RADIO INTERIOR DEL YACIMIENTO", RE
LOCATE 11, 5: INPUT "PERMEABILIDAD HORIZONTAL", KH
LOCATE 13, 5: INPUT "PERMEABILIDAD VERTICAL", KV
LOCATE 15, 5: INPUT "ESPESOR DEL ACUIFERO", H
LOCATE 17, 5: INPUT "COMPRESIBILIDAD EFECTIVA DEL ACUIFERO", C
LOCATE 19, 5: INPUT "VISCOCIDAD DEL AGUA", U
LOCATE 21, 5: INPUT "POROSIDAD DE LA FORMACION", P
R = RE / RW: KR = KV / KH
B = 1.119 * P * H * C * RW ^ 2
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 5, 5: INPUT "CUANTOS GASTOS DE ENTRADA DE AGUA DESEA CAL-
CULAR", N
FOR I = 1 TO N
LOCATE 9, 5: PRINT "DATOS PARA EL"; I; "INTERVALO DE TIEMPO"
LOCATE 12, 5: INPUT "LA CAIDA DE PRESION", IP(I)
LOCATE 15, 5: INPUT "EL INTERVALO DE TIEMPO", IT(I)
LOCATE 18, 5: INPUT "EL GASTO DE AGUA PRODUCIDA", QW(I)
IPD(I) = (IP(I) * RW * K * (KR ^ .5)) / (.282 * QW(I) * U)
ITD(I) = (T(I) * (.6333 / (U * P * C * RW ^ 2)))
OD(I) = (RW * K * (R ^ (.5)) * ITD(I)) / (2 * H * IP(I))
Q(I) = B * IP(I) * OD(I)
NEXT I
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 4, 35: PRINT "RESULTADOS"
FOR I = 1 TO N
LOCATE (I + 6), 5: PRINT IPD(I), OD(I), Q(I)
NEXT I
GOTO 20
8000 Vi = 35 * 10 ^ 6
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 4, 30: PRINT "METODO DE DUMORE"
LOCATE 7, 15: INPUT "CUANTOS NUMEROS DE INTERVALOS SE TIENEN:", N
FOR I = 1 TO N
LOCATE 10, 10: PRINT "DATOS PARA EL"; I; "INTERVALO DE TIEMPO"
LOCATE 13, 20: INPUT "TIEMPO", T(I)
LOCATE 15, 20: INPUT "GAS PRODUCIDO", GP(I)
LOCATE 17, 20: INPUT "FACTOR DE COMPRESIBILIDAD", Z(I)
NEXT I
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
T(0) = 0: GP(0) = 0: HW(0) = 0: WE(0) = 0

```

```

PZ(0) = 362.5 - .02967 * GP(0)
BG(0) = 248 - .0020298 * GP(0)
FOR I = 1 TO N
PZ(I) = 362.5 - .02976 * GP(I): BG(I) = 249 - .020298 * GP(I)
PP(I) = PZ(I) * 1.098: PPR(I) = PP(I) / 45.3
P(I) = PZ(I) * Z(I)
WE(I) = (.288758 * GP(I)) / (248 - (.020298 * GP(I)))
HW(I) = ((2 * WE(I) * 10 ^ 6) / Vi) * 55
NEXT I
FOR I = 1 TO N STEP 2
X(I) = WE(0) + WE(I)
NEXT I
CONT(0) = 0
FOR I = 2 TO N STEP 2
CONT(I) = WE(I) + CONT(I - 2):Y(I) = 4 * CONT(I)
NEXT I
CONTA(1) = 0
FOR I = 3 TO N STEP 2
CONTA(I) = WE(I) + CONTA(I - 2):ZX(I) = 2 * CONTA(I)
NEXT I
FOR I = 3 TO N STEP 2
WEF(I) = X(I) + Y(I - 1) + ZX(I - 2)
NEXT I
LOCATE 3, 3: PRINT "TIEMPO ": LOCATE 3, 18: PRINT "GP"
LOCATE 3, 31: PRINT "PRESION": LOCATE 3, 48: PRINT "WE"
LOCATE 3, 63: PRINT "HW"
FOR I = 1 TO N
LOCATE (I + 5), 3: PRINT T(I)
LOCATE (I + 5), 15: PRINT GP(I)
LOCATE (I + 5), 30: PRINT P(I)
LOCATE (I + 5), 45: PRINT WE(I)
LOCATE (I + 5), 60: PRINT HW(I)
NEXT I
LOCATE (N + 8), 3: PRINT "TIEMPO   We(INTEGRAL) "
FOR I = 3 TO N STEP 2
LOCATE (N + 7 + I), 3: PRINT T(I), WEF(I)
NEXT I
GOTO 20
9000 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 4, 15: PRINT " MODELO DE RAPIDA CONVOLUCION (FCM) "
LOCATE 8, 5: PRINT "USTED PUEDE SELECCIONAR ENTRE LOS SIGUIENTES
MODELOS:"
LOCATE 11, 7: PRINT "1. MODELO PSS"

```

```

LOCATE 13, 7: PRINT "2. MODELO TRANSITORIO "
LOCATE 15, 7: PRINT "3. MODELO MPSS "
LOCATE 17, 7: PRINT "4. MODELO ACUIFERO INFINITO "
LOCATE 20, 35: INPUT "QUE MODELO SELECCIONA ", AK
LOCATE 24, 49: COLOR 31
INPUT "TECLEE ENTER PARA CONTINUAR", HH
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 5: PRINT "USTED PUEDE SELECCIONAR ENTRE DOS TIPOS DE FLUJO
:
LOCATE 6, 7: PRINT "1. FLUJO LINEAL "
LOCATE 8, 7: PRINT "2. FLUJO RADIAL "
LOCATE 10, 25: INPUT "TIPO DE FLUJO SELECCIONADO ", BK
LOCATE 13, 5: PRINT " USTED PUEDE SELECCIONAR ENTRE DOS INTER-
POLACIONES:"
LOCATE 15, 5: PRINT " 1. INTERPOLACION LINEAL"
LOCATE 17, 5: PRINT " 2. INTERPOLACION POR INCREMENTOS"
LOCATE 20, 25: INPUT "QUE INTERPOLACION SELECCIONA ", CK
LOCATE 24, 49: COLOR 31
INPUT "TECLEE ENTER PARA CONTINUAR", HH
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
IF BK = 2 GOTO 9050
LOCATE 3, 20: PRINT "TIPO DE FLUJO LINEAL"
LOCATE 5, 30: PRINT "DATOS"
LOCATE 8, 5: INPUT "INTERVALO DE TIEMPO (AÑOS) ", DT
LOCATE 10, 5: INPUT "AREA DE CONTACTO YAC-ACUIFERO (FT ^2) ", A
LOCATE 12, 5: INPUT "LONGITUD DEL ACUIFERO LINEAL (FT) ", L
LOCATE 14, 5: INPUT "POROSIDAD ( fraccion) ", PO
LOCATE 16, 5: INPUT "COMPRESIBILIDAD TOTAL (PSI ^-1) ", CT
LOCATE 18, 5: INPUT "VISCOSIDAD (cp) ", Vi
LOCATE 20, 5: INPUT "PERMEABILIDAD (md) ", K
GOTO 9060
9050 LOCATE 2, 20: PRINT "TIPO DE FLUJO RADIAL"
LOCATE 4, 30: PRINT "DATOS"
LOCATE 6, 5: INPUT "INTERVALO DE TIEMPO (AÑOS) ", DT
LOCATE 8, 5: INPUT "RADIO INTERIOR DEL ACUIFERO (FT) ", RR
LOCATE 10, 5: INPUT "RADIO EXTERIOR DEL ACUIFERO (FT) ", RA
LOCATE 12, 5: INPUT "ANGULO DEL ACUIFERO (GRADOS) ", AAC
LOCATE 14, 5: INPUT "POROSIDAD (fraccion) ", PO
LOCATE 16, 5: INPUT "COMPRESIBILIDAD TOTAL (PSI ^-1) ", CT
LOCATE 18, 5: INPUT "PERMEABILIDAD (md) ", K
LOCATE 20, 5: INPUT "ESPESOR DEL ACUIFERO (FT) ", H
LOCATE 22, 5: INPUT "VISCOSIDAD (cp) ", Vi
9060 LOCATE 24, 49: COLOR 31

```

```

INPUT "TECLEE ENTER PARA CONTINUAR", HH
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
IF AK = 1 GOTO 9100: IF AK = 2 GOTO 9200
IF AK = 3 GOTO 9300: IF AK = 4 GOTO 2000
GOTO 2000
9100 IF BK = 2 GOTO 9150
TA = (L ^ 2 * PO * Vi * CT) / (2.31 * K)
U = (CT * PO * A * L) / 5.615
IF CK = 2 GOTO 9110
TP = .57 * TA: DA = 1 / 3 * L: GOTO 9120
9110 TP = .15 * TA: DA = .40528 * L
9120 ALFA = 1 / (TA * (DA / L))
9130 E1 = EXP(-ALFA * DT)
E2 = (E1 - 1) / (ALFA * DT)
REM CALCULO DE PRESIONES Y ENTRADA DE AGUA
LOCATE 4, 8: INPUT " PRESION INICIAL (PSI) ", PS(0)
LOCATE 7, 8: INPUT " CUANTOS DATOS DE PRESION SE TIENEN ", PX
WE(0) = 0
PA(0) = PS(0)
FOR I = 1 TO PX
LOCATE 13, 15: PRINT "PRESION (PSI)", I
LOCATE 13, 40: INPUT " ", PS(I)
NEXT I
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 30: PRINT " RESULTADOS"
LOCATE 6, 5: PRINT "PS(PSI) PA(PSI) WE(BLS) IWE(BLS)"
FOR I = 1 TO PX
IF CK = 1 GOTO 9136
9135 DPSI = (PS(I) + PS(I - 1)) / 2
PA(I) = PA(I - 1) * E1 + (DPSI * (1 - E1))
PAMP(I) = (1 - BETA * PS(I) + BETA * PA(I))
GOTO 9137
9136 PA(I) = PS(I) + (PA(I - 1) - PS(I - 1)) * E1 + (PS(I) - PS(I - 1)) * E2
9137 WE(I) = U * (PS(0) - PA(I))
IWE(I) = WE(I) - WE(I - 1)
LOCATE (I + 8), (5): PRINT PS(I), PA(I): LOCATE (I + 8), (35): PRINT WE(I), IWE(I)
NEXT I
GOTO 2000
9150 TA = (PO * Vi * CT * RA ^ 2) / (2.31 * K)
U = 3.1416 * (AAC / 360) * (RA ^ 2 - RR ^ 2) * H * CT * PO / 5.6146
TP = .25 * TA: R = RA / RR
IF CK = 2 GOTO 9160
ALF = (R ^ 2 / (R ^ 2 - 1)) ^ 2 * (LOG(R)) - .25 * ((3 * R ^ 2 - 1) / (R ^ 2 - 1))

```

```

ALFA = (2 * R ^ 2) / ((TA * ALF) * (R ^ 2 / 1))
GOTO 9170
9160 PRINT "LEER VALOR alfa/tr TABLA 1"
INPUT "VALOR", ALFA
9170 GOTO 9130
REM MODELO TRANSITORIO FCM
9200 LOCATE 4, 8: INPUT " PRESION INICIAL (PSI) ", PS(0)
LOCATE 7, 8: INPUT " CUANTOS DATOS DE PRESION SE TIENEN ", PX
IF BK = 2 GOTO 9250
PA(0) = PS(0): WE(0) = 0
FOR I = 1 TO PX
LOCATE 13, 15: PRINT "PRESION (PSI)", I
LOCATE 13, 40: INPUT " ", PS(I)
NEXT I
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 30: PRINT " RESULTADOS"
LOCATE 6, 5: PRINT "PA(PSI) WE(BLS) IWE(BLS)"
U = CT * PO * A * L
TD = 2.309 * K * DT / (PO * VI * CT * L ^ 2)
FOR J = 1 TO PX
FOR I = 1 TO 2
A1 = EXP(-(2 * I - 1) ^ 2 * (3.1416 ^ 2 / 4) * TD)
IF CK = 2 GOTO 9260
B1 = B(I - 1) * A1
C1 = 4 / (3.1416 ^ 2) * (PS(I) - PS(I - 1)) / TD
D1 = (1 - A1) / ((2 * I) ^ 4)
B(I) = B1 + (C1 * D1)
SB = B(I) + B(I - 1)
IF (B(I) - B(I - 1)) .0001 GOTO 9230
GOTO 9220
9260 IF I = 2 GOTO 9265
DPSI = (PS(I) - PS(0)) / 2
9265 DPSI = (PS(I) - PS(I - 2)) / 2
B(I) = (B(I - 1) + DPSI) / ((2 * I - 1) ^ 2) * A1
SB = B(I) + B(I - 1)
IF B(I) - B(I - 1) .0001 GOTO 9230
9220 NEXT I
9230 PA(J) = PS(J) - .810569 * SB
WE(J) = U * ((PS(0) - PS(J)) + .810569 * SB)
IWE(J) = WE(J) - WE(J - 1)
LOCATE (I + 8), (5): PRINT PA(J), WE(J), IWE(J)
NEXT J
GOTO 2000

```

```

9250 PA(0) = PS(0)
      WE(0) = 0
      FOR I = 1 TO PX
      LOCATE 13, 15: PRINT "PRESION (PSI)", I
      LOCATE 13, 40: INPUT " ", PS(I)
      NEXT I
      U = 3.1416 * (AAC / 360) * (RA ^ 2 - RR ^ 2) * H * CT * PO / 5.6146
      R = RA / RR: B1 = 4 / (R ^ 2 - 1)
      TD = 2.309 * K * DT / (PO * Vi * CT * RR ^ 2)
      FOR I = 1 TO 2
      LOCATE 17, 15: INPUT "EL VALOR DE AM ^ 2 (LEIDO DE LA TABLA B-1)", AM(I)
      LOCATE 19, 15: INPUT "EL VALOR DE Hm (LEIDO DE LA TABLA)", HM(I)
      A1 = EXP(-AM(I) * TD)
      A2 = HM(I) * (1 - A1) / (AM(I) * TD)
      FOR J = 1 TO PX
      IF CK = 2 THEN GOTO 9280
      C(I, J) = C(I, J - 1) * A1 + (PS(J) - PS(J - 1)) * A2
      GOTO 9290
9280 IF J = 2 GOTO 9281
      DPSI = (PS(J) - PS(0)) / 2: GOTO 9283
9281 DPSI = (PS(J) - PS(J - 2)) / 2
9283 C(I, J) = (C(I, J - 1) + HM(I) * DPSI) * A1: PRUEBA = C(I, J)
9290 NEXT J
      IF PRUEBA > 7 GOTO 9291
      NEXT I
9291 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
      LOCATE 3, 30: PRINT "RESULTADOS"
      LOCATE 6, 5: PRINT "PA(PSI)      WE(BLS)  IWE(BLS)"
      FOR J = 1 TO PX
      SCM = 0
      FOR I = 1 TO 2
      SCM = C(I, J) + SCM
      NEXT I
      PA(J) = PS(J) - B1 * SCM: WE(J) = U * (PS(0) - PA(J))
      LOCATE (J + 8), (5): PRINT PA(J), WE(J)
      NEXT J
      GOTO 2000
      REM MODELO MPSS (FCM)
9300 IF BK = 1 GOTO 2000
      TD = 2.309 * K * DT / (PO * Vi * CT * RR ^ 2)
      R = RA / RR
      LOCATE 3, 5: PRINT "EL VALOR DE tdmpp PARA R = ", R: "VER TABLA 7"
      LOCATE 7, 9: INPUT "EL VALOR ES ", TDMPP

```



```

IF TD TDMPS5 GOTO 9310
PRINT "EL MODELO NO ES VALIDO PARA ESTAS CONDICIONES"
GOTO 2000
9310 TA = (P0 * Vi * CT * RA ^ 2) / (2.31 * K)
U = 3.1416 * (AAC / 360) * (RA ^ 2 - RR ^ 2) * H * CT * P0 / 5.6146
IF CK = 2 GOTO 9320
A1 = (R ^ 2 / (R ^ 2 - 1)) ^ 2 * (LOG(R)) - 1 / 4 * ((3 * R ^ 2 - 1) / (R ^ 2 - 1))
GOTO 9330
9320 LOCATE 5, 8: INPUT "EL VALOR DE gr/rr, TABLA 1 POR SIBP ", A1
9330 ALFA = (2 * R ^ 2) / ((TA * A1) * (R ^ 2 - 1))
E1 = EXP(-ALFA * DT)
E2 = (E1 - 1) / (ALFA * DT)
LOCATE 8, 9: INPUT "EL VALOR DE B1, VER TABLA 7 ", BETA
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 4, 8: INPUT "PRESION INICIAL (PSI) ", PS(0)
LOCATE 7, 8: INPUT "CUANTOS DATOS DE PRESION SE TIENEN ", PX
PA(0) = PS(0)
FOR I = 1 TO PX
LOCATE 13, 15: PRINT "PRESION (PSI)", I
LOCATE 13, 40: INPUT " ", PS(I)
NEXT I
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 30: PRINT "RESULTADOS"
LOCATE 6, 5: PRINT "PS(I) PA(PSI) PAMP(PSI) WE(BLS)"
IF CK = 2 THEN GOTO 9335
FOR I = 1 TO PX
PA(I) = PS(I) + (PA(I - 1) - PS(I - 1)) * E1 + (PS(I) - PS(I - 1)) * E2
PAMP(I) = (1 - BETA) * PS(I) + BETA * PA(I)
GOTO 9340
9335 FOR I = 1 TO PX
DPSI = (PS(I) + PS(I - 1)) / 2
PA(I) = PA(I - 1) * E1 + (DPSI * (1 - E1))
9336 PAMP(I) = (1 - BETA) * PS(I) + BETA * PA(I)
9340 WE(I) = U * (PS(0) - PAMP(I))
IWE(I) = (WE(I) - WE(I - 1))
LOCATE (I + 8), (5): PRINT PS(I), PA(I), PAMP(I), WE(I)
NEXT I: NEXT I: GOTO 2000
2000 LOCATE 22, 3: INPUT "DESEA REALIZAR OTRO CALCULO DENTRO DE FCM (SI
O (NO) ", AS
IF AS = "SI" OR AS = "s" THEN GOTO 9000
GOTO 20
10000 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 2, 31: PRINT "METODO DE VOGT"

```

```

LOCATE 4, 30: PRINT "DATOS INICIALES"
LOCATE 6, 5: INPUT "RADIO INTERIOR DEL ACUIFERO", RW
LOCATE 8, 5: INPUT "RADIO EXTERIOR DEL ACUIFERO", RE
LOCATE 10, 5: INPUT "ANGULO DEL ACUIFERO", AAC
LOCATE 12, 5: INPUT "ESPESOR DEL ACUIFERO", H
LOCATE 14, 5: INPUT "PERMEABILIDAD DEL ACUIFERO", K
LOCATE 16, 5: INPUT "POROSIDAD DEL ACUIFERO", PO
LOCATE 18, 5: INPUT "VISCOSIDAD DEL AGUA", VW
LOCATE 20, 5: INPUT "COMPRESIBILIDAD DEL AGUA", CW
LOCATE 22, 5: INPUT "COMPRESIBILIDAD DE LA FORMACION", CF
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 30: PRINT "DATOS DE PRESION"
LOCATE 6, 8: INPUT "PRESION INICIAL", PI
LOCATE 9, 8: INPUT "CUANTOS DATOS DE PRESION Y TIEMPO SE TIENEN", PX
FOR I = 1 TO PX
LOCATE 13, 25: PRINT "DATOS PARA EL"; I; "INTERVALO"
LOCATE 15, 15: INPUT "INTERVALO DE TIEMPO (días)", TJ(I)
LOCATE 18, 15: INPUT "VALOR DE PRESION", PS(I)
TD(I) = .0864 * K / (PO * (CW + CF) * VW * RW ^ 2) * TJ(I)
NEXT I
C = .001 * AAC * .017453 * RW ^ 2 * H * PO * (CW + CF)
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 3: PRINT " PARA EL CALCULO DE ENTRADA DE AGUA POR ESTE
METODO, USTED"
LOCATE 5, 3: PRINT " PUEDE SELECCIONAR ENTRE LAS SIGUIENTES OPCIONES
:
LOCATE 8, 5: PRINT " 1. FORMULA SP"
LOCATE 11, 5: PRINT " 2. FORMULA LP"
LOCATE 14, 5: PRINT " 3. FORMULA POT"
LOCATE 20, 25: INPUT "QUE FORMULA SELECCIONA : ", FS
IF FS = 3 GOTO 10300
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
IF FS = 2 GOTO 10102
LOCATE 3, 33: PRINT " FORMULA SP": GOTO 10103
10102 LOCATE 3, 33: PRINT " FORMULA LP"
10103 LOCATE 5, 5: PRINT " BUSCAR LOS VALORES CORRESPONDIENTES DE Q1(adim)
PARA LOS"
LOCATE 7, 5: PRINT " SIGUIENTES VALORES DE T(adim) : "
LOCATE 9, 5: PRINT " T(adim) Q1(adim)"
FOR I = 1 TO PX
LOCATE (I + 1), (5): PRINT TD(I)
LOCATE (I + 1), 25: INPUT " ? ", QD(I)
NEXT I

```

```

PS(0) = PI; TD(0) = 0
CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 4, 10: PRINT " PRESION"
LOCATE 4, 40: PRINT " We"
IF FS = 2 GOTO 10200
FOR I = 1 TO PX
FOR J = 1 TO I
IF I = 1 GOTO 10180
IF J = 2 GOTO 10105
X(I) = QD(I) * (PS(0) - PS(1)) / 2: GOTO 10110
10105 A(J) = (PS(J - 2) - PS(J)) / 2
X(J) = QD(I - (J - 1)) * A(J)
10110 SUM(J) = X(J) + SUM(J - 1)
AXR = SUM(J)
10190 NEXT J
WE(I) = C * AXR
LOCATE (I + 7), 10: PRINT "", PS(I)
LOCATE (I + 7), 35: PRINT "", WE(I)
NEXT I
GOTO 10400
10180 AXR = QD(I) * (PS(0) - PS(1)) / 2
GOTO 10190
10200 FOR I = 1 TO PX
FOR J = 1 TO I
IF I = 1 GOTO 10280
IF J = 2 GOTO 10205
X(I) = -(QD(I) * TD(I) * ((PS(1) - PI) / TD(1))) : GOTO 10210
10205 A(J) = ((PS(J - 1) - PS(J - 2)) / (TD(J - 1) - TD(J - 2)) - (PS(J) - PS(J - 1)) / (TD(J) - TD(J
- 1)))
X(J) = (QD(I - (J - 1)) * TD(I - (J - 1)) * A(J))
10210 SUM(J) = X(J) + SUM(J - 1)
AXR = SUM(J)
10290 NEXT J
WE(I) = C * AXR
LOCATE (I + 7), 10: PRINT PS(I)
LOCATE (I + 7), 35: PRINT WE(I)
NEXT I
GOTO 10400
10280 AXR = -QD(I) * TD(I) * (PS(1) - PI) / TD(1)
GOTO 10290
10300 CALL PANTALLA(1, 1, 23, 76, 1)
LOCATE 3, 32: PRINT " FORMULA POT"
LOCATE 5, 15: PRINT " PRESION"

```

```
LOCATE 5, 50: PRINT " We "  
R = RE / RW  
CPOT = C * ((R ^ 2) - 1) / 2  
FOR I = 1 TO PX  
WE(I) = CPOT * (PI - PS(I))  
LOCATE (I + 6), (15): PRINT PS(I)  
LOCATE (I + 6), (48): PRINT WE(I)  
NEXT I  
10400 LOCATE 20, 5: INPUT "DESEA HACER OTRO CALCULO DENTRO DE VOGT (SI o  
NO) ", AS  
IF AS = "SI" OR AS = "s" GOTO 10000  
GOTO 20  
SUB PANTALLA (YM, XM, YN, XN, f)  
COLOR 15, 1  
CLS  
LOCATE YM, XM: DIFX = XN - XM: LOCATE YM, XM  
PRINT STRING$(DIFX, 205)  
IF f = 0 THEN  
LOCATE YM + 3, XM: PRINT STRING$(DIFX, 196)  
END IF  
LOCATE YM, XN: PRINT STRING$(1, 187)  
FOR I = YM + 1 TO YN  
LOCATE I, XN: PRINT STRING$(1, 186)  
NEXT I  
LOCATE YN, XN: PRINT STRING$(1, 188)  
LOCATE YN, XM: PRINT STRING$(DIFX, 205)  
LOCATE YM, XM: PRINT STRING$(1, 201)  
FOR I = YM + 1 TO YN  
LOCATE I, XM  
PRINT STRING$(1, 186)  
NEXT I  
LOCATE YN, XM  
PRINT STRING$(1, 200)  
END SUB
```



CAPITULO IV

EJEMPLOS DE APLICACION.

MÉTODOS DE SCHILTHUIS, HURST Y STANLEY

Se tiene un yacimiento con las siguientes características:

Período	(1) Tiempo (días)	(2) Presión (Psia)	(3) We (bl)
0	0	3793	0
1	91.3	3788	4600
2	182.6	3774	24800
3	273.9	3748	75500
4	365.2	3709	172000
5	456.5	3680	309000
6	547.8	3643	480000
7	639.1	3595	703000
8	730.4	3547	978000
9	821.7	3518	1286000
10	913.0	3485	1616000
11	1004.3	3437	1987000
12	1095.6	3416	2388000
13	1186.9	3379	2801000

Utilizando los métodos siguientes:

- Método de Schilthuis
- Método de Hurst
- Método de Stanley

Determinar la entrada de agua al yacimiento, así como las constantes de cada método.

a) Para el método de Schilthuis emplearemos la siguiente fórmula:

$$W_e = K \int_0^t (P_i - P) dt$$

De donde se obtendrán los valores de K

(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
We	ΔWe (bl)	$\Delta We/t$ (bl/día)	(pi - p)	k (BPD/psi)
(bl)		(4) / 91.3	(psi)	(5) / (6)
4600	12400	136	5	27.2
24800	35500	389	19	20.5
75500	73600	806	45	17.9
172000	116800	1279	84	15.3
309000	154000	1687	113	14.9
480000	197000	2158	150	14.5
703000	249000	2127	198	13.8
978000	291000	3187	246	13.0
1286000	319000	3494	275	12.7
1616000	351000	3844	308	12.5
1987000	384000	4228	356	11.9
2388000	407000	4458	377	11.8
2801000				

b) Para emplear el método de Hurst se utilizará la siguiente fórmula:

$$W_e = c \int_0^t \frac{(P_i - P) dt}{\log at}$$

Para poder emplear esta ecuación es necesario calcular el valor de las constantes a y c, lo cual se determina como sigue:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
	Tiempo				

k (BPD/psi)	(días)	log t	k*t (1)*(2)	k*t log t (3)*(4)	k * log t (1)*(3)
27.2	91.3	1.960	2483	867	53.3
20.5	182.6	2.262	3743	8467	46.4
17.9	273.9	2.438	4903	11954	43.6
15.3	365.2	2.563	5588	14322	39.2
14.9	456.5	2.659	6802	18087	39.6
14.5	547.8	2.739	7943	21756	39.7
13.8	639.1	2.806	8820	24749	38.7
13.0	730.4	2.864	9495	27194	37.2
12.7	821.7	2.915	10436	30421	37.0
12.5	913.0	2.960	11413	33782	37.0
11.9	1004.3	3.002	11951	35877	35.7
11.8	1095.3	3.040	12928	39301	35.9
186.0	7121.4	32.208	96505	270777	483.3

Con estos datos procedemos a calcular las constantes a y c, de acuerdo a la siguiente relación:

$$k \log a + k \log t = c$$

$$kt \log a + kt \log t = ct$$

lo cual nos queda finalmente como:

$$\log a \sum k_i + \sum k_i \cdot \log t = c t$$

$$\log a \sum k_i \cdot t_i + \sum k_i \cdot t_i \cdot \log t_i = c \sum t_i$$

Sustituyendo los datos de nuestra tabla

$$186 \log a + 483.3 = 12c$$

$$96505 \log a + 270777 = 7121.4c$$

Resolviendo estas ecuaciones de manera simultánea se obtiene que:

$$a = 0.0699 \text{ y } c = 22.36$$

(7)	(6)	(9)	(10)
log at	(pi - p)	c(pi - p)	We
a = 0.0699	(psi)	c = 22.36	bl/dfa
			(9)/(7)
0.804	5	112	139
1.106	19	425	384
1.282	45	1006	785
1.407	84	1878	1335
1.503	113	2527	1681
1.583	150	3354	2119
1.650	198	4427	2683
1.708	246	5501	3221
1.759	275	6149	3496
1.804	308	6887	3818
1.846	356	7960	4312
1.884	377	8430	4475

c) Para la método de Stanley se utiliza la siguiente ecuación:

$$W_e = C \sum_{j=1}^n \Delta P_j t_{Dj}^{\alpha}$$

Período	(1) Tiempo (días)	(2) Presión (Psia)	(3) We (bl)
0	0	3793	0
1	91.3	3788	4600
2	182.6	3774	24800
3	273.9	3748	75500
4	365.2	3709	172000
5	456.5	3680	309000
6	547.8	3643	480000
7	639.1	3595	703000
8	730.4	3547	978000
9	821.7	3518	1286000

10	913.0	3485	1616000
11	1004.3	3437	1987000
12	1095.6	3416	2388000
13	1186.9	3379	2801000

El cálculo de la caídas de presión se realiza de la siguiente manera:

Aplicando las siguientes ecuaciones:

$$\Delta P = (P_0 - P_1)/2$$

$$\Delta P = (P_0 - P_2)/2$$

$$\Delta P = (P_{n-2} - P_n)/2$$

Para n = 1

$$\Delta P = (3793 - 3788) / 2 = 2.5$$

Para n = 2

$$\Delta P = (3793 - 3744) / 2 = 9.5$$

Para n = 3

$$\Delta P = (3788 - 3748) / 2 = 20.0$$

Para n = 4

$$\Delta P = (3774 - 3709) / 2 = 32.5$$

Para n = 5

$$\Delta P = (3748 - 3680) / 2 = 34.0$$

Así sucesivamente y los resultados se muestran en la siguiente tabla

Métodos Para Predecir la Entrada de
Agua en Yacimientos de Hidrocarburos

ΔP (Psia)	$(t)^8$	$\sum \Delta P (t)^8$ (*)	C	Wc (bl)
0	0			
2.5	1.000	2.50	1840	4600
9.5	1.741	13.85	1791	24805
20.0	2.408	42.55	1774	75483
32.5	3.031	97.77	1759	171977
34.0	3.624	176.59	1750	309032
33.0	4.193	275.98	1739	479929
42.5	4.743	404.50	1738	703021
48.0	5.278	564.40	1733	978105
38.5	5.799	743.41	1730	1286099
31.0	6.309	946.72	1707	1616051
40.5	6.809	1150.80	1727	1987431
34.5	7.300	1368.65	1708	2337654
29.0	7.783	1614.29	1735	2800793

* Esta columna se determina del producto de la ΔP con la t^8 de una manera cruzada como se muestra a continuación:

Para el primer período

$$\sum \Delta P (t)^8 = 2.5 * 1.000 = 2.50$$

Para el segundo período

$$\sum \Delta P (t)^8 = (2.5 * 1.741) + (9.5 * 1.00) = 13.85$$

Para el tercer período

$$\sum \Delta P (t)^8 = (2.5 * 2.408) + (9.5 * 1.741) + (20 * 1) = 42.55$$

Y así se continua hasta llegar al último período.

METODO DE VAN EVERDINGEN Y HURST.

Calcúlese la entrada de agua a un yacimiento después de 100, 200, 400 y 800 días, si su presión en la frontera interna (contacto w/o) se reduce instantáneamente y se mantiene a 2724 lb/pg2 ($P_i = 2734$ lb/pg2), se cuenta con la siguiente información del yacimiento:

$$k = 83 \text{ (md)}; \phi = 0.20; \mu = 0.62 \text{ (cp)}; h = 40 \text{ ft}; C_e = 8 \cdot 10^{-6} \text{ (lb/pg2)}^{-1}$$

$$r_w = 3000 \text{ ft}; r_e = 30,000 \text{ ft.}$$

Solución

Se procede a determinar el tiempo adimensional para cada uno de los tiempos reales, aplicando la siguiente expresión:

$$t_D = \frac{0.00632 K t}{\phi \mu C_e r_w^2}$$

Sustituyendo todos los valores y dejando en función del tiempo real se tiene lo siguiente.

$$t_D = \frac{0.00632 \cdot 83 \cdot t}{0.20 \cdot 0.62 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot 3000^2}$$

$$t_D = 0.0588 \cdot t$$

Ahora procedemos a calcular el tiempo adimensional con los valores de tiempo real con los que se cuentan, poniendo estos resultados en forma de tabla.

tiempo real (días)	tiempo adimensional
100	5.88
200	11.76
400	23.52
800	47.04

Calculando la constante de entrada de agua

$$B = \frac{2 \pi \phi C_e r_w^2 h}{5.615}$$

$$B = 644.54$$

Para determinar el valor de Q_D , se procede a consultar gráficas ó si se prefiere tablas en las cuales se tienen los diferentes valores de Q_D , cuyos resultados se muestran en la siguiente tabla:

tiempo real (días)	gasto adimensional Q_D
100	5.07
200	8.43
400	13.90
800	22.75

Finalmente calculando la entrada de agua:

$$W_e = B \sum_0^t Q(t) \Delta P$$

$$P = P_i - P$$

$$P = 2734 - 2724$$

$$P = 10 \text{ lb/pg}^2$$

Por lo tanto:

tiempo real (días)	Entrada de agua W_e (bls)
100	32,680
200	54,334
400	89,591
800	146,632

Debe observarse que, al contrario de un sistema en régimen permanente los valores de We calculados en el ejemplo anterior no doblan el valor de We cuando se duplica el período de tiempo.

El siguiente ejemplo muestra el cálculo de We cuando ocurre una caída de presión 100 días después de ocurrir la primera, en el ejemplo anterior se visualiza la aplicación del principio de superposición al calcular los efectos mencionados.

Supóngase que al final de los 100 días la presión en el límite del yacimiento cae instantáneamente a $P_2 = 2704$ (lb/pg); es decir $P_2 = P_i - P_2 = 20$ (lb/pg), entonces determinar la We al final de $t = 400$ días.

SOLUCION

La We calculada en el ejemplo anterior corresponde a la P_1 al final de los 400 días, fue igual a 89,500 bls, y será la misma aunque a los 100 días ocurre una segunda ΔP que actúa hasta los 400 días, es decir que esta P_2 actúa por 300 días, correspondiendo a una $t_D = 17.6$; Ahora de la tabla para la relación $(re/rw) = 10$ y t_D calculado se obtiene que $Q_D = Q(t) = 11.14$, por lo tanto la We es:

$$We_2 = B \cdot P_2 \cdot Q_{D2} = 644.54 \cdot 20 \cdot 11.14 = 143,603$$

$$We_2 = We_1 + We_2 = B \cdot P_1 \cdot Q_{D1} + B \cdot P_2 \cdot Q_{D2} = B \cdot P \cdot Q_D$$

$$We = 644.54 \cdot (10 \cdot 13.9 + 20 \cdot 11.14)$$

$$We = 233,194 \text{ bls}$$

METODO DE FETKOVICH

DATOS:

PROPIEDADES DEL YACIMIENTO DE GAS:

Presión inicial del yacimiento, psia	2000
Porosidad, fracción	0.20
Espesor, ft	100
Saturación de agua, fracción	0.20
Factor de volumen inicial del gas, scf/cf .	154.26
Radio del yacimiento, ft	10,000
Gravedad específica del gas	0.700
Temperatura pseudocrítica del gas, °R	392
Presión pseudocrítica del gas, psia	668
Profundidad del yacimiento, ft	7000
Temperatura del yacimiento, °F	130
Factor de desviación inicial del gas.....	0.780
Volumen de gas inicial BcF.....	776
Gasto de producción de gas, Mscf/D	90,338
Pendiente de la curva de contra presión psia	0.700
Presión en la tubería psia.....	200

PROPIEDADES DEL ACUIFERO:

Presión inicial en el acuífero, psia	2,000
Permeabilidad, md	10,50,100,1000
ra/rr	3,5,7,10
ra (usando rr = 10000 ft), Mft	30,50,70,100
Porosidad, fracción	0.20
Espesor del acuífero, ft ...	100
Compresibilidad total del acuífero, 1/psi .	$6 \cdot 10^{-6}$

Viscosidad del agua, cp 0.50

RESULTADOS:

n	Tiempo (días)	Δt_n ($t_n - t_{n-1}$)	q_{gc}	ΔG_p	G_p	$G \cdot G_p$
1a	365	365	90338	32.973	32.973	743.027
2	730	-	90338	32.973	65.946	710.054
3	1095	-	90338	32.973	98.919	677.081
4	1480	-	90338	32.973	131.892	644.108
5	1825	-	90338	32.973	164.865	611.135
6	2190	-	90338	32.973	197.838	578.112
7	2555	-	90338	32.973	230.811	545.189
8	2920	-	90338	32.973	263.784	512.516
9	3285	-	90338	32.973	296.757	479.243
10	3650	-	90338	32.973	329.730	446.270

n	$G_i - \left(\frac{W_E}{B_{G_i}}\right)$	$\frac{G_i - G_{ip}}{G_i - \frac{W_E}{B_{G_i}}}$	$\frac{P_g}{Z}$	Z (pf) **	P_n & P_{wf}	$P_{ts} = P_{FR} / \sqrt{c^2}$
1a	776.000	0.95751	2456	0.782	1921	-
2	771.916	0.91986	2359	0.786	1855	1482
3	767.095	0.88266	2284	0.790	1789	1431
4	760.696	0.84674	2172	0.794	1725	1382
5	752.824	0.81179	2082	0.798	1661	1333
6	743.548	0.77750	1994	0.803	1601	1288
7	733.065	0.74371	1907	0.808	1541	1242
8	721.392	0.71004	1821	0.812	1479	1194
9	708.589	0.67633	1735	0.819	1421	1150
10	694.709	0.64238	1648	0.824	1358	1100

n	q _{is}	\bar{q}_g	P _{wf}	P _{n-1}	(P _{n-1} - P _{wf}) - $\left[\frac{(q_{wi})_{max}}{W_{ei}} \right] \Delta t n$	
1a	> 90338		1960.5	2000	39.5	0.04881
2	> 90338		1890.0	1998.2	108.2	"
3	> 90338		1822.0	1992.9	170.9	"
4	> 90338		1757.0	1984.5	227.5	"
5	> 90338		1693.0	1973.4	280.4	"
6	> 90338		1631.0	1959.8	328.8	"
7	> 90338		1571.0	1943.7	372.7	"
8	> 90338		1510.0	1925.5	415.5	"
9	> 90338		1450.0	1905.2	455.2	"
10	> 90338		1389.5	1883.0	493.5	"

n	ΔW_e	W _e	W _e /R _{gi}	(P ₁ - P̄)	P _n
1a	1282644	1282644	1.111	1.8	1998.2
2	3613470	4731170	4.098	7.1	1992.9
3	5549465	10280635	8.905	15.5	1984.5
4	7387380	17668015	15.304	26.6	1973.4
5	8105149	26773164	23.190	40.2	1959.8
6	10676794	37449958	32.438	56.3	1943.7
7	12102314	40552272	42.921	74.5	1925.5
8	13492116	62044388	54.608	94.8	1905.2
9	14781254	77825642	67.411	117.0	1883.0
10	16024932	93850574	81.291	141.1	1858.9

METODO DE DUMORE

Determinar la entrada de agua, para los diferentes períodos de tiempo en un campo de gas si se dispone de la siguiente información:

Viscosidad del agua = 0.6 cp

Saturación del agua congénita (S_{wc}) = 0.15

Permeabilidad absoluta (K_{res}) = 100 mD

Permeabilidad de la zona invadida por agua (K_{rw}) = 0.1

Porosidad = 0.225

$S_{gr}/S_{gi} = 0.5$

$\rho_{gw} = 0.12 \text{ at/m}$

Espesor = 55 m

$V_i = 35 \cdot 10^6 \text{ m}^3$

Presión crítica = 45.3 ata

Temperatura crítica = 186 °K

Presión inicial = 398 ata

Temperatura del yacimiento = 386°K

t	Gp	t	Gp
(meses)	(10^6 Nm^3)	(meses)	(10^6 Nm^3)
0	0	45	602.7
3	0.2	48	672.2
6	8.6	51	767.0
9	25.0	54	845.6
12	45.3	57	917.7
15	75.1	60	1022.1
18	104.1	63	1161.4
21	152.4	66	1276.0
24	217.9	69	1381.5
27	255.5	72	1525.9
30	290.3		
33	332.6		
36	398.2		
39	417.5		
42	537.3		

Solución:

Con las siguientes fórmulas se obtiene lo siguiente:

$$P/Z = 362.6 - 0.02967Gp$$

$$1/Bg = 248 - 0.020298Gp$$

Para calcular la presión se utiliza el siguiente procedimiento:

Con los datos que se tienen de presión y temperatura seudorreducida, se procede a determinar el factor de compresibilidad "Z" con este valor y el valor de la presión del yacimiento, obtenemos un nuevo valor de presión que es el que se necesita.

Para encontrar los otros valores de presión se recurre a los valores de la relación P/Z ya determinados y se sigue el siguiente procedimiento.

(1)	(2)	(4)	(5)
(P/Z)*1.098	(1)/45.3	Z	(P/Z)*Z
397.69	8.779	1.097	393.3
397.25	8.769	1.0965	396.7
396.59	8.754	1.096	395.8
395.60	8.733	1.094	394.1
394.62	8.711	1.0930	392.8
393.08	8.677	1.0910	390.5
390.88	8.628	1.0871	387.0
389.68	8.602	1.0815	383.8
388.58	8.577	1.081	382.5

Así se continúa para los demás valores.

Para el cálculo de W_e y h_w se utilizan las siguientes formulas:

$$W_e = \frac{0.288758 \cdot G_p}{248 - 0.020298 \cdot G_p}$$

$$h_w = \frac{2 \cdot W_e}{V_{res}} \cdot 55$$

Finalmente la entrada de agua integral se tiene con la siguiente formula. La cual se resuelve aplicando Simpson Rule 1/3.

$$\bar{W}_e(t) = \int_0^t W_e(\tau) d\tau$$

$$\int_0^x f(x) dx = \frac{h}{3} [y_0 + y_n + 4\sum \text{ord. impares} + 2\sum \text{ord. pares}]$$

donde $h=3$ y $n=\text{pares}$

Para $n=2$

$$1 \cdot [0.010 + 4 \cdot (0.0)] = 0.010$$

Para $n=4$

$$1 \cdot [0.053 + 4 \cdot (0.029) + 2 \cdot (0.010)] = 0.189$$

Para $n=6$

$$1 \cdot [0.123 + 4 \cdot (0.029 + 0.088) + 2 \cdot (0.010 + 0.053)] = 0.717$$

Para $n=8$

$$1 \cdot [0.259 + 4 \cdot (0.117 + 0.180) + 2 \cdot (0.063 + 0.123)] = 1.819$$

Para $n=10$

$$1 \cdot [0.347 + 4 \cdot (0.297 + 0.305) + 2 \cdot (0.186 + 0.259)] = 3.645$$

Para $n=12$

$$1 \cdot [0.481 + 4 \cdot (0.602 + 0.399) + 2 \cdot (0.445 + 0.347)] = 6.069$$

Para $n=14$

$$1 \cdot [0.656 + 4 \cdot (1.001 + 0.573) + 2 \cdot (0.792 + 0.481)] = 9.498$$

Para $n=16$

$$1 \cdot [0.831 + 4 \cdot (1.574 + 0.740) + 2 \cdot (1.273 + 0.656)] = 13.945$$

Para $n=18$

$$1 \cdot [1.061 + 4 \cdot (2.314 + 0.956) + 2 \cdot (1.929 + 0.831)] = 19.661$$

Para n=20

$$1*[1.302 + 4*(3.270 + 1.159) + 2*(2.750 + 1.061)] = 26.66$$

Para n=22

$$1*[1.664 + 4*(4.429 + 1.489) + 2*(3.811 + 1.302)] = 35.582$$

Para n=24

$$1*[2.036 + 4*(5.918 + 1.819) + 2*(5.123 + 1.664)] = 46.568$$

Los resultados de la aplicación de las formulas se ve en la siguiente tabla:

n	P/Z (atm)	I/Bg Nm ³ /m ³	P (atm)	Wc (10 ⁶ m ³)	hw (m)	Wc (10 ⁶ m ³ * meses)
0	362.5	248.0	398.0	0	0	0
1	362.5	248.0	398.0	0.000	0.00	--
2	362.2	247.8	397.3	0.010	0.03	0.010
3	361.8	247.5	396.6	0.029	0.09	--
4	361.2	247.1	395.6	0.053	0.16	0.189
5	360.3	246.5	394.1	0.088	0.26	--
6	359.4	245.9	392.6	0.123	0.37	0.717
7	358.0	244.9	390.2	0.180	0.53	--
8	356.0	243.6	387.0	0.250	0.77	1.819
9	354.9	242.8	385.3	0.305	0.91	--
10	353.9	242.1	383.7	0.347	1.03	3.645
11	352.6	241.3	381.7	0.399	1.18	--
12	350.7	239.9	378.7	0.481	1.43	6.069
13	348.5	238.4	375.5	0.573	1.70	--
14	346.6	237.1	372.6	0.656	1.95	9.498
15	344.6	235.8	369.6	0.740	2.20	--
16	342.6	234.4	366.5	0.831	2.47	13.945
17	339.7	232.4	362.3	0.956	2.84	--
18	337.4	230.8	358.9	1.061	3.15	19.661
19	335.3	229.4	355.8	1.159	3.44	--
20	332.2	227.3	351.3	1.302	3.87	26.66
21	328.0	224.4	345.3	1.489	4.42	--
22	324.6	222.1	340.4	1.664	4.94	35.582

23	321.5	220.0	335.9	1.819	5.40	--
24	317.2	217.0	329.8	2.036	6.05	46.568

METODO DE RAPIDA CONVOLUCION

EJEMPLO No.1: MODELO PSS.

A) DATOS DEL ACUIFERO CIRCULAR:

$$r_r = 9200 \text{ ft}$$

$$R = 5 (r_e/r_r)$$

$$\text{Grados} = 140$$

$$F = 0.25$$

$$C = 7 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$k = 200 \text{ md}$$

$$h = 100 \text{ ft}$$

$$\text{viscosidad} = 0.55 \text{ cp}$$

B) DATOS DEL ACUIFERO LINEAL:

$$A = 10^6 \text{ ft}^2$$

$$L = 10^4 \text{ ft}$$

$$\text{Porosidad} = 0.115$$

$$C = 5 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$\text{Viscosidad} = 1 \text{ cp}$$

$$K = 25 \text{ md}$$

SOLUCION:

PASO 1. PARAMETROS BASICOS

EJEMPLO : ACUIFERO CIRCULAR CON R = 5.

$$\tau_a = \phi \mu C r_w^2 / 2.31 k = 4.41 \text{ años}$$

$$t_p = (t_p / \tau_a) \tau_a = 0.25 \cdot 4.41 = 1.1 \text{ años}$$

$$\Delta t = 1 \text{ año}$$

$$U = \pi (\theta / 360) (r_a - r_r^2) h c \phi / 5.6146 = 77,354 \text{ RB} / \text{ft}^2$$

$$\delta_\infty / r_r = 0.9755$$

$$\alpha = 2 R^2 / [\tau_a (\delta_\infty / r_r) (R^2 - 1)] = 0.484 \text{ años}^{-1}$$

$$e^{-\alpha \Delta t} = 0.616, \quad (e^{-\alpha \Delta t} - 1) / \alpha \Delta t = -0.793$$

PASO 2.

PASO 3.

n	Ps	Δp_u	\bar{P}_a	W_c^n	ΔW_e
0	2740	0	2740	0	0
1	2500	-240	2690.3	3.84	3.84
2	2290	-210	2573.8	2.86	9.02

EJEMPLO No.2: ACUIFERO CIRCULAR DE RADIO = 5 CON FLUJO TRANSITORIO.

PASO 1. PARAMETROS BASICOS:

$$\frac{4}{R_2 - 1} = 0.1667$$

$$\Delta t_D = 2.309 k \Delta t / \phi \mu c r_r^2 = 5.67$$

$$m = 1$$

$$a_1^2 = 0.0797; \quad H_1 = 5.5841$$

$$e^{-a_1^2 \Delta t_D} = 0.636, \quad \frac{H_1 (1 - e^{-a_1^2 \Delta t_D})}{a_1^2 \Delta t_D} = 4.493$$

$$m = 2, \quad a_2^2 = 1.2978; \quad H_2 = 0.2104$$

$$e^{-a_2^2 \Delta t_D} = 0.000637, \quad \frac{H_2 (1 - e^{-a_2^2 \Delta t_D})}{a_2^2 \Delta t_D} = 0.02857$$

U, P_a^n (para W_e) o P_a^n (para ΔW_e), $4 / (R^2 - 1)$

$$e^{-a_m^2 \Delta t_0}, \frac{H_m (1 - e^{-a_m^2 \Delta t_0})}{a_m^2 \Delta t_0}, C_m^{n+1}; m = 1, 2, \dots, M \quad (M = 2 \text{ en este ejemplo})$$

PASO 2: PRESION

PASO3:FLUJO

n	P_a^n	$\Delta P_{L,1}$	C_1^n	C_2^n	P_a^n	W_e^n	ΔW_e
0	2740	-	0	0	2740	0	0
1	2500	-240	-1078.32	-6.86	2681	4.56	4.56
2	2290	-210	-1629.34	-6.00	2563	13.72	9.18

B) SIBP:

PASO 2: PRESION (psi)

PASO 3:FLUJO

n	P_a^n	ΔP_{St}	C_1^n	C_2^n	P_a^n	W_e^n	ΔW_e
1	2740	-	0	0	2740	0	0
2	2500	-120	-426	-0.016	2691	3.79	4.56
3	2290	-225	-1070	-0.030	2573	12.89	9.10

EJEMPLO No.3: ACUIFERO CIRCULAR CON $R = 5$ POR EL METODO
MPSS.

PASO 1: PARAMETROS BASICOS:

$$\Delta t_D = 5.67 > t_{Dmpss} = 1.3 \rightarrow \text{Modelo válido MPSS}$$

$$\delta_\infty / r_r = 1.0457$$

$$\alpha = 2 R^2 / [\tau_a (\delta_\infty / r_r) (R^2 - 1)] = 0.452 \text{ años}^{-1}$$

$$e^{-\alpha \Delta t} = 0.637, \quad (e^{-\alpha \Delta t} - 1) / \alpha \Delta t = -0.8047$$

$$\beta_1 = 0.9307$$

A) LIBP:

PASO 2: PRESION

PASO 3:FLUJO

n	P_a^n	$\Delta P_{L,1}$	$P_{a,mpss}^n$	$P_{a,mpss}^n$	W_e^n	ΔW_e
---	---------	------------------	----------------	----------------	---------	--------------

0	2740	0	2740	2740	0	0
1	2500	-240	2693.09	2679.71	4.66	4.66
2	2290	-210	2581.84	2561.61	13.80	9.13
3	2109	-181	2440.35	2417.38	24.95	11.15

b) SIBP:

PASO 2: PRESION				PASO 3: FLUJO		
n	P_s^n	ΔP_{s1}	$P_{a,pps}^n$	$P_{a,mpss}^n$	W_e^n	ΔW_e
0	2740	2740	2740	2740	0	0
1	2500	2620	2696.37	2691.07	3.79	3.79
2	2290	2395	2586.79	2573.50	12.89	9.09
3	2109	2199	2445.97	2428.89	24.07	11.18

METODO DE VOGT Y WANG

Se tiene la siguiente información de un yacimiento de gas, asociado a un acuífero.

Datos del Yacimiento

Presión inicial = 70.140 MPa

Temperatura °C = 121

Saturación de agua congénita = 0

Densidad del gas = 0.6

Volumen de gas original = $5.65 \cdot 10^6$

Datos del Acuífero

Radio interno = 1154 m

Radio externo = 5570 m

Angulo = 30°

Espesor = 30.5

Porosidad = 0.2

Viscosidad del agua = $2.50 \cdot 10^{-4}$ Pa.S

C_w = $4.35 \cdot 10^{-4}$ MPa⁻¹

C_f = $5.80 \cdot 10^{-4}$ MPa⁻¹

K = 0.131 m²

$$r_D = 0.5$$

$$(t_D/t) = 0.1675 \text{ días}^{-1}$$

$$\text{Constante del acuífero } C = 4.32 \text{ m}^3/\text{kPa}$$

Datos de producción

$$\text{Gasto de Producción} = 1.145 \cdot 10^5 \text{ m}^3/\text{d}$$

Tiempo (días)	Presión (MPa)	Producción de Gas (10^8 m^3)	Producción de Condensados (10^8 m^3)	Producción de Agua (10^8 m^3)
0	70.140	0	0	0
182.5	68.892	0.209	0	0
365	67.941	0.418	0	0
547.5	66.983	0.627	0	0
730	66.010	0.836	0	0

Determinar la entrada de agua empleando:

a) La fórmula SP

b) La fórmula LP

c) La fórmula Pot

Solución:

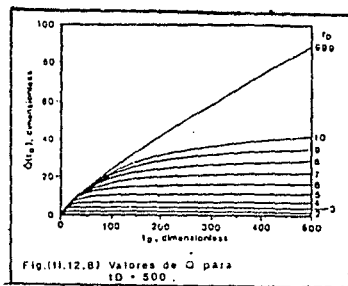
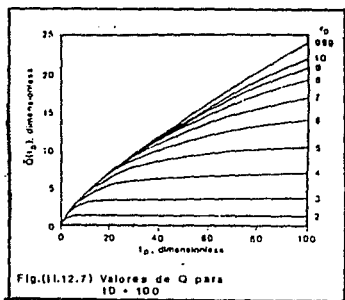
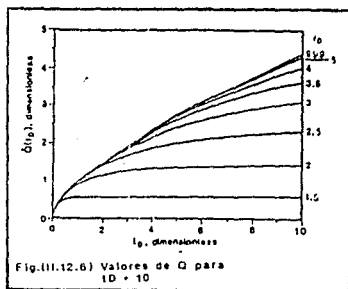
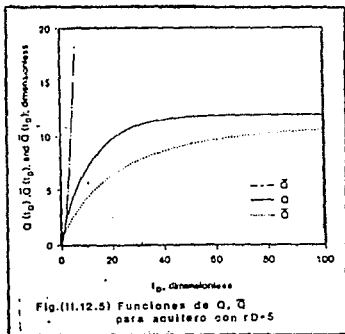
Cálculo de la constante de entrada de agua

$$C = 0.001 r_w^2 h C_t; (\text{m}^3/\text{kPa})$$

$$C = 0.001 \cdot (30 \cdot 180) \cdot (1154^2) \cdot (30.5) \cdot (0.2) \cdot (4.35 \cdot 10^{-4} + 5.80 \cdot 10^{-4})$$

$$C = 4.32 (\text{m}^3/\text{kPa})$$

Cálculo de t_{Dj}



$$t_{Dj} = (0.0864 * K / \mu_w * C_t * r_w^2) t_j$$

$$t_{Dj} = 0.1674701363 * t_j$$

t_j	t_{Dj}
0	0
182.5	30.5
365	61.1
547.5	91.7
730	122.2

Con estos valores de t_{Dj} se procede a encontrar los valores de $Q(t_{Dj})$, para lo cual se utilizan gráficas o tablas.

Para la fórmula LP se utilizan las figuras siguientes: (II.12.5), (II.12.6), (II.12.7), (II.12.8)

t_{Dj}	$Q(t_{Dj})$ Para SP	$Q(t_{Dj})$ Para LP
0	0	0
30.5	11.2	7.80
61.1	11.915	9.72
91.7	11.99	10.47
122.2	12	10.85

Aplicando las siguientes fórmulas:

$$a) W_e(t_{Dn}) = C \left[Q(t_{Dn}) \frac{P_0 - P_1}{2} + Q(t_{Dn} - t_{D1}) \frac{P_0 - P_2}{2} + \dots + Q(t_{Dn} - t_{D_{n-1}}) \frac{P_{n-2} - P_n}{2} \right]$$

$$b) W_e(t_{Dn}) = C \left[-t_{Dn} \tilde{Q}(t_{Dn}) \frac{P_1 - P_0}{t_{D1}} + (t_{Dn} - t_{D1}) \tilde{Q}(t_{Dn} - t_{D1}) \left(\frac{P_1 - P_0}{t_{D1}} - \frac{P_2 - P_1}{t_{D2} - t_{D1}} \right) + \dots + (t_{Dn} - t_{D_{n-1}}) \tilde{Q}(t_{Dn} - t_{D_{n-1}}) \left(\frac{P_{n-1} - P_{n-2}}{t_{D_{n-1}} - t_{D_{n-2}}} - \frac{P_n - P_{n-1}}{t_{D_n} - t_{D_{n-1}}} \right) \right]$$

$$c) W_e (t_{Dn}) = C_{pot} (P_0 - P_n)$$

donde

$$C_{pot} = C \frac{r_D^2 - 1}{2}$$

Se obtiene los siguientes resultados:

	SP	LP	Pot Fórmula	Resultados
Tiempo (días)	$W_e(t_{Dn})$ ($10^6 m^3$)	$W_e(t_{Dn})$ ($10^6 m^3$)	$W_e(t_{Dn})$ ($10^6 m^3$)	Exactos ($10^6 m^3$)
0	0	0	0	0
182.5	0.0297	0.0420	0.0646	0.0456
365	0.0844	0.0949	0.1139	0.0949
547.5	0.134	0.145	0.163	0.145
730	0.184	0.196	0.2140	0.195



CONCLUSIONES

- 1.- El método de Schilthuis, es aplicable cuando existen suficientes y adecuados datos de producción. A demás es posible que con este procedimiento pueda darse un valor estimado de reservas.
- 2.- El método de Hurst, es muy similar al método de Schilthuis, sus ecuaciones son parecidas en lo único que varía es que Hurst introduce en el denominador un logaritmo del factor tiempo el cual, se introduce debido al continuo aumento de la entrada de agua durante la producción.
- 3.- El método de Van Everdingen y Hurst, es aplicado para flujo radial y horizontal, el cual tiene el inconveniente de utilizar tablas de tD v.s. QD para poder determinar la entrada de agua.
- 4.- El método de Carter, elimina, realizar cálculos a través del principio de superposición y sus resultados son bastante aproximados a los que arroja el método de Van Everdingen y Hurst.
- 5.- En el método de Stanley la expresión (II.6.17), proporciona una definición generalizada para el tiempo adimensional, que permite predecir la entrada de agua, aún en el caso de utilizar períodos variables.
- 5a.- El error introducido por la ecuación propuesta, es prácticamente despreciable, y tiende a disminuir a medida en que avanza el tiempo de simulación.
- 5b.- La constante de entrada de agua, usada en la ecuación de Stanley es dependiente del tamaño de los intervalos de tiempo utilizados.

- 5c.- La introducción de un factor de corrección en el tiempo adimensional permite aplicar el método tradicional de Stanley para cualquier magnitud de período.
- 5d.- El uso de fracciones de períodos para definir el tiempo adimensional cuando se usan períodos variables, pueden ocasionar severas desviaciones en la producción de la entrada de agua.
- 5e.- Debido a que el método de Stanley se adapta a una gran variedad de regímenes de entrada de agua, se recomienda aplicar aún en aquellos casos donde sea indispensable dividir el tiempo en períodos variables.
- 6.- El método de Fetkovich es muy flexible y usual para el análisis de entrada de agua a yacimientos de hidrocarburos. La separación del problema de entrada de agua dentro de la ecuación del gasto y del balance de materia, no requieren el uso de principio de superposición, y el realizar los cálculos de esta manera resulta mas simple y de fácil aplicación.
- 7.- En el método de Dumore, cuando la presión cae arriba de 90 atm., el cálculo de la producción acumulativa de gas es cercana al 85% del gas remanente inicial, y la altura del contacto agua-gas es cercano al 70% del límite del yacimiento.
- 8.- El método de Allard y Chen, para entrada de agua cuando existe empuje de fondo, considera los efectos del flujo vertical en la vecindad del yacimiento, si estos efectos no se tomaran en cuenta, pueden conducir a un error considerable. Este método es una variación de la ecuación de difusión para flujo radial transitorio.
- 9.- En el método de Rápida Convulsión, los modelos PSS, MPSS, transitorio y para acuíferos infinitos para el cálculo de entrada de agua fueron desarrollados para flujos de tipo lineal y circular.
- 9a.- Los modelos PSS y MPSS pueden ser usados para acuíferos con geometría irregular estimando el radio de drene.

- 9b.- La solución del problema de entrada de agua es una función del gasto la cual consiste en una función de series exponenciales.
- 9c.- Las integrales desarrolladas para cada modelo por el FCM no requieren de una historia de datos de presión de frontera.
- 9d.- El LIBP es menos exacto que el SIBP especialmente para intervalos de tiempos grandes.
- 10.- El método de Woon F. Leung es aplicable a dos acuíferos interconectados con porosidad simple o con dos estratos interconectados.
- 10a.- El método PSS para un acuífero con doble porosidad y doble permeabilidad puede ser implementado fácilmente como un simulador en yacimientos ya existentes o nuevos. Este modelo podría mejorar la capacidad de los simuladores de yacimientos que consideran modelos para entrada de agua en acuíferos complejos.
- 10b.- El método no requiere de superposición ni tampoco de la tabla lookup of influence function, lo cual hace que el método se atractivo para su uso.
- 11.- En el método de Vogt y Wang, estos investigadores desarrollaron dos nuevas fórmulas para el cálculo de entrada de agua, la fórmula LP y SP, en donde la primera es mucho mas exacta que la segunda, especialmente para acuíferos dinámicos e incrementos pequeños de tiempo.
- 11a.- Cuando se usa la fórmula LP, los métodos de balance de materia pueden emplearse para estimar la relación G/N así como los parametros del acuífero, yacimiento y mecanismo de empuje tales como: Estado transitorio del acuífero, pot acuífero, compresibilidad de la roca y expansión del agua.

- 11b.- Cuando se usa la fórmula LP en la ecuación de balance de materia, para la predicción de la presión en acuíferos dinámicos se tiene una mayor aproximación que si se utilizara la fórmula SP.
- 12.- Los ejemplos de aplicación, ilustran en una forma clara el procedimiento de solución de algunos de los métodos descritos anteriormente.
- 13.- El programa de computo es de fácil aplicación, en el cual los errores de precisión se encuentran dentro de un rango tolerable.

APENDICE A

EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION

Para la determinación de la entrada de agua a los yacimientos se emplea el principio de superposición, considerando que la variación de presión del yacimiento se puede representar en forma aproximada por una serie de reducciones o incrementos de presión repentinos y alternados Fig.(A.1). Estos abatimientos de presión se transmitirán hacia el acuífero modificando la distribución de sus presiones. Se ha demostrado que el acuífero responde a cada caída de presión en forma independiente y que el efecto total es igual a las sumas de las perturbaciones en la presión provocada por cada abatimiento considerado en particular.

SUPERPOSICION EN EL ESPACIO.

Considerense dos pozos separados una distancia "d", produciendo a gastos constantes q_1 y q_2 , desde el tiempo $t = 0$; en la Fig.(A.2) se presenta el comportamiento de la presión en el pozo 1.

El tiempo t^* depende de la distancia "d" y de las características del sistema roca-fluidos.

Despejando ΔP de la expresión adimensional de la presión:

$$\Delta P = \frac{q \mu B}{2 \pi K h} P_D(r_D, t_D) \quad \dots\dots(1)$$

donde:

$$P_D = \frac{1}{2} E_i \left[-\frac{r_D^2}{4 t_D} \right]$$

(los valores de E_i son negativos).

Arreglo de presiones empleado para representar aproximadamente la historia de presión del yacimiento

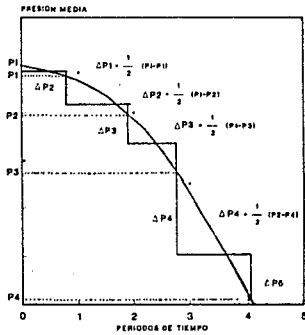


Fig.(A.1)

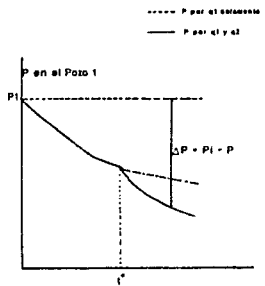


Fig.(A.2)

Aplicando el principio de superposición se obtiene la siguiente ecuación para calcular ΔP_1 en el pozo 1, a cualquier tiempo, debido a la producción en ambos pozos.

$$\Delta P_1 = - \frac{\mu B}{4 \pi K h} \left[q_1 E_i \left(- \frac{r_{D1}^2}{4 t_D} \right) + q_2 E_i \left(- \frac{r_{D2}^2}{4 t_D} \right) \right]$$

donde:

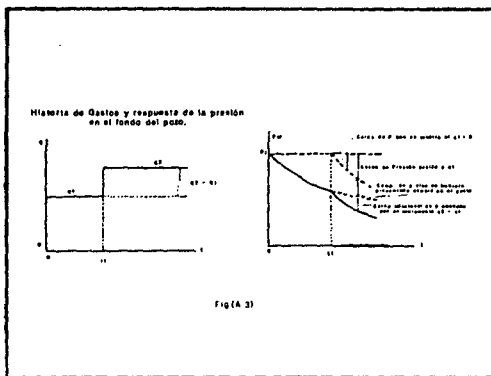
$$r_{D1} = \frac{r_w}{r_w} = 1$$

$$r_{D2} = \frac{d}{r_w}$$

$$t_D = \frac{K t}{\phi \mu C r_w^2}$$

SUPERPOSICION EN TIEMPO.

Se considera solamente un pozo. Fig.(A.3).



Ecuaciones para calcular el comportamiento de la presión.

Para $t \leq t_1$:

ΔP se calcula con la ec.(1), usando $q = q_1$ (se recuerda que $\Delta P = P_i - P$)

Para $t > t_1$, aplicando el principio de superposición:

$$\Delta P = \frac{q_1 \mu B}{2\pi K h} P_D(t) + \frac{(q_1 - q_2) \mu B}{2\pi K h} P_D(t - t_1)$$

donde:

$$P_D(t - t_1) = -\frac{1}{2} Ei \left[-\frac{\phi \mu C r_w^2}{4 K (t - t_1)} \right] \quad \text{.....(2)}$$

La ec.(2), es aplicable también para los casos en lo que $q_2 = q_1$; $q_2 < q_1$; $q_2 = 0$; $q_2 < 0$

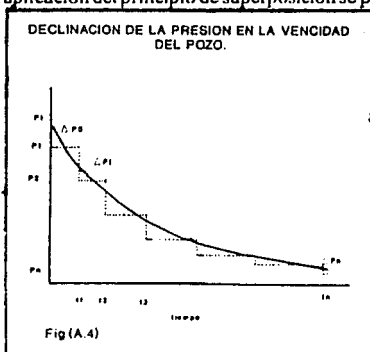
Para tres gastos (q_1 de 0 a t_1 ; q_2 de t_1 a t_2 y q_3 para $t > t_2$).

$$\Delta P = \frac{\mu B}{2\pi K h} \left[(q_1) P_D(t) + (q_2 - q_1) P_D(t - t_1) + (q_3 - q_2) P_D(t - t_2) \right]$$

(para $t > t_2$)

Así sucesivamente para cualquier número de cambios en el gasto.

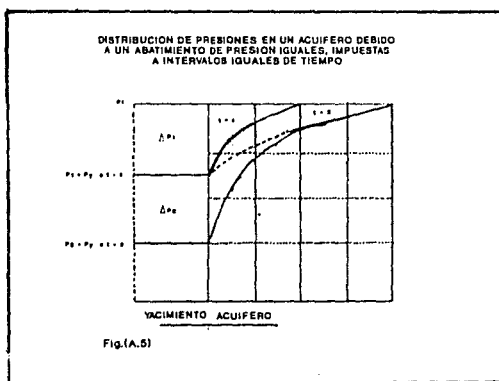
El significado físico de la aplicación del principio de superposición se puede observar en la siguiente Fig.(A.4)



En esta se muestra la declinación de la presión en el yacimiento (o pared del pozo), que ha tenido flujo de fluidos y para el cual se desea calcular su N_p correspondiente. Además se observa que las caídas de presión se presentan en forma constante y alternada para el periodo de tiempo considerado.

Para ilustrar este fenómeno supóngase a un yacimiento con presión inicial P_i , a la que repentinamente se le abate la presión y se mantiene en un valor P_1 a un tiempo $t=0$. Esta perturbación en la presión se transmitirá hacia el acuífero a un ritmo que dependerá de las propiedades de difusión del acuífero (k/C_e). supóngase que a un tiempo t_1 se provoque un segundo abatimiento de presión, también repentino, $P_2 = P_1 - P_2$ ($P_1 - P_2$).

En estas condiciones el acuífero continuará respondiendo al primer abatimiento, como si el segundo no hubiese ocurrido y además responderá a la segunda caída de presión, como si la primera no hubiese ocurrido. El efecto total en la distribución de presiones en el acuífero, corresponde a la suma de los dos, como se muestra en la Fig.(A.5), donde para simplificar se ha considerado $P_1 = P_2$ y $t_2 = 2t$. La curva superior y la de en medio representan la distribución de presiones en el acuífero en respuesta a la primera y segunda señal, como si actuaran independientemente. La curva inferior corresponde, por lo tanto a la suma de otras curvas.



APENDICE B

EL TEOREMA DE LA CONVOLUCION

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau)g(t-\tau) d\tau\right\} = \mathcal{L}\{f(t)\} \mathcal{L}\{g(t)\} \\ = F(s) G(s)$$

Demostración: Sean

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

$$G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-s\beta} g(\beta) d\beta$$

Procediendo formalmente obtenemos:

$$F(s) G(s) = \left(\int_0^{\infty} e^{-s\tau} f(\tau) d\tau\right) \left(\int_0^{\infty} e^{-s\beta} g(\beta) d\beta\right) \\ = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-s(\tau+\beta)} f(\tau) g(\beta) d\tau d\beta \\ = \int_0^{\infty} f(\tau) d\tau \int_0^{\infty} e^{-s(\tau+\beta)} g(\beta) d\beta$$

Dejando τ fijo hacemos $t = \tau + \beta$, $dt = d\beta$, de modo que:

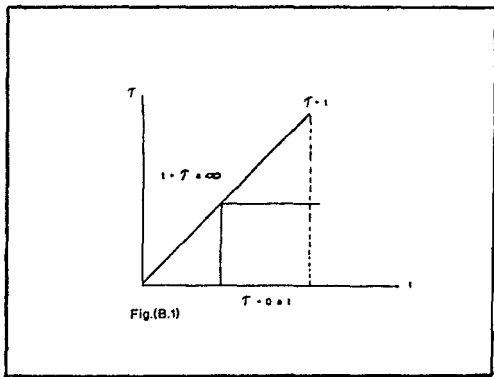
$$F(s) G(s) = \int_0^{\infty} f(\tau) d\tau \int_{\tau}^{\infty} e^{-st} g(t-\tau) dt$$

En el plano $t \tau$ estamos integrando sobre la región sombreada mostrada en la Fig.(B.1). Como f y g son continuas a trozos para $t = > 0$ y de orden exponencial, se puede demostrar que es posible intercambiar el orden de integración.

$$\begin{aligned} F(s) G(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} dt \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau \\ &= \int_0^{\infty} e^{-st} \left\{ \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau \right\} dt \\ &= \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau \right\} e^{-st} dt \end{aligned}$$

La integral se llama convolución de $f(t)$ y $g(t)$ y usualmente se denota por:

$$f \cdot g = \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau$$



NOMENCLATURA

A	área horizontal del corte de la sección transversal a través del yacimiento	ft
B	constante de proporcionalidad	
B_g	factor de volumen de gas	$\frac{m^3 @ 0^\circ C}{m^3 @ p}$
B_o	factor de volumen de aceite	$\frac{m^3 @ 0^\circ C}{m^3 @ p}$
C	compresibilidad	$(\text{kg/cm}^2)^{-1}$
C_o	compresibilidad del aceite	$(\text{kg/cm}^2)^{-1}$
C_t	compresibilidad total del gas libre	$(\text{kg/cm}^2)^{-1}$
C_{wr}	compresibilidad de la roca y agua	$(\text{kg/cm}^2)^{-1}$
$\frac{dwe}{dt}$	gasto de entrada de agua	$(ft^3/día)$
F	factor de corrección	
G	volumen de gas libre	m ³ @ c.s
G_p	volumen acumulativo de la producción de gas	m ³ @ c.s
G_w	volumen de gas libre en la zona invadida de agua	m ³
h	espesor	ft
J₀, J₁	funciones de Bessel de cero y primer orden	
J_w	índice de productividad del acuífero	$\frac{(m^2/día)}{(\text{kg/cm}^2)}$
K	permeabilidad absoluta	(darcy)

m	relación del volumen original de gas @ c.y, al volumen original de aceite @ c.y.	m^3
N	volumen original de aceite @ c.s.	m^3
Np	producción acumulativa de aceite @ c.s	m^3
P	promedio de presión del acuífero	(kg/cm^2)
Pi = PR	presión original	(kg/cm^2)
P	presión después de un tiempo de explotación	(kg/cm^2)
PI	índice de productividad del yacimiento	$(m^3/día) / (kg/cm^2)$
Po	presión original del contacto agua-gas	(kg/cm^2)
Q(t)	gasto adimensional	
ra	radio externo del acuífero	ft
rD	radio adimensional	
rD'	radio adimensional constante	
re	radio del campo	ft
Rp	relación gas-aceite acumulativa	$(m_g^3 @ c.s. / m_o^3 @ c.s.)$
rr	radio interno del acuífero	ft
Rs	relación gas disuelto a aceite en solubilidad	$(m_g^3 @ c.s. / m_o^3 @ c.s.)$
R = rw	radio del yacimiento	ft
S	Argumento de la Transformada de Laplace	
Sgi	saturnación de gas inicial	(m_{gi}^3 / m_p^3)

Swc	saturación del agua congénita	(m_w^3/m_p^3)
t	tiempo	días
tD	tiempo adimensional	
Tsc	temperatura @ c.s	°R
Tres	temperatura del yacimiento	°R
We	entrada acumulativa de agua al yacimiento	m^3 @ c.y.
Wi	volumen de agua inyectado	m^3 @ c.s.
Wp	producción acumulativa de agua @ c.s.	m^3
Yo, Y1	funciones de Bessel de cero y primer orden	
z	factor de compresibilidad del gas	
Z	distancia vertical	ft
Zp'	distancia adimensional constante	

Subíndices

a	acuífero
aj-t	gasto de entrada de agua
l	interpolación
L1	interpolación lineal
mpps	valor modificado del estado pseudoestacionario

pps	valor del estado pseudoestacionario
r	yacimiento
Δt_j	intervalo de tiempo dimensional (para simetría radial)
t_j	intervalo de tiempo

Símbolos

α	gasto constante en el modelo PPS	
ρ_w	densidad del agua	
θ	tiempo variable	
ξ	coeficiente de correlación no lineal para modelo de acuífero infinito	
η	coeficiente de correlación lineal para modelo de acuífero infinito	
λ	argumento de integración	
ϕ	porosidad	Frac.
μ	viscosidad	(cp)

BIBLIOGRAFIA

- 1.- **Garaicochea, P.F. y Bashbusb, B.J.L.**
Apuntes de Comportamiento de los Yacimientos, Facultad de Ingeniería, Departamento de Explotación del Petróleo.
- 2.- **Rodriguez, N.R.**
Apuntes de Evaluación de la Producción, Facultad de Ingeniería, Departamento de Explotación del Petróleo, 1982.
- 3.- **Craft, B.C y Hawkins, M.F.**
Applied Petroleum Reservoir Engineering, Prentice-Hall, Inc. Cuarta Edición, Noviembre, 1964.
- 4.- **Pirson, S.J.**
Oil Reservoir Engineering, Mc Graw-Hill, 1958.
- 5.- **Ojeda M. F.J.**
Tesis "Cálculo de Entrada de Agua a un Yacimiento de Aceite, Aplicando periodos variables de tiempo. (1991).
- 6.- **Zill G. D.**
Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V. (1987). Pág.(312-313).
- 7.- **Schilthuis, R.J.** "Active oil and Reservoir Energy". Trans; AIME, vol. 118, (1936). Pág.(33-52).
- 8.- **Hurst, W.** "Water Influx into a Reservoir and its Application to the Equation of Volumetric Balance". New York Meeting, Febrero (1942). Pág. (57-72).
- 9.- **Van Everdingen, A.F. y Hurst, W.** "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs". Trans; AIME, Diciembre (1949). Pág.(305-324B).
- 10.- **Carter, R.D. y Tracy, G.W.** "An Improved Method For Calculating Water Influx". Trans; AIME (1960), vol. 219. Pág.(415-417).

- 11.- Meza, M.M. "Ecuación de L.T. Stanley Aplicada a Periodos variables".
- 12.- L.T. Stanley "Curve-Fitting Cuts Material Balance Calculations". Petroleum Engineer. (Agosto 1961).
- 13.- Fetkovich, M.J. "A Simplified Approach to Water Influx Calculations Finite Aquifer Systems". JPT. Julio (1971). Pág.(814-828).
- 14.- Dumore, J.M. "Material Balance For a Bottom-Water-Drive Gas Reservoir". SPE NUMBER 3724, (1972). Pág.(1-12).
- 15.- Allard, D.R. y Chen, S.M. "Calculation of Water Influx for Bottom-Water Drive Reservoirs". SPE 13170, (1984). Pág.(1-13).
- 16.- Leung, W.F. "A Fast Convolution Method for Implementing Single-Porosity Finite/Infinite Aquifer Models for Water Influx Calculations". SPE Septiembre (1986).
- 17.- Leung, W.F. "A New Pseudostady-State Model for Dual-Porosity / Dual permeability Aquifers and two Interconnected Single-porosity Aquifers". SPE Septiembre (1986). Pág.(511-520).
- 18.- Vogt, J.P. y Wang, B. "A More Accurate Water Influx formula With Applications". JCPT. Julio-Agosto (1990), voi. 29, No.4. Pág.(52-62).
- 19.- Coats, K.H. "A Mathematical Model Water Movement about Bottom-Water-Drive Reservoirs". SPE. J. (March, 1962) Pág.(44-52).