01171

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

1/
2ej

DESARROLLO DE SISTEMAS DE INVENTARIOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA

(INVESTIGACION DE OPERACIONES)

P R E S E N T A :

JAVIER RAMIREZ MIRELES

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ciudad Universitaria Octubre de 1991

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

INDICE

RESUMEN

CAPITULO I

CONCEPTOS BASICOS DE INVENTARIOS

CAPITULO II

MODELOS CLASICOS DETERMINISTICOS

CAPITULO III

MODELOS ESTOCASTICOS

CAPITULO IV

MODELO DE SURTIDO COORDINADO DE MULTIPLES ARTICULOS

CAPITULO V

CONTROL DE INVENTARIOS EN MULTIESTADOS

CAPITULO VI

APLICACION A LA EMPRESA JUGUETES S.A

INTRODUCCION

El control y mantenimiento de inventarios de bienes físicos es un problema común en las empresas de todo el mundo. Si una empresa no tiene un control eficiente sobre sus inventarios, su supervivencia puede estar en duda, esto se debe a que las cantidades invertidas en éstos llega a ser muy grande, normalmente los inventarios ocupan el segudo "renglón" en los balances generales, después de los inmuebles. Para toda empresa representa un peligro el no tener los materiales ni los suministros cuando se necesitan; aunque si hubiera una super-abundancia de éstos, la empresa estaría en un problema similar a causa del capital paralizado.

La razón fundamental para el control de inventarios, se debe a que es muy complicado que los bienes lleguen precisamente cuando la demanda de ellos ocurra. Sin inventarios los clientes tendrían que esperar hasta que sus órdenes fueran satisfechas de una fuente externa o sean manufacturados. Sin embargo, los clientes no podrían esperar grandes periodos de tiempo. Por esta razón, el control de inventarios es necesario en las organizaciones que ofrezcan bienes físicos a consumidores.

Dado que las empresas tienen inventario de bienes físicos para protegerse de faltantes, la inversión en éstos llega a ser tan grande que surge un nuevo problema, el cual consiste en determinar prácticas que se deben realizar para proporcionar ahorros, que aún en pequeños porcentajes del valor total del inventario, pueden llegar a representar sumas importantes de dinero, espacio de almacenamiento etc. Entonces, la necesidad de tener un control de los inventarios es clara.

Lo mencionado anteriormente proporciona una razón por justificada para la elaboración (aplicación) de modelos matemáticos para el control de inventarios, los cuales respondan al objetivo de minimizar los costos totales (o esperados)de operación de los inventarios, sujeto a la restricción de satisfacer la demanda (conocida o aleatoria).

Las preguntas clave que se requiere contestar al controlar el inventario de un producto, o grupo de productos, son:

a) ¿ Cuánto ordeno o produzco ?

b) ¿ Qué tan frecuente ordeno o produzco ?

Cuando se conoce de antemano con precisión la demanda futura y el tiempo de re-abastecimiento del inventario (caso determinista), se pueden dar respuestas efectivas a las preguntas planteadas, normalmente esto no presenta problema alguno, pero cuando esos elementos no se pueden conocer con precisión, la búsqueda de respuestas efectivas se puede complicar enormemente.

En este trabajo se presenta un análisis de los modelos de inventario, esperando convencer tanto en el ámbito académico como en el administrativo las ventajas de su estudio y aplicación.

Se pretende alcanzar este objetivo a través del siguiente contenido: En el primer capítulo se da una descripción del problema, su definición, sus funciones y sus componentes, su clasificación, sus políticas de revisión, y la notación que será usada en el resto del trabajo. En la segunda parte, se presentan algunos modelos clásicos, como son: el de lote económico, el modelo de descuentos por cantidad, el modelo de producción-inventario.

El análisis de modelos de inventario con demanda estocástica se realiza en la tercera parte. Los capítulos anteriores se han referido al control de un sólo artículo, en los capítulos cuarto y quinto se estudian los casos en los que se manejan varios artículos. En estos capítulos se analizan algunos modelos ilustrándolos con ejemplos. Finalmente se presenta un problema correspondiente a la empresa de JUGUETES S.A. que se resuelve utilizando el material analizado. La elección de los modelos más apropiados a este problema se hace de acuerdo a los objetivos propuestos por el dueño de la empresa. Para la obtención de resultados confiables, se diseñaron e implantaron programas de computación en lenguaje turbo-pascal versión 5.0 y en lotus 123 versión en español. Estos programas se diseñaron de tal forma que sus resultados cumplan con los objetivos planteados por el dueño de la empresa, y que consisten en: ¿cuánto ordenar en cada periodo? y ¿cuanto es es el costo por periodo?, además se proporcionan los tiempos en que deben ser puestas las órdenes.

En las conclusiones de la aplicación a la empresa de juguetes, se hace una breve discusión y recomendaciones, que son válidas no sólo para la empresa de juguetes, sino para toda empresa.

CAPITULO I

CONCEPTOS BASICOS DE INVENTARIOS

Para un mejor entendimiento de lo que es un sistema de inventario, es conveniente hacer una presentación de los aspectos básicos, como son; sus funciones, componentes, su estructura, y los modelos en los cuales se clasifican de acuerdo a sus características principales, así como la terminología que será empleada en el resto del trabajo.

En este capítulo se presentan los aspectos básicos del control de sistemas de inventarios. El material está distribuido de la siguiente forma: En la sección 1.1 se proporciona la definición y funciones de los inventarios; en la sección 1.2 se explican sus estructuras; en la sección 1.3 se mencionan sus componentes; en la sección 1.4 se hace la caracterización de los modelos de inventarios y por último en la sección 1.5 se proporciona la terminología empleada.

1.1 DEFINICION Y FUNCIONES DE LOS INVENTARIOS.

En términos generales, un inventario es una cantidad de bienes o materiales bajo control de una empresa u organización que se mantienen por un tiempo en forma improductiva, esperando su venta o uso. Existe otra forma de ver a un inventario y es la siguiente: Un inventario es un sistema regulador de dos procesos, denominados oferta y demanda.

Los inventarios varían de acuerdo al tipo de empresa u organización. Por ejemplo, en las empresas del ramo comercial, los inventarios se contemplan como artículos que están disponibles para la venta. Para industrias, el inventario se compone de materia prima, artículos semiterminados y artículos terminados.

Los artículos en inventario pueden diferir uno de otro en varios aspectos, complicando así su control. Por ejemplo, ellos difieren en costo, en sus propiedades físicas, tales como peso y volumen. Algunos artículos sólo pueden ser almacenados por cortos periodos de tiempo, otros tienen rápida obsolescencia. En el manejo de artículos diferentes existen interacciones entre ellos. Por ejemplo, los artículos comparten el espacio de almacenamiento, además, pueden ser sustitutos uno del otro, como una parrilla elétrica y una estúfa. O bien, la adquisición de uno implica la tenencia del otro, como una cámara de video y la película correspondiente.

Otra forma de interacción es la que existe entre los artículos utilizados en un proceso de manufactura, como el que se muestra en el diagrama de bloques de la figura 1.1.

Una característica de este proceso es que el producto o productos que intervienen en él pueden estar inventariados en varías etapas. Por ejemplo: materia prima, productos semi-terminados, parcialmente ensamblados, o productos terminados.

Los inventarios, en general permiten lograr cierto grado de

Figura 1.1 El inventario en la etapa N-1 puede corresponder al de las materias primas o articulos semiterminados; El inventario en la etapa N+1 corresponde a productos terminados.

independencia entre etapas consecutivas en el proceso de manufactura o entre las entregas consecutivas en sistemas de distribución. Aunque existen variadas opiniones sobre las funciones de un inventario, se pueden mencionar las siguientes:

1. Explotación del mercado, que consiste en aprovechar:

   Variaciones de bienes y materias en el mercado.

   Variación de precios o materias primas.

   Alza en costos de producción.

   Alza en costos de mano de obra.

   Especulación.

2. Protección contra faltantes, que se refiere a:

   No quedarse sin materia prima y regular las fluctuaciones de oferta y demanda de materia prima.

3. Suavizar la operación por cambios en la producción, que se refiere a:

   No quedarse sin suministros en las distintas etapas de producción.

Como se puede observar, en estos puntos se incluyen distintas interpretaciones que se les da a las funciones de inventario, tanto para procesos de manufactura como para sistemas de distribución, El enfoque que tengan estos sistemas determinará las funciones del inventario.

1.2 ESTRUCTURAS DE SISTEMAS DE INVENTARIOS.

Los sistemas de control de inventarios caen en dos grandes categorías: sistemas de distribución de mercancía y sistemas de manufactura. En un sistema de distribución, el producto pasa del fabricante al vendedor mayorista, y de este al vendedor al menudeo y por último al consumidor.

Un sistema de inventario de este tipo es conocido como sistema de estructura de multiniveles, un ejemplo se muestra en la figura 1.2, las flechas indican la forma normal del flujo de bienes a través del sistema. En el sistema mostrado, las demandas de los clientes ocurren solamente en los puntos de almacenamiento en el nivel uno. Esos puntos son abastecidos por los depósitos en el nivel dos, el cual llena sus depósitos a partir del nivel tres, y este a su vez es abastecido por el almacén de la fábrica. En otros casos, las demandas de los clientes pueden ocurrir en todos los niveles, o los puntos de almacenamiento pueden no solamente recibir suministros del nivel inmediato superior, pueden también reabastecerse de cualquier nivel más alto.

La mayoría de los sistemas de inventarios encontrados en el mundo real son del tipo del multiniveles. Sin embargo, puede suceder que las partes del sistema operen independientemente. Por ejemplo, la figura 1.2 puede referirse a un sistema de producción

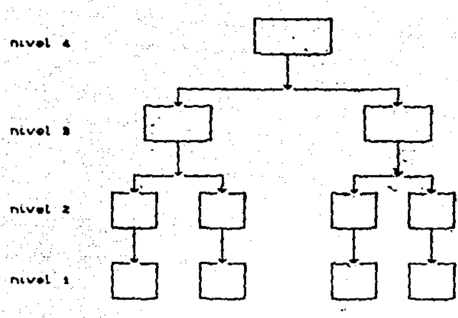


Figura 1.2 Sistema de multiniveles

distribución, en el cual la fuente es la planta donde el artículo es manufacturado, el nivel cuatro corresponde al almacén de la empresa, el nivel tres representa depósitos regionales, el nivel dos depósitos de ciudades, y el nivel uno los establecimientos en los cuales se le vende el artículo al consumidor. En tal sistema, el manufacturador puede controlar solamente la planta y el almacén de la fábrica, mientras que diferentes organizaciones operan los depósitos regionales, de ciudades y los establecimientos. Cada una de las organizaciones es libre de tener su propia doctrina de operación para controlar los inventarios bajo su jurisdicción.

El sistema básico de inventario estudiado normalmente es mucho más simple que el conjunto general de multiniveles mostrado en la figura 1.2. Este consiste de un solo punto, denominado comunmente "punto singular", de manufactura o de almacenamiento. Refiriéndose al punto de almacenamiento, éste se considera con una sola fuente para resurtirse de artículos, las demandas de los

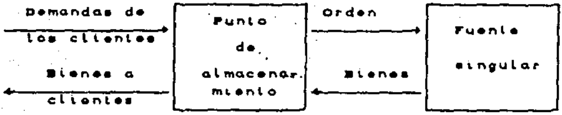


Figura 1.2, Punto singular de almacenamiento

clientes llegan de sólo un punto y se supone un tiempo apropiado de resurtimiento para el abastecimiento del inventario. La operación del sistema se muestra en la figura 1.3. En las aplicaciones prácticas la estructura simple mostrada en la figura 1.3, es a menudo adecuada, aún cuando una organización controla un determinado número de puntos de almacenamiento (n>1), las interacciones entre ellos son pequeñas, lo cual permite estudiar los puntos en forma individual.

1.3 COMPONENTES DE UN SISTEMA DE INVENTARIOS.

En los sistemas de inventarios, tanto en el sistema de multiniveles como en el de un punto singular, los conceptos que se manejan y que representan los componentes de un sistema de inventarios son: demanda, tiempo de entrega o producción, costos, horizonte de planeación y productos.

1.3.1 La demanda.

La demanda, es el factor de mayor importancia en el control de inventarios. Esta representa el número de unidades de artículos requeridos en un periodo. La demanda puede ser aleatoria o puede conocerse con toda exactitud, a ésta se le denomina estocástica en el primer caso y su distribución puede conocerse o no. En el segundo caso se le denomina determinística.

La demanda pueda variar en cada periodo de tiempo, en tal caso se le llama dinámica; cuando ésta no varía de un periodo a otro se le denomina estática.

1.3.2 Tiempo de entrega.

Se conoce como tiempo de entrega al tiempo que transcurre entre el momento que se ordena un artículo o se solicita su fabricación y el momento en que llega al almacén o termina su producción. De manera semejante a la demanda, éste tiempo puede conocerse con certeza, en cuyo caso se dice es determinista, o ser aleatorio. En el caso determinista el tiempo de entrega puede ser mayor o igual a cero.

1.3.3 Costos.

Básicamente, existen dos categorías de costos de inventarios, éstos son:

a) Costos que tienden a decrecer a medida que aumenta el tamaño de la orden. Esencialmente éstos son el costo de ordenar físicamente el inventario y el costo de preparación de partida de artículos.

b) Costos que tienden a incrementarse a medida que aumenta el tamaño de una orden. Estos incluyen costos de almacenamiento físico o cargos por depreciación en almacén y costos de operación. También se incluirían cargos de mantenimiento, intereses de inversión en inventarios, que se interpretan como una utilidad de potencial pérdida.

Estas dos categorías (especialmente la segunda), incluyen a su vez distintos tipos de costos. En la primer categoría se encuentran solamente los costos de adquisición.

***Costos de adquisición.**

Estos costos se acostumbra dividirlos en dos subclases; Los que se producen por compras al exterior, llamados costos de ordenar, y los originados por auto-abastecimiento, denominados comunmente de acondicionamiento o preparación. En el planteamiento analítico del problema de inventarios, los costos incurridos cada vez que se coloca un pedido, comienzan con la requisición de compra, incluyendo además la expedición de la orden de compra, el seguimiento de la misma, recibo de los artículos y su colocación en el inventario.

Los costos de preparación se refieren a los gastos incurridos en el requerimiento, la programación, cambios de maquinaria (si los hay), de proceso, recibo e inspección y almacenamiento.

Los costos correspondientes a la segunda categoría son:

*** Costos del efectivo invertido en el inventario.**

Dado que el dinero invertido en el inventario podría utilizarse en otra parte para obtener de él algún provecho, se hace necesario asignar un costo que proporcione la pérdida de utilidades. El costo asignado depende del uso que se pudiera dar al dinero si éste estuviera disponible.

*** Costos de almacenamiento.**

El espacio que se necesita para almacenar el inventario, generalmente tiene un costo asociado, ya que paga por él, o en caso de poseerlo depende de cualquier alternativa existente para usarlo, como arrendarlo, etc.

El valor del espacio ocupado por los almacenes en relación con el espacio total de la planta puede dar este costo.

*** Costos por desperfectos.**

Comunmente los artículos bajan de valor durante su almacenamiento, ocasionado por su deterioro real, obsolescencia o pillaje. Esta pérdida de valor representa un costo que debe asignarse al mantenimiento del inventario.

*** Costos por seguro.**

Dado que muchos inventarios requieren seguros, el costo producido por estos se debe incluir en el mantenimiento de inventarios.

* **Costos por abarrotamiento.**

Es el costo que resulta al quedar existencias del inventario depués de que la demanda del artículo ha terminado. La interpretación de este costo depende del problema de inventario en estudio.

Hasta ahora se han descrito los costos en caso de llevar control de inventario, pero existen también costos por no tener en existencia materiales o suministros para satisfacer la demanda, éstos son conocidos como costos por carencia o déficit, los cuales son dos variantes que dependen de la reacción del cliente ante el caso de carencia. Si el cliente acepta que su pedido sufra una entrega diferida se presentarán costos adicionales, entre los que se pueden nombrar los siguientes: costos de apresuramiento, costos por manejos especiales etc. (ventas pendientes). Si por el contrario, el cliente rehusa a hacer un pedido por un artículo agotado, debe considerarse un costo comúnmente conocido por costo de buena voluntad (ventas perdidas).

1.3.4 Horizonte de planeación.

Es el tiempo durante el cual se considera necesario planear los inventarios, este puede ser finito o infinito, entendiendo por infinito un tiempo suficientemente largo.

1.3.5 Los productos.

Los productos pueden ser uno sólo o varios. Clasificándose en unidad o lote según el proceso; perecederos o duraderos según su vida útil; divisibles o indivisibles según se acepten o no valores fraccionarios; sustitutos o complementarios.

1.4 MODELOS DE CONTROL DE INVENTARIOS.

En la práctica, cada vez que se desea establecer un control de inventarios de alguna organización, es preciso abstraer las características fundamentales del sistema de inventarios y representarlas de una manera más sencilla en un modelo matemático, para que se pueda manipular y ofrecer respuestas adecuadas relacionadas con las preguntas fundamentales ¿ cuánto ordenar cada vez ? y ¿ cuándo hacerlo ?.

La adaptación al modelo que pueda funcionar mejor dependerá de las características de cada caso. Tales características se refieren a la naturaleza de la demanda, del tiempo de envío o de producción (según sea el caso considerado) y de la costumbre y/o posibilidades de revisión.

En primer lugar, se puede decir que los modelos utilizados para el control de los inventarios pueden ser divididos en función de la certeza que se tenga en cuanto al comportamiento de las variables que lo afectan. De acuerdo a esto los modelos se clasifican en:

Determinísticos: Son aquellos en los que la demanda de los artículos, el tiempo de entrega o producción son conocidos y constantes.

Estocásticos: Son aquellos modelos en los que la demanda y/o el tiempo entre demandas y/o el tiempo de entrega o producción, se comportan de acuerdo a alguna distribución de probabilidad, pudiendo ser tal distribución distinta para cada variable.

Esta primera división determina la complejidad de los métodos analíticos o heurísticos que se deben utilizar, siendo así la división más importante.

Un modelo determinístico presenta pocos problemas al ser tratado, pero es también el que menos se adapta a la realidad. Por otro lado un modelo estocástico se complica significativamente, sobre todo desde el punto de vista matemático, conforme más variables probabilísticas sean consideradas en su formulación mayor será su complejidad, pero permite representar en forma más realista el sistema de inventarios.

Una sub-clasificación comunmente utilizada por varios autores en los modelos de inventarios, surge tomando como criterio el momento en que se revisa el inventario, estos pueden ser:

De revisión continua: Se asume que en cualquier momento del tiempo se puede revisar y conocer el nivel del inventario.

De revisión periódica: El nivel del inventario sólo puede ser conocido en ciertos momentos fijos y predefinidos de tiempo.

1.5 ELECCIÓN DE ARTICULOS A CONTROLAR.

Un aspecto de fundamental importancia, es el determinar qué artículos deben estar bajo un estricto control, reduciendo con esto los costos de realización del control de inventarios. Con frecuencia, un porcentaje relativamente pequeño de los artículos de un inventario contribuyen a que exista un porcentaje desproporcionado en el costo. El estrecho control del mantenimiento de inventario de estos artículos, es claro que llevará al control eficaz de un gran porcentaje de los costos totales del inventario. Al mismo tiempo se reducirán los costos de oficina.

El método común de control de inventario en este caso es el método ABC, de acuerdo con el cual el inventario se clasifica en artículos de alto valor (clase A), de valor medio (clase B), y de valor bajo (clace C). La clasificación no tiene que obedecer al enfoque de las tres clases, pero es en gran medida el más común. El porcentaje real de todos los artículos que pertenecen a cada clase es muy arbitrario, pero responde a una clasificación típica hecha por Magge y Boodman.[5]

* Clase A: Del 5% al 10% de los artículos que constituyen la más alta inversión monetaria en inventario.

* Clase B: Del 20% al 30% intermedio de artículos que contribuyen en forma moderada a la inversión en inventario.

* Clase C: El grupo restante y el más grande, constituye una pequeña fracción del costo total.

La principal diferencia en la política para operaciones es que la inversión se debe mantener baja para los artículos de la clase A; por lo tanto, se debe mantener rigurosamente una política optimizada que minimice los costos. Los artículos de la clase C, se deben mantener en exceso para asegurar que no escaseen y requieran poco control. El grupo intermedio es un poco indefinido en cuanto a política. Un posible enfoque para los artículos de la clase B, es manejar las políticas que admitan criterios de cubrimiento para varios articulos, es decir, que se mantenga un control semi-estricto sobre ellos impidiendo tenerlos en exceso. Sin embargo, este enfoque es también factible para los artículos de la clase A, y esto puede ser razón para usar el método AB en vez del ABC.

1.6 TERMINOLOGIA EMPLEADA.

Antes de estudiar los modelos, es conveniente unificar algunos conceptos claves que son característicos en el trabajo de análisis y determinación de políticas de control de inventarios.

* **Partida (Q):** Número de unidades de un artículo de inventario, en particular producido en una instalación fabril para usarlo en productos fabricados en dicha instalación. Una vez que una partida de un artículo se produce en una máquina o en un conjunto de máquinas luego se hace una partida de un artículo diferente.
* **Lote (Q):** Número de unidades de un artículo de inventario, en particular comprado a un vendedor. Es análogo a la partida para artículos de inventario fabricados.
* **Modelo-gráfico:** Representación geométrica del uso del inventario respecto al tiempo para un articulo en particular.
* **Modelo-matemático:** Ecuación matemática que describe el

modelo gráfico. Mediante la minimización de la función del costo se obtienen las respuestas a las preguntas básicas del control del inventario.

* **Política de orden:** Procedimiento por el que se decide cuándo se necesita resurtir un artículo de inventario y qué cantidad.

* **Punto de reorden (r_h):** Es el nivel del inventario que indica cuando se debe colocar un pedido , éste se determina por la cantidad requerida para satisfacer la demanda ocurrida durante el tiempo en que llega el reabastecimiento: más la cantidad de reserva que se mantiene para los casos imprevistos de variaciones de demanda o en la entrega de los pedidos.

* **Inventario físico (IF):** Es igual a la cantidad física de artículos que se tienen almacenados.

* **Inventario neto (IN):** Es el inventario físico menos las órdenes de ventas pendientes (si las hay).

* **Posición del inventario:** Es igual al inventario neto más la cantidad ordenada pendiente.

* **Tiempo de carencia:** Es el tiempo que transcurre desde que el inventario físico toma el valor de cero hasta que una orden se incorpora al inventario.

* **Faltantes:** Representa la cantidad demandada durante el tiempo de carencia.

* **Ciclo:** Corresponde al intervalo de tiempo entre dos incorporaciones consecutivas de órdenes al inventario.

* **Período (T):** Es el tiempo transcurrido entre dos revisiones

consecutivas del inventario.

* **Tiempo de renovación del pedido:** Si la política de inventario requiere que un artículo se vuelva a pedir periódicamente, en vez de hacerlo conforme a su nivel de inventario, el día en que el inventario se va a volver a ordenar se denomina tiempo de renovación del pedido. Las políticas que utilizan tiempo de renovación de pedido se clasifican como políticas de revisión periódica.

* **Existencias de seguridad (s):** Número de unidades de un artículo de inventario, adicional a la cantidad de orden económica o de partida, que se mantienen para protegerse de una demanda raramente alta o de un largo tiempo de demora de entrega del lote o en la preparación de la partida.

* **Costo de ordenar (A):** Es el costo ocasionado cada vez que se elabora una orden de reabastecimiento del inventario.

* **Costo de flete:** Es el costo por transporte de los artículos desde el lugar de resurtimiento al almacen de la empresa, y se ocaciona cada vez que se elabora una orden de reabastecimiento del inventario, éste puede ser cero en muchas ocasiones.

* **Costo de producción:** Es el costo que resulta de ordenar un lote de producción, indiferentemente al costo de ordenar, se le denominará por A.

* **Costo de mantener inventario:** Se refiere al costo ocasionado por mantener el producto (artículos) en inventario. También se le conoce como costo de mantenimiento.

* **Costo de revisión:** Es el costo ocasionado al realizar una revisión de la posición del inventario.
* **Costo total (CT):** Es la suma de todos los costos involucrados en el modelo.

CAPITULO II

MODELOS CLASICOS DETERMINISTICOS

En el mundo real, la demanda de articulos prácticamente no puede ser conocida con certeza, y comunmente se tiene que describir en términos probabilisticos, lo mismo sucede con los tiempos de entrega. Los modelos discutidos en el presente capitulo son de tipo deterministico, es decir, las variables que los afectan son conocidas con certeza, éstos modelos son de gran interes, pues ellos proveen la estructura para introducir los métodos de análisis a modelos más complicados, y porque algunas veces son útiles para examinar ciertos aspectos de los problemas del mundo real.

Los modelos deterministicos aquí presentados constituyen una gran simplificación de los problemas reales, aunque esto no implica que no tengan aplicación alguna, ya que éstos se utilizan con éxito en casos donde la información no es deterministica, pero un modelo determinista puede dar una buena aproximación al valor óptimo de pedido en forma rápida y con costos módicos.

El contenido de este capitulo está distribuido de la siguiente forma: En la primera sección se analiza el modelo de lote económico; en la segunda sección el modelo de lote económico con déficit; en la tercera sección el modelo con descuentos por cantidad; En la cuarta sección el modelo de producción-inventario con demanda deterministica; En la quinta sección el modelo de producción-inventario con costos lineales; En la sexta sección el modelo de un producto con demanda dinámica y revisión periodica.

2.1 MODELO DE LOTE ECONOMICO.

Condidérese el problema del control de inventario de un artículo en una localización singular, es decir, cosiderando el lugar de almacenamiento como un punto singular con una sóla fuente de abastecimiento y con las demandas de los clientes llegando de sólo un punto. Esto corresponderia al nivel uno del sistema de multiniveles visto en el capítulo anterior.

Este modelo aunque es el más simplificado para representar las situaciones reales, es excelente como punto de partida para desarrollar posteriormente modelos de decisión más apegados a los fenómenos reales. Al ser el modelo más simplificado implica varias suposiciones, los cuales son: La demanda se considera determinística y constante e independiente del tiempo, esta se dá en número de artículos por unidad de tiempo y se denotará por D; El tiempo de entrega es constante e independiente de la demanda y de la cantidad ordenada, sus unidades son unidades de tiempo y se denota por τ; La cantidad ordenada Q no llega en partes, es decir, no se permite que una parte inicial llegue primero y posteriormente el resto, las unidades respectivas son número de artículos. Sobre la naturaleza de los artículos se pide la no obsolescencia con el fin de que el sistema opere en todo tiempo futuro.

Entre las posibles doctinas a seguir, maximizar beneficios o minimizar costos se elige la segunda, por lo cual se hace la minimización del costo anual promedio. Entonces, es conveniente identificar los costos apropiados de este modelo, los cuales son: costo por unidades adquiridas, costo por ordenar y el costo por llevar inventario. Para determinar el costo anual promedio, se toman los costos de un período de longitud arbitraria de ξ años, se divide por ξ, y haciendo tender ξ a infinito se obtiene el costo anual promedio, esto es:

$$\text{costo anual promedio} = \lim_{\xi \to \infty} \frac{\text{costos } (\xi)}{\xi}$$

Es claro que el costo de llevar inventarios puede variar de un año a otro, esto se debe a que el número de órdenes puestas pueden variar en años consecutivos , solamente cuando un año es un múltiplo entero del tiempo entre órdenes, el sistema tiene los mismos costos cada año, esto es claro pues se supone que el comportamiento es el mismo en cada período, y cuando un año es un múltiplo entero del tiempo entre órdenes, entonces se tendrá un número igual de órdenes por período.

El modelo gráfico de este sistema se muestra en la figura 2-1, donde Q es el número de artículos pedidos, T es el período y D es la demanda. Si una cantidad Q es ordenada cada vez que el sistema ordena reabastecer el almacén, entonces, posteriormente será recibida en el almacén una cantidad Q para cada orden puesta. El tiempo entre cada puesta de órdenes consecutivas será T= Q/D.

Similarmente, el tiempo de llegada entre dos órdenes sucesivas es T. Se toma un ciclo de operación como el tiempo en que son puestas o se reciben dos órdenes sucesivas, o más generalmente, entre cualesquiera dos puntos separados por un intervalo de longitud T. Es claro que durante cualquier ciclo el sistema repite exactamente su comportamiento del ciclo anterior.

Si se toma un intervalo de longitud ζ años y se divide por la longitud del ciclo, es decir por T, entonces el número entero mayor menor o igual a ζ/T dá el número de ciclos contenidos en el intervalo ζ, dicho número se denota por v, es claro que en el intervalo ζ existen v ciclos y tal vez una fracción de algún otro ciclo, esto se debe a la independencia de la elección del origen del tiempo.

Dado que se pone una orden por ciclo, el número de órdenes puestas en un intevalo ζ será v o v+1 dependiendo si en la fracción del ciclo se pone una orden. El número de órdenes puestas en el intervalo ζ se puede escribir como

$$\frac{D\zeta}{Q} + \varepsilon \qquad \text{con } |\varepsilon| < 1$$

donde ε, como puede observarse es una fracción (dado que ζ/T no necesariamente es un entero) que se obtiene al dividir ζ entre T, con T en términos de Q y D.

Si A es el costo de poner una órden, los costos en el intervalo ζ por ordenar son:

$$A\left(\varepsilon + \frac{D\zeta}{Q}\right)$$

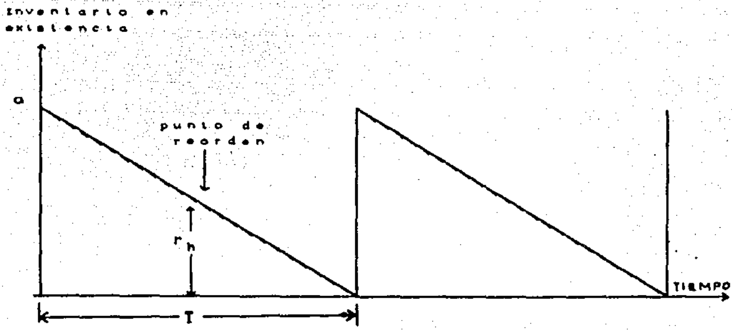


Figura 2.1 Modelo gráfico de lote económico

Sí se ordena una cantidad Q en cada orden y el costo unitario del artículo es C, los costos de unidades ordenadas en el tiempo ζ son:

$$\left(\frac{D\zeta}{Q} + \epsilon\right)QC$$

Suponga que cuando llega un pedido de Q unidades hay en existencia s unidades en inventario, entonces el inventario al llegar el pedido es Q+s. Si se supone que los costos de llevar inventario son $h_o + iC$, donde h_o es el costo de almacenamiento por unidad y está dado en unidades monetarias por unidad de tiempo; i es el interés por unidad monetaria invertida. Esta suma de costos se considera constante en los primeros modelos, la cual se denota por h, es decir, h es el costo por unidad almacenada por unidad de tiempo. Por tanto, los costos promedio por llevar inventarios por ciclo están dados por:

$$h\int_0^T (Q+s - Dt)dt = h (QT + sT - \frac{1}{2} DT^2)$$

sustituyendo T=Q/D se obtienen los costos promedio de llevar inventario por ciclo (CIPC).

$$CIPC = hT (s + Q/2) \qquad (2.1)$$

Como pueden haber ciclos fraccionarios en un período de longitud ζ, los ciclos completos son

$$v = (\zeta/T) - \xi \qquad \text{con } 0 \leq \xi < 1$$

donde ξ es una fracción de ciclo. Por tanto, los costos para el período de tiempo ζ son

$$CT(v)(\frac{Q}{2} + s) + \eta$$

con η igual a los costos de inventario para el ciclo fraccionario de longitud ζ - vT. El costo variable total para el período de longitud ζ es

$$\text{Costo total}_\zeta = [\frac{D\zeta}{Q} + \varepsilon] QC + [\frac{D\zeta}{Q} + \varepsilon] A + hT[\frac{\zeta}{T} - \xi] [\frac{Q}{2} + s] + \eta \qquad \text{.....(2-2)}$$

dividiendo por la longitud de tiempo ζ y haciendo tender ζ a infinito se obtiene el costo anual promedio:

$$CAP = DC + \frac{DA}{Q} + h[\frac{Q}{2} + s] \qquad (2\text{-}3)$$

examinando (2-3) y con el fin de optimizar los costos al mínimo, se observa que s tiene que ser cero, por lo cual los costos anuales promedio son

$$CAP = DC + \frac{DA}{Q} + h[\frac{Q}{2}] \qquad (2\text{-}4)$$

Ahora se determinará el punto de reorden r_h. Para conocer cuando se debe poner una orden se puede hacer uso de la siguiente igualdad $\tau/r_h = T/Q$, donde τ es el tiempo de entrega. Se supone que al llegar el nivel de inventario al punto r_h la orden se pone instantaneamente, por lo tanto

$$r_h = \frac{\tau Q}{T} \qquad (2\text{-}5)$$

Utilizando el cálculo diferencial básico se encuentra el valor óptimo de Q para minimizar los costos, dicho valor se denota por Q^* y está en el intervalo $0 < Q < \infty$. Entonces, por las condiciones de primer orden, Q^* debe satisfacer la ecuación

$$\frac{d(CAP)}{dQ} = -\frac{D}{Q^2}A + \frac{h}{2} = 0 \qquad (2\text{-}6)$$

o bien $$Q^* = (2DA/h)^{1/2} \qquad (2\text{-}7)$$

Nótese que CAP es igual a infinito para Q=0 , o bién cuando

Q es infinito, y que además CAP es finito para cualquier otro valor de Q>0. Como no tiene sentido tener órdenes negativas, es decir, valores de Q menores de cero, sólo se analiza el caso en que Q>0. Como puede observarse CAP es diferenciable para todo Q>0, entonces, Q^* satisface (2-6) y consecuentemente (2-7). Como (2-6) tiene una única solución para Q>0 se tiene que (2-7) dá el valor único para el cual CAP es mínimo con Q>0.

Para verificar que es un mínimo, de las condiciones de segundo orden:

$$\frac{d(CAP)}{dQ^2} = \frac{2DA}{Q^3} > 0 \qquad \forall\ Q>0$$

por tanto el valor de Q determinado por (2-6) proporciona el valor mínimo absoluto para el CAP.

El número óptimo de pedidos por año N^* es igual a la demanda anual total dividida por la cantidad óptima de pedido Q^*, esto es:

$$N^* = \frac{D}{Q^*} = [\ hD/2A\ ]^{1/2}$$

El tiempo entre pedidos es:

$$T^* = \frac{Q^*}{D^*} = [\ 2A/hD\ ]^{1/2}$$

Por último el punto de reorden r_h es:

$$r_h^* = \frac{\tau Q^*}{D} = \tau D$$

2.2 MODELO DE LOTE ECONOMICO CON FALTANTES.

En esta sección se presenta un modelo más general que el visto en la sección 2.1, en el que se supuso que toda la demanda es satisfecha. En este modelo se permite que haya demanda insatisfecha. La posible razón para permitir déficit, es que si el costo por déficit fuera pequeño, no valdría la pena mantener mercancias en inventario. En este modelo, las ventas atrasadas no se pierden, se supone que los clientes aceptan esperar hasta que los artículos se les proporcionen en una fecha posterior. Cuando llega un pedido al almacén, la demanda no satisfecha es inmediatamente despachada y el resto del pedido se utiliza para satisfacer otras demandas.

Es claro que si el costo por faltantes es muy grande conviene no incurrir en déficit, en caso contrario, si no hay costos por déficit lo más conveniente será no tener inventario en existencia. Para un rango de costos intermedios puede ser conveniente incurrir en cierta cantidad de faltantes. El modelo gráfico se muestra en la figura 2.2. En esta figura se pueden observar que el nivel de inventario cae por debajo del nivel cero hasta un nivel $-s$, con $s>0$. Dado que al llegar un pedido al almacén parte de este se utiliza para satisfacer las ventas pendientes, el máximo nivel de inventario es $Q-s$, aquí, el tiempo T del ciclo será $T = T_1 + T_2$, donde T_1 es el tiempo en que no hay déficit, y T_2 el tiempo en el cual hay déficit.

la evaluación económica del costo por faltantes presenta una

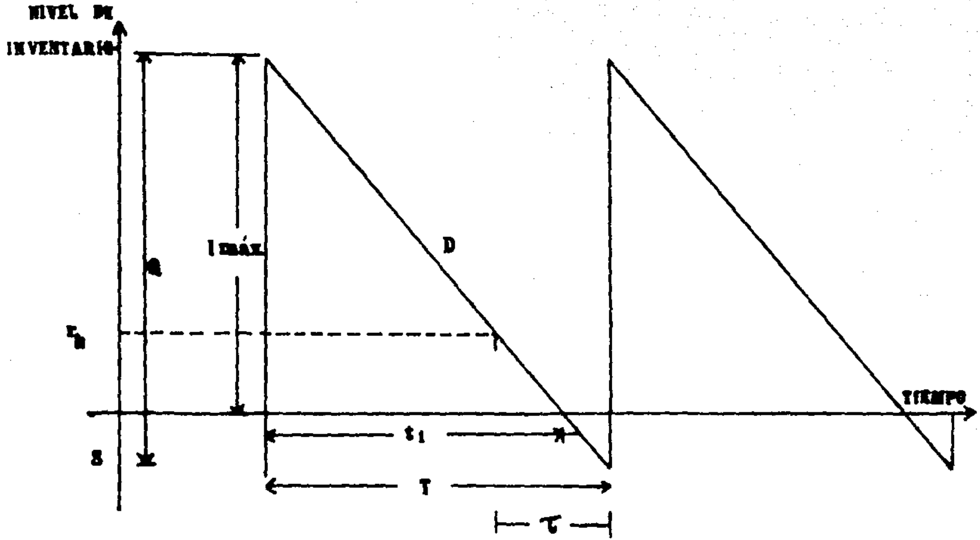


FIGURA 2.2 LOTE ECONOMICO CON FALTANTES

gran dificultad. Este costo representa el decremento potencial de las ventas que podrían resultar por la mala imagen y la pérdida del prestigio. Comunmente es necesario expresar tales costos como función del tiempo, ya que al aumentar este tiempo de retraso crece el desprestigio. En el presente trabajo sólo se aplicará una penalización de P unidades monetarias por artículo en déficit por unidad de tiempo.

Los costos de llevar inventario en un ciclo son

$$h\int_0^{T_1}(Q-s-Dt)dt = h(QT_1 - sT_1 - \frac{DT_1^2}{2})$$

sustituyendo $T_1 = \frac{(Q-s)}{D}$ se tiene el costo por llevar inventario por ciclo en términos de Q y s, el cual es:

$$h(\frac{(Q-s)^2}{2D})$$

Como antes hay un promedio de D/Q ciclos por año por tanto el costo anual promedio por llevar inventario es:

$$\frac{h(Q-s)^2}{2Q}$$

El costo por déficit está dado por

$$P\int_0^{T_2}(Dt)dt = PD\frac{T_2^2}{2}$$

sustituyendo $T_2 = s/D$ se obtiene el costo por déficit por ciclo, y multiplicando por los ciclos por año se tiene que el costo por déficit anual promedio es:

$$\frac{Ps^2}{2Q}$$

como en el modelo anterior el costo anual por ordenar es A, y el costo por unidad de artículo es C, por lo que el costo de Q unidades es CQ, por tanto, el costo por ordenar en los D/Q ciclos y adquirir Q unidades en cada ciclo es

$$\frac{DA}{Q} + CD$$

Entonces, el costo anual promedio CAP, el cual incluye los costos por ordenar, los costos de adquicisión de artículos, los costos por déficit y los costos por llevar inventario es:

$$CAP = CD + \frac{DA}{Q} + \frac{h}{2Q}(Q-s)^2 + \frac{Ps^2}{2Q} \qquad (2\text{-}8)$$

donde CAP es función de Q y s. Primero se encuentra el mínimo absoluto de CAP en la región $0<Q<\infty$, $0\leq s$. De la ecuación (2-8) se observa que para cualquier valor finito de s, CAP es infinito si Q es igual a cero o infinito. Entonces el valor óptimo de Q, es decir Q^*, debe satisfacer $0<Q^*<\infty$, el valor óptimo de s, o sea, s^* debe estar en $0<s^*<\infty$. De las condiciones de primer orden se requiere que Q^* y s^* satisfagan las ecuaciones

$$\frac{\partial CAP}{\partial Q} = 0 \quad y \quad \frac{\partial CAP}{\partial s} = 0 \qquad (2\text{-}9)$$

Derivando respecto de Q y s, se obtiene:

$$\frac{\partial CAP}{\partial Q} = -\frac{DA}{Q^2} - \frac{hs^2}{2Q^2} - \frac{Ps^2}{2Q^2} + \frac{h}{2} = 0 \qquad (2\text{-}10)$$

$$\frac{\partial CAP}{\partial s} = \frac{hs}{Q} + \frac{Ps}{Q} - h = 0 \qquad (2\text{-}11)$$

de (2-11) se obtiene s en términos de Q, el cual es:

$$s = \left(\frac{h}{P+h}\right)Q \qquad (2.12)$$

sustituyendo (2-10)en (2-10) y despejando Q se obtiene:

$$Q = \left[\frac{2DA}{h}\right]^{1/2}\left[\frac{P+h}{P}\right]^{1/2} \qquad (2\text{-}13)$$

Las segundas derivadas parciales son

$$\frac{\partial^2 CAP}{\partial s^2} = \frac{2DA}{Q^3} + \frac{h\ s^2}{Q^3} + \frac{P\ s^2}{Q^3} \qquad (2\text{-}14)$$

$$\frac{\partial^2 CAP}{\partial s^2} = \frac{h}{Q} + \frac{P}{Q} \qquad (2\text{-}15)$$

las derivadas parciales cruzadas son

$$\frac{\partial^2 CAP}{\partial s \partial Q} = -\left\{\frac{P+h}{Q^2}\right\}s \qquad (2\text{-}16)$$

$$\frac{\partial^2 CAP}{\partial Q \partial s} = -\left\{\frac{P+h}{Q^2}\right\}s$$

la matriz hessiana correspondiente es:

$$H = \begin{bmatrix} \dfrac{2DA + hs^2 + ps^2}{Q^3} & -(p+h)\dfrac{s}{Q^2} \\ -(h+p)\dfrac{s}{Q^2} & (p+h)/Q \end{bmatrix} = (2DA(p+h))/Q^4$$

Como puede observarse H>0 para D,A,P,h>0. Por tanto, los puntos determinados por (2-12) y (2-13) proporcionan los valores óptimos de s y Q respectivamente, esto es:

$$Q^* = (\frac{2DA}{h})^{1/2} (\frac{p + h}{p})^{1/2} \tag{2-17}$$

$$s^* = (\frac{2DA}{p})^{1/2} (\frac{h}{p+h})^{1/2} \tag{2-18}$$

Dado que el inventario máximo es $I_{max} = Q - s$, se tiene que

$$I_{max} = Q^* - s^* = (\frac{2DA}{h})^{1/2} (\frac{p}{p+h})^{1/2} \tag{2-19}$$

La longitud del ciclo (ver pag 31) es:

$$T = T_1 + T_2 = (\frac{2A}{hD})^{1/2} (\frac{h + p}{p})^{1/2} \tag{2-20}$$

Suponiendo que se conoce con certeza el tiempo que tarda en llegar un pedido desde el momento en que se pone la orden hasta cuando ésta arriba la almacén, sea como antes este tiempo τ. Entonces, como puede observarse de la figura 2.5, el punto de reorden está dado por:

$$r_h = D(\tau - T_2) \qquad (2-21)$$

como se observa en (2-21) $\tau - T_2$ es mayor que cero si $\tau > T_2$, y por lo tanto r_h es mayor que cero, si se elige como punto de reorden el nivel de inventario cero, entonces el tiempo que debe tardar en llegar la nueva orden es T_2.

2.3 MODELO DE LOTE ECONOMICO CON DESCUENTOS.

Hasta ahora se ha visto el modelo de lote económico y una variante de éste, el modelo de lote económico con déficit. En ambos modelos se ha supuesto el precio unitario por artículo adquirido como una constante. Sín embargo, cuantas veces al pasar por una bodega no se han visto las fabulosas ofertas, donde se tiene un precio C_1 al menudeo, un precio $C_2 < C_1$ al mayoreo, y por si se duda de la buena fé de los empresarios se ofrecen los artículos a un precio $C_3 < C_2 < C_1$ si la cantidad comprada es mayor de un cierto número de unidades.

El modelo ahora presentado maneja el costo unitario del producto como función de la cantidad ordenada Q. Especialmente, el costo unitario del artículo disminuye al aumentar el número de artículos comprados, o bien el costo se comporta de acuerdo a la tabla de descuentos (2.1) con $C_1 > C_2 > C_3 > .. > C_N$.

Si el proveedor ofrece descuentos por cantidad de acuerdo a la tabla anterior la representación gráfica del precio unitario por artículo en función a la cantidad Q es la mostrada en la figura 2.3.

No Artículos	Costo Unitario
$0 \leq Q < q_1$	C_1
$q_1 \leq Q < q_2$	C_2
- - - - -	-
- - - - -	-
- - - - -	-
$q_N \leq Q < \infty$	C_N

Tabla de descuentos 2.1

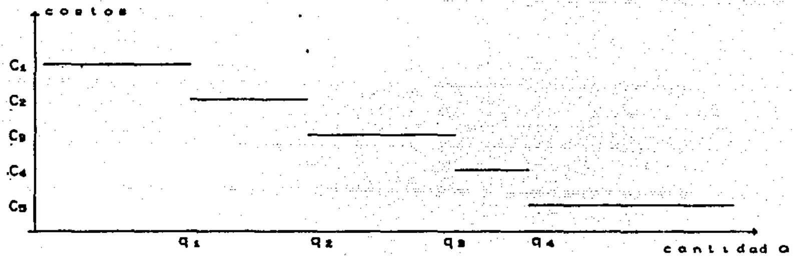


Figura 2.3

Supóngase que los parámetros de demanda y costo para este modelo son los mismos del modelo de lote económico sin déficit, esto es, D es la demanda de artículos, A es el costo fijo por ordenar y h el costo por almacenamiento por artículo por unidad de tiempo. Expresando $h = h_0 + iC$, donde h_0 son unidades monetarias por almacenar un artículo por unidad de tiempo, i es el interés por unidad monetaria invertida.

El costo anual promedio, dado que se compran los artículos a precios C_j ($j = 1,2,3\ldots,N$) está dado por

$$CAP_j(Q) = \frac{AD}{Q} + \frac{(h_o + iC)}{2} + DC_j \qquad (2\text{-}22)$$

$CAP_j(Q)$ es una función convexa de Q cuyo mínimo Q^* de acuerdo a (2-7) es

$$Q_j^* = \left(\frac{2DA}{h_o + iC_j} \right)^{1/2} \qquad (2\text{-}23)$$

En la figura 2.4 se muestra el comportamiento del CAP. Los costos realizables son trazados con líneas gruesas y los costos no realizables se muestran en las líneas a trazos. Es claro que para un valor Q la ecuación (2-22) implica que

$$CAP_1(Q) > CAP_2(Q) > \ldots > CAP_N(Q) \qquad (2\text{-}24)$$

esta relación se observa en la figura 2.4. Dado que $C_1 > C_2 > C_3 > \ldots > C_N$ implica que

$$Q_1^* < Q_2^* < \ldots < Q_N^* \qquad (2\text{-}25)$$

El procedimiento para encontrar el valor óptimo Q^* es el siguiente:

Paso 1. Evaluar Q_j^* sucesivamente para $j = 1\ldots$ hasta que el primer j sea alcanzado para el cual $Q_j^* > q_j$. El costo $CAP_j(Q_j^*)$ es entonces un valor realizable, donde q_j es la cantidad mínima de

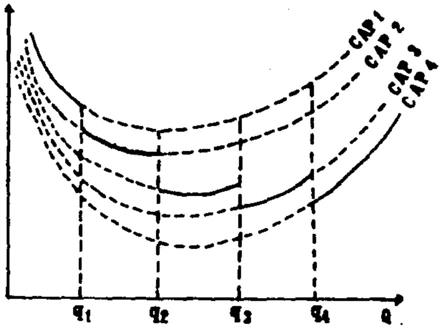


Figura 2.4

compra para un costo dado c_j.

Paso 2. Para el valor de j obtenido en el paso 1, comparar los costos $CAP_j(Q_j^*)$, $CAP_{j+1}(q_{j+1})\ldots CAP_N(q_N)$ y elegir como Q^* el valor del conjunto $\{ Q_j^*, q_{j+1}, \ldots, q_N \}$ que dé el menor costo total.

Para mostrar el funcionamiento del algoritmo, se da solución al siguiente ejemplo.

Ejemplo 2.1. La demanda de un artículo ocurre a una razón de 20 unidades por mes. El costo de poner una orden es de 7 u.m. Un costo por unidad almacenada por unidad de tiempo de 0.5 u.m. es incurrido, además se asigna un interés del dos por ciento por capital invertido por mes. La empresa de la cual se surte al almacén ofrece los siguientes precios por unidades compradas: $c =$ 10 u.m para $Q < 10$, $c = 9.80$ para $11 \leq Q < 30$, $c = 9.1$ para $31 \leq Q < 39$ y $c = 8.5$ para $Q \geq 40$. Se desea conocer el valor del lote óptimo que minimize los costos totales por mes.

Del enunciado se obtiene $h = 0.50$, $A = 7$, $i = 0.02$, $D = 20$, y además: $c_0 = 10$, $c_1 = 9.80$, $c_2 = 9.1$, $c_3 = 8.50$, $q_1 = 11$, $q_2 = 31$, $q_3 = 40$.

Paso 1. Evaluar Q_j^* por medio de la ecuación (2-23). Entonces,

$$Q_3^* = \left\{ \frac{2(20)(7)}{0.5 + (0.02)(8.5)} \right\}^{1/2} = 20.4429$$

como es un valor no realizable para dicho precio, se cálcula el siguiente Q_j^* para $c = 9.1$, el cual es: $Q_2^* = 21.2622$, que es un valor no realizable. De manera análoga se obtiene $Q_1^* = 20.574$, el cual es un valor realizable en el intervalo $11 \leq Q < 30$. Por tanto con Q_1 realizable se concluye el paso 1.

Paso 2. En este paso se calculan los TC_j para los valores Q_1^*, q_2 y q_3. Usando la ecuación (2-22) se obtiene:

$TC(Q_1^*) = 209.96$ u.m.

$TC(q_2) = 197.09$ u.m.

$TC(q_3) = 188.90$ u.m.

Se elige el valor de entre $\{ Q_1^*, q_2, q_3 \}$ que proporcione un valor de TC mínimo. Como puede observarse, este valor corresponde a $TC(q_3)$. Por tanto se tienen que ordenar 40 unidades.

2.4. MODELO DE PRODUCCION-INVENTARIO.

En los modelos anteriores se ha asumido que la demanda de los clientes se satisface del almacén, el cual a su vez es surtido de un punto singular en un nivel más alto en el sistema de multiniveles, por medio de órdenes de Q unidades. Ahora se considera el caso en el que el sistema de inventarios es el almacén de la fábrica, éste correspondería al nivel cuatro del sistema multiniveles.

Supóngase que el artículo es producido en lotes de Q unidades en la fábrica y que éstos van directamente al almacén de la misma, de donde se utilizan para satisfacer la demanda de los clientes y posiblemente para el consumo de la misma. Para este modelo, como para los anteriores, la demanda que llega al almacén será a razón de D unidades por año. La razón de producción se supone de Π unidades por año, la cual es independiente del tamaño del lote. Es claro que para la operación del sistema se necesita que $\Pi > D$, ya que en caso contrario habrá déficit.

El modelo gráfico de este problema se ilustra en la figura 2.5. Existe flujo de artículos de la fábrica al almacén durante el cual ésta produce (T_p), a una razón de Π-D unidades. Posteriormente la fábrica deja de producir y el flujo neto que sale del almacén es a razón de D unidades durante el tiempo T_d.

El desarrollo para la obtención de los costos anuales promedio es el siguiente: Si hay existencias en el almacén de s unidades cuando la fábrica comienza a producir, es claro de la sección 2.1 qué el valor óptimo para s será cero, por lo que el almacén debe tener cero existencias al iniciar cada ciclo.

La longitud del tiempo requerido para producir un lote de Q unidades es $T_p = Q/\Pi$. El inventario en existencia alcanza su máximo precisamente en este punto, el inventario máximo está dado por las unidades producidas menos las unidades demandadas en el

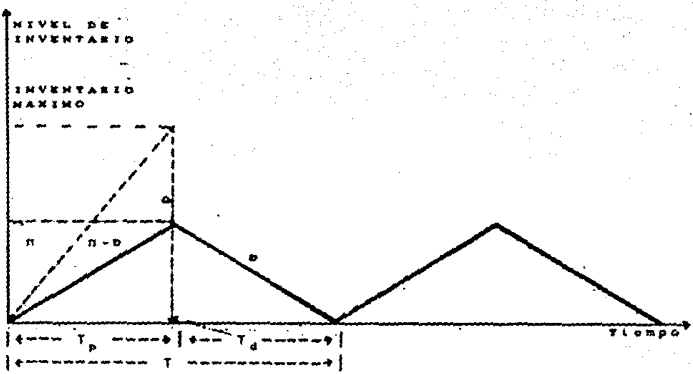


Figura 2.5. Modelo grafico de produccion-inventario

tiempo Tp, esto es Imax= Tp(Π-D), o bién

$$I_{max} = Q\left(1 - \frac{D}{\Pi}\right) \qquad (2\text{-}26)$$

El tiempo requerido para agotar las existencias es:

$$Td = \frac{Q}{D}\left(1 - \frac{D}{\Pi}\right) \qquad (2\text{-}27)$$

El costo por llevar inventarios por ciclo T= Tp + Td = Q/D es:

$$h\left\{\int_0^{T_p}(\Pi - D)t\,dt + \int_0^{T_d}\left(Q\left[1 - \frac{Q}{\Pi} - Dt\right]\right)dt\right\}$$

$$= \frac{h}{2}\left\{(\Pi - D)T_p^2 + Q\left(1 - \frac{Q}{\Pi}\right)T_d - \frac{Q}{2}T_d^2\right\}$$

sustituyendo $T_d = \frac{Q}{D}\left(1 - \frac{D}{\Pi}\right)$ y $T_p = Q/\Pi$ en la anterior ecuación se obtiene:

$$h\frac{Q^2}{2D}\left(1 - \frac{D}{\Pi}\right) \qquad (2\text{-}28)$$

Entonces el costo anual promedio es:

$$CAP = CD + \frac{DA}{Q} + h\frac{Q}{2}\left(1 - \frac{D}{\Pi}\right) \qquad (2\text{-}29)$$

donde C es el costo de producción por artículo.

Del cálculo diferencial, la condición de primer orden es:

$$\frac{dCAP}{dQ} = -\frac{DA}{Q^2} + \frac{h}{2}\left(1 - \frac{D}{\Pi}\right) = 0 \qquad (2\text{-}30)$$

la cual tiene la única solución positiva:

$$Q^* = \left(\frac{2DA}{h}\ \frac{\Pi}{(\Pi - D)}\right) \qquad (2\text{-}31)$$

De las condiciones de segundo orden se tiene

$$\frac{d^2CAP}{dQ^2} = \frac{DA}{Q^3} \qquad (2\text{-}32)$$

como se observa (2-32) es mayor que cero para $0<Q<\infty$, por lo que para Q^*, CAP tiene un mínimo absoluto.

El número óptimo de lotes producido por año, el cual es igual a la demanda anual dividida por la cantidad óptima del lote es:

$$N^* = D/Q^*$$

El tiempo de cada ciclo es $T = T_d + T_p$ es:

$$T = \left\{ \frac{2A\Pi}{h(\Pi - D)} \right\}$$

2.5 MODELO CON COSTOS LINEALES (N PERIODOS)

Hasta ahora se han visto modelos para los cuales la demanda se ha supuesto invariante durante un intervalo largo de tiempo. En muchas ocasiones la demanda no cumple con este supuesto y varía de un período a otro. Es claro que si éste es el caso, las reglas de decisión mencionados anteriormente no llevan a la política óptima de control de inventarios.

En ésta y la próxima sección se analizan modelos para los cuales la demanda puede variar de un período a otro. Si la demanda se comporta de manera invariante en el tiempo se cae en alguno de los modelos vistos anteriormente, siempre y cuando se pueda adaptar a los supuestos dados. Para el modelo ahora presentado se tiene un horizonte de planeación de N períodos, en los cuales las demandas son conocidas con certeza $D_1, D_2, \ldots, D_N$, pero no necesariamente son iguales. Con el fin de hacer más general el modelo, se supone que los costos de llevar inventarios pueden variar de un período a otro, pero se mantienen constanten dentro de cada periodo, es decir, se tienen costos por llevar inventario h_i $i=1,2,...,N$; Al igual que los costos de llevar inventarios, los costos de producción (adquisición) C_i se consideran variables de un periodio a otro. El inventario en existencia al iniciar el primer periodo es cero, así como el inventario al finalizar al horizonte de planeación, es decir, en el periodo N+1 el inventario inicial es cero. Se supone también la no-obsolecencia de los artículos. Estas suposiciones significan que todo lo que se produce (compre) durante el horizonte de planeación es vendido.

Continuando con la política de minimización de costos promedio totales, se obtiene el plan óptimo de producción (compra).

Sean:

X_i= nivel de producción en el periodo i (# artículos)

h_i=costo de llevar inventario en el periodo i (U.M./art./u.t)

C_i= costo unitario de producción en el periodo i (u.m./art.)

D_i= demanda en el periodo i (# artículos)

I_i= nivel de inventario al iniciar el periodo i (# artículos)

El problema es minimizar $Z=\sum_{i=1}^{N}(C_i X_i + h_i I_i)$

Claro es que si se produce una cantidad X_i en el periodo i, entonces, se debe cumplir que la cantidad de inventario al iniciar el periodo más la cantidad producida, menos la cantidad demandada, menos la cantidad de inventario que pasa al siguiente periodo, debe ser igual a cero, esto es:

$$X_i + I_i - D_i - I_{i+1} = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,N$$

Dado que no es necesario que haya producción o inventario en todo período, se tiene que X_i , $I_i \geq 0$ $i=1,2,\ldots,N$. Además se tiene la suposición $I_1=I_{N+1}= 0$. Entonces, el problema a resolver es:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{N} (C_i X_i + h_i I_i)$$

sujeto a:

$$X_i + I_i - I_{i+1} = D_i \qquad i= 1,2,\ldots N$$

$$X_i \geq 0 \ , \ I_i \geq 0, \ \ I_1 = 0 \ , \ I_{N+1} = 0$$

Este problema tiene la estructuración de uno de programación lineal que puede ser resuelto por el método simplex, que para ser resuelto cuenta con el apoyo de paquetes de computación , como Lindo, BLP-88, Micro-Manager y otros.

INTERPRETACION EN TERMINOS DE REDES.

Considere el problema antes descrito, con los mismos parámetros, una representación de éste en redes se ilustra en la figura 2.8. En esta figura los nodos (1,2,3,..,N) representan al almacén en los períodos respectivos, y A representa a la fábrica.

Los parámetros en dichos nodos indican las disponibilidades, ofertas si son positivas y demandas en caso contrario. La producción de artículos ($\Sigma X_i = \Sigma D_i$), es claro que debe igualar a la demanda, la cual es la disponibilidad en el nodo A. Los parámetros h_i, C_i en los arcos (flechas) indican el costo unitario de envío de flujo, y la dirección de los arcos indica el sentido permitido del flujo de artículos.

En la figura no se incluyen los arcos correspondientes para los flujo de I_1 e I_{N+1} puesto que éstos se suponen cero. en caso que se deseen incluir se agregan dos nodos 0 y N+1.

El problema consiste en encontrar los flujos en la red que cubran las demandas (disponibilidades negativas) en su totalidad, es decir, no se permite déficit, a un costo mínimo total. Este problema puede ser resuelto por el método simplex especializado para redes, el cual da un árbol de expansión como solución. Un árbol de expansión es aquel en el que todos los nodos están incluidos y el número de arcos es igual al número de nodos menos uno.

2.6 INVENTARIO DE UN PRODUCTO, DEMANDA DINAMICA, REVISION PERIODICA.

En esta sección se considera el caso de estudio de un solo producto, cuya demanda tiene variaciones en el tiempo, y éstas son conocidas con certeza en un periodo t de un horizonte de planeación finito de N periodos, la demanda en cada periodo está

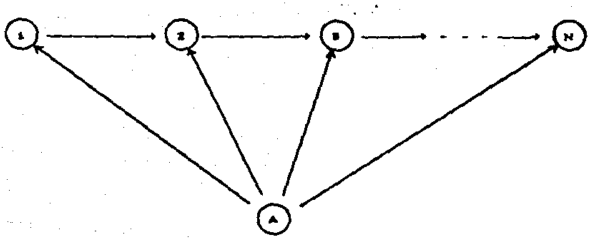


Figura 2.d Interpretacion en terminos de redes

dada por D_t, $t=1,2,\ldots,N$. Por lo general, la demanda determinística de cada periodo será diferente. Se supone que una orden de producción o compra de inventario se satisface instantáneamente, y no se permite diferir demanda de un periodo a otros periodos futuros (no se permite déficit). La revisión del inventario, para efectuar una decisión de compra o producción será periódica, es decir, expresada en función de un numero fijo de periodos de tiempo (por ejemplo cada 3 o 6 meses) y no en forma continua.

El objetivo consiste en encontrar el plan óptimo de compra o producción, que determine los valores de la cantidad a ordenar o producir en los periodos $t= 1,2,\ldots,N$, así como los niveles de inventario al iniciar cada periodo. De tal forma que minimicen el costo total para el horizonte de planeación.

Como en la sección anterior, sean:

X_t= la variable de decisión que indica la cantidad que se ordena o produce instantáneamente en el periodo t.

D_t= la demanda determinística del periodo t.

I_t = el nivel de inventario que se tiene al inicio del periodo t antes de tomar una decisión

h_t= el costo unitario de mantenimiento del inventario que se lleva del periodo t al periodo t+1, t= 1,2,...,n

A_t= el costo fijo de producción o reorden durante el periodo t, t= 1,2,...,n

$C(x_t)$= el costo marginal de reorden o producción, durante el periodo t, t= 1,2,...,n. Es una función de la variable de decisión X_t.

Sea

$$C(X_t)= \delta_t A_t + C(X_t) \quad t= 1,2,...,n \qquad (2\text{-}37).$$

$$\text{con} \quad \delta_t = \begin{cases} 0 & \text{sí} \quad X_t = 0 \\ 1 & \text{sí} \quad X_t > 0 \end{cases} \qquad t= 1,2,...,n$$

la suma del costo marginal, más el costo de reorden o producción durante el periodo t, t=1,2,3,...,n. Como se observa δ_t es una delta de Kronecker, la cual hace nulo el costo fijo si no hay decisión de ordenar o producir, y hace visible al costo fijo A_t si existe una decisión de ordenar o producir. La función (2-37) permite costos unitarios diferentes por periodo e incluso costos discontinuos.

El método de solución es el siguiente: se anota la relación que existe entre el inventario inicial de un periodo antes de tomar la decisión, la demanda y el inventario final después de tomar la decisión. Esta relación es:

$$I_{t+1} = I_t + X_t - D_t \qquad (2\text{-}38)$$

Por simplicidad se supone que el costo de llevar inventario se carga al final del periodo, es decir, $h_t(I_{t+1})$. Sin embargo, el concepto de costo de llevar inventario puede hacerse extensivo a cualquier función que actúe sobre el inventrio inicial, o promedio, o cualqui combinación. En este caso se utiliza una función del tipo:

$$h_t(I_{t+1}) \quad \text{o} \quad h_t(I_t) \quad \text{etc.}$$

En la figura 2.7 se muestran los elementos en cada etapa. Como se puede observar, en cualquier etapa, la variable de decisión X_t está acotada por

$$0 \leq I_{t+1} \leq D_{t+1} + D_{t+2} + \ldots + D_n$$

Esto es claro, puesto que en el periodo t se puede ordenar o producir para satisfacer la demanda de n-t periodos futuros.

La función recursiva de la salida a entrada es:

$$f_n(I_n) = \text{Min}\{ C_n(X_n) \}$$

sujeto a

$$I_n + X_n = D_n.$$

$$I_n \geq 0$$

para el periodo n, y

$$f_t(I_t) = \mathrm{Min}\ \{\ C_t(X_t) + h_t(I_{t+1}) + f_{t+1}(I_{t+1})\ \} \quad t=1,\ldots,n-1$$

para el resto de los n-1 periodos. Dado que $I_{t+1} = I_t + X_t - D_t$, la anterior función se puede escribir de la siguiente manera:

$$f_t(I_t) = \mathrm{Min}\{\ C_t(X_t) + h_t(I_t + X_t - D_t) + f \quad (I_t + X_t - D_t)\ \} \quad t = 1,\ldots,n$$

$$\text{con} \qquad D_t \leq I_t + X_t \leq D_t + \ldots + D_n \tag{2-39}$$

la función recursiva equivalente, pero ahora de entrada a salida es:

$$f_t(I_{t+1}) = \mathrm{Min}\{\ C_t(X_t) + h_t(I_{t+1}) + f_{t+1}(I_{t+1} + D_t - X_t)\ \} \quad t = 1,2,\ldots,n$$

$$0 \leq X_t \leq D_t + I_{t+1} \tag{2-40}$$

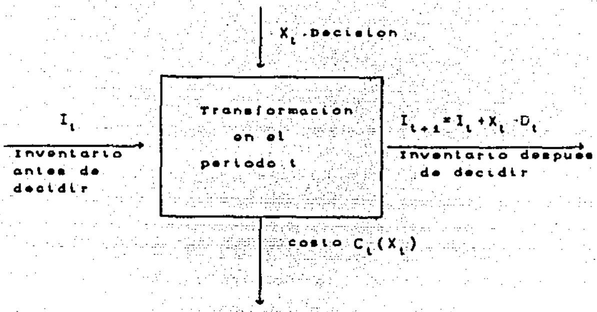
equivalente a

$$f_t(I_{t+1}) = \mathrm{Min}\{\ C_t(X_t) + h_t(I_{t+1}) + f_{t-2}(I_{t+1} + D_t - X_t)\ \} \quad t = 2,3,\ldots,n$$

$$0 \leq X_t \leq D_t + I_{t+1} \tag{2-41}$$

$$\text{con} \quad f_1(I_2) = \mathrm{Min}\{\ C_1(X_1) + h_2(I_2)\ \}$$

$$0 \leq X_1 \leq D_1 + I_2$$



Etapa t (t= 1,2,...,n)

figura 2.7

En este problema, la estructura de la solución óptima es la siguiente: si al inicio del periodo t el inventario inicial es cero, se tiene que la orden o producción X_t toma alguno de los valores D_t, $(D_t+D_{t+1}), \ldots, (D_t+\ldots+D_n)$.

Para mostrar el funcionamiento de este modelo, se resuelve el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2.2. Supóngase que se desea conocer el plan óptimo de producción (pedido) para un horizonte de planeación de tres periodos de una empresa constructora de bombas eléctricas industriales. El costo unitario de llevar inventario de un periodo a otro es de 2,4 y 3 millones de pesos respectivamente. El costo fijo de poner a funcionar la planta para cada periodo es de 3, 6 y 5 millones respectivamente. El costo marginal de producción está en función de la cantidad que se produzca, esto debido a la contratación de personal calificado adicional, por pago de horas extras etc. El costo marginal está dado por

$$C_t(X_t) = \begin{cases} 15X_t & \text{si } 0 \le X_t \le 4 \\ 25X_t & \text{si } X_t \ge 5 \end{cases} \quad \text{(millones de pesos)}$$

La demanda de cada periodo es de 3,5 y 2 unidades respectivamente. Por pérdida de un contrato se cuenta con un inventario inicial de 2 unidades. Se desea que al finalizar el año no se tenga en inventario ninguna unidad, es decir, $I_4=0$.

Para dar solución a este problema, se utiliza la función de entrada salida. Por tanto, se tienen los siguientes datos:

Periodo 1.

$t= 1;$

$h_1= 4;$

$D_1= X_1$ unidades

$$f_1(I_2)= \text{Min}\{ C_1(X_1) + h_1(I_2) \}$$

$$0\le X_1 \le D_1 +I_2$$

$$0\le I_2 \le D_2 + D_3 = 5 + 2 = 7$$

En forma tabular, observando que $I_1 = 2$, el valor más pequeño de X_1 es $D_1-I_1 = 3-2 = 1$, y el valor máximo es $D_1+I_2 = 3+7-2 = 8$. se obtiene la tabla 2.1

		$X_1 = 1$	2	3	4	5	6	7	8	C. O. f_1	O. O. X_1
I_2	$h_1 I_2$	$C_1(X_1) = 18$	33	48	63	128	153	178	203		
0	0	18	--	--	---	---	---	---	---	18	1
1	2	---	35	--	---	---	---	---	---	35	2
2	4	---	--	52	---	---	---	---	---	52	3
3	6	---	--	--	69	---	---	---	---	69	4
4	8	---	--	--	---	136	---	---	---	136	5
5	10	---	--	--	---	---	163	---	---	163	6
6	12	---	--	--	---	---	---	190	---	190	7
7	17	---	--	--	---	---	---	---	---	217	8

Tabla 2.1

$$f_1(X|\ I_2) = Min\{ A + C_1(X_1) + h_1(I_2) \}$$

Periodo 2.

$t = 2,$

$D_2 = 5$

$h_2 = 4.$

$$f_2(I_3) = Min\{ C_2(X_2) + h_2 I_3 + f_1(I_3 + D_2 - X_2) \}$$

$$0 \leq X_2 \leq D_2 + I_3$$

$$0 \leq I_2 \leq D_3 = 2$$

$$0 \leq X_2 \leq D_2 + I_3 = 5+2 = 7$$

En la tabla 2.2 muestra los datos para el segundo periodo

I_3	$h_3 I_3$	$X_2 = 0$ $C_2(X_2) = 0$	1 21	2 36	3 51	4 66	5 131	6 156	7 181	C. O. f_2	D. O. X_2
0	0	0 + 0 + 163 = 163	21 + 0 + 136 = 157	36 + 0 + 69 = 105	51 + 0 + 57 = 108	66 + 0 + 35 = 101	131 + 0 + 18 = 149	---	---	101	4
1	4	0 + 4 + 190 = 190	21 + 4 + 163 = 188	36 + 4 + 136 = 176	51 + 4 + 69 = 124	66 + 4 + 52 = 122	131 + 4 + 35 = 170	156 + 4 + 18 = 178	---	122	4
2	8	0 + 8 + 217 = 225	21 + 8 + 190 = 219	36 + 8 + 163 = 207	51 + 8 + 136 = 195	66 + 8 + 69 = 143	131 + 8 + 52 = 191	156 + 8 + 35 = 199	181 + 8 + 23 = 212	143	4

tabla 2.1

$$f_2(I_3) = \underset{X_2}{Min}\{C_2(X_2) + h_2(I_3) + f_1(I_3 + D_2 - X_2)\}$$

Período 3.

$t = 3$

$D_3 = 2$

$$f_3(I_4) = Min\{C_3(X_3) + h_3(I_4) + f_2(I_4 + D_4 - X_3)\}$$
$$0 \leq X_3 \leq D_3 + I_4$$

$I_4 = 0$ y $0 \leq X_3 \leq D_3 + I_4 = 2$

I_4	$h_3 I_4$	$X_3 = 0$ $C_3(X_3) = 0$	1 20	2 35	Costo optimo $f_3(I_4)$	Dec. optima X_3
0	0	0 + 0 + 142 = 142	20 + 0 + 122 = 142	35 + 0 + 101 = 136	136	2

Tabla 2.2

$$f_3(I_4) = \underset{X_3}{Min}\{C_3(X_3) + h_3(I_4) + f_2(I_4 + D_3 - X_3)\}$$

La solución se reconstruye de la siguiente manera: En el período 3 se producen 2 unidades ($X_3^* = 2$) por lo que

$I_4 = I_3 + X_3 - D_3$

$0 = I_3 + 2 - 2$

por lo tanto $I_3 = 0$

De la tabla del período 2, se tiene un I_3 fijo igual a cero, un valor óptimo $X_2 = 4$ unidades, es decir, se producen 4 unidades en dicho período. Por lo tanto

$I_3 = I_2 + X_2 - D_2$

$0 = I_2 + 4 - 5$

Por lo tanto $I_2 = 1$.

De la tabla del período 1, se tiene una I_2 fija igual a 1, un valor óptimo de $X_1^* = 2$, es decir, se producen 3 unidades en el primer período. Por tanto

$I_2 = I_1 + X_1 - D_1$

, es decir, $I_2 = 2+2-3 = 1$

que coincide con la inforrmación inicial. El costo total mínimo es de 136 millones. Gráficamente el comportamiento se muestra en la figura 2.8.

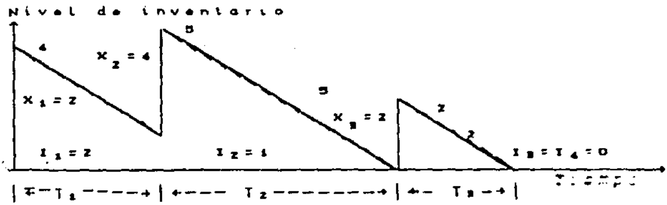


Figura 2.8. Nivel de inventario en el tiempo

C A P I T U L O I I I

MODELOS ESTOCASTICOS

En el estudio de los modelos del capítulo anterior se ha supuesto que las condiciones que prevalecen son determinísticas. Comunmente este supuesto no es válido en el mundo real. Para el caso estocástico, básicamente, las características probabilísticas inherentes en los modelos estócasticos se pueden deber a:

a) El vendedor no siempre entrega los artículos exactamente en la fecha requerida, a causa de la incertidumbre de su propia operación.

b) Agotamiento del artículo en particular por no llegar la orden en la fecha determinada, creando por tanto la posibilidad del agotamiento del artículo durante un cierto lapso. Y a la inversa la creación de niveles de inventario superiores a los deseados, también es una posibilidad si la entrega se hace constantemente antes del cumplimiento de la fecha indicada.

c) El comportamiento inesperado de los clientes a consumir fuera de un patrón determinístico.

Por estas razones es conveniente hacer el estudio de modelos probabilísticos de inventarios, con el fin de obtener una aproximación más aceptable a los fenómenos del mundo real. En este trabajo sólo se estudian los modelos <Q,r> y <R,T>. La razón por la cual se eligen estos modelos es que el primero es de revisión continua y el segundo de revisión periódica, permitiendo así observar la diferencia en su comportamiento y análisis.

Una primera dificultad en el tratamiento de estos modelos, consiste en el hecho de determinar si la demanda y/o el tiempo de entrega se comportan probabilísticamente, y obtemer su correspondiente función de distribución de probabilidad. Para poder determinar su comportamiento, se requiere de datos históricos en cuanto a fechas de entrega y demanda para poder conocer el comportamiento de éstas variables.

En los modelos estudiados en el presente capítulo el criterio utilizado es la minimización de los costos totales esperados. En ambos modelos, <Q,r> y <R,T>, se estudia el caso de ventas pendientes (atrasadas), y pérdida de ventas.

El material se divide de la siguiente forma: En la primera sección se analiza el modelo <Q,r> y en la segunda el modelo <R,T>. Como en los modelos estudiados en el capítulo anterior, para cada modelo se establece la ecuación de costo total y se procede a encontrar la solución que minimiza dichos costos.

3.1 MODELO <Q,r>.

En ésta sección se analiza el funcionamiento de un sistema de inventarios que sigue el esquema planteado por el modelo básico <Q,r>, el cual es descrito considerando dos políticas para su administración;

a) Se aceptan órdenes que no puedan satisfacerse inmediatamente (ventas pendientes), o bién

b) Órdenes que no se pueden atender se consideran perdidas (ventas perdidas)

Aunque, en este modelo, se hacen varias suposiciones y aproximaciones. El modelo resultante es especialmente útil para aplicaciones prácticas por su simplicidad, y porque a menudo, los casos especiales para los cuales las ecuaciones exactas pueden obtenerse, no representan la situación del mundo real de mejor forma que los modelos aproximados, es decir, las suposiciones adicionales reducen el modelo exacto a un modelo simple que es más justificado en la práctica.

Suponga que el sistema bajo consideración es una instalación singular. Se desea determinar la cantidad óptima Q^* y el punto de reorden r^* de un articulo dado. Los puntos Q^* y r^* se determinan minimizando el costo anual promedio esperado. Las suposiciones son:

I) El costo unitario C del artículo es constante e independiente de la cantidad Q.

II) El costo por ventas pendientes es Π.

III) Se aceptan ventas pendientes.

IV) El costo de operación del procesamiento de la información es independiente de Q y r.

V) El punto de reorden r es mayor que cero.

VI) Nunca hay más de una orden de resurtimiento pendiente.

En la figura 3.1 se muestra el comportamiento del nivel de

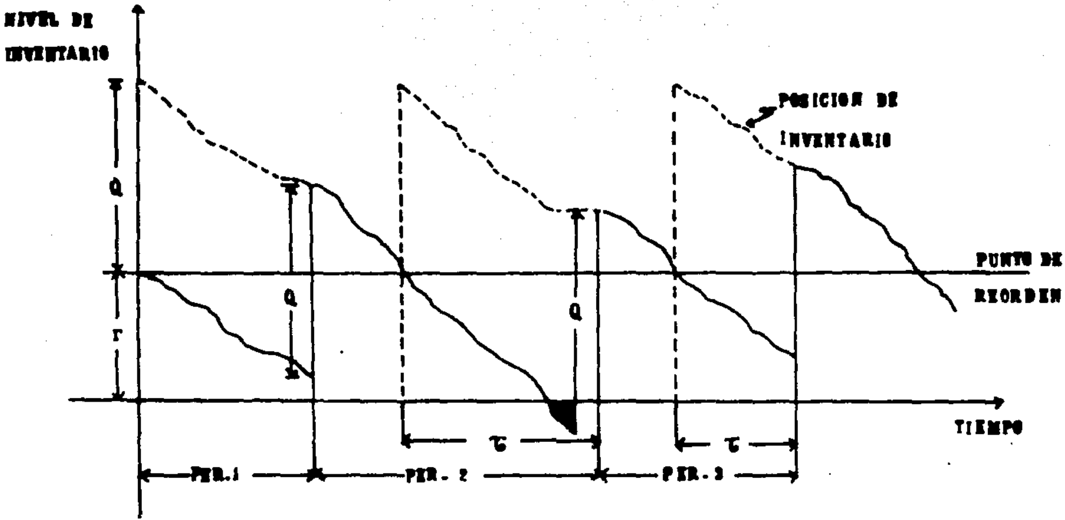

NIVEL DE
INVENTARIO
Q
r
Q
Q
POSICION DE
INVENTARIO
PUNTO DE
REORDEN
TIEMPO
τ
τ
PER. 1
PER. 2
PER. 3

FIG. 3-1

inventario en el tiempo para el modelo <Q,r> en el caso de ventas pendientes. Como puede observarse la posición del inventario al iniciar el periodo de estudio es Q+r, cuando el inventario neto alcanza el punto de reorden r, se hace un pedido el cual llega al almacén después de un tiempo t. Cuando la orden ha sido recibida, el inventario neto alcanza inmediatamente la curva de la posición del inventario.

El costo anual promedio, el cual es la suma del costo por ordenar, más el costo por llevar inventarios, más el costo por faltantes; el costo de las unidades ordenadas no es necesario incluirlo dada la suposición (I), que indica que el costo unitario es constante e independiente de la cantidad ordenada Q.

Sea f(x,t)dx la probabilidad de que el número de unidades demandadas en el tiempo t esté entre x y x+dx. La razón media de demanda D se supone constante sobre el tiempo.

Dado que el costo de poner una orden es A, y de acuerdo a la suposición anterior, el promedio anual de demanda es D, y como una orden es puesta depués de que se demandan Q unidades, el costo promedio anual por poner órdenes es:

$$\frac{D\,A}{Q} \tag{3-1}$$

Ahora se obtendrá el costo anual promedio de llevar inventario. Por definición el valor esperado de inventario neto al llegar una orden, es el inventario de seguridad s, el cual fue introducido como una variable en el capítulo II. El inventario neto inmediatamente después de llegar una orden es s+Q y al terminar el ciclo éste será s, en consecuencia, el inventario promedio por ciclo es:

$$\frac{1}{2}(Q+s) + \frac{1}{2}s = \frac{Q}{2} + s \qquad (3\text{-}2)$$

dado que s depende de la demanda y del tiempo de entrega, es conveniente reemplazarla en términos de r y x, donde x es la demanda de los clientes en el tiempo de entrega. Para calcular s se hace lo siguiente:

Una orden requiere de un tiempo t para ser entregada, y durante este tiempo existe la demanda x, por tanto, el inventario neto al momento de incorporar la orden es:

$$IN(x,r)=r-x$$

donde IN(r,x) es el inventario neto y r es el punto de reorden.

Dado que IN(x,r) es una variable aleatoria su valor esperado es:

$$\int_{0}^{\infty} IN(x,r)g(x|t)dx = \int_{0}^{\infty} (x-r)g(x|t)dx \qquad (3\text{-}3)$$

donde g(x|t) es la función de densidad condicional de la demanda x durante el tiempo t>0.

Si el tiempo de entrega es constante, entonces (3-3) es el nivel de seguridad. Suponga, sin embargo, que el tiempo de entrega es una variable aleatoria, tal que h(t) es la probabilidad de que la orden llegue entre el tiempo t y t+dt. Entonces, el valor promedio esperado de IN(x,r) sobre x y t es:

$$\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{\infty} IN(x,r)\ g(x|t)\ h(t)dx\ dt$$

$$= \int_{0}^{\infty} (r-x)f(x)dx \qquad (3\text{-}4)$$

y donde $f(x)=\int_{0}^{\infty} g(x|t)h(t)\,dt$ es la función de distribución marginal de probabilidad de la demanda x, durante el tiempo de entrega.

Por tanto, el valor esperado de seguridad s es:

$$s= \int_{0}^{\infty}(r-x)f(x)dx = r-\mu \qquad (3\text{-}5)$$

donde $$\mu= \int_{0}^{\infty} xf(x)dx$$

y donde $f(x) = g(x|t)$, si el tiempo t es constante o f(x) está dada por (3-4) cuando el tiempo de entrega de la orden es una variable aleatoria con densidad h(t). El costo anual promedio por llevar inventario es:

$$h[\ (Q/2) + r - \mu\ ] \qquad (3\text{-}6)$$

Por último se calcula el costo anual promedio por ventas pendientes. El número promedio de unidades de ventas pendientes incurridas en un año es el número esperado de ventas pendientes por ciclo por el número promedio de ciclos por año. El número de faltantes, es claro depende del nivel de seguridad, denotando por $\eta(x,r)$, el número de faltantes incurridas en un ciclo, se tiene:

$$\eta(x,r) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x-r < 0 \\ x-r & \text{si} \quad x-r \geq 0 \end{cases}$$

Por tanto, el número de faltantes esperado por ciclo es:

$$\hat{\eta}(r) = \int_0^{\infty} \eta(x,r) f(x) dx = \int_0^{\infty} (x-r) f(x) dx$$

$$= \int_r^{\infty} x f(x)\, dx - rH(r) \qquad (3\text{-}7)$$

donde $H(r)$ es el complemento acumulativo de $f(x)$, por tanto, el costo anual promedio por faltantes es:

$$\pi \left[\frac{D}{Q} \right] \hat{\eta}(r) \qquad (3\text{-}8)$$

Sumando todos los términos, el costo anual promedio, CAP, es:

$$CAP = \frac{DA}{Q} + h \left\{ \frac{Q}{2} + r - \mu \right\} + \frac{\pi D}{Q} \hat{\eta}(r)$$

o bien

$$CAP = \frac{DA}{Q} + h \left\{ \frac{Q}{2} + r - \mu \right\} + \frac{\pi D}{Q} \left\{ \int_r^{\infty} x f(x) - rH(r) \right\} \qquad (3\text{-}9)$$

Derivando respecto de Q e igualando a cero se obtiene:

$$\frac{\partial \ CAP}{\partial \ Q} = 0 = -\frac{DA}{Q^2} + \frac{h}{2} - \frac{\pi P}{Q^2}\hat{\eta}(r)$$

Derivando CAP respecto de r y teniendo en cuenta que

$$\hat{\eta} = \int_r^{\infty}(x-r)f(x)\,dx = \int_r^{\infty}xf(x)dx - r\int_r^{\infty}f(x)dx$$

$$= \int_r^{\infty}xf(x)dx - rH(r)$$

se tiene que:

$$\frac{\partial \ CAP}{\partial \ r} = 0 = \frac{\pi P}{Q}\{ - rf(r) + rf(r) - H(r) \}$$

donde H(r) es el complemento acumulativo de f(x).

Resolviendo el sistema se obtiene:

$$Q = \{ \frac{2D(A+\pi\hat{\eta}(r))}{h} \}^{1/2} \qquad (3-10)$$

$$H(r) = \frac{Qh}{\pi D} \qquad (3.11)$$

Para obtener Q^* y r^* se debe calcular $\hat{\eta}(r)$, la cual se calcula por métodos numéricos, que serán descritos posteriormente.

MODELO <Q,r> CON VENTAS PERDIDAS.

En éste modelo las suposiciones son prácticamente las mismas, excepto la III. Para éste modelo las ventas atrasadas no existen y éstas se pierden. En la figura 3.2 se observa el

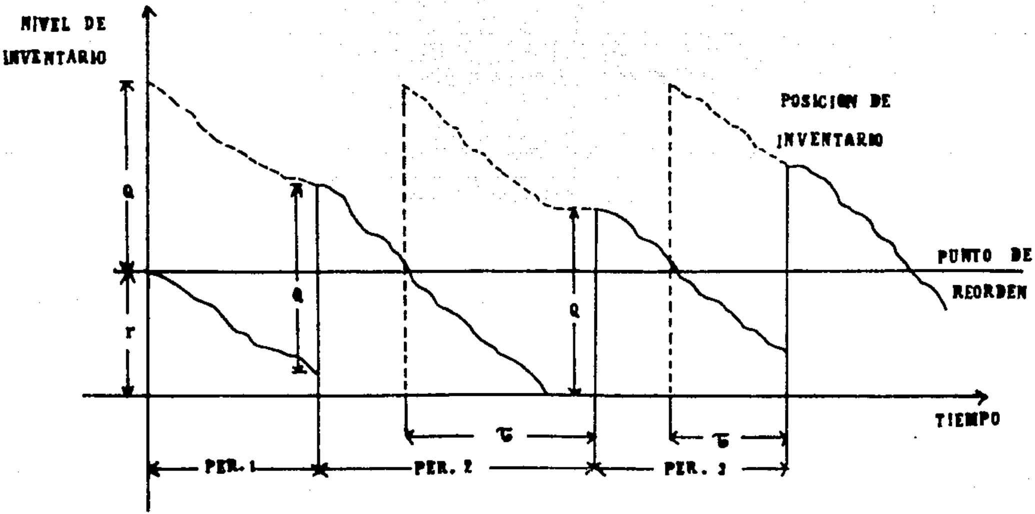

NIVEL DE
INVENTARIO
POSICION DE
INVENTARIO
Q
Q
Q
r
PUNTO DE
REORDEN
TIEMPO
τ
τ
PER. 1
PER. 2
PER. 3

FIG. 3.2

comportamiento de este modelo.

Como en el modelo anterior, se tiene un inventario de seguridad almacenado. Si la demanda x en el tiempo de entrega excede el nivel r, trae como consecuencia pérdida de ventas, esto es:

$$IF(x,r) = \begin{cases} (r-x) & \text{si } r-x \geq 0 \\ 0 & \text{si } r-x < 0 \end{cases}$$

por tanto el nivel de seguridad s es:

$$s = \int_o^{\infty} IF(x,r)f(x)dx = \int_o^{\infty} (r-x)f(x)dx$$

o bien

$$s = \int_o^{\infty}(r-x)f(x)dx - \int_o^{\infty}(x-r)f(x)dx$$

$$= r - \mu + \hat{\eta}(r)$$

con $\eta = \int_r^{\infty} xf(x)dx - rH(r)$

y donde f(x) representa la distribición marginal de la demanda en el tiempo de entrega.

Por lo tanto, el costo anual promedio de llevar inventarios es:

$$h \left\{ \frac{Q}{2} + r - \mu \right\} + h \left\{ \int_o^{\infty} xf(x)dx - rH(r) \right\}$$

Como se observa el número de ventas pérdidas por ciclo es precisamente el número esperado de faltantes por ciclo.

El costo anual promedio, CAP, es:

$$CAP = \frac{DA}{Q} + h\left\{\frac{Q}{2} + r - \mu\right\} + \left[h + \frac{\pi D}{Q}\right] \left\{ \int x f(x) dx - rH(r) \right\} \quad (3-12)$$

Derivando respecto a Q y r, igualando a cero y resolviendo el sistema, se obtiene:

$$Q = \left\{ \frac{2D\left(A + \pi \hat{n}(r) \right)}{h} \right\}^{1/2}$$

$$H(r) = \frac{Q\ h}{D\pi + Q h} \quad (3-13)$$

De manera análoga al modelo con ventas pendientes éste modelo se resuelve por métodos numéricos. Una descripción de un procedimiento numérico se da a continuación.

Descripción de un método numérico.

Este procedimiento comienza tomando como valor inicial a la Q de Wilson (Q_w), es decir, la Q que se obtiene en el lote económico. Entonces se toma $Q_1 = Q_w$.

Se sustituye el valor de Q_1 en (3-11) para encontrar el primer valor de r, es decir, r_1.

El valor de r_1 se sustituye en (3-10) para encontrar Q_2, el cual estará más cercano al Q óptimo.

El valor de Q_2 se sustituye en (3-11) para encontrar un r_2, el cual a su vez se sustituye en (3-10) y así sucesivamente.

El proceso se da por terminado cuando dos valores consecutivos de cualquiera de las variables Q, r ó CT(r,Q) varíe en menos de una cantidad ϵ pre-establecida.

3.2 MODELO <R,T>.

En el mundo real la mayoría de las doctrinas utilizadas son de revisión periódica, entre éstas se encuentra el modelo <R,T>, el cual consiste en hacer un pedido cada vez que se realiza una revisión, la cantidad ordenada debe ser de tal forma que se alcance un nivel R en la posición del inventario, inmediatamente después de hacer la revisión. En éste modelo se desean obtener los valores de las variables R y T que minimicen el costo anual promedio. De igual forma que en el modelo <Q,r> las variables son consideradas continuas. En el modelo se analizan los casos de ventas pendientes y ventas perdidas. En este modelo la posición del inventario alcanza un nivel R inmediatamente después de efectuar un pedido.

MODELO <R,T> CON VENTAS PENDIENTES.

Considere el caso con ventas pendientes. Sea T el tiempo entre dos revisiones consecutivas, este tiempo es llamado período y puede medirse también como el tiempo entre la llegada de dos órdenes consecutivas. En la figura 3-3 se muestra el comportamiento del nivel de inventario neto y de la posición de inventario en el tiempo. Como puede observarse el modelo inicia con un nivel de inventario neto igual a R.

Los supuestos iniciales son los siguientes:

I. El costo de hacer una revisión es independiente de las variables R y T.

II. El costo unitario del artículo es independiente de la cantidad ordenada.

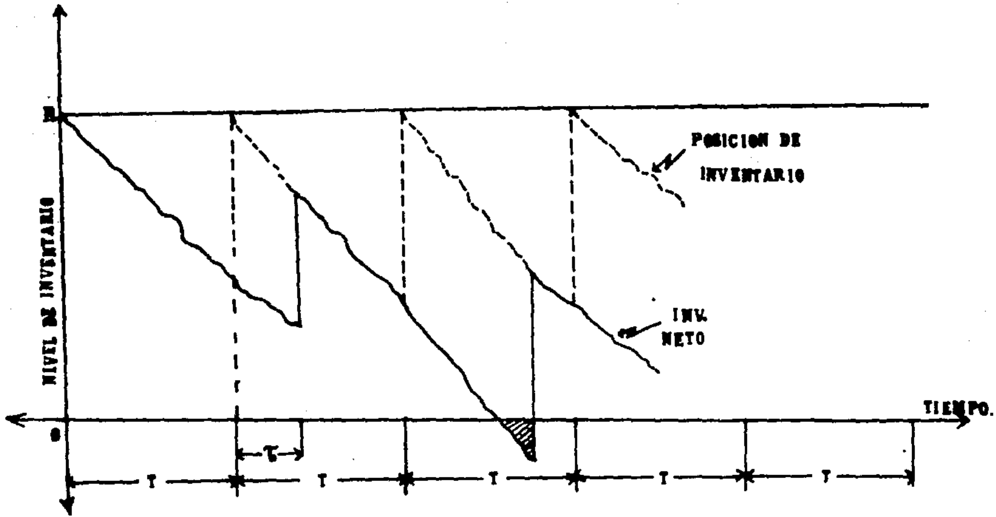
III. El retraso es pequeño. Esto para asegurar que cuando una orden llegue, se puedan satisfacer las ventas pendientes.

IV. El costo de cualquier unidad de venta pendiente es π, este costo es independiente de la longitud de tiempo para el cual la venta está pendiente.

V. Cuando el tiempo de envío del surtido de artículos es una variable aleatoria, se asume que las órdenes son recibidas en la misma secuencia en que fueron solicitadas, y además, los tiempos de retraso (envío) para distintas órdenes pueden ser tomados como variables aleatorias independientes.

A continuación se determinan los costos incurridos en el costo anual promedio, el cual es la suma de los costos de revisión, más los costos por ordenar, más los costos por llevar inventarios, más los costos por ventas pendientes, todas estas componentes en promedio.

Como en la sección anterior A es el costo por ordenar, y h el costo unitario por unidad almacenada, por unidad de tiempo, C_r el



R
NIVEL DE INVENTARIO
POSICION DE INVENTARIO
INV. NETO
TIEMPO.
0
τ
T
T
T
T
T

FIG. 3.3

costo por revisar el inventario. La función de densidad para la demanda x en un intervalo de tiempo de longitud t es escrita como $f(x;t)$, y D denota la razón promedio de la demanda.

Dado que el tiempo entre revisiones es T, y que una orden es puesta cada vez que se hace una revisión. Entonces, los costo anuales promedio por ordenar y revisar el inventario son A/T y Cr/T respectivamente. Si se toma $L=A+Cr$, entonces, el costo anual promedio de revisar y ordenar es $L/T = (A+Cr)/T$.

Para encontrar el costo anual promedio de llevar inventarios se hace el cálculo del valor esperado de costos de llevar inventarios por periodo y se multiplica por $1/T$, para así obtener el promedio anual.

Considerando que la posición del inventario del sistema es R inmediatamente después de revisar y poner una orden, el valor esperado del inventario neto inmediatamente después de llegar el pedido debe ser $R-\mu$, donde μ es el valor esperado de la demanda en el tiempo de espera. Dado que la razón media de demanda permanece constante en el tiempo, el inventario neto debe decrecer linealmente con el tiempo y tener el valor $R-\mu-DT$ justo antes de arrivar la próxima orden. Debido a la suposición (III), la integral sobre el tiempo del inventario neto debe estar muy cercana a la integral sobre el tiempo del inventario en existencia. Entonces, el valor esperado por año por almacenamiento es una buena aproximación, esto es:

$$\left\{\frac{1}{2}(R-\mu) + \frac{1}{2}\left(R - \mu - \frac{DT}{2}\right)\right\}$$

Por tanto, el costo anual promedio por llevar inventario es:

$$h\{R - \mu - \frac{DT}{2}\} \qquad (3\text{-}14)$$

El costo anual promedio por ventas pendientes se calcula por el número promedio de ventas pendientes por período multiplicado por 1/T. Este costo puede considerarse de dos maneras distintas:

1). **Caso en que el tiempo de envío es constante.**

En la figura 3.4 se muestra el perfil del inventario para el modelo <R,T> en el caso de ventas pendientes con tiempo de envío constante τ. Si una orden es puesta en el tiempo t, ésta arribará al sistema al tiempo $t+\tau$, y el próximo pedido llegará al tiempo $t+\tau+T$. Se desea primeramente calcular el valor esperado del número de ventas pendientes ocurridas en el tiempo $t+\tau$ y $t+\tau+T$. Una venta pendiente incurrirá en este período bajo la suposición III, y sucede sólo si la demanda en el período $\tau+T$ excede R, esto es:

$$\text{Ventas pendientes} = \begin{cases} (x-R) & \text{si} \quad x \geq R \text{ en } [t+\tau,\ t+\tau+T] \\ 0 & \text{si} \quad x < R \text{ en } [t+\tau,\ t+\tau+T] \end{cases}$$

Entonces, el número esperado de ventas pendientes incurridas por período es:

$$\int_R^{\infty} (x-R) f(x;\tau+T)\,dx \qquad (3\text{-}15)$$

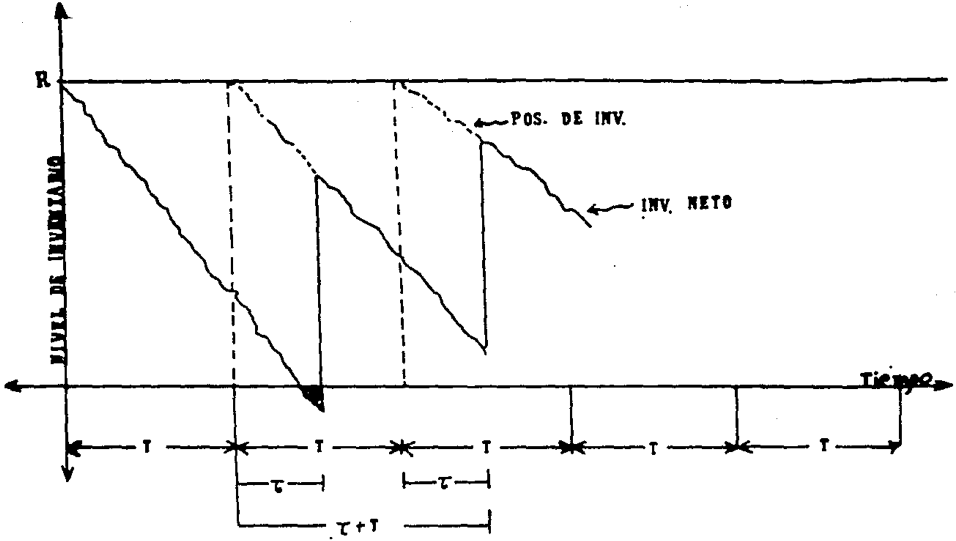
Como se observa, esto no es más que la demanda en el tiempo de entrega (envío). La demanda en el tiempo de entrega más la demanda de un período es relevante porque una vez que una orden ha sido puesta al tiempo t, no puede ser puesta otra orden hasta el tiempo t+T, o sea, la protección es necesaria para el tiempo de entrega más T. Como se vió anteriormente el valor esperado del inventario neto justo antes de llegar un pedido es R-μ-DT. Esto es, por definición el inventario de seguridad.

2). Caso en que el tiempo de entrega es una variable aleatoria.

Suponga que el tiempo de entrega es una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad $g(\tau)$, y sea τ_{min} y τ_{max} los límites inferior y superior de posibles retrasos respectivamente. En la figura 3-5 se muestra el comportamiento del modelo de inventario <R,T> para el caso de ventas pendientes con tiempo de entrega variable. Como se observa, las ventas pendientes (x-R) son:

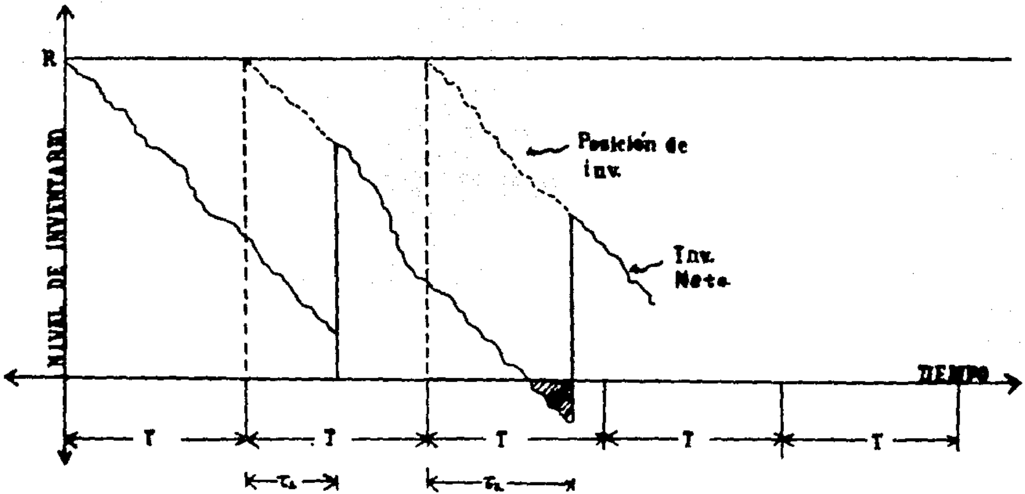
$$\text{VENTAS PENDIENTES} = \begin{cases} (x-R) & \text{si} \quad x \geq R \quad \text{en } \tau_2 + T \\ 0 & \text{si} \quad x < R \quad \text{en } \tau_2 + T \end{cases}$$

donde se ha supuesto que τ_1 y τ_2 son los tiempos de entrega de dos órdenes consecutivas puestas en los tiempos t y t+T respectivamente. Por tanto, el número esperado de artículos en



τ = CTE

Figura 9.4



τ = VAR.

figura 3.5

ventas pendientes por período debe ser:

$$\int_{\tau min}^{\tau max}\int_{\tau min}^{\tau max}\int_{R}^{\infty}(x-R)f(x;\tau_2+T)g(\tau_2)g(\tau_1)dx\,d\tau_2\,d\tau_1 \qquad (3-16)$$

donde $f(x;\tau_2+T)$ es la función de densidad de probabilidad de la demanda x en el tiempo τ_2+T.

dado que $\int_{\tau min}^{\tau max} g(\tau_1)d\tau_1=1$ y tomando $h(x;t)=\int_{\tau min}^{\tau max} f(x;\tau_2+T)g(\tau_2)d\tau_2$

la ecuación (3-16) puede escribirse como

$$\int_{R}^{\infty}(x-R)h(x;T)dx \qquad (3-17)$$

Si se define $h(x;T)$ para ser $f(x;\tau+T)$ cuando el tiempo de espera es constante, el número promedio de ventas pendientes por año es:

$$E(R,T)=\frac{1}{T}\int_{R}^{\infty}(x-R)h(x;T)dx=\frac{1}{T}\int_{R}^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)dx \qquad (3-18)$$

Por tanto, el costo anual promedio por ventas pendientes es:

$$\pi E(R,T) \qquad (3-19)$$

Para el caso en el que el tiempo de entrega es variable, $h(x;\tau+T)$ está dada por (3-17), entonces, el número promedio de ventas atrasadas por año es:

$$E(R,T) = \frac{1}{T}\int_R^{\infty}(x-R)\ h(x;T)dx$$

$$= \frac{1}{T}\int_{\tau min}^{\tau max}\int_R^{\infty}(x-R)f(x;\tau+T)g(\tau_2)d\tau_2 dx \qquad (3\text{-}20)$$

Por tanto, el costo anual promedio por ventas atrasadas es $\Pi E(R,T)$, donde $E(R,T)$ está dada por (3-18) si τ es constante y por (3-20) si τ es variable.

Consecuentemente, el costo anual promedio total para el caso de ventas pendientes es:

$$CAP(R,T) = \frac{L}{T} + h\left\{ R-\mu- \frac{DT}{2} \right\} + \Pi E(R,T) \qquad (3\text{-}21)$$

Para encontrar los valores óptimos de R y T, se deriva parcialmente respecto a R y a T, se igualan ambas derivadas a cero y se resuelve el sistema de ecuaciones que resulte, esto es:

$$\frac{\partial\ CAP}{\partial\ R} = \frac{\partial}{\partial R}\left\{ \frac{L}{T} + h\left[R-\mu- \frac{DT}{2}\right] + \Pi E(R,T) \right\}$$

$$= h + \Pi\frac{\partial E(R,T)}{\partial R} = 0$$

$$\frac{\partial E(R,T)}{\partial R} = \frac{\partial}{\partial R}\left\{\frac{1}{T}\left[\int_R^{\infty} x h(x;T)dx - R\int_R^{\infty} h(x;T)dx\right]\right\}$$

$$= \frac{\partial}{\partial R}\left\{\frac{1}{T}\left[G(x)\Big|_R^{\infty} - RH(x)\Big|_R^{\infty}\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{T}\left\{-Rh(R,T)-\left[R(-h(R,T)+(H(\infty)-H(R))\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{T}\left\{-Rh(R,T) + Rh(R,T) - H(R,T)\right\}$$

$$= -\frac{1}{T}H(R,T)$$

donde $H(R,T)=\int_R^{\infty} h(x;T)dx$ es el complemento de la función acumulativa de h(x;T). Entonces, igualando a cero la derivada se obtiene:

$$H(R,T)= \frac{h\,T}{\Pi} \qquad (3\text{-}22)$$

$$\frac{\partial CAP}{\partial T} = 0 = -\frac{L}{T^2} - \frac{hD}{2} + \frac{\partial \Pi E(R,T)}{\partial T}$$

donde $$\frac{\partial E(R,T)}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T}\left\{\frac{1}{T}\int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx\right\}$$

$$= \frac{1}{T}\frac{\partial}{\partial T}\left\{\int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx\right\} - \frac{1}{T^2}\int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx$$

$$= \frac{1}{T}\left\{\frac{\partial}{\partial T}\left[F(x)\Big|_R^{\infty}\right] - \frac{1}{T^2}\int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx\right.$$

$$= -\frac{1}{T}\left\{\frac{1}{T}\int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx\right\}$$

Por lo tanto

$$\frac{\partial CAP}{\partial T} = -\frac{L}{T^2} - \frac{hD}{2} - \frac{\Pi}{T}\left\{\frac{1}{T}\int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx\right\} = 0 \qquad (3\text{-}24)$$

o bien

$$\frac{hD}{2} = -\frac{L}{T^2} - \frac{\Pi}{T}\left\{\frac{1}{T}\int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx\right\} \qquad (3\text{-}25)$$

CASO CON PERDIDA DE VENTAS.

La ecuación del costo anual promedio para el caso con pérdida de ventas difiere poco del caso de ventas atrasadas. Los costos de revisar y ordenar son los mismos, la variación se encuentra en los costos de llevar inventario. Ya que para el caso de pérdida de ventas, el inventario de seguridad es el valor esperado del nivel de existencia al tiempo de llegar un pedido. El inventario que se posee justo antes de llegar el pedido es:

$$R-\mu - DT + \int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx$$

$$\text{donde } h(x;T) = \begin{cases} f(x;\tau+T) & \text{si } \tau \text{ es constante} \\ \int_{\tau min}^{\tau max} f(x;\tau_2+T)g(\tau_2)d\tau_2 & \text{si } \tau \text{ es v.a.} \end{cases}$$

donde τ representa el tiempo de entrega, y como en el caso de ventas atrasadas, éste puede ser constante o variable. El inventario en el momento de llegar la orden es:

$$R-\mu + - DT + \int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx$$

Por lo tanto, el costo promedio de llevar inventario es:

$$\frac{h}{2} [\{ R-\mu-DT+\int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx \} + R-\mu + \int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx]$$

esto es:

$$h\{ R+\mu - \frac{DT}{2} + \int_R^{\infty}(x-R)h(x;T)dx \} \qquad (3\text{-}26)$$

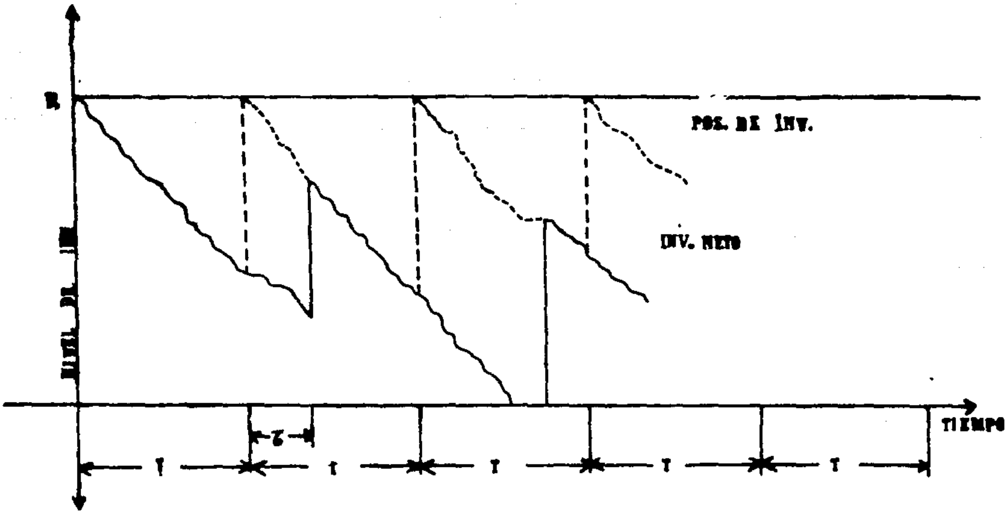


FIGURA 8a

El costo anual promedio para el caso de pérdida de ventas, es por tanto:

$$CAP = \frac{L}{T} + h\{R-\mu-\frac{DT}{2}\} + [h+\frac{\Pi}{T}] \int_{R}^{\infty}(x-R)h(x;T)dx \qquad (3-27)$$

A continuación se determinan los valores óptimos de R y T para el caso de pérdida de ventas. Para esto se deriva (3-27) repecto a R y T, se iguala a cero cada una de las derivadas y se resuelve el sistema de ecuaciones. Entonces:

$$\frac{\partial CAP}{\partial R} = h + [h+\frac{\Pi}{T}] \frac{\partial}{\partial R} \{ \int_{R}^{\infty} x\,h(x;T)dx - R\int_{R}^{\infty} h(x;T)dx \}$$

$$= h + [h+\frac{\Pi}{T}] \frac{\partial}{\partial R} \{ G(\infty) - G(R) - R[H(\infty) - H(R) \}$$

$$= h + [h+\frac{\Pi}{T}] \{ -Rh(R,T) + Rh(R,T) - H(\infty) + H(R) \}$$

$$= h + [h+\frac{\Pi}{T}] \{ H(R) - H(\infty) \}$$

$$= h + [h+\frac{\Pi}{T}] \int_{R}^{\infty} h(x;T)dx$$

tomando $H(R,T) = \int_{R}^{\infty} h(x;T)dx$ como el complemento de la función acumulativa de $h(x;T)$ se tiene:

$$h + [h+\frac{\Pi}{T}] H(R,T) = 0 \qquad (3-28)$$

a derivada de CAP respecto a T es:

$$\frac{\partial CAP}{\partial T} = -\frac{L}{T^2} - \frac{hD}{2} + [h+\frac{\Pi}{T}] \frac{d}{dT} \{ \int_{R}^{\infty}(x-R)h(x;T)dx$$

$$- \frac{\Pi}{T^2} \int_{R}^{\infty}(x-R)h(x;T)dx \}$$

Siguiendo el procedimiento utilizado para el caso de ventas pendientes (pág. 40) se tiene:

$$\frac{hD}{2} = -\frac{L}{T^2} - \frac{\Pi}{T}\left[\frac{1}{T}\int_{R}^{\infty}(x-R)h(x;T)dx\right] \qquad (3\text{-}29)$$

de la ecuación (3-28) y (3-29) se obtienen los valores óptimos de R y T, los cuales están dados por:

$$H(R,T) = \frac{hT}{hT+\Pi}$$

$$\frac{hD}{2} = -\frac{L}{T^2} - \frac{\Pi}{T}\left[\frac{1}{T}\int_{R}^{\infty}(x-R)h(x;T)dx\right] \qquad (3\text{-}30)$$

Para determinar los valores óptimos de R y T, se utilizan métodos numéricos. Un procedimiento para dar solución a los sistemas de ecuaciones para el modelo <R,T> en sus dos versiones, es el siguiente:

1. Se toma un valor arbitrario de R (R_o), que sirve como punto de partida en la búsqueda del R óptimo.

2. Se establece un valor mínimo y un valor máximo para T. Asimismo, se pide un valor ΔT.

3. Con base en el valor mínimo de T (T_{min}), el valor de R_o dado en el paso 1, y con los costos dados de Π y h se calcula el valor de H(R,T) de la forma indicada por (3-22) para el caso de ventas pendientes y por (3-30) para el caso de pérdida de ventas.

4. Se evalúa la integral

$$\int_{R_o}^{\infty} h(x;T)dx$$

5. Se compara el valor de la integral con la constante que prorcione el paso 3, para el caso de ventas pendientes o pérdida de ventas.

Si el valor de la integral es mayor que el valor de la constante, se incrementa el valor de R_o en una cantidad β, hasta que el valor de la integral sea menor o igual a la constante.

Si el valor de la integral es menor que la constante, se decrementa el valor de R_o en una cantidad β, hasta que el valor de la integral sea mayor o igual a la constante.

6. Se reduce el intervalo de amplitud β en el que se encuentra el valor de R para el T_{min} dado mediante búsqueda binaria.

Para los valores T_{min} y R correspondientes se calcula el costo total.

7. Se incrementa el valor de T en una cantidad ΔT, se calcula el valor de R que le corresponde y se evalúa la ecuación de costo total.

8. El procedimiento se repite hasta encontrar el valor de R correspondiente al valor T_{max} y su correspondiente costo total.

9. Se toman como óptimos los valores de R y T que proporcionen el mínimo costo total.

Un desarrollo de los métodos numéricos en forma detallada se encuentran en la tesis de maestría de Posada de López Adelita, DEPFI, UNAM, Mayo de 1988.

CAPITULO IV

MODELO DE SURTIDO COORDINADO DE MULTIPLES ARTICULOS

En los capítulos anteriores se han estudiado modelos de sistemas de inventarios en los cuales se controla solamente un artículo. Sin embargo, estos modelos no se adaptan a los casos en que se manejan gran variedad de artículos, los cuales pueden diferir en precios de adquisición, naturaleza física, demanda ,y dimensiones. En éste capítulo se hace el estudio del modelo de surtido (lote) económico de múltiples artículos considerando algunas de las interacciones que existen entre los mismos.

En muchas ocasiones el tamaño del lote económico de un artículo es independiente del tamaño del pedido de los demás que estén involucrados o demandados en un momento dado, o sea, cada decisión no se ve afectada por las demás, tal es el caso en que se tienen distintos proveedores de algún artículo. En el presente capítulo se estudia el caso en donde se admiten interacciones entre distintos artículos.Las interacciones que se admiten son:

a) Interacción de los costos.

b) Interacción de recursos.

c) Interacción en la demanda.

Se presenta y analiza un modelo para cada uno de los sistemas de inventario de multiproductos correspondiente a cada una de las interacciones antes mencionadas.

4.1 MODELOS QUE ADMITEN INTERACCION EN LOS COSTOS.

En la teoría de inventarios se reconocen interacciones de al menos cuatro tipos de costos: costos por ordenar, costos en los materiales, costos de almacenamiento y costos por déficit. En el presente trabajo se analizan los de los dos primeros.

La interacción en los costos por ordenar ocurre porque en algunos casos dichos costos se reducen al ordenar varios artículos en un mismo pedido. En este modelo se asume que el costo de colocar un pedido tiene un costo fijo A, más un costo A_j por cada artículo j ordenado, es decir, si se tienen n artículos juntos y si cada artículo es ordenado en algún orden en particular, el costo por ordenar los n artículos será entonces $A+A_1+...+A_N$. En este modelo se analizan dos tipos de demanda, determinística y la estocástica.

4.1.a Modelo con demanda determinística.

En este modelo, para cada artículo j $(j=1,2,...,N)$, se tiene asociado un costo por almacenamiento h_j en unidades monetarias (U.M) por unidad almacenada por unidad de tiempo, y una tasa de demanda D_j (conocida con certeza) en unidades por unidad de tiempo, además no se permite déficit.

El objetivo es encontrar una política de ordenar para cada artículo j y un tiempo t_j entre órdenes. Estos tiempos t_j serán elegidos de tal forma que sean múltiplos enteros de un tiempo mínimo, esto con el fin de disminuir el impacto en que pueda incurrir el costo fijo A, ya que muchos artículos serán ordenados siempre que un pedido sea puesto.

El método de solución que se presenta, consiste en encontrar las cantidades y tiempos que incurran en un costo mínimo. De acuerdo a la ecuación (2-7), sea:

$$\tau_j = [\ 2A/\ hj\ Dj\ ]^{1/2} \qquad (4-1)$$

la frecuencia relativa del tiempo entre el pedido de cada artículo j, es τ_j. Se pretende encontrar la frecuencia absoluta de pedidos, que se representan por t_j. Por conveniencia, se ordenan los tiempos t_j de forma ascendente, es decir , $t_1 \leq t_2 \leq \ldots, \leq t_n$. Definiendo α_j por

$$\tau_j = \alpha_j \tau_1 \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (4-2)$$

donde $1 = \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \ldots, \leq \alpha_n$. Para economizar en los costos de ordenar, se usa la parte entera de α_j, es decir, $[\alpha j]$. Entonces, en la política final, el tiempo absoluto entre pedidos t_j debe satisfacer:

$$tj = [\alpha j] t_1 \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (4-3)$$

Consecuentemente, el valor de t_1 es el que minimiza el costo total por unidad de tiempo, que está dado por:

$$CT = \frac{A}{t_1} + \sum_{j=1}^{n} \frac{A_j}{t_j} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} h_j D_j t_j \qquad (4\text{-}4)$$

La ecuación (4-4) se obtiene utilizando el hecho de que cada artículo tiene asociado un costo $A+A_j$ de ser ordenado y el último término es el costo incurrido por almacenamiento. Sustituyendo las t_j de acuerdo a la ecuación (4-3) en (4-4) y asociando términos se obtiene:

$$CT = \frac{1}{t_1} \{ A + \sum_{j=1}^{n} \frac{A_j}{[\alpha_j]} + \frac{t_1}{2} \sum_{j=1}^{n} h_j D_j [\alpha_j] \qquad (4\text{-}5)$$

Derivando (4-5) respecto a t_1 e igualando a cero se obtiene t_1, esto es:

$$\frac{\partial TC}{\partial t_1} = -\frac{1}{t_1^2} \{ A + \sum_{j=1}^{n} \frac{A_j}{[\alpha_j]} \} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} h_j D_j [\alpha_j] = 0$$

despejando t_1 se tiene:

$$t_1 = [\frac{2\{ A + \sum_{j=1}^{n} A_j / [\alpha_j] \}}{\sum_{j=1} h_j D_j [\alpha_j]}]^{1/2} \qquad (4\text{-}6)$$

.El algoritmo que da solución a este problema es el siguiente:

Paso 1. Determinar los valores τ_j usando la ecuación (4-1).

Paso 2. Determinar los valores α_j usando la ecuación (4-2).

Paso 3. Calcular $[\alpha_j]$ redondeando α_j.

Paso 4. Calcular t_1 de la ecuación (4-5).

Paso 5 Calcular $t_2, t_3, \ldots, t_n$ usando la ecuación (4-3).

Para mostrar el funcionamiento de éste método y su bondad, se hace el análisis del siguientre problema:

Ejemplo 4-1. Suponga que el costo fijo por ordenar es de A = 45.0 u.m. el número de artículos bajo control es de n = 25 Las demandas D_j de cada artículo se conocen con certeza para un tiempo dado de un año, así como los costos A_j y de almacenamiento h_j. Los datos de D_j, h_j, A_j se muestran en la tabla 4.1

De acuerdo al algoritmo antes dado, en el paso 1 se calculan los τ_j utilizando la ecuación (4-1), esto es:

$$\tau_1 = (2A/(h_1D_1)) \approx (14 / 500000) = 0.00529$$

de manera ánaloga se calculan los τ_j restantes, los cuales se muestran en la tabla 4-2.

Se elige posteriormente como τ_1, el de menor valor de los τ_j, que para este caso es $\tau_1 = \tau_{24} = 0.00302$.

El paso 2 indica que se calculen los α_j por medio de $\alpha_j = \tau_j/\tau_1$, para el artículo 1 se obtiene $\alpha_1 = 0.00529/0.00302 = 1.75517$. haciendo lo mismo para los restantes α_j, j = 2,...,n.

El paso 3 indica el redondeo de los α_j, esto es, obtener los $[\alpha_j]$ corespondientes, para el artículo 1 se tiene $[\alpha_1] = 2$, el resto de los $[\alpha_j]$ j= 1,2,3,...,n se muestran en la tabla 4.2.

El paso cuatro indica la obtención de t_1, para lograr esto se hacen los cálculos correspondientes a las columnas 4 y 5 de la tabla 4.2 donde se obtiene $\sum h_jD_j[\alpha_j]$ = 9'156,000 y $\sum k_j/[\alpha_j]$ =

j	Dj	hj	Aj
1	50000	10.0	7.0
2	20000	9.5	5.0
3	35000	7.0	3.0
4	8000	15.5	5.0
5	8500	20.0	4.0
6	5000	25.0	3.0
7	6500	15.5	4.5
8	7500	18.0	8.0
9	7000	17.0	7.0
10	8500	15.0	9.0
11	12000	20.0	3.0
12	15000	15.0	7.0
13	17000	13.5	5.0
14	20000	8.5	6.0
15	25000	5.0	4.0
16	60000	1.65	3.0
17	65000	2.0	4.0
18	70000	1.5	4.0
19	2000	2.5	1.5
20	22000	3.0	2.5
21	1500	3.5	2
22	2500	6.0	2.5
23	7000	5.0	1.5
24	55000	4.0	1.0
25	57000	3.5	4.5

Tabla 4.1

38.82838. Con estos datos y utilizando la ecuación (4-6) se obtiene t_1 = 0.004279.

Del paso 5, se obtienen los tiempos de pedido t_j para cada artículo con respecto al tiempo principal t_1 utilizando la ecuación (4-3)

De acuerdo al método propuesto, el costo total es (utilizando la ecuación (4-5))

TC = 39,178.98 u.m.

j	τ_j	α_j	$[\alpha_j]$	$h_jD_j[\alpha_j]$	$A_j/[\alpha_j]$
1	0.00529	1.752	2	1000000	3.50
2	0.00725	2.400	2	380000	2.50
3	0.00495	1.639	2	490000	1.50
4	0.00898	2.974	3	372000	1.67
5	0.00649	2.149	2	380000	2.00
6	0.00693	2.295	2	250000	1.50
7	0.00945	3.129	3	302250	1.50
8	0.01099	3.606	4	540000	2.00
9	0.01847	6.116	6	714000	1.67
10	0.01188	3.933	4	127500	2.25
11	0.00500	1.656	2	480000	1.50
12	0.00789	2.612	3	675000	2.33
13	0.00660	2.180	2	459000	2.50
14	0.00840	2.780	3	510000	2.00
15	0.00800	2.650	3	375000	1.33
16	0.00778	2.576	3	297000	1.00
17	0.00785	2.599	3	390000	1.33
18	0.00873	2.891	3	315000	1.33
19	0.02449	8.109	8	40000	0.19
20	0.00870	2.881	3	198000	0.83
21	0.02760	9.139	9	47250	0.22
22	0.01826	6.046	6	90000	0.42
23	0.00926	3.066	3	105000	0.50
24	0.00302	1.000	1	220000	1.00
25	0.00672	2.225	2	399000	2.25
		total		9158000	38.83

Tabla 4.2

Finalmente, se hace la comparación con el costo total, tratando a los artículos como si fueran independientes, usando un costo por ordenar A+Aj para cada artículo. Es claro que este costo será sobre-estimado, ya que se supone que ningún artículo será ordenado simultaneamente. Por lo tanto, de acuerdo a la formúla de Wilson de pedido económico.

$$TC_j = (2KD_jh_j)^{1/2}$$

y aplicándola a cada artículo se obtiene un costo total

$$TC = 89,766.383 \text{ u.m.}$$

como se observa existe un ahorro aproximado de 50,587.403 u.m.

4.1 b. MODELO CUANDO LA DEMANDA ES ESTOCASTICA.

Para este modelo, se cosidera a la demanda con un comportamiento aleatorio. La política que se utiliza en este caso es la siguiente. Se tienen bajo control N artículos, cuando uno de los N artículos alcanza el nivel cero de inventario, se ordena el artículo junto con otros artículos que estén cercanos al nivel cero de inventario. Es fundamental definir el criterio que se utiliza para entender el nivel cercano a cero, este criterio es formalizado al definir un nivel de inventario crítico c_j para cada artículo j. Por tanto, si un artículo está por debajo de dicho nivel, éste será también ordenado. Además, ya que las demandas varían aleatoriamente, y se supone que el tiempo de entrega (envío), entre poner y recibir una orden es mayor que cero, $L > 0$, cualquier artículo que alcance el punto de reorden s_j, será ordenado. Esto para asegurar el no quedarse sin existencias, ya que puede suceder que al efectuar una orden de varios artículos, algún artículo no ordenado pueda terminarse antes de que se ponga una nueva orden, provocando con ello déficit, el cual no se permite en este modelo.

Cada artículo al ser ordenado, será la orden hecha de tal forma que alcance el nivel de inventario S_j. Como se observa la política completa de ordenar queda especificada por los valores s_j, c_j y S_j, para $j = 1, 2, \ldots, N$, tal política se le conoce como política de "poder ordenar". Los valores c_j son conocidos como niveles de "poder ordenar". Los puntos de reorden s_j pueden entenderse como los puntos de "debe ponerse una orden".

Aunque el concepto, poder ordenar, es directo y apela al sentido común, la especificación de valores de costo mínimo para los parámetros de la política es difícil. Se discuten varias aproximaciones para especificar los parámetros en esta sección. Suponga que se tienen N artículos bajo control. Cada artículo j tiene asociado un costo de ordenar $A+A_j$, y un costo de almacenamiento h_j y demandas que varían aleatoriamente con media $\bar{d}_j$. Además se supone que la desviación estandar de la demanda por unidad de tiempo es σ_j para el artículo j. El costo A es, nuevamente, incurrido una vez por ordenar varios artículos diferentes. El tiempo de envío es L. La razón (b_j) se usa para determinar el deseo relativo de ordenar conjuntamente múltiples artículos, se define como:

$$b_j = \frac{A}{A + A_j} \tag{4-7}$$

Claramente $0 \le b_j \le 1$. Si $b_j = 0$, entonces, en el caso en el que $A = 0$, todos los artículos deben ordenarse independientemente, y por tanto, el punto de reorden s_j es el nivel de "poder ordenar", es decir, $c_j = s_j$. El otro punto extremo está dado por $b_j = 1$, para este caso es claro que no hay costo A_j por ordenar el artículo, cuando otro artículo es ordenado, por lo tanto, si no cuesta ordenar cuando se ordena otro artículo, el nivel de "poder ordenar" es igual al nivel máximo de inventario posible, es decir, se puede ordenar en cualquier momento, entonces $c_j = S_j$, para todo j. Esto lleva a la política de ordenación conjunta, en la cual todos los artículos son ordenados cuando se ordena alguno de los artículos. Entre estas políticas extremas, de ordenación independiente y ordenación conjunta, se encuentra todo el espectro de la política de poder ordenar.

Como se mencionó, la determinación de todos los parámetros involucrados es una tarea difícil. La siguiente aproximación es un intento de hacer la determinación de los valores de los parámetros s_j, c_j y S_j, tan simple como sea posible, pero que sea consistente con el modelo.

Considere primero el nivel de servicio α para el artículo j, resultante de selecionar los valores s_j, c_j y S_j. Un medio de definir el nivel de servicio, es en términos de la probabilidad (α) del agotamiento antes del resurtimiento, entonces la probabilidad de que no haya agotamiento es $F_L(s_j)$, que es la función de distribución acumulativa de la demanda durante el tiempo de envío L para el artículo j. El nivel de servicio requerido, puede expresarse como:

$$F_L(s_j) = 1 - \alpha \qquad j = 1,2,\ldots,N \qquad (4-8)$$

El valor de $1-\alpha$ puede ser determinado usando consideraciones económicas o especificado de manera arbitraria. La última aproximación es tomada en este trabajo, porque se desea obtener una política para economizar los costos de ordenar.

El uso de la ecuación (4-8) para determinar los s_j, no es una tarea fácil, para ver esto, se define el remanente de almacenamiento promedio R_j como el nivel promedio de almacenamiento del artículo j inmediatamente antes de poner una orden para dicho artículo. El nivel de servicio para el artículo j está más cercanamente relacionado con R_j que con s_j. El nivel de almacenamiento antes de colocar cualquier orden particular varía aleatoriamente entre s_j y c_j, como se muestra en la figura 4.1. Algunas posibles alternativas para hacer uso de la ecuación (4-8) para determinar s_j son las siguientes:

1.- Use el nivel de servicio deseado para determinar el nivel promedio del remanente de artículos en existencia.

$$F_L(R_L) = 1-\alpha \qquad j= 1,2,...N$$

y posterirmente relacionar s_j con R_j en alguna forma. Desafortunadamente esto no es una tarea directa. La discusión involucra las ecuaciones (4-16) a (4-20) que serán discutidas posteriormente para hacer una aproximación. Esta forma puede ser peligrosa, pues si el remanente actual es menor que R_j, puede ocurrir un gran déficit. El riesgo de que esto ocurra no puede ser determinado con precisión, por la dependencia de los artículos que

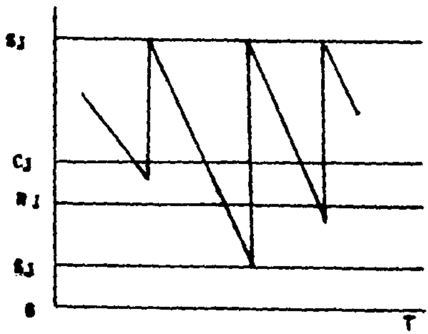


Figura 4.1

son controlados, de sus distribuciones de demanda y de todos los parámetros s_j, c_j y S_j $j = 1,2,\ldots,N$.

2.- Escoger s_j como una fracción, digamos 8/10, de lo que se haya determinado por la ecuación (4-8).

3.- Incrementar la probabilidad permitida de agotamiento α, a un número mayor α'.

Una vista previa del procedimiento completo usado para determinar los valores de los parámetros de la política de "poder ordenar" es: Paso 1. determinar los valores que se deben ordenar para todos los artículos bajo control, como fué discutido.

Paso 2.- Determinar el tiempo deseado entre órdenes t_j para cada artículo, $j = 1,2,\ldots,N$. Esto se hace con el objeto de minimizar el costo asociado con el almacenamiento y el costo de ordenar.

Paso 3. Determinar S_j de tal forma que los tiempos determinados por el paso 2, ocurran (aproximadamente) cuando el modelo sea implementado.

Paso 4. Determinar c_j relacionando éste con los parámetros previamente determinados, como se describe a continuación.

El paso 2 está basado en conceptos usados en el modelo determinista visto en la parte anterior. En este modelo primero se determinan un conjunto de tiempos relativos τ_j entre órdenes, basándose en los costos de almacenamiento, y costos de ordenar A_j. Entonces, los tiempos absolutos t_j son elegidos en base al costo principal de ordenar A. Los artículos son ordenados con tiempos $t_1 \leq t_2 \leq \ldots \leq t_N$. En el modelo determinístico, se requiere que los valores t_j/t_1 sean enteros, pero esto no es necesario en este caso. El paso 2 se ejecuta como sigue: Primero se determina τ_j de acuerdo a la ecuación (4-1). Entonces se ordenan los artículos de forma tal que $\tau_1 \leq \tau_2 \leq \ldots \leq \tau_N$. Sea $\alpha_j = \tau_j/\tau_1$ como antes. Ahora el valor de t_1 será determinado por la minimización del siguiente estimador del costo total TC por unidad de tiempo.

$$TC = \frac{A}{t_1} + \sum_{j=1}^{N} \frac{A_j}{t_j} + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} h_j d_j t_j + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} \frac{h_j b_j (n)^{\frac{1}{2}} (t_j)^{\frac{1}{2}} \sigma_j}{2.3} \qquad (4\text{-}9)$$

La ecuación para TC refleja solamente los costos relacionados con ordenar y almacenar durante el tiempo entre órdenes. Los costos por almacenar deben incluir los costos de tener existencias de seguridad que no están incluidas en (4-9). Estos son considerados solamente al determinar los puntos de reorden s_j. La ecuación (4-9) difiere de la ecuación (4-4) solamente en el último término que se ha agregado. Este término refleja el costo de almacenamiento, que aparece debido al espacio $(Sj-s_j)$ requerido para ayudar a asegurar que los valores deseados de t_j realmente ocurran cuando el modelo sea empleado, éste término será aclarado posteriormente en la discusión del paso 3. Aceptando el término por el momento y usando la relación $t_j = \alpha_j t_1$, la ecuación (4-9) se puede escribir como:

$$TC = \frac{1}{t_1}\left\{A + \sum_{j=1}^{N} \frac{A_j}{\alpha_j}\right\} + t_1 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} h_j \bar{d}_j \alpha_j \right\} + t_1^{1/2} \left\{ \frac{1}{2} \sum \frac{h_j b_j \sigma_j n^{1/2} \alpha_j^{1/2}}{2.3} \right\} \tag{4-10}$$

La ecuación (4-9) tiene la forma $TC = K/t_1 + Bt_1 + C(t_1)^{1/2}$. Haciendo la derivación parcial de TC respecto a t_1 e igualando a cero se obtiene la ecuación:

$$-\frac{K}{t_1^2} + B + \frac{C}{2(t_1)^{\frac{1}{2}}} = 0$$

Por un valor z dado por la siguiente expresión

$$z = \left[\frac{C^2}{8k^2} + \left(\frac{C^4}{64k^4} + \frac{64B^3}{27k^3}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^{1/3} + \left[\frac{C^2}{8k^2} - \left(\frac{C^4}{64k^2} + \frac{64B^3}{27k^3}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^{1/3} \tag{4-12}$$

Sustituyendo el valor de z determinado por medio de la ecuación (4-12) en la ecuación (4-13) se obtiene el valor de t_1.

$$t_1 = \frac{4}{C[k\ (z)^{1/2} + (-z^2 + C(Z/k)^{1/2})^{1/2}]} \qquad (4\text{-}13)$$

El procedimiento resulta simple cuando se ignora el último término de la ecuación (4-9). Si la demanda de cada artículo durante el tiempo t_1 es mucho mayor que 1 (al menos 10) y el número de artículos bajo control no es muy grande (20), entonces la exclusión del último término no produce mucho efecto en el valor de t_1. En este caso el valor de t_1 es:

$$t_1 = \left[\frac{2\ (A + \sum_{j=1}^{N} \frac{A_j}{\alpha_j})}{\sum_{j=1} h_j d_j \alpha_j} \right]^{1/2} \qquad (4\text{-}14)$$

El resto de los t_j se calcula de acuerdo a la ecuación $t_j = \alpha_j t_1$ para completar el paso 2.

Paso 3. En este paso se obtienen los valores para los niveles de ordenar S_j. Esto se logra eligiendo los valores de S_j de manera que mantengan los valores t_j determinados en el paso 2. Al valor de S_j se le permite variar de acuerdo al valor de b_j. El valor de S_j elegido para un valor dado β de b_j, es designado por el superíndice $S_j^{(\beta)}$. Cuando $b_j=0$ para $j = 1,2,\dots,N$, es conveniente la ordenacón independiente, esto es $S_j^{(0)}$ es tomada como:

$$S_j^{(0)} = s_j + d_j t_j \qquad (4\text{-}15)$$

En el otro extremo, si $b_j = 1$ para $j = 1,2,...,N$, la ordenación conjunta es apropiada. Bajo la ordenación conjunta todos los artículos son ordenados hasta el nivel S_j cada vez que una orden sea puesta. En este caso, el tiempo promedio entre dos ordenes es t_i para todos los artículos. En la práctica, el tiempo entre cualesquiera dos órdenes adyacentes será el tiempo en el cual uno de los N artículos alcance su punto de reorden s_j. Para asegurar que este tiempo es aproximadamente t_j, se escoge $S_j^{(i)}$ de acuerdo a la heurística

Prob[demanda para artículo j durante el tiempo

$$t_j \le S_j^{(i)} - s_j\ ] = \frac{n}{n+1} \qquad (4\text{-}16)$$

En términos de la función de distribución acumulativa de demanda F , para el artículo j durante el tiempo t_j

$$F_{t_j}(S_j^{(i)} - s_j) = \frac{n}{n+1} \qquad (4\text{-}17)$$

Por ejemplo, si la demanda del artículo j durante el tiempo t_j está norrmalmente distribuida con media 10 y desviación éstandar 4, y 8 artículos bajo control, entonces, la probabilidad Prob[$z \le 1.22$] = 8/9 = 0.889 (donde z está normalmente distribuida con media cero y varianza 1). El valor de $S_j^{(i)}$ se elige de tal forma que satisfaga

$$S_j^{(i)} - s_j = 10 + 4(1.22) = 14.88$$

Entonces, para el artículo j, para el cual b_j tiene un valor β

$$S_j^{(\beta)} = S_j^{(0)}(1-\beta) + \beta S_j^{(1)} \qquad (4\text{-}18)$$

Esto completa el paso 3.

Ahora se está en posición de justificar el último término en la ecuación (4-9). Para distribuciones de demanda normales $S_j^{(1)}$ - s_j varían en términos generales como $\mu(t_j) + [(n)^{1/2}\sigma_j(t_j)]/2.3$, donde μ_j y σ_j son la media y la desviación estandar de la demanda durante t_j, y $S_j^{(1)}$ es determinado por la ecuación (4-17). Entonces, por el empleo del hecho que $\sigma_j(t_j)$ es proporcional a la raíz cuadrada de t_j, $S_j^{(1)}$ puede variar como $d_j t_j + [\sigma_j(n\ t_j)^{1/2}]/2.3$. el inventario promedio puede variar como la mitad de $S_j^{(1)}$, o

$$\frac{1}{2}[\overline{d}_j t_j + \frac{(n)^{1/2}\sigma_j(t_j)^{1/2}}{2.3}]$$

Interpolando entre $b_j = 0$ y $b_j = 1$, el inventario promedio varía como

$$(1-b_j)(\frac{1}{2}\overline{d}_j t_j) + b_j(\frac{1}{2}\overline{d}_j t_j + \frac{1}{2}\frac{(n)^{1/2}\sigma_j(t_j)^{1/2}}{2.3})$$

$$= \frac{1}{2}\overline{d}_j t_j + \frac{b_j}{2}\frac{(n)^{1/2}\sigma_j(t_j)^{1/2}}{2.3}$$

Esto justifica el último término en la ecuación (4-9).

El paso 4 permite determinar las valores de c_j, $j = 1,2,\ldots,N$, la aproximación tomada en este trabajo relaciona a c_j con el nivel promedio de remanente R_j. En el remanente promedio de almacenamiento para el artículo j estará basado en el tiempo entre ordenes, para el artículo j

$$R_j = S_j - \overline{d}_j t_j \qquad (4\text{-}19)$$

Similarmente, una vez que el nivel de inventario para el artículo j entre a la zona de poder ordenar, es decir, esté abajo de c_j, el tiempo promedio hasta la próxima orden será $t_1/2$ o bien.

$$C_j - R_j = \overline{d}_j t_1/2 \qquad (4\text{-}20)$$

sustituyendo la ecuación (4-19) en la ecuación (4-20) se obtiene

$$c_j = S_j - \overline{d}_j(t_j - t_1/2) \qquad (4\text{-}21)$$

El procedimiento completo para determinar los parámetros de la política de poder ordenar, es el siguiente:

Paso 0. Recolectar los datos requeridos. Estos son n, A, L, σ_j, h_j, y A_j para cada artículo j, j = 1,2,...,N.

Paso 1. Determinar los s_j usando la ecuación (4-8), o alguna de las alternativas 1 a 3 vistas anteriormente.

Paso 2. Determinar t_1 usando la ecuación (4-13) o (4-15). Entonces encontrar el resto de los $t_j = \alpha_j t_1$.

Paso 3. Derivar S_j usando la ecuación (4-16), (4-17) y (4-18).

Paso 4. Calcular c_j de la ecuación (4-21).

A continuación se muestra el procedimiento con un ejemplo.

Ejemplo 4.2 Suponga que se tienen 10 artículos bajo control, el costo fijo de poner una orden es A = 70 u.m.; α = 0.95, L = 1/12 año. El resto de los datos se muestran en la tabla 4.3. Se supone que la demanda durante el tiempo de envío está normalmente distribuida con desviación estandar igual a la raiz cúbica de la demanda promedio por periodo.

Para mostrar el uso del algoritmo, se indican los pasos que se han seguido. Primero se calculan los valores de τ_j y α_j. Los valores de τ_j se determinan por medio de la ecuación (4-1), esto es:

$$\tau_j = [\ 2A_j\ /h_j\bar{d}_j\ ]^{1/2}$$

Por ejemplo, para el artículo A_1 se tiene

$$\tau_1 = [\,2x12/1.15x300]^{1/2} = 0.263752$$

El resto de los τ_j j = 2,3,...,10 se calculan de la misma forma.

Los α_j se determinan por medio de la relación $\alpha_j = \tau_j/\tau_1$, donde se toma τ_1 como el menor de los τ_j. Los resultados de estos cálculos se muestran en la tabla 4.4. Como puede observarse los artículos se han ordenado de acuerdo al valor de los τ_j en orden creciente, esto se hace por conveniencia para un manejo más fácil de los datos.

j	$\bar{d}_j$	$\sigma_j(\bar{d}_j)^{1/2}$	h_j	A_j
1	300	6.6843	1.15	12
2	130	5.0658	1.10	11
3	50	3.6840	1.00	13
4	75	4.2172	0.25	10
5	140	5.1925	0.30	9
6	155	5.3717	0.40	7
7	170	5.5397	0.45	8
8	250	6.2996	0.50	10
9	220	6.0338	0.90	10
10	135	5.0000	0.80	11

Tabla 4.3

El algoritmo continúa de la siguiente forma:

Paso 1. Se calcular los s_j por medio de la ecuación (4-8), esto es por:

$$F_L(s_j) = 1-\alpha$$

como la demanda tiene distribución normal, para un nivel de servicio al 95% se obtiene que

$$s_j = \mu_j+\sigma_j(1.645)$$

donde μ es la demanda media en el tiempo de envio L, y σ es la desviación estandar en el, mismo tiempo L, el cual es 1/12 de año. Por ejemplo, para j = 1, se tiene:

$$s_1 = \mu_1 + \sigma_1(1.645) = (250/12) + (2.7520)(1.645) = 25.359$$

Los restantes s_j, j = 2,3,...,10 se calculan de forma similar. los resultados se muestran en la tabla 4.5

j	art.	τ_j	α_j
1	A[illegible]	0.11268	1.00000
2	A_1	0.26375	2.34051
3	A_9	0.31782	2.82030
4	A_2	0.38223	3.48061
5	A_{10}	0.45134	4.00515
6	A_7	0.45733	4.05830
7	A_6	0.47520	4.21688
8	A_5	0.65465	5.80930
9	A[illegible]	0.72611	6.39908
10	A_4	1.03280	9.16493

Tabla 4.4

Paso 2. Se determinan los t_j. t_1 se determina por medio de la ecuación (4-15). Para poder determinar t_1, antes se deben obtener los valores de A_j/α_j, $h_j\overline{d}_j\alpha_j$, los cuales se muestran en la tabla 4.5. Entonces

$$t_1 = [\ 2(A + \Sigma\ A_j/\alpha_j)\ /\ \Sigma\ h_j\overline{d}_j\alpha_j\ ]^{1/2}$$

$$= [\ 2(70+32.883)/4718.8714\ ]^{1/2} = 0.2219$$

El resto de los t_j se obtiene por medio de la relación $t_j = \alpha_j t_1$.

Paso 3. Se derivan los S_j usando las ecuaciones (4-16), (4-18) y (4-19)

Primero se calculan los $S_j^{(0)}$ por medio de la ecuación (4-16)

$$S_j^{(0)} = s_j + \overline{d}_j t_j$$

Por ejemplo para $j = 1$

$$S_1^{(0)} = 25.358 + (55.15) = 80.839$$

j	art	$h_j d_j a_j$	A_j/a_j	t_j	s_j	$\overline{d}_j t_j$
1	A_8	125.00	10.000	0.2219	25.359	55.48
2	A_1	807.4760	5.1271	0.5194	29.81	155.82
3	A_9	558.419	3.5457	0.6258	22.36	137.82
4	A_2	947.7272	3.1804	0.7724	14.47	100.41
5	A_{10}	432.5582	2.7465	0.8887	14.83	119.98
6	A_7	310.4600	1.9713	0.9005	18.15	153.09
7	A_6	261.4466	1.6600	0.9360	15.78	145.09
8	A_5	243.9910	1.5492	1.2891	15.40	180.47
9	A_3	319.9530	2.0316	1.4200	6.81	71.00
10	A_4	171.8424	1.0911	2.034	9.028	152.55

Tabla 4.5

El resto de los $S_j^{(0)}$ se calculan de manera similar. A continuación se determinan los $S_j^{(1)}$ por medio de la ecuación (4-18), esto es por medio de:

$$S_j^{(1)} = s_j + \overline{d}_j t_j + \sigma(*)$$

donde (*) se determina de la siguiente forma. Se obtiene de tablas

$$\text{Prob[demanda para el art. } j \text{ en } t_j \le S_j^{(1)} - s_j \text{]} = n/(n+1)$$

donde n es el número de artículos. Ahora bien, dado que la demanda está distribuida normalmente y n = 10, de las tablas se tiene

$$\text{Prob[} Z \le 1.34 \text{]} = \frac{10}{11} = 0.9091$$

Por lo tanto (*) es igual a 1.34. Consecuentemente los $S_j^{(1)}$ se

j	art.	$S_j^{(0)}$	$S_j^{(1)}$	β_j	S_j	c_j
1	A_8	80.84	89.280	0.875	88.225	60.54
2	A_1	185.63	194.600	0.854	193.29	70.76
3	A_6	160.04	168.13	0.875	167.12	47.84
4	A_2	114.88	121.67	0.854	120.75	34.76
5	A_{10}	134.81	141.68	0.864	140.75	35.75
6	A_7	171.24	178.66	0.897	177.90	43.67
7	A_9	181.86	169.33	0.909	168.85	40.77
8	A_5	195.87	202.83	0.886	202.04	37.10
9	A_3	77.81	82.75	0.843	81.97	16.20
10	A_4	161.83	167.48	0.875	166.77	22.54

Tabla 4.6

determinan por medio de la siguiente relación:

$$S_j^{(1)} = s_j + \bar{d}_j t_j + \sigma_j(1.34)$$

Por ejemplo, para j = 1, se tiene:

$$S_1^{(1)} = 25.359 + 55.48 + 6.2998(1.34)$$

El resto de los $S_j^{(1)}$ se calculan de manera similar.

Para terminar éste paso se calculan los $S_j^{(F)}$ como se muestra a continuación:

$$S_j^{(F)} = S_j^{(0)}(1-\beta) + \beta S_j^{(1)}$$

donde $\beta = A/(A + A_j)$

Por ejemplo para j = 1. se tiene

$$S_1^{(F)} = (80.839)(1 - 70/80) + (70/80)(89.280) = 88.225$$

El resto de los cálculos de los S_j se muestran en la tabla 4.6..

Paso 4. Se calculan los c_j por medio de la ecuación (4-22), esto es.

$$c_j = S_j - \overline{d}_j(t_j - t_1/2)$$

Por ejemplo para $j = 1$, se obtiene

$$c_1 = 88.225 - 55.48 (0.2219 - 0.2219/2) = 60.54$$

El resto de los c_j se calculan de forma similar, los resultados se muestran en la tabla 4.6

Por último se hace el cálculo del costo total, mediante la ecuación (4-10). Haciendo los cálculos necesarios se tiene:

$$TC = \frac{1}{0.2219}(70 + 32.883) + (0.2219)\left(\frac{4178.8714}{2}\right) + [0.2219]^{1/2}\left(\frac{187.8906}{4.6}\right) = 946.5325 \text{ u.m.}$$

Interacción en los costos de materiales.

En este modelo se estudia la situación que se presenta cuando un proveedor ofrece un descuento sobre la cantidad ordenada. Por ejemplo, el caso cuando se ofrece una reducción fraccional δ en la facturación de los costos C, dado en unidades monetarias, si se totaliza al menos una cantidad de B unidades monetarias, o sea, C

$\geq B$. El costo total de envío de las mercancias será por tanto $C(1-\delta)$ si el descuento es aceptado.

El caso que será estudiado, es aquel en que la demanda es determinística. Supóngase que existen N artículos que son surtidos por un mismo proveedor. Cada artículo j tiene asociado un costo por ordenar A_j, un costo de almacenamiento por unidad de tiempo h_j, y una tasa promedio de demanda de D_j unidades por unidad de tiempo. Sea G un grupo de artículos de entre los N artículos, el tamaño de este grupo puede variar desde un sólo artículo hasta, posiblemente, todos los artículos. Para cualquier grupo, si la demanda D_j se supone conocida y constante, entonces, los costos de ordenar más los costos de almacenamiento son:

$$\frac{\Sigma A_j \Sigma D_j}{Q_a} + \frac{1}{2}\{\Sigma h_j D_j Q_a\} / \Sigma D_j$$

derivando respecto de Q_a e igualando a cero se obtiene

$$Q_a = \left[\frac{2 \Sigma A_j \Sigma D_j}{(\Sigma h_j D_j)/ \Sigma D_j} \right]^{1/2} \qquad (4\text{-}21)$$

Note que para obtener la ecuación (4-21) se ha supuesto un periodo único para los artículos del grupo G igual a T.

En cada una de las sumas se incluyen todos los artículos que constituyen el grupo G. El denominador bajo el radical es el costo ponderado de almacenamiento cuando todos los artículos en el grupo son ordenados conjuntamente. Entonces, para algún artículo j en G, su política de ordenar será:

$$Q_j = Q_a (D_j / \Sigma D_j) \qquad (4\text{-}22)$$

Ahora bien, para un grupo G dado, si los costos de facturación son $\Sigma C_j Q_j \geq B$, no es necesario hacer modificaciones. Pero si $\Sigma C_j Q_j = \alpha B$ con $\alpha < 1$, entonces debe recurrirse a los métodos donde se ofrecen descuentos en los precios de acuerdo al tamaño del lote económico ordenado, para determinar si la cantidad Q_a del grupo o una cantidad mejor Q_a/α, se requiere para obtener el descuento que hará el vendedor. Esto permite reducir el costo total por unidad de tiempo.

El problema real es determinar el conjunto S_a de grupos G para el cual cada uno y todos los articulos estén en exactamente un grupo. El número posible de conjuntos S_a que pueden ser formados, es por supuesto una cantidad muy grande que aumenta rapidamente en cuanto aumenta el número N de articulos bajo control.

Una aproximación razonable consiste en arreglar los N articulos en orden de acuerdo a sus lotes económicos, esto es, $Q_1 \leq Q_2 \leq . \ldots \leq Q_N$, y solamente los articulos que sean adyacentes en este sentido estarán en un grupo. Esto reduce enormemente el número de combinaciones que deben ser observadas en la práctica.

4.2 MODELOS QUE ADMITEN INTERACCION EN LOS RECURSOS.

En esta sección se estudian los modelos que admiten interacción en los recursos cuando se controlan varios artículos. Los modelos que se estudian reconocen la interacción entre los artículos que participan de una fuente común de recursos. Tales recursos incluyen capital, capacidad de almacenamiento, y capacidad en la distribución vehicular.

El hecho de que los artículos compartan los recursos, no tiene consecuencia sino hasta que la capacidad de los recursos es totalmente usada, es decir, hasta que los recursos son escasos. La capacidad finita de los recursos, entonces actúa como una restricción, sobre las acciones de ordenar.

El primer tipo de modelo que se considera, es uno en el que la restricción afecta a los niveles de inventario. Especificamente, supóngase que se tienen N artículos almacenados, cada artículo j tiene una tasa de demanda conocida D_j, un costo unitario de almacenamiento h_j por unidad de tiempo, y costos por materiales C_j. Todas las demandas son satisfechas, esto es, no se permite déficit. El tiempo de entrega (envío) es tomado como cero, es decir, la entrega es instantánea. El costo de ordenar es A_j por orden de cada artículo j.

La política para ordenar, consiste en ordenar Q_i unidades del artículo j cada vez que el nivel de almacenamiento de algún artículo se agote. Los artículos no tienen otra interacción que restricciones de la forma:

$$\sum_{j=1}^{N} \alpha_j Q_j \leq M \qquad (4-23)$$

Hay numerosas formas de aplicar la ecuación anterior. Por ejemplo, α_j puede ser el espacio requerido por unidad de articulo j almacenado y M la capacidad del almacén en metros cúbicos ó cuadrados. Como se puede observar, esto se puede aplicar a los medios de transporte de los articulos, o a la inversión $\alpha = 2C_j$ y haciendo M el limite superior de la inversión promedio. Si los articulos son producidos, en lugar de ser ordenados, α_j puede representar el tiempo requerido por unidad de articulo producido, y M el tiempo total para satisfacer una orden.

El costo promedio total por unidad de tiempo, que incluye los costos por almacenar y los costos por ordenar (los costos por material se excluyen por no ser afectados por Q_j) es:

$$CTP = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{hj \; Qj}{2} + \frac{Aj \; Dj}{Q_j} \right) \qquad (4\text{-}24)$$

El problema a resolver, consiste en determinar los valores de Q_j $j = 1.2,\ldots,N$ que minimicen el costo total promedio sujeto a la restricción (4-23). Este problema se resuelve medio de los multiplicadores de Lagrange:

$$f(Q) = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{hj \; Qj}{2} + \frac{Aj \; Dj}{Q_j} \right)$$

y

$$g(Q) = M - \sum_{j=1}^{N} \alpha_j \, Q_j \leq 0$$

la función lagrangeana que se usa $L = f(Q) - \lambda g(Q)$, esto es:

$$L = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{h_j \, Q_j}{2} + \frac{A_j \, D_j}{Q_j} \right) - \lambda \left(M - \sum_{j=1}^{N} \alpha_j Q_j \right) \qquad (4\text{-}25)$$

Derivando (4-25) con respecto a Q_j e igualando a cero y derivando (4-25) con repecto a λ e igualando a cero se obtiene el siguente conjunto de ecuaciones:

$$\frac{\partial L}{\partial Q_j} = 0 = \frac{h_j}{2} - \frac{A_j \, D_j}{Q_j^2} + \lambda\alpha_j \qquad j = 1...N \qquad (4\text{-}26)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 = M - \sum_{j=1}^{N} \alpha_j Q_j \qquad (4\text{-}27)$$

De la ecuación (4-26) se obtiene

$$Q_j = \left(\frac{2 A_j D_j}{h_j + 2 \alpha_j \lambda} \right)^{1/2} \qquad (4\text{-}28)$$

sustituyendo (4-28) en (4-27) se obtiene

$$\sum_{j=1}^{N} \alpha_j \left(\frac{2 A_j D_j}{h_j + 2 \alpha_j \lambda} \right)^{1/2} = M \qquad (4\text{-}29)$$

Por lo tanto, para obtener una solución. Primero debe determinarse λ en ecuación (4-29), posteriormente Q_j puede ser obtenido por medio de la ecuación (4-28). La solución de (4-29) es un tedioso proceso de ensayo y error. El funcionamiento de este modelo se muestra mediante el siguiente ejemplo:

Ejemplo 4.3 Una compañía ordena cinco artículos de una fuente, a un costo de 75 u.m. por orden puesta. Las tasas de demanda y los costos por ordenar y almacenar son dados de acuerdo a la tabla 4.7. El total de inversión está restringido a ser no mayor de 11500 u.m. Se desea determinar el costo mínimo de ordenar cantidades Q_j con $j = 1,2,\dots,5$.

Art. j	d_j	$c_j = \alpha_j$	A_j	h_j	Q_j
1	900	35	60	7	64.143
2	950	30	60	6	71.181
3	1000	40	60	8	63.246
4	1500	25	60	7	93.138
5	1750	20	60	5	112.917

Tabla 4.7

Se desea conocer los Q_j de tal forma que el costo de pedido sea mínimo. Entonces, como se observa la restricción para este problema es:

$$\sum_{j=1}^{5} c_j Q_j \leq 11500 \text{ u.m.}$$

Primero observe lo siguiente: Si los artículos son ordenados de acuerdo a su lote económico, Q_j, los resultados que se obtienen son:

$$Q_1 = \left[\frac{2 \times 60 \times 900}{7} \right]^{1/2} = 124.212$$

$Q_2 = 137.841$, $Q_3 = 122.475$, $Q_4 = 160.36$ y $Q_5 = 201.99$

De acuerdo a estos valores la inversión total es de al menos de 21,430.55 u.m. pero existe el problema que sólo se dispone de 11500 u.m. Por lo tanto este método no es aplicable.

Por medio de la solución propuesta por el método de multiplicadores de Lagrange, y de acuerdo a la ecuación (4-29) se debe resolver el siguiente sistema:

$$35\left[\frac{120(900)}{7 + 70\lambda}\right]^{1/2} + 30\left[\frac{120(950)}{6 + 60\lambda}\right]^{1/2} + 40\left[\frac{120(1000)}{8 + 80\lambda}\right]^{1/2} +$$

$$25\left[\frac{120(1500)}{7 + 50\lambda}\right] + 20\left[\frac{120(1700)}{5 + 40\lambda}\right] = 11500$$

Por ensayo y error se obtiene un valor de $\lambda = 0.2755$. Sustituyendo este valor de λ en la ecuación (4-28) se obtienen los valores de Q_j, los cuales se muestran en la tabla 4.7. Con estos valores se obtiene una inversión total de 11,499.89 u.m.

Otra fuente de interacción ocurre cuando los artículos en inventario son producidos por medio de una fuente común en una instalación con capacidad finita. Un prototipo de este tipo de interacción es estudiado en esta sección. Suponga que se producen N artículos en una instalación común. Cada artículo tiene una demanda conocida D_j, un costo de almacenamiento h_j por artículo por unidad de tiempo, y un costo por ordenar A_j, que para este caso es el costo de producir. El artículo j puede producirse a razón de P_j artículos por unidad de tiempo, además no se permite déficit.

Entre las expresiones utilizadas, se tiene la razón D_j/P_j como el porcentaje de la utilización de la máquina en producir el artículo j por unidad de tiempo. Por lo tanto, su suma indica el uso total en la producción de todos los artículos. El objetivo principal, es determinar los tiempos t_j entre corridas de producción de grupos de cada artículo j, y así determinar el tamaño del grupo Q_j de tal forma que los costos sean minimizados.

Una sencilla aproximación es producir cada artículo j de acuerdo a su lote económico de producción (EPQj), esto es:

$$EPQ_j = [\frac{2AjDj}{h_j}]^{1/2}[\frac{Pj}{P_j - D_j}]^{1/2} \qquad (4\text{-}32)$$

El tiempo para producir un grupo de tamaño EPQj es $EPQj/P_j$. El tiempo entre corridas de producción para el artículo j es EPQ_j/D_j. Apoyándose en los resultados del caso con interacción en los costos por ordenar, en particular en el modelo determinístico, donde cada artículo j fué ordenado en una cantidad tal que durante un tiempo múltiplo entero $[\alpha_j]$ del tiempo base t_1. El uso de múltiplos enteros asegura que ningún artículo se agote antes de que se inicie el nuevo período de producción, $\alpha_j = \tau_j/\tau_1$ y $[\alpha_j]$ se cálculan como antes. El objetivo es determinar t_1 a partir de la función TC, la cual consiste de los costos fijos y costos de almacenamiento, esto es:

$$TC = \sum_{j=1}^{N} (\frac{Aj}{t_j} + \frac{1}{2} h_j \frac{Pj - Dj}{P_j}) \qquad (4\text{-}33)$$

donde $(P_j - D_j)/P_j$ es el flujo del artículo j que va al almacén.

Usando la ecuación (4-3), sustituyendo en (4-33) proporciona:

$$TC = \frac{1}{t_1}\sum_{j=1}^{N}\frac{A_j}{[\alpha_j]} + \frac{t_1}{2}\sum_{j=1}^{N} h_j D_j [\alpha_j]\frac{P_j - D_j}{P_j}$$

derivando parcialmente TC con respecto a t_1 e igualando a cero, se obtiene:

$$t_1 = \left[\frac{2\sum A_j/[\alpha_j]}{\sum_{j=1} h_j D_j \frac{P_j - D_j}{P_j}[\alpha_j]}\right]^{1/2} \qquad (4\text{-}34)$$

Los t_j restantes se calculan como $t_j = \alpha_j t_1$, $j = 1,2,\ldots,N$. Se Designa Q_j y Π_j al tamaño del grupo y los tiempos de producción para la corrida de un grupo de artículos j respectivamente. Se define como **patrón de ciclo de tiempo**, la longitud de tiempo entre repeticiones de corridas de secuencia de producción idénticas o patrones. El patrón de ciclo de tiempo es t_1 veces el mínimo común múltiplo de $[\alpha_j]$. Un patrón de producción es una secuencia de artículos numerados en la que el número de artículos, de cada artículo j aparece n_j veces, donde n_j es igual al patrón de ciclo dividido por $[\alpha_j]$. Esto es, n_j es el número de veces en que el artículo j se produce durante un patrón de ciclo de tiempo. También se define durante cada patrón de ciclo de tiempo, el tiempo ocioso de máquina como I. Este tiempo I, es la diferencia entre el patrón de ciclo de tiempo y el tiempo total productivo por ciclo, es decir, $\Sigma(n_j\Pi_j)$.

El patrón debe ser tal que arregle los números de artículos de tal forma que grupos sucesivos del mismo sean corridos aproximadamente en espacios iguales en el tiempo. La inclusión del tiempo ocioso de la máquina puede ser acomodada para lograr este propósito.

Este procedimiento termina cuando se encuentra su costo total por unidad de tiempo. Este costo es la suma de los costos de ordenar más los costos por almacenamiento para cada uno de los N artículos. Representando el inventario promedio para el artículo j por $\overline{Y}_j$ se tiene:

$$TC = \sum_{j=1}^{N} [\frac{A_j}{t_j} + h_j \overline{Y}_j] \qquad (4\text{-}35)$$

Para determinar el inventario promedio es necesario reconocer que el nivel de inventario de un artículo no necesariamente desciende a cero antes de la producción de cada grupo. Esto se cumple a intervalos de tiempo desiguales entre grupos de corridas sucesivas de cada artículo. Generalmente el nivel de inventario tiende a cero solamente antes del inicio de la corrida de la producción de un grupo de algún artículo. En este caso se define a $\overline{Y}_{rj}$ como la entrega promedio residual, entendiéndose como el nivel promedio de inventario del artículo j inmediatamente antes de iniciar la corrida de un grupo. Por lo tanto, el nivel promedio de inventario $\overline{Y}_j$, queda expresado como:

$$\overline{Y}_j = \frac{Q_j}{2} [\frac{P_j - D_j}{P_j}] + \overline{Y}_{rj} \qquad j = 1,2,\ldots,N$$

y así se puede calcular el costo total TC.

4.3 MODELOS QUE RECONOCEN INTERACCION EN LA DEMANDA.

El tercer y último modelo de artículos múltiples que va a ser analizado en este capítulo es el que reconoce cierto tipo de interacción en la cantidad demandada de los artículos. El tipo de interacción que se analiza, involucra los efectos de la demanda de un artículo en la demanda de otro. El tipo de interacción se refiere al caso en que las demandas están correlacionadas. Esta correlación surge de la existencia de opciones, las cuales se reconocen básicamente de dos tipos. El primer tipo es una alternativa de opciones, esto es, una u otra opción. Un claro ejemplo es la elección del color de un automóvil nuevo. El segundo tipo es la opción adicional. Un ejemplo es la adición de un equipo especial en el nuevo automóvil.

El objetivo de estos modelos es determinar la demanda adecuada para cada artículo dado el tipo de interacción que se presenta, esto se desarrolla de la siguiente forma:

Considere el modelo de revisión periódica, para reflejar la sustitución de la demanda de dos artículos. Todo artículo j (j = 1,2) es surtido nuevamente hasta el nivel S_j al comienzo de cada período. La demanda D_j obedece a una función de distribución de probabilidad $f_j(D_j)$. Los costos de almacenamiento son h_j u.m. por unidad de tiempo. Los costos por déficit son P_j u.m. por unidad, por unidad de tiempo.

Si el artículo 1 se agota, entonces una fracción f_{12}, $0 \leq f_{12} \leq 1$, de la demanda insatisfecha se puede satisfacer proporcionando la misma cantidad del artículo 2, siempre que éste artículo esté disponible. La fracción f_{21} se define de la misma manera. Entonces, si el artículo 1 se agota, la demanda del artículo 2 será $D_2 + f_{12}(D_1-S_1)$, la cual se satisface sujeta a la disponibilidad de almacenamiento.

Sean $S_1^*(f_{12}, f_{21})$ y $S_2^*(f_{12}, f_{21})$ los valores mínimos de costo de S_1 y S_2 para valores específicos de f_{12} y f_{21}. También se define $S^*(f_{12}, f_{21}) = (S_1^*(f_1,f_2), S_2^*(f_{12}, f_{21}))$. Si $f_{12} = f_{21} = 0$, no existe sustitución posible. En este caso, los artículos no tienen interacción en la demanda. Si $f_{12} = 1$ y $f_{21} = 0$, entonces el artículo 2 será sustituto completamente del artículo 1. En este caso, el artículo 1 no necesita ser almacenado. Entonces $S_2^*(1, 0)$ puede ser encontrado a partir de las demandas agregadas, esto es, $D = D_1+D_2$. El caso $f_{21} = 1$ puede ser obtenido de la misma manera. La figura 5.6 muestra las tres soluciones indicadas en estos puntos. Claramente $S_1^*(0, 1) = S_1^*(1, 0)$ y $S_2^*(0,1) = S_1^*(1,0)$. También si $f_{12} = f_{21} = 1$, entonces cualquier solución en el segmento de la línea recta entre $S^*(0,1)$ y $S^*(1,0)$ es óptimo, es decir, de costo mínimo.

Las soluciones $S^*(0,0)$, $S^*(0,1)$ y $S^*(1,0)$ como se observa, están en los puntos extremos del triángulo. Esto suguiere que la solución para cualquier valor de f_{12} y f_{21} debe estar dentro de la región del triángulo. El siguiente algoritmo heurístico proporciona una solución de este tipo.

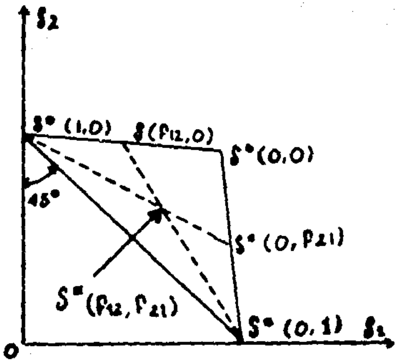


Figura 4.6

Sea $S^{*}(f_{12},0) = S^{*}(0,0) + f_{12}[S^{*}(1,0) - S^{*}(0,0)]$ (4-47)

$S^{*}(0,f_{12}) = S^{*}(0,0) + f_{21}[S^{*}(0,1) - S^{*}(0,0)]$ (4-48)

Sea $S^{*}(f_{12},f_{21})$, la intersección de los dos segmentos de línea $(S^{*}(f_{12},0),\ S^{*}(0,1))$ y $(S^{*}(0,f_{21}),\ S^{*}(1,0))$. (observe los segmentos de línea punteada en la figura), de donde se obtiene

$S^{*}(f_{12},f_{21}) = S^{*}(f_{12},0) + \alpha[S^{*}(0,1) - S^{*}(f_{12},0)]$ (4-49) o bien:

$$S^*(f_{12},f_{21}) = S^*(0,f_{21}) + \beta[S^*(1,0) - S^*(0,f_{21})] \qquad (4\text{-}50)$$

donde:
$$\alpha = (f_{21} - f_{12}f_{21})/(1 - f_{12}f_{21})$$
$$\beta = (f_{12} - f_{12}f_{21})/(1 - f_{12}f_{21})$$

Esto es una forma de interpolación lineal.

Ejemplo 4.4 Dos productos tienen distribución de demanda de tipo Poisson con media 6 por periodo. El costo de almacenamiento es de 1 u.m. por unidad almacenada, por unidad de tiempo. El costo por déficit es p = 49 u.m por unidad de tiempo. Se hace prueba de tres casos de fracciones de sustitución, (a) $f_{12} = f_{21} = 0.5$ (b) $f_{12} = 0.6$, $f_{21} = 0$ y (c) $f_{12} = 0.75$, $f_{21} = 0$.

Los puntos extremos se obtienen como sigue:

$$F(S_1^*) = F(S_2^*) = \frac{p}{p + h} = \frac{49}{50} = 0.98$$

para $f_{12} = f_{21} = 0$, la demanda promedio es de 6 unidades por periodo. Usando tablas de ditribución de Poisson, se tiene. $S_1^*(0,0) = S_2^*(0,0) = 11$. Si $f_{12} = 1$ o $f_{21} = 1$, entonces la demanda agregada es de 12 unidades por periodo, que da un resultado de $S_1^*(0,1) = S_2^*(1,0) = 19$. Por supuesto que en este caso $S_1^*(1,0) = S_2^*(0,1) = 0$. Por lo que las tres esquinas del triángulo son $S^*(0,0) = (11,11)$, $S^*(0,1) = (19,0)$ y $S^*(1,0) = (0,19)$.

Para el caso (a), usando las ecuaciones (4-47) y (4-48)

$$S^*(0.5,0) = (11,11) + 0.5[\ (0,19) - (11,11)\ ] = (5.5,13)$$

$$S^*(0,0.5) = (11,11) + 0.5[\ (19,0) - (11,11)\ ] = (15,0.5)$$

α y β serán

$$\alpha = (0.5 - 0.5\times0.5)/(1 - 0.5\times0.5) = 1/3 = \beta$$

La intersección de los puntos está dada por

$$S^*(0.5,0.5) = (5.5,13)+1/3\ [\ (19,0) - (5.5,13)\ ] = (10,10)$$

Para el caso (b), $f_{12} = 0.6$, $f_{21} = 0$

$$S^*(0.6,0) = (11,11) + 0.6[\ (0,19) - (11,11)\ ] = (4.4,15.8)$$

con $\alpha = \beta = 0$.

Para el caso (c) $f_{12} = 0.75$, $f_{21} = 0$ se tiene:

$$S^*(0.75,0) = (11,11) + 0.75[\ (0,19) - (11,11)\ ] = (2.75,\ 17)$$

Es posible hacer la extensión del método presentado a más de dos artículos, pero los cálculos se incrementan rápidamente en cuanto el número n de artículo se incrementa. Para el caso de tres artículos, la solución se puede obtener por interpolación de cuatro puntos extremos de un tetraedro: $S^*(0,0,0)$, $S^*(0,0,1)$, $S^*(0,1,0)$ y $S^*(1,0,0)$.

CAPITULO V

CONTROL DE INVENTARIOS EN MULTIESTADOS

En este capítulo se analiza el problema asociado con el control coordinado de inventario para múltiples artículos. Como se mostró en el capítulo anterior la única razón para el control coordinado, es que existen interacciones entre los artículos controlados. En este capítulo la interacción a estudiar es la oferta-demanda que existe entre los artículos.

Es importante reconocer en principio, que la relación oferta-demanda puede existir entre dos artículos físicamente idénticos. Tal es el caso de los frijoles que pueden ser almacenados en una fábrica de conservas, el almacén regional y en supermercados. Por supuesto, la relación oferta demanda existe en dos sentidos, en este caso, por consideración a la discusión de que los inventarios de un almacén y el supermercado están bajo un control común, mientras que el inventario de la fábrica está bajo un control enteramente diferente. En este caso se dirá que la fábrica es un surtidor externo. El almacén entonces presenta una situación de oferta externa y demanda interna. En general demandas y ofertas internas están bajo un mismo control. Además, a lo largo de este capítulo los artículos que tengan relación interna oferta-demanda serán considerados distintos, aunque ellos sean físicamente idénticos. Artículos bajo control común, entre los cuales existe la relación interna oferta-demanda, se dice que pertenecen a ciertos estados. Un estado es considerado como una etapa, normalmante se tienen varios estados (N>3) bajo un control común. El sistema almacén-supermercado es un sistema de dos estados.

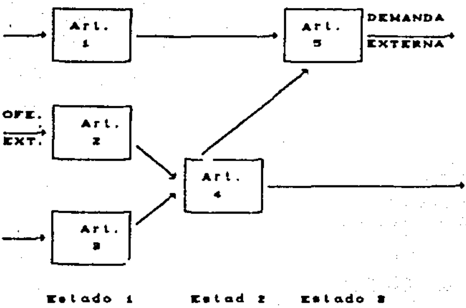
La figura 5.1 ilustra varias nociones que son usadas en este capítulo. Se tienen cinco artículos en tres estados. Las flechas representan el flujo del material. Como se observa, no todo el material necesita pasar cada estado (el flujo del artículo 1 al 5 muestra esto). Los artículos para que existe demanda externa serán de venta al menudeo. Incluso ellos pueden no ser almacenados en el sentido normal, por ser los que posteriormente se venderán al consumidor, y que no son requeridos para uso interno. Los artículos que no son al menudeo serán llamados de venta al por mayor. Los artículos al mayoreo no son artículos que tienen un precio de venta al mayoreo, en efecto, ellos no están en venta en ese contexto, pues son usados en el proceso interno. En la figura 5.1, los artículos 1,2 y 4 son de venta al mayoreo.

Cada relación de oferta-demanda interna está asociada con un artículo predecesor y un artículo sucesor. Entonces, el artículo 2 preceda al 4, y el artículo 4 sucede al 2. Las demandas y ofertas externas no establecen relaciones de precedencia o sucesión. Si cada artículo en una red de inventarios tiene a lo más un sucesor la red se llama red enlazada. La figura 5.1 es enlazada. Esta estructura es común en ensambladoras. No es difícil imaginarse que los artículos 1,2 y 3 en la figura 5.1 pueden ser materias primas, el artículo 4 un subensamble y el artículo 5 un producto terminado. La venta al menudeo (externa) para el artículo 3 puede aumentarse si es demandado como una parte separada. Una situación inversa es aquella en la que cada artículo en la red tiene a lo más un predecesor, en tal caso la red será llamada de absorción. Una estructura de absorción, es común en la distribución de artículos donde se tiene un sólo punto de producción y clientes geográficamente dispersos.

Un tipo especial de red de multiestados, es una estructura en la cual se tiene una red en serie.En una red en serie, cada artículo tiene a lo más un predecesor y a lo más un sucesor.

En este caso, si se tienen m artículos, entonces se tendrán también m estados. Un requerimiento adicional usualmente asociado con redes en serie, es que solamente el primer artículo es externamente ofrecido, y solamente el m-ésimo artículo es de demanda al menudeo. Este requerimiento también es impuesto aquí, tal como aparece en la figura 5.2.

La siguiente notación es usada en adelante. En este capítulo, se asume que hay m artículos y n estados. Cada artículo j, j = 1,2,...m, tiene una demanda externa conocida durante el período t de D_t^j para t = 1,2,...,n, donde n puede ser considerado como el número de períodos de tiempo que constituyen el horizonte de planeación. Para cada artículo j (j = 1,2,...m), sea A(j) el conjunto de predecesores y B(j) el conjunto de sucesores, de acuerdo con esto en la figura 5.1 A(4) = { 2,3 } y B(4) = {5}.



Figua 5.1

Denotando la cantidad ordenada del artículo j (comprada o producida) al comienzo del período t por $x_t^j \geq 0$, y el nivel de inventario del artículo j (cantidad en existencia al final del período t) por y_t^j. El número de unidades del artículo j que deben ser ofrecidos para satisfacer una unidad de demanda del artículo k $[k \in B(j)]$, se asume es g_{jk}. Cuando los estados están en diferentes localizaciones para el mismo artículo, entonces $g_{jk} = 1$. Finalmente, se asume que el tiempo de envío que transcurre entre la puesta de una orden del artículo j y la recepción de ésta en el almacen está dado por $L(j) \geq 0$, donde $L(j)$ es un entero. Entonces una relación fundamental que debe satisfacerse es:

$$Y_t^j = Y_{t-1}^j + X_{t-L(j)}^j - \sum_{k \in B(j)} (g_{jk} X_t^k) - D_t^j \qquad (5\text{-}1)$$

El requerimiento r_t^j para el artículo j en el período t, se define como la suma de demandas internas y externas en el período t.

$$r_t^j = \sum_{k \in B(j)} (g_{jk} X_t^k) + D_t^j \qquad (5\text{-}2)$$

Sustituyendo la ecuación (5-2) en (5-1) produce la realción

$$Y_t^j - Y_{t-1}^j = X_{t-L(j)}^j - r_t^j \qquad (5\text{-}3)$$

Lo cual es una forma de decir que el cambio en el nivel de inventario de un período al próximo es igual a lo que se recibe menos los requerimientos. Claramente los niveles de inventarios pueden ser negativos, representando requerimientos insatisfechos. Tales requerimientos son órdenes atrasadas hasta que ellos puedan ser satisfechos.

5.1 EL COMPORTAMIENTO DE INVENTARIOS EN MULTIESTADOS.

Cuando existe alguna relación oferta-demanda entre artículos bajo un control común, ocurren algunos fenómenos que pueden no ocurrir en el caso de un estado singular. Este tipo de fenómenos se ilustrarán por medio del siguiente ejemplo, en el que interviene una red en serie.

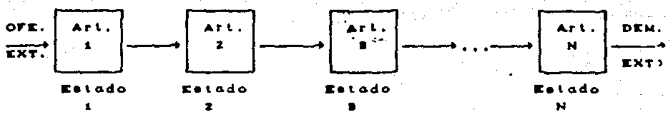


Figura 5.2

ejemplo, en el que interviene una red en serie.

Ejemplo 5.1. Considérese una red en serie, en la que intervienen tres artículos bajo control común. Suponga que se requiere una unidad de oferta para una unidad de demanda, esto indica que $g_{jk} = 1$ para todo j, k. La regla de decisión es tal que se intenta satisfacer totalmente los requerimientos y mantener en existencia 12 unidades de seguridad para casos imprevistos de producción o problemas de oferta. Entonces, la regla de ordenar es:

$$X_t^j = X_{t-1}^{j+1} + \frac{1}{2}(12 - Y_{t-1}^j) \qquad j = 1,2,3 \qquad (5\text{-}4)$$

donde $X_t^4 = D_t$ para toda t. El valor de X_t^j se redondea a un entero. Esta regla puede no ser la más efectiva, pero se utiliza para mostrar algunas características del control de inventario en multiestados. La ecuación anterior (5-4) supone que un periodo de tiempo transcurre entre la ocurrencia de un requerimiento X_t^{j+1} y el conocimiento de ésta al nivel precedente j. Entonces X_t^j en la ecuación (5-4) depende de X_{t-1}^{j+1}, no de X_t^{j+1}. Asumiendo que hay retraso en dos periodos, entre la puesta de cualquier orden y la recepción de la misma. La ecuación (5-3) es en este caso:

$$y_t^j = y_{t-1}^j + x_{t-2}^j - x_t^{j+1} \qquad j = 1,2,3 \qquad (5\text{-}5)$$

Para un horizonte de planeación de 25 periodos, con la demanda mostrada en la tabla 6.1, se obtienen los valores para x_t^j, y_t^j con $j = 1,2,3$ y $t = 1,2,\ldots,25$. Para mostrar el uso de las ecuaciones (5-4) y (5-5) se aplican éstas al periodo 17. Entonces

$$x_{17}^3 = x_{16}^4 + \frac{1}{2}(12 - y_{16}^3) = 8 + 0.5(12 - 9) = 9.5$$

redondeando $x_{17}^3 = 10$

$$y_{17}^3 = y_{16}^3 + x_{15}^3 - x_{17}^4 = 9 + 14 - 7 = 16$$

$$x_{17}^2 = x_{16}^3 + \frac{1}{2}(12 - y_{16}^2) = 13 + 0.5(12 + 5) = 21.5$$

redondeando $x_{17}^2 = 22$

$$y_{17}^2 = y_{16}^2 + x_{15}^2 - x_{17}^3 = -5 + 18 - 10 = 3$$

$$x_{17}^1 = x_{16}^2 + \frac{1}{2}(12 - y_{16}^1) = 23 + 0.5(12 + 22) = 40$$

$$y_{17}^1 = y_{16}^1 + x_{15}^1 - x_{17}^2 = -22 + 18 - 22 = -26$$

Estos resultados se muestran en la tabla 5.1. El resto de la tabla se elabora de la misma forma.

En este ejemplo, deliberadamente la demanda se mantiene constante durante los primeros 10 periodos y variable en el resto. Una gráfica del comportamiento de la demanda y los niveles de

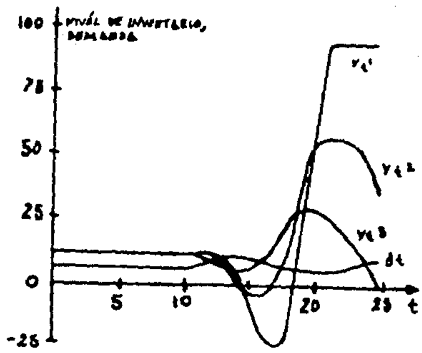


Figura 5.3

inventario se muestran en la figura 5.3. Son de gran interés las fluctuaciones del nivel de inventario. Como puede observarse, cuando la demanda es constante, el nivel de inventario también es constante, y cuando la demanda varía también lo hace el nivel de inventario. Sin embargo, los niveles de inventario tienen una mayor variación, y entre mayor sea en número de niveles mayores son las fluctuaciones. Por lo tanto, un sistema de control de inventarios de multiestados puede exhibir un comportamiento inestable, aún cuando existan pequeñas variaciones en la demanda.

Las magnitudaes de las oscilaciones en el sistema de multiestados dependen de las políticas usadas para ordenar, el número de niveles y las longitudaes de tiempo de envío en el sistema. La distribución de los tiempos de envío disminuyen las magnitudes de las oscilaciones que ocurren en el sistema, produciendo que éste se estabilice. Los tiempos de envío son de particular importancia, pues estos tienden a provocar un amontonamiento en el sistema multiestados. El siguiente ejemplo

t	1	2	...	9	10	11	12	13	14	15	16
D_t	6	6		6	6	7	8	9	10	9	8
X_t^3	6	6	...	6	6	6	8	10	12	14	13
Y_t^3	12	12	...	12	12	11	9	6	4	5	9
X_t^2	6	6	...	6	6	6	6	9	13	18	23
Y_t^2	12	12	...	12	12	12	10	6	0	5	-5
X_t^1	6	6	...	6	6	6	6	8	11	18	29
Y_t^1	12	12	...	12	12	12	12	9	2	10	-22

t	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D_t	7	6	5	4	5	6	7	8	9
X_t^3	10	5	2	0	0	0	2	7	12
Y_t^3	16	23	28	29	26	20	13	5	2
X_t^2	22	15	1	0	0	0	0	0	0
Y_t^2	3	21	41	56	57	57	55	48	36
X_t^1	40	41	27	0	0	0	0	0	0
Y_t^1	-28	-12	27	68	95	95	95	95	95

Tabla 5.1 Demandas, cantidades, y niveles de inventario

ilustra el efecto de variar algunos tiempos de envío del sistema.

Ejemplo 5.2 En el ejemplo 5.1, se supuso que el tiempo de envío para entrega de órdenes es de dos periodos, en este caso se hace una reducción de este tiempo a un periodo. Entonces la ecuación (5-5) toma la forma:

$$y_t^j = y_{t-1}^j + X_{t-1}^j - X_t^{j+1} \qquad j = 1,2,3 \qquad (5\text{-}6)$$

Aplicando las ecuaciones (5-4) y (5-6) a las demandas del ejemplo 5.1, tal como en el ejemplo anterior se obtienen los datos mostrados en la tabla 5.2. Las gráficas correspondientes a la demanda y niveles de inventario se muestran en la figura 5.4. Como se puede observar el reducir el tiempo de envío, se ha reflejado en una reducción en las fluctuaciones de los niveles de inventario. Además, al primer estado le corresponde la mayor fluctuación. Reducciones posteriores pueden lograrse tomando el tiempo de entrega L = 0, y cambiando la regla de decisión $X_t^j = X_t^{j+1} + (1/2)(12 - y_{t-1}^j)$ $j = 1,2,3$.

Las fluctuaciones en los niveles de inventario no siempre son indeseables, éstas son inducidas en algunas ocasiones por ejemplo:

Ejemplo 5.3 Suponga nuevamente que se tienen tres artículos en una red de inventarios en serie, en la cual $g_{j,j+1} = 1$ para $j = 1,2,3$. Se tiene demanda externa para el artículo 3, a una razón constante y conocida, de 2 unidades por período. A causa de consideraciones en el tamaño del lote económico, se ha decidido que los artículos 1,2 y 3 sean ordenados en grupos de 24 , 12 y 4 respectivamente (a causa de este valor tan alto, el artículo j+1 es ordenado en cantidades menores que el artículo j). El tiempo de envío se toma como L = 1 para todo j. El tiempo oportuno para poner el resto de órdenes debe ser especificado. Una situación posible aparece en la tabla 5.3 (a). En ésta la medida del tiempo

t	1	2	...	9	10	11	12	13	14	15	16
D_t	6	6	...	6	6	7	8	9	10	9	8
X_t^3	6	6	...	6	6	6	8	10	11	12	10
Y_t^3	12	12	...	12	12	11	9	8	8	10	14
X_t^2	6	6	...	6	6	8	8	9	13	15	16
Y_t^2	12	12	...	12	12	12	10	6	4	5	10
X_t^1	6	6	...	6	6	6	6	8	13	19	22
Y_t^1	12	12	...	12	12	12	8	5	0	-2	1
t	17	18	19	20	21	22	23	24	25		
D_t	7	6	5	4	5	6	7	8	9		
X_t^3	7	5	3	2	2	4	7	10	11		
Y_t^3	17	18	18	17	14	10	7	6	7		
X_t^2	11	4	0	0	0	0	1	8	15		
Y_t^2	19	25	26	24	22	18	11	2	-1		
X_t^1	22	11	0	0	0	0	0	0	0		
Y_t^1	12	30	41	41	41	41	40	32	17		

Tabla 5.2 Demandas, cantidades y niveles de inventario.

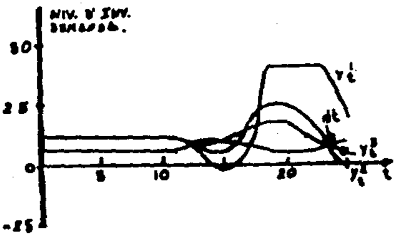


Figura 5.4 Comportamiento de la demanda y nivel de inventario en el tiempo

para poner una orden en cada nivel es tomada sin considerar la relación con otros estados. En contraste la tabla 5.3 (b) ilustra los resultados obtenidos si se tiene cuidado al tomar la decisión de cuándo ordenar en cada estado. En particular, la toma del tiempo oportuno de cada orden en el estado j es demorado deliberadamente para que la llegada de la orden coincida con un requerimiento positivo X_{i}^{j+1}. En general, el principio del momento oportuno de tiempo de envío es definido como sigue: Una orden jamás será hecha de tal forma que llegue antes de que la última porción de una orden sea requerida. Entonces, el momento oportuno en la tabla 5.3 (b) conforma el principio del momento oportuno del tiempo de envío. Este principio permite que para un tamaño de lote económico dado, y dada la estipulación de que no se permite déficit planeado, se obtiene el mínimo nivel de inventario. Este principio será usado en el resto del capítulo.

5.2 PLANEACION DE REQUERIMIRNTOS DE MATERIAL (M R P).

Los conceptos discutidos en esta sección son de casi todas las facetas de la planeación de requerimientos de material MRP, para el contlol de inventarios, incluyen, puntos de reorden, tamaño de lote y control computarizado. No obstante, los conceptos son fusionados de tal forma que se puede determinar, cuándo y cuánto ordenar para cada artículo cuando se controlan muchos artículos en la estructura de multiestados. Los requerimientos para un artículo son tomados como la suma de las demandas internas

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
D_t	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
X_t^3	4	0	4	0	4	0	4	0	4	0	4	0	4
Y_t^3	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0
X_t^2	12	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	12
Y_t^2	0	12	8	8	4	4	0	12	8	8	4	4	0
X_t^1	0	0	0	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Y_t^1	0	0	0	0	24	24	12	12	12	12	12	12	0

Tabla 5.8 a)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
D_t	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
X_t^3	4	0	4	0	4	0	4	0	4	0	4	0	4
Y_t^3	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0	2	0
X_t^2	0	12	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0
Y_t^2	0	0	8	8	4	4	0	0	8	8	4	4	0
X_t^1	24	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	24
Y_t^1	0	12	12	12	12	12	12	0	0	0	0	0	0

Tabla 5.8 b)

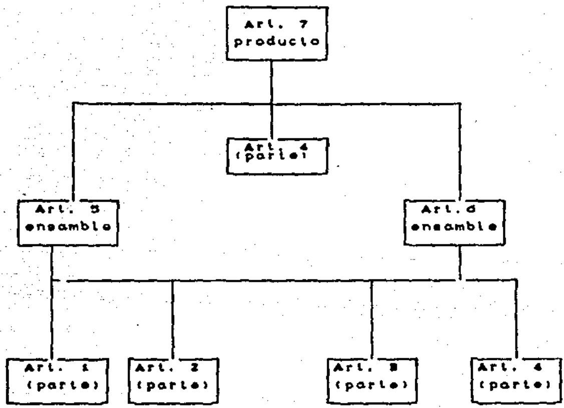
más las demandas externas. Los requerimientos son tomados de tal forma que se agregan en periodos de tiempo (semanas días) llamados bloques de tiempo. La duración de tiempos cubiertos por dichos bloques son extendidos desde el tiempo corriente hasta el final del horizonte de planeación. Entonces, cada bloque de tiempo y para cada artículo, los requerimientos para el artículo están planeados por la determinación de un número r_t^j definido por:

$$r_t^j = \sum_{k \in B(j)} (g_{jk} X_t^j) + MPS_t^j \qquad (5\text{-}7)$$

La ecuación (5-7) es una modificación de la ecuación (5-2). El término del lado derecho será explicado posteriormente. Los bloques de tiempo t no tienen que ser de la misma longitud. De la ecuación (5-7) se puede observar que los requerimientos pueden ser planeados sólo porque las órdenes son planeadas. Esta es la característica distintiva del MRP.

Antes de elaborar la aplicación del MRP, es conveniente describir los mecanismos de aproximación usados. Se utiliza un ejemplo para ilustrar los conceptos involucrados:

Ejemplo 5.4 Supóngase que un artículo (artículo 7) tiene la red multiestados mostrada en la figura 5.5. Se requieren dos ensambles para el producto (artículo 7) además de un repuesto (artículo 4) que acompaña a cada artículo terminado. Un ensamble requiere cinco partes, cuatro de las cuales son idénticas (artículo 2). El otro ensamble requiere de dos partes. Toma una semana en preparar cada uno de los ensambles componentes, también toma una semana preparar el producto final (es decir, ensamblarlo, probarlo y empacarlo) dados los ensambles. Los artículos 1 y 2 normalmente se pueden obtener sin retraso en la entrega, pero los artículos tres y cuatro requieren de dos semanas entre la puesta de la orden y la recepción de ésta. El artículo 5 tiene además una demanda externa a razón de 6 a 8 (promedio de 7) unidades por semana para ser usados en otro producto. La política es mantener el almacén suficientemente lleno para que sea capáz de expedir la demanda al cliente sin retarso en la entrega. La demanda del producto es estable en 10 unidades a la semana. En el artículo 1



Figra 5.5

se ha tenido un problema en la calidad, 10% de sus unidades tienen defecto y por tanto son regresadas al vendedor, que las reemplaza sin costo adicional.

El estado del inventario actual para cada articulo es el siguiente:

Articulo	1	2	3	4	5	6	7
Existencia	16	0	20	-7	5	6	0

El problema es determinar el tiempo de ordenar, así como la cantidad de cada uno de los articulos. El MRP requiere que para cada articulo terminado se tenga un itinerario de producción maestro (MPS). El MPS, es una exposición (estado de cuentas) del número MPS_t^j de cada artículo j, el cual se planea esté diponible para satisfacer la demanda externa en cada intervalo de tiempo t. Dada la información en el ejemplo 5.4, un MPS razonable para cada artículo aparece en la tabla 5.4:

t	1	2	3	4	5	6	7
MPS_t^5	7	7	7	7	7	7	7
MPS_t^7	10	10	10	10	10	10	10

Tabla 5.4

Como se observa, el MPS satisface únicamente la porción de demanda externa del total de requerimientos para el artículo 5. Esto dá la explicación al último término del lado derecho de la ecuación (5-7). El corazón del proceso MRP, es un cálculo aritmético llamado red. Los cálculos de red involucran aplicaciones repetidas de las ecuaciones (5-7) y (5-3) junto con una tercera relación llamada la relación red.

Los requerimientos netos en un periodo t son aquellos que pueden ser satisfechos por unidades en existencia o por recepciones programadas. (5-8)

Los cálculos, se realizan generalmente en una computadora, y son habitualmente desplegados en forma tabular para cada artículo y para cada bloque de tiempo en el horizonte de planeación. La tabla 5.5 muestra los cálculos de red para el artículo 7. Los cálculos son realizados de arriba hacia abajo. La columna P.D.

Periodo t semana	PD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
grueso de requerimientos r^7_t		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Recepc. Planeadas X^7_{t-1}		20										
Requerimientos en existencia	0	10	0	-10	-20	-30	-40	-50	-60	-70	-80	-90
requerimientos netos				10	10	10	10	10	10	10	10	10
ordenes liberadas planeadas X^7_t			20		20		20		20		20	
En existencia revisado y^7_t	0	10	0	10	0	10	0	1	0	10	0	10

Tabla 5.5

corresponde al periodo cero, o al periodo justo al final. La tabla es comunmente vista en el tiempo como si el periodo 1 fuese el comienzo. Claramente se solicita una órden en el periodo cero, y se planea que llegue en el periodo 1. El tiempo de envío, L (7) = 1 semana. Los requerimientos netos comienzan en el primer periodo, en el cual se proyecta un déficit. Como se observa se parte con un lote de tamaño Q_7 = 20.

El planear las órdenes permite a cualquier artículo contribuir al grueso de los requerimientos para cada artículo predecesor. Esto se refleja en la tabla 5.6. Los requerimientos se dice son explorados del final hacia atrás a través de los predecesores hasta la materia prima o partes que no tengan predecesores. Dado que el artículo 6 no tiene tamaño de lote en requerimiento, éste material nunca es planeado para llegar en forma adelantada a su necesidad. (tabla 5.6).

La tabla (5.7) ilustra la combinación de demandas internas y externas para crear los requerimientos del artículo 5. Esto también ilustra una forma de tratar el hecho de mantener un almacenamiento de seguridad de una unidad. El inventario actual en existencia es reducido en una unidad artificialmente, después de lo cual los cálculos de red son realizados en forma usual. Entonces, la unidad extra de seguridad se muestra solamente cuando surge una situación de déficit.

Otra aproximación consiste en permitir que el almacenamiento de seguridad sea explícitamente reconocido en el proceso red por la selección del momento oportuno de ordenar, en el sentido que una orden llegue a tiempo para evitar que el nivel de inventario caiga por debajo del nivel de seguridad. Esto es matemáticamente equivalente a la primera aproximación y produce resultados idénticos. Esta aproximación es llamada punto de ordenar en fase-tiempo, y es similar al punto de ordenar convencional, excepto que las órdenes que lleguen son accionadas por un nivel de almacenamiento más que por órdenes liberadas. El punto de ordenar fase-tiempo difiere del punto de ordenar convencional en que éste incluye reconocimiento de los requerimientos, que ocurren entre la puesta de la orden y su llegada. La tabla 5.8 da un ejemplo de otro elemento lógico del MRP. Obsérvese (la figura 5.5) que el artículo 4 es requerido en dos niveles, éste puede aparecer dos veces en la exploración de requerimientos. Se debe tomar en cuenta que los requerimientos de artículo 4 son agregados. Esto es superado por la técnica llamada codificación del nivel-bajo, en la

Calculos en red para el articulo d

preiodo t semana	PD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gruesa de requerimientos r_t^7		0	20	0	20	0	20	0	20	0	20	0
Recepciones Planeadas X_{t-1}^d												
Existencias Programadas	6	6	-14	-14	-34	-34	-54	-54	-74	-74	-94	94
Requerimientos Netos			14		20		20		20		20	
Ordenes planeadas X_t^d		14		20		20		20		20		20
Existencias revisadas Y_t^d	6	6	0									

Tabla 5.d.

Calculos en red para el articulo 5

Periodo t (semana)	PD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gruesa de requerimientos r_t^5		7	27	7	27	7	27	7	27	7	27	7
Recepciones Planeadas X_{t-1}^5		40										
Existencias Planeadas	4	37	10	3	-24	-31	-58	-65	-92	-99	-126	-133
Requerimientos Netos					24	7	27	7	27	7	27	7
Ordenes Planeadas X_t^5				40		40		40		40		
Existencias revisadas Y_t^5	4	37	10	3	16	9	22	15	28	21	34	27

Tabla 5.7

cual todos los requerimientos de un· artículo son acumulados un estado más bajo que en el que aparece el artículo. Entonces, el artículo 4 aparece como si estuviese en el estado más bajo. Sin embargo, los requerimientos son generados de las órdenes planeadas de los dos artículos sucesores 6 y 7 tal como se muestra en la tabla 5.8.

La tabla 5.8 también muestra que se debía tener una orden programada de 40 unidades del artículo 4. La presuposición es que esas 40 unidades llegarán en el período 1, a tiempo para satisfacer las demandas del período 1, como también la demanda insatisfecha anterior de 7 unidades. Sin embargo, la existencia negativa de la columna P.O. no genera requerimientos netos.

Note que se planea colocar una orden de 41 unidades del artículo 4 en la semana 2. Esto quiere decir que la orden se planea recibir en 4 semanas. Esto es posible que permita un déficit de una unidad en el período 4 por planificar la liberación de la orden en el período 3 en vez del período 2. También puede ser probable ahorrar costos de almacenamiento en el período 4, esto podría violar la filosofía del MRP, el cual nunca permite déficit planeado. Para ilustrar la inspección completa de los requerimientos, por ejemplo 5.4, se muestran los cálculos en red de los restantes artículos, 1,2 y 3. Ya que no serán introducidos nuevos conceptos en red para el artículo 3, éste no es mostrado.

Para el artículo 2, ya que 4 partes son requeridas para cada ensamble (artículo 5), el grueso de requerimientos para éste artículo se obtiene para cada bloque de tiempo por la multiplicación de las corresponidientes órdenes liberadas de los artículos 5 por 4. El requerimiento neto para el artículo 2 será calculado en la forma usual.

El grueso de requerimientos para el artículo 1 también difiere nuevamente de las órdenes planeadas del artículo 5, pero por otra razón el 10% de las unidades están defectuosas, esto significa que (aproximadamente) por cada 1000 unidades que se requieren se debían ordenar 1100, pero notando que de los 100 unidades adicionalesel 10% pueden estar defectuoso, es conveniente solicitar 11 más, por lo que el padido tiene que ser de 1111 unidades. Las 111 unidades extras son llamadas de **asignación-rochazada**. Entonces para el artículo 1 la tabla 5.9 muestra los gruesos de los requerimientos, que incluyen las unidades de asignación-rechazada.

Una segunda complicación estriba en el hecho que unidades defectuosas del artículo 1 sean recibidas. Suponga que los defectos ocurren aleatoriamente (esto es, la probabilidad de que una unidad defectuosa sea admitida es p). Entonces, es probable que para algunas órdenes, se acepta un número menor de artículos buenos que los requeridos. En efecto esto ocurriría en al menos la mitad de órdenes recibidas. Esto implica que se debe tener un almacenamiento de seguridad apropiado, se usa el hecho de que el número v de articulos defectuosos en una orden de tamaño n está distribuida binomialmente con media np y desviación estándar $[np(1-p)]^{1/2}$. Por consiguiente tres desviaciones estándar para el artículo 1 son :

Calculos en red para el articulo 4

periodo semana	P D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	[illegible]
grueso requ. r_t^4		14	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Recep. Planeada X_{t-1}^4	40	0	40									
Existencias Prog.	-7	19	39	19	-1	-21	-41	-61	-81	-101	-121	-141
Requerimntos Netos					1	20	20	20	20	20	20	20
Ordenes plan. X_t^4			41			40		40		40		40
Existencias revisadas Y_t^4	-7	19	39	19	40	20	0	20	0	20	0	20

Tabla 5.8

Calculos en red para el articulo 1.

Periodo t (semana)	P D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
grueso requ. r_t^1				44		44		44		44		44
Recepcines Plan. X_{t-1}^1		40							-			
Existenias Planeadas	10	10	10	-34	-34	-78	-78	-123	-123	-167	-167	-212
Requerimntos Netos				40		44		45		44		44
Ordenes Plan. X_t^1				40		44		45		44		44
Existencia revisada Y_t^1	10	10	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 5.9

$$3[(44)(0.1)]^{1/2}[(1-0.1)]^{1/2}= 5.97$$

Suponiendo que tres desviaciones estándar son suficiente protección. Por tanto un nivel de seguridad de 6 unidades será mantenido. Esto se refleja en la tabla 5.9, en la cual el almacenamiento en existencia es reducido en 6 unidades, después de que los cálculos de red son realizados en la forma usual.

El procedimiento se basa en la existencia de requerimientos para todos los artículos terminales, los cuales se supone son planificados como ellos aparezcan en el plan de producción maestra.

Como se sabe los planes cambian, la discusión siguiente se refiere a los efectos de estos cambios. El MSP puede ser dividido en dos porciones; los primeros, bloques de tiempo constituyen la porción de la consistencia, mientras que los últimos comprenden la porción tentativa. En cualquier bloque de tiempo dentro de la porción tentativa, los requerimientos pueden ser incrementados indefinidamente, y el déficit puede evitarse sin cambiar cualquier orden que haya sido solicitada. La linea de división entre la porción consistente y la porción tentativa, se encuentra calculando el mayor tiempo de entrega acumulado entre la satisfacción de los requerimientos del MPS y las órdenes de cualquier artículo para satisfacer esos requerimientos. Otra forma de anotar esto, es que si un requerimiento adicional ocurre en un bloque de tiempo en la porción tentativa del MSP, entonces, todos los materiales necesarios para satisfacer el requerimiento pueden ser ordenados y recibidos a tiempo. Para el ejemplo 5.4, la mayor acumulación de tiempo de envio para el artículo 7 es L(7) + L(6) + L(3) = 1 + 1 + 2 = 4. Por lo tanto, los requerimientos en los bloques de tiempo del 1 al 4 del MSP para el artículo 7 son consistentes. En el MSP para el artículo 5, solamente el primer bloque de tiempo es consistente.

Algunas ocasiones el MSP puede ser incrementado dentro de la porción consistente, y se pueden encontrar los requerimientos. Por ejemplo, suponga que el MSP para el artículo 7 es incrementado de 10 a 11 unidades en el bloque de tiempo 4. Este incremento puede ser acomodado por un incremento solamente en la orden por salir sin afectar las órdenes ya solicitadas.

Puede ser que por órdenes superiores (gerencial) se aumenten los requerimientos en la porción consistente más allá de la posibilidad acostumbrada. En este caso, tiempos extras y subcontrataciones son dos formas de evitar un mala impresión al cliente. Por supuesto, los decrementos pueden ser acomodados más facilmente, el único efecto es que los suministros estén disponibles tan pronto como estos sean requeridos.

En algunas ocasiones el incremento en los requerimientos puede ser acomodado, aunque parezca imposible hacerlo. El proceso explosión es típicamente computarizado y se realiza automaticamente de acuerdo a reglas de decisión predeterminadas. Es posible sobre cargar el proceso automático y satisfacer los requerimientos. Como por ejemplo, supóngase que 5 unidades de requerimientos para el artículo 7 son adelantadas de la semana 3 a la semana 1. El resultado de los cálculos MRP aparece en la tabla 5.10. Un análisis de los cálculos revela que los requerimientos netos para el artículo 6 en la semana 1 no se pueden satisfacer, porque se tiene una semana de tiempo de entrega entre la puesta de la orden y su recepción. La única forma de satisfacer los requerimientos del artículo 6, es cambiar las órdenes para el artículo 7. Evidentemente la regla de decisión en pricipio usada para planear las órdenes del artículo 7 es que se permita ordenar los artículos en lotes de tamaño de 20. Esta regla de decisión, seguida automaticamente por la computadora, puede ser alterada en éste caso. En la tabla 5.11 se han hecho mediante especificaciones de que del artículo 7 se ordenen 5 y 15 unidades en la semanas 1 y 2 respectivamente.

La habilidad para resolver problemas como el anterior depende de la habilidad para acertar en los requerimientos netos para el artículo 6, como resultado de las órdenes liberadas para el artículo 7. En general el artículo 6 puede ser usado más que un artículo principal.

5.3 REQUISITOS PARA APLICAR EL M R P.

En ésta sección se da la especifición de los requisitos básicos para poder hacer funcionar el MRP, estos requisitos son:

1. Un plan de producción maestra para todos los artículos

Calculos en red del MSP para el articulo 4

periodo t semana	P D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Grueso de requerimientos r_t^7		15	10	5	10	10	10	10	10	10	10	10
Recepciones Planeadas X_{t-1}^7		20										
Existencias Programadas	0	5	-5	-10	-20	-30	-40	-50	-60	-70	-80	-90
Requerimientos Netos			5	5	10	10	10	10	10	10	10	10
Ordenes planeadas X_t^7		20			20		20		20		20	
Grueso de requerimientos r_t^σ		20	0	0	20	0	20	0	20	0	20	0
Recepciones Planeadas X_{t-1}^σ												
Existencias Planeadas	6	14			20		20		20		20	
Requerimientos Netos		14	20			20		20		20		
Ordenes Planeadas X_t^σ		-14	-14	-14	-34	-34	-54	-54	-74	-74	-94	-94

Tabla 5.10

terminados.

2. Una lista de materiales que muestren todas las relaciones sucesor/predecesor
3. tiempos de envío entre liberación de órdenes y entrega de materiales.
4. Reglas de ordenar predeterminadas para todos los artículos controlados por el sistema.

Los anteriores prerrequisitos ahora se discuten. Sin el plan maestro de producción, el MRP no puede generar requerimientos para ningún artículo. El MPS debe ser especificado por un horizonte de

Calculos en red de tab. 5.10 con plan. const.

periodo t semana	PD	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Grueso de requerimientos r_t^7		15	10	5	10	10	10	10	10	10	10	10
Recepciones Planeadas X_{t-1}^7		20										
Existencias Programadas	0	5	-5	-10	-20	-30	-40	-50	-60	-70	-80	-90
Requerimientos Netos			5	5	10	10	10	10	10	10	10	10
Ordenes planeadas X_t^7		5	15		20		20		20		20	
Grueso de requerimientos r_t^d		5	15		20		20		20		20	
Recepciones Planeadas X_{t-1}^d												
Existencias Planeadas	6	1	-14	-14	-34	-34	-54	-54	-74	-74	-94	-94
Requerimientos Netos			14		20		20		20		20	
Ordenes Planeadas X_t^d		14		20		20		20		20		

Tabla 5.11

planeación de suficiente longitud de manera que la liberación de órdenes pueda ser planeada. Sin embargo, ya que el MPS es un reflejo de demandas externas, esto implica que las demandas pronosticadas son muy cercanas a la realidad en este horizonte de planeación.

Es claro que si no se dan las especificaciones de las relaciones entre los artículos sucesor y predecesor no es posible hacer nada.

Los tiempos de entrega entre la liberación de una orden y la recepción de ésta, es de vital importancia para el MRP. Pues el

MRP asume que los tiempos de envío son conocidos y confiables. Por último, las reglas de decisión para ordenar deben ser especificadas, pues de lo contrario el proceso MRP puede dar datos totalmente erróneos.

5.4 TAMAÑO DEL LOTE EN MULTIESTADOS.

En esta sección se da la discusión de las aproximaciones hechas para determinar cuánto y cuándo ordenar para cada artículo en el sistema de multiestados.

El problema es determinar para un horizonte de planeación de n periodos, los requerimientos netos r_t^j para cada estado j. El inventario inicial y_0^j se supone cero, y también el inventario final. El tiempo de envío no se toma en cuenta para la presente discusión sin perder generalidad, ya que cualquier orden X_t^j se asume que al ser puesta llega en el periodo t. No se permite déficit, para lo cual se necesita un nivel de inventario mayor de cero en todo periodo y para todo artículo.

En esta sección se da una estructura simple de costo. Se incurre en un costo por ordenar A cada vez que una orden es liberada. El costo h de almacenamiento de una unidad almacenada por un periodo de tiempo es asignado hasta el final del periodo. El problema es determinar X_t^j para todo t y para todo j, de tal manera que minimice los costos de ordenar y almacenar para todo el horizonte de planeación.

Una forma de encontrar la solución óptima a este problema ha sido discutida en el capítulo 2 por dos métodos, el primero por programación lineal y el más general por programación dinámica.

Con esto queda cubierto el proceso MRP, el cual no sólo puede servir para procesos de producción, en el sentido visto en este capítulo, sino que también es aplicable a sistemas como el visto en el capítulo 1, siempre y cuando se cumplan con los requisitos correspondientes.

CAPITULO VI

APLICACION A LA EMPRESA JUGUETES S.A.

En este capítulo se presenta la aplicación de algunos modelos y técnicas de solución discutidas al problema de la empresa Juguetes S.A. Seleccionando el modelo más adecuado que represente las sugerencias del dueño de dicha empresa.

6.1 DESCRIPCION DEL PROBLEMA.

La empresa JUGUETES S.A. fundada en el año de 1989, es un almacén de juguetes nacionales e importados que se venden al mayoreo y menudeo. El director y dueño, un joven de no más de 30 años, egresado de la Facultad de Adminstración de Empresas, UNAM, y simpatizante de las disiplinas matemáticas, desea mantener un control efectivo del inventario de los artículos que maneja, para dar un uso adecuado de los limitados recursos financieros con que cuenta, e impulsar un crecimiento más firme de su empresa, que maneja actualmente sólo un número pequeño de artículos distintos (315).

Debido a la reciente fundación de la empresa no se tienen datos históricos suficientes para un estudio de tipo estadístico, por lo cual se solicito asesoria, después de varias reuniones con la gerencia de personal, ventas y los asesores se obtuvieron datos de: demanda, costos de almacenamiento, costos unitarios de adquisisión de articulos, tiempos de entrega, costos de ordenar (de flete), costos de ordenar un determinado artículo j. Estos últimos incluyen el costo incurrido por tiempo de oficina, revisión de artículos al llegar una orden, así como costos por descarga y colocación en los sitios correspondientes de cada artículo. Además se adhiere un costo de capital del 7% por unidad monetaria invertida, este costo se agrega al costo de almacenamiento y se carga al final de cada período. Los valores de los costos se consideran fijos para el horizonte de planeación, esto es, para los cuatro períodos. Los datos proporcionados se muestran en la tabla 6.1.

La notación usada en las tablas es la siguiente: A1,...,A315. representa la identificación que le dá la empresa a cada artículo diferente; las siguientes cuatro columnas corresponden a la demanda de cada período, que se identifican del uno al cuatro; la quinta columna (C) corresponde al costo por unidad de artículo, y está dado en miles de pesos; la sexta columna (H), corresponde al costo de almacenamiento, y está dado en miles de pesos por unidad por unidad de tiempo (un período); la columna identificada con A, corresponde al costo asignado por flete, es decir, por transporte de artículos del lugar compra al almacén, y está dada en miles de pesos; la columna identificada con AJ, corresponde al costo de poner una orden, y está dada en miles de pesos; la columna identificada con T, corresponde al tiempo que tarda en recibirse

TABLA 6.1

TABLA GENERAL DE DATOS

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C Miles	H Miles	A Miles	Aj Miles	I Dias
A1	20	3	5	40	10.3	1.1	0	15.5	7
A2	20	2	4	50	11.5	2.1	0	15.5	7
A3	17	4	3	35	9.5	1.9	0	15.5	7
A4	25	10	8	50	5	2.2	0	15.5	7
A5	100	15	12	125	4.5	1.1	0	15.5	7
A6	25	5	4	38	9.5	1.6	0	15.5	7
A7	20	4	9	35	12.5	1.9	0	15.5	7
A8	25	9	8	40	9	1.1	0	15.5	7
A9	40	10	12	63	5.5	1.1	0	15.5	7
A10	32	12	11	50	4.5	1.9	0	15.5	7
A11	50	21	49	90	3.5	1.9	0	15.5	7
A12	15	8	8	25	10	1.5	0	15.5	7
A13	40	10	10	70	11.5	1.2	0	15.5	7
A14	10	4	4	20	100.5	3.5	0	15.5	7
A15	25	8	9	55	10	1.8	0	15.5	7
A16	30	9	10	55	5.5	1.8	0	15.5	7
A17	35	8	8	60	4.5	1.9	0	15.5	7
A18	45	10	10	70	5.5	1.8	0	15.5	7
A19	20	7	7	35	101	4.5	0	15.5	7
A20	45	12	12	80	54	2.9	0	15.5	7
A21	15	8	8	25	2.5	1.2	0	15.5	7
A22	18	7	7	40	2.5	1.5	0	15.5	7
A23	50	15	20	65	5.5	1.9	0	15.5	7
A24	15	8	8	25	7.5	1.8	0	15.5	7
A25	25	9	9	50	101	4.3	0	15.5	7
A26	28	10	9	25	10.5	1.9	0	15.5	7
A27	50	15	10	75	15.5	1.9	0	15.5	7
A28	62	15	15	95	8.2	2.2	0	15.5	7
A29	55	10	9	100	6.3	1.9	0	13.5	7
A30	62	15	17	90	110	6.3	0	13.5	7
A31	30	8	8	55	100	5.4	0	13.5	7
A32	45	20	20	110	2.5	1.8	0	13.5	7
A33	50	8	7	92	4.5	0.9	0	13.5	7
A34	10	5	4	25	210	5.5	0	13.5	7
A35	18	7	7	50	45	2.1	0	13.5	7
A36	23	5	5	40	12.5	0.8	0	13.5	7
A37	25	7	6	50	12.5	1.8	0	13.5	7
A38	10	5	4	25	25.5	1.7	0	13.5	7
A39	70	20	20	120	12.5	1.5	0	13.5	7
A40	55	10	10	120	10.5	1.2	0	13.5	7
A41	60	15	12	80	15.5	2.2	0	13.5	7
A42	20	5	5	100	2.5	1.5	0	13.5	7
A43	70	10	10	100	15.4	3.2	0	13.5	7
A44	20	8	8	35	12.5	2.2	0	13.5	7
A45	25	7	7	35	10.5	1.8	0	13.5	7
A46	45	10	9	60	9.5	1.5	0	13.5	7

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C MILES	H MILES	A MILES	AJ MILES	T DIAS
A47	70	35	25	85	10.5	2.5	0	13.5	7
A48	40	15	15	75	15.5	1.9	0	13.5	7
A49	95	25	25	125	6.5	1.8	0	13.5	7
A50	40	15	10	80	15	2.5	0	13.5	7
A51	71	29	29	115	10	1.8	0	13.5	7
A52	25	8	8	50	6	1.5	0	13.5	7
A53	23	7	7	50	154	2.5	0	13.5	7
A54	55	10	10	95	15.5	2.5	0	13.5	7
A55	100	25	25	200	2.5	1.5	0	13.5	7
A56	115	35	35	200	15.5	2.5	0	13.5	7
A57	10	2	2	25	200	5.6	0	13.5	7
A58	25	10	10	65	5	1.5	0	13.5	7
A59	25	8	8	50	10	2.5	0	13.5	7
A60	25	7	6	50	11	2.5	0	13.5	7
A61	100	20	20	150	1	0.9	0	13.5	7
A62	10	5	5	25	27.5	2	0	13.5	7
A63	20	7	7	55	12	2	0	13.5	7
A64	5	1	1	8	215	5.6	0	13.5	7
A65	15	5	5	30	200	5	0	13.5	7
A66	35	8	8	60	10.5	2	0	13.5	7
A67	15	6	6	40	40	2.5	0	13.5	7
A68	20	6	6	35	25	2.5	0	12	7
A69	150	35	35	250	5.5	1.5	0	12	7
A70	25	9	9	35	25	1.8	0	12	7
A71	26	9	9	40	10	1.5	0	12	7
A72	45	15	15	80	8.5	2	0	12	7
A73	25	6	6	50	10	1.5	0	12	7
A74	35	10	10	70	12	1.5	0	12	7
A75	55	10	10	105	6	1.2	0	12	7
A76	33	9	9	70	7	1.2	0	12	7
A77	41	8	8	95	10	1.5	0	12	7
A78	95	20	20	200	15	1.6	0	12	7
A79	60	10	10	90	12	1.6	0	12	7
A80	65	15	15	100	10	1.5	0	12	7
A81	40	10	10	65	16	1.5	0	12	7
A82	55	9	9	100	3.5	1	0	12	7
A83	75	10	10	120	5.5	1	0	12	7
A84	32	5	5	60	15	1	0	12	7
A85	23	5	5	55	25	1.5	0	12	7
A86	31	8	8	70	13	1.6	0	12	7
A87	26	7	7	82	15	1.5	0	12	7
A88	65	25	25	98	12	1.5	0	12	7
A89	50	10	10	75	10	1.6	0	12	7

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C MILES	H MILES	A MILES	Aj MILES	T DIAS
A90	62	21	21	125	16	1.5	0	12	7
A91	23	6	6	50	10	1.4	0	12	7
A92	11	3	3	30	150	5	0	12	7
A93	24	5	5	50	100	5	0	12	7
A94	20	6	6	60	85	4	0	12	7
A95	54	12	12	100	60	6	0	12	7
A96	28	5	5	50	12	1.5	0	12	7
A97	26	6	6	50	13	1.5	0	12	7
A98	23	4	4	80	6	1.2	0	12	7
A99	500	50	50	600	4	1.2	0	12	7
A100	150	40	40	250	5	1.2	0	12	7
A101	100	25	25	150	25	1.9	0	12	7
A102	100	20	20	200	3	1.2	0	12	7
A103	100	25	25	170	2	1.2	0	12	7
A104	105	32	32	170	2.5	1.2	0	12	7
A105	200	50	50	350	4.5	1.2	0	12	7
A106	200	50	50	395	5	1.2	0	12	7
A107	295	50	50	390	4	1.2	0	12	7
A108	100	25	25	250	5	1.5	0	12	7
A109	100	30	30	200	4	1.2	0	12	7
A110	95	25	25	150	6	1.2	0	12	7
A111	80	20	20	150	7	1.3	0	13.7	7
A112	75	15	15	100	5	1.2	0	13.7	7
A113	80	15	15	100	4	1.2	0	13.7	7
A114	90	20	20	120	6	1.3	0	13.7	7
A115	50	10	10	65	8	1.3	270	19.2	14
A116	25	8	8	50	15	1.3	270	19.2	14
A117	50	10	11	75	25	1.3	270	19.2	14
A118	50	10	10	80	30	1.5	270	19.2	14
A119	25	5	5	60	13	1.5	270	19.2	14
A120	50	15	15	70	25	1.5	270	19.2	14
A121	75	25	25	100	8	1.3	270	19.2	14
A122	100	35	35	150	7	1.2	270	19.2	14
A123	120	30	30	170	9	1.5	270	19.2	14
A124	150	35	35	200	5.5	1.4	270	19.2	14
A125	150	40	40	200	4.5	1.5	270	19.2	14
A126	100	25	25	170	3.5	1.2	270	19.2	14
A127	150	35	35	220	6.5	2.5	270	19.2	14
A128	90	25	25	150	7.5	2.5	270	19.2	14
A129	200	50	50	300	14.5	3.5	270	19.2	14
A130	250	50	50	350	15.5	1.2	270	19.2	14
A131	125	25	15	200	20	2.5	270	19.2	14
A132	175	50	50	250	15.5	2.5	270	19.2	14
A133	150	30	30	150	100	2.5	270	19.2	14
A134	125	30	30	175	55	3.5	270	19.2	14
A135	90	25	25	120	35	2.5	270	19.2	14

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C MILES	H MILES	A MILES	Aj MILES	T DIAS
A136	25	5	5	50	250.5	3.5	270	19.2	14
A137	50	10	10	75	26.5	2.5	270	19.2	14
A138	25	5	5	55	100	2.6	270	19.2	14
A139	35	9	9	55	155	2.9	270	19.2	14
A140	25	7	7	60	200	8	350	19.2	14
A141	36	10	10	80	125.5	5.55	350	19.2	14
A142	100	25	25	150	15.6	3.1	350	19.2	14
A143	152	35	35	190	25	1.5	350	19.2	14
A144	100	25	25	150	13.5	1.2	350	19.2	14
A145	90	15	15	150	12.5	2.5	350	19.2	14
A146	45	9	9	70	25.5	2.5	350	19.2	14
A147	65	15	15	100	55	2	350	19.2	14
A148	56	23	23	84	54	2.1	350	19.2	14
A149	98	20	20	120	45	3.1	350	19.2	14
A150	58	10	10	75	12	1.2	350	19.2	14
A151	26	8	8	50	150	2.5	350	19.2	14
A152	9	3	3	15	275	5	350	19.2	14
A153	25	6	6	35	260	4.5	350	19.2	14
A154	100	20	20	150	32	2.5	700	12.3	14
A155	125	20	20	150	85	3.5	700	12.3	14
A156	150	35	35	180	65	3	700	12.3	14
A157	160	25	25	195	25	2.5	700	12.3	14
A158	200	50	50	250	10	1.5	700	12.3	14
A159	150	25	25	150	160	2.5	700	12.3	14
A160	25	8	8	30	90	3.5	700	12.3	14
A161	100	20	20	120	5	0.9	700	12.3	14
A162	78	25	25	100	7	0.9	700	12.3	14
A163	98	15	15	150	5	1.2	700	12.3	14
A164	100	15	15	125	45	2.2	700	12.3	14
A165	250	50	50	300	8.5	2	700	12.3	14
A166	200	25	25	250	15	2.5	700	12.3	14
A167	70	12	12	100	25	2.0	700	12.3	14
A168	100	31	31	150	8	1.5	900	12.3	14
A169	100	25	25	145	9	2.5	900	12.3	14
A170	25	5	5	30	250	5	900	12.3	14
A171	30	6	6	50	125	3.4	900	12.3	14
A172	5	2	2	8	300.5	5.5	900	12.3	14
A173	15	4	4	25	250	5	900	12.3	14
A174	25	5	5	30	100	4.5	900	12.3	14
A175	150	50	50	200	13	2	900	12.3	14
A176	200	50	50	250	10	1.8	900	12.3	14
A177	75	20	20	130	5.5	1	900	12.3	14
A178	52	15	15	65	25	2.5	900	12.3	14
A179	100	25	25	125	35	2.5	900	12.3	14
A180	54	12	12	65	12	2.6	900	12.3	14
A181	25	6	6	30	100	3.6	900	12.3	14
A182	50	10	10	60	26	1.5	900	12.3	14
A183	25	6	4	35	120	2.5	900	12.3	14
A184	15	6	6	25	80	3.5	900	12.3	14

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C MILES	H MILES	A MILES	AJ MILES	T DIA
A185	25	9	8	35	75	3.2	900	12.3	14
A186	50	10	10	65	65	3	900	12.3	14
A187	100	20	20	150	30	2.5	900	12.3	14
A188	70	20	20	100	25	2.6	900	12.3	14
A189	150	26	26	200	12	1.6	900	12.3	14
A190	125	25	25	168	10	2.5	900	12.3	14
A191	70	15	15	100	12.5	2.5	1600	13.2	14
A192	100	25	25	125	31	3.5	1600	13.2	14
A193	125	30	30	150	15.5	3.1	1600	13.2	14
A194	20	5	5	25	100	3.5	1600	13.2	14
A195	45	20	20	65	55	3.1	1600	13.2	14
A196	65	12	12	75	25	2.5	1600	13.2	14
A197	66	12	12	80	15	3.5	1600	13.2	14
A198	100	25	25	125	25	3.1	1600	13.2	14
A199	150	50	50	220	30	3.6	1600	13.2	14
A200	90	20	20	120	45	2.9	1600	13.2	14
A201	65	10	10	79	54	3.5	1600	13.2	14
A201	100	25	23	150	5	1.2	1600	13.2	14
A202	150	50	50	200	3.5	0.9	1600	13.2	14
A203	20	3	3	25	120	2.5	1600	13.2	14
A204	25	5	5	30	122	2.2	1600	13.2	14
A205	101	25	25	150	15	1.5	1600	13.2	14
A206	45	12	12	65	10	1.5	1600	13.2	14
A207	10	3	3	13	12	1.2	1600	13.2	14
A208	20	3	3	28	9	1	1600	13.2	14
A209	50	9	9	75	5	0.8	1600	13.2	14
A210	75	10	10	100	3.5	0.7	1600	13.2	14
A211	50	9	9	65	5.5	0.9	1600	13.2	14
A212	100	15	15	150	10.5	1.1	0	22.5	28
A213	100	12	12	160	15.5	1.1	0	22.5	28
A214	120	10	10	170	15.5	1.2	0	22.5	28
A215	120	10	10	185	20.5	1.2	0	22.5	28
A216	130	15	15	200	20.5	1.3	0	22.5	28
A217	90	10	10	150	100	2.5	0	22.5	28
A218	70	8	8	100	50	1.9	0	22.5	28
A219	80	10	10	90	150	2.8	0	22.5	28
A220	100	15	15	130	100	2.8	0	22.5	28
A221	50	8	8	65	155	2.5	0	22.5	28
A222	30	5	5	50	215	3.5	0	22.5	28
A223	25	3	3	35	200	3.8	0	22.5	28
A224	200	50	50	250	10	1.1	0	22.5	20
A225	200	25	25	300	9	0.8	0	22.5	28
A226	50	5	5	75	250	5	0	22.5	28
A227	25	3	3	35	200	5.5	0	22.5	28
A228	100	50	50	200	3.5	0.7	0	22.5	28
A229	150	25	25	200	3.5	0.8	0	22.5	28

ARTICULO	D E M A N D A				C	H	A	A1	T
	P E R I O D O				MILES	MILES	MILES	MILES	DIA
	1	2	3	4					
A230	30	5	5	39	5	1	0	22.5	28
A231	30	4	4	38	35	1.1	0	22.5	28
A232	40	12	12	65	5	0.8	0	22.5	28
A233	500	100	100	700	3.2	0.5	0	22.5	28
A234	150	25	25	200	5	0.9	0	22.5	28
A235	30	5	5	45	10	0.8	0	22.5	28
A236	25	5	5	35	7	0.8	0	22.5	28
A237	30	5	5	40	25	1.2	0	22.5	28
A238	90	35	35	110	15	1.1	0	22.5	28
A239	100	12	11	110	7	0.8	0	30	28
A240	150	25	25	175	3.5	0.3	0	30	28
A241	250	35	35	300	2.5	0.2	0	30	28
A242	350	50	50	450	4.5	0.9	0	30	28
A243	20	3	3	35	300	2.5	0	30	28
A244	43	5	5	60	250	3.5	0	30	28
A245	17	3	3	25	350	5.5	0	30	28
A246	150	25	25	475	100	2.5	0	30	28
A247	800	100	100	1000	2.5	0.7	0	22.5	28
A248	34	5	5	50	25.5	0.9	0	22.5	28
A249	21	3	3	31	15	1	0	22.5	28
A250	44	5	5	50	20	1.1	0	22.5	28
A251	32	6	6	50	12	1	0	22.5	28
A252	50	8	8	65	15.5	0.9	0	22.5	28
A253	80	10	10	100	12.5	1.1	0	22.5	28
A254	60	8	8	70	10.5	0.8	0	22.5	28
A255	44	7	7	50	50	2.5	0	22.5	28
A256	85	20	20	125	20	2.1	0	22.5	28
A257	38	5	5	45	32	1.2	0	22.5	28
A258	27	3	3	35	15	1.1	0	22.5	28
A259	99	15	15	105	10	1.1	0	22.5	28
A260	101	25	25	125	7	1	0	22.5	28
A261	72	10	10	100	5	0.8	0	22.5	28
A262	202	50	50	250	3	0.7	0	22.5	28
A263	203	50	50	250	5	1	0	22.5	28
A264	85	10	10	100	5	0.9	0	22.5	28
A265	89	10	10	100	6	0.9	0	22.5	28
A266	15	3	3	25	100	2.5	0	22.5	28
A267	18	5	5	30	250	3.8	0	22.5	28
A268	17	3	3	25	270	4.5	0	22.5	28
A269	35	8	8	50	100	3.5	0	22.5	28
A270	19	4	4	35	95	2.8	0	22.5	28
A271	200	70	70	250	15	1.5	0	22.5	28
A272	31	6	6	50	250	4.5	0	22.5	28
A273	81	25	25	120	75	3.5	0	22.5	28
A274	42	8	8	60	55	2.5	0	22.5	28

ARTICULO	D E M A N D A				C	H	A	Aj	T
	P E R I O D O				MILES	MILES	MILES	MILES	DIAS
A275	44	8	8	60	50	2.2	0	22.5	28
A276	82	12	12	100	35	1.5	0	22.5	28
A277	83	15	15	100	25	1.2	0	22.5	28
A278	77	15	15	100	105	2.1	0	22.5	28
A279	66	10	10	85	110	2.1	0	22.5	28
A280	55	5	5	70	200	2.5	0	22.5	28
A281	33	5	5	50	250	4.5	0	22.5	28
A282	88	10	10	100	25	2.1	0	22.5	28
A283	99	15	15	110	12	1.5	0	22.5	28
A284	98	12	12	115	8	0.9	0	22.5	28
A285	87	.15	15	120	5	0.8	0	22.5	28
A286	32	4	4	50	5	0.8	0	22.5	28
A287	54	10	10	75	3	0.8	0	22.5	28
A288	85	10	10	80	5	0.9	0	22.5	28
A289	75	15	15	100	7	1.1	0	22.5	28
A290	82	12	12	100	8	1.2	0	22.5	28
A291	41	8	8	55	8	1.1	0	22.5	28
A292	11	2	2	20	25	1.5	0	22.5	28
A293	130	50	50	170	4	0.9	0	22.5	28
A294	12	3	3	20	75	2.1	0	22.5	28
A295	14	3	3	25	100	2.2	0	22.5	28
A296	21	4	4	35	115	3.2	0	22.5	28
A297	24	5	5	35	25	1.5	0	22.5	28
A298	23	4	4	40	15	2.5	0	22.5	28
A299	35	3	3	50	145	3.8	0	22.5	28
A300	55	2	2	65	155	3.5	0	22.5	28
A301	25	2	2	30	65	2	0	22.5	28
A302	26	4	4	35	50	2.2	0	22.5	28
A303	100	15	15	120	23	1.5	0	22.5	28
A304	28	6	6	40	15	1.1	0	22.5	28
A305	48	10	10	65	8	0.9	0	22.5	28
A306	57	12	12	75	5	0.8	0	22.5	28
A307	41	6	6	80	3	0.8	0	22.5	28
A308	81	25	25	100	14	2.1	0	22.5	28
A309	64	10	10	90	25	1.5	0	22.5	28
A310	61	9	9	80	70	2.1	0	22.5	28
A311	31	5	5	50	80	2	0	22.5	28
A312	100	12	12	120	35	2.1	0	22.5	28
A313	214	55	55	250	3.5	0.9	0	22.5	28
A314	124	50	50	150	4	0.8	0	22.5	28
A315	120	40	40	150	3	0.7	0	22.5	28

TABLA 6.1

una orden después de que se ha puesto ésta, sus unidades son días.

Los primeros 114 artículos no tienen asociado un costo fijo (de flete) por ordenar A, son suministrados por empresas y talleres situados en la Ciudad de México y sus alrededores.

Los artículos 115 a 139 son suministrados de un almacén regional ubicado en la ciudad de Querétaro, el cual cobra un flete de $270 mil pesos por transportar desde uno a la cantidad deseada de artículos, siempre y cuando sean suministrados a un sólo almacén. Este mismo almacén suministra los artículos 140 a 153 con un costo de flete de $350 mil pesos desde uno a cualquier número de artículos bajo las mismas condiciones. La capacidad del medio de transpote, para fines prácticos se considera infinita, esto se debe a los acuerdos entre distribuidor y comprador.

Los artículos 154 a 167 son suministrados de la ciudad de Guadalajara con una política similar a la del distribuidor de Querétaro, y con un costo de flete de $700,000 pesos, los artículos 168 a 190 con un costo de flete de $900,000 pesos.

Los artículos 191 a 211 son suministrados de la Ciudad de Monterrey con una política similar a las anteriores, pero con un costo de flete de $1'600,000 pesos.

Los artículos 212 a 315 se manejan por medio de una importadora, la cual no cobra flete de manera explícita, este costo está incluido en el precio de los artículos que vende.

Los objetivos del dueño son los siguientes: De los primeros 114 artículos desea minimizar los costos por llevar inventario, cargando este costo al finalizar cada periodo, además se desea no incurrir en déficit, es decir, que se satisfaga la demanda en su totalidad.

De los artículos 115 a 211 de desea reducir el impacto de los costos de flete y ordenar en los costo por llevar inventario, de igual manera no se permite déficit.

Respecto a los artículos 212 a 315 se desea minimizar los costos por llevar inventarios sin incurrir en déficit. El hecho de no incurrir en déficit, es tomado como si la demanda fuese realmente la que se espera.

La forma de ordenar los artículos 115 a 211 puede parecer insólita por los costos de flete. Sin embargo, si ordenan 700 unides de un artículo (por dar alguna cifra), y el costo de flete es de $700,000 pesos, entonces el costo real de flete por cada unidad es de $1,000 pesos, que es pequeño en comparación con otro tipo de transporte de artículos. El costo de flete considera unicamente el costo por transporte de artículos de la ciudad o lugar donde se adquieren al almacén de la empresa de juguetes.

6.2 DISCUSION DEL METODO A EMPLEAR.

Para una adecuada elección del método que más se ajuste al problema, es preciso tener claras las características, de las ventajas y desventajas de cada modelo analizado a lo largo del presente trabajo. Por este motivo se elabora una tabla que muestra los aspectos más relevantes de cada modelo. En la tabla 6.2 se hace una lista de ventajas, y desventajas más relevantes desde los modelos determinísticos de un sólo producto, hasta el modelo de control de inventarios en multiestados.

Después de analizar la tabla 6.2 y los objetivos del dueño de la empresa, lo siguiente es determinar que modelo o modelos se van a aplicar. De los objetivos del dueño y de la tabla de datos 6.1, en conjunto con el material analizado a lo largo del trabajo, puede observarse, que los modelos más apropiados son los siguientes:

En el bloque de artículos 1 a 114 se pueden observar las siguientes características: al igual que en el resto de bloques, la demanda está particionada en cuatro periodos, y es distinta para cada uno de ellos; los costos de almacenamiento, ordenar, flete, y compra de materiales son iguales para cada período. Con estas características, como puede observarse, el modelo que se adapta mejor es el modelo inventario de un producto, demanda dinámica y revisión periódica. El porqué de ésta elección es claro, como puede observarse en la tabla de ventajas y desventajas, en este modelo se contempla el caso en que las demandas, tipos de costos por llevar inventario pueden tener variaciones de un período a otro, y las funciones pueden ser lineales, que es el caso presente . Otro posible método que se puede aplicar a este primer bloque de artículos, dada la naturaleza de los costos, es el modelo de costos lineales con N periodos de planeación. Se elige el primero dado que es difícil encontrar paquetes de programación dinámica para inventarios, y los existentes (conocidos) tienen un rango muy limitado de artículos que pueden manejar.

V E N T A J A S	D E S V E N T A J A S
M O D E L O D E L O T E E C O N O M I C O	
1. Contiene estructura para analizar modelos más complicados	1. Manejo de un sólo artículo.
2. Simplificaciónn de los problemas reales.	2. En el mundo real rara vez las variables son deterministicas.
3. Facilidad para determinar los valores óptimos.	3. Nunca o casi nunca los períodos tienen idéntico comportamiento.
4. Ahorro en tiempo de oficina y computadora.	4. No contempla los posibles descuentos por cantidad.
	5. No contempla situaciones de deficit.
M O D E L O D E L O T E E C O N O M I C O C O N F A L T A N T E S	
1. Contiene estructura para analizar modelos más complicados.	1. Manejo de un sólo artículo.
2. Simplificaciónn de los problemas reales.	2. En el mundo real rara vez las variables son deterministicas.
3. Facilidad para determinar los valores óptimos.	3. Nunca o casi nunca los períodos tienen idéntico comportamiento.
4. Ahorro en tiempo de oficina y computddora.	4. No contempla los posibles decuentos por cantidad.
5. Contempla la posible o deliberada situación de deficit, en la cual es muy común incurrir.	

Tabla 6.2

VENTAJAS	DESVENTAJAS
MODELO DE LOTE ECONOMICO CON DESCUENTOS.	
1. Contiene estructura para analizar modelos más complicados	1. Manejo de un sólo artículo.
2. Simplificaciónn de los problemas reales.	2. En el mundo real rara vez las variables son determinísticas
3. Facilidad para determinar los valores óptimos.	3. Nunca o casi nunca los periodos tienen idéntico comportamiento entre sí.
4. Ahorro en tiempo de oficina y computadora.	
5. Contempla descuentos por compras en grandes cantidades.	4. No contempla situaciones de déficit.
MODELO DE PRODUCCION-INVENTARIO	
1. Contiene estructura para analizar modelos más complicados.	1. Manejo de un sólo artículo.
2. Simplificación de los problemas reales.	2. En el mundo real rara vez las variables son determinísticas
3. Facilidad para determinar los valores óptimos.	3. En las fábricas con producción variable en distintos periodos no es aplicable.
4. Ahorro en tiempo de oficina y computadora.	
5. Trata el problema del inventario de productos fabricados en una instalación fabril de manera sencilla.	4. No contempla los posibles descuentos por cantidad en la adquisición de materias primas.

Tabla 4.2 (continuación)

VENTAJAS	DESVENTAJAS
MODELO CON COSTOS LINEALES (N PERIODOS)	
1. Contiene estructura para analizar modelos más complicados	1. Manejo de un sólo artículo.
2. Simplificaciónn de los problemas reales.	2. En el mundo real rara vez las variables son determinísticas en cada periodo.
3. Facilidad para determinar los valores óptimos.	3. No contempla descuentos por cantidad.
4. Ahorro en tiempo de oficina y computadora.	4. No contempla la posible situación de déficit.
5. Contempla variaciones en demandas y costos por llevar inventario de un período a otro.	4. Funciones de costo tipo lineal.
6. Facilidad para extender al caso con déficit.	
INVENTARIO DE UN PRODUCTO DEMANDA DINAMICA REV. PER.	
1. Contiene estructura para analizar modelos más complicados.	1. Manejo de un sólo artículo.
2. Simplificación de los problemas reales.	2. En el mundo real rara vez las variables son determinísticas
3. Facilidad para determinar los valores óptimos.	3. No contempla los descuentos por cantidad.
4. Ahorro en tiempo de oficina y computadora.	4. No contempla la situación de déficit
5. Contempla variaciones en el comportamiento de la demanda y costos en cada periodo.	5. Los cálculos se complican en cuanto aumenta el número de periodos.
6. Acepta funciones de costos concavas y convexas.	

Tabla 6.2 (continuación)

M O D E L O S E S T O C A S T I C O S	
V E N T A J A S	D E S V E N T A J A S
M O D E L O < Q, r >	
1. Contiene estructura para analizar modelos estocasticos más complicados. 2. Mayor aproximación a los fenómenos reales por contemplar las variables de naturaleza aleatoria. 3. Contemplación de los casos de ventas pendientes y pérdida de ventas. 4. Simplificación del mundo real al no contemplar la correlación entre las demandas de distinitos articulos	1. Manejo de un sólo articulo. 2. Costos invariantes para cada periodo. 3. Suposición de comportamiento similar en cada periodo. 4. Considerable incremento en dificultad para soluciones satisfactorias. 5. Incremento en costos de oficina y computadora.
M O D E L O < R, T >	
1. Contiene estructura para analizar modelos estocasticos más complicados. 2. Mayor aproximación a los fenómenos reales por contemplar las variables de naturaleza aleatoria. 3. Contemplación de los casos de ventas pendientes y pérdida de ventas. 4. Simplificación del mundo real al no contemplar la correlación entre las demandas de distinitos articulos 5. Revisión de inventario una o dos veces por año.	1. Manejo de un sólo articulo. 2. Costos invariantes para cada periodo. 3. Suposición de comportamiento similar en cada periodo. 4. Considerable incremento en dificultad para soluciones satisfactorias 5. Incremento en costos de oficina y computadora.

Tabla 4.3 (continuación)

MODELOS CON MULTIPLES ART.

VENTAJAS	DESVENTAJAS
INTERACCION EN COSTOS	
1. Mayor aproximación a la realidad al contemplar múltiples artículos.	1. Contempla únicamente interacciones en los costos.
2. Minimización de costos por ordenar.	2. Costos invariantes para cada periodo.
3. Se contemplan casos de demanda determinística y aleatoria.	3. Suposición de comportamiento similar en cada periodo.
4. Manejo de un gran número de artículos.	4. No contempla los posibles descuentos al ordenar grandes cantidades.
5. Algoritmos de solución fáciles de implementar.	5. Incremento en costos de oficina y computadora.
6. Grandes ahorros por no considerar los artículos totalmente independientes.	6. No contempla limitaciones en: espacio de almacenamiento, recursos financieros etc.
INTERACCION EN COSTOS POR MATERIALES	
1. Mayor aproximación a la realidad al contemplar múltiples artículos.	1. No contempla las interacciones físicas de los artículos.
2. Minimización de costos por ordenar.	2. Costos invariantes para cada periodo.
3. Reducción en los costos por materiales por periodo.	3. Las posibles combinaciones de grupos de artículos aumenta rápidamente.
4. Manejo de un gran número de artículos.	4. No contempla los posibles descuentos por cantidad ordenada.
5. Algoritmos de solución fáciles de implementar.	5. Incremento en costos de oficina y computadora.
	6. No contempla limitaciones en: espacio de almacenamiento, recursos financieros etc.

Tabla 6.3 (continuación)

V E N T A J A S	D E S V E N T A J A S
I N T E R A C C I O N E N R E C U R S O S	
1. Mayor aproximación a la realidad al contemplar múltiples artículos. 2. Un mejor uso de los recursos limitados, ya sea financieros, de espacio etc. 3. Manejo de una gran cantidad de artículos	1. No se contempla la posibilidad de déficit 2. Costos invariantes para cada periodo. 3. Suposición de comportamiento similar en cada periodo. 4. No contempla los posibles descuentos por cantidad ordenada 5. Incremento en costos de oficina y computadora. 6. Difícil obtención de los valores óptimos del modelo.
I N T E R A C C I O N E N L A D E M A N D A	
1. Mayor aproximación a la realidad al contemplar múltiples artículos. 2. Mejor aproximación al contemplar en parte la naturaleza de los artículos. 3. Contempla lo aleatorio de la demanda.	1. No se contempla en su totalidad las interacciones físicas de los artículos. 2. Incremento rápido de la cantidad de cálculos a realizar en cuanto aumenta el número de artículos. 4. No contempla los posibles descuentos por cantidad ordenada 5. Incremento en costos de oficina y computadora. 6. No contempla limitaciones en: espacio de almacenamiento, recursos financieros etc.

Tabla 4.2 (continuación)

I N V E N T A R I O S   E N   M U L T I E S T A D O S

V E N T A J A S	D E S V E N T A J A S
1. Da solución al problema de control de inventarios de casi cualquier industria que tenga varias etapas de producción y que utilize múltiples artículos.	1. El tener un registro confiable de demandas internas y externas de cada artículo, lo cual no siempre es llevado de manera adecuada por muchas empresas.
2. Soluciones en cierto grado sencillas por los programas de computadoras ya existentes.	2. El no tener una especificación clara de los requerimientos puede llevar a tener niveles de inventario extremadamente altos y causar grandes pérdidas monetarias.
3. Disminuye los costos de llevar inventarios por una determinación óptima de los niveles que se deben tener.	3. El uso de reglas predeterminadas de ordenar para cada artículo deben ser claras y confiables o se corre el riesgo de paralizar la producción por falta de suministros.
4. Considera la variación de demandas distintas en cada periodo de cada artículo.	

Tabla 4.8 (continuación)

Dadas las características del objetivo deseado para los artículos 115 a 212, el modelo más apropiado es el multi-artículos que considera interacción en costos, que se vió en la sección 4.1. Este modelo se aplicará a los artículos que se adquieren de Querétaro, Guadalajara y Monterrey.

Para los artículos 213 a 315 se aplicará el mismo modelo que se usa para los primeros 114 artículos, dado que las características de éstos son similares a las del primer bloque de artículos.

6.3 APLICACION DEL MODELO (S) Y RESULTADOS.

De acuerdo a la discusión de la sección anterior, el modelo más apropiado para los primeros 114 artículos, es el modelo de inventario de un producto, demanda dinámica y revisión periódica visto en el capítulo dos. Para dar solución a este problema se elaboró un programa en lenguaje turbo-pascal versión 5.0, el cual cumple con las características de dicho modelo. Este programa proporciona como resultados (entre otros), el costo óptimo para el horizonte de planeación (4 periodos). En este costo se incluyen los costos de adquisición de materiales. Las cantidades óptimas a adquirir para cada periodo, además, de manera opcional puede proporcionar los resultados óptimos en forma tabular para cada periodo (como se observa en el ejemplo 2.2). Las limitaciones de dicho programa son las siguientes: puede manejar un máximo de 250 artículos distintos a la vez; La demanda total de los últimos tres artículos no debe ser mayor de 650 artículos, maneja un horizonte de planeación de 4 periodos, las funciones de costo que acepta son lineales. El resto de características de este programa se encuentran en las instrucciones al inicio de éste. Un duplicado de dicho programa se anexa a el presente trabajo.

Después de aplicar tal programa a los primeros 114 artículos, los resultados finales se muestran en la tabla 6.3. Como puede observarse, se proporcionan los valores óptimos de costo, que incluyen costo de compra y costo por llevar inventario para el horizonte de planeación, y para cada artículo, que están bajo la columna de costo óptimo.

TABLA 6.3

RESULTADOS DEL BLOQUE DE ARTICULOS A1 a A114

	C O M P R A		OPTIMA		
ARTICULO	P E R I O D O 1	2	3	4	COSTO OPTIMO $MILLONES
A1	23	0	5	40	0.495
A2	22	0	4	50	0.652
A3	21	0	3	35	0.392
A4	25	10	8	50	0.527
A5	115	0	12	125	1.1325
A6	30	0	4	38	0.636
A7	24	0	9	35	0.581
A8	34	8	0	40	0.79834
A9	50	0	12	63	0.4435
A10	32	12	11	50	0.5345
A11	50	21	49	90	0.797
A12	15	8	8	25	0.622
A13	40	10	10	70	1.557
A14	10	4	4	20	3.881
A15	25	8	9	55	1.032
A16	30	9	10	55	0.634
A17	35	8	8	60	0.5615
A18	45	10	10	70	0.8045
A19	20	7	7	35	7.031
A20	45	12	12	80	8.108
A21	15	8	8	25	1.462
A22	25	0	7	40	0.1485
A23	50	15	20	65	0.887
A24	15	8	8	25	0.482
A25	25	9	9	50	9.455
A26	28	10	9	25	0.848
A27	50	15	10	75	2.331
A28	62	15	15	95	1.5954
A29	55	10	9	100	1.1502
A30	62	15	17	90	20.294
A31	30	8	8	55	10.154
A32	45	20	20	110	0.5415
A33	58	0	7	92	0.662
A34	10	5	4	25	9.294
A35	18	7	7	50	3.519
A36	23	10	0	40	0.961875
A37	25	7	8	50	1.154
A38	10	5	4	25	1.176
A39	70	20	20	120	2.929
A40	55	10	10	120	2.1015
A41	60	15	12	80	2.6425
A42	20	10	0	100	0.373875
A43	70	10	10	100	2.98
A44	20	8	8	35	2.539
A45	25	7	7	35	0.831

ARTICULO	C O M P R A OPTIMA				
	P E R I O D O				COSTO OPTIMO
	1	2	3	4	$MILLONES
A46	45	10	9	60	1.232
A47	70	35	25	85	2.3115
A48	40	15	15	75	2.3015
A49	95	25	25	125	1.809
A50	40	15	10	80	2.229
A51	71	29	29	115	2.494
A52	25	8	8	50	0.6
A53	23	7	7	50	13.452
A54	55	10	10	95	2.689
A55	100	25	25	200	0.929
A56	115	35	35	200	6.0215
A57	10	2	2	25	7.854
A58	25	10	10	65	0.604
A59	25	8	8	50	0.964
A60	25	7	6	50	1.022
A61	100	20	20	150	0.344
A62	10	5	5	25	1.2915
A63	20	7	7	55	1.122
A64	5	1	1	8	3.279
A65	15	5	5	30	11.054
A66	35	8	8	60	1.2195
A67	15	6	6	40	2.734
A68	20	6	6	35	1.729
A69	150	35	35	250	2.633
A70	25	9	9	35	1.998
A71	26	9	9	40	0.888
A72	45	15	15	80	1.3655
A73	25	6	6	50	0.918
A74	35	10	10	70	1.548
A75	55	10	10	105	1.128
A76	33	9	9	70	0.895
A77	41	8	8	95	1.568
A78	85	20	20	200	5.073
A79	60	10	10	90	2.088
A80	65	15	15	100	1.998
A81	40	10	10	65	2.048
A82	64	0	9	100	0.4055
A83	75	10	10	120	1.2305
A84	37	0	5	60	1.4905
A85	23	5	5	55	2.248
A86	31	8	8	70	1.569
A87	26	7	7	62	1.578
A88	65	25	25	98	2.604
A89	50	10	10	75	1.498
A90	62	21	21	125	3.712

TABLA 6.3 CONTINUACION.

C O M P R A OPTIMA

ARTICULO	PERIODO 1	2	3	4	COSTO OPTIMO $MILLONES
A91	23	6	6	50	0.698
A92	11	3	3	30	7.098
A93	24	5	5	50	8.440
A94	20	0	6	60	7.868
A95	54	12	12	100	10.728
A96	26	5	5	50	1.0797
A97	26	6	6	50	1.192
A98	31	0	0	80	0.70848
A99	150	50	50	250	2.048
A100	150	40	40	250	2.448
A101	100	25	25	150	7.540
A102	100	20	20	200	1.068
A103	100	25	25	170	0.68[illegible]
A104	105	32	32	170	0.8955
A105	200	50	50	350	2.92504
A106	200	50	50	300	3.040
A107	175	50	50	320	2.428
A108	100	25	25	250	2.048
A109	100	30	30	200	1.480
A110	95	25	25	150	1.818
A111	80	20	20	150	1.938
A112	75	15	15	100	1.073
A113	80	15	15	100	0.8948
A114	90	20	20	120	1.5548

TABLA 6.3 CONTINUACION

La notación usada en la tabla 6.3 es la siguiente: A1,...,A114 representa a los distintos artículos; los periodos están identificados por número y debajo del encabezado <<periodo>>; el costo óptimo es de la forma explicada anteriormente.

Para el conjunto de artículos 115 a 212, como se vió anteriormente, el modelo más apropiado es el multi-artículos que permite interacción en costos. Para dar solución a este caso, se diseñó un programa en Lotus 123, qué corresponde al algoritmo que resuelve el modelo de multi-artículos con interacción de costos en el caso determinista. Los pasos del algoritmo programado son los siguientes:

Paso 1. Se determinan los valores τ_j (TAO) usando la ecuación

$$\tau_j = \left\{ \frac{2A_j}{H_j \; D_j} \right\}^{1/2} \qquad j = 1,2,\ldots,N$$

Paso 2. Determinar los valores de α_j usando la ecuación

$\tau_j = \alpha_j \tau_1$, con τ_1 igual al mínimo de los τ_j.

Paso 3. Se calculan $[\alpha_j]$ ([alfa]) redondeando los α_j del paso 2.

Paso 4. Se determina t_1 por medio de la ecuación

$$\tau_j = \left\{ \frac{2[A + \sum_{j=1}^{N} \frac{A_j}{[\alpha_j]}]}{\sum h_j D_j [\alpha_j]} \right\}^{1/2}$$

Paso 5. Se determinan los valores de $t_2, t_3, \ldots, t_N$ usando la ecuación $t_j = [\alpha_j] t_1$.

Por último se obtiene el costo óptimo usando la ecuación

$$CT = \frac{1}{t_1}\left\{ A + \sum_{j=1}^{N} \frac{A_j}{[\alpha_j]} + \frac{t_1}{2} \sum_{j=1}^{N} h_j D_j [\alpha_j] \right\}$$

Los resultados que arroja tal programa son los siguientes: tiempos de ordenar, de acuerdo a un tiempo base t_1, costo óptimo por periodo y por grupo, que consisten en los adquiridos de Querétaro (dos grupos), Guadalajara (dos grupos), y Monterrey (un grupo). La notación usada en las tablas de resultados de estos bloques de artículos es la siguiente: La primer columna corresponde a los artículos; las demandas de cada periodo se muestran en las siguientes cuatro columnas, cada periodo se identifica de acuerdo al número en el borde superior de las columnas antes mencionadas; al igual que en la tabla 6.1, las columnas 6,7 y 8 tienen el mismo significado, con la variante de que los costos se dan en pesos y no en miles de pesos; la columna encabezada con TAO, corresponde a los valores determinados por el paso 1 del algoritmo; la columna encabezada con alfa, corresponde a los valores determinados por el paso 2; la columna encabezada con [alfa], corresponde a los valores que se obtienen del paso 3; los valores bajo la columna encabezada por Aj/[A] corresponden los costos de poner una órden entre el valor redondeado del valor del alfa correspondiente, esta y la siguiente columna son auxiliares para obtener el valor de t_1; la columna encabezada con HJ*DJ*[A], representa el producto del costo de almacenamiento, por el valor de la demanda, por el valor correspondiente al alfa redondeado,[alfa]; la columna T_j, representa los valores t_j, paso 5 del algoritmo; el valor t_1 del paso 4, es el primero en la columna T_j.

Después de aplicar dicho programa a los artículos que se adquieren de la ciudad de Querétaro, con un costo de flete de $270,000 pesos, se obtuvieron los siguientes resultados: Para el período 1 el tiempo base $t_1 = 0.239128$, lo cual implica que se deben poner 4.18186 órdenes, o bien, cuatro órdenes en este período, que corresponde a una cada 22 o 23 días. Los artículos que se deben ordenar cuatro veces en el primer período son: A133, A134 y A129. los artículos que se deben ordenar cada dos veces son los que corresponden a un [alfa] igual a dos, que se pueden observar en la tabla 6.4. Los artículos con un [alfa] igual tres, se deben ordenar en cada tercer orden que se haga. Los artículos con un [alfa] mayor o igual a cuatro, sólo se ordenan una vez en el primer periodo. El costo total aproximado para este bloque de artículos para el primer período es: $10'395,856 pesos. Este costo es aproximado, dado que las órdenes de los artículos A118 y A116 serán ordenados una sóla vez en el primer período.

Para este mismo bloque de artículos el programa aplicado al segundo período proporciona un tiempo base T_1 igual a 0.519956, lo cual corresponde a poner 1.92324 órdenes en dicho período o más bién dos órdenes solamente. En la tabla 6.5 se puede observar que los artículos que serán ordenados dos veces son: A133, A134 y A129. El resto de artículos serán ordenados una sóla vez en este período. El costo apróximado es de: $3'041,739.00 pesos.

Dado que las demandas y costos del segundo y tercer periodo son los mismos, la política para el tercer periodo es idéntica a la del segundo.

Los resultados para el cuarto periodo son los siguientes: el tiempo base $T_1 = 0.244674$, lo cual indica que se deben poner cuatro órdenes en este periodo, los artículos serán ordenados de acuerdo al [alfa] correspondiente en la tabla 6.6, es decir, los artículos con un [alfa] igual a uno serán ordenados cuatro veces, y el resto de acuerdo la indicación del [alfa]. Por ejemplo, si un artículo tiene un [alfa] igual a dos, se pone una órden en la primera que sea colocada y la segunda hasta que se coloque una tercer orden. La forma de colocar las órdenes de cada artículo se hace de manera semejante. El costo para este periodo es de $11'628,848 pesos.

Para el bloque de artículos adquiridos de la ciudad de Querétaro con un costo de flete de $350,000 pesos, los resultados del primer periodo son los siguientes: el tiempo base T_1 es 0.441754, lo cual indica que se deben poner dos órdenes en este periodo. Los artículos serán ordenados de acuerdo al [alfa] que les corresponda de acuerdo a la tabla 6.7. El costo para este periodo es de $3'778,065.20 pesos.

Los resultados para el segundo y tercer periodo son los siguientes: el tiempo base T_1 es 0.874454, lo cual indica que todos los artículos serán ordenados una sóla vez por periodo. El costo por periodo es de $1'233,906.24 pesos.

Los resultados del cuarto periodo son los siguientes: el

DATOS DEL PRIMER PERIODO

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	AJ
A133	150	30	30	150	100000	2500	270000	19200
A134	125	30	30	175	55000	3500	270000	19200
A129	200	50	50	300	14500	3500	270000	19200
A132	175	50	50	250	15500	2500	270000	19200
A130	250	50	50	350	15500	1200	270000	19200
A136	25	5	5	50	250500	3500	270000	19200
A131	125	25	15	200	20000	2500	270000	19200
A139	35	9	9	55	155000	2900	270000	19200
A135	90	25	25	120	35000	2500	270000	19200
A127	150	35	35	220	6500	2500	270000	19200
A128	90	25	25	150	7500	2500	270000	19200
A125	150	40	40	200	4500	1500	270000	19200
A124	150	35	35	200	5500	1400	270000	19200
A123	120	30	30	170	9000	1500	270000	19200
A138	25	5	5	55	100000	2600	270000	19200
A137	50	10	10	75	26500	2500	270000	19200
A118	50	10	10	80	30000	1500	270000	19200
A122	100	35	35	150	7000	1200	270000	19200
A120	50	15	15	70	25000	1500	270000	19200
A117	50	10	11	75	25000	1300	270000	19200
A126	100	25	25	170	3500	1200	270000	19200
A121	75	25	25	100	8000	1300	270000	19200
A115	50	10	10	65	8000	1300	270000	19200
A119	25	5	5	60	13000	1500	270000	19200
A116	25	8	8	50	15000	1300	270000	19200

TABLA 6.4 DATOS DE ARTICULOS DE QUERETARO, PERIODO 1

RESULTADOS DEL PRIMER PERIODO

T Dias	Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj[A]	Ij
14	9500	0.16	1.00	1	19200	1425000	0.239128
14	7350	0.20	1.25	1	19200	918750	0.239128
14	4515	0.21	1.26	1	19200	903000	0.239128
14	3585	0.25	1.51	2	9600	1254750	0.478256
14	2285	0.26	1.58	2	9600	1142500	0.478256
14	21035	0.27	1.65	2	9600	1051750	0.478256
14	3900	0.28	1.71	2	9600	975000	0.478256
14	13750	0.28	1.72	2	9600	962500	0.478256
14	4950	0.29	1.79	2	9600	893000	0.478256
14	2955	0.29	1.79	2	9600	886500	0.478256
14	3025	0.38	2.29	2	9600	544500	0.478256
14	1815	0.38	2.29	2	9600	544500	0.478256
14	1785	0.38	2.31	2	9600	535500	0.478256
14	2130	0.39	2.36	2	9600	511200	0.478256
14	9600	0.40	2.44	2	9600	480000	0.478256
14	4355	0.42	2.56	3	6400	653250	0.717385
14	3600	0.46	2.81	3	6400	540000	0.717385
14	1690	0.48	2.90	3	6400	567000	0.717385
14	3250	0.49	2.96	3	6400	487500	0.717385
14	3050	0.50	3.06	3	6400	457500	0.717385
14	1445	0.52	3.14	3	6400	433500	0.717385
14	1880	0.52	3.20	3	6400	416500	0.717385
14	1860	0.64	3.91	4	4800	372000	0.956513
14	2410	0.80	4.86	5	3840	301250	1.195641
14	2350	0.81	4.92	5	3840	293750	1.195641

TABLA 6.4 RESULTADOS DEL PRIMER PERIODO ARTICULOS DE QUERETARO.

DATOS DEL SEGUNDO PERIODO

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	Aj
A133	150	30	30	150	100000	2500	270000	19200
A129	200	50	50	300	14500	3500	270000	19200
A134	125	30	30	175	55000	3500	270000	19200
A132	175	50	50	250	15500	2500	270000	19200
A139	35	9	9	55	155000	2900	270000	19200
A135	80	25	25	120	35000	2500	270000	19200
A130	250	50	50	350	15500	1200	270000	19200
A136	25	5	5	50	250500	3500	270000	19200
A127	150	35	35	220	6500	2500	270000	19200
A131	125	25	15	200	20000	2500	270000	19200
A128	90	25	25	150	7500	2500	270000	19200
A125	150	40	40	200	4500	1500	270000	19200
A123	120	30	30	170	9000	1500	270000	19200
A124	150	35	35	200	5500	1400	270000	19200
A122	100	35	35	150	7000	1200	270000	19200
A120	50	15	15	70	25000	1500	270000	19200
A138	25	5	5	55	100000	2600	270000	19200
A121	75	25	25	100	8000	1300	270000	19200
A137	50	10	10	75	26500	2500	270000	19200
A126	100	25	25	170	3500	1200	270000	19200
A118	50	10	10	80	30000	1500	270000	19200
A117	50	10	11	75	25000	1300	270000	19200
A116	25	8	8	50	15000	1300	270000	19200
A115	50	10	10	65	8000	1300	270000	19200
A119	25	5	5	60	13000	1500	270000	19200

TABLA 6.5 ARTICULOS DE QUERETARO

RESULTADOS DEL SEGUNDO PERIODO

T Dias	Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj[A]	Ti
14	9500	0.37	1.00	1	19200	285000	0.519956
14	4515	0.41	1.12	1	19200	225750	0.519956
14	7350	0.42	1.14	1	19200	220500	0.519956
14	3585	0.46	1.26	1	19200	179250	0.519956
14	13750	0.56	1.52	2	9600	247500	1.039912
14	4950	0.56	1.52	2	9600	247500	1.039912
14	2285	0.58	1.58	2	9600	228500	1.039912
14	21035	0.60	1.65	2	9600	210350	1.039912
14	2955	0.61	1.66	2	9600	206850	1.039912
14	3900	0.63	1.71	2	9600	195000	1.039912
14	3025	0.71	1.94	2	9600	151250	1.039912
14	1815	0.73	1.98	2	9600	145200	1.039912
14	2130	0.78	2.11	2	9600	127800	1.039912
14	1785	0.78	2.14	2	9600	124950	1.039912
14	1690	0.81	2.20	2	9600	118300	1.039912
14	3250	0.89	2.42	2	9600	97500	1.039912
14	9600	0.89	2.44	2	9600	96000	1.039912
14	1860	0.91	2.48	2	9600	93000	1.039912
14	4355	0.94	2.56	3	6400	130650	1.559869
14	1445	1.03	2.81	3	6400	108375	1.559869
14	3600	1.03	2.81	3	6400	108000	1.559869
14	3050	1.12	3.06	3	6400	91500	1.559869
14	2350	1.43	3.89	4	4800	75200	2.079825
14	1860	1.44	3.91	4	4800	74400	2.079825
14	2410	1.79	4.86	5	3840	60250	2.599781

TABLA 6.5 ARTICULOS DE QUERETARO

DATOS DEL CUARTO PERIODO

ARTICULO	D E M A N D A P E R I O D O 1	 2	 3	 4	C	H	A	A1
A133	150	30	30	150	100000	2500	270000	19200
A129	200	50	50	200	14500	3500	270000	19200
A134	125	30	30	175	55000	3500	270000	19200
A136	25	5	5	50	250500	3500	270000	19200
A132	175	50	50	250	15500	2500	270000	19200
A130	250	50	50	350	15500	1200	270000	19200
A131	125	25	15	200	20000	2500	270000	19200
A139	35	9	9	55	155000	2900	270000	[illegible]
A127	150	35	35	220	6500	2500	270000	19200
A135	90	25	25	120	35000	2500	270000	19200
A138	25	5	5	55	100000	2600	270000	19200
A128	90	25	25	150	7500	2500	270000	19200
A125	150	40	40	200	4500	1500	270000	19200
A123	120	30	30	170	9000	1500	270000	19200
A124	150	35	35	200	5500	1400	270000	19200
A137	50	10	10	75	20500	2500	270000	19200
A118	50	10	10	80	30000	1500	270000	19200
A122	100	35	35	150	7000	1200	270000	19200
A126	100	25	25	170	3500	1200	270000	19200
A117	50	10	11	75	25000	1300	270000	19200
A120	50	15	15	70	25000	1500	270000	19200
A121	75	25	25	100	8000	1300	270000	19200
A119	25	5	5	60	13000	1500	270000	19200
A115	50	10	10	65	8000	1300	270000	19200
A116	25	8	8	50	15000	1300	270000	19200

TABLA 6.6 DATOS DE ARTICULOS DE QUERETARO

RESULTADOS DEL CUARTO PERIODO

T Dias	Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
14	9500	0.16	1.00	1	19200	1425000	0.244674
14	4515	0.17	1.03	1	19200	1354500	0.244674
14	7350	0.17	1.05	1	19200	1286250	0.244674
14	21035	0.19	1.16	1	19200	1051750	0.244674
14	3585	0.21	1.26	1	19200	896250	0.244674
14	2285	0.22	1.33	1	19200	799750	0.244674
14	3900	0.22	1.35	1	19200	780000	0.244674
14	13750	0.23	1.37	1	19200	756250	0.244674
14	2955	0.24	1.48	1	19200	650100	0.244674
14	4950	0.25	1.55	2	9600	1188000	0.489348
14	9600	0.27	1.64	2	9600	1056000	0.489348
14	3025	0.29	1.77	2	9600	907500	0.489348
14	1815	0.33	1.98	2	9600	726000	0.489348
14	2130	0.33	1.98	2	9600	724200	0.489348
14	1785	0.33	2.00	2	9600	714000	0.489348
14	4355	0.34	2.09	2	9600	653250	0.489348
14	3600	0.37	2.22	2	9600	576000	0.489348
14	1690	0.39	2.37	2	9600	507000	0.489348
14	1445	0.40	2.41	2	9600	491300	0.489348
14	3050	0.41	2.50	2	9600	457500	0.489348
14	3250	0.41	2.50	3	6400	682500	0.734023
14	1860	0.45	2.77	3	6400	558000	0.734023
14	2410	0.52	3.14	3	6400	433800	0.734023
14	1860	0.56	3.43	3	6400	362700	0.734023
14	2350	0.57	3.48	3	6400	352500	0.734023

TABLA 6.6 RESULTADOS DEL CUARTO PERIODO DE ARTICULOS DE QUERETARO.

tiempo base T_i es 0.321412, lo cual indica que serán puestas tres órdenes en este período. Los artículos serán ordenados de acuerdo al [alfa] correspondiente, de acuerdo a la tabla 6.9. El costo para este período es de $2'286,454 pesos.

Para articulos adquiridos de la ciudad de Guadalajara con un costo de flete de $700,000 pesos, los resultados para los cuatro periodos son los siguientes: para el período 1, el tiempo base es T_i = 0.32997, lo cual indica que se deben poner tres ordenes en dicho período, es decir una cada 30 días. El costo para este período es de $9'568,019 pesos.

Para este mismo bloque de artículos, en el segundo y tercer período el tiempo base T_i = 0.77778, lo cual indica que se deben poner tres órdenes en los dos periodos, una cada 60 días, con un costo aproximado de 3'518,440 pesos.

Para el cuarto período, el tiempo base es T_i = 0.30315, lo cual indica que se deben poner tres órdenes en dicho período, con un costo aproximado de $10'161,600 pesos.

Para el bloque de artículos que son adquiridos de la ciudad de Guadalajara con un costo de felete de $900,000 pesos, los resultados son los siguientes: Para el primer período, el tiempo base T_i = 0.51174, lo cual indica que se deben poner dos órdenes en este período, con un costo de $6'872,460 pesos.

Para el segundo y tercer período, el tiempo base T_i = 0.9961, lo cual indica que se debe poner una orden por período, con un costo de $4'503,460 pesos.

Para el cuarto período se tiene un tiempo base T_i = 0.44809, lo cual indica que se deben poner dos ordenes en este periodo, con un costo total de $7'388,887 pesos.

Para el bloque de artículos que son adquiridos de la ciudad de Monterrey, los resultados son los siguientes: Para el primer periodo, el tiempo base es T_1 = 0.808288, lo cual indica que se deben poner dos ordenes en este periodo, una cada 45 días, y con un costo total de $9'351,835 pesos.

Para el segundo y tercer periodo, el tiempo base T_1 = 1.1246, lo cual indica que se debe poner sólo una orden por periodo, es decir, una cada 90 días, y con un costo total por periodo de $3'274,691 pesos.

Para el cuarto y último periodo, el tiempo base es T_1 = 0.526, lo cual indica que se deben poner dos órdenes en dicho periodo, una cada 45 días. El costo total para este periodo es de $10'282,482 pesos.

Para el bloque de artículos de A212 a A315, después de aplicar el programa antes descrito, se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 6.1. En ésta tabla se muestran las cantidades óptimas a adquirir por periodo, así como el costo óptimo para el horizonte de planeación por artículo. Cómo puede observarse el costo total para este bloque de artículos en el horizonte de planeaciónm es de: $283.43301 millones de pesos.

lo cual indica que se deben poner dos ordenes en este periodo, con un costo total de $7'388,887 pesos.

Para el bloque de artículos que son adquiridos de la ciudad de Monterrey, los resultados son los siguientes: Para el primer periodo, el tiempo base es T_1 = 0.808288, lo cual indica que se deben poner dos ordenes en este periodo, una cada 45 días, y con un costo total de $9'351,835 pesos.

Para el segundo y tercer periodo, el tiempo base T_2 = 1.1246, lo cual indica que se debe poner sólo una orden por periodo, es decir, una cada 90 días, y con un costo total por periodo de $3'274,691 pesos.

Para el cuarto y último periodo, el tiempo base es T_1 = 0.526, lo cual indica que se deben poner dos órdenes en dicho periodo, una cada 45 días. El costo total para este periodo es de $10'282,482 pesos.

Para el bloque de artículos de A212 a A315, después de aplicar el programa antes descrito, se obtuvieron los resultados que se muestran en la tabla 6.18. En ésta tabla se muestran las cantidades óptimas a adquirir por periodo, así como el costo óptimo para el horizonte de planeación por artículo. Cómo puede observarse el costo total para este bloque de artículos en el horizonte de planeaciónm es de: $283.43301 millones de pesos.

DATOS DEL PRIMER PERIODO

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	Aj
A149	98	20	20	120	45000	3100	350000	19200
A153	25	6	6	35	260000	4500	350000	19200
A141	38	10	10	80	125500	5550	350000	19200
A140	25	7	7	60	200000	6000	350000	19200
A143	152	35	35	190	25000	1500	350000	19200
A142	100	25	25	150	15600	3100	350000	19200
A147	65	15	15	100	55000	2000	350000	19200
A151	26	8	8	50	150000	2500	350000	19200
A148	56	23	23	84	54000	2100	350000	19200
A145	80	15	15	150	12500	2500	350000	19200
A152	9	3	3	15	275000	5000	350000	19200
A144	100	25	25	150	13500	1200	350000	19200
A146	45	9	9	70	25500	2500	350000	19200
A150	58	10	10	75	12000	1200	350000	19200

TABLA 6.7 DATOS DEL SEGUNDO BLOQUE DE ARTICULOS DE LA CIUDAD DE QUERETARO.

RESULTADOS DEL PRIMER PERIODO

T Dias	Hj	TAO	ALF	[ALF]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
14	6250	0.250387	1	1	19200	612500	0.441754
14	22700	0.260125	1.038891	1	19200	567500	0.441754
14	14335	0.272781	1.089439	1	19200	516060	0.441754
14	20000	0.277128	1.106797	1	19200	500000	0.441754
14	3250	0.278806	1.113498	1	19200	494000	0.441754
14	4192	0.302659	1.208766	1	19200	419200	0.441754
14	5850	0.317783	1.269166	1	19200	380250	0.441754
14	13000	0.337060	1.346153	1	19200	338000	0.441754
14	5880	0.341493	1.363861	1	19200	329280	0.441754
14	3375	0.355555	1.420021	1	19200	303750	0.441754
14	24250	0.419458	1.675235	2	9600	436500	0.883509
14	2145	0.423108	1.689815	2	9600	429000	0.883509
14	4285	0.446255	1.782261	2	9600	385650	0.883509
14	2040	0.569687	2.275222	2	9600	236640	0.883509

TABLA 6.7 RESULTADOS DE ARTICULOS DE QUERETARO.

DATOS DEL SEGUNDO Y TERCER PERIODO

	D E M A N D A							
ARTICULO	P E R I O D O 1	2	3	4	C	H	A	Aj
A141	36	10	10	80	125500	5550	350000	19200
A140	25	7	7	60	200000	6000	350000	19200
A153	25	6	6	35	260000	4500	350000	19200
A148	56	23	23	84	54000	2100	350000	19200
A149	98	20	20	120	45000	3100	350000	19200
A143	152	35	35	190	25000	1500	350000	19200
A142	100	25	25	150	15600	3100	350000	19200
A151	26	8	8	50	150000	2500	350000	19200
A147	65	15	15	100	55000	2000	350000	19200
A152	9	3	3	15	275000	5000	350000	19200
A144	100	25	25	150	13500	1200	350000	19200
A145	90	15	15	150	12500	2500	350000	19200
A146	45	9	9	70	25500	2500	350000	19200

TABLA 6.8 DATOS DE ARTICULOS DE QUERETARO

RESULTADOS DEL SEGUNDO Y TERCER PERIODO

T Dias	Hj	TAO	ALF	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
14	14335	0.517567	1	1	19200	143350	0.874454
14	20000	0.523722	1.011893	1	19200	140000	0.874454
14	22700	0.530978	1.025912	1	19200	136200	0.874454
14	5880	0.532859	1.029547	1	19200	135240	0.874454
14	6250	0.554256	1.070887	1	19200	125000	0.874454
14	3250	0.581018	1.122595	1	19200	113750	0.874454
14	4192	0.605319	1.169548	1	19200	104800	0.874454
14	13000	0.607643	1.174038	1	19200	104000	0.874454
14	5850	0.661518	1.278130	1	19200	87750	0.874454
14	24250	0.726522	1.403726	1	19200	72750	0.874454
14	2145	0.846217	1.634990	2	9600	107250	1.748908
14	3375	0.870929	1.682737	2	9600	101250	1.748908
14	4285	0.997858	1.927978	2	9600	77130	1.748908

TABLA 6.8 RESULTADOS DE ARTICULOS DE QUERETARO.

DATOS DEL CUARTO PERIODO

	DEMANDA							
ARTICULO	PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	Aj
A140	25	7	7	60	200000	6000	350000	19200
A141	36	10	10	80	125500	5550	350000	19200
A153	25	6	6	35	260000	4500	350000	19200
A149	98	20	20	120	45000	3100	350000	19200
A151	26	8	8	50	150000	2500	350000	19200
A142	100	25	25	150	15600	3100	350000	19200
A143	152	35	35	190	25000	1500	350000	19200
A147	65	15	15	100	55000	2000	350000	19200
A145	90	15	15	150	12500	2500	350000	19200
A148	56	23	23	84	54000	2100	350000	19200
A152	9	3	3	15	275000	5000	350000	19200
A144	100	25	25	150	13500	1200	350000	19200
A146	45	9	9	70	25500	2500	350000	19200
A150	58	10	10	75	12000	1200	350000	19200

TABLA 6.9 DATOS DE ARTICULOS DE QUERETARO.

RESULTADOS DEL CUARTO PERIODO

T Dias	Hj	TAO	ALF	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
14	20000	0.178885	1	1	19200	1200000	0.321412
14	14335	0.182987	1.022932	1	19200	1146800	0.321412
14	22700	0.219846	1.228976	1	19200	794500	0.321412
14	6250	0.226274	1.264911	1	19200	750000	0.321412
14	13000	0.243057	1.358732	1	19200	650000	0.321412
14	4192	0.247120	1.381447	1	19200	628800	0.321412
14	3250	0.249371	1.394030	1	19200	617500	0.321412
14	5850	0.256205	1.432229	1	19200	585000	0.321412
14	3375	0.275412	1.539600	2	9600	1012500	0.642825
14	5880	0.278828	1.558639	2	9600	887840	0.642825
14	24250	0.324910	1.816306	2	9600	727500	0.642825
14	2145	0.345466	1.931218	2	9600	643500	0.642825
14	4285	0.357800	2.000166	2	9600	599900	0.642825
14	2040	0.500979	2.800560	3	6400	459000	0.964238

TABLA 6.9 RESULTADOS DEL CUARTO PERIODO, ARTICULOS DE QUERETARO.

DATOS DEL PERIODO UNO

ARTI ULO	D E M A N D A — P E R I O D O 1	2	3	4	C	H	A	A1	T DIA.
A159	150	25	25	150	160000	2500	700000	12300	14
A155	125	20	20	150	85000	3500	700000	12300	14
A156	150	35	35	180	65000	3000	700000	12300	14
A166	200	25	25	250	15000	2500	700000	12300	14
A157	160	25	25	195	25000	2500	700000	12300	14
A165	250	50	50	300	8500	2000	700000	12300	14
A164	100	15	15	125	45000	2200	700000	12300	14
A154	100	20	20	150	32000	2500	700000	12300	14
A158	200	50	50	250	10000	1500	700000	12300	14
A167	70	12	12	100	25000	2600	700000	12300	14
A160	25	8	8	30	90000	3500	700000	12300	14
A183	98	15	15	150	5000	1200	700000	12300	14
A161	100	20	20	120	5000	900	700000	12300	14
A162	78	25	25	100	7000	900	700000	12300	14

TABLA 6.10 DATOS DE ARTICULOS DE GUADALAJARA.

REASULTADOS DEL PERIODO UNO

Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Di*[A]	Tj
13700	0.109411	1	1	12300	2055000	0.329968
9450	0.144310	1.318970	1	12300	1181250	0.329968
7550	0.147383	1.347059	1	12300	1132500	0.329968
3550	0.186139	1.701283	2	6150	1420000	0.659936
4250	0.190201	1.738406	2	6150	1360000	0.659936
2595	0.194728	1.779783	2	6150	1297500	0.659936
5350	0.214432	1.959677	2	6150	1070000	0.659936
4740	0.227812	2.082172	2	6150	948000	0.659936
2200	0.236451	2.161123	2	6150	880000	0.659936
4350	0.284232	2.597839	3	4100	913500	0.989904
9800	0.316872	2.896162	3	4100	735000	0.989904
1550	0.407428	3.678129	4	3075	607600	1.319872
1250	0.443621	4.054626	4	3075	500000	1.319872
1390	0.476335	4.353626	4	3075	433080	1.319872

TABLA 6.10 ARTICULOS DE GUADALAJARA

DATOS DEL SEGUNDO Y TERCER PERIODO

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	Aj	T Días
A159	150	25	25	150	160000	2500	700000	12300	14
A156	150	35	35	180	65000	3000	700000	12300	14
A155	125	20	20	150	85000	3500	700000	12300	14
A165	250	50	50	300	8500	2000	700000	12300	14
A158	200	50	50	250	10000	1500	700000	12300	14
A157	160	25	25	195	25000	2500	700000	12300	14
A154	100	20	20	150	32000	2500	700000	12300	14
A166	200	25	25	250	15000	2500	700000	12300	14
A164	100	15	15	125	45000	2200	700000	12300	14
A160	25	8	8	30	90000	3500	700000	12300	14
A167	70	12	12	100	25000	2600	700000	12300	14
A162	78	25	25	100	7000	900	700000	12300	14
A161	100	20	20	120	5000	900	700000	12300	14
A163	98	15	15	150	5000	1200	700000	12300	14

TABLA 6.11 ARTICULOS DE GUDALAJARA

RESULTADOS DEL SEGUNDO Y TERCER PERIODO

Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
13700	0.268001	1	1	12300	342500	0.777785
7550	0.305112	1.138473	1	12300	264250	0.777785
9450	0.360775	1.346168	1	12300	189000	0.777785
2595	0.435425	1.624712	2	6150	259500	1.555571
2200	0.472902	1.764549	2	6150	220000	1.555571
4250	0.481175	1.795419	2	6150	212500	1.555571
4740	0.509405	1.900754	2	6150	189600	1.555571
3550	0.526481	1.964473	2	6150	177500	1.555571
5350	0.553662	2.065892	2	6150	160500	1.555571
9800	0.560156	2.090124	2	6150	156800	1.555571
4350	0.686486	2.561503	3	4100	156600	2.333356
1390	0.841376	3.139445	3	4100	104250	2.333356
1250	0.991967	3.701351	4	3075	100000	3.111142
1550	1.028622	3.838122	4	3075	93000	3.111142

TABLA 6.11 ARTICULOS DE GUADALAJARA.

DATOS DEL CUARTO PERIODO

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	AJ	T DIA
A159	150	25	25	150	160000	2500	700000	12300	14
A155	125	20	20	150	85000	3500	700000	12300	14
A156	150	35	35	180	65000	3000	700000	12300	14
A166	200	25	25	250	15000	2500	700000	12300	14
A157	100	25	25	195	25000	2500	700000	12300	14
A165	250	50	50	200	8500	2000	700000	12300	14
A154	100	20	20	150	32000	2500	700000	12300	14
A164	100	15	15	125	45000	1200	700000	12300	14
A158	200	50	50	250	10000	1500	700000	12300	14
A167	70	12	12	100	25000	2500	700000	12300	14
A160	25	8	8	30	90000	3500	700000	12300	14
A163	98	15	15	150	5000	1200	700000	12300	14
A161	100	20	20	120	000	900	700000	12300	14
A162	78	25	25	100	7000	900	700000	12300	14

TABLA 6.12 ARTICULOS DE GUADALAJARA

RESULTADOS DEL CUARTO PERIODO

Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Ai/[A]	Hj*Dj*[A]	I1
13700	0.109411	1	1	12300	2055000	0.303151
9450	0.131736	1.204049	1	12300	1417500	0.303151
7550	0.134541	1.229691	1	12300	1359000	0.303151
3550	0.166488	1.521674	2	6150	1775000	0.606303
4250	0.172288	1.574686	2	6150	1657500	0.606303
2595	0.177761	1.624712	2	6150	1557000	0.606303
4740	0.186008	1.700086	2	6150	1422000	0.606303
5350	0.191794	1.752968	2	6150	1337500	0.606303
2200	0.211486	1.932967	2	6150	1100000	0.606303
4350	0.237806	2.173508	2	6150	870000	0.606303
9800	0.289263	2.643022	3	4100	882000	0.909455
1550	0.325279	2.972996	3	4100	697500	0.909455
1250	0.404969	3.701351	4	3075	600000	1.212606
1390	0.420688	3.845019	4	3075	556000	1.212606

TABLA 6.12 ARTICULOS DE GUADALAJARA.

DATOS DEL PRIMER PERIODO

ARTICULO	D E M A N D A P E R I O D O 1	2	3	4	C	H	A	Aj
A170	25	5	5	30	250000	5000	900000	12300
A176	200	50	50	250	10000	1800	900000	12300
A179	100	25	25	125	35000	2500	900000	12300
A187	100	20	20	150	30000	2500	900000	12300
A175	150	50	50	200	13000	2000	900000	12300
A190	125	25	25	168	10000	2500	900000	12300
A186	50	10	10	65	65000	3000	900000	12300
A189	150	26	26	200	12000	1600	900000	12300
A171	30	6	6	50	125000	3400	900000	12300
A173	15	4	4	25	250000	5000	900000	12300
A169	100	25	25	145	9000	2500	900000	12300
A188	70	20	20	100	25000	2600	900000	12300
A174	25	5	5	30	100000	4500	900000	12300
A183	25	6	4	35	120000	2500	900000	12300
A181	25	6	6	30	100000	3600	900000	12300
A178	52	15	15	65	25000	2500	900000	12300
A185	25	8	8	35	75000	3200	900000	12300
A168	100	31	31	150	8000	1500	900000	12300
A180	54	12	12	65	12000	2600	900000	12300
A182	50	10	10	60	26000	1500	900000	12300
A184	15	6	6	25	80000	3500	900000	12300
A172	5	2	2	8	305000	5500	900000	12300
A177	75	20	20	130	5500	1000	900000	12300

TABLA 6.13 ARTICULOS DE GUADALAJARA
(SEGUNDO BLOQUE)

RESULTADOS DEL PRIMER PERIODO.

T Días	Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Ti
14	22500	0.209125	1	1	12300	562500	0.517356
14	2500	0.221810	1.060660	1	12300	500000	0.517356
14	4950	0.222928	1.066003	1	12300	495000	0.517356
14	4600	0.231253	1.105814	1	12300	460000	0.517356
14	2910	0.237397	1.135191	1	12300	436500	0.517356
14	3200	0.247991	1.185854	1	12300	400000	0.517356
14	7550	0.255275	1.220682	1	12300	377500	0.517356
14	2440	0.259254	1.239711	1	12300	366000	0.517356
14	12150	0.259787	1.242259	1	12300	364500	0.517356
14	22500	0.269979	1.290994	1	12300	337500	0.517356
14	3130	0.280346	1.340568	1	12300	313000	0.517356
14	4350	0.284232	1.359150	1	12300	304500	0.517356
14	11500	0.292515	1.398757	1	12300	287500	0.517356
14	10900	0.300458	1.436739	1	12300	272500	0.517356
14	10600	0.304680	1.456928	1	12300	265000	0.517356
14	4250	0.333634	1.595383	2	6150	442000	1.034712
14	8450	0.341247	1.631784	2	6150	422500	1.034712
14	2060	0.345568	1.652447	2	6150	412000	1.034712
14	3440	0.363907	1.740143	2	6150	371520	1.034712
14	3320	0.384958	1.840802	2	6150	332000	1.034712
14	9100	0.424523	2.029994	2	6150	273000	1.034712
14	26850	0.428065	2.046935	2	6150	268500	1.034712
14	1385	0.486644	2.327050	2	6150	207750	1.034712

TABLA 6.13 ARTICULOS DE GUADALAJARA.

DATOS DEL SEGUNDO Y TERCER PERIODO

ARTICULO	D E M A N D A P E R I O D O 1	2	3	4	C	H	A	Aj
A175	150	50	50	200	13000	2000	900000	12300
A176	200	50	50	250	10000	1800	900000	12300
A179	100	25	25	125	35000	2500	900000	12300
A170	25	5	5	30	250000	5000	900000	12300
A187	100	20	20	150	30000	2500	900000	12300
A173	15	4	4	25	250000	5000	900000	12300
A188	70	20	20	100	25000	2600	900000	12300
A190	125	25	25	168	10000	2500	900000	12300
A169	100	25	25	145	9000	2500	900000	12300
A186	50	10	10	65	65000	3000	900000	12300
A171	30	6	6	50	125000	3400	900000	12300
A185	25	8	8	35	75000	3200	900000	12300
A183	25	6	4	35	120000	2500	900000	12300
A168	100	31	31	150	8000	1500	900000	12300
A178	52	15	15	65	25000	2500	900000	12300
A181	25	6	6	30	100000	3600	900000	12300
A189	150	26	26	200	12000	1600	900000	12300
A174	25	5	5	30	100000	4500	900000	12300
A184	15	6	6	25	80000	3500	900000	12300
A172	5	2	2	8	305000	5500	900000	12300
A180	54	12	12	65	12000	2600	900000	12300
A182	50	10	10	60	26000	1500	900000	12300
A177	75	20	20	130	5500	1000	900000	12300

TABLA 6.14 ARTICULOS DE GUADALAJARA

RESULTADOS DEL SEGUNDO Y TERCER PERIODO

T Dias	Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
14	2910	0.411183	1	1	12300	145500	0.996041
14	2500	0.443621	1.070888	1	12300	125000	0.996041
14	4950	0.445856	1.084323	1	12300	123750	0.996041
14	22500	0.467618	1.137248	1	12300	112500	0.996041
14	4600	0.517098	1.257585	1	12300	92000	0.996041
14	22500	0.522012	1.271482	1	12300	90000	0.996041
14	4350	0.531750	1.293218	1	12300	87000	0.996041
14	3200	0.554526	1.348610	1	12300	80000	0.996041
14	3130	0.560693	1.363607	1	12300	78250	0.996041
14	7550	0.570813	1.388219	1	12300	75500	0.996041
14	12150	0.580903	1.412757	1	12300	72900	0.996041
14	8450	0.603245	1.467094	1	12300	67600	0.996041
14	10900	0.613308	1.491566	1	12300	65400	0.996041
14	2060	0.620659	1.509444	2	6150	127720	1.992083
14	4250	0.621194	1.510745	2	6150	127500	1.992083
14	10600	0.621926	1.512526	2	6150	127200	1.992083
14	2440	0.622710	1.514432	2	6150	126880	1.992083
14	11500	0.654084	1.590734	2	6150	115000	1.992083
14	9100	0.671229	1.632432	2	6150	109200	1.992083
14	26850	0.676831	1.646055	2	6150	107400	1.992083
14	3440	0.771965	1.877420	2	6150	82560	1.992083
14	3320	0.860792	2.093449	2	6150	66400	1.992083
14	1385	0.942383	2.291878	2	6150	55400	1.992083

TABLA 6.14 ARTICULOS DE GUADALAJARA

DATOS DEL CUARTO PERIODO

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	A1
A187	100	20	20	150	30000	2500	900000	12300
A170	25	5	5	30	250000	5000	900000	12300
A176	200	50	50	250	10000	1800	900000	12300
A179	100	25	25	125	35000	2500	900000	12300
A171	30	6	6	50	125000	3400	900000	12300
A175	150	50	50	200	13000	2000	900000	12300
A173	15	4	4	25	250000	5000	900000	12300
A190	125	25	25	168	10000	2500	900000	12300
A186	50	10	10	65	65000	3000	900000	12300
A189	150	26	26	200	12000	1600	900000	12300
A169	100	25	25	145	9000	2500	900000	12300
A188	70	20	20	100	25000	2600	900000	12300
A183	25	6	4	35	120000	2500	900000	12300
A174	25	5	5	30	100000	4500	900000	12300
A181	25	8	8	30	100000	3600	900000	12300
A168	100	31	31	150	8000	1500	900000	12300
A185	25	8	8	35	75000	3200	900000	12300
A178	52	15	15	65	25000	2500	900000	12300
A184	15	6	6	25	80000	3500	900000	12300
A180	54	12	12	65	12000	2600	900000	12300
A172	5	2	2	8	305000	5500	900000	12300
A182	50	10	10	60	26000	1500	900000	12300
A177	75	20	20	130	5500	1000	900000	12300

TABLA 6.15 ARTICULOS DE GUADALAJARA

RESULTADOS DEL CUARTO PERIODO

ENTR Días	Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Ai/[A]	Hj*Lj*[A]	lj
14	4600	0.188817	1	1	12300	690000	0.448094
14	22500	0.190904	1.011050	1	12300	675000	0.448094
14	2500	0.198393	1.050714	1	12300	625000	0.448094
14	4950	0.199393	1.056007	1	12300	618750	0.448094
14	12150	0.201230	1.065740	1	12300	607500	0.448094
14	2910	0.205591	1.088837	1	12300	582000	0.448094
14	22500	0.209125	1.107549	1	12300	562500	0.448094
14	3200	0.213913	1.132908	1	12300	537600	0.448094
14	7550	0.223891	1.185753	1	12300	490750	0.448094
14	2440	0.224521	1.189089	1	12300	488000	0.448094
14	3130	0.232815	1.233015	1	12300	453850	0.448094
14	4350	0.237806	1.259447	1	12300	435000	0.448094
14	10900	0.253933	1.344860	1	12300	381500	0.448094
14	11500	0.267028	1.414213	1	12300	345000	0.448094
14	10600	0.278133	1.473027	1	12300	318000	0.448094
14	2060	0.282155	1.494325	1	12300	309000	0.448094
14	8450	0.288406	1.527432	2	6150	591500	0.896188
14	4250	0.298412	1.580423	2	6150	552500	0.896188
14	9100	0.328834	1.741541	2	6150	455000	0.896188
14	3440	0.331889	1.756663	2	6150	447200	0.896188
14	26850	0.338415	1.792286	2	6150	429600	0.896188
14	3320	0.351417	1.861143	2	6150	398400	0.896188
14	1385	0.369633	1.957618	2	6150	360100	0.896188

TABLA 6.15 ARTICULOS DE GUADALAJARA

DATOS DEL PRIMER PERIODO

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	A1
A199	150	50	50	220	30000	3600	1600000	13200
A192	100	25	25	125	31000	3500	1600000	13200
A200	90	20	20	120	45000	2900	1600000	13200
A193	125	30	30	150	15500	3100	1600000	13200
A198	100	25	25	125	25000	3100	1600000	13200
A201	65	10	10	79	54000	3500	1600000	13200
A195	45	20	20	65	55000	3100	1600000	13200
A197	66	12	12	80	15000	3500	1600000	13200
A196	65	12	12	75	25000	2500	1600000	13200
A204	25	5	5	30	122000	2200	1600000	13200
A205	101	25	25	150	15000	1500	1600000	13200
A191	70	15	15	100	12500	2500	1600000	13200
A203	20	3	3	25	120000	2500	1600000	13200
A194	20	5	5	25	100000	3500	1600000	13200
A202	150	50	50	200	3500	900	1600000	13200
A201	100	25	23	150	5000	1200	1600000	13200
A206	45	12	12	65	10000	1500	1600000	13200
A210	75	10	10	100	3500	700	1600000	13200
A211	50	9	9	65	5500	900	1600000	13200
A209	50	9	9	75	5000	800	1600000	13200
A208	20	3	3	[illegible]	9000	1000	1600000	13200
A207	10	3	3	[illegible]	12000	1200	1600000	13200

TABLA 6.16 ARTICULOS DE MONTERREY.

RESULTADOS DEL PRIMER PERIODO

ENTR Dias	Hj	TAO	ALFA	[ALF]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
14	5700	0.175719	1	1	13200	855000	0.608288
14	5670	0.215779	1.227980	1	13200	567000	0.608288
14	6050	0.220192	1.253095	1	13200	544500	0.608288
14	4185	0.224646	1.278439	1	13200	523125	0.608288
14	4850	0.233308	1.327737	1	13200	485000	0.608288
14	7280	0.236199	1.344190	1	13200	473200	0.608288
14	6950	0.290538	1.653424	2	6600	625500	1.216576
14	4550	0.296499	1.687350	2	6600	600600	1.216576
14	4250	0.309136	1.759267	2	6600	552500	1.216576
14	10740	0.313566	1.784476	2	6600	537000	1.216576
14	2550	0.320163	1.822016	2	6600	515100	1.216576
14	3375	0.334284	1.902379	2	6600	472500	1.216576
14	10900	0.347995	1.980408	2	6600	435000	1.216576
14	10500	0.354562	2.017778	2	6600	420000	1.216576
14	1145	0.392060	2.231180	2	6600	343500	1.216576
14	1550	0.412701	2.348644	2	6600	310000	1.216576
14	2200	0.516397	2.938769	3	4400	297000	1.824864
14	945	0.610316	3.473253	3	4400	212625	1.824864
14	1285	0.641010	3.647929	4	3300	257000	2.433152
14	1150	0.677591	3.856107	4	3300	230000	2.433152
14	1630	0.899897	5.121229	5	2640	163000	3.041440
14	2040	1.137592	6.473929	6	2200	122400	3.649728

TABLA 6.16 ARTICULOS DE MONTERREY

DATOS DEL SEGUNDO Y TERCER PERIODO

ARTICULO	DEMANDA PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	Aj
A199	150	50	50	220	30000	3600	1600000	13200
A192	100	25	25	125	31000	3500	1600000	13200
A195	45	20	20	65	55000	3100	1600000	13200
A193	125	30	30	150	15500	3100	1600000	13200
A198	100	25	25	125	25000	3100	1600000	13200
A200	90	20	20	120	45000	2900	1600000	13200
A201	65	10	10	79	54000	3500	1600000	13200
A205	101	25	25	150	15000	1500	1600000	13200
A202	150	50	50	200	3500	900	1600000	13200
A197	66	12	12	80	15000	3500	1600000	13200
A204	25	5	5	30	122000	2200	1600000	13200
A194	20	5	5	25	100000	3500	1600000	13200
A196	65	12	12	75	25000	2500	1600000	13200
A191	70	15	15	100	12500	2500	1600000	13200
A201	100	25	23	150	5000	1200	1600000	13200
A203	20	3	3	25	120000	2500	1600000	13200
A206	45	12	12	65	10000	1500	1600000	13200
A211	50	9	9	65	5500	900	1600000	13200
A209	50	9	9	75	5000	800	1600000	13200
A210	75	10	10	100	3500	700	1600000	13200
A207	10	3	3	13	12000	1200	1600000	13200
A208	20	3	3	28	9000	1000	1600000	13200

TABLA 6.17 ARTICULOS DE MONTERREY.

RESULTADOS DEL SEGUNDO Y TERCER PERIODO

ENTR Dias	Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
14	5700	0.304354	1	1	13200	285000	1.124698
14	5670	0.431559	1.417949	1	13200	141750	1.124690
14	6950	0.435807	1.431907	1	13200	139000	1.124698
14	4185	0.458557	1.506655	2	6600	251100	2.249396
14	4850	0.466617	1.533139	2	6600	242500	2.249396
14	6050	0.467099	1.534722	2	8600	242000	2.249396
14	7280	0.602193	1.978594	2	6600	145600	2.249396
14	2550	0.643519	2.114376	2	6600	127500	2.249396
14	1145	0.679069	2.231180	2	6600	114500	2.249396
14	4550	0.695353	2.284680	2	6600	109200	2.249396
14	10740	0.701156	2.303749	2	6600	107400	2.249396
14	10500	0.709124	2.329929	2	6600	105000	2.249396
14	4250	0.719476	2.363944	2	6600	102000	2.249396
14	3375	0.722136	2.372684	2	8600	101250	2.249396
14	1550	0.825403	2.711980	3	4400	116250	3.374094
14	10900	0.898520	2.952218	3	4400	98100	3.374094
14	2200	1	3.285643	3	4400	79200	3.374094
14	1285	1.510677	4.964203	5	2640	57825	5.623490
14	1150	1.597098	5.247497	5	2640	51750	5.623490
14	945	1.671421	5.491696	5	2640	47250	5.623490
14	2040	2.076951	6.824121	7	1885.714	42840	7.872886
14	1630	2.323525	7.634278	8	1650	39120	8.997504

TABLA 5.17 ARTICULOS DE MONTERREY

DATOS DEL CUARTO PERIODO

	DEMANDA							
ARTICULO	PERIODO 1	2	3	4	C	H	A	Aj
A199	150	50	50	220	30000	3600	1600000	13200
A200	90	20	20	120	45000	2900	1600000	13200
A192	100	25	25	125	31000	3500	1600000	13200
A193	125	30	30	150	15500	3100	1600000	13200
A198	100	25	25	125	25000	3100	1600000	13200
A201	65	10	10	79	54000	3500	1600000	13200
A195	45	20	20	65	55000	3100	1600000	13200
A205	101	25	25	150	15000	1500	1600000	13200
A197	68	12	12	80	15000	3500	1600000	13200
A191	70	15	15	100	12500	2500	1600000	13200
A204	25	5	5	30	122000	2200	1600000	13200
A196	65	12	12	75	25000	2500	1600000	13200
A203	20	3	3	25	120000	2500	1600000	13200
A194	20	5	5	25	100000	3500	1600000	13200
A201	100	25	23	150	5000	1200	1600000	13200
A202	150	50	50	200	3500	900	1600000	13200
A206	45	12	12	65	10000	1500	1600000	13200
A210	75	10	10	100	3500	700	1600000	13200
A209	50	9	9	75	5000	800	1600000	13200
A211	50	9	9	65	5500	900	1600000	13200
A208	20	3	3	28	9000	1000	1600000	13200
A207	10	3	3	13	12000	1200	1600000	13200

TABLA 6.18 ARTICULOS DE MONTERREY.

RESULTADOS DEL CUARTO PERIODO

ENTR Dias	Hj	TAO	ALFA	[ALFA]	Aj/[A]	Hj*Dj*[A]	Tj
14	5700	0.145095	1	1	13200	1254000	0.526151
14	6050	0.190892	1.314257	1	13200	726000	0.526151
14	5670	0.192999	1.330154	1	13200	708750	0.526151
14	4185	0.205073	1.413368	1	13200	627750	0.526151
14	4850	0.208677	1.438211	1	13200	606250	0.526151
14	7280	0.214250	1.476622	1	13200	575120	0.526151
14	6950	0.241742	1.666094	2	6600	903500	1.052303
14	2550	0.262715	1.810643	2	6600	765000	1.052303
14	4550	0.269309	1.856085	2	6600	728000	1.052303
14	3375	0.279682	1.927577	2	6600	675000	1.052303
14	10740	0.286245	1.972813	2	6600	644400	1.052303
14	4250	0.287790	1.983461	2	6600	637500	1.052303
14	10900	0.311256	2.145188	2	6600	545000	1.052303
14	10500	0.317129	2.185667	2	6600	525000	1.052303
14	1550	0.336969	2.322401	2	6600	465000	1.052303
14	1145	0.339534	2.340081	2	6600	458000	1.052303
14	2200	0.429668	2.961288	3	4400	429000	1.578455
14	945	0.528549	3.642779	4	3300	378000	2.104606
14	1150	0.553251	3.813021	4	3300	345000	2.104606
14	1285	0.562203	3.874721	4	3300	334100	2.104606
14	1630	0.760552	5.241745	5	2640	228200	2.630758
14	2040	0.997734	6.876413	7	1885.714	185640	3.683062

TABLA 6.18 ARTICULOS DE MONTERREY

RESULTADOS DE ARTICULOS "212 a 315"

ARTICULO	COMPRA OPTIMA PERIODO 1	2	3	4	COSTO OPTIMO $MILLONES
A212	100	15	15	150	3.03
A213	100	12	12	160	4.492
A214	120	10	10	170	4.895
A215	120	10	10	185	6.7525
A216	130	15	15	200	7.47
A217	90	10	10	150	26.09
A218	70	8	8	100	9.39
A219	80	10	10	90	28.59
A220	100	15	15	130	26.09
A221	50	8	8	65	20.395
A222	30	5	5	50	19.44
A223	25	3	3	35	13.29
A224	200	50	50	250	5.59
A225	200	25	25	300	5.04
A226	50	5	5	75	33.84
A227	25	3	3	35	13.29
A228	100	50	50	200	1.49
A229	150	25	25	200	1.49
A230	40	0	0	39	0.46025
A231	34	0	4	38	2.1725
A232	52	0	12	65	0.43
A233	110	0	10	125	0.477
A234	150	25	25	200	2.09
A235	40	0	0	45	0.9175
A236	35	0	0	35	0.55435
A237	40	0	0	40	2.08225
A238	90	35	35	110	4.14
A239	112	0	11	110	0.907
A240	175	0	25	175	0.76
A241	285	0	35	300	0.8975
A242	250	50	50	350	3.27
A243	20	3	3	35	18.42
A244	43	5	5	60	28.37
A245	17	3	3	25	16.92
A246	150	25	25	300	50.12
A247	90	0	10	100	0.335
A248	34	5	5	50	2.194875
A249	27	0	0	31	0.93345
A250	54	0	0	50	2.16
A251	38	0	6	50	0.717
A252	66	0	0	65	2.11308
A253	90	0	10	100	1.42
A254	76	0	0	70	1.61278
A255	44	7	7	50	5.49

TABLA 6.19 ARTICULOS DE IMPORTACION

ARTICULO	C O M P R A OPTIMA P E R I O D O 1	 2	 3	 4	COSTO OPTIMO $MILLONES
A256	85	20	20	125	6.59
A257	43	0	5	45	1.645
A258	33	0	0	35	1.08435
A259	99	15	15	105	2.43
A260	101	25	25	125	2.022
A261	92	0	0	100	1.039
A262	202	.50	50	250	1.746
A263	203	50	50	250	2.855
A264	105	0	0	100	1.105
A265	109	0	0	100	1.3347
A266	15	3	3	25	4.69
A267	18	5	5	30	14.59
A268	17	3	3	25	13.05
A269	35	8	8	50	10.19
A270	19	4	4	35	5.98
A271	200	70	70	250	8.94
A272	31	6	6	50	23.34
A273	91	25	25	120	19.865
A274	42	8	8	60	6.58
A275	44	8	8	60	6.09
A276	82	12	12	100	7.3
A277	83	15	15	100	5.415
A278	77	15	15	100	21.825
A279	66	10	10	85	18.9
A280	55	5	5	70	27.09
A281	33	5	5	50	23.34
A282	88	10	10	100	5.29
A283	99	15	15	110	2.958
A284	122	0	0	115	1.98102
A285	117	0	0	120	1.26975
A286	40	0	0	50	0.5088
A287	74	0	0	75	0.5223
A288	85	0	0	80	0.905
A289	75	15	15	100	1.525
A290	94	0	12	100	1.616
A291	57	0	0	55	0.97678
A292	15	0	0	20	0.9395
A293	130	50	50	170	1.69
A294	15	0	3	20	2.535
A295	14	3	3	25	4.59
A296	21	4	4	35	7.45
A297	25	9	0	35	1.80875
A298	23	8	0	40	1.1467
A299	35	3	3	50	13.285
A300	55	2	2	65	19.31

TABLA 6.10 CONTINUACION

C O M P R A OPTIMA

ARTICULO	PERIODO 1	PERIODO 2	PERIODO 3	PERIODO 4	COSTO OPTIMO $MILLONES
A301	27	0	2	30	2.125
A302	26	4	4	35	3.54
A303	100	15	15	120	5.84
A304	30	10	0	40	1.2804
A305	58	0	10	65	0.645
A306	69	0	12	75	0.48
A307	43	10	0	80	0.4621
A308	81	25	25	100	3.324
A309	64	10	10	90	4.44
A310	61	9	9	80	11.22
A311	31	5	5	50	7.37
A312	100	12	12	120	8.63
A313	214	55	55	250	2.099
A314	124	50	50	150	1.586
A315	120	40	40	150	1.14

TABLA 6.19 CONTINUACION

6.4 CONCLUSIONES DEL PROBLEMA.

Puede observarse, que el aplicar los modelos teóricos a fenómenos reales proporciona la política a seguir más conveniente, así como los valores de los parámetros que con esa política implican menores costos. Se obtienen respuestas que indican cuándo se debe ordenar, qué cantidad y cuánto costará. Con no mucho esfuerzo se logra un mejor aprovechamiento de los recursos económicos, evitando despilfarros de dinero y espacio, sin menoscabar el nivel de servicio al cliente.

CONCLUSIONES GENERALES

Como se puede observar, a lo largo del presente trabajo se han analizado un buen número de modelos de inventarios, de tal modo que para cualquier caso que se presente en el mundo real se pueda echar mano de alguno de los modelos vistos.

Desde el punto de vista académico, la secuencia y contenido del trabajo, es tal que se puede implementar como apoyo para cursos de licenciatura y posgrado.

Los programas diseñados e implementados acortan la gran brecha que suponen los empresarios, existe entre teoría y realidad, pues con estos se demuestra que si las empresas cuentan con un adecuado registro de ventas, costos, etc., el implementar la teoría no es una tarea imposible o abrumadora, y permiten alcanzar un equilibrio adecuado entre el capital invertido y la stisfacción de la demanda.

Estos programas, sirven además como ayuda en la preparación escolar, para inducir a los alumnos a trabajar con fenómenos reales desde su época de estudiantes, para ser así mejores profesionistas.

Es claro que es mucho lo que se ha hecho en el área de sistemas de inventarios, y mucho lo que falta por hacer, pero mediante el estudio de teoría y aplicación de ésta, se puede llegar a tener empresas eficientes, que es el objetivo principal de cualquier administrador.

BIBLIOGRAFIA

[1] Posada de López Adelita. Analisis e implantación de un modelo de inventarios. Tesis de Maestría. Investigación de Operaciones, DEPFI, UNAM. Mayo de 1988.

[2] Hadley and Whitin. Analysis of Inventory Sistems. Prentice-Hall (1963).

[3] Leovigildo López García. Desarrollo e implantación de un simulador de inventarios. Tesis de Maestría. Investigación de Operaciones, DEPFI, UNAM. Junio de 1988.

[4] Eliezer Nador. Inventory Sistems. John Wiley (1966).

[5] David D. Bedworth and James E. Bailey. Sistemas Integrados de Producción, Limusa (1988).

[6] Mokhtor S. Bazaraa. Programación Lineal y Flujo en Redes, Limusa (1981)

[7] Stephen F. Love. Inventory Control, Mc. Graw-Hill (1979).

[8] J. Larrañeta and L. Onieva. The Economic Lot-Shelduing Problem. Operational Research. Vol. 38, N° 4 1988.

[9] Johnson and Montgomery. Operations Research in Production Planning, Jhon Wiley and Sons (1974).

[10] Prawda Juan. Métodos y modelos de investigación de Operaciones, Vol 2, Modelos estocásticos, Limusa (1980).

"Dadme un punto de apoyo, y podré mover la tierra"

Arquímedes (287-212 a J.C.)

A Idalia Flores, madre de mis hijas, y mi punto de apoyo en la construcción de mi vida.

RECONOCIMIENTO

Quiero expresar mi reconocimiento y gratitud a todos los profesores de la maestría, que contribuyeron a mi formación en la Investigación de Operaciones. En especial al Dr. Sergio Fuentes Maya, por sus enseñanzas y sobre todo su inapreciable amistad.

A Miguel Angel Gutiérrez y a Jianyou Yu por su valiosa ayuda en la revisión de éste trabajo.

Finalmente a mi compañera Idalia Flores, por motivarme a realizar este trabajo, por sus sugerencias constructivas y creativas a las primeras versiones que permitieron darle una mejor estructura.