UNIVERSIDAD PANAMERICANA

CON ESTUDIOS INCORPORADOS A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ALGUNAS APLICACIONES PRACTICAS DE LA PROGRAMACION LINEAL EN LA INDUSTRIA QUIMICA.

PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO MECANICO ELECTRISISTA
AREA INDUSTRIAL

P R E S E N T A

ADRIANA RUBIO GARCIA

REVISOR: ING. ALFONSO LEAL GUAJARDO

MEXICO, D.F. 1992.

INDICE

INTRODUCCION

".... A pesar de la impresión que se puede tener por la prensa comercial, en el sentido de que la investigación de operaciones está integrada firmemente en los procesos de toma de decisiones de muchas empresas comerciales Norteamericanas, la evidencia que descubrimos en nuestro estudio limitado no apoya dicha conclusión. Una evaluación de hechos de las contribuciones en investigación de operaciones, realizadas en una muestra selecta de compañías bien administradas indica que el avance en una gran cantidad de ellas hasta ahora ha sido ligero. Los logros actuales en términos de las nuevas prácticas de toma de decisiones son modestos, y la aceptación y comprensión, por parte de la administración de operaciones en la solución de problemas están creciendo sólo lentamente en esas compañías.

Sin embargo, nuestro estudio no indicó de ninguna manera que la falta de avance significara falta de oportunidad. Incuestionablemente, todavía sigue existiendo el potencial de los métodos de investigación de operaciones para contribuir significativamente a mejorar las tomas de decisiones orientadas a las ganancias. La falta de habilidad de las empresas para explotar este potencial no se puede atribuir a técnicas o metodologías inadecuadas, sino a la demora continua de parte de muchos de los profesionales verdaderamente peritos en la aplicación de estas técnicas de manera que ganen la confianza y apoyo de la administración.."

The Management of Improvement #18

pag. 114 Lehrer.

De la publicación de este artículo a la fecha han transcurrido aproximadamente 10 años, y desde el punto de vista de algunas personas, puede ser aplicable, o pudo serlo, hasta hace 5 años, a empresas en nuestro país.

Puedo afirmar por experiencia propia que en muchas ocasiones las personas que día con día trabajan haciendo las ganancias de una empresa (Producción , si hablamos de una empresa de manufactura), no prestan un poco más de atención a facilidades que pueden ayudar a hacer su trabajo mejor y más eficientemente.

El propósito de este documento es mostrar que la utilización de la programación matemática a problemas reales supera en mucho los procedimientos que por años se han utilizado para desarrollar actividades de programación de producción entre otras.

No quiero decir que exista falta de visión o indiferencia total a métodos científicos. Muchas veces el nivel en que una decisión sea tomada no permite otra cosa que la ejecución de la misma tal cual fue dictada.

En otras ocasiones el solo hecho de mencionar cualquier tipo de modelo de programación, es relegado a su análisis y consideración por creer que esto implica necesariamente una revisión de toneladas de libros y de consultoria de una cantidad exagerada de opiniones al respecto del uso del nuevo material.

Mi experiencia laboral en un complejo de manufactura de una empresa considerada fuerte en nuestro país, me hizo recapacitar en lo anterior. Habiendo terminado los estudios profesionales, empecé a desarrollar actividades en Celanese Mexicana,S.A., en uno de sus complejos de la División Fibras en Jalisco.

Habiendo observado los métodos usados para hacer programaciones de producción, y reflexionando sobre el cómo facilitar el trabajo de estas personas y hacerlo más confiable y eficiente; me propuse hacer del conocimiento del personal del departamento de Programación, algunas técnicas de programación matemática. Se preparó un breve resumen de una de las herramientas más ampliamente usadas y conocidas: Programación Lineal.

Buscando principalmente:

* Mostrar que la programación matemática no es un tema vedado ni escabroso que se limite a cierto tipo de personas.
* Motivar la utilización de estas técnicas con evidencias.

Para el último punto se visitó otro complejo de la compañía en Michoacán. Apoyada en estudios ya realizados sobre el tema; mostrar la aplicación práctica de lo expuesto en la teoría.

Como último paso se permitio la exposición del documento preparado, a un grupo de personas en las oficinas matrices de la compañía; después de lo cual se mostró el desarrollo de un modelo que busca la maximización de utilidades de una linea de productos elaborados en el Complejo del estado de Jalisco.

No soy la persona indicada para mencionar los resultados obtenidos de esas sesiones de trabajo, pero se puedo decir que hoy se ha hecho participe de ese conocimiento a más personas y que la aceptación de Técnicas de Programación matemática esta jugando su parte en la empresa con una base más sólida.

ANTECEDENTES

MARCO DE REFERENCIA

LA EMPRESA.

Todas las actividades alrededor de las cuales giró el desarrollo de esta tesis se dieron lugar en la Compañía Celanese Mexicana S.A. Empresa transnacional constituida por capital tanto Alemán como Mexicano que ha logrado una posición competitiva que le permite ofrecer en el mercado 73 productos intermedios y finales, en 220 presentaciones, agrupados en 13 familias de productos , sirviendo a importantes industrias como son la textil del vestido y ropa en general,la cigarrera, llantera , tapetera, de pinturas y recubrimientos adhesivos, plásticos, automotriz , electrónica, alimenticia, farmacéutica, del papel y otras.

La base de las operaciones de la empresa es la química orgánica y busca las oportunidades de diversificación y máximo crecimiento.

Desde su fundación Celanese Mexicana fue pionera de la descentralización de sus operaciones, creando de esa forma fuentes de trabajo en varias zonas del país. Entre sus complejos industriales se pueden enumerar: Toluca (Edo. De México), Querétaro (Querétaro), Ocotlán (Jalisco , 1947),Zacapu (Michoacán), Celaya (Guanajuato),Cosoleacaque (Veracruz),Lerma (Edo. de México), La Cangrejera (Veracruz). Un centro de Investigación y Desarrollo en San Cristobal,Edo. de México,etc.

Está constituida en 3 grandes divisiones:

* División Fibras
* División Química
* Empaque y Envase (Resinas de Ingeniería)

Para efecto de ubicar este trabajo en tiempo y lugar, diremos que se empezó a trabajar en el concepto alrededor de Julio de 1990 en el Complejo Ocotlán.

El Complejo Ocotlán perteneciente a la División Fibras; es el más antiguo de la compañía,y cuenta con 5 plantas de producción que ofrecen como producto terminado

* Nylon Filamento
* Acetato Filamento
* Escama de acetato
* Resinas Pet
* Poliéster Filamento

La información utilizada para presentar la segunda aplicación práctica de este trabajo fue tomada de la planta de Acetato Filamento.

Para el ejemplo expuesto en el capitulo 3, fue necesario tomar datos del Complejo Zacapu en el Estado de Michoacán. Este complejo se ubica dentro de la categoría de Empaque y Envase. Los dos productos que manufactura este complejo son películas celulósicas:

* Película clarafán
* BOPP (Película de polipropileno biorientado)

Uno de los problemas prácticos de los que se hablará posteriormente (Optimización de Tajado en el Complejo Zacapu) se empezó a trabajar desde las Oficinas Matrices de la Empresa en el departamento de Sistemas Técnicos en base a un algoritmo elaborado con anterioridad en el departamento.

Todos los datos de los que se habla en los problemas han sido alterados a petición de las plantas respectivas.

CAPITULO I

PROGRAMACION MATEMATICA Y OPTIMALIDAD.

PROGRAMACION MATEMATICA es el nombre dado al conjunto de técnicas desarolladas para resolver problemas que involucren un número limitado de recursos con la mejor ventaja. La palabra programación es usada en el sentido matemático y significa una DISTRIBUCION OPTIMA DE RECURSOS,y no en el sentido computacional.

BREVE ENUMERACION DE ALGUNAS TECNICAS:

PROGRAMACION LINEAL Y EL METODO SIMPLEX

La programación lineal es la más simple y ampliamente conocida técnica de programación matemática y puede ser usada en cualquier situación en la cual las ecuaciones que gobiernen el problema sean de tipo lineal. El método simplex es el mas común utilizado para la solución de problemas de programación lineal, el proceso desde el planteamiento y solución de dos tipos de problemas de programación lineal será explicado con más detalle en capítulos subsecuentes.

PROGRAMACION ENTERA

En programación lineal los resultados de las variables básicas no tienen por fuerza que ser números enteros y en algunas ocasiones resultados fraccionados no tienen sentido p.ej. 7.62 Televisiones o bien 12.5 pisos??

Una extensión de la programación lineal llamada PROGRAMACION ENTERA provee como resultados números enteros directamente. Diferentes métodos han sido desarrollados para resolver dos clases de problemas:

* Todas las variables requeridas son enteras
* Solo algunas variables tienen que ser enteras. (Programación lineal entera mixta).

Un método conocido para tratar estos problemas es el conocido de GOMORY .

El primero de los casos es atacado usando su método; primero resolviendo la programación lineal sin las restricciones enteras y entonces trabajando una serie de transformaciones sobre los resultados en un intento de encontrar una solución de todas las variables enteras.

Un proceso similar puede seguirse para resolver la segunda clase de problemas .

Un problema práctico típico de programación entera tiende a tener un número grande de variables, las cuales con las técnicas de Gomory implican un gran número de ecuaciones , y ésta a su vez pueden en algunos casos, ser restrictivo en sí mismo.

Una técnica mas accesible para el manejo de varibles enteras y no enteras, es conocido como el método "branch-and-bound" (ramificación y acotamiento). Este, en resumen, se puede enlistar en cuatro pasos y una regla de detención; esto es:

* Paso de inicialización
* Paso de ramificación
* Paso de acotamiento
* Paso de sondeo
* Regla de detención.

Breve Explicación suponiendo una minimización y además una cota superior para el valor óptimo de la función. El primer paso es la partición del conjunto de las soluciones factibles en subconjuntos, para obtener una cota inferior del valor de la función objetivo de las soluciones del subconjunto. Aquéllos subconjuntos cuyas cotas inferiores son mayores que la cota superior actual para Z (fn.objetivo), se excluyen. Se repite la partición en varios subconjuntos de los restantes p.ej. de aquél de menor cota inferior. Se obtienen nuevas cotas inferiores de los nuevos subconjuntos y de manera similar se excluyen los correspondientes y así sucesivamente. La regla de detención se da cuando se encuentra una solución factible tal que el valor correspondiente de Z no sea mayor que la cota inferior de ningún subconjunto.Es decir ya no hay subconjuntos restantes; la solución actual es óptima .

Los pasos de ramificación y acotamiento permiten una gran flexibilidad al diseñar un algoritmo para el problema de interés, y tienen un efecto importante sobre la eficiencia de cálculo de este.

Un método eficiente y efectivo, usualmente conocido como de ENUMERACION PARCIAL , es aplicable a problemas donde las variables sólo toman los valores de cero o uno. Es básicamente similar al método mencionado en parrafos anteriores .

Existen otras técnicas , pero las mencionadas son las más usadas en problemas prácticos. El método de ramificación y el de enumeración parcial cuentan con la ventaja de trabajar simpre hacia una solución óptima, y aun si no se llega hasta el final siempre proporciona un resultado útil y cercano al óptimo.

PROGRAMACION DINAMICA.

La programación dinámica presenta, al igual que las otras técnicas, políticas óptimas de asiganción de recursos pero con la implicación de un proceso de toma de decisión por ETAPAS. Es decir que una parte del problema debe de ser resuelta antes que las otras: de hecho, debe de ser un estricto arreglo de decisiones culminando en una solución final. La programación lineal tiende a ser una herramienta que pone especial atención en la estructura de los problemas en la que es aplicada, y además, requiere de una Función objetivo de carácter lineal. De manera general la programación dinámica no requiere tal condición y problemas un poco más complejos pueden ser resueltos aplicando esta técnica. Todos los problemas de programación lineal pueden ser resueltos por programación dinámica : si el problema en cuestión no presenta una estructura de ETAPAS, puede ser fácilmente transformado.

El principio detrás del cual se encuentra la aproximación es EL PRINCIPIO DE OPTIMALIDAD. Esto implica: " LA ASIGNACION OPTIMA DE UN RECURSO TIENE LA PROPIEDAD DE QUE CUALESQUIERA QUE HAYAN SIDO LOS ESTADOS Y LAS DECISIONES INICIALES, LAS DECISIONES SUBSECUENTES DEBEN CONSTITUIR UNA POLITICA OPTIMA ASOCIADA A LA PRIMERA DECISION ". El principio de optimalidad (Optimidad) es la llave de la eficacia de la programación dinámica, las operaciones se mantienen esencialmente lineales en lugar de multiplicativas por lo cual el tiempo requerido para resolver por ejemplo un problema de 10 estaciones o etapas; es el doble de uno de cinco etapas; contrariamente a un problema de programación entera en donde el número de soluciones se rige básicamente en la combinatoria.

Esta técnica es especialmente aplicable a programación computacional.

Esta breve enumeración de las técnicas tiene como objetivo introducir en el desarrollo de este documento algunas aplicaciones de la primera técnica listada : **Programación Lineal** .

La primera de las aplicaciones es un problema de producción en la que se pretende reducir el desperdicio en el corte de un rollo maestro de película celulósica. Cabe mencionar en esta aplicación, que se plantea el problema en términos matemáticos, pero no así el desarrollo del algoritmo de resolución completo para la computadora. La segunda aplicación es un problema de carácter financiero que implica la maximización de la Función Objetivo a partir de ciertas participaciones en el mercado de tres productos.

Los capítulos siguientes pretenden la explicación del proceso de planteamiento de un modelo matemático a partir de un problema real e identificar el ambiente y el lenguaje de programación matemática y específicamente programación lineal. Como habrá de notarse, el planteamiento y explicación de la técnica puede caer en ocasiones en la omisión de conceptos; esto es por el fin para el cual fue escrito el documento originalmente.

CAPITULO II
PROGRAMACION LINEAL
BREVE INTRODUCCION A LA METODOLOGIA

2.1 ORIGEN Y DESARROLLO

EL ORIGEN

NO ES POSIBLE UBICAR A LA PROGRAMACION LINEAL FUERA DEL MARCO DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES PUESTO QUE AQUELLA ES UNA HERRAMIENTA; ENTRE MUCHAS,DE LA OTRA.

CON LA EVOLUCION DEL MUNDO Y LAS VENTAJAS QUE HAN TRAIDO TODOS LOS DESCUBRIMIENTOS Y DESARROLLOS TECNOLOGICOS,LAS ORGANIZACIONES SISTEMAS Y METODOS SE HAN COMPLICADO POCO A POCO. UN PROBLEMA RELACIONADO CON ESTE CRECIMIENTO, ES QUE A MEDIDA QUE SE INCREMENTA LA COMPLEJIDAD Y ESPECIALIZACION DE UNA ORGANIZACION, SE VUELVE CADA VEZ MAS DIFICIL ASIGNAR LOS RECURSOS DISPONIBLES A SUS DIVERSAS ACTIVIDADES DE MANERA QUE SEA LO MAS EFECTIVO PARA LA ORGANIZACION COMO UN TODO. ESTOS TIPOS DE PROBLEMAS Y LA NECESIDAD DE HALLAR LA MEJOR SOLUCION DIO LUGAR AL SURGIMIENTO DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES PODEMOS UBICARLA EN LA MITAD DEL SIGLO XX COMO RESPUESTA A UNA NECESIDAD EN EL AREA DE ESTRATEGIAS MILITARES A PRINCIPIO DE LA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL EN LA ADMINISTRACION MILITAR BRITANICA.

DEBIDO AL ESFUERZO DE GUERRA, SE PRESENTO LA URGENTE NECESIDAD DE ASIGNAR RECURSOS ESCASOS A LAS DIVERSAS OPERACIONES MILITARES Y A LAS ACTIVIDADES DENTRO DE CADA OPERACION, DE UNA MANERA EFECTIVA.

COMO CONSECUENCIA, LA ADMINISTRACION MILITAR BRITANICA Y LA DE LOS ESTADOS UNIDOS, LLAMARON A UN GRAN NUMERO DE CIENTIFICOS CON EL FIN DE APLICAR UN PROCEDIMIENTO CIENTIFICO PARA TRATAR ESTE COMO OTROS PROBLEMAS TACTICOS Y ESTRATEGICOS. DE HECHO SE PIDIO QUE INVESTIGARAN LAS OPERACIONES (MILITARES) . ESTOS CIENTIFICOS FUERON LOS PRIMEROS EN ESTE CAMPO.

DEL EXITO QUE CAUSO EN EL CAMPO MILITAR, POCO A POCO LAS INDUSTRIAS SE EMPEZARON A INTERESAR EN ESTE NUEVO CONCEPTO YA QUE SE DIERON CUENTA DE QUE BASICAMENTE ERAN EL MISMO TIPO DE PROBLEMAS PERO BAJO UN CONTEXTO DIFERENTE.

DESPUES DE LA GUERRA, LOS HOMBRES DE CIENCIA QUE PARTICIPARON EN EL DESCUBRIMIENTO DE LA NUEVA HERRAMIENTA SE INTERESARON POR PARTICIPAR EN EL DESARROLLO Y NUEVAS APLICACIONES ; DESDE ENTONCES SE HAN APORTADO GRANDES LOGROS.

PODEMOS DECIR ENTONCES QUE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES TRATA CON PROBLEMAS QUE TIENEN QUE VER CON LA FORMA DE CONDUCIR Y COORDINAR LAS OPERACIONES O ACTIVIDADES DE UNA ORGANIZACION SIN IMPORTAR LA NATURALEZA DE LA MISMA.

AL PASO DE LOS LOGROS DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES ENCONTRAMOS TODAS LAS HERRAMIENTAS QUE LA HAN HECHO TAN POPULAR . LA INVESTIGACION DE OPERACIONES TRATA CON PROBLEMAS DE LA VIDA DIARIA Y POR LO TANTO PROBLEMAS DE LOS CUALES NO PODEMOS TENER LA CERTEZA DE UN COMPORTAMIENTO, ES POR ESO QUE SE DICE QUE TRATA TANTO DE PROBLEMAS DE INCERTIDUMBRE (PROBABILISTICOS) Y DETERMINISTICOS.

ENTRE OTRAS TECNICAS DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES ENCONTRAMOS:

LA PROGRAMACION LINEAL Y SUS TIPOS ESPECIALES COMO SON EL PROBLEMA DE TRANSPORTE,

TEORIA DE LINEAS DE ESPERA (COLAS),

TEORIA DE INVENTARIOS ,

PROCESOS MARKOVIANOS,

ETC.

2.2 DEFINICION DE PROGRAMACION LINEAL Y PROBLEMAS TIPO

LA PROGRAMACION LINEAL ES ACTUALMENTE UNA HERRAMIENTA ESTANDAR USADA EN GRANDES COMO PEQUENAS COMPAÑIAS Y NEGOCIOS , Y QUE HA AYUDADO A AHORRAR MUCHOS RECURSOS.

COMO SE HA MENCIONADO REPETIDAMENTE, LA PROGRAMACION LINEAL COMO HERRAMIENTA DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES, TRATA DEL PROBLEMA DE ASIGNAR RECURSOS LIMITADOS ENTRE ACTIVIDADES COMPETIDORAS EN LA MEJOR FORMA POSIBLE; ES DECIR, OPTIMA.

LA VARIEDAD DE SITUACIONES A LAS CUALES SE APLICA ESTA DESCRIPCION ES REALMENTE AMPLIA, VARIANDO DESDE LA ASIGNACION DE MEDIOS DE PRODUCCION A PRODUCTOS HASTA LA ASIGNACION DE RECURSOS NACIONALES A NECESIDADES DOMESTICAS ETC..

LA PROGRAMACION LINEAL USA UN MODELO MATEMATICO PARA DESCRIBIR UN PROBLEMA . LA DENOMINACION LINEAL SE REFIERE A QUE REQUIERE QUE TODAS LAS FUNCIONES MATEMATICAS DEL MODELO SEAN FUNCIONES LINEALES. LA PALABRA PROGAMACION NO ES EN EL SENTIDO COMPUTACIONAL , ES BASICAMENTE UN SINONIMO DE PLANIFICACION.

EXISTEN ALGUNOS TIPOS ESPECIALES DE PROGRAMACION LINEAL , QUE DEPENDEN DEL CONTEXTO BAJO EL CUAL HAYAN SIDO PLANTEADOS LOS PROBLEMAS, QUE NOS DAN A FIN DE CUENTAS UNA ESTRUCTURA ESPECIAL DEL PROBLEMA.

ENTRE OTROS PODEMOS ENCONTRAR

EL PROBLEMA DE TRANSPORTE,

EL PROBLEMA DE TRANSBORDO,

EL PROBLEMA DE ASIGNACION,

PROBLEMAS MULTIDIVISIONALES.

2.3 EJEMPLO PROTOTIPO

2.3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

PLANEACION DE LA PRODUCCION

LA COMPAÑIA "X" ES UNA PRODUCTORA DE PIEZAS PARA LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ. PARA LO CUAL CUENTA CON 3 EQUIPOS DE MAQUINADO QUE SON:

1 FRESADORA
1 TORNO
1 RECTIFICADORA

ANTIGUAMENTE LA COMPANIA "X" PRODUCIA VARIOS ARTICULOS QUE VENDIA SIN NINGUNA DIFICULTAD,PERO DEBIDO A LOS CAMBIOS EN EL MERCADO AHORA LE ES IMPOSIBLE SOPORTAR LA PRODUCCION DE TODA SU LINEA DE ARTICULOS.

EL GERENTE DE LA COMPANIA HA DECIDIDO LIMITAR SU PRODUCCION A DOS TIPOS DE ARTICULOS.

A) WX-122

B) YZ-121

PARA PRODUCIR EL PRIMER ARTICULO MENCIONADO SE REQUIERE MAQUINAR 1 HORA EN EL TORNO COMO EN LA FRESA,Y FINALMENTE PASAR A LA RECTIFICADORA DONDE SE MAQUINARA POR UN PERIODO DE 2 HORAS.

PARA LOGRAR EL PRODUCTO TERMINADO NUMERO DOS SE REQUIEREN 3 HORAS DE TORNO, 1 HORA DE FRESA Y POR ULTIMO DE 1 HORA EN LA RECTIFICADORA.

EL DEPARTAMENTO DE PRODUCCION HA REPORTADO A LA GERENCIA QUE LA CAPACIDAD DISPONIBLE CON EL EQUIPO QUE SE CUENTA ACTUALMENTE ES DE 18 HORAS EN EL TORNO, DE 8 HORAS EN LA FRESA Y DE 14 HORAS EN LA RECTIFICADORA.

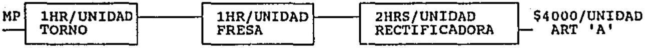
EL DEPARTAMENTO DE CONTABILIDAD Y COSTOS DETERMINO QUE CON LA REDUC-DE LINEA DE ARTICULOS,LA UTILIDAD UNITARIA QUE REPORTAN LOS ARTICULOS ES DE $4000 Y $5000 RESPECTIVAMENTE.

EL GERENTE HA PEDIDO A SUS EXPERTOS EN EL DEPARTAMENTO DE INVESTIGA--CION DE OPERACIONES QUE DETERMINE LAS UNIDADES A PRODUCIR TANTO DE PRODUCTO A Y B ,PARA QUE SE APROVECHEN LOS RECURSOS CON TAL DE OB-- LA MEJOR UTILIDAD.

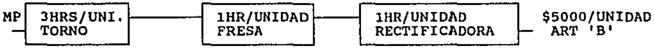
ILUSTRACION 1.

LINEA DE PRODUCCION

ARTICULO A. APORTACION



ARTICULO B.



HORAS DISPONIBLES

TORNO	18 HRS
FRESA	8 HRS
RECTIFICADORA	14 HRS

DIAGRAMA DE PROCESO

Il.1 Diagramas de bloque del proceso.

2.3.2 TRADUCCION A UN MODELO MATEMATICO
EL LENGUAJE DE LA PROGRAMACION LINEAL

DEFINAMOS PRIMERAMENTE
CUAL ES EL PROBLEMA?

SABER CUANTO PRODUCIR; ES DECIR, LA COMBINACION DE PRODUCCION ENTRE ARTICULO A Y ARTICULO B, QUE NOS REPORTEN LAS MEJORES UTILIDADES ,SUJETOS A LAS HORAS DE MAQUINA DISPONIBLES.

REMONTANDONOS A LA DEFINICION DE LA MATERIA QUE NOS OCUPA,RECORDEMOS RAPIDAMENTE EL ENUNCIADO:

" ASIGNACION DE RECURSOS LIMITADOS A ACTIVIDADES COMPETIDORAS EN LA MEJOR FORMA POSIBLE "

CUALES SON NUESTROS RECURSOS?

RESULTA CLARO QUE LAS HORAS DISPONIBLES DE CADA UNO DE LOS EQUIPOS ES UN RECURSO QUE LIMITA LA PRODUCCION DE LOS ARTICULOS. IMAGINEMOS QUE NO TENEMOS LIMITANTE DE HORAS AL DIA PARA TRABAJAR EN ELLOS. IMPLICA QUE PODEMOS HACER TODO CUANTO QUERAMOS EN ESOS EQUIPOS Y LA SOLUCION AL PROBLEMA VENDRIA POR OTRO CAMINO.

EN EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA NO ENCONTRAMOS LIMITANTES DE DISPONIBILIDAD DE MATERIA PRIMA POR EJEMPLO, PERO SI EXISTIERA ESTO TENDRIA QUE INCLUIRSE EN EL DISEÑO DEL MODELO MATEMATICO,ASI COMO SE HARA A CONTINUACION CON LA DISPONIBILIDAD DE HORAS EN LAS MAQUINAS HERRAMIENTAS.

AHORA , DEFINAMOS COMO X1 Y X2 LAS UNIDADES A PRODUCIR DE PRODUCTO A Y DE PRODUCTO B RESPECTIVAMENTE.
SI PLANTEAMOS LA UTILIDAD APORTADA COMO Z

$$Z = 4000\ X1 + 5000\ X2 \qquad \left[\frac{\$/}{\text{UNIDAD}} * \text{UNIDAD} = \$ \right]$$

(Análisis dimensional)

LAS RESTRICCIONES QUE SE IMPONEN A ESTE PROBLEMA SON DEBIDAS A LA CAPACIDAD DISPONIBLE DEL EQUIPO DE MAQUINADO; COMO SE MENCIONO EN PA--RRAFOS ANTERIORES.

DIGAMOS ENTONCES :

QUE PARA LA HERRAMIENTA NUMERO UNO (TORNO):

NECESIAMOS 1 HORA POR UNIDAD(ES) MAQUINADA DE PRODUCTO A, AÑADIENDO A ESTAS 3 HORAS POR UNIDAD(ES) PRODUCIDAS DE PRODUCTO B ; EN TOTAL LA SUMA DE HORAS UTILIZADAS NO DEBEN DE SOBREPASAR LAS 18 HORAS DISPONIBLES ESPECIFICADAS EN EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

EN FORMA DE DESIGUALDAD EL PARRAFO ANTERIOR SE EXPRESA COMO:

$$1 * X1 + 3 * X2 <= 18$$

DIMENSIONES

$$\left[\text{HRS/UNIDAD} * \text{UNIDADES} \right] = \text{HRS}$$

PARA LOS OTROS DOS EQUIPOS RESTANTES LAS LIMITACIONES SE EXPRESAN DE MANERA SIMILAR

$X1 + X2 <= 8$ (FRESA)

$2 X1 + X2 <= 14$ (RECTIFICADORA)

NOTESE QUE SE EXPRESA A MANERA DE DESIGUALDAD. ESTO SIGNIFICA QUE NO NECESARIAMENTE HAY QUE UTILIZAR <u>T O D A S</u> LAS HORAS DISPONIBLES, EN TAL CASO SERIA UNA IGUALDAD.

EN TERMINOS DE PROGRAMACION LINEAL, DEFINIREMOS LA ECUACION Z QUE EXPRESA LA UTILIDAD APORTADA POR LA COMBINACION DE PRODUCCION DE LOS ARTICULOS A Y B, Y LA LLAMAREMOS FUNCION OBJETIVO. Y A LAS DESIGUALDADES QUE REFIEREN A LAS LIMITACIONES COMO: RESTRICCIONES.

RESUMIENDO:

ELEGIR LOS VALORES DE X1 Y X2

A MANERA DE MAXIMIZAR Z (Es decir optimizar la utilidad)

nota: optimizar, se refiere aquí a maximizar.Pudiendose referir a minimizar)

MAX $Z = 4 X1 + 5 X2$ (MILES $)

SUJETO A LAS RESTRICCIONES

$$X1 + 3\ X2 <= 18$$

$$X1 + X2 <= 8$$

$$2X1 + X2 <= 14$$

ADEMAS $X1, X2 >= 0$

ESTA ULTIMA RESTRICCION SE DENOMINA DE NO NEGATIVIDAD, EN ESTE PROBLEMA ES UN SUPUESTO NATURAL Y NO REPRESENTA DIFICULTADES ADICIONALES.

NOTESE QUE EL ADJETIVO " LINEAL ", EN PROGRAMaCION LINEAL IMPLICA QUE NO DEBE DE HABER PRODUCTOS CRUZADOS COMO POTENCIAS ENTRE LAS VARIABLES. Y ADEMAS, EL RECURSO UTILIZADO DEBE DE SER PROPORCIONAL, ES DECIR, 1 UNIDAD DE RECURSO NOS DA 2 UNIDADES DE PRODUCTO, ENTONCES 2 UNIDADES DE RECURSO NOS DAN 4 UNIDADES DE PRODUCTO.

2.4 METODO GRAFICO

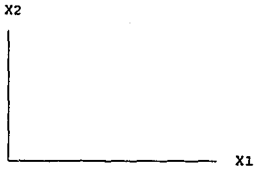
EN EL APARTADO ANTERIOR SE MENCIONARON SOLAMENTE LOS METODOS POR LOS QUE PODEMOS LLEGAR A UNA SOLUCION DE NUESTRO MODELO. AHORA BIEN CON EL FIN DE EXPLICAR POCO A POCO LA TERMINOLOGIA DE LA PROGRAMACION LINEAL EN CUANTO A SOLUCION SE REFIERE, SE RESOLVERA EL PROBLEMA POR MEDIO DEL *METODO GRAFICO*.

EL PROCEDIMIENTO DE SOLUCION GRAFICA CONSTISTE EN LA CONSTRUCCION DE UNA GRAFICA BIDIMENSIONAL DONDE LOS EJES SE DEFINEN POR LAS VARIABLES DE DECISION DEL PROBLEMA. EN ESTE CASO SERAN UNIDADES DE PRODUCTO A Y UNIDADES DE PRODUCTO B.

LLAMEMOS EJE X1; UNIDADES DE PRODUCTO A

LLAMEMOS EJE X2; UNIDADES DE PRODUCTO B

1.-POR LAS RESTRICCIONES DE NO NEGATIVIDAD,QUE SE MENCIONARON ANTERIORMENTE;TOMAMOS UNICAMENTE EL PRIMER CUADRANTE DEL PLANO,ES DECIR GRAFIQUEMOS X1=0 Y X2=0; QUE CORRESPONDEN AL EJE X2 Y X1 RESPECTIVAMENTE.



Il.2
Representación de ejes coordenados.

LAS LIMITACIONES QUE NOS IMPONE EL EQUIPO NOS DEFINIRAN EN EL PLANO EL AREA DONDE ENCONTRAREMOS UN SOLUCION QUE SEA FACTIBLE

GRAFICACION DE LAS RESTRICCIONES

RESTRICCION # 1

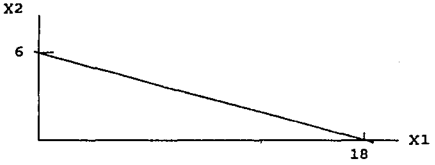
$$X1 + 3\ X2 <= 18$$

CADA RESTRICCION SE GRAFICA CONSIDERANDO PRIMERAMENTE EL SIGNO MENOR O IGUAL COMO UN SIGNO DE IGUAL. POR LO TANTO LA PRIMERA RESTRICCION SE GRAFICA COMO LA ECUACION $X1+ 3X2 = 18$.

RECORDANDO LA GRAFICACION DE ECUACIONES EN EL PLANO

ESTABLECER $X1=0$ IMPLICA QUE PARA QUE SE CUMPLA LA IGUALDAD $X2=6$;

Y VICEVERSA PARA $X2=0$, X1 TOMARA EL VALOR DE 18.

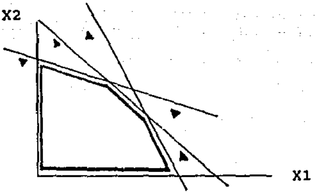


Il.3
Recta definida por la ecuación de la restricción 1.

DE LA MISMA MANERA SE PUEDEN GRAFICAR LAS RESTRICCIONES 2 Y TRES EL GRAFICO CORRESPONDIENTE SE MUESTRA EN LA ILUSTRACION 3

LAS RESTRICCIONES ORIGINALES INCLUYEN TODOS LOS PUNTOS QUE SE ENCUENTREN AL LADO IZQUIERDO DE LAS RECTAS GRAFICADAS,YA QUE SOLO ASI CUMPLIRAN CON LAS RESTRICCIONES. (VALORES MAS PEQUEÑOS O IGUALES ES DECIR BAJO LA RECTA O SOBRE ELLA).

APLICANDO LO DICHO EN EL PARRAFO ANTERIOR, QUEDA DEFINIDA UNA ZONA MUY CLARA EN EL PLANO , A DICHA AREA SE LE DENOMINA REGION DE FACTIBILIDAD, DENTRO DE LA CUAL CUALQUIER PUNTO CUMPLIRA SIMULTANEAMENTE LAS 5 RESTRICCIONES DEL PROBLEMA. (IL.4)
EL AREA DE FACTIBILIDAD SE DELIMITA POR LA INTERSECCION DE LOS PUNTOS QUE CUMPLEN LAS 5 RESTRICCIONES.



il.4
Definción de la región de factibilidad.

EL SIGUIENTE PASO DESPUES DE DEFINIR EL AREA DE FACTIBILIDAD CONSISTE EN ENCONTRAR AQUEL O AQUELLOS PUNTOS O SOLUCIONES, DENTRO DE LA REGION FACTIBLE QUE MAXIMICEN LA FUNCION OBJETIVO ORIGINAL. ESTE PUNTO O GRUPO DE PUNTOS SERA LA SOLUCION OPTIMA.

TERMINOLOGIA:

UNA SOLUCION FACTIBLE ES UNA SOLUCION PARA LA QUE SE SATISFACEN TODAS LAS RESTRICCIONES

UNA SOLUCION OPTIMA ES UNA SOLUCION FACTIBLE QUE TIENE EL VALOR MAS FAVORABLE DE LA FUNCION OBJETIVO.

LA SOLUCION OPTIMA SE ENCUENTRA GRAFICANDO LA FUNCION OBJETIVO SOBRE LA GRAFICA DE LA REGION FACTIBLE.
DE MANERA ARBITRAREA SE HACE LA FUNCION OBJETIVO IGUAL A CUALQUIER NUMERO Y SE GRAFICA EN TERMINOS DE ESE VALOR.

LA BUSQUEDA DE LA SOLUCION OPTIMA INICIA CUANDO HACEMOS QUE LA FUNCION OBJETIVO SE DESPLAZE EN EL SENTIDO ADECUADO BUSCANDO QUE VALOR DE (X1,X2) MAXIMIZA EL RESULTADO.

NOTESE QUE LO QUE TENDEREMOS DESPUES DE CIERTO NUMERO DE INTENTOS ES UNA FAMILIA DE RECTAS PARALELAS,QUE SE DESPLAZAN EN SENTIDO CONTRARIO AL DE LAS RESTRICCIONES (EN NUESTRO CASO).

DEMOS UN VALOR A Z (O SEA LA UTILIDAD)

Z=10 (10,000)

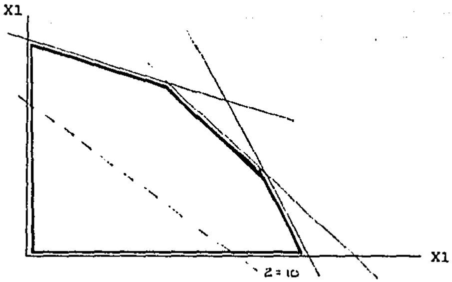
POR LO TANTO

$4X1+5X2=20$

PARA $X1 = 0$, $X2 = 4$

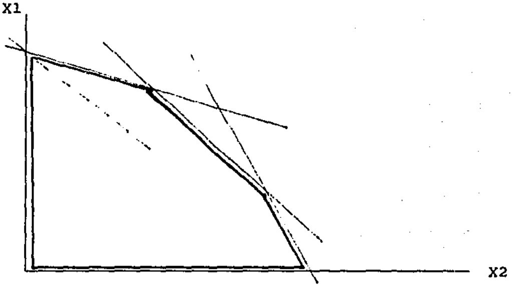
$X2 = 0$, $X1 = 5$;

EN EL PLANO



il.5
Recta punteada: Función objetivo con Z=10.

MOVAMOS LA RECTA HASTA UN VERTICE, DIGAMOS (6,0)



il.6
Movimiento de la Ecuación Z, donde Z=30.

SUSTITUYENDO

$$Z = 4\ (0) + 5\ (6) = 30$$

RECORRIENDO O CAMINANDO SOBRE LAS ARISTAS DEL POLIGONO (FRONERAS DE LA REGION DE FACTIBILIDAD) HASTA LLEGAR A OTRO VERTICE,ENCONTRAMOS OTRA SOLUCION PARA Z QUE MEJORARIA O DECREMENTARIA EL VALOR DE Z,TABULANDO LOS VERTICES O PUNTOS FRONTERA DE LA REGION DE FACTIBILIDAD,CONTRA Z; O SEA NUESTRA UTILIDAD LLEGARIAMOS A ESTO:

Z	VERTICES
0	X1 = 0 X2 = 0
30	X1 = 0 X2 = 6
37	X1 = 3 X2 = 5
34	X1 = 6 X2 = 2
28	X1 = 7 X2 = 0

LAS COORDENADAS EXACTAS DE LA SOLUCION OPTIMA SE OBTIENEN ENCONTRANDO EL PUNTO DE INTERSECCION DE LAS ECUACIONES X1+3X2=18 Y LA RECTA X1 + X2 = 8, QUE SON LAS QUE DEFINEN EN ESTE CASO EL VERTICE OPTIMO.

PODEMOS CONCLUIR QUE :

LA SOLUCION OPTIMA OCURRIRA SIEMPRE AL MENOS EN UN VERTICE FRONTERA DEL POLIGONO QUE HEMOS LLAMADO REGION DE FACTIBILIDAD.

<u>GENERALIZANDO, PARA *CUALQUIER* PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL, CADA SOLUCION FACTIBLE EN UN VERTICE SE ENCUENTRA EN LA INTERSECCION DE n FRONTERAS DE RESTRICCIONES;ES DECIR,ES LA **SOLUCION SIMULTANEA** DE UN SISTEMA DE n ECUACIONES DE LA FRONTERA DE LAS RESTRICCIONES.</u>

LAS ECUACIONES ANTERIORES SE RESULVEN EN FORMA SIMULTANEA PARA X1 Y X2

$$\begin{array}{r} X1 + X2 = 8 \\ -X1 - 3X2 = -18 \\ \hline 0 - 2X2 = -10 \end{array}$$

X2 = 5, SUSTITUYENDO EN (1) X1 = 3.

MEDIANTE LAS GRAFICAS HEMOS VISTO COMO SE LLEGA A LA SOLUCION OPTIMA DE UN PROBLEMA QUE FUE PREVIAMENTE TRADUCIDO A UN MODELO MATEMATICO

HASTA ESTE MOMENTO HEMOS ENCONTRADO LA SOLUCION PARA UN PROBLEMA SOLAMENTE QUE OCURRIRIA SIEMPRE DE LA MISMA MANERA;PERO EN LA VIDA REAL NO SIEMPRE ES ASI,LO QUE TRATO DE DECIR ES QUE MUCHAS VECES SURGEN PREGUNTAS O SITUACIONES QUE CAMBIARIAN LA DEFINCION DEL MODELO Y POR LO TANTO LA SOLUCION OPTIMA.POR EJEMPLO

* QUE PASA SI TENEMOS MAS HORAS DISPONIBLES EN EL TORNO?
* QUE PASA SI NUESTROS PRECIOS DE VENTA CAMBIAN?
* QUE PASA SI CAMBIA EL PRECIO DE VENTA Y AL MISMO TIEMPO NOS RECORTAN LAS HORAS DISPONIBLES DE LA FRESADORA?

RESULTA CLARO QUE CADA UNA DE ESTAS PROPOSICIONES CORRESPONDEN A UN PROBLEMA DIFERENTE QUE REQUIERE DE LA MODIFICACION DEL MODELO MATEMATICO. PERO MAS IMPORTANTE RESULTA QUE SIGNIFICAN ESTOS CAMBIOS. ES IMPORTANTE ENTENDER EL CONCEPTO DE UN CAMBIO YA SEA EN LAS RESTRICCIONES O EN NUESTRA FUNCION OBJETIVO.

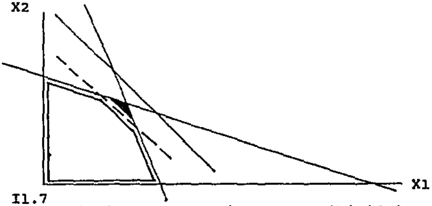
SITUACION # 1.

SE COMPRA UNA NUEVA FRESADORA Y AHORA EN LUGAR DE TENER SOLO 8 HORAS EN EL DIA PODEMOS TRABAJAR 10 HORAS.

LA RESTRICCION # 2 CAMBIARIA, Y TOMARIA LA SIGUIENTE FORMA:

$$X1 + X2 <= 10$$

GRAFICANDO EN NUESTRO PLANO ESTA NUEVA RESTRICCION VERIAMOS LO SIGUIENTE



I1.7

Representación de la apliación de la región de factibilidad.

COMPARANDO CON NUESTRA GRAFICA ORIGINAL PODEMOS OBSERVAR :

QUE LA REGION FACTIBILIDAD SE AMPLIO Y POR LO TANTO LOS VERTICES SE RECORRIERON. ESTO QUIERE DECIR QUE ALEJAMOS MAS EL VERTICE OPTIMO Y POR LO TANTO CAMBIA EL VALOR OPTIMO DE LA FUNCION OBJETIVO.

EN ESTA SITUACION VALOR DE Z PASA A SER :

ECUACIONES SIMULTANEAS

$$
\begin{array}{l}
(1)\ (X1 + 3X2 = 18)*2 \\
\quad -2X1 - X2 = -14 \\
\hline
\quad 0 + 5X2 = 22
\end{array}
$$

$X2 = 4.4$, SUSTITUYENDO EN (1) $X1 = 4.8$

$$\underline{Z = 4(4.8) + 5(4.4) = 41.2}$$

SITUACION # 2

QUE PASA SI SE RECORTAN LAS HORAS DE TORNO DE 18 QUE TENIAMOS ANTERIORMENTE A 10.

LA RESTRICCION QUEDARIA EXPRESADA ASI

$$X1 + 3X2 <= 10$$

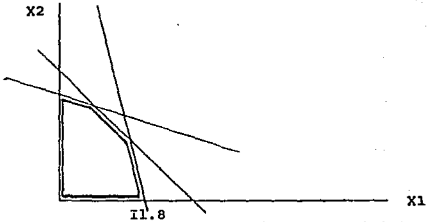
RESOLVIENDO EL SISTEMA DE ECUACIONES

$$
\begin{array}{l}
X1 + 3\ X2 = 10 \\
-X1 - X2 = -8 \\
\hline
0 + 2\ X2 = 2
\end{array}
\quad (2) \quad ==> X2 = 1 \text{ , } X1 = 7 \quad ==> \quad Z = 28 + 5 = 33
$$

$$
\begin{array}{l}
-X1 - X2 = -8 \\
2X1 + X2 = 14 \\
\hline
X1 = 6 \\
X2 = 2 \\
\hline
\end{array}
\quad (3) \quad ==> \quad Z = 24 + 10 = 34
$$

$$(X1 + 3X2 = 10) * -2 = -2X1 - 6X2 = -20 \qquad (4)$$
$$2X1 + X2 = 14 \qquad\qquad 2X1 + X2 = 14$$
$$5X2 = 6$$
$$X2 = 1.2 \qquad ==> \qquad Z = 31.6$$
$$X1 = 6.4$$

GRAFICANDO EL NUEVO PROBLEMA:



Estrechamiento de la región de factibilidad.

OBSERVEMOS LA REGION DE FACTIBILIDAD. SE ESTRECHO PUESTO QUE HUBO UNA LIMITACION EN LOS RECURSOS

COMO CONSECUENCIA DEL MOVIMIENTO DE LA RESTRICCION, LA FUNCION OBJETIVO EN SU VIAJE POR LA REGION DE FACTIBILIDAD ENCONTRO EL VERTICE OPTIMO AHORA DEFINIDO POR OTRAS RECTAS DISTINTAS A LA DEL PROBLEMA ORIGINAL.

LA UTILIDAD MERMO DEBIDO A UNA LIMITACION DE RECURSOS.

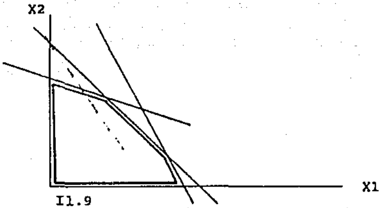
SITUACION # 3

SI CAMBIARA LA PARTICIPACION POR UNIDAD DE PRODUCTO A , A LA UTILIDAD IMPLICA UN CAMBIO EN LA PENDIENTE DE LA FUNCION OBJETIVO Y LA SOLUCION OPTIMA CAMBIARIA POR QUE TOMARIA ,PUESTO QUE LA SOLUCION SE PODRIA DAR EN OTRO
VERTICE DEL POLIGONO.

POR EJEMPLO:

SEA $Z = 8\ X1 + 5\ X2$

GRAFICANDO EN NUESTRA REGION DE FACTIBILIDAD DEL PROBLEMA ORIGINAL:



Il.9
Linea Punteada: Cambio de pendiente en la ecuación Z.

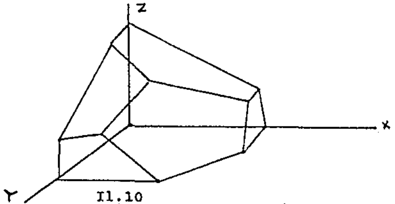
PUESTO QUE LA REGION DE FACTIBILIDAD QUEDO DEFINIDA DE LA MISMA MANERA EL VERTICE OPTIMO SIGUE SIENDO EL MISMO Y :

$$\underline{Z= 8(3) + 5(5) = 4}$$

PODEMOS JUGAR CON CADA UNO DE ESTOS CAMBIOS,Y VER DE QUE MANERA SE AMPLIA O REDUCE LA REGION DE FACTIBILIDAD COMO RESULTADO DE LIMITACION O ADQUISICION DE NUEVOS RECURSOS; Y COMBINARLOS CON CAMBIOS EN LA PENDIENTE DE LA FUNCION OBJETIVO Y OBSERVAR LOS CAMBIOS EN LAS SOLUCIONES OPTIMAS EN CADA CASO.

LIMITANTES DEL METODO GRAFICO

UNA DE ELLAS ES LA UTILIZACION DE SOLO 3 DIMENSIONES;
UN EJEMPLO DE COMO SE VERIA UNA REGION DE FACTIBILIDAD EN UN PROBLEMA DE 3 VARIABLES DE DECISION (COMO SERIA ABRIR UNA NUEVA LINEA DE PRODUCTOS EN NUESTRA CIA, ARTICULO C,VARIABLE DE DECISION X3) SE PRESENTA EN LA SIGUIENTE ILUSTRACION:



Il.10
Región de factibiladad en 3 dimensiones.

COMO SE VE LA EXTRACCION DE RESULTADOS DE UNA GRAFICA TRIDIMENSIONAL RESULTA DIFICIL E IMPRACTICO.EL COMO RESOLVER PROBLEMAS DE MAS DIMENSIONES SE MENCIONA EN EL APARTADO SIGUIENTE.

EJEMPLOS

1.- Maximizar

$$Z = 2X_1 + 3X_2$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 &\le 10 \\ 3X_1 + X_2 &\le 15 \\ X_2 &\le 4 \end{aligned}$$

2.- Maximizar

$$Z = 10X_1 + 20X_2$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} -X_1 + 2X_2 &\le 10 \\ X_1 + X_2 &\le 8 \\ 5X_1 + 3X_2 &\le 10 \end{aligned}$$

Muestre el movimiento de las rectas.

2.5 METODOS DE SOLUCION

SOLUCIONES BASICAS EXHAUSTIVAS.

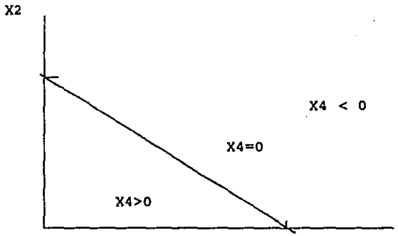
EN EL APARTADO ANTERIOR SE RESOLVIO EL PROBLEMA PROTOTIPO MEDIANTE EL METODO GRAFICA CON EL FIN DE EXPLICAR LA TERMINOLOGIA DE LA PROGRAMACION LINEAL ASI COMO SUS CONCEPTOS BASICOS.

COMO NOS DIMOS CUENTA EXISTEN CIERTAS LIMITACIONES CON ESTE METODO, COMO ES EL NUMERO DE VARIABLES. EXISTE UN METODO QUE NOS PERMITE MANIPULAR MAS DE 3 VARIABLES PARA ENCONTRAR LA SOLUCION OPTIMA A UN PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL ; ESTE ES : EL METODO DE LAS **SOLUCIONES BASICAS** EXHAUSTIVAS.

PARA EMPEZAR DEFINAMOS ALGUNOS CONCEPTOS:

1. CUANDO GRAFICAMOS EN EL PLANO LAS RESTRICCIONES COMO IGUALDADES UNICAMENTE ELIMINAMOS LA DESIGUALDAD; ESTO NO ES DEL TODO CORRECTO CON EL FIN DE MANIPULACION ALGEBRAICA DE LAS DESIGUALDADES NECESITAMOS UNA VARIABLE MAS EN LA ECUACION; QUE LLAMAREMOS

   VARIABLE DE HOLGURA.
   PARA NUESTRO CASO LA VARIABLE DE HOLGURA SIGNIFICARA LA DIFERENCIA ENTRE LO DISPONIBLE Y LO USADO ; EN CUANTO A RECURSO SE REFIERE.
   EN EL PLANO:



I1.11
Características de la variable de Holgura X4.

PARA EL CASO DE LA SEGUNDA RESTRICCION; LA VARIABLE DE HOLGURA SE DEFINIRA COMO X4.

SI $X4 = 0$ ES DECIR SOBRE LA RECTA; SIGNIFICA QUE EL RECURSO ESTA SIENDO UTILIZADO AL 100 %

SI $X4 > 0$ BAJO LA RECTA, EL RECURSO NO ESTA SIENDO UTILIZADO AL 100 %.

SI $X4 < 0$ ENTONCES SE ESTA USANDO MAS RECURSO DEL DIS-- PONIBLE. (ES FACTIBLE?)

2. SOLUCION AUMENTADA:

ES UNA SOLUCION PARA EL PROBLEMA EN FORMA DE DESIGUALDAD (X1,X2 ..... Xn), QUE SE HA AUMENTADO EN LOS VALORES CORRESPONDIENTES DE LAS VARIABLES DE HOLGURA (Xn+1,.....,Xn+m), PARA EL PROBLEMA EN FORMA DE IGUALDAD, PROPORCIONANDO EL VECTOR (X1,......,Xm).

EL CONCEPTO ANTERIOR NOS DIO COMO RESULTADO UN SISTEMA DE ' N ' ECUACIONES CON 'M ' VARIABLES. DONDE LAS 'N' ECUACIONES SON EL NUMERO DE RESTRICCIONES FUNCIONALES. (LAS LLAMAMOS FUNCIONALES YA QUE NO INCLUYEN AQUELLAS DENOMINADAS DE NO NEGATIVIDAD).

APLICANDO LOS CONCEPTOS ANTERIORES A NUESTRO PROBLEMA PROTOTIPO

$$MAX \quad Z = 4X1 + 5X2$$

SUJETO A

$X1 + 3X2 + X3 = 18$ TORNO

$X1 + X2 + X4 = 8$ FRESA

$2X1 + X2 + X5 = 14$ RECTIFICADORA

$Xi >= 0 \quad i=1,2,....,m.$

COMO SE PUEDE OBSERVAR EXISTEN 2 VARIABLES MAS QUE RESTRICCIONES, ESTO NOS DA 2 GRADOS DE LIBERTAD (m-n), EN LA RESOLUCION DEL SISTEMA YA QUE SE PUEDEN ELEGIR 2 CUALESQUIERA DE LAS VARIABLES, PARA HACERLAS IGUAL A CUALQUIER VALOR ARBITRARIO A FIN DE RESOLVER LAS n=3 ECUACIONES EN TERMINOS DE LAS 3 VARIABLES RESTANTES.

LA SOLUCION AUMENTADA PARA NUESTRO PROBLEMA SE VERIA DE LA SIGUIENTE FORMA

(X1,X2,X3,X4,X5) DONDE Z=?

EL METODO DE LAS SOLUCIONES BASICAS EXHAUSTIVAS CONSISTE EN ASIGNAR A LAS VARIABLES EL NUMERO DE CEROS APROPIADOS PARA QUE PROPORCIONEN UNA SOLUCION BASICA.

EXPLICANDO EL PARRAFO ANTERIOR, LAS VARIABLES QUE SE HACEN IGUALES A CERO EN LAS ECUACIONES DEL SISTEMA SE LLAMAN VARIABLES NO BASICAS, Y LAS OTRAS SE LLAMAN VARIABLES BASICAS,ESTO ES <> A CERO.

VOLVIENDO AL METODO DE LAS SOLUCIONES BASICAS:

EL NUMERO DE CEROS APROPIADOS A ASIGNAR ES: m-n = 2 EN CADA ECUACION. PARA VERLO MAS CLARAMENTE

SOL	X1	X2	X3	X4	X5
1	0	0			
2	0		0		
3	0			0	
4	0				0
5		0	0		
6		0		0	
7		0			0
8			0	0	
9			0		0
10				0	0

Tabla 1. Asignación de ceros correspondientes.

EL SIGUIENTE PASO DEL METODO ES RESOLVER LAS ECUACIONES DEL SISTEMA Y COMPLETAR LA TABLA. TENIENDO LOS VALORES DE LAS VARIABLES QUE DEFINEN LA FUNCION OBJETIVO, CALCULAMOS Z A LA VEZ,Y AÑADIMOS UNA COLUMNA A LA TABLA.

LA TABLA QUEDARIA EXPRESADA ASI:

SOL	X1	X2	X3	X4	X5	Z
1	**0**	**0**	**18**	**8**	**14**	**0**
2	**0**	**6**	**0**	**2**	**8**	**30**
3	0	8	-6	0	6	40
4	0	14	-24	-6	0	70
5	18	0	0	-10	-22	72
6	8	0	10	0	-2	32
7	**7**	**0**	**11**	**1**	**0**	**28**
8	**3**	**5**	**0**	**0**	**3**	**37**
9	4.8	4.4	0	-1.2	0	41.2
10	**6**	**2**	**6**	**0**	**0**	**34**

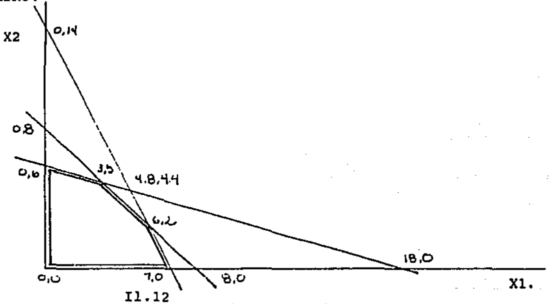
Tabla 2. Solución de ecuaciones dados ceros correspondientes.

TODAS LAS SOLUCIONES ENUMERADAS EN EL RECUADRO ANTERIOR, SE LLAMAN SOLUCIONES BASICAS. SI TODAS LAS VARIABLES BASICAS SON NO NEGATIVAS EN UNA SOLUCION SE DICE QUE SON **SOLUCIONES BASICAS FACTIBLES** . EN LA TABLA ANTERIOR LOS RENGLONES CON NEGRITAS SON SOLUCIONES BASICAS FACTIBLES.

EN ESTE MOMENTO ES FACIL IDENTIFICAR CUAL ES LA SOLUCION OPTIMA, O SEA AQUELLA QUE MAXIMIZA Z.

SOL AUMENTADA: (3 , 5 , 0 , 0 , 3) DONDE Z = 37

AHORA PODEMOS FACILMENTE LOS VALORES DE CADA UNa DE LAS VARIABLES DE HOLGURA.
EN EL PLANO PODEMOS GRAFICAR CADA UNA DE LAS SOLUCIONES ENCONTRADAS EN EL RECUADRO:



II.12
Representación de vértices solución.

PODEMOS OBSERVAR POR QUE NO SON FACTIBLES LAS SOLUCIONES. NO ESTAN EN LA REGION QUE DEFINIMOS DE FACTIBILIDAD.

COMPARADO CON EL METODO GRAFICO, EL METODO DE LAS SOLUCIONES BASICAS EXHAUSTIVAS ES MEJOR PORQUE PODEMOS MANEJAR UN NUMERO ILIMITADO DE VARIABLES, SIN EMBARGO; ESTE PROBLEMA ES PEQUEÑO PUES SOLO TIENE 3 RESTRICCIONES FUNCIONALES Y 5 VARIABLES (INCLUYENDO LAS VARIABLAES DE HOLGURA), PARA TAL CASO EL NUMERO DE SOLUCIONES BASICAS ES:

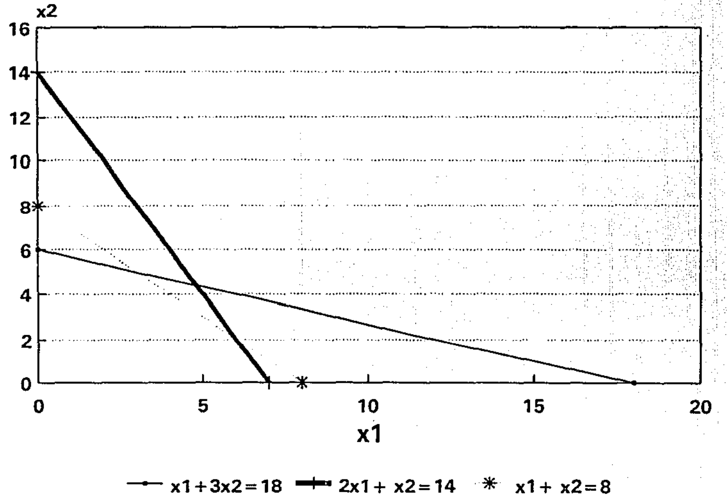
$$C = \frac{5!}{3!\ (5-3)!} = 10 \qquad \frac{m!}{n!\ (m-n)!}$$

PERO PARA UN PROBLEMA UN POCO MAYOR ; DIGAMOS DE 5 RESTRICCIONES FUNCIONALES Y 5 VARIABLES (10,INCLUYENDO LAS DE HOLGURA); EL NUMERO DE SOLUCIONES BASICAS ES

$$\frac{10!}{5!\ (10-5)!} = 252.$$

LA CANTIDAD DE MANIPULACIONES MATEMATICAS QUE SE TIENEN QUE HACER PARA LLEGAR A IDENTIFICAR LA SOLUCION OPTIMA RESULTA ALGO TEDIOSA.

EXISTE UN METODO DE SOLUCION MAS EFICIENTE PARA PROBLEMAS DE PROGRAMACION LINEAL. ESTE ES EL METODO SIMPLEX, DEL QUE SE HABLARA EN UN APARTADO POSTERIOR.



II.3 Región de Factibilidad

2.6 GENERALIZACIONES

HASTA AQUI PODEMOS RESOLVER UN PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL QUE CONSTE DE 2 VARIABLES DE DECISION POR EL METODO GRAFICO , Y SABEMOS QUE PODEMOS RESOLVER UN PROBLEMA DE MAS DE 2 VARIABLES , DIGAMOS ' N ' POR MEDIO DE UN SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTANEAS.

SI SE HA TRATADO DE RESOLVER UN SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTANEAS DE 3 VARIABLES, SE PUEDE DAR UNA IDEA DE LO QUE SIGNIFICARIA RESOLVER UN SISTEMA DE 10 VARIABLES DE DECISION. DE LO ANTERIOR SE HABLARA POSTERIORMENTE.

A MANERA DE GENERALIZACION DIREMOS QUE UN MODELO MATEMATICO PARA UN PROBLEMA DE ASIGNACION DE RECURSOS A ACTIVIDADES TIENE ESTOS ELEMENTOS

- USO DE RECURSOS
- ACTIVIDADES COMPETIDORAS
- CANTIDAD DE RECURSOS DISPONIBLES
- NUMERO DE RECURSOS
- EL ELEMENTO A OPTIMIZAR

Act. \ Recurso	Uso del recurso/unidad				Cantidad de recurso disponible.
	1	2 3 4	....	n	
1	a11	a12	....	a1n	b1
2	a21	a22	....	a2n	b2
3	.				
.	.				
.	.				
.					
m	am1	am2	....	amn	bm
z/unidad	c1	c2	....	Cn	
Nivel	x1	x2	....	Xn	

Tabla 3 . Representación generalizada de ecuaciones.

DE MANERA QUE PLANTEANDO LA ECUACION DE ACUERDO AL CUADRO DE GENERALIZACION LLEGAMOS A LO SIGUIENTE:

$$\text{MAX} \quad Z = c1\ x1 + c2\ x2 + \ldots\ldots + Cn\ Xn$$

SUJETO A

$$a11\ x1 + a12\ x2 + a13\ x3 + \ldots\ldots + a1n\ Xn <= b1$$

$$a21\ x1 + a22\ x2 + a23\ x3 + \ldots\ldots + a2n\ Xn <= b2$$

$$\vdots$$

$$am1\ x1 + am2\ x2 + \qquad \ldots\ldots + amn\ Xn <= bm;$$

$$y \quad x_i >= 0 \text{ para toda } i \text{ donde } i=1,2\ldots\ldots n$$

OTRAS FORMAS:

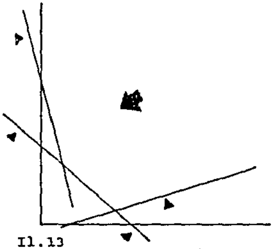
HEMOS HABLADO DE MAXIMIZACION DE UNA FUNCION SUJETA A RESTRICCIONES DE MENOR O IGUAL, PERO EL CAMPO DE LA PROGRAMACION LINEAL ES MUCHO MAS AMPLIO. EN EL SIGUIENTE CUADRO SE ESQUEMATIZAN LAS POSIBLES COMBINACIONES DE PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS QUE PUEDEN TENER SOLUCION POR MEDIO DE LA PROGRAMACION LINEAL.

F. objetivo	Maximización	Minimización
Restricciones	< =	< =
Restricciones	=	=
Restricciones	> =	> =

ESTOS PROBLEMAS TIENEN SU MANERA MUY PECULIAR DE PLANTEARSE EN EL MODE LO MATEMATICO Y SU SOLUCION IMPLICA UN POCO MAS DE RAZONAMIENTO Y CONDICIONES A CUMPLIR.

U

N EJEMPLO DE COMO SE VERIA GRAFICAMENTE UN PROBLEMA DE MINIMIZACION CON RESTRICCIONES DE MAYOR O IGUAL SE ILUSTRA A CONTINUACION.



Il.13
Representación de la definición de la región de factibilidad en un problema de minimización.

ESTA ILUSTRACION REPRESENTA LA MEZCLA DE CIERTOS ALIMENTOS EN UNA DIETA, LA MEZCLA 'W' (POR LLAMARLA DE CUALQUIER MANERA) DEBE DE CONTENER COMO MAXIMO A,B, Y C ALIMENTOS; Y LA FUNCION OBJETIVO SERIA MINIMIZAR EL COSTO DE LA MEZCLA.

2.7 ALGORITMO SIMPLEX.
MENCION DEL CONCEPTO.

METODO SIMPLEX :

ES UN ALGORITMO QUE PUEDE USARSE PARA RESOLVER PROBLEMAS DE PROGRAMACION LINEAL CON UN NUMERO GRANDE DE VARIABLES Y RESTRICCIONES.

CUANDO EL PROBLEMA INVOLUCRA UN NUMERO CONSIDERABLE DE VARIABLES Y RESTRICCIONES SE VUELVE INDISPENSABLE LA APLICACION DEL METODO SIMPLEX COMPUTARIZADO.

EL METODO SIMPLEX CUMPLE CON LAS SIGUIENTES CARACTERISTICAS:

* ILIMITADO EN EL NUMERO DE VARIABLES
* ANALIZA UNICAMENTE SOLUCIONES BASICAS FACTIBLES
* SIEMPRE MEJORA LA FUNCION OBJETIVO
* RECONOCE LA MEJOR SOLUCION.

RELACIONANDOLO CON EL METODO GRAFICO, EL METODO SIMPLEX ENCUENTRA LA MEJOR SOLUCION VIAJANDO POR LAS ARISTAS DEL POLIGONO DE FACTIBILIDAD, HASTA ENCONTRAR LOS VERTICES; EN DONDE DECIDE SI ESTA EN EL VERTICE QUE OPTIMIZA LA FUNCION OBJETIVO, O SIGUE BUSCANDO POR LAS FRONTERAS DE LA REGION FACTIBLE.

EL PRIMER PASO PARA ESTABLECER EL METODO SIMPLEX ES EL PLANTEAMIENTO DE ECUACIONES A PARTIR DE DESIGULADADES (VARIABLES DE HOLGURA). A CONTINUACION SE PROPONE LA **TABLA INICIAL DEL SIMPLEX** . QUE TIENE PARA NUESTRO EJEMPLO LA SIGUIENTE FORMA:

VAR BASICAS	# ECU.	Z	COEFICIENTES DE X1	X2	S1	S2	S3	SEGUNDOS MIEMBROS
Z		1	-4	-5	0	0	0	0
S1	1	0	1	3	1	0	0	18
S2	2	0	1	1	0	1	0	8
S3	3	0	2	1	0	0	1	14

Tabla 6. Tabla inicial del Simplex.

LA FUNCION OBJETIVO EN ESTA TABLA ESTA DESPEJADA:

$$Z = 4X1 + 5X2$$
$$Z - 4X1 - 5X2 = 0.$$

EN LA TABLA INICIAL DEL SIMPLEX IDENTIFICAMOS LA PRIMERA SOLUCION ES DECIR LA SOLUCION **BASICA FACTIBLE INICIAL**

VAR NO BASICAS = X1, X2 = 0
FUNCION OBJETIVO Z = 0
VAR BASICAS = S1,S2,S3 = 18,8,14

SBFI = (0 , 0 ,18 , 8 , 14)

A PARTIR DE ESTE MOMENTO EL METODO SIMPLEX CONSISTE EN UNA SERIE DE ITERACIONES SUCESIVAS,BUSCANDO AQUELLAS VARIABLES BASICAS QUE OPTIMICEN Z, INICIA EL PROCESO DE IDENTIFICACION DE COLUMNAS PIVOTE Y RENGLONES PIVOTE.

EL SIGUIENTE PASO EN EL METODO SIMPLEX ES ENCONTRAR UNA SOLUCION BASICA FACTIBLE QUE NOS DE UN MEJOR VALOR PARA LA FUNCION OBJETIVO.LAS VARIABLES X1 Y X2 DEL PROBLEMA SON NO-BASICAS.DEBEMOS DE BUSCAR UNA SOLUCION EN LA CUAL UNA DE ESAS VARIABLES SEA BASICA, MIENTRAS QUE LA OTRA PERMANECE NO-BASICA. COMO SABER CUAL DE ELLAS DEBE DE PERMANCER NO BASICA?.

PODEMOS ANALIZAR LAS POSIBILADES: DEL RENGLON Z DE LA TABLA INICIAL DEL SIMPLEX

VAR BASICAS	# ECU.	Z	COEFICIENTES DE X1	X2	S1	S2	S3	SEGUNDOS MIEMBROS
Z		1	-4	-5	0	0	0	0

Tabla 7. Renglón Z de la tabla de Simplex.

ENCONTRAMOS QUE:
SI HACEMOS X2=0, Z = 4 X1;ENTONCES,POR CADA UNIDAD QUE SE INCREMENTE X1, Z SE INCEREMENTA EN 4 UNIDADES. EL MISMO CASO SI X1=0,Z = 5 X2;POR CADA UNIDAD QUE SE INCREMENTE X2, Z SE INCREMENTA EN 5.DE ESTO PODEMOS DECIR QUE TEMENOS UN MAYOR INCREMENTO EN Z SI X2 EN LUGAR DE X1, SE INCREMENTA EN UNA UNIDAD. EN ESTE CASO LLAMAMOS **VARIABLE QUE ENTRA** A X2. EN TERMINOS DE LA TABLA SIMPLEX , LA VARIABLE QUE ENTRA PUEDE SER IDENTIFICADA BUSCANDO POR EL VALOR MAS NEGATIVO DE AQUELLOS CONTENIDOS EN EL RENGLON DE LA Z.POR ESTA RAZON SE LES LLAMA INDICADORES A LOS COEFICIENTES DE ESTE RENGLON.

CONTINUANDO EL ANALISIS, ENTRE MAYOR SEA EL INCREMENTO QUE TENGA X2, MAYOR SERA EL DE Z. HASTA DONDE PUEDE CRECER X2?. PUESTO QUE X1 ES TODAVIA CERO,DE LOS ECUACIONSE 1,2 Y 3 DE LA TABLA SIMPLEX TENEMOS LO SIGUIENTE

S1	1	0	1	3	1	0	0	18
S2	2	0	1	1	0	1	0	8
S3	3	0	2	1	0	0	0	14

Tabla 8. Restricciones en la tabla del Simplex.

S1= 18 - 3X2
S2= 8 - X2
S3= 14 - X2

PUESTO QUE S1,S2 Y S3 SON NO NEGATIVAS,

18 - 3X2 >= 0
8 - X2 >= 0
14 - X2 >= 0

DE LAS DESIGUALDADES :

X2 <= 6
X2 <= 8
X2 <=14

ENTONCES X2 TIENE QUE SER MENOR O IGUAL A 6, SIENDO 6 EL EL MAYOR INCREMENTO QUE PUEDE TENER X2.SIN EMBARGO, EN UNA SOLUCION BASICA FACTIBLE DOS VARIABLES TIENEN QUE SER CERO. TENEMOS QUE X1 = 0 . PUESTO QUE DE LA ECUACION S1 = 18 - 3X2 , S1 DEBE DE SER CERO PARA QUE X2 SEA IGUAL A 6 (TOPE DEL VALOR DE X2), ESTO NOS DA LA SOLUCION BASICA FACTIBLE QUE ESTABAMOS BUSCANDO; Y HACE A LA VARIABLE S1 LA VARIABLE QUE SALE . ACTUALIZANDO LA TABLA DEL SIMPLEX

* LOS COCIENTES DE LOS SEGUNDOS MIEMBROS SON INDICADOS DE LAS ECUACION DE LAS QUE HABLAMOS AL INICIO. SON OBTENIDOS DIVIDIENDO CADA VALOR DEL LADO DERECHO DE ESE RENGLON, ENTRE EL VALOR CORRESPONDIENTE DE LA COLUMNA DE LA VARIABLE DE ENTRADA.

	VAR BASICAS	# ECU.	Z	COEFICIENTES DE X1	X2	S1	S2	S3	SEGUNDOS MIEMBROS	COCIENTES
	Z		1	-4	-5	0	0	0	0	
SALE->	S1	1	0	1	3	1	0	0	18	(18/3)
	S2	2	0	1	1	0	1	0	8	(8/1)
	S3	3	0	2	1	0	0	1	14	(14/1)
					ENTRA					

Tabla 9. Variable de entrada X2. Costo = -5

* SI X2,S2 Y S3 SERAN VARIABLES BASICAS EN LA NUEVA SOLUCION FACTIBLE, SERIA CONVENIENTE CAMBIAR LOS VALORES DE LA TABLA ORIGINAL MANEJANDO SUS RENGLONES ALGEBRAICAMENTE, PARA PODER LEER LOS VALORES DE LAS VARIABLES BASICAS TAL COMO LO HACEMOS EN LA TABLA ORIGINAL.

DEBEMOS ENCONTRAR UNA MATRIZ QUE TIENE LA SIGUIENTE FORMA

VAR BASICAS	# ECU.	Z	COEFICIENTES DE X1	X2	S1	S2	S3	SEGUNDOS MIEMBROS
Z		1	?	-5	0	0	?	?
X2	1	0	?	1	?	0	?	?
S2	2	0	?	0	?	1	?	?
S3	3	0	?	0	?	0	?	?

Tabla 10. Valores a obtener despues de la sustitución

PUESTO QUE LA COLUMNA PIVOTE TIENE QUE TENER LA FORMA 0 PARA Z, 1 PARA X2,0 PARA S2, 0 PARA S3, LA MANIPULACION DE RENGLONES TENDRA QUE SER TAL, QUE :

1) MULTIPLICANDO EL RENGLON PIVOTE POR 5 Y SUMANDOLO AL PRIMER RENGLON DE LA TABLA (RENGLON Z) OBTENDREMOS CERO EN ESE LUGAR

2) LO MISMO PARA LOS RENGLONES 3 Y 4 CON LOS COEFICIENTES CORRESPONDIENTES Y NO OLVIDANDO SUMAR CADA UNO DE LOS COEFICIENTES DE LAS COLUMNAS Y RENGLONES.

TERMINANDO CON ESTA PRIMERA MANIPULACION TENEMOS LA SIGUIENTE TABLA

VAR BASICAS	# ECU.	Z	COEFICIENTES DE X1	X2	S1	S2	S3	SEGUNDOS MIEMBROS
Z		1	-7/3	0	5/3	0	0	30
X2	1	0	1/3	1	1/3	0	0	6
S2	2	0	2/3	0	-1/3	1	0	2
S3	3	0	5/3	0	-1/3	0	1	8

Tabla 11. Despeje de X2 y valores restantes encontrados.

DONDE LAS ECUACIONES RESULTANTES SON:

$$X1/3 + X2 + X3/3 = 6$$
$$2\ X1/3 - X3/3 + S2 = 2$$
$$5\ X1/3 - X3/3 + S3 = 8$$

Z = 30 (FUNCION DE LAS VARIABLES NO BASICAS)

EL SIGUIENTE PASO ES IR TRAS OTRA FUNCION BASICA FACTIBLE QUE NOS MEJORE Z. COMO SE VIO EN EL PARRAFO ANTERIOR LA VARIABLE QUE SIGUE EN ENTRADA ES AQUELLA QUE NOS REPORTE EL MAYOR INCREMENTO EN Z

(LA MAS NEGATIVA DE LOS INDICADORES). DE LA TABLA ANTERIOR CONCLUIMOS QUE LA VARIABLE QUE ENTRA ES X1, Y DE LOS COCIENTES LA VARIABLE QUE SALE ES S2.

VAR BASICAS	# ECU.	Z	X1	X2	S1	S2	S3	SEGUNDOS MIEMBROS	
			COEFICIENTES DE						
Z		1	-7/3	0	5/3	0	0	30	
X2	1	0	1/3	1	1/3	0	0	6	
X1	2	0	2/3	0	-1/3	1	0	2	SALE
S3	3	0	5/3	0	-1/3	0	1	8	(2/(2/3)) = 3

Tabla 12. Variable de entrada X1.

MANIPULACIONES SIMILARES APLICAN EN ESTE CASO:

1) DIVIDIR EL RENGLON PIVOTE ENTRE SU VALOR DEL SEGUNDO MIEMBRO.

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	SM
X1	0	1	0	-1/2	3/2	0	3

2) PUESTO QUE LA COLUMNA PIVOTE DEBE DE TENER LA FORMA (0,0,1,0), MULTIPLICAMOS EL PIVOTE POR 7/3 Y LO SUMAMOS AL PRIMER RENGLON DE LA TABLA.

HACEMOS LO MISMO CON LOS DEMAS RENGLONES Y OBTENEMOS LA SEGUNDA , Y EN ESTE CASO; ULTIMA TABLA.

VAR BASICAS	# ECU.	Z	X1	X2	S1	S2	S3	SEGUNDOS MIEMBROS
			COEFICIENTES DE					
Z		1	0	0	1/2	7/2	0	37
X2	1	0	0	1	1/2	1/2	0	5
X1	2	0	1	0	-1/2	3/2	0	3
S3	3	0	0	0	1/2	-5/2	1	3

Tabla 13. Tabla final del Simplex. Valor óptimo de Z=37.

QUE NOS DEJA COMO RESULTADO OPTIMO Z=37.
NOTESE LA AUSENCIA DE VALORES NEGATIVOS EN PRIMER RENGLON DE LA TABLA

LO QUE SE HA HECHO HASTA AHORA ES IR MEJORANDO UNA SOLUCION, A TRAVES DE LAS SOLUCIONES BASICAS FACTIBLES:

SOLUCION OPTIMA

SOLUCION BASICA FACTIBLE ..N

SOLUCION BASICA FACTIBLE 1

SBFI (SOLUCION BASICA FACTIBLE INICIAL)

EN RESUMEN EL METODO SIMPLEX DE MANERA GENERALIZADA SE PRESENTA DE LA SIGUIENTE MANERA:

PROBLEMA

MAXIMIZAR Z=C1X1 + C2X2 + ... + Cn Xn

SUJETO A

A11 X1 + A12 X2 + ... + A1N XN < = B1
A21 X1 + A22 X2 + ... + A2N XN < = B2
.
.
.
.
AM1 X1 + AM2 X2 + ... + AMN XN < = BM

1) CONSTRUCCION DE LA PRIMERA TABLA DEL SIMPLEX

VAR BASICAS	# ECU.	COEFICIENTES DE Z X1 X2	SEGUNDOS MIEMBROS
	0	1 -C1 -C2 -C3	
X1	1	A11 A12 ... A1N	B1
X2	2	A21 .... A2N	B2
X3	3		.
.	4		.
.	.		.
.	.		.
XM	M	AM1 AM2 .... AMN	BN

Tabla 14. Representación de la generalización de la primera tabla del Simplex.

NO OLVIDANDO LAS VARIABLES DE HOLGURA.

2) LA COLUMNA DEL COEFICIENTE NEGATIVO MAS GRANDE ES LA QUE NOS MUESTRA LA VARIABLE QUE ENTRA

3) ENCONTRAR LOS COCIENTES QUE NOS LLEVAN A RECONOCER LA VARIABLE QUE SALE. LOS COCIENTES SE ENCUNTRAN DIVIDIENDO LOS SEGUNDOS MIEMBROS ENTRE EL COEFIENTE Aij DE LA COLUMNA PIVOTE, Y SU RENGLON RESPECTIVO.

4) CON LAS OPERACIONES ENTRE RENGLONES TRANSFORMAR LA TABLA EN UNA EQUIVALENTE HACIENDO 1 EL ELEMENTO PIVOTE, Y CEROS HACIA ARRIBA Y ABAJO DE EL.

5) REEMPLAZAR LAS VARIABLES QUE ENTRAN Y SALEN.

6) SI TODOS LOS INDICADORES DE LA SIGUIENTE TABLA (COEFICIENTES Cij) SON NO NEGATIVOS ESTA ES LA TABLA DE LA SOLUCION OPTIMA.
EL VALOR OPTIMO DE Z ES EL VALOR DEL SEGUNDO MIEMBRO DEL PRIMER RENGLON.

7) SI AL MENOS UN INDICADOR ES NEGATIVO (Cij) REPETIR LOS PASOS ANTERIORES.

EN ESTE CASO SIMPRE SE ENCONTRO AQUELLA VARIABLE QUE DEBERIA DE ENTRAR Y AQUELLA QUE DEBIERA SALIR. EXISTEN CASOS EN QUE ESTAS SITUACIONES NO SE PRESENTAN Y LAS TABLAS NOS LLEVAN A CASOS ESPECIALES COMO SON SOLUCION DEGENERADA, SOLUCION MULTIPLE, SOLUCION NO ACOTADA ETC., DE LAS QUE SE HARA UN BREVE RESUMEN A CONTINUACION.

SOLUCIONES DEGENARADAS,MULTIPLES E ILIMITADAS.

SOLUCION DEGENERADA :

Se dice que una solución es degenerada si con una de las variables no básicas una de las variables básicas es cero. Supongamos en el siguiente ejemplo que las variables X1,X2 X3 Y X4, son las variables en una solución básica factible , donde X1 y X2 son básicas con X1=0 Y X3 Y X4 son no básicas, y X3 es la variable que entra. La tabla de simplex correspon--diente en esta caso tiene la siguiente forma:

	var	Z	X1	X2	X3	X4	B	
SALE	X1	0	1	0	a13	a14	0	0/a13 = 0
	X2	0	0	1	a23	a24	a	
	Z	1	0	0	D1	D2	D3	
					ENTRA			

Tabla 15. Tabla Simplex correspondiente a una solución degenerada.

Entonces la solución básica factilbe es:

X1 = 0 x2 = 0 x3 = 0 X4 = 0.

Supongamos que a13 > = 0 . Entonces el cociente más pequeño es cero y podemos escoger a13 como el elemento pivote. Luego X1 es la variable que sale. La manipulación de los renglones nos da la siguiente tabla , donde los signos de interrogación representan los números a ser determinados.

var	Z	X1	X2	X3	X4	B
X3	0	?	0	1	?	0
X2	0	?	1	0	?	a
Z	1	?	0	0	?	D3

Tabla 16. Coeficientes a determinar.

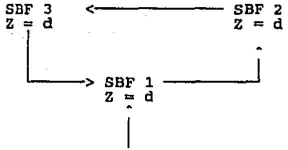
Para la solución básica factible correspondiente a esta tabla, X3 y X2 son variables básicas, y X1 y X3 son no bá--sicas. La solución básica factible es:

X3 = 0 X2 = a X1 = 0 X4 = 0

la cual es igual a la enterior. Actualmente, estas son consideradas soluciones diferentes, donde la única distinción es que X1 es básica en la primera solución básica factible, mientras que en la segunda es no básica. El valor de Z para ambas soluciones es la misma, D3. Luego, ningún incremento en Z es obtenido.

En una situación degenerada, algunos problemas pueden desarrollarse por la metodología. Es posible obtener una secuencia de tablas que corresponden a una solución básica factible las cuales nos dan el mismo valor para Z. Aún más , podemos regresar a la misma tabla con la que se comenzó a buscar al-gún incremento en Z. Esto es caer en un ciclo como lo muestra

la siguiente figura: (SBF = Solución Básica Factible)



II.13 Ocurrencia en Soluciones Factibles en un caso de degeneración.

Cuando ocurre un ciclo , es posible que nunca obtengamos un valor óptimo para Z. Este fenomeno ocurre en raras ocasiones en problemas de programación lineal prácticos. Sin embargo existen técnicas para resolver tales dificultades.

Una degeneración de una SBF ocurrirá cuando dos coeficientes en una tabla simplex parecen indicar ser los más pequeños.

Por ejemplo, considerando el siguiente segmento de una tabla simplex:

	X3	b	Cocientes
X1	q1	p1	p1/q1
X2	q2	p2	p2/q2

Aquí X1 Y X2 son variables básicas. Supongamos que x3 es no-básica y se escoge como variable que entra, y p1/q1 y p2/q2 son iguales, además de los más pequeños. Escogiendo q1 como pivote, por la manipulación de los renglones tenemos

	X3	b
X3	1	p1/q1
X2	0	p2 - q2(p1/q1)

Puesto que $p1/q1 = p2/q2$, entonces $p2 - q2(p1/q1) = 0$. Entonces la SBF correspondiente a esta tabla tiene a $X2=0$, lo cual da una SBF degenerada.

SOLUCION ILIMITADA

Una manera de decir que existe una solución es ilimitada es cuando en un problema de programación lineal no encontramos un valor máximo puesto que la región de factibilidad así como la función objetivo llega a ser arbitrariamente grande. Es una manera específica de decir que no existe una solución óptima. Tal solución ocurre cuando no hay cocientes posibles para una variable que entra. Por ejemplo, considerando la siguiente tabla:

	X1	X2	X3	X4	Z	B	
X1	1	-3	0	2	0	5	no cociente
X3	0	0	1	4	0	1	no cociente
Z	0	-5	0	-2	1	10	
		entra					

Tabla 17. Forma de una tabla con Solución ilimitada.

Aquí X2 es la variable que entra porque cada unidad incrementada en esta variable nos incrementa en 5 la función objetivo. Puesto que no hay datos positivos en los primeros dos renglones de la columnas de X2 , no existen cocientes.
De los renglones 1 y 2 obtenemos:

$$X1 = 5 + 3\ X2 - 2X4$$

$$X3 = 1 - 4\ X4.$$

En la SBF de esta tabla $X4 = 0$. Entonces $X1 = 5 + 3\ X2$ Y

$X3 = 1$. Puesto que $X1 >= 0$, entonces $X2 >= -5/3$. Luego no existe un limite superior para X2 . Z puede crecer arbitrariamente y tenemos una solución ilimitada:

> Si no existen cocientes en una tabla simplex, entonces el problema de programación lineal tiene una solución ilimitada.

SOLUCION MULTIPLE :

Asumamos que

$$X1 = a1 \quad X2 = a2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad Xn = an$$

$$y \quad X1 = b1 \quad X2 = b2 \ldots\ldots\ldots \quad Xn = bn$$

son dos diferentes SBF para la un problema de programación lineal son óptimas. Por soluciones diferentes entendemos que $ai <> bi$ para toda i, donde $1 <= i <= n$. Puede ser mostrado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} X1 &= (1 - t)\ a1 + tb1 \\ X2 &= (1 - t)\ a2 + tb2 \qquad (**) \\ &\vdots \\ Xn &= (1 - t)\ an + tbn \end{aligned}$$

para cualquier t que esta entre cero y uno. También nos da una solución multiple.

Se puede determinar la posibilidad de una solución óptima multiple de una tabla simplex que tiene una solución óptima, como en el segmento de tabla mostrada a continuación

	X1	X2	X3	X4	Z	B
X1						p1
X2						q1
Z	0	0	a	0	1	r

Tabla 18. Segmento de una tabla simplex en caso de solución múltiple.

En este caso a debe de ser no negativa. La SBF correspondiente es:

X1 = p1 X2 = q1 X3 = 0 X4 = 0,

y el máximo valor de Z es r.

Si X4 llegará a ser básica, el indicador cero en la columna de X4 significa que por cada unidad incrementada en X4, Z no cambiaría. Luego, podemos encontrar una SBF en la cual X4 es básica y el correspondiente valor de Z es el mismo que el anterior.Esto es hecho tomando a X4 como la variable que entra en la tabla anterior. Si X1 es la variable que sale la nueva SBF tiene la siguiente forma:

X1 = 0 X2 = q2 X3 = 0 X4 = p2

Si la SBF es diferente a alguna previa, una solución multiple existe. De hecho, de ** una solución óptima es dada por cualquier valor de X1 , X2, X3 Y X4 , tales que:

X1 = (1-t)p1 + t(0) = (1-t)p1

X2 = (1-t)q1 + tq2,

X3 = (1-t)*0 + t*0 = 0

X4 = (1-t)*0 + tp2 = tp2

donde t esta entre cero y uno.

Note que cuando t=0 tenemos la primera SBF óptima; cuando t=1 tenemos la segunda. Por supuesto, esta puede repetir el procedimiento correspondiente a la última SBF y obtener más soluciones óptimas usando las ecuaciones **.

En general

Si en una tabla simplex que da una solución óptima, un indicador es igual a cero para una variable no-básica sugiere la posibilidad de una solución óptima multiple.

CAPITULO III

APLICACION DE TECNICAS PROGRAMACION LINEAL

3.1 EL PROBLEMA DE TAJADO.

LUGAR :

El departamento de producción de una planta cuyo producto principal es la película celulósica denominada "BOPP" (Polipropileno biaxialmente orientado).

PROCESO :

La producción de esta película brevemente se resume en lo siguiente:

* La Materia prima de la película es un polímero que se extruye haciéndolo pasar por un dado, obteniendo una película que es extendida y llevada hasta una anchura final de 480 cm. Esta película se corta en 3 enrolladores cuyas longuitudes varían en sus rangos de ajuste de corte.

Enrollador A
Enrollador B
Enrollador C

Cada uno de estos enrolladores tiene en sí un juego de navajas movibles dentro de cierto rango:

Enrollador A: 1320 a 1675 mm.
Enrollador B: 1450 a 2560 mm.
Enrollador C: 920 a 1675 mm.

Una vez que el Rollo maestro se ha cortado de acuerdo a lo dictado por producción, es llevado a la sección de tajado en donde el operador de acuerdo a la orden de pedido, corre en los tajadores los cortes indicados para concluir el pedido.

Actualmente la planta cuenta con dos máquinas de tajado con la restricción de que no pueden hacerse más de 5 cortes en un solo rollo maestro; es decir de un rollo maestro pueden salir hasta 5 rollos de diferentes anchos.

El número de rollos que se pueden obtener a partir de un rollo maestro depende directamente del CORE alrededor del cual se van a enrollar y del diámetro exterior del rollo que se va al cliente; esto es: De un rollo de 10 pulgadas de diametro exterior y un Core de 3 pulgadas pueden obtnerese 6 rollos/Rollo maestro.

Igualmente : (en pulgadas)

Diametro exterior	Core	Rollos/Rollo maestro
13	3	= 3 "
18	6	= 2 "
22	6	= 1 "

Actualmente una orden o Pedido llega al departamento de producción en donde de acuerdo a patrones preestablecidos se asignan los cortes de tajado de tal manera que minimice el desperdicio del rollo maestro. Esta técnica puramente aleatoria y sin bases o cálculos más profundos resulta sencilla cuando los pedidos involucran pocas combinaciones de medidas de rollos.

Un ejemplo de un pedido como llega al departamento de producción es:

Fecha: Oct/3/90

ped. Num	C L I E N T E	Tipo Papel	Medida CM.	Kgs	Rollos
x-100	AVIR.SA	XZ-234	34.8	18,000	?

RECIBIO:
CONFIRMO:
RECIBIDO EN PROGRAMACION:

Il. 15 Modelo de un Pedido del Departamento de Tajado.

Lo primero que en este caso tienen que realizar en el departamento de planeción es encontrar el número de rollos que cubren con los kilos demandados en el pedido de producción.

Una vez terminado el cálculo se dispone a colocar las medidos sobre patrones preestablecidos para encontrar aquella combinación de medidas que minimicen el desperdicio acomodados en un rollo maestro ya sea del enrollador A,B o C.

En este caso el cálculo es sencillo

Ancharuras de extrusión:

ENROLLADORES

** C **	** B **	** A **
1520	1760	1520

MAQUINAS TAJADORAS

A: 348(5) = 1740 (20 MM SE CONSIDERA DESPERDICIO INEVITABLE POR EL ACOMODO DE LA PELICULA)

B: 348 (4) + 101 = 1493

Para cumplir con el número de rollos demandados por el pedido se ordena al departamento de tajado que corra:

66 Rollos maestros en el tajador A

133 Rollos maestros en el tajador B

El desperdicio calculado en este caso es

$$((133*101)/(66*1760+133*1520))*100 = 4.21\%$$

Que se considera dentro del rango aceptable por el departamento de control de calidad.

Como se puede apreciar este pedido fue sencillo pero la mayoría de pedidos que recibe el departamento de producción tiene en promedio 15 rengones de medidas diferentes a surtir en diferentes cantidades.

El problema ha sido tratado desde hace varios años en el departamento de Investigación de Operaciones y se asesoró a la planta con un programa que proporciona una serie de combinaciones para acomodar los pedidos . A este programa se le han modificado algunos módulos desde su inicio y es usado actualmente en el departemento de Embarques con éxito.

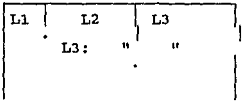
Aun cuando se usa este programa con regularidad existe en el departamento de producción el problema de " Puntos duros en la película". Los puntos duros son defectos de fabricación que obedecen a errores en el proceso de extrusión y que como consecuencia hacen que ciertas partes de un rollo maestro sean inutilizables. Estos defectos generan en promedio un x% de desperdicio. Estos rollos son canalizados a inventario para su posterior procesamiento.

Otra causa de acumulación de rollos maestros en inventario es que en ocasiones a falta de orden de Extrusión (Producción); se cortan rollos maestros de medidas constan-- tes. Se cortan los rollos a 1600 mm y se almacenan hasta que pueden ser utilizados para cubrir un pedido de algún cliente.

Con el fin de ayudar a la planta en estos dos problemas especificos se desarrolló un sistema en PC que calcula las asignaciones de corte en base a un rollo maestro ya cortado y minimiza el desperdicio de acuerdo al algoritmo de Eiseman.

3.2 EL PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL:

El adjetivo unidimensional obedece al hecho de que el corte y los ajustes se hacen sólo a lo ancho del rollo maestro esto es:



L1: Corte del Enrollador A
L2: " " B
L3: " " C

y no a lo largo, es decir se cortan rollos y no Hojas o Láminas de pelicula.

Tratado como un problema de programación lineal resulta bastante claro que el objetivo es la minimización del desperdicio en el momento de la combinación de las medidas de un pedido.

En un análisis previo para el tratamiento del problema se eliminaron las otras técnicas de programación debido a diferentes causas, entre las principales se consideraron :

El Tiempo. Para el departamento de producción resulta muy caro el esperar por una orden de extrusión, ya que la máquina continúa corriendo y la película en consecuencia, asi que las decisiones deben de tomarse lo más rápido y de la mejor manera posible .

Tanto la programación dinámica como la entera presentaron serias dificultades en el planteamiento y en la generación del algoritmo.

Existe una formulación para la solución de un problema de este tipo dado el ancho del rollo maestro y se explica el plantemiento a continuación.

3.3 FORMULACION DE PROGRAMACION LINEAL DE EISEMANN Y APROXIMACION DE GILMORE Y GOMOROY.

La siguiente formulación fue creada en el año de 1957, en el ambiente de la industria del papel . Muchos trabajos y formulaciones se han hecho desde ese entonces pero el planteamiento básico de programación lineal para ser tratado un problema de este tipo continúa siendo válido.

No es común que en cualquier problema real de corte todas las órdenes o pedidos sean satisfechas en una sola operación de corte. Si llamamos a un conjunto de navajas corte acomodadas de tal manera que corten un Rollo maestro, un patrón, entonces el problema consistirá en contrar cual patrón será utilizado y cuántas veces para satisfacer las órdenes y minimizar el desperdicio.

EJEMPLO EXPLICATIVO:

Supongamos que tenemos un rollo de 100 pulgadas de ancho y un pedido de 4 medidas diferentes, en la siguiente tabla encontramos los 9 diferentes y posibles patrones de corte:

			Patrones de Corte								
i	No. Rollos	Medida in	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	48	2	1	1	1					
2	15	40		1			2	1	1		
3	30	35			1			1		2	1
4	80	20				2	1	1	3	1	3
Desperdicio(Lj)			4	12	17	12	0	5	0	10	0

Tabla 19. Arreglo de Patrones de corte,

Si llamamos :

X_j el número de cortes a ser hechos con el patrón j

A_{ij}: El coeficiente correspondiente a la i-esima medida y el j-ésimo patrón de corte

L_j : el desperdicio generado por el patrón j

b_i: El número de rollos pedidos por el cliente

Como función Objetivo tenemos:

La minimización del desperdicio:

$$Z = \text{sum} (L_j X_j) \text{ para cada } j$$

Sujeto a:

$$\text{sum} (A_{ij} X_j) = b_i$$

y $\qquad X_j >= 0$ (No negatividad)

Las restricciones aseguran la satisfacción de las ordenes de producción y además imposibilita situaciones de " producciones negativas ".

Para el ejemplo anterior:

$$\text{Min } 4x_1 + 12x_2 + 17x_3 + 12x_4 + \ldots\ldots\ldots + 5x_9$$

Se deben producir por lo menos 10 rollos de 48 in de ancho ,por lo tanto la desigualdad puede ser expresada de la siguiente manera:

$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 >= 10$; de la misma manera para

$x_2 + x_5 + x_6 + x_7 >= 15$

$x_3 + x_6 + 2x_8 + x_9 >= 30$

$2x_4 + x_5 + x_6 + 3x_7 + x_8 + 3x_9 >= 8$

$$x_1 \ldots x_9 >= 0$$

Queda así planteado el problema de programación lineal de la manera estándar.

Cabría discutir que en la solución de las Xj's podemos encontrar números fraccionados, pero en problemas de gran escala un redondeo final de las variables probablemente satisfactorio no importando el incremento en el desperdicio o en la posible subproducción de ciertos artículos , esto debido a que se pueden manejar rangos de aceptación de estas variaciones con los clientes.

Analizando un poco la tabla que describe el problema anterior es interesante notar la naturaleza combinatoria de los patrones de corte. Sólo nueve posibilidades con el rollo de 100 y las medidas del pedido son posibles, pero claramente, dado una medida más grande del rollo maestro y un número mayor de medidas a surtir nos genera una cantidad mayor de ecuaciones a solucionar en el modelo.

APROXIMACION DE GILMORE Y GOMOROY:

El verdadero trabajo realizado en esta área es por Gilmore y Gomoroy y es como la formulación de Eisemann descrito en la industria del papel.

El punto de partida de su trabajo es la formulación de una programación entera de un problema igual al anterior, con la restricción adicional de que las Xj's deben de ser enteras.

Ellos observaron entonces que la formulación es impráctica para problemas de cualquier tamaño por dos razones:

a) El gran número de variables resultantes del gran número de posibles patrones de corte.
b) Resultados enteros.

Gilmore and Gomory eliminan el punto b) y lo manejan como una programación lineal pura, haciendo observacionesacerca del redondeo.

Puesto que la primera solución obtenida con resultados no-enteros es la mejor posible, un pequeño decremento en eficiencia puede ser tolerado,especialmente un una situación en donde hay un alto volumen de órdenes y el incremento en el desperdicio será muy pequeño comparado con el total de producción.

Se esfozaron en encontrar la modificación a un problema usual de programación lineal y encontraroel manejo de matrices considerando aquellas que tengan menos renglones que columnas. Y trabajaron el modelo como una programación entera.

Para efectos prácticos de la solución al problema real (Tajado), se consideró tomar en cuenta el modelo original (Eisemann) puesto que en muchas ocasiones hay degradaciones de rollos maestros por malas programaciones,pero es material que puede ser aprovechado aun cuando ha sido cortado a longuitudes no programadas.

Una aportación importante que hicieron Gilmore y Gomoroy al problema del corte de papel es el destacar 3 restricciones importantes

1) La limitación de las navajas de corte:

El requerimiento fisico de ciertos equipos incrementa restricciones sobre el número de longitudes de corte que pueden ser producidas de un rollo original.

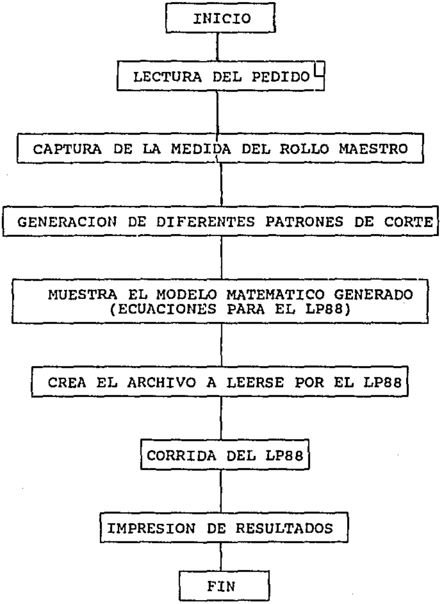
2) Tolerancias del Cliente:

De las que se ha hablado anteriormente

3) Balance en las cargas de las máquinas de corte.

Puesto que este documento no pretende de ninguna forma el desarrollo del algoritmo computacional completo, pero si ejemplificar una corrida de este modelo en una aplicación real se explica a continuación el planteamiento y solución de un problema real tomado de la planta de película de BOPP de Celanese Mexicana,S.A. El complejo que se dedica a la producción de la mencionada película está situado en el municipio de Zacapu, Michoacán.

Diagrama de flujo del programa de computadora:



El Modelo se desarrolló y se corrió   en dos partes:

1) La búsqueda de los patrones de corte:
Este se hace en una pequeña rutina programada en una hoja de cálculo (Lotus). El desarrollo de la macro ejecuta la captura y el cálculo del desperdicio así como el la visualización de los coeficientes de las ecuaciones.

2) Una vez encontrados los patrones de corte y planteadas las ecuaciones del modelo se alimentó en un paquete de programación lineal y se obtuvieron las asignaciones esperadas.

Los siguientes documentos son las impresiones de la macro de captura, la pantalla que muestra los coeficientes y las corridas en LP88 del modelo.

LP88 es un paquete de programación lineal que fue adquirido por el complejo para el desarrollo de este tipo de modelo a diferencia del LINDO , el LP88 es un paquete interactivo con el usuario de fácil interpretación tanto de resultados como de captura del Modelo. LINDO fue utilizado en la corrida del modelo financiero del productos Celulósicos.

CORRIDAS DEL PROGRAMA LP88
SOLUCION AL EJEMPLO DEL PROBLEMA DE TAJADO.

```
tajado     SOLUTION IS OPTIMAL      DATE  11-21-1991     TIME 11:41:40

MINIMUM              ENTERS:                BASIS X:    4     VARIABLES:20
PIVOTS:     5        LEAVES:                BASIS S:   14     SLACKS:20
LAST INV:   0        DELTA      0           COST     4200     CONSTRAINTS: 20

BASIS      X.1      X.5      X.8      X.9      S.5      S.6      S.7  S.8 S.9
 S.10      S.11     S.12     S.13     S.14     S.15     S.16     **** *** S.18 S.19
 S.19
PRIMAL     5        7.5      33.5     13        0        0       0     0     0
 45        0        0        0         0        0        0       0     0     0

DUAL       20       0        50       0        0        0        0       0       0
 0         0        0        0        0        0        0        0       0       0
 0
```

```
tajado     SOLUTION IS MINIMUM              COST     4200        DATE 11-21-1991
           DUAL PROBLEM SOLUTION                                 TIME 11:42:03
```

ROW ID	STATUS	DUAL VALUE	RHS VALUE	USAGE	SLACK
Y.1	BINDING	20	10	10	0
Y.2	NONBINDING	0	15	15	0
Y.3	BINDING	50	80	80	0
Y.4	NONBINDING	0	80	80	0
Y.5	NONBINDING	0	0	0	0
Y.6	NONBINDING	0	0	0	0
Y.7	NONBINDING	0	0	0	0
Y.8	NONBINDING	0	0	0	0
Y.9	NONBINDING	0	0	0	0
Y.10	NONBINDING	0	0	45	-45
Y.11	NONBINDING	0	0	0	0
Y.12	NONBINDING	0	0	0	0
Y.13	NONBINDING	0	0	0	0
Y.14	NONBINDING	0	0	0	0
Y.15	NONBINDING	0	0	0	0
Y.16	NONBINDING	0	0	0	0
Y.17	NONBINDING	0	0	0	0
Y.18	NONBINDING	0	0	0	0
Y.19	NONBINDING	0	0	0	0
Y.20	NONBINDING	0	0	0	0

tajado SOLUTION IS MINIMUM COST 4200 DATE 11-21-1991
OBJECTIVE ROW RANGES TIME 11:42:05

VARIABLE	STATUS	VALUE	COST /UNIT	MINIMUM	MAXIMUM
X.1	BASIS	5	40	NONE	240
X.2	NONBASIS	0	120	20	NONE
X.3	NONBASIS	0	170	70	NONE
X.4	NONBASIS	0	120	20	NONE
X.5	BASIS	7.5	0	NONE	0
X.6	NONBASIS	0	50	50	NONE
X.7	NONBASIS	0	0	0	NONE
X.8	BASIS	33.5	100	NONE	100
X.9	BASIS	13	50	NONE	50
X.10	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.11	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.12	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.13	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.14	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.15	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.16	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.17	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.18	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.19	NONBASIS	0	1000	0	NONE
X.20	NONBASIS	0	1000	0	NONE

tajado SOLUTION IS MINIMUM COST 4200 DATE 11-21-1991
RIGHT HAND SIDE RANGES TIME 11:42:06

ROW ID	STATUS	DUAL VALUE	RHS VALUE	MINIMUM	MAXIMUM
Y.1	BINDING	20	10	0	NONE
Y.2	NONBINDING	0	15	0	80
Y.3	BINDING	50	80	24.16667	145
Y.4	NONBINDING	0	80	47.5	247.5
Y.5	NONBINDING	0	0	0	0
Y.6	NONBINDING	0	0	0	0
Y.7	NONBINDING	0	0	0	0
Y.8	NONBINDING	0	0	0	0
Y.9	NONBINDING	0	0	0	0
Y.10	NONBINDING	0	0	NONE	45
Y.11	NONBINDING	0	0	0	0
Y.12	NONBINDING	0	0	0	0
Y.13	NONBINDING	0	0	0	0
Y.14	NONBINDING	0	0	0	0
Y.15	NONBINDING	0	0	0	0
Y.16	NONBINDING	0	0	0	0
Y.17	NONBINDING	0	0	0	0
Y.18	NONBINDING	0	0	0	0
Y.19	NONBINDING	0	0	0	0
Y.20	NONBINDING	0	0	0	0

tajado SOLUTION IS MINIMUM COST 4200 DATE 11-21-1991

INVERSE COEFFICIENTS TIME 11:42:08

	COST	X.1	X.5	X.8	X.9	S.5	S.6	S.7	S.8
X.1	0	.5	0	0	0	0	0	0	0
X.5	0	0	.5	0	0	0	0	0	0
X.8	0	0	.1	.6	-.2	0	0	0	0
X.9	0	0	-.2	-.2	.4	0	0	0	0
S.5	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
S.6	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
S.7	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
S.8	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
S.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.10	0	4.5	0	0	0	0	0	0	0
S.11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.14	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.16	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	S.8	S.9	S.10	S.11	S.12	S.13	S.14	S.15	S.16
X.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.8	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
S.9	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
S.10	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
S.11	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
S.12	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
S.13	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
S.14	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
S.15	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
S.16	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
S.18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	S.16	COST	COST	S.18	S.19
X.1	0	0	0	0	0
X.5	0	0	0	0	0
X.8	0	0	0	0	0
X.9	0	0	0	0	0
S.5	0	0	0	0	0
S.6	0	0	0	0	0
S.7	0	0	0	0	0
S.8	0	0	0	0	0
S.9	0	0	0	0	0
S.10	0	0	0	0	0
S.11	0	0	0	0	0
S.12	0	0	0	0	0
S.13	0	0	0	0	0
S.14	0	0	0	0	0
S.15	0	0	0	0	0
S.16	-1	0	0	0	0
S.18	0	0	0	-1	0
S.19	0	0	0	0	-1

Tajado SOLUTION IS MINIMUM COST 4200 DATE 11-21-1991
INVERSE * NONBASIS COLUMNS TIME 11:42:10

	COST	X.1	X.5	X.8	X.9	S.5	S.6	S.7	S.8
X.2	100	.5	.5	.1	-.2	0	0	0	0
X.3	100	.5	0	.6	-.2	0	0	0	0
X.4	100	.5	0	-.4	.8	0	0	0	0
X.6	0	0	.5	.5	0	0	0	0	0
X.7	0	0	.5	-.5	1	0	0	0	0
X.10	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.11	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.12	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.13	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.14	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.15	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.16	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.17	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.18	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.19	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
X.20	1000	0	0	0	0	0	0	0	0

	S.8	S.9	S.10	S.11	S.12	S.13	S.14	S.15	S.16
X.2	0	0	4.5	0	0	0	0	0	0
X.3	0	0	4.5	0	0	0	0	0	0
X.4	0	0	4.5	0	0	0	0	0	0
X.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.12	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.14	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.16	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X.20	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	S.16	COST	COST	S.18	S.19
X.2	0	0	0	0	0
X.3	0	0	0	0	0
X.4	0	0	0	0	0
X.6	0	0	0	0	0
X.7	0	0	0	0	0
X.10	0	0	0	0	0
X.11	0	0	0	0	0
X.12	0	0	0	0	0
X.13	0	0	0	0	0
X.14	0	0	0	0	0
X.15	0	0	0	0	0
X.16	0	0	0	0	0
X.17	0	0	0	0	0
X.18	0	0	0	0	0

tajado OBJECTIVE: MIN VARIABLES: 20 DATE 11-21-1991
BASIS: tajado CONSTRAINTS: 20 SLACKS: 20 TIME
11:42:27

	X.1	X.2	X.3	X.4	X.5	X.6	X.7	X.8	COST
	40	120	170	120		50		100	
COST									
Y.1	2	1	1	1					Y.1
Y.2		1			2	1	1		Y.2
Y.3			1			1		2	Y.3
Y.4				2	1	1	3	1	Y.4
Y.5									Y.5
Y.6									Y.6
Y.7									Y.7
Y.8									Y.8
Y.9									Y.9
Y.10	9								Y.10
Y.11									Y.11
Y.12									Y.12
Y.13									Y.13
Y.14									Y.14
Y.15									Y.15
Y.16									Y.16
Y.17									Y.17
Y.18									Y.18
Y.19									Y.19
Y.20									Y.20
	X.1	X.2	X.3	X.4	X.5	X.6	X.7	X.8	

	X.9	X.10	X.11	X.12	X.13	X.14	X.15	X.16	COST
	50	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	COST
Y.1									Y.1
Y.2									Y.2
Y.3	1								Y.3
Y.4	3								Y.4
Y.5									Y.5
Y.6									Y.6
Y.7									Y.7
Y.8									Y.8
Y.9									Y.9
Y.10									Y.10
Y.11									Y.11
Y.12									Y.12
Y.13									Y.13
Y.14									Y.14
Y.15									Y.15
Y.16									Y.16
Y.17									Y.17
Y.18									Y.18
Y.19									Y.19
Y.20									Y.20
	X.9	X.10	X.11	X.12	X.13	X.14	X.15	X.16	

	X.17	X.18	X.19	X.20	RHS COST

	X.17	X.18	X.19	X.20		RHS	
COST	1000	1000	1000	1000			
Y.1					>=	10	Y.1
Y.2					>=	15	Y.2
Y.3					>=	80	Y.3
Y.4					>=	80	Y.4
Y.5					>=	0	Y.5
Y.6					>=	0	Y.6
Y.7					>=	0	Y.7
Y.8					>=	0	Y.8
Y.9					>=	0	Y.9
Y.10					>=	0	Y.10
Y.11					>=	0	Y.11
Y.12					>=	0	Y.12
Y.13					>=	0	Y.13
Y.14					>=	0	Y.14
Y.15					>=	0	Y.15
Y.16					>=	0	Y.16
Y.17					>=	0	Y.17
Y.18					>=	0	Y.18
Y.19					>=	0	Y.19
Y.20					=	0	Y.20

Macro: Teclear <Alt> M

Modelo de generación de patrones

Tajado de rollos maestros

Longitud del rollo ma 1000

Numero de Rollos 5

PATRONES DE CORTE

Ped	Medida Rollo	Core	Diam 0=10, 2=18,	Rollos Dispon	Pedido de Rollos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	480	3	0	50	10	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	400	3	0	50	15	0	1	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	350	3	0	50	30	0	0	1	0	0	1	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	200	3	0	50	80	0	0	0	2	1	1	3	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
•				50		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DESPERDICIO GENERADO POR EL PATR						40	120	170	120	0	50	0	100	50	1000	1000	....							

	{MENUBRANCH MENU}				
menu	Caputra	Patrones	Tabla	Archivo	Salida
	Información del modelo			Crear archi	Salir
	{goto}a1	{goto}A1	{GOTO}D	/pfarch3.~	{goto}a1~{esc}
	/REMEDID	/WCDE10~		{menucall menu}	
	/WCDE10	{RIGHT 8}	{DOWN 9}		
	/ritodo~~	/WTB			
	/DFPATRO	/RIPATRON~~			
	{MENUCA	/WTC			
		/WCHE10~			
		{MENUCALL MENU}			

GENERACION DE ARCHIVO SECUENCIAL

0 ,	1 ,	40	
0 ,	2 ,	120	
0 ,	3 ,	170	
0 ,	4 ,	120	
0 ,	5 ,	0	
0 ,	6 ,	50	
0 ,	7 ,	0	
0 ,	8 ,	100	
0 ,	9 ,	50	
0 ,	10 ,	1000	
0 ,	11 ,	1000	
0 ,	12 ,	1000	
0 ,	13 ,	1000	
0 ,	14 ,	1000	
0 ,	15 ,	1000	
0 ,	16 ,	1000	
0 ,	17 ,	1000	
0 ,	18 ,	1000	
0 ,	19 ,	1000	
0 ,	20 ,	1000	
1 ,	0 ,	10	VALOR DE

Fn. Obj.	40	X1+	50	X6+	99999	X11+	99999	X16+
M I N	120	X2+	0	X7+	99999	X12+	99999	X17+
	170	X3+	100	X8+	99999	X13+	99999	X18+
	120	X4+	50	X9+	99999	X14+	99999	X19+
	0	X5+	99999	X10	99999	X15+	99999	X20

Sujeto a:	Res1		Res2		Res3		Res4		Res5		Res6		Res7		Res8		Res9		Res10		Res11	
	2	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+
	1	X2+	1	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+	0	X1+
	1	X3+	0	X3+	1	X3+	0	X3+	0	X3+	0	X3+	0	X3+	0	X3+	0	X3+	0	X3+	0	X3+
	1	X4+	0	X4+	0	X4+	2	X4+	0	X4+	0	X4+	0	X4+	0	X4+	0	X4+	0	X4+	0	X4+
	0	X5+	2	X5+	0	X5+	1	X5+	0	X5+	0	X5+	0	X5+	0	X5+	0	X5+	0	X5+	0	X5+
	0	X6+	1	X6+	1	X6+	1	X6+	0	X6+	0	X6+	0	X6+	0	X6+	0	X6+	0	X6+	0	X6+
	0	X7+	1	X7+	0	X7+	3	X7+	0	X7+	0	X7+	0	X7+	0	X7+	0	X7+	0	X7+	0	X7+
	0	X8+	0	X8+	2	X8+	1	X8+	0	X8+	0	X8+	0	X8+	0	X8+	0	X8+	0	X8+	0	X8+
	0	X9+	0	X9+	1	X9+	3	X9+	0	X9+	0	X9+	0	X9+	0	X9+	0	X9+	0	X9+	0	X9+
	0	X10	0	X10	0	X10+	0	X10+	0	X10	0	X10	0	X10	0	X10	0	X10	0	X10	0	X10
	0	X11	0	X11	0	X11+	0	X11+	0	X11	0	X11	0	X11	0	X11	0	X11	0	X11	0	X11
	0	X12	0	X12	0	X12+	0	X12+	0	X12	0	X12	0	X12	0	X12	0	X12	0	X12	0	X12
	0	X13	0	X13	0	X13+	0	X13+	0	X13	0	X13	0	X13	0	X13	0	X13	0	X13	0	X13
	0	X14	0	X14	0	X14+	0	X14+	0	X14	0	X14	0	X14	0	X14	0	X14	0	X14	0	X14
	0	X15	0	X15	0	X15+	0	X15+	0	X15	0	X15	0	X15	0	X15	0	X15	0	X15	0	X15
	0	X16	0	X16	0	X16+	0	X16+	0	X16	0	X16	0	X16	0	X16	0	X16	0	X16	0	X16
	0	X17	0	X17	0	X17+	0	X17+	0	X17	0	X17	0	X17	0	X17	0	X17	0	X17	0	X17
	0	X18	0	X18	0	X18+	0	X18+	0	X18	0	X18	0	X18	0	X18	0	X18	0	X18	0	X18
	0	X19	0	X19	0	X19+	0	X19+	0	X19	0	X19	0	X19	0	X19	0	X19	0	X19	0	X19
	0	X20	0	X20	0	X20	0	X20	0	X20	0	X20	0	X20	0	X20	0	X20	0	X20	0	X20

CAPITULO 4

MAXIMIZACION DE UTILIDADES

MATERIAL: ACETATO de CELULOSA

4.0 Conocimiento del Problema:

Alrededor de Junio de 1990 se presentó en el departamento de Productividad del complejo Ocotlán una petición que establecía los siguientes puntos:

".....Se tiene un Producto que se presenta en 3 Líneas diferentes y cada una de ellas representa un cierto porcentaje de las utilidades globales. Cada línea de productos tiene ciertas limitaciones de capacidad y de participación en el mercado. Se trata de encontrar aquella combinación de cada una de las líneas que reporte la mejor utilidad pero que nunca sobrepase la capacidad de producción de la planta..."

Fue entonces cuando fue asignada la tarea de preparar una respuesta y además explicar los fundamentos de la respuesta que se presentara.

Se preparó un documento que explicaba brevemente el concepto de la técnica a usar para la solución del problema : Programación Lineal.

El uso de la herramienta se justificaría así:
Primero; recordando la definición de la técnica:" La asignación de recursos escasos a actividades competidoras en la mejor forma posible , es decir **óptima** "
En este caso Los recursos escasos en cuestión son los recursos de producción de los que se habla en la exposición del problema; y las actividades competidoras son las tres presentaciones o líneas del producto.

La naturaleza del problema encaja claramente con la metodología escogida y una facilidad para la resolución es que en ese momento se contaba con 2 utilerias para su manipulación:

* El Programa LP88.
* El programa LINDO.

Una vez que el documento se aprobó para su presentación se realizarón 2 sesiones de trabajo en las oficinas matrices con las personas que solicitaron el estudio.

Sesión #1:

Se explicó la metodología a seguir, tratando de hacer la técnica lo más transparente posible; y se planteó con cifras y datos el problema.

4.1 LINEA DE PRODUCTOS

El problema:

Llamaremos línea A,B y C; a las líneas de productos que elabora la planta:

Línea A : Escama de acetato de Celulosa
Línea B : Filamento de Acetato de Celusosa
Línea C : Mecha de Acetato de Celulosa.

Línea A: **Escama de acetato de Celulosa**

Art.	Volumenes de venta (tons)	% de Utilidad Bruta sobre venta
1 Escama D	1,637	45
2 Escama E	8621	30

Tabla 20. Grupo de productos en Escama

La planta consume un porcentaje de la producción de escama , que llamaremos escama de autoconsumo, materia prima de los artículos de las líneas A y B.

La línea de artículos de Mecha de acetato de celulosa se desglosa de la siguiente manera

Art.	Denier	Volúmenes de venta	% de Utilidad Bruta/venta
1	5.0/30000	34,286	24.6
2	3.0/35000	1,790,194	23.9
3	3.4/40000	30,583	23.1
4	3.3/36000	679,366	23.1

Tabla 21. Grupo de Productos en Mecha.

LINEA C: Filamento de acetato de celulosa

Art. Denier		Volúmenes de venta (ton)	Utilidad Bruta	% de Utilidad Bruta sobre venta.	Variable.
120/32	bte 9 Mug Js	21,713	1830	22.1	x1
600/150	bte tu	29,635	1974	20.4	x2
300/80	bte 9 tu	44,585	1597	18.7	x3
600/150	bte co	2,224	1728	18.3	x4
150/40	bte 9 js	408,781	1547	17.4	x5
300/80	op t9 tu	199,663	1481	17.4	x6
120/32	bte t9tumug	8,810	1549	16.8	x7
150/40	bte tu	20,910	1145	16.7	x8
150/40	op t9 tu	400,924	1365	16.1	x9
75/20	bte t9 tu	35,138	1455	15.5	x10
200/52	bte	49,050	1367	14.0	x11
150/40	bte t9 tu	358,400	1142	13.7	x12
120/32	bte t9 js	3,682	1231	13.5	x13
120/32	bte js	300,227	1134	12.4	x14
100/26	bte js	238,360	1173	12.3	x15
120/32	bte t9 ju	225,037	1070	12.2	x16
150/40	op t9 co	3,670	921	11.3	x18
100/26	bte tp tu	32,562	997	11.2	x19
300/80	op t9 co	10,799	898	11.1	x20
100/26	bte t9 jt	82,990	989	11.0	x21
55/15	bte t9 jt	161,568	1009	10.4	x22
150/40	op t9 jt	5,212	654	8.2	x23
150/40	op t9 co	3,290	539	6.6	x24
75/20	bte t9 jt	53,780	179	2.0	x25
300/80	bte t9 co	9.870	-293	-4.3	x26

Tabla 22. Grupo de Productos en Filamento.

Donde las siglas

bte = brillante
co = conos
jt = julio tricot
mug = Tipo de tratamiento especial que recibe la fibra durante el proceso, enfocada principalmente a elevar la calidad del teñido de la misma.
t9 = identificación particular de la fibra.
op = opaco.
tu = tubos
js = julio seccional

Entre algunas de las restricciones que presentaron en el planateamiento del problema se encuentra principalmente la de la capacidad de producción de cada uno de los departamentos que elaboran cada una de las 3 lineas de producto.

La producción global de Mecha de acetato no puede rebasar las 14,000 toneladas, y la producción de cada uno de los artículos no puede rebasar las 210,10880,170 y 4130 toneladas respectivamente Estos últimos valores se deben a los pronósticos de ventas . En la producción de escama de acetato (que es la materia prima del filamento y la mecha), la producción no puede rebasar las 20000 toneladas y se debería de considerar un 15% de aumento en el costo de fabricación de la escama doméstica.

La capacidad de ventas de escama tomando en cuenta la escama doméstica y de exportación está pronosticada para no rebasar las 1064 toneladas.

La escama de exportación debe de ser menor a 3.2 toneladas y la escama de autoconsumo debe reservarse a no más de 18,396 ton para cubrir las necesidades de la planta de mecha y de acetato.

En cuanto a las restricciones de Filamento de acetato de celulosa se describen en la formulación del modelo .

SOLUCION:

Empezamos el procedimiento con el planteamiento del los modelos de cada una de las lineas de producto con el Objetivo de maximizar las utilidades de cada una de éstas, la función objetivo general para cada uno de los 3 modelos la constituyó la Maximización de Z donde :

Z = Sumatoria de los precios/ton de los artículos por la cantidad de toneladas a producir de cada uno de ellos

Sujeto a :

Las restricciones de ventas pronosticadas y capacidades de producción de cada uno de los articulos, y en el caso de filamento acetato el porcentaje de utilidad bruta sobre venta debe de ser mayor al 20% Actualmente es del 16%.

4.2 MODELO DE PROGRAMACION PARA LA LINEA A ESCAMA DE ACETATO DE CELULOSA.

X1 Escama Doméstica
X2 Escama de Exportación
X3 Escama de Autoconsumo MAX Z

$$Z = 3313\ X1 + 1725\ X2 + 585.45\ X3$$

SUJETO A

$X1 + X2 + X3 <= 20000$ (Capacidad de producción)
$X1 + X2 <= 1604$
$X1 <= 3.2$
$X3 <= 18,396$
$X1, X2, X3 >= 0$ (No Negatividad)

MATRIZ

	X1	X2	X3	RHS
R1	1	1	1	20000
R2	1	1		1604
R3	1			3.2
R4			1	18396

Tabla 23. Modelo matemático y Representación matricial del grupo de

artículos de Escama de Acetato.

MODELO DE PROGRAMACION PARA LA LINEA B

MECHA DE ACETATO DE CELULOSA

ART

X1	5.0/30000	TONS
X2	3.0/35000	TONS
X3	3.7/35000	TONS
X4	3.3/36000	TONS

MAX Z

$$Z = 1531\ X1 + 1821\ X2 + 1636\ X3 + 1761\ X4$$

SUJETO A

$X1 + X2 + X3 + X4 <= 14{,}000$ (Producción)
$x1 <= 210$
$X2 <= 10{,}880$
$X3 <= 170.5$
$X4 <= 4130$

MATRIZ

	X1	X2	X3	X4	RHS
R1	1	1	1	1	14,000
R2	1				210
R3		1			10,880
R4			1		170.5
R5				1	4130

Tabla 24. Modelo matemático y Representación matricial del grupo de artículos de Mecha de Acetato.

MODELO DE PROGRAMACION PARA LA LINEA 3

FILAMENTO DE ACETATO DE CELULOSA
Modelo:

Maximizar Z= Sum (UBi * Xi)

UBi = Utilidad Bruta por artículo ($/ton)

Xi= Tons a producir del artículo correspondiente

Modelo : MAX Z

$$Z= 1830\ X1 + 1974\ X2 + 1597\ X3 + 1728\ X4 + 1547\ X5 + 1481\ X6 + 1549\ X7 + 1145\ X8 + 1365\ X9 + 1455\ X10 + 1367\ X11 + 1142\ X12 +$$

1231 X13 + 1134 X14 + 1173 X15

Sujeto a:

X1<=400 X4<=400 X6<=500 X7<=700

X10<=700 X14<=112.1 X15<=502

Xi >=0 para toda i.

El procentaje de utilidad bruta sobre venta debe de ser mayor al

20%. (173 X1 - 858 X2 - 108 X3 - 163 X4 - 228 X5 - 220 X6 - 291 X7 - 229 X8 - 325 X9 - 425 X10 - 581 X11 - 462 X12 - 596 X13 - 698 X14 - 803 X15 >= .2)

Panorama Actual de producción

	(Precio -) Costo	Tons a Producir	Utilidad bruta	Precio de venta	Venta
X1	1830.0	49.7	90951.0	8285.0	411764.5
X2	1974.0	67.8	133837.2	9683.0	656507.4
X3	1597.0	102.0	162894.0	8528.0	869856.0
X4	1728.0	935.1	1615852.8	9455.0	8841370.5
X5	1547.0	456.7	706514.9	8876.0	4053669.2
X6	1481.0	20.2	29916.2	8509.0	171881.8
X7	1549.0	47.8	74042.2	9201.0	439807.8
X8	1145.0	919.4	1052713.0	6871.0	6317197.4
X9	1365.0	80.4	109746.0	8454.0	679701.6
X10	1455.0	112.2	163251.0	9400.0	1054680.0
X11	1367.0	819.9	1120803.3	9740.0	7985826.0
X12	1142.0	8.4	9592.8	8306.0	69770.4
X13	1231.0	686.8	845450.8	9138.0	6275978.4
X14	1134.0	545.3	618370.2	9161.0	4995493.3
X15	1173.0	514.8	603860.4	9520.0	4900896.0
			7337795.8		47724400.3

15.4%	% de Utilidad Bruta sobre venta

Tabla 24. Arreglo de los datos económicos del Grupo de productos de Filamento.

Los resultados de las corridas del modelo son:

CORRIDAS DEL PROGRAMA LP88
SOLUCION A LA LINEA A
ESCAMA DE ACETATO

escama SOLUTION IS OPTIMAL DATE 02-20-1991 TIME 17:20:36

MAXIMUM		ENTERS:		BASIS X:	3	VARIABLES:	3
PIVOTS:	3	LEAVES:		BASIS S:	1	SLACKS:	4
LAST INV:	0	DELTA	0	RETURN	1.354284E+07		

CONSTRAINTS: 4

BASIS	X.3	X.2	X.1	S.4
PRIMAL	18400	1601	3.2	0
DUAL	585.5	1139	1588	0

escama SOLUTION IS OPTIMAL DATE 02-20-1991 TIME 17:24:59

MAXIMUM		ENTERS:		BASIS X:	3	VARIABLES:	3
PIVOTS:	3	LEAVES:		BASIS S:	1	SLACKS:	4
LAST INV:	0	DELTA	0	RETURN	1.3541E+07		

CONSTRAINTS: 4

BASIS	X.3	X.2	X.1	S.4
PRIMAL	18400	1601	3.2	0
DUAL	585.4	1140	1588	0

escama SOLUTION IS OPTIMAL DATE 02-20-1991 TIME 17:25:33

MAXIMUM		ENTERS:		BASIS X:	3	VARIABLES:	3
PIVOTS:	0	LEAVES:		BASIS S:	1	SLACKS:	4
LAST INV:	0	DELTA	0	RETURN	1.3541E+07		
CONSTRAINTS:	4						

BASIS	X.1	X.3	X.2	S.4
PRIMAL	3.2	18400	1601	0
DUAL	585.4	1140	1588	0

escama SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1.3541E+07
DATE 02-20-1991
DUAL PROBLEM SOLUTION
TIME 17:25:46

ROW ID	STATUS	DUAL VALUE	RHS VALUE	USAGE	SLACK
Y.1	BINDING	585.4	20000	20000	0
Y.2	BINDING	1139.6	1604	1604	0
Y.3	BINDING	1588	3.2	3.2	0
Y.4	NONBINDING	0	18396	18396	0

escama SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1.3541E+07 DATE 02-20-1991
OBJECTIVE ROW RANGES
TIME 17:25:49

VARIABLE	STATUS	VALUE	RETURN/UNIT	MINIMUM	MAXIMUM
X.1	BASIS	3.2	3313	1725	NONE
X.2	BASIS	1600.8	1725	585.4	NONE
X.3	BASIS	18396	585.4	0	NONE

escama SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1.3541E+07 DATE 02-20-1991
RIGHT HAND SIDE RANGES
TIME 17:25:54

ROW ID	STATUS	DUAL VALUE	RHS VALUE	MINIMUM	MAXIMUM
Y.1	BINDING	585.4	20000	20000	20000
Y.2	BINDING	1139.6	1604	1604	1604

Y.3	BINDING	1588	3.2	0	1604
Y.4	NONBINDING	0	18396	18396	18396

escama SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1.3541E+07
DATE 02-20-1991
INVERSE COEFFICIENTS
TIME 17:26:00

	RETURN	X.1	X.3	X.2	S.4
X.1	0	0	0	1	0
X.2	0	0	1	-1	0
X.3	0	1	-1	0	0
S.4	0	-1	1	0	1

escama SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1.3541E+07 DATE 02-20-1991
INVERSE * NONBASIS COLUMNS
TIME 17:26:05

RETURN X.1 X.3 X.2 S.4
TIME 17:26:05

RETURN X.1

CORRIDAS DEL LP88
SOLUCION A LA LINEA
MECHA DE CIGARRO

```
MECHAF     SOLUTION IS OPTIMAL          DATE  06-25-1991    TIME 09:50:31

MAXIMUM                ENTERS:          BASIS X:    2  VARIABLES:    4
PIVOTS:     2          LEAVES:          BASIS S:    3        SLACKS: 5
LAST INV:  0           DELTA     0      RETURN     2.53068E+07
CONSTRAINTS:    5

BASIS      X.4      S.2       X.2       S.4       S.5

PRIMAL     3120     210       10880     170.5     1010

DUAL       1761     0         60        0         0
```

```
MECHAF     SOLUTION IS MAXIMUM  RETURN  2.53068E+07     DATE 06-25-1991
           PRIMAL PROBLEM SOLUTION                      TIME 09:50:40
```

VARIABLE	STATUS	VALUE	RETURN/UNIT	VALUE/UNIT	NET RETURN
X.1	NONBASIS	0	1531	1761	-230
X.2	BASIS	10880	1821	1821	0
X.3	NONBASIS	0	1636	1761	-125
X.4	BASIS	3120	1761	1761	0
S.1	NONBASIS	0	0	1761	-1761
S.2	BASIS	210	0	0	0
S.3	NONBASIS	0	0	60	-60
S.4	BASIS	170.5	0	0	0
S.5	BASIS	1010	0	0	0

```
MECHAF     SOLUTION IS MAXIMUM    RETURN   2.53068E+07   DATE 06-25-1991
           DUAL PROBLEM SOLUTION                          TIME 09:50:40
```

ROW ID	STATUS	DUAL VALUE	RHS VALUE	USAGE	SLACK
Y.1	BINDING	1761	14000	14000	0
Y.2	NONBINDING	0	210	0	210
Y.3	BINDING	60	10880	10880	0
Y.4	NONBINDING	0	170.5	0	170.5
Y.5	NONBINDING	0	4130	3120	1010

MECHAF SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 2.53068E+07 DATE 06-25-91
OBJECTIVE ROW RANGES TIME 09:50:41

VARIABLE	STATUS	VALUE	RETURN/UNIT	MINIMUM	MAXIMUM
X.1	NONBASIS	0	1531	NONE	1761
X.2	BASIS	10880	1821	1761	NONE
X.3	NONBASIS	0	1636	NONE	1761
X.4	BASIS	3120	1761	1636	NONE

MECHAF SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 2.53068E+07 DATE 06-25-91
RIGHT HAND SIDE RANGES TIME 09:50:41

ROW ID	STATUS	DUAL VALUE	RHS VALUE	MINIMUM	MAXIMUM
Y.1	BINDING	1761	14000	10880	15010
Y.2	NONBINDING	0	210	0	NONE
Y.3	BINDING	60	10880	9870	14000
Y.4	NONBINDING	0	170.5	0	NONE
Y.5	NONBINDING	0	4130	3120	NONE

MECHAF SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 2.53068E+07 DATE 06-25-91
INVERSE COEFFICIENTS TIME 09:50:42

	RETURN	X.4	S.2	X.2	S.4	S.5
X.2	0	0	0	1	0	0
X.4	0	1	0	-1	0	0
S.2	0	0	1	0	0	0
S.4	0	0	0	0	1	0
S.5	0	-1	0	1	0	1

MECHAF SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 2.53068E+07 DATE 06-25-91
INVERSE * NONBASIS COLUMNS TIME 09:50:44

	RETURN	X.4	S.2	X.2	S.4	S.5
X.1	-230	1	1	0	0	-1
X.3	-125	1	0	0	1	-1

CORRIDAS DEL PROGRAMA LP88
SOLUCION A LA LINEA A
FILAMENTO ACETATO

b:filament SOLUTION IS OPTIMAL DATE 05-07-1991 TIME 14:53:34

MAXIMUM		ENTERS:		BASIS X:	2	VARIABLES:	15
PIVOTS:	5	LEAVES:		BASIS S:	6	SLACKS:	8
LAST INV:	0	DELTA	0	RETURN	1755260	CONSTRAINTS:	8

BASIS	X.3	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	S.7	X.1
PRIMAL	640.7	400	500	700	700	112	502	400
DUAL	4388	0	0	0	0	0	0	-14.79

b:filamentSOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1755260 DATE 05-07-1991
PRIMAL PROBLEM SOLUTION TIME 14:54:08

VARIABLE	STATUS	VALUE	RETURN/UNIT	VALUE/UNIT	NET RETURN
X.1	BASIS	400	1830	1830	0
X.2	NONBASIS	0	1974	12687.28	-10713.28
X.3	BASIS	640.7389	1597	1597	0
X.4	NONBASIS	0	1728	2410.287	-682.287
X.5	NONBASIS	0	1547	3371.444	-1824.444
X.6	NONBASIS	0	1481	3253.148	-1772.148
X.7	NONBASIS	0	1549	4303.028	-2754.028
X.8	NONBASIS	0	1145	3386.231	-2241.231
X.9	NONBASIS	0	1365	4805.787	-3440.787
X.10	NONBASIS	0	1455	6284.491	-4829.491
X.11	NONBASIS	0	1367	8591.269	-7224.269
X.12	NONBASIS	0	1142	6831.611	-5689.611
X.13	NONBASIS	0	1231	8813.074	-7582.074
X.14	NONBASIS	0	1134	10321.35	-9187.352
X.15	NONBASIS	0	1173	11873.99	-10700.99
S.1	NONBASIS	0	0	4388.157	-4388.157
S.2	BASIS	400	0	0	0
S.3	BASIS	500	0	0	0
S.4	BASIS	700	0	0	0
S.5	BASIS	700	0	0	0
S.6	BASIS	112	0	0	0
S.7	BASIS	502	0	0	0
S.8	NONBASIS	0	0	14.78704	-14.78704

b:filamentSOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1755260 DATE 05-07-1991
DUAL PROBLEM SOLUTION TIME 14:54:12

ROW ID	STATUS	DUAL VALUE	RHS VALUE	USAGE	SLACK
Y.1	BINDING	4388.157	400	400	0

Y.2	NONBINDING	0	400	0	400
Y.3	NONBINDING	0	500	0	500
Y.4	NONBINDING	0	700	0	700
Y.5	NONBINDING	0	700	0	700
Y.6	NONBINDING	0	112	0	112
Y.7	NONBINDING	0	502	0	502
Y.8	BINDING	-14.78704	.2	.2	0

b:filamentSOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1755260 DATE 05-07-1991
OBJECTIVE ROW RANGES TIME 14:54:14

VARIABLE	STATUS	VALUE	RETURN/UNIT	MINIMUM	MAXIMUM
X.1	BASIS	400	1830	-2558.157	NONE
X.2	NONBASIS	0	1974	NONE	12687.28
X.3	BASIS	640.7389	1597	1144.9	NONE
X.4	NONBASIS	0	1728	NONE	2410.287
X.5	NONBASIS	0	1547	NONE	3371.444
X.6	NONBASIS	0	1481	NONE	3253.148
X.7	NONBASIS	0	1549	NONE	4303.028
X.8	NONBASIS	0	1145	NONE	3386.231
X.9	NONBASIS	0	1365	NONE	4805.787
X.10	NONBASIS	0	1455	NONE	6284.491
X.11	NONBASIS	0	1367	NONE	8591.269
X.12	NONBASIS	0	1142	NONE	6831.611
X.13	NONBASIS	0	1231	NONE	8813.074
X.14	NONBASIS	0	1134	NONE	10321.35
X.15	NONBASIS	0	1173	NONE	11873.99

b:filamentSOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1755260 DATE 05-07-1991
RIGHT HAND SIDE RANGES TIME 14:54:18

ROW ID	STATUS	DUAL VALUE	RHS VALUE	MINIMUM	MAXIMUM
Y.1	BINDING	4388.157	400	0.00115	NONE
Y.2	NONBINDING	0	400	0	NONE
Y.3	NONBINDING	0	500	0	NONE
Y.4	NONBINDING	0	700	0	NONE
Y.5	NONBINDING	0	700	0	NONE
Y.6	NONBINDING	0	112	0	NONE
Y.7	NONBINDING	0	502	0	NONE
Y.8	BINDING	-14.78704	.2	NONE	69200

b:filament SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1755260 DATE 05-07-1991
INVERSE COEFFICIENTS TIME 14:54:20

RETURN	X.3	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	S.7	X.1	X1
X.1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
X.3	0	1.6019	0	0	0	0	0	0	-.00926
S.2	0	0	1	0	0	0	0	0	0
S.3	0	0	0	1	0	0	0	0	0
S.4	0	0	0	0	1	0	0	0	0
S.5	0	0	0	0	0	1	0	0	0
S.6	0	0	0	0	0	0	1	0	0
S.7	0	0	0	0	0	0	0	1	0

b:filament SOLUTION IS MAXIMUM RETURN 1755260 DATE 05-07-1991
INVERSE * NONBASIS COLUMNS TIME 14:54:25

RETURN	X.3	S.2	S.3	S.4	S.5	S.6	S.7	X.1	
X.2	-10713	7.9444	0	0	0	0	0	0	0
X.4	-682.29	1.5093	1	0	0	0	0	0	0
X.5	-1824.4	2.1111	0	0	0	0	0	0	0
X.6	-1772.1	2.037	0	1	0	0	0	0	0
X.7	-2754	2.6944	0	0	1	0	0	0	0
X.8	-2241.2	2.1204	0	0	0	0	0	0	0
X.9	-3440.8	3.0093	0	0	0	0	0	0	0
X.10	-4829.5	3.9352	0	0	0	1	0	0	0
X.11	-7224.3	5.3796	0	0	0	0	0	0	0
X.12	-5689.6	4.2778	0	0	0	0	0	0	0
X.13	-7582.1	5.5185	0	0	0	0	0	0	0
X.14	-9187.4	6.463	0	0	0	0	1	0	0
X.15	-10701	7.4352	0	0	0	0	0	1	0

4.3 LINDO Y LP88

Las dos son herramientas que permiten correr modelos de programación lineal. LP88 es propiedad de la compañía Eastern Software Pro-- ducts desde 1983.Su capacidad contempla hasta 255 restricciones y 2255 variables. LP88 aplica el algoritmo Simplex revisado para la solución de problemas.Soporta restricciones de mayor igual, mayor, menor igual, menor e igual.Permite interactuar durante la solución de los problemas haciendo pausas entre cada iteración, (ya sea antes o después),y mostrando el como han cambiado las variables hasta ese momento. El algoritmo es iniciado con la selección de las variables básicas. Las variables básicas son una lista de variables a las que les es permitido valores diferentes de cero. Normalmente , las variables básicas incluyen las variables incluidas en las restricciones del modelo. LP88 puede comenzar a correr el algoritmo Simplex de 4 maneras:

1) Resuelve el problema: El algoritmo empieza con la generación de las variables básicas en un arreglo de coeficientes de entrada. La matriz de las variables básicas es invertida para obtener la Inversa Básica.
2) A partir de la matriz de variables básicas: Comienza a partir de la matriz de variables básicas. La matriz es invertida.
3) A partir de la matriz inversa: El algoritmo recomienza de la teminación de la ejecución más próxima. La matriz es usada para recalcular el primal y el dual.
4) Corre la solución: No es ejecutado ningùn pivoteo.

El pivoteo es ejecutado en dos fases. La fase I son asignados valores artificiales , para ser seleccionados como variables de entrada (Básicas). La fase I termina cuando una solución factible es encontrada o bien, se descubre que el modelo no tiene soluciones fac--tibles. Una solución básica factible es una solución básica con todas las variables no negativas y cero variables artificiales.

En la fase II los precios sombra (duales) son usados para seleccionar las variables que entran. El pivoteo en esta fase termina con una solución óptima , o encontrando que la solución es ilimitada; es decir, una solución del dual no factible. Puede interrumpirse la ejecución del Simplex desde el programa principal, o cuando se rebasa el límite de iteraciones que permite el programa, el mencionado límite es: Variables más dos veces el número de renglones.

LINDO. El programa es propiedad de la compañía Lindo Systems. Se considera un programa sencillo en su manejo. Existen diferentes versiones de este programa , la distinción principal es el tamaño de las matrices que puede manejar. Al igual que LP88 utiliza el algoritmo Simplex para resolver modelos.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Comparación de situaciones antes y después de la corrida del modelo en el ejemplo de maximización de utilidades .

Linea A: Escama de acetato de Celulosa

Los resultados fueron prácticamente los mismos y no cambió el % de utilidad sobre venta de la linea.

	Antes Utilidad	Después Reportada
Escama Doméstica	10,601	10,601
Escama Exportación	2,766,900	2,761,725
Escama de Autoconsumo	10,538,100	10,764,000
Total	13,315,601	13,536,326
% UB/V	29.8%	29.8%

Linea B: Mecha de Acetato

	Antes Utilidad	Después Reportada
5.0/30000	289,359	
3.0/35000	18,007,869	19,812,480
3.7/40000	277,138	
3.3/36000	4,862,121	5,494,320
Total	23,436,487	25,306,800
%UB/V	23.67%	23.8 %

Sin tomar en consideración la reducción de costos de manufactura que implica la eliminación de dos de los artículos.

Linea C:Filamento Acetato

Esta linea se fue afectada severamente puesto que se eliminaron algunos artículos ,pero aun asi se elevó en un % considerable el porcentaje de utilidad bruta sobre venta.Los resultados antes de la corrida del modelo son los siguientes:

Panorama Actual de producción

	(Precio -) Costo	Tons a Producir	Utilidad bruta	Precio de venta	Venta
X1	1830.0	49.7	90951.0	8285.0	411764.5
X2	1974.0	67.8	133837.2	9683.0	656507.4
X3	1597.0	102.0	162894.0	8528.0	869856.0
X4	1728.0	935.1	1615852.8	9455.0	8841370.5
X5	1547.0	456.7	706514.9	8876.0	4053669.2
X6	1481.0	20.2	29916.2	8509.0	171881.8
X7	1549.0	47.8	74042.2	9201.0	439807.8
X8	1145.0	919.4	1052713.0	6871.0	6317197.4
X9	1365.0	80.4	109746.0	8454.0	679701.6
X10	1455.0	112.2	163251.0	9400.0	1054680.0
X11	1367.0	819.9	1120803.3	9740.0	7985826.0
X12	1142.0	8.4	9592.8	8306.0	69770.4
X13	1231.0	686.8	845450.8	9138.0	6275978.4
X14	1134.0	545.3	618370.2	9161.0	4995493.3
X15	1173.0	514.8	603860.4	9520.0	4900896.0
			7337795.8		47724400.3

15.4%	% de Utilidad sobre venta

Después de la corrida le modelo en el paquete LP88 arrojó los siguientes resultados:

Panorama propuesto después de la corrida de optimización.

	(Precio -) Costo	Tons a Producir	Utilidad bruta	Precio de venta	Venta
X1	1830.0	400	1,171,200	8285.0	3,314,000.0
X3	1597.0	640.7	1,023,197.9	8528.0	5,463,889.6
		Después	2,194,397.9		8,777,889.6

25.05 %	% de Utilidad sobre venta

Como se puede observar las restricciones se cumplen y la utilidad alcanza un valor de 25%.Pasando a las conclusiones del capítulo III se puede mencionar que actualmente se está utilizando el programa modificado de tajado y que se empieza a trabajar con el de Rollos maestros defectuosos o ya cortados. La reducción en el desperdicio se considera bastante aceptable y de cifras se puede hablar en los siguientes términos: La reducción en un punto del porcentaje de desperdicio global de la planta reportaría aproximadadente 40 MM de pesos de ahorro para la planta. A la fecha se esta trabajando en los cálculos del nuevo % de desperdicio global del departamento de tajado. (Febrero de 1991).

COMENTARIOS

Es difícil cambiar la dirección o los métodos que por tantos años se han practicado en la realización de ciertas actividades. No se pretendió en ningún momento que las técnicas descritas en este trabajo se utilizaran de inmediato y fueran mucho menos aceptadas de la misma manera. Sin embargo el objetivo principal de esta tesis (Mostrar las técnicas) se cumplió satisfactoriamente. Actualmente las áreas en las que se llevaron a cabo los estudios han considerado utilizar con regularidad estos métodos, cuando el problema lo amerite.

A partir del primer curso se han impartido otros a diferentes niveles y en diferentes áreas. El conocimiento y el aprovechamiento que pueda darse de técnicas matemáticas o de otra índole en una compañia o en un medio en el que la resistencia al cambio se haga en ocasiones tan difícil, es un reto que desde mi punto de vista vale la pena afrontar por varias razones:

La primera de ella tiene relación con las mejoras que pueden darse , por la ayuda que puede brindarse y por la inquietud que puede sembrarse en el conocer y aplicar de nuevas tecnologias.

La segunda tiene que ver con la satisfacción de vencer y al mismo tiempo de dar a conocer. Al hablar de vencer me refiero a las barreras que uno mismo como profesionista se construye. La actualización y la autocapacitación son las primeras herramientas con las que contamos , las que siempre tendremos a la mano y en las que creo firmemente pueden dar más que ninguna otra a una empresa, compañia, del tamaño y el giro del que se quiera hablar.

El trabajo que se expuso con anterioridad tiene mucho que ver con esas herramientas y con el reto de sembrar inquietudes. La inquietud fue sembrada y lo demás esta en manos de quienes quieran aceptar como reto el cambio y la mejora.

México D.F., Noviembre de 1991.

B I B L I O G R A F I A

Bazaraa,Jarvis y Sherali.

Linear Programming and Netwok Flows
Edición 1
Editorial John Wiley & Sons.
Nueva York, E. U. A.
1990
684 pp

Hiller,Liberman.

Introducción a la Investigación de Operaciones
Edición 2
Editorial Mc. Graw Hill
1980
833 pp.

Brown,A.R.

Optimum Packing and Depletion
The Computer in Space-and Resource-Usage Problems.

Nueva York
Editorial Macdonald-London an American Elsevier Inc.
1971
107 pp.

Hicks,Philip E.

Introducción a la Ingeniería Industrial y Ciencia de la Administración.
México
Editorial Continental S.A. de C.V.
1977
398 pp.