

55  
2 ej.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO DEL MODO H EN PLASMAS CON CALENTAMIENTO  
INYECTADO

T E S I S

Que para obtener el grado de:

F I S I C O

P r e s e n t a:

María Guadalupe Ramos Lara

1991

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

UNAM



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# CONTENIDO

INTRODUCCION	1
<u>CAPITULO I. FENOMENOLOGIA DEL TRANSPORTE EN UN PLASMA</u>	2
1.1 Transporte Neoclásico	4
1.2 Transporte Anómalo	12
<u>CAPITULO II. CALENTAMIENTO AUXILIAR: MODOS L y H</u>	15
2.1 Necesidad de calentamiento auxiliar	15
2.2 Métodos de calentamiento auxiliar	17
A. Inyección de haces neutros (NBI)	17
B. Calentamiento por ondas de radio frecuencia (RF)	19
C. Compresión adiabática	21
2.3 Modo L	23
2.4 Modo H	25
<u>CAPITULO III. MODELOS DEL MODO H</u>	32
3.1 Modelos basados en configuraciones magnéticas diversoras	32
A. Modelos Neoclásicos	32
B. Modelos basados en la estabilidad del plasma	35
C. Modelo de bifurcación	38
3.2 Modelos de bifurcación que no especifican el tipo de frontera	41
<u>CAPITULO IV. MODELO PROPUESTO PARA LA TRANSICION L-H</u>	52
4.1 Descripción del modelo	52
4.2 Resultados	63
<u>CAPITULO V. CONCLUSIONES</u>	68
APENDICE †	70
REFERENCIAS	71
BIBLIOGRAFIA	74

## INTRODUCCION

El objetivo principal de la investigación en plasmas termonucleares ha sido diseñar configuraciones para el confinamiento de un plasma a altas temperaturas, con cierta densidad y por un período de tiempo suficientemente largo para que tengan lugar las reacciones de fusión nuclear, logrando así liberar más energía de la que fue requerida para crear y confinar el plasma.

Existen diversas formas de confinar un plasma en un dispositivo termonuclear y calentarlo de tal manera que comience el proceso de fusión.

Entre los diversos programas de investigación termonuclear, se considera que el de mayor perspectiva es el basado en los reactores tipo «tokamak».

El parámetro fundamental que caracteriza la "calidad" de confinamiento de un dispositivo es el producto de la concentración de las partículas,  $n$ , por el tiempo en que la energía suministrada se mantiene en la trampa,  $\tau_E$ , es decir,  $n\tau_E$ ; siendo, generalmente,  $\tau_E < 1$  seg. Para que haya igualdad entre energía producida y energía invertida  $n\tau_E$  debe exceder cierto valor,  $\sim 10^{14}$  s/cm<sup>3</sup> para reacciones deuterio-tritio, de acuerdo a la condición de Lawson. Para poder llegar a satisfacer la condición de Lawson se confía en que los reactores nucleares puedan operar en un régimen de alto confinamiento (o modo H), que fue descubierto en los últimos años.

Entre los diversos propósitos de este trabajo, figura el explicar la transición del modo L (régimen con tiempos de confinamiento bajo) al modo H en el borde de un plasma tokamak, bajo ciertas condiciones. Para ello se presentará en forma breve en los primeros dos capítulos la teoría usual sobre el transporte, el calentamiento auxiliar y los regímenes de confinamiento L y H.

En el capítulo III se examinan brevemente los modelos, existentes hoy en día, sobre la transición L-H.

En el capítulo IV se expone el modelo propuesto para dicha transición y, finalmente, en el capítulo V se presentan las conclusiones, en relación a los resultados obtenidos.

## CAPITULO I

### FENOMENOLOGIA DEL TRANSPORTE EN UN PLASMA

---

El confinamiento de partículas en presencia de colisiones es generalmente examinado desde dos puntos de vista complementarios: el primero se basa en la teoría de fluidos y el segundo en la teoría cinética, es decir, en una descripción macroscópica y en una microscópica, respectivamente.

Las ecuaciones macroscópicas del plasma son ecuaciones de transporte en el sentido de que describen el flujo de masa, momento y energía. Sin embargo, el término «fenómeno de transporte» se usa habitualmente en física de plasmas para identificar los procesos que producen dichos flujos, debido a propiedades como la conductividad eléctrica, la conductividad térmica, la difusión de partículas a través, o a lo largo, de campos magnéticos, etc. La descripción microscópica, por otra parte, está basada en las funciones de distribución tanto en el espacio de configuración como en el espacio de velocidades de las partículas del plasma, las correlaciones existentes entre dichas funciones y los microcampos producidos por las partículas; es con este enfoque que deben calcularse los coeficientes de transporte.

La descripción de un plasma por medio de funciones de distribución es un tanto detallada y no siempre es necesaria. Por ello, en ocasiones es suficiente con describir un plasma en términos de ciertas cantidades promedio, descripción macroscópica, v.gr., el número de partículas de una especie  $\sigma$  dada por unidad de volumen  $n_\sigma(t, \vec{r})$ , la velocidad media de esas partículas  $\vec{V}_\sigma(t, \vec{r})$  y la energía media o temperatura  $T_\sigma(t, \vec{r})$ . En razón de que cada una de estas descripciones involucran cálculos extensos para exhibir en detalle su conformación, solamente nos limitaremos a dar los resultados en forma general.

Las propiedades de un plasma pueden ser determinadas por medio de la ecuación de Boltzmann <sup>(1)</sup> para cada especie,  $\sigma$ , dada por

$$\frac{\partial f_\sigma}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f_\sigma + \frac{e_\sigma}{m_\sigma} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f_\sigma}{\partial \vec{v}} \equiv C_\sigma + S_\sigma$$

donde  $f_\sigma \equiv f_\sigma(\vec{r}, \vec{v}, t)$  es la función de distribución de las partículas,  $(e_\sigma \vec{E} + e_\sigma \vec{v} \times \vec{B}) = \vec{F}_\sigma$  es la fuerza electromagnética que actúa sobre las partículas,  $m_\sigma$  es la masa,  $C_\sigma$  representa los cambios en la función de distribución de las partículas por colisiones y  $S_\sigma$  representa las fuentes y sumideros; para especies  $\sigma$ , respectivamente.

Las primeras cuatro ecuaciones de momentos son obtenidas al multiplicar la ecuación de Boltzmann por  $\mathfrak{S}_n(\vec{v})$  e integrar respecto de  $\vec{v}$ , donde

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_0(\vec{v}) &= 1, \\ \mathfrak{S}_1(\vec{v}) &= m\vec{v}, \\ \mathfrak{S}_2(\vec{v}) &= \frac{1}{2}m(\vec{v} \cdot \vec{v}), \\ \mathfrak{S}_3(\vec{v}) &= \frac{1}{2}m(\vec{v} \cdot \vec{v})\vec{v}.\end{aligned}$$

Las ecuaciones resultantes son

1) Balance de partículas o de continuidad ( $n = 0$ )

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} + \nabla \cdot n_\sigma \vec{v}_\sigma = \tilde{S}_\sigma^0,$$

2) Balance de momento ( $n = 1$ )

$$m_\sigma \frac{\partial (n_\sigma \vec{v}_\sigma)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{M}_\sigma - n_\sigma e_\sigma (\vec{E} + \vec{v}_\sigma \times \vec{B}) = \vec{R}_\sigma^1 + \vec{S}_\sigma^1,$$

3) Balance de energía ( $n = 2$ )

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (Tr M_\sigma) + \nabla \cdot \vec{q}_\sigma = n_\sigma e_\sigma \vec{v}_\sigma \cdot \vec{E} + \vec{R}_\sigma^2 + \vec{S}_\sigma^2,$$

#### 4) Flujo de energía ( $n = 3$ )

$$\frac{\partial \vec{q}_\sigma}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{\theta}_\sigma - \frac{1}{2} \frac{e_\sigma}{m_\sigma} (\text{Tr } M_\sigma) \vec{E} - \frac{e_\sigma}{m_\sigma} \vec{M}_\sigma \cdot \vec{E} - \frac{e_\sigma}{m_\sigma} \vec{q}_\sigma \times \vec{B} = \vec{R}_\sigma^3 + \vec{S}_\sigma^3,$$

donde se ha definido

- i )  $\vec{M}_\sigma \equiv n_\sigma m_\sigma (\vec{v}\vec{v})_\sigma$  tensor del momento,
- ii )  $\text{Tr } M_\sigma \equiv n_\sigma m_\sigma (\vec{v} \cdot \vec{v})_\sigma$  la traza escalar de  $\vec{M}_\sigma$ ,
- iii )  $\vec{q}_\sigma \equiv \frac{1}{2} n_\sigma m_\sigma [(\vec{v} \cdot \vec{v})\vec{v}]_\sigma$  el flujo de energía,
- iv )  $\vec{\theta}_\sigma \equiv \frac{1}{2} n_\sigma m_\sigma [(\vec{v} \cdot \vec{v})\vec{v}\vec{v}]_\sigma$  el tensor del flujo de energía,
- v )  $R_\sigma^n \equiv \int C_\sigma \mathfrak{S}(\vec{v}) d^3v$  el término de fricción por colisiones, y
- vi )  $S_\sigma^n \equiv \int S_\sigma \mathfrak{S}(\vec{v}) d^3v$  los momentos de las fuentes.

Debido a que las pérdidas de partículas y de energía del plasma pueden ser calculadas usando las expresiones del flujo de partículas  $\Gamma = nv$  y del flujo de calor por conducción  $q$  (o en términos del coeficiente de difusión  $D$  y la difusividad térmica  $\chi$ ) en las ecuaciones de balance de partículas (Momento de orden cero) y de energía (Momento de orden dos), respectivamente, se hará énfasis en ellas.

### 1.1 TRANSPORTE NEOCLASICO

El transporte clásico colisional no considera ninguna geometría específica del plasma y sus campos, y en particular puede ser aplicado a un plasma cilíndrico clásico son las colisiones binarias de Coulomb, las que provocan que los centros de giro de las partículas se desplacen de una órbita centrada sobre una superficie magnética a otra órbita centrada sobre una superficie magnética colindante, mientras que el transporte neoclásico colisional proviene de considerar un sistema toroidal de simetría axial  $\partial/\partial\phi=0$ , siendo  $\phi$  el ángulo toroidal (c.f. Fig. 1.1.1), donde no existe simetría poloidal debido a que el campo toroidal,  $B_\phi$ , es más intenso sobre el interior del toro ( $\theta=\pi$ ) que sobre el exterior del mismo ( $\theta=0$ ).

Es precisamente esta pérdida de simetría poloidal la que tiene un efecto profundo sobre el transporte.

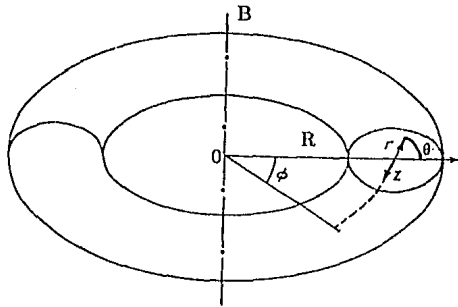


FIG. 1.1.1 Sistema coordenado toroidal  $(r, \theta, \phi)$ .

La ecuación del momento lineal de un plasma (Momento de orden uno), visto como un multifluido libre de fuentes y en estado estacionario, además de considerar una presión isotrópica (aproximación que desprecia los efectos de viscosidad), está dada por<sup>(2)</sup>

$$\nabla p_{\sigma} = n_{\sigma} e_{\sigma} (\vec{E} + \vec{v}_{\sigma} \times \vec{B}) + \vec{R}_{\sigma}^1 = n_{\sigma} \vec{F}_{\sigma} + \vec{R}_{\sigma}^1, \quad (1.1.1)$$

donde  $p_{\sigma}$  es la presión isotrópica,  $n_{\sigma}$  es la densidad de partículas,  $e_{\sigma}$  es la carga eléctrica,  $\vec{F}_{\sigma}$  es la fuerza electromagnética y  $\vec{R}_{\sigma}^1$  es el término de fricción por colisiones, para especies  $\sigma$ , respectivamente.

La componente poloidal de la ecuación (1.1.1) en un sistema coordenado toroidal  $(r, \theta, \phi)$ , nos da la expresión del flujo radial de partículas. Considerando que la densidad de partículas, las temperaturas de las diferentes especies  $\sigma$  y el potencial electrostático son



constantes sobre una superficie de flujo con  $r = \text{cte.}$ , este flujo está dado por

$$n_{\sigma} v_{\sigma r} = \frac{h R_{\sigma\theta}^1}{e_{\sigma} B_{\phi}^0} - \frac{h}{e_{\sigma} B_{\phi}^0} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial p_{\sigma}}{\partial \theta} + n_{\sigma} e_{\sigma} \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right), \quad (1.1.2)$$

siendo  $h(r, \theta) \equiv 1 + (r/R_0 \cos \theta) = 1 + \epsilon \cos \theta$ ,  $\epsilon \equiv r/R$ ,  $B_{\phi}^0(r)$  la magnitud del campo magnético toroidal en  $R_0$  ( $\theta = \pi/2$ ),  $\Phi$  el potencial electrostático y  $R_{\sigma\theta}^1$  la componente poloidal del término de fricción por colisiones.

El primer término en la ecuación (1.1.2) corresponde al «transporte clásico», mientras que el segundo término, el cual desaparece para un cilindro debido a su simetría poloidal, corresponde a los flujos del «transporte neoclásico». El término entre paréntesis corresponde a la componente paralela al campo poloidal de la ecuación (1.1.1), por lo tanto

$$n_{\sigma} v_{\sigma r} = \frac{h R_{\sigma\theta}^1}{e_{\sigma} B_{\phi}^0} - \frac{h R_{\sigma\parallel}^1}{e_{\sigma} B_{\phi}^0} \equiv (n_{\sigma} v_{\sigma r})_C + (n_{\sigma} v_{\sigma r})_{NC}. \quad (1.1.3)$$

Así, el transporte clásico es derivado por la fricción de colisión poloidal y el transporte neoclásico por la fricción de colisión paralela al campo.

Existen dos importantes efectos neoclásicos dentro del segundo término de la ecuación (1.1.3). El primer efecto, el cual siempre está presente, es una modificación debida a la geometría toroidal y el segundo efecto se debe a la influencia de partículas atrapadas. El transporte modificado por los efectos de la geometría toroidal es conocido como flujos de «Pfirsch-Schlüter» (PS), y el transporte debido a los efectos de partículas atrapadas como flujos de «banana-plateau» (BP).<sup>(3)</sup>

Las órbitas de las partículas atrapadas, como se muestra en la Fig. 1.1.2, pueden existir solamente cuando el tiempo promedio entre colisiones,  $\tau_c$ , es grande comparado con el tiempo requerido para que una partícula complete una órbita,  $\tau_b$ . Este último puede ser estimado de la longitud de la órbita cerrada para una partícula marginalmente atrapada,  $2qR_0$ , dividida por su velocidad paralela,  $v_{\parallel}(0) \simeq \sqrt{2\epsilon} v_t$ , i.e.,

$$\tau_b \simeq \sqrt{2} \frac{q R_0}{\sqrt{\epsilon} v_t}, \quad (1.1.4)$$

donde  $v_t = (2kT/m)^{1/2}$  es la velocidad térmica,  $q(r) = \epsilon(B_{\phi}/B_{\theta})$  da una medida del grado de enroscamiento de las líneas del campo magnético en una superficie magnética y  $\epsilon \equiv r/R$ .

Como el tiempo entre colisiones es  $\tau_c \simeq \epsilon \tau_{90}$  y  $\tau_c > \tau_b$ , entonces

$$\nu^* \equiv \frac{\nu_{90} q R_0}{v_t} < \epsilon^{3/2}, \quad (1.1.5)$$

siendo  $\nu^* = (\tau_c/\tau_b)^{-1}$  y  $\nu_{90} = \tau_{90}^{-1}$  donde el subíndice refiere una dispersión de  $90^\circ$ .

El régimen del plasma en el que se satisface la condición (1.1.5) es conocido como el régimen de «banana». Aquí el transporte es dominado por las partículas atrapadas (régimen sin colisiones).

El origen de las partículas atrapadas se debe a la variación poloidal del campo magnético y puede entenderse fácilmente si se considera el movimiento de éstas en el plano  $(r, \theta)$ .<sup>(4)</sup> La Fig. 1.1.2 representa la sección transversal de un tubo toroidal, donde  $B_\theta > 0$  y las partículas son iones. Si el campo magnético  $\vec{B}$  sale de la hoja y el eje de simetría está localizado a la izquierda, entonces la deriva toroidal  $\vec{v}_R$  de las partículas, debido a que las líneas del campo magnético son helicoidales (curvas), es siempre hacia abajo.

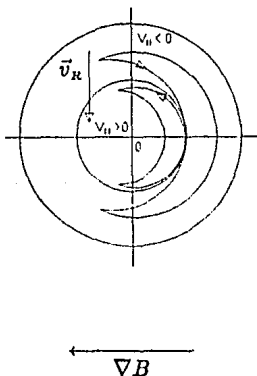


FIG. 1.1.2 Trayectorias de partículas atrapadas proyectadas en el plano  $(r, \theta)$ .

La trayectoria del ión, proyectada en el plano  $(r, \theta)$ , en el caso de que no existiera  $\vec{v}_R$ , sería casi un círculo y siempre sobre la misma superficie de flujo. El semicírculo se debe a la presencia del gradiente del campo magnético,  $\nabla B$ . Debido a que el campo magnético es más intenso en la regiones interiores del plasma, las partículas son reflejadas en algún punto al acercarse a esta región y, por ende, la mayor parte de ellas estarán oscilando en la región donde el campo magnético es débil. Cuando la velocidad de éstos es positiva,  $v_{i\parallel} > 0$ , se mueven sobre la superficie de flujo en sentido contrario a las manecillas del reloj, por lo que al estar en la mitad superior del plano se mueven a superficies de flujo más internas y al pasar a la mitad inferior regresan a las superficies más externas. De esta forma, la trayectoria de los iones tiene la forma de una «banana», al ser proyectada en el plano  $(r, \theta)$ , como se muestra en la Fig. 1.1.2. Los iones con  $v_{i\parallel} > 0$  se mueven trazando la «banana» por dentro de la superficie magnética inicial y los de  $v_{i\parallel} < 0$  por fuera de la misma. De hecho el valor de la deriva toroidal  $\vec{v}_R$  influye sobre el ancho de la «banana» y como tiene una componente muy pequeña en la dirección toroidal, provoca que la «banana» se desplace alrededor del toroide.

Los electrones, en cambio, trazan la banana en sentido opuesto a como lo hacen los iones, debido a que la deriva toroidal  $\vec{v}_R$  apunta hacia arriba.

En el otro extremo está el caso donde el tiempo entre colisiones es menor que el tiempo requerido para que una partícula complete una órbita sin ser atrapada, entonces la forma de la órbita no puede ser relevante al proceso de difusión y el plasma está en un régimen colisional. Como el tiempo requerido para completar una órbita sin ser atrapada es  $qR_0/v_L$ , la condición para que el plasma esté en el régimen colisional es

$$\nu^* > 1. \quad (1.1.6)$$

El régimen de la ecuación (1.1.6) es conocido como régimen de «Pfirsch-Schlüter», en el cual el transporte es dominado por las partículas que están en movimiento y en constante colisión.

El régimen intermedio entre el colisional y el no colisional es conocido como régimen «plateau» y está definido por

$$c^{3/2} < \nu^* < 1. \quad (1.1.7)$$

En el régimen «plateau» los efectos de las órbitas de las partículas que están en movimiento son dominantes para determinar el proceso de transporte. Dichos efectos, para  $\nu^* < 1$ , afectan el balance del momento del multifluido de dos formas:

- 1) determinan la forma del término de fricción de colisiones  $\vec{R}_\sigma^1$ , y
- 2) introducen un cizallamiento viscoso que rompe la isotropía de la presión, por lo que el gradiente de presión de la ecuación (1.1.1) debe ser remplazado por la divergencia del tensor de presión.

Las expresiones para los flujos de partículas,  $\Gamma$ , y de conducción de calor,  $q$ , se obtienen de las ecuaciones de conservación del momento lineal (Momento de orden uno) y de la del flujo de energía (Momento de orden tres), respectivamente. Cuando estas expresiones se usan en las ecuaciones de continuidad (Momento de orden cero) y en la de balance de la energía (Momento de orden dos), se obtiene un conjunto acoplado de ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden, en las cuales las densidades y temperaturas son las incógnitas. Estas ecuaciones diferenciales, promediadas sobre las superficies de flujo magnético, junto con las condiciones a la frontera, constituyen la teoría del transporte neoclásico de plasmas toroidales con simetría axial, en el límite  $\epsilon \ll 1$ .

El proceso básico del transporte ha sido establecido a través de superficies de flujo, aproximadas a superficies circulares, es decir, con  $r = \text{cte.}$ , en geometría toroidal; pero esto es sólo por conveniencia y no una característica intrínseca del proceso de transporte.

Para determinar el transporte de «Pfirsch-Schlüter», correspondiente al segundo término de la ecuación (1.1.3), es necesario obtener una expresión más precisa (con respecto al del transporte clásico) del término de fricción de colisión paralelo al campo,  $R_{\sigma\parallel}$ , siendo éste derivado a partir de la teoría de «Fokker-Planck»<sup>(5)</sup>, en el que se incluyen los efectos del gradiente de temperatura,  $\nabla_{\parallel} T_\sigma$ .<sup>\*</sup> Para simplificar la notación, considérese un plasma que consiste de dos especies solamente,  $\sigma$  y  $\sigma'$ , tales que  $m_\sigma \ll m_{\sigma'}$  y  $|\vec{v}_\sigma| \gg |\vec{v}_{\sigma'}|$ .

---

\*  $\nabla_{\parallel} T_\sigma$  fue introducido para un mejor tratamiento del término de fricción por colisiones,  $R_{\sigma\parallel}$ , e igualmente pudo haberse usado en la expresión para el flujo clásico, que fue desarrollado sobre la misma base; no es un efecto neoclásico. Este gradiente de temperatura altera el flujo de partículas, principalmente en lo referente a la concentración de impurezas en el centro del plasma.

Así, el transporte radial de PS, promediado sobre una superficie toroidal de flujo con  $r = \text{cte.}$ , en relación al flujo de partículas radial clásico, está dado por

$$\Gamma_{\sigma r}^{PS} \equiv \langle n_{\sigma} v_{\sigma r}^{PS} \rangle \simeq 2 \left( \epsilon \frac{B_{\phi}^0}{B_{\theta}^0} \right) \Gamma_{\sigma r}^C = 2 q^2 \Gamma_{\sigma r}^C. \quad (1.1.8)$$

Considerando que  $R_{\sigma \parallel} = -R_{\sigma' \parallel}$ , se tiene

$$\Gamma_{\sigma' r}^{PS} = -\frac{1}{z} \Gamma_{\sigma r}^{PS}, \quad (1.1.9)$$

donde  $z \equiv e_{\sigma'} / e_{\sigma}$ .

De acuerdo con la ecuación (1.1.8), se concluye que cuando  $q$  varía de  $\sim 1$  en el centro del plasma a  $2-4$  en el borde, los flujos de PS son un orden de magnitud más grandes que los flujos clásicos. Así, los efectos de la geometría toroidal dan como resultado que los flujos radiales sean mayores en un orden de magnitud, con respecto a los valores clásicos.

Ahora, para determinar, de una forma más sencilla, el transporte a través de superficies de flujo de forma arbitraria, debido a los efectos de las partículas atrapadas (en el límite  $\epsilon \ll 1$ ) es conveniente usar la teoría cinética.<sup>(6)</sup> Considerando el problema independiente del tiempo, libre de fuentes y que no existe campo eléctrico en la dirección paralela al campo magnético, la ecuación de Boltzmann es expresada como

$$(\vec{v}_d + \vec{v}_{\parallel}) \cdot \nabla \hat{f} = C = \left. \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} \right|_{col}, \quad (1.1.10)$$

donde  $\vec{v}_d$  es la velocidad de deriva,  $\hat{f} = \hat{f}(r, \theta, \bar{\mu}, W)$  es la función de distribución del centro de giro de las partículas<sup>(7)</sup> y está en función del radio menor,  $r$ , del ángulo poloidal,  $\theta$ , del momento magnético de las partículas,  $\bar{\mu} = 1/2(mv_{\perp}^2/B)$ , y de la energía de las partículas,  $W = 1/2 m(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2)$ . Los subíndices referentes a las especies de partículas son suprimidos en este análisis, para simplificar la notación. Además, considérese que  $|v_{\parallel}| \gg |v_d|$ , por lo que la componente  $\theta$  de la expresión de  $\vec{v}_d$  puede ser despreciada. Así, la ecuación (1.1.10) puede expresarse como

$$\frac{m v_{\parallel}}{\epsilon R_0 B^0} \frac{1}{r} \frac{\partial (R v_{\parallel})}{\partial \theta} \frac{\partial \hat{f}}{\partial r} + v_{\parallel} \frac{B_{\theta}^0}{B^0} \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{f}}{\partial \theta} = \left. \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} \right|_{col}. \quad (1.1.11)$$

El operador de colisión es evaluado de la teoría de «Fokker-Planck», considerando que las dispersiones dominantes son entre partículas ligeras y pesadas, para asegurar cambios en  $\bar{\mu}$  pero imperceptibles en  $W$ . De esta manera la ecuación (1.1.11) toma la forma

$$\frac{mv_{\parallel}}{eR_0 B^0} \frac{1}{r} \frac{\partial(Rv_{\parallel})}{\partial\theta} \frac{\partial\hat{f}}{\partial r} + v_{\parallel} \frac{B_0^0}{B^0} \frac{1}{r} \frac{\partial\hat{f}}{\partial\theta} = \left. \frac{\partial\hat{f}}{\partial t} \right|_{col} = \frac{mv_{\parallel}}{B} \frac{\partial}{\partial\bar{\mu}} \left( v_{\parallel} \bar{\mu} \frac{\partial\hat{f}}{\partial\bar{\mu}} \right). \quad (1.1.12)$$

Resolviendo analíticamente la ecuación (1.1.12),<sup>(8)</sup> se obtiene

$$\begin{aligned} v_{\parallel} \frac{B_0^0}{B^0} \frac{1}{r} \frac{\partial\hat{f}^1}{\partial\theta} + \frac{mv_{\parallel}}{eR_0 B^0} \frac{1}{r} \frac{\partial(Rv_{\parallel})}{\partial\theta} \frac{\hat{f}^0}{n} \frac{\partial n}{\partial r} &= \left. \frac{\partial\hat{f}^1}{\partial t} \right|_{col} \\ &= \frac{mv_{\parallel}}{B} \frac{\partial}{\partial\bar{\mu}} \left( v_{\parallel} \bar{\mu} \frac{\partial\hat{f}^1}{\partial\bar{\mu}} \right), \end{aligned} \quad (1.1.13)$$

donde  $\hat{f} = \hat{f}^0 + \hat{f}^1$  fue expandida a primer orden en  $\delta$ , con  $\delta = r_g/L$  y  $L$  la longitud de escala característica.

El flujo de partículas a través de una superficie de flujo, promediado sobre la misma, es

$$\Gamma \equiv \langle nv_r \rangle = \frac{1}{2\pi} \int h d\theta d^3v \hat{f} v_{d,r}. \quad (1.1.14)$$

Por lo tanto, usando la expresión de  $v_{d,r}$ , el elemento de volumen en el espacio fase,  $d^3v$ , e integrando por partes con respecto a  $\theta$ , bajo la consideración de que  $\partial\hat{f}^0/\partial\theta = 0$ , se tiene

$$\Gamma = -\frac{1}{emR_0 r} \int d\theta d\bar{\mu} dW \frac{v_{\parallel}^2}{|v_{\parallel}|} R \frac{\partial\hat{f}^1}{\partial\theta}. \quad (1.1.15)$$

Sustituyendo la ecuación (1.1.13) en (1.1.15), tomando el orden más bajo de  $\epsilon$  y definiendo una frecuencia de colisión efectiva,  $\bar{\nu} = \nu/\epsilon$ , se obtiene

$$\Gamma \simeq -\bar{\nu} \left( \frac{mv_{\parallel}}{eB_0^0} \right)^2 \epsilon^{1/2} \frac{\partial n}{\partial r} \simeq -\bar{\nu} r_g^2 q^2 \epsilon^{-3/2} \frac{\partial n}{\partial r}, \quad (1.1.16)$$

donde  $r_g \equiv (mv_{\perp}/eB^0)$  es el radio de giro de las partículas y  $q = \epsilon(B_{\phi}/B_{\theta})$ .

A manera de comparación, el transporte clásico obtenido con las ecuaciones de momentos puede ser escrito como

$$\Gamma^C \simeq -\bar{\nu} r_g^2 \frac{\partial n}{\partial r}, \quad (1.1.17)$$

y el transporte neoclásico de «Pfirsch-Schlüter» como

$$\Gamma^{PS} \simeq -\nu r_g^2 2q^2 \frac{\partial n}{\partial r}, \quad (1.1.18)$$

cuando los gradientes de temperatura no son tomados en consideración. Esos flujos también pueden ser calculados de la teoría cinética, haciendo la aproximación para  $\nu^* \gg 1$ .

Así, el primer efecto neoclásico, debido a la geometría toroidal, introduce el aumento de  $q^2$  veces el transporte del flujo clásico y el segundo efecto neoclásico, debido a partículas atrapadas, introduce un aumento adicional de  $\epsilon^{-3/2}$  del transporte del flujo cuando  $\nu^* \ll 1$ .

En general, el transporte de flujos del régimen «banana-plateau» ( $\nu^* < 1$ ) está relacionado con gradientes de temperatura y densidad, tal y como ocurre con el transporte de flujos en el régimen «Pfirsch-Schlüter» ( $\nu^* > 1$ ), aunque la dependencia con la frecuencia de colisión es mucho más complicada para los flujos de BP que para los de PS.

## 1.2 TRANSPORTE ANOMALO

La existencia de algún tipo de transporte anómalo en tokamaks es un hecho evidente, debido a que los tiempos de confinamiento de la energía de los electrones,  $\tau_E$ , y el de las partículas,  $\tau_p$ , predichos por la teoría neoclásica son considerablemente más grandes que los tiempos de confinamiento observados en los experimentos. Considerando los perfiles de densidad y temperatura experimentales es posible calcular la transferencia de energía clásica de los electrones a los iones, así como cualquier calentamiento directo de los iones por calentamiento auxiliar (i.e., un calentamiento no ohmico). De esta forma, es factible

examinar el balance de la energía correspondiente a los iones y obtener experimentalmente el tiempo de confinamiento de la energía de estas partículas. Cuando esto es establecido, los datos experimentales muestran que la difusividad térmica de los iones,  $\chi_i$ , es de dos a tres veces superior al valor predicho por la teoría neoclásica. Sin embargo, cuando se examina el balance de la energía de los electrones, los datos experimentales claramente muestran que el transporte térmico de éstos debe ser substancialmente más grande que el neoclásico, alrededor de cien veces superior.

Las cantidades medidas experimentalmente son la energía térmica del plasma,  $U$ , y la potencia que le es inyectada al mismo,  $P_{in}$ . Así, el tiempo de confinamiento de la energía definido como

$$\tau_E = \frac{U}{P_{in}}, \quad (1.2.1)$$

es una medida de la pérdida de energía debido al transporte y a los procesos tanto radiativos como de intercambio de carga.

Para plasmas tokamak calentados ohmicamente, la siguiente ecuación de confinamiento

$$\tau_E(s) = 7 \times 10^{-22} n(\text{cm}^{-3}) a(\text{cm}) q R^2(\text{cm}), \quad (1.2.2)$$

resume en forma satisfactoria los datos experimentales.

Teóricamente, el tiempo de confinamiento de la energía para un proceso difusivo debe escalar como

$$\tau_E \sim \frac{a^2}{\chi_\perp}, \quad (1.2.3)$$

donde  $a$  es el radio menor del tokamak y  $\chi$  es la difusividad térmica. La teoría de escalamiento neoclásica predice que  $\chi_\perp \sim \nu T$ , para  $\nu^* < \epsilon^{3/2}$ , y que  $\nu \sim nT^{-3/2}$ . Así  $\chi_\perp \sim nT^{-1/2}$  y por lo tanto,

$$\tau_E^{No} \sim \frac{a^2 T^{1/2}}{n}. \quad (1.2.4)$$

Diversos mecanismos han sido sugeridos para explicar este confinamiento de energía, el cual deja de ser clásico. Los experimentos en tokamaks han mostrado que el tiempo de confinamiento de la energía de los electrones es anómalamente pequeño. La causa de esta



anomalía ha sido atribuida, principalmente, a las inestabilidades del plasma, inducidas por diversas fuentes, v.gr., los gradientes de densidad y temperatura.

Actualmente existen diversos modelos con el fin de explicar el transporte anómalo. Uno de ellos es en base a las ondas de deriva,<sup>(9)</sup> puesto que las ondas de deriva de gran amplitud, que son inducidas tanto por corrientes de electrones asociadas con la corriente paralela, como por efectos de partículas atrapadas, pueden conducir al desarrollo y disipación de «*microinestabilidades*» locales que rápidamente transportan partículas y energía. Sin embargo, estos modelos han resultado inadecuados cuando los resultados obtenidos para el escalamiento, con ciertos parámetros del confinamiento de la energía, han sido comparados con los ajustes de regresión de los datos experimentales. Asimismo, ellos predicen que el transporte de energía de los electrones es el mismo que el de los iones, mientras que el experimento indica que la pérdida de energía de los electrones es dominante en plasmas tokamak.<sup>(10)</sup> Una excepción a esto es reportada en el Doublet III, con inyección de haces neutros de alta potencia, en el que el transporte de los iones es el dominante.<sup>(11)</sup> Además, consideran que la conductividad térmica de los electrones,  $\kappa_e(r)$ , decrece como una función de  $r$ ; contrariamente a los perfiles  $\kappa_e(r)$  inferidos experimentalmente.

Así, una de las alternativas para explicar el transporte térmico de los electrones es en base a «*fluctuaciones magnéticas*». <sup>(12)</sup> Estos modelos establecen que la conductividad térmica de los electrones,  $\kappa_e$ , escala con la temperatura como  $T^{1/2}$ . Lo que los diferencia es cómo se establece la fluctuación magnética (inestabilidad), pero una vez que ésta existe la dependencia con la temperatura es la misma. Sus resultados son consistentes con la dependencia radial de la conductividad térmica,  $\kappa_e(r)$ , y predicen en forma satisfactoria los perfiles de temperatura. Este tipo de modelos de transporte anómalo será utilizado en el capítulo IV, en donde es importante la dependencia de  $\kappa_e$  con  $T$ .

## 2.1 NECESIDAD DE CALENTAMIENTO AUXILIAR

El calentamiento de un plasma a temperaturas termonucleares ( $T_e \geq 10 \text{ KeV}$ ) ha sido hasta el momento uno de los principales objetivos de la investigación en fusión controlada. Diversas técnicas han sido exploradas y desarrolladas con este fin.

La corriente que fluye en un plasma tokamak provee una cierta cantidad de calentamiento resistivo intrínseco del plasma. El término intrínseco proviene del hecho de que al aplicar un campo eléctrico,  $\vec{E}$ , al plasma se incrementa la energía cinética de sus electrones, debido a que éstos son acelerados, y luego termalizados por medio de colisiones con los iones. Este tipo de calentamiento recibe la denominación de «calentamiento ohmico» o «calentamiento Joule». <sup>(13)</sup> Usando la ley de Ohm para un plasma, libre de fuentes y en estado estacionario, se obtiene la densidad de potencia de calentamiento ohmico

$$P_{\Omega} (\text{MW}/\text{m}^3) = 10^{-6} \vec{j} \cdot \vec{E} = 10^{-6} \eta j^2 = 10^{-6} \frac{E^2}{\eta}, \quad (2.1.1)$$

donde  $j$  es la densidad de corriente y  $\eta$  la resistividad del plasma.

La dependencia de la resistividad  $\eta$  del plasma con la temperatura de los electrones,  $T_e$ , está dada por

$$\eta (\text{ohm} \cdot \text{m}) = \frac{m_e \nu_{ei}}{n_e e^2} = \frac{2.8 \times 10^{-8}}{T_e^{3/2}} z, \quad (2.1.2)$$

donde  $z$  es la carga efectiva de los iones del plasma y  $T_e$  está expresada en keV. Las unidades son referidas al sistema MKS, excepto que  $T_e$  está en keV.

De la ecuación (2.1.2) podemos observar que la resistividad decrece cuando la temperatura del electrón se incrementa y, por lo tanto, también decrece el calentamiento, para una corriente dada.

Usando la expresión para la resistividad, ecuación (2.1.2), y que la densidad de corriente  $j$  está uniformemente distribuida sobre la sección transversal del plasma ( $I = \pi a^2 j$ ), la densidad de potencia resistiva es

$$P_{\Omega} \text{ (MW/m}^3\text{)} = 2.8 \times 10^{-15} \frac{z I^2 \text{ (A)}}{a^4 \text{ (m)} T_e^{3/2} \text{ (keV)}}, \quad (2.1.3)$$

y usando la ley de Ampere

$$\mu_0 I = 2\pi a B_{\theta}, \quad (2.1.4)$$

junto con

$$q(a) \equiv \frac{a B_{\phi}^0}{R_0 B_{\theta}}, \quad (2.1.5)$$

la potencia de calentamiento ohmico, ecuación (2.1.3), puede ser expresada como

$$P_{\Omega} \text{ (MW/m}^3\text{)} = 7 \times 10^{-2} \frac{z}{T_e^{3/2} \text{ (keV)}} \left(\frac{1}{q}\right)^2 \left(\frac{B_{\phi}^0}{R_0}\right)^2. \quad (2.1.6)$$

La ecuación (2.1.6) exhibe dos puntos importantes:

- i) la saturación de la potencia del calentamiento resistivo al incrementar la temperatura del plasma y
- ii)  $P_{\Omega}$  es máxima en tokamaks pequeños pero con altos campos magnéticos.

Para incrementar la temperatura del plasma, el calentamiento resistivo debe exceder las pérdidas de energía por procesos de transporte y radiación. Usando la fórmula empírica para el confinamiento de la energía, ecuación (1.2.1), la pérdida de energía es

$$P_L \text{ (MW/m}^3\text{)} = \frac{3}{2} \frac{nT}{\tau_E}. \quad (2.1.7)$$

El requerimiento  $P_{\Omega} > P_L$  conduce a una estimación de la máxima temperatura que puede ser alcanzada con calentamiento resistivo, i.e.,

$$T_e^{5/2} \text{ (keV)} < 1.46 \frac{z}{q^2} \left(\frac{a B_{\phi}^0}{R_0}\right)^2. \quad (2.1.8)$$

Considerando parámetros convencionales de un tokamak ( $B_\phi \simeq 5 \text{ T}$ ,  $R_0/a \simeq 3-5$ ,  $q(a) \simeq 2-4$ ), se obtiene que la máxima temperatura que puede ser alcanzada por calentamiento ohmico es del orden de  $T_e \sim 2 \text{ keV}$ , la cual está muy por debajo del orden de las temperaturas del régimen termonuclear, por lo que en la actualidad se investigan diversos métodos alternativos para aumentar la temperatura del plasma, tales como la inyección de haces neutros altamente energéticos, calentamiento por ondas de radio frecuencia y compresión adiabática, entre otros.

## 2.2 METODOS DE CALENTAMIENTO AUXILIAR

### A. INYECCION DE HACES NEUTROS (NBI\*)

La inyección de haces de hidrógeno o deuterio altamente energéticos dentro de un plasma, los cuales se ionizan y ceden su energía a los iones y electrones del plasma vía dispersión coulombiana, es un recurso altamente efectivo para el calentamiento del plasma.

La inyección de partículas debe ser neutra para que el campo magnético que confina el plasma, no ejerza efecto alguno sobre ellas. Así, las partículas pueden ser inyectadas en el plasma con relativa facilidad.

El método estándar para producir haces neutros consiste en generar y acelerar iones a una cierta energía, para luego convertirlos (en general a una fracción de ellos) en átomos neutros por un proceso de intercambio de carga. Esto puede lograrse cuando el haz de iones pasa a través de una región neutralizadora de gas.<sup>(14)</sup>

Una vez que el haz de partículas neutras entra al plasma, éste es atenuado tanto por reacciones de intercambio de carga como de ionización con los iones y electrones del plasma, produciéndose iones energéticos, que comparten su energía vía dispersiones de Coulomb con las diferentes especies del plasma.

La atenuación de un haz de partículas neutras en un plasma y, por consiguiente, el

---

\* Neutral beam injection.

depósito de la energía del haz está descrita por

$$\frac{dN_b(s)}{ds} = -N_b(s) n(s) \sigma_{tot}, \quad (2.2.1)$$

donde  $N_b$  es la densidad de partículas del haz,  $n$  la densidad de partículas del plasma,  $\sigma_{tot}$  es la sección eficaz total para intercambio de carga y ionización, y  $s$  es la longitud de trayectoria a lo largo de la dirección del haz. Para átomos de hidrógeno con energías  $E < 40 \text{ keV}$  (o átomos de deuterio con  $E < 80 \text{ keV}$ ), la atenuación es principalmente causada por intercambio de carga. Para energías más altas el proceso dominante es la ionización por los iones del plasma.

La ecuación (2.2.1) tiene por solución

$$N_b(s) = N_b(0) \exp(-n \sigma_{tot} s). \quad (2.2.2)$$

Para que el plasma sea calentado eficazmente, la mayor parte de la energía del haz neutro debe ser depositada más rápidamente en el centro del plasma que en el borde.

Simulaciones numéricas de inyección indican que el plasma será calentado eficazmente si la trayectoria libre media  $\lambda$ , para la atenuación de un haz de masa atómica  $A$ , es más grande que un cuarto del radio del plasma, i.e.,

$$\lambda \geq \frac{a}{4}, \quad (2.2.3)$$

siendo

$$\lambda(\text{m}) = \frac{5.5 \times 10^{17} U_b(\text{keV})}{A(\text{amu}) n(\text{m}^{-3}) z}. \quad (2.2.4)$$

Sustituyendo la ecuación (2.2.4) en (2.2.3) es posible estimar la energía mínima,  $U_b$ , de las partículas neutras que es requerida para el calentamiento efectivo de un plasma tokamak, siendo ésta

$$U_b(\text{KeV}) \geq 2.2 \times 10^{-18} n(\text{m}^{-3}) a(\text{m}) z A(\text{amu}). \quad (2.2.5)$$

Aun cuando este tipo de calentamiento ha alcanzado resultados satisfactorios, se considera que no deja de ser un sistema grande y costoso que complica el diseño del reactor.

Razón por la cual, se están investigando otros tipos de calentamiento y, en particular, el calentamiento por ondas de radio frecuencia.

## B. CALENTAMIENTO POR ONDAS DE RADIO FRECUENCIA (RF)

Debido a que una gran variedad de fenómenos relacionados con ondas pueden existir en un plasma, es dable pensar en la excitación de modos naturales como un medio para inyectar energía externa y así calentar el plasma. En principio esto podría ser simple, sin embargo, los modos naturales de un plasma confinado son bastante complejos.

Para que un plasma sea calentado por ondas de radio frecuencia, tres procesos deben proceder adecuadamente: <sup>(15)</sup>

- 1) la excitación de las ondas,
- 2) la propagación de las ondas a través del plasma, y
- 3) la absorción y termalización de la energía de las ondas.

La energía total emitida por la antena de transmisión debe ser transportada hacia el interior del plasma por medio de ondas electromagnéticas o electrostáticas, para que sea finalmente disipada en forma de energía térmica. Por lo tanto, si una gran parte de esta energía es disipada cerca de la periferia del plasma, se perderá rápidamente y la eficiencia de calentamiento será baja.

Comúnmente se emplean métodos que involucran calentamiento por ondas de Alfvén, ondas ión ciclotrónicas (ICRF) o electrón ciclotrónicas (ECRH) y ondas híbridas superior (UHRF) o inferior (LHRF).

La aproximación electrostática es aplicable al calentamiento resonante híbrido, pero las otras son generalmente ondas electromagnéticas. Las frecuencias características son la frecuencia ciclotrónica de los iones  $(2\pi)^{-1} |\Omega_i| = qB/2\pi m_i c \approx 75 \text{ MHz}$  (para  $H^+$  y  $B = 5 \text{ Wb/m}^2$ ), la frecuencia resonante híbrida inferior  $(2\pi)^{-1} \Omega_{LH} = (2\pi)^{-1} (\Omega_e \omega_{pe})^{1/2} \approx$

1 GHz, y la frecuencia ciclotrónica de los electrones  $(2\pi)^{-1} \Omega_e = (2\pi)^{-1} (eB/m_e c) \approx 140 \text{ GHz}$  ( $B = 5 \text{ Wb/m}^2$ ).

A bajas frecuencias, cuando el campo eléctrico  $\vec{E}$  de la onda excitada es paralelo al campo magnético que confina el plasma, los electrones, que pueden moverse más fácilmente a lo largo del campo magnético, pueden cancelar el campo eléctrico. Sin embargo, si la frecuencia de la onda,  $\omega$ , es más grande que la frecuencia del plasma,  $\omega_p$ , los electrones no pueden seguir el cambio en el campo eléctrico, y entonces la onda se propaga a través del plasma. Por otro lado, cuando el campo eléctrico de la onda excitada es perpendicular al campo magnético, los electrones se mueven en la dirección de  $\vec{E} \times \vec{B}$  (bajo la condición  $\omega < \omega_p$ ) y así no pueden cancelar el campo eléctrico. Por consiguiente, en este caso la onda puede propagarse a través del plasma aún si la frecuencia de la onda es menor que la frecuencia del plasma, razón por la cual, este tipo de calentamiento cae casi siempre dentro de esta categoría.

La excitación de las ondas consiste en transmitir ondas electromagnéticas de radio frecuencia dentro del plasma a través de un sistema de acoplamiento, cuya frecuencia coincide con una de las frecuencias propias del plasma. El acoplamiento de la onda que es transmitida al plasma, con la excitación de una o varias ondas de éste, puede involucrar varios procesos; debido a que en un plasma no uniforme existen ciertas capas en las que la onda incidente puede ser convertida en una onda de otro tipo. Así, la onda transmitida puede ser dispersada por alguna onda del plasma y, en consecuencia, generarse dos ondas con frecuencias diferentes a las que tenían originalmente. Si alguna de éstas ondas tienen la misma frecuencia que la del plasma, entonces se obtiene la condición de resonancia y, por ende, existe una transferencia de energía a las ondas del plasma. Esta energía una vez que es acoplada dentro del plasma, como energía de las ondas del plasma, puede ser transferida a los iones y electrones por dos procesos diferentes, por medio de los cuales se establece la absorción de la energía de la onda por el plasma. Uno de ellos es un proceso de colisión y el otro incluye todos los procesos sin colisiones. El proceso de colisión es esencialmente el del calentamiento Joule, el cual es poco efectivo conforme se incrementa el valor de la temperatura, por lo que los procesos sin colisiones vienen a ser dominantes. Los mecanismos importantes de absorción sin colisiones son el amortiguamiento de Landau

y el amortiguamiento ciclotrón. Estos son debidos a la interacción de la onda con partículas resonantes cuya velocidad paralela  $v_{\parallel}$  satisface la condición de resonancia: <sup>(16)</sup>

$$\omega - k_{\parallel}v_{\parallel} - n\Omega_i = 0, \quad (2.2.6)$$

donde  $k_{\parallel}$  es el vector de propagación paralelo de la onda,  $\Omega_i$  es la frecuencia ciclotrónica de los iones y  $n$  es un número entero. El caso  $n = 0$  corresponde al amortiguamiento de Landau, los casos  $n = \pm 1$  al amortiguamiento ciclotrón iónico y el caso  $|n| \geq 2$  al amortiguamiento ciclotrón iónico armónico. Para que exista una eficiencia en el calentamiento, la onda debe propagarse hasta el núcleo del plasma para entrar en resonancia.

Evidencias experimentales indican que el acoplamiento de ondas externas al plasma es generalmente más fácil y eficiente cuando la frecuencia de la onda se incrementa. Sin embargo, la eficiencia de las fuentes de alta potencia para transmitir ondas, por lo general decrece con la frecuencia; razón por la cual se están investigando los generadores de microondas.

### C. COMPRESION ADIABATICA

Un incremento en la intensidad del campo magnético, en general, comprime y calienta un plasma. <sup>(17)</sup> Si la compresión ocurre en un período de tiempo lo suficientemente largo como para que las reacciones acaecidas dentro del plasma sean reversibles, entonces la compresión es adiabática y obedece la ley de compresión adiabática

$$PV^{\gamma} = \text{cte.}, \quad (2.2.7)$$

donde  $\gamma = (2 + \varrho) / \varrho$  es la razón de las capacidades caloríficas y  $\varrho$  el número de grados de libertad de la compresión.

La velocidad de compresión debe ser pequeña, comparada con la velocidad térmica,  $v_t$ , para asegurar que la compresión sea efectivamente adiabática. Sin embargo, si la compresión tiene lugar sobre una escala de tiempo más pequeña, del orden de microsegundos, entonces se tiene una implosión y es descrita con un conjunto de leyes diferentes.



Si la compresión se efectúa en una o dos dimensiones y el tiempo de compresión,  $t_c$ , es pequeño comparado con el tiempo de dispersión,  $\nu_{00}^{-1}$ , para un ángulo de deflexión grande, entonces  $\rho = 1$  o  $2$ , respectivamente. Esto se debe a que cuando  $t_c < \nu_{00}^{-1}$ , solamente la(s) componente(s) de la energía,  $W_{\parallel}$  o/y  $W_{\perp}$ , en la dirección de la compresión tiende(n) a cambiar. Pero si el tiempo de compresión es comparable o más grande que  $\nu_{00}^{-1}$ , entonces el incremento de energía producido por la compresión es repartido en las tres direcciones, debido a las deflexiones de dispersión.<sup>(18)</sup> Además, el tiempo de compresión  $t_c$  debe ser menor que el tiempo de confinamiento de la energía  $\tau_E$ , es decir,  $\tau_E > t_c$ .

Debido a que el volumen específico,  $V$ , es proporcional al inverso de la densidad de las partículas,  $n^{-1}$ , y a que la presión,  $P$ , está relacionada con la energía promedio por partícula,  $W$ , por  $P = nW$ , es posible expresar la ecuación (2.2.7) como

$$n^{1-\gamma} W = \text{cte.} \quad (2.2.8)$$

Aplicando lo anterior a un tokamak<sup>(19)</sup> y considerando que  $t_c > \nu_{00}^{-1}$ , es decir  $\rho=3$ , en la ecuación (2.2.8) que describe la compresión, se obtiene

$$n^{-2/3} W = \text{cte.}, \quad (2.2.9)$$

así como las ecuaciones que especifican la conservación del flujo magnético (considerando que el plasma es un conductor perfecto durante el tiempo de compresión),

$$a^2 B_{\phi} = \text{cte.} \quad (2.2.10)$$

y

$$a R B_{\theta} = \text{cte.} \quad (2.2.11)$$

Consecuentemente, es posible obtener una compresión en los radios mayor ( $R$ ) y/o menor ( $a$ ), al variar los campos toroidal, poloidal y/o vertical. Las demás variables rele-

vantes escalan con estos radios como

$$\begin{aligned}n &\sim a^{-2} R^{-1}, \\T &\sim a^{-4/3} R^{-2/3}, \\B_\phi &\sim a^{-2}, \\I &\sim R^{-1}, \\B_\theta &\sim a^{-1} R^{-1}, \\\beta_\phi &\sim a^{2/3} R^{-5/3}, \\\beta_\theta &\sim a^{-4/3} R^{1/3}.\end{aligned}\tag{2.2.12}$$

Es indudable que este tipo de calentamiento es un medio efectivo para incrementar la temperatura del plasma en tokamaks, por encima del nivel alcanzado con puro calentamiento ohmico. Sin embargo, el proceso de compresión es tal que la cámara de vacío debe ser significativamente más grande de lo necesario para alojar el plasma comprimido, lo que podría resultar sumamente costoso para tokamaks relativamente grandes.

### 2.3 MODO L

Cuando el calentamiento auxiliar con altas potencias fue posible, alrededor de 1980, se observó que si bien se lograba incrementar la temperatura, todos los experimentos con tokamaks mostraban un deterioro del confinamiento de la energía con la potencia de calentamiento, ahora referido como modo L o régimen de confinamiento bajo.

Durante el período comprendido entre 1981-1983, los grupos ISX-B, PDX, D-III, JAERI y GA, y ASDEX realizaron diversos estudios de escalamiento para analizar el confinamiento de plasmas tokamaks, con la inyección de haces neutros altamente energéticos como calentamiento auxiliar.

Así, el grupo ISX-B demostró que el confinamiento no depende significativamente de la intensidad del campo toroidal, resultado que fue posteriormente confirmado por los grupos D-III, sino de la corriente del plasma,  $\tau_E \sim I^{1.5}$ . Mientras, los dos grupos D-III y

el grupo ASDEX encontraron que  $\tau_E \sim I$  en plasmas con limitador. Asimismo, el grupo PDX obtuvo que  $\tau_E \sim I^{1.15}$ . Con respecto a la densidad del plasma se encontró que el confinamiento tiene una dependencia con ésta, nula o casi nula. Pero con la elongación del plasma,  $\ell$ , los grupos D-III obtuvieron que el confinamiento escala aproximadamente como  $\ell^{1/2}$ .

Finalmente, los estudios de escalamiento del confinamiento con la potencia de calentamiento, muestran que en el rango de 2.5 a 5 MW, en el modo L,  $\tau_E/I \sim P^{-1/3}$ . El grupo ISX-B obtuvo, en el rango de 1 a 2 MW, que  $\tau_E/(I\ell^{1/2}) \sim P^{-1/2}$ , mientras que el grupo D-III (GA), con una configuración magnética con limitador, encontró que  $\tau_E/(I\ell^{1/2}) \sim P^{-2/3}$ . Considerando un ajuste promedio para la potencia se tiene que  $\sim P^{-1/2}$ .

En base a los resultados de escalamiento obtenidos en las máquinas ISX-B, D-III (JAERI y GA), PDX y ASDEX, Goldston<sup>(20)</sup> los combina y obtiene

$$\tau_E \text{ (seg)} = 6.4 \times 10^{-8} I(A) P^{-1/2} (W) R^{1.75} (\text{cm}) a^{-0.37} (\text{cm}) \ell^{1/2}, \quad (2.3.1)$$

para plasmas de deuterio.

Así, el modo L se caracteriza por lo siguiente:

- i) el transporte de energía es dominado por la conductividad térmica de los electrones,  $\kappa_e$ ;
- ii) la densidad promedio de los electrones,  $\bar{n}_e$ , decrece a pesar del aprovisionamiento de combustible adicional por las partículas de los haces y las bocanadas de gas desde el exterior;
- iii) el confinamiento es degradado con la potencia de calentamiento;
- iv) el tiempo de confinamiento con una configuración de divisor con un sólo punto nulo (SN),\* es menor que el modo L con una configuración de dos puntos nulos (DN);
- v) el tiempo de confinamiento de la energía,  $\tau_E$ , es independiente de la intensidad del campo magnético toroidal,  $B_\phi$ , pero proporcional a la corriente del plasma;

---

\* Un punto nulo es aquel donde  $B_\theta=0$ . Aparece en configuraciones en donde una línea del campo magnético se cruza consigo misma formando una x.

vi) la emisión  $H_{\alpha}$  o  $D_{\alpha}$  aumentan.\*

## 2.4 MODO H

El modo H o régimen de confinamiento alto fue descubierto en 1982 por el grupo ASDEX en plasmas tokamak, con una configuración magnética diversora (cerrada) y con la inyección de haces neutros altamente energéticos como calentamiento auxiliar. Posteriormente fue observado por el grupo PDX con una geometría diversora cerrada y por los grupos D-III, JET y JFT-2M con una geometría diversora abierta,\*\* ver Fig. 2.4.1.

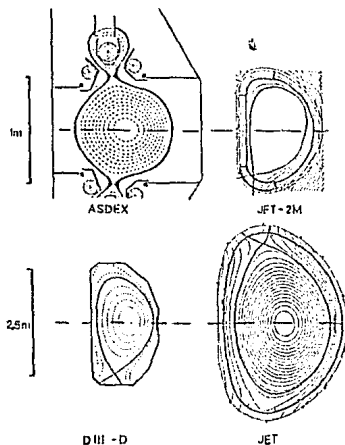


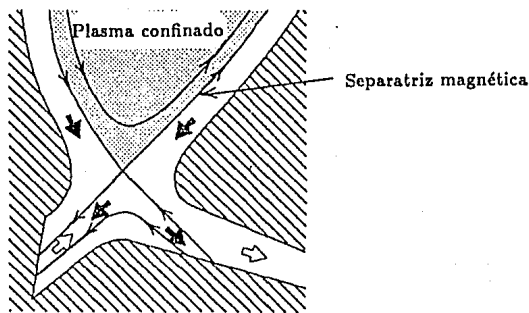
FIG. 2.4.1 Configuración magnética en el plano poloidal para ASDEX, JFT-2M, DIII-D y JET. (Tomado de Keilhacker, M., *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 29 (1987), 1408.)

\* Son radiaciones de cierta longitud de onda. Línea  $\alpha$  en la serie de Balmer, emitida por el hidrógeno o deuterio.

\*\* La geometría diversora cerrada emplea una cámara diversora separada de la cámara principal, mientras que la geometría diversora abierta se caracteriza por tener puntos-x dentro de la cámara de vacío, pero no se establece ningún acoplamiento específico entre el punto-x y las placas colectoras.

Una característica importante del modo H es que éste procede de un régimen de confinamiento bajo, modo L, una vez que la potencia excede un cierto umbral,  $P_u$ . De la misma forma, una vez que el modo H es degradado éste pasa por una fase L antes de descender nuevamente a la fase ohmica OH, durante el pulso del haz. La evolución del plasma en ASDEX ocurre en la secuencia: OH-L-H-L-OH.

A mediados de 1986 se obtuvo un gran avance al obtener este régimen de confinamiento en plasmas de tokamak con una separatriz magnética\* y puntos-x dentro de la cámara de vacío en JET y DIII-D (c.f. Fig. 2.4.2) y, más aún, cuando el grupo JFT-2M logró obtenerlo con una configuración con limitador.\*\* Puesto que inicialmente se consideraba que para obtener el modo H era necesario una configuración magnética diversora.



**FIG. 2.4.2** Configuración magnética diversora. (Tomado de W. M. Stacey, An introduction to the physics and technology of Magnetic Confinement Fusion, «A Wiley Interscience publication», 1984.)

\* La separatriz es una superficie magnética que separa las regiones de líneas de campo cerradas de las regiones de líneas de campo abiertas.

\*\* Un limitador es una estructura colocada en contacto con el borde del plasma, que sirve para remover impurezas.

Recientemente, el modo H es también caracterizado por una rotación poloidal en el borde del plasma, a causa de la deriva  $\vec{v}_E$  del campo eléctrico radial,  $E_r$ , producido en la frontera del plasma al escapar los iones y electrones de manera diferente. En realidad, el término “recientemente” es un poco erróneo, puesto que en 1966 J. G. Gorman<sup>(21)</sup> encontró que en un estelarador («stellarator») al haber una rotación poloidal, se inhibía el flujo de calor.

Los parámetros de la geometría del plasma de cada máquina, en las que ocurre el modo H, están resumidos en la tabla 2.4.1.

TABLA 2.4.1 PARAMETROS DE MAQUINAS TOKAMAK, EN LAS QUE OCURRE EL MODO H

Configuración magnética	ASDEX	JFT-2M	DIII-D	JET
	Diversor cerrado	← Limitador	Diversor abierto	→
R (m)	1.65	1.31	1.67	3.0
a (m)	0.4	0.26	0.67	1.1
$\ell$	1.0	1.7	1.8	1.65
$B_\phi$ (T)	2.7	1.4	2.2	3.5
I (MA)	0.5	0.3	2.5	5.0
$P_{\text{TORH}}$ (MW)	3	1.4	2 (20)	8 (25)
$P_{\text{NBI}}$ (MW)	4	0.9	12	10 (20)
$E_0$ (KeV)	40	34	75	80
Especies	H <sup>0</sup> (D <sup>0</sup> )	H <sup>0</sup>	H <sup>0</sup>	D <sup>0</sup> (H <sup>0</sup> )

FUENTE: Keilhacker, M., *Plasma Phys. and Contr. Fus.*, 29 (1987), 1403.

La diferencia en las propiedades del confinamiento de la energía, es el aspecto más importante de un plasma para comparar un modo H con un modo L.

El mejoramiento del tiempo de confinamiento de la energía,  $\tau_E$ , es causado por una reducción de la difusividad térmica de los electrones,  $\chi_e$ , y una reducción del coeficiente de difusión de las partículas cerca del borde del plasma.

Las diferentes propiedades del confinamiento de la energía y de las partículas, durante las descargas L y H, respectivamente, son evidentes en la variación de  $\bar{n}_e$  vs t durante un pulso NBI.

El contenido de partículas del plasma se mantiene constante en la fase ohmica (OH) por un sistema que se encarga de regenerar la densidad, mientras que en la descarga L la densidad decrece a pesar del aprovisionamiento de combustible adicional de partículas por los haces y bocanadas («puffing») de gas desde el exterior. Sin embargo, en una descarga H el contenido de partículas del plasma aumenta repentinamente; sin las bocanadas del gas externo.

El mejoramiento en el confinamiento de la energía permite que el contenido de energía durante la fase H se incremente, siendo éste de 2 a 3 veces más grande que el de la fase L y, como la potencia de calentamiento es la misma para los dos casos,  $\tau_E$  es de dos a tres veces más grande también.

Las condiciones del plasma que se desarrollan en la fase H, en algunas máquinas, dan lugar a un nuevo tipo de inestabilidad magnetohidrodinámica (MHD), la que modula repetitivamente la radiación  $H_\alpha$  en la cámara del divisor y causa pérdidas adicionales de partículas y energía, degradando, por lo tanto, las propiedades para un buen confinamiento durante la fase H. Esas fluctuaciones han sido denominadas modos localizados de borde (ELMs), porque ellos afectan principalmente la frontera del plasma.

Así, la transición del régimen L al H se manifiesta por un súbito incremento tanto de la densidad promedio de electrones,  $\bar{n}_e$ , como de la energía del plasma y una aguda disminución en las emisiones  $H_\alpha$  o  $D_\alpha$ . Por lo tanto, se considera que la transición H es un fenómeno de bifurcación, con pequeños cambios en los parámetros del plasma, en particular la temperatura de los electrones en el borde, que conducen a grandes cambios en todo el funcionamiento del plasma. Las principales consecuencias de la transición que se observan persistentemente son: la formación de pedestales en los perfiles de densidad

y temperatura en el borde y un mejoramiento importante del tiempo de confinamiento de la energía,  $\tau_E$ , y de partículas,  $\tau_p$ , respectivamente. Estos pedestales son derivados de la formación de una barrera de transporte en el borde, en la vecindad de la separatriz, que impide el flujo de partículas y energía a través de la superficie del plasma, dando lugar a un mejor confinamiento, elevándose las temperaturas y densidades en la frontera.

Generalmente la transición al modo H ocurre durante condiciones no estacionarias del plasma, cuando la temperatura del electrón en el borde está todavía incrementándose. Los estudios de escalamiento del confinamiento de la energía muestran que  $\tau_E$  varía linealmente con la corriente del plasma, I, pero no depende de  $\bar{n}_e$  para un modo H estacionario. Sin embargo,  $\tau_E \propto \bar{n}_e$  para un modo H en condiciones no estacionarias.

Los resultados de la variación de  $\tau_E$  con la potencia de calentamiento son un tanto contradictorios. En algunos experimentos no se obtuvo dependencia alguna con la potencia. Sin embargo, en los que se trabajó con una configuración con limitador, refieren una degradación con la potencia de calentamiento.

Las características referidas al modo H de cada máquina están resumidas en la tabla 2.4.2.



**TABLA 2.4.2 CARACTERISTICAS DEL MODO H**

MAQUINA	CARACTERISTICAS DEL MODO H
ASDEX, <sup>1</sup> PDX, <sup>2</sup> JET, <sup>3</sup>	Modo H con ELMs.
DIII-D, <sup>4</sup> JET, JFT-2M <sup>5</sup>	Modo H sin ELMs.
ASDEX, PDX, DIII-D, JET, JFT-2M	Los perfiles de densidad se vuelven más planos y los de temperatura toman la forma de pedestal.
DIII-D, JET, JFT-2M	El plasma del borde está sujeto a rotación poloidal, inducida por $E_r$ .
ASDEX, PDX, JET	Análisis de transporte local muestran que existe una reducción en forma local en la difusividad térmica de los electrones, $\chi_e$ , por un factor de 5 en el borde del plasma y de alrededor de 2 en el interior del mismo.
ASDEX, PDX	Durante la transición L-H se forma instantáneamente una barrera de transporte en el borde del plasma.
ASDEX, DIII-D, JFT-2M	1) El tiempo de confinamiento de la energía, $\tau_E$ , es independiente de la intensidad del campo magnético toroidal, $B_\phi$ . 2) Cuando la deriva de grad-B del ión está en la dirección del punto-x, entonces la potencia de entrada $P_{in}$ se reduce.
ASDEX, DIII-D, JET, JFT-2M	Configuración SN.
ASDEX, JFT-2M	Configuración DN.
ASDEX, DIII-D	No hay degradación de $\tau_E$ con la potencia de calentamiento.
JET*, JFT-2M*	Existe degradación de $\tau_E$ con la potencia de calentamiento.
ASDEX, JET**, JFT-2M	$\tau_E \propto I$ .
ASDEX, DIII-D	En condiciones estacionarias $\tau_E$ no depende de la densidad promedio de los electrones, $\bar{n}_e$ .
ASDEX***, JET, JFT-2M*	En condiciones no estacionarias $\tau_E \propto \bar{n}_e$ .

<sup>1</sup> Asymmetric divertor experiment.

- 2 Poloidal divertor experiment.
  - 3 The joint european torus.
  - 4 Non circular cross section experiment.
  - 5 Non neutral buildup divertor experiment.
- \* Como limitador.  
\*\* Es inferido. (22)  
\*\*\* ASDEX sin ELMs.

### MODELOS DEL MODO H

---

Dadas las distintas propiedades obtenidas experimentalmente del modo H, se infiere que las características en la región del borde se modifican en alguna forma al ocurrir la transición L-H, reduciéndose sustancialmente el transporte y produciendo el efecto de una barrera térmica. Para entender las causas y efectos de este fenómeno, el cómo se efectúa la transición y los fundamentos por los que es factible que existan diferentes tipos de transporte bajo condiciones muy similares, se han considerado diversos modelos teóricos. Sin embargo, ninguno de ellos explica estos puntos al mismo tiempo de manera consistente y se limitan a describir algunas de las propiedades observadas.

#### 3.1 MODELOS BASADOS EN CONFIGURACIONES MAGNETICAS DIVERSORAS

##### A. MODELOS NEOCLASICOS

Las propiedades del transporte neoclásico de los iones cerca de la separatriz en plasmas tokamaks, con una configuración magnética diversora, fueron investigadas por F. L. Hinton.<sup>(23)</sup>

Hinton analizó las consecuencias derivadas de considerar que el transporte de los iones cerca del borde del plasma es neoclásico; concentrándose en el modo H en calma, en el que no existen las inestabilidades ELMs y los tiempos de confinamiento son mayores a 100 ms.

Aun cuando el transporte de energía en el modo H, así como en el modo L, es dominado por la conductividad térmica de los electrones,  $\kappa_e$ , Hinton no investigó la fuente de la conductividad térmica anómala de los electrones o su reducción después de la transición del

modo L al H. Solamente examinó el transporte de los iones, suponiendo que el transporte de los electrones puede ser influenciado por el de los iones.<sup>(24)</sup>

Para analizar la importancia de la separatriz en el transporte neoclásico de los iones, Hinton acentúa las diferencias entre los regímenes de alta y baja colisionalidad y la estabilidad térmica de la capa del borde. Sus resultados indican que en el régimen dominado por las colisiones y cerca del valor de la potencia umbral,  $P_u$ , el modo H puede dispararse por un efecto neoclásico el cual solamente ocurre con la configuración de un sólo punto nulo y con la dirección apropiada del campo toroidal. Consecuentemente, se analizó el efecto del punto-x sobre el flujo de calor radial de los iones y obtuvo una expresión para éste, promediando sobre una superficie magnética,<sup>(25)</sup> i.e.,

$$\langle q_{ir} \rangle = -n_i \chi_i \left( \frac{\partial T_i}{\partial r} + \frac{\tilde{h}_i}{5 n_i v_{D_i}} \right), \quad (3.1.1)$$

donde  $\chi_i = 1.6 q^2 \rho_i^2 / \tau_i$  es la difusividad térmica neoclásica de los iones<sup>(26)</sup> ( $\ll$  Pfirsch-Schlüter  $\gg$ ),  $v_{D_i} = c T_i / e B_0 R_0$  es la velocidad de deriva del centro de giro para iones y  $\tilde{h}_i$  es un coeficiente a determinar. De esta expresión, ecuación (3.1.1), se obtiene la dependencia del flujo de calor con respecto al signo del término del sumidero, es decir, si la deriva de los iones debida al  $\nabla B$  es hacia el punto-x ( $\tilde{h}_i > 0$ ), entonces  $\langle q_{ir} \rangle$  es reducido para un cierto gradiente de temperatura,  $\partial T_i / \partial r$ . Por el contrario, cuando la deriva del  $\nabla B$  es alejándose del punto-x ( $\tilde{h}_i < 0$ ), el flujo de calor se incrementa para un cierto valor de  $\partial T_i / \partial r$ .

Esos resultados también indican que con una potencia de calentamiento suficiente, como para que los iones en el borde casi no realicen colisiones, el número de anulamientos del campo poloidal (puntos-x) y la dirección del campo toroidal dejan de ser importantes; formándose, sin embargo, un alto gradiente de temperatura de los iones cerca de la separatriz de acuerdo a lo que se observa en el modo H. Esto es porque cuando los iones casi no realizan colisiones, sus escapes desde el plasma principal ocurren por dispersiones dentro de las regiones donde se dan las pérdidas en el espacio de velocidades. Los puntos-x no aparecen como sumideros localizados como en el régimen donde las colisiones son dominantes y carece de importancia el número de éstos y su localización, debido a que las

régiones de pérdidas son cualitativamente similares para todas las configuraciones.

En este régimen Hinton analiza el transporte tanto de partículas como de la energía de los iones a través de la separatriz, en base al principio variacional propuesto por Hinton y Chu.<sup>(27)</sup> Así, la temperatura de los iones en la separatriz es determinada por una condición a la frontera que involucra el flujo de partículas, considerando que la proporción de pérdidas de partículas es igual a la proporción en que los iones son dispersados en las regiones de pérdidas por colisiones ión-ión, siendo, por lo tanto, esta condición

$$\Gamma_i = \frac{\nu_i}{\epsilon} n_i \Delta_i = \frac{q_i}{T_i}, \quad (3.1.2)$$

donde  $\nu_i/\epsilon$  es la razón efectiva de colisión ión-ión,  $\Delta_i = \epsilon^{1/2} \rho_{\theta_i}$  es el ancho de la órbita de «banana» del ión y  $\rho_{\theta_i}$  es el radio de giro poloidal para iones.

Así, la temperatura de los iones en la separatriz está dada por la razón del flujo de calor de los iones al flujo de partículas a través de la separatriz.

Por su parte, F. Wagner et al.<sup>(28)</sup> comparan los resultados experimentales obtenidos de ASDEX, con una configuración diversora, con los resultados que se derivan de la teoría de Hinton.

Un estudio de las condiciones del plasma durante la fase L, justamente antes de la transición al modo H, indica que la temperatura de los electrones en el borde del plasma juega un papel muy importante. Si la temperatura de los electrones (o cantidades relacionadas como la conductividad eléctrica o la colisionalidad), pueden exceder un valor umbral de algunos 100 eV, la transición L-H será posible.

Wagner et al. consideran que los aspectos más importantes de la teoría de Hinton con respecto a la bifurcación del modo H, los cuales fueron probados experimentalmente, son el rol de las condiciones de colisionalidad en el borde del plasma, la ventaja de la topología asimétrica del punto nulo (SN) sobre la configuración doblemente nula (DN), y el rol de la dirección de la deriva del  $\nabla B$ .

Experimentalmente obtienen:

- 1) Para que la conductividad térmica neoclásica sea el mecanismo dominante del transporte de energía de los iones a través de la separatriz, las pérdidas del transporte convectivo y por intercambio de carga asociadas con el reciclamiento deben ser reducidas;
- 2) La temperatura de los electrones aumenta en el borde del plasma, durante la transición L-H<sup>(29)</sup>;
- 3) El modo H puede ser obtenido en las configuraciones SN y DN. La ventaja de la topología SN es que se requieren potencias y densidades menores, en comparación con la DN, para que se efectúe la transición L-H. En un plasma SN de deuterio se requiere que la potencia del haz de hidrógeno  $P_{NB1}$  sea de 1.2 MW y una densidad por arriba de  $1.8 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  para alcanzar el modo H. Sin embargo, en la configuración DN  $P_{NI} \geq 1.8 \text{ MW}$  y  $\bar{n}_e \geq 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , y
- 4) Los efectos de la dirección de la deriva del  $\nabla B$  en la transición L-H concuerdan con los de la teoría de Hinton.

Wagner et al. sugieren, junto con la teoría de Hinton, el siguiente mecanismo para la transición L-H: el equilibrio de los electrones en el borde es modificado por las características del transporte de los iones, tal que la bifurcación es posible. Sin embargo, el factor decisivo para la transición L-H es el aumento de la temperatura de los electrones en el borde. En la transición H se desarrolla una barrera de transporte cercana a, o sobre, la separatriz, la cual obstruye el transporte perpendicular de los electrones a través de la separatriz<sup>(30)</sup> y reduce, finalmente, la difusividad térmica de los electrones,  $\chi_e$ , en el interior del plasma. El mecanismo por el que se reduce el transporte de los electrones en el borde del plasma (en la presencia de un punto-x) y, subsecuentemente, también en el interior del mismo no han sido todavía definidos.

## B. MODELOS BASADOS EN LA ESTABILIDAD DEL PLASMA

Las microinestabilidades son inestabilidades de pequeña escala que llegan a desarro-

llarse en una porción importante del plasma. Algunas de ellas ocurren en el espacio de velocidades (o espacio fase), y se asocian con la desviación de la función de distribución de una maxwelliana. Algunas inestabilidades pueden ser estudiadas con las ecuaciones de fluidos, sin embargo, el tratamiento más adecuado requiere el uso de las ecuaciones cinéticas.

Uno de los modelos que analiza la estabilidad del plasma tokamak, con una configuración magnética diversora, fue propuesto por C. M. Bishop,<sup>(31)</sup> quien investigó los límites de estabilidad de los modos de globo ideales (i.e., no consideró la resistividad del plasma), en la vecindad de la separatriz. En particular, analiza la influencia de la separatriz magnética sobre la estabilidad del plasma y resuelve la ecuación de los modos de globo sobre superficies de flujo próximas a la región del borde.

La forma de las superficies magnéticas es controlada por un parámetro,  $\rho$ , en coordenadas polares  $(r, \theta)$ , tal que cuando  $\rho \rightarrow 0$  la superficie es circular y cuando  $\rho \rightarrow 1$  la forma de la superficie se aproxima a la de la separatriz.

Sus resultados, representados en diagramas de estabilidad para diversos valores de la localización poloidal del punto- $x$ ,  $\theta_m$ , muestran que no existen inestabilidades de globo sobre estas superficies de flujo, para densidades de corriente finita, que conduzcan a la naturaleza biestable de la transición L-H. La razón de esta ausencia se debe a que los modos de globo tienden a estar localizados a lo largo de las líneas del campo, en regiones donde el cizallamiento local es pequeño o casi cero, pero cuando estos ceros permanecen en la región de buena curvatura los modos de globo son siempre estables. Tal situación se presenta en el modo H, en el que se alcanzan altos gradientes de presión sin que se presenten inestabilidades de globo.

Por su parte, Hahm et al.<sup>(32)</sup> consideran que el tipo de turbulencia que se presenta en el borde del plasma, durante la transición L-H, es la turbulencia de un fluido resistivo, más que la turbulencia por ondas de deriva que es la más estudiada, con una componente electromagnética que se incrementa rápidamente con  $\beta_\theta$ .\* Al respecto analizan los modos resistivos en una configuración con separatriz magnética y analizan dos paradigmas de la

---

\*  $\beta_\theta$  es la razón entre la presión cinética y la presión magnética poloidal.

turbulencia de un fluido resistivo, a saber

- 1) la turbulencia resistiva inducida por gradientes de presión<sup>(33)</sup> y
- 2) la turbulencia inducida por gradientes de resistividad.<sup>(34)</sup>

La turbulencia resistiva inducida por gradientes de presión, la que evoluciona de modos de globo resistivos, genera perturbaciones magnéticas, localizadas radialmente, que aumentan con  $\beta_\theta$  y causan transporte térmico. La turbulencia inducida por gradientes de resistividad, la que evoluciona de modos de rizo («rippling»), es inducida por gradientes de temperatura y gradientes de densidad de las impurezas y causan transporte de partículas con difusividad  $D_n$ . Los otros posibles modos de excitación (de desgarre y de doblez) resultan estables en estas configuraciones. Tanto la magnitud como los parámetros de escalamiento de  $D_n$  son consistentes con los resultados de algunos estudios de turbulencia en el borde de un tokamak y transporte de partículas. Así, la turbulencia resistiva inducida por gradientes de presión y la turbulencia inducida por gradientes de resistividad son posibles paradigmas del modelo del fluido resistivo para un mecanismo de transporte térmico electromagnético y un mecanismo de transporte de partículas electrostático, respectivamente.

Así, se obtiene que cuando el campo magnético poloidal,  $B_\theta$ , tiende a anularse en los puntos-x de la separatriz, el factor de seguridad,  $q$ , y el cizallamiento global,  $\hat{s}$ , divergen cuando  $\rho \rightarrow 1$ , para un valor fijo del factor de seguridad para superficies de flujo circulares,  $q_c$ . Sin embargo, es importante señalar que cerca de la separatriz el  $\lim_{\rho \rightarrow 1} \hat{s}(\rho)$  diverge más rápidamente (algebraicamente) que el  $\lim_{\rho \rightarrow 1} q(\rho)$ , el cual diverge logarítmicamente. Además, las longitudes de escala radial tales como el ancho de la capa,  $\Delta r$ , disminuyen cuando  $\rho \rightarrow 1$ . Por lo tanto, cuando la turbulencia del fluido resistivo es inducido por fluctuaciones resonantes, las que se extienden a lo largo de las líneas del campo magnético con longitudes de escala radial pequeña  $\Delta r$ , el efecto principal de la geometría separatriz es una reducción en la longitud de escala radial,  $\Delta r$ , debido al incremento del cizallamiento global,  $\hat{s}$ . Por consiguiente, las difusividades térmicas y de partículas se anulan algebraicamente cuando  $\rho \rightarrow 1$ , dando lugar a la formación de la barrera de transporte en el borde del plasma. En particular, para el modelo de la geometría separatriz considerado por



Hahm et al., la reducción significativa de  $\chi_e(r)$  y  $D_n$  ocurre para  $\rho > 0.9$ , mientras que la desviación del modelo de superficies de flujo circulares empieza en  $\rho \sim 0.8$ . Esto concuerda con los resultados de los análisis de transporte.

Además, se encuentra que los modos de doblez («kink») resistivos resonantes, cerca de la separatriz, se estabilizan debido al incremento de los valores de  $q$  y  $\hat{s}$ , característicos de esa región. En general, la estabilidad de los modos de desgarré («tearing»), es determinada por el signo de un parámetro,  $\Delta'$ , el cual depende del perfil radial de la corriente  $J_o(r)$  y debe ser evaluado numéricamente. Hahm et al. calculan  $\Delta'$  para modos de doblez resistivos localizados en el borde, para un tokamak con geometría diversora, obteniendo que la estabilidad de doblez resistiva está dada por

$$\frac{r_o}{L_j} < n q \hat{s}, \quad (3.1.3)$$

donde  $L_j^{-1} \hat{s} = -d \ln J_o(r)/dr$  y  $q = \epsilon(B_\phi/B_\theta)$ . Esta expresión, ecuación (3.1.3), indica que los modos de doblez resistivos son estables en la presencia de grandes gradientes de densidad de corriente, cuando la superficie resonante permanece en la regiones donde  $\hat{s}$  y  $q$  poseen valores muy grandes.

### C. MODELO DE BIFURCACION

En el contexto de teorías de catástrofe, al suceso de cambios repentinos en las propiedades de un plasma, como resultado de pequeños cambios continuos en los parámetros (de control), es denominado una catástrofe.

Para sistemas dinámicos del tipo gradiente (es decir, sistemas que pueden ser descritos por un potencial escalar), diversos teoremas han sido probados con respecto a los cambios topológicos alcanzados para el equilibrio del sistema dinámico del tipo gradiente, mientras los parámetros están cambiando.

Al respecto, A. Punjabi<sup>(35)</sup> analiza el modelo de las dos cámaras de Singer y Langer<sup>(36)</sup> el cual no es aplicable a sistemas dinámicos del tipo gradiente. Sin embargo, Punjabi

obtuvo que las soluciones de este modelo muestran características similares a las de la catástrofe de doblez («fold») para sistemas dinámicos del tipo gradiente. Este modelo es conformado por las ecuaciones de conservación de las partículas, momento y energía e ignora el transporte radial y sólo considera el transporte a lo largo de las líneas del campo. También ignora el término de la viscosidad, el momento de los electrones y la fricción entre partículas neutras e iones. Integrando estas ecuaciones, desde la cámara principal del plasma (subíndice 1), a la cámara diversora (subíndice 2), cerca del material de la frontera, obtienen la solución analítica del modelo de Singer et al.

Las catástrofes de doblez son caracterizadas por superficies de equilibrio, con dos hojas, que tienen la forma parabólica. Las superficies de equilibrio como función de los parámetros de control ( $y, R$ ), donde  $y \equiv T_2/T_1$  es tal que  $0 \leq y \leq 1$  (lo que significa que  $T_2$  no puede exceder a  $T_1$ ,\*) y  $R$  es el coeficiente de reciclamiento, tienen solamente una hoja vertical en  $R = R_{\text{máx}}$  cuando  $y$  es pequeña,  $0.4 < y < 0.65$ . Sin embargo, tiene dos hojas (unidas por los bordes) cuando  $y$  es grande,  $y > 0.65$ . Cuando  $y$  se incrementa más allá de 0.65, la hoja más baja desaparece y la superficie de equilibrio consiste solamente de un hoja.

Para las cuatro variables de estado  $n_1, T_1, n_2, T_2$  (denotados por  $X_i$ ), no existe equilibrio ni para  $y < 0.4$  ni para  $y \geq 1$ . Para un valor fijo de  $y$ , no hay equilibrio si el flujo de energía que entra al cuello del divisor,  $Q_1$  (que es un parámetro de control), está por debajo de un cierto valor umbral  $Q_{1, \text{min}}(y)$ , incrementándose este último cuando  $y$  decrece.

Cuando el reciclamiento ha alcanzado su máximo valor  $R_{\text{máx}}$ , entonces se identifica como el régimen de alto reciclamiento. Experimentalmente, la transición L-H en tokamaks, con una configuración magnética diversora, ocurre cuando el divisor esta operando en el modo de alto reciclamiento. Para  $y > 0.65$  las superficies en equilibrio para  $X_i(y, Q_1)$  tienen solamente una hoja, mientras que las de  $X_i(y, R)$  consisten de modos de alto y bajo reciclamiento, ver Fig. 3.1.1. Cuando las superficies en equilibrio para  $X_i(y, Q_1)$  constan de únicamente una hoja no es posible conformar una catástrofe.

---

\* Experimentalmente la temperatura del plasma en la cámara del divisor,  $T_2$ , es menor que la temperatura en el núcleo del mismo,  $T_1$ .

Al único modo en el que el plasma puede existir para  $y$  más grandes que 0.6 se le denominó Modo A, y Modo B al que puede existir solamente si  $y$  es más pequeño que 0.6. Así, las únicas catástrofes que pueden ocurrir, dada la configuración de las superficies en equilibrio para el vector de control  $\vec{C} = (y, Q_1, R)$ , son del modo A al modo B; para  $R = R_{\text{máx}}$ ,  $y < 0.6$  y  $Q_1 > Q_{1, \text{crit}}$ . Las catástrofes sólo se establecen cuando el reciclamiento,  $R$ , y el flujo de energía,  $Q_1$ , exceden ciertos valores críticos. Además, es necesario que la razón  $1/y = T_1/T_2$  sea lo suficientemente grande para que la transición ocurra.

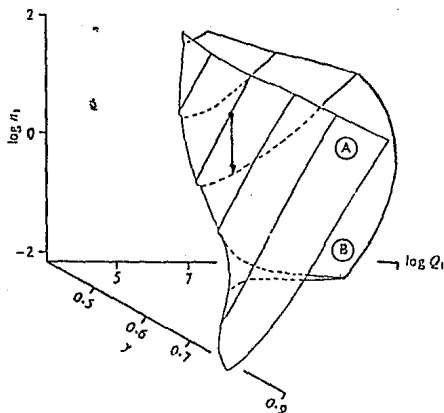


FIG. 3.1.1 Superficie en equilibrio para el estado variable  $n_1$  como función de los parámetros de control  $y$  e  $Q_1$ . La hoja superior es el modo A, mientras que la inferior es el modo B. Las líneas punteadas muestran la transición del modo A al modo B. (Tomado de Punjabi, A., *J. Plasma Phys.*, 42 (1989), 59.)

En el modo B la temperatura en el núcleo del plasma,  $T_1$ , es más grande en relación a la temperatura registrada en la región del divisor,  $T_2$ , mientras que la densidad  $n_1$  es más pequeña que  $n_2$ . Esas características han sido observadas experimentalmente en la transición del modo L al H.

Inicialmente el sistema está sobre la hoja en el modo A y cuando el parámetro  $Q_1$  excede cierto valor crítico el sistema cambia a la hoja del modo B. Durante este cambio, los parámetros del plasma cambian abruptamente y los cambios son grandes, en tanto que el reciclamiento permanece casi constante en su valor máximo,  $R_{\text{máx}}$ . Comparando las condiciones requeridas para las transiciones de catástrofe y sus consecuentes cambios en las variables con las observaciones experimentales de la transición del modo L al H, Punjabi afirma que la transición del modo A al modo B corresponde a la transición L-H, observada experimentalmente.

### 3.2 MODELOS DE BIFURCACION QUE NO ESPECIFICAN EL TIPO DE FRONTERA

S. I. Itoh et al.<sup>(37)</sup> presentaron un modelo teórico del modo H en tokamaks basado en la bifurcación del campo eléctrico radial,  $E_r$ , en el borde del plasma. Este campo está determinado por el balance de los flujos no ambipolares de iones y electrones en el borde.

Para explicar las observaciones experimentales referentes al modo H, Itoh et al. investigaron el mecanismo de transición del modo L al H (o la transición del modo H al L), es decir, sólo trataron el proceso de transición. Asimismo, estudiaron los cambios en la pérdida de partículas y la de energía por convección cerca del borde del plasma. Para ello extendieron la teoría de Hinton y Ohkawa<sup>(38)</sup>, en la que sólo se consideran las pérdidas no ambipolares de los iones cerca del borde, incluyendo las pérdidas no ambipolares de los electrones, para así obtener un campo eléctrico radial consistente. Además de considerar que el plasma está sujeto a rotación toroidal.

Para establecer el modelo de los flujos de partículas, consideraron la superficie circular de un plasma tokamak definido por el limitador, localizado a un ángulo poloidal  $\theta = \theta_m$  (para una configuración diversora el ángulo poloidal del punto-x corresponde a  $\theta_m$ ).

El campo eléctrico es determinado por el balance de las partes no ambipolares de los flujos de partículas, en tanto que la bifurcación del mismo es determinada por la condición

de ambipolaridad:

$$\sum_{\sigma} z_{\sigma} \Gamma_{\sigma}^{\text{NA}}(E_r) = \Gamma_e^{\text{NA}}(E_r), \quad (3.2.1)$$

donde  $z_{\sigma}$  es el número de la carga iónica y la suma es tomada para los iones.

De las diversas pérdidas no ambipolares de iones, investigaron las pérdidas en el «cono de pérdidas» y por intercambio de carga en el régimen sin colisiones.

Los iones atrapados que tienen el ancho de la órbita de «banana» grande,  $\rho_b \simeq \rho_{\theta_i}$ , pueden escapar de la región confinada por interactuar con el material del limitador o por moverse a la región diversora a través de la separatriz. Para los electrones esta pérdida es despreciable puesto que su radio de giro poloidal es muy pequeño.

A medida que el campo eléctrico se acrecienta los iones empiezan a rotar debido a la deriva  $\vec{E} \times \vec{B}$ . La rotación poloidal de las partículas en movimiento es amortiguado por las mismas colisiones entre iones y la rotación cambia a una rotación toroidal en estado estacionario. Las partículas atrapadas, las que juegan un rol importante en las pérdidas no ambipolares, rotan en la dirección toroidal. Así, la expresión que se obtiene para la pérdida de iones, sin incluir el término de intercambio de carga (este término sólo modifica los valores a los que se da la bifurcación), es

$$\Gamma_i = \frac{F}{\sqrt{\epsilon}} n_i \nu_i \rho_{\theta_i} \exp \left[ -\xi \left( \frac{\rho_{\theta_i} e E_r}{T_i} \right)^2 \right], \quad (3.2.2)$$

donde  $n_i$  es la densidad de los iones,  $\nu_i$  es la frecuencia de colisión ión-ión,  $F$  es un coeficiente numérico de orden unitario y  $\xi = 2\epsilon(1 - \cos \theta_m)$  es un coeficiente que indica la importancia de la localización del sumidero de los iones (limitador/punto-x).

Cuando el sumidero es localizado en el exterior del toro, la reducción de la pérdida de iones es pequeña, pero si  $\theta_m$  es del orden de  $\pi/2$ , el coeficiente es casi unitario.

Para evaluar las pérdidas no ambipolares de los electrones, es necesario considerar que el transporte de éstos es dominado por procesos anómalos. Sin embargo, el origen de esta pérdida anómala cerca de la superficie del plasma, de acuerdo a Itoh et al., no ha sido todavía determinada.

El flujo anómalo de electrones depende del campo eléctrico radial,  $E_r$ . Parte de dicha dependencia se debe a la movilidad,<sup>(39)</sup> de acuerdo con

$$\Gamma_e^{NA} = -D_e n_e \left[ \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dr} + \frac{\vartheta}{T_e} \frac{dT_e}{dr} + \frac{e}{T_e} E_r \right], \quad (3.2.3)$$

donde  $\vartheta$  es una constante numérica de orden unitario. No se consideró la dependencia de  $D_e$  con  $E_r$  y  $\theta_m$ .

Sustituyendo las ecuaciones (3.2.2) y (3.2.3) en (3.2.1), Itoh et al. analizan la solución biestable cerca del borde del plasma, dada por

$$\exp(-\xi X^2) = d(X - \lambda), \quad (3.2.4)$$

donde

$$d = \frac{\sqrt{\epsilon} D_e}{\nu_i F \rho_{\theta_i}^2}, \quad (3.2.4a)$$

$$\lambda = -\frac{T_e}{T_i} \rho_{\theta_i} \left[ \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dr} + \frac{\vartheta}{T_e} \frac{dT_e}{dr} \right], \quad (3.2.4b)$$

$$X = \frac{\rho_{\theta_i} e E_r}{T_i}. \quad (3.2.4c)$$

El flujo normalizado  $\hat{\Gamma}$  es introducido como

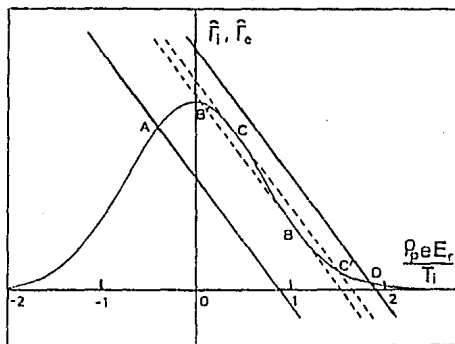
$$\hat{\Gamma} = \Gamma^{NA} \frac{\sqrt{\epsilon}}{n_i \nu_i \rho_{\theta_i} F}. \quad (3.2.5)$$

La pérdida de energía convectiva asociada con el flujo no ambipolar es  $q_c^{NA} = (T_e + T_i) \Gamma^{NA}$ .

La ecuación (3.2.4) predice la transición de una solución singular a una solución bifurcada para ciertos valores de los parámetros.

Cuando el gradiente es débil y  $\lambda$  toma valores muy pequeños, la ecuación (3.2.4) tiene una solución real. Con un incremento de  $\lambda$  o  $d$ , aparece la bifurcación de la solución. Para un valor fijo de  $d$ , la transición ocurre en el valor crítico  $\lambda_c$  de  $\lambda$ , como se muestra en la Fig. 3.2.1. La solución indicada por A es caracterizada por un flujo considerable (rama L) y la solución indicada por D corresponde a un flujo menor (rama H). El criterio de la transición está dado por la solución C.

A medida que el gradiente se incrementa, la transición del modo L al H ocurre en la secuencia  $A \rightarrow B' \rightarrow C \rightarrow C' \rightarrow D$ ; mientras que la transición H-L ocurre como  $D \rightarrow C' \rightarrow B \rightarrow B' \rightarrow A$ . Por lo que existe una histéresis en la relación de  $\Gamma$  y  $\lambda$ , como se muestra en la Fig. 3.2.2, puesto que el valor de  $\lambda_c$  es mayor para la transición L-H que para la H-L.



**FIG. 3.2.1** Flujos no ambipolares de iones (denotados por  $i$ ) y de electrones (denotados por  $e$ ), como función del campo eléctrico radial. Se muestran los valores normalizados. En valores particulares de  $\lambda$  (denotado por líneas punteadas) ocurre la transición. (Tomado de Itoh, S.I., et al., *Nucl. Fusion*, 29 (1989). 1031.)

La Fig. 3.2.2 a) muestra la dependencia con  $\lambda$  del flujo normalizado  $\Gamma$  en la ausencia de partículas neutras. El cambio correspondiente del campo eléctrico es mostrado en la Fig. 3.2.2 b). Cuando  $\lambda$  está por abajo de  $\lambda_c$ , el campo eléctrico es negativo o débilmente positivo y los flujos son considerables. Sin embargo, cuando  $\lambda$  excede  $\lambda_c$ , el campo eléctrico es positivo y los flujos son reducidos. Después de la transición  $C \rightarrow C'$ , el flujo de partículas  $\Gamma^{NA}$  y el flujo de energía convectiva  $q_c^{NA}$  decrecen por un factor superior a

diez. Así, en el modelo propuesto por Itoh et al. concluyen que un valor positivo de  $E_r$  mejora el confinamiento del plasma.

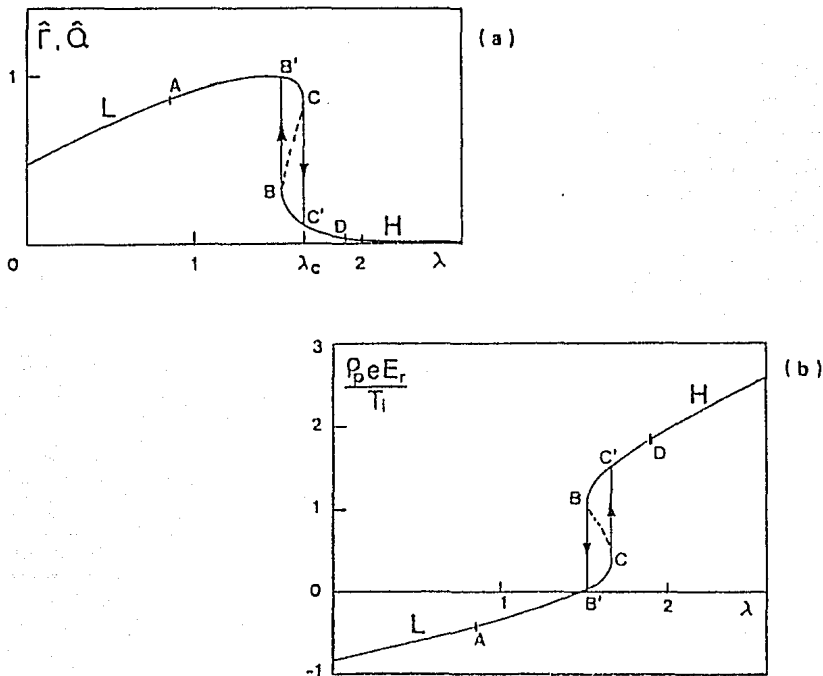


FIG. 3.2.2 a) Flujos normalizados de partículas y de calor convectivo, como función del gradiente en el borde  $\lambda$ . b) Cambios del campo eléctrico radial. No hay partículas neutras. (Tomado de Itoh, S.I., et al., *Nucl. Fusion*, 29 (1989). 1031.)

Al respecto, Shaing et al.<sup>(40)</sup> establecen en su modelo que el momento de la transición del modo L al H en tokamaks, es acompañada por un súbito cambio del campo eléctrico radial,  $E_r$ , a un valor más negativo y/o de  $\partial E_r / \partial r$  a un valor más positivo, el cual posteriormente suprime las fluctuaciones turbulentas, obteniéndose, consecuentemente, una mejoría en el confinamiento del plasma. Para ello utilizan la teoría neoclásica estándar y



muestran que la ecuación del balance del momento poloidal, en estado estacionario, tiene soluciones bifurcadas (obtenidas gráficamente) para la rapidez del flujo poloidal  $V_\theta$ , siendo ésta función del campo eléctrico radial.

Para estimar la relación entre el signo de  $E_r$  y el de  $V_\theta$ , obtienen  $V_\theta(E_r)$  en base al producto punto de la velocidad del flujo del plasma,  $\vec{V} = V_\parallel \hat{n} + V_\perp$ ,  $\hat{n} = \vec{B}/B$ , con los vectores unitarios en la dirección poloidal y toroidal, respectivamente, y eliminando la dependencia de  $V_\parallel$ , i.e.,

$$V_\theta = V_\phi \left( \frac{B_\theta}{B} \right) - \left( \frac{c E_r}{B} \right) + \left( \frac{c}{n e B} \right) \frac{dP}{dr}, \quad (3.2.6)$$

donde  $V_\theta$  es la rapidez del flujo poloidal,  $B_\theta$  es la intensidad del campo magnético poloidal,  $B$  es la intensidad del campo magnético total,  $n$  es la densidad del plasma,  $c$  es la velocidad de la luz,  $P$  es la presión sobre los iones y  $e$  es la carga eléctrica de los iones. Por consiguiente,  $V_\theta$  adquiere valores más positivos si  $E_r$  es más negativo, para  $dP/dr$  y  $V_\theta$  constantes.

Para determinar  $V_\theta$  resuelven la ecuación del momento poloidal, considerando que éste es amortiguado por la viscosidad poloidal, cuyo análisis refiere un método distinto al de la teoría neoclásica estándar.

Así, la ecuación del balance del momento poloidal, obtenido en estado estacionario, es

$$-\frac{e}{c} \Gamma_{\text{orb}} \times \vec{B} \cdot B_\theta = \langle B_\theta \cdot \nabla \cdot \pi \rangle, \quad (3.2.7)$$

donde  $e$  es la carga del electrón,  $c$  es la velocidad de la luz,  $\Gamma_{\text{orb}}$  es el flujo de partículas asociado con la pérdida de iones de las órbitas de «banana» y  $\langle B_\theta \cdot \nabla \cdot \pi \rangle$  es el término de la viscosidad poloidal, donde  $\pi$  es la viscosidad de los iones y  $\langle \rangle$  denota promedio sobre superficies de flujo.

Convirtiendo la ecuación (3.2.7) a una ecuación algebraica para  $V_\theta$ , obtienen gráficamente su solución, a partir de la intersección de las funciones  $Y_1(x)$  y  $Y_2(x)$ , siendo  $x \equiv V_\theta$ , correspondientes al lado izquierdo y derecho de la ecuación algebraica, respectivamente, ver Fig. 3.2.3.

Las gráficas de la Fig. 3.2.3 muestran que al incrementar el valor de  $V_\theta$ , la viscosidad tiende a aumentar (raíz L) y después a disminuir (raíz H). El parámetro de control es la frecuencia de colisión normalizada para iones,  $\nu_{*i}$ , donde  $V_\theta$  está en función de ésta. Así, la transición de la raíz L a la raíz H depende de los niveles de fluctuación de  $V_\theta$ .

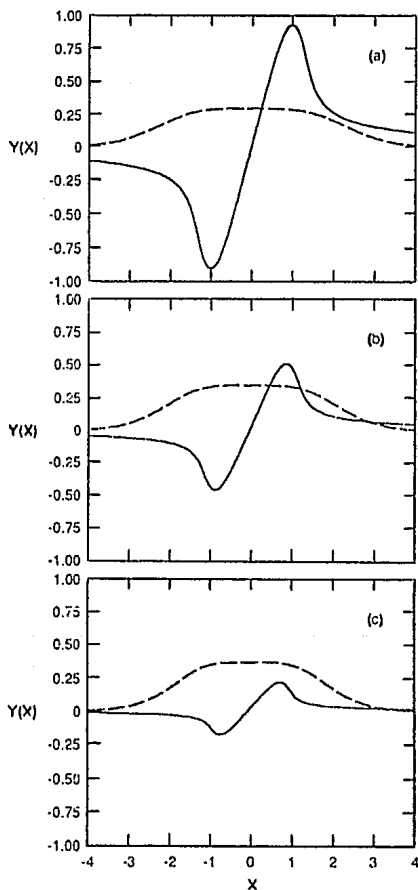


FIG. 3.2.3 Transición de  $V_\theta \equiv x$  de a) la raíz L al b) estado de raíz múltiple y a la c) raíz H, cuando  $\nu_{*i}$  decrece. Las líneas punteadas son  $Y_1(x)$ , y las líneas sólidas son  $Y_2(x)$ . (Tomado de Shaing, K. C., et al., *Phys. Rev. Lett.*, 63 (1989), 2369.)

Otro de los modelos propuestos dentro de esta categoría es el de F. L. Hinton,<sup>(41)</sup> en el que se analiza la conductividad térmica como función del gradiente de la temperatura. Su modelo es conformado a partir de la teoría neoclásica estándar (promediado sobre secciones eficaces circulares), para calcular la velocidad poloidal del plasma,  $V_\theta$ , durante la transición L-H en la región del borde; resultando ser proporcional al gradiente de temperatura de los iones,  $V_\theta \simeq \kappa_1(\partial T_i/\partial r)$ . Además de considerar las propiedades inherentes de la turbulencia en el borde, derivadas por Biglari et al.,<sup>(42)</sup> quienes encontraron que el cizallamiento de la rotación poloidal tiende a suprimir la turbulencia y, en consecuencia, el transporte turbulento. Al respecto, Hinton obtuvo que este cizallamiento es proporcional al cuadrado del gradiente de la temperatura, considerando despreciable el término de la segunda derivada de la temperatura, i.e.,

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial r} = -\frac{4c\mu_1}{eB(\nu_{*i})^2 T} \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)^2, \quad (3.2.8)$$

donde  $\mu_1 < 0$ ,  $B$  es la intensidad del campo magnético y  $\nu_{*i} \propto n_i/T_i^2$ .

La conductividad térmica total,  $\kappa$ , es expresada como la suma de la contribución neoclásica de los iones,  $\kappa_i$ , y una contribución turbulenta que es modificado por el cizallamiento de la rotación poloidal, i.e.,

$$\kappa = \kappa_i + \frac{\kappa_a}{1 + \gamma_a(\partial V_\theta/\partial r)^2}, \quad (3.2.9)$$

donde  $\gamma_a = (L_n/c_s)^2$ ,  $L_n$  es la longitud de escala característica del  $\nabla n$ ,  $c_s = (T_e/m_i)^{1/2}$  y tanto  $\kappa_i$  como  $\kappa_a$  son constantes.

De la ecuación (3.2.9) podemos observar que al haber rotación con cizallamiento, la contribución turbulenta disminuye. Por lo tanto, el flujo de calor total está dado por

$$q_T(g) = \kappa_i g + \frac{\kappa_a g}{(1 + \lambda_a g^4)}, \quad (3.2.10)$$

donde  $\lambda_a = \gamma_a(4c\mu_1/eBT)^2(\nu_{*i})^{-4}$  y  $g \equiv -dT/dr$ .

Para que exista equilibrio térmico se debe satisfacer que  $q_T(g) = q(a)$ , donde  $q(a)$  es el flujo de calor en la frontera. Como  $q(a)$  es una constante, es necesario conocer los puntos donde  $q_T(g)$  y  $q(a)$  se intersectan, ver Fig. 3.2.4.

La función  $q_x$  tiene un máximo y un mínimo cuando  $\kappa_a/\kappa_i > 16/9$  y puede tener bifurcaciones si  $q(a)$  es menor que el valor correspondiente al máximo. Entonces habría dos valores (en realidad tres, pero el central es inestable) para el gradiente,  $g$ , en la frontera; el grande es asociado al modo H y el pequeño al modo L.

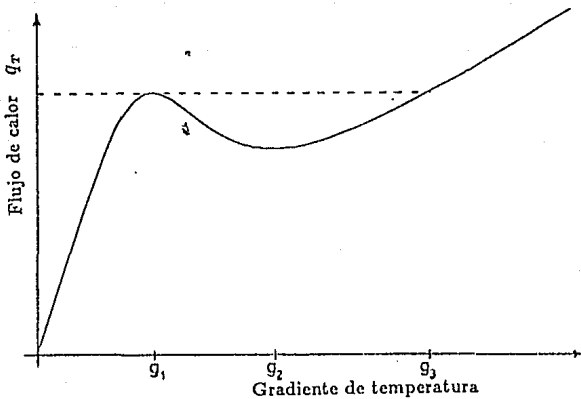


FIG. 3.2.4 Flujo de calor total vs gradiente de temperatura. (Tomado de Hinton, F. L., *Phys. Fluids*, 3 (1991), 696.)

Así, cuando la potencia de calentamiento auxiliar es suficientemente alta, la conductividad térmica turbulenta es completamente suprimida, y la conductividad térmica total,  $\kappa$ , adquiere el valor de la conductividad térmica neoclásica,  $\kappa_i$ . Consecuentemente, el tiempo de confinamiento de la energía es considerado como neoclásico.

Otra posibilidad, también en línea con la teoría de bifurcación, fue propuesta por

El desarrollo de su modelo parte de las ecuaciones que gobiernan el transporte de momento angular y de partículas, en base a la teoría neoclásica (promediando sobre superficies de flujo circulares), cuando existe una asimetría poloidal, es decir, hay cierta dependencia del ángulo  $\theta$  (tal y como ocurre en un plasma tokamak). Esta situación da lugar a una inestabilidad de la rotación poloidal. En ausencia de esta asimetría el bombeo magnético que siente el plasma al rotar poloidalmente y pasar de una región de campo magnético intenso a un campo más débil, conlleva a que la rotación se amortigüe. Sin embargo, la asimetría introduce un término adicional que se relaciona a los flujos de «Pfirsch-Schlüter», y puede ser más grande que el correspondiente al bombeo magnético. Es decir, se debe satisfacer

$$\Upsilon D \left( \frac{n''}{n} + \frac{n'}{nr} \right) > \epsilon \gamma_{MP} \frac{(1 + 2q^2)}{q^2}, \quad (3.2.11)$$

donde  $\Upsilon$  es la diferencia fraccional entre el transporte de partículas interno y externo,  $D$  es la difusividad de partículas,  $\epsilon = r/R$ ,  $n(r)$  es la densidad del plasma,  $r$  es el radio menor,  $\gamma_{MP}$  es la proporción del amortiguamiento del bombeo magnético y  $q = \epsilon(B_\phi/B_\theta)$ .

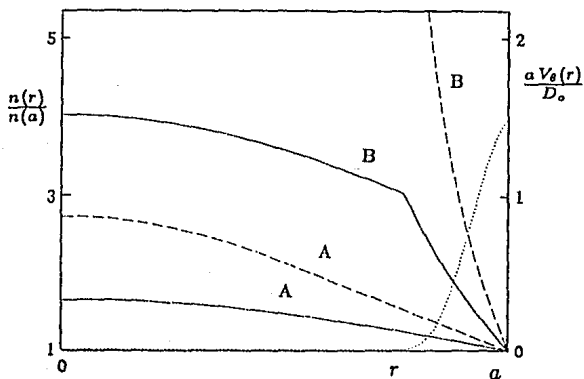
Para presentar la inhibición del transporte por el cizallamiento en la rotación, expresan la difusividad como

$$D(\partial V_\theta / \partial r) = D_1 + (D_o - D_1) \exp \left[ -\zeta \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right)^2 \right], \quad (3.2.12)$$

donde  $D_1 < D_o$ ,  $\zeta$  es un parámetro constante y  $V_\theta(r) \equiv \langle V_\theta h \rangle$  es el flujo poloidal promedio, con  $h \equiv 1 + \epsilon \cos \theta$ .

Resolviendo numéricamente las ecuaciones acopladas de continuidad y de balance de momento angular, usando la difusividad de la ecuación (3.2.12), obtienen que cuando la ecuación (3.2.11) no se satisface entonces no hay rotación y el transporte es grande, dando la curva A en la Fig. 3.2.5; análogo a lo observado en el modo L. Sin embargo, cuando esta ecuación se satisface se tiene rotación en el borde del plasma y se establece un perfil

de densidad como el de la curva B con un alto gradiente de densidad en esta región, tal y como se ha observado en el modo H.



**FIG. 3.2.5** Perfiles radiales de  $n$  mostrando los estados bifurcados A y B (línea continua) y el perfil radial de  $V_\theta$  para el caso B (línea punteada). Las líneas punteadas son condiciones iniciales para  $n$ . Se usaron los mismos parámetros para A y para B. (Tomado de Hassam, A. B., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 66 (1991), 309.)

MODELO PROPUESTO PARA LA TRANSICION L-H

---

## 4.1 DESCRIPCION DEL MODELO

La transición al régimen H, frecuentemente asociada con un incremento significativo en el confinamiento de la energía de los electrones y de las partículas, es un fenómeno que tiene lugar en el borde de un plasma tokamak, de acuerdo a evidencias experimentales, que testifican que ésta se origina por cambios en el transporte cerca de las superficies magnéticas más externas. Este mejoramiento en el confinamiento se refleja también en la región interna (núcleo) del plasma. En consecuencia, existe una reducción en las pérdidas de partículas provenientes del núcleo del plasma.

Los cambios en los perfiles de los parámetros del plasma (los de densidad se vuelven más planos y los de temperatura toman la forma de pedestal) que son desarrollados durante la transición L-H, debido a la formación instantánea de una barrera de transporte en el borde del plasma, proveen suficiente información para formular modelos de simulación de transporte.<sup>(44)</sup>

Debido a que la transición L-H tiene las características de un fenómeno de bifurcación, se propuso un modelo dentro de esta categoría, fundado en el análisis de soluciones dobles de la temperatura en la capa del borde, durante la transición. Se considera la rotación rígida del plasma en esta región, inducida por el campo eléctrico radial,  $E_r$ .

El campo eléctrico radial es establecido por el balance de las partes no ambipolares de los flujos de iones y electrones, en la periferia de la columna del plasma. De hecho, parte de la energía del haz del calentamiento auxiliar NBI,  $\mathcal{P}_{\text{NBI}}$ , es usada indirectamente para establecer este campo. El término indirectamente se debe a que el haz es ionizado y, por lo tanto, confinado en el plasma. Este campo da lugar a que el plasma del borde

rote en dirección poloidal, como un todo debido a que la deriva  $\vec{v}_E$  no depende de la carga ni de la masa de las especies del plasma, con una velocidad angular  $\omega_\theta = -V_\theta/r = -v_E/r = -cE_r/rB_z$ . Pero al darse esto el plasma de esta región encuentra efectos viscosos porque el centro del mismo se encuentra inmóvil, es decir, existe un acoplamiento entre el centro y el borde. Sin embargo, el plasma del borde logra vencer la fuerza de fricción y empieza a rotar. En ese momento se da la transición al modo H. Esta rotación produce calor debido a la fricción generada entre el plasma del borde y del centro, por lo que es considerada como una fuente de energía. Sin embargo, la importancia de esta rotación radica en que tiende a disminuir las inestabilidades y fluctuaciones magnéticas de esta región y, consecuentemente, el transporte. Pero el mecanismo de este decremento no ha sido todavía definido.

Una vez que el plasma del borde y del centro se acoplan, la energía proveniente del núcleo del plasma encuentra un impedimento para entrar a la región del borde, lo que da el efecto de una barrera térmica en esta región.

Aun cuando el transporte de energía en el modo H es dominado por la conductividad térmica de los electrones,  $\kappa_e$ , también se procedió a analizar la correspondiente para los iones,  $\kappa_i$ . Esto con la finalidad de conocer la energía total que es depositada en el borde del plasma. Sin embargo, no se analizan los efectos de la rotación sobre los flujos de calor de los iones y electrones que dan lugar a su decremento durante la transición, aunque sí se incluye su efecto de una manera empírica. Al respecto, se ha considerado que el flujo de calor por conducción de los electrones, es generado por «*fluctuaciones magnéticas*» (transporte anómalo), inducidas por inestabilidades microscópicas. Mientras que el de los iones se introdujo como neoclásico.

Asimismo, en principio, se supuso que el transporte en el borde es del tipo colisional, debido a las bajas temperaturas registradas en esta región. Sin embargo, no se excluye la posibilidad de que al rebasar cierto valor en la temperatura, deje de ser colisional.

Además, se tomaron en consideración las siguientes suposiciones para la conformación del modelo:

- 1) La geometría de un tokamak ha sido modelada por un cilindro recto de radio  $a$



y longitud  $L = 2\pi R$ , donde  $R$  es el radio mayor del toro. El eje  $Z$  del sistema coordenado cilíndrico es orientado a lo largo de la componente longitudinal del campo magnético,  $B_\phi \hat{e}_\phi$ . Por lo tanto,  $\vec{B} \simeq B_z \hat{e}_z^*$ ;

- 2) Considérese un plasma que consiste de dos especies  $\sigma$  solamente: iones,  $i$ , y electrones,  $e$ , tales que  $m_e \ll m_i$  y  $|\vec{v}_e| \gg |\vec{v}_i|$ ;
- 3) Se asume cuasi-neutralidad, i.e.,  $n_i \simeq n_e = n$ , donde  $n$  es la densidad del plasma;
- 4) Caso estacionario, i.e.,  $\partial/\partial t = 0$ ;
- 5) Se desprecian las impurezas;
- 6) El transporte de energía es radial;
- 7) Se desprecia el intercambio de energía entre especies, por considerar que  $T_e \simeq T_i$ .  
Por lo tanto, se asume que las pérdidas de energía son sólo por conducción térmica;
- 8) El plasma en el borde rota rígidamente, en dirección poloidal, a causa del campo eléctrico radial,  $E_r$ , debido a que éste produce una deriva  $\vec{E} \times \vec{B}$ ,  $\vec{v}_E = c(\vec{E}_r \hat{e}_r \times B_z \hat{e}_z)/B_z^2$  ( $\hat{e}_r$  y  $\hat{e}_z$  son los vectores unitarios en la dirección de  $r$  y  $z$ , respectivamente), la cual siempre está en la dirección poloidal;
- 9) Se considera que existe fricción entre dos elementos del fluido, efectos viscosos, correspondientes al borde y al núcleo. Para asegurar este rozamiento, es necesario suponer que la velocidad poloidal del plasma en el borde,  $V_\theta$ , varía en la dirección radial, perpendicular al campo magnético, es decir,  $\partial V_\theta/\partial r$  existe y es diferente de cero en el término  $\vec{P} : \nabla \vec{V}_\sigma$ , el cual representa el calor generado como resultado de la viscosidad;
- 10) Considerando el comportamiento de los perfiles de temperatura experimentales en la capa del borde, de ancho  $\Delta r = a/10$ , se asumió que en esta capa

$$\frac{dT_\sigma}{dr} \simeq \frac{\Delta T_\sigma}{\Delta r}, \quad \text{para } \sigma = i \text{ y } e.$$

---

\*  $\vec{B} = B_\phi \hat{n}_\phi + B_\theta \hat{n}_\theta \simeq B_\phi \hat{n}_\phi$ , puesto que en un tokamak  $|B_\phi| \gg |B_\theta|$ .

La escala de variación de la temperatura es definida como  $L_T = |\nabla \ln T|^{-1}$ , tal que  $L_T \simeq \Delta r = (a/10)$ ;

- 11) Se parte de la existencia de inestabilidades magnéticas, sin considerar las causas que las producen;
- 12) No se consideró turbulencia electrostática, en el proceso del transporte anómalo, y
- 13) Las unidades son referidas al sistema de unidades CGS, excepto que se especifique lo contrario.

Usando la teoría de fluidos, la ecuación para el transporte de la energía interna o ecuación para el balance del calor (Momento de orden dos), está dada por<sup>(45)</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} n_\sigma k T_\sigma \right) + \nabla \cdot \left( \frac{3}{2} n_\sigma k T_\sigma v_\sigma \right) = -\nabla \cdot q_\sigma + (-\vec{P} : \nabla \vec{V}_\sigma) + \Delta E_\sigma + P_\sigma, \quad (4.1.1)$$

donde  $q_\sigma$  representa flujos de calor,  $\vec{P} : \nabla \vec{V}_\sigma$  el calor generado como resultado de la viscosidad,  $\Delta E_\sigma$  cambios locales en la energía interna debido a colisiones y  $P_\sigma$  son fuentes de energía.

En estado estacionario el lado izquierdo de la ecuación (4.1.1) es cero y despreciando  $\Delta E_\sigma$ , se tiene la siguiente ecuación de balance de energía en el borde

$$\nabla \cdot q_T = P_\Omega + P_{NBI} + (-\vec{P} : \nabla \vec{V}_i), \quad (4.1.2)$$

donde  $P_\Omega$  es la potencia de calentamiento ohmico y  $P_{NBI}$  la densidad de potencia del calentamiento auxiliar por haces neutros.

Integrando respecto del volumen, se tiene

$$\int (\nabla \cdot q_T) dV = \int \left[ P_\Omega + P_{NBI} + (-\vec{P} : \nabla \vec{V}_i) \right] dV. \quad (4.1.3)$$

Usando el teorema de la divergencia para el término de la izquierda de la ecuación (4.1.3), se obtiene

$$\int (\nabla \cdot q_T) dV = \oint (\vec{q}_T \cdot \hat{n}) dS, \quad (4.1.3 a)$$

donde  $\hat{n}$  es el vector unitario normal exterior a la superficie de la columna del plasma (cilindro),  $S$ .

El flujo de calor total,  $q_r$ , fue conformado tanto por la contribución, anómala y neoclásica, que entra a la capa del borde ( $r = a - \Delta r$ ),  $q_{en}$ , proveniente del núcleo del plasma, como por la que sale de la misma ( $r = a$ ),  $q_{sa}$ .

Consecuentemente,

$$\oint (\vec{q}_r \cdot \hat{n}) dS = \int_{S_1} (\vec{q}_{en} \cdot \hat{n}_{a-\Delta r}) dS_{a-\Delta r} + \int_{S_2} (\vec{q}_{sa} \cdot \hat{n}_a) dS_a, \quad (4.1.3 b)$$

donde  $S_{a-\Delta r}$  es la superficie de la columna del plasma interior y  $S_a$  la exterior. Como  $\vec{q}_{en}$  y  $\hat{n}_{a-\Delta r}$  tienen direcciones opuestas y considerando que estos flujos de calor son promediados sobre superficies de flujo circulares, se obtiene

$$\begin{aligned} \oint (\vec{q}_r \cdot \hat{n}) dS &= -q_{en} \int dS_{a-\Delta r} + q_{sa} \int dS_a \\ &= 2\pi L (a q_{sa} - (a - \Delta r) q_{en}), \end{aligned} \quad (4.1.3 c)$$

siendo  $L$  la longitud de la columna del plasma.

Análogamente, resolviendo el lado derecho de la ecuación (4.1.3), suponiendo que el volumen del borde es muy pequeño, se tiene

$$\begin{aligned} &\int \left[ P_{\Omega} + P_{\text{NBI}} + (-\vec{P} \cdot \nabla \vec{V}) \right] dV \\ &= \left[ P_{\Omega} + P_{\text{NBI}} + (-\vec{P} \cdot \nabla \vec{V}) \right] \int dV \\ &= \left[ P_{\Omega} + P_{\text{NBI}} + (-\vec{P} \cdot \nabla \vec{V}) \right] \pi L \left( 1 - (1 - \Delta r/a)^2 \right) a^2. \end{aligned} \quad (4.1.3 d)$$

Por lo tanto, la integral de la ecuación (4.1.3) está dada por la ecuaciones (4.1.3 c) y (4.1.3 d), siendo ésta

$$\begin{aligned} q_r &= q_{sa} - q_{en} (1 - \Delta r/a) \\ &= \left[ P_{\Omega} + P_{\text{NBI}} + (-\vec{P} \cdot \nabla \vec{V}) \right] (1 - (1 - \Delta r/a)^2) \frac{a}{2}. \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

Analizando cada uno de los términos del lado derecho de la ecuación (4.1.4), tenemos:

- 1)  $P_{\Omega} = E^2/\eta(T)$  es la densidad de potencia del calentamiento ohmico, siendo  $E = V/2\pi R$  el campo eléctrico externo y  $\eta = 1.15 \times 10^{-14} \ln \Lambda T^{-3/2}$  la resistividad del plasma.

Consecuentemente,

$$P_{\Omega} (\text{ergs/seg} \cdot \text{cm}^3) = 5.4 \times 10^{18} T^{3/2}, \quad (4.1.4 a)$$

donde T está dada en ergs.

- 2)  $P_{NBI} = P_{NBI}/V$  es la densidad de potencia del calentamiento auxiliar por haces neutros altamente energéticos (NBI), en el borde del plasma. Siendo

$$P_{NBI} (\text{ergs/seg} \cdot \text{cm}^3) = \frac{P_{NBI}}{(\pi a^2 - \pi(9a/10)^2) 2\pi R}.$$

Ahora bien, como la potencia de calentamiento auxiliar NBI es  $P_{NBI} = IV$ , entonces es necesario obtener el flujo de las partículas neutras,  $\zeta(s)$ , del haz; v.gr. de hidrógeno,  $H^0$ , que son atenuadas en el plasma y multiplicarlo por la carga eléctrica,  $e$ , para así estimar el flujo de carga por unidad de tiempo,  $I$ , siendo

$$\begin{aligned} \zeta(s) &= \zeta(0) \exp(-\sigma_{tot} \int_0^s n ds) \\ &= \zeta(0) \exp(-\sigma_{tot} n(a) s), \end{aligned}$$

donde  $\zeta(0)$ , para  $s = 0$ , es la densidad de partículas del haz por unidad de tiempo,  $n(a) = \text{cte.}$  es la densidad de las partículas del plasma,  $\sigma_{tot} = \sigma_{ion} + \sigma_{ic}$  es la sección eficaz total por ionización e intercambio de carga, respectivamente, y  $s$  es la longitud de trayectoria a lo largo de la dirección del haz.

Por lo tanto, el flujo de partículas neutras en el borde está dada por

$$\begin{aligned} \zeta(a/10) &= \zeta(0) - \zeta(0) \exp \left[ -\sigma_{tot} n(a) \left( \frac{a}{10} \right) \right] \\ &= \zeta(0) - \zeta(0) \left[ 1 - \sigma_{tot} n(a) \left( \frac{a}{10} \right) \right], \end{aligned}$$

bajo la consideración que  $[-\sigma_{tot} n(a/10)] \ll 1$ .\*

---

\*  $\exp(-z) = 1 - z, \quad z \ll 1$ .

En consecuencia, la potencia de calentamiento auxiliar NBI en la capa del borde, es

$$\begin{aligned} P_{\text{NBI}} (\text{ergs/seg}) &= eV\zeta(0) - eV \left[ \zeta(0)(1 - \sigma_{\text{tot}} n(a) \left( \frac{a}{10} \right) \right] \\ &= eV \zeta(0) \sigma_{\text{tot}} n(a) \left( \frac{a}{10} \right), \end{aligned} \quad (4.1.4 b)$$

siendo  $P_{\text{in}} = eV \zeta(0)$  la potencia inyectada.

Finalmente,

$$P_{\text{NBI}} (\text{ergs/seg}) = P_{\text{in}} \sigma_{\text{tot}} n(a) \left( \frac{a}{10} \right), \quad (4.1.4 c)$$

es la energía del haz depositada en el capa del borde del plasma.

Los procesos atómicos de intercambio de carga y ionización por impacto de un electrón son, entre otros, los responsables de que el haz neutro altamente energético se ionize y quede, por lo tanto, confinado dentro del campo magnético. El haz es confinado principalmente por intercambio de carga con los iones del plasma. Sin embargo, el proceso de ionización por colisiones con los iones del plasma es más significativo cuando la velocidad de inyección del haz se incrementa. Lo mejor es inyectar el haz a altas velocidades, porque con ello se asegura que la mayor parte de la energía de éste llegue al núcleo del plasma, que es la región más caliente. Además, minimiza la probabilidad de neutralización de los iones del plasma por intercambio de carga, puesto que los iones que son neutralizados, no son confinados por mucho tiempo dentro del campo magnético, dirigiéndose hacia las paredes del toro, a menos que éstos sean re-ionizados durante su paso a través del plasma. Sin embargo, existe una alta probabilidad de que los iones neutralizados del plasma puedan escapar.

Así, la sección eficaz total,  $\sigma_{\text{tot}}$ , está conformada por la sección eficaz de ionización por impacto de un electrón,  $\sigma_{\text{ion}}$ , siendo ésta

$$\sigma_{\text{ion}} = \frac{3.123 \times 10^{-15}}{E} (\log_{10} E + 0.792),$$

y por la sección eficaz de intercambio de carga,  $\sigma_{ic}$ , i.e.,

$$\sigma_{ic} = \frac{0.6937 \times 10^{-14} (1 - 0.155 \log_{10} E)^2}{1 + 0.1112 \times 10^{-14} E^{3.3}},$$

donde  $E$  es la energía de las partículas.<sup>(46)</sup>

Sustituyendo valores en la ecuación (4.1.4 c), en base a los datos del apéndice †, se tiene

$$P_{NBI} = 5.1 \times 10^9 \text{ ergs/seg.}$$

Consecuentemente,

$$P_{NBI} = 1 \times 10^4 \text{ ergs/seg} \cdot \text{cm}^3. \quad (4.1.4 d)$$

- 3) ( $\vec{P} : \nabla \vec{V}_i$ ) es el calor generado como resultado de la interacción viscosa entre los iones del interior y los que están rotando. Esta interacción es muy pequeña, como para amortiguar la rotación poloidal.

Como se consideró que  $T_i \simeq T_e$ , entonces la viscosidad entre iones es mucho mayor que la viscosidad entre electrones. Por esta razón, la viscosidad de una plasma es determinada esencialmente por los iones y, consecuentemente, se utiliza la teoría neoclásica estándar para su análisis.

Como la velocidad poloidal,  $V_\theta$ , del plasma varía en dirección radial,  $dV_\theta/dr \neq 0$ , perpendicular al campo magnético, el flujo de momento es del mismo orden que el obtenido en ausencia de campo magnético,<sup>(47)</sup> i.e.,

$$\vec{P} = -\eta_{\perp i} \vec{\nabla} W, \quad \text{con} \quad W_{jk} = \frac{\partial V_j}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla \cdot \vec{V}, \quad (4.1.4 e)$$

donde  $W_{r\theta} = W_{\theta r} = \partial V_\theta / \partial r$  y  $P_{r\theta} = P_{\theta r} = -\eta_{\perp i} W_{r\theta}$ .

Por lo tanto,

$$P_{jk} \partial_j V_k = P_{rk} \partial_r V_k + P_{\theta k} \partial_\theta V_k + P_{zk} \partial_z V_k,$$

siendo  $P_{zk} \partial_z V_k = 0$  por axi-simetría.

Entonces,

$$\begin{aligned} P_{jk} \partial_j V_k &= P_{rr} \partial_r V_r + P_{r\theta} \partial_r V_\theta + P_{\theta\theta} \partial_\theta V_\theta \\ &= P_{r\theta} \partial_r V_\theta = -\eta_{\perp i} \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right)^2, \end{aligned} \quad (4.1.4 f)$$

donde  $\eta_{\perp i}(T) = 3k n_i T_i / 10 \omega_{ci}^2 \tau_i$  es el coeficiente de viscosidad para iones, siendo

$$\eta_{\perp i}(T) = \frac{(\lambda/10)}{3 \times 10^6} \left( \frac{2 m_p}{m_i} \right)^{1/2} \frac{3 z^3}{10 \omega_{ci}^2} n^2 k \frac{1}{T_i^{1/2}},$$

donde  $\lambda$  es el logaritmo de Coulomb,  $m_p$  es la masa del protón,  $m_i$  es la masa del ión,  $z = 1$ ,  $\omega_{ci}$  es la frecuencia de giro para iones,  $n$  es la densidad del plasma y  $k$  es la constante de Boltzmann.

Sustituyendo valores, como función de la temperatura,  $T$ , se tiene

$$\eta_{\perp i}(T) = 1.1 \times 10^{-15} T_i^{-1/2}.$$

Como se ha considerado que el núcleo del plasma se encuentra inmóvil, mientras el del borde rota rígidamente, entonces  $\partial V_\theta / \partial r = V_\theta / \rho_i$  y existe un cizallamiento de  $V_\theta$ ,  $\partial V_\theta / \partial r$ , en la capa que delimita estas dos regiones cuyo ancho es del orden del radio de giro para iones,  $\rho_i = 8.06 \times 10^{13} T^{1/2}$ . Este cizallamiento es importante en la región  $|(a - \Delta r) - r| \leq \rho_i$ , donde  $a$  es el radio menor.

Por lo tanto, la contribución del término viscoso está dada por el cizallamiento de  $V_\theta$ , pero como éste es proporcional a la velocidad poloidal,  $V_\theta$ , el énfasis será referido a  $V_\theta$ .

Así, la magnitud del término debido a la viscosidad, como función de  $T$ , está dado por

$$P_{jk} \partial_j V_k(T) = 1.7 \times 10^{-23} V_\theta^2 T^{-1.5}, \quad (4.1.4 g)$$

donde  $T$  está dada en ergs y  $V_\theta$  tomó los valores de 0 y  $1 \times 10^6$  cm/seg.

Por lo tanto, sustituyendo las ecuaciones (4.1.4 a), (4.1.4 d) y (4.1.4 g) en (4.1.4) se obtiene la ecuación para el transporte de la energía interna, i.e.,

$$q_r = 5.4 \times 10^{18} T^{3/2} + 1 \times 10^4 + 1.7 \times 10^{-23} T^{-1.5} V_\theta^2. \quad (4.1.5)$$

Como el flujo de calor por conducción de los iones es neoclásico, se consideró la expresión de la conductividad térmica neoclásica de los iones determinada por Chang y Hinton,<sup>(48)</sup> siendo

$$q_i = n_i \epsilon^{1/2} \left( \frac{\rho_{i\theta}^2}{\tau_i} \right) K_2^* \frac{dT_i}{dr}, \quad (4.1.6)$$

donde

- i )  $\kappa_i = n_i \epsilon^{1/2} (\rho_{i\theta}^2 / \tau_i) K_2^*$  es la conductividad térmica neoclásica de los iones;
- ii )  $\rho_{i\theta} = (v_{\perp i} / \omega_{c_i}) \simeq (v_{i\perp} / \omega_{c_i}) = [(k T_i / m_i)^{1/2} (1 / \omega_{c_i})]$  es el radio de giro poloidal para iones;
- iii )  $\tau_i = [3 \times 10^6 / (\lambda / 10)] (m_i / 2 m_p)^{1/2} (T_i^{3/2} / z^3 n)$ , con  $T_i$  en eV, es el tiempo de colisión para iones, y
- iv )  $K_2^* = (0.66 + 1.88 \epsilon^{1/2} - 1.54 \epsilon) \langle B_o^2 / B^2 \rangle$ , siendo  $\langle B_o^2 / B^2 \rangle = (1 + 3/2 (\epsilon^2 + \epsilon R_o') + 3/8 \epsilon^3 R_o') / (1 + 1/2 \epsilon R_o')$ ,  $R_o' = dR_o / dr$  es el cambio Shafranov.

En consecuencia, la ecuación (4.1.6) se transforma en,

$$q_i = \frac{(\lambda / 10)}{3 \times 10^6} \left( \frac{2 m_p}{m_i} \right)^{1/2} \frac{z^3 \epsilon^{1/2}}{m_i \omega_{c_i}^2} k K_2^* \frac{dT_i}{dr} n^2 T^{-1/2}. \quad (4.1.7)$$

Por lo tanto, la ecuación del flujo de calor total por conducción de los iones está dada por

$$(q_i)_r = (q_i)_{sa} - (1 - \Delta r / a) (q_i)_{en} = 4.3 \times 10^{-3} T^{-1/2}. \quad (4.1.8)$$

Ahora, considerando que el flujo de calor de los electrones es anómalo, se procedió a analizar, de entre los diversos modelos sobre transporte anómalo, el coeficiente de transporte de la energía de los electrones,  $\kappa_e \sim n_e \chi_e$ , en base a su dependencia con la temperatura.

Inicialmente, se trabajó con el modelo de ondas de deriva colisionales descrito por Dominguez y Waltz,<sup>(49)</sup> en el que obtienen que el coeficiente de difusión de energía en el borde,  $\chi_e$ , tiene una dependencia con la temperatura de  $T_e^{-1/2}$ . Sin embargo, la expresión



de  $q_e(T) \simeq n_e \chi_e (dT_e/dr)$  es una función decreciente de la temperatura, por lo que no da lugar a las soluciones dobles de  $T$  al introducirla en la ecuación de balance de energía del modelo propuesto.

Otra posibilidad, en línea con los modelos de «fluctuaciones magnéticas», es el propuesto por Drake et al.,<sup>(60)</sup> en el que obtienen que el coeficiente de difusión de energía,  $\chi_e$ , escala con la temperatura como  $T_e^{1/2}$ ; dependencia que hace factible las soluciones dobles para  $T$ , como se muestra posteriormente. Así, el flujo de calor anómalo de los electrones está dado por

$$q_e = n_e \left( \frac{c^2}{\omega_{pe}^2} \right) \left( \frac{1}{qR} \right) \left( \frac{2k}{m_e} \right)^{1/2} \frac{dT_e}{dr} T_e^{1/2}, \quad (4.1.9)$$

donde

- i )  $\kappa_e = (c^2/\omega_{pe}^2) (1/qR) n_e (2kT_e/m_e)^{1/2}$  es la conductividad térmica anómala de los electrones;
- ii )  $q(r) = \epsilon(B_\phi/B_\theta)$ ;
- iii )  $\omega_{pe} = (4\pi n_e e^2/m_e)^{1/2}$  es la frecuencia electrónica del plasma;
- iv )  $c$  es la velocidad de la luz;
- v )  $R$  el radio mayor, y
- vi )  $m_e$  es la masa de los electrones.

Por lo tanto, la ecuación del flujo de calor total por conducción de los electrones está dada por

$$(q_e)_T = (q_e)_{sa} - (1 - \Delta r/a) (q_e)_{en} = 4.9 \times 10^9 T^{1/2}. \quad (4.1.10)$$

Por consiguiente, el flujo de calor total por conducción, conformado por las ecuaciones (4.1.8) y (4.1.10), es

$$q_T = 4.3 \times 10^{-3} T^{-1/2} + 4.9 \times 10^9 T^{1/2}, \quad (4.1.11)$$

donde  $T$  está dada en ergs.

El efecto de la rotación de la capa del borde es el de inhibir la conducción térmica al disminuir el nivel de las fluctuaciones magnéticas. Este efecto se simula dividiendo el flujo

de calor de los electrones,  $q_e$ , entre un parámetro  $\alpha \geq 1$ , que en principio está relacionado con la velocidad poloidal,  $V_\theta$ . Este parámetro sólo modifica la contribución al flujo de calor de los electrones, debido a que el flujo de calor de los iones es por colisiones (neoclásico). Sin embargo, como el proceso de transporte de energía es dominado por la conductividad térmica anómala de los electrones,  $\kappa_e$ , se puede decir que  $\alpha$  modifica el flujo de calor total,  $q_T$ .

Así, en base a las ecuaciones (4.1.5) y (4.1.11), se obtiene la ecuación del balance del flujo del calor, i.e.,

$$4.3 \times 10^{-3} T^{-1/2} + \frac{4.9 \times 10^9 T^{1/2}}{\alpha} = 5.4 \times 10^{18} T^{1.5} + 1 \times 10^4 + 1.7 \times 10^{-23} V_\theta^2 T^{-1.5}. \quad (4.1.13)$$

## 4.2 RESULTADOS

La solución de la ecuación (4.1.13) puede ser obtenida gráficamente al examinar las intersecciones de las funciones  $F_1(T)$  y  $F_2(T)$ , correspondientes al lado izquierdo y derecho de esta ecuación, respectivamente, para un cierto conjunto de parámetros.

Los cruces corresponden a estados de equilibrio termodinámico en el borde y es importante ver si se puede tener más de un posible estado de equilibrio.

En la Fig. 4.2.1 está representada gráficamente la solución de la ecuación del balance del flujo de calor para el caso en que no hay rotación. Para la gráfica  $F_1(T)$  se consideró que el parámetro de control es igual a uno,  $\alpha = 1$ , es decir, no existe inhibición alguna de la conducción térmica. Como el plasma del borde no está sujeto a rotación poloidal, es necesario considerar, al evaluar el término  $F_2(T)$ , que la velocidad poloidal es igual a cero,  $V_\theta = 0$ , o muy pequeña (menor que  $1 \times 10^4$  cm/seg). El que  $V_\theta = 0$ , tal y como se asumió, exhibe dos puntos importantes:

- i) No existe cizallamiento de  $V_\theta$ ,  $\partial V_\theta / \partial r$ , en la capa de ancho  $\rho_i$ , y

- ii) El calor generado como resultado de la interacción viscosa entre iones vale cero. Consecuentemente,  $F_2(T)$  es sólo conformado por el calentamiento ohmico y el calentamiento auxiliar.

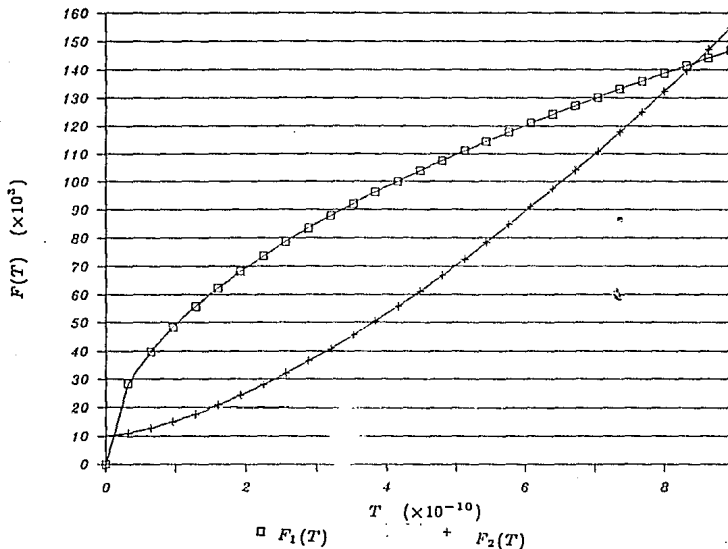


FIG. 4.2.1 Solución gráfica de la ecuación del balance de energía en el borde, para el caso en que no hay rotación poloidal, es decir,  $\alpha=1$  y  $V_\theta=0$ . Se usaron los mismos parámetros para  $F_1(T)$  y para  $F_2(T)$ .

Como se puede observar existen dos puntos de intersección, pero están muy separados entre sí, lo cual indica que no puede haber comunicación entre ellos; una vez que se adopta uno de estos estados, el sistema permanece en él y difícilmente puede llegar a cambiar al otro estado.

Ahora consideremos el caso con rotación poloidal. El parámetro de control  $\alpha > 1$  modifica la gráfica de  $F_1(T)$ , inhibiendo la conducción térmica, y para algunos valores

de éste se obtienen dos intersecciones (si  $\alpha$  es demasiado grande no hay ningún cruce y, por lo tanto, tampoco puede haber equilibrio), lo que da lugar a dos posibles valores de la temperatura muy cercanos entre sí, como se muestra en la Fig. 4.2.2. En este caso  $\alpha = 1.5$  y el plasma del borde rota poloidalmente con una velocidad  $V_\theta = 1 \times 10^6$  cm/seg. Por lo que ahora tanto el cizallamiento de  $V_\theta$ , en la capa de ancho  $\rho_i$ , como el calor generado por la interacción viscosa entre iones son diferentes de cero.

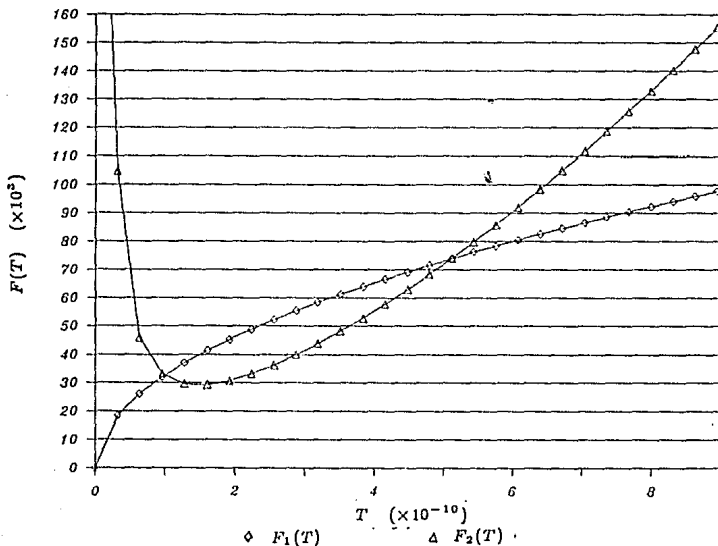


FIG. 4.2.2 Solución gráfica de la ecuación del balance de energía en el borde, para el caso en que hay rotación poloidal. En este caso  $\alpha=1.5$  y  $V_\theta=1 \times 10^6$  cm/seg. Se usaron los mismos parámetros para  $F_1(T)$  y para  $F_2(T)$ .

Respecto a la solución de la ecuación (4.1.13), se propone que el primer punto de equilibrio corresponde al modo L, donde se registran bajas temperaturas; mientras que el segundo corresponde al modo H, donde las temperaturas son mayores. Tal predicción es

ciertamente conciliable con los perfiles de temperatura experimentales, los cuáles toman la forma de pedestal durante la transición.

En la Fig. 4.2.3 se comparan los dos casos descritos, a fin de apreciar la magnitud de los cambios. De esta figura se deduce que cuando no existe rotación ( $V_{\theta}=0$ ), es decir, cuando no hay inhibición en la conducción térmica,  $\alpha = 1$ , los dos estados posibles de equilibrio del transporte de energía de un plasma están separados por un alto rango de temperatura, lo que implica que existe una probabilidad muy pequeña, de que alguna perturbación térmica dé lugar a la transición entre dichos estados.

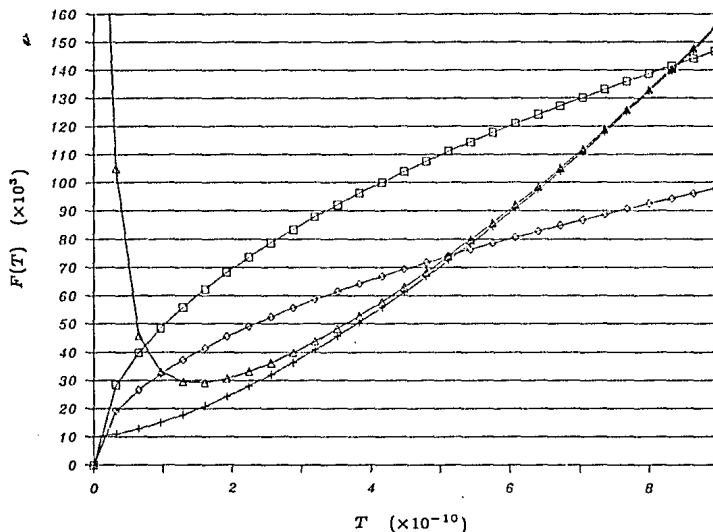


FIG. 4.2.3 Conjunción de las soluciones gráficas de la ecuación del balance de energía en el borde, en ausencia y presencia de rotación poloidal.

Sin embargo, a medida que la velocidad de rotación poloidal,  $V_{\theta}$ , del plasma en el

borde aumenta, lo que implica tomar también  $\alpha > 1$ , los dos posibles estados de equilibrio del mismo se encuentran muy próximos entre sí. Consecuentemente, es más factible que alguna perturbación térmica induzca la transición; correspondientes del modo L al H.

Estos resultados confirman que, efectivamente, una rotación poloidal que tiende a suprimir las inestabilidades magnéticas y, por lo tanto, el transporte turbulento de energía, es susceptible de generar una transición de un estado con baja temperatura de borde a otro con temperatura más elevada.

Aun cuando no se varió el valor de la potencia del calentamiento auxiliar por haces neutros,  $P_{\text{NBI}}$ , en el modelo propuesto, cabe mencionar que de haberlo hecho, incrementando el valor de  $P_{\text{NBI}}$ , aumentarían las pérdidas de partículas en el borde; básicamente iones, porque su radio de giro,  $\rho_i$ , es mayor que el de los electrones,  $\rho_e$ . Consecuentemente, se acrecentaría el campo eléctrico radial,  $E_r$ , en esta región, lo que repercutiría en un aumento de la velocidad de rotación poloidal,  $V_\theta$ . Además, es posible observar de la gráfica 4.2.1 que al incrementar el valor de  $P_{\text{NBI}}$ ,  $F_2(T)$  se desplazaría verticalmente hacia arriba sin cambiar su comportamiento y se tendrían dos cruces de la temperatura muy próximos entre sí, análogamente a lo obtenido con el parámetro de control  $\alpha > 1$ , lo que confirmaría la existencia de una potencia umbral,  $P_u$ , para que se dé la transición L-H.

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES

---

La transición del modo L al H es caracterizada por un mejoramiento del confinamiento de partículas y energía en el borde del plasma. Este cambio repentino de las condiciones del borde, sugiere una bifurcación. En este contexto se propuso la existencia de soluciones dobles para la temperatura, en la ecuación de balance de energía en la región del borde, considerando básicamente:

- i ) Cierta dependencia del coeficiente de transporte anómalo de la energía de los electrones,  $\kappa_e$ , con la temperatura, y
- ii ) La rotación rígida del plasma en el borde, inducida por la deriva  $E_r \hat{e}_r \times B_z \hat{e}_z$  del campo eléctrico radial.

Predicción que resultó consistente cuando  $\kappa_e$  escala con la temperatura como  $T_e^{1/2}$  y  $V_\theta \simeq 1 \times 10^6$  cm/seg.

Sólo se investigó el fenómeno de la transición, consecuentemente no se analizaron los efectos previos y posteriores a la misma, como:

- 1) Las causas que producen las inestabilidades magnéticas, en el proceso del transporte anómalo, y
- 2) Los cambios en el núcleo del plasma, inducidos como resultado de la transición en la región del borde.

Existen pruebas concluyentes de que la rotación poloidal del plasma en la periferia, tiende a disminuir las inestabilidades y fluctuaciones magnéticas de esta región y, por ende, el transporte inducido por dichas fluctuaciones (llamado transporte anómalo). Como el proceso de transporte de energía es dominado por la conductividad térmica anómala de los

electrones,  $\kappa_e$ , la conductividad total disminuye, aún cuando la contribución neoclásica de los iones no se altera.

Esta disminución en el transporte conlleva a que se establezcan altos gradientes de densidad y temperatura, en la región fronteriza.

Aún cuando no se ha esclarecido el mecanismo por el cuál se reducen las fluctuaciones magnéticas y el transporte de energía en esta región durante la transición L-H, se ha asumido que éste está relacionado de alguna forma con los efectos de la rotación poloidal sobre la periferia de la columna del plasma. Y, aunque, no se estableció la dependencia explícita entre la rotación poloidal y la inhibición de la conducción térmica se introdujo su efecto a través del parámetro  $\alpha$  y es factible observar sus efectos gráficamente para  $\alpha > 1$ .

Así, a medida que la velocidad de rotación poloidal,  $V_\theta$ , aumenta (lo que implica tomar también  $\alpha > 1$ ), aparecen dos posibles estados de equilibrio del transporte de energía del plasma del borde suficientemente cercanos como para que alguna perturbación térmica induzca la transición entre dichos estados. Se ha propuesto que el primer punto de equilibrio corresponde al modo L (bajas temperaturas), mientras que el segundo corresponde al modo H (altas temperaturas). Tal predicción es consistente con los perfiles de temperatura experimentales, por tomar la forma de pedestal durante la transición L-H.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA



APENDICE †

SIMBOLO	DEFINICION	MAGNITUD
<i>Símbolos latinos</i>		
$a$	Radio menor	7 cm
$R$	Radio mayor	200 cm
$R'_o$	Cambio Shafranov	0.05
$m_e$	Masa del electrón	$9.1 \times 10^{-28}$ gr
$m_i$	Masa del ión	$1.6 \times 10^{-24}$ gr
$m_p$	Masa del protón	$1.7 \times 10^{-24}$ gr
$n$	Densidad del plasma	$5 \times 10^{12}$ cm <sup>-3</sup>
$e$	Carga del electrón	$4.8 \times 10^{-10}$ statcoul.
$E$	Energía de las partículas en los procesos de intercambio de carga y ionización por impacto de un electrón	$9 \times 10^4$ eV
$z$	Es la razón entre la carga del ión y del electrón	1
$T_\sigma$	Temperatura de las especies del plasma	$4.8 \times 10^{10}$ ergs
$dT_\sigma/dr$	Gradiente de temperatura	$4.5 \times 10^{-12}$
$B$	Magnitud del campo magnético	$1 \times 10^4$ gauss
$q$	Factor de seguridad del plasma	2
$P_{in}$	Potencia inyectada al plasma	1 MW
$k$	Constante de Boltzmann	$1.6 \times 10^{-12}$ ergs/seg.
<i>Símbolos griegos</i>		
$\alpha$	Parámetro de control	$\geq 1$
$\epsilon$	Es la razón entre el radio menor y el radio mayor	0.35
$\lambda = \ln \Lambda$	Logaritmo de Coulomb	15, para un toro típico
$\sigma_{ic}$	Sección eficaz de intercambio de carga	$\approx 1.4 \times 10^{-17}$ cm <sup>2</sup>
$\sigma_{ion}$	Sección eficaz de ionización por impacto de un electrón	$\approx 2 \times 10^{-19}$ cm <sup>2</sup>

## REFERENCIAS

- (1) Cf., por ejemplo, W. M. Stacey, Jr., *Fusion Plasma Analysis*, «*A Wiley Interscience publication*», 1981, cap. 4
- (2) *Ibíd.*, cap. 6.
- (3) *Idem.*, cap. 2
- (4) Reviews of plasma physics, vol. 7, «*M.A. Leontovich, Consultants Bureau, N.Y.*» vol. 7, 1973, pág. 266.
- (5) W. M. Stacey, *op. cit.*, cap. 3
- (6) *Ibíd.*, págs. 130 y sig.
- (7) *Idem.*, pág. 62.
- (8) *Idem.*, pág. 136.
- (9) Cf., por ejemplo, Domínguez, R. R., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 27 (1987), 65.
- (10) Guzdar, P. N., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 57 (1986), 2818.
- (11) Groebner, R. J., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 26 (1986), 543. Citado por Guzdar, Ref. 10, pág. 2818.
- (12) Carreras, B. A., *Phys. Fluids B*, 1 (1989), 1011;  
Drake, J. F., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 44 (1980), 994;  
Guzdar, P. N., *et al.*, *op. cit.*, págs. 2818;  
Kadomtsev, B. B., *et al.*, *JETP Lett.*, 39 (1984), 269, y  
Ohkawa, T., *Comments Plasma Phys. Controlled Fusion*, 9 (1985), 127.
- (13) Cf. W. M. Stacey, Jr., *Fusion. An introduction to the physics and technology of Magnetic Confinement Fusion*, «*A Wiley Interscience publication*», 1984, cap.5.
- (14) *Ibíd.*, cap. 5.
- (15) Cf. K. Miyamoto, *Plasma Physics for Nuclear Fusion*, «*The MIT Press*», 1976, págs. 443 y sig.

- (16) *Ibíd.*, pág. 449.
- (17) *Idem.*, págs. 438 y sig.
- (18) W. M. Stacey, *op. cit.*, págs. 206 y sig.
- (19) K. Miyamoto, *op. cit.*, pág. 439.
- (20) Goldston, R. J., *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 26 (1984), 93.
- (21) Gorman, J. G., *et al.*, *Phys. Fluids*, 9 (1966), 2504.
- (22) Keilhacker, M., *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 29 (1987), 1408.
- (23) Hinton, F. L., *Nucl. Fusion*, 25 (1985), 1457.
- (24) Hinton, F. L., Chu, M. S., Dominguez, R. R., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 2 (1985), 3. Citado por Hinton, Ref. 23, pág. 1457.
- (25) Wong, S. K., *et al.*, *Phys. Fluids*, 24 (1981), 782. Citado por Hinton, Ref. 23, pág. 1458.
- (26) Pfirsch, D., Schlüter, A., *Plasma Phys.*, 8 (1966), 314. Citado por Hinton, Ref. 23, pág. 1458.
- (27) Hinton, F. L., Chu, M. S., *Nucl. Fusion*, 25 (1985), 345. Citado por Hinton, Ref. 23, pág. 1460.
- (28) Wagner, F., *Nucl. Fusion*, 25 (1985), 1491.
- (29) Documentado en Wagner, F., Keilhacker, M., ASDEX and NI TEAMS, *J. Nucl. Mater.*, 121 (1984), 103. Citado por Wagner, Ref. 28, pág. 1494.
- (30) Wagner, F., Fussmann, G., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 53 (1984), 1453. Citado por Wagner, Ref. 28, pág. 1494.
- (31) Bishop, C. M., *Nucl. Fusion*, 26 (1986), 1063.
- (32) Hahm, T. S., *et al.*, *Phys. Fluids*, 30 (1987), 133.
- (33) Carreras, B. A., Diamond, P. H., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 50 (1983), 503. Citado por Hahm, Ref. 32, pág. 133.

- (34) Garcia, L., Diamond, P. H., *et al.*, *Phys. Fluids*, 28 (1985), 2147, y Hahm, T. S., Diamond, P. H., *et al.*, submitted to *Phys. Fluids*. Citadas por Hahm, Ref. 32, pág. 133.
- (35) Punjabi, A., *J. Plasma Phys.*, 42 (1989), 59.
- (36) Singer, C. E., *et al.*, *Phys. Rev. A*, 28 (1982), 994. Citado por Punjabi, Ref. 35, pág. 63.
- (37) Itoh, S.I., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 1031.
- (38) Hinton, F.L., *Nucl. Fusion*, 25 (1985), 1457; Ohkawa, T., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Nuclear Fusion Research*, 2 (1986), 221. Citadas por Itoh, Ref. 37, pág. 1032.
- (39) Inoue, S., Tange, T., Itoh, K., Tuda, T., *Nucl. Fusion*, 19 (1979), 1252; Horton, C.W., *Plasma Phys.*, 22 (1980), 345. Citadas por Itoh, Ref. 37, pág. 1034.
- (40) Shaing, K. C., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 63 (1989), 2369.
- (41) Hinton, F. L., *Phys. Fluids B*, 3 (1991), 2369.
- (42) Biglari, H., *et al.*, *Phys. Fluids B*, 1 (1990), 2. Citado por Hinton, Ref. 41, pág. 696.
- (43) Hassam, A. B., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 66 (1991), 309.
- (44) *C.f.*, por ejemplo, Singer, C. E., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 25 (1985), 1555.
- (45) Braginskii, S. I., Review of Plasma Phys., vol. 1, «M.A. Leontovich, Consultants Bureau, N. Y.», 1965, pág. 214.
- (46) *C.f.* Janev, R. K., *et al.*, Elementary Processes in Hydrogen-Helium Plasmas, «Springer-Verlag», 1987, pág. 128.
- (47) Braginskii, S. I., *op cit.*, pág. 229.
- (48) Chang, C. S., *et al.*, *Phys. Fluids*, 25 (1982), 1493.
- (49) Dominguez, R. R., *et al.*, *op. cit.*, pág. 69.
- (50) Drake, J. F., *et al.*, *op. cit.*, pág. 997.

## BIBLIOGRAFIA

La bibliografía expuesta a continuación contiene los siguientes apartados:

- A) Una breve enumeración de obras por autores cuya lectura tiene relación con lo expuesto aquí, y
  
- B) Una selección de los artículos referentes al modo H (no incluidos en la sección de Referencias).

## A

- Chen, Francis F., Introduction to plasma physics, «*Plenum Press*», 1929.
- Krall, Nicolas A. & Trivelpiece, Alvin W., Principles of plasma physics, «*Mc Graw-Hill Book Company*», 1973.
- Glasstone, S. & Lovberg, R. H., Controlled thermonuclear reactions, «*Robert E. Krieger Publishing Company*», 1975.
- McDowel, M. R. C. & Ferendeci, A. M., Atomic and molecular processes in controlled thermonuclear fusion, «*Plenum Press New York and London*», 1979.
- Smirnov, B. M., Introduction to plasma physics, «*Mir*», 1977.

## B

- Asdex Team, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 1959.
- Becker, G., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 23 (1983), 1293.
- Becker, G., *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 1291.
- Bickerton, R. J., *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 30 (1988), 2051.
- Bishop, C. M., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 24 (1984), 1579.
- Biskamp, D., *Phys. Fluids*, 29 (1986), 1520.
- Chang, C. S., *et al.*, *Phys. Fluids*, 29 (1986), 3314.
- Dominguez, R. R., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 885.
- Keilhacker, M., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 26 (1984), 49.
- Hahm, T. S., *et al.*, *Phys. of Fluids*, 1 (1989), 1185.
- Hender, T. C., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 1459.
- Hinton, F. L., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 405.
- Hoshino, K., *et al.*, *Journal of the Physical Society of Japan*, 56 (1987), 1750.
- Hoshino, K., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 63 (1989), 770.
- Ida, K., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 231.

Ida, K., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 65 (1990), 1364.  
Itoh, S. I., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 60 (1988), 2276.  
Itoh, S. I., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 31 (1989), 487.  
Jahns, G. L., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 1271.  
Lao, L. L., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 31 (1989), 509.  
Lazzaro, E., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 31 (1989), 1199.  
Leuterer, F., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 27 (1985), 1399.  
Lomas, P. J., *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 31 (1989), 1481.  
Malacarne, M., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 29 (1987), 1675.  
Murmah, H., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 27 (1985), 103.  
Ohkawa, T., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 51 (1983), 2101.  
Saigusa, M., *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 73.  
Schissel, D. P., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 185.  
Sengoku, S., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 59 (1987), 450.  
Singer, C. E., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 25 (1985), 1555.  
Slusher, R. E., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 53 (1984), 667.  
Stambaugh, R., *et al.*, *Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 30 (1988), 1585.  
Steinmetz, K., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 58 (1987), 124.  
Tang, W. M., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 28 (1988), 443.  
Taylor, R. J., *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 63 (1989), 2365.  
Tubbing, B. J. D., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 29 (1989), 1953.  
Wagner, F., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 25 (1985), 1491.  
Weynants, R. R., *et al.*, *Nucl. Fusion*, 30 (1990), 945.