
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE GUADALAJARA

Incorporada a la Universidad Nacional Autónoma de México

ESCUELA DE CIENCIAS QUIMICAS



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE TRES FACTORES EN LA
HIDRATACION DE UN PRODUCTO HIGROSCOPICO UTILIZANDO
4 PELICULAS (ENVOLTURAS) DIFERENTES

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A

HERNANDO GARCIA BECERRA

ASESOR: I.Q. ZÉFERINO RAMÍREZ B.

GUADALAJARA, JALISCO

JULIO 1989



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

Í N D I C E

	DEDICATORIA	3
	AGRADECIMIENTOS	5
	INTRODUCCIÓN	7
CAPÍTULO 1	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	9
	A) EL AGUA EN LOS ALIMENTOS	12
	B) FUNDAMENTOS TEÓRICOS	16
	C) MEDICIÓN DE LA PERMEABILIDAD AL . . . 19	
	VAPOR DE AGUA	
	D) CARACTERÍSTICAS DE LA ENVOLTURA . . . 21	
CAPÍTULO 2	DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO	24
CAPÍTULO 3	DESARROLLO EXPERIMENTAL	27
	A) DISEÑO EXPERIMENTAL	28
	B) RUTINA EXPERIMENTAL	32
	C) MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS	34
CAPÍTULO 4	RESULTADOS OBTENIDOS	35
CAPÍTULO 5	TRATAMIENTO ESTADÍSTICO	83
CAPÍTULO 6	DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	99
	RESUMEN	103
	CONCLUSIONES	106
	BIBLIOGRAFÍA	108
	APÉNDICES	110
APÉNDICE 1	HRE (HUMEDAD RELATIVA DE EQUILIBRIO) . . 111	
APÉNDICE 2	EJEMPLO DE CÁLCULO EN EL DISEÑO . . . 112	
	EXPERIMENTAL 2 ⁿ VERSIÓN SIMPLIFICADA	
	DE YATES	
APÉNDICE 3	EJEMPLO DE CÁLCULO PARA EL AJUSTE A . . 119	
	LA LINEA RECTA $Y = ax + b$	

DEDICATORIA

A mis padres, Rodolfo y Margarita

AGRADECIMIENTOS

A mi asesor de Tesis I.Q. Zeferino Ramírez Becerra

Al Q. César Alberto Ruiz Vázquez por sus consejos y apoyo para
la elaboración de esta Tesis

A Montes y Cía., S.A. de C.V. por las facilidades otorgadas
para la realización del presente trabajo

INTRODUCCIÓN

I N T R O D U C C I Ó N

La industria que elabora caramelos a partir de leche de vaca, glucosa y sacarosa como ingredientes principales, cuenta con el problema de la hidratación de sus productos por la adsorción o absorción de la humedad existente en el ambiente, la cual es notoria a los sentidos al cabo de cierto tiempo de haber sido elaborados. Esta adsorción-absorción ocasiona que el producto sufra una modificación en su apariencia, la película que envuelve al producto se adhiere a él y hace que presente diferencias al tacto y al paladar respecto al producto sin hidratar que pudiera relacionar el consumidor con un deterioro en su calidad, por lo que es deseable que no ocurra, o al menos, retrasar lo más posible la hidratación.

Se cree, en base a la primera ley de Fick y a la bibliografía, que la velocidad con la que ocurre la hidratación depende de la humedad relativa, de la temperatura, del área externa del producto, de la composición del caramelo, de la cantidad de agua que contiene y de la permeabilidad y afinidad con el vapor de agua de la película protectora. Como el analizar toda esta serie de variables es objeto de un estudio profundo, y a la vez lento, esta tesis solo estudiará la influencia de varias películas sobre un determinado producto, en cuanto a la velocidad de hidratación se refiere.

El objeto de la presente tesis es el de encontrar, entre las películas a estudiar, aquella mediante la cual el producto higroscópico al que protege, sufre la menor absorción de vapor de agua del medio circundante.

Las películas a estudiar son 4 y se denominarán: películas A, B, C y D.

Los métodos estadísticos que se usarán son: el diseño experimental 2ⁿ versión simplificada de Yates, pruebas de ANOVA y la prueba de Duncan.

CAPÍTULO 1

TEORÍA

La pérdida de calidad en dulces se produce, por lo general, -
por la absorción o pérdida de humedad. Por esta causa el envase
del caramelo debe ser un aislante en ambos sentidos. La saca -
rosa, por ejemplo, tiene la propiedad no deseable de absorber -
el algunos casos humedad del medio ambiente, sobre todo si se -
ha cocido durante largo tiempo, o en forma muy fina. Este fenó -
meno se califica como higroscopicidad. Por motivos de un emba -
laje erróneo, almacenamiento malo, o ambos, tiene lugar un en -
vejecimiento prematuro del producto. Así pues, se puede obser -
var que la elección del envase ha de ser adecuada al carácter -
del artículo.

Contra la influencia directa de la humedad es posible proteger
los artículos moviéndolos, en general, tan sólo cuando están a
la intemperie y todavía calientes, ya que la irradiación térmi -
ca los protege de la humedad. Sólo los productos completamente
fríos absorben humedad del medio ambiente, lo cual significa -
que el empaquetado final a través de las diferentes máquinas -
debe tener lugar inmediatamente después del proceso de produ -
cción, o por lo menos sólo en lugares secos y temperizados co -
rrespondientemente. Desgraciadamente la irradiación térmica se
tiene tan sólo un breve tiempo después de la producción y en el
mercado se encuentran a temperatura ambiente. Por lo tanto el -
proteger al producto mediante irradiación térmica sólo es posi -
ble, por lo general, en el local de fabricación.

Cuando se produce un artículo en un clima de alta humedad rela -
tiva conviene adaptar la receta de forma que el producto re -
cristalice a la mayor brevedad, ya que un caramelo cristalizado
y seco es de consumo más fácil que un caramelo húmedo, que se -
pega a la envoltura. Por esta razón es muy importante la ele -
cción correcta del material de envoltura, distinguiéndose entre
materiales permeables e impermeables al vapor de agua.

Cuando se pretenda que un caramelo recristalice a la mayor -
brevedad, convendrá utilizar el material de envoltura con ma -
yor permeabilidad al vapor de agua, ya que una permeabilidad -

más reducida prolongaría la pegajosidad del caramelo. Desgraciadamente estas circunstancias no se tienen siempre en cuenta al comprar material de envolver impermeable al vapor de agua. Desde luego, existen otros muchos factores que se deben considerar al seleccionar el material de envoltura para un particular, como podrían ser la apariencia visual de la película (brillo), el trabajo en la máquina, la disponibilidad en el mercado local, el costo, etc. Sin embargo, el presente estudio estará enfocado solamente al de la permeabilidad.

A) EL AGUA EN LOS ALIMENTOS

En todos los alimentos el agua cobra cierta importancia ya que, entre otras cosas, es medio a través del cual los nutrientes - llegan a ser asimilados por otros organismos, facilita las reacciones enzimáticas y el crecimiento de microorganismos, etc. Se debe diferenciar entre lo que significa el porcentaje de - agua en un producto y la actividad del agua en él. El primer - término se refiere al agua total, se encuentre libre o asociada a otras sustancias en el alimento. Matemáticamente se expresa como el cociente entre los gramos de agua y los gramos - totales y una forma de evaluarlo experimentalmente es por el método Karl Fischer.

La actividad del agua, en cambio, es un indicador indirecto de qué tanto porcentaje del agua de un cuerpo se encuentra "libre" para reaccionar química o físicamente, para desarrollo micro - biano, etc. No necesariamente al aumentar el porcentaje de - agua en el producto aumentará la actividad del agua, depende en mucho de la naturaleza del alimento en particular. Si se tuviera un alimento de bajo contenido de agua, pero ésta se encontrase totalmente libre, el porcentaje de agua será pequeño - mientras que su actividad tenderá a la unidad. En cambio, un - artículo que tenga un alto porcentaje de agua, pero ésta se encuentre "unida" en alguna forma al medio y no se encontrará - libre, el porcentaje de agua será alto pero su actividad será - cercana a cero. Otro término análogo al de actividad del agua, - definida matemáticamente como el cociente de la presión vapor - del agua en el producto a la temperatura T entre la presión vapor del agua pura a la misma temperatura, es el de humedad relativa de equilibrio (HRE), y es igual al producto de la actividad del agua por cien.

Físicamente es la humedad ambiente a la cual el alimento no - pierde ni gana humedad. Para el producto, objeto de este estudio los valores reportados por la bibliografía son:

% de agua = 1 a 2%

HRE = abajo del 40%

Los datos experimentales obtenidos en el laboratorio concuerdan con estos datos.

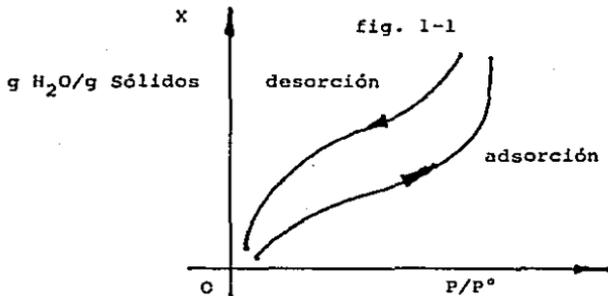
Cuando un producto con determinado valor de HRE se expone a una atmósfera que contiene una humedad relativa diferente, tiende a perder humedad si esa humedad relativa es menor a la HRE, o a ganar humedad si es mayor a la HRE, hasta alcanzar el estado de equilibrio.

Estos cambios han sido estudiados para varios productos y se han obtenido curvas de adsorción y desorción en función de la actividad del agua en el producto y su por ciento de agua.

Estas curvas dependen de cada producto pero mantienen en muchos la forma sigmoide (fig. 1-1). En dichas curvas se puede observar un fenómeno de histéresis consistente en que el "camino" para adsorción y desorción no es el mismo.

Las teorías propuestas para explicar este fenómeno son:

- En los materiales porosos, la histéresis puede explicarse como un cambio en el ángulo de contacto entre la adsorción y la desorción durante la condensación capilar en los poros, o bien, la evaporación que se produce en éstos respectivamente. La base de estas teorías es la ecuación de Kelvin sobre la depresión de la presión vapor en los poros.
- En el caso de materiales no porosos, la histéresis puede explicarse por la existencia de procesos que consumen energía en el interior de un producto, como puede ser hinchamiento, relajamiento, etc.
- Para materiales porosos y no porosos, se han ofrecido varias teorías para explicar la histéresis, por ejemplo, la teoría de los cambios de fase.



El método más utilizado para la determinación de las curvas de sorción de un alimento es el gravimétrico, por su simplicidad y la relativa facilidad para conseguir el material necesario para ello. El equipo consta de una cámara con humedad relativa constante y controlada, en la cual se expone el producto a estudiar y del que se conoce el porcentaje de humedad. Al llegar al estado de equilibrio, por gravimetría se determina el agua ganada o perdida por el producto y se calcula el nuevo porcentaje de agua. Se vuelven a variar las condiciones de humedad relativa en la cámara y nuevamente se deja llegar el producto al estado de equilibrio. De esta manera se pueden calcular tantos puntos como se necesiten para la construcción de las curvas de sorción.

En este caso, se expone un producto del cual se conoce la HRE y la actividad del agua en él, aunque no se deja llegar al estado de equilibrio, sino que el experimento se interrumpe a las dos horas de iniciar la exposición a la atmósfera saturada.

B) FUNDAMENTOS TEÓRICOS

PERMEACION DE LÍQUIDOS Y GASES POR MEMBRANAS

Una membrana es una barrera delgada que separa dos fluidos. La barrera impide el flujo hidrodinámico, por lo que el transporte a través de la membrana es por adsorción y difusión. La propiedad de la membrana que afecta a la velocidad de transporte es su permeabilidad. Una membrana es semipermeable si, en condiciones idénticas, transporta diferentes especies moleculares con velocidades distintas.

Las películas poliméricas se pueden considerar, en general, que son regiones cristalinas y amorfas alternas. La región cristalina, que tiene estructuras regulares, se supone por lo común que es impermeable a los gases y a los líquidos. Los segmentos poliméricos en la fase amorfa pueden tener un movimiento térmico e impulsarse hacia un lado para dejar un espacio para las moléculas que se permean.

El proceso de permeación a través de una membrana polimérica consta de tres etapas:

- 1.- Disolución de las moléculas que se permean del lado de corriente ascendente de la membrana.
- 2.- Difusión de esas moléculas a través de la membrana.
- 3.- Desorción del lado de corriente descendente de la membrana.

Las moléculas que se permean pasan a través de la membrana mediante un proceso de difusión que sigue la primera ley de Fick:

$$N = -D \, dC/dX \quad (1)$$

en donde

- N = velocidad de permeación
- D = difusividad o coeficiente de difusión
- X = distancia de permeación en la película polimérica.
- C = concentración

Si D es independiente de la concentración, se podrá integrar la ley de Fick para dar

$$N = D (C_1 - C_2) / L \quad (2)$$

en donde L = espesor de la membrana

C_1, C_2 = concentración al lado de la corriente ascendente y descendente de la membrana.

Para la permeación de estado no estacionario, la cantidad de permeados retenidos por unidad de volumen de la película es igual que la razón de cambio de concentración con el tiempo:

$$-dN/dX = dC/dt \quad (3)$$

La combinación de la ecuación (1) con la (3) conduce a la segunda ley de Fick:

$$dC/dt = (d/dX)(D dC/dX) \quad (4)$$

Se puede utilizar una solución para el caso de un sólido finito con coeficiente constante de difusión, para evaluar la cantidad total de permeados Q que pasan por la película de $t = 0$ a $t = t$

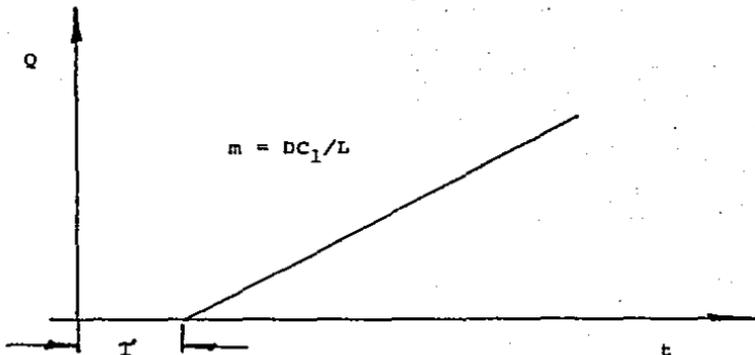
$$Q = (D C_1 t/L) - (C_1 L/6) \quad (5)$$

La ecuación anterior muestra que Q aumenta linealmente con el tiempo. Al extrapolar hacia atrás la porción lineal de la gráfica de Q en función de t , en el eje de tiempo, se obtiene una intersección $t = \tau$, en donde $Q = 0$ y τ se conoce como "retraso de tiempo" y proporciona un método experimental para determinar D .

$$D = L^2/6\tau \quad (6)$$

Estos conceptos se expresan gráficamente a continuación en la figura 1-2.

fig. 1-2



C) MEDICIÓN DE LA PERMEABILIDAD AL VAPOR DE AGUA

PERMEABILIDAD AL VAPOR DE AGUA

Es una medida de la capacidad de un tejido para permitir el paso de sudor sensible e insensible del cuerpo a la atmósfera circundante. En este ensayo se emplea uno de los dos principios generales siguientes:

- 1) Determinación de la velocidad de evaporación de la humedad desde una cápsula normalizada que contiene agua.
- 2) Determinación de la velocidad de absorción de la humedad por un desecante contenido en la cápsula normalizada tapada por el tejido.

La permeabilidad del celofán hidrófugo al vapor de agua es el número de gramos de vapor de agua que se pierden a través de 100 metros cuadrados de película por hora con determinada diferencia de presión de vapor y a temperatura fija. Charch y Scroggie propusieron un método para hacer determinaciones que se funda en la exposición, de 24 a 30 horas, de una cápsula que contiene agua y se tapa herméticamente con la membrana que se ensaya a una atmósfera casi seca (aproximadamente 1% de humedad relativa), a temperatura constante (39.5°C). Se pesa la cápsula antes y después de la exposición y se hace el cálculo con base uniforme.

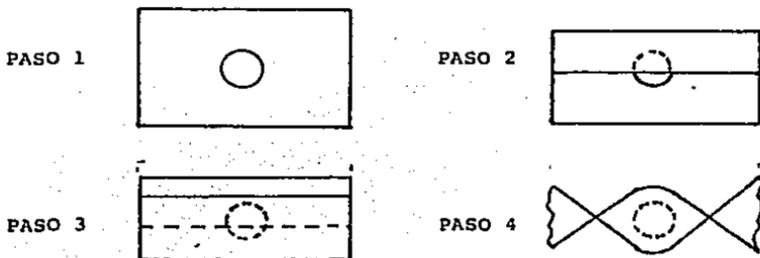
Como se ve, el método gravimétrico es válido para el cálculo de la permeabilidad al vapor de agua. En este caso el desecante será el caramelo al cual cubre la película.

D) CARACTERÍSTICAS DE LA ENVOLTURA

CARACTERÍSTICAS DE LA ENVOLTURA

Las películas usadas para envolver el caramelo son, por lo común, inicialmente transparentes. A continuación son pigmentadas de acuerdo al diseño comercial de cada producto. El ancho de la película permite que los extremos puedan ser cerrados torciéndolos mediante mordazas; el largo con que se corta es mayor que la periferia del producto, con lo que se obtiene un mejor aislamiento del ambiente. El proceso de colocación de la película se describe gráficamente en la figura 1-3.

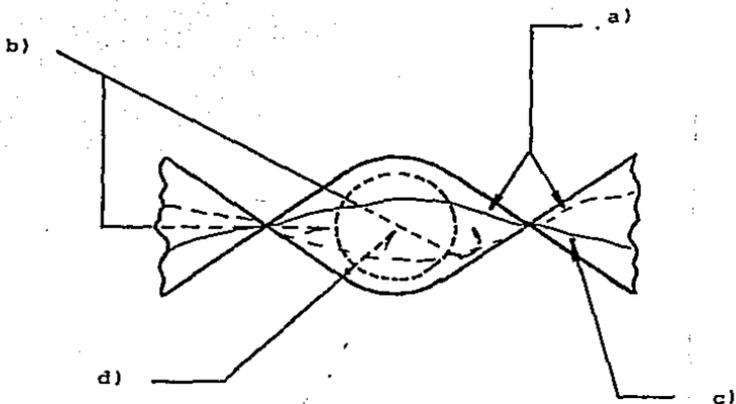
FIGURA 1-3



Existen otras consideraciones que se deben tomar en cuenta: el HRE del producto problema es de alrededor del 40%, siendo las condiciones del experimento las de saturación. El producto tenderá a absorber humedad del medio y la película constituirá una barrera para esa absorción. Como en las zonas donde se realiza el torcido en la película no protegen directamente al producto, la difusión ahí, se espera, será diferente, como tal vez será diferente en las regiones donde existe mayor concentración de pliegues y donde éstos son más pronunciados, como sucede en los extremos.

Se ve pues, que el coeficiente de difusión o la permeabilidad que se obtenga será el resultado de las características de la envoltura como son:

- a) Existencia de zonas con coeficiente de difusión diferentes - debido a la forma de envoltura y a la existencia de pliegues.
- b) Vapor de agua que pasa al producto no debido a la permeabilidad de la película, sino a los huecos causados por la manera de envolver.
- c) Vapor de agua que es absorbido por la membrana y no pasa al interior.
- d) Vapor de agua que pasa debido a la permeabilidad de la película.

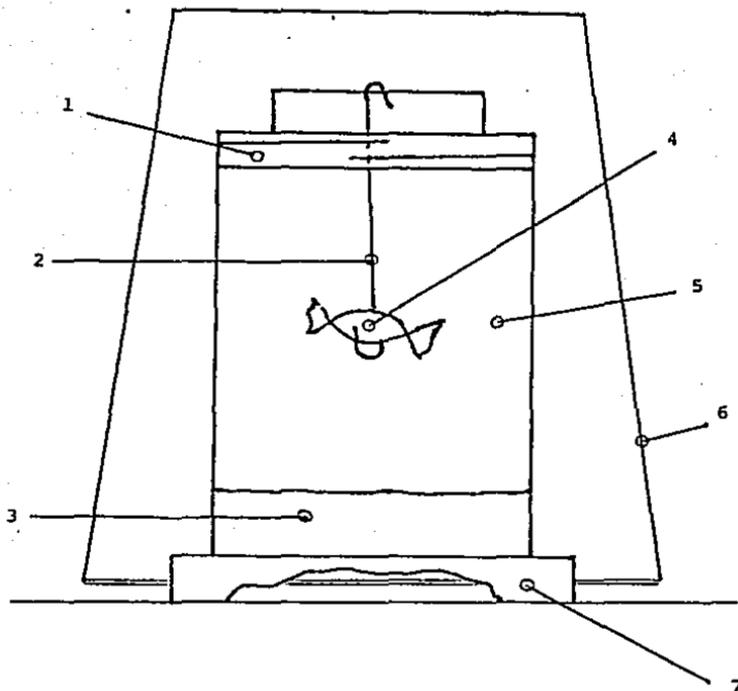


CAPÍTULO 2DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO

LISTADO DE EQUIPO, REACTIVOS Y OTROS APOYOS

- * Micrómetro
- * Balanza analítica con capacidad de 100 g y precisión de diez-milésimas de gramo.
- * Cámara saturada de vapor de agua: consta de un frasco de vidrio con tapa metálica roscada provista de un orificio central circular.
- * Papel filtro
- * Cronómetro
- * Equipo Karl-Fischer para determinación de agua.
- * Microjeringa Hamilton con capacidad de 10 microlitros.
- * Plataforma de madera para la cámara saturada.
- * Gancho sujeta-muestra, de alambre acerado.
- * Elemento magnético pseudo-obstaculizador de la difusión del vapor de agua hacia el exterior de la cámara de saturación.
- * Termómetro de mercurio, con precisión de $\pm 1^{\circ}\text{C}$.
- * Mortero.
- * Cucharilla
- * Agua bidestilada.
- * Probeta.
- * Reactivo Karl-Fischer.
- * Solventes para muestra problema (formamida y propanol).
- * Películas A, B, C, D, e I.
- * Muestras a analizar de producto higroscópico.
- * Gancho para desligar la muestra de la cámara de saturación.
- * Adhesivo.
- * Regla métrica.
- * Tijeras.
- * Núcleo no higroscópico, elaborado con fluorocarburo.

FIGURA 2-1
ESQUEMA DEL EQUIPO UTILIZADO EN LOS EXPERIMENTOS



- 1 : TAPA
- 2 : GANCHO SUJETA MUESTRAS
- 3 : AGUA
- 4 : MUESTRA A ESTUDIAR
- 5 : CÁMARA DE SATURACIÓN
- 6 : PLATO DE LA BALANZA
- 7 : PLATAFORMA

CAPÍTULO 3

DESARROLLO EXPERIMENTAL

A) DISEÑO EXPERIMENTAL

Para poder tener una mayor comprensión sobre el fenómeno a estudiar, hay que tratar de dar respuesta a las siguientes preguntas:

¿Qué tan importante es el vapor de agua que pasa a través de los huecos?

¿Qué tan importante es el que pasa realmente debido a la permeabilidad de la película?

¿Qué tanto lo es en el incremento de peso global del sistema núcleo-envoltura, el agua que absorbe la película?

¿Cuál efecto, finalmente, es el que predomina en el incremento de peso del sistema: los huecos o la película?

Para dar alguna posible respuesta a estas interrogantes, se llevará a cabo un diseño experimental 2^n , versión simplificada de Yates, con tres variables, a saber:

VARIABLE	DESCRIPCIÓN	NIVEL
X_1	TIPO DE ENVOLTURA	0 : IMPERMEABLE
		1 : NO IMPERMEABLE (PROBLEMA)
		0 : SELLADA HERMÉTICAMENTE
X_2	FORMA DE ENVOLTURA	1 : NORMAL
		0 : NO HIGROSCÓPICO
		1 : HIGROSCÓPICO (PROBLEMA)
X_3	TIPO DE PRODUCTO	1 : HIGROSCÓPICO (PROBLEMA)

El número 0 indica el nivel "bajo" de la variable, mientras que el número 1 señala el nivel "alto" de la variable.

Ya que se tienen dos posibilidades para cada una de las tres características a estudiar, de acuerdo al diseño experimental 2^n versión simplificada de Yates se harán 8 experimentos como

se muestra en el cuadro 3-1.

CUADRO 3-1

No.	DESIGNACIÓN EN YATES	C A R A C T E R Í S T I C A S
1	I	En este experimento se manejarán - las tres variables en su nivel - "bajo", es decir, el tipo de peli- - cula (X_1) será impermeable, la - forma de envoltura (X_2) sellada - herméticamente y el tipo de pro - ducto (X_3) no higroscópico.
2	a	Se usará X_1 en su nivel alto y las otras dos en su nivel bajo.
3	b	Se empleará X_2 en su nivel alto y las otras en el nivel bajo.
4	ab	Se usará X_3 en su nivel bajo y las demás en el alto.
5	c	Se trabajará X_3 en su nivel alto y las restantes en el bajo.
6	ac	Se empleará X_2 en su nivel bajo y las demás en el alto.
7	bc	Se usará X_1 en su nivel bajo y las demás en el alto.
8	abc	Se manejarán las tres variables en su nivel alto. El tipo de envoltura será no impermeable, la forma - de envoltura normal y el producto será higroscópico.

Además de los ocho experimentos que se realizarán para cada una de las películas a probar según el diseño 2ⁿ, se efectuarán dos pruebas más en condiciones extremas:

- 1) Una prueba colocando el producto no higroscópico sin envoltura en la atmósfera saturada.
- 2) Otra prueba con el producto higroscópico (caramelo) sin envoltura y exponiéndolo en la cámara de saturación.

Se espera que estos dos experimentos sean los límites entre la menor absorción de humedad y la mayor absorción de humedad respectivamente. Se harán sólo para motivos de comparación con los demás experimentos, como una referencia.

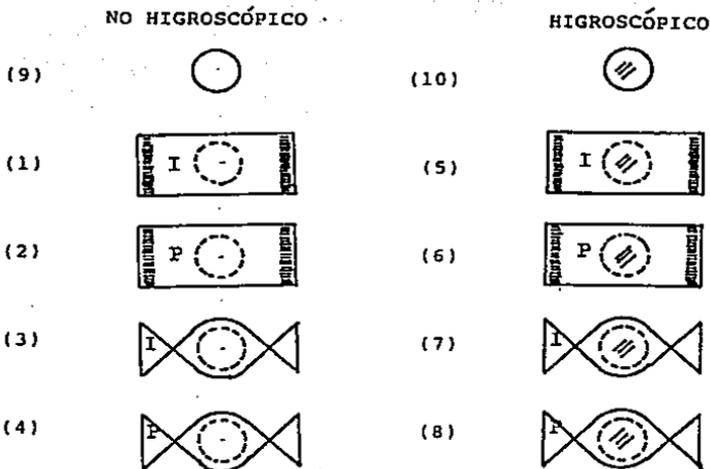
En el cuadro 3-2 y la figura 3-1 se resumen el total de experimentos a efectuar en cada una de las películas. El círculo sin las líneas representa al producto no higroscópico (núcleo de teflón) y el círculo con líneas representa al caramelo (higroscópico). La forma de envoltura "sellada herméticamente" se representa mediante un rectángulo y la forma "normal" (condiciones actuales de trabajo) se representa con los extremos "torcidos". Con la letra I se designa a la película "impermeable" y con la letra P a la película "permeable".

Se designa con el número 9 al experimento que consiste en exponer el núcleo no higroscópico sin envoltura y con el número 10 al experimento con el núcleo higroscópico sin envoltura.

CUADRO 3-2

	No. Exp.		X_1	X_2	X_3
TIPO	1	I	0	0	0
FORMA	2	a	1	0	0
TIPO-FORMA	3	b	0	1	0
PRODUCTO	4	ab	1	1	0
TIPO-PRODUCTO	5	c	0	0	1
FORMA-PRODUCTO	6	ac	1	0	1
TIPO-FORMA-PRODUCTO	7	bc	0	1	1
	8	abc	1	1	1

FIGURA 3-1
CARACTERÍSTICAS DE LOS EXPERIMENTOS



I : PELÍCULA IMPERMEABLE

P : PELÍCULA PERMEABLE

B) RUTINA EXPERIMENTAL

Para pesar se utiliza una balanza analítica con capacidad de hasta 100 g y con precisión de décimas de miligramo, como cámara saturada se emplea un frasco de vidrio de tapa metálica rosada con un orificio central circular. Se pega papel poroso en aproximadamente tres cuartas partes del área de las paredes interiores de la cámara de saturación con el propósito de acelerar el proceso de evaporación a fin de tener una atmósfera lo más cercana a la saturación. Al iniciar cada experimento se añade una cantidad constante de agua al frasco.

El producto en cuestión se sujeta con un gancho de alambre acerado y, durante el experimento se mantiene a cierta altura, constante e igual para todos los casos, del nivel de agua y siempre dentro de la cámara de saturación. Las pesadas se hacen sin sacar el producto del frasco aunque elevándolo unos milímetros y, cuando se termina de pesar, se desliga de la balanza con la finalidad de evitar posibles errores y para acerar en cada nueva operación.

La cámara saturada se coloca sobre una base de madera que se encuentra por arriba del plato de la balanza sin tocar en ningún momento a ésta. Para medir el tiempo se usa un cronómetro y la temperatura se lee mediante un termómetro de mercurio, situado a un costado de la balanza, tantas veces como pesadas se efectúan. La temperatura ambiente no permanece constante, ya que el local donde se efectúa el experimento no se encuentra debidamente climatizado.

El núcleo higroscópico o no higroscópico se cubre con los diferentes tipos de películas y se pesa en combinación con el gancho de alambre acerado, este dato se toma como peso en $t=0$.

El conjunto se introduce en la cámara de saturación y a partir de ese momento se toman los pesos en intervalos de ocho minutos, hasta completar un total de 16 datos tiempo-peso-temperatura. Los datos de incremento de peso y tiempo se ajustan a una

línea recta por el método de mínimos cuadrados, tomando como variable independiente el tiempo en minutos y, como variable dependiente el incremento de peso en gramos.

El incremento total de peso (P_f), en el periodo de tiempo del experimento se calcula no como la diferencia entre el último y el primero de los datos, sino el valor de la pendiente de la recta obtenida en el ajuste, en unidades de g/min, multiplicado por 120 min, con el fin de suavizar los errores experimentales. Al terminar el experimento se verifica en nivel de agua en el frasco y se desecha el agua utilizada.

La anterior rutina de operación se repite para cada uno de los experimentos.

C) MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

Para tratar de ajustar los datos experimentales obtenidos a una línea recta, se empleará el método de mínimos cuadrados.

La ecuación propuesta es:

$$Y = aX + b$$

que es una línea recta con pendiente "a" e intersección con el eje Y igual a b. Para este caso, X representa el tiempo en minutos y Y el incremento de peso en gramos. Considerando el error aleatorio en la ecuación, ésta quedará

$$Y = aX + b + e$$

en la cual "e" tendrá un signo cuando el punto experimental se encuentre arriba de la recta propuesta y el signo contrario si se encuentra abajo. Despejando "e" y elevando ambos miembros al cuadrado, queda

$$e^2 = (Y - aX - b)^2$$

Sumando los cuadrados de todos los errores se tiene

$$\sum e^2 = \sum (Y - aX - b)^2$$

Para obtener los valores a y b que hacen mínima la sumatoria del cuadrado de los errores, se deriva parcialmente la ecuación anterior respecto a "a". Se obtiene otra ecuación derivando parcialmente respecto a "b". Igualando a cero ambas ecuaciones, se tiene

$$\partial \sum e^2 / \partial a = 2 \sum (Y - aX - b)(-X) = 0$$

$$\partial \sum e^2 / \partial b = 2 \sum (Y - aX - b)(-1) = 0$$

de donde se obtienen los valores de a y b.

$$a = (\sum X \sum Y - n \sum XY) / ((\sum X)^2 - n \sum X^2)$$

$$b = \bar{Y} - a \bar{X}$$

CAPÍTULO 4

RESULTADOS OBTENIDOS

A continuación se detallan en tablas, los resultados obtenidos en cada uno de los experimentos. Para facilitar la comparación entre las dos réplicas para cada experimento, los datos obtenidos en cada una de dichas réplicas se coloca en la misma tabla. Cada una de las tablas que a continuación se muestran constan - de los siguientes datos:

- 1) La primera columna (designada con #) hace referencia al número consecutivo en que se efectuaron las mediciones de peso. En total se realizaron para cada experimento - un total de 16 mediciones a intervalos de 8 minutos, - exponiendo el producto un total de 2 horas a la atmós - fero saturada.
- 2) La segunda columna (designada con t), indica el tiempo en minutos que ha transcurrido desde el inicio de expe - rimento hasta esa medición de peso en particular.
- 3) La tercera y cuarta columnas señalan los datos experi - mentales obtenidos en la réplica I:
 - a. La tercera columna indica el incremento de peso en - gramos calculado como el peso del sistema en el - tiempo $t=t$, menos el peso del sistema en $t=0$.
 - b. La cuarta columna muestra la temperatura en grados - centígrados del ambiente en el periodo $t=t$. La medi - ción de temperatura se hizo con termómetro de mercurio.
- 4) La quinta y sexta columna muestran el incremento de pe - so en gramos y la temperatura en grados centígrados pa - ra cada una de las mediciones en la réplica II.

En la parte inferior de la tabla se muestran los cálculos pre - vios para ajustar los datos obtenidos en cada una de las répli - cas a una línea recta. Como ya se mencionó con anterioridad, se designa con X al tiempo (variable independiente) y con la letra Y al incremento de peso (variable dependiente).

La nomenclatura y cálculos que se resumen en la parte inferior de las tablas son:

$\sum XY$	Indica la suma de los productos XY.
$\sum Y$	Señala la sumatoria de las "Y".
$\sum Y^2$	Se refiere a la sumatoria de los cuadrados de las "Y".
r	Coefficiente de correlación. Es un indicador del ajuste de los datos a la línea recta propuesta.
\bar{T}	Es el promedio de la temperatura ambiente durante el tiempo del experimento.
a	Pendiente de la línea recta obtenida. Tiene unidades de g/min.
b	Intersección de la línea recta obtenida con el eje de las "Y". Tiene unidades de g.
ΔP_f	Incremento de peso total en el intervalo de tiempo del experimento (2 hr), calculado como el producto 120a.
T	Retraso de tiempo, en minutos. Representa la intersección de la línea recta obtenida con el eje de las "X".

Un ejemplo de cálculo más detallado puede encontrarse en los anexos. El procedimiento detallado aquí y mostrado en los anexos es igual para cada una de las 22 tablas que a continuación se muestran.

La referencia a la película utilizada en cada experimento se hace mediante una letra mayúscula separada por un guión del número del experimento. Los números nones (1, 3, 5 y 7) muestran los experimentos realizados con la película impermeable, mientras que los números pares (2, 4, 6 y 8) señalan los experimentos efectuados con las diferentes películas permeables (que en el presente trabajo se designan como A, B, C y D).

TABLA 4-1
 EXPERIMENTO No. 10

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	24	0.0000	25
2	8	0.0089	24	0.0088	25
3	16	0.0181	24	0.0169	25
4	24	0.0264	24	0.0252	25
5	32	0.0340	25	0.0316	25
6	40	0.0412	25	0.0372	25
7	48	0.0486	25	0.0439	25
8	56	0.0556	25	0.0510	25
9	64	0.0626	25	0.0568	25
10	72	0.0685	25	0.0633	25
11	80	0.0749	25	0.0687	24
12	88	0.0814	25	0.0747	24
13	96	0.0879	25	0.0809	24
14	104	0.0942	25	0.0869	24
15	112	0.1001	25	0.0924	24
16	120	0.1059	25	0.0985	24

$\Sigma \Delta Y$	73.4248	67.6416
ΣY	0.9093	0.8368
ΣY^2	6.8092 E-02	5.7778 E-02
\bar{Y}	5.6769 E-02	5.2300 E-02
r	0.9980	0.9984
\bar{T}	24.8	24.6
a	5.6980 E-04	5.0118 E-04
b	4.5801 E-03	4.2294 E-03
$\Delta \mu_F$	0.1044	0.0961
τ	-5.3	-5.3

TABLA 4-2

EXPERIMENTO No. 09

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	25	0.0000	24
2	8	0.0006	25	-0.0009	24
3	16	0.0010	25	-0.0001	24
4	24	0.0009	25	-0.0003	24
5	32	0.0008	24	-0.0003	25
6	40	0.0011	24	-0.0001	25
7	48	0.0006	24	0.00003	25
8	56	0.0012	23	0.0004	25
9	64	0.0005	23	0.0001	25
10	72	0.0014	23	0.0003	25
11	80	0.0007	23	-0.0004	25
12	88	0.0017	23	0.0002	25
13	96	0.0011	23	0.0000	25
14	104	0.0008	23	-0.0006	25
15	112	0.0006	23	-0.0004	25
16	120	0.0012	23	-0.0001	25

ΣXY	0.9464	-0.0984
ΣY	0.0142	-0.0019
ΣY^2	1.5060 E-05	2.0900 E-06
\bar{Y}	8.8750 E-04	-1.1975 E-04
r	0.4082	0.0775
\bar{T}	23.6	24.8
a	4.3382 E-06	-9.7610 E-06
b	6.2720 E-04	4.6691 E-04
ΔP_F	0.0005	-0.0012
τ	-144.6	47.8

TABLE 4-3
EXPERIMENTO No. 01

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	25	0.0000	22
2	8	0.0030	25	0.0019	22
3	16	0.0028	25	0.0016	22
4	24	0.0033	24	0.0024	22
5	32	0.0036	25	0.0029	22
6	40	0.0024	24	0.0029	22
7	48	0.0036	24	0.0036	22
8	56	0.0035	24	0.0033	22
9	64	0.0034	24	0.0035	22
10	72	0.0039	24	0.0036	21
11	80	0.0044	24	0.0037	21
12	88	0.0042	24	0.0034	21
13	96	0.0030	24	0.0041	21
14	104	0.0046	24	0.0044	21
15	112	0.0039	24	0.0040	21
16	120	0.0045	24	0.0043	21

ΣXY	3.6912	3.5584
ΣY	0.0541	0.0496
ΣY^2	2.0105 E-04	1.7372 E-04
\bar{Y}	3.3812 E-03	3.1000 E-03
r	0.7089	0.8837
T	24.2	21.6
a	2.0460 E-05	2.6765 E-05
b	2.1537 E-03	1.4941 E-03
Δt_F	0.0025	0.0032
T	-105.3	-55.8

TABLA 4-4

EXPERIMENTO No. 03

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	21	0.0000	26
2	8	0.0014	21	0.0011	26
3	16	0.0007	21	0.0013	26
4	24	0.0018	21	0.0012	25
5	32	0.0021	21	0.0014	25
6	40	0.0009	21	0.0016	25
7	48	0.0021	21	0.0016	24
8	56	0.0022	21	0.0015	24
9	64	0.0022	21	0.0020	24
10	72	0.0023	21	0.0026	24
11	80	0.0026	21	0.0020	24
12	88	0.0017	21	0.0022	24
13	96	0.0030	21	0.0023	24
14	104	0.0033	21	0.0026	23
15	112	0.0019	21	0.0023	23
16	120	0.0024	21	0.0028	23

ΣXY	2.1898	2.0816
ΣY	0.0306	0.0285
ΣY^2	6.9200 E-05	5.8450 E-05
\bar{Y}	1.9125 E-03	1.7912 E-03
r	0.7319	0.9088
T	21.1	24.4
a	1.6213 E-05	1.7077 E-05
b	9.3970 E-04	7.5662 E-04
ΔP_f	0.0019	0.0020
τ	-58.9	-44.3

TABLA 4-5

EXPERIMENTO No. 05

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	22	0.0000	23
2	8	0.0023	22	0.0036	23
3	16	0.0022	22	0.0034	23
4	24	0.0025	22	0.0033	23
5	32	0.0028	22	0.0035	23
6	40	0.0024	22	0.0039	23
7	48	0.0032	21	0.0039	23
8	56	0.0033	21	0.0036	23
9	64	0.0032	21	0.0034	23
10	72	0.0034	21	0.0040	23
11	80	0.0035	21	0.0038	23
12	88	0.0036	21	0.0041	23
13	96	0.0038	21	0.0044	23
14	104	0.0036	21	0.0039	23
15	112	0.0036	21	0.0044	23
16	120	0.0036	21	0.0041	23

ΣXY	3.2584	3.6024
ΣY	0.0470	0.9573
ΣY^2	1.5144 E-04	2.2059 E-04
\bar{Y}	2.9375 E-03	3.5912 E-03
r	0.8126	0.6296
T	21.4	23.0
a	2.0147 E-05	1.6746 E-05
b	1.7287 E-03	2.5765 E-03
ΔP_F	0.0024	0.0020
γ	-85.9	-153.9

TABLA 4-6

EXPERIMENTO No. 07

#	t (min)	REPLICA I		REPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	24	0.0000	23
2	8	0.0017	23	0.0002	23
3	16	0.0012	23	0.0001	22
4	24	0.0014	23	0.0000	22
5	32	0.0023	22	0.0003	22
6	40	0.0028	22	0.0012	22
7	48	0.0025	22	0.0003	22
8	56	0.0023	22	0.0005	22
9	64	0.0029	22	0.0010	22
10	72	0.0034	22	0.0009	22
11	80	0.0035	22	0.0015	22
12	88	0.0040	22	0.0012	22
13	96	0.0044	21	0.0016	22
14	104	0.0042	21	0.0018	22
15	112	0.0048	21	0.0018	22
16	120	0.0049	21	0.0026	22

ΣXY	3.5480	1.3120
ΣY	0.0463	0.0147
ΣY^2	1.6323 E-04	2.3220 E-05
\bar{Y}	2.8938 E-03	9.1875 E-04
r	0.9652	0.9353
\bar{T}	22.1	22.1
a	3.5386 E-05	1.9761 E-05
b	7.7059 E-04	-2.6691 E-04
ΔP_f	0.0042	0.0024
τ	-21.8	13.5

TABLE 4-7
EXPERIMENTO No. 02--A

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	23	0.0000	22
2	8	0.0028	24	0.0025	22
3	16	0.0047	24	0.0032	22
4	24	0.0054	24	0.0048	23
5	32	0.0064	24	0.0060	23
6	40	0.0074	24	0.0073	23
7	48	0.0080	24	0.0073	23
8	56	0.0090	24	0.0088	23
9	64	0.0102	24	0.0101	23
10	72	0.0116	24	0.0115	23
11	80	0.0119	24	0.0124	23
12	88	0.0124	24	0.0134	23
13	96	0.0144	24	0.0147	23
14	104	0.0158	24	0.0162	23
15	112	0.0160	24	0.0159	23
16	120	0.0177	24	0.0180	23

$\sum XY$	12.0988	12.1960
$\sum Y$	0.1537	0.1521
$\sum Y^2$	1.8801 E-03	1.8525 E-03
\bar{Y}	9.6082 E-03	9.5062 E-03
r	0.9923	0.9961
T	23.9	22.8
n	1.3175 E-04	1.4108 E-04
b	1.7015 E-03	1.0412 E-03
ΔP_F	0.0158	0.0169
T	-12.91	-7.38

TABLE 4-8
EXPERIMENTO No. 04-A

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	22	0.0000	24
2	8	0.0005	22	0.0005	24
3	16	0.0018	22	0.0024	24
4	24	0.0027	22	0.0027	23
5	32	0.0031	22	0.0038	23
6	40	0.0050	22	0.0050	23
7	48	0.0054	22	0.0062	23
8	56	0.0065	22	0.0066	23
9	64	0.0068	22	0.0082	23
10	72	0.0050	22	0.0098	23
11	80	0.0090	22	0.0094	23
12	88	0.0099	22	0.0108	23
13	96	0.0110	22	0.0118	23
14	104	0.0121	22	0.0132	23
15	112	0.0124	21	0.0142	23
16	120	0.0134	21	0.0147	23

$\sum XY$	8.9336	9.8629
$\sum Y$	0.1076	0.1193
$\sum Y^2$	1.0069 E-03	1.2342 E-03
\bar{Y}	6.7250 E-03	7.4562 E-03
r	0.9981	0.9971
\bar{T}	21.8	23.2
a	1.1386 E-04	1.2550 E-04
b	-1.0661 E-04	-7.3529 E-05
ΔP_f	0.0137	0.0151
γ	0.9	0.6

TABLA 4-9
 EXPERIMENTO No. 06-A

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	23	0.0000	23
2	9	0.0039	24	0.0027	24
3	16	0.0051	24	0.0032	24
4	24	0.0056	25	0.0044	25
5	32	0.0065	25	0.0052	25
6	40	0.0084	25	0.0069	25
7	48	0.0091	25	0.0085	25
8	56	0.0106	25	0.0089	24
9	64	0.0114	25	0.0099	24
10	72	0.0129	25	0.0112	24
11	80	0.0137	25	0.0120	24
12	88	0.0152	25	0.0124	24
13	96	0.0162	25	0.0140	24
14	104	0.0171	25	0.0144	24
15	112	0.0184	25	0.0154	24
16	120	0.0192	25	0.0163	24

$\Sigma \Delta Y$	13.6120		11.5408	
ΣY	0.1733		0.1454	
ΣY^2	2.3577	E-03	1.6904	E-03
\bar{Y}	0.0108		9.0878	E-03
r	0.9938		0.9039	
\bar{T}	24.9		24.2	
a	1.4770	E-04	1.2943	E-04
n	1.9691	E-03	1.3206	E-03
ΔP_f	0.0177		0.0155	
T	-13.3		-19.2	

TABLA 4-10
EXPERIMENTO No. 09-A

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	24	0.0000	24
2	8	0.0009	24	0.0017	24
3	16	0.0027	23	0.0025	24
4	24	0.0039	23	0.0047	24
5	32	0.0052	23	0.0056	24
6	40	0.0062	23	0.0070	24
7	48	0.0075	23	0.0086	24
8	56	0.0082	22	0.0099	24
9	64	0.0092	22	0.0110	24
10	72	0.0103	22	0.0124	23
11	80	0.0113	22	0.0136	23
12	88	0.0126	22	0.0149	24
13	96	0.0132	22	0.0160	24
14	104	0.0145	22	0.0169	24
15	112	0.0149	22	0.0189	24
16	120	0.0166	22	0.0204	24

$\sum \Delta Y$	11.1508	13.4172
$\sum Y$	0.1372	0.1641
$\sum Y^2$	1.5715 E-03	2.2803 E-03
\bar{Y}	8.5750 E-03	0.0103
r	0.9976	1.0000
\bar{T}	22.6	24.0
a	1.3441 E-04	1.6550 E-04
b	5.1029 E-04	3.2642 E-04
Δr_f	0.0161	0.0199
T	-3.8	-2.0

TABLA 4-11

EXPERIMENTO No. 02-B

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	23	0.0000	23
2	5	0.0015	23	0.0019	23
3	16	0.0021	23	0.0019	23
4	24	0.0019	23	0.0029	23
5	32	0.0023	23	0.0031	23
6	40	0.0026	23	0.0030	23
7	48	0.0020	23	0.0032	23
8	56	0.0025	23	0.0035	23
9	64	0.0026	23	0.0034	23
10	72	0.0025	23	0.0035	22
11	80	0.0023	23	0.0039	22
12	85	0.0026	23	0.0038	22
13	96	0.0033	23	0.0048	22
14	104	0.0029	22	0.0040	22
15	112	0.0027	22	0.0039	23
16	120	0.0026	22	0.0046	23

$\sum \Delta Y$	2.5104	3.8250
$\sum Y$	0.0365	0.0516
$\sum Y^2$	9.1570 E-05	1.8702 E-04
\bar{Y}	2.2512 E-03	3.2250 E-03
r	0.7537	0.7944
\bar{T}	22.8	22.7
a	1.4724 E-05	2.4448 E-05
b	1.3978 E-03	1.7591 E-03
Δt_f	0.0018	0.0029
T	-94.9	-71.9

TABLE 4-12
EXPERIMENTO No. 04-B

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	24	0.0000	26
2	6	0.0011	24	0.0007	26
3	16	0.0011	24	0.0018	25
4	24	0.0019	24	0.0015	25
5	32	0.0025	24	0.0018	25
6	40	0.0022	24	0.0019	25
7	46	0.0022	24	0.0023	25
8	56	0.0024	23	0.0024	25
9	64	0.0025	23	0.0025	25
10	72	0.0023	23	0.0028	25
11	80	0.0031	23	0.0027	25
12	88	0.0028	23	0.0026	25
13	96	0.0028	23	0.0029	25
14	104	0.0022	23	0.0033	25
15	112	0.0030	23	0.0031	25
16	120	0.0033	23	0.0028	25

$\Sigma \Delta Y$	2.5296	2.5600
ΣY	0.0354	0.0351
ΣY^2	8.9280 E-05	8.8770 E-05
\bar{Y}	2.3125 E-03	2.1038 E-03
r	0.8307	0.8971
\bar{T}	23.4	25.1
a	1.8640 E-05	2.0864 E-05
b	1.0941 E-03	9.4101 E-04
Δr_f	0.0022	0.0025
T	-58.7	-45.1

TABLA 4-13

EXPERIMENTO No. 06-B

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	24	0.0000	22
2	8	0.0029	24	0.0029	22
3	16	0.0034	24	0.0030	22
4	24	0.0032	24	0.0033	22
5	32	0.0045	24	0.0039	22
6	40	0.0048	24	0.0045	22
7	49	0.0047	24	0.0050	22
8	56	0.0050	24	0.0053	22
9	64	0.0052	24	0.0053	22
10	72	0.0058	24	0.0054	22
11	80	0.0065	24	0.0054	22
12	88	0.0065	24	0.0060	22
13	96	0.0075	24	0.0063	22
14	104	0.0072	24	0.0063	22
15	112	0.0074	24	0.0069	22
16	120	0.0079	24	0.0067	22

$\sum \Delta y$	6.0932	5.5169
$\sum y$	0.0824	0.0762
$\sum y^2$	4.9046 E-04	4.1114 E-04
\bar{y}	5.1500 E-03	4.7625 E-03
r	0.9499	0.9222
\bar{T}	24.0	22.0
a	5.2353 E-05	4.3419 E-05
b	2.0099 E-03	2.1574 E-03
ΔP_f	0.0063	0.0052
T	-38.4	-49.7

TABLA 4-14

EXPERIMENTO No. 06-B

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	25	0.0000	24
2	8	0.0005	25	0.0022	24
3	16	0.0016	25	0.0031	24
4	24	0.0023	26	0.0023	24
5	32	0.0032	26	0.0019	24
6	40	0.0033	26	0.0036	24
7	48	0.0040	26	0.0035	24
8	56	0.0041	26	0.0036	24
9	64	0.0051	26	0.0039	24
10	72	0.0061	26	0.0045	24
11	80	0.0052	26	0.0049	24
12	88	0.0061	26	0.0054	24
13	96	0.0069	26	0.0061	24
14	104	0.0075	26	0.0056	24
15	112	0.0083	26	0.0054	23
16	120	0.0092	26	0.0061	23

$\sum XY$	6.0488	4.6324
$\sum Y$	0.0750	0.0621
$\sum Y^2$	4.6328 E-04	2.8509 E-04
\bar{Y}	4.6875 E-03	3.8812 E-03
r	0.9934	0.9359
\bar{T}	25.29	23.9
a	7.1176 E-05	4.2114 E-05
b	4.1691 E-04	1.3544 E-03
ΔP_F	0.0084	0.0031
T	-5.9	-32.2

TABLA 4-15

EXPERIMENTO No. 02-G

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	24	0.0000	23
2	8	0.0047	23	0.0050	23
3	16	0.0066	23	0.0074	23
4	24	0.0089	23	0.0093	23
5	32	0.0107	23	0.0112	23
6	40	0.0127	23	0.0133	23
7	48	0.0145	23	0.0154	23
8	56	0.0172	23	0.0175	23
9	64	0.0187	23	0.0196	23
10	72	0.0214	23	0.0212	23
11	80	0.0232	23	0.0240	23
12	88	0.0255	23	0.0260	23
13	96	0.0275	23	0.0275	22
14	104	0.0293	23	0.0294	22
15	112	0.0312	23	0.0315	22
16	120	0.0337	23	0.0337	22

$\Sigma \Delta Y$	22.9296		23.2496	
ΣY	0.2858		0.2920	
ΣY^2	6.0467	E-03	6.9461	E-03
\bar{Y}	1.7962	E-02	1.9250	E-02
r	0.9982		0.9972	
\bar{T}	23.1		22.8	
a	2.6570	E-04	2.6331	E-04
b	1.9206	E-03	2.4515	E-03
Δr_f	0.0310		0.0316	
τ	-7.2		-9.3	

TABLA 4-16

EXPERIMENTO No. 94-G

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	22	0.0000	22
2	8	0.0015	21	0.0079	23
3	16	0.0038	21	0.0064	21
4	24	0.0059	21	0.0062	21
5	32	0.0079	21	0.0109	21
6	40	0.0102	21	0.0120	21
7	48	0.0120	21	0.0142	21
8	56	0.0131	21	0.0165	21
9	64	0.0155	21	0.0185	20
10	72	0.0174	22	0.0205	20
11	80	0.0197	22	0.0216	20
12	88	0.0212	22	0.0237	20
13	96	0.0230	22	0.0256	20
14	104	0.0249	22	0.0239	20
15	112	0.0267	22	0.0291	20
16	120	0.0281	22	0.0309	20

$\Sigma \Delta Y$	19.0312	21.4600
ΣY	0.2309	0.2088
ΣY^2	4.5656 E-03	5.8307 E-03
\bar{Y}	1.4431 E-02	1.6500 E-02
r	0.9993	0.9969
\bar{T}	21.5	20.6
a	2.3792 E-04	2.4594 E-04
b	1.5588 E-04	2.0978 E-03
ΔP_F	0.0286	0.0294
τ	-0.7	-8.6

TABLE 4-17
EXPERIMENTO No. 06-C

#	t (min)	RÉPLICA I		RÉPLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	23	0.0000	21
2	8	0.0035	23	0.0040	21
3	16	0.0054	23	0.0060	21
4	24	0.0076	23	0.0092	23
5	32	0.0096	23	0.0115	21
6	40	0.0115	23	0.0135	21
7	48	0.0132	23	0.0154	21
8	56	0.0149	23	0.0181	21
9	64	0.0170	23	0.0193	21
10	72	0.0191	23	0.0216	21
11	80	0.0202	23	0.0245	21
12	88	0.0222	23	0.0258	21
13	96	0.0241	23	0.0271	21
14	104	0.0255	23	0.0297	21
15	112	0.0282	23	0.0315	21
16	120	0.0299	23	0.0340	21

$\Sigma \Delta Y$	20.2048		23.3288
ΣY	0.2509		0.2912
ΣY^2	5.1576	E-03	6.8856 E-03
\bar{Y}	1.5681	E-02	1.8200 E-02
r	0.9984		0.9971
\bar{T}	23.0		21.0
a	2.3671	E-04	2.6915 E-04
b	1.4786	E-03	2.0507 E-03
ΔP_f	0.0284		0.0323
γ	-6.2		-7.6

TABLA 4-18

EXPERIMENTO No. 08-C

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	25	0.0000	23
2	8	0.0032	24	0.0028	24
3	16	0.0061	24	0.0050	24
4	24	0.0088	23	0.0065	25
5	32	0.0103	23	0.0084	25
6	40	0.0122	22	0.0101	25
7	48	0.0131	22	0.0115	25
8	56	0.0165	22	0.0138	24
9	64	0.0188	22	0.0153	24
10	72	0.0201	22	0.0176	23
11	80	0.0217	21	0.0187	23
12	88	0.0236	21	0.0203	23
13	96	0.0252	21	0.0225	23
14	104	0.0272	21	0.0239	23
15	112	0.0286	21	0.0257	23
16	120	0.0287	21	0.0269	22

ΣAY	21.1592	18.5366
ΣY^2	0.2061	0.2290
ΣY^2	5.6819 E-03	4.3375 E-03
\bar{Y}	1.6631 E-02	1.4312 E-02
r	0.9933	0.9998
T	22.2	23.7
a	2.3866 E-04	2.2044 E-04
b	2.3117 E-03	1.0860 E-03
ΔP_f	0.0286	0.0264
T	-9.7	-4.9

TABLA 4-19
EXPERIMENTO 02-D

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	22	0.0000	23
2	8	0.0008	22	0.0026	23
3	16	0.0025	21	0.0027	23
4	24	0.0016	22	0.0030	23
5	32	0.0027	22	0.0033	23
6	40	0.0027	22	0.0035	23
7	48	0.0034	22	0.0035	22
8	56	0.0025	21	0.0029	22
9	64	0.0026	21	0.0039	22
10	72	0.0030	21	0.0035	22
11	80	0.0030	21	0.0043	22
12	88	0.0026	21	0.0040	22
13	96	0.0037	21	0.0039	22
14	104	0.0032	21	0.0038	22
15	112	0.0027	21	0.0042	22
16	120	0.0033	21	0.0040	22

$\sum XY$	2.8248	3.6296
$\sum Y$	0.0405	0.9531
$\sum Y^2$	1.1615 E-04	1.9209 E-04
\bar{Y}	2.5312 E-03	3.3198 E-03
r	0.7248	0.7350
\bar{T}	21.4	22.4
a	1.8143 E-05	2.0386 E-05
b	1.4426 E-03	2.0956 E-03
Δr_f	0.0022	0.0024
T	-79.5	-102.8

TABLA 4-20

EXPERIMENTO 04-D

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	23	0.0000	23
2	8	0.0012	23	0.0006	24
3	16	0.0017	23	0.0016	25
4	24	0.0019	23	0.0011	25
5	32	0.0021	23	0.0007	25
6	40	0.0020	24	0.0010	26
7	48	0.0026	24	0.0011	26
8	56	0.0029	24	0.0015	26
9	64	0.0021	24	0.0012	26
10	72	0.0027	24	0.0021	26
11	80	0.0030	24	0.0019	26
12	88	0.0026	24	0.0017	26
13	96	0.0031	24	0.0019	26
14	104	0.0029	24	0.0017	26
15	112	0.0029	24	0.0025	26
16	120	0.0023	24	0.0019	26

ΣXY	2.5120		1.6432	
ΣY	0.0359		0.0224	
ΣY^2	9.0330	E-05	3.7420	E-05
\bar{Y}	2.2438	E-03	1.4000	E-03
r	0.7761		0.9240	
\bar{T}	23.7		25.5	
a	1.6452	E-05	1.3750	E-05
b	1.2568	E-03	5.7500	E-04
Δr_F	0.0020		0.0016	
τ	-76.4		-41.8	

TABLA 4-21

EXPERIMENTO 06-D

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		ΔP (g)	T (°C)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	21	0.0000	22
2	9	0.0028	21	0.0020	22
3	16	0.0031	21	0.0021	22
4	24	0.0031	21	0.0021	22
5	32	0.0036	21	0.0025	22
6	40	0.0033	21	0.0028	22
7	48	0.0039	20	0.0027	22
8	56	0.0035	20	0.0031	22
9	64	0.0040	20	0.0031	22
10	72	0.0042	20	0.0029	22
11	80	0.0043	20	0.0038	22
12	88	0.0043	20	0.0035	22
13	96	0.0045	20	0.0034	22
14	104	0.0046	20	0.0037	22
15	112	0.0043	20	0.0037	22
16	120	0.0047	20	0.0042	22

$\sum \Delta Y$	4.0120	3.2360
$\sum Y$	0.0580	0.0454
$\sum Y^2$	2.2990 E-04	1.4402 E-04
\bar{Y}	3.6250 E-03	2.8375 E-03
r	0.8136	0.8904
\bar{T}	20.4	22.0
a	2.4448 E-05	2.3529 E-05
b	2.1581 E-03	1.4257 E-03
ΔP_f	0.0029	0.0028
τ	-88.3	-60.6

TABLA 4-22

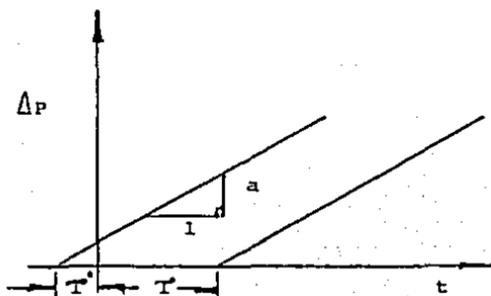
EXPERIMENTO 08-0

#	t (min)	REPÚBLICA I		REPÚBLICA II	
		Δr (g)	r (°C)	Δr (g)	r (°C)
1	0	0.0000	23	0.0000	24
2	8	0.0013	23	0.0008	24
3	16	0.0014	23	0.0019	24
4	24	0.0017	23	0.0020	24
5	32	0.0022	23	0.0023	24
6	40	0.0028	23	0.0025	23
7	48	0.0024	23	0.0032	23
8	56	0.0035	23	0.0025	23
9	64	0.0044	23	0.0035	23
10	72	0.0034	23	0.0039	23
11	80	0.0046	23	0.0041	23
12	88	0.0046	23	0.0041	23
13	96	0.0045	23	0.0045	23
14	104	0.0049	23	0.0053	23
15	112	0.0058	23	0.0052	23
16	120	0.0056	23	0.0054	23

$\sum \Delta Y$	4.1184	3.9712
$\sum Y$	0.0530	0.0515
$\sum Y^2$	2.1576 E-04	2.0349 E-04
\bar{Y}	3.3125 E-05	3.2188 E-05
r	0.9679	0.9726
\bar{T}	23.0	23.3
n	4.3125 E-05	4.0496 E-05
b	7.2500 E-04	7.8897 E-04
ΔF_F	0.0052	0.0043
T	-16.8	-19.5

En la tabla 4-23, se coloca un resumen de algunos resultados de las 22 tablas anteriores. Los resultados mostrados son el incremento de peso final (ΔP_f) y el "retraso de tiempo" (T) para cada una de las dos réplicas efectuadas en los experimentos. Se han añadido dos columnas que muestran los promedios, para cada experimento, de las dos réplicas en el ΔP_f y en T . De este resumen se aprecian cosas bastante interesantes y algunas inesperadas como son:

1) De los 22 datos del promedio del "retraso de tiempo" solo uno es positivo. Los 21 restantes indican retrasos de tiempo negativos, lo que indicaría que el sistema núcleo-envoltura gana humedad antes de iniciar el experimento (de acuerdo a la línea recta a la que se ajustó), lo cual cambiaría al "retraso de tiempo" en un "adelanto de tiempo". Esto se grafica a continuación:



T : Retraso de tiempo
 T' : "Adelanto" de tiempo

Como es de esperarse, el utilizar un dato de retraso de tiempo negativo para encontrar el coeficiente de difusión mediante el método de retraso de tiempo lleva a obtener resultados negativos en el coeficiente de difusión ($D=L^2/6T$). Por lo que se utilizará el incremento de peso final (ΔP_f) para los análisis estadísticos que se desarrollarán posteriormente.

TABLA 4-23

Experimento	RÉPLICA I		RÉPLICA II		PROMEDIO	
	ΔP_f	T	ΔP_f	T	ΔP_f	T
10	0.1044	-5.3	0.0961	-5.3	0.1002	-5.3
09	0.0005	-144.6	-0.0012	47.8	-0.0004	-48.4
01	0.0025	-105.3	0.0032	-55.8	0.0028	-80.5
03	0.0019	-58.0	0.0020	-44.3	0.0020	-51.1
05	0.0024	-85.8	0.0020	-153.9	0.0022	-119.8
07	0.0042	-21.8	0.0024	13.5	0.0033	-4.1
02-A	0.0158	-12.9	0.0169	-7.4	0.0164	-10.2
04-A	0.0137	0.9	0.0151	0.6	0.0144	0.8
06-A	0.0177	-13.3	0.0155	-10.2	0.0166	-11.8
08-A	0.0161	-3.8	0.0199	-2.0	0.0180	-2.9
02-B	0.0018	-94.9	0.0029	-71.9	0.0024	-83.4
04-B	0.0022	-58.7	0.0025	-45.1	0.0024	-51.9
06-B	0.0063	-38.4	0.0052	-49.7	0.0058	-44.0
08-B	0.0084	-5.9	0.0051	-32.2	0.0068	-19.1
02-C	0.0319	-7.2	0.0316	-9.3	0.0318	-8.3
04-C	0.0286	-0.7	0.0294	-8.6	0.0290	-4.6
06-C	0.0284	-6.2	0.0323	-7.6	0.0304	-6.9
08-C	0.0286	-9.7	0.0264	-4.9	0.0276	-7.3
02-D	0.0022	-79.5	0.0024	-102.8	0.0023	-91.2
04-D	0.0020	-76.4	0.0016	-41.8	0.0018	-59.1
06-D	0.0029	-88.3	0.0028	-60.6	0.0028	-74.4
08-D	0.0052	-16.8	0.0049	-19.5	0.0050	-18.1

A continuación se muestran gráficas obtenidas mediante los resultados anteriores. Cada gráfica ha sido realizada mediante el promedio de los incrementos de peso (ΔP), de las dos réplicas que conforman cada experimento. El promedio de los datos experimentales de ΔP (16 en cada gráfica) se indican mediante un círculo. La línea recta a la que se ajustaron los datos se señala mediante una línea continua. Como marco de referencia, en cada gráfica se han incluido las líneas rectas obtenidas mediante el promedio de las réplicas, tanto del experimento 9 (núcleo no higroscópico sin envoltura) como del experimento 10 (núcleo higroscópico sin envoltura).

FIGURA 4-1
EXPERIMENTO No. 01

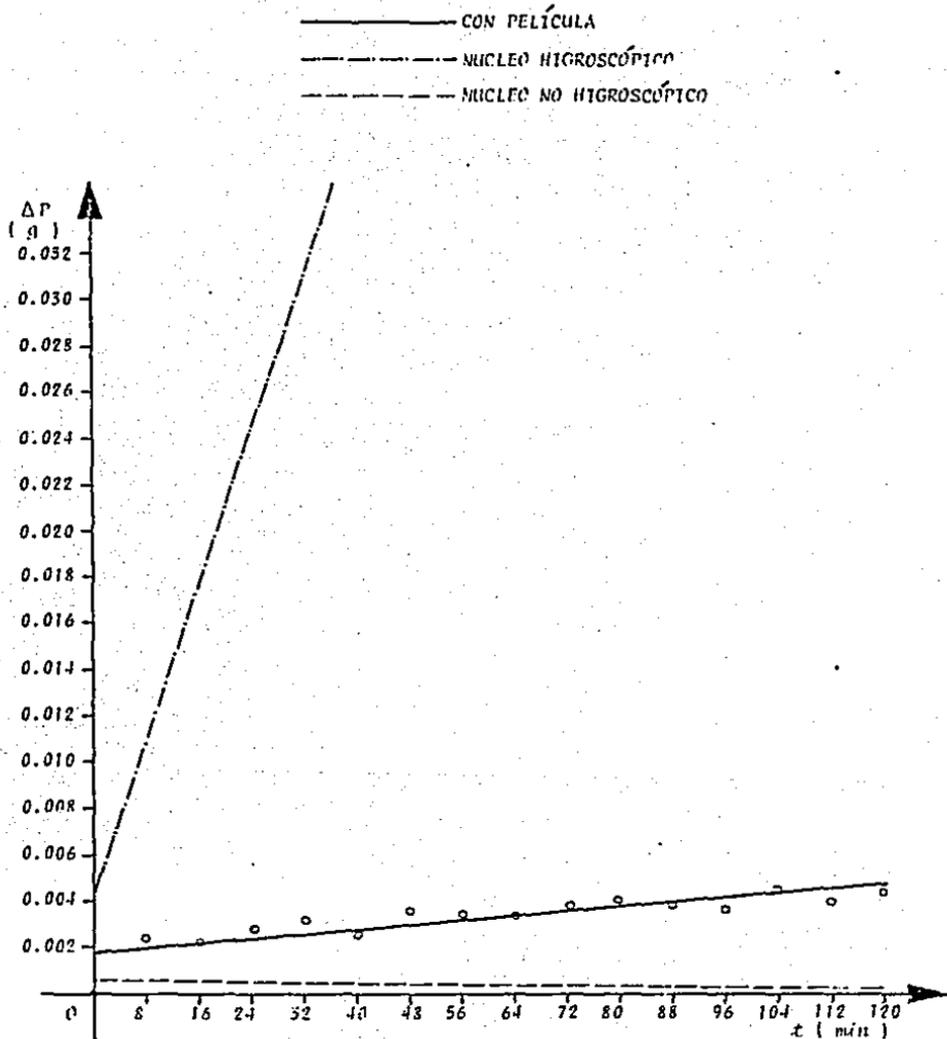


FIGURA 4-2
EXPERIMENTO No. 03

— CON PELÍCULA
 - - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
 - - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

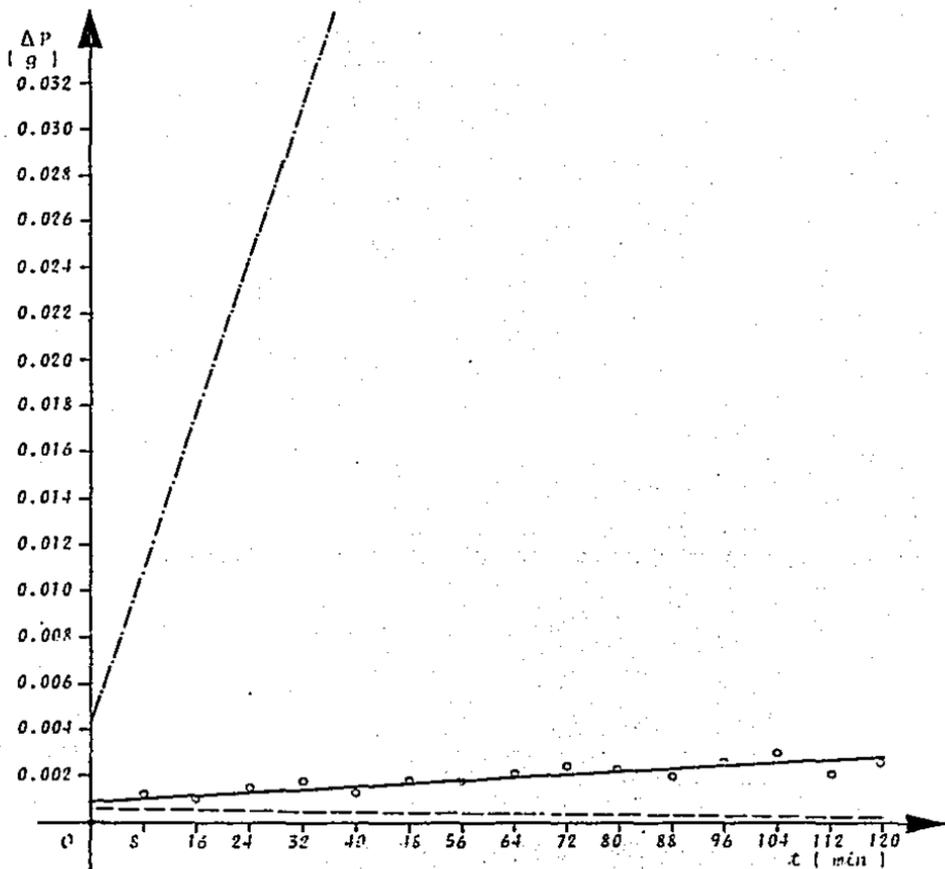


FIGURA 4-3
EXPERIMENTO No. 05

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

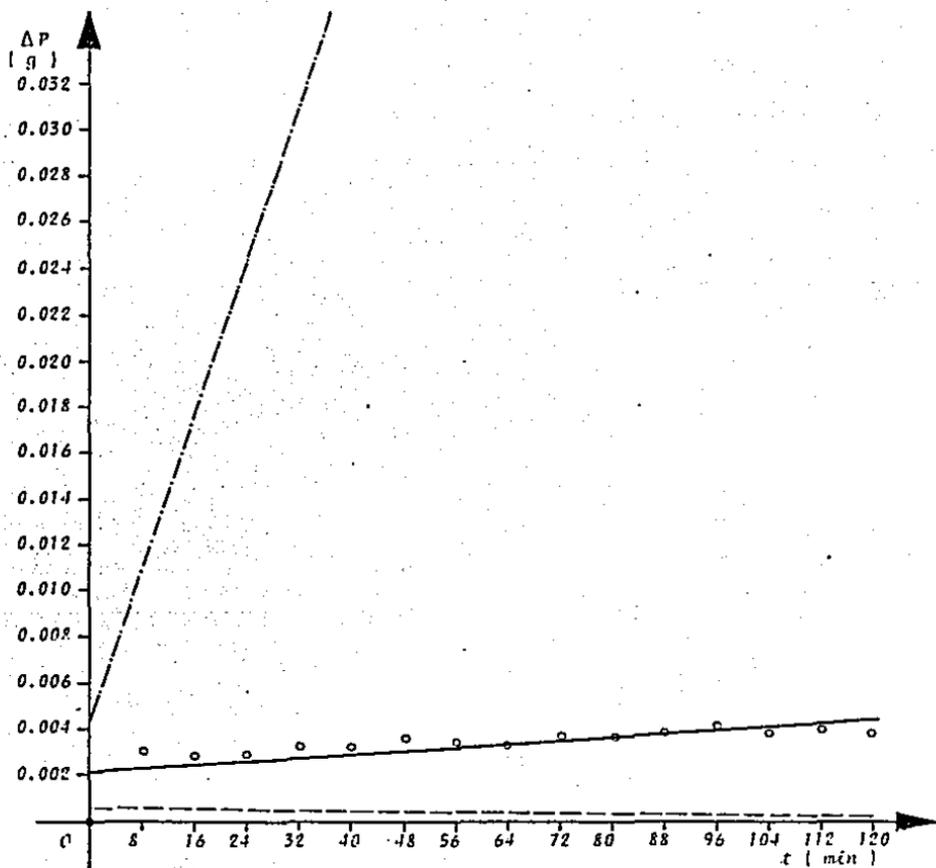


FIGURA 4-4
EXPERIMENTO No. 07

— CON PELÍCULA
 - - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
 - - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

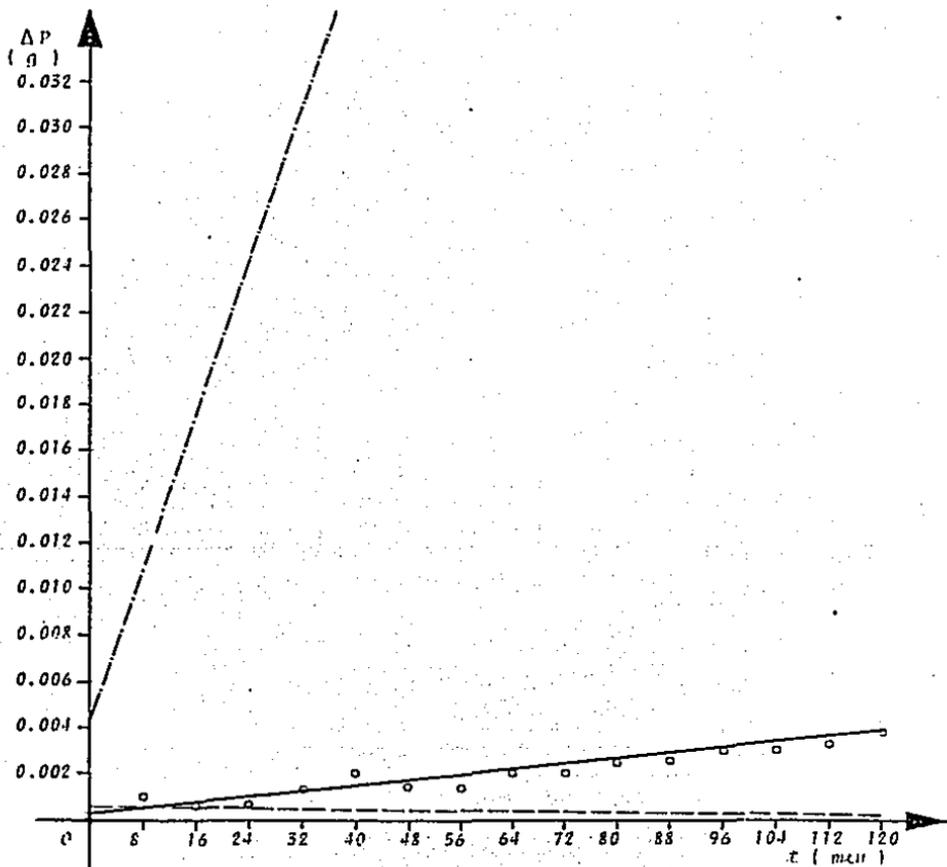


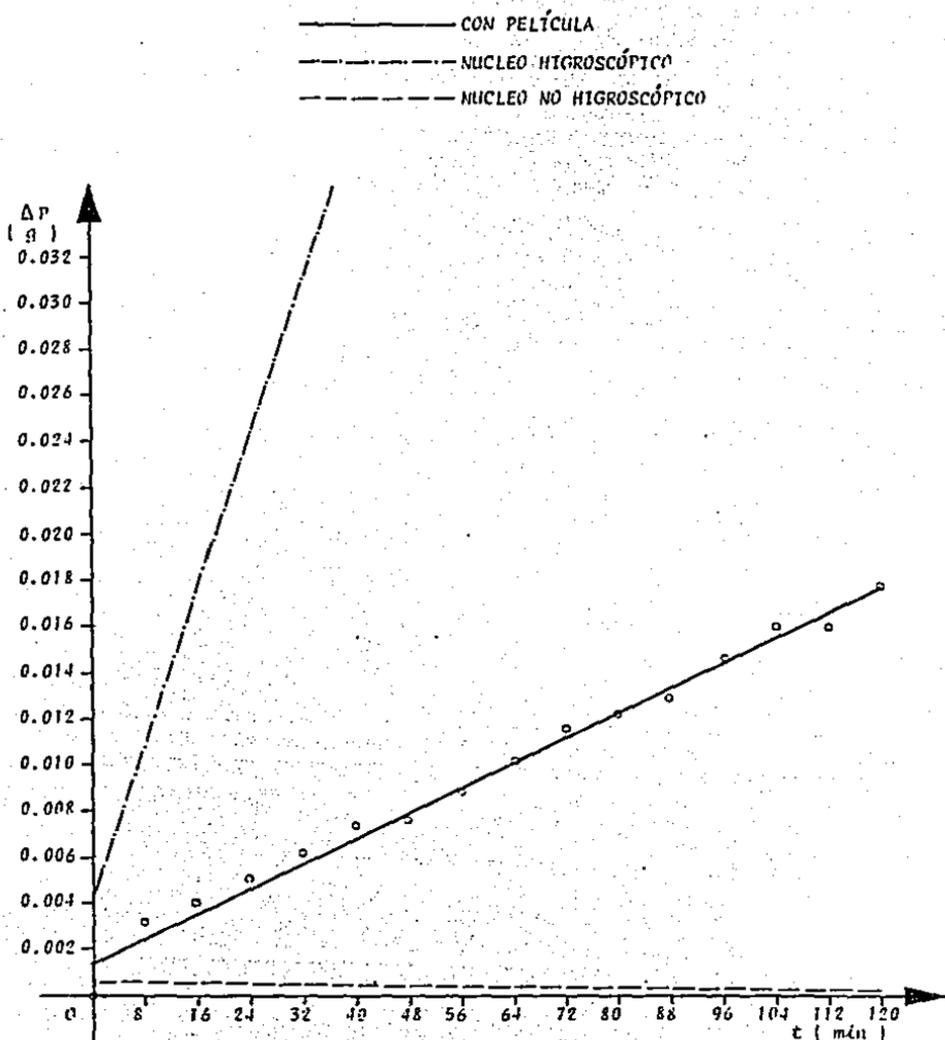
FIGURA 4-5
EXPERIMENTO No. 02-A

FIGURA 4-6
EXPERIMENTO No. 04-A

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

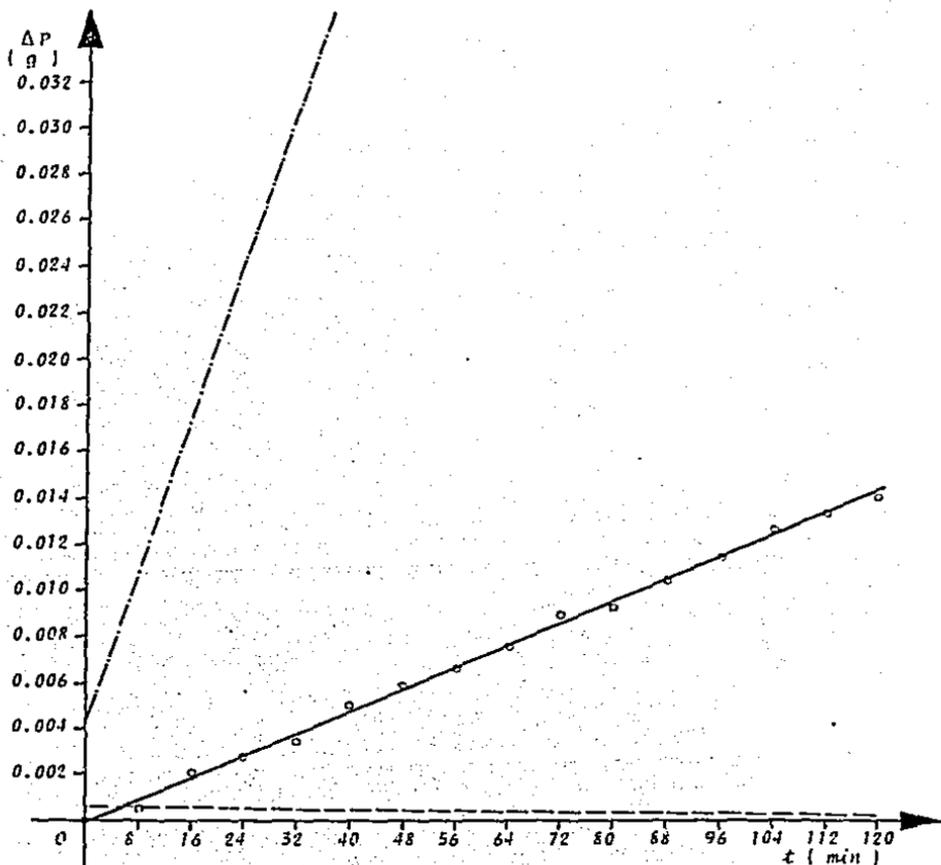


FIGURA 4-7
EXPERIMENTO No. 06-A

————— CON PELÍCULA
- - - - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

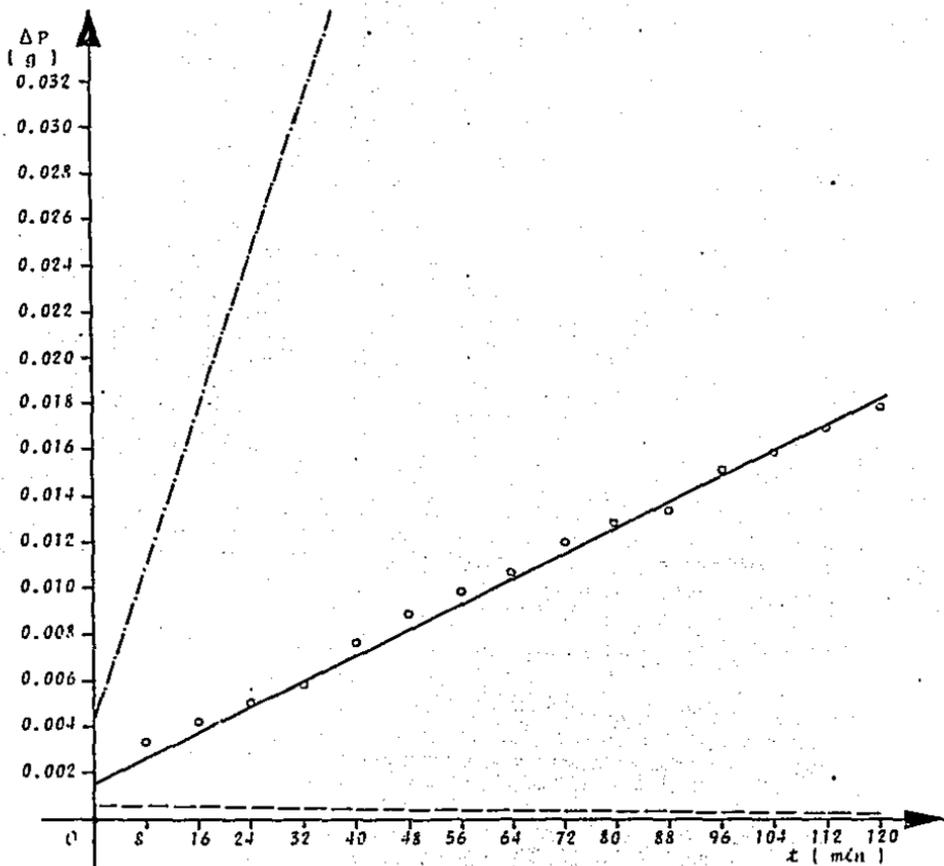


FIGURA 4-8
EXPERIMENTO No. 08-A

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

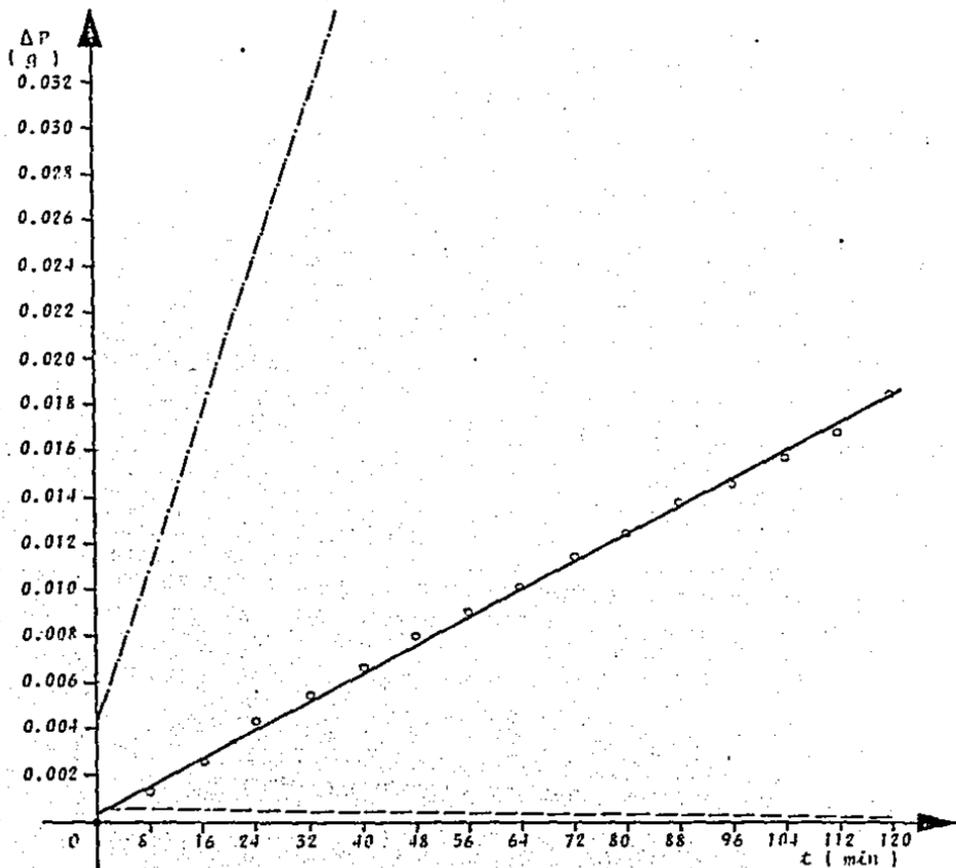


FIGURA 4-9
EXPERIMENTO No. 02-B

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

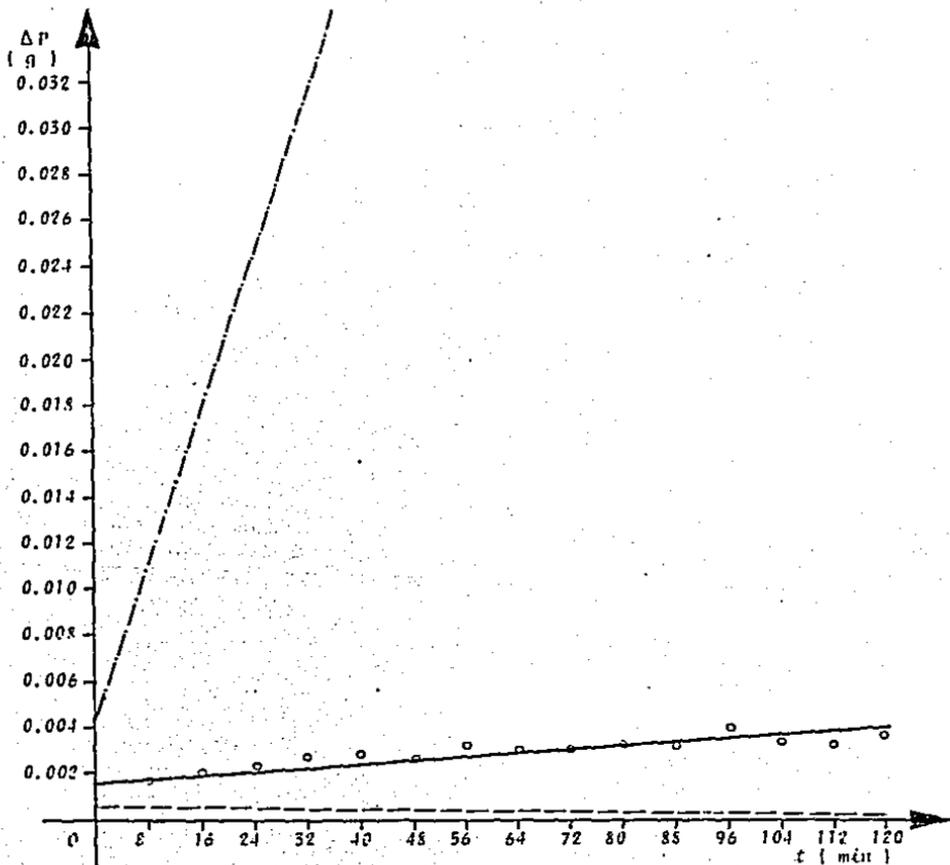


FIGURA 4-10
EXPERIMENTO No. 04-B

———— CON PELÍCULA
- - - - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

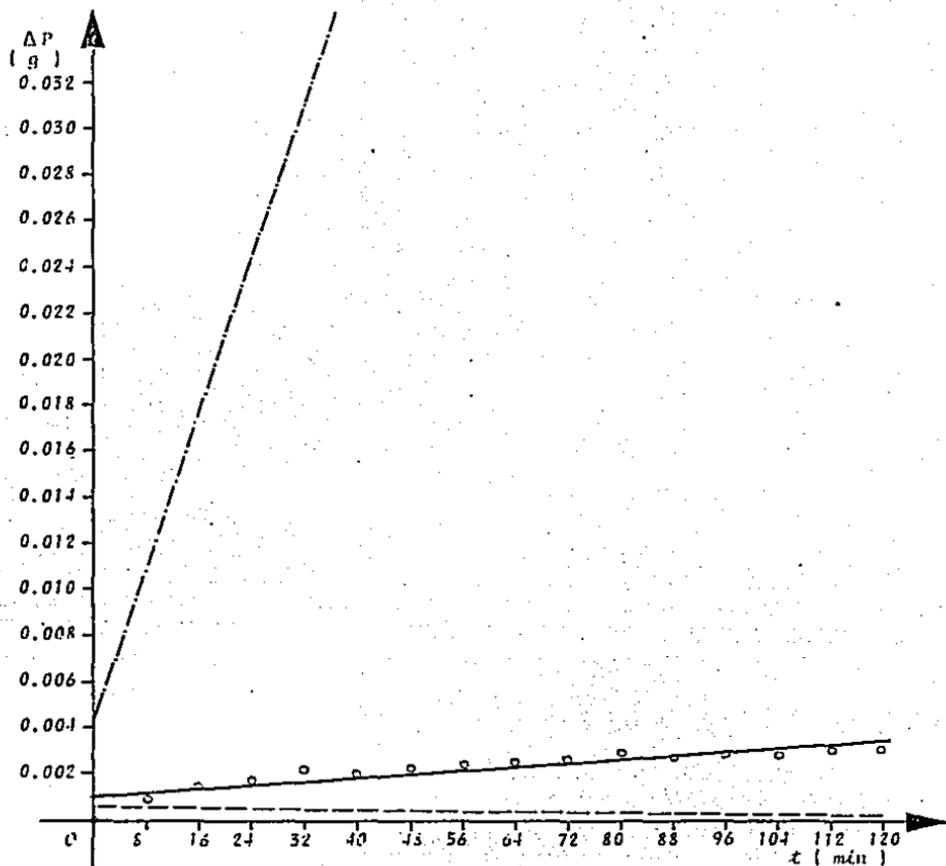


FIGURA 4-11
EXPERIMENTO No. 06-B

— CON PELÍCULA
- · - · - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

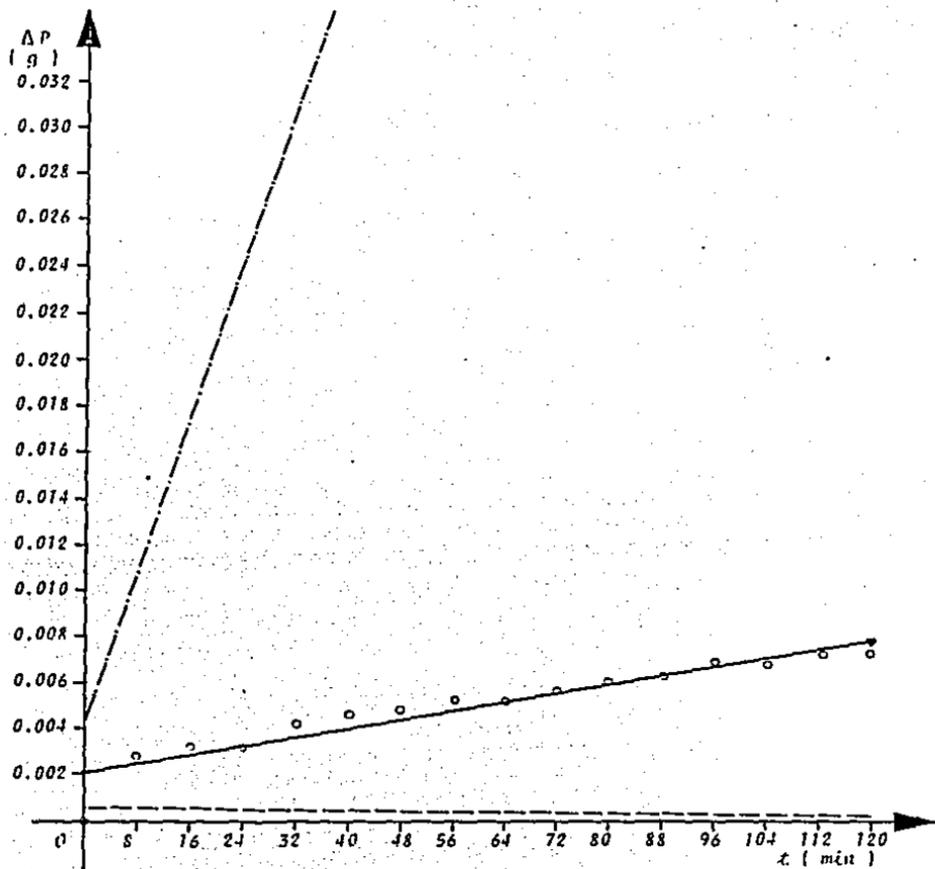


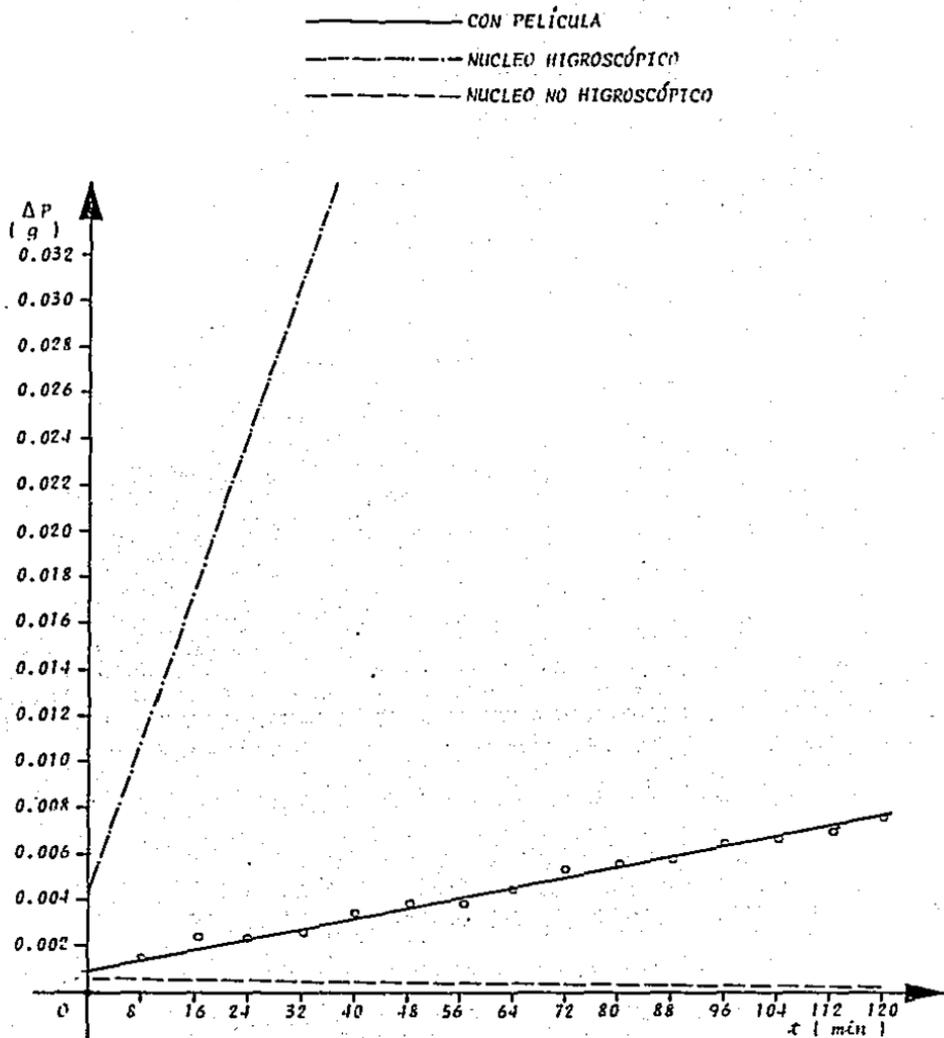
FIGURA 4-12
EXPERIMENTO No. 08-B

FIGURA 4-13
EXPERIMENTO No. 02-C

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

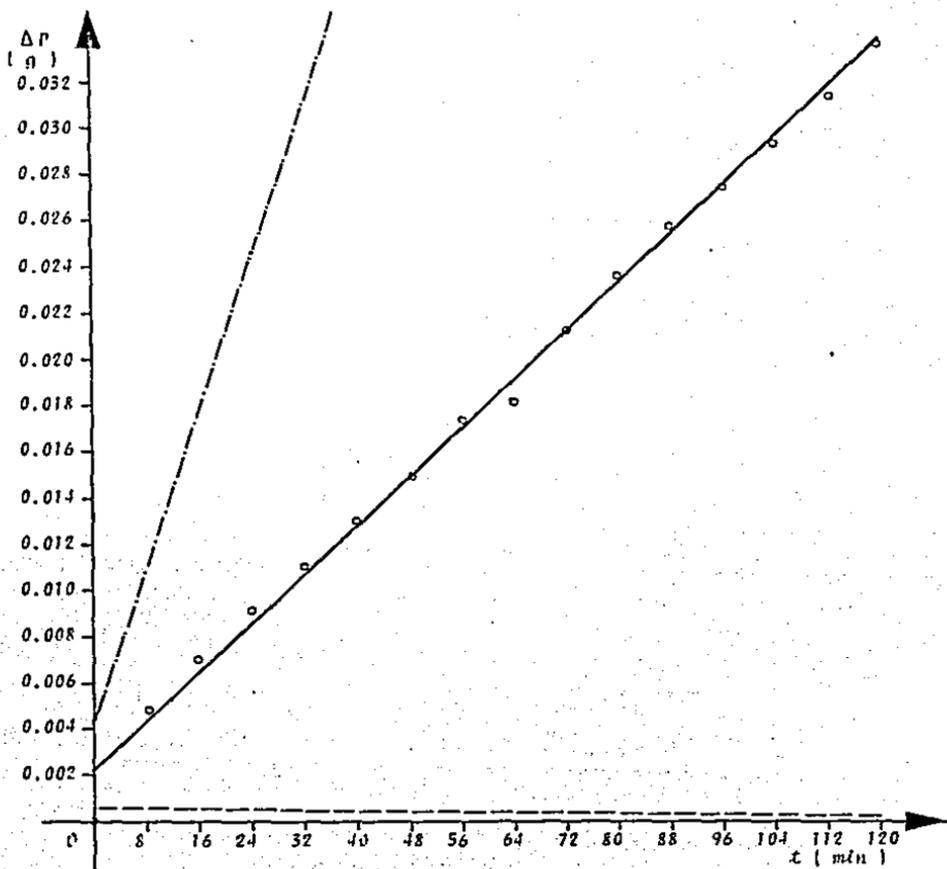


FIGURA 4-14
EXPERIMENTO No. 04-C

— CON PELÍCULA
 - - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
 - - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

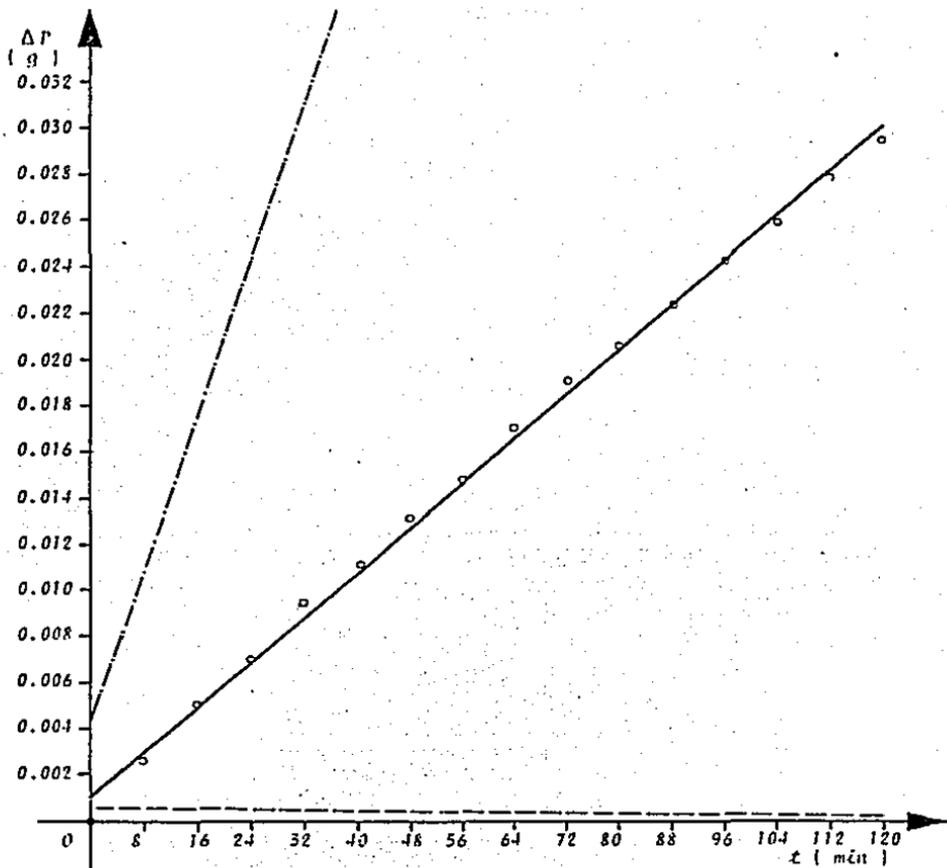


FIGURA 4-15
EXPERIMENTO No. 06-C

— CON PELÍCULA
 - - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
 - - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

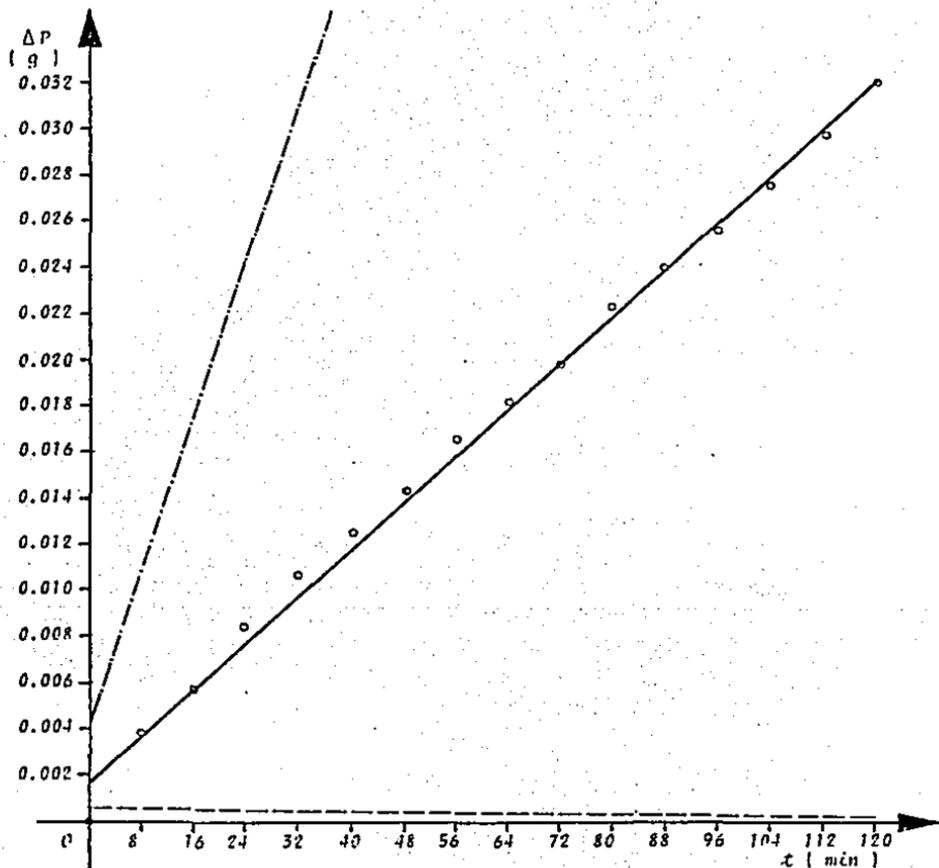


FIGURA 4-16
EXPERIMENTO No. 08-C

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

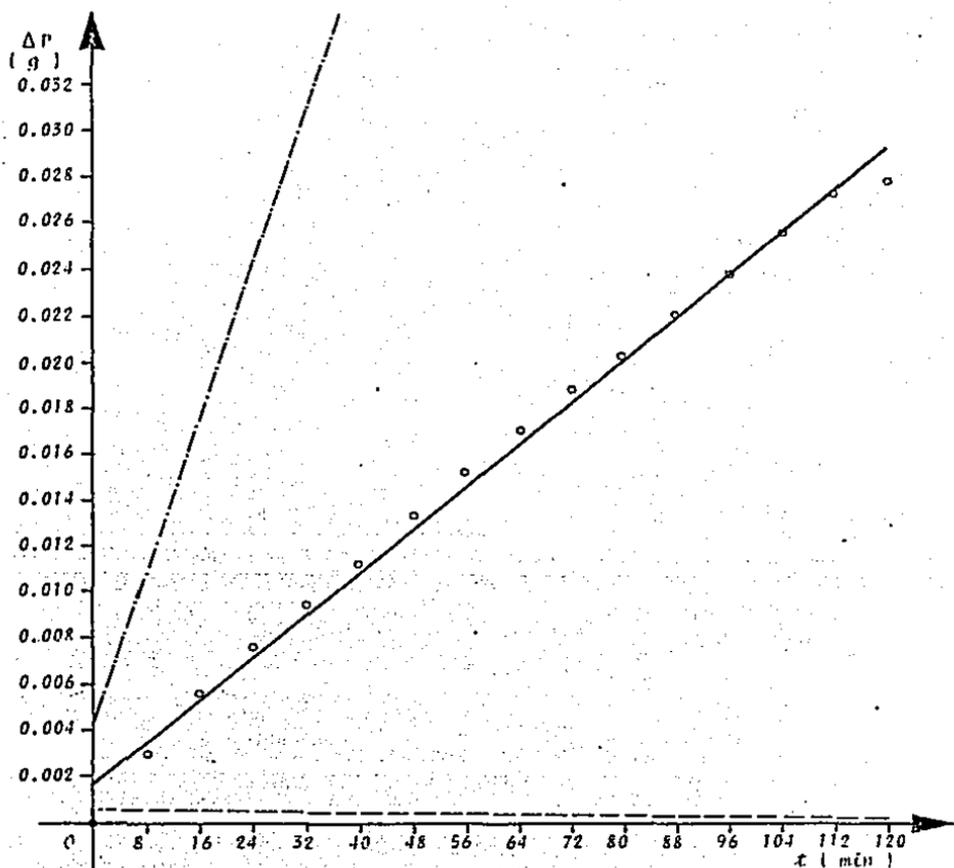
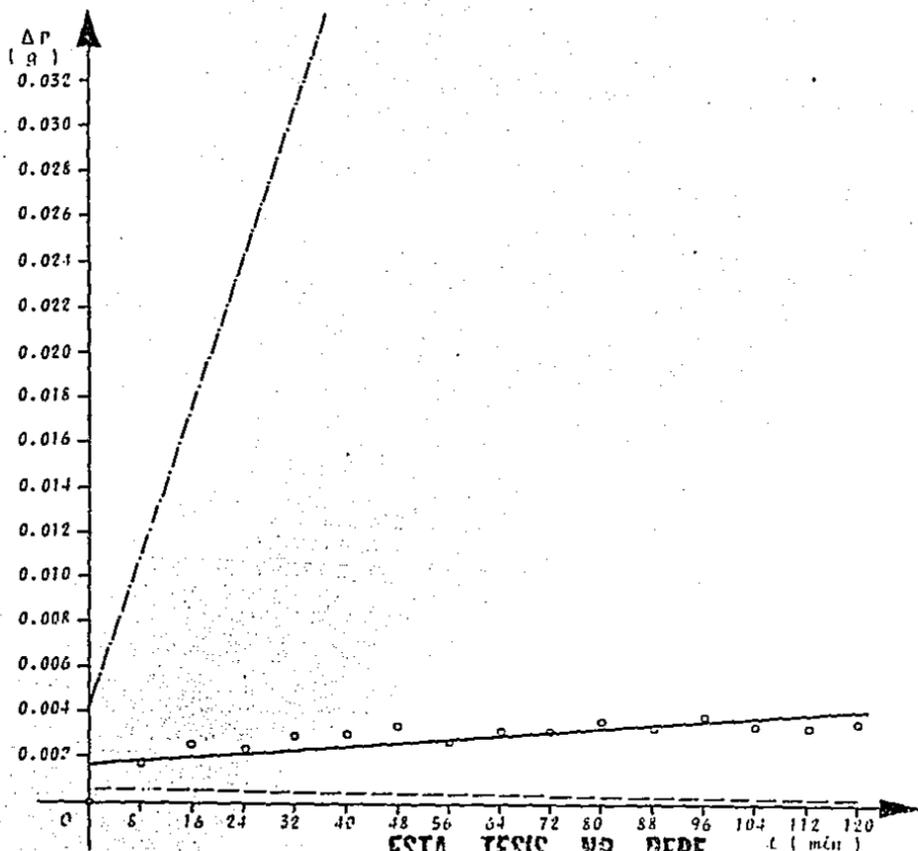


FIGURA 4-17
EXPERIMENTO No. 02-D

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO



ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

FIGURA 4-18
EXPERIMENTO No. 04-D

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

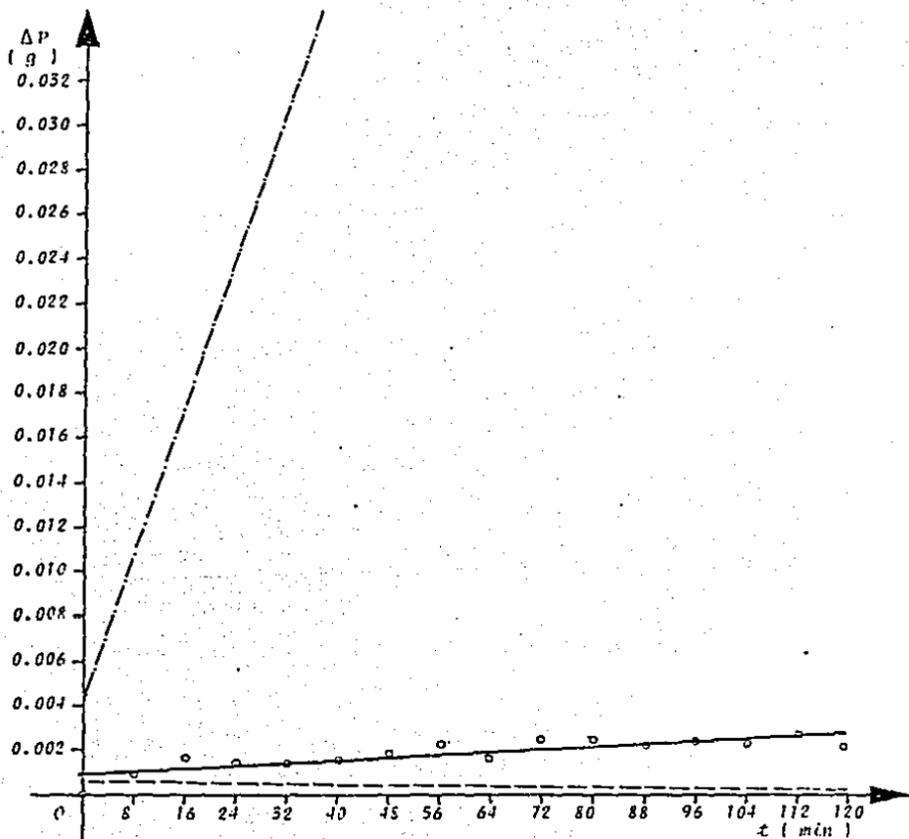


FIGURA 4-19
EXPERIMENTO No. 06-D

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO

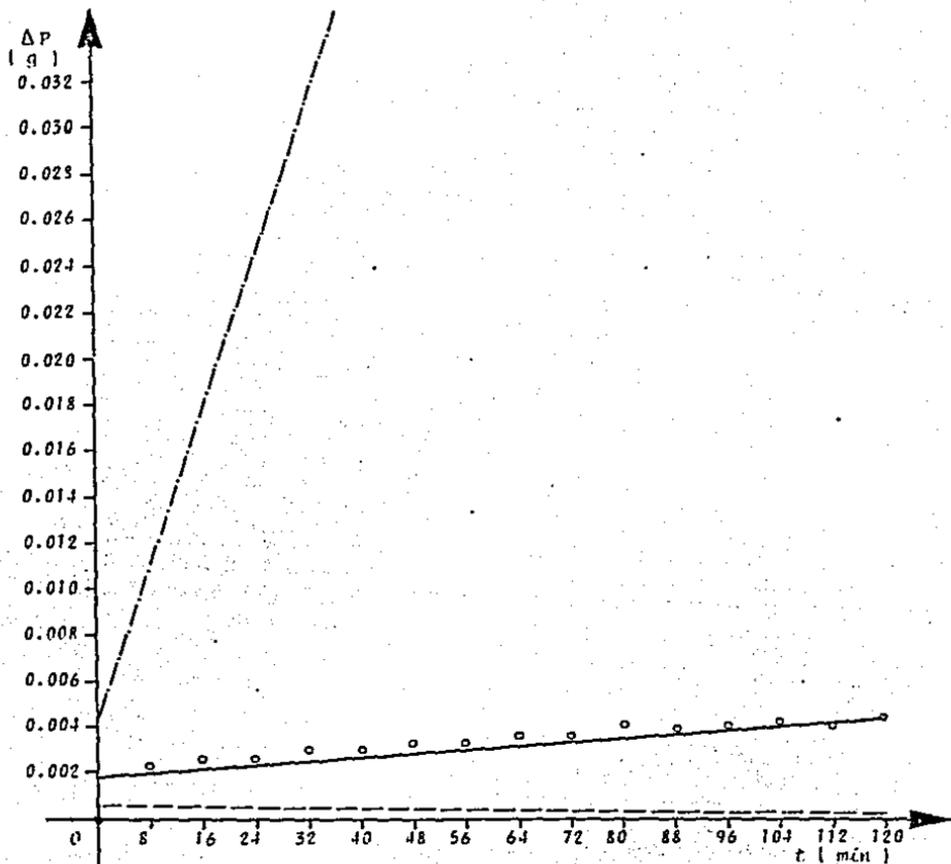
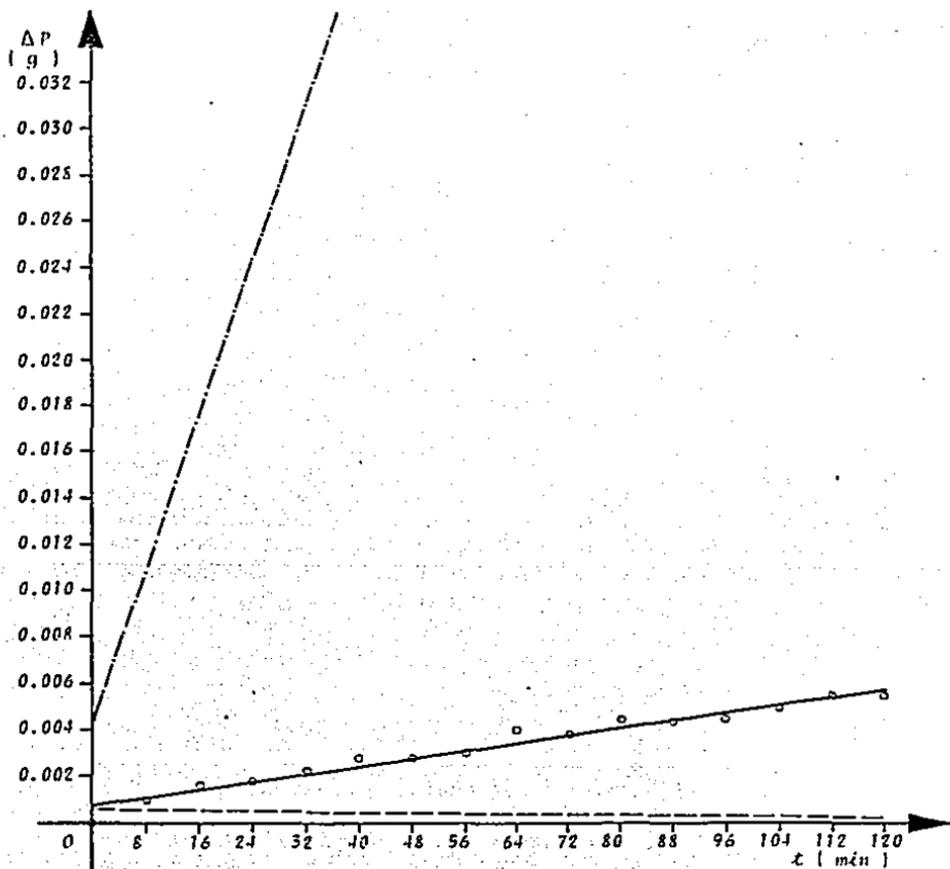


FIGURA 4-20
EXPERIMENTO No. 08-D

— CON PELÍCULA
- - - NUCLEO HIGROSCÓPICO
- - - NUCLEO NO HIGROSCÓPICO



CAPÍTULO 5TRATAMIENTO ESTADÍSTICO

En el presente capítulo se tratará estadísticamente mediante el diseño 2^n , versión simplificada de Yates, las diferentes pelf - culas y características de que consta el presente trabajo.

En primera instancia se explica en que consiste el diseño experimental y el procedimiento de cálculo general. Un ejemplo más detallado del procedimiento puede encontrarse en los anexos.

Antes de cada resumen de resultados se explican las conclusiones que se deducen del análisis de varianza a fin de que el lector tenga una idea previa de los resultados antes de ver los fríos números de que consta la tabla.

En el análisis y conclusiones finales se vuelven a comentar estos resultados a manera de finalizar el trabajo.

La nomenclatura utilizada también se detalla a continuación:

NOMENCLATURA

C	: Factor de corrección
SCTot	: Suma de cuadrados totales
SCT	: Suma de cuadrados de los tratamientos
SCB	: Suma de cuadrados de los bloques
SCE	: Suma de cuadrados del error
f.v.	: Fuente de variación
g.l.	: Grados de libertad
SC	: Suma de cuadrados
F	: Valor obtenido experimentalmente dividiendo la varianza de la característica entre la varianza del error
F*	: Valor obtenido mediante tablas
a, b, ab, etc.	: Variables o interacciones entre variables que intervienen en los experimentos
Y_1	: Resultados de ΔP_f obtenidos en la réplica uno
Y_2	: Resultados de ΔP_f obtenidos en la réplica dos

- Tot : Suma de los valores obtenidos en las réplicas uno y dos
- I, II, III : Columnas necesarias en el diseño experimental 2^n versión simplificada de Yates. Una por cada variable (tres en total)
- $S\bar{x}$: Valor encontrado mediante la fórmula
 $S\bar{x} = (\text{Varianza del error/número de réplicas})^{0.5}$
- r_p : Constante de Duncan, encontrada en tablas.
- R_p^* : Valor límite para la diferencia $\bar{x}_{\text{sup}} - \bar{x}_{\text{inf}}$ del experimento, calculada como $R_p^* = S\bar{x} \cdot r_p$
- R_p : Valor obtenido por la fórmula $\bar{x}_{\text{sup}} - \bar{x}_{\text{inf}}$, donde \bar{x} es el promedio de las réplicas.

PASOS A SEGUIR EN EL DISEÑO EXPERIMENTAL
2ⁿ VERSIÓN SIMPLIFICADA DE YATES

- a) Determinar la SCT por la técnica común
 b) Representar para cada factor su nivel "bajo" como 0 y alto como 1
 c) Siendo los factores que intervienen utilice la siguiente representación:

REP.	NIVEL DEL FACTOR					
	A	B	C	D	E	F
I	0	0	0	0	0	0
a	1	0	0	0	0	0
b	0	1	0	0	0	0
ab	1	1	0	0	0	0
c	0	0	1	0	0	0
ac	1	0	1	0	0	0
bc	0	1	1	0	.	.
abc	1	1	1	0	.	.
d	0	0	0	1	.	.
ad	1	0	0	1	.	.
bd	0	1	0	1	.	.

etc.

- d) Escriba una tabla con los resultados experimentales en el orden "común" y con la suma de las réplicas a cada lote
 e) Escriba la columna (I): siempre por parejas y súmelo en la mitad de la tabla reste las parejas (inferior-superior)
 f) Siga el procedimiento de la columna (I) para construir la columna (II) con los resultados de la (I)
 g) Construya hasta la columna n (pueden aparecer números negativos)
 h) Su última columna elévela al cuadrado, dividiendo entre 2^{nr} donde r es el número de réplicas

i) A un lado se habrá obtenido:

I = Factor de corrección

a = SCa

b = SCb

ab = SCab

etc.

j) Para formar la tabla de ANOVA hay que calcular la suma de cuadrados de la siguiente manera:

1. Sume todos los resultados de la primera réplica de todos los grupos y eleve el total al cuadrado, y así para cada réplica
2. Sume estos cuadrados, divida entre el número de grupos y reste el factor de corrección

k) Calcule la suma de cuadrados del error por diferencia

l) Los grados de libertad de las réplicas es $r-1$

m) Escriba la tabla de ANOVA

De acuerdo a los datos obtenidos mediante el análisis de varianza para la película A (tabla 5-1), se observa que existe diferencia significativa ocasionada por el tipo de película utilizado.

De esta manera se puede afirmar que el sistema película-núcleo que usa la película A, absorbe significativamente más humedad que los demás experimentos. Esto no quiere decir necesariamente que la película A tiene mayor o menor permeabilidad al vapor de agua, ya que como se explicó con anterioridad, el incremento de peso también puede deberse a la absorción de agua por parte de la película, sin que el agua pase al interior del producto. Por otra parte no se encontró evidencia suficiente, con el nivel de significancia del 5%, que la forma de envoltura o el tipo de producto afecten el incremento de peso del sistema, por lo que no es posible concluir que la existencia de huecos en la envoltura afecta en un mayor o menor incremento de peso por parte del sistema, y que la higroscopicidad del producto al que protege la envoltura efecte a la absorción de humedad por parte del sistema. Esto, junto con lo anterior, permite concluir que el mayor incremento de peso que sufrió el sistema cuando se usó la película A se debió a la absorción de humedad por parte de ésta, pero no a una mayor o menor permeabilidad en comparación con la película "impermeable".

TABLE 5-1
ANOVA PARA LA PELÍCULA A

	Y_1	Y_2	Tot	I	II	III	
1	0.0025	0.0032	0.0057	0.0384	0.0711	0.1513	1.43 E-03
2	0.0158	0.0169	0.0327	0.0327	0.0802	0.1101	7.58 E-04
3	0.0019	0.0020	0.0039	0.0376	0.0519	-0.0107	7.16 E-06
4	0.0137	0.0151	0.0288	0.0426	0.0582	-0.0015	1.41 E-07
5	0.0024	0.0020	0.0044	0.0270	-0.0057	0.0091	5.18 E-08
6	0.0177	0.0155	0.0332	0.0249	-0.0050	0.0063	2.48 E-06
7	0.0042	0.0024	0.0066	0.0288	-0.0021	0.0007	3.06 E-08
8	0.0161	0.0199	0.0360	0.0294	0.0006	0.0027	4.56 E-07
	<u>0.0743</u>	<u>0.0770</u>	<u>0.1513</u>				

C = 1.431 E-03

SCTot = 7.863 E-04

SCT = 7.731 E-04

SCB = 4.562 E-07

SCE = 1.272 E-05

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
CARACT.	7	7.731 E-04	1.104 E-04	60.78	3.79
REPPLICAS	1	4.562 E-07	4.562 E-07	0.25	5.59
ERROR	7	1.272 E-05	1.817 E-06		

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
a	1	7.578 E-04	7.578 E-04	416.98	5.59
b	1	7.156 E-06	7.156 E-06	3.94	
ab	1	1.406 E-07	1.406 E-07	0.08	
c	1	5.176 E-06	5.176 E-06	2.85	
ac	1	2.481 E-06	2.481 E-06	1.37	
bc	1	3.062 E-08	3.062 E-08	0.02	
abc	1	4.556 E-07	4.556 E-07	0.25	
ERROR	7	1.272 E-05			

Observando los resultados obtenidos mediante el análisis de varianza para la película B en la tabla 5-2 se ve que, a un nivel de significancia del 5%, existe diferencia entre los incrementos de peso de los diferentes experimentos ocasionado por:

- a) El tipo de envoltura
- b) El tipo de producto, y
- c) La interacción tipo de envoltura y producto.

Como se puede apreciar no existe diferencia significativa ocasionada por la forma de envoltura, por lo que se descarta la posibilidad de que los huecos favorezcan, bajo las condiciones del experimento, una mayor absorción de humedad.

De lo anterior se concluye que tanto el tipo de envoltura como el tipo de producto utilizado en la prueba afectan la absorción de humedad del sistema, por lo que la película B absorbe mayor humedad que la película "impermeable" y a la vez permite el mayor paso de vapor de agua (mayor permeabilidad) que la película "impermeable", así que desde el punto de vista de la permeabilidad no es recomendable el uso de esta película si se desea proteger al producto de la humedad.

TABLA 5-2
ANOVA PARA LA PELÍCULA B

	Y ₁	Y ₂	Tot	I	II	III	
1	0.0025	0.0032	0.0057	0.0104	0.0190	0.0550	1.891 E-04
2	0.0018	0.0029	0.0047	0.0086	0.0360	0.0122	9.302 E-06
3	0.0019	0.0020	0.0039	0.0159	-0.0018	0.0024	3.600 E-07
4	0.0025	0.0022	0.0047	0.0201	0.0140	0.0000	0.000 E-00
5	0.0024	0.0020	0.0044	-0.0010	-0.0018	0.0170	1.806 E-05
6	0.0052	0.0063	0.0115	-0.0008	0.0042	0.0158	1.560 E-05
7	0.0042	0.0024	0.0066	0.0071	0.0002	0.0060	2.250 E-06
8	0.0084	0.0051	0.0135	0.0069	-0.0002	-0.0004	1.600 E-08
	<u>0.0289</u>	<u>0.0261</u>	<u>0.0560</u>				

C = 1.891 E-04

SCTot = 5.424 E-05

SCT = 4.559 E-05

SCB = 4.905 E-07

SCE = 8.160 E-06

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
CARACT.	7	4.559 E-05	6.513 E-06	5.567	3.79
REPLICAS	1	4.905 E-07	4.905 E-07	0.42	5.59
ERROR	7	8.160 E-06	1.166 E-06		

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
a	1	9.302 E-06	9.302 E-06	7.98	5.59
b	1	3.600 E-07	3.600 E-07	0.31	
ab	1	0.000 E-00	0.000 E-00	0.00	
c	1	1.806 E-05	1.806 E-05	15.50	
ac	1	1.560 E-05	1.560 E-05	13.39	
bc	1	2.250 E-06	2.250 E-06	1.93	
abc	1	1.000 E-08	1.000 E-08	0.01	
ERROR	7	8.160 E-06	1.166 E-06		

El análisis de varianza para la película C, mostrado en la tabla 5-3, arrojan las mismas conclusiones obtenidas para la película A. Sólo el tipo de envoltura ocasiona un mayor incremento de peso por parte de sistema núcleo-película, por lo que se concluye que la película C absorbe una mayor cantidad de agua que la película "impermeable", pero no existe diferencia significativa entre el agua que pasa al interior del producto debido a la permeabilidad de las películas y a los huecos ocasionados por la forma de envoltura.

TABLA 5-3
ANOVA PARA LA PELÍCULA C

	Y_1	Y_2	Tot	I	II	III	
1	0.0025	0.0032	0.0057	0.0692	0.1311	0.2579	4.16 E-03
2	0.0319	0.0316	0.0635	0.0619	0.1268	0.2167	2.93 E-03
3	0.0019	0.0020	0.0039	0.0651	0.1119	-0.0107	7.16 E-06
4	0.0286	0.0294	0.0580	0.0617	0.1048	-0.0115	8.27 E-06
5	0.0024	0.0020	0.0044	0.0578	-0.0073	-0.0043	1.16 E-06
6	0.0284	0.0323	0.0607	0.0541	-0.0034	-0.0071	3.15 E-06
7	0.0042	0.0024	0.0066	0.0563	-0.0037	0.0039	9.51 E-07
8	0.0286	0.0265	0.0551	0.0485	-0.0078	-0.0041	1.05 E-06
	<u>0.1285</u>	<u>0.1294</u>	<u>0.2579</u>				

$C = 4.157 E-03$

$SCTot = 2.969 E-03$

$SCT = 2.957 E-03$

$SCB = 7.625 E-08$

$SCE = 1.205 E-05$

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
CARACT.	7	2.957 E-03	4.224 E-04	245.29	3.79
REPÚBLICAS	1	7.625 E-08	7.625 E-08	0.04	5.59
ERROR	7	1.205 E-05	1.722 E-06		

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
a	1	2.935 E-03	2.935 E-03	1704.42	5.59
b	1	7.156 E-06	7.156 E-06	4.16	
ab	1	8.266 E-06	8.266 E-06	4.80	
c	1	1.156 E-06	1.156 E-06	0.67	
ac	1	3.151 E-06	3.151 E-06	1.83	
bc	1	9.506 E-07	9.506 E-07	0.55	
abc	1	1.051 E-06	1.051 E-06	0.61	
ERROR	7	1.205 E-05	1.722 E-06		

Los resultados obtenidos con el análisis de varianza para la película D, que se muestra en la tabla 5-4, arroja resultados diferentes a los de las otras tres películas. En el caso de la película D no se encontró evidencia de que ni el tipo de envoltura, ni la forma de envoltura afectasen el incremento de peso del sistema. En cambio se encontró evidencia de que el producto afecta la mayor absorción de humedad del medio ambiente.

También se encontró una diferencia ocasionada por la interacción forma de envoltura-tipo de producto, lo que nos lleva a las siguientes conclusiones:

- a) Un núcleo higroscópico hace que incremente la absorción de humedad de parte del sistema.
- b) La interacción forma de envoltura-producto afecta la absorción de humedad por parte del sistema.

Por último, se encontró que la interacción tipo de envoltura-tipo de producto también afecta el incremento de peso del sistema núcleo-película.

ANNOVA PARA LA PELÍCULA D

	Y ₁	Y ₂	Tot	I	II	III	
1	0.0025	0.0032	0.0057	0.0103	0.0179	0.0447	1.25 E-04
2	0.0022	0.0024	0.0046	0.0076	0.0268	0.0035	7.66 E-07
3	0.0019	0.0020	0.0039	0.0101	-0.0013	0.0039	9.51 E-07
4	0.0020	0.0017	0.0037	0.0167	0.0048	0.0031	6.01 E-07
5	0.0024	0.0020	0.0044	-0.0011	-0.0027	0.0089	4.95 E-06
6	0.0029	0.0028	0.0057	-0.0002	0.0066	0.0061	2.33 E-06
7	0.0042	0.0024	0.0066	0.0013	0.0009	0.0093	5.41 E-06
8	0.0052	0.0049	0.0101	0.0035	0.0022	0.0013	1.06 E-07
	0.0233	0.0214	0.0447				

C = 1.249 E-04

SCTot = 1.717 E-05

SCT = 1.510 E-05

SCB = 2.256 E-07

SCE = 1.839 E-06

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
CARACT.	7	1.510 E-05	2.158 E-06	8.21	3.79
REPÉLICAS	1	2.256 E-07	2.256 E-07	0.86	5.59
ERROR	7	1.839 E-06	2.628 E-07		

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
a	1	7.656 E-07	7.656 E-07	2.91	5.59
b	1	9.506 E-07	9.506 E-07	3.62	
ab	1	6.006 E-07	6.006 E-07	2.29	
c	1	4.951 E-06	4.951 E-06	18.84	
ac	1	2.326 E-06	2.326 E-06	8.85	
bc	1	5.406 E-06	5.406 E-06	20.57	
abc	1	1.056 E-07	1.056 E-07	0.40	
ERROR	7	1.839 E-06	2.628 E-07		

A continuación se efectúa, en la tabla 5-5, un análisis de varianza con las diferentes películas empleadas (A, B, C y D), además de la película impermeable (I). También se incluyen en este análisis las pruebas efectuadas con los núcleos higroscópico y no higroscópico sin envolturas.

Las condiciones en que se analizan las cinco películas son bajo las condiciones actuales de trabajo, que son:

- 1.- Envoltura "normal" (twist). Con los extremos torcidos.
- 2.- Películas cubriendo un núcleo higroscópico (caramelo).

El propósito del análisis es encontrar la película que, bajo las condiciones de trabajo ya descritas, permite que ocurra el menor incremento de peso en los sistemas película-núcleo.

La razón para efectuarlo se justifica ya que permite no alterar la forma de envoltura, con lo que no es necesario el cambio de maquinaria, lo que representaría una inversión fuerte económicamente hablando.

El procedimiento de cálculo es semejante a los anteriores. Si se desea detallar en ellos, se muestran ejemplos en los anexos.

TABLA 5-5

CONDICIÓN	RÉPLICA I ΔP_f	RÉPLICA II ΔP_f	T _i	X _i
A	0.0161	0.0199	0.0360	0.0180
B	0.0084	0.0051	0.00135	0.0068
C	0.0286	0.0265	0.0551	0.0276
D	0.0052	0.0049	0.0101	0.0050
I	0.0042	0.0024	0.0066	0.0033
NÚCLEO H.	0.1044	0.0961	0.2005	0.1002
NÚCLEO NO H.	0.0005	-0.0012	-0.0007	-0.0004
	0.1614	0.1537	0.3211	

C = 7.365 E-03

SCTot = 1.512 E-02

SCT = 1.507 E-02

SCE = 5.240 E-05

F.V	g.l.	A N O V A			
		SC	VAR	F	F*
PELÍCULA	6	1.507 E-02	2.511 E-03	335.43	3.87
ERROR	7	5.240 E-05	7.486 E-06		
TOTALES	13	1.512 E-02			

Realizando la prueba de Duncan, se obtiene:

$$\bar{S}_x = (7.486 E-06/2)^{0.5} = 1.935 E-03$$

$$R_p^* = 1.935 E-03 \times 2.85 = 0.0055$$

donde 2.85 es la constante de Duncan para número de -
promedios igual a dos.

Calculando R_p con los promedios X_i de los datos experimentales, ordenados en forma decreciente, como la diferencia entre el superior y el inmediato inferior, da por resultado la siguiente -
tabla (tabla 5-6):

TABLA 5-6

CONDICIÓN	X_i	R_p	R_p^*
NÚCLEO H.	0.1002	0.0726	0.0055
C	0.0276	0.0096	0.0055
A	0.0180	0.0112	0.0055
B	0.0068	0.0018	0.0055
D	0.0050	0.0017	0.0055
I	0.0033	0.0037	0.0055
NÚCLEO NO H.	-0.0004		

En la tabla 5-5 se observa que F es mayor que F^* obtenida de tablas, por lo que existe diferencia significativa en las películas.

Analizando los resultados de incremento de peso final (X_i en la tabla 5-6), se observa que no existe diferencia significativa bajo el nivel de significancia escogido (5%) en la absorción de agua por el sistema cuando se utiliza la película I y cuando se usa la película D. Efectivamente R_p (0.0017) es menor que R_p^* (0.0055). Tampoco se aprecia diferencia significativa entre la película D y la película B.

Como anteriormente se ha concluido que desde el punto de vista de la permeabilidad no es conveniente la utilización de la película B, entonces se sugiere usar la película I, D, A y C. Las películas A y C absorben una significativa cantidad de humedad y, aunque en el tiempo que duró el experimento esto no afectó en forma apreciable la hidratación del núcleo, debería estudiarse la manera en la cual esta agua absorbida pudiese afectar en un periodo de tiempo más prolongado la absorción de humedad de parte del caramelo.

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los primeros experimentos realizados fueron el de la exposición del caramelo sin envoltura y del núcleo no higroscópico sin envoltura a la atmósfera saturada, ya que se deseaba tener como referencia estos dos teóricos límites, como el experimento lo demostró. Efectivamente, la prueba con el núcleo higroscópico y el no higroscópico fueron los que tuvieron, respectivamente, mayor y menor incremento de peso durante el transcurso del experimento. La correlación obtenida en el primer caso fue satisfactoria, mientras en el núcleo de teflón, que fue el material utilizado como núcleo no higroscópico, fue mala. Esto se puede explicar ya que las diferencias de peso fueron pequeñas, del orden de miligramos, y ésto originó que el error aleatorio fuese más notorio. Además, una correlación pobre indica una mayor independencia en el incremento de peso respecto al tiempo. Se calculó un promedio de las dos réplicas hechas para cada caso y se dibujaron en todas las gráficas, como marco de referencia.

Del total de los 44 experimentos realizados, en el 90.9% de ellos se registraron valores de τ negativos. De haber aplicado el método de retraso del tiempo con estos valores se hubieran obtenido coeficientes de difusión negativos ($D = L^2/6\tau$), lo cual no tiene significado físico. Como se explicó antes, la membrana constituye una barrera para dejar entrar o salir el vapor de agua, y esta resistencia es la que provoca un retraso en el tiempo al momento de ganar o perder humedad, es decir que τ siempre debe ser positivo. En cambio un τ negativo indica un "adelanto" de tiempo, es decir, que el sistema empezó a ganar peso antes de haber iniciado el experimento.

Algunas razones para ésto pueden ser:

- 1) Al introducir el sistema película-núcleo a la cámara saturada, la película o núcleo ad-absorbe una relativa gran cantidad de humedad, lo que ocasiona un "brinco" de la primera a la segunda medición. Este "brinco" es más notorio en los experimentos que sufrieron menor incremento de peso.

- 2) A pesar de que se tomaron las precauciones necesarias, no se descarta la posibilidad de que el producto haya incrementado su peso antes de haber sido introducido a la atmósfera saturada.

Por esta razón se decidió realizar los análisis de varianza con los incrementos de peso final, obtenido mediante el producto 120a. El incremento de peso está relacionado directamente con la permeabilidad expresada en $g/(hr)(100 m^2)$. Efectivamente, para pasar de ΔP_f a permeabilidad basta multiplicar el primer término por el factor 9381. Para efectos del ANOVA, es indistinto usar cualquiera de los dos, ya que viéndose los resultados afectados por el mismo valor, se obtienen las mismas conclusiones.

Utilizando la película A en el diseño experimental 2^n , se encontró diferencia significativa debida a la película.

Esto bajo un nivel de significancia del 5%. En efecto, el incremento de peso del sistema usando la película A en comparación con la película impermeable I, fue significativamente mayor.

En la membrana B, se encontró diferencia significativa debida al tipo de envoltura, a la forma de envoltura y a la interacción tipo-forma de envoltura.

En lo que respecta a la membrana C, al igual que en la película A, se encontró una diferencia causada, según los resultados de los experimentos realizados, por el tipo de película.

Por último en la membrana D se encontró diferencia significativa debido a:

- a) El tipo de producto (higroscópico y no higroscópico)
- b) La interacción tipo de película-producto
- c) La interacción forma de envoltura-producto

Cabe aclarar de nueva cuenta que, al decir que existe diferencia significativa debida al tipo de membrana, ésta puede ser por:

- 1) La permeabilidad de la película

- 2) Absorción de agua por parte de la película
- 3) Huecos diferentes debido a las características diferentes de las membranas.

Se espera que la forma de envoltura sea un indicador del agua - que pasa a través de los huecos, y el tipo de producto señale, en los casos en que se cuente con película sellada, la permeabilidad de la membrana, aunque todas éstas pudieran verse afectadas por la absorción de agua por parte de la película.

En las condiciones actuales de trabajo, que son:

- Envoltura normal (extremos torcidos)
- Producto higroscópico (caramelo),

y usando la prueba de Duncan, se concluye que:

- I. Existe diferencia significativa entre el núcleo higroscópico sin membrana y el mismo producto con la película C.
- II. Existe diferencia significativa entre los sistemas núcleo-película cuando se emplean las membranas C y A.
- III. Existe diferencia significativa entre A y B.
- IV. No existe diferencia significativa en los sistemas núcleo-membrana cuando se usan las películas B y D.
- V. No existe diferencia significativa entre D e I.
- VI. No se encontró diferencia significativa entre el caramelo cubierto con la película I y el núcleo de teflón - sin envoltura.

Cabe decir que A y C son polares, mientras que las demás películas no cuentan con grupos que den a esas membranas una polaridad semejante a las primeras, por lo que es de esperar que las membranas A y C sean más afines con el vapor de agua, fuertemente polar, que las segundas.

Todas estas conclusiones son bajo las condiciones experimentales.

RESUMEN

Una de las causas que origina la pérdida de calidad en caramelos es la ganancia o pérdida de humedad por parte de éste.

Comercialmente los caramelos se protegen mediante diferentes tipos de películas que difieren, entre otras cosas, en su permeabilidad al vapor de agua y a su forma de colocación. Unas simplemente se sujetan al dulce mediante la torsión de sus extremos, lo cual deja huecos por los cuales puede pasar el vapor de agua. Además la película misma puede absorber humedad.

El objetivo de este trabajo fue el de encontrar entre las películas a estudiar, aquella mediante la cual el producto higroscópico al que protege sufre la menor absorción de vapor de agua del medio circundante.

Las películas en total a estudiar fueron 4 y se denominan A, B, C y D. Se utilizó una película impermeable llamada I.

Los métodos estadísticos que se usaron fueron el diseño experimental 2^n versión simplificada de Yates, pruebas de ANOVA y la prueba de Duncan.

Se manejaron un total de 3 variables, lo cual dió un total de 8 experimentos. Se realizaron pruebas sin envoltura para los diferentes tipos de núcleos, dando un total de 44 experimentos incluyendo las réplicas.

La rutina experimental fue de la siguiente manera: se exponía el producto cubierto con una de las películas y se introducía a una atmósfera saturada de vapor de agua, se pesaba antes de iniciar y se tomaban pesos cada 8 minutos hasta completar dos horas. A fin de analizar qué tanto del incremento de peso (a través del tiempo) de un sistema compuesto por un núcleo y su película, cuando se expone a una atmósfera saturada de vapor de agua, se debe al agua que pasa debido a la permeabilidad de la película; qué otro tanto pasa por los huecos, y cuanto más es absorbida por la película, se realizó un diseño experimental 2^n versión simplificada de Yates. Las tres variables (y sus niveles bajo y alto respectivamente) son: tipo de película (impermeable y permeable), forma de envoltura (sellada con calor y con extremos torcidos) y tipo de producto (no higroscópico e higroscópico).

Al realizar el ANOVA de acuerdo al diseño experimental, se encontraron los siguientes resultados para las películas; todos éstos con un nivel de significancia del 5% y bajo las condiciones del experimento:

Película A: Existe diferencia debida sólo al tipo de película.

Película B: Se encontró diferencia debida al tipo de película, al tipo de producto y a la interacción tipo de película-producto.

Película C: Existe diferencia debida sólo al tipo de película.

Película D: Se encuentra diferencia debida al tipo de producto, y a las interacciones tipo de película-producto y forma de envoltura-producto.

Todas las diferencias fueron en comparación a la película impermeable.

CONCLUSIONES

Al concluir los análisis estadísticos de la presente tesis, se puede decir que se consiguieron los objetivos que se buscaban: el estudiar cómo influyen el tipo de envoltura (entre dos tipos diferentes), la forma de envoltura (entre dos formas diferentes) y la higroscopicidad del producto entre dos productos diferentes, en el incremento de peso de un sistema compuesto por un núcleo y una película envolvente, usando en total cinco películas diferentes (incluyendo la "impermeable").

Se dieron respuesta a varias interrogantes, pero éstas son válidas solamente bajo las condiciones del experimento y en un periodo de tiempo muy corto en comparación al tiempo que el producto permanece en el mercado antes de su consumo.

De cualquier manera, aunque la información obtenida no puede hacerse extensiva a periodos de tiempo más largos ni a condiciones atmosféricas diferentes, constituyen un principio en el cual basarse para estudios posteriores, a fin de asegurar el buen estado del producto en el mercado.

Bajo las condiciones actuales de operación de la fábrica en la que se hizo esta investigación, desde el punto de vista de la permeabilidad de la película, se recomienda:

Usar la película A, C o I a fin de disminuir la absorción de agua debida a la permeabilidad.

El tema es bastante interesante también desde la perspectiva de reducción de costos y substitución de importaciones, por lo que se recomienda continuar las investigaciones al respecto.

BIBLIOGRAFÍA

MANUAL DEL INGENIERO QUÍMICO

R. Perry / C. Chilton

Quinta edición (tercera en español)

Editorial: Mc Graw-Hill

OPERACIONES DE TRANSFERENCIA DE MASA

Robert E. Treybal

Segunda edición

Editorial: Mc Graw-Hill

SILESIA CONFISERIE MANUAL No. 3

Tomo 2

A. Meiners, K. Kreiten, H. Jolke

Impreso por: K-Druck, Viersen

ENCICLOPEDIA DE TECNOLOGÍA QUÍMICA

Kirk - Othmer

Editorial: U.T.E.H.A.

ELEMENTOS DE TECNOLOGÍA DE ALIMENTOS

N. W. Sesrosier

Primera edición

Editorial: C.E.C.S.A.

SUGAR CONFECTIONERY & CHOCOLATE MANUFACTURE

R. Lees & E. B. Jackson

Editorial: Leonard Hill

APÉNDICES

APÉNDICE 1

HRE (HUMEDAD RELATIVA DE EQUILIBRIO)

El valor HRE corresponde a la humedad relativa del aire, bajo la que no tiene lugar intercambio de agua entre el caramelo y el medio ambiente. Para explicarlo más claramente: Una masa de caramelo con aproximadamente 1% de humedad residual tiene una HRE de aproximadamente 40%, mientras que el azúcar cristal con aproximadamente 0.05% de humedad residual tiene aproximadamente una HRE del 70%.

TABLA I

Valores HRE según la definición inglesa de Grover en cuanto a "Equilibrium Humidity"

Contenido de agua en %	Producto	Valor HRE según Grover en %
20 - 28	Artículos gelificados	aprox. 60 - 76
12 - 20	Bombones	aprox. 63 - 73
15 - 25	Crema y Fondante	aprox. 70 - 84
16 - 17	Masa en bruto de Mazapán	aprox. 70 - 75
7 - 9	Caramelos blandos	bajo 48
1 - 2	Caramelos duros	bajo 40
0.05	Azúcar cristal	aprox. 70

APÉNDICE 2

EJEMPLO DE CÁLCULO EN EL DISEÑO EXPERIMENTAL 2^o
VERSIÓN SIMPLIFICADA DE YATES

A manera de ilustrar el procedimiento de cálculo, se harán los pasos necesarios para realizar el análisis de varianza en la versión simplificada de Yates, tomando como ejemplo el análisis para la película C. Los datos analizados son el incremento de peso final (ΔP_f) para la réplica I (Y_1) y para la réplica II (Y_2). Los datos disponibles son 16 en total, 8 para cada réplica. La tabla inicial de datos para nuestro ejemplo es:

No. Exp.	Réplica I (Y_1)	Réplica II (Y_2)
1	0.0025	0.0032
2	0.0319	0.0316
3	0.0019	0.0020
4	0.0286	0.0294
5	0.0024	0.0020
6	0.0284	0.0323
7	0.0042	0.0024
8	0.0286	0.0265

- La suma de los datos de la columna Y_1 es

$$\sum Y_1 = 0.0025 + 0.0319 + 0.0019 + \dots + 0.0042 + 0.0286 = 0.1285$$
 y la suma de los datos de la columna Y_2 será

$$\sum Y_2 = 0.0032 + 0.0316 + 0.0029 + \dots + 0.0024 + 0.0265 = 0.1295$$
- Se obtiene la columna Tot sumando para cada experimento los resultados de las dos réplicas, los resultados son:

No. Exp.	Operación	Tot
1	0.0025+0.0032 =	0.0057
2	0.0319+0.0316 =	0.0635
3	0.0019+0.0020 =	0.0039
4	0.0286+0.0294 =	0.0580
5	0.0024+0.0020 =	0.0044
6	0.0284+0.0323 =	0.0607
7	0.0042+0.0024 =	0.0066
8	0.0286+0.0265 =	0.0551

- 3) La suma de datos de la columna Tot estará dada por
 $\Sigma \text{Tot} = 0.0057 + 0.0635 + 0.0039 + \dots + 0.0066 + 0.0551 = 0.2579$
- 4) De esta manera se procede al cálculo de factor de corrección C

$$C = \text{Tot}^2 / \text{número de experimentos realizados} = \\ = 0.2579^2 / 16 = 4.157 \text{ E-03}$$

- 5) La suma de cuadrados totales (SCTot) se obtiene mediante la suma del cuadrado de cada uno de los 16 datos, restando a esta suma el factor de corrección C

$$\text{SCTot} = 0.0025^2 + 0.0032^2 + 0.0319^2 + \dots + 0.0286^2 + \\ + 0.0265^2 - 4.157 \text{ E-03} = 2.969 \text{ E-03}$$

- 6) La suma de cuadrados de los tratamientos vendrá dada por la semi-suma del cuadrado de cada uno de los 8 datos de la columna Tot, menos el factor de corrección C

$$\text{SCT} = (0.0057^2 + 0.0635^2 + \dots + 0.0551^2) / 2 - 4.157 \text{ E-03} = \\ = 2.957 \text{ E-03}$$

- 7) La suma de cuadrados entre los bloques (SCB), la proporción a la suma de los cuadrados de la suma de la columna Y_1 y de la columna Y_2 , dividida entre el número de renglones. A este resultado se le resta el factor de corrección

$$\text{SCB} = (0.1285^2 + 0.1294^2) / 8 - 4.157 \text{ E-03} = 7.625 \text{ E-08}$$

- 8) Por último, la suma de cuadrados del error (SCE), se obtendrá restando a la SCTot la SCT y la SCB

$$\begin{aligned} \text{SCE} &= \text{SCTot} - \text{SCT} - \text{SCB} = \\ &= 2.969 \text{ E-03} - 2.957 \text{ E-03} - 7.625 \text{ E-08} = \\ &= 1.205 \text{ E-05} \end{aligned}$$

- 9) Con estos datos se podrá efectuar el primer análisis de varianza. La tabla quedará

f.v.	g.l	SC	VAR	F	F*
------	-----	----	-----	---	----

CARACT.

RÉPLICAS

ERROR

donde:

f.v. = Fuente de variación

g.l. = Grados de libertad

SC = Suma de cuadrados

VAR = Varianza = SC/SCE

F = Obtenida mediante la fórmula VAR/(VAR del error)

F* = Valor obtenido mediante tablas a un nivel de significancia del 5%.

- 10) Ahora se procederá al cálculo de los grados de libertad.

Para las características: g.l. = 8-1 = 7

Para las réplicas: g.l. = 2-1 = 1

Totales: g.l. = 16-1 = 15

por diferencia se calculará los grados de libertad del error

Error: g.l. = 15-7-1 = 7

Los datos para las sumas de los cuadrados serán:

Suma de cuadrados de las características = SCT

Suma de cuadrados de las réplicas = SCB

Suma de cuadrados del error = SCE

- 11) Se hará ahora el cálculo de la varianza para cada una de las fuentes de variación

f.v.	VAR = SC/g.l.
CARACTERÍSTICAS	SCT/7 = 2.957 E-03/7 = 4.224 E-04
RÉPLICAS	SCB/1 = 7.625 E-03/1 = 7.625 E-03
ERROR	SCE/7 = 1.205 E-05/7 = 1.722 E-06

- 12) El valor F experimental para las características es
 $F = \text{VAR CARACT} / \text{VAR ERROR} = 4.224 \text{ E-04} / 1.722 \text{ E-06} = 245.29$

La F experimental para las réplicas será

$$F = \text{VAR RÉPLICAS} / \text{VAR ERROR} = 7.625 \text{ E-08} / 1.722 \text{ E-06} = 0.04$$

- 13) De la distribución F de Fischer, con un nivel de significancia del 5% y con 7/7 g.l. se obtiene un valor $F^* = 3.79$
 Con el mismo nivel de significancia y 1/7 g.l. $F^* = 5.59$

- 14) Colocando estos datos en la tabla:

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	F*
CARACT.	7	2.957 E-03	4.224 E-04	245.29	3.79
RÉPLICAS	1	7.625 E-08	7.625 E-08	0.04	5.59
ERROR	7	1.205 E-05	1.722 E-06		

- 15) Al observar que 245.29 es mayor que 3.79, se puede afirmar que existe diferencia significativa entre las diferentes características que formaron parte del experimento.
 También al observar que 0.04 es menor que 5.59, se deduce que no existe diferencia significativa debida a las réplicas. Una vez efectuado este primer análisis se encontrarán la suma de cuadrados para cada una de las características mediante el procedimiento propuesto por Yates, el cual se explica a continuación:

- a) "Escriba una tabla con los valores experimentales en el orden común y con la suma de las réplicas para cada lote" Esta tabla consta en este caso, de los datos de la columna - Tot, la cual es:

No. Exp.	Tot
1	0.0057
2	0.0635
3	0.0039
4	0.0580
5	0.0044
6	0.0607
7	0.0066
8	0.0551

- b) "Escriba la columna (I): siempre por parejas y súmelo en la mitad de la tabla. Reste las parejas (inferior-superior) y - coloque el resultado en la mitad restante".
Realizando las operaciones se obtiene:

No. Exp.	Operación	Resultado (I)
1	0.0057+0.0635	0.0692
2	0.0039+0.0580	0.0619
3	0.0044+0.0607	0.0651
4	0.0066+0.0551	0.0617
5	0.0635-0.0057	0.0578
6	0.0580-0.0039	0.0541
7	0.0607-0.0044	0.0563
8	0.0551-0.0066	0.0485

De esta manera se han obtenido los datos que integrarán la columna (I) y servirán para calcular la (II).

No. Exp.	Operación	Resultado (II)
1	0.0692+0.0619	0.1311
2	0.0651+0.0617	0.1268
3	0.0578+0.0541	0.1119
4	0.0563+0.0485	0.1048
5	0.0619-0.0692	-0.0073
6	0.0617-0.0651	-0.0034
7	0.0541-0.0578	-0.0037
8	0.0485-0.0563	-0.0078

De igual manera, se utilizarán los datos de la columna (II) para encontrar la columna (III).

No. Exp.	Operación	Resultado (III)
1	0.1311+0.1268	0.2579
2	0.1119+0.1048	0.2167
3	-0.0073+(-0.0034)	-0.0107
4	-0.0037+(-0.0078)	-0.0115
5	0.1268-0.1311	-0.0043
6	0.1048-0.1119	-0.0071
7	-0.0034-(-0.0073)	0.0039
8	-0.0078-(-0.0037)	-0.0041

Para obtener la última columna se elevarán al cuadrado cada uno de los datos de la columna (III) y se dividirán entre el producto $2^n r$, donde n es el número de variables del experimento (tres) y r es el número de réplicas (dos).

EJEMPLO DE CÁLCULO PARA EL AJUSTE A LA LÍNEA RECTA $Y = aX + b$
DE LOS PUNTOS EXPERIMENTALES OBTENIDOS EN LA CORRIDA
04-C; RÉPLICA I

Los datos experimentales obtenidos en la réplica I del experimento 04-C se reproducen en la siguiente tabla:

#	t (min)	ΔP (g)	T (°C)
1	0	0.0000	22
2	8	0.0015	21
3	16	0.0038	21
4	24	0.0059	21
5	32	0.0079	21
6	40	0.0102	21
7	48	0.0120	21
8	56	0.0131	21
9	64	0.0155	21
10	72	0.0174	22
11	80	0.0197	22
12	88	0.0212	22
13	96	0.0230	22
14	104	0.0249	22
15	112	0.0267	22
16	120	0.0281	22

Como se mencionó en el cuerpo del trabajo, por comodidad, se designa como X a la variable independiente (tiempo) y Y a la supuesta variable dependiente (incremento de peso). La columna de temperaturas se coloca sólo como referencia.

La primera columna (#) señala sólo el número consecutivo de medición.

No. Exp.	Operación	Resultado
1	$0.2579^2/16$	4.16 E-03
2	$0.2167^2/16$	2.93 E-03
3	$-0.0107^2/16$	7.16 E-06
4	$-0.0115^2/16$	8.27 E-06
5	$-0.0043^2/16$	1.16 E-06
6	$-0.0071^2/16$	3.15 E-06
7	$0.0039^2/16$	9.51 E-07
8	$-0.0041^2/16$	1.05 E-06

Como se puede apreciar, el primer número de la última columna es igual al factor de corrección C, mientras que la suma de los otros siete valores equivalen a la SCT.

Realizando de nueva cuenta el ANOVA con las sumas de los cuadrados ya desglosadas se tienen, según el diseño experimental inicial:

f.v.	g.l.	SC	VAR	F	P*
a	1	2.935 E-03	2.935 E-03	1704.42	5.59
b	1	7.156 E-06	7.156 E-06	4.16	
ab	1	8.266 E-06	8.266 E-06	4.80	
c	1	1.156 E-06	1.156 E-06	0.67	
ac	1	3.151 E-06	3.151 E-06	1.83	
bc	1	9.506 E-07	9.506 E-07	0.55	
abc	1	1.051 E-06	1.051 E-06	0.61	
ERROR	7	1.205 E-05	1.722 E-06		

Comparando las F obtenidas experimentalmente contra la F* obtenida mediante tablas, se ve que existe diferencia significativa debido a la fuente de variación a, ya que 1704.42 es mayor que 5.59, lo que indica que el tipo de película utilizado en el experimento influye en el incremento de peso por parte de sistema núcleo-película.

El procedimiento de cálculo es como se muestra a continuación:

- 1) $\sum XY = (0)(0.0000) + (8)(0.0015) + (16)(0.0038) + (24)(0.0059) + \dots + (112)(0.0267) + (120)(0.0281) = 19.0312$
- 2) $\sum Y = 0.0000 + 0.0015 + 0.0038 + 0.0059 + \dots + 0.0267 + 0.0281 = 0.2309$
- 3) $\sum Y^2 = 0.0000^2 + 0.0015^2 + 0.0038^2 + 0.0059^2 + \dots + 0.0267^2 + 0.0281^2 = 4.5656 \text{ E-03}$
- 4) $r = (\sum XY - (\sum X \sum Y)/n) / ((\sum X^2 - (\sum X)^2/n)(\sum Y^2 - (\sum Y)^2/n))^{0.5}$

Como para todos los casos $n=16$ y $X=960$, la fórmula anterior para el coeficiente de correlación queda reducida a

$$r = (\sum XY - 60\sum Y) / (147.51(\sum Y^2 - (\sum Y)^2/16))^{0.5} =$$

$$= (19.312 - 60(0.2309)) / (147.51(4.5656 \text{ E-03} - (0.2309)^2/16))^{0.5}$$

$$= 0.9993$$

Como se ve, el coeficiente de correlación es aceptable. Los resultados experimentales se ajustan en buena forma a la línea recta propuesta.

- 5) El promedio de la temperatura se obtiene sumando las 16 mediciones de ésta y dividiendo la suma entre el total de datos:

$$\bar{T} = (22+21+21+21+\dots+22+22)/16 = 21.5$$

En forma similar se calcula el promedio de las Y:

$$\bar{Y} = \sum Y/n = 0.2309/16 = 1.4431 \text{ E-02}$$

- 6) Con los datos obtenidos se calculará ahora las características de la recta a la cual se trata de ajustar:

$$a = (\sum X \sum Y - n \sum XY) / ((\sum X)^2 - n \sum X^2) =$$

$$= ((960)(0.2309) - 16(19.0312)) / ((960)^2 - 16(79,360)) =$$

$$= 2.3792 \text{ E-04 g/min.}$$

- 7) La intersección de la recta con el eje de las Y vendrá dado por:

$$b = \bar{Y} - a \bar{X} =$$

$$= 1.4431 \text{ E-02} - 60(2.3792 \text{ E-04}) =$$

$$= 1.5588 \text{ E-04 g}$$

8) El incremento de peso final (ΔP_f) en el intervalo de tiempo de 2 hr será:

$$\begin{aligned}\Delta P_f &= 120 a = 120 (2.3792 \text{ E-04}) = \\ &= 0.0286 \text{ g.}\end{aligned}$$

9) Por último, el "retraso del tiempo" para el presente ejemplo es:

$$\begin{aligned}\tau &= -a/b = - 2.3792 \text{ E-04}/1.5588 \text{ E-04} = \\ &= -0.7 \text{ min.}\end{aligned}$$