



Universidad Anáhuac
del Sur

323817
UNIVERSIDAD ANAHUAC DEL SUR

CON ESTUDIOS INCORPORADOS A LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA DE INGENIERIA

“ANALISIS DE SEÑALES POR EL METODO DE LA
TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER (FFT), A
TRAVES DE UNA COMPUTADORA”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A :

MARIO ALBERTO HERNANDEZ CARRANZA

DIRECTOR DE TESIS :

FIS. ESTEBAN AMANO TOYOMOTO

MEXICO, D. F.

ELIJS CCM
FALLA DE ORIGEN

1991



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

| | |
|---|-------|
| OBJETIVO. - | p. 2 |
| INDICE. - | p. 3 |
| INTRODUCCION. - | p. 4 |
| CAPITULO 1. - | |
| 1.1. - Transformadas de Fourier. | p. 8 |
| 1.2. - Espectros. | p. 12 |
| 1.3. - Transformada Discreta de Fourier. | p. 17 |
| 1.4. - Transformada rápida de Fourier (FFT). | p. 18 |
| 1.5. - Convertidor Analógico ~ Digital | p. 21 |
| 1.6. - Aplicaciones de la Transformada Rápida de Fourier (FFT). | p. 23 |
| CAPITULO 2. - | |
| 2.1. - Desarrollo del Sistema FFT. | p. 32 |
| 2.2. - Diagrama de Bloques del Sistema FFT. | p. 34 |
| 2.3. - Algoritmo del Sistema FFT. | p. 36 |
| 2.4. - Programa del Sistema FFT. | p. 41 |
| 2.5. - Obtencion de los datos en el dominio del tiempo para el Programa del Sistema FFT. | p. 44 |
| 2.6. - Resultados del Programa del Sistema FFT. | p. 46 |
| CAPITULO 3. - | |
| 3.1. - Evaluación. | p. 48 |
| CAPITULO 4. - | |
| 4.1. - Conclusión. | p. 71 |
| BIBLIOGRAFIA. | p. 73 |
| APENDICE. | p. 74 |

En la actualidad se han incrementado los avances tecnológicos en todos los campos de la Ingeniería Electrónica. Estos avances se han enfocado al mejoramiento de todo tipo de equipos, haciéndolos más eficientes con nuevos diseños que funcionan con mejores técnicas de análisis y procesamiento de datos para que sean más precisos y sean más rápidos al procesar y obtener los resultados.

La ingeniería moderna, no solamente en el ramo de la Electrónica sino también en la Metal-Mecánica, Petroquímica, Civil, Textil y Química, requiere de procesos de análisis, control de calidad que además de ser rápidos sean confiables para lo cual es necesario las herramientas o equipos de control que en un aspecto predictivo localicen las posibles fallas antes de que estas produzcan daños en los sistemas de producción.

Estas herramientas o equipos de control son imprescindibles para optimizar los procesos de fabricación, reducir los costos y evitar incluso los tan lamentables accidentes de trabajo.

Pensando en esta necesidad imperiosa de contar con equipos e instrumentos que, predictiva y preventivamente, detecten las fallas en los motores o en cualquier flecha o sistema radial de movimiento buscando en todo caso los equipos que actualmente son insuficientes para detectar fallas, propongo la creación de un sistema de control que aplicado a la industria, ahorre cientos de millones de pesos, eficiente los procesos de mantenimiento y reduzca los riesgos de trabajo.

En el campo del control de calidad, el analizador de

señales permitirá a las empresas mexicanas competir con mayores posibilidades de éxito no solamente con las compañías Estadounidenses o Canadienses sino cualquiera con tecnología avanzada en el mundo debido a que el control de calidad con la que cada una de las partes que conforman el proceso de fabricación como es el caso de los motores, tengan un analizador de señales como un instrumento necesario en el proceso de producción.

El tema de "Analizador de Señales por el método de Transformada Rápida de Fourier (FFT)", lo elegí debido a que actualmente existen aplicaciones donde se puede obtener mejor información en el dominio de la frecuencia que en el dominio del tiempo.

Al pasar una señal al dominio de la frecuencia se obtiene el espectro de la señal. Una de las aplicaciones del análisis de espectros es la siguiente: En el área de las telecomunicaciones, para enlazar dos o más antenas vía satélite, utilizamos un analizador de espectros para dirigir la antena al satélite. Conociendo el espectro de un ancho de banda determinado, podemos subir la portadora a una determinada frecuencia, saber la amplitud, la potencia, la ganancia en decibelios a la frecuencia en que se transmite y se recibe. En cualquier instalación de este tipo se requiere un analizador de espectros.

Este equipo es muy costoso, además que es voluminoso y en muchas ocasiones se tiene que instalar en edificios altos, dando lugar a pensar que es una buena idea fabricar un sistema similar,

menos costoso, sofisticado y voluminoso que cumpla con la misma función.

CAPITULO 1

1.1.- TRANSFORMADA DE FOURIER. -

La Transformada de Fourier consiste en cambiar una función (cualquier tipo de onda) de un dominio x a un dominio y . En este trabajo, " x " es el tiempo y " y " la frecuencia.

Supongamos que tenemos una onda senoidal en tres planos, un eje es la amplitud y los otros dos ejes son el tiempo y la frecuencia. Los ejes de tiempo y amplitud definen el plano del tiempo. De la misma manera los ejes de amplitud y frecuencia definen el plano de frecuencia (Figura 1-1).

La onda sinusoidal también tiene proyección al plano de frecuencia. La forma de esta proyección es un impulso (el impulso tiene una subida y bajada instantánea) con una amplitud igual a la amplitud sinusoidal.

Con un solo impulso en el diagrama de magnitud se puede saber la amplitud y la frecuencia de la onda sinusoidal. Con esta información podemos volver a construir en el dominio del tiempo la onda sinusoidal. Se necesita una información adicional para poner la onda sinusoidal con referencia del cero en el dominio del tiempo. Esta información adicional la obtenemos del diagrama de fase, que también consiste de un impulso localizado en el eje de frecuencia. La amplitud de este impulso nos indica la cantidad de fase asociada con la onda sinusoidal.

Para obtener información en el dominio de frecuencia se hace una aproximación aplicando una técnica matemática conocida como el análisis de Fourier. Esto nos permite describir una

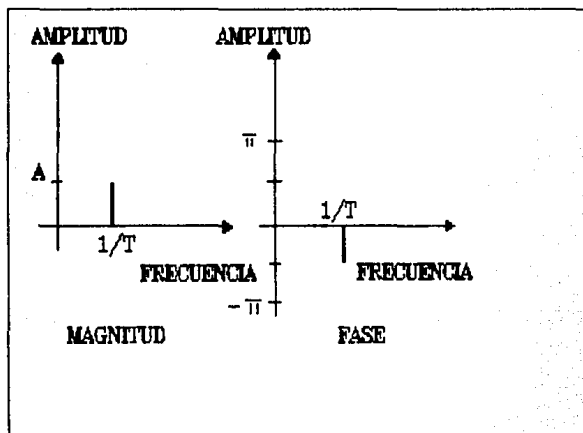
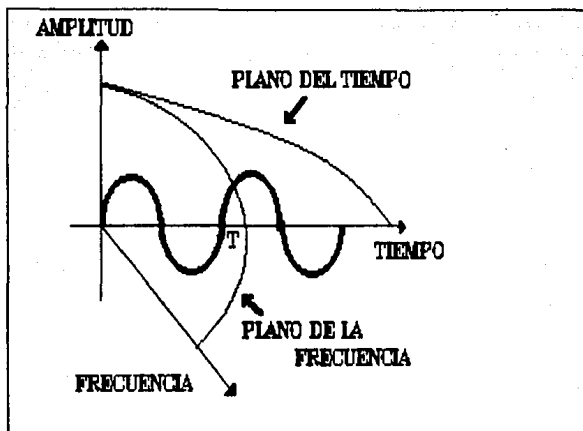


FIGURA 1.1

onda en el dominio del tiempo en términos de magnitud y fase en el dominio de la frecuencia. El análisis de Fourier nos da la opción de poner los resultados de una forma rectangular, que consiste en una parte real y una imaginaria del dominio de frecuencia complejo.

La Transformada de Fourier es una técnica que se utiliza para resolver problemas de sistemas lineales.

Una onda (óptica, eléctrica, o acústica) y su espectro, podemos dibujarla y medirla tal como físicamente es. Un osciloscopio nos permite ver una onda eléctrica y un espectroscopio o un analizador de espectros nos permite ver un espectro óptico o eléctrico. Las ondas y los espectros se pueden representar por medio de una transformada de Fourier.

La transformada de Fourier $f(x)$ se define como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi xw} dx$$

donde: $f(x)$ es igual a la función que se quiere transformar.

La integral en función de la frecuencia (w), se escribe como $F(s)$. Si transformamos $F(s)$ nos queda:

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(s) e^{-i2\pi ws} ds$$

La transformada de Fourier representa una señal $f(t)$ en términos de su estructura armónica. A partir de esta representación se puede determinar su espectro de energía; es decir, la distribución de energía de la señal en función de la frecuencia. El espectro de una señal es útil en el estudio de los efectos del muestreo, la modulación y la transmisión de

señales a través de sistemas lineales debido a que en muchos problemas físicos la forma normal de establecer el problema es en términos del dominio de la frecuencia.

1.2. - ESPECTROS. -

La primera experiencia con los diagramas de espectros es el arcoiris. Sin embargo, el arcoiris no fue considerado como espectro hasta que Newton adoptó ese término en su escrito "Royal Society" en 1672. Este escrito describía la forma como se producían bandas de colores continuas al pasar luz a través de un prisma.

Joseph von Fraunhofer (1787 - 1826) fue quien primeramente utilizó la difracción provocada por una verja para estudiar el espectro que producía la luz. Lo que vio fueron distintas líneas en vez de un espectro de color continuo, como decía Newton. Von Fraunhofer también descubrió que el sol y las estrellas tenían distintos espectros dependiendo de la luz que emanaba de ellos. Después a mitad de 1800, Gustav Kirchhoff (1824-1897) y Robert W. Bunsen (1811-1899) descubrieron que cada elemento químico, cuando es calentado hasta volverse incandescente radia su propio y diferente color de luz. Por consiguiente cada uno de los elementos químicos se pueden distinguir por su propio espectro. Kirchhoff utilizó este espectro para analizar la composición química de sustancias desconocidas. Bunsen y Kirchhoff escribieron los fundamentos generales de los análisis de espectros.

En vez de Luz, el análisis de Fourier obtiene el espectro de ondas de frecuencia, y como en la luz, diferentes ondas tienen diferentes espectros. Por ejemplo, una onda cuadrada tiene un espectro como el de la figura 1-2. Esta onda cuadrada está

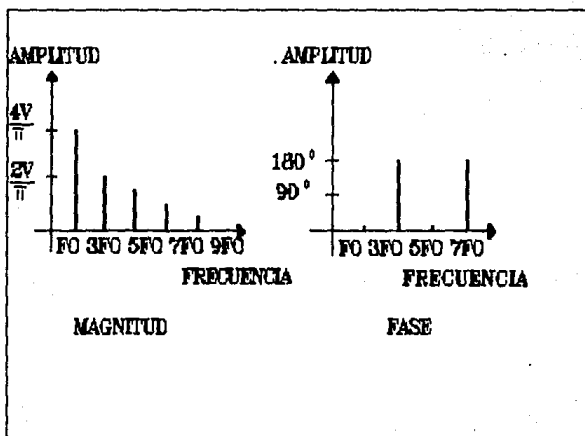
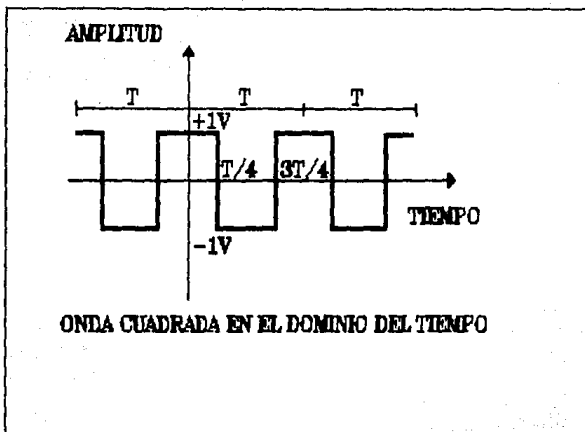


FIGURA 1.2

formada de ondas sinusoidales teniendo una frecuencia especifica, con una amplitud especifica y fase. El espectro esta referido como un espectro discreto. Esto es porque cada componente espectral esta localizado discretamente en un eje de frecuencia, cada componente esta representado por una sola linea o impulso. La longitud de cada linea espectral indica la magnitud o la fase, dependiendo de la onda cuadrada.

Para la magnitud, la linea espectral se construye de la siguiente manera; por medio de las series de Fourier, dibujando la amplitud de la frecuencia fundamental. La frecuencia fundamental ($f_0 = \omega_0/2\pi$) es el reciproco del periodo de la onda y esta indicado como ω_0 en las series de Fourier. La magnitud fundamental esta dada por el primer termino trigonometrico en las series ($n=1$). Para la onda cuadrada la magnitud fundamental es $4V/\pi$, donde $4/\pi$ es una constante resultado de la integracion y V es el voltaje pico de la onda cuadrada. El diagrama se construye poniendo primero la linea espectral fundamental en f_0 y poniéndole una amplitud de $4V/\pi$. Los subsecuentes terminos de Fourier son puestos de la misma manera.

Cada termino de Fourier es una integral múltiple de la frecuencia fundamental y se llama armónica. El espectro fundamental es la primera armónica porque f_0 es multiplicado por uno, los otros multiples de la integral se llaman armónicas. La onda cuadrada esta formada de armónicas impares. Estas se muestran como $3f_0, 5f_0, 7f_0, \dots, nf_0$. Las magnitudes de las armónicas estan dadas por los coeficientes de Fourier en las

series, para la onda cuadrada, son $1/3, 1/5, 1/7, \dots, 1/(2n - 1)$ de la magnitud fundamental.

El espectro de fase se construye de la misma manera que la magnitud. En el diagrama hay un espectro de fase para cada componente y estos están puestos en el eje de frecuencia de la misma manera. La diferencia es que la longitud de las líneas del espectro de fase, indican la fase y no la magnitud. La principal y la quinta armónica son cosenos positivos y tienen cero de fase. La longitud de la línea espectral es cero. La tercera y la séptima armónica son cosenos negativos y tienen 180 grados de fase. Esto es indicado por la longitud de la línea espectral de $3f_0$ y $7f_0$.

Las series de Fourier se utilizan como herramienta para obtener los espectros de ondas periódicas, pero el caso general es que sean aperiódicas, por lo tanto se requiere utilizar otros procedimientos como la Transformada Integral de Fourier.

Una onda eléctrica $V(t)$ es una función real de tiempo t sujeto a los requerimientos generales representando físicamente en la dependencia de tiempo.

El espectro $S(f)$ de una onda eléctrica $V(t)$ se define como la transformada de Fourier:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) e^{i2\pi f t} dt$$

$$V(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{-i2\pi f t} df$$

Por definición $V(t)$ está restringida a funciones reales,

$S(f)$ también está sujeto a restricciones en su generalidad. La parte real de la función del espectro $S(f)$ debe ser siempre par y su parte imaginaria debe ser impar. Es decir, una función par $f_p(-t) = f_p(t)$ y una función impar $f_i(-t) = -f_i(t)$.

1.3. - TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER. -

La Transformada Discreta de Fourier (DFT) se conoce como una aproximación discreta de la integral de Fourier. La calidad de la aproximación depende de la habilidad de adquirir y digitalizar señales analógicas, como del manejo de los datos antes de transformarlos y de la forma de interpretar los resultados discretos.

El DFT transforma una onda que se encuentra en el dominio del tiempo al dominio de frecuencia aplicando la integral de Fourier sobre el intervalo de la ventana al producto de la onda y el tren de impulsos.

La Transformada Discreta de Fourier se obtiene con la siguiente ecuación:

$$X_d(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}$$

donde: N = Número de pruebas que se consideran.

n = Es el tiempo de prueba de la señal. Sus valores son n = 0, 1, 2, ..., N - 1.

k = El número de los componentes de frecuencia discretos de la señal. Sus valores van k = 0, 1, 2, ..., N - 1.

$X_d(k)$ = Transformada Discreta de Fourier.

$x(n)$ = La señal que se va a transformar.

Para 32 términos que se quieran sumar, se necesita que k = 32 por lo tanto el número de operaciones que se deben realizar para obtener el DFT equivale a 32 X 32 = 1024 operaciones.

1.4. - LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER. -

La Transformada Rápida de Fourier es un algoritmo eficiente para programar la Transformada Discreta de Fourier. Ambas operan en secuencias finitas. Para poder utilizar esta técnica, la onda debe encontrarse en el dominio del tiempo, los puntos de prueba deben ser discretos antes de aplicar la Transformada Discreta de Fourier (DFT) o antes de aplicar el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT).

En un principio los científicos buscaron la forma como podrían reducir el número de operaciones del análisis; fue hasta 1903 cuando C. Runge describió la técnica que después se conoció como la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Posteriormente en 1942, Danielson y Lanczos lograron una aproximación general más avanzada, por medio de simetrías y funciones periódicas; con esto lograron reducir las operaciones que se utilizaban con la transformada discreta de Fourier (DFT) que eran 2 elevado a la potencia N (donde N es el número de operaciones) y con este nuevo sistema el número de operaciones era: $N \log_2 N$, pero fué hasta el año de 1965 cuando Tukey-Cooley, trabajando para IBM lograron realizar un algoritmo para evaluar la transformada discreta de Fourier; este algoritmo fue conocido como FFT.

La implementación de un software tiene muchas ventajas, el FFT puede ser programado en diferentes maneras y se puede tener un rango muy grande de puntos que se puedan transformar. Si se tienen 512 muestras, el programa realiza 512 puntos de FFT. Con

la flexibilidad de un software, el algoritmo de FFT puede realizar transformaciones tan largas como uno quiera, en los límites específicos de la rutina y del tamaño de memoria de la computadora.

La ejecución del programa puede ser más rápida, si el programa se hace para una aplicación específica, por consiguiente no sería flexible para otras aplicaciones.

Para un punto de vista digital, el FFT provee la transformada exacta para los valores discretos que se suministran. Tanto para una señal continua periódica, como para una señal continua no periódica se pueden obtener los valores de los puntos de prueba discretos. Estos valores discretos después pueden ser transformados al dominio en frecuencia por medio de FFT. El resultado es exactamente como deba ser desde una perspectiva digital como una representación del mundo analógico. Una interpretación desde un punto de vista analógico debe ser cuidadosa tomando en cuenta la realidad de los datos.

La principal diferencia que hay entre la transformada discreta de Fourier (DFT) y la transformada rápida de Fourier (FFT), es la velocidad con la que se obtienen los resultados, basta con saber que en el DFT se necesitan N al cuadrado operaciones, a diferencia del FFT que requiere $N \log_2 N$ operaciones, donde N es el número de puntos de prueba. Esto lo podemos ver claramente en la figura 1.3.

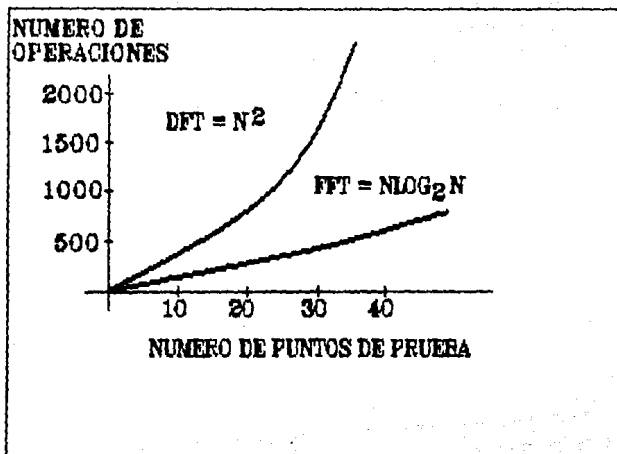


FIGURA 1.3

1.5. - CONVERTIDOR ANALÓGICO - DIGITAL. -

Con el convertidor analógico digital vamos a cambiar una onda analógica a una forma digital.

Cuando una onda esta en el dominio del tiempo y la vamos a transformar a el dominio de frecuencia, primero se tiene que convertir a una forma digital. Los pasos para esta conversión teniendo la onda en un circuito analógico, en una ventana preestablecida de datos se toman puntos de prueba y finalmente estos puntos de prueba se convierten digitalmente representando la onda en el dominio del tiempo. Se deben tomar en cuenta en la interpretación de los resultados el cambio de la señal de analógico a digital.

Hay algunos efectos causados por el convertidor analógico digital, estos son:

- Ruido de la Conversión Analógica digital: La mayor parte del ruido generado por el convertidor analógico digital puede ser eliminado con los mismos procedimientos del diseño. Puede ser causado por pequeñas variaciones en la ventana de datos en un equipo analógico, es decir, nos puede dar pequeñas diferencias de los puntos de la onda, o el mismo ruido de la onda puede causar estas variaciones, esto se puede ver en la pantalla del osciloscopio.

Estos efectos se logran disminuir por medio de filtros pasa bajas y pasa altas.

El convertidor analógico digital (ADC) esta formado por un componente ADC0820, es de tecnología CMOS de 8 bits, con un

tiempo de conversión de 1.5 μ s y disipa solamente 75 mW de potencia. Este microprocesador consiste de 32 comparadores, con 4 bits más significativos y 4 menos significativos. Tiene la facilidad de detener y tomar los puntos de prueba (sample and hold) de señales que están en movimiento a menos de 100 mV/ μ s. Este ADC0820 fue diseñado para aparecer como una localidad de memoria o un puerto de entrada o salida para no necesitar de una interface externa. Las especificaciones del ADC0820 se encuentran en el apéndice 1.

El convertidor analógico digital manda la información al puerto paralelo de la computadora. El puerto paralelo tiene 25 pines. Normalmente tiene una configuración para impresora de 8 pines de salida, 8 tierras y 8 pines de control (para impresora sin papel, impresora en línea, mandar, recibir, etc.).

Es posible configurar el puerto paralelo definiendo 2 bytes (16 bits) de salida y 1 byte (8bits) de entrada, con un bit de tierra. Se busca en el mapa de memoria de la computadora en que dirección se encuentra el puerto paralelo. Y por medio del programa se leen los ocho bits que se necesitan en la dirección del puerto paralelo. En la computadora que utilice la dirección del puerto paralelo es 0378.

Desde este puerto con algunos comandos se tiene acceso a la información para después ser procesada en el programa de FFT.

1.6. - APLICACIONES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER. -

El FFT se aplica en diversos campos como pueden ser Astronomía, Física, Química, Estadística, Bionediciña, Electrónica, Mecánica y otras relacionadas, esto es, porque es una técnica de análisis matemático. Cualquier cosa que tenga vibraciones, que trabaje con explosiones, que cambie con el tiempo, se puede aplicar el FFT.

Las aplicaciones de la transformada de Fourier son diversas, pueden ser:

1.6.1.- ANALISIS DE LA VIBERACION Y DEL RUIDO.-

Se utiliza un analizador de Fourier para detectar las fuentes de ruido y vibración: Frecuentemente se requiere monitorear un ruido de un sistema mecánico en algún punto, como en un barco o en un automóvil, tanto interna como externamente, para determinar que componente provoca más ruido o vibración, para identificar los sistemas que lo crean y en su defecto repararlo. La manera más simple de enfrentar este problema es midiendo su espectro de ruido, con esto podemos identificar el componente o sistema que provoca dicho ruido o vibración. El procedimiento que se utiliza para identificar las fuentes del ruido las podemos ver en la figura 1-4; se puso un micrófono para medir las fuentes del ruido sobre el instrumento que vamos a probar. Para determinar si los sonidos provienen del instrumento o de una fuente de ruido externa, se pone un acelerómetro (que mide las vibraciones sobre el chasis del instrumento). Con la potencia del espectro, que se midió con el

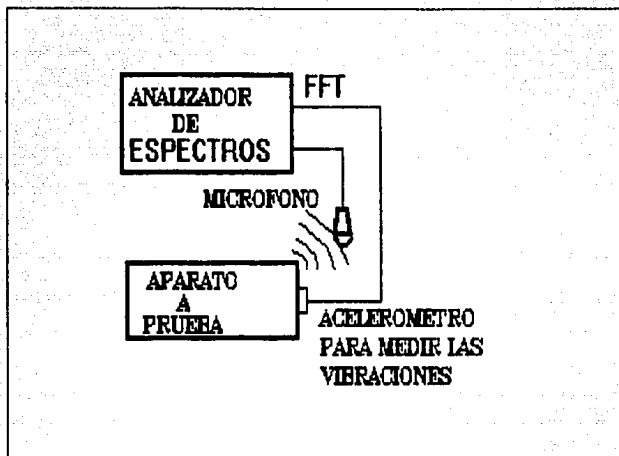


FIGURA 1.4

microfono, se sabe que hay tres bandas de ruido emitidas por el instrumento. La primera es una banda ancha y fuerte aproximadamente de 10 a 50 Hz. La segunda es angosta, pero contiene un componente fuerte de 120 Hz. Y la tercera es débil, pero con un componente significativo de 500 Hz. Lo podemos ver en la gráfica 1-3. Al evaluar los resultados de estas mediciones, es muy importante evaluar los efectos de otras fuentes de ruido en la medición. En algunos casos se puede realizar la prueba en un lugar sin ruido, pero en otros es imposible por lo que se necesita considerar el ruido exterior.

Los automóviles que saldrán en 1992 de las marcas Ford y Volkswagen van a traer una interfase en el motor para poder conectar un analizador de espectros. Con este analizador de espectros vamos a poder analizar el motor del automóvil predictiva y preventivamente, es decir, se va a poder saber que parte del motor esta funcionando erróneamente al obtener el espectro.

ESPECTRO DE POTENCIA DEL MICROFONO.

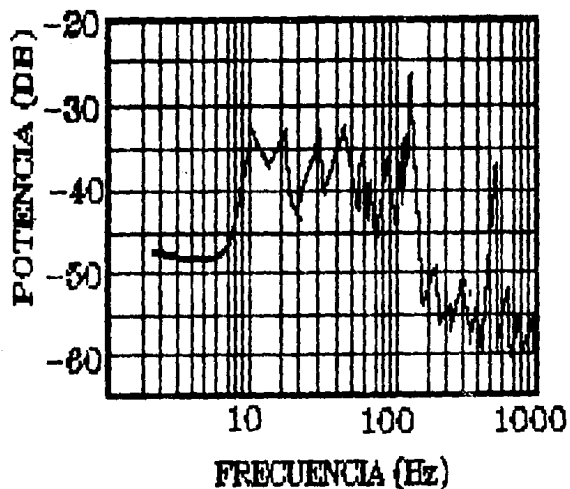


FIGURA 1.5

1.6.2.- ANALISIS DE LA DISTORSION.-

Esta aplicación se refiere a la distorsión que existe en la simetría de una onda cuadrada donde las amplitudes de las armónicas pares indican el grado de distorsión.

Existen otro tipo de distorsiones que son más interesantes y extensas. Una de estas es la distorsión armónica. Cuando se construye un amplificador o un sistema de transmisión una de las cosas que se toman en cuenta es el porcentaje de distorsión armónica producida por las armónicas. La distorsión total de las armónicas, la suma de las armónicas que producen distorsión, son especificaciones que se toman en cuenta al comprar uno de estos aparatos.

Para probar la distorsión armónica vamos a utilizar una onda senoidal (de tono puro) de prueba.

La frecuencia del tono depende del sistema que se este probando. Se utiliza una frecuencia de prueba de 1000 Hz para circuitos de audio.

Generalmente, el nivel de este tono, la onda senoidal es puesta para producir el rango máximo de salida del circuito.

La salida causada por la prueba del tono contiene cualquier distorsión causada por el equipo bajo prueba. Si la distorsión es apreciable, se puede ver transformando la señal de salida al dominio de la frecuencia y observando la magnitud en el dominio de la frecuencia. Si el equipo causo una distorsión armónica, la magnitud en el dominio de la frecuencia tendrá los componentes de la frecuencia que están armónicamente relacionados a la

prueba del tono. Estas armónicas son frecuencias en la salida que no están presentes en la entrada. El porcentaje de la distorsión armónica puede ser determinada de la siguiente manera como en la figura 1.6.

Otro tipo de distorsión ocurre cuando dos tonos de prueba son alimentados simultáneamente al equipo. Dentro del equipo las señales tienden a modularse cada una y produce una suma y diferentes frecuencias. La producción de esta suma y las diferentes frecuencias se llama distorsión de la intermodulación y esta relacionada con la linealidad del amplificador. La forma como se puede determinar la distorsión de la intermodulación es haciendo la transformación por medio del FFT de la salida obteniendo la magnitud en el dominio de la frecuencia. Esto se puede observar en la figura 1.7.

Cualquier análisis armónico hecho vía FFT se deber considerar las pérdidas. Se requiere de preprocesar los datos para asegurar un número entero de ciclos o se requiere hacer una ventana de datos para reducir las pérdidas en el dominio de la frecuencia.

En mediciones acústicas y de vibración, es más conveniente trabajar en el dominio de la frecuencia que en el dominio del tiempo. Ya que la información que se obtiene en el dominio del tiempo es mucha y a veces un poco confusa. Si se convierte esta señal al dominio de la frecuencia, puede ser interpretado de una manera más fácil.

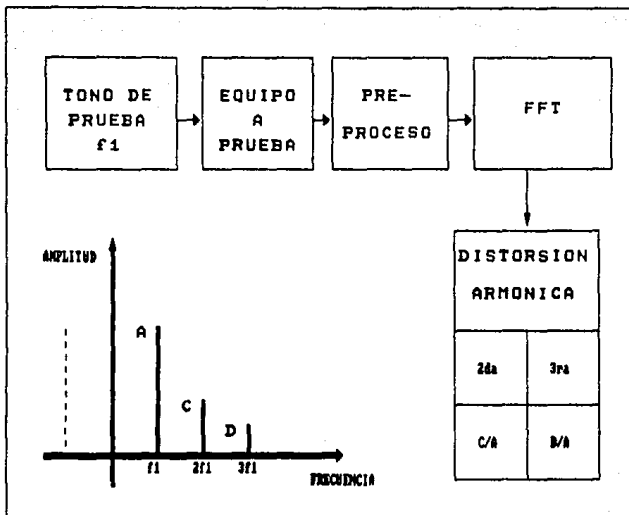


FIGURA 1.6

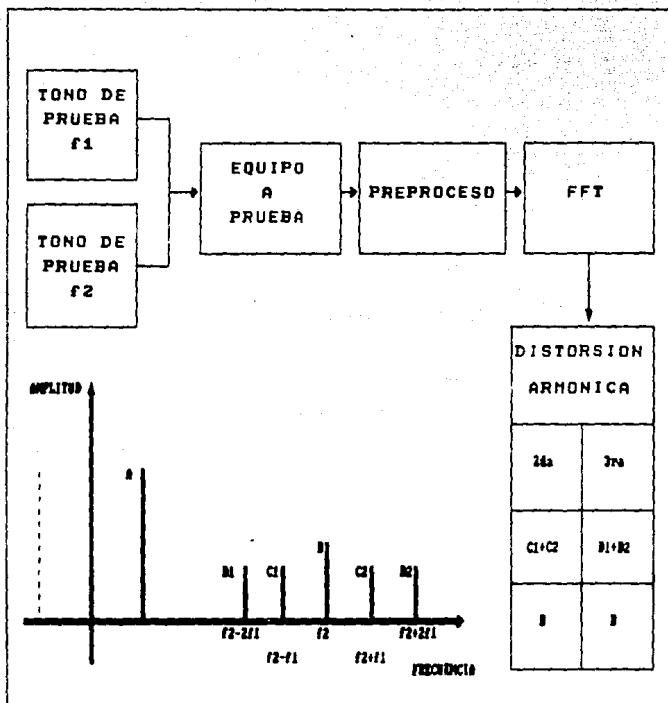


FIGURA 1.7

CAPITULO II

2.1.- DESARROLLO DEL SISTEMA.-

Este sistema se realizó para obtener el espectro de una señal por medio de la Transformada Rápida de Fourier (FFT), este sistema es un software, donde se utiliza una computadora que va a realizar todas las operaciones que se requieren para obtener el espectro en magnitud y en fase. Los datos de entrada se obtienen con mediciones, tomando muestras, es decir, tomando puntos equidistantes de la onda en el dominio del tiempo y estos puntos se convierten a una forma digital. En este caso para aplicar el software se necesitan 512 muestras. Los datos digitales pueden entrar directamente a la memoria de la computadora o se puede poner en un buffer de la memoria. Cuando los N puntos se obtienen, se puede empezar a ejecutar las operaciones. Estos resultados se pueden ir directo a un display de salida, donde se observará el diagrama de magnitud y de fase.

El problema de calcular numéricamente la Transformada de Fourier de una función del tiempo es importante cuando se desea emplear computadoras digitales para realizar dicho cálculo.

Supóngase que se aproxima la integral de Fourier con una suma; es decir,

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\Delta t) e^{-j\omega n\Delta t} \Delta t = F(\omega)$$

Esta aproximación equivale a la regla trapezoidal de Simpson. La suma aproximada se designa por $F(w)$. ¿Qué tan cerca de $F(w)$ esta $F(w)$ y que factores determinen la validez de la aproximación?

En la ecuación anterior se observa que $F(w)$ es periódica en w con periodo $F(w) = F(w + 2\pi/\Delta t)$. En general $f(w)$ no es periódica, sin embargo la aproximación $F(w)$ siempre lo es. La razón de esto es que la aproximación se basa en el muestreo de la función $f(t)$ original. Siempre que se muestrea periódicamente una función, la transformada de la función muestreada es periódica.

Para obtener una buena aproximación de $F(w)$; en la ecuación siguiente:

$$F(w) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\Delta t) e^{-jwn\Delta t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(w - n\omega_0)$$

podemos observar que a medida que ω_0 se incrementa, $F(w)$ se aproxima a $F(w)$, cuando menos para $|\omega| < \omega_0/2$. Sin embargo al incrementar ω_0 disminuye el intervalo de muestreo Δt . Esto es lo que se esperaba, es decir, si se quiere obtener una mejor aproximación de la integral se deben tomar intervalos mas cortos para formar la suma aproximada. De aquí que Δt se deba tomar lo bastante pequeña para que $F(w)$ se aproxime lo mas posible a $F(w)$.

2.2.- DIAGRAMA DE BLOQUES.-

El diagrama de bloques nos muestra la forma como esta formado el sistema. Con un osciloscopio podemos observar en el dominio del tiempo la onda que se quiere analizar. Luego se obtienen los puntos de muestra analógicos, de aquí se pasan a un convertidor analógico digital y se guarda la información en una localidad de la computadora que se utiliza para el almacenamiento de datos (buffer de memoria), que al ejecutar el programa en la computadora buscare esta información. La computadora tiene la función de realizar todas las operaciones y al obtener los resultados los desplegara en una pantalla (display), esto se puede ver en la figura 2.1 a continuación.

DIAGRAMA DE BLOQUES DEL FFT

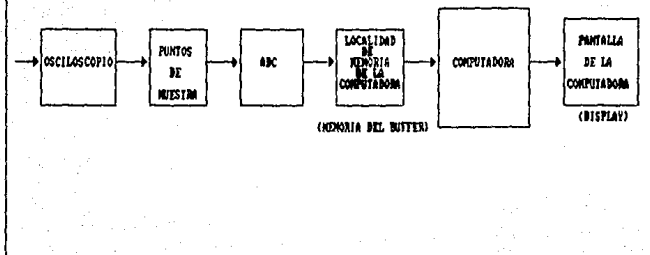


FIGURA 2.1

2.3. - ALGORITMO DEL SISTEMA. -

El algoritmo que se utilizó está basado en el algoritmo de Sande - Tukey donde la aproximación es en el dominio de la frecuencia.

Este algoritmo funciona de la siguiente manera:

Comenzamos con la expresión de la transformada discreta de Fourier (DFT):

$$X_d(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N}$$

Esta expresión la podemos transformar a:

$$A(n) = \sum_{t=0}^{N-1} x_0(t) W^{-nt}$$

donde $n = 0, 1, \dots, N - 1$. Los datos en el dominio del tiempo están dados por $x_0(0), x_0(1), \dots, x_0(N - 1)$, y W es igual a $e^{j2\pi/N}$

El término $1/N$ en la ecuación $X_d(k)$ se utiliza como escala del término se puede simplificar.

El número de datos de entrada los vamos a subdividir en dos estados, estos a su vez nuevamente en dos estados y así sucesivamente; el número de estados (M) se obtiene $M = \log_2 N$. Cada estado requiere pares computacionales de la siguiente forma:

$$x_{m+1}(r) = x_m(r) + x_m(s)$$

y

$$x_{m+1}(s) = [x_m(r) - x_m(s)] W$$

donde r, s y p tienen valores enteros de 0 a $N - 1$, m tiene valores entre 0 y $M - 1$. Los resultados al final de la última estación se nombran como $x_m(t)$, donde $t = 0, 1, \dots, N - 1$.

Para conocer la forma como trabaja este algoritmo vamos a considerar 15 puntos de muestra. En la figura 2.2 podemos darnos cuenta que los datos en cada estado estan puestos en grupos de dos, en el siguiente estado el grupo lo partimos en dos grupos más pequeños. Esto ocurre hasta que la transformación se termine y solo quede un dato en cada grupo. Esto lo podemos ver mas detalladamente en la figura 2.3. donde en el estado $x_1(7)$, $x_0(7)$ y $x_0(15)$ son sumados para obtener $x_1(7)$. Tambien en el siguiente nodo, al dato $x_0(0)$ se resta con $x_0(8)$ y el resultado se multiplica W^0 para obtener $x_1(8)$.

En la figura 2.3 nos podemos dar cuenta de que las operaciones estan agrupadas en cada estado de acuerdo a que tengan que multiplicarse por el factor W^M . Para poderlas organizar de esta forma se multiplican por seno o coseno de acuerdo a su simetria para obtener W^0 , W^1 y así sucesivamente.

Después del último estado los datos en el dominio del tiempo habrán pasado al dominio en frecuencia.

El algoritmo es el siguiente:

If $N = 2$ then do:

 Begin.

$f(0) = f(0) + f(1)$

$f(1) = f(0) - f(1)$

 Return.

End.

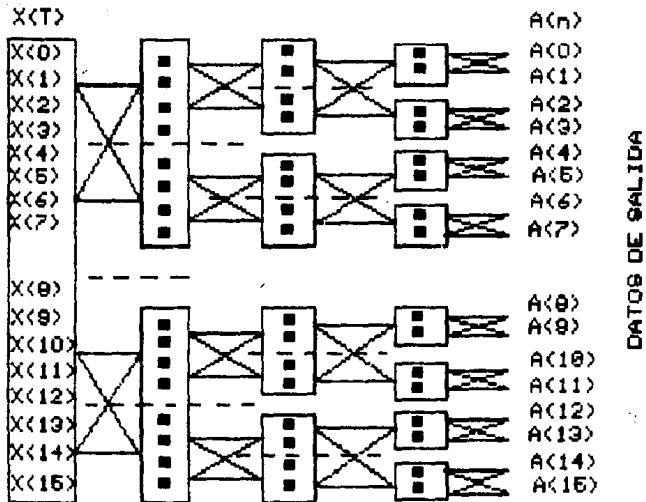


FIGURA 2.2

DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO FFT
 PARA 16 PUNTOS DE PRUEBA .

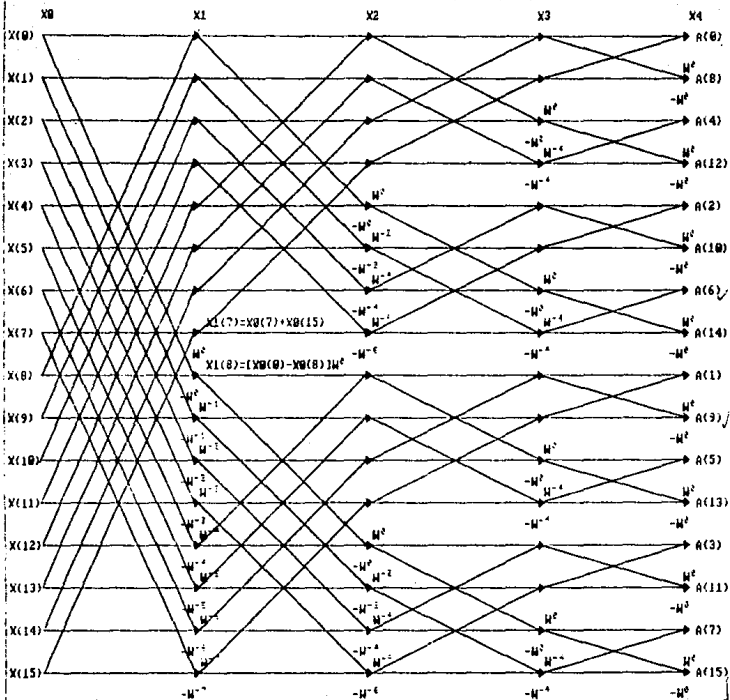


FIGURA 2.3

Eise do:

Begin.

Se define g como todos los puntos pares que componen a f y h como todos los puntos restantes.

Llama al procedimiento FFT (N/2,g).

Llama al procedimiento FFT (N/2,h).

Reemplazar f(i) por $g(i) + \exp(-j2\pi i/N)h(i)$ for i = 0 hasta N - 1.

End.

End of Procedure.

2.4.- PROGRAMA DE LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER.-

En base al algoritmo anterior se obtuvo el programa. Este programa se hizo en lenguaje BASIC. Con este programa podemos obtener la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y con esto podemos cambiar del dominio del tiempo al dominio en frecuencia y de esta manera obtener el espectro de cualquier tipo de onda.

El programa es el siguiente:

```
10 PRINT "EL TOTAL DE DATOS DEBE SER POTENCIA DE DOS"
20 INPUT "NUMERO TOTAL DE DATOS";N
30 M=LOG(N)/LOG(2)
40 DIM INPUTRE(N-1), INPUTIM(N-1),BUFFERRE(N-1),BUFFERIM(N-1)
50 DIM TPRES#
60 REM ***ENTRADA DE DATOS***
70 PRINT
80 FOR I=0 TO N-1
90 PRINT I;:INPUT "DATOS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO";INPUTRE(I)
100 INPUTIM(I)=0
110 NEXT I
120 SIGN=-1
130 REM ***GENERACION DE FACTORES EXTERNOS***
140 REM
150 PI#3.141592653589795#:PI2#=2*PI#
160 FOR P=0 TO N/2-1
170 RR={(PI2# * (-P))/N}
180 R1={RR*1.745329E-02}
190 TPRES#(P)=COS(R1)
200 TPIM#(P)={SIGN}*SIN(R1)
210 NEXT P
220 REM
230 REM ***OPERACIONES DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER***
240 REM
250 FOR I=1 TO M
260 L=0:H=0
270 G={N/2^I}
280 FOR K=0 TO (N-1) STEP G
290 TFI=0
300 TFIPLAG={-1}^(L+1)
310 FOR J=0 TO (G-1)
320 TFI=J*2^(I-1)
330 R=K+J:S=J+H:T=J+G+H
340 IF TFIPLAG>0 THEN 380
350 BUFFERRE(R)=INPUTRE(S)+INPUTRE(T)
```

```

360 BUFFERIM(R)=INPUTIM(S)+INPUTIM(T)
370 GOTO 420
380 TEMPRE=INPUTRE(S)-INPUTRE(T)
390 TEMPIM=INPUTIM(S)-INPUTIM(T)
400 BUFFERE(R)=TEMPRE*TFRE#(TFI)-TEMPIM*TFIM#(TFI)
410 BUFFERIM(R)=TEMPRE*TFI.#(TFI)+TEMPIM*TFRE#(TFI)
420 NEXT J
430 L=L+1:H=INT(L/2)*G*2
440 NEXT K
450 FOR II=0 TO N-1
460 INPUTRE(II)=BUFFERE(II)
470 INPUTIM(II)=BUFFERIM(II)
480 NEXT II
490 NEXT I
500 FOR I=0 TO N-1
510 INPUTRE(I)=INPUTRE(I)/N
520 INPUTIM(I)=INPUTIM(I)/N
530 NEXT I
540 REM
550 REM ***ROUTINA DE ORDENAMIENTO DE DATOS***
560 REM
570 FOR I=0 TO N-1
580 INDEX%=I
590 IOUT%=0
600 FOR J=1 TO M
610 TEMP%=1 AND INDEX%
620 IOUT%=IOUT%*2
630 IOUT%=IOUT%+TEMP%
640 INDEX%=INDEX%\2
650 NEXT J
660 BUFFERE(I)=INPUTRE(IOUT%)
670 BUFFERIM(I)=INPUTIM(IOUT%)
680 NEXT I
690 REM
700 REM ***ROUTINA PARA ORDENAR LOS DATOS DE SALIDA***
710 REM
720 FOR I=0 TO N/2
730 INPUTRE(I+(N/2-1))=BUFFERE(I)
740 LPRINT "REAL:",(I+(N/2-1)),INPUTRE(I+(N/2-1))
750 INPUTIM(I+(N/2-1))=BUFFERIM(I)
760 LPRINT "IMAGINARIO:",(I+(N/2-1)),INPUTIM(I+(N/2-1))
770 NEXT I
780 FOR I=0 TO N/2-2
790 INPUTRE(I)=BUFFERE(I+(N/2+1))
800 LPRINT "REAL:",(I),INPUTRE(I)
810 INPUTIM(I)=BUFFERIM(I+(N/2+1))
820 LPRINT "IMAGINARIO:",(I),INPUTIM(I)
830 NEXT I
840 END

```

El programa opera de la siguiente forma: De la línea 10 a la 20 se pide el número de datos de entrada, este número debe ser 2 elevado a cualquier potencia, para que pueda ser subdividido en dos sucesivamente hasta que llegue a tener un solo valor. En la línea 30 se obtiene el número de estaciones en las que se va dividir en dos los datos hasta llegar a ser solo un dato. En las líneas 40 y 50 se dimensionan las variables que se utilizarán. De la línea 80 a la 110 se obtienen los datos de entrada en el dominio del tiempo ya digitalizados. De la línea 130 a la 210 se obtienen los factores por los que se multiplican los datos, este factor equivale a $e^{-j2\pi kn/N}$ y se obtiene por medio de senos y cosenos dependiendo si es la parte imaginaria o la real. De la línea 230 a la 540 son las operaciones que se requieren para obtener la Transformada Rápida de Fourier. De la línea 550 a la 690 son varios ciclos que se realizan para obtener el orden de los resultados de la Transformada Rápida de Fourier. De la línea 700 a la 830 son varias rutinas para obtener los datos de salida ya en el dominio de la frecuencia, separados en reales e imaginarios.

2.5. - OBTENCION DE LOS DATOS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO PARA EL PROGRAMA DEL FFT. -

Desde un punto de vista digital , el FFT realiza una exacta transformacion de los valores discretos en los datos de entrada. Los datos de entrada se pueden obtener tanto en señales periódicas o aperiódicas tomando puntos de prueba discretos sobre la trayectoria de la onda. Estos valores discretos se pueden transformar después al dominio en frecuencia por el FFT.

Hay dos formas de obtener la información en el dominio del tiempo para cualquier tipo de analisis . Hay información que se puede medir u observar directamente y también hay la información teórica generada por fórmulas matemáticas.

Para el caso de la información medible, como una onda desplegada en un osciloscopio, la información se puede adquirir de la ventana del osciloscopio, digitalizar y poner en orden guardándola para después procesarla. En el caso de este software, el numero de elementos (datos) es variable, pues el programa funciona con datos finitos divisibles entre dos, el número de elementos de una onda standar vista en la ventana del osciloscopio es de 512 elementos. Cada grupo de elementos corresponde a los puntos de prueba de la onda de la ventana. El elemento cero corresponde al tiempo cero en la izquierda de la ventana y el grupo del elemento 511 corresponde al ultimo elemento a la derecha de la ventana y es el último punto de prueba donde es el máximo tiempo. De los elementos restantes del 1 al 510 corresponde la misma distancia en tiempo entre los

puntos.

Los valores digitales puestos en cada grupo de elementos corresponde a los valores de los puntos de prueba de la onda de los espacios equidistantes en el tiempo.

Los datos en el dominio del tiempo son reales en el sentido de que no son datos complejos. No tienen una parte imaginaria o por lo menos no es considerada. Por lo tanto solo se necesita de una onda con datos reales en el dominio del tiempo y se obtiene dos ondas para almacenar los datos en el dominio de la frecuencia. Una de estas ondas se forma con la parte real o magnitud y la otra se forma con la parte imaginaria o fase, dependiendo si los resultados se colocan en forma rectangular o en forma polar.

2.6.- RESULTADO DEL FFT.-

Los resultados se obtuvieron en forma rectangular, es decir en dos partes, una parte real y una parte imaginaria, la parte imaginaria precedida por j .

Con los resultados de la parte real se construye la gráfica en el dominio de la frecuencia de la magnitud y con la parte imaginaria se construye la gráfica también en el dominio de la frecuencia pero de la fase.

Los datos de salida del programa de FFT, en el dominio de la frecuencia, se necesitan ordenar para poderlos acomodar en las gráficas de la siguiente manera: Los datos de 0 a $N/2-2$ son frecuencias negativas, el dato $N/2-1$ es el eje del lado izquierdo de la gráfica, los datos de $N/2$ a $N-2$ son frecuencias positivas y el dato $N-1$ es la frecuencia de Nyquist que se debe poner como la última frecuencia positiva.

CAPITULO III

3.1.- EVALUACION. -

La evaluación de este sistema se va a hacer utilizando cuatro diferentes tipos de onda, que van a ser: un impulso, una constante, una rampa, una onda triangular, una onda cuadrada, una onda senoidal y una onda cosenoidal. Se tomarán 32 puntos sobre la trayectoria de la onda como datos de entrada. Los datos de salida que se obtengan se van a comparar con datos obtenidos teóricamente.

A continuación se van a analizar :

- Impulso (δ):

Teóricamente la transformada de Fourier de un impulso en el dominio del tiempo, cuando la función $f(t) = \delta(t)$ es la siguiente:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} \delta(t) dt = 1$$

dónde $\delta(t-t_0) = e^{-j\omega t_0}$

La transformada de Fourier es:

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega t d\omega$$

Lo que nos quiere decir es que cualquier impulso en el dominio del tiempo nos va a dar una constante al pasarlo al dominio en frecuencia. Lo podemos ver en la figura 3.1.

Prácticamente por medio de nuestro sistema vamos a comparar los resultados con los teóricos. Para esto, en la ventana del osciloscopio tenemos una señal que es un impulso, que se va a seccionar en intervalos de tiempo equidistantes para poder

**TRANSFORMADA DE FOURIER DE
UN IMPULSO**

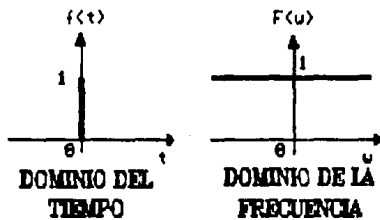


FIGURA 3.1

obtener los puntos sobre la trayectoria de la señal, cambiarlos a digitales por medio de un convertidor analógico digital y después de esto introducirlos a la computadora para procesarlos y obtener el espectro. Los datos de entrada al programa ya digitales son:

| | |
|-----------|-----------|
| X(0) = 1 | X(16) = 0 |
| X(1) = 0 | X(17) = 0 |
| X(2) = 0 | X(18) = 0 |
| X(3) = 0 | X(19) = 0 |
| X(4) = 0 | X(20) = 0 |
| X(5) = 0 | X(21) = 0 |
| X(6) = 0 | X(22) = 0 |
| X(7) = 0 | X(23) = 0 |
| X(8) = 0 | X(24) = 0 |
| X(9) = 0 | X(25) = 0 |
| X(10) = 0 | X(26) = 0 |
| X(11) = 0 | X(27) = 0 |
| X(12) = 0 | X(28) = 0 |
| X(13) = 0 | X(29) = 0 |
| X(14) = 0 | X(30) = 0 |
| X(15) = 0 | X(31) = 0 |

Los datos de salida los podemos ver en la figura 3.2.

Como podemos observar al correr el programa con estos valores nos dió como resultado una constante tanto en la magnitud como en la fase. Comparando este resultado con el teórico podemos ver que si es correcto.

DIAGRAMA DE MAGNITUD DE UN IMPULSO.

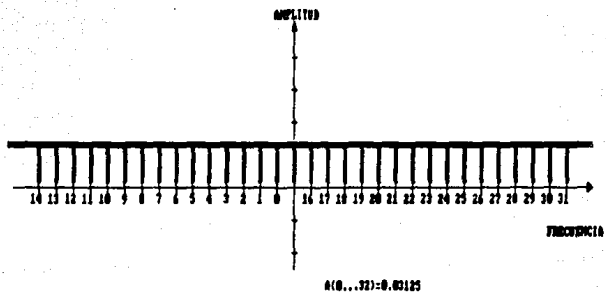


DIAGRAMA DE FASE DE UN IMPULSO.

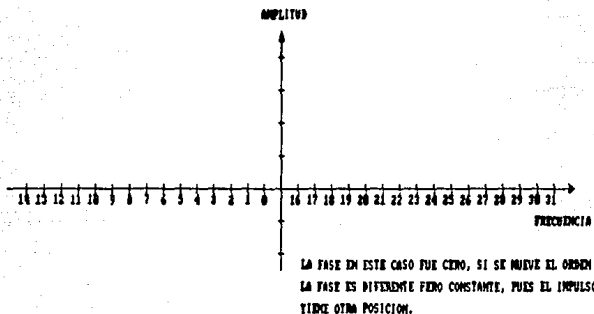


FIGURA 3.2

Con este mismo ejemplo si cambiamos el orden de los datos de entrada como si el impulso estuviera en otra posición dentro de la ventana, es decir, recorrido a la derecha, con la misma amplitud tenemos que el resultado es el mismo en la parte real que sería la magnitud una constante; lo único que cambio fue la magnitud de los datos de salida en la parte imaginaria que es la fase, pero siguió siendo constante, y esto es lógico pues al cambiar del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo el impulso tendrá otra posición, que sería la misma que tenía cuando entraron los datos. Esto es debido a que la fase sirve para dar la correcta ubicación de la señal al pasar al dominio tiempo.

-Constante:

Teóricamente la transformada de Fourier de una constante es un impulso en el origen. Ya que sabemos que $e^{j\omega t}$ va a ser igual a $2\pi\delta(\omega-\omega_0)$, por lo tanto la transformada de una constante es igual a $2\pi\delta(\omega)$ que va a ser un impulso en el origen con amplitud de 2π . Como lo podemos ver en la figura 3.3.

Prácticamente los datos de entrada se obtienen de la misma forma que el ejemplo anterior, de una señal constante de la ventana del osciloscopio, con amplitud uno, los datos de entrada son:

| | |
|-----------|-----------|
| X(0) = 1 | X(16) = 1 |
| X(1) = 1 | X(17) = 1 |
| X(2) = 1 | X(18) = 1 |
| X(3) = 1 | X(19) = 1 |
| X(4) = 1 | X(20) = 1 |
| X(5) = 1 | X(21) = 1 |
| X(6) = 1 | X(22) = 1 |
| X(7) = 1 | X(23) = 1 |
| X(8) = 1 | X(24) = 1 |
| X(9) = 1 | X(25) = 1 |
| X(10) = 1 | X(26) = 1 |
| X(11) = 1 | X(27) = 1 |
| X(12) = 1 | X(28) = 1 |
| X(13) = 1 | X(29) = 1 |
| X(14) = 1 | X(30) = 1 |
| X(15) = 1 | X(31) = 1 |

**TRANSFORMADA DE FOURIER DE UNA
CONSTANTE.**

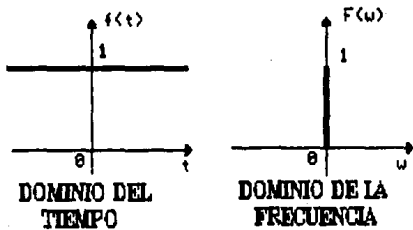


FIGURA 3.3

El resultado de la función en el dominio de la frecuencia lo podemos ver en la figura 3.4.

Con este resultado podemos observar que comparando nuestros valores con los teóricos son iguales dio un impulso en el origen y podemos decir que cualquier constante con la amplitud que sea al pasarlo al dominio de la frecuencia nos va a dar un impulso en el origen.

DIAGRAMA DE MAGNITUD DE UNA CONSTANTE

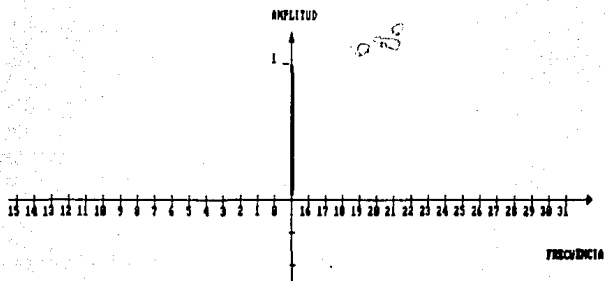


DIAGRAMA DE FASE DE UNA CONSTANTE

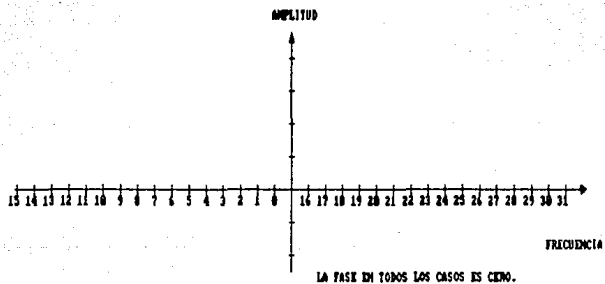


FIGURA 3.4

-Onda Sinusoidal:

Técnicamente la transformada de Fourier de una onda sinusoidal esta definida como:

$$2 \int_0^{\infty} f(x) \text{sen } 2\pi wx \, dx$$

Si representamos la transformada de Fourier del seno como: $F_s(w)$ tenemos que:

$$f(x) = 2 \int_0^{\infty} F_s(w) \text{sen } 2\pi wx \, dw$$

$$\text{donde } F_s(w) = \frac{1}{2} I(w) = \frac{1}{2} \delta(w + \frac{1}{2}) - \frac{1}{2} \delta(w - \frac{1}{2})$$

donde $I(w)$ es igual a un par de impulsos uno positivo y otro negativo.

Esto nos dice que en la grafica de magnitud en el dominio de la frecuencia va a ver un impulso positivo y otro negativo, esto lo podemos ver en la figura 3.5.

Prácticamente los datos de entrada ya digitales que se obtuvieron en el osciloscopio son:

$$X(0) = 0 \qquad X(16) = 0.866$$

$$X(1) = 0.2588 \qquad X(17) = 0.965$$

$$X(2) = 0.5 \qquad X(18) = 1$$

$$X(3) = 0.7071 \qquad X(19) = 0.965$$

$$X(4) = 0.866 \qquad X(20) = 0.866$$

$$X(5) = 0.965 \qquad X(21) = 0.7071$$

$$X(6) = 1 \qquad X(22) = 0.5$$

$$X(7) = 0.965 \qquad X(23) = 0.2588$$

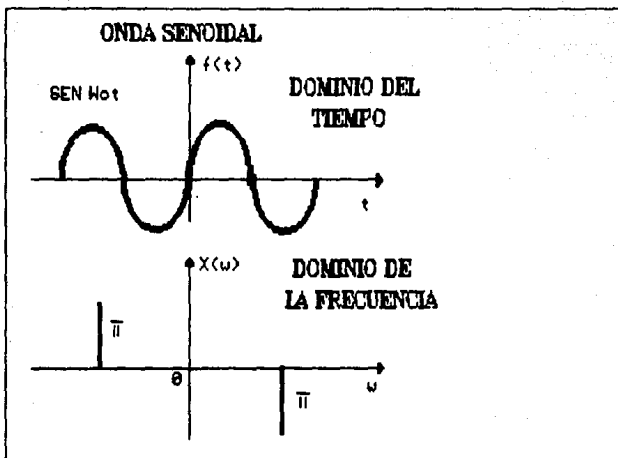


FIGURA 3.5

| | |
|----------------|----------------|
| X(8) = 0.865 | X(24) = 0 |
| X(9) = 0.7071 | X(25) = 0.2588 |
| X(10) = 0.5 | X(26) = 0.5 |
| X(11) = 0.2588 | X(27) = 0.7071 |
| X(12) = 0 | X(28) = 0.866 |
| X(13) = 0.2588 | X(29) = 0.965 |
| X(14) = 0.5 | X(30) = 1 |
| X(15) = 0.7071 | X(31) = 0.965 |

Los datos de salida del programa FFT se pueden ver en la figura 3.6. Donde podemos comparar los resultados y la forma del espectro es igual).

DIAGRAMA DE MAGNITUD DE UNA ONDA SINUSOIDAL.

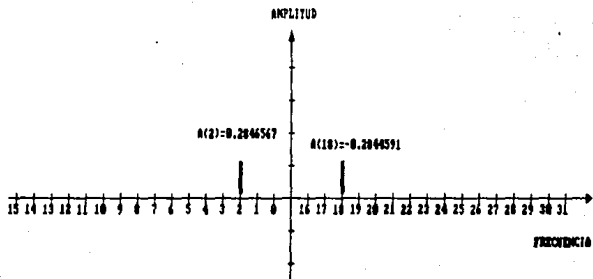


DIAGRAMA DE FASE DE UNA ONDA SINUSOIDAL.

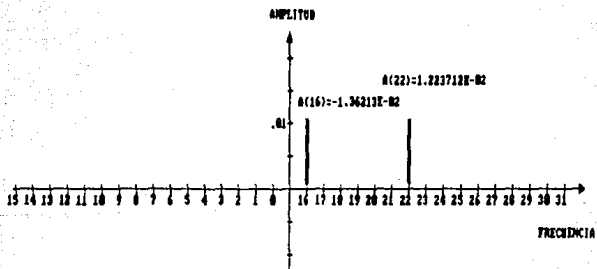


FIGURA 3.6

- Onda Cosenoidal

Teóricamente la transformada de Fourier se define como:

$$2 \int_0^{\infty} f(x) \cos 2\pi x \, dx$$

Si representamos la transformada del coseno como $F_c(w)$, tenemos que la transformada del coseno es:

$$f(x) = 2 \int_0^{\infty} F_c(w) \cos 2\pi x w \, dw$$

donde $F_c(w) = II(w) = \frac{1}{2} \delta(s + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} \delta(s - \frac{1}{2})$

donde $II(w)$ es una onda cuadrada.

El significado de esta ecuación es que en el diagrama de magnitud en el dominio de la frecuencia se van a tener dos impulsos positivos. Esto lo podemos ver en la figura 3.7.

Prácticamente los datos de entrada ya digitales que se obtuvieron del osciloscopio son:

| | |
|---------------|----------------|
| X(0) = 1 | X(16) = 0.5 |
| X(1) = 0.965 | X(17) = 0.2588 |
| X(2) = 0.866 | X(18) = 0 |
| X(3) = 0.7071 | X(19) = 0.2588 |
| X(4) = 0.5 | X(20) = 0.5 |
| X(5) = 0.2588 | X(21) = 0.7071 |
| X(6) = 0 | X(22) = 0.866 |
| X(7) = 0.2588 | X(23) = 0.965 |
| X(8) = 0.5 | X(24) = 1 |
| X(9) = 0.7071 | |
| X(10) = 0.866 | |

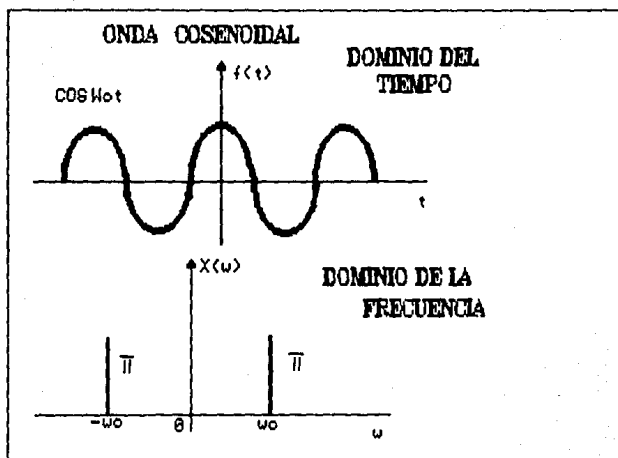


FIGURA 3.7

$$X(11) = 0.965$$

$$X(25) = 0.7071$$

$$X(12) = 1$$

$$X(26) = 0.5$$

$$X(13) = 0.965$$

$$X(27) = 0.2588$$

$$X(14) = 0.866$$

$$X(28) = 0$$

$$X(15) = 0.7071$$

$$X(29) = 0.2588$$

Los datos de salida del programa FFT se pueden observar en la figura 3.8. Comparando los resultados teoricos con los practicos observamos que no hay diferencia.

DIAGRAMA DE MAGNITUD DE UNA ONDA COSENOIDAL

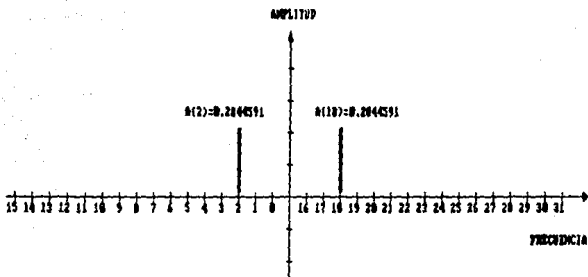


DIAGRAMA DE FASE DE UNA ONDA COSENOIDAL

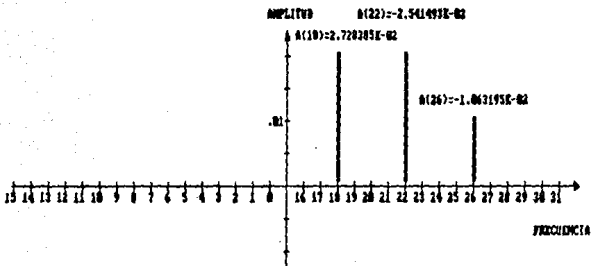


FIGURA 3.8

- Onda Triangular [$\Lambda(x)$]

Teóricamente la transformada de Fourier de una onda triangular se define como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Lambda(w) e^{+i2\pi wx} dw = \text{sinc} \frac{x}{2}$$

donde $\text{sinc} x$ es una señal senoidal amortiguada que tiende a cero.

Esta señal se puede ver en la figura 3.9, sus datos de entrada son los siguientes:

| | |
|---------------|----------------|
| X(0) = 0 | X(16) = 0 |
| X(1) = 0.125 | X(17) = -0.125 |
| X(2) = 0.25 | X(18) = -0.25 |
| X(3) = 0.375 | X(19) = -0.375 |
| X(4) = 0.5 | X(20) = -0.5 |
| X(5) = 0.625 | X(21) = -0.625 |
| X(6) = 0.75 | X(22) = -0.75 |
| X(7) = 0.875 | X(23) = -0.875 |
| X(8) = 1 | X(24) = -1 |
| X(9) = 0.875 | X(25) = -0.875 |
| X(10) = 0.75 | X(26) = -0.75 |
| X(11) = 0.625 | X(27) = -0.625 |
| X(12) = 0.5 | X(28) = -0.5 |
| X(13) = 0.375 | X(29) = -0.375 |
| X(14) = 0.25 | X(30) = -0.25 |
| X(15) = 0.125 | X(31) = -0.125 |

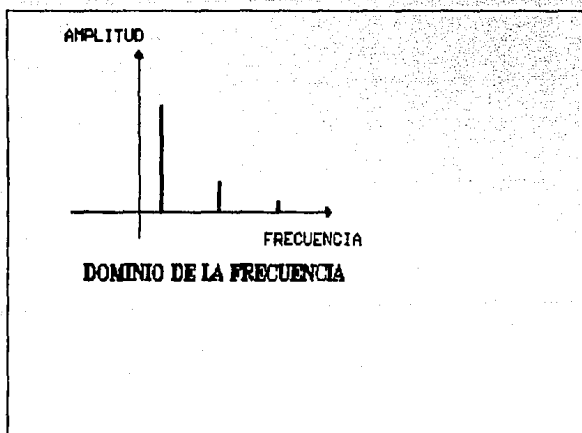
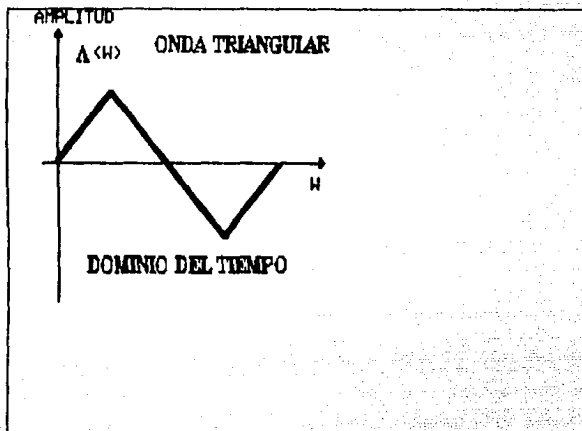


FIGURA 3.9

Los datos de salida que se obtuvieron del programa de FFT se pueden observar en la figura 3.10. Comparando los resultados con los teóricos se puede ver que son iguales.

DIAGRAMA DE MAGNITUD DE UNA ONDA TRIANGULAR

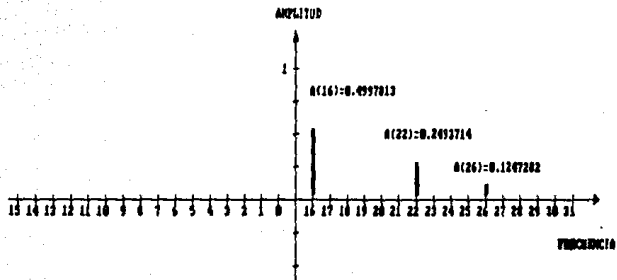


DIAGRAMA DE FASE DE UNA ONDA TRIANGULAR

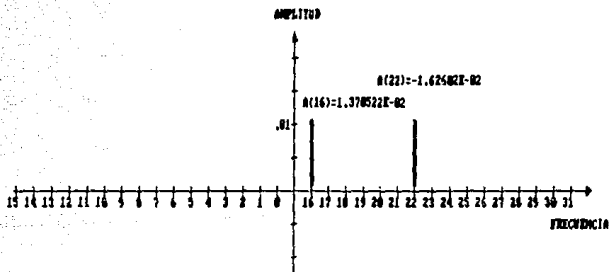


FIGURA 3.1B

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

CAPITULO IV

4.1.- CONCLUSIONES.-

- El proceso para obtener la transformada Rápida de Fourier FFT por software utiliza más tiempo que en hardware, ya que requiere obtener los datos, cambiarlos a una forma digital, meterlos a memoria, ejecutar el programa y graficarlo en un display; en el caso del hardware todo esto se hace en una sola tarjeta, el programa del FFT está hecho para un microprocesador dentro de la tarjeta, haciendo que el proceso sea más rápido. El tiempo que se tarda el software en obtener los cálculos es de segundos, en cambio el hardware los obtiene en milisegundos.

- La ventaja del software del FFT sobre el hardware es la flexibilidad que ofrece la computadora, ya que el hardware únicamente se podría utilizar para el proceso de la Transformada Rápida de Fourier. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que el programa del FFT, al almacenar muchos datos requiere de un espacio en memoria en la computadora, tan grande como se necesite.

- La Transformada Rápida de Fourier (FFT) es un algoritmo eficiente que calcula la Transformada Discreta de Fourier y hace posible la transformación del dominio del tiempo al dominio en frecuencia, obteniendo la magnitud y la fase si se requiere.

- Mientras mayor número de datos de entrada (puntos sobre la trayectoria en el intervalo del periodo de la onda que se este analizando), la aproximación del espectro que se obtiene sera más real en el dominio de la frecuencia.

- Al evaluar este programa con varios tipos de señales se encontró que el número de armónicas que se logran obtener correctas es de 3 o 4 según la señal.

- Es necesario conocer e interpretar correctamente los espectros debido a que en la actualidad existen diversidad de aplicaciones en el mercado conocidas y un sin número de las mismas por conocer. Estas requieren de un analizador de espectros para poder hacer un análisis predictivo y preventivo. La importancia de poder hacer un análisis predictivo es muy grande debido a que no se tiene que interrumpir el proceso de fabricación para poder dar un diagnóstico que pueda evitar que posteriormente se pierda mucho dinero.

BIBLIOGRAFIA. -

1. Blackman, R.B, and J.W. Tukey; The Measurement of Power Spectra. New York. Dover Publications, 1958. 353p.p.
2. Braeewell N. Ronald; The Fourier transform and its applications. Second Edition. Mc Graw-Hill Book company. New York. 1978. 444 p.p.
3. Brigham, E.O; The fast Fourier Transform. Englewood Cliffs, N.J. Prentice-Hall. 1974. 233 p.p.
4. Gold, E, and C.M. Rader; Digital processing of signals. New York. Mc Graw-Hill, 1969. 331p.p.
5. Papoulis, Athanasios; The Fourier integral and its applications. Mc Graw-Hill Book Company. New York. 1962. 318p.p.
6. Paulidis, Theodosio; Algorithms for graphics and image processing. Library of Congress, cataloging in publication Data, E.U.A. 1989. 150 p.p.
7. Ramirez W. Robert; The FFT Fundamentals and concepts. Tektronix. E.U.A. 1985. 173 p.p.
8. Sedgewick, Robert; Algorithms. Second Edition. Ed. Addison Wesley Publishing Company. E.U.A. 1982. 754 p.p.

APENDICE 1. -

ADC0820:

ESPECIFICACIONES. -

Resolucion - 8 Bits

Tiempo de Conversion 2.5 μ s Max.

Señales de entrada con slew rate de 100 mV/ μ s

Baja Potencia 75 mW Max

Error de desajuste $\pm 1/2$ LSB y ± 1 LSB

No necesita reloj externo

Voltaje de entrada 5 V. DC

Puede servir de interfase para los microprocesadores

Tecnologia CMOS

Voltaje VCC -10 V

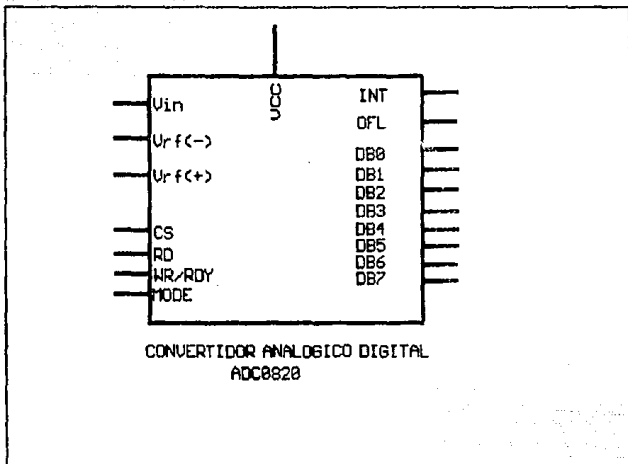
Entradas de Control Logico -0.2V a VCC + 0.2 V

Rango de Temperatura -65 grados C. + 150 grados C.

Corriente de entrada en cualquier pin 1mA

Corriente de entrada total de 4mA

VCC = 5V \pm 5%



ANEXO DE APENDICE 1