

130
2ej.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

**DISEÑO Y FABRICACION DE UN MANIPULADOR
DE TRES GRADOS DE LIBERTAD**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
P R E S E N T A ;
DAVID VAZQUEZ RAZO



DIRECTOR DE TESIS:
DR. ANGEL ROJAS SALGADO

MEXICO, D. F.

1992

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Indice	1
Nomenclatura.	2
Capitulo 1- Introducción.	4
1.1- Objetivo.	4
1.2- Discusión y perspectivas de la robótica.	4
1.3- Organización de la tesis.	8
Capitulo 2- Fundamentos teóricos.	13
2.1- Introducción.	13
2.2- Tipos de articulaciones.	13
2.3- Grados de libertad.	15
2.4- Coordenadas generalizadas.	16
2.5- Zona de trabajo.	17
2.6- Cinemática del manipulador.	18
2.7- Cinemática inversa.	24
2.8- Generación de trayectoria.	30
2.9- Análisis dinámico del manipulador.	33
2.10- Tipos de actuadores.	42
2.11- Sistemas de transmisión de potencia.	48
2.12- Organos terminal o mano.	53
2.13- Sensores de posición y percepción.	61
Capitulo 3- Diseño y análisis del manipulador.	68
3.1- Introducción.	68
3.2- Geometría y dimensiones.	71
3.3- Análisis cinemático.	72
3.4- Análisis dinámico.	80
3.5- Generación de trayectoria.	85
3.6- Análisis y selección del órgano terminal.	88
Capitulo 4- Diseño electrónico del control.	94
Capitulo 5- Conclusiones.	104
Bibliografía.	108
Apendice A- listado de planos y programas.	108

Nomenclatura.

Convenciones:

- \underline{x} : Vector n-dimensional sobre el campo de los números reales.
- \underline{X} : Matriz de $m \times n$ sobre el campo de los números reales.
- X_1, Y_1, Z_1 : Ejes cartesianos fijos al i-ésimo eslabón.
- $[\underline{y}]_1$ o \underline{y}_1 : Areglo de 3×1 que contiene las componentes del vector tridimensional \underline{y} referido a X_1, Y_1, Z_1 .
- $[\underline{X}]_1$ o \underline{X}_1 : Areglo de 3×3 que contiene las componentes de la matriz \underline{X} referidas a X_1, Y_1, Z_1 .
- $\underline{u} \cdot \underline{x}$ o $\underline{u}^T \underline{x}$: Producto escalar de los vectores \underline{u} y \underline{x} de la matriz de las mismas dimensiones \underline{u}^T es el vector transpuesto de \underline{u} .
- $\underline{u} \times \underline{x}$: Producto cruz del vectores cartesianos de dimensión 3.
- $\underline{u} \underline{v}$ o $\underline{u} \underline{v}^T$: Producto tensorial cuyas componentes se forman multiplicando cada componente de uno de los tensores por cada componente del otro.
- $\underline{1}$: Tensor identidad.

Simbología.

- $[\underline{a}_{1,1+i}]_1$, \underline{a}_1 : Vector que conecta el origen de X_1, Y_1, Z_1 con el de $X_{1+i}, Y_{1+i}, Z_{1+i}$, dirigido del primero al segundo, expresado en el sistema X_1, Y_1, Z_1 .
- b_1 : Coordenada Z_1 de la intersección de los ejes X_{1+i} y Z_1 , en el sistema coordenado X_1, Y_1, Z_1 .
- d_1 : La distancia entre Z_1 y Z_{1+i} , siempre positiva, medida en la dirección de X_{1+i} .
- e_1 : Vector unitario paralelo al eje Z_1 .
- f_1 : Vector de fuerza de inercia del eslabón 1.
- f_1 : Vector de fuerza de restricción que ejerce el eslabón 1 sobre el i-1.
- \underline{I}_1 : Tensor de inercia del eslabón 1, con respecto al centro de masa de este eslabón.
- \underline{I}_{c_1} : Matriz de inercia centroidal del eslabón 1, cuyos componentes estan dados en el sistema $i+1$.
- \underline{H}_1 : Momento ocasionado por la inercia del eslabón 1.
- \underline{H}_1 : momento ejercido sobre el eslabón 1 por el i-1.
- \underline{A}_1 : Producto de matrices de rotación $Q_1 Q_2 \dots Q_i$.

- $[Q_{i,i+1}]_1, Q_i$ Matriz que gira los ejes X_i, Y_i, Z_i a una orientación paralela $X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1}$, referido al sistema coordenado X_i, Y_i, Z_i .
- $r_i :$ Vector de posición del centro de masa del eslabón i .
- $\dot{r}_i, \ddot{r}_i :$ Velocidad y aceleración del centro de masa del eslabón i .
- $s_i, \dot{s}_i :$ Vector que conecta el origen de X_i, Y_i, Z_i con el órgano terminal, $X_{n+1}, Y_{n+1}, Z_{n+1}$, dirigido del primero al segundo.
- $\alpha_i :$ El ángulo entre Z_i y Z_{i+1} . Su signo se define en la dirección positiva del eje X_{i+1} , que está dirigido a lo largo de la perpendicular común a Z_i y Z_{i+1} , y va del primero al segundo.
- $\beta, \gamma :$ Parámetros dependientes del tiempo.
- $\theta_i :$ Ángulo de rotación del eslabón $i+1$ con respecto al eslabón i . Su signo se define en la dirección positiva de Z_i .
- $q :$ Vector de dimensión n que contiene las coordenadas generalizadas independientes del sistema.
- $\dot{q}, \ddot{q} :$ Vector de dimensión n que contiene la primera y la segunda derivada de la variable de articulación.
- $\rho_i :$ Vector que ubica el centro de masa del eslabón i en el sistema coordenado $i+1$.
- $\omega :$ Vector de velocidad angular.
- $\dot{\omega} :$ Vector de aceleración angular.
- $\Omega :$ Vector de velocidad angular. Se relaciona con el vector axial por medio de $\omega = \text{vect}(\Omega)$.
- $J(\theta)$ Matriz Jacobiana que se evalúa en θ_i .
- m_i Masa total del elemento i , es un escalar.
- J_i Matriz de inercia del elemento i sobre el centro de masa referido a la base.
- T Energía cinética total del brazo.
- V Energía potencial total del brazo.

I - Introducción.

1.1 - Objetivo.

El objetivo de la tesis es conjuntar el conocimiento actual necesario para analizar, diseñar y fabricar un robot. La robótica, es una ciencia que se ha desarrollado en base a la interacción de diferentes disciplinas y sus logros se pueden notar con claridad, tal como la innovación tecnológica que estamos viviendo día con día. Está innovación se nos presenta como un elemento de manejo, permaneciendo oculto los conocimientos que intervienen para su desarrollo.

La contribución de diferentes campos de la Ingeniería ha propiciado, un amplio estudio en este tema, requiriéndose una nueva forma de interactuar para alcanzar el objetivo propuesto.

En el presente trabajo se describe la aportación que ha jugado la Ingeniería Mecánica dentro de la robótica. Para tener un panorama más claro se presenta en dos partes, la primera parte contiene los Fundamentos Teóricos, en la cual se describen los conocimientos propios de esta ciencia, la segunda parte es un ejemplo de aplicación de los fundamentos teóricos al analizar, diseñar y fabricar un manipulador con tres grados de libertad conteniendo articulaciones rotacionales.

1.2 - Discusión y perspectivas de la robótica.

La palabra robot proviene de la palabra checa robota, que significa trabajo. Actualmente no se tiene una definición precisa de los robots industriales, cada país que los fabrica los especifica de acuerdo a sus funciones. Una definición de los robots industriales, es la del Robot Institute of America: << un robot es un manipulador que puede reprogramarse multifuncional, diseñado para mover materiales, piezas o dispositivos especializados, por medio de movimientos programados para la realización de una tarea >>.

En suma, un robot es un manipulador reprogramable de uso general con sensores externos que puede efectuar diferentes tareas, un robot puede poseer inteligencia, la cual se genera mediante algoritmos de computadora asociado con sistemas de control y sensoriales.

La necesidad cada vez más apremiante de aumentar la productividad y obtener productos terminados de una calidad uniforme, está haciendo que la industria gire cada vez más hacia la automatización. En la actualidad, la mayoría de las tareas de fabricación automatizadas se realizan mediante máquinas de uso especial, diseñadas para realizar funciones predeterminadas en un proceso de manufactura. La poca flexibilidad y el alto costo de estas máquinas, llamado sistema automatizado duro, han conducido a que el interés en el uso de robots, capaces de efectuar una variedad de funciones de fabricación, en un entorno de trabajo más flexible y a un menor costo de producción.

Los robots han evolucionado rápidamente y las razones han sido diversas, pero el factor principal que más ha influido es el económico, aunque las mejoras en la productividad, calidad, seguridad y flexibilidad también han jugado un papel importante.

En la figura (1.1) se observa el potencial de aplicación de los robots en la industria comparando con las máquinas especializadas y la mano de obra. Tal como se indica en la figura, las tareas con muy poco volumen de producción o por lo contrario las de alto volumen, son todavía poco apropiadas para los robots, porque son demasiado caras o lentas para este trabajo.

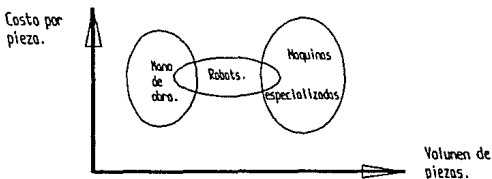


Figura (1.1)- Diagrama comparativo entre costo por pieza y volumen de producción para diversos sistemas.

La aplicación de los robots a la industria ha incidido desde sus comienzos en la soldadura, manipulación, ensamblaje, pintura, desbarbado, y mecanizado. La industria que mayor interés ha puesto en la robotización es la automotriz, así como la de productos variados en lotes puequeños debido a la posibilidad de tener una calidad uniforme con poca mano de obra.

A continuación se expone la evolución de la robótica desde los años cincuenta hasta la actualidad dividiéndola en tres generaciones que nacieron en la misma época, y que han ido desarrollándose paralelamente.

Los primeros estudios sobre robots datan de la década de los años cincuenta como colofón de los programas de investigación nuclear, en los que se desarrollan brazos mecánicos (con dos o más articulaciones), para realizar operaciones a distancia con materiales radioactivos. Estos brazos eran guiados directamente por personas situadas en la parte posterior de un escudo protector de cristal. En algunos casos el operador humano estaba en otra habitación desde el cual dirigía y observaba, por medio de un monitor de T.V, las operaciones que realizaba. Por ello a estos sistemas controlados remotamente se les ha denominado Teleoperadores.

A principio de los años sesentas, se pensó utilizar brazos mecánicos semejantes a los descritos, pero que pudieran ser programados para repetir una secuencia de operaciones. A estos dispositivos cuya estructura está compuesta por un brazo mecánico poliarticulado, con un órgano terminal, y una unidad de programación se les denominó manipuladores programables. Los manipuladores se caracterizan por disponer de articulaciones mecánicas que tienen un desplazamiento longitudinal o de rotación del tipo todo o nada (tope a tope de recorrido), y que su unidad de programación está basada, en una mesa de interruptores. El paso siguiente fue la evolución a sistemas más complejos. Se sustituyeron las articulaciones todo o nada por servocontroladores que permitan desplazar o girar el elemento terminal a una posición cualquiera. Además, al incorporar de 3 a 7 o más grados de libertad, estos dispositivos pueden alcanzar todos los puntos de su entorno.

Así mismo se adicionó un computador con memoria electrónica en lugar de la mesa de interruptores. A partir de este momento, se puede decir que había nacido la primera generación de robots.

Los robots de la primera generación, aun siendo muy poco adaptable al entorno, constituyen la gran mayoría de los robots instalados en la actualidad. Sin embargo una de sus principales desventajas reside en el costo de los dispositivos adicionales que se tienen que incorporar en su entorno, para que los objetos que manipulen estén en la posición correcta (unos pocos milímetros puede hacer fracasar la operación completa). Con el costo de estos dispositivos llegan a representar más del 50% del costo total.

Para superar las desventajas mencionadas y que los robots puedan ampliar su campo de aplicación, se requiere de la interacción del robot con su entorno, es decir, mediante sensores acoplados el robot obtenga la información sensorial necesaria para cumplir el plan de trabajo establecido. Los robots que interaccionan con el entorno constituyen la segunda generación. La característica básica que diferencian estos robots de los de la primera generación son el sistema de percepción, mediante el cual adquiere e interpreta la información sensorial, y el sistema de gobierno constituido por el control de ejecución (supervisión y toma de decisiones), y la comunicación.

Los robots de la segunda generación, a partir de un plan de accionamiento establecido de antemano, utilizan el sistema de percepción y de gobierno para llevarlo a cabo. Para ello realizan una serie de operaciones en paralelo, las cuales sirven para guiar al robot, procesar la información sensorial y decidir las nuevas acciones.

Los robots de la segunda generación tienen en principio mucho mayor potencial de aplicación que los de la primera. En primer lugar, no se requieren accesorios de preparación de las piezas para la manipulación, pues el sistema de percepción realiza esta tarea. Su campo de aplicación es en el mantenimiento de instalaciones ubicadas en áreas peligrosas, el trabajo en minas y los trabajos en el espacio.

La tercera generación de robots presenta una notable diferencia con los de la segunda. El robot no solamente interacciona con el entorno sino que se adapta a él y además puede generar su propio plan de trabajo.

En este caso los robots no precisan de un plan de trabajo prestablecido, sino del estado inicial y del final que tienen que alcanzar. Cuando se encuentran con situaciones imprevistas, pueden rehacer el plan para llegar a la meta final.

Entre los aspectos más importantes que se incorporan en estos robots, están los planificadores automáticos y el sistema de aprendizaje con su entorno, planificar y controlar sus acciones, y que adquiera conocimientos por autoaprendisaje.

En estos momentos no existe ninguna aplicación industrial de esta generación de robots, principalmente por la falta de sistemas de percepción adecuados y por la lentitud de los ordenadores para obtener un plan en un reducido tiempo de cálculo. Se espera que la quinta generación de computadoras permita resolver dichos problemas.

1.3 - Organización de la tesis.

El segundo capítulo inicia dando una definición aceptada por la mayoría de los expertos en el tema, de que es un robot, así como los elementos que constituyen una estructura mecánica tal como la serie de elementos mecánicos denominados eslabones, estos están unidos entre sí por articulaciones (prismáticas o rotacionales). Dependiendo de la ubicación de los elementos estos conforman tres dispositivos; brazo (constituido por eslabones y articulaciones actuantes), muñeca, y órgano terminal o mano.

El movimiento combinado de las articulaciones permite situar libremente el órgano terminal en el espacio, el número de movimientos independientes que puede realizar su estructura respecto a un sistema coordinado inmóvil representa los grados de libertad, el número de grados de libertad requerido lo determinará la posición y la orientación del órgano terminal.

Una característica fundamental de selección e implementación

del modelo adecuado, es la zona de trabajo, determinada por las dimensiones de los elementos, junto con los grados de libertad.

El modelado cinemático de un robot trata con el análisis teórico de la geometría propia del brazo del robot, con respecto a un sistema coordenado de referencia fijo. Existen dos problemas fundamentales en la cinemática, el primero es el problema cinemático directo, en el cual se conocen los giros de las articulaciones, mientras que el segundo es el problema cinemático inverso, en el cual se conocen las coordenadas de la trayectoria de la mano o herramienta. Como las variables de articulación son las que controlan los motores, se utiliza de manera más frecuente el problema cinemático inverso.

Para el análisis se aplican las ecuaciones de cerradura y la notación de Denavit - Hartenberg (1964), así como, para establecer la posición y orientación del órgano terminal, la obtención de las variables de articulación en base a una trayectoria dada en posición, velocidad y aceleración, se determina basandose en un algoritmo que aplica conceptos de invariancia y se resuelven las ecuaciones cinemáticas mediante el método de Newton - Gauss.

El problema dinámico también se presenta siguiendo una metodología unificada. Se resuelven los problemas cinemático y dinámico inverso, lo que permite especificar los pares y fuerzas requerido en cada actuador para producir una trayectoria deseada.

Los actuadores son dispositivos que proporciona la fuerza o par para que las articulaciones efectuen el movimiento adecuado. Los robot industriales que se encuentran en la actualidad, están accionados por alguno de los siguientes tres tipos de actuadores:

- Actuador hidráulico.
- Actuador eléctrico.
- Actuador neumático.

Estos actuadores se caracterizan por obtener su energía a partir de una de estas tres fuentes, fluido por presión, electricidad y aire comprimido, respectivamente.

En muchos casos no es posible encontrar un actuador con las características exactas de velocidad, en otros casos se

necesita situar el actuador alejado de la articulación prevista del manipulador, ya sea para disminuir peso y situarlo en la base, por tal motivo se hace necesario utilizar algún tipo de transmisión de potencia. Hay varias formas de efectuar la transmisión de potencia mecánica, estas formas incluyen las poleas y bandas dentadas, las cadenas y catarinas, los engranes, los ejes y los tornillos de potencia.

El dispositivo que se une a la muñeca del brazo, es el órgano terminal o mano. Este dispositivo le permite realizar una tarea específica, por tal razón, se debe diseñar específicamente para la tarea particular que se va a realizar.

Existe una amplia gama de órganos terminales tal como variedad de aplicaciones tenga el manipulador para realizar un trabajo, estos tipos se dividen en dos categorías:

- Pinzas.
- Herramientas.

Las pinzas se utilizan para agarrar y sostener objetos, en tanto que las herramientas, son dispositivos especializados para el montaje de una herramienta dentro de un proceso de fabricación.

Para tener mayor precisión y control se requiere el uso de sensores. Un sensor es un transductor que mide una variable física de interés (fuerza, presión, temperatura, velocidad, aceleración, caudal etc.), y lo transforma en otro tipo de variable principalmente voltaje. Los sensores en robótica se clasifican en:

- Sensores internos.
- Sensores externos al robot.

Los sensores internos permiten al sistema de control mover las articulaciones del robot, por lo que cada articulación cuenta con sus propios sensores. Se utilizan básicamente dos tipos de sensores de posición, ópticos(encoder) y magnéticos (resolver).

Los sensores externos al robot, suministran al sistema de control la información necesaria sobre el entorno y la operación en curso. Alguno de estos sensores suelen situarse en el entorno del robot, mientras otros se sitúan fuera de él. Dentro de estos sensores podemos mencionar:

- Sensores de esfuerzos
- Sensores de tacto y deslizamiento.
- Sensores de proximidad.
- Sensores de visión.

Los sensores de esfuerzos se sitúan, normalmente, entre la muñeca y la pinza del robot midiendo los esfuerzos y los pares en el extremo del manipulador. Estos están normalmente formados por los siguientes elementos:

- a) Parte rígida unida a la pinza del robot.
- b) Parte rígida unida a la muñeca del robot.
- c) Parte flexible que une a los dos elementos anteriores.

Los sensores de tacto y deslizamiento se sitúan en los dedos (extremidades) de la pinza. Permite conocer aproximadamente las formas de los objetos y detectan si ha existido deslizamiento. Constructivamente suelen estar formados por matrices de sensores de presión.

Los sensores de proximidad permiten detectar la presencia del objeto u obstáculo cerca del órgano terminal sin ningún contacto. Suelen ser del tipo inductivo o infrarrojo, situándose en cada uno de los dedos del robot.

Los sensores de visión permiten detectar e identificar cualquier variación del entorno de su área de trabajo.

En el tercer capítulo se presenta una metodología para mostrar el diseño y la fabricación de un manipulador con tres grados de libertad con pares rotacionales.

El primer punto es definir la geometría y las dimensiones que conforman la estructura mecánica.

El segundo punto es aplicar la notación de Denavit y Hartenberg, que nos proporciona los elementos para aplicar las condiciones de cerradura y poder desarrollar las matrices de transformación, que nos permiten referir el órgano terminal al sistema de referencia fijo situado en la base del manipulador y así podemos definir adecuadamente las trayectorias.

La obtención de las variables de articulación, en posición, velocidad y aceleración, son obtenidas resolviendo el problema cinemático inverso, datos necesarios para activar los motores y

realizar una tarea. La solución del problema cinemático inverso se determina aplicando el método de Newton - Gauss.

El modelado dinámico se obtiene apartir de las leyes físicas, como son las ecuaciones de Newton - Euler, con estas se resuelve el problema dinámico inverso, el cual consiste en evaluar las fuerzas y pares necesarios en cada articulación y así poder calcular la potencia que se requiere al ejecutar una tareas, con la cual la velocidad máxima puede se especificada.

En el cuarto capítulo se presenta el diseño electrónico del control. El movimiento de las articulaciones se realiza por medio de actuadores eléctricos (motores de pasos).

Los motores de pasos funcionan al conmutar pulsos eléctricos en las terminales de las bobinas que lo componen. Estos pulsos deben de llevar una secuencia lógica para que el motor gire.

La velocidad en la que se haga la conmutación de los pulsos eléctricos nos va a dar la velocidad de giro del rotor.

Para lograr el control de este tipo de motor, necesitamos dispositivos que sean capaces de hacer la conmutación de pulsos eléctricos. Para lo cual se utilizan transistores, logrando controladores con mayor precisión, velocidad y una disminución de espacio del control mismo.

Dentro de este capítulo se muestran las operaciones básicas y el circuito que se diseño para mover un motor de pasos.

II - Fundamentos Teóricos.

2.1- Introducción.

Un robot industrial consiste de algunos elementos rígidos conectados en serie, el acoplamiento de cuerpos rígidos forman una cadena cinemática, siendo considerado cada cuerpo como un eslabón de la cadena.

Si existen eslabones acoplados a un solo eslabón vecino, la cadena es abierta y constituye un manipulador. El manipulador está constituido por tres elementos básicos: cuerpo, brazo y antebrazo, que se relacionan entre sí mediante articulaciones o pares cinemáticos. Cada elemento dispone de dos pares cinemáticos, estando el primero de ellos fijo a la base y el último con un extremo libre, en donde se sitúa la mano o herramienta.

2.2 Tipo de articulaciones.

Únicamente son posible seis tipos diferentes de articulaciones, las cuales se muestran en la figura(2.2.1), estas son:

Rotación (R), permite giro alrededor de un eje y evita traslación. Impone cinco restricciones, tres de traslación y dos de rotación.

Prismática (P), permite únicamente traslación a lo largo de una dirección. Impone cinco restricciones, tres de rotación y traslación sobre dos direcciones.

Tornillo (T), permite traslación a lo largo de un eje o rotación alrededor del mismo eje, existiendo una relación entre ellos. Por lo tanto también impone cinco restricciones.

Cilíndrica (C), permite dos movimientos independientes, traslación sobre un eje y rotación alrededor del mismo. Impone cuatro restricciones.

Esférica (S), permite rotación alrededor de tres ejes no coplanares e impide movimientos de traslación. Impone tres


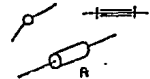

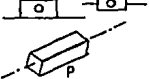
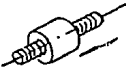

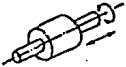
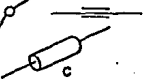

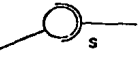


Nombre del par	Unión mecánica forma de los pares	Representación esquemática
1. Rotación (R)		
2. Prismático (P)		
3. Tornillo (H)		
4. Cilíndrico (C)		
5. Esférico (S)		
6. Plano (E)		

Figura (2.2.1) - Representación de los seis pares inferiores.

restricciones.

Planar (E), permite traslación a lo largo de dos direcciones independientes y rotación alrededor de un eje perpendicular al plano de esas direcciones. Impone tres restricciones.

De éstas articulaciones, pueden considerarse básicas la de rotación y la prismática ya que mediante ellas pueden simularse las demás. (tres rotaciones que se intersectan en un punto son equivalentes a una articulación esférica, Duffy [6]).

2.3 Grados de libertad.

Grado de libertad es el número mínimo de parámetros que se precisan para determinar la posición y la orientación de un elemento o cuerpo rígido, tal como el órgano o elemento terminal del manipulador. También se puede definir como los posibles movimientos básicos. En la figura(2.3.1), se muestra el esquema de un robor de estructura moderna con seis grados de libertad; tres de ellos determinan la posición en el espacio de la mano (q_1, q_2, q_3), y los otros tres la orientación de la mismo (q_4, q_5, q_6).

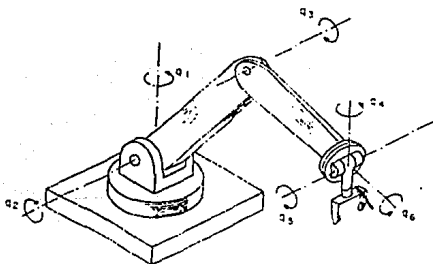


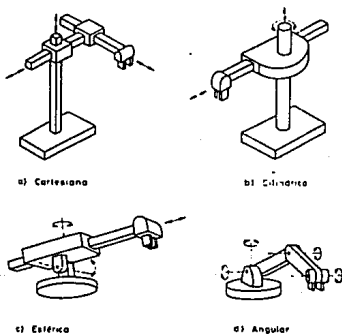
Figura (2.3.1.)-Esquema de un manipulador con 6 grados de libertad.

El tipo de manipulador empleado más frecuentemente en la

industria, tiene tres grados de libertad en su estructura, más otros tres en la muñeca. Con el movimiento de cada elemento (grados de libertad q_1, q_2, q_3). se consigue posicionar la mano en un punto de la zona operativa (el extremo libre) y con los otros tres grados de libertad de la muñeca, se logra orientar en cualquier dirección el elemento terminal o mano.

2.4 Coordenadas generalizadas.

La estructura del manipulador y la disposición entre sus elementos proporciona una configuración mecánica, la cual conduce a establecer las relaciones funcionales para definir la posición y orientación del elemento terminal. Fundamentalmente existen cuatro estructuras básicas en los manipuladores, que se muestran en la figura(2.4.1) y se citan a continuación.



Figura(2.4.1)-Diversas estructuras de robots

Estructura de Coordenadas cartesianas (tres ejes lineales)
(ejemplo: robot RS-1 de IBM y el robot sigma de Olivetti).

Estructura de Coordenadas cilíndricas(dos ejes lineales y un rotacional)(ejemplo: robot Versatran 600 de Prob).

Estructura de Coordenadas esféricas (un eje lineal y dos de rotación)(ejemplo robot Unimate 2000B de Unimation Inc.).

Estructura de Coordenadas de rotación o articuladas(tres ejes rotacionales.)(ejemplo: robot T³ de Cincinnati Milacron y el puma de Unimation Inc.).

Cada una de las variables que especifican un grado de libertad, que pueden indicar rotación o desplazamiento seran denominadas coordenadas generalizadas y se representaran por q_i .

2.5 Zona de trabajo.

Las dimensiones de los elementos del manipulador, junto con los grados de libertad, definen la zona de trabajo del robot, es la característica fundamental en las fases de selección e implementación del modelo adecuado.

La zona de trabajo se subdivide en áreas diferentes entre sí, por la accesibilidad específica del elemento terminal en cada una de ellas . Por ejemplo, la zona en la que se puede orientar horizontalmente del elemento terminal, es diferente a la que permite orientarlo verticalmente o con un determinado ángulo de inclinación, figura(2.5.1).

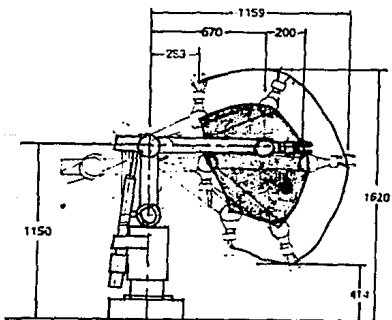
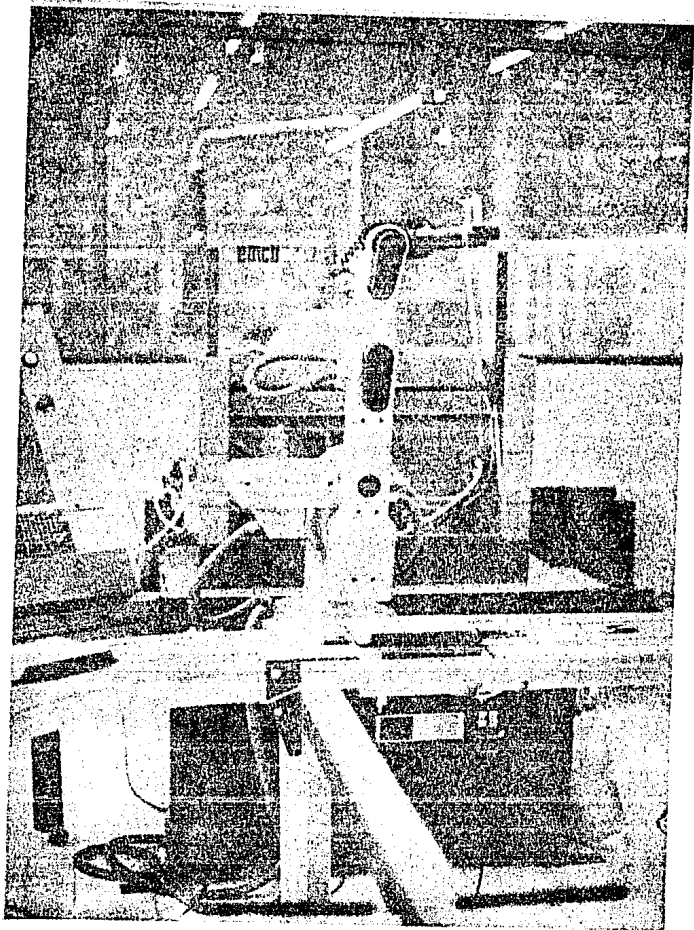


Figura (2.5.1.)-Dimensiones y zona de trabajo del manipulador del sistema de robot industrial IRB 6/2.



También queda restringida la zona de trabajo por los límites de giro y desplazamiento que existe en las articulaciones.

2.6 Cinemática del manipulador.

2.6.1 Introducción.

La cinemática del brazo del robot trata con el estudio analítico de la geometría del movimiento del brazo del robot, con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo, sin considerar las fuerzas o momentos que originan el movimiento. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del desplazamiento espacial del robot como una función del tiempo, en particular de las relaciones entre la posición de las variables de articulación, la posición y orientación de la mano del robot.

Hay dos problemas fundamentales en la cinemática del robot. El primer problema se suele conocer como el problema cinemático directo en el cual se conocen los giros de las articulaciones, mientras que el segundo es el problema cinemático inverso en el cual se conocen las coordenadas de la trayectoria de la mano o herramienta. Como las variables independientes de un robot son las variables de articulación (giros o desplazamientos de los eslabones), y una tarea se suele dar en términos del sistema de coordenadas de referencia, se utiliza de manera más frecuente el problema cinemático inverso. Denavit y Hartenberg (1964), propusieron un enfoque sistemático y generalizado, el cual emplea álgebra matricial para describir y representar la geometría espacial de los elementos del brazo del robot, con respecto a un sistema de referencia fijo. La matriz que se obtiene mediante el método de Denavit-Hartenberg (D-H), representa una transformación de cada uno de los ejes de coordenadas definido en la articulación con respecto al sistema de coordenadas del elemento previo. Así mediante transformaciones secuenciales, un punto de la herramienta expresado en las coordenadas de la mano, se puede transformar y expresar en las coordenadas de la base, que constituye un

sistema inercial.

Cada sistema de coordenadas se determina y establece sobre la base de estas tres reglas:

1. El eje Z_{i-1} es paralelo al eje de la articulación.
2. El eje X_i es perpendicular a los eje Z_{i-1} y Z_i .
3. El eje Y_i completa el sistema de coordenadas según se requiera.

La representación de D-H de un elemento rígido depende de los parámetros geométricos asociados con cada elemento. Cuatro parámetros describen completamente cualquier eslabón, estos parámetros se definen como sigue:

- θ_i : Es el ángulo de la articulación entre el eje X_i y el eje X_{i+1} respecto del eje Z_i .
- d_i : Es la distancia entre los ejes Z_i y Z_{i+1} siempre positivo y medido sobre X_{i+1} .
- b_i : Es la coordenada Z_i de la intersección de los ejes X_{i+1} y Z_i .
- α_i : Es el ángulo entre el eje Z_i al eje Z_{i+1} respecto del eje X_i .

2.6.2 Posición y orientación.

Para definir la posición y orientación de la mano o herramienta a través de los eslabones intermedios se hace uso de transformaciones afines, que consiste en una traslación del origen de coordenadas y una rotación de los ejes coordenados. Con referencia a la figura (2.6.2). Sea (X_1, Y_1, Z_1) y (X_2, Y_2, Z_2) dos sistemas coordenados relacionados por una transformación afín. El vector de posición de cualquier punto P referido en el sistema 2 se puede expresar en el sistema 1 como:

$$[P]_1 = [a_{1,2}]_1 + [Q_{1,2}]_1 [P]_2 \quad (2.6.2.1)$$

donde $a_{1,2}$ es el vector de traslación que une a los orígenes del sistema 1 con el 2 y $Q_{1,2}$ es la matriz de rotación que sobre

pone los sistemas 1 y 2 mediante un giro y el subíndice de los paréntesis cuadrados indica el marco de referencia en el cual se representa el vector.

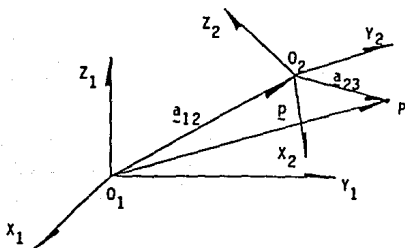


Figura (2.6.2)-Posición y orientación.

Para relacionar otro conjunto de coordenadas con los anteriores, sea (X_3, Y_3, Z_3) el nuevo sistema. La transformación afín entre 2 y 3 es.

$$[P]_2 = [a_{2,3}]_2 + [Q_{2,3}]_2 [P]_3 \quad (2.6.2.2)$$

para referir al sistema 1, y obtener una relación de coordenadas 3 a 1, se procede en la siguiente forma.

$$\begin{aligned} [P]_1 &= [a_{1,2}]_1 + [Q_{1,2}]_1 [a_{2,3}]_2 + \\ &\quad + [Q_{1,2}]_1 [Q_{2,3}]_2 [P]_3 \\ &= [a_{1,3}]_1 + [Q_{1,3}]_1 [P]_3 \end{aligned} \quad (2.6.2.3)$$

donde

$$[a_{1,3}]_1 = [a_{1,2}]_1 + [Q_{1,2}]_1 [a_{2,3}]_2$$

Al tener definidos los parámetros de Denavit-Hartenberg, podremos definir la matriz de rotación $[Q_{i,i+1}]_i$, que denota una rotación que lleva el sistema coordenado (X_i, Y_i, Z_i) a

coincidir con el $(X_{i+1}, Y_{i+1}, Z_{i+1})$. Esta matriz se obtiene mediante la composición de dos rotaciones, una de un ángulo θ_i alrededor de Z_i , seguida de un ángulo α_i alrededor de eje X_i . Así se obtiene.

$$[Q_{1,1+1}]_1 = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i \end{bmatrix} \quad (2.6.2.4)$$

así mismo

$$[a_{1,1+1}]_1^T = [d_i C\theta_i, d_i S\theta_i, b_i] \quad (2.6.2.5)$$

expresión para el vector que une los orígenes de los sistemas i e $i+1$.

El análisis cinemático directo consiste en determinar la posición, la velocidad y la aceleración de cada eslabón, incluyendo la mano o herramienta, dados los parámetros y desplazamientos relativos de las articulaciones, así como su primera y segunda derivada.

Algunos autores (Paul 1981, Lee 1982), utilizan una matriz de transformación homogénea de 4×4 para describir la relación espacial entre dos elementos mecánicos rígidos adyacentes y reducen el problema cinemático directo a encontrar una matriz de transformación homogénea de 4×4 que relacione el desplazamiento espacial del sistema de coordenadas de la mano al sistema de coordenadas de referencia. Esta matriz de transformación se define como:

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} 1x & mx & nx & px \\ 1y & my & ny & py \\ 1z & mz & nz & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6.2.6)$$

el empleo de matrices de transformación homogénea es ineficiente desde el punto de vista numérico, ya que se trabaja con términos nulos que conducen a operaciones superfluas.

2.6.3 Análisis de velocidad y aceleración.

La ubicación de la mano o herramienta está dada por el vector de posición y definido como:

$$y(\theta) = [a_{1,2}]_1 + [Q_{1,2}]_1 [a_{2,3}]_2 + \dots + [Q_{1,2}]_1 [Q_{2,3}]_2 \dots \dots \dots \\ \dots [Q_{n-1,n}]_{n-1} [a_{n,n-1}]_n \quad (2.6.3.1)$$

Para simplificar la notación, se indicará

$[Q_{i,i+1}]_i$ con Q_i y $[a_{i,i+1}]_i$ con a_i

por lo tanto, la ecuación (2.6.3.1) resulta en :

$$y(\theta) = a_1 + Q_1 a_2 + \dots + Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} a_n \quad (2.6.3.2)$$

La velocidad de la mano se obtiene derivando la ec.(2.6.3.2) con respecto al tiempo, obteniéndose.

$$\dot{y} = \dot{a}_1 + \dot{Q}_1 a_2 + Q_1 \dot{a}_2 + \dots + \dot{Q}_1 Q_2 \dots Q_{n-1} a_n + \dots + Q_1 \dot{Q}_2 \dots Q_{n-1} a_n \\ + \dots + Q_1 Q_2 \dots \dots Q_{n-1} \dot{a}_n + \dots + Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} \dot{a}_n \quad (2.6.3.3)$$

definiendo la matriz de velocidad angular como:

$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_i Q_i^T = \theta_i e \times \underline{1} \quad (2.6.3.4)$$

y considerando las propiedades de las matrices ortonormales

$$Q_i^T Q_i = \underline{1} \quad (2.6.3.5)$$

siendo $e = (0, 0, 1)^T$ el vector unitario paralelo al eje de rotación y $\underline{1}$ es la matriz identidad .

Aplicando las ecs.(2.6.3.4 y 2.6.3.5) en la ec.(2.6.3.3) se tiene :

$$\dot{u} = \dot{a}_1 + Q_1 Q_1^T Q_1 \dot{a}_2 + Q_1 \dot{a}_2 + Q_1 Q_1^T Q_1 Q_2 \dot{a}_3 + Q_1 Q_2 Q_2^T Q_2 \dot{a}_3 + Q_1 Q_2 \dot{a}_3 + \dots + \omega_{n-1} \times Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} \dot{a}_n + Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} \dot{a}_n \quad (2.6.3.6)$$

$$\dot{u} = \dot{a}_1 + \theta_1 e \times Q_1 \dot{a}_2 + Q_1 \dot{a}_2 + \theta_1 e \times Q_1 Q_2 \dot{a}_3 + \theta_2 Q_1 [e \times Q_2 \dot{a}_3] + Q_1 Q_2 \dot{a}_3 + \dots + \omega_{n-1} \times Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} \dot{a}_n + Q_1 \dots Q_{n-1} \dot{a}_n$$

además se tiene que

$$\dot{a}_k = \theta_k e \times a_k \quad k = 1, 2, \dots, n-1$$

teniendo al sustituir.

$$\dot{u} = \theta_1 e \times \underline{a}_1 + (\theta_1 e + \theta_2 Q_1 e) \times Q_1 \underline{a}_2 + (\theta_1 e + \theta_2 Q_1 e + \theta_3 Q_1 Q_2 e) \times Q_1 Q_2 \underline{a}_3 + \dots + \omega_{n-1} \times Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} \underline{a}_n + Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} \dots \theta_n e \times \underline{a}_n \quad (2.6.3.7)$$

para simplificar, las diferentes velocidades angulares pueden definirse y calcularse recursivamente como:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \theta_1 e \\ \omega_2 &= (\omega_1 + \theta_2 Q_1 e) \\ &\vdots \\ \omega_n &= \omega_{n-1} + \theta_n Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} e \end{aligned} \quad (2.6.3.8)$$

Entonces la ec.(2.6.3.7), resulta:

$$\dot{u} = \omega_1 \times \underline{a}_1 + \omega_2 \times Q_1 \underline{a}_2 + \omega_3 \times Q_1 Q_2 \underline{a}_3 + \dots + \omega_n \times Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} \underline{a}_n \quad (2.6.3.9)$$

Simplificando la expresión tenemos:

$$\dot{u} = \omega_1 \times \underline{a}_1 + \omega_2 \times [\underline{a}_2]_1 + \dots + \omega_n \times [\underline{a}_n]_1 \quad (2.6.3.10)$$

Este resultado también puede obtenerse recursivamente.

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \dot{a}_1 + \omega_1 \times \underline{a}_1 \\ \dot{u}_2 &= \dot{u}_1 + \omega_2 \times [\underline{a}_2]_1 \\ &\vdots \\ \dot{u}_n &= \dot{u}_{n-1} + \omega_n \times [\underline{a}_n]_1 \end{aligned} \quad (2.6.3.11)$$

La aceleración lineal se obtiene derivando la ec.(2.6.3.10) con respecto al tiempo.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{u}}_1' &= \dot{\underline{\omega}}_1 \times \underline{a}_1 + \underline{\omega}_1 \times \dot{\underline{a}}_1 = \dot{\underline{\omega}}_1 \times \underline{a}_1 + \underline{\omega}_1 \times (\underline{\omega}_1 \times \underline{a}_1) \\ \dot{\underline{u}}_2' &= \dot{\underline{u}}_1' + \dot{\underline{\omega}}_2 \times [\underline{a}_2]_1 + \underline{\omega}_2 \times (\underline{\omega}_2 \times [\underline{a}_2]_1) \\ &\vdots \\ \dot{\underline{u}}_n' &= \dot{\underline{u}}_{n-1}' + \dot{\underline{\omega}}_n \times [\underline{a}_n]_1 + \underline{\omega}_n \times (\underline{\omega}_n \times [\underline{a}_n]_1) \end{aligned} \quad (2.6.3.12)$$

La aceleración angular se obtiene al derivar la ec.(2.6.3.8) con respecto al tiempo quedando.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\omega}}_1 &= \ddot{\theta}_1 \underline{e}_1 \dots \dots \dots \\ \dot{\underline{\omega}}_2 &= \dot{\underline{\omega}}_1 + \underline{\omega}_1 \times \underline{\theta}_2 \underline{e}_2 + \underline{\theta}_2 \underline{e}_2 \\ &\vdots \\ \dot{\underline{\omega}}_n &= \dot{\underline{\omega}}_{n-1} + \underline{\omega}_{n-1} \times \underline{\theta}_n \underline{e}_n + \underline{\theta}_n \underline{e}_n \end{aligned} \quad (2.6.3.13)$$

siendo en este caso $\underline{e}_n = Q_1 Q_2 \dots Q_{n-1} \underline{e}$

Con las ecuaciones anteriores se tienen las bases para el cálculo de la cinemática directa, al emplear en algunos casos recursividad, lo cual incrementa la eficiencia de cálculo, al ejecutarse operaciones mínimas y aprovechar cálculos previamente realizados.

2.7- Cinemática inversa.

2.7.1- Introducción.

El problema cinemático inverso, para sistemas articulados, consiste en determinar los valores de las variables que definen a cada par inferior que integra al sistema articulado y sus variaciones con el tiempo, conocida la historia de posición, velocidad y aceleración de uno de sus eslabones.

Dependiendo de la tarea a realizar, las estructuras requeridas de los manipuladores son diferentes, es decir, cuando solo se requiere que la herramienta se posicione en un punto en el

espacio de la trayectoria y no es importante su orientación, una estructura con tres grados de libertad es suficiente, si la herramienta tiene que mover un plano, es decir se desea colocar un vidrio redondo en alguna pieza para ensamble, una estructura con cuatro grados de libertad es suficiente, si se trata de posicionar una línea, cinco grados de libertad son suficientes, y para colocar y orientar un cuerpo rígido en el espacio una estructura con seis grados de libertad es necesaria.

Aquí será tratada una estructura con cinco grados de libertad y su cinemática inversa, ya que en algunas aplicaciones industriales, tales como la soldadura con arco eléctrico y el pintado en spray, se requiere el movimiento de piezas con ejes de simetría a través de un conjunto de configuraciones preescritas.

El algoritmo está basado en un sistema algebraico sobredeterminado no lineal de seis ecuaciones con cinco incógnitas, el cual resulta de la ubicación de dos puntos de un cuerpo rígido, siendo aplicable también cuando sólo interesa la ubicación de un solo punto. Una línea queda completamente definida al fijar dos puntos de ella. Para el cálculo de las dos primeras derivadas de las variables de las uniones que integran el sistema articulado se requiere la velocidad y la aceleración de cualquier par de puntos del eje de simetría. Como se trata de ubicar un cuerpo rígido, es necesario satisfacer la condición de compatibilidad, la cual establece que la distancia entre dos puntos de cualquier línea es constante a través del movimiento. Para ubicar un punto en el espacio se requiere una estructura flexible con tres articulaciones, por lo que se aprovecha la estructura definida al modelar el caso de cinco articulaciones para un punto. Las variables en cada articulación son obtenidas mediante el método de Newton - Gauss. El objetivo es formar un algoritmo capaz de operar en tiempo real y con él resolver el problema de control asociado con la conducta de la mano.

La solución del problema cinemático inverso se obtiene empleando un proceso iterativo, que requiere en cada iteración la solución de un sistema sobredeterminado por mínimos cuadrados. Obteniéndose un algoritmo robusto que elimina errores

de redondeo.

2.7.2- Análisis de desplazamiento.

Aplicando el método y la notación de Denavit y Hartenberg (1964), descrita en la sección (2.6.1). El problema se limita a la posición y orientación de una línea. El problema es resuelto determinando las cinco variables (Tsai y Morgan 1984) que están asociadas con la articulación del manipulador. Sea la línea \underline{SS} , \underline{S} el eje de simetría de la mano o herramienta, posicionada y orientada en el espacio, si se conoce la distancia h entre estos puntos el problema está completamente definido. Si se especifican los vectores de posición como \underline{ss} y \underline{s} respectivamente se debe satisfacer la condición.

$$(\underline{ss} - \underline{s})^T (\underline{ss} - \underline{s}) = h^2 \quad (2.7.2.1)$$

Sean \underline{ss} y \underline{s} los vectores a través de los eslabones, los cuales depende de θ , este último es el vector de incógnitas que contiene los pares de rotación (o un prismático) es decir $\theta^T = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_5]$ si todos los pares son de rotación, en caso contrario $\theta_i = b_i$ en la i -ésima articulación.

Los vectores \underline{ss} y \underline{s} se calculan aplicando un esquema recursivo similar al de Horner, para calcular el polinomio (Angeles 1985) teniéndose.

$$\begin{aligned} \underline{ss}_4 &= \underline{a}_4 \\ \underline{ss}_k &= \underline{a}_k + Q_k \underline{a}_{k+1} \quad k=3,2,1 \end{aligned} \quad (2.7.2.2)$$

$$\begin{aligned} \underline{s}_5 &= \underline{a}_5 \\ \underline{s}_j &= \underline{a}_j + Q_j \underline{a}_{j+1} \quad j=4,3,2,1 \end{aligned} \quad (2.7.2.3)$$

Las ecuaciones de cerradura en desplazamiento son:

$$f_1(\theta) = \underline{ss}_1 - \underline{ss} = 0 \quad (2.7.2.4a)$$

$$f_2(\theta) = \underline{s}_1 - \underline{s} = 0 \quad (2.7.2.4b)$$

La cuales forman un sistema no lineal con seis ecuaciones y

cinco incógnitas, definido como.

$$f(\theta) = \begin{bmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.7.2.5)$$

Los datos \underline{s} y \underline{e} son consistentes (verifican la ec. (2.7.2.1)), el sistema sobredeterminado dado en la ec. (2.7.2.5) es únicamente formal y una aproximación de mínimos cuadrados da la solución.

El método de Newton - Gauss consiste en proponer una configuración inicial θ_0 cercana a la solución y se realiza una secuencia monótonica hacia la solución, el esquema iterativo es.

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta\theta^k \quad (2.7.2.6)$$

donde $\Delta\theta^k$ se calcula de la serie de Taylor truncada de $f(\theta)$ alrededor de $\theta = \theta^k$, reteniendo únicamente los términos de primer orden, los que exigen que los incrementos $\Delta\theta$ sean pequeños y permite escribir.

$$J(\theta^k) \Delta\theta^k = -f(\theta^k) \quad (2.7.2.7)$$

donde $J(\theta)$ es la matriz Jacobiana que se evalúa en θ_1 y se calcula a partir de:

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} \partial f_1(\theta) / \partial \theta \\ \partial f_2(\theta) / \partial \theta \end{bmatrix}$$

Cuando θ_1 está asociado a un par de rotación

$$\begin{aligned} \partial f_1(\theta) / \partial \theta_1 &= \partial s s_1 / \partial \theta_1 = Q_1 \dots Q_{1-1} (\underline{e} \times s s_1) \\ \partial f_2(\theta) / \partial \theta_1 &= \partial s_1 / \partial \theta_1 = Q_1 \dots Q_{1-1} (\underline{e} \times s_1) \end{aligned}$$

y si está asociado a un par prismático.

$$\begin{aligned} \partial f_1(\theta) / \partial \theta_1 &= \partial s s_1 / \partial \theta_1 = Q_1 \dots Q_{1-1} \underline{e} \\ \partial f_2(\theta) / \partial \theta_1 &= \partial s_1 / \partial \theta_1 = Q_1 \dots Q_{1-1} \underline{e} \end{aligned}$$

donde \underline{g} es el vector unitario asociado al par i , paralelo al eje Z_i .

La ec.(2.7.2.7) representa un sistema algebraico de seis ecuaciones en cinco incógnitas y contiene 5 ecuaciones linealmente independientes, en este caso $f(\theta^k)$ se encuentra en el rango de $J(\theta^k)$, si y solo si, los puntos SS y S no violan la condición de rigidez. Bajo estas condiciones $J(\theta)$ no puede invertirse para obtener una solución, por lo tanto, la solución se obtiene por mínimos cuadrados, siendo las reflexiones de Householder(Golub 1983) la forma más eficiente de lograrlo, estas reflexiones producen implícitamente la inversa generalizada de $J(\theta)$, esto es.

$$\Delta\theta^k = J^I(\theta^k) f(\theta^k) \quad (2.7.2.8)$$

con $J^I(\theta^k)$ definido como

$$J^I(\theta^k) = [J^T(\theta^k) J(\theta^k)]^{-1} J^T(\theta^k)$$

la cual se conoce como la inversa generalizada de " Moore - Penrose ".

El método empleado para obtener $\Delta\theta^k$ se realiza en dos etapas, en la primera se descompone la matriz $J(\theta)$ numericamente dada en la ec.(2.7.2.7) en triangular superior mediante reflexiones de Householder (Moler 1973) y en la segunda etapa la sustitución regresiva para obtener los valores de $\Delta\theta^k$. El criterio de convergencia es.

$$\| \Delta\theta^k \| < c \quad (2.7.2.9)$$

donde c es la tolerancia preescrita.

En forma semejante a la descrita se procede cuando se tienen tres articulaciones, las ecuaciones de cerradura en este caso se expresan como.

$$f(\theta) = \underline{a}_1 + Q_1 \underline{a}_2 + Q_1 Q_2 \underline{a}_3 - r = 0 \quad (2.7.2.10)$$

que forma un sistema no lineal con tres componentes en

tres incógnitas, que también es resuelto aplicando aproximaciones lineales mediante el método de Newton - Gauss, solo que $J^1(\theta)$ se transforma en $J^{-1}(\theta)$. La solución por mínimos cuadrados es correcta ya que las reflexiones de Householder no alteran la condición de la matriz $J(\theta)$, por lo cual no alteran los resultados.

2.7.3- Análisis de velocidad.

Las velocidades de los pares cinemáticos se calculan a partir de la ec.(2.7.2.4) la cual se deriva con respecto al tiempo, en este caso son conocidas las velocidades \dot{s}_1 y $\dot{\theta}$, es decir,

$$\dot{s}_1 = \left(\frac{\partial s_1}{\partial \theta} \right) \dot{\theta} \quad (2.7.3.1a)$$

$$\dot{s}_2 = \left(\frac{\partial s_2}{\partial \theta} \right) \dot{\theta} \quad (2.7.3.1b)$$

que conduce al sistema

$$J(\theta)\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial s_2}{\partial \theta} \end{bmatrix} \dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} \quad (2.7.3.2)$$

cuya solución se obtiene por reflexiones de Householder, ya que la triangulación de $J(\theta)$ se calculó al obtener la convergencia en la ec.(2.7.2.8), solo que requiere la sustitución regresiva.

2.7.4- Análisis de aceleración.

El cálculo de $\ddot{\theta}$ se obtiene derivando la ec.(2.7.2.10) con respecto al tiempo y con los valores \dot{s}_1 y $\dot{\theta}$ congruentes con la aceleración del cuerpo rígido conduce a.

$$\ddot{s}_1 = \left[\frac{\partial s_1}{\partial \theta} \right] \ddot{\theta} + \left[\left(\frac{\partial^2 s_1}{\partial \theta^2} \right) \dot{\theta} \right] \dot{\theta} \quad (2.7.4.1a)$$

$$\ddot{s}_2 = \left[\frac{\partial s_2}{\partial \theta} \right] \ddot{\theta} + \left[\left(\frac{\partial^2 s_2}{\partial \theta^2} \right) \dot{\theta} \right] \dot{\theta} \quad (2.7.4.1b)$$

donde, para pares de rotación, la derivada segunda de s_1 es

$$\frac{\partial^2 \underline{s}_1}{\partial \theta_j \partial \theta_i} = Q_1 \dots Q_{i-1} \underline{e} \times \left(\frac{\partial \underline{s}_1}{\partial \theta_j} \right) \quad \begin{matrix} i=1,2,3,\dots \\ j=1,i+1,\dots \end{matrix}$$

y para pares prismáticos, la derivada existe si $i < j$, si no es así, la derivada es nula, o sea

$$\frac{\partial^2 \underline{s}_1}{\partial \theta_j \partial \theta_i} = Q_1 \dots Q_{i-1} \underline{e} \times \left(\frac{\partial \underline{s}_1}{\partial \theta_j} \right) \quad i < j$$

Reordenando la ec. (2.7.3.2), conduce a

$$J(\theta) \ddot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\underline{s}}_1 - \left[\left(\frac{\partial^2 \underline{s}_1}{\partial \theta \partial \theta} \right) \dot{\theta} \right] \dot{\theta} \\ \dot{\underline{s}}_2 - \left[\left(\frac{\partial^2 \underline{s}_1}{\partial \theta \partial \theta} \right) \dot{\theta} \right] \dot{\theta} \end{bmatrix} = \underline{g} \quad (2.7.4.2)$$

En esta última ecuación, para obtener los valores del vector θ sólo se requiere la sustitución hacia atrás, ya que $J(\theta)$ se triangulizó al obtenerse la solución del vector θ .

2.8 - Planificación de trayectoria.

Los esquemas de planificación de trayectorias, generalmente interpolan o aproximan el camino deseado, generan una secuencia de puntos de consigna para su control a lo largo del tiempo, con el fin de controlar el manipulador desde su posición inicial hasta su destino. Los puntos extremos del camino pueden ser especificados en coordenadas de la articulación o en coordenadas cartesianas. Se suele especificar en coordenadas cartesianas, porque es más fácil visualizar las configuraciones correctas de la mano o herramienta en dichas coordenadas que en coordenadas de articulación.

Con bastante frecuencia, existe una serie de trayectorias posibles entre los dos puntos extremos dados. Por ejemplo, se puede necesitar mover la mano o herramienta a lo largo de una línea recta (trayectoria en línea recta): o mover la herramienta a lo largo de una trayectoria polinomial uniforme que satisface la unión de posición y orientación en ambos puntos

extremos (trayectoria de la articulación interpolada). Para la planificación de las variables de articulación se planifica la historia temporal de todas las variables de articulación y de sus dos primeras derivadas respecto al tiempo para describir el movimiento deseado del manipulador. Para la planificación en el espacio cartesiano se define la historia temporal de la posición de la mano del manipulador, su velocidad y se definen las correspondientes posiciones, velocidades y aceleraciones de la articulación a partir de la información de la mano (cinemática inversa) En la actualidad ha crecido el interés por la aplicación de síntesis de curvas. Este método permite al diseñador modificar las propiedades geométricas de la curva en los puntos de interés, mediante adecuadas modificaciones en algunos parámetros de la curva interpolada, permaneciendo los puntos de apoyo sin cambio. La síntesis de funciones y de curvas planas puede realizarse por medio de funciones SPLINE que satisfacen propiedades geométricas locales (pendientes, curvas etc.) prescritas. Al introducir funciones SPLINE con puntos de apoyo indeterminados, las coordenadas de éstas son tratadas como un conjunto finito de incógnitas, y determinadas mediante la solución de un sistema algebraico (lineal o no lineal) de ecuaciones.

El empleo de curvas SPLINE garantiza, la obtención de una curva continua para el manipulador, al pasar por la trayectoria que une los puntos, y no este sujeto a cambios que provoquen discontinuidad en la aceleración, lo que a su vez puede provocar discontinuidad en los esfuerzos a que esta sometida la estructura.

Para situar el problema en el contexto del análisis numérico es necesario ubicar el empleo de curvas SPLINE dentro de la solución de ecuaciones. Para esto, considerense las transformaciones siguientes.

$$T(x) = y$$

donde $x \in X$, $y \in Y$, siendo X y Y espacios lineales, no necesariamente de la misma dimensión, en tanto que T es una

transformación de X a Y.

De la relación anterior se pueden reconocer tres tipos de problemas, a saber:

1. Problema directo: datos T y x, calcular y
2. Problema inverso: datos T y y, calcular x
3. Problema de identificación: datos x y y, determinar T.

En el lenguaje de ingeniería x, y y T representan la excitación, la respuesta y el sistema, respectivamente.

Así, en el problema directo se trata de determinar la respuesta generada por un sistema con excitación conocida. El problema inverso es buscar una excitación que genere una respuesta conocida. En el problema de identificación se tienen que determinar las leyes que rigen el sistema a partir de una relación conocida entre la excitación y la respuesta.

El problema directo es relativamente fácil de tratar, mientras que el problema inverso, por sus aplicaciones importantes, ocupa un plano central en el análisis numérico.

El caso de identificación es el más difícil, ya que mediante un número finito de observaciones, se tienen que encontrar las leyes que gobiernan un sistema. Esto es generalmente imposible de realizar, a menos que se tenga información específica sobre la estructura del sistema.

El problema de la aproximación de funciones es un caso especial del de identificación y consiste en determinar una función que pase por un conjunto de puntos (x_i, y_i) , $i = 0, 1, \dots, n$, donde n es el número de puntos de muestra.

Uno de los métodos más conocidos de aproximación es la interpolación polinómica, la cual consiste en determinar un polinomio $P_n(t)$ (polinomio de grado n) que tome valores prescritos y_i en ciertos puntos x_i , $i = 0, 1, \dots, n$.

Una de las formas más eficientes de obtener continuidad tanto en la primera como en la segunda derivada simultáneamente, es por medio del empleo de funciones SPLINE.

Una función SPLINE es un polinomio cúbico definido por tramos de la forma.

$$f_k(x) = A_k (X - X_k)^3 + B_k (X - X_k)^2 + C_k (X - X_k) + D_k$$

para $k = 1, 2, \dots, n-1$

$$X_k < X_{k+1}$$

donde n es el número de puntos de apoyo, en tanto que A_k , B_k , C_k y D_k son coeficientes de la SPLINE.

Para determinar los coeficientes se evalúan f_k , f'_k , f''_k para X_k y X_{k+1} obteniéndose los siguientes valores.

$$A_k = \frac{1}{6\Delta X_k} (Y''_{k+1} - Y''_k) = \frac{\Delta Y''_k}{6\Delta X_k}$$

$$B_k = \frac{1}{2} Y''_k$$

$$C_k = -\frac{\Delta Y''_k}{\Delta X_k} - \frac{1}{6} \Delta X_k (Y''_{k+1} + 2Y''_k)$$

$$D_k = Y_k$$

Para la evaluación de los coeficientes, es necesario imponer condiciones de frontera, así como las condiciones del tiempo de recorrido.

2.9 - Análisis dinámico del manipulador.

El control del manipulador exige un conocimiento preciso de las variables que actúan en cada articulación. El control de una articulación depende del conocimiento de las fuerzas que están actuando sobre ella y de las inercias que se reflejan en ella decada uno de los eslabones (las masas de las articulaciones y los enlaces del manipulador). La dinámica del robot trata con la formulación matemática que da lugar a las ecuaciones de

para $k = 1, 2, \dots, n-1$

$$X_k < X_{k+1}$$

donde n es el número de puntos de apoyo, en tanto que A_k , B_k , C_k y D_k son coeficientes de la SPLINE.

Para determinar los coeficientes se evalúan f_k , f'_k , f''_k para X_k y X_{k+1} obteniéndose los siguientes valores.

$$A_k = \frac{1}{6\Delta X_k} (Y''_{k+1} - Y''_k) = \frac{\Delta Y''_k}{6\Delta X_k}$$

$$B_k = \frac{1}{2} Y''_k$$

$$C_k = \frac{\Delta Y'_k}{\Delta X_k} - \frac{1}{6} \Delta X_k (Y''_{k+1} + 2Y''_k)$$

$$D_k = Y_k$$

Para la evaluación de los coeficientes, es necesario imponer condiciones de frontera, así como las condiciones del tiempo de recorrido.

2.9 - Análisis dinámico del manipulador.

El control del manipulador exige un conocimiento preciso de las variables que actúan en cada articulación. El control de una articulación depende del conocimiento de las fuerzas que están actuando sobre ella y de las inercias que se reflejan en ella decada uno de los eslabones (las masas de las articulaciones y los enlaces del manipulador). La dinámica del robot trata con la formulación matemática que da lugar a las ecuaciones de

movimiento que rigen el brazo. Las ecuaciones de movimiento del manipulador son un conjunto de ecuaciones que describen la fuerzas dinámicas en cada articulación, tales ecuaciones son útiles para la simulación en computadora de las fuerzas y pares en el robot, para el diseño de un control apropiado y para la evaluación del diseño y estructura del brazo.

El modelo dinámico de un robot se puede obtener a partir de las leyes físicas, conocidas tales como las leyes de la mecánica Newtoniana y Lagrangiana. Esto conduce a las ecuaciones de movimiento dinámico para las diversas articulaciones del manipulador en términos de los parámetros geométricos e inerciales de los elementos. Mediante estas formulaciones se obtienen diferentes formas de describir la dinámica del brazo del robot, estas ecuaciones de movimiento son equivalentes unas a otras en el sentido de que describen la conducta dinámica del mismo manipulador. Sin embargo sus estructuras pueden diferir porque se obtienen mediante diferentes razonamientos y objetivos. Algunas ecuaciones son para lograr tiempos de cálculo mínimo en la evaluación de los momentos que actúan en las articulaciones nominales, para controlar el manipulador, otras se obtienen para facilitar el análisis y la síntesis del control, así como para obtener la simulación en computadora del movimiento del manipulador.

2.9.1 - Ecuaciones de Newton - Euler.

Las ecuaciones de Newton - Euler incluyen las fuerzas de restricción internas del manipulador, que no se requieren en el problema dinámico inverso, el cual consiste en evaluar las fuerzas y momentos necesarios en cada articulación necesarias. Como una alternativa para obtener ecuaciones de movimiento más eficientes, algunos investigadores recurrieron a la segunda ley de Newton y a las ecuaciones de Euler, desarrollaron diversas formas de ecuaciones de movimiento en base a las de Newton - Euler para una cadena cinemática abierta. Estas formulaciones

cuando se aplican a un robot resultan en un conjunto de ecuaciones cinemáticas recursivas hacia adelante (es decir a partir de la base) hacia atrás (a partir de la mano) con terminos vectoriales. El aspecto más significativo de esta formulación es que el tiempo de cálculo de los pares aplicados se pueden reducir suficientemente para permitir un control en tiempo real.

La obtención se basa en el principio de D'Alembert, aplicado a cada elemento del manipulador, se tomará como;

m_1 = masa total del elemento 1, es un escalar.

\hat{r}_1 = posición del centro de masa del elemento 1 desde el origen del sistema de referencia de la base.

\hat{v}_1 = $d \hat{r}_1 / dt$, velocidad del centro de masa del elemento 1, referido al sistema coordinado de la base.

f_1 = vector de fuerza externa ejercido en el elemento 1.

n_1 = vector de momentos externos ejercidos en el elemento 1.

J_1 = matriz de inercia del elemento 1 sobre el centro de masa referido a la base

Cuando los efectos de rozamiento viscoso son omitidos.

$$f_1^* = \frac{d}{dt} (m_1 \hat{v}_1) = m_1 \dot{\hat{v}}_1 \quad (2.9.1.1)$$

$$n_1^* = \frac{d}{dt} (J_1 \omega_1) = J_1 \dot{\omega}_1 + \omega_1 \times (J_1 \omega_1) \quad (2.9.1.2)$$

donde ω_1 y $\dot{\omega}_1$ son obtenidas de las ecs. (2.6.3.11 y 2.6.3.13), respectivamente.

Por conveniencia se omitieron los efectos de rozamiento viscoso esto serán considerados posteriormente y sumados a las ecuaciones de fuerza generalizada (fuerza/torque τ_1).

Refiriendose a la figura (2.9.1), donde O' está situado en el centro de masa, en ella se muestran los vectores, u_{1-1} , u_1 , a_1 , \hat{r}_1 , y $\hat{\rho}_1$.

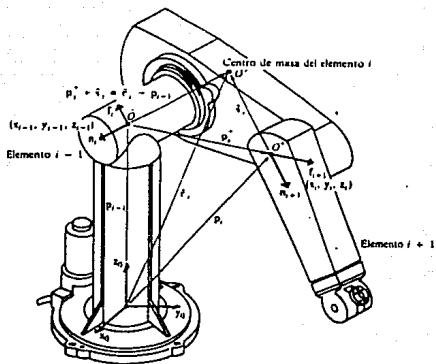


Figura (2.9.1)- Fuerzas y momentos sobre el elemento 1.

De la figura, se concluye que $d\hat{\rho}_1/dt = 0 = d^2\hat{\rho}_1/dt^2$, consecuentemente.

$$\hat{v}_1 = \omega_1 \times \hat{\rho}_1 + \dot{u}_1 \quad (2.9.1.3)$$

$$\dot{\hat{v}}_1 = \dot{\omega}_1 \times \hat{\rho}_1 + \omega_1 \times (\omega_1 \times \hat{\rho}_1) + \dot{u}_1' \quad (2.9.1.4)$$

donde \dot{u}_1 y \dot{u}_1' están expresados en las ecs. (2.6.3.10 - 12)

Las fuerza f_1 y f_{1+1} en el eslabón y momentos n_1 son ejercidos por los eslabones $i-1$ e $i+1$ respectivamente. Con referencia a la figura (2.9.1), se toma:

f_1 = fuerza aplicada en el elemento i por el elemento $i-1$.

n_1 = momento aplicado en el elemento i por el elemento $i-1$.

de tal forma que.

$$f_1^* = f_1 - f_{1+1} \quad (2.9.1.5)$$

$$n_1^* = n_1 - n_{1+1} + (u_{i-1} - \hat{r}_1) \times f_1 - (u_i - \hat{r}_1) \times f_{1+1}$$

$$= n_i - n_{i+1} + (u_{i-1} - \hat{r}_i) \times F_i - a_i \times f_{i+1} \quad (2.9.1.6)$$

siendo $(\hat{r}_i - u_{i-1}) = (a_i + \rho_i)$, entonces de las ecs. (2.9.1.5 y 2.9.1.6) se obtiene una relación recursiva a partir de la mano o herramienta en la siguiente forma.

$$f_i = f_{i+1} + f_i^* \quad (2.9.1.7)$$

$$n_i = n_{i+1} + a_i \times f_{i+1} + (u_i + \hat{\rho}_i) \times f_i^* + n_i^* \quad (2.9.1.8)$$

donde f_{i+1} y n_{i+1} con $i =$ número de grados de libertad del manipulador, representa la fuerza y el par que ejerce la herramienta sobre la pieza o medio externo al manipulador, estas ecuaciones se emplean para obtener las fuerzas y momentos (f_i, n_i) en los elementos del manipulador, el momento requerido en cada par se obtiene proyectando n_i sobre el eje que define al par esto es $\tau_i = n_i^T A_i e$. La recursividad necesaria hacia adelante, a partir de la base, propaga información cinemática tal como velocidad, aceleración angular y lineal. La recursividad hacia atrás propaga las fuerzas ejercidas sobre cada elemento desde la mano del manipulador hasta el sistema de referencia de la base, y los pares que se aplican en las articulaciones se calculan a partir de estas fuerzas.

Una desventaja obvia de las anteriores ecuaciones de movimiento es que todas las matrices inerciales J_i y los parámetros físicos-geométricos se refieren al sistema de coordenadas de la base. Como resultado de ello, cambian cuando el brazo del robot se mueve. Luh realizó mejoras a las ecuaciones de movimiento de N-E al referir todas las velocidades, aceleraciones, matrices de inercia, localización del centro de masa de cada elemento y fuerza/momento a su propio sistema de coordenadas. Debido a la naturaleza sistemática, los pares de las articulaciones, se calculan en forma más simple. La consecuencia más importante de esta modificación es en el tiempo de cálculo de los pares aplicados, estas son linealmente proporcionales al número de articulaciones del brazo e independientes de la configuración del mismo.

Esto permite la realización de un algoritmo de control en tiempo real para un brazo en el espacio de las variables de articulación.

Sea Q_{1-1} una matriz de rotación 3×3 que transforma cualquier vector con referencia al sistema coordenado (X_1, Y_1, Z_1) al sistema coordenado $(X_{1-1}, Y_{1-1}, Z_{1-1})$, se define el siguiente producto.

$$A_1 = Q_1 Q_2 \dots Q_i \quad (2.9.1.9)$$

como cada sistema coordenado es ortonormal, entonces.

$$A_1 = A_1^T \quad (2.9.1.10)$$

en lugar de calcular $\omega_1, \dot{\omega}_1, v_1, \dot{v}_1, f_1^*, n_1^*, f_1, \tau_1$ que se refieren al sistema de coordenadas de la base, calculamos.

$$A_{1+1}^T \omega_{1+1} = \begin{cases} Q_{1+1}^T (Q_1^T \omega_1 + e \dot{q}_{1+1}), & \text{si el elemento} \\ & \text{1+1 es rotacional.} \\ Q_{1+1}^T (Q_1^T \omega_1), & \text{si el elemento 1+1 es} \\ & \text{traslacional.} \end{cases} \quad (2.9.1.11)$$

en donde q_1 es la variable de articulación $(\theta_1, \theta_1', \theta_1'' \text{ o } b_1, b_1', b_1'')$

$$A_{1+1}^T \dot{\omega}_{1+1} = \begin{cases} Q_{1+1}^T [Q_1^T \dot{\omega}_1 + e \dot{q}_{1+1}' + (Q_1^T \omega_1) \times (e \dot{q}_{1+1})] & \text{si el elemento 1+1 es rotacional.} \\ Q_{1+1}^T (A_1^T \dot{\omega}_1), & \text{si el elemento 1+1 es} \\ & \text{traslacional.} \end{cases}$$

donde $e^T = (0, 0, 1)$

$$A_{1+i}^T v_{1+i} = \begin{cases} (A_{1+i}^T \omega_{1+i}) \times (A_{1+i}^T u_{1+i}) + Q_{1+i}^T (A_{1+i}^T v_i) \\ \text{si el elemento } i+1 \text{ es} \\ \text{rotacional.} \\ A_{1+i} (e \dot{q}_{1+i} + A_i^T v_i) + (A_{1+i}^T \omega_{1+i}) \times (A_{1+i}^T a_{1+i}) \\ \text{si el elemento } i+1 \text{ es} \\ \text{translacional.} \end{cases}$$

(2.9.1.12)

$$A_{1+i}^T \dot{v}_{1+i} = \begin{cases} (Q_{1+i}^T \dot{\omega}_{1+i}) \times (Q_{1+i}^T a_{1+i}) + (A_{1+i}^T \dot{\omega}_{1+i}) \times \\ [(A_{1+i}^T \omega_{1+i}) \times (A_{1+i}^T a_{1+i})] + Q_{1+i} (A_i \dot{v}_i) \\ \text{si el elemento } i+1 \text{ es rotacional} \\ Q_{1+i}^T (e \dot{q}_{1+i} + A_i^T \dot{v}_i) + (A_{1+i}^T \dot{\omega}_{1+i}) \times (A_{1+i}^T a_{1+i}) \\ + 2 (A_{1+i}^T \omega_{1+i}) \times (A_{1+i}^T e \dot{q}_{1+i}) + \\ + (A_{1+i}^T \omega_{1+i}) \times [(A_{1+i}^T \omega_{1+i}) \times (A_{1+i}^T a_{1+i})] \\ \text{si el elemento } i+1 \text{ es translacional.} \end{cases}$$

(2.9.1.13)

$$A_i^T f^* = m_i A_i^T \dot{v}_i \quad (2.9.1.14)$$

$$A_i^T h_i^* = (A_i^T J_i A_i) (A_i^T \dot{\omega}_i) + (A_i^T \omega_i) \times [(A_i^T J_i A_i) (A_i^T \omega_i)] \quad (2.9.1.15)$$

donde $A_i^T J_i A_i$ es la matriz de inercia del elemento i sobre su centro de masa referido al sistema de coordenadas (X_i, Y_i, Z_i) .

$$A_i^T v_i = (A_i^T \omega_i) \times (A_i^T \rho_i) + A_i^T v_i \quad (2.9.1.16)$$

donde $A_i^T \rho_i$ es el centro de masa del elemento i referido a las coordenadas (X_i, Y_i, Z_i) .

$$A_{11}^T \dot{v}_1 = (A_{11}^T \dot{\omega}_1) \times (A_{11}^T p_1) + (A_{11}^T \omega_1) \times [(A_{11}^T \omega_1) \times (A_{11}^T p_1)] + A_{11}^T \dot{v}_1 \quad (2.9.1.17)$$

$$A_{11}^T F_1 = Q_1^T (A_{1+1}^T f_{1+1}) + A_{11}^T F_1 \quad (2.9.1.18)$$

$$A_{11}^T n_1 = Q_1^T [A_{1+1}^T n_{1+1} + (A_{1+1}^T a_1) \times (A_{1+1}^T f_{1+1})] + (A_{11}^T a_1 + A_{11}^T p_1) \times (A_{11}^T F_1) + A_{11}^T N_1 \quad (2.1.9.19)$$

$$T_i = \begin{cases} (A_{11}^T n_1)^T (Q_1^T e) + b_1 \dot{q}_1, & \text{si el elemento } i \text{ es} \\ & \text{rotacional} \\ (A_{11}^T f_1)^T (Q_1^T e) + b_1 \dot{q}_1, & \text{si el elemento } i \\ & \text{es translacional.} \end{cases} \quad (2.1.9.20)$$

donde b_i es el coeficiente de rozamiento.

2.9.2 - Ecuaciones de Lagrange - Euler.

Las ecuaciones de movimiento para un manipulador se pueden expresar mediante la aplicación directa de las ecuaciones de Euler - Lagrange. Muchos investigadores utilizan la representación matricial de Denavit - Hartenberg para describir la relación entre los sistemas de coordenadas de elementos vecinos, así como obtener la información cinemática del elemento y emplear la dinámica Lagrangiana para deducir las ecuaciones del movimiento de un manipulador. La descripción mediante la energía cinética y potencial requerida en la formulación Lagrangiana resulta en una descripción algorítmica conveniente y compacta de las ecuaciones de movimiento del manipulador. El algoritmo se expresa mediante operaciones matriciales y facilita tanto el análisis como su realización en una computadora.

La derivación de las ecuaciones dinámicas de un manipulador con n grados de libertad se basa en los siguientes puntos:

- La ecuación de Euler - Lagrange expresada como.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial T}{\partial q_i} = \tau_i - \frac{\partial V}{\partial q_i} \quad (2.9.2.1)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$

donde T se expresa como

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [\omega_i^T J_i \omega_i + m_i \dot{r}_i^T \dot{r}_i]$$

$$y \quad V = V_0 - g^T r_i$$

siendo

T = energía cinética total del brazo.

V = energía potencial total del brazo.

V₀ = constante que depende de la referencia elegida.

q_i = coordenadas generalizadas del brazo.

\dot{q}_i = primera derivada respecto al tiempo de las coordenadas generalizadas.

τ_i = fuerza (o par) generalizado aplicado al sistema en la articulación i para mover el elemento i.

Al desarrollar la ec.(2.9.2.1) se llega a la siguiente expresión (A. Rojas S., Modelado dinámico de cadenas cinemáticas, 1987)

$$\tau = \sum_i \left[\left[\frac{\partial r_i}{\partial q} \right]^T m_i \dot{r}_i + A^T (\omega_i \times J_i \omega_i + J_i \dot{\omega}_i) - m_i g^T \frac{\partial r_i}{\partial q} \right]$$

la cual es similar a la de Newton - Euler donde se proyectan los terminos $m_i \dot{r}_i$ y $\omega_i \times J_i \omega_i + J_i \dot{\omega}_i$ sobre las articulaciones correspondientes, ya que en este caso

$$A = [e, Q_1 e, A_2 e, \dots, A_{i-1} e]^T$$

En la ecuación de Euler - Lagrange anterior se requiere escoger adecuadamente un conjunto de coordenadas generalizadas para describir el sistema. Las coordenadas generalizadas se

utilizan como un conjunto de coordenadas que describen adecuadamente las articulaciones, de un sistema articulado con respecto a un sistema de coordenadas de referencia.

Dentro de los objetivos de éste trabajo no se incluye la descripción detallada de la formulación Euler - Lagrange, por lo cual se sugiere al lector referirse a los textos [1 y 10].

2.10 Tipos de actuadores.

Los actuadores son los dispositivos que proporcionan la fuerza motriz real para las articulaciones del robot. Los actuadores suelen obtener su energía a partir de una de estas tres fuentes, aire comprimido, fluido por presión o electricidad.

Los robots industriales que se encuentran en el mercado, están accionados por alguno de los siguientes tres tipos de sistema de actuadores:

1. Actuador hidráulico.
2. Actuador eléctrico.
3. Actuador neumático.

Los actuadores hidráulicos y eléctricos son los utilizados principalmente en los robots manipuladores existentes.

El actuador hidráulico suele estar asociado con los robots manipuladores de potencia. La ventaja del sistema de impulsión hidráulica es proporcionar mayor resistencia mecánica y potencia al mover grandes pesos. Los inconvenientes del sistema radican en la necesidad de espacio y en que es propenso a las fugas de aceite.

Los sistemas de impulsión hidráulicos están diseñados para actuar sobre articulaciones rotacionales o prismáticas. Pueden emplearse actuadores de paletas giratorias para proporcionar un movimiento de rotación o bien pueden utilizarse pistones hidráulicos para realizar un movimiento lineal.

Los sistemas de actuadores eléctricos suelen proporcionar velocidad pero no la potencia como los sistemas hidráulicos, la exactitud y la repetibilidad en los robots con actuadores eléctricos suelen ser mejor, son más funcionales en proporción al

peso. En consecuencia, los robots eléctricos tienden a ser más ligeros, con menos exigencia de espacio y sus aplicaciones tienden hacia un trabajo más preciso.

La economía es un factor para la decisión adecuada de su empleo, para la aplicación hidráulica en los robots de potencia y la eléctrica en los pequeños. Resulta que el costo de un motor eléctrico es proporcional a su tamaño, mientras que el costo de un sistema de actuadores hidráulicos depende en menor medida del mismo. En la figura (2.10.1) se muestra en forma conceptual un punto de equilibrio hipotético, por debajo del cual es conveniente utilizar la impulsión eléctrica y por encima es conveniente el uso de la impulsión hidráulica.

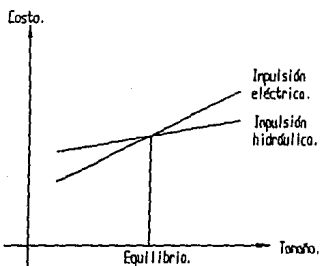


Figura (2.10.1)- Relación entre el costo y el tamaño para los impulsores eléctrico e hidráulico.

Los actuadores neumáticos suelen reservarse para los robots más pequeños, los cuales tienen menos grados de libertad (movimientos con dos a cuatro articulaciones.). Estos robots suelen estar limitados a simples operaciones de <<coger y situar>> con ciclos rápidos. La potencia neumática puede adaptarse fácilmente a la actuación de dispositivos de pistón, es decir un movimiento de traslación de la articulación. También puede emplearse para accionar actuadores giratorios en articulaciones rotacionales. Tienen la desventaja de tener poca precisión entre movimientos, debido al poco control que se puede

efectuar por las fugas de aire.

Actuadores neumáticos e hidráulicos.

Los actuadores neumáticos e hidráulicos obtienen la energía mediante el movimiento de fluidos. En el primer caso, el fluido es aire comprimido y en el segundo, el fluido suele ser aceite a presión. Por lo general, el funcionamiento de estos actuadores es similar, excepto en su capacidad para contener la presión del fluido. Los sistemas neumáticos suelen operar a unas 100 Psias y los sistemas hidráulicos de 1000 a 3000 Psias.

La figura (2.10.2) muestra un dibujo sencillo del dispositivo de potencia hidráulico. Este dispositivo se podría utilizar para accionar una articulación lineal. Recibe el nombre de cilindro de extremo único, si el émbolo del pistón sale del cilindro por un solo lado. Otro tipo de cilindro son los cilindros de doble extremo y los cilindros sin émbolo

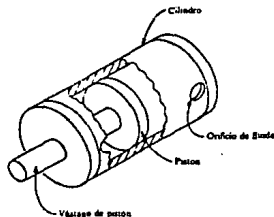


Figura (2.10.2)- Cilindro y pistón

Existen dos relaciones de particular interés cuando se trata de actuadores hidráulicos lineales, las cuales son:

$$v(t) = \frac{C(t)}{A} \quad (2.10.1.1)$$

$$F(t) = P(t) A \quad (2.10.1.2)$$

donde:

$v(t)$, es la velocidad del pistón

$C(t)$, es el caudal del fluido volumétrico

$F(t)$, es la fuerza

$P(t)$, es la presión del fluido

A , es el área del pistón

La figura (2.10.3), ilustra otro tipo de actuador hidráulico, el actuador de paletas giratorias

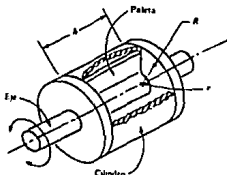


Figura (2.10.3)- Actuador de paletas.

En un actuador giratorio, es importante conocer la velocidad angular w , y el par T . Las relaciones que describen un actuador giratorio son:

$$w(t) = \frac{-2 \cdot C(t)}{(R^2 - r^2)h} \quad (2.10.1.3)$$

$$T(t) = 1/2 P(t) h (R^2 - r^2) \quad (2.10.1.4)$$

donde:

R , es el radio de exterior de la paleta

r , es el radio de la base de las paletas

h , es el ancho de la paleta

w , es la velocidad angular en radianes por segundo

T , es el par del motor.

las otras variables son las mismas que el actuador lineal.

Actuadores eléctricos.

Los motores eléctricos son los actuadores de selección en el diseño de robots. Los motores eléctricos proporcionan una excelente controlabilidad requiriendo un mínimo de mantenimiento.

Existe una gran variedad de tipos de motores utilizados en robots. Los más comunes son los servomotores c.c, los motores de fase (motores de pasos), y los servomotores de c.a. En la figura (2.10.4), se ilustran varios servomotores de c.c.

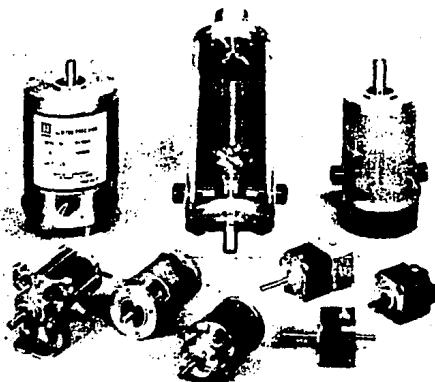


Figura (2.10.4)- Servomotores de corriente continua.

Los principales componentes del servomotor c.c son el rotor y el estator. Con frecuencia, el rotor incluye el inducido y el conjunto del conmutador, y el estator, comprende los conjuntos de las escobillas y los imanes permanentes. Cuando la corriente circula a través de los devanados del inducido, establece un campo magnético opuesto al campo producido por los imanes. Esto proporciona un par motor en el rotor. Cuando el rotor gira, las escobillas y los conjuntos de los conmutadores desvían la corriente al inducido, por lo que el campo permanece opuesto a

uno de los campos establecidos por los imanes.

En cada posición el par de torsión proporcionado por el rotor tiene un valor, el cual es constante en todo el ciclo de 360°. Puesto que la intensidad del campo del rotor es una función de la corriente que circula, el par motor, para un servomotor de c.c., se puede expresar como:

$$T_m(t) = K_m i_a(t) \quad (2.10.1.5)$$

donde:

T_m , es el par motor

i_a , es el flujo de corriente que pasa a lo largo del inducido

K_m , es una constante del par de torsión.

Otros efectos asociados a un servomotor c.c es la fuerza contraelectromotriz. El giro del inducido en la presencia de un campo magnético, proporciona una tensión a través de las terminales del inducido. Esta tensión es proporcional a la velocidad angular del motor

$$E_b(t) = K_b \omega(t) \quad (2.10.1.6)$$

donde E_b , es la fuerza contraelectromotriz (tensión),

K_b , es la constante de tensión

ω , es la velocidad angular.

El efecto de la fuerza contraelectromotriz actúa como amortiguamiento viscoso para el motor, del mismo modo que la variación de la velocidad es proporcional al amortiguamiento. Al existir un voltaje V_{in} a través de las terminales del motor y la resistencia R_a del inducido, entonces la corriente a lo largo del inducido es ($i = V_{in} / R_a$). Esta corriente proporciona un par motor en el rotor que hace que el motor gire. Cuando el inducido gira, la corriente es generada por una fuerza contraelectromotriz igual a $K_b \omega(t)$ o $E_b(t)$. Este voltaje debe restarse de V_{in} con el fin de calcular la corriente del inducido mediante.

$$i_a = \frac{V_{in}(t) - E_b(t)}{R_a} \quad (2.10.1.7)$$

A medida que se incrementa la velocidad del motor y aumenta

consecuentemente el voltaje contraelectromotriz, disminuye la corriente disponible para el inducido. La disminución de corriente reduce el par de torsión generado por el rotor. Cuando el par motor se reduce, la aceleración del rotor queda reducida también, por lo tanto, en el punto en que $E_b = V_{in}$, el rotor mantiene una velocidad de régimen permanente.

Motores paso a paso.

Los motores paso a paso son un tipo de actuadores únicos en su género y se utilizan sobre todo en los periféricos de computadoras y en robótica, los motores paso a paso se utilizan para aplicaciones de servicio realmente ligeros.

Un motor paso a paso proporciona una salida de impulsos eléctricos discretos en la forma de incremento discreto de movimiento, para cada impulso eléctrico hay una rotación o desplazamiento de paso único del eje del motor.

La figura (2.10.5), es una representación esquemática simple de un tipo de motor paso a paso.

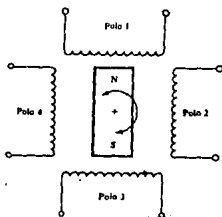


Figura (2.10.5)- Representación esquemática de un motor de pasos.

El estator está constituido por cuatro polos electromagnéticos y el rotor es un imán permanente de dos polos. Si los polos electromagnéticos del estator se activan de tal manera que el polo 3 sea N y el polo 1 sea S, el rotor estará alineado tal como se ilustra en la figura. Si el estator se excita de modo

que el polo 4 sea N y el polo 2 sea S, el rotor realiza un giro de 90° en el sentido de las agujas del reloj, siempre y cuando se desmagnetizan los polos 1 y 3.

La resolución (número de pasos por revolución) de un motor de pasos viene determinada por el número de polos en el estator y el rotor, la relación entre la resolución de un motor paso a paso y los ángulos de paso, está dada por:

$$n = \frac{A}{360^\circ} \quad (2.10.1.8)$$

En donde n es la resolución y A es el ángulo de paso

El par es también función del ángulo entre los polos del estator y del motor. El par motor se incrementa cuando los polos están alineados. El par máximo se conoce como el par de retención del motor. Es posible aumentar la resolución de un motor paso a paso utilizando una técnica conocida como semiescalamiento o microescalamiento. Aplicando corriente a más de un juego de devanados inductores, es posible hacer que el rotor busque una posición media. Cuando se utilice esta técnica, se reduce el par de retención.

Servomotores de c.a.

Hay otros aspectos de los motores eléctricos que pueden investigarse. Recientes avances en los sistemas electrónicos de control están produciendo servomotores c.a. Estos motores tienen la ventaja de ser más económicos de fabricación que los motores de c.c además no tiene escobillas y poseen una alta potencia de salida. Sus prestaciones pueden hacerse muy similares a las de un motor de c.c.

2.11 Sistemas de transmisión de potencia.

En muchos casos no es posible encontrar un actuador con las características exactas de velocidad para realizar las tareas deseadas. En otros casos se necesita situar el actuador alejado

de la articulación prevista del manipulador, ya sea para disminuir peso y situarlo en la base, por tal motivo, se hace necesario utilizar algún tipo de transmisión de potencia. Las transmisiones de potencia realizan dos funciones; transmitir potencia a un distancia y actuar como un transformador.

Hay varias formas de efectuar la transmisión de potencia mecánica, estas formas incluyen las poleas y bandas, las cadenas, los engranes, los ejes y los tornillos de potencia.

El empleo de engranes para la transmisión de potencia en robots es muy frecuente. Los engranes se utilizan para transmitir giros desde un eje a otro, esta transferencia puede realizarse entre ejes paralelos, ejes que se intersectan o en ejes que se cruzan. Los engranes más sencillos son para la transmisión entre ejes paralelos los cuales se conocen como engranes rectos.

Un tren de engranes se compone con dos o más engranes simples. El engrane impulsor, en este caso es el más pequeño, se conoce como el pifón y el engrane final es el engrane conducido. Este tren de engranes se conoce como un reductor de velocidad.

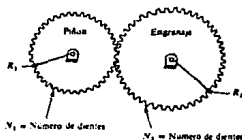
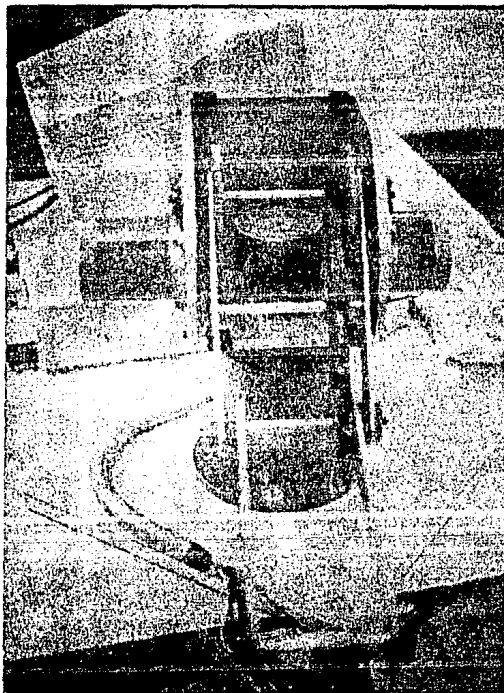
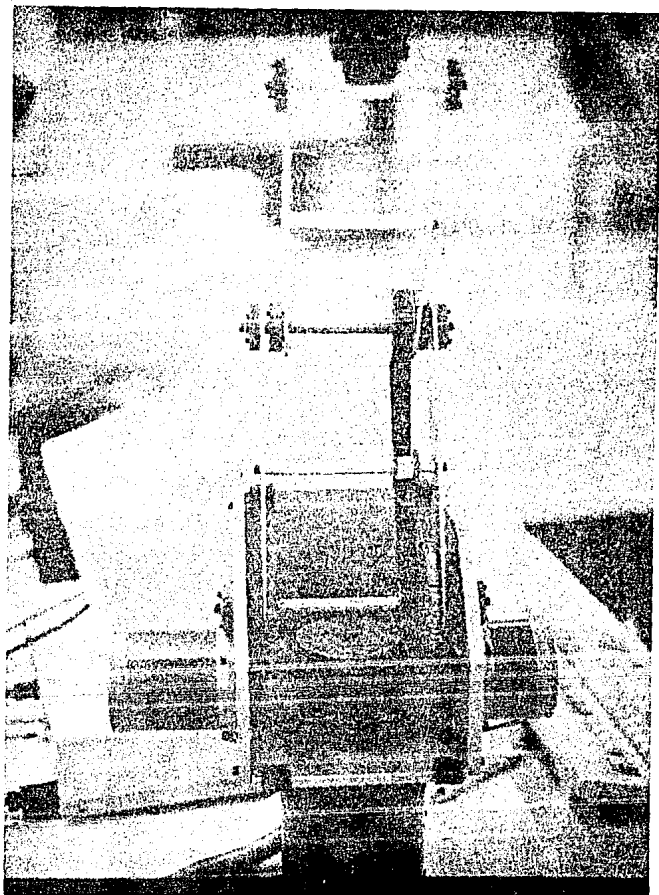


Figura (2.11.1)- Tren de engranes rectos

El número de dientes de un engrane es proporcional a su diámetro. Siendo n_p el número de dientes en el piñón y n_e los dientes en el engrane, la relación de engranes viene dada por:





$$n = \frac{D_E}{D_d} \quad (2.11.1.1)$$

y la velocidad de salida con respecto a la entrada es:

$$w_s = n w_e \quad (2.11.1.2)$$

en donde w_s es la velocidad de salida y w_e es la velocidad de entrada. El par del motor en la salida es:

$$T_s = \frac{T_e}{n} \quad (2.11.1.3)$$

Una gran aplicación ha tenido el tornillo embalado en robótica, máquinas, herramientas de control numérico, instrumentos de medición etc. El tornillo embalado se clasifica dentro de los tornillos de potencia, es un artificio empleado en máquinas para cambiar el movimiento angular en lineal.

El medio de enlazar el tornillo y la tuerca esta compuesto de varios circuitos cerrados, formado por balines, ver figura (2.11.2)

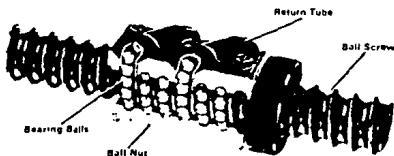


Figura (2.11.2)- Tornillo embalado.

Cuando se gira la tuerca respecto al tornillos, estos balines

ruedan alrededor de los circuitos helicoidales. Se emplean caminos guías para desviarlos del canal del tornillo, recirculando diagonalmente por el exterior de la tuerca y volviendo a introducirse en el circuito helicoidal.

Los tamaños tipificados de los tornillos embalados, van desde un tornillo que tiene un diámetro de circuito de los balines de $3/8$ in (0.953 cm), un paso de un $1/8$ in (0.318 cm), y balines de $1/6$ in (0.159 cm) de diámetro, a tornillos que tienen un diámetro del circuito de balines de 3 in (7.62 cm), un paso de 0.660 in (1.676 cm) y balines de $1/2$ in (1.27 cm) de diámetro, con tres circuitos de recirculación.

La tuerca también se puede conseguir de cualquier tamaño y forma para adaptarlo a la mayoría de las aplicaciones.

Otros sistemas de transmisión de potencia incluyen sistemas de poleas, transmisión por cadena y transmisiones armónicas.

Los sistemas de poleas se pueden utilizar para transmitir potencia desde actuadores situados en la base del robot ya sea por medio de bandas. Las articulaciones rotacionales pueden conectarse poleas, que son impulsadas por un cable unido a un actuador giratorio. Análogamente puede utilizarse cable para activar articulaciones lineales.

Las transmisiones de cadena operan con una relación constante. Debido a la interacción positiva entre la cadena y las ruedas dentadas, no se produce deslizamiento alguno pero requieren tensadores. El paso de una cadena es la distancia entre el centro de dos rodillos consecutivos. La rueda dentada impulsora y la rueda dentada conducida tienen cada una varios dientes diseñados para la adaptación del tamaño y del paso de la cadena. La relación de velocidad de rotación y de potencia entre las ruedas dentadas sigue relaciones similares a las desarrolladas para engranes. La lubricación es un factor importante en el mantenimiento de las transmisiones por cadena.

Las transmisiones armónicas pueden utilizarse como elevadores o reductores de velocidad. Los ejes de entrada y salida están dispuestos a lo largo del mismo eje geométrico, de modo que una transmisión armónica podrá montarse en la parte frontal de un

motor con el eje de salida saliendo por el mismo extremo. Las transmisiones armónicas pueden proporcionar cualquier relación de reducción, aunque se suelen emplear en el rango de 100 : 1. Las transmisiones armónicas exigen poco mantenimiento y pueden funcionar sin ningún desgaste notable en toda su vida útil. Sin embargo, son menos eficientes que los trenes de engranajes bien diseñados.

2.12- Organos terminal o mano.

La mano u órgano terminal es un dispositivo que se une a la muñeca del brazo, con este dispositivo el robot de propósito general puede realizar una tarea específica. La mano u órgano terminal es una herramienta de uso especial para un robot, por norma general, las manos u órganos terminales se deben diseñar técnicamente, para la tarea particular que se va a realizar.

Tipos de órganos terminales.

Existe una amplia gama de manos necesarios para realizar una variedad de funciones de trabajo diferentes. Estos tipos se pueden dividir en dos categorías:

- a) Pinzas.
- b) Herramientas.

Las pinzas son manos que se utilizan para agarrar y sostener objetos. Los objetos son piezas que tienen que ser movidas por el manipulador. En las aplicaciones de manejo de objetos, se incluye la carga y descarga de las máquinas, la toma de objetos depositados en un transportador, entre los objetos manejados por las pinzas del robot se incluyen objetos de cartón, botellas, material con superficies rugosas y con acabados finos.

En general las pinzas se pueden clasificar en simples y dobles. EL factor que distingue a la pinza simple, es que solo se monta un dispositivo de agarre en la muñeca del robot este dispositivo puede ser de rotación o de traslación.. Una pinza doble posee dos dispositivos de agarre unidos a la muñeca y se utiliza para sostener dos objetos distintos. Los dispositivos de

dos pinzas pueden actuar de forma independiente, son de especial utilidad en máquinas con aplicaciones de carga y descarga.

Las pinzas de terminal múltiple se aplican en los casos en donde dos o más mecanismos de agarre se fijan a la muñeca. Las ocasiones en las que se requieren más de dos pinzas son muy raras. También existe un aumento en el costo y una disminución en la fiabilidad cuando se aumenta el número de dispositivos de agarre en un brazo del manipulador.

Pinzas mecánicas.

Una pinza mecánica es un órgano terminal que utiliza dedos mecánicos, estos dedos son impulsados por un mecanismo para agarrar una pieza. Los dedos, son los accesorios de la pinza que están en contacto con la pieza. Además, los dedos están unidos al órgano terminal o son parte integral del mismo. Si los dedos son del tipo desmontable, se pueden separar y sustituir. Se pueden diseñar conjuntos diferentes de dedos para utilizar con el mismo mecanismo de pinzas con el objeto de acoplarlos a modelos de objetos diferentes. La figura (2.12.1), ilustra un ejemplo de estas características.

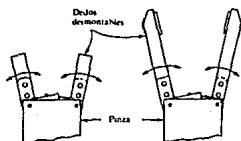


Figura (2.12.1)- Pinza mecánica.

Existen dos formas de sostener el objeto dentro de las pinzas. La primera es comprimiendo la pieza con los dedos. En este método los dedos de la pinza encierran a la pieza hasta alguna posición, limitando su movimiento. La figura (2.12.2), ilustra este método de construcción de la pieza.

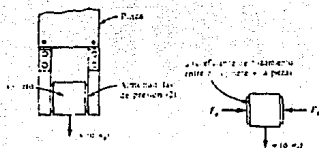


Figura (2.12.2)- Métodos de sujeción

La segunda forma de sujeción de la pieza es mediante el rozamiento entre los dedos y la pieza. Con este método los dedos deben de aplicar una fuerza que proporcione un rozamiento suficiente para retener la pieza en contra de la gravedad, la aceleración y otras fuerzas que pueden surgir durante el tiempo de sujeción del ciclo de trabajo, ver figura (2.12.3).

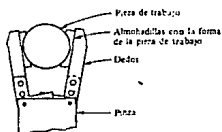


Figura (2.12.3)- Sujeción del ciclo de trabajo.

Las pinzas mecánicas también se pueden clasificar de acuerdo al tipo de dispositivo cinemático utilizado para efectuar el movimiento de los dedos, se tienen los siguientes :

- Con actuación de articulación.
- Con actuación de engranaje y bastidor.
- Con actuación de leva.
- Con actuación de tornillo.
- Con actuación de cable y polea.

La categoría de articulaciones cubre un rango amplio de posibilidades de diseño para efectuar la apertura y cierre de la

pinza, la figura (2.12.4), ilustra varios ejemplos de este tipo.

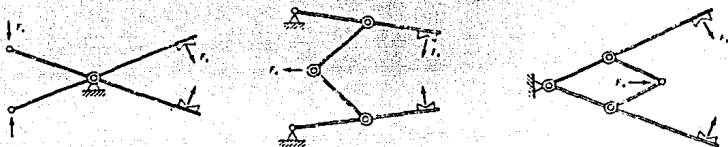


Figura (2.12.4)- Pinza de actuación de articulación.

.El diseño de la articulación determina cómo la fuerza de entrada F_i a la pinza se convierte en una fuerza de agarre F_g aplicada para los dedos.

La figura (2.12.5), ilustra el método de actuación de los dedos de la pinza utilizando el sistema de engranaje bastidor.

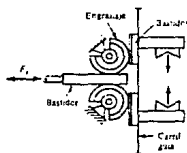


Figura (2.12.5)- Pinza engrane y bastidor.

El engranaje y bastidor se debería unir a un pistón o algún otro mecanismo que proporcione un movimiento lineal así como también es posible a un elemento rotatorio.. El movimiento del bastidor podrá impulsar a dos engranajes de piñon parciales y estos abrir y cerrar los dedos.

La pinza actuada por leva incluye una gran variedad de diseños posibles, uno de los cuales se ilustra en la figura (2.12.6), los dispositivos de leva y seguidor, incluso si se utiliza un seguidor cargado por muelle, puede proporcionar las acciones

de apertura y cierre de la pinza.

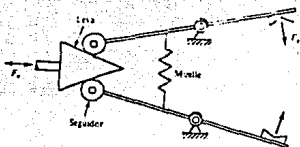


Figura (2.12.6)- Pinza por leva.

En el método de actuación del tipo de tornillo, el tornillo suele girar mediante un motor acompañado por un mecanismo de reducción de velocidad. Cuando el tornillo gira en un sentido se mueve un bloque roscado para ser transferido en sentido de movimiento. El bloque a su vez se conecta a los dedos de la pinza para producir la acción correspondiente de abrir y cerrar.

Se pueden diseñar mecanismos de cable y polea para abrir y cerrar una pinza mecánica. A causa de la naturaleza de estos dispositivos, algunos actúan a tensión debiéndose oponer al movimiento del cable del sistema de poleas.

Otros tipos de pinzas.

Además de las pinzas mecánicas, hay una gran diversidad de otros dispositivos que pueden diseñarse para elevar y sujetar objetos. Entre estos tipos de pinzas están incluidas las siguientes.

- Ventosas
- Pinzas magnéticas
- Pinzas adhesivas
- Ganchos, Cucharas
- Otros dispositivos diversos.

Las ventosas pueden utilizarse como dispositivos de pinza para manipular algunas clases de objetos. Los requisitos habituales exigidos a lo objetos a manipular son que sean planos, suaves y limpios, que son las condiciones necesarias para formar un vacío satisfactorio entre el objeto y la ventosa, un ejemplo de ventosa se ilustra en la figura (2.12.7).

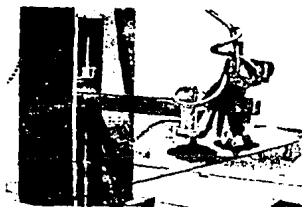


Figura (2.12.7)- Pinza empleando ventosas.

Las ventosas utilizadas en este tipo de pinzas de robot suelen ser de material elástico, tal como el caucho o plástico blando. Una excepción es que el objeto a manipular esté constituido por un material blando, en este caso, la ventosa sería de una sustancia dura.

Pinzas magnéticas.

Las pinzas magnéticas pueden ser un medio muy factible de manipular materiales ferrosos. Por lo general, las pinzas magnéticas ofrecen las siguientes ventajas en aplicaciones :

- Los tiempos de captación son muy pequeños.
- Pueden tolerarse variaciones en el tamaño de la pieza.
- Tiene la capacidad para manejar piezas mecánicas con agujeros.
- Solo requiere una superficie para agarre.

Los inconvenientes de las pinzas magnéticas incluye el magnetismo residual remanente en las piezas de trabajo que pueden producir anomalías en la posterior manipulación y el posible deslizamiento lateral y otros errores que limitan la

precisión de este método de manipulación.

Pinzas adhesivas.

Son diseños en los que una sustancia adhesiva realiza la acción de agarre, puede utilizarse para manipular tejidos y otros materiales livianos. Es requisito para los elementos a manipular, que deben de sostenerse por un lado solamente y no son adecuados a otras formas de agarre, tal como vacío o con imanes.

Una de las limitaciones potenciales de una pinza adhesiva es que la sustancia adhesiva pierde su adherencia con el empleo repetido.

Ganchos, cucharas y otros dispositivos.

Los ganchos pueden utilizarse como órgano terminal para manipular contenedores para carga y descarga de piezas que cuelgan de transportadores aéreos.

Las cucharas y los calderos pueden utilizarse para manipular algún material en forma de polvo o líquido, como los productos químicos en forma de polvo, materiales alimenticios, sustancias granulares y materiales fundidos. Una de las limitaciones es que la cantidad de material recogida por el robot es, a veces difícil de controlar. El derrame durante el ciclo de manipulación es también un problema.

Otros dispositivos incluyen elementos expandibles o inflable, en los que el diafragma se infla para llenar algún hueco y poder manipularlo, las pinzas aplican una presión uniforme contra la superficie del objeto en lugar de una fuerza concentrada, figura(2.12.8).

Se está realizando investigación y desarrollo con el objeto de diseñar una pinza universal capaz de agarrar y manipular una amplia gama de objetos con geometrías diferentes. La mayoría de los modelos de pinzas están modeladas para poseer una versatilidad considerable en semejanza a la mano humana. Debido a su complejidad estos órganos terminales de investigación

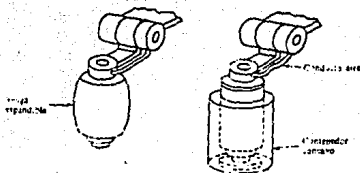


Figura (2.12.8) - Pinza expandible.

suelen tener solamente tres dedos en vez de cinco. Un posible diseño de la mano universal se ilustra en la figura (2.12.9).

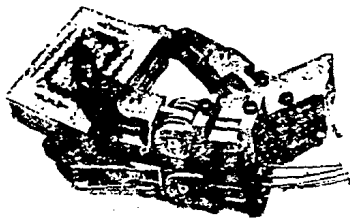


Figura (2.12.9)- Pinza universal.

Herramienta como efector final.

En muchas aplicaciones se exige al robot que manipule una herramienta en vez de una pinza de trabajo. En un número limitado de aplicaciones del órgano terminal es una pinza diseñada para agarrar y manipular la herramienta o la herramienta misma. El motivo para utilizar una pinza en estas aplicaciones es que puede existir más de una herramienta a utilizar por el robot en el ciclo de trabajo. El empleo de una

pinza especial permite que la herramienta se intercambie dentro del ciclo y así se facilita esta función de manipulación multiherramienta.

En la mayoría de las aplicaciones de robots en las que se manipula una herramienta, esta última está unida directamente a la muñeca del robot; en este caso la herramienta utilizada es el órgano terminal o mano . Algunos ejemplos de herramientas utilizadas como manos en aplicaciones de manipuladores incluyen:

- Herramienta de soldadura por punto.
- Soplete de soldadura por arco.
- Tobera de pintura por pulverización.
- Husillo giratorio para operaciones tales como.
 - a) taladrado.
 - b) ranurado.
 - c) cepillado.
 - d) rectificado.
- Aplicadores de cemento líquido para montaje.
- Sopletes de calentamiento.
- Herramientas de corte por chorro de agua, etc.

En cada caso el robot debe controlar el movimiento de la herramienta, esta se controla de forma muy similar a la apertura y cierre de una pinza mecánica.

Para finalizar se resumen en la tabla (2.12) algunas de las consideraciones a tomar en la selección y diseño de pinzas, para ello, se proporciona una lista de control de factores que deben tomarse presentes en la selección y diseño de pinzas.

2.14 Sensores de posición y percepción.

Un transductor es un dispositivo que transforma un tipo de variable física(fuerza, presión, temperatura, velocidad, aceleración, caudal, etc), en otro tipo. La transformación más común es la que produce un voltaje eléctrico, la razón por la que se realiza esta conversión es la facilidad de trabajar con la señal convertida.

Un sensor es un transductor que mide una variable física de interés. Los trnsductores se pueden clasificar en dos tipos

Factor	Consideración
Pieza a manipular	Peso y tamaño Forma Cambios en la forma durante el procesamiento Tolerancias en el tamaño de la pieza Condición superficial, protección de superficies delicadas
Método de actuación	Agarre mecánico Ventosa de vacío Imán Otros métodos (adhesivos, cucharas, etc.)
Transmisión de potencia y señales	Neumática Eléctrica Hidráulica Mecánica
Fuerza de la pinza (pinza mecánica)	Peso del objeto Método de sujeción (construcción o fricción física) Coeficiente de rozamiento entre dedos y objeto Velocidad y aceleración durante el ciclo de movimiento
Problemas de posicionamiento	Longitud de los dedos Exactitud inherente y repetibilidad del robot Tolerancias en el tamaño de la pinza
Condiciones de servicio	Número de actuaciones durante la vida útil de la pinza Posibilidad de sustitución de componentes desgastados (dedo) Mantenimiento y posibilidad de servicio
Entorno operativo	Calor y temperatura Humedad, condensación, suciedad, productos químicos
Protección contra la temperatura	Protectores térmicos Dedos largos Enfriamiento forzado (aire comprimido, enfriamiento por agua, etc.) Empleo de materiales termorresistentes
Materiales de fabricación	Resistencia mecánica, rigidez, durabilidad Resistencia a la fatiga Coste y facilidad de fabricación Propiedades de fricción para superficies de los dedos Compatibilidad con el entorno operativo
Otras consideraciones	Empleo de dedos intercambiables Normas de diseño Conexiones de montaje e interconexión con robot Riesgo de cambios en el diseño del producto y su efecto sobre el diseño de la pinza Tiempo muerto para diseño y fabricación Piezas de repuesto, mantenimiento y servicio Prueba de la pinza en producción

Tabla (2.12) - Lista de control de factores en la selección y diseño de pinzas

básicos, los cuales dependen de la forma final de la señal, estos son:

- Transductores análogos.
- Transductores digitales.

Los transductores análogos proporcionan una señal continua, esta señal puede ser tomada como el valor de la variable física que se mide.

Los transductores digitales producen una señal de salida digital, en forma de un conjunto de bits en paralelo o formando una serie de pulsaciones que pueden ser contados, las señales digitales representan el valor de la variable medida. Los transductores digitales se han popularizado por la facilidad con que se pueden emplear como instrumentos de medición independientes. Además, suelen ofrecer la ventaja de ser más compatibles con las computadoras digitales, en la automatización y en el control del proceso.

Con el objeto de ser útiles como dispositivos de medición, los sensores deben de poseer ciertas características, como son:

Exactitud. La exactitud de medición debe ser tan alta como fuese posible. La exactitud es que el valor verdadero de la variable que se puede detectar sin errores sistemáticos positivos o negativos en la medición realizada.

Precisión. La precisión significa que existe o no una pequeña variación aleatoria en la medición de la variable, si existe la dispersión en los valores en una serie de mediciones será mínima.

Rango de funcionamiento. El sensor debe de tener un amplio rango de funcionamiento y debe ser exacto y preciso en todo el rango.

Velocidad de respuesta. Debe ser capaz de responder a los cambios de las variables detectadas en un tiempo mínimo.

Calibración. El sensor debe ser fácil de calibrar, con un mínimo de tiempo en el calibrado. Además el sensor no debe necesitar una recalibración frecuente.

Fiabilidad. No debe estar sujeto a fallos frecuentes durante el funcionamiento, por lo cual se requiere una alta fiabilidad.

Costo, facilidad de funcionamiento. El costo de comprar,

instalar y manejar el sensor debe ser tan bajo como sea posible. Además, lo ideal sería que la instalación y manejo del dispositivo no necesite de ningún operador altamente calificado.

Sensores en robótica.

Los sensores utilizados en robótica incluyen una amplia gama de dispositivos, estos se pueden dividir en las siguientes categorías:

- Sensores táctiles.
- Sensores de proximidad y alcance.
- Sensores diversos y sistemas basados en sensores.
- Sistemas de visión de máquina.

A continuación se hará una breve descripción de cada uno de ellos.

Sensores táctiles.

Los sensores táctiles son dispositivos que indican el contacto entre ellos mismos y algún otro objeto sólido. Se dividen en :

- a)- Sensores de contacto.
- b)- Sensores de fuerza.

Los sensores de contacto se utilizan para indicar que se ha producido el contacto entre los dos objetos, sin considerar la magnitud de la fuerza de contacto. En esta categoría se incluyen dispositivos sencillos, como interruptores de límite, microinterruptores y dispositivos similares. Por ejemplo, pueden utilizarse para formar parte de una sonda de inspección, manipulada por el robot para medir las dimensiones de una pieza de trabajo.

La detección de la fuerza en robótica se puede realizar de varias formas. Una técnica utilizada con frecuencia es la << muñeca detectora de fuerza >>. Consta de una célula de carga constituida por strain ganges montada entre la pieza y la muñeca. Otra técnica empleada para medir el par de torsión ejercido por cada una de las articulaciones realiza mediante la detección de la corriente del motor por cada uno de los motores

de la articulaciones.

Finalmente, una tercera técnica es empleada para formar una matriz de elementos detectores de fuerza, de manera que se pueda determinar información sobre la superficie de contacto de cualquier forma.

Sensores de proximidad y alcance.

Los sensores de proximidad son dispositivos que indican cuando un objeto está proximo a otro. Que tan proximo debe estar el objeto para poder activar el sensor, dependerá del dispositivo particular. Las distancias pueden ser cualquiera entre varios milímetros y varios pies. Algunos de estos sensores pueden utilizarse también para medir la distancia entre el objeto y el sensor, y estos dispositivos se denominan sensores de alcance. Los sensores de proximidad y alcance se localizarían normalmente en la muñeca u órgano terminal; puesto que son éstas las partes móviles del robot, ver figura (2.14.1).

Una diversidad de tecnologías están disponibles para diseñar sensores de proximidad y alcance. Estas tecnologías incluyen dispositivos ópticos, elementos acústicos, y técnicas de campo eléctrico.

Los sensores de proximidad óptica pueden diseñarse utilizando fuentes de luz visible o invisible (infraroja). Los sensores de infrarojos pueden ser activos o pasivos, los sensores activos envían un haz de rayos infrarojos y responden a la reflexión del haz contra un blanco. El sensor de infrarojos activo puede emplearse para indicar no solamente si está o no una pieza, sino también para señalar la posición de la misma. Temporizando el intervalo a partir de cuando se envía la señal y se recibe el eco puede realizar una medida de la distancia entre objetos y el sensor. Los sensores de infrarojos pasivos son simplemente dispositivos que detectan la presencia de la radiación infraroja en el entorno. Se suele utilizar en un sistema de seguridad para detectar la presencia de cuerpos que emiten calor dentro del alcance del sensor. Estos sistemas sensores son eficientes en la cobertura de grandes zonas, principalmente en la zona de trabajo

del manipulador y en interiores de edificios.

Otro método óptico para la detección de proximidad implica el empleo de un haz de luz colimado y un arreglo lineal de sensores de luz. Con la reflexión del haz de luz desde la superficie del objeto, la localización de este último puede determinarse a partir de la posición de su haz reflejado en el arreglo de sensores.

Dispositivos acústicos pueden emplearse como sensores de proximidad. Las frecuencias ultrasónicas (por encima de 20,000 Hz) se suelen utilizar en estos dispositivos, porque el sonido está más allá del alcance del oído humano. Esta formado por un sensor de proximidad acústico que emplea una cámara cilíndrica de extremo abierto y un emisor acústico en el extremo cerrado de la cámara. El emisor establece un patrón de ondas estacionarias en la cavidad que se modifica por la presencia de un objeto cerca del extremo abierto. Un microfono situado en la pared de la cámara se emplea para detectar el cambio en el patrón de sonido. Esta clase de dispositivo puede utilizarse también como un sensor de alcance.

Dos de los tipos de sensores de proximidad y alcance basados en el uso de campos eléctricos, son los sensores de corrientes parásitas y los de campo magnético. Los dispositivos de corrientes parásitas crean un campo magnético primario alterno. Este campo induce corrientes parásitas en un objeto situado en la zona, en tanto que el objeto esté constituido por un material conductor. Estas corrientes parásitas producen su propio campo magnético que interacciona con el campo primario para modificar su densidad de flujo, la cual indica la presencia del objeto.

Los sensores de proximidad de campo magnético son relativamente simples y pueden obtenerse utilizando un conmutador de lámina y un imán permanente. El imán puede formar parte del objeto que se detecta o puede ser parte integral del dispositivo sensor. En uno u otro caso el dispositivo puede diseñarse de modo que la presencia del objeto en la zona del sensor complete el circuito magnético y active el conmutador de lámina.

Sistemas de visión.

La visión en el manipulador (también denominada visión de computadora o visión artificial), es una tecnología importante de sensores con potentes aplicaciones en muchas industrias. Algunas de las aplicaciones más usadas del sistema visión están en la inspección; sin embargo, se puede prever que la tecnología de visión jugará un papel cada vez más importante en el futuro de la robótica.

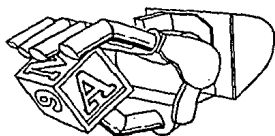
Los sistemas de visión diseñados para ser utilizados en robots o sistemas de fabricación deben de tener un tiempo de respuesta relativamente corto por las aplicaciones de fabricación que suelen ser en una fracción de segundos.

Los sistemas de visión se emplean para realizar diferentes tareas, entre las que se incluye la selección de objetos orientado aleatoriamente en un recipiente o en un transportador, la identificación de objetos y la inspección limitada.

Con los avances en la tecnología de visión aplicada en robótica, se espera que aumente la capacidad de los sistemas con el objeto de permitir la conducción del brazo del robot para realizar una inspección completa incluyendo tolerancias dimensionales muy estrictas, así como una mejora de la capacidad de localizar objetos y de su reconocimiento.

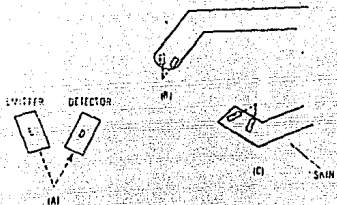
El empleo de los sensores de visión en la robótica, industria y otros sistemas de fabricación automatizados se encuentran en cuatro categorías básicas.

- 1.- Vigilancia y seguridad.
- 2.- Control en células de trabajo
- 3.- Inspección de piezas y control de calidad.
- 4.- Determinación de posiciones e información sobre los objetos en el área de trabajo del manipulador.



First two fingers and thumb.

REFLECTIVE TACTILE SENSING



Use of optical reflectance for tactile sensing.

Basic construction diagram of an inexpensive pressure-sensitive switch.

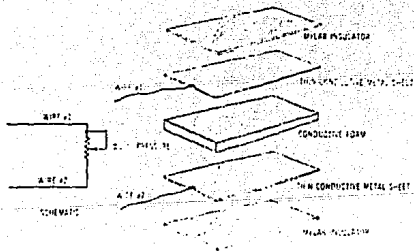


Figura (12.14.1). Sensores de proximidad por medio de reflexión óptica.

III - Diseño y análisis de un manipulador.

3.1 - Introducción.

El objetivo central de este capítulo, es mostrar el diseño y la fabricación de un manipulador con tres grados de libertad, así como su análisis.

Se presenta una estructura cinemática del manipulador con tres pares de rotación, figura(3.2.1), en esta estructura se pueden realizar mediciones de los ángulos de rotación que se encuentran asociados con cada par, al definir la trayectoria que ha de seguir el manipulador. La trayectoria permite conocer la posición y la orientación del órgano terminal o mano, así como su variación con respecto al tiempo, y de ahí los ángulos que requiere cada articulación. Este proceso se conoce como el problema cinemático inverso, ya que el manipulador es una cadena cinemática abierta, y el eslabón final es el datos de entrada.

El modelo dinámico también se incluye y forma una metodología unificada, aplicable a la planificación de trayectoria y a la realización de controles lineales.

La obtención de las variables de articulación en posición, velocidad y aceleración, se determinan basandose en un algoritmo que aplica conceptos de invariancia y resuelve las ecuaciones cinemáticas mediante el método de Newton - Gauss.

Resuelto el problema cinemático, el problema dinámico inverso es resuelto fácilmente lo que permite especificar los pares y fuerzas requeridas en cada articulación para producir una trayectoria deseada.

La trayectoria para ilustrar el procedimiento es una línea recta, generada por dos puntos, en el punto 1 (P_1), el manipulador tomará un objeto y lo depositara en el punto 2 (P_2). El objeto será llevado por la línea recta, considerando que parte del reposo, acelerandose poco a poco hasta alcanzar su aceleración máxima y después descender poco a poco hasta adquirir el reposo en el punto 2.

La primera etapa que se plantea para realizar control y aplicación del manipulador es utilizarlo como un graficador plano, para lo cual el órgano terminal se seleccionó como una pinza para sujetar objetos cilíndricos.

A continuación se presenta un listado de los planos de manufactura y ensamble de todos los elementos que constituyen el manipulador, la figura (3.2.1) muestra el ensamble completo. La elaboración de los planos está fundamentada en las condiciones de trabajo, para obtener una estructura rígida y ligera a la vez, ya que es un factor importante en el diseño y fabricación de robots.

Listado de Planos.

<u>Nombre.</u>	<u>Plano.</u>
Disco base.	B1
Tubo base.	B2
Soporte para balero axial.	B3
Flecha base.	B4
Tuerca.	B5
Soporte para engrane recto.	B6
Engrane recto grande.	B7
Corte vertical del primer elemento. base.	B8 B9
Flecha para unir el primer elemento con la base.	E1
Engane recto grande.	E2
Polea dentada 10L050.	E3
Engrane recto.	E4
Elemento 1.	E5
Flecha para unir el primer elemento con el segundo.	E6
Polea dentada TL20L050.	E7

Elemento 2.	E8
Efecto final.	Ef
Flechas de sujeción entre elementos.	F1
Polea para tenzar banda dentada.	P1
Soporte para balero radial.	S8
Soporte para flechas.	Sf1
Engrane recto motor 1.	SM1
Engrane recto motor 2.	SM2
Plano genera de ensamble.	PGS
Plano de ensamble sistema de transmisión.	SMT

Nota, los planos se encuentran en el apéndice A.

3.3- Análisis Cinemático.

3.3.1- Análisis de posición y orientación.

Para ubicar un punto en el espacio se hará uso de las ecs. (2.6.2.4 y 2.6.2.5) así como de la notación de Denavit y Hartenberg, a partir de la figura (3.2.2), se obtienen los valores que se muestran en la tabla de la figura (para simplificar el análisis se denotará $\cos \theta_i$ por $C\theta_i$ y $\sin \theta_i$ por $S\theta_i$), se obtiene.

$$Q_1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.1.1)$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.1.2)$$

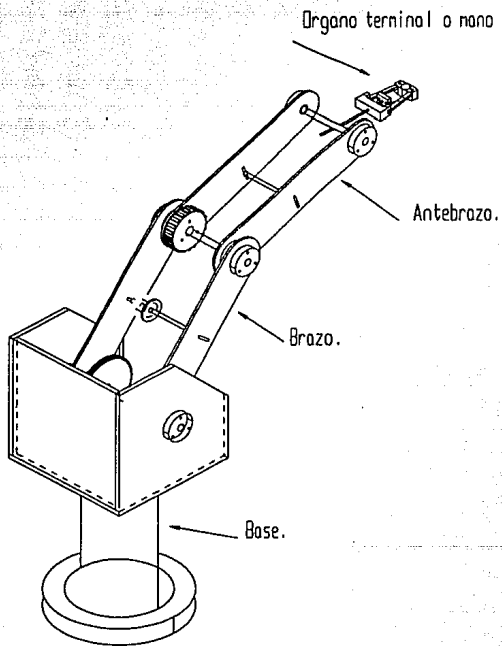
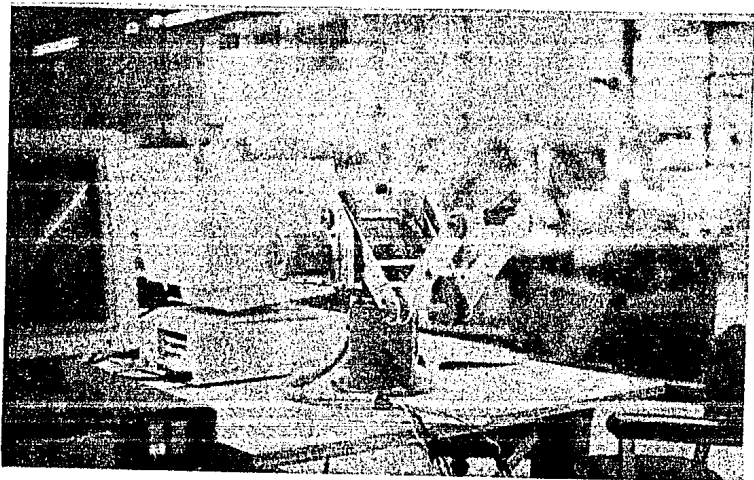
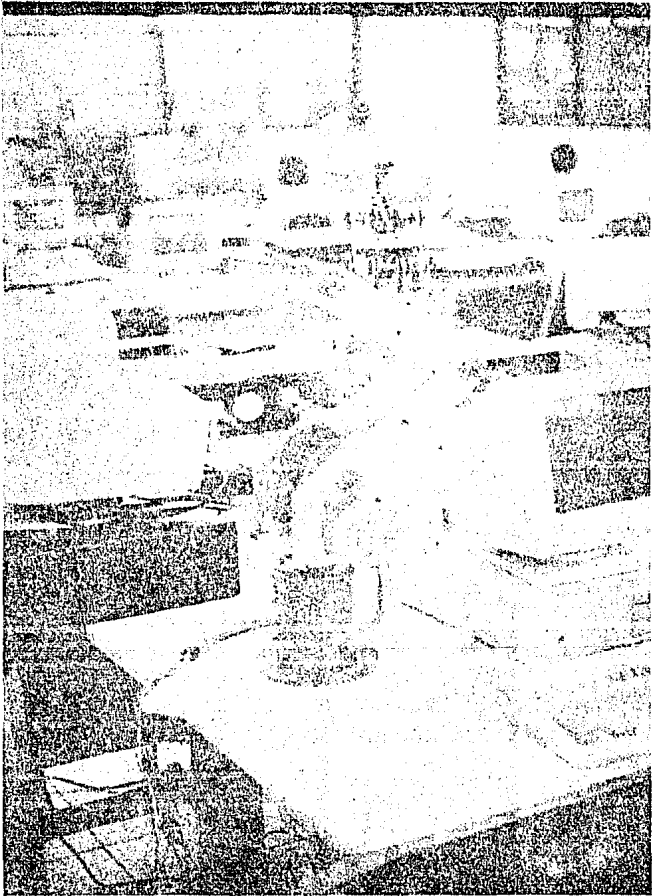


Figura (3.2.2) Manipulador ensamblado.





$$Q_3 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.1.3)$$

$$a_1 = [0, 0, b_1] \quad (3.3.1.4)$$

$$a_2 = [d_2 C\theta_2, d_2 S\theta_2, 0] \quad (3.3.1.5)$$

$$a_3 = [d_3 C\theta_3, d_3 S\theta_3, 0] \quad (3.3.1.6)$$

efectuando la multiplicación de matrices, entre las ecs. (3.3.1.1 y 3.3.1.2), se obtiene

$$Q_1 Q_2 = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.1.7)$$

Efectuando la multiplicación matricial, entre las ecs. (3.3.1.3 y 3.3.1.7)

$$Q_1 Q_2 Q_3 = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_2 S\theta_3 + C\theta_2 C\theta_3 & 0 \end{bmatrix}$$

(3.3.1.7a)

de donde, la orientación del último eslabón u órgano terminal se obtiene aplicando las invariantes lineales (Rojas 77) dadas por:

$$\begin{aligned} \lambda &= \text{vect} (R) = \underline{u} \text{ Sen } \phi \\ \lambda_0 &= 1/2 (\text{tr} [R] - 1) = \text{Cos } \phi \end{aligned} \quad (3.3.1.8)$$

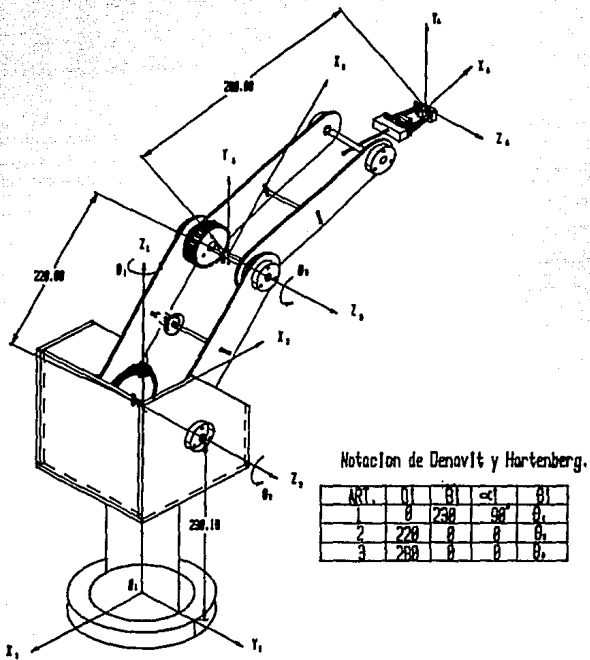


fig (3.2.2) manipulador de tres grados de libertad

siendo \underline{u} un vector unitario en el sistema coordinado de la base y ϕ el ángulo de giro con respecto al vector unitario y R una matriz ortogonal cualquiera, por lo tanto, en este caso.

$$\underline{\lambda} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} R_{22} - R_{23} \\ R_{13} - R_{31} \\ R_{21} - R_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 \\ S\theta_1 - (S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3) \\ S\theta_1 (C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3) + C\theta_1 (C\theta_2 S\theta_3 - S\theta_2 C\theta_3) \end{bmatrix}$$

$$\lambda_0 = 1/2 (C\theta_1 [C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3] - S\theta_1 [C\theta_2 S\theta_3 + S\theta_2 C\theta_3])$$

para ubicar la mano en el sistema de referencia fijo 1. Se emplea la ec. (2.6.3.1), de cerradura.

$$\underline{u}(\theta) = a_1 + Q_1 a_2 + Q_1 Q_2 a_3 \quad (3.3.1.9)$$

sustituyendo las ecs. (3.3.1.1 , 3.3.1.4, y 3.3.1.7), en la ecuación (3.3.1.9).

$$\underline{u}(\theta) = \begin{bmatrix} d_2 C\theta_1 C\theta_2 + d_3 C\theta_1 C(\theta_2 + \theta_3) \\ d_2 S\theta_1 C\theta_2 + d_3 S\theta_1 C(\theta_2 + \theta_3) \\ d_2 S\theta_2 + d_3 S(\theta_2 - \theta_3) + b_1 \end{bmatrix} \quad (3.3.1.10)$$

La ec. (3.3.1.10) especifica la localización de un punto de la mano o herramienta a través de la estructura flexible, cada coordenada esta en el sistema de la base.

Empleando la ec. (2.7.2.7) en la ec. (3.3.1.10), esta última se descompone en las siguientes funciones igualadas a cero.

$$f_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = d_2 C\theta_1 C\theta_2 + d_3 C\theta_1 C(\theta_2 + \theta_3) - X = 0$$

$$f_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = d_2 S\theta_1 C\theta_2 + d_3 S\theta_1 C(\theta_2 + \theta_3) - Y = 0$$

$$f_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = d_2 S\theta_2 + d_3 S(\theta_2 - \theta_3) + b_1 - Z = 0$$

$$(3.3.1.11)$$

En la que los valores de X, Y, Z se determinan de la trayectoria, la cual esta descrita en la sección 3.5, (generación de trayectoria), una vez que se especifican los

diferentes valores de las coordenadas que definen la trayectoria, se pueden determinar los valores de las variables articulares empleando el método de Newton - Gauss (sección 2.7.2)

donde

$$\underline{J}(\underline{\theta}^k) \Delta \underline{\theta}^k = -f(\underline{\theta}^k) \quad (3.3.1.12)$$

El cálculo de la matriz Jacobiana se determina a partir de la ec. (2.7.2.13), obteniéndose.

$$\underline{J}(\underline{\theta}) = \begin{bmatrix} -S_{e1} [d_2 C_{e2} + d_3 C(e_2 + e_3)] & -C_{e1} [d_2 S_{e2} + d_3 S(e_2 + e_3)] \\ C_{e1} [d_2 C_{e2} + d_3 C(e_2 + e_3)] & -S_{e1} [d_2 S_{e2} + d_3 S(e_2 + e_3)] \\ 0 & d_2 C_{e2} + d_3 C(e_2 + e_3) \\ & -C_{e1} [d_3 S(e_2 + e_3)] \\ & -S_{e1} [d_3 C(e_2 + e_3)] \\ & d_3 C(e_2 + e_3) \end{bmatrix} \quad (3.3.1.13)$$

o bien en forma compacta puede representarse como.

$$\underline{J}(\underline{\theta}) = \left[\begin{array}{c|c|c} \frac{\partial s}{\partial \theta_1} & \frac{\partial s}{\partial \theta_2} & \frac{\partial s}{\partial \theta_3} \end{array} \right]$$

$$= \left[\begin{array}{c|c|c} e \times s_1 & Q_1 (e \times s_2) & A_2 (e \times s_3) \end{array} \right]$$

en la cual \underline{e} es el vector asociado con el eje de rotación y $s_3 = a_3$, $s_2 = a_2 + Q_2 s_3$ y $s_1 = a_1 + Q_1 s_2$. En este caso particular puede tomarse $u(\theta) = s_1 = s(\theta)$.

3.3.2- Análisis de velocidad.

Derivando la ec. (3.3.1.9) con respecto al tiempo se determina que:

$$\dot{\underline{u}}(\theta) = \underline{J}(\theta) \dot{\underline{\theta}} \quad (3.3.2.1)$$

la cual al expanderse es:

$$\dot{u}(\theta) = \begin{bmatrix} -d_2 C\theta_1 S\theta_2 \dot{\theta}_2 - d_2 S\theta_1 C\theta_2 \dot{\theta}_1 - d_3 C\theta_1 S(\theta_2 + \theta_3) (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - d_3 S\theta_1 C(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_1 \\ -d_2 S\theta_1 S\theta_2 \dot{\theta}_2 - d_2 C\theta_1 C\theta_2 \dot{\theta}_1 - d_3 S\theta_1 S(\theta_2 + \theta_3) (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - d_3 C\theta_1 C(\theta_2 + \theta_3) \dot{\theta}_1 \\ d_2 C\theta_2 \dot{\theta}_2 + d_3 C(\theta_2 + \theta_3) (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \end{bmatrix} \quad (3.3.2.2)$$

La velocidad angular que genera cada elemento referida al sistema de la base, queda determinada por.

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\theta}_1 \hat{e}_1 \quad (3.3.2.3)$$

$$\dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_1 + Q_1 \hat{e}_2 \quad (3.3.2.4)$$

$$\dot{\omega}_3 = \dot{\omega}_2 + Q_1 Q_2 \hat{e}_3 \quad (3.3.2.5)$$

o bien al desarrollar en componentes se tiene:

$$\dot{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.3.2.3a)$$

$$\dot{\omega}_2 = \begin{bmatrix} S\theta_1 \dot{\theta}_2 \\ -C\theta_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.3.2.4a)$$

$$\dot{\omega}_3 = \begin{bmatrix} S\theta_1 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ -C\theta_1 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.3.2.5a)$$

3.3.3- Análisis de aceleración.

La aceleración de cada elemento queda definida por.

$$\dot{u}(\theta) = \underline{J}(\theta) \dot{\theta} + \dot{\theta}^T \left[\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} \right] \dot{\theta} \quad (3.3.3.1)$$

donde se define.

$$\dot{\theta}^T \left[\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} \right] = \left[e \times s \mid \dot{\theta}_1 e \times \frac{\partial s}{\partial \theta_2} + Q_2 (e \times \dot{s}_2) \mid \omega_3 \times \frac{\partial s}{\partial \theta_3} \right] \quad (3.3.3.2)$$

la cual desarrollada en componentes es:

$$\underline{J}(\theta) \dot{\theta} = \begin{bmatrix} -S e_1 [d_2 C e_2 + d_3 C (e_2 + e_3)] \dot{e}_1 - C e_1 [d_2 S e_2 + d_3 S (e_2 + e_3)] \dot{e}_2 \\ -C e_1 [d_3 S (e_2 + e_3)] \dot{e}_3 \\ C e_1 [d_2 C e_2 + d_3 C (e_2 + e_3)] \dot{e}_1 - S e_1 [d_2 S e_2 + d_3 S (e_2 + e_3)] \dot{e}_2 \\ -S e_1 [d_3 S (e_2 + e_3)] \\ d_2 C e_2 \dot{e}_2 + d_3 C (e_2 + e_3) (\dot{e}_2 + \dot{e}_3) \end{bmatrix} \quad (3.3.3.3)$$

$$\dot{\theta}^T \left[\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} \right] = \begin{bmatrix} 2d_2 S e_1 S e_2 \dot{e}_1 \dot{e}_2 - C e_1 [d_2 C e_2 + d_3 C (e_2 + e_3)] (\dot{e}_2^2 + \dot{e}_3^2) + \\ + 2d_3 S e_1 S (e_2 + e_3) \dot{e}_1 (\dot{e}_2 + \dot{e}_3) - d_3 C e_1 C (e_2 + e_3) (\dot{e}_2 + \dot{e}_3) \dot{e}_3 \\ -2d_2 C e_1 S e_2 e_1 e_2 - S e_1 [d_2 C e_2 + d_3 C (e_2 + e_3)] (\dot{e}_2^2 + \dot{e}_3^2) + \\ - 2d_3 C e_1 S (e_2 + e_3) \dot{e}_1 (\dot{e}_2 + \dot{e}_3) - d_3 S e_1 C (e_2 + e_3) (\dot{e}_2 + \dot{e}_3) \dot{e}_3 \\ - d_2 S e_2 \dot{e}_2^2 - d_3 S (e_2 + e_3) (\dot{e}_2^2 + \dot{e}_3^2 + \dot{e}_2 \dot{e}_3) \end{bmatrix} \quad (3.3.3.4)$$

las ecs. (3.3.3.3 y 3.3.3.4) nos determinan el valor de la aceleración.

La aceleración angular que genera cada elemento referido al sistema de la base, queda determinado al derivar las ecs. (3.3.2.3 a 5)

$$\dot{\omega}_1 = \dot{\theta}_1 e \quad (3.3.3.5)$$

$$\dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_1 + \dot{\theta}_2 (Q_1 a_2) \quad (3.3.3.6)$$

$$\dot{\omega}_3 = \dot{\omega}_2 + \dot{\theta}_3 (Q_1 Q_2 a_3) \quad (3.3.3.7)$$

estos valores tienen los siguientes componentes:

$$\dot{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (3.3.3.5a)$$

$$\dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_1 + \dot{\theta}_2 \begin{bmatrix} d_2 C\theta_1 C\theta_2 \\ d_2 S\theta_1 C\theta_2 \\ d_2 S\theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.3.3.6a)$$

$$\dot{\omega}_3 = \dot{\omega}_2 + \dot{\theta}_3 \begin{bmatrix} d_3 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - d_3 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ d_3 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - d_3 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ d_3 S\theta_2 C\theta_3 + d_3 C\theta_2 S\theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.3.3.7a)$$

3.4 - Análisis Dinámico.

Parámetros dinámicos del manipulador, fueron obtenidos mediante un paquete de dibujo por computadora (cadkey) y la densidad del material

$$m_1 = 3.2$$

$$m_2 = 0.6614$$

$$m_3 = 0.6052$$

$$\rho_1 = \begin{bmatrix} -0.01939 \\ -0.0585 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{referido al sistema coordenado 2.}$$

$$\rho_2 = \begin{bmatrix} -0.111 \\ 0 \\ -0.00176 \end{bmatrix} \quad \text{referido al sistema coordenado 3.}$$

$$\rho_3 = \begin{bmatrix} -0.165 \\ 0 \\ -0.006 \end{bmatrix} \quad \text{referido al sistema coordenado 4.}$$

$$I_c^1 = \begin{bmatrix} 0.07556 & 0 & 0 \\ 0 & 0.07295 & 0 \\ 0 & 0 & 0.10239 \end{bmatrix}$$

$$I_c^2 = \begin{bmatrix} 0.1277 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1294 & 0 \\ 0 & 0 & 1.2936 \end{bmatrix}$$

$$I_c^3 = \begin{bmatrix} 0.1348 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1424 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1365 \end{bmatrix}$$

donde

m_i = masa del elemento i (kg).

ρ_i = distancia del centroide G_i , referido al sistema coordenado O_i+1 (m).

I_c^i = momento de inercia del elemento i ($\text{Kg}\cdot\text{m}^2$).

ver figura (3.4.1).

Empleando la ec. (2.9.1.1) tenemos.

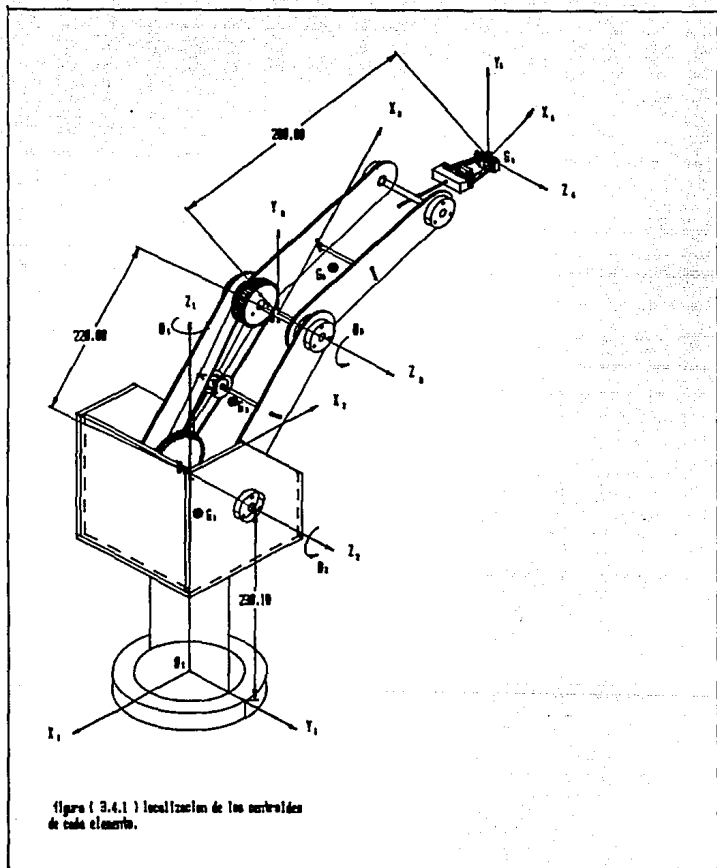


figura (3.4.1) localizacion de los centros de cada elemento.

$$\ddot{r}_1 = m_1 \dot{r}_1 \quad (3.4.1)$$

donde la aceleración del elemento 1 se define como.

$$\dot{r}_1 = \dot{u}_1 + \dot{\omega}_1 \times [\rho_1]_1 + \omega_1 \times (\omega_1 \times [\rho_1]_1) \quad (3.4.1.1)$$

$$\dot{r}_1 = \dot{u}_1 + \dot{\omega}_1 \times \rho_1 + \omega_1 \times (\omega_1 \times \rho_1) \quad (3.4.1.2)$$

$$\dot{r}_2 = \dot{u}_2 + \dot{\omega}_2 \times \rho_2 + \omega_2 \times (\omega_2 \times \rho_2) \quad (3.4.1.3)$$

$$\dot{r}_3 = \dot{u}_3 + \dot{\omega}_3 \times \rho_3 + \omega_3 \times (\omega_3 \times \rho_3) \quad (3.4.1.4)$$

donde \dot{u}_1 , $\dot{\omega}_1$ y ω_1 son calculados en las ecs. (3.3.2.3, 3.3.3.11a-13a y 3.3.2.4a-6a) respectivamente, y definiendo ρ_1 con respecto al sistema coordenado 1-1, se tiene:

$$\rho_1 = Q_1 \rho_1 \quad (3.4.1.5)$$

$$\rho_2 = Q_1 Q_2 \rho_2 \quad (3.4.1.6)$$

$$\rho_3 = Q_1 Q_2 Q_3 \rho_3 \quad (3.4.1.7)$$

Q_1 , $Q_1 Q_2$, $Q_1 Q_2 Q_3$ se obtienen de las ecs. (3.3.1.1, 3.3.1.7 y 3.3.1.7a) respectivamente.

al definir los parámetros anteriores obtenemos los valores de las variables que nos permiten evaluar la ec. (3.4.1).

Empleando la ec. (2.9.1.2) tenemos.

$$\dot{n}_1 = J_1 \dot{\omega}_1 + \omega_1 \times (J_1 \omega_1) \quad (3.4.2.1)$$

$$\dot{n}_2 = J_2 \dot{\omega}_2 + \omega_2 \times (J_2 \omega_2) \quad (3.4.2.2)$$

$$\dot{n}_3 = J_3 \dot{\omega}_3 + \omega_3 \times (J_3 \omega_3) \quad (3.4.2.3)$$

quedando definido \underline{J}_1 referido al sistema de la base.

$$\underline{J}_1 = Q_1 I_c^1 Q_1^T \quad (3.4.2.4)$$

$$\underline{J}_2 = Q_1 Q_2 I_c^2 Q_2^T \quad (3.4.2.5)$$

$$\underline{J}_3 = Q_1 Q_2 Q_3 I_c^3 Q_3^T \quad (3.4.2.5)$$

empleando la ec. (2.9.1.7) tenemos.

$$f_3 = f_3^* + f_4 \quad (3.4.3.1)$$

$$f_2 = f_2^* + f_3 \quad (3.4.3.2)$$

$$f_1 = f_1^* + f_2 \quad (3.4.3.3)$$

donde f_4 es la fuerza que ejercerá la masa del objeto que se ha de manipular, f_1^* , f_2^* y f_3^* son determinados en las ecs. (3.3.1.8-10).

Empleando la ec. (2.9.1.8), tenemos.

$$\underline{n}_1 = \underline{n}_{1+1} + A_{1-1} a_1 \times f_{1+1} + (A_{1-1} a_1 + \rho_1) \times f_1^* + n_1^*$$

donde $A_{1-1} a_1$ es la distancia entre orígenes de sistemas coordenados referido a la base, ρ_1 nos define la distancia del centroide referido al mismo sistema de la base.

$$\Delta \quad \underline{n}_3 = \underline{n}_4 + A_{2-3} a_3 \times f_4 + (A_{2-3} a_3 + [\rho_3]_1) \times f_3^* + n_3^* \quad (3.4.4.1)$$

$$\underline{n}_2 = \underline{n}_3 + A_{1-2} a_2 \times f_3 + (A_{1-2} a_2 + [\rho_2]_1) \times f_2^* + n_2^* \quad (3.4.4.2)$$

$$\underline{n}_1 = \underline{n}_2 + a_1 \times f_2 + (a_2 + [\rho_1]_1) \times f_1^* + n_1^* \quad (3.4.4.3)$$

donde a_1 se obtuvo en la ec. (3.3.1.4-6), y los demás términos se han obtenido en el desarrollo del presente análisis.

3.5 - Generación de Trayectoria.

La trayectoria que se plantea como ejemplo para el manipulador es el de una línea recta, en el plano X - Z, permaneciendo el eje Y constante, ver figura (3.5.1).

El manipulador toma un objeto cilíndrico en el punto P₁(X₁, Y₁, Z₁), lo llevará sobre la línea hasta depositarlo en el punto P₂ (X₂, Y₂, Z₂), definidos como.

Punto de inicio P ₁	Punto final P ₂	
X ₁ = 20	X ₂ = 50	
Y ₁ = 10	Y ₂ = 10	
Z ₁ = 0	Z ₂ = 40	(3.5.1.1)

la ecuación de la línea recta queda definida por.

$$Z = mx + b \quad (3.5.1.2)$$

evaluando los puntos de partida y llegada, en la ec.(3.5.1.2), obtenemos:

$$Z = \frac{4}{3} x - 26.67 \quad (3.5.1.4)$$

para determinar el valor de la ecuación anterior es necesario evaluar X en cada punto del recorrido. A su vez queda definido por el tiempo de recorrido.

Para lo cual se tendrá que ajustar a una curva suave, que nos garantice, que el manipulador parta de condiciones de reposo en P₁ y llegue con las mismas condiciones en P₂, así como que no existan cambios bruscos de velocidad y aceleración.

Se utilizará la ecuación de una cicloide, ya que cumple con las condiciones mencionadas.

$$\begin{array}{ll} \dot{X}(0) = 0 & \dot{X}'(0) = 0 \\ \dot{X}(T) = 0 & \dot{X}'(T) = 0 \end{array}$$

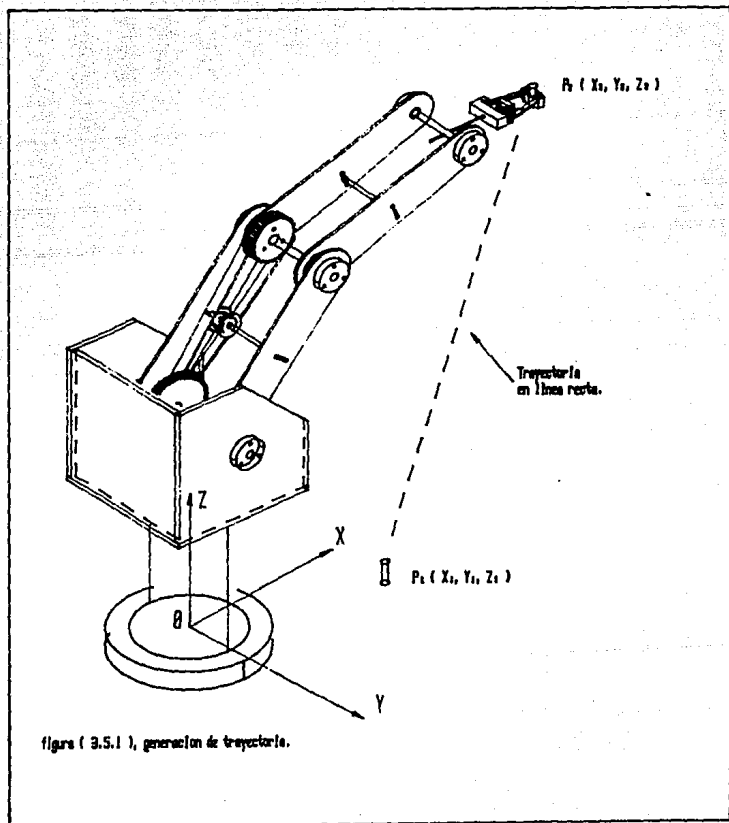
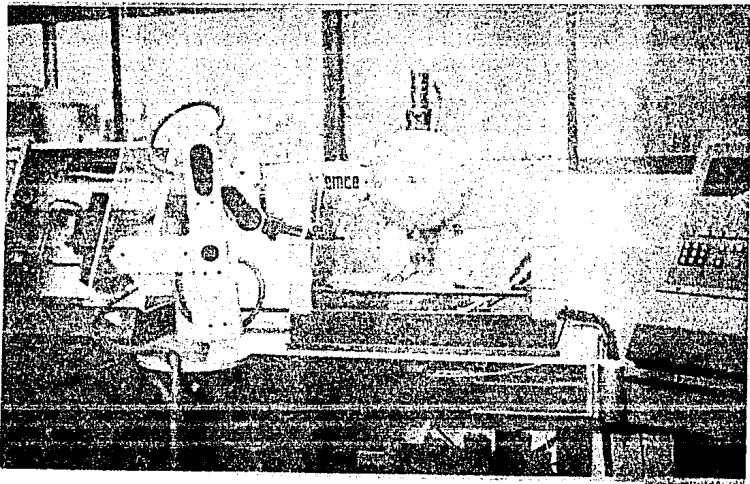


figura (3.5.1), generacion de trayectoria.



donde T es el periodo de tiempo
la ecuación de la cicloide es.

$$X(t) = L \left[\frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \text{Sen } 2\pi \frac{t}{T} \right] + L_0 \quad (3.5.1.5)$$

derivando la ec. (3.5.1.5) con respecto al tiempo tenemos.

$$\dot{X}(t) = \frac{L}{T} \left[1 - \text{Cos } 2\pi \frac{t}{T} \right] \quad (3.5.1.6)$$

$$\ddot{X}(t) = \frac{2\pi L}{T^2} \left[\text{Sen } 2\pi \frac{t}{T} \right] \quad (3.5.1.7)$$

evaluando las condiciones de frontera con un tiempo de recorrido
T = 60 seg, en las ecs. (3.5.1.5 a 3.5.1.7), se obtiene:

$$L_0 = 20 \quad \text{y} \quad L = 30$$

$$\therefore X(t) = 30 \left[\frac{t}{60} - \frac{1}{2\pi} \text{Sen } \frac{\pi}{30} t \right] + 20 \quad (3.5.1.5a)$$

$$\dot{X}(t) = \left[1 - \text{Cos } \frac{\pi}{30} t \right] \quad (3.5.1.6a)$$

$$\ddot{X}(t) = \frac{\pi}{60} \left[\text{Sen } \frac{\pi}{30} t \right] \quad (3.5.1.7a)$$

la trayectoria del manipulador queda definida con X(t) expresado
en la ec. (3.5.1.5a), Y(t) = 10, Z(t) por la ec. (3.5.1.4) en
desplazamiento.

En velocidad la trayectoria queda especificada por.

$$\dot{X}(t) = 0.5 \left[1 - \text{Cos } \frac{\pi}{30} t \right]$$

$$Y(t) = 0$$

$$\dot{Z}(t) = \frac{2}{3} \left[1 - \cos \frac{\pi}{30} t \right] \quad (3.5.1.8b)$$

y en aceleración

$$\dot{X}'(t) = \frac{\pi}{60} \left[\text{Sen} \frac{\pi}{30} t \right]$$

$$\dot{Y}'(t) = 0$$

$$\dot{Z}'(t) = \frac{\pi}{45} \left[\text{Sen} \frac{\pi}{30} t \right] \quad (3.5.1.8c)$$

Los valores obtenidos en las ecuaciones (3.5.1.8 a-c), son los datos de entrada, para obtener la solución de la cinemática inversa del sistema descrita en la (sección 3.3). La simulación en computadora se muestra en la figura (3.5.2).

3.6 - Análisis y Selección del Órgano Terminal.

3.6.1 Introducción.

Para la selección del órgano terminal como herramienta de aplicación, figura (3.6.1), se tomo en cuenta la tarea a realizar la cual consiste en sostener un objeto cilindrico para graficación

El objetivo de la mano es sostener una pluma, la primera etapa del diseño del manipulador es utilizarlo como un graficador. Los datos obtenidos en ésta etapa nos proporcionaran elementos para ampliar las aplicaciones del manipulador.

3.6.2 - Análisis del Órgano Terminal.

Refiriendose al diagrama de cuerpo libre del mecanismo de la

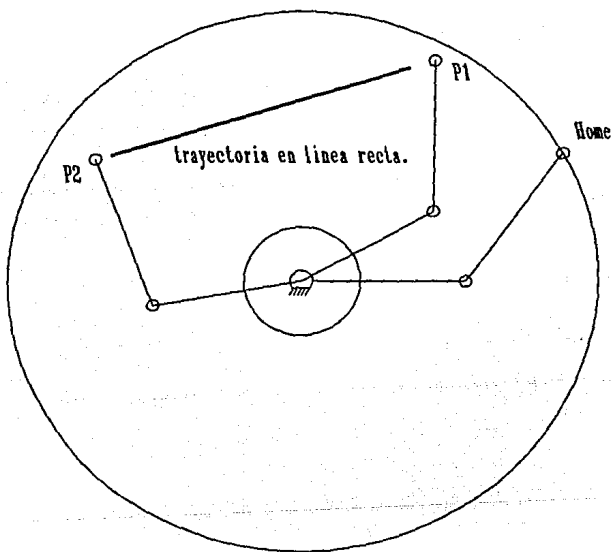


Figura (3.5.2). Simulacion de trayectoria.

figura (3.6.2), se emplearan los siguientes datos, porque se manipula un objeto plástico y se sostiene con pinzas de aluminio.

$$nf = 2$$

$$\mu = 0.35$$

$$K = 2$$

$$W = 50 \text{ grm} = 0.4905 \text{ N}$$

es el número de dedos actuantes
coeficiente de fricción entre
los dedos y la pluma.

coeficiente que involucra los
efectos de la gravedad y
aceleración.

peso de la pluma.

$$F_g = \frac{K W}{\mu nf} \quad (3.6.2.1)$$

sustituyendo valores en la ec. (3.6.2.1), obtenemos la fuerza de sujeción.

$$F_g = 1.4041 \text{ N}$$

Análisis de fuerzas.

Haciendo referencia a las figuras (3.6.2 y 3.6.3), determinamos.

$$\tan \theta = \frac{11.4}{12.4}$$

$$\theta = 42.59^\circ$$

$$\cos \gamma = \frac{12.4}{15.0}$$

$$\gamma = 34^\circ$$

tomando suma de momentos en O.

$$F_g (30 \cos \gamma) = F \text{ Sen } \theta (15 \cos \gamma) + F \cos \theta (15 \text{ Sen } \gamma)$$

sustituyendo valores.

$$F = 2.388 \text{ N}$$

donde

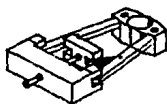
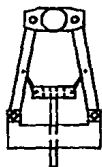
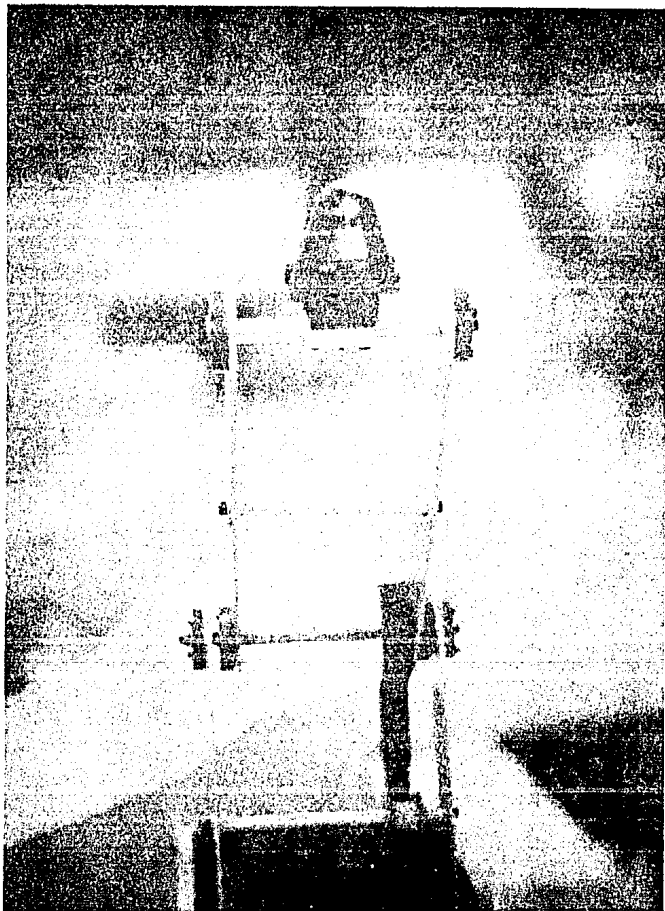


figura (3.6.1), Organo terminal.



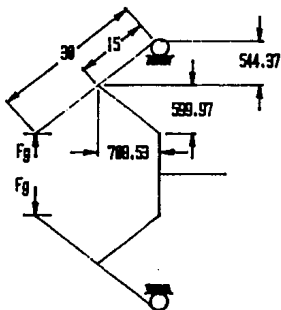
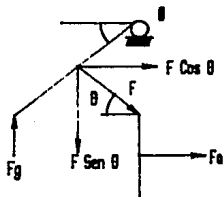


fig (3.6.2)



fig(3.6.3)

Mecanismo del organo terminal.

$$F_a = 2 F \cos \theta$$

$$F_a = 3.5172 \text{ N}$$

El valor de la fuerza F_a , es la fuerza que debe ejercer el motor que controlará el abrir y cerrar la mano o pinza, para que la pluma quede fija y no sufra movimiento durante el graficado. Este valor es también útil para la selección del motor que se empleará, ya que está en función del par.

IV - Diseño electrónico del control.

4.1- Introducción.

El rápido crecimiento de la aplicación de las computadoras demanda dispositivos que sean fácilmente controlables por medio de éstas; los motores de pasos son dispositivos que se acoplan muy bien a el control por medio de computadoras, o de cualquier otro dispositivo de control.

Los motores de pasos son dispositivos que convierten los pulsos eléctricos de entrada a movimientos mecánicos discretos de salida. Cada movimiento mecánico discreto es llamado paso.

Los motores de pasos funcionan al conmutar pulsos eléctricos en las terminales de las bobinas que los componen. Estos pulsos deben de llevar una secuencia lógica para que el motor de pasos comience a rotar.

La velocidad en la que se haga la conmutación de los pulsos eléctricos nos va a dar la velocidad de giro del motor. Por lo expuesto, una revolución del motor de pasos se encuentra hecha de movimientos discretos o pasos del rotor, por lo que cada vez que nosotros conmutemos un pulso eléctrico en la terminal de las bobinas del motor, este va a girar determinados pasos.

Para lograr el control de este tipo de motores, se requieren dispositivos que sean capaces de hacer la conmutación de pulsos eléctricos. Antes de la llegada de los transistores se utilizaba un dispositivo mecánico-eléctrico que logra el propósito de conmutar; este dispositivo es el relevador que fue usado y en la actualidad se utiliza en algunos casos.

Con la llegada de los transistores se han logrado controladores para motores de pasos con más precisión y velocidad, y una disminución de espacio del control mismo.

Se ha logrado tener una mayor confiabilidad y el uso de los motores de pasos ha aumentado considerablemente.

4.2 - Motores de pasos bipolares.

La operación básica de un motor de pasos bipolar se muestra en la figura(4.1), en la que se puede observar que una terminal de cada bobina es puesta a tierra y en la otra terminal se conmuta entre voltaje positivo y voltaje negativo. En la figura se muestra la secuencia que deben de tener los pulsos eléctricos en cada terminal para que exista movimiento.

Si tenemos en las terminales de las dos bobinas voltaje positivo (paso 1), debemos hacer el cambio como indica la tabla de la figura(4.1), para que el motor gire, si se da la secuencia como la muestra la tabla, el motor va a girar en sentido a las manecillas del reloj (rotación positiva), si se invierte esa secuencia se cambia la dirección del rotor (rotación negativa).

En la figura(4.2), se encuentra el circuito que se diseñó para mover el motor de pasos bipolar de acuerdo a la figura(4.1) pero utilizando transistores como interruptores. •

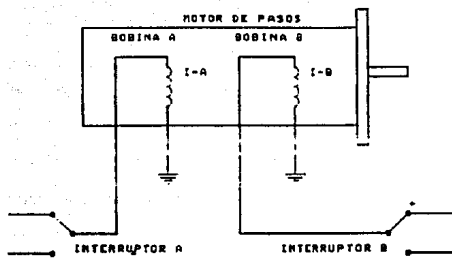
Después de haberse construido el controlador de la figura(4.2) se llegó a la siguiente conclusión: el giro del rotor fué correcto, pero este controlador tuvo problemas de calentamiento por hacer la conmutación por un mismo cable de voltaje positivo y de voltaje negativo.

Debido al problema anterior se buscó un nuevo diseño para el control de motores de pasos bipolares; y se encontró el diseño de la figura(4.3). En donde se utilizan 8 transistores para hacer la conmutación de pulsos eléctricos. Pero en vez de utilizar solo un cable terminal de cada bobina para hacer la conmutación, utilizó los dos y en vez de conmutar entre voltaje positivo y negativo, conmuta con voltaje positivo y tierra.

La tabla de la figura(4.3), nos muestra la secuencia que debemos tener en los transistores para lograr el movimiento del motor. Debe prender al mismo tiempo un transistor NPN y un PNP. La tabla nos indica cuales hay que prender y en que secuencia para lograr el movimiento del motor.

En la figura(4.4), se muestra el circuito controlado de motores de pasos bipolares.

FIGURA 4.1



SECUENCIA DE 4 PASOS

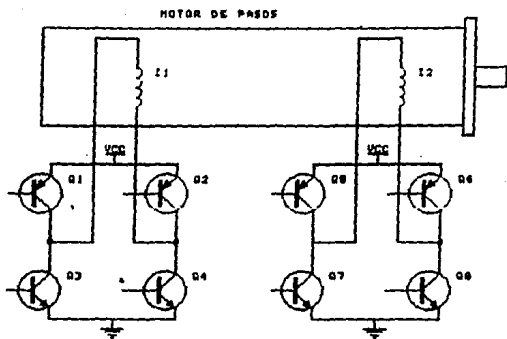
PASO	INTERRUPTOR A	INTERRUPTOR B
1	+	-
2	-	-
3	-	+
4	+	+

↓
 ROTACION
 POSITIVA

 ↑
 ROTACION
 NEGATIVA

OPERACION BASICA DE UN MOTOR DE PASOS
TIPO BIPOLAR

FIGURA 4.2



PASO	Q1-Q4	Q2-Q3	Q5-Q8	Q6-Q7
1	PRENDIDO	APABADO	PRENDIDO	APABADO
2	PRENDIDO	APABADO	APABADO	PRENDIDO
3	APABADO	PRENDIDO	APABADO	PRENDIDO
4	APABADO	PRENDIDO	PRENDIDO	PRENDIDO
1	PRENDIDO	APABADO	PRENDIDO	APABADO

↓
 ROTACION
 POSITIVA

 ↑
 ROTACION
 NEGATIVA

DIAGRAMA DE CONTROL PARA MOTORES DE PASO 4-POLARES

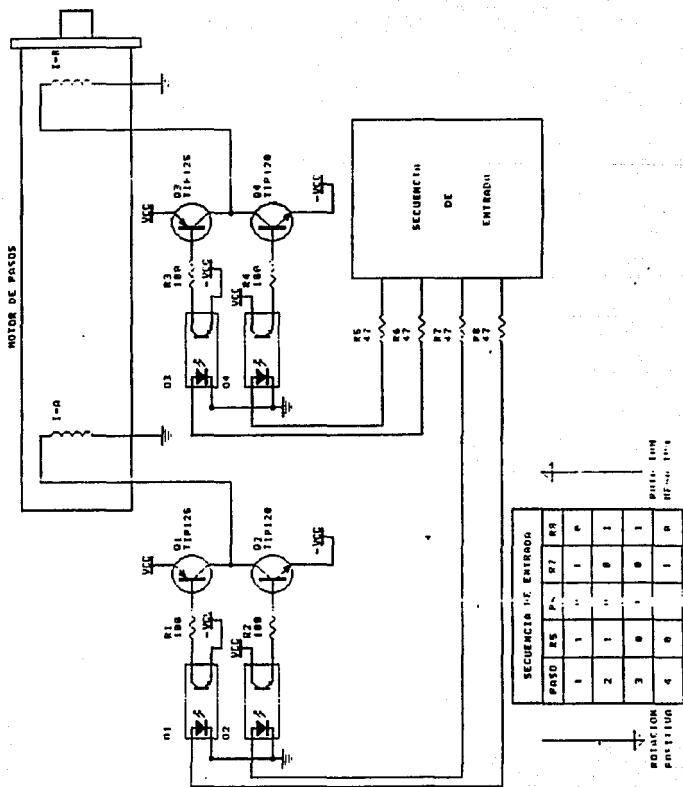
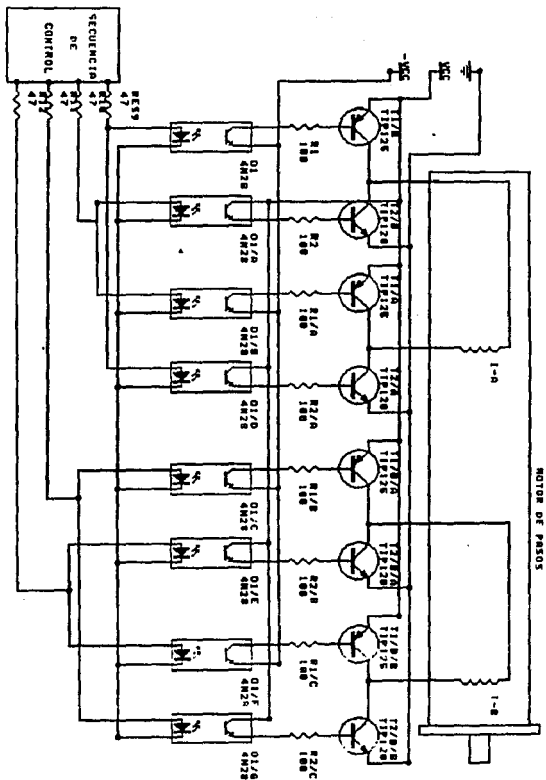


FIGURA 4.2

FIGURA 9.4



4.3 - Motores de pasos unipolares.

El circuito básico de operación de este tipo de motores se muestra en la figura(4.5). La derivación central de cada bobina se conecta al lado negativo de la fuente de voltaje y se hace la conmutación entre las dos terminales de cada una de las dos bobinas.

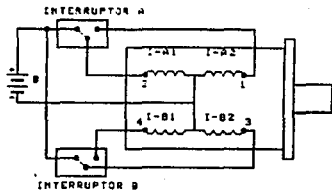
En las tablas de la figura(4.5), se muestra la secuencia de entrada de los pulsos a las bobinas del motor para lograr su movimiento.

En la figura(4.6), se muestra el diagrama del circuito controlador de motores de pasos; como se puede observar, se utilizan solo cuatro transistores y se hace la conmutación con tierras en las terminales restantes de cada una de las bobinas.

Debido a que los motores de pasos de este tipo tienen una derivación central, presentan una disminución de potencia del 30% con respecto a un motor de pasos bipolar de las mismas características.

En la figura(4.7), se muestra el circuito que se diseñó para controlar motores de pasos unipolares de acuerdo a lo que nos muestra la figura(4.6).

FIGURA 4.6

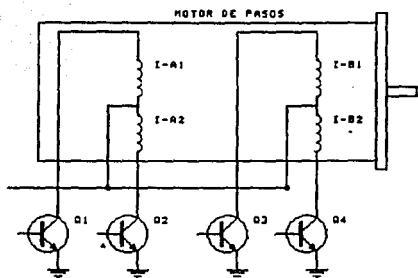


PASO	INTERRUPTOR A	INTERRUPTOR B
1	1	4
2	1	3
3	2	3
4	2	4

PASO	BOBINA 1	BOBINA 2	BOBINA 3	BOBINA 4
1	C	D	D	C
2	C	D	C	D
3	D	C	C	D
4	D	C	C	D

OPERACION BÁSICA DE UN MOTOR DE PAS
 TIPO UNIPOLAR

FIGURA 4.6



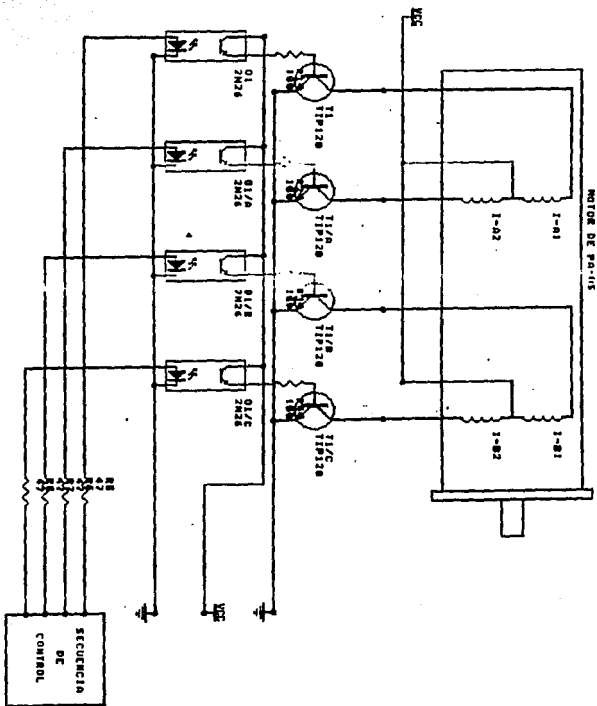
PASO	Q1	Q2	Q3	Q4
1	PRENDIDO	APABADO	PRENDIDO	APABADO
2	PRENDIDO	APABADO	APABADO	PRENDIDO
3	APABADO	PRENDIDO	APABADO	PRENDIDO
4	APABADO	PRENDIDO	PRENDIDO	APABADO

↓
ROTACION POSITIVA
↑
ROTACION NEGATIVA

**CONTROL DE UN MOTOR DE PASOS
TIPO UNIPOLAR**

FIGURA 4.7

CONTROLADOR PARA MOTORES DE PASOS UNIPOLARES



Conclusiones.

Se diseño y fabricó un manipulador con tres grados de libertad, se obtuvo el conocimiento teórico y práctico para iniciar la construcción de un manipulador de n grados de libertad. La relación teórica - práctica fue muy importante en el aspecto dinámico.

Los fundamentos teóricos se aplicaron en el análisis del manipulador, durante su desarrollo se comprobó que los resultados obtenidos son eficientes desde el punto de vista de cálculo y simulación en computadora, garantizando el control en tiempo real de operación.

El diseño de los elementos que constituyen al manipulador, así como el ensamble total, se desarrollo utilizando paquetes de dibujo por medio de computadora. El trabajo inicial fue pesado, pero la visualización de la geometría al ir dibujando permitio encontrar la estructura más consistente que garantice las condiciones de trabajo (obteniendo una estructura rígida poliarticulada) y además la facilidad de modificar en el caso que se requiera.

Durante su fabricación la experiencia adquirida de las máquinas - herramientas robustencio los conocimientos previos y se vio la importancia que juegan los materiales que intervienen para su fabricación, así como los ajustes y tolerancias que tienen que llevar para garantizar su óptimo funcionamiento, se puede decir que la calidad obtenida está en función de estos factores.

Con los antecesentes de la presente tesis, se abre una pauta para las nuevas generaciones de Ingenieros que estén interesados en explotar el extenso campo de la robótica e impulsar el desarrollo tecnológico de país.

Trabajos por desarrollar.

Se desarrollo un manipulador de la primera generaci3n, faltando en el dise1o de los elementos, los dispositivos que se requieren para instalar el sistema sensor.

El 3rgano terminal no se encuentra accionado por motor para su apertura y cierre cuando se requiera, faltando implementar un dispositivo motor - polea - chicote.

Queda pendiente una nueva versi3n en la que se tenga mejor precisi3n empleando la etapa de CAD - CAM y control num3rico. Se busca que el robot interactu3e con su entorno, adem3s que su estructura este constituido de 5 a 6 grados de libertad con un 3rgano terminal universal para aplicaci3n industrial y acoplarlo a una celula de manufactura flexible.

Bibliografía.

- [1] Angel A. Rojas Salgado.-Tesis Doctoral, Sistemas Articulados de Cuerpo Rígido. Facultad de Ingeniería (UNAM).
- [2] Angel A. Rojas S.- Modelado Dinámico de Cadena Cinemáticas. Memoria del XI Congreso de la Academia Nacional de Ingeniería. A.C San Luis Potosí, 1985, pp 331-336.
- [3] Angel A. Rojas S., Beatriz Alvarez Pérez., Análisis Cinemático de Manipuladores con 3 y 5 Articulaciones. Facultad de Ingeniería (UNAM).
- [4] Angulo Usategui, José María.- Curso de Robótica. Madrid, Editorial Printafon.
- [5] Cohen, John.- Los robots en el mito y la ciencia. Editorial Grijalbo.
- [6] Joseph Duffy, Edward Arnold (Publishers), Analysis of Mechanisms and Robot Manipulators. Printed in Great Britain, 1980.
- [7] Hamilton H. Mable, Fred W Ocuirk.- Mecanismos y Dinámica de Máquinas. Editorial LIMUSA.
- [8] Herman W. Pollack.- Máquinas Herramientas y Manejo de Materiales. Editorial Prentice Hall.
- [9] Joseph E. Shigley, Larry D. Mitchell.- Diseño en Ingeniería Mecánica. Editorial Mc Graw Hill.
- [10] K.S. FU, R. C. González, G. S. E. Lee.- Robótica, Control, Detección, Visión e Inteligencia. Editorial Mc Graw Hill.
- [11] Lee C.S.G.- Robot Arm Kinematic, Dynamics and Control IEEE. Computer. Vol 15, No 12, pp 62-80.
- [12] Miguel Angel Alvarado Rascón.- Tesis Sistemas de Programas para Sistemas de Curvas. Facultad de Ingeniería (UNAM).
- [13] Mikell P. Groover, Mitchell Weiss, Roger N. Napei, y G.

Odrey.- Robótica Industrial, Tecnología Programación y Aplicaciones.

Mc Graw Hill.

[14] Pierre López, Jean Neuman Foule.- Introducción a la robótica, Enseñanza, Investigación y Desarrollo. Editorial Arzadica.

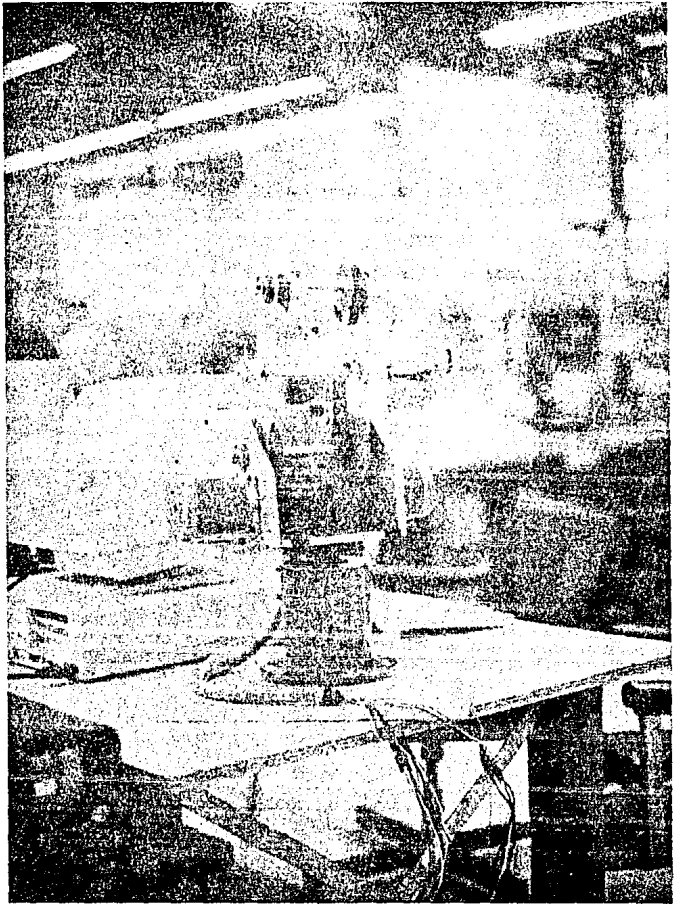
Colección, Electrónica y Automática.

[15] Sistemas CAD\CAM\CAE.- Diseño y Fabricación por Computadora.

Serie.- Mundo Electrónico.





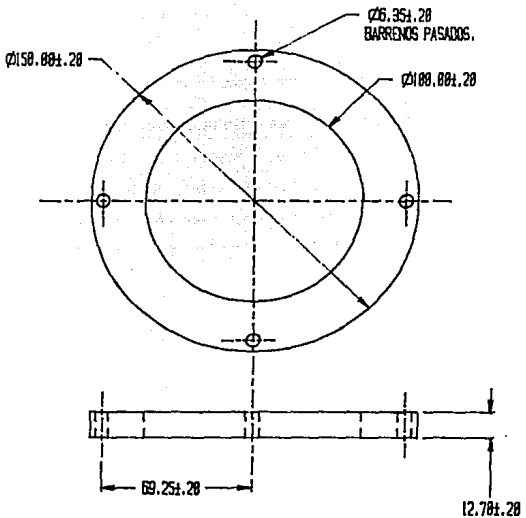


Apendice

A

Planos
de
Fabricacion
y
Ensamble

DISCO BASE.



FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS DE LIBERTAD

ESCALA : (1) : (1)

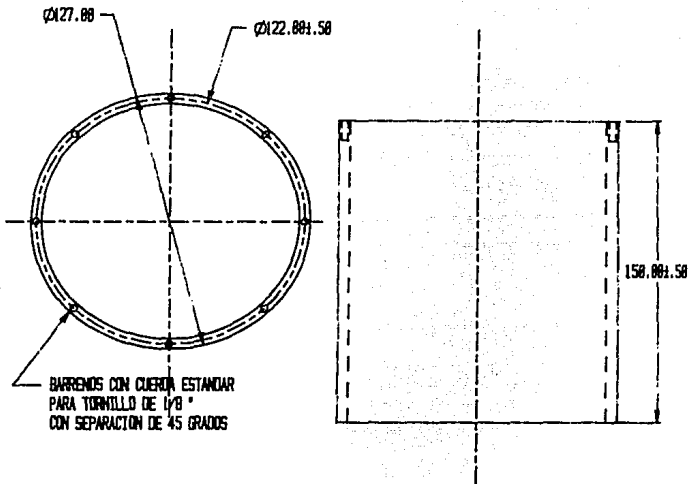
PLANO B1

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : PLACA DE ACERO (1/2 ")

CANTIDAD : 1 PIEZA.

TUBO BASE.



BARRENOS CON CUERPO ESTANDAR
PARA TORNILLO DE $1/8"$
CON SEPARACION DE 45 GRADOS

NOTA :
TUBO CELULA 48.

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

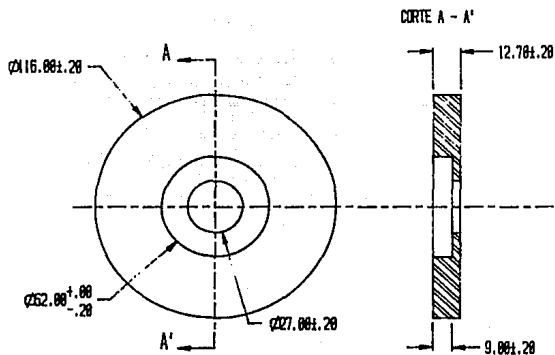
PLANO B2

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : COLD ROLL.

CANTIDAD : 1 PIEZA.

SOORTE PARA BALERO AXIAL.



FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

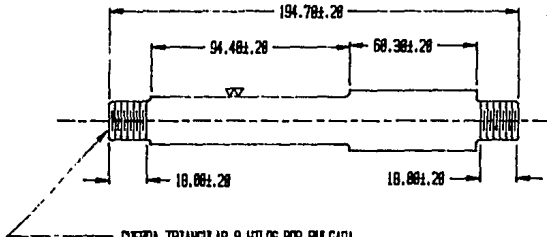
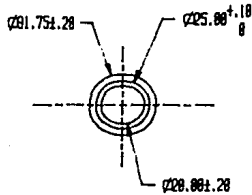
PLANO 03

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : COLD ROLL.

CANTIDAD : 2 PIEZAS.

FLECHA BASE.



CUERDA TRIANGULAR 8 HILOS POR PULGADA
PROFUNDIDAD DE LA CUERDA 2.1 mm
DIAMETRO MENOR 15.8 mm

NOTA:
RADIOS DE CURVATURA $R = 2 \pm 0.2$ mm

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

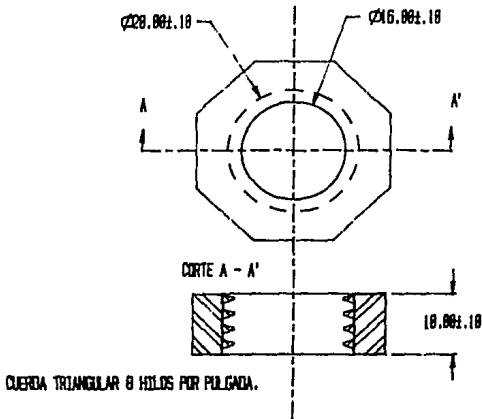
PLANO B4

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : CILINDRO

CANTIDAD : 1 PIEZA.

TUERCA.



FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (3 : 1).

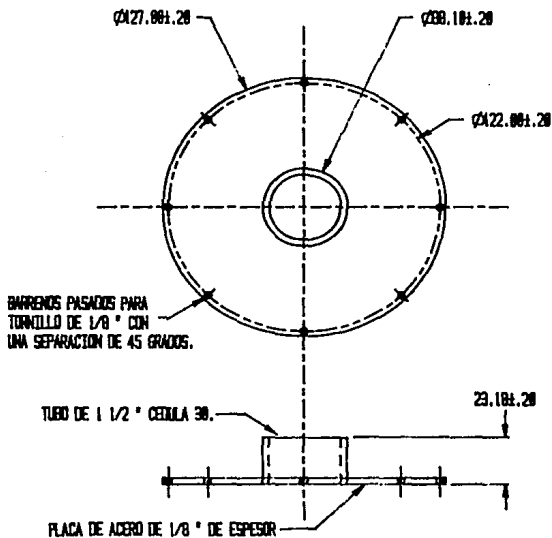
PLANO 05

ACOTACIONES : (mm)

MATERIAL : BARRA OCTAGONAL DE 1/8" (COLD ROLL).

CANTIDAD : 2 PIEZAS.

SOPORTE PARA ENGRANE RECTO.



NOTA:
 UNIR PIEZAS POR MEDIO DE UN
 CORDON DE SOLDADURA
 ELECTRICA.

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
 DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

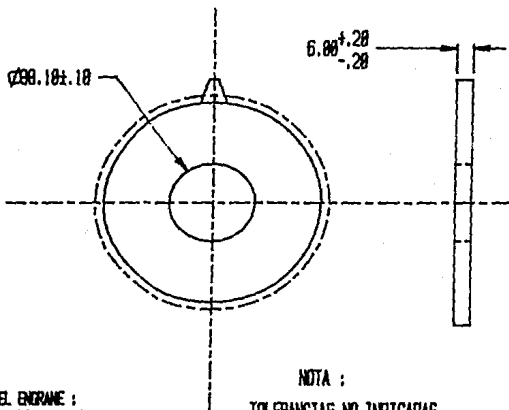
PLANO 06.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : SE INDICA EN LA FIGURA.

CANTIDAD : 1 PIEZA.

ENGRANE RECTO GRANDE



DATOS DEL ENGRANE :
 NUMERO DE DIENTES 80.
 PASO DIAMETRAL 16 dte/pulg.
 DIAMETRO EXTERIOR 130.175 (5 1/8 ").
 DIAMETRO DE PASO 127 (5 ").
 DIAMETRO DE RAZ 129.32 (4.855 ").
 ESPESOR DEL DIENTE 2.5.

NOTA :
 TOLERANCIAS NO INDICADAS,
 TOMAR +/- 0.3

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
 DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

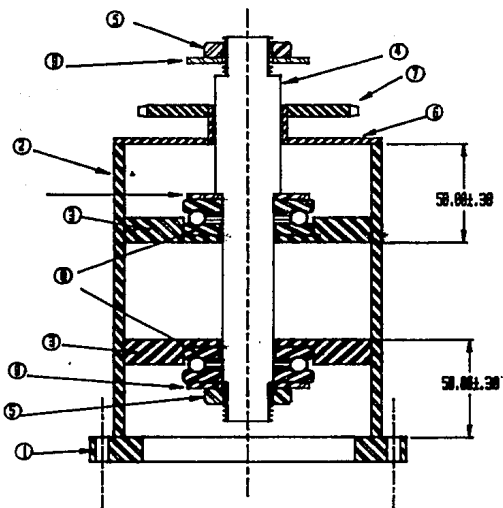
PLANO 87

ADITACIONES : (NM)

MATERIAL : COLD CHLD.

CANTIDAD : 1 PIEZA.

CORTE VERTICAL DEL PRIMER ELEMENTO (BASE).

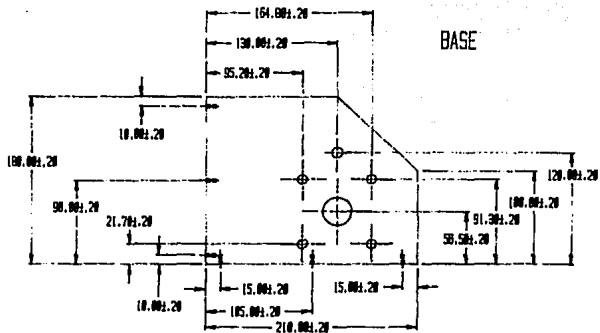


NOTA:

La union entre el disco base, soportes para baleros axiales, con el tubo, sera por medio de un cordón de soldadura electrica.

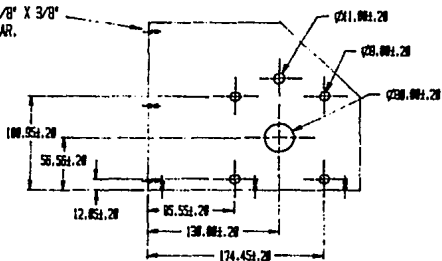
Lo mismo entre el engrane recto y su soporte.

Nº.	NOMBRE DE LA PIEZA.	MATERIAL	PLANO Nº
1	DISCO BASE.	ACERO F300.	01
2	TUBO	"	02
3	SOPORTE PARA BALERO AXIAL.	"	03
4	FLECHA BASE.	"	04
5	TUERCA.	"	05
6	SOPORTE ENGRANE.	"	06
7	ENGRANE RECTO.	"	07
8	INDICAMENTO AXIAL SIGMA.	"	
9	BULON.	"	
	PLANO 08.		



BASE

BARRENOS DE 1/8" X 3/8"
CUERDA ESTANDAR.



NOTA : AMBAS PIEZAS SON IGUALES,
DIFERENCIAN EN LAS PERFORACIONES
PARA MONTAR LOS MOTORES.

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

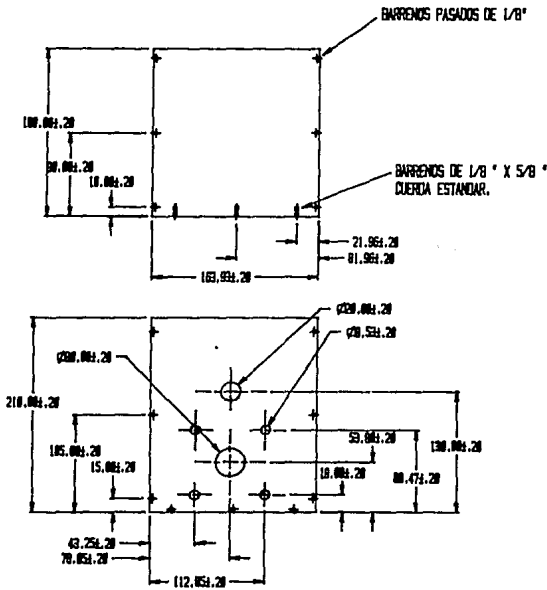
ESCALA : (1 : 2)

PLANO 09.

ACOTACIONES : (MM)

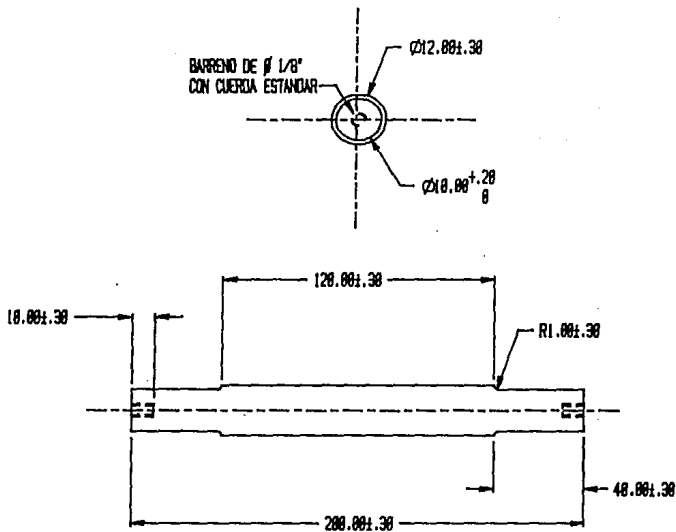
MATERIAL : SOLERA DE ALUMINIO DE 1/4"

CANTIDAD : 1 PIEZA DE CADA UNA.



FACULTAD DE INGENIERIA.	
PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS DE LIBERTAD	
ESCALA : (1 : 2)	PLANO 09.
ACOTACIONES : (MM)	
MATERIAL : SOLERA DE ALUMINIO DE 1/4 \"	
CANTIDAD : 1 PIEZA DE CADA UNA.	

FLECHA PARA UNIR EL PRIMER ELEMENTO
CON LA BASE



FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

PLANO EL.

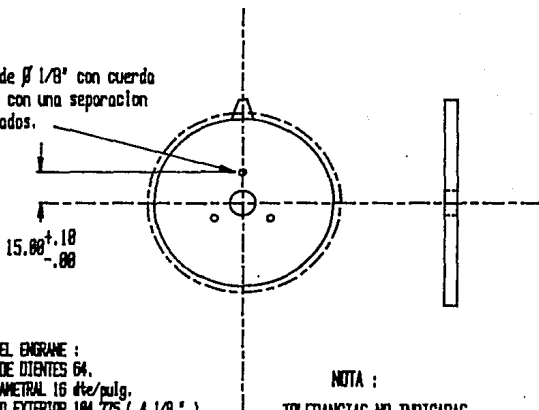
ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : COLD ROLLO

CANTIDAD : 1 PIEZA.

ENGRANE RECTO GRANDE

barrenos de $\phi 1/8"$ con cuerda estandar, con una separacion de 120 grados.



DATOS DEL ENGRANE :
 NUMERO DE DIENTES 64.
 PASO DIAMETRAL 16 dte/pulg.
 DIAMETRO EXTERIOR 104.775 (4 1/8 ").
 DIAMETRO DE PASO 101.6 (4 ").
 DIAMETRO DE RAIZ 97.92 (3.855 ").
 ESPESOR DEL DIENTE 2.5.
 DIAMETRO DE FLECHA 12.2.
 ESPESOR DEL ENGRANE 6.

NOTA :
 TOLERANCIAS NO INDICADAS,
 TOMAR +/- 0.3

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
 DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

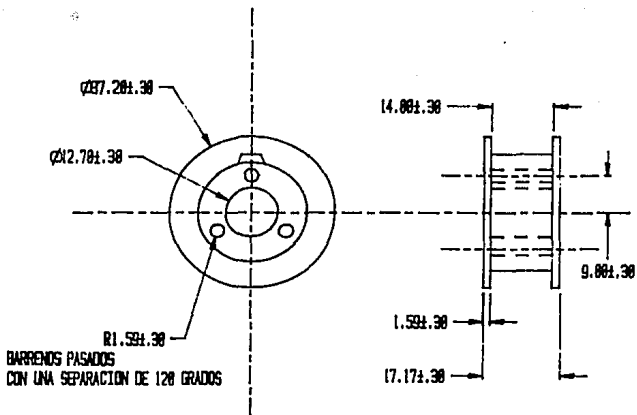
PLANO E2.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : NYLON 6

CANTIDAD : 1 PIEZA

POLEA DENTADA 1ØLØ50.



DATOS DE LA POLEA:
 NUMERO DE DIENTES 18
 PASO 3/8"
 DIAMETRO EXTERIOR 28.5 mm
 DIAMETRO DE PASO 26 mm
 DIAMETRO DE RAIZ 24.5 mm
 ESPESOR DE DIENTE 4.2 mm
 ALTURA DE DIENTE 2 mm

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (2 : 1)

PLANO E3.

ACOTACIONES : (MM)

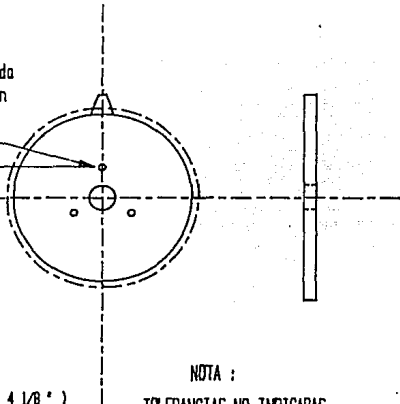
MATERIAL : ALUMINIO

CANTIDAD : 1 PIEZA

ENGRANE RECTO GRANDE

barrenos de $\beta 1/8''$ con cuerda estandar, con una separacion de 120 grados.

$9.00^{+.10}$
 $-.00$



DATOS DEL ENGRANE :
 NUMERO DE DIENTES 64.
 PASO DIAMETRAL 16 dte/pulg.
 DIAMETRO EXTERIOR 184.775 (4 1/8 ")
 DIAMETRO DE PASO 181.6 (4 ").
 DIAMETRO DE RATZ 97.92 (3.85 ").
 ESPESOR DEL DIENTE 2.5.
 DIAMETRO DE FLECHA 12.7.
 ESPESOR DEL ENGRANE 6.

NOTA :

TOLERANCIAS NO INDICADAS,
TOMAR +/- 0.3

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

PLANO F4.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : NAYLON 6

CANTIDAD : 1 PIEZA

15.00±.30

R30.00±.30

ELEMENTO 1.

∅13.00±.30

∅8.10±.30

barrones pesados, separación
120 grados

20.00±.30

R1.50±.30

∅13.00±.30

15.00±.30

R30.00±.30

220.00±.30

110.00±.30

3.10±.30

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

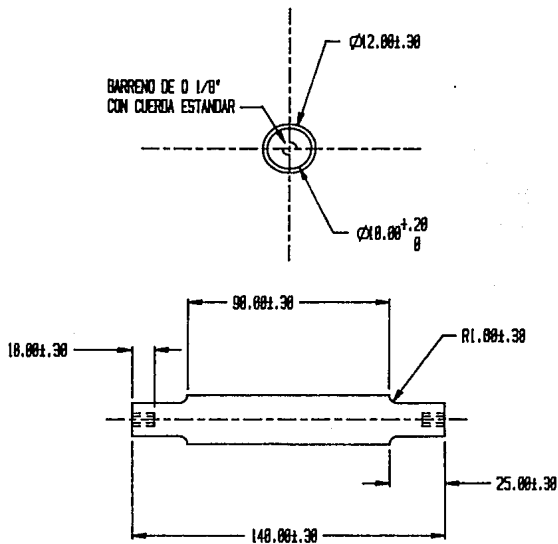
PLANO ES.

ACOSTACIONES : (MM)

MATERIAL : SILENA DE ALUMINO DE 1.0"

CANTIDAD DE PIEZAS : 2

FLECHA PARA UNIR EL PRIMER ELEMENTO
CON EL SEGUNDO ELEMENTO.



FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

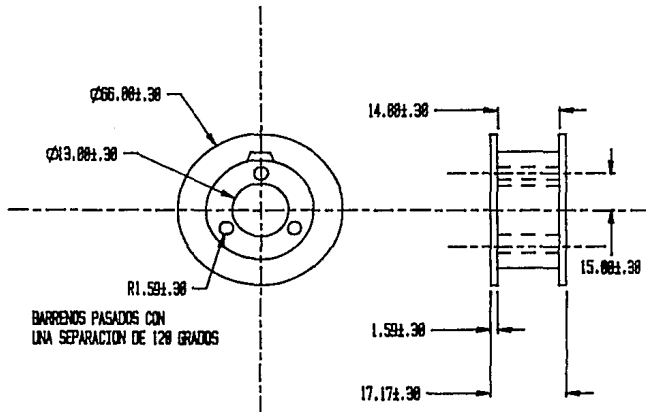
PLANO EG.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : COLD ROLLO

CANTIDAD : 1 PIEZA.

POLEA DENTADA TL20L050



DATOS DE LA POLEA:

NUMERO DE DIENTES 20

PASO 3/8"

DIAMETRO EXTERIOR 59.5 mm

DIAMETRO DE PASO 57 mm

DIAMETRO DE RAZ 55.5 mm

ESPESOR DE DIENTE 4.2 mm

ALTURA DE DIENTE 2 mm

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

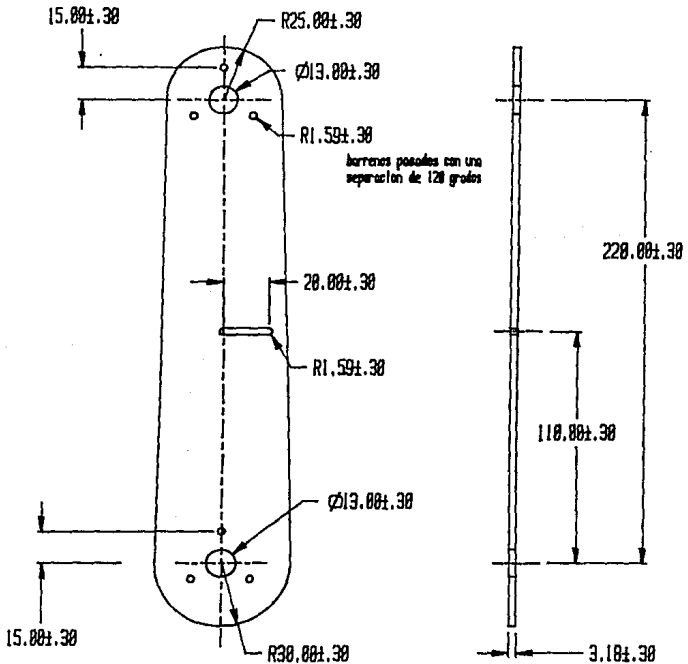
PLANO E7.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : ALUMINIO

CANTIDAD : 1 PIEZA

ELEMENTO 2



FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

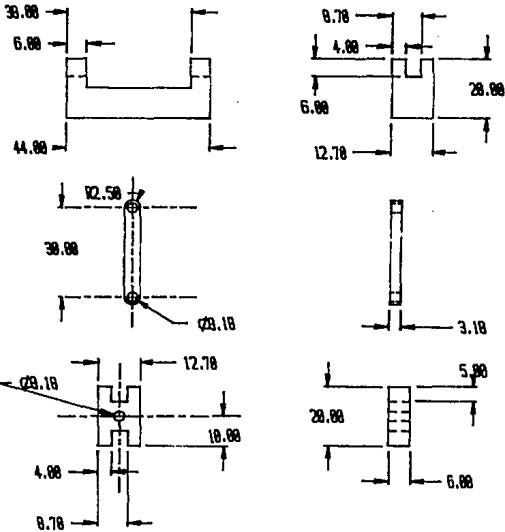
PLANO EB.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : SUEBA DE ALUMINIO DE 1/8"

CANTIDAD DE PIEZAS : 2

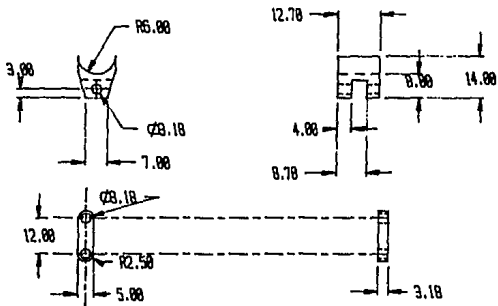
EFFECTO FINAL.



NOTA :
TOLERANCIAS NO INDICADAS,
TOMAR +/- 0.20

FACULTAD DE INGENIERIA.	
PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS DE LIBERTAD	
ESCALA : (1 : 1)	PLANO EF.
ACOTACIONES : (MM)	
MATERIAL : ALUMINIO	
CANTIDAD : 1 DE CADA UNA	

EFFECTO FINAL.



NOTA :
TOLERANCIAS NO INDICADAS,
TOMAR +/- 0.20

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (1 : 1)

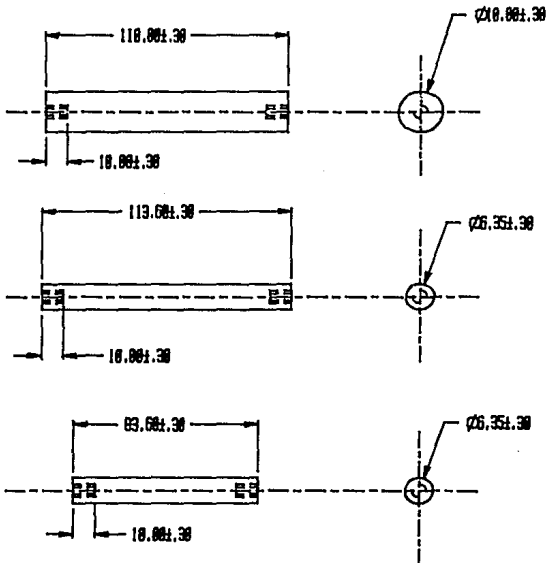
PLANO EF.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : ALUMINIO

CANTIDAD : 1 DE CADA UNA

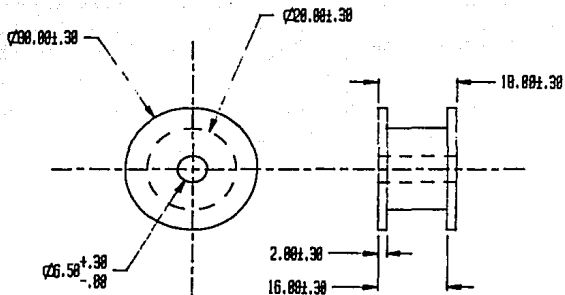
FLECHAS DE SUJECION ENTRE ELEMENTOS



NOTA :
 TODAS LAS FLECHAS TIENEN
 DIAMETRO INTERIOR DE $\# 1/8"$
 CON CUERVA ESTANDAR

FACULTAD DE INGENIERIA.	
PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS DE LIBERTAD	
ESCALA : (1 : 1)	PLANO FI.
ACOTACIONES : (MM)	
MATERIAL : COLD ROLL	
CANTIDAD : 1 PIEZA DE CADA UNA.	

POLEA PARA TENSAR BANDA DENTADA.



FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
DE LIBERTAD

ESCALA : (2 : 1).

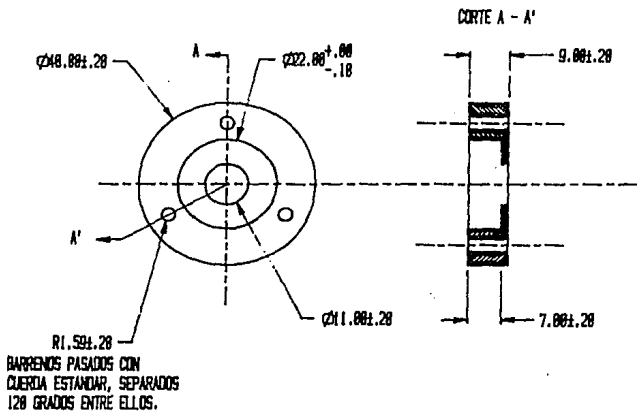
PLANO PL

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : NAYLON.

CANTIDAD : 2 PIEZAS.

SOportes PARA BALEROS.



FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS DE LIBERTAD

ESCALA : (2 : 1).

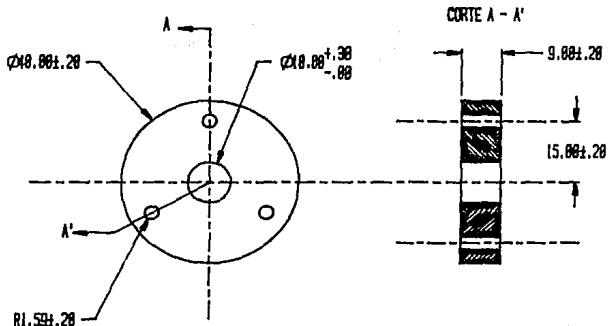
PLANO 09.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : ALUMINIO

CANTIDAD : 4 PIEZAS.

SDPORTE PARA FLECHAS.



$\varnothing 48.00 \pm 0.20$
 $\varnothing 18.00 \pm 0.30$
 $R1.50 \pm 0.20$
 BARRENOS PASADOS CON
 CUERDA ESTANDAR, SEPARADOS
 120 GRADOS ENTRE ELLOS.

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
 DE LIBERTAD

ESCALA : (2 : 1)

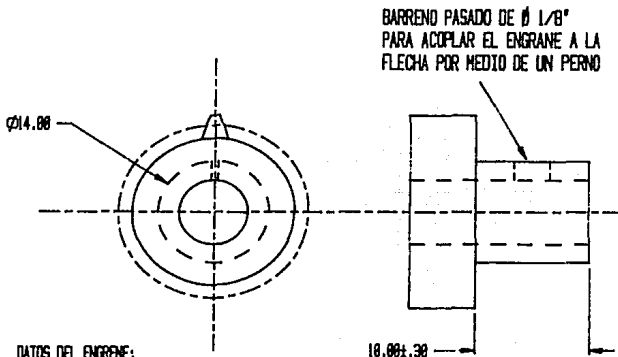
PLANO SF1.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : ALUMINIO

CANTIDAD : 4 PIEZAS.

ENGRANE RECTO MOTOR.



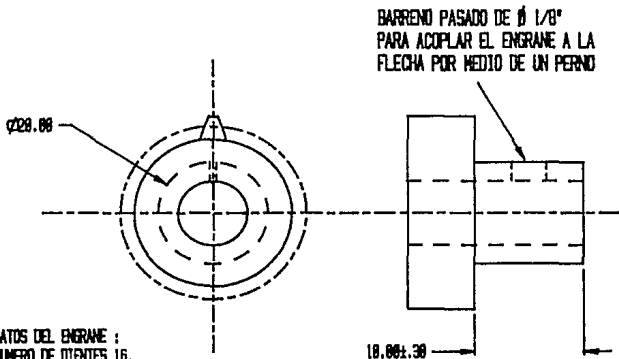
DATOS DEL ENGRANE:
 NÚMERO DE DIENTES 16.
 DIÁMETRO DE PASO 16 dte/pulg.
 DIÁMETRO EXTERIOR 20.57 ($1 \frac{1}{8}''$).
 DIÁMETRO DE PASO 25.4 ($1''$).
 DIÁMETRO DE RAÍZ 21.72 ($0.855''$)
 ESPESOR DEL DIENTE 2.5
 DIÁMETRO DE FLECHA 9.525
 ESPESOR DEL DIENTE 6.

NOTA:
 TOLERANCIAS NO INDICADAS
 TOMAR ± 0.3

NOTA :
 SE REQUIEREN DOS ENGRANES
 UNO DE COLD ROLL Y EL OTRO
 DE NAYLON 6.

<h3>FACULTAD DE INGENIERIA.</h3>	
PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS DE LIBERTAD	
ESCALA : (5:1)	PLANO 511.
ACOTACIONES : (MM)	
MATERIAL : SE INDICA EN LA NOTA ANEXA.	
CANTIDAD DE PIEZAS : 2	

ENGRANE RECTO MOTOR.



DATOS DEL ENGRANE :
 NÚMERO DE DIENTES 16.
 PASO DIAMETRAL 16 dte/pulg.
 DIAMETRO EXTERIOR 28.57 (1 1/8 ").
 DIAMETRO DE PASO 24.5 (1 ").
 DIAMETRO DE RAIZ 21.72 (0.855 ").
 ESPESOR DEL ENGRANE 2.5.
 DIAMETRO DE FLECHA 15.875 (0.625 ").
 ESPESOR DEL ENGRANE 6.

NOTA:
 TOLERANCIAS NO INDICADAS
 TOMAR +/- 0.3

FACULTAD DE INGENIERIA.

PROYECTO : MANIPULADOR DE TRES GRADOS
 DE LIBERTAD

ESCALA (5:1)

PLANO 502.

ACOTACIONES : (MM)

MATERIAL : NAYLON 6.

CANTIDAD : 1 PIEZA

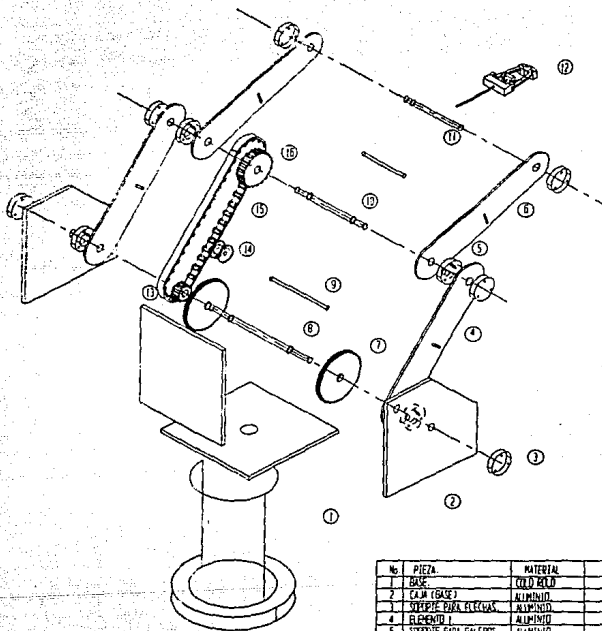
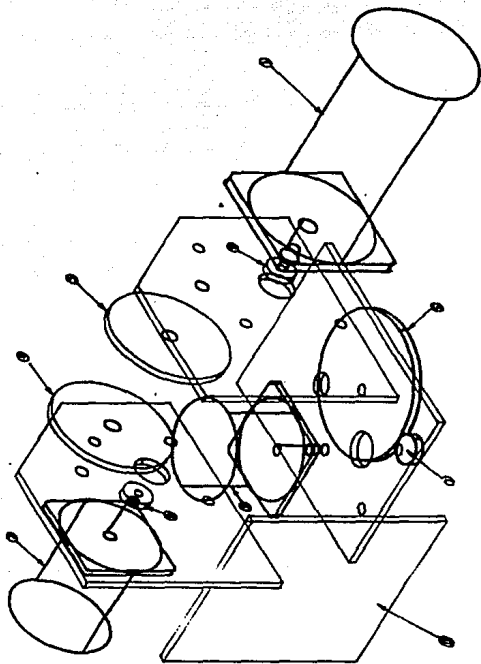


Figura 1.2)
Plano General de Ensamble

No	PIEZA	MATERIAL	PLANO No
1	BASE	COLD ROLL	B0
2	CAM (BASE)	ALUMINIO	B1
3	STRIPTE PARA FLECHAS	ALUMINIO	Y1
4	ELEMENTO 1	ALUMINIO	E5
5	STRIPTE PARA FLECHAS	ALUMINIO	S0
6	ELEMENTO 2	ALUMINIO	E0
7	ENGRAJE PCTO.	NYLON 6	E2
8	FLECHA(BLEI - BASE)	COLD ROLL	E1
9	FLECHA (FLECHA TENSORA)	COLD ROLL	F1
10	FLECHA (FLECHA TENSORA)	COLD ROLL	E6
11	ALICATORIO FINAL	COLD ROLL	F1
12	GRUPO FINAL	ALUMINIO	E7
13	FLECHA TENSORA	ALUMINIO	E3
14	FLECHA TENSORA	ALUMINIO	P1
15	SAVIA 240/350	HEC	
16	FLECHA TENSORA	NYLON 6	E7



PLANO DE DESMONTAJE, SISTEMA DE TRANSMISIÓN.
PLANO 57.

Listado
del
Programa.

Programa para la simulación del robot en el plano X-Y

```
program robot;
uses crt,graph;
var
  GraphDriver,color,J,GraphMode,K,I,S,F,XANB,YANB,XB,YB,AB,B,X1,X2,Y1,Y2,XP1,YP1
  ,W,Y :integer;

driverpath:string;F1,F2,AU,U,L,LX,LY,DX,DY,T1,T2,DT1,DT2,F1T1,F2T1,F2T2,F1T2,X
P,YP:REAL;
  bandera:boolean;
  res:char;
PROCEDURE BASE;
begin
  detectGraph(Graphdriver,GraphMode);
  Initgraph(GraphDriver,graphMode,'\\Drivers');
  bar(298,240,312,240);
  arc(305,240,0,180,7);
  circle(305,240,240);
  circle(305,240,50);
end;
PROCEDURE INICIO;
BEGIN
  clrscr;
  textbackground(white);
  textcolor(black);
  writeln('');
  writeln('');
  writeln('
');
  writeln('');
  writeln('');
  writeln('');
  writeln('
');
  writeln('');
  writeln('');
  writeln('');
  writeln('
');
  writeln('');
  writeln('');
  writeln('');
  writeln('
');
  writeln('');
  writeln('');
  writeln('');
  TEXTBACKGROUND(BLACK);
  TEXTCOLOR(WHITE);
  writeln('
');
  writeln('
');
  readln;
  CLRSCR;
end;
```

```

PROCEDURE DIBUJA;
BEGIN
color:=getmaxcolor;
SETCOLOR(color);
XANB:=TRUNC(100*COS(T1));
YANB:=TRUNC(100*SIN(T1));
LINE(305,240,(305+XANB),(240-YANB));
CIRCLE((305+XANB),(240-YANB),5);
CIRCLE(305,240,50);
ARC(305,240,0,180,7);
BAR(298,240,312,240);
XB:=TRUNC(XANB+(150*COS(T1+T2)));
YB:=TRUNC(YANB+(150*SIN(T1+T2)));
LINE((305+XANB),(240-YANB),(305+XB),(240-YB));
CIRCLE((305+XB),(240-YB),5);
setcolor(0);
FOR J:=1 TO 200 DO
BEGIN
J:=J+1;
end;
LINE((305+XANB),(240-YANB),(305+XB),(240-YB));
LINE(305,240,(305+XANB),(240-YANB));
circle((305+xanb),(240-yanb),5);
CIRCLE((305+XB),(240-YB),5);
END;

```

```

PROCEDURE BRAZOS;
BEGIN
B:=150;
AB:=100;
REPEAT
F1:=- (AB*COS(T1)+(B*COS(T1+T2))-XP);
F2:=- (AB*SIN(T1)+(B*SIN(T1+T2))-YP);
F1T1:=-AB*SIN(T1)-(B*SIN(T1+T2));
F1T2:=- (B*SIN(T1+T2));
F2T1:=AB*COS(T1)+(B*COS(T1+T2));
F2T2:=B*COS(T1+T2);
DT1:=(F1*F2T2-F2*F1T2)/(F1T1*F2T2-F2T1*F1T2);
DT2:=(F1T1*F2-F2T1*F1)/(F1T1*F2T2-F2T1*F1T2);
UNTIL (ABS(DT2) < 0.1);
T1:=DT1+T1;
T2:=DT2+T2;
DIBUJA;

```

END;

```

PROCEDURE RECTA;
begin

```

```

LINE(305,240,0411,240);
LINE(411,240,517,134);
DX:=X1-X2;
DY:=Y1-Y2;
L:=(SQRT((DX*DX)+(DY*DY)));
AU:=1/L ;
U:=0;
REPEAT
XP:=X1-(U*DX);

```



```

YP: =Y1-(U*DY);
U: =U+AU;
XP1: =305+TRUNC(XP);
YP1: =240-TRUNC(YP);
PUTPIXEL((XP1),(YP1),color);
w: =XP1;
Y: =YP1;
BRAZOS;
SETCOLOR(COLOR);
LINE((TRUNC(305+K)),(TRUNC(240-I)),XP1,YP1);
UNTIL(U >= 1.00);

```

```

end;
PROCEDURE RECTA1;
begin

```

```

S: =X2;
F: =Y2;
X2: =X1;
Y2: =Y1;
X1: =206;
Y1: =108;
DX: =X1-X2;
DY: =Y1-Y2;
L: =(SQRT((DX*DX)+(DY*DY)));
AU: =1/L ;
REPEAT
XP: =X1-(U*DX);
YP: =Y1-(U*DY);
U: =U+AU;
XP1: =305+TRUNC(XP);
YP1: =240-TRUNC(YP);
BRAZOS;
UNTIL(U >= 1.00);
SETCOLOR(COLOR);
LINE(305, 240, (305+XANB), (240-YANB));

```

```

CIRCLE((305+XANB), (240-YANB), 5);
CIRCLE(305, 240, 50);
ARC(305, 240, 0, 180, 7);
BAR(298, 240, 312, 240);
XB: =TRUNC(XANB+(150*COS(T1+T2)));
YB: =TRUNC(YANB+(150*SIN(T1+T2)));
LINE((305+XANB), (240-YANB), (305+XB), (240-YB));
CIRCLE((305+XB), (240-YB), 5);
SETCOLOR(0);
Y1: =Y2;
X1: =X2;
X2: =S;
Y2: =F;

```

```

END;
BEGIN
CLRSCR;
T1: =(PI/180)*(0);
T2: =(PI/180)*(45);
U: =0;
INICIO;
BASE;

```

```

LINE(305, 240, 405, 240);

```

```
LINE(405,240,511,134);  
CIRCLE(405,240,5);  
CIRCLE(511,134,5);
```

```
WRITELN('');
```

```
OUTTEXTXY(1,20,'DAME EL PUNTO INICIAL DE LA RECTA');
```

```
WRITELN('');
```

```
READLN(X1);
```

```
READLN(Y1);
```

```
K:=X1;
```

```
I:=Y1;
```

```
SETCOLOR(0);
```

```
LINE(305,240,405,240);
```

```
LINE(405,240,511,134);
```

```
CIRCLE(405,240,5);
```

```
CIRCLE(511,134,5);
```

```
RECTA1;
```

```
SETCOLOR(COLOR);
```

```
OUTTEXTXY(1,60,'DAME EL PUNTO FINAL DE LA RECTA');
```

```
READLN(X2);
```

```
READLN(Y2);
```

```
SETCOLOR(0);
```

```
RECTA:
```

```
SETCOLOR(color);
```

```
LINE((305+XANB),(240-YANB),(305+XB),(240-YB));
```

```
LINE(305,240,(305+XANB),(240-YANB));
```

```
CIRCLE((305+XANB),(240-YANB),5);
```

```
CIRCLE((305+XB),(240-YB),5);
```

```
READLN;
```

```
END.
```