UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE QUIMICA

BALANCES DE ENERGIA EN FLUJO DE FLUIDOS

T E S I S
Que para obtener el Título de
INGENIERO QUIMICO
P r e s e n t a

JUAN CARLOS FERNANDEZ SOSSA

México, D. F. 1977

JURADO ASIGNADO

PRESIDENTE:	PROF.	RUDI P. STIVALET CORRAL
V O C A L:	"	CARLOS BAZAN VILLEGAS
SECRETARIO:	"	GUILLERMO ALCAYDE LACORTE
1er. SUPLENTE:	"	CLAUDIO A. AGUILAR MARTINEZ
2do. SUPLENTE:	"	ENRIQUE BRAVO MEDINA

SITIO DONDE SE DESARROLLO EL TEMA: MEXICO, D. F.

SUSTENTANTE: JUAN CARLOS FERNANDEZ SOSSA

ASESOR DEL TEMA: ING. RUDI-PRIMO STIVALET

CON AGRADECIMIENTO A MIS PADRES.

I N D I C E

Pág.

INTRODUCCION

La tesis que se presente pretende que sea de máxima utilidad principalmente a los estudiantes técnicos que abordan por primera vez el tema de flujo de fluídos.

Como es de conocimiento general existe una escasez de libros sobre ingeniería química en español y el estudiante afronta el problema de que la información sobre flujo de fluídos se encuentra dispersa siendo difícil encontrar en un solo texto el material que se imparte en la facultad de química.

En la presente tesis se ha reunido material de diversos libros y publicaciones que versan sobre el tema y se los ha enfocado para una fácil comprensión.

Se tienen algunos problemas de ejemplo en el capítulo sobre balances de energía en los que se plantean primero las ecuaciones a utilizar; estos problemas están resueltos a un nivel elemental para mejor entendimiento del estudiante. La nomenclatura que se utiliza es la que generalmente se maneja en las operaciones unitarias y es la que imparten la mayoría de los maestros de la Facultad.

Quiero agradecer la gran ayuda que me prestó el Ing. Químico Rudi P. Stivalet destacado maestro de la Facultad de Química.

NOMENCLATURA

A	área de flujo en m^2.
BHP	potencia al freno de la bomba en HP.
C	coeficiente del orificio
C_o	coeficiente del orificio en la garganta
C_p	capacidad calorífica a presión constante en Kcal/Kg°C.
Cv	Capacidad calorífica a volúmen constante en Kcal/Kg°C.
C_V	Coeficiente del Venturi
D	diámetro nominal del tubo en in.
De	diámetro equivalente en in.
Di	diámetro interno del tubo en in.
E	energía interna en Kcal/Kg.
f'	factor de fricción fanning adimensional
f_D	factor de fricción D'arcy adimensional
F	fuerza en Newtons
Fe	factor de elevación
F_{Re}	corrección por viscosidad
G	flujo másico de gas en Kg/hr.
<u>G</u>	flujo volumétrico de gas en m^3/hr.
G_u	masa velocidad de gas en Kg/m^2-hr
h	altura promedio de todas las elevaciones verticales en ft.
H	entalpia en Kcal/Kg.
H_D	cabeza de descarga de la bomba en ft. de líquido
H_s	entalpia estacionaria en Kcal/Kg.

H_S	cabeza de succión de la bomba en ft de líquido
H_T	cabeza total de la bomba en ft de líquido
J	equivalente mecánico de calor 778 $\frac{\vec{lb} - ft}{BTU}$
K	conductividad térmica en Kcal/hr.m.°C
L	flujo másico de líquido en Kg/hr.
$\underline{L}$	flujo volumétrico de líquido en m^3/hr.
Le	longitud equivalente del tubo en m.
L_u	masa velocidad de líquido en Kg/hr-m^2
L/D	longitud equivalente de una resistencia al flujo en diá-metros de tubería
m	masa en gr.
m	número de elevaciones verticales en la tubería
n	número de moles
N_m	velocidad de difusión molar en Kgmol/hr.
N_{Ma}	número de Mach. adimensional
N_{Re}	número de Reynolds adimensional
P	presión en $\vec{Kg}/cm^2$
P°	presión de vapor en $\vec{Kg}/cm^2$
PM	peso molecular Kg/Kgmol
q	velocidad de flujo de calor en Kcal/hr
q'	calor transferido desde los alrededores en Kcal/hr
r	radio del tubo en cm
r_H	radio hidráulico en cm

R_o constante de los gases en atm-lit/mol °K

S área de la sección transversal del tubo en in^2, m^2

So área de la sección transversal del orificio en in^2

t tiempo en seg.

T temperatura en °C

Ts temperatura estacionaria en °F

$\overline{u}$ velocidad lineal media en m/seg

u_o velocidad en el orificio en m/seg

u_s velocidad del sonido en m/seg

v volumen en litros

$\widetilde{V}$ volumen molar en litros/mol

V volumen específico en m^3/Kg

Vm volumen molecular de un gas

w trabajo efectuado por el fluído en Kcal

w'f trabajo de flecha de la bomba en HP

Z factor de compresibilidad adimensional

ΔP_{TPh} caída de presión total debido a la fricción en Psi/ft.

ΔP_{PT} caída de presión de la porción horizontal en Psi/ft.

β relación de diámetros D_2/D_1

$\mathcal{D}$ coeficiente de difusividad en cm^2/seg.

ε rugosidad absoluta en ft.

ε/D rugosidad relativa adimensional

τ esfuerzo cortante

ρ densidad en Kg/m^3

ρ_R densidad relativa adimensional

σ tensión superficial en dina/cm.

μ viscosidad absoluta en centipoises

ν viscosidad cinemática en centistokes

C A P I T U L O   I

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

DEFINICION DE FLUIDO.- Un fluído es una sustancia que se deforma continuamente cuando se somete a una tensión de -- cortadura, por muy pequeña que ésta sea. Una fuerza cortante- es la componente tangente a la superficie de la fuerza y esta fuerza, dividida por el área de la superficie, es la tensión- de cortadura media sobre el área considerada. La tensión de - cortadura en un punto es el límite del cociente de la fuerza- cortante por el área cuando el área se reduce a cero en el -- punto.

Representando una sustancia que se ha colocado entre - dos placas paralelas muy próximas lo suficientemente largas - para que puedan despreciarse las condiciones en los bordes, - figura 1.1. Si la placa inferior está quieta y sobre la superior se aplica una fuerza F, que origina una tensión de cortadura F/A en la sustancia colocada entre las placas; donde A - es el área de la placa superior. Cuando esta fuerza F, por -- muy pequeña que sea, hace mover a la lámina superior con una- velocidad constante, siempre que ésta no sea nula. Podemos decir que la sustancia situada entre las láminas es un fluído.- El fluído en inmediato contacto con la pared sólida tiene la- misma velocidad que la pared en vista de que no hay ningún -- deslizamiento del fluído sobre la pared. Esto se ha comprobado experimentalmente en innumerables ensayos con varios tipos de fluídos y materiales de la pared. Volviendo a la figura -- (1.1), el fluído del área mnop se mueve hasta ocupar una nueva posición mn'o'p, de tal forma que cada partícula fluída se -- mueva paralelamente a la lámina y la velocidad u varía uniformemente desde cero en la placa en reposo hasta u en la lámina superior. La experiencia demuestra que si las otras magnitu-- des se mantienen constantes, F es directamente proporcional a A y a u e inversamente proporcional a t, de manera que

$$F = \mu \frac{A u}{t} \qquad (1.1)$$

donde μ es el factor de proporcionalidad que hace interve-- nir el efecto del fluído de que se trate.

Sabemos que la tensión de cortadura es

$$\tau = \frac{F}{A}$$

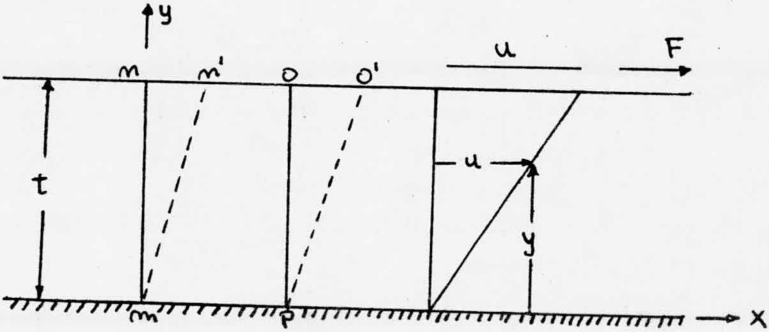


Figura (1.1).- Deformación resultante de la aplicación de una fuerza de cortadura constante.

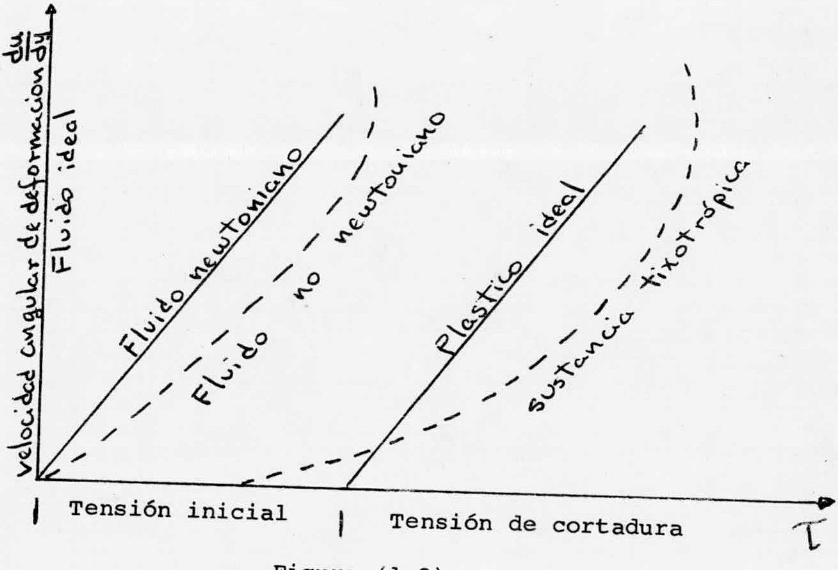


Figura (1.2)

por lo que resulta

$$\tau = \mu \frac{u}{t} \qquad (1.2)$$

La relación u/t es la velocidad angular de la línea mn, o la velocidad angular de deformación del fluído, en la figura viene a ser la disminución del ángulo nmp en la unidad de tiempo. La velocidad angular puede también escribirse du/dy y ambas, u/t y du/dy, expresan la variación de la velocidad dividida por la distancia en la que se produce dicha variación. De las dos formas du/dy es más general y sirve en todos los casos, aún en aquellos en que la velocidad angular y la tensión de cortadura varían. El gradiente de velocidad du/dy puede también ser considerado como el cociente de la velocidad con que una capa de fluído se mueve en relación con la capa adyacente. En forma diferencial se puede escribir

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (1.3)$$

Esta ecuación nos representa la ley de Newton de la viscosidad, donde el factor de proporcionalidad se llama viscosidad del fluído. La ecuación (1.3) nos dice que existe una proporcionalidad entre la tensión de cortadura y la velocidad de deformación angular de un movimiento unidimensional de un fluído.

Un plástico no cumple la definición de fluído porque para producir una deformación continua en la sustancia plástica debe sobrepasarse una cierta tensión de cortadura inicial.

<u>TIPOS DE FLUIDOS</u>.- De acuerdo a la ley de Newton de la velocidad los fluídos pueden clasificarse en Newtonianos y no-Newtonianos. En los fluídos Newtonianos existe una relación lineal entre la tensión de cortadura aplicada y la velocidad de deformación resultante.

En los fluídos no Newtonianos no existe tal relación lineal. Esto podemos observarlo en la figura (1.2). Un plástico ideal tiene una cierta tensión de cortadura inicial y por encima de ella existe una relación lineal constante entre τ y du/dy. Las sustancias Thixotrópicas como por ejemplo la tinta de imprenta, tiene una viscosidad que depende de la deformación angular inmediatamente anterior y tiende a un cierto valor cuando la sustancia está en reposo.

Los gases y los líquidos ligeros se aproximan a los --

fluídos Newtonianos, mientras que los líquidos pesados y los gases en las cercanías de sus puntos críticos son no Newtonianos.

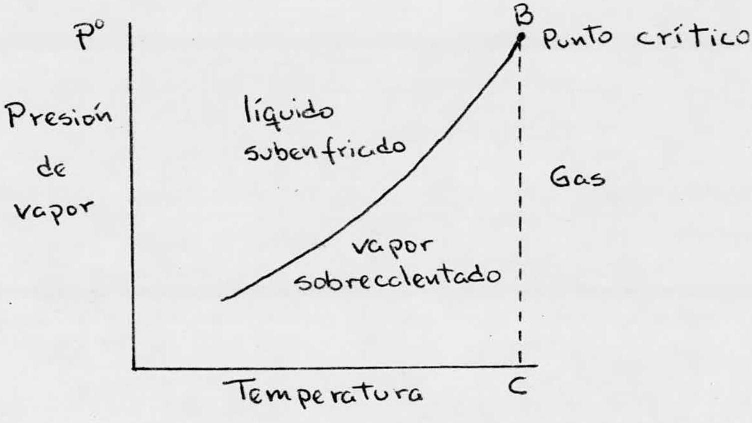
Para simplificar el estudio de los fluídos, es usual - suponer que el fluído no es viscoso. Cuando la viscosidad es- nula la tensión de cortadura es también nula cualquiera que - sea el movimiento del fluído.

Un fluído ideal es un fluído de viscosidad nula e in-- compresible y está representado en la figura (1.2) por el eje de las ordenadas. Y los fluídos reales son los que tienen viscosidad y son también llamados fluídos viscosos y se dividen- en Newtonianos y no Newtonianos. A continuación definimos las propiedades más importantes de los fluídos.

PRESION DE VAPOR.- Los líquidos se evaporan porque las moléculas se escapan de su superficie. Cuando el espacio por- encima del líquido está limitado, las moléculas de vapor ejercen una presión parcial de dicho espacio llamada presión de - vapor. Después de un tiempo suficiente, el número de molécu-- las de vapor que chocan contra la superficie del líquido que- de nuevo se condensan es justamente igual al número de las -- que escapan en un intervalo de tiempo y existe, un equilibrio. Como este fenómeno depende únicamente de la actividad molecu- lar, la cual es función de la temperatura, la presión de va-- por de un fluído dado depende de la temperatura y aumenta con ella. Cuando la presión encima del líquido se iguala a la presión del vapor del líquido, éste hierve.

La presión de vapor es una función de la temperatura.- Vemos en la figura (1.3), la curva AB. El área arriba de AB - es líquido suben friado. La curva termina en B, el cual es el punto crítico. En este punto, la energía translacional de las moléculas de el líquido viene a ser igual a la energía de --- atracción, y el líquido y el vapor vienen a ser idénticos. El área ABC es la región de vapor sobrecalentado. Un vapor es definido como un fluído que puede ser licuado por simple compresión.

El área a la derecha de BC es la región gaseosa. Un -- gas es un fluído el cual no puede ser licuado sin importar -- cuanto pueda ser comprimido. Por lo que la principal diferencia entre los líquidos y los gases en flujo de fluídos es su- compresibilidad. Los líquidos a temperaturas relativamente lejanas al punto crítico pueden ser comprimibles solo ligeramente y a muy altas presiones. Generalmente los líquidos son incompresibles para cualquier operación.



Figura(1.3)

Los gases y vapores son muy compresibles y en muchos - problemas de flujo su compresibilidad debe tomarse en cuenta.

La presión de vapor se representa por P° y está dado - generalmente en $\vec{lb}/in^2$, $\vec{kg}/cm^2$, $\vec{kg}/m^2$.

DENSIDAD.- La densidad de una sustancia está expresada como la masa por unidad de volúmen.

$$\rho = \frac{\text{Masa}}{\text{Volúmen}} = \frac{m}{v} \qquad (1.4)$$

La densidad del agua a 4°C y una atmósfera es 62.4 lb/ ft^3 ó 1 g/cm^3. La densidad del mercurio es 13.6 g/cm^3 .

DENSIDAD DE LOS LIQUIDOS.- El efecto de las variaciones de la presión y la temperatura en las densidades de los - líquidos es considerada insignificante en la mayoría de los - casos en flujo de fluídos. La densidad de algunos líquidos sa

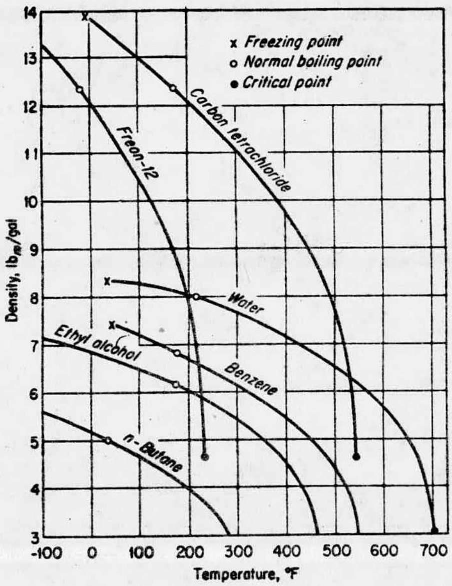


Figura 1.4 Densidad de varios liquidos saturados

turados es mostrada como una función de la temperatura en la figura 1.4. El punto de congelación, el punto de ebullición y el punto crítico son indicados en cada curva.

DENSIDAD DE LOS GASES.- La manera más común de obtener la densidad de un gas es a través de una ecuación de estado relacionando la presión, volúmen y la temperatura. Los gases perfectos obedecen la ecuación de estado

$$P\tilde{V} = R_0 T \qquad (1.5)$$

ó

$$PV = n R_0 T$$

donde P es la presión

$\tilde{V}$ es el volúmen por mol
T es la temperatura absoluta
R_0 es la constante de los gases
n es el número de moles

Los gases reales siguen la ecuación 1.5 con relativa aproximación a temperaturas reducidas más grandes que dos y presiones reducidas menores que uno. Para gases reales han sido desarrolladas muchas ecuaciones de estado, las cuales son complicadas y difíciles de usar en cálculos de ingeniería. La ecuación más simple de estado hace uso de el factor de compresibilidad Z

$$P\tilde{V} = ZR_0T \qquad (1.6)$$

La ecuación (1.6) es usada para determinar densidades de gases bajo cualquier condición de presión y temperatura.

El factor de compresibilidad Z puede ser obtenido de una curva del factor de compresibilidad contra presión reducida a valores constantes de temperatura reducida. En la figura (1.5) vemos al factor de compresibilidad. Las densidades obtenidas usando la ecuación (1.6) y la figura (1.5) son aproximadas entre el 5 al 10 por ciento para todos los gases excepto para el hidrógeno y el helio. Para muchos compuestos orgánicos, la compresibilidad en el punto crítico es aproximadamente 0.26.

DENSIDAD RELATIVA.- La densidad relativa de una sustancia es la relación de su densidad a la densidad de alguna sustancia de referencia a una temperatura y presión determinada. Para líquidos y sólidos esta sustancia de referencia es

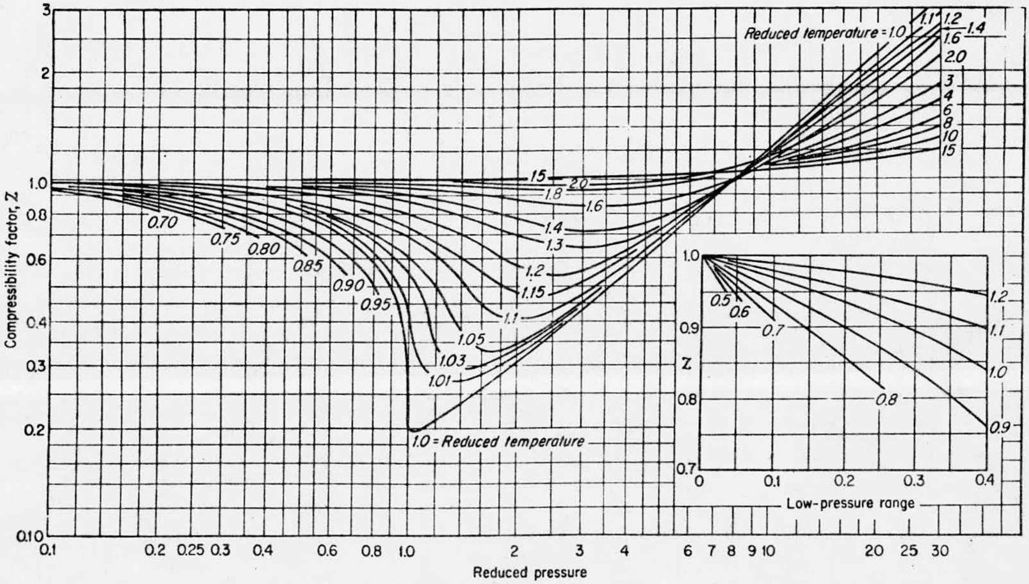


Figura 1.5

Factores de compresibilidad de gases y vapores la densidad del agua tomada a 4°C, 25°C, 60°F ó 70°F y una atmósfera. En la mayoría de los manuales siempre se indican a que temperatura se tomó la densidad del agua.

Para gases la sustancia de referencia es generalmente el aire pero a veces se usa el hidrógeno o el oxígeno como referencia.

$$\rho_R = \frac{\rho_A}{\rho_{H_2O}} = \frac{Kg/m^3 \text{ de } A}{Kg/m^3 \text{ de } H_2O} \quad (1.7)$$

ρ_R - es la densidad relativa
ρ_A - densidad de la sustancia A
ρ_{H_2O} - densidad de la sustancia de referencia

Para gases a la misma presión y temperatura se utiliza la siguiente ecuación:

$$\rho_R = \frac{\text{Peso molecular de la sustancia A}}{\text{Peso molecular de la sustancia de referencia}} \quad (1.8)$$

Algunas de las siguientes escalas son usadas en diversas industrias:

Grados Baumé

$$°Bé_{l}\,{}^{60}_{60} = \frac{140}{\rho_R} - 130$$ más liviano que el agua (1.9)

$$°Bé_{h}\,{}^{60}_{60} = 145 - \frac{145}{\rho_R}$$ más pesado que el agua (1.10)

°API

$$°API\,{}^{70}_{60} = \frac{141.5}{\rho_R} - 131.5$$ más liviano que el agua (1.11)

°Twadell

$$°Tw\,{}^{60}_{60} = 200\,(\rho_R - 1)$$ más pesado que el agua (1.12)

°Brix

$$°Bx_{l}\,{}^{60}_{60} = \frac{400}{\rho_R} - 400$$ más liviano que el agua (1.13)

$°Bx_{h}\,{}^{60}_{60}$ = escala arbitraria — más pesado que el agua (1.14)

Los números de arriba y de abajo se refieren a las temperaturas de medición y de referencia respectivamente. °F

VOLUMEN ESPECIFICO.- Esta propiedad es el recíproco de la densidad. El volúmen específico para el agua a 4°C y una - atmósfera es:

$$V = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{62.4} = \frac{ft^3}{lb} = \frac{m^3}{Kg} \tag{1.15}$$

Para el aire:

$$V = \frac{1}{\rho} = \frac{359}{29} = \frac{ft^3}{lb} = \frac{m^3}{Kg}$$

CAPACIDAD CALORIFICA.- La capacidad calorífica Cp está definida como la cantidad de calor requerido para aumentar la temperatura de un material un grado. Si el material es calentado a presión constante, la capacidad calorífica viene a ser

$$C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \tag{1.16}$$

y cuando el calentamiento es llevado a cabo a volúmen constante

$$C_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v \tag{1.17}$$

donde H = entalpia
E = energía interna
Cp = capacidad calorífica a presión constante
Cv = capacidad calorífica a volúmen constante

Las dimensiones de la capacidad calorífica son energía por unidad de masa por unidad de cambio de temperatura.

Para gases perfectos

$$R_0 = C_p - C_v \tag{1.18}$$

Mientras que para líquidos y sólidos Cp y Cv son casi iguales. Para muchos cálculos en flujo de fluídos Cp es utilizado aún cuando puedan haber variaciones en el fluído.

Para un cambio de temperatura a presión constante

$$H_2 - H_1 = \left(\int_{T_1}^{T_2} C_p \, dT\right)_p \tag{1.19}$$

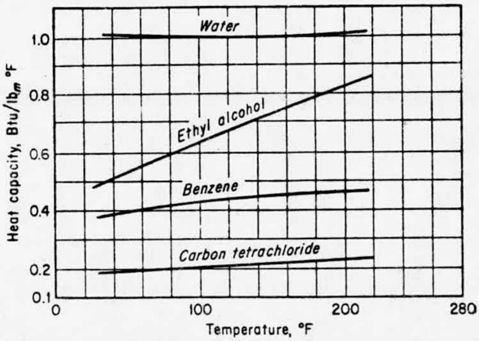


Figura 1.6

Capacidad calorífica de varios liquidos a 1 atmósfera

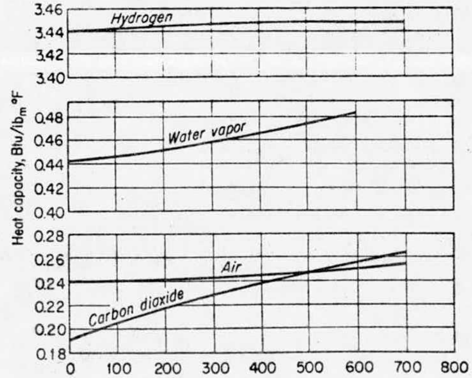


Figura 1.7

Capacidad calorífica de varios gases a 1 atmósfera

Cuando la presión y la temperatura cambian, la entalpia está dada por

$$dH = C_P\, dT + \left[- \frac{T\partial}{\partial T}\left(\frac{1}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho} \right] dP \qquad (1.20)$$

El último término de la ecuación (1.20) nos da el cambio en la entalpia debido a cambios en la presión. Usualmente no es significante excepto cuando se tienen grandes cambios de presión. Capacidades caloríficas a presión constante de algunos líquidos y gases son mostrados en las figuras 1.6 y 1.7.

TENSION SUPERFICIAL.- La tensión superficial está definida como la cantidad de trabajo requerida para aumentar el área superficial de un líquido por una unidad de área. La unidad más usual de tensión superficial es la dina/cm.

La naturaleza de el fluído en contacto con la superficie de el líquido afecta la tensión superficial, pero este efecto es leve para superficies líquidas en contacto con gases.

La tensión interfacial de dos líquidos inmiscibles en contacto es aproximadamente la diferencia de sus tensiones superficiales individuales cuando ellos están en contacto con aire.

Se representa por σ

TRANSPORTE MOLECULAR.- Las propiedades de transporte molecular de los fluídos son aquellas propiedades que corresponden a la velocidad de transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa por movimiento molecular.

Las velocidades de transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa en fluídos pueden ser expresadas mediante ecuaciones análogas. En general, la velocidad es proporcional a el gradiente potencial, siendo la constante de proporcionalidad una propiedad física de la sustancia. Las ecuaciones de transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa son:

1.- Transferencia de cantidad de movimiento

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy} \qquad (1.21)$$

$$\frac{\text{Transferencia de cantidad de movimiento}}{\text{(Unidad de área) (Unidad de tiempo)}} = \text{(viscosidad) (gradiente velocidad)}$$

2.- Transferencia de calor

$$\frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dy} \qquad (1.22)$$

$$\frac{\text{Transferencia de calor}}{\text{(unidades de área) (unidad de tiempo}} = \text{(conductividad térmica) (gradiente temperatura)}$$

3.- Transferencia de masa

$$\frac{N_m}{A_{N_m}} = - D \frac{dc_m}{dy} \qquad (1.23)$$

$$\frac{\text{Transferencia de masa}}{\text{(unidad de área) (unidad de tiempo}} = \text{(coeficiente de difusión) (gradiente de concentración)}$$

El signo negativo aparece en las ecuaciones 1.22 y -- 1.23 donde la transferencia de masa y calor ocurre solo en - la dirección de decrecimiento de temperatura y concentración respectivamente.

VISCOSIDAD.- La viscosidad es la propiedad del fluído en virtud de la cual el fluído ofrece resistencia a las tensiones de cortadura. La ley de Newton de la viscosidad que - es la ecuación 1.1 establece que para una velocidad angular- de deformación dada del fluído la tensión de cortadura es directamente proporcional a la viscosidad. Ejemplo de fluídos- muy viscosos tenemos al alquitrán y las melazas y de fluídos poco viscosos tenemos al agua y el aire.

La viscosidad de un gas aumenta con la temperatura, - en cambio la viscosidad de un líquido disminuye con la temperatura. Este comportamiento distinto con las variaciones de- la temperatura puede explicarse al examinar las causas de la viscosidad. La resistencia de un fluído a la tensión de cortadura depende de cantidades de su cohesión y del grado de - transferencia de cantidades de movimiento de sus moléculas,- por lo que un líquido con moléculas mucho más cercanas que - un gas tiene unas fuerzas de cohesión mayores que el gas, la cohesión viene a ser la causa principal de la viscosidad en- un líquido, y como la cohesión disminuye con la temperatura, a la viscosidad le sucederá lo mismo.

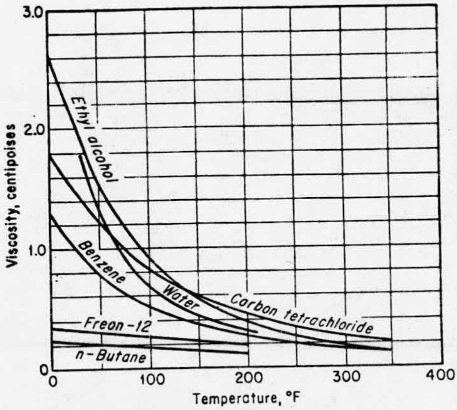


Figura 1.8

Viscosidad de varios líquidos

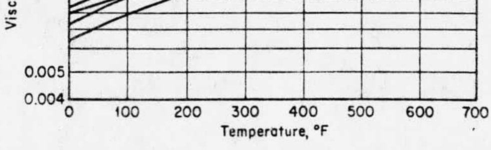


Figura 1.9

Viscosidad de varios gases a 1 atm.

Los movimientos moleculares en los gases dan lugar a - una tensión de cortadura aparente que es más importante que - las fuerzas cohesivas y como los movimientos moleculares se - incrementan con la temperatura, la viscosidad de un gas aumenta con la temperatura. Para presiones ordinarias la viscosidad es independiente de la presión y depende unicamente de la temperatura.

Las dimensiones de la viscosidad se determinan por la ley de Newton de la viscosidad.

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy} \qquad (1.24)$$

$$\mu = \frac{FL^{-2}}{LT^{-1}/L} = FL^{-2}T$$

A la viscosidad μ se le llama viscosidad absoluta o dinámica. En el sistema técnico de unidades la unidad de viscosidad es 1 kg. seg/m^2. En el sistema cgs, la unidad de -- viscosidad se llama poise y es 1 dina seg/cm^2 ó 1 g/cm seg.

Es generalmente dada en centipoise. El centipoise es - la centésima parte del poise.

El agua a 20°C tiene una viscosidad de 1.002 centipoises que en la mayoría de los casos se toma como 1 cp.

VISCOSIDAD CINEMATICA.- La viscosidad cinemática ν es el cociente de la viscosidad absoluta por la densidad.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (1.25)$$

La viscosidad cinemática interviene en muchas aplicaciones tales como en el número de Reynolds.

La unidad en el sistema cgs es el stoke y es 1 cm^2/seg.

Las viscosidades de algunos líquidos y gases están graficadas en las figuras 1.8 y 1.9 como función de la temperatura. A temperaturas arriba del punto normal de ebullición, la presión en los líquidos es la presión de saturación. Para muchos líquidos la viscosidad aumenta con la presión a temperatura constante; sin embargo, debajo de la presión crítica, el efecto de la presión sobre la viscosidad es pequeño. La viscosidad de los gases también aumenta con la presión. De acuerdo con la teoría cinética, la viscosidad de los gases debería --

ser independiente de la presión. Esto es verdad para los gases reales a altas temperaturas reducidas y a bajas presiones reducidas.

CONDUCTIVIDAD TERMICA.- La conductividad térmica es una medida de la capacidad de una sustancia para transferir calor por conducción molecular. La ecuación diferencial para la conducción molecular unidimensional de calor en una sustancia es

$$\frac{q}{A_q} = -K \frac{dT}{dy} \tag{1.26}$$

donde q = velocidad de flujo de calor por unidad de tiempo
A_q = áred de flujo
dT/dy = gradiente de temperatura en el material
K = conductividad térmica de la sustancia

El signo - en la ecuación 1.26 es negativo porque el calor es conducido desde una temperatura alta hasta una temperatura baja.

La conductividad térmica está dada en Kcal/hr. m. °C

En las figuras 1.10 y 1.11 tenemos la conductividad térmica de algunos líquidos y gases a 1 atmósfera de presión.

COEFICIENTE DE DIFUSIVIDAD.- El coeficiente de difusividad en un sistema de 2 componentes es una medida de la velocidad de difusión molecular (transferencia de masa) de ambos componentes bajo la influencia de una diferencia de concentración.

La difusión toma lugar en la dirección en que disminuye la concentración.

La ecuación diferencial para una difusión unidimensional es:

$$\frac{N_m}{A_{N_m}} = -D \frac{dc_m}{dy} \tag{1.27}$$

donde

N_m = velocidad de difusión molar
A_{N_m} = área
$\frac{dc_m}{dy}$ = gradiente de concentración de la sustancia que se difunde.

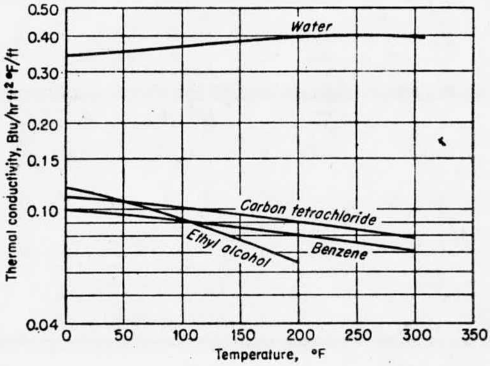


Figura 1.10

Conductividad térmica de varios líquidos a 1 atm.

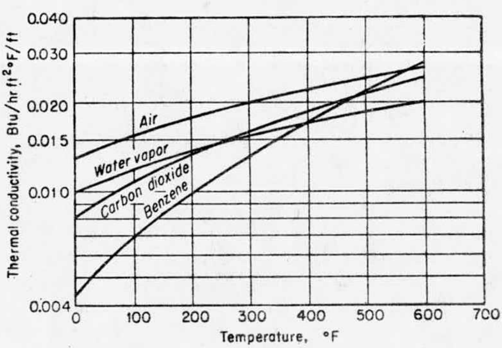


Figura 1.11

Conductividad términa de varios gases a 1 atm.

$\mathcal{D}$ = coeficiente de difusividad

El coeficiente de difusividad es dependiente de ambos componentes en el sistema.

Para gases se utiliza la ecuación de Gilliland para - predecir los coeficientes de difusividad.

$$\mathcal{D} = 0.0043 \frac{T^{3/2}}{P(Vm_1^{1/3} + Vm_2^{1/3})} \sqrt{\frac{1}{PM_1} + \frac{1}{PM_2}} \qquad (1.28)$$

donde Vm_1, Vm_2 = volúmenes moleculares de los gases 1 y 2
P = presión en atmósferas
T = temperatura en °K
$\mathcal{D}$ = difusividad en cm^2/seg
PM_1, PM_2 = pesos moleculares de los gases 1 y 2

C A P I T U L O II

PRESION Y ESTATICA DE LOS FLUIDOS

La presión está definida como una fuerza por unidad de área. La presión atmosférica standard puede ser expresada en cualquiera de las siguientes formas:

1 atmósfera
760 mm. de mercurio
29.92 in. de Hg.
33.91 ft. de H_2O
14.7 psia
1.013×10^6 dinas/cm^2
1.013×10^6 bars.

En ingeniería, la presión es generalmente medida como presión manométrica.

La presión absoluta se expresa como:

Presión absoluta = Presión manométrica + presión barométrica.

La presión barométrica es generalmente tomada como --- 14.7 psia ó $\overrightarrow{lb}/in^2$ absolutas. En la figura (2.1) están graficadas las unidades y escalas para medida de la presión.

<u>DEDUCCION DE LA ECUACION FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTATICA.</u>- Bases de la deducción.- En el modelo de la figura (2.2):

1.- El área de la columna es S. Sus unidades son ft^2 - ó m^2.
2.- A una altura Z sobre la base de la columna la presión vale P y está dada en $\frac{\overrightarrow{lb}}{ft^2}$ ó $\frac{\overrightarrow{Kg}}{m^2}$
3.- La densidad ρ está dada en $\frac{lb}{ft^3}$.

<u>ANALISIS DE LAS FUERZAS QUE ACTUAN.</u>-

1.- Una fuerza de presión P que actúa hacia arriba

$$F = P \times S \qquad (2.1)$$

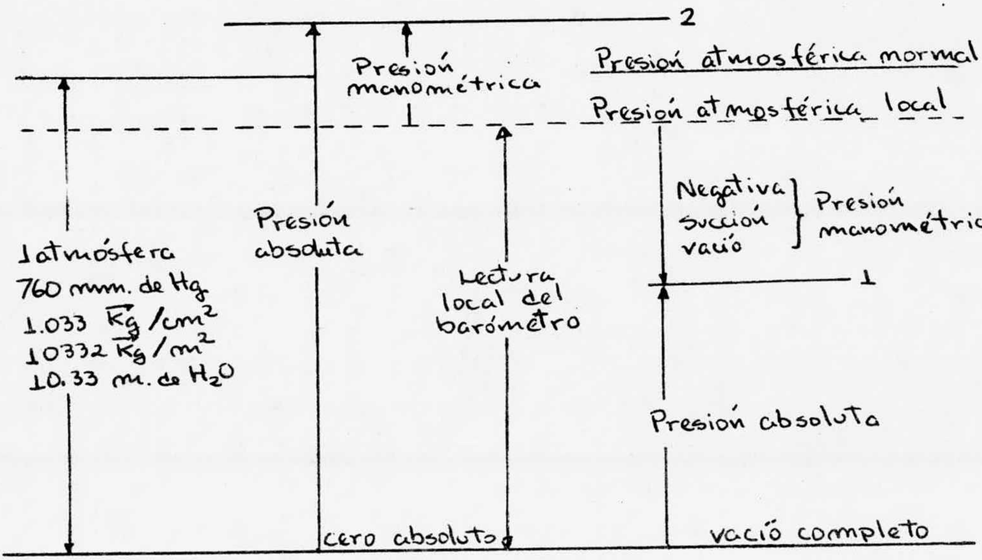


Figura (2.1) Unidades y escalas para medida de la presión.

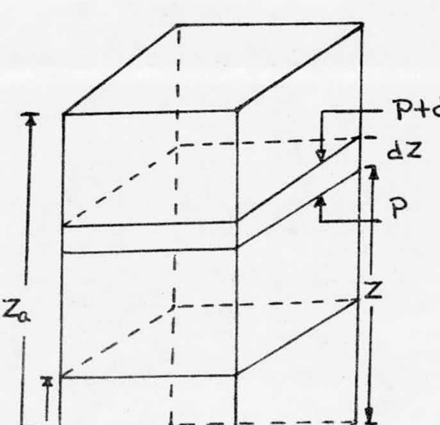


Figura (2.2)

2.- La fuerza P + dP que actúa hacia abajo

$$F = (P + dP)S \qquad (2.2)$$

3.- La fuerza debida a la gravedad que actúa hacia abajo.

$$F = \frac{g}{gc} \rho \; S \; dZ \qquad (2.3)$$

La sumatoria de las fuerzas debe ser igual a cero.

$$P\,S - (P + dP)\,S - \frac{g}{gc} \rho \; S \; dZ = 0 \qquad (2.4)$$

$$\cancel{P\,S} - \cancel{P\,S} - dP\,S - \frac{g}{gc} \rho \; S \; dZ = 0$$

$$- dP\,S - \frac{g}{gc} \rho S \; dZ = 0 \qquad (2.5)$$

dividiendo entre S la ecuación (2.5) tenemos:

$$- dP - \frac{g}{gc} \rho \; dZ = 0 \qquad (2.6)$$

La ecuación (2.6) la podemos integrar cuando:

1.- La densidad es constante o sea cuando tenemos flujo incompresible

2.- Cuando la densidad no es constante, es decir cuando tenemos flujo compresible.

$$- \frac{dP}{\rho} - \frac{g}{gc} \; dZ = 0 \qquad (2.7)$$

$$\int_{Pa}^{Pb} - \frac{dP}{\rho} - \int_{Za}^{Zb} \frac{g}{gc} \; dZ = 0 \qquad (2.8)$$

$$- \frac{1}{\rho} \; (Pb - Pa) - \frac{g}{gc} \; (Zb - Za) = 0 \qquad (2.9)$$

$$- \frac{1}{\rho} \; (Pb - Pa) = \frac{g}{gc} \; (Zb - Za) \qquad (2.10)$$

$$\frac{Pa - Pb}{\rho} = \frac{g}{gc} \; (Zb - Za) \qquad (2.11)$$

La ecuación (2.11) es la ecuación de equilibrio hidrostático.

APLICACIONES DE LOS FLUIDOS HIDROSTATICOS.-

1.- Ecuación Barométrica.-
Base del Análisis:
El gas ideal $PV = nRT$

$$\rho = \frac{P\,PM}{R_o T}$$

donde P es la presión y R_o es la constante de los gases.

Reemplazando el valor de ρ en la ecuación (2.7)

$$dP + \frac{g}{gc}\ \rho\, dZ = 0 \qquad (2.7)$$

$$dP + \frac{g}{gc}\ \frac{P\ PM}{R_o T}\ dZ = 0 \qquad (2.12)$$

dividiendo la ecuación (2.12) entre P

$$\frac{dP}{P} + \frac{g}{gc}\ \frac{PM}{R_o T}\ dZ = 0 \qquad (2.13)$$

si la temperatura es constante

$$\int_{Pa}^{Pb} \frac{dP}{P} + \int_{Za}^{Zb} \frac{g}{gc}\ \frac{PM}{R_o T}\ dZ = 0 \qquad (2.14)$$

$$\ln Pb - \ln Pa + \frac{g}{gc}\ \frac{PM}{R_o T}\ (Zb - Za) = 0 \qquad (2.15)$$

$$\ln \frac{Pb}{Pa} + \frac{g}{gc}\ \frac{PM}{R_o T}\ (Zb - Za) = 0 \qquad (2.16)$$

$$\ln \frac{Pb}{Pa} = \frac{g}{gc}\ \frac{PM}{R_o T}\ (Za - Zb) \qquad (2.17)$$

la ecuación (2.17) se aplica para calcular presiones en pozos de petróleo.

2.- Manómetros.-

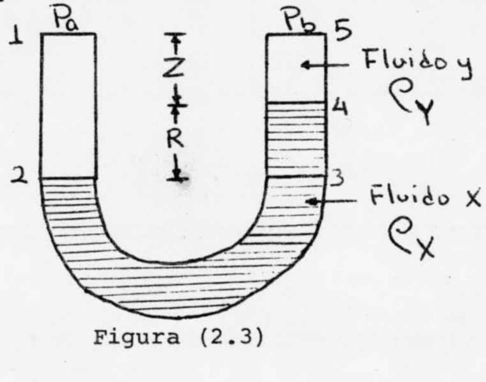


Figura (2.3)

Bases de la Deducción.-

1.- Una parte del tubo en U está llena de un fluído X con una densidad ρ_X
2.- La parte no sombreada está llena de un fluído Y - con densidad ρ_Y
3.- Los fluídos X y Y son inmiscibles.
4.- Se ejercen unas presiones Pa y Pb y como resultado de la diferencia de presiones un menisco es mayor-que el otro. La medida de las diferencias de pre--siones es R.

En el punto 1 $\quad P_1 = Pa \qquad (2.18)$

En el punto 2 $\quad P_2 = P_1 + \frac{g}{gc}(Z + R)\rho_Y \qquad (2.19)$

En el punto 3 $\quad P_3 = P_2 \qquad (2.20)$

En el punto 4 $\quad P_4 = P_3 - \frac{g}{gc} R\,\rho_X \qquad (2.20)$

$$P_4 = P_2 - \frac{g}{gc} R\,\rho_X$$

$$P_4 = P_1 + \frac{g}{gc}(Z + R)\rho_Y - \frac{g}{gc} R\rho_X$$

En el punto 5 $\quad P_5 = P_4 - \frac{g}{gc} Z\,\rho_Y$

$$P_5 = Pb$$

$$P_5 = Pb = P_1 + \frac{g}{gc}(Z + R)\rho_Y - \frac{g}{gc} R\rho_X - \frac{g}{gc} Z\,\rho_Y$$

$$Pb = Pa + \frac{g}{gc}\left[(Z + R)\rho_Y - R\,\rho_X - Z\rho_Y\right]$$

$$Pb = Pa + \frac{g}{gc}\left[Z\rho_Y + R\rho_Y - R\rho_X - Z\rho_Y\right]$$

$$Pb = Pa + \frac{g}{gc}\left[R\rho_Y - R\,\rho_X\right]$$

$$Pb - Pa = \frac{g}{gc}\left[R\,(\rho_Y - \rho_X)\right]$$

$$Pa - Pb = \frac{g}{gc} R\,(\rho_X - \rho_Y) \qquad (2.20)$$

La ecuación (2.20) representa la presión de flujos estáticos aplicada al caso de manómetros. Esta ecuación es independiente de las dimensiones del tubo y de la distancia Z.

C A P I T U L O III

EL TRANSPORTE MOLECULAR Y SU APLICACION A LOS FLUIDOS

Se denomina transporte al movimiento de una propiedad que se lleva a cabo en una fase.

El transporte molecular depende del movimiento de las moléculas individuales para realizar el transporte, ya sea de masa, de calor o de cantidad de movimiento que puede tener lugar en un sólido, en un líquido o en un gas.

El transporte de cantidad de movimiento en un fluido depende de la transferencia de la cantidad de movimiento macroscópico de las moléculas presentes en el sistema. Si un fluido está en movimiento, las moléculas poseerán una cantidad de movimiento macroscópico en la dirección de flujo. Si existe una variación de la velocidad del flujo, las moléculas que se muevan más rapidamente tendrán una cantidad de movimiento mayor en la dirección del flujo y pueden transferir el exceso de cantidad de movimiento a aquellas moléculas vecinas que se muevan más lentamente.

Se efectúa flujo de propiedad cuando existe sólo una fase simple y existe transferencia de propiedad cuando un sistema está en una fase compleja.

El transporte de cantidad de movimiento se tiene en el flujo laminar; para el caso de flujo turbulento tenemos transporte turbulento.

ECUACION GENERAL DEL TRANSPORTE MOLECULAR

Caso ideal: Base del Análisis
Teoría cinética de los gases

Postulados:

1.- Las moléculas que integran el gas se consideran esféricas de diámetro ϕ y no existen fuerzas de repulsión o atracción entre ellas.

2.- El volúmen de las moléculas se considera despreciable con respecto al volúmen entre ellas.

3.- Las moléculas se mueven al azar a una velocidad promedio y se considera que los choques entre ellas son complemente elásticos.

4.- Toda molécula se mueve una distancia λ llamada la trayectoria libre media entre choque y choque y el tiempo que emplean las moléculas en viajar esta trayectoria a la velocidad promedio se le llama el tiempo medio.

5.- El número de moléculas es lo suficientemente grande como para que los valores estadísticos promedio representen a todas las moléculas.

En la figura (3.1) tenemos un elemento volúmen de le gas-modelo en el que nos basamos para el análisis. El análisis se basa sobre el eje coordenada X o sea será el eje + X y -X.

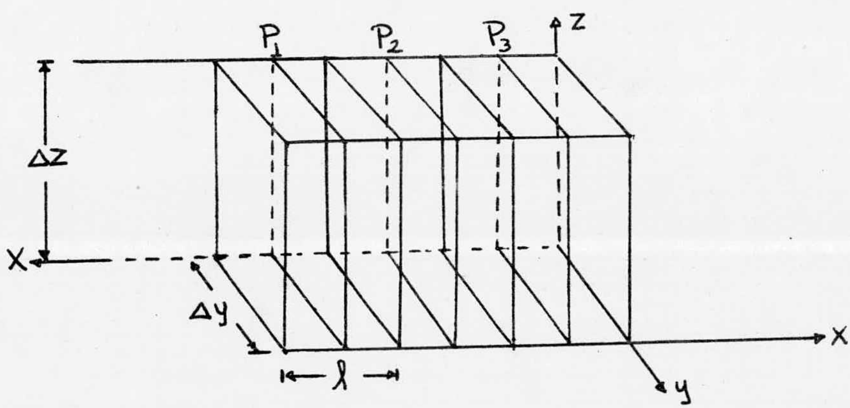


Figura 3.1

1/6 de las moléculas viajan en la dirección +X, 1/6 en -X, 1/6 en +y, 1/6 en -y, 1/6 en +z y 1/6 en -z.

Bases de la Deducción:

1.- Existen 3 bloques uniformes en propiedades y cuyas dimenciones son Δ y, Δ z y λ .

2.- El punto medio de cada bloque corresponde a un plano-de area $\Delta y \, \Delta z$ y que representa las propiedades de - cada bloque.

3.- La distancia entre planos es igual al espesor de cada bloque.

4.- Las moléculas tienen ciertas propiedades asociadas -- con ellas en términos de una concentración que pueden ser cantidad de movimiento, masa o calor.

P es la propiedad que se transfiere y está en términos de concentración y sus unidades están en cantidad de propiedad por unidad de volúmen.

$$P = \frac{\text{cantidad de propiedad}}{\text{unidad de volúmen}} \qquad (3.1)$$

Como punto de referencia tenemos al plano Z porque le llega material en la dirección +X -X.

La concentración de propiedad en el plano 1 será

$$P_1 = P_2 + \frac{dP}{dX}(-\lambda) \qquad (3.2)$$

y en el plano 3

$$P_3 = P_2 + \frac{dP}{dX}(+\lambda) \qquad (3.3)$$

En un tiempo θ se mueven 1/6 en la dirección +X y 1/6 en la dirección -X.

Vamos a tomar el movimiento de las moléculas en los planos $1 \longrightarrow 2$, $2 \longrightarrow 1$, $3 \longrightarrow 2$ y $2 \longrightarrow 3$.

Cantidad de propiedad = concentración de propiedad x volúmen unitario (3.4)

Cantidad de propiedad en los planos 1, 2 y 3

$$\text{Cantidad de propiedad}\Big|_1 = P_1 \times \Delta y \, \Delta z \, \lambda \qquad (3.5)$$

$$\text{Cantidad de propiedad}\Big|_2 = P_2 \times \Delta y \, \Delta z \, \lambda \qquad (3.6)$$

$$\text{Cantidad de propiedad}\Big|_3 = P_3 \times \Delta y \, \Delta z \, \lambda \qquad (3.7)$$

El flujo unitario o flujo de propiedad Ψ es igual a la velocidad de transporte de propiedad dividido entre el área unitaria de transporte.

$$\Psi_{1\rightarrow 2} = \frac{\frac{1}{6}\ \frac{P_1 \Delta y \Delta z}{\theta}}{\Delta y\ \Delta z}$$

En esta ecuación el numerador es la cantidad de propiedad por unidad de tiempo; y el numerador es el área unitaria de --- transporte.

$$\Psi_{1 \longrightarrow 2} = \frac{1}{6\theta}\ P_1 \lambda \text{ en la dirección } +X \qquad (3.8)$$

$$\Psi_{2 \longrightarrow 1} = \frac{1}{6\theta}\ P_2\ (-\lambda) \text{ en la dirección } -X \qquad (3.9)$$

$$\Psi_{2 \longrightarrow 3} = \frac{1}{6\theta}\ P_2 \lambda \text{ en la dirección } +X \qquad (3.10)$$

$$\Psi_{3 \longrightarrow 2} = \frac{1}{6\theta}\ P_3\ (-\lambda) \text{ en la dirección } -X \qquad (3.11)$$

El flujo neto de propiedad es el movimiento en las direcciones +X y -X o sea $\Psi_{1 \longrightarrow 2}$ y $\Psi_{2 \longrightarrow 1}$

$$\Psi \text{ neto}_{1-2} = \Psi_{1 \longrightarrow 2} + \Psi_{2 \longrightarrow 1}$$

$$\Psi \text{ neto}_{1-2} = \frac{P_1 \lambda}{6\theta} + \left(-\frac{P_2 \lambda}{6\theta}\right) = \frac{P_1 \lambda}{6\theta} - \frac{P_2 \lambda}{6\theta}$$

$$\Psi \text{ neto}_{1-2} = \frac{\lambda}{6\theta}(P_1 - P_2) \qquad (3.12)$$

reemplazando la ecuación (3.2) en la ecuación (3.12)

$$P_1 = P_2 + \frac{dP}{dX}\ (-\lambda) \qquad (3.2)$$

$$\Psi \text{ neto}_{1-2} = \frac{\lambda}{6\theta}\left[P_2 + \frac{dP}{dX}\ (-\lambda) - P_2\right]$$

$$= \frac{\lambda}{6\theta}\left[\frac{dP}{dX}\ (-\lambda)\right]$$

$$= -\frac{\lambda^2}{6\theta}\ \frac{dP}{dX} \qquad (3.13)$$

$$\Psi \text{ neto }_{2-3} = \Psi_{2 \longrightarrow 3} + \Psi_{3 \longrightarrow 2}$$

$$= \frac{P_2 \lambda}{6\theta} - \frac{P_3 \lambda}{6\theta}$$

$$= - \frac{\lambda^2}{6\theta} \frac{dP}{dX} \qquad (3.14)$$

$\frac{dP}{dX}$ es la variación de la cantidad de propiedad con respecto a la posición.

El flujo neto sólo depende del gradiente individual en ambos lados. Gradiente de propiedad de la primera rebanada a la segunda y a la tercera.

$$\Psi_{1-2} \text{ neto} = \Psi_{1 \longrightarrow 2} + \Psi_{2 \longrightarrow 1}$$

$$\Psi_{1-2} \text{ neto} = \Psi_{2 - 3} \text{ neto} \qquad (3.15)$$

DEFINICION DE ESTADO ESTABLE.- El estado estable o régimen permenente es aquel en el cual no existe acumulación de propiedad con el tiempo.

Balance de Propiedad:

Acumulación = flujo de entrada - flujo de salida

$$\text{Acumulación} = \left[- \frac{\lambda^2}{6\theta} \frac{dP}{dX}\right] - \left[- \frac{\lambda^2}{6\theta} \frac{dP}{dX}\right] = 0 \qquad (3.16)$$

El estado estable se representa graficamente en la figura (3.2) cuando el gradiente de concentración es constante.

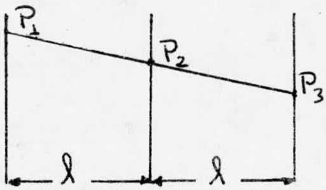


Figura (3.2)

En el que $P_1 > P_2 > P_3$

Pendiente $m_a = \frac{dP}{dX}$

$$m_b = \frac{dP}{dX}$$

Cuando se tiene un estado inestable se tiene una acumulación de propiedad con respecto al tiempo.

APLICACION AL TRANSPORTE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO.- En el transporte de cantidad de movimiento tomando como base el modelo gaseoso, cada molécula tiene una masa m y una velocidad promedio c, su resultado es que tiene un movimiento asociado de $m\bar{c}$ y se está moviendo al azar. En la figura (3.3) representamos al modelo.

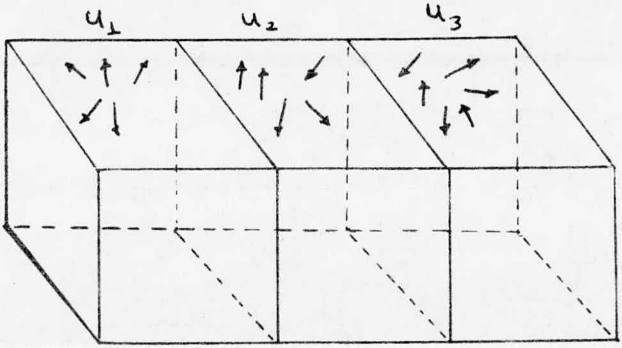


Figura (3.3)

Observaciones:

1.- Debido a que la cantidad de movimiento de las moléculas se encuentra en dirección al azar. Se considera que la suma vectorial de todas las cantidades de movimiento vale cero.

2.- Un gas contiene cantidad de movimiento transferible si y solo si existen regiones de concentración que tengan diferentes valores de cantidad de movimiento, esto sólo ocurre cuando hay diferencias de velocidad osea $u_1 > u_2 > u_3$.

3.- Se considera que cada molécula tiene dos componentes- de cantidad de movimiento debido a que uno es al azar dado por $m\bar{c}$ y la otra por mu que es el componente de- velocidad de flujo.

Si la velocidad de flujo fuera constante; y en las 3 rebanadas, la concentración de cantidad de movimiento de cada una - sería la misma. Y no existiría transporte neto de cantidad de - movimiento de rebanada a rebanada.

Análisis de las rebanadas.-

En la rebanada 1 si las moléculas fluyen a velocidad u_1,- cada molécula tiene dos componentes, una $m\bar{c}$ y una mu_1 en la rebanada 2, $m\bar{c}$ y mu_2 y en la rebanada 3, $m\bar{c}$ y mu_3. Debido a que - en el modelo gaseoso $m\bar{c}$ es uniforme através del elemento de volúmen total y la suma vectorial de todas las mc vale cero, se - considera que este tipo de velocidad $\bar{c}$ promedio no contribuye - al exceso de cantidad de movimiento nècesario para el transporte.

Consideraciones para la deducción.

1.- El modelo gaseoso fluye de manera regular en la dirección (+y).

2.- Los grupos de moléculas fluyen paralelos a los planos Xy y yz.

3.- Las moléculas individuales se mueven al azar pero el movimiento promedio es uniforme en la dirección de - flujo. Al movimiento uniforme macroscópico se le llama flujo laminar.

La concentración de cantidad de movimiento es igual a -- cantidad de movimiento total entre el volúmen unitario.

Si hay n moléculas la concentración de cantidad de movimiento será:

$$\text{Concentración de cant. de mov.} = \frac{n\,m\,u}{\Delta y \Delta z \lambda} \qquad (3.17)$$

la densidad de un gas está definida como $\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volúmen}} = \frac{n\,m}{\Delta y \Delta z \lambda}$

$$\text{Concentración de cantidas de movimiento} = \rho u$$

En los planos 1 y 3 tenemos que de acuerdo a las ecuaciones (3.2) y (3.3) tenemos

$$(\rho u)_1 = (\rho u)_2 + \frac{d(\rho u)}{dX}(-\lambda) \qquad (3.18)$$

$$(\rho u)_3 = (\rho u)_2 + \frac{d(\rho u)}{dX}(\lambda) \qquad (3.19)$$

$$\text{Flujo de cant. de mov.} = \frac{\text{vel. de transporte de cant. de mov}}{\text{área de transporte}} \qquad (3.20)$$

$$\Psi_{c.m.\ 1 \to 2} = \frac{\frac{1}{6\theta}(\rho u_1)\Delta y \Delta z \lambda}{\Delta y \Delta z} = \frac{(\rho u)_1 \lambda}{6\theta} \qquad (3.21)$$

$$\Psi_{c.m.\ 2 \to 1} = \frac{(\rho u)_2 \ (-\lambda)}{6\theta} \qquad (3.22)$$

$$\Psi_{c.m.\ 2 \to 3} = \frac{(\rho u)_2 \ \lambda}{6\theta} \qquad (3.23)$$

$$\Psi_{c.m.\ 3 \to 2} = \frac{(\rho u)_3 \ (-\lambda)}{6\theta} \qquad (3.24)$$

Flujo neto de cantidad de movimiento.

$$\Psi_{c.m.\ neto}\Big|_{1-2} = \Psi_{c.m.\ 1 \to 2} + \Psi_{c.m.\ 2 \to 1}$$

$$= \frac{(\rho u)_1 \lambda}{6\theta} - \frac{\lambda (\rho u)_2}{6\theta}$$

$$= \frac{\lambda}{6\theta}\left[(\rho u)_1 - (\rho u)_2\right]$$

reemplazando $(\rho u)_1$ por su valor

$$\Psi_{c.m.\ neto}\Big|_{1-2} = \frac{\lambda}{6\theta}\left[(\rho u)_2 + \frac{d(\rho u)}{dX}(-\lambda) - (\rho u)_2\right]$$

$$= -\frac{\lambda^2}{6\theta} \frac{d(\rho u)}{dX} \qquad (3.25)$$

$$\Psi_{c.m.\ neto}\Big|_{2-3} = -\frac{\lambda^2}{6\theta} \frac{d(\rho u)}{dX} \qquad (3.26)$$

sabemos que la velocidad $\bar{c}$ es igual al espacio λ recorrido -- entre el tiempo. O sea

$$\bar{c} = \lambda/\theta \qquad (3.27)$$

$$\ell = \bar{c} \times \Theta$$

$$\Psi \text{ c.m. neto}\Big|_{2-3} = -\frac{\ell(\bar{c} \times \Theta)}{6\Theta} \frac{d(\rho u)}{dX}$$

$$= -\frac{\ell \bar{c}}{6} \frac{d(\rho u)}{dX} \qquad (3.28)$$

Estas ecuaciones representan el transporte de la cantidad de movimiento.

Mecánica del flujo.

Bases para el análisis.- En la figura (3.4):

1.- Se considera $u_1 > u_2 > u_3$

2.- La dirección de la cantidad de movimiento se encuen-- tra en el eje positivo de las X.

3.- Las fuerzas positivas se encuentran en la dirección - positiva de los ejes.

4.- La aceleración produce una fuerza negativa y la desa-el celeración produce una fuerza positiva.

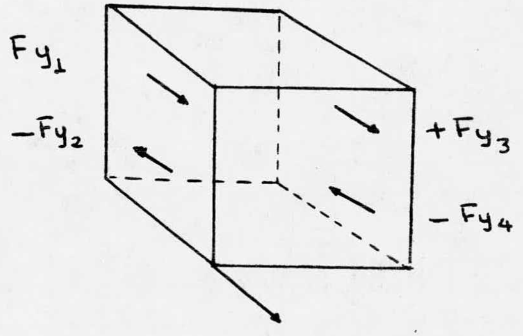


Figura 3.4

Cuando las moléculas de la rebanada 2 pasan a la rebanada 1 las moléculas deben acelerarse y existe una fuerza inversa a- Fy_1. + Fy_1 es una fuerza externa debido a que ejerce la rebanada 1 sobre la 2 y a que su orígen es la rebanada 1. $-Fy_2$ es una fuerza interna de la rebanada 2 porque la ejerce la 2 sobre la 1. + Fy_3 es una fuerza interna, la ejerce la 2 sobre la 3.- Fy_4 es una fuerza externa porque la ejerce la rebanada 3 sobre la- 2.

Balance de fuerzas.-

a) Sobre las fuerzas internas $- Fy_2 + Fy_3 = 0$

b) Sobre las fuerzas externas $Fy_1 - Fy_4 = 0$

La fuerza que actúa entre dos superficies como F en la figura se llama fuerza cortante debido a que tiende a deformar al fluido. Se define la fuerza cortante como la velocidad de cam-- bio de cantidad de movimiento en una superficie.

$$Fy = \frac{d(mu)}{d\Theta}$$

$$Fy\ gc = \frac{d(mu)}{d\Theta} \qquad (3.29)$$

El esfuerzo cortante lo representamos por τy.

$$\tau_y = \frac{Fy}{\Delta y \Delta z} \qquad (3.30)$$

reemplazando Fy por su valor en la ecuación (3.29) tenemos:

$$Fy = \tau y\ \Delta y\ \Delta z$$

$$\tau y\ \Delta y\ \Delta z\ gc = \frac{d(mu)}{d\Theta}$$

$$\tau y\ A\ \ gc = \frac{d(mu)}{d\Theta}$$

$$\tau y\ \ gc = \frac{1}{A}\frac{d(mu)}{d\Theta} \qquad (3.31)$$

El esfuerzo cortante es igual al flujo de cantidad de movimiento de las moléculas.

$$\Psi_{c.m._{1-2}} = - \frac{\lambda \bar{c}}{6}\ \frac{d(\rho u)}{dX} \qquad (3.28)$$

$$\tau_Y\, gc = -\frac{\lambda \bar{c}}{6}\ \frac{d(\rho u)}{dX} \qquad (3.32)$$

En el transporte de fluidos al término $\frac{\lambda \bar{c}}{6}$ se le denomina difusividad de cantidad de movimiento ν .

$$\tau_Y\, gc = -\ \nu\ \frac{d(\rho u)}{dX} \qquad (3.33)$$

Esta ecuación se aplica al transporte de cantidad de movimiento en forma laminar para velocidades bajas. Esta difusividad se conoce con el nombre de viscosidad cinemática.

La viscosidad absoluta μ está definida por

$$\tau_Y\, gc = -\mu \frac{du}{dX} \qquad (3.34)$$

TRANSFERENCIA SIMPLE EN EL ESTADO ESTABLE.- Para todos los casos de aplicaciones del transporte molecular se aplica el siguiente procedimiento.

1.- Hace un balance de propiedad que se transfiere.

2.- Sustituir la ecuación diferencial del transporte en la ecuación del balance de propiedad.

3.- Integrar la ecuación diferencial con sus condiciones a la frontera y la geometría del sistema.

Para que se cumpla el estado estable o régimen permanente

ψA = constante en la dirección de flujo

$$\frac{d\,(\psi A)}{dX} = 0 \qquad (3.35)$$

El área media de transferencia.-

Si $y = f\ (X)$

El valor medio de y en el intervalo de X_1 a X_2 viene a ser:

$$\bar{y} = \frac{\int_{X_1}^{X_2} y\,dX}{\Delta X} \qquad (3.36)$$

TRANSFERENCIA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO.- Cuando se tiene transporte de cantidad de movimiento

$$\tau_y \, gc \, A = \text{constante} \qquad (3.37)$$

$$\tau_y = \frac{\text{velocidad de transporte de cantidad de movimiento}}{\text{area unitaria de transporte}}$$

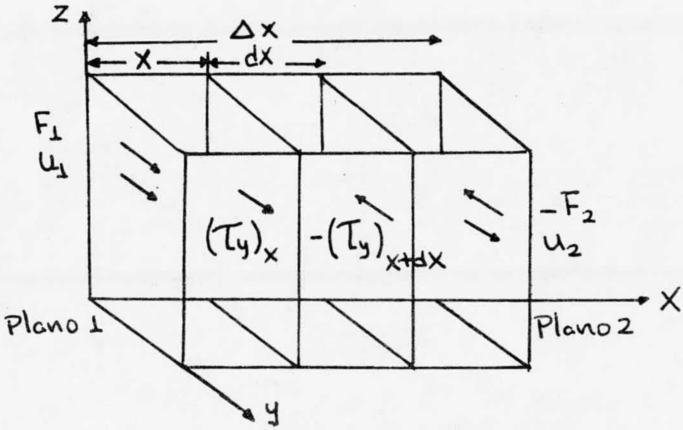


Figura (3.5)

En la figura (3.5) los planos 1 y 2 se mueven a velocidad u_1 y u_2 como resultado dela aplicación de las fuerzas F_1 y F_2.

Si los planos se mueven a velocidad constante se necesitan fuerzas constantes para vencer la resistencia al flujo que ofrece el fluido que se encuentra entre los planos, Se considera -- que el sistema está a régimen permanente (estado estable) y por tanto un balance de fuerzas externas nos dará 0.

$$\sum F = F_1 + (-F_2) = 0 \qquad (3.38)$$

En cualquier plano en el fluido se tiene un esfuerzo en- la dirección +y como resultado de la entrada de cantidad de movimiento al plano y un esfuerzo en la dirección -y y como resultado de la salida de cantidad de movimiento.

Balance de fuerzas externas entre el plano 1 y el plano- x + dX

$$\sum F = F_1 + (-\tau_y A)_{x + dx} = 0 \qquad (3.39)$$

Balance de fuerzas externas entre el plano 2 y el plano X

$$\Sigma F = -F_2 + (\tau y\ A)_X = 0 \qquad (3.40)$$

$$\tau y = \frac{Fy}{A}$$

de (3.39) $F_1 = (\tau y\ A)_{X + dX}$

de (3.40) $F_2 = (\tau y\ A)_X$

al reemplazarlas en (3.38)

$$(\tau y\ A)_{x + dX} - (\tau y\ A)_X = 0$$

$$\tau y\ gc\ \frac{A}{A} = -\mu \frac{du}{dX}$$

$$\tau y\ gc\ A\ \frac{dX}{dA} = -\mu\ du$$

$$\int_{X_1}^{X_2} (\tau y\ gc\ A)\ \frac{dX}{A} = \int_{u_1}^{u_2} -\mu\ du \qquad (3.41)$$

si μ = constante se tiene flujo Newtoniano

si μ = variable se tiene flujo no Newtoniano

Existen varias formas de escribir esta ecuación de acuerdo a la geometría y a la viscosidad.

1.- Si la μ = constante y el area = constante

$$(\tau y\ gc\ A)\ \frac{X_2 - X_1}{A} = -\mu(u_2 - u_1)$$

$$\tau y\ gc\ (X_2 - X_1) = -\mu(u_2 - u_1)$$

$$\tau y\ gc = -\mu\ \frac{u_2 - u_1}{X_2 - X_1} \qquad (3.42)$$

2.- Si la μ = constante y el área = variable
en este caso se introduce el concepto de area media.

3.- Si μ = variable y A = constante

$\mu = f\ (X)$ y $\mu = f\ (u)$

4.- μ = variable y A = variable

$\mu = f(X)$ y $\mu = f(u)$

En este caso se introduce el concepto de area media.

TRANSFERENCIA DE PROPIEDAD CON GENERACION INTERNA.- Base de la deducción.- Parte de la propiedad que se transfiere se genera dentro del medio y aparece en todos los puntos del medio y para conservar el régimen permanente toda propiedad que se genera debe de salir por los límites.

Como conclusión podemos decir que la velocidad de transferencia o flujo de transferencia no es constante con la distancia y aumenta conforme se acerca al límite. En la figura (3.6) $\mathcal{G}$ es la generación interna de propiedad que está dada como la relación de cantidad de propiedad entre la unidad de tiempo y la unidad de volúmen. Toda la cantidad que se genera debe de salir por un límite.

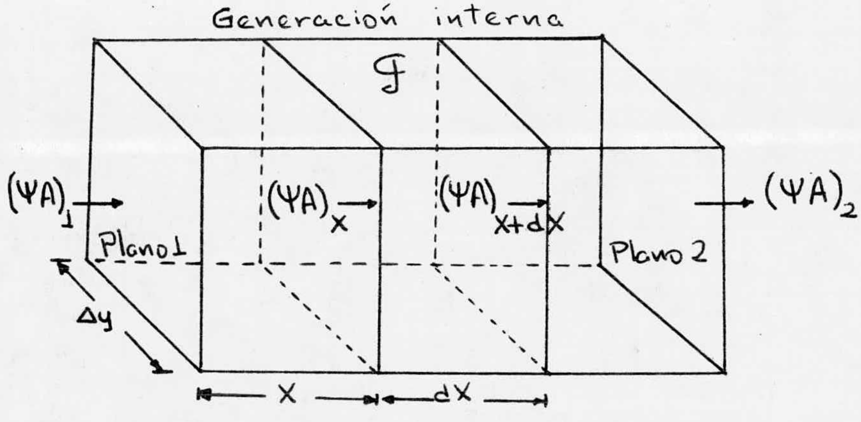


Figura (3.6)

Balance de propiedad.-

Propiedad que entra + propiedad que se genera = cantidad de propiedad que sale

$$(\Psi A)_X + \mathcal{G}\, dV = (\Psi A)_{X + dX} \qquad (3.43)$$

diferencial volumen $dV = \Delta y \Delta z \; dX$

área de transporte $= \Delta y \Delta z$

$$(\Psi A)_{X + dX} - (\Psi A)_X = \mathcal{G}\, dV$$

$$d(\Psi A) = (\Psi A)_{X + dX} - (\Psi A)_X$$

$$d(\Psi A) = \mathcal{G}\, dV \qquad (3.44)$$

Esta es la ecuación de transferencia con generación interna de propiedad. Esta ecuación establece que el aumento en la velocidad de transferencia através de un elemento volúmen es igual a la velocidad de generación dentro del elemento.

TRANSFERENCIA DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO CON GENERACION INTERNA.- La transferencia de cantidad de movimiento con generación interna ocurre en todos los fluídos que fluyen en ductos estacionarios. La ecuación (3.44) viene a ser

$$d(\tau_y\, g_c\, A) = \mathcal{G}_\tau\, dV$$

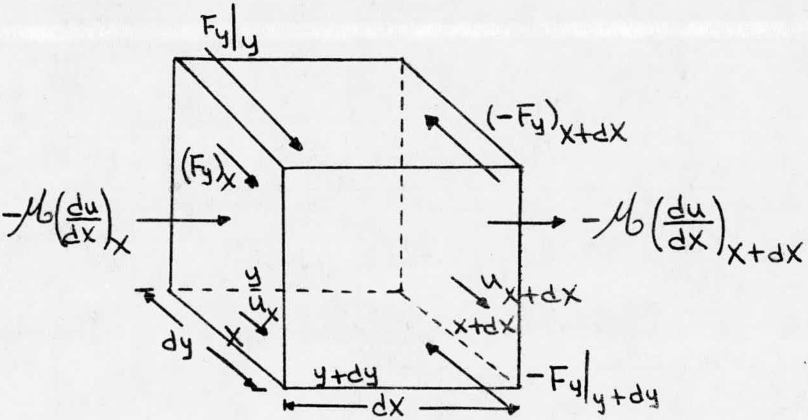


Figura (3.7)

Plano X

Entrada: $-\mu\left(\frac{du}{dX}\right)_X$

$Fy\Big|_X$, u_X

Plano X + dX

Sale: $-\mu\left(\frac{du}{dX}\right)_{X + dX}$

$- Fy\Big|_{X + dX}$, u_{X+dX}

Plano y

Entrada: $Fy\Big|_y$

Plano y + dy

Sale: $- Fy\Big|_{y + dy}$

Bases de la deducción.- En la figura (3.7)

1.- La velocidad en el plano X es mayor que en el plano - X + dX para que haya flujo de cantidad de movimiento- Existe un gradiente de velocidad dentro del elemento- diferencial.

2.- No existe ningún cambio en el valor de la cantidad -- de movimiento en la dirección z.

3.- Existe una area de transporte la cual equivale en diferencias finitas a $\Delta y \Delta z$.

En el plano X: $Fy\Big|_y = (\tau y\ A)_X$

En el plano X + dX: $Fy\Big|_{X + dX} = (\tau y\ A)_{X + dX}$

Las fuerzas externas son $Fy\Big|_y$ y - $Fy\Big|_{y + dy}$

La presión del fluido en los planos y y y + dy produce - fuerzas que actúan en esta dirección y sobre el elemento considerado. Presión = Fuerza /Area.

Area de transporte $A = \Delta y \Delta z$

Area donde se ejerce la presión $S = dX \Delta z$

por lo que $Fy = Py\ Sy$

$$Fy\Big|_{y + dy} = (PS)_{y + dy} \qquad (3.45)$$

4.- No actúa ningún otro tipo de fuerzas sobre el plano.

5.- El área de Transferencia A es perpendicular al área - sobre la cual se ejerce la presión.

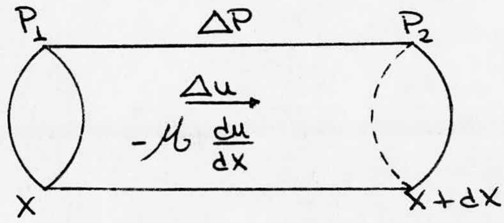


Figura (3.8)

El transporte de propiedad es radial y el flujo es longitudinal. El fluido fluye através de S y el transporte através - de A. Figura (3.8) Balance de fuerzas.

$$Fy|_{X} = (\tau y\ A)_{X}$$

$$-Fy|_{X+dX} = (-\tau y\ A)_{X+dX}$$

$$Fy|_{y} = (PS)_{y}$$

$$-Fy|_{y+dy} = (-PS)_{y+dy}$$

En el estado estable $\Sigma F = 0$

$$\Sigma F = Fy|_{X} - Fy|_{X+dX} + Fy|_{y} - Fy|_{y+dy} = 0 \qquad (3.46)$$

$$(\tau y\ A)_{X} - (\tau y\ A)_{X+dX} + (PS)_{y} - (PS)_{y+dy} = 0$$

$$(\tau y\ A)_{X} - (\tau y\ A)_{X+dX} = (PS)_{y+dy} - (PS)_{y} \qquad (3.47)$$

La ecuación (3.47) establece que el cambio de la fuerza-cortante en la dirección X através del elemento considerado es igual a un cambio en fuerza de presión en el mismo elemento -- pero en la dirección y.

$$(\tau y\ A)_{X} - (\tau y\ A)_{X+dX} = -\left[(PS)_{y} - (PS)_{y+dy}\right]$$

$$d\ (\tau y\ A) = -\ d\ (PS)$$

Si el diámetro es constante en un tubo circular, el área- S es también constante y la sacamos de la diferencial:

$$d(\tau_y A) = -S\,dP \qquad (3.48)$$

se partió de la ecuación $d(\Psi A) = \mathcal{G}\,dV$

Si multiplicamos el miembro derecho de la ecuación (3.48) por dy/dy.

$$d(\tau_y A) = -S\,dP\,\frac{dy}{dy} = -S\,dy\,\frac{dP}{dy} \qquad (3.49)$$

El volumen del tubo es $V = 0.785\ d^2h$
donde d es el diámetro y h la longitud

$$S = 0.785\ d^2$$

$$V = 0.785\ d^2h = Sy$$

Si el área S es constante $dV = Sdy$

$$d(\tau_y A) = -dV\,\frac{dP}{dy} \qquad (3.50)$$

$$d(\tau_y A) = \mathcal{G}_\tau\,dV$$

$$d(\Psi A) = \mathcal{G}_\tau\,dV$$

$$d(\tau_y\,gc\,A) = \mathcal{G}_\tau\,dV$$

$$gc\,d(\tau_y A) = \mathcal{G}_\tau\,dV$$

$$d(\tau_y A) = \frac{\mathcal{G}_\tau\,dV}{gc}$$

$$-dV\,\frac{dP}{dy} = \frac{\mathcal{G}_\tau\,dV}{gc}$$

$$-\frac{dP}{dy} = \frac{\mathcal{G}_\tau}{gc}$$

$$\mathcal{G}_\tau = -gc\,\frac{dP}{dy} \qquad (3.52)$$

Este es el valor de mi generación interna y tiene valor- negativo porque se está perdiendo propiedad. La ecuación (3.52) indica que la velocidad de generación de cantidad de movimiento es igual a una disminución de presión con la distancia. Todo lo que se pierde es la presión con respecto a la posición.

El gradiente en el estado estable debe ser constante. La ecua-- ción (3.52) tiene dos aplicaciones para fluidos compresibles hay variación de dP/dy y en fluidos incompresibles.

APLICACION A UN FLUIDO INCOMPRESIBLE EN UN DUCTO CIRCULAR. En la figura (3.9): L es la longitud, D el diámetro, r_1 el ra-- dio interno, V el volúmen V = SL = 0.785 D^2L = r^2L

$$V = \pi r^2 L \tag{3.53}$$

$$dV = 2\pi L r dr \tag{3.54}$$

El área lateral del cilindro es $A = \pi DL = 2\pi rL$ (3.55)

$$\frac{du}{dX} = \frac{du}{dr} \tag{3.56}$$

la caída de presión $\Delta P = -(P_2 - P_1)$ (3.57)

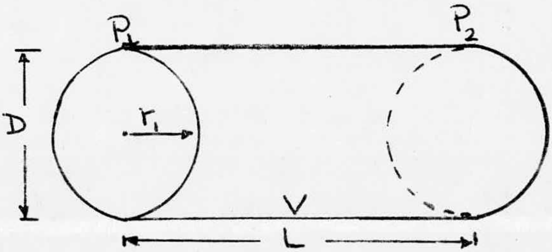


Figura (3.9)

Para un fluido incompresible la generación interna es:

$$G_\tau = -gc \frac{\Delta P}{\Delta y} \tag{3.58}$$

Ecuación del balance de cantidad de movimiento:

$$G_\tau \, dV = d\left(-\mu A \frac{du}{dX}\right) \tag{3.59}$$

reemplazando las ecuaciones (3.54), (3.55), (3.56) y (3.58) en- la ecuación (3.59)

$$d\left(-\mu 2\pi rL \frac{du}{dr}\right) = -gc \frac{\Delta P}{\Delta Y} \; 2\pi L r dr \tag{3.60}$$

integrando la ecuación (3.60):

$$-\mu 2\pi\, rL \frac{du}{dr} = -gc \frac{\Delta P}{\Delta y} 2\pi L \frac{r^2}{2} + C_1 \qquad (3.61)$$

Evaluación de la constante de integración C_1
Condiciones a la frontera

Centro del ducto
u = velocidad máxima
r = 0
du/dr = 0

reemplazando estos valores en la ecuación (3.61):

$$-\mu 2\pi (0)L(0) = -gc \frac{\Delta P}{\Delta y} \pi L (0)^2 + C_1 \qquad (3.62)$$

$$C_1 = 0$$

$$-\mu 2\pi\, Lr \frac{du}{dr} = -gc \frac{\Delta P}{\Delta y} \pi Lr^2 \qquad (3.63)$$

$$-\mu \frac{du}{dr} = -\frac{gc\,\Delta P}{2\,\Delta y} r \qquad (3.64)$$

Por la ecuación de transporte molecular:

$$\tau_y\, gc = -\mu \frac{du}{dr} \qquad (3.65)$$

reemplazando la ecuación (3.65) en la ecuación (3.64)

$$\tau_y\, gc = -\frac{gc\,\Delta P}{2\,\Delta y} r \qquad (3.66)$$

cuando $r = r_1$ $\qquad (\tau_y\, gc) = (\tau_y\, gc)_1 \qquad (3.67)$

$$\frac{\tau_y\, gc}{(\tau_y\, gc)_1} = \frac{-\frac{gc\,\Delta P}{2\Delta y} r}{-\frac{gc\,\Delta P}{2\Delta y} r_1} = \frac{r}{r_1} \qquad (3.68)$$

Por la ecuación (3.68) concluimos en que el esfuerzo cortante varía en forma lineal con la posición radial. Vale cero en el centro del ducto y adquiere su máxima valor en la pared del tubo.

De la ecuación (3.64) despejamos du/dr

$$\frac{du}{dr} = \frac{gc\,\Delta P}{2\mu\,\Delta y} r \qquad (3.69)$$

$$du = \frac{gc\,\Delta P}{2\mu\,\Delta y} r dr \qquad (3.70)$$

$$u = \frac{gc\,\Delta P}{2\mu\,\Delta y} \frac{r^2}{2} + C_2 \qquad (3.71)$$

Calculo de C_2

Condiciones a la frontera $r = r_1$ por lo que $u = 0$ en la pa red

$$0 = \frac{gc\,\Delta P}{2\mu\Delta y}\,\frac{r^2}{2} + C_2 \qquad (3.72)$$

$$C_2 = -\frac{gc\,\Delta P}{4\mu\Delta y}\,r_1^2 \qquad (3.73)$$

reemplazando el valor de C_2 en la ecuación (3.71)

$$u = \frac{gc\,\Delta P}{2\mu\Delta y}\,\frac{r^2}{2} - \frac{gc\,\Delta P}{4\mu\,\Delta y}\,r_1^2 \qquad (3.74)$$

$$u = \frac{gc\,\Delta P}{4\mu\Delta y}(r^2 - r_1^2) \qquad (3.75)$$

La ecuación (3.75) representa la función de distribución de velocidades y tiene la forma general de una parábola: se emplea para calcular velocidades puntuales.

Sabemos que la velocidad media es igual a: $\bar{u} = \underline{L}/S$
S es el área total de la sección del tubo $S_1 = 0.785\ D_1^2 = \pi r_1^2$

$$\bar{u} = \frac{\int_0^{S_1} u\,dS}{S_1} \qquad (3.76)$$

$$dS = 2\pi r dr \qquad (3.77)$$

$$dS_1 = 2\pi r_1 dr_1 \qquad (3.78)$$

introduciendo las ecuaciones (3.77) y (3.78) en (3.76)

$$\bar{u} = \frac{\int_0^{r_1} u\ 2\pi\ r dr}{\pi\ r_1^2} \qquad (3.79)$$

$$\bar{u}\ \pi r_1^2 = \int_0^{r_1} u\ 2\pi\ r dr \qquad (3.80)$$

reemplazando el valor de u de la ecuación (3.75) en (3.76)

$$\bar{u}\ \pi\ r_1^2 = \int_0^{r_1} -\frac{gc\ \Delta P 2\pi}{4\mu\,\Delta y}\,(r_1^2 - r^2)\ r dr$$

$$\bar{u}\ \pi\ r_1^2 = -\frac{gc\,\Delta P 2\pi}{4\mu\,\Delta y}\int_0^{r_1} r_1^2\ r dr - r^3\ dr$$

$$\bar{u}\,\pi\, r_1^2 = - \frac{gc\, \Delta P\, r_1^2}{8 \mu\, \Delta Y}$$

$$r_1 = \frac{D_1}{2} \; ; \; r_1^2 = \frac{D_1^2}{4}$$

$$\bar{u} = - \frac{gc\, \Delta P\, D_1^2}{32 \mu\, \Delta Y} \qquad (3.81)$$ — 29

Esta es la ecuación de Poseuille para flujo laminar. Con esta ecuación calculamos la caída de presión para flujo laminar.

C A P I T U L O IV

TEORIA DEL FLUJO DE FLUIDOS EN TUBERIAS

TIPOS DE FLUJO.- Flujo es el movimiento de un fluido. Los fluidos en movimiento, a través de tuberías o conductos son frecuentemente vistos en la práctica. El flujo de un fluido se puede clasificar de muchas maneras como: flujo laminar y turbulento: real e ideal; reversible e irreversible; permanente y no -- permanente; uniforme y no uniforme.

FLUJO LAMINAR Y FLUJO TURBULENTO.- Dependiendo de las condiciones, un fluido puede moverse en dos tipos diferentes de -- flujo en cualquier punto de una corriente que está fluyendo. Estos dos tipos de flujo son el laminar y el turbulento, esta distinción entre estas dos trayectorias de flujo fué demostrada -- por el experimento realizado por Osborne Reynolds. El equipo -- utilizado en este experimento está en la figura 4.1. Dicho equipo consta de un tubo horizontal sumergido en un tanque de vi--- drio lleno de agua. Un flujo controlado de agua puede ser sostenido a través del tubo por una válvula. La entrada de el tubo - fué ensanchada y se tomaron medidas de seguridad para introdu-- cir un filamento fino de agua coloreada desde la parte alta del tanque en la corriente de entrada al tubo. Reynolds encontró -- que, a bajas velocidades de flujo, el chorro de agua coloreada- flota intacta a lo largo con la corriente principal y no hubo - mezclado ni cruce de las corrientes. El comportamiento de la faja de color mostró claramente que el agua estaba fluyendo en -- líneas rectas paralelas. Este tipo de movimiento de fluido es el flujo laminar.

Cuando las velocidades de flujo fueron aumentadas, una -- velocidad llamada velocidad crítica, fué alcanzada en la cual - el hilo de color desapareció y el color se difundió uniformemente a través de toda la sección transversal de el agua que estaba fluyendo. Este comportamiento del agua coloreada mostró que- el agua fluyó muy poco en movimiento laminar y al poco tiempo - se movió criticamente en forma de corriente cruzadas y turbulencias. Este tipo de movimiento de fluido es el flujo turbulento.

El flujo turbulento es el más frecuente en las aplicaciones prácticas de ingeniería. Muchos métodos de mediciones han - sido utilizadas para seguir experimentablemente las turbulen--- cias o remolinos y las fluctuaciones de velocidad que ocurren - en el flujo turbulento.

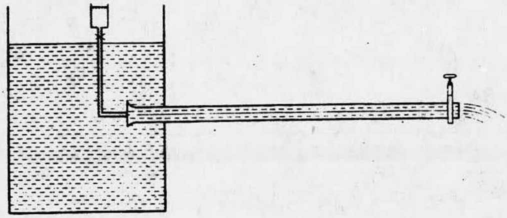


Figura (4.1) Experimento de Reynolds

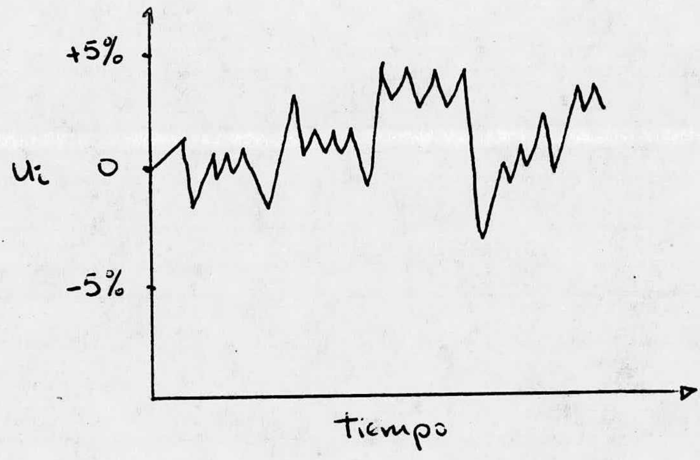


Figura (4.2) Fluctuaciones de velocidad en flujo turbulento.

En la figura 4.2 tenemos una forma de medir estas fluctuaciones de velocidad, esta medición nos muestra que en un flujo turbulento, la velocidad instantánea en un punto dado varía rápidamente con el tiempo en dirección y magnitud. Donde el fluido tiene un flujo neto en una dirección definida, el componente de la velocidad instantánea en la dirección de flujo puede ser separada en dos partes, una parte constante que iguala la velocidad neta de flujo y una parte fluctuante, llamada velocidad de desviación, la cual representa el componente de la velocidad variable en la dirección de flujo. Escribiendo esto en una ecuación tenemos:

$$u_i = u + u' \qquad (4.1)$$

u_i= Componente de velocidad instantánea en la dirección de flujo.
u= Velocidad neta constante en la dirección de flujo.
u'= Velocidad de desviación en la dirección de flujo.

Sobre un intervalo de tiempo suficiente, la velocidad de desviación u' pasa através de una larga sucesión de valores positivos y negativos y su tiempo promedio es cero. El tiempo promedio de la velocidad instantánea u_i es entonces igual a la velocidad neta u . En flujo laminar no hay remolinos o turbulencias, las velocidades de desviación no existen y la velocidad total en la dirección de flujo es a todos los tiempos u .

En los casos en que el flujo puede ser unas veces turbulento y otras laminar, el flujo turbulento origina una mayor tensión de cortadura en el fluido y produce más pérdidas.

Es así que en flujo turbulento, la pérdida de energía mecánica varía aproximadamente con el cuadrado de la velocidad, mientras que en el laminar lo hace con la primera potencia. En el flujo laminar las partículas del fluido se mueven a lo largo de trayectorias lisas en capas o láminas, deslizándose una capa sobre la adyacente. En el flujo laminar se cumple la ley de Newton de la viscosidad que relaciona la tensión de cortadura con la velocidad angular de deformación. En el flujo laminar la acción de la viscosidad frena la tendencia a la turbulencia. El flujo laminar no es estable cuando es pequeña la viscosidad, o grande la velocidad y se rompe transformándose en turbulento.

Fluido ideal es el que carece de rozamiento y es incomprensible se supone que tiene viscosidad nula.

La capa de fluido en la inmediata vecindad de un contorno de flujo real, en que se ve afectada la velocidad relativa respecto al contorno por la cortadura viscosa, se llama capa límite.

Las capas límites pueden ser laminares o turbulentas, dependiendo generalmente de su longitud, la viscosidad, la velocidad de flujo próximo a ellas y la rugosidad del contorno.

Cuando el flujo es tal que no entra ni sale calor através de los límites del fluido, el flujo es adiabático. El flujo --- adiabático reversible o sea sin rozamiento se llama flujo isoentrópico.

Cualquiera que sea la naturaleza del flujo, todas las situaciones de flujo están sometidas a los siguientes principios- fundamentales:

1.- Los principios de Newton del movimiento se deben cumplir para toda partícula y en cualquier instante.

2.- La ecuación de continuidad o sea la ley de conservación de la masa.

3.- El primer y segundo principio de la termodinámica.

4.- Las condiciones de contorno.

5.- Ecuaciones de estado.

El flujo es permanente cuando las propiedades del fluido- y las condiciones del movimiento en cualquier punto no cambian- con el tiempo.

El flujo es no permanente cuando las condiciones en cualquier punto cambian con el tiempo.

Cuando bombeamos agua por una tubería a un gasto constante se tiene flujo permanente y si el agua se bombea através de- una tubería y el gasto de agua fuese creciente con el tiempo se tiene flujo no permanente.

El flujo es uniforme cuando la velocidad en cualquier punto del fluido es constante, es decir que el vector velocidad es idéntico, con igual módulo, dirección y sentido en un instante- dado. Esta definición puede aplicarse para el flujo de un fluido real en un conducto abierto o cerrado con un pequeño error en muchos casos.

El flujo es no uniforme cuando el vector velocidad varía - en un instante dado de un punto a otro.

Un ejemplo de flujo uniforme a un líquido que se bombea -- através de una tubería recta de sección uniforme. Y un líquido - que fluye através de una tubería de sección variable es un flujo no uniforme.

TEORIA DE LA LONGITUD DE MEZCLADO DE PRANDTL.- Esta teoría describe en forma cuantitativa al flujo turbulento. Las pérdidas por fricción o rozamiento no son debidas al flujo laminar sino al intercambio de cantidad de movimiento entre las partículas del fluido.

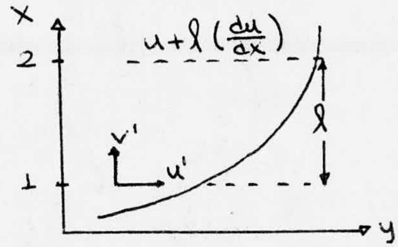


Figura (4.3)

En la región 1 de la figura (4.3) la velocidad media del fluido es u y la fluctuación de velocidad en la dirección y es u' y la fluctuación transversal es v'. En la región 2 y a una distancia de la región 1 la velocidad está dada por esta expresión:

$$u + l \frac{du}{dX} \qquad (4.2)$$

Prandtl definió la longitud de mezclado como:

$$u' = l \frac{du}{dX} \qquad (4.3)$$

La ecuación (4.3) es una velocidad de fluctuación y es del orden de la diferencia de dos capas separadas por una distancia l_i en donde l_i es la longitud instantánea de mezclado. El esfuerzo cortante turbulento instantáneo está dado por la expresión:

$$\tau_t \big|_i = \frac{\rho v' l_i}{gc} \frac{du}{dX} \qquad (4.4)$$

donde $\tau_t\big|_i$ es el esfuerzo cortante turbulento instantáneo. Reemplazando la ecuación (4.3) en (4.4)

$$\tau_t \big|_i = \frac{\rho v'}{gc} u' \qquad (4.5)$$

El esfuerzo cortante turbulento medio queda expresado:

$$\tau_t = \frac{\rho v' u'}{gc} \qquad (4.6)$$

Prandtl consideró que v' y u' son del mismo orden

$$\tau_t = \frac{\rho v'^2}{gc} = \frac{\rho u'^2}{gc}$$

reemplazando u' por su valor de la ecuación (4.3)

$$\tau_t = \frac{\rho}{gc} \ell \frac{du}{dX}^2 \qquad (4.7)$$

donde ℓ es la longitud de mezclado de Prandtl y fisicamente es- la distancia medida en un campo de gradiante du/dX entre el pun to de origen y el punto de decaimiento de una turbulencia.

ESFUERZOS CORTANTES LAMINAR Y TURBULENTO.- El esfuerzo -- cortante laminar está dado por:

$$\tau_\ell = -\frac{\mu}{gc} \frac{du}{dX} \qquad (4.8)$$

el esfuerzo cortante turbulento está dado por:

$$\tau_t = \frac{\rho}{gc} \left(\ell \frac{du}{dX}\right)^2 \qquad (4.9)$$

$$\tau_{total} = \tau_{turbulento} + \tau_{laminar}$$

$$\tau_{total} = \frac{\rho}{gc}\left(\ell \frac{du}{dX}\right)^2 + \frac{\mu}{gc}\frac{du}{dX}$$

$$\tau_{total} = \frac{\rho}{gc} \ell^2 \frac{du}{dX} \frac{du}{dX} + \frac{\mu}{gc}\frac{du}{dX}$$

$$\tau_{total}\, gc = \rho \ell^2 \frac{du}{dX}\frac{du}{dX} + \mu \frac{du}{dX} \qquad (4.10)$$

Se define E_τ como la viscosidad de la turbulencia o remo lino y está dado por la expresión:

$$E_\tau = \rho \ell^2 \frac{du}{dX} \qquad (4.11)$$

reemplazando en la ecuación (4.10)

$$\tau_{total}\, gc = (\mu + E_\tau) \frac{du}{dX} \qquad (4.12)$$

E_τ es analógo a la viscosidad molecular μ debido a que el pro- ducto de la viscosidad de la turbulencia y el gradiente de velo cidad nos da el esfuerzo cortante turbulento.

La ecuación (4.12) da el esfuerzo cortante total sobre el-fluido en cualquier sección de ducto como una función de la viscosidad molecular, viscosidad del remolino y gradiente de velocidad media.

ECUACIONES LOGARITMICAS DE DISTRIBUCION DE VELOCIDADES.- -
Si consideramos la ecuación del esfuerzo cortante total.

$$\tau = \frac{\mu}{gc}\frac{du}{dX} + \frac{\rho}{gc}\left(l\frac{du}{dX}\right)^2 \qquad (4.13)$$

y si se considera al esfuerzo cortante viscoso despreciable la-ecuación queda:

$$\tau = \frac{\rho}{gc}\left(l\frac{du}{dX}\right)^2 \qquad (4.14)$$

esta ecuación expresa el esfuerzo cortante turbulento entre dos capas cualquiera de fluido en términos de la longitud de mezclado de Prandtl, la densidad y el gradiente de velocidades.

$$\frac{\tau}{\tau_1} = \frac{r}{r_1} \qquad (4.15)$$

donde el esfuerzo a la pared es:

$$\tau = \tau_1 \frac{r}{r_1} \qquad (4.16)$$

reemplazando la ecuación (4.16) en (4.14)

$$\tau_1 \frac{r}{r_1} = \frac{\rho}{gc}\left(l\frac{du}{dX}\right)^2 \qquad (4.17)$$

donde r es la posición radial en la pared del tubo y r_1 es la posición radial en el centro del tubo.

$$\frac{r}{r_1} = \left(1 - \frac{X}{r_1}\right)$$

$$\tau_1\left(1 - \frac{X}{r_1}\right) = \frac{\rho}{gc}\left(l\frac{du}{dX}\right)^2$$

$$\frac{\tau_1\, gc}{\rho}\left(1 - \frac{X}{r_1}\right) = \left(l\frac{du}{dX}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{\tau_1\, gc}{\rho}}\sqrt{1 - \frac{X}{r_1}} = l\frac{du}{dX}$$

donde $\sqrt{\frac{\tau_1\, gc}{\rho}}$ es la velocidad de fricción u*, también se le denomina cortante de velocidad.

cuando $r \rightarrow r_1$

$$\sqrt{\frac{\tau_1 \, gc}{\rho}} = \ell \frac{du}{dX}$$

$$u^* = \ell \frac{du}{dX} \qquad (4.18)$$

Prandtl posteriormente consideró que ni la viscosidad ni la rugosidad de la pared tiene un efecto apreciable sobre la posición que se considere. De aquí que para cualquier punto que se encuentre a una distancia X no existe otra longitud característica más que X.

$$\ell = KX \qquad \text{donde K es una constante} \qquad (4.19)$$

$$u^* = KX \frac{du}{dX}$$

$$du = \frac{u^*}{K} \frac{dX}{X}$$

$$u = \frac{u^*}{K} \ln X + C \qquad (4.20)$$

Prandtl y Nikuradse encontraron de datos experimentales que K vale 0.4

Cálculo de C en la ecuación (4.20).- condiciones a la frontera: u = u máxima si y solo si $X = r_1 = r$ cuando no existe la parte laminar

$$u_{máx.} = \frac{u^*}{K} \ln r_1 + C \qquad (4.21)$$

$$C = \frac{u^*}{K} \ln X + u_{máx.} - \frac{u^*}{K} \ln r_1 \qquad (4.22)$$

reemplazando la ecuación (4.22) en (4.20)

$$u = \frac{u^*}{K} \ln X + u_{máx.} - \frac{u^*}{K} \ln r_1$$

$$u = u_{máx.} + \frac{u^*}{K} \ln X - \frac{u^*}{K} \ln r_1$$

$$\frac{u^*}{K} = \frac{1}{0.4} = 2.5$$

$$u = u_{máx.} + 2.5\, u^* \ln X - 2.5\, u^* \ln r_1$$

$$u = u_{máx.} + 2.5\, u^* \, (\ln X - \ln r_1)$$

$$u = u_{máx.} + 2.5\, u^* \ln \frac{X}{r_1} \qquad (4.23)$$

La ecuación (4.23) es la ecuación de distribución de velocidades.

DISTRIBUCION UNIVERSAL DE VELOCIDADES.- En la figura (4.4) Se considera el flujo en la vecindad de la pared del tubo en -- donde ambos flujos, laminar y turbulento existen aunque la transición de laminar a turbulento es gradual se considerará que la transición toma lugar a una distancia d_1 de la pared del tubo - y que más allá de ese punto solo existen turbulencias totalmente desarrolladas debido a que el gradiente de velocidad es uniforme através de la capa laminar; esto se puede expresar como:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial X}\right)_{X = d_1} = \frac{u_{d_1}}{d_1} \qquad (4.24)$$

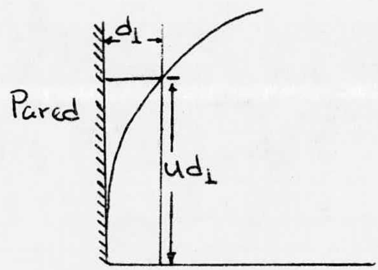


Figura (4.4)

Debido a que únicamente actúan las fuerzas de tipo viscoso en la capa laminar el esfuerzo en la pared se puede expresar en términos de la velocidad y la viscosidad.

$$\tau_y \, gc = \mu \frac{du}{dX} \qquad (4.25)$$

en la pared

$$\tau_1 \, gc = \mu \frac{u_{d_1}}{d_1} \qquad (4.26)$$

la velocidad de fricción

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_1 \, gc}{\rho}} \qquad (4.27)$$

$$u^{*2} = \frac{\tau_1 \, gc}{\rho} \qquad (4.28)$$

$$\tau_1 \, gc = u^{*2} \rho \qquad (4.29)$$

reemplazando la ecuación (4.29) en (4.26) :

$$u^{*2} \rho = \mu \frac{u \, d_1}{d_1} \qquad (4.30)$$

$$u \, d_1 = \frac{u^{*2} \rho \, d_1}{\mu} \qquad (4.31)$$

$$\frac{u \, d_1}{u^*} = \frac{u^* \rho \, d_1}{\mu} \qquad (4.32)$$

ambas expresiones de la ecuación (4.32) son adimensionales. Por definición la viscosidad cinemática esta dada por:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\text{viscosidad dinámica}}{\text{densidad}}$$

la ecuación (4.32) queda de la forma:

$$\frac{u \, d_1}{u^*} = \frac{u^* \, d_1}{\nu} \qquad (4.33)$$

La ecuación (4.33) establece que la relación de velocidad en el extremo de la capa laminar con respecto a la velocidad de fricción es igual a un número de Reynolds modificado.

$$\frac{u \, d_1}{u^*} = \frac{u^* \, d_1}{\nu} = C \qquad (4.34)$$

$$u = u_{máx.} + 2.5 \, u^* \ln \frac{X}{r_1} \qquad (4.35)$$

dividiendo la ecuación (4.35) entre u^*

$$\frac{u}{u^*} = \frac{u_{máx.}}{u^*} + 2.5 \ln \frac{X}{r_1} \qquad (4.36)$$

haciendo : $u = u \, d_1$ y $X = d_1$ (4.37)

$$\frac{u}{u^*}d_1 = \frac{u_{máx.}}{u^*} + 2.5\ \ln \frac{d_1}{r_1} \qquad (4.38)$$

de la ecuación (4.34)

$$d_1 = \frac{C\,\nu}{u^*} \qquad (4.39)$$

$$\frac{u}{u^*}d_1 = \frac{u_{máx.}}{u^*} + 2.5\ \ln \frac{C\,\nu}{u^* r_1} \qquad (4.40)$$

$$\frac{u_{máx.}}{u^*} = \frac{u}{u^*}d_1 - 2.5\ \ln \frac{C\,\nu}{u^* r_1} \qquad (4.41)$$

$$C = \frac{\cancel{u_{máx.}}}{u^*} + 2.5\ \ln \frac{C\,\nu}{u^* r_1} \qquad (4.42)$$

$$\frac{u_{máx.}}{u^*} = C - 2.5\ \ln \frac{C\,\nu}{u^* r_1} \qquad (4.43)$$

agrupando las dos constantes:

$$\frac{u_{máx.}}{u^*} = C_1 - 2.5\ \ln \frac{\nu}{u^* r_1} \qquad (4.44)$$

La ecuación (4.44) nos relaciona la velocidad máxima con la velocidad de fricción, la posición y una sola característica del fluido.

Reemplazando la ecuación (4.36) en (4.44):

$$\frac{u}{u^*} = C_1 - 2.5\ \ln \frac{\nu}{u^* r_1} + 2.5\ \ln \frac{X}{r_1}$$

$$\frac{u}{u^*} = C_1 + 2.5\ \ln \frac{X}{r_1} - 2.5\ \ln \frac{\nu}{u^* r_1}$$

$$\frac{u}{u^*} = C_1 + 2.5\ \ln \frac{X\,u^*}{\nu} \qquad (4.45)$$

$$u^+ = \frac{u}{u^*} \qquad (4.46)$$

$$x^+ = \frac{X\,u^*}{\nu} \qquad (4.47)$$

u/u^* es la relación de velocidad puntual con respecto a la velocidad de la fricción.

$\frac{X\ u^*}{\nu}$ es el Reynolds modificado, incluye la velocidad de - fricción, la distancia a la pared y la viscosidad cinemática -- del fluido.

Reemplazando las ecuaciones (4.46) y (4.47) en (4.45):

$$u^+ = C_1 + 2.5 \ln x^+ \qquad (4.48)$$

La ecuación (4.48) representa la distribución de velocidades para flujo turbulento en ductos circulares.

Nikuradse y Von Kármán encontraron que:

1.- Para la primera capa de sistema de flujo turbulento - se tiene la subcapa laminar y ésta opera en regiones- donde $X^+ = 0$; esto es en la pared del tubo y donde -- $x^+ = 5$ es a una corta distancia de la pared. La velocidad puntual y la posición están relacionadas por la pared. La velocidad puntual y la posición están relacionadas por la ecuación:

$$u^+ = x^+ \qquad (4.49)$$

2.- Para la segunda parte la capa amortiguadora opera desde las posiciones radiales $x^+ = 5$ y $x^+ = 30$ y la ecuación que propusieron fué:

$$u^+ = - 3.05 + 5.0 \ln x^+ \qquad (4.50)$$

3.- Para la tercera región que es la capa turbulenta ó el núcleo; los límites van de las posiciones radiales de $x^+ = 30$ hasta el centro del tubo y la ecuación que se propone es:

$$u^+ = 5.5 + 2.5 \ln x^+ \qquad (4.51)$$

TEORIA DE LA MEMBRANA DE ESFUERZO

Base del análisis.- El flujo laminar.

En el movimiento laminar el fluido se mueve en la dirección de flujo sin ningún otro componente de velocidad en ningún otra dirección.

$$\tau_y\, gc = -\mu \frac{du}{dX} \qquad (4.25)$$

La resistencia de las membranas osea el esfuerzo del fluido aumenta en forma lineal desde cero en el centro del ducto -- hasta un valor máximo en la pared. Porlo que se puede decir que las membranas más resistentes estarán en la pared.

$$\frac{\tau_y\, gc}{(\tau_y\, gc)_1} = \frac{r}{r_1} \qquad (4.52)$$

Cuando eventualmente se forma una turbulencia, una parte del fluido está sujeta a una fuerza que tiende a dar una componente de velocidad en otra dirección. En oposición a esta fuerza la membrana tiende a limitar el flujo hacia un arreglo ordenado.

Si la energía cinética del elemento de fluido deformado es muy elevada, puede penetrar a otra membrana y entonces sí forma un verdadero remolino. Se puede decir que todo remolino que se forma encuentra una membrana lo suficientemente resistente, la cual vence la energía cinética del remolino. En este punto se - absorbe el remolino y se reanuda el flujo laminar.

En la pared la membrana de esfuerzos está soportada por - la pared y ésta es lo suficientemente fuerte como para que cualquier turbulencia la penetre. Este soporte se comunica al fluido y forma la subcapa laminar en la cual el remolino no tiene - ningúna actividad.

DEDUCCION DEL NUMERO DE REYNOLDS Y DEL FACTOR DE FRICCION

Partimos de la ecuación (3.75)

$$u = \frac{\Delta P}{4\mu}\frac{gc}{\Delta y}\,(r^2 - r_1^2) \qquad (3.75)$$

$$\bar{u} = -\frac{\Delta P}{8\mu}\frac{gc}{\Delta y}\,r_1^2 \qquad (3.81)$$

dividiendo la ecuación (3.75) entre (3.81):

$$\frac{u}{\bar{u}} = 2\left(\frac{r^2 - r_1^2}{r_1^2}\right) \qquad (4.53)$$

$$\frac{u}{\bar{u}} = 2\left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] \qquad (4.54)$$

donde:

u es la velocidad puntual.

$\bar{u}$ es la velocidad media del fluido.

r_1 es el radio al límite.

r es el radio en cualquier posición.

$$u = 2\,\bar{u}\left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] \tag{4.55}$$

$$du = 2\,\bar{u}\left[0 - 2\left(\frac{r}{r_1}\right)\frac{r_1\,dr}{r_1^2}\right] \tag{4.56}$$

$$du = 2\,\bar{u}\left[-2\,\frac{rdr}{r_1^2}\right] \tag{4.57}$$

$$du = -4\,\bar{u}\,\frac{rdr}{r_1^2} \tag{4.58}$$

$$\frac{du}{dr} = -4\,\frac{\bar{u}\,r}{r_1^2} \tag{4.59}$$

De la ecuación de flujo laminar:

$$\tau_y\,gc = \mu\frac{du}{dr} \tag{4.25}$$

$$\frac{du}{dr} = -\frac{\tau_y\,gc}{\mu} \tag{4.60}$$

igualando las ecuaciones (4.59) y (4.60):

$$\frac{\tau_y\,gc}{\mu} = \frac{4\,\bar{u}\,r}{r_1^2} \tag{4.61}$$

$$\tau_y\,gc = \frac{4\,\bar{u}\,r\,\mu}{r_1^2} \tag{4.62}$$

Condiciones a la frontera:

en la pared cuando $r \rightarrow r_1$ por lo que $\tau_y\,gc \rightarrow (\tau_y\;gc)_1$

$$(\tau_y\,gc)_1 = \frac{4\,\bar{u}\,\mu\,r_1}{r_1^2} = \frac{4\,\bar{u}\,\mu}{r_1} \tag{4.63}$$

$r_1 = D/2$

$$(\tau_y\, gc)_1 = \frac{4\,\bar{u}\,\mu}{D/2} = \frac{8\,\bar{u}\,\mu}{D} \qquad (4.64)$$

La ecuación (4.64) establece que la transferencia total de cantidad de movimiento en la pared es igual a la velocidad de transferencia de cantidad de movimiento que se efectúa através del fluido por transporte molecular. En este caso se incluyen dos mecanismos, transporte total hacia la pared y transporte por difusión molecular.

El área de la sección transversal del tubo es S_1

$S_1 = \pi D^2/4 = 0.785\ D^2$

El área lateral del cilindro es $A_1 = \pi DL$

donde L es la longitud del tubo y D es el diámetro.

Haciendo un balance de fuerzas:

$$(\tau_y\, A)_1 = (-\Delta P)\, S_1 \qquad (4.65)$$

$$(\tau_y\, \pi DL)_1 = (-\Delta P)\, \frac{\pi}{4} D^2 \qquad (4.66)$$

$$(\tau_y)_1 = \frac{(-\Delta P)\ \pi/4\ \ D^2}{\pi DL} = \frac{(-\Delta P)\, D}{4L} \qquad (4.67)$$

igualando las ecuaciones (4.64) y (4.67):

$$(\tau_y\, gc)_1 = \frac{8\,\bar{u}\,\mu}{D} = \frac{(-\Delta P)\, gc\ D}{4L} \qquad (4.68)$$

multiplicando la ecuación (4.68) por 4

$$4(\tau_y\, gc)_1 = \frac{32\bar{u}\,\mu}{D} = \frac{(-\Delta P)\, gc\, D}{L} \qquad (4.69)$$

Dividiendo la ecuación (4.69) entre $\rho\,\bar{u}^2/2$ que representa la energía cinética del fluido.

$$\frac{4\,(\tau_y\, gc\,)_1}{\rho\,\frac{\bar{u}^2}{2}} = \frac{32\,\bar{u}\,\mu}{\frac{D\rho\,\bar{u}^2}{2}} = \frac{(-\Delta P)\, gc\, D}{\rho\,\frac{\bar{u}^2}{2}\ L}$$

$$\frac{8\ (\tau_y\ gc)_1}{\rho\ \bar{u}^2} = \frac{64\ \bar{u}\ \mu}{D\rho\bar{u}^2} = \frac{2\ (-\Delta P)\ gc\ D}{\rho\ \bar{u}^2\ L} \qquad (4.70)$$

Los términos extremos de la ecuación (4.70) son la relación de dos mecanismos que son la transferencia total de cantidad de movimiento con respecto a la transferencia de cantidad de movimiento por mecanismo turbulento. Y estas dos expresiones representan el factor de fricción f':

$$f' = \frac{8\ (\tau_y\ gc)_1}{\rho\ \bar{u}^2} = \frac{2\ (-\Delta P)\ gc\ D}{\rho\ \bar{u}^2\ L} \qquad (4.71)$$

El término del medio en la ecuación (4.70)representa la relación del transporte de cantidad de movimiento por mecanismo molecular con respecto al transporte de cantidad de movimiento por mecanismo turbulento. Al recíproco de esta relación se le llama el número de Reynolds. N_{Re}.

$$\frac{64\ \mu}{D\ \rho\ \bar{u}} = \frac{64}{N_{Re}}$$

$$N_{Re} = \frac{D\ \bar{u}\ \rho}{\mu} \qquad (4.72)$$

La expresión para el factor de fricción:

$$f' = \frac{64}{N_{Re}}$$

sólo se aplica para flujo laminar.

Para flujo turbulento:

$$f' = f(N_{Re}) = A\ (N_{Re})^B$$

De la ecuación (4.70):

$$\frac{64\mu}{D\ \bar{u}\rho} = \frac{2\ (-\Delta P)\ gc\ D}{\rho\ \bar{u}^2\ L}$$

$$-\Delta P = \frac{64\mu\ \rho\ \bar{u}^2\ L}{2\ gc\ D^2\ \bar{u}\ \rho}$$

$$-\Delta P = \frac{32\ \mu\ \bar{u}\ L}{gc\ D^2} \qquad (4.73)$$

La ecuación (4.73) es similar a la ecuación de Poiseuille.

Al graficar el factor de fricción f' contra el número de- Reynolds N_{Re}. Figura (4.5), en esta gráfica tenemos marcadas -- tres zonas; A B y C. La zona A es para números de Reynolds ba-- jos y sus límites están entre 100 y 2100. Esta zona se conoce - como la región laminar. La zona B se denomina de transición y - sus límites son entre $N_{Re.}$ de 2100 y 3500. En esta región existe flujo laminar y flujo turbulento. La zona C es contínua en don- de la actividad de los remolinos es violenta y de acuerdo con - la teoría de la membrana de esfuerzo rompe a ésta; transfirién- dose la cantidad de movimiento por actividad del remolino y la- difusión molecular.

Las expresiones para el factor de fricción en la figura - (4.4) son:

$$f' = \frac{64}{N_{Re}} \quad \text{para flujo laminar} \qquad (4.74)$$

$$f' = \frac{0.184}{N_{Re}^{0.2}} \quad \text{para flujo turbulento} \qquad (4.75)$$

la ecuación (4.75) es para valores de números de Reynolds desde 5,000 hasta 200,000.

$$f' = 0.00560 + \frac{0.5}{N_{Re.}^{0.32}} \qquad (4.76)$$

la ecuación (4.76) es para valores de números de Reynolds des-- de 3000 hasta 3000000.

LA CAPA LIMITE.- Prandtl desarrolló el concepto de la ca- pa límite, que proporciona un importante enlace entre el flujo- de un fluido ideal y el de un fluido real. Para fluidos con vis cosidad pequeña el efecto de rozamiento interno en el fluido es apreciable solamente en una estrecha región a los límites del - fluido. Cuando comienza un movimiento en un fluido de poca vis- cosidad y el fluido en las paredes tiene una velocidad de cero- con relación a éstas paredes, existe un gradiente de velocida-- des muy grande desde la pared hacia el interior del flujo. Este gradiente de velocidad en un fluido real origina cerca de la -- pared unas fuerzas de cortadura que reducen la velocidad relati va a la pared. La capa de fluido que tiene su velocidad afecta- da por estas fuerzas de cortadura se llama capa límite. La velo cidad en la capa límite tiende asintóticamente a la velocidad - de flujo principal como se ve en la figura (4.6).

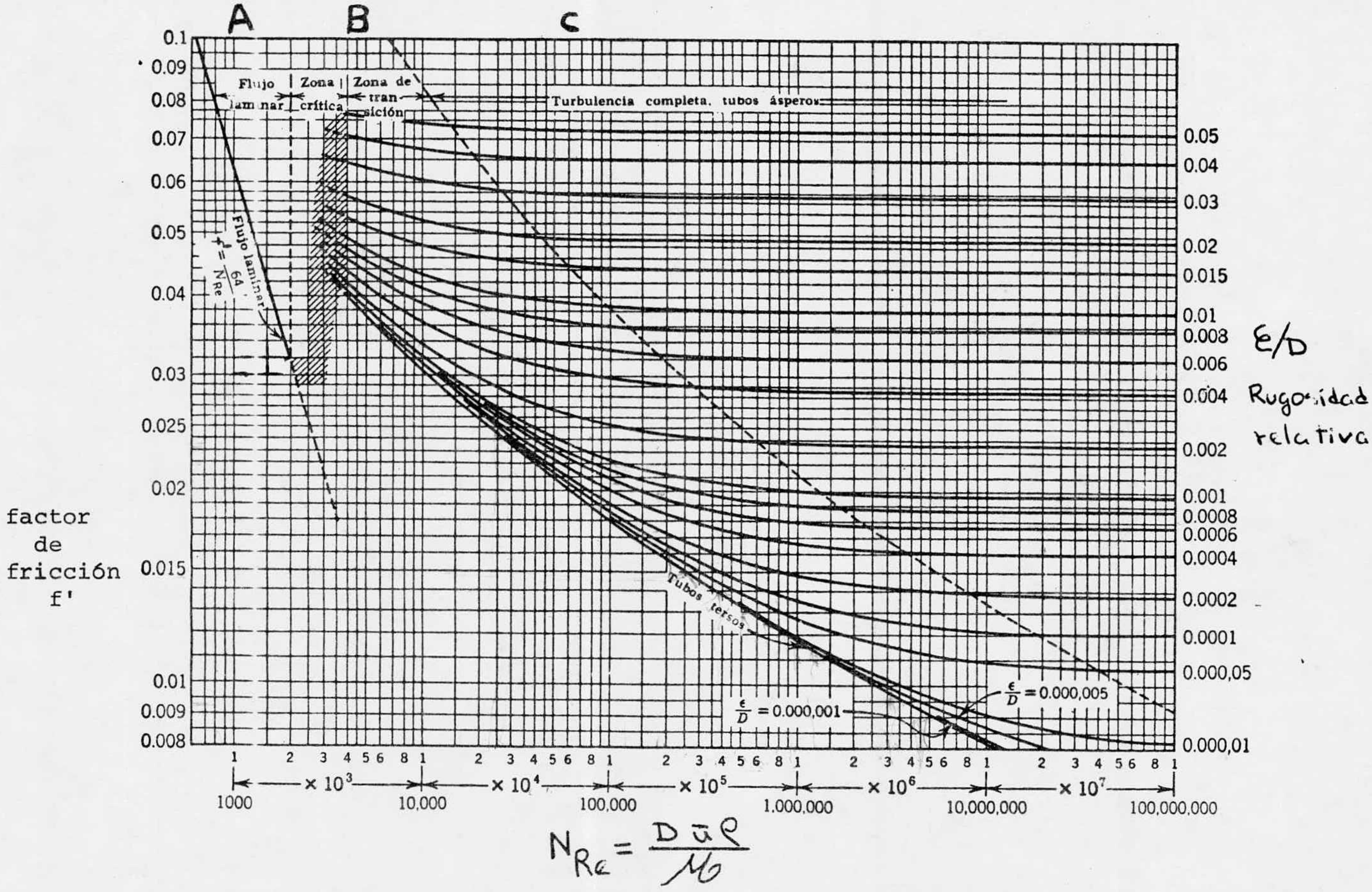


Figura (4.5) número de Reynolds

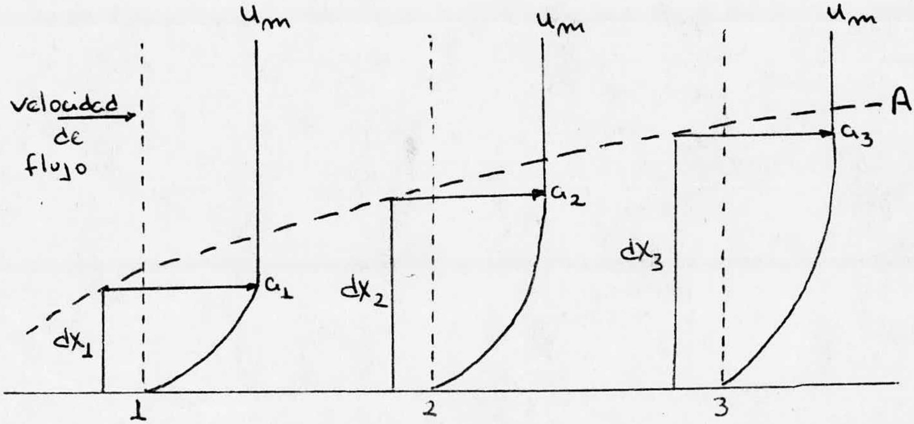


Figura (4.6). u_m es la velocidad de la corriente que no-se revolvió, u es la velocidad local. dx es el grosor de la capa límite a una distancia X. La curva A es el límite externo - la capa límite.

En superficies lisas la capa límite empiezan siendo una-capa límite laminar en donde las partículas se mueven en finas capas. Al ir aumentando el espesor de la capa límite ésta se - hace inestable y se transforma en una capa límite turbulenta -- con las partículas fluidas moviéndose en trayectorias al azar, aunque su velocidad se ve reducida por la acción de la viscosidad en la pared. Aún cuando la capa límite se haya vuelto turbulenta, existe todavía una subcapa laminar muy delgada próxima a la pared que tiene movimiento laminar.

C A P I T U L O V

BALANCES DE ENERGIA

LA LEY DE LA CONSERVACION DE LA MATERIA.- La ley de la conservación de la materia nos da una relación importante sobre el flujo a través de una tubería. La velocidad de flujo másico dentro de la tubería debe ser igual a la velocidad de flujo másico fuera de la tubería.

En la figura 5.1 tenemos la corriente que fluye a través de un tubo. El fluido entra en un punto donde el área de la sección transversal de el tubo es dS_a y sale del tubo en un punto donde el área de la sección transversal es dS_b. Siendo u_a y ρ_a la velocidad y la densidad a la entrada y u_b y ρ_b la velocidad y la densidad a la salida.

De donde la masa de fluido entrando al tubo y saliendo del tubo en unidad de tiempo es

$$dL = \rho_a \; u_a \, dS_a = \rho_b \; u_b \; dS_b \tag{5.1}$$

donde L es la velocidad de flujo en masa por unidad de tiempo.

La ecuación anterior es la llamada ecuación de continuidad. Se puede expresar como

$$dL = u \, \rho \, dS = cte \tag{5.2}$$

Ahora si suponemos la densidad constante a través de toda la sección transversal S. Al integrar esta ecuación tenemos:

$$L = \rho \int_0^S u dS \tag{5.3}$$

VELOCIDAD MEDIA.- Si tenemos una sección transversal de una corriente en un tubo bastante grande, la velocidad local u no puede ser la misma en todos los puntos en la sección transversal.

La velocidad local es cero en la pared y cambia a medida que se aleja de la pared de la tubería. Por esto es necesario distinguir entre velocidades locales y velocidad media. -- Ahora si el fluido es calentado o enfriado, la densidad del fluido varía de punto en punto en una sección transversal.

La velocidad media a través de una corriente en una tubería está definida como

$$\bar{u} = \frac{L}{S\rho} = \frac{\underline{L}}{S} \tag{5.4}$$

$\underline{L}$ = velocidad de flujo volumétrico
S = área transversal del tubo

Si comparamos las ecuaciones (5.3) y (5.4) podemos ver la - relación entre la velocidad local u y la velocidad media $\bar{u}$.

$$\bar{u} = \frac{L}{S\rho} = \frac{\int_0^S u\, dS}{S\rho} \tag{5.5}$$

Si suponemos que la densidad es constante a través de - la sección transversal del tubo, las velocidades y son -- iguales solo si la velocidad local es la misma en todos los -- puntos de la sección transversal de área.

La ecuación de continuidad viene a ser:

$$L = \rho_a \bar{u}_a S_a = \rho_b \bar{u}_b S_b = \rho \bar{u} S = cte. \tag{5.6}$$

En el caso de que el flujo sea a través de una tubería- de sección transversal circular

$$L = \rho_a \bar{u}_a \frac{\pi}{4} D_a^2 = \rho_b \bar{u}_b \frac{\pi}{4} D_b^2 \tag{5.7}$$

la masa velocidad está definida por:

$$L_u = \frac{L}{S} = \bar{u}\rho \tag{5.8}$$

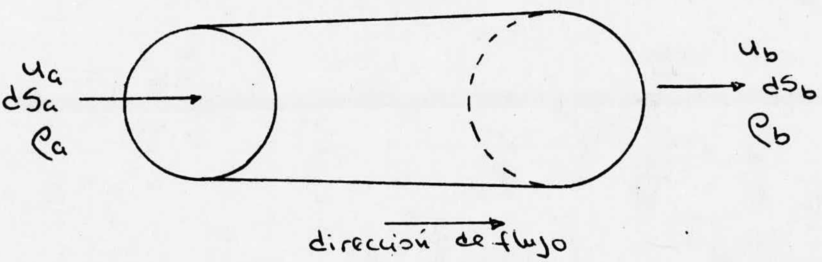


Figura (5.1)

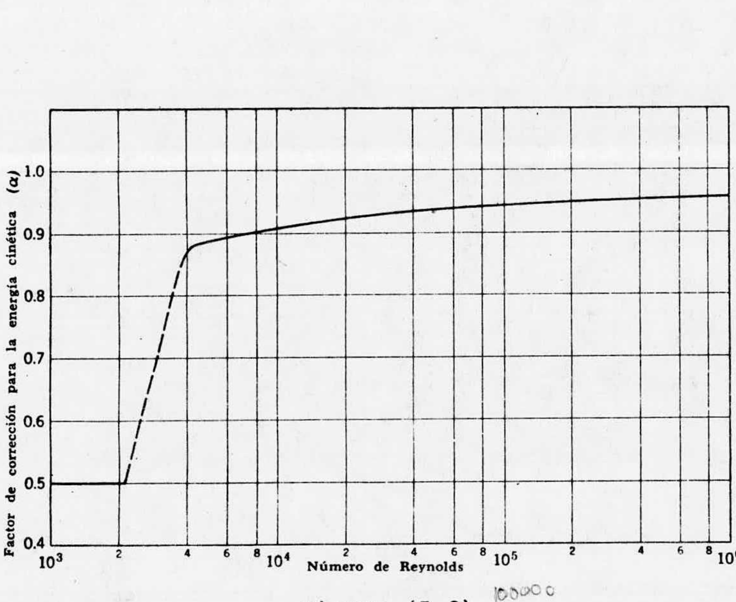


Figura (5.2)

La ventaja de usar L_u es que es independiente de la - presión y la temperatura cuando el flujo es continuo o sea L - constante y la sección transversal es constante; esto es muy - util cuando se tiene fluidos compresibles donde la velocidad- media y la densidad varían con la presión y la temperatura.

BALANCE DE ENERGIA.- Bases para su deducción:

1.- El sistema es abierto y a régimen permanente, por - lo que se considera que las propiedades físicas del fluido no se modifican con el tiempo.

2.- El gasto en masa a la entrada y a la salida es constante.

3.- La adición de calor y la producción de trabajo son- constantes.

El principio de conservación de la energía nos dice que la energía total que entra al sistema debe ser igual a la energía total que sale del sistema.

TIPOS DE ENERGIA.- El fluido en movimiento lleva consigo energía, y existe un intercambio de energía entre el fluido y sus alrededores o viceversa.

La energía transportada por el fluido comprende:

1.- Laenergía interna E que es la energía asociada con-
a) el estado físico del fluido, por ejemplo la energía de los átomos y moléculas resultantes de su movi--- miento y configuración. Sin considerar sus posiciones o movimientos relativos.

2.- La energía transportada por el fluido debido a su - estado de movimiento o de posición:

a) La energía potencial o de posición.- Esta es la- energía que el fluido tiene debido a su posición en el campo gravitacional de la tierra. Es el trabajo requerido para elevar una unidad de masa de - fluido a una altura Z sobre un nivel de base escogido arbitrariamente. Esto es mgZ donde g es - la aceleración gravitacional.

b) La energía cinética.- Es la energía del fluido - en movimiento. La energía cinética de la unidad-

de masa del fluido es $\frac{m}{2} \frac{\bar{u}^2}{\alpha \, gc}$. $\bar{u}$ es la velocidad media lineal del fluido en la tubería. Y α - es el factor de corrección adimensional que se toma en cuenta para la distribución de la velocidad a través de la tubería.
En la figura (5.2) tenemos graficado el factor de corrección α para la energía cinética como una - función del número de Reynolds.

c) La energía de presión PV.- Es la energía o trabajo requerido para introducir el fluido en el sistema sin un cambio en volúmen Si P es la presión- y V es el volúmen de una masa de fluido m, enton-- ces $\frac{PV}{m}$ es la energía de presión por unidad de masa de fluido. La relación m/V es la densidad del- fluido y a veces se puede escribir la energía de- presión como P/ρ.

La energía transferida entre el fluido en movimiento y - sus alrededores es de dos clases:

1.- El calor q absorbido por el fluido de sus alrededo-- res durante su desplazamiento. El valor de q es positivo si el calor se transfiere del medio ambiente al- sistema.

2.- El trabajo w'f efectuado por el fluido sobre los alrededores durante su desplazamiento. Se le denomine- también trabajo de flecha. Para que el fluido pueda- dar trabajo a los alrededores se requiere de un equipo que puede ser una bomba, turbina, etc. w'f es positivo si el trabajo es efectuado por el fluido y -- se transfiere a los alrededores.

Un balance de energía de un sistema de flujo entre los - puntos 1 y 2 como está en la figura (5.3) y sus alrededores, - suponiendo que no haya acumulación de energía en ningún punto - del sistema está dado por la siguiente ecuación, tomando como - base una masa unitaria:

$$E_1 + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + Z_1 \frac{g}{gc} + P_1V_1 + q = E_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + Z_2 \frac{g}{gc} + P_2V_2 + w'f \qquad (5.9)$$

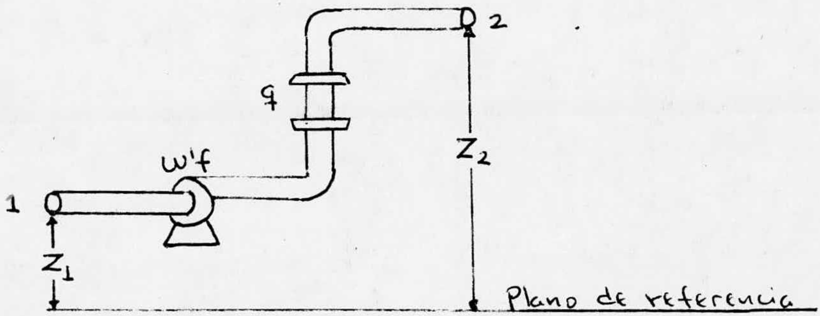


Figura (5.3)

Los términos de la izquierda de la ecuación (5.9) nos - representa la energía transferida al sistema y los términos -- de la derecha nos representa la energía transferida por el sis tema hacia los alrededores. La ecuación (5.9) es dimensional-- mente homóloga.

La entalpia está definida como:

$$H = E + PV \tag{5.10}$$

La ecuación (5.9) queda de la siguiente manera:

$$H_1 + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + Z_1 \frac{g}{gc} + q = H_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + Z_2 \frac{g}{gc} + w'f \tag{5.11}$$

$$\Delta H = H_2 - H_1 \tag{5.12}$$

$$\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha gc} = \frac{\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2}{2\alpha gc} \tag{5.13}$$

$$\Delta Z \frac{g}{gc} = \frac{(Z_2 - Z_1)g}{gc} \tag{5.14}$$

El cambio de entalpia de un sistema con respecto a la - temperatura se calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$\Delta H = \int_{T_1}^{T_2} Cp \; dT \tag{5.15}$$

Cp es la capacidad calorífica en BTU/lb. °F
T_1 y T_2 temperaturas inicial y final en °F
ΔH es el cambio de entalpia en BTU/lb.

ECUACION DE BERNOULLI.- Esta ecuación es de un balance de energía mecánico en el que se hacen las siguientes consideraciones:

1.- El fluido no está sujeto a esfuerzos cortantes.
2.- El sistema es isotérmico y el volúmen por unidad de masa es constante.

Estas dos condiciones son las que debe cumplir un fluido ideal. La ecuación (5.9) nos queda de la siguiente forma:

$$\frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + Z_1 \frac{g}{gc} + \frac{P_1}{\rho} = \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + Z_2 \frac{g}{gc} + \frac{P_2}{\rho} \tag{5.16}$$

Esta es la ecuación de Bernoulli.

LA FRICCION EN LOS FLUIDOS.- En el flujo de fluidos se presenta el fenómeno de la fricción y siempre existe un esfuerzo cortante sobre el fluido. La fricción convierte la energía mecánica en calor y por consiguiente no todo el trabajo que efectúa el fluido se transfiere a los alrededores y toda la energía que pierde el fluido aparece como calor.

$$q = q' + \sum Hfs \tag{5.17}$$
$$w = w'f + \sum Hfs \tag{5.18}$$

En estas ecuaciones

q es el calor absorbido por el fluido
q' es el calor transferido desde los alrededores
w es el trabajo total hecho por el fluido
w'f es el trabajo de flecha transferido hacia los alrededores
Hfs son las pérdidas por fricción

Si tenemos la ecuación del balance de energía escrita en esta forma:

$$\Delta E + \Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha gc}\right) + \Delta Z \frac{g}{gc} + \Delta(PV) = q' - w'f \qquad (5.19)$$

de la ecuación (5.17)

$$q' = q - \sum Hfs$$

sustituyendo en la ecuación (5.19)

$$\Delta E + \Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha gc}\right) + \Delta Z \frac{g}{gc} + \Delta(PV) = q - \sum Hfs - w'f \qquad (5.20)$$

de acuerdo a la primera ley de la termodinámica

$$\Delta E = q - w \qquad (5.21)$$

$$w = \int_1^2 PdV \qquad (5.22)$$

$$\Delta E = q - \int_1^2 PdV \qquad (5.23)$$

reemplazando (5.23) en (5.20)

$$q - \int_1^2 PdV + \frac{\Delta\bar{u}^2}{2\alpha gc} + \Delta Z \frac{g}{gc} + \Delta(PV) = q - \sum Hfs - w'f \qquad (5.24)$$

$$\Delta PV = \int_{V_1}^{V_2} PdV + \int_{P_1}^{P_2} VdP \qquad (5.25)$$

reemplazando (5.25) en (5.24)

$$-\int_1^2 PdV + \Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha gc}\right) + \Delta Z \frac{g}{gc} + \int_{V_1}^{V_2} PdV + \int_{P_1}^{P_2} VdP = -\sum Hfs - w'f$$

$$\boxed{\Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha gc}\right) + \Delta Z \frac{g}{gc} + \int_{P_1}^{P_2} VdP + \sum Hfs = -w'f} \qquad (5.26)$$

La ecuación (5.26) representa el balance de energía de un fluido en un sistema. Esta ecuación se aplica a fluidos incompresibles en tuberías o canales abiertos.

ANALISIS DE LA SUMA DE PERDIDAS POR FRICCION.- En los calculos de flujo de fluidos en tuberías debe de tomarse muy en cuenta las pérdidas por fricción y a continuación haremos un análisis de los mismos por unidad de longitud.

$$Hfs = f\,(\mu, \rho, \bar{u}, D, gc)$$

$$\left[\frac{Hfs}{L}\right] = \frac{\vec{lb} - ft}{lb - ft.} = \left[\frac{F}{M}\right] \qquad (5.27)$$

$$\mu = \frac{lb}{ft-hr} = \left[\frac{M}{L\theta}\right]$$

$$\bar{u} = \frac{ft}{seg} = \left[\frac{L}{\theta}\right]$$

$$D = ft. = [L]$$

$$\rho = \frac{lb}{ft^3} = \left[\frac{M}{L^3}\right]$$

$$gc = \frac{lb-ft}{\vec{lb}-seg^2} = \left[\frac{ML}{F\theta^2}\right]$$

	μ	ρ	$\bar{u}$	D	gc
M	1	1	0	0	1
F	0	0	0	0	-1
L	-1	-3	1	1	1
θ	-1	0	-1	0	-2

$$\frac{F}{M} = \left[\frac{M}{L\theta}\right]^a \left[\frac{M}{L^3}\right]^b \left[\frac{L}{\theta}\right]^c [L]^d \left[\frac{ML}{F\theta^2}\right]^e \qquad (5.28)$$

$[F] = 1 = -e$ (5.29) 1

$[M] = -1 = a + b + c$ (5.30) 2

$[L] = 0 = -a - 3b + c + d + e$ (5.31) 3

$[\theta] = 0 = -a - c - 2e$ (5.32) 4

de (5.29) $e = -1$

reemplazando en (5.30) 2

$$- 1 = a + b - 1$$
$$a = - b$$

en (5.32) 4

$$0 = b - c - 2e$$
$$0 = b - c + 2$$
$$c = b + 2$$

en (5.31) 3

$$0 = + b - 3b + b + 2 + c - 1$$
$$3 = - b + d + 1$$
$$d = b - 1$$

$$\frac{\Sigma Hfs}{L} = (\mu^{-b})(\rho^{b})(\bar{u}^{b+2})(D^{b-1})(gc^{-1}) \tag{5.33}$$

$$\frac{\Sigma Hfs}{L} = \left(\frac{\bar{u}^2}{Dgc}\right)\left(\frac{D\bar{u}\rho}{\mu}\right) = \left(\frac{\bar{u}^2}{Dgc}\right)(N_{Re}) \tag{5.34}$$

Existen 2 definiciones del factor de fricción:
el factor de D'Arcy f_D

$$f_D = \frac{2Hfs\ gc\ D}{\bar{u}^2\ Le} \tag{5.35}$$

$$Hfs = \frac{f_D\ \bar{u}^2\ Le}{2gc\ D} \tag{5.36}$$

para flujo laminar

$$f_D = \frac{64}{N_{Re}} \tag{5.37}$$

para flujo turbulento

$$f_D = f\ (N_{Re}\ ,\ \varepsilon/D) \tag{5.38}$$

$$f' = \frac{2Hfs\ gc\ D}{\bar{u}^2\ L} \tag{5.39}$$

$$Hfs = \frac{f'\ \bar{u}^2\ L}{2gc\ D} \tag{5.40}$$

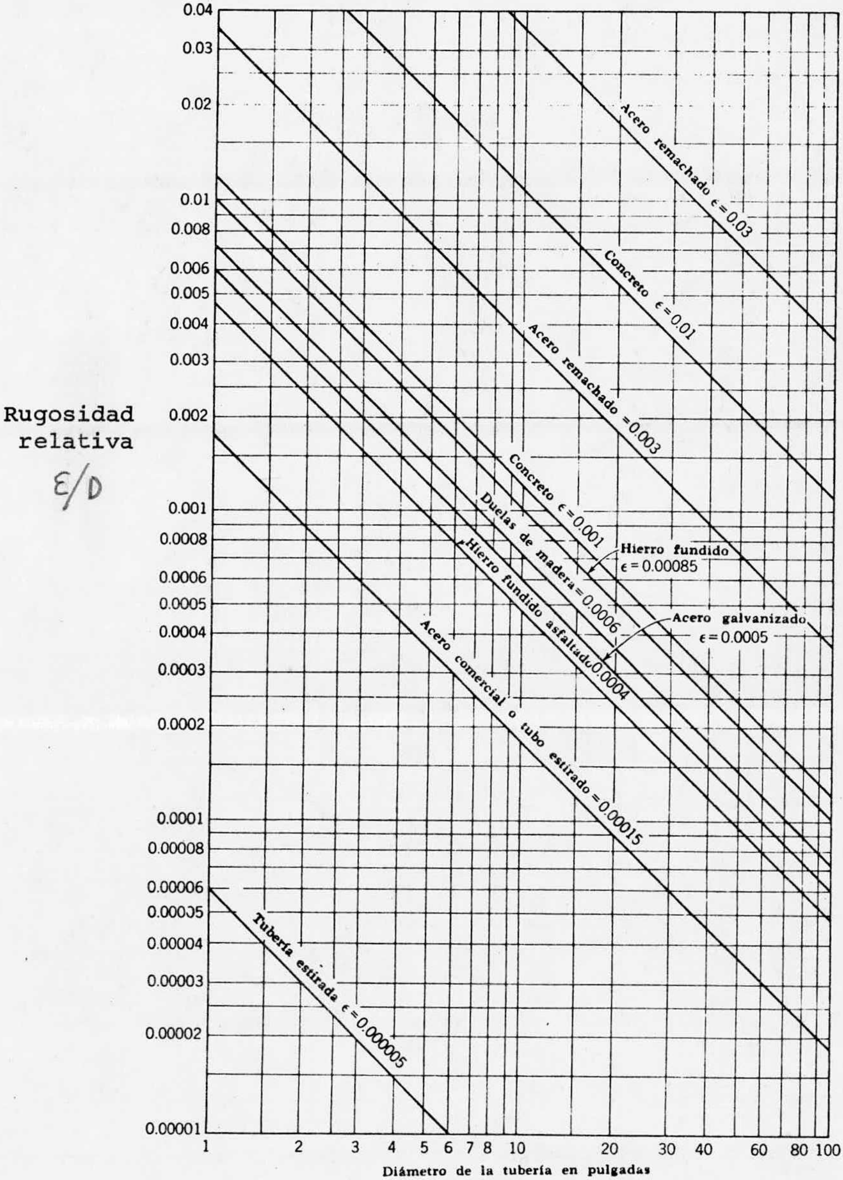

Rugosidad
relativa
ε/D
0.04
0.03
0.02
0.01
0.008
0.006
0.005
0.004
0.003
0.002
0.001
0.0008
0.0006
0.0005
0.0004
0.0003
0.0002
0.0001
0.00008
0.00006
0.00005
0.00004
0.00003
0.00002
0.00001
1
2
3
4
5
6
7
8
10
20
30
40
60
80
100
Diámetro de la tubería en pulgadas
Acero remachado ε = 0.03
Concreto ε = 0.01
Acero remachado = 0.003
Concreto ε = 0.001
Hierro fundido
ε = 0.00085
Duelas de madera = 0.0006
Acero galvanizado
ε = 0.0005
Hierro fundido asfaltado 0.0004
Acero comercial o tubo estirado = 0.00015
Tubería estirada ε = 0.000005

Figura (5.4)

para flujo laminar

$$f' = \frac{16}{N_{Re}} \tag{5.41}$$

para flujo tubulento

$$f' = f\,(N_{Re}\ ,\ \varepsilon/D) \tag{5.42}$$

$$f_D = 4\ f' \tag{5.43}$$

TRABAJO DE LA BOMBA.- Una bomba es utilizada en un sis-- tema de flujo para aumentar la energía mecánica del fluido. El- aumento en la energía es utilizado para mantener el flujo. En - la ecuación (5.26) el trabajo se efectúa sobre el fluido, por - lo que el signo debe ser negativo.

La potencia requerida para el bombeo está dada en HP. 1- HP es equivalente a 550 lb.- ft./seg.

$$\boxed{P = \frac{L\ w'f}{550}} \tag{5.44}$$

donde L es el gasto másico en $\frac{lb.}{seg.}$, $\frac{kg}{seg}$.

sabemos que w'f está dado en $\overrightarrow{lb.} - \frac{ft.}{lb.}$, $\frac{\overrightarrow{kg} - m}{kg}$

P nos dá en HP

LA RUGOSIDAD.- Generalmente cuando se tiene flujo tur-- bulento en una tubería rugosa el factor de fricción es mucho - mayor que cuando se tiene una tubería lisa para un número de - Reynolds dado. De aqui la importancia de la rugosidad.

Los factores de fricción Fanning y D'Arcy son funciones de la rugosidad y del número de Reynolds.

La rugosidad relativa está dada por la expresión ε/D - donde ε es la rugosidad absoluta y D es el diámetro interno - de la tubería.

Para calcular la rugosidad relativa o absoluta y el fac tor de fricción lo hacemos de acuerdo al material de la tube-- ría y por medio de la figura (5.4).

PERDIDAS POR FRICCION EN EXPANSIONES SUBITAS.

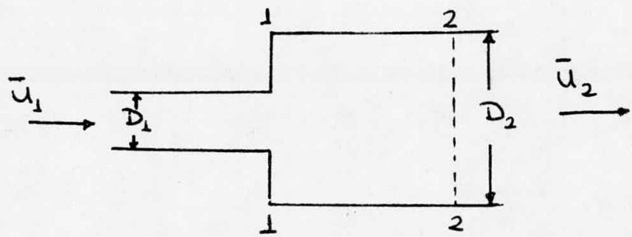


Figura (5.5)

Cuando la velocidad de un fluido cambia en dirección ó en magnitud ya sea porque cambia la dirección o el tamaño del ducto. Se genera otro tipo de fricción. Esta incluye la fricción de forma, que resulta de los remolinos o turbulencias que se desarrollan cuando el flujo se perturba y por ende existe una separación de la capa límite.

En la figura (5.5) tenemos una sección de un tubo que se expande súbitamente y cuando esto sucede tenemos que:

1.- La corriente de fluido se separa de la pared y forma un chorro en el tubo de mayor sección.

2.- A medida que el fluido avanza el chorro se expande y llena totalmente la sección del otro tubo.

3.- El espacio entre el chorro y la pared del conducto se llena de fluido con movimiento de remolino o turbulencia característico de la separación de la capa límite generándose en este espacio una fricción considerable.

PERDIDAS POR FRICCION EN CONTRACCIONES SUBITAS.

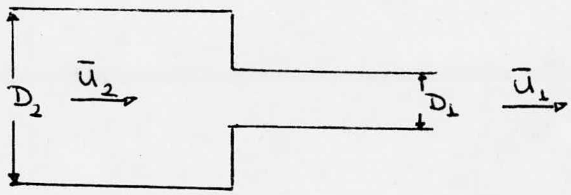


Figura (5.6)

Cuando la sección del tubo se reduce súbitamente. Figura (5.6). La corriente de fluido no puede seguir fluyendo en las esquinas y la corriente en contacto con la pared se separa formándose un chorro que fluye hacia el tubo de menor sección. El chorro primero sufre una contracción y posteriormente una expansión hasta un punto en donde se restablece la distribución normal de fluido. La sección mínima en donde el chorro cambia de contracción a expansión se le llama vena de contracción.

La resistencia debida a ensanchamientos y contracciones bruscas la obtenemos por medio del coeficiente de resistencia en la figura (5.7) donde se tiene la relación D_1/D_2. D_1 es el diámetro de la tubería menor de acuerdo a las figuras (5.5) y (5.6).

NUMERO DE KARMAN.- En ocasiones para simplificar cálculos en problemas de flujo de fluidos se utiliza el método del número de Kárman.

El número de Kárman está definido por:

$$N_{Re}\sqrt{f'} = \frac{D\rho}{\mu}\sqrt{\frac{2gc\,D\,H_{fs}}{Le}} \qquad (5.45)$$

El término $N_{Re}\sqrt{f'}$ es el número de Kárman; este término se encuentra graficado en la figura (5.8). En está gráfica el término $1/\sqrt{f'}$ es un coeficiente de fricción y está definido por:

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = \frac{\bar{u}}{\sqrt{\dfrac{2gc\,D\,H_{fs}}{Le}}} \qquad (5.46)$$

RESISTENCIA DEBIDA A ENSANCHAMIENTO Y CONTRACCIONES BRUSCAS. (CRANE CO.)

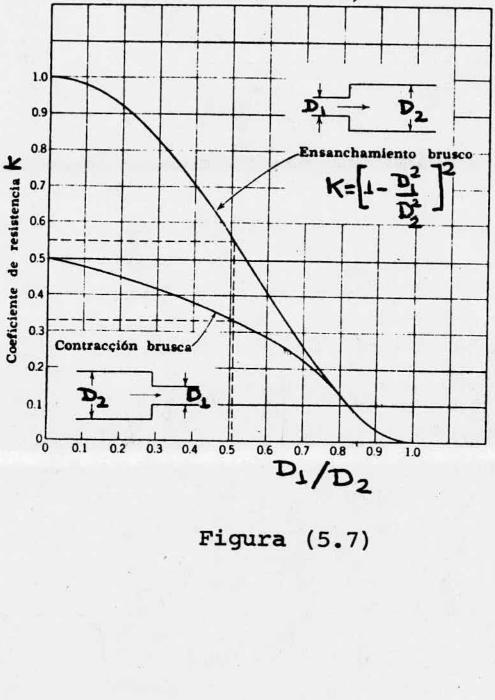
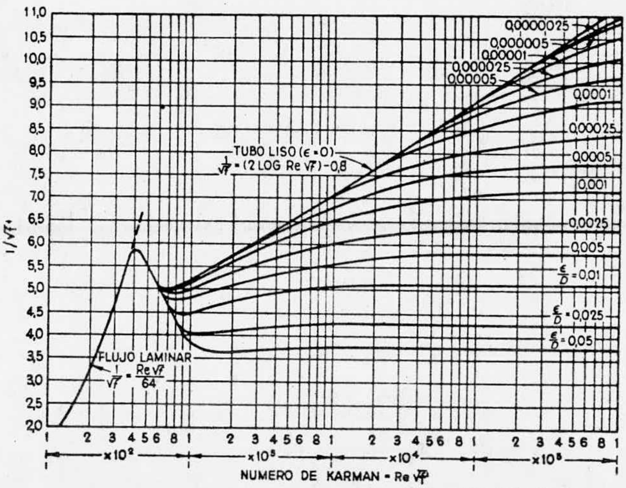


Figura (5.7)

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2gc\, D\, Hfs}{Le}}}$$



ϵ / D

Rugosidad relativa

$$N_{Re}\sqrt{f'} = \frac{D\rho}{\mu}\sqrt{\frac{2gc\, D\, Hfs}{Le}}$$

Figura (5.8) coeficiente de fricción en - función del número de Kármán.

Le es la longitud del tubo.

La figura (5.8) es equivalente a la figura (4.5). Por eso este método se utiliza como una primera aproximación cuando no se conocen muchas variables. Generalmente se utiliza cuando se escoge ó se tiene una pérdida por fricción y se desea conocer la cantidad de fluido en movimiento que le corresponde.

LONGITUD EQUIVALENTE TOTAL.- La longitud equivalente total comprende la longitud equivalente de tubo recto más la longitud equivalente por accesorios.

$$Le_T = Le\ (\text{tubo recto}) + Le\ (\text{accesorios})$$

En la tabla (5.1) están tabuladas las longitudes equivalentes en diámetros de tubería de los accesorios. L/D

En la figura (5.9) se tiene a las longitudes equivalentes Le y L/D y a los coeficientes de resistencia K.

En la figura (5.10) se tiene al coeficiente de resistencia K debido a entradas y salidas de los tubos.

TUBERIAS, VALVULAS Y ACCESORIOS.- Los fluidos son transferidos de un lado a otro a través de tuberías y tubos con sección transversal circular y de diversos tamaños y grosores así como de numerosos materiales de construcción que pueden ser: acero, vidrio, cemento, asbesto, plásticos, etc. Los materiales más comunes son de acero inoxidable, hierro, cobre y bronce.

La selección del material depende de las propiedades corrosivas del fluido que se maneja y de la presión del flujo.

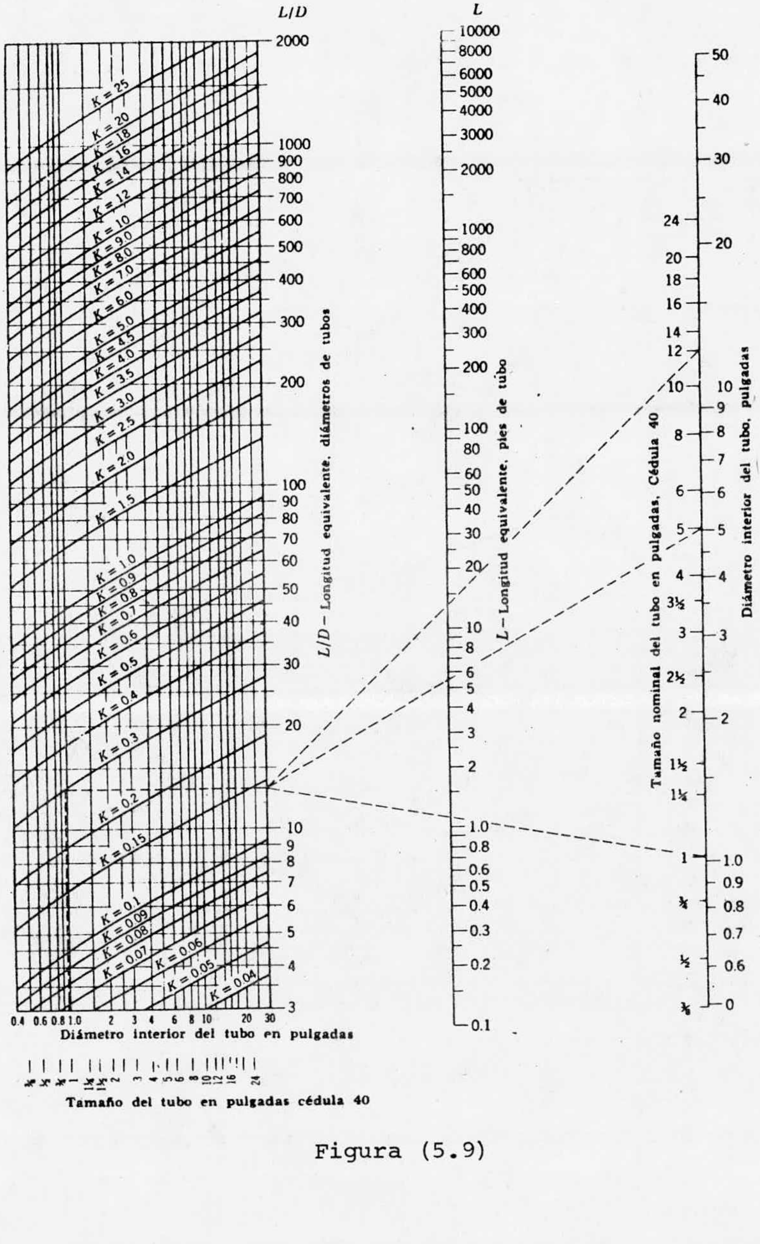

L/D
L
L/D - Longitud equivalente, diámetros de tubos
L - Longitud equivalente, pies de tubo
Tamaño nominal del tubo en pulgadas, Cédula 40
Diámetro interior del tubo, pulgadas
Diámetro interior del tubo en pulgadas
Tamaño del tubo en pulgadas cédula 40
K = 25
K = 20
K = 18
K = 16
K = 14
K = 12
K = 10
K = 9.0
K = 8.0
K = 7.0
K = 6.0
K = 5.0
K = 4.5
K = 4.0
K = 3.5
K = 3.0
K = 2.5
K = 2.0
K = 1.5
K = 1.0
K = 0.9
K = 0.8
K = 0.7
K = 0.6
K = 0.5
K = 0.4
K = 0.3
K = 0.2
K = 0.15
K = 0.1
K = 0.09
K = 0.08
K = 0.07
K = 0.06
K = 0.05
K = 0.04

Figura (5.9)

TABLA (5.1)
Largo equivalente representativo en diámetro de tubería (L/D) de varias válvulas y ajustes

Descripción	Largo equivalente en diámetro de tubería (L/D)
Válvulas de globo	
Convencional	
Sin obstrucción en el asiento de tipo plano, en chaflán, o clavija-Completamente abierta	340
Con disco de chaveta o de aleta-Completamente abierta	450
Modelo Y	
(Sin obstrucción en el asiento de tipo plano, en chaflán o clavija)	
Con vástago a 60 grados del cauce de la tubería-Completamente abierta	175
Con vástago a 45 grados del cauce de la tubería-Completamente abierta	145
Válvulas angulares	
Convencional	
Sin obstrucción en el asiento de tipo plano, en chaflán o de clavija-Completamente abierta	145
Con disco de chaveta o aleta-Completamente abierta	200
Válvula de compuerta	
Disco de cuña, doble o de clavija	
Completamente abierta	13
Abierta tres cuartas partes	35
Abierta mitad	160
Abierta una cuarta parte	900
Válvulas, lodo	
Completamente abierta	17
Abierta a las tres cuartas partes	50

Abierta una mitad	260
Abierta a la cuarta parte	1200
Tubería Conduit-Completamente abierta	3*
Válvulas de retención	
Giro convencional-0.5† -Completamente abierto.	135
Giro de despeje-0.5† -Completamente abierto	50
Alza o cierre del globo-2.0† -Completamente abierto	igual que para globo
Alza o cierre angular-2.0† -Completa-ente mente abierto	igual que para angular
En linea de municiones, 2.5 vertical y 0.25 horizontal† -Completamente abierta	150
Válvulas de aspiración con cedazo	
Con disco de tipo alza vertical-0.3† -Completamente abierto	450
Con disco articulado cuero-0.4† -Completamente abierto	75
Válvulas de mariposa (6 plg y mayores)-Completamente abiertas	20
Grifos	
Directo a través	
Area rectangular de la clavija al 100% del área del tubo-Completamente abierta	18
Válvulas de tres conductos	
Area rectangular de la clavija igual al 80% - del área del tubo (Completamente abierta)	
Flujo directamente a través	44
Flujo a través de bifurcación	140
Conexiones	
Codo normal a 90°	30
Codo normal a 45°	16
Codo de radio largo a 90°	20
Codo de para calle a 90°	50
Codo para calle a 45°	26
Codo para esquina cuadrada	57

T normal (bifurcación)

Con flujo a todo lo largo	20
Con flujo a través de la rama	60
Patrón cerrado de tubo de retorno	50

* El largo equivalente exacto es igual al largo entre las caras de las bridas, o extremos de soldadura

† La presión de caída mínima calculada, (lb/plg^2) a través de - la válvula para proporcionar suficiente flujo para alzar el - disco por completo.

RESISTENCIA DEBIDA A LA ENTRADA Y A LA SALIDA DE LOS TUBOS. (CRANE CO.)

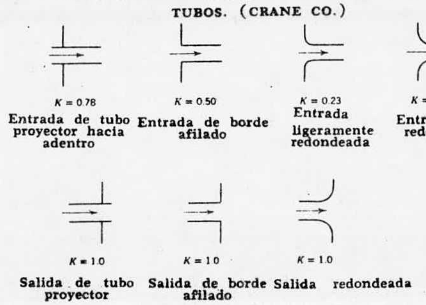


Figura (5.10)

Las secciones de tubería pueden unirse mediante el método de rosca que es el más usual.

Es necesario recurrir a los estándares que existen para determinar el tamaño y material de la tubería. Uno de estos estándares es el de la ASA (American Standards Association). El - tamaño de los tubos y el de las conexiones se caracteriza en -- función del diámetro nominal y del espesor de la pared. El diámetro nominal no es ni el diámetro interno ni el diámetro externo. Tabla (5.2)

El espesor de la pared de los tubos está dado por el número de cédula que pueden ser (0, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 120, 140 y 160).

El número de cédula está definido como:

$$N°\text{de cédula} = 1000 \frac{P}{S} \tag{5.54}$$

P es la presión de trabajo interna en $\overrightarrow{lb.}/in.^2$, $\overrightarrow{kg}/cm^2$.

S es la tensión permisible en $\overrightarrow{lb.}/in.^2$, $\overrightarrow{kg}/cm^2$.

El espesor de la pared del tubo aumenta con el número - de cédula.

Accesorios.- En la figura (5.11) tenemos a varias conexiones típicas de tubería.

Válvulas.- Las válvulas son accesorios que controlan el gasto de fluido o ya sea para cerrarlo completamente. Existen- varios tipos de válvulas según la función que desemepeñen. Las más- usadas son las válvulas de globo y las de compuerta. Figura (5.12)

En válvula de globo el fluido pasa a través de una abertura cuya área se controla mediante un disco colocado en forma- casi paralela a la dirección del flujo.

La válvula de compuerta consiste de un disco que se co-- rre normalmente al flujo. Se utiliza para detener o sellar un - flujo debido a que mediante ajustes laterales pequeños del disco se obtienen grandes cambios en el área de flujo.

Otros tipos de válvulas son:

Válvula check.- Esta válvula se utiliza para controlar - la dirección del flujo. Este tipo de válvula opera automáticamente.

Válvula de seguridad.- Sirven para controlar la presión.

Válvula de diafragma.- Esta válvula elimina la necesidad de empaques. Aquí el diafragma separa -- el mecanismo de operación del fluido.

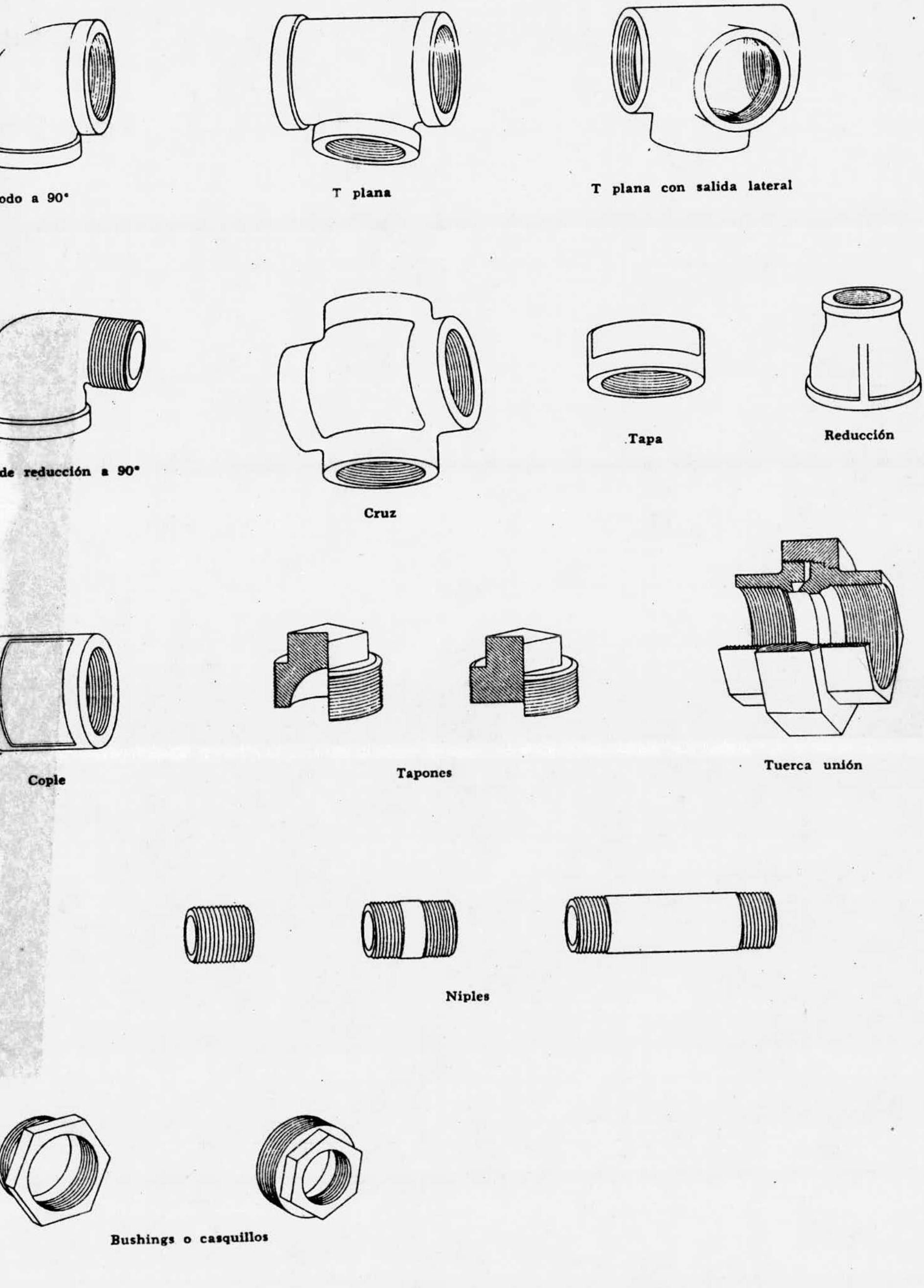
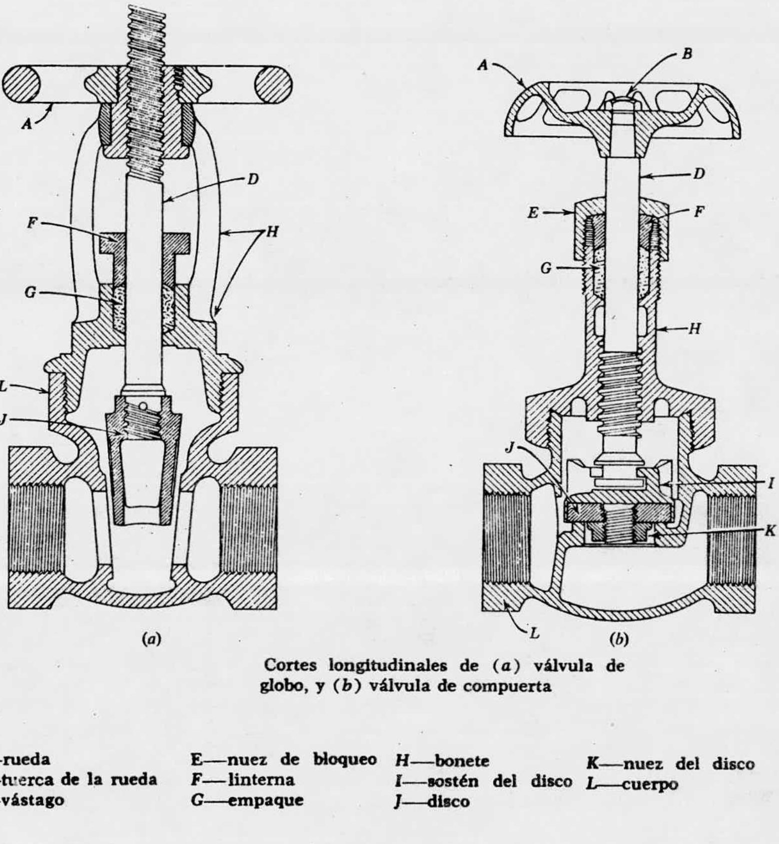

odo a 90°
T plana
T plana con salida lateral
de reducción a 90°
Cruz
Tapa
Reducción
Cople
Tapones
Tuerca unión
Niples
Bushings o casquillos

Figura (5.11)

TABLA (5.2)

DIMENSIONES DE LOS TUBOS DE ACERO NORMALES. (ASA Standards B36.10 1939)

Tamaño nominal del tubo en plg.	Diámetro exterior en plg.	Cédula No.	Diámetro interior en plg.	Area de la sección transv. del metal en plg^2	Area de la sección interna en $pies^2$
1/8	0.405	40	0.269	0.072	0.00040
		80	0.215	0.093	0.00025
1/4	0.540	40	0.364	0.125	0.00072
		80	0.302	0.157	0.00050
3/8	0.675	40	0.493	0.167	0.00133
		80	0.423	0.217	0.00098
1/2	0.840	40	0.622	0.250	0.00211
		80	0.546	0.320	0.00163
3/4	1.050	40	0.824	0.333	0.00371
		80	0.742	0.433	0.00300
1	1.315	40	1.049	0.494	0.00600
		80	0.957	0.639	0.00499
1 1/4	1.660	40	1.380	0.669	0.01040
		80	1.278	0.881	0.00891
1 1/2	1.900	40	1.610	0.799	0.01414
		80	1.500	1.068	0.01225
2	2.375	40	2.067	1.075	0.02330
		80	1.939	1.477	0.02050
2 1/2	2.875	40	2.469	1.704	0.03322
		80	2.323	2.254	0.02942
3	3.500	40	3.068	2.228	0.05130
		80	2.900	3.016	0.04587
3 1/2	4.000	40	3.548	2.680	0.06870
		80	3.364	3.678	0.06170
4	4.500	40	4.026	3.173	0.08840
		80	3.826	4.407	0.07986
5	5.563	40	5.047	4.304	0.1390
		80	4.813	6.112	0.1263
6	6.625	40	6.065	5.584	0.2006
		80	5.761	8.405	0.1810
8	8.625	40	7.981	8.396	0.3474
		80	7.625	12.76	0.3171
10	10.75	40	10.020	11.90	0.5475
		80	9.564	18.92	0.4989
12	12.75	40	11.938	15.77	0.7773
		80	11.376	26.03	0.7058



Cortes longitudinales de (*a*) válvula de globo, y (*b*) válvula de compuerta

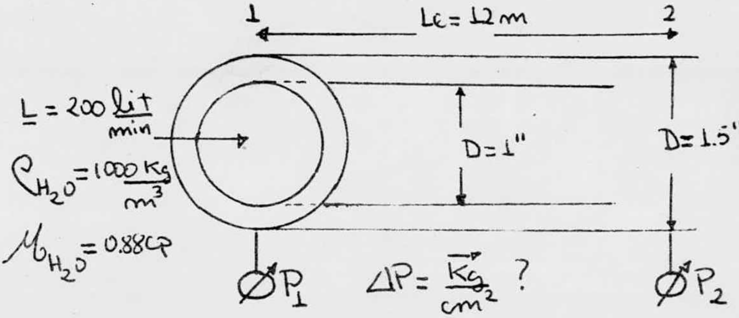
A—rueda	**E—nuez de bloqueo**	**H—bonete**	**K—nuez del disco**
B—tuerca de la rueda	**F—linterna**	**I—sostén del disco**	**L—cuerpo**
C—vástago	**G—empaque**	**J—disco**	

Figura (5.12)

PROBLEMA.- Una corriente de agua fluye a razón de 200 - litros por minuto por un conducto anular de 12 metros de longitud que consta de 2 tuberías de 1 y 1.5 pulgadas de diámetro.- Las tuberías son de acero comercial cédula 40. La densidad del agua es de 1000 kg/m^3 y la viscosidad es de 0.88 centipoises.- Efectuar el balance de energía y calcular la caída de presión.

SOLUCION

1.0 Traducción.- El sistema mencionado puede traducirse al siguiente diagrama de flujo.



2.0 Discusión.- En este problema se tienen dos tuberías por lo que se debe de considerar las pérdidas por fricción para - las dos tuberías.

2.1 Balance de energía

$$\left\{ \sum \text{Energías de entrada} \right\} = \left\{ \sum \text{Energías disipadas} \right\}$$

Efectuando el balance de energía entre los puntos 1 y 2 del diagrama de flujo

$$Z_1 \frac{g}{g_c} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha g_c} + \frac{P_1}{\rho} + w'f = Z_2 \frac{g}{g_c} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha g_c} + \frac{P_2}{\rho} + H_{fs}$$

en esta ecuación:

$Z_1 = Z_2$ en vista de que se tiene el mismo nivel de referencia.
w'f = 0 no existe trabajo de bomba.

$\bar{u}_1 = \bar{u}_2$ la velocidad lineal media no cambia.

La ecuación del balance de energía nos queda de la si--- guiente forma:

$$\frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} = H_{fs}$$

Como se tienen 2 tuberías se deben de considerar las pérdidas por fricción para las 2 tuberías.

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \left(\frac{f' \bar{u}^2 Le}{2gc\, Di}\right)_{1"} + \left(\frac{f' \bar{u}^2 Le}{2gc\, Di}\right)_{1.5"}$$

con esta ecuación se calcula la caída de presión.

2.2 Area de las secciones transversales para 1" y 1.5"

$S_{1"} = \pi/4\ (Di)^2 = m^2.$

$S_{1.5"} = \pi/4\ (Di)^2 = m^2.$

2.3 Velocidad lineales medias para 1" y 1.5"

$\bar{u} = L/S = m/seg.$

2.4 Número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{Di\ \bar{u}\ \rho}{\mu}$$

2.5 La rugosidad relativa y el factor de fricción.
Se lee ε/D para acero comercial de la figura (5.4)
Se lee f' de la figura (4.5)

3.0 Cálculos

3.1 Cálculo de las areas de las secciones transversales.
Para el tubo de 1" de diámetro nominal; en la tabla (5.2) se tiene un diámetro interno de Di = (1.045 in.) = 2.664 cm.
Para el tubo de 1.5" se tiene un diámetro interno de Di = (1.610 in.) = 4.089 cm.
El área de la sección transversal es:
$S_{1"} = 0.785\ (2.664\ cm)^2 = 5.571\ cm^2. = (0.864\ in^2.)$
$S_{1.5"} = 0.785\ (4.089\ cm.)^2 = 13.125\ cm^2. = (2.036\ in^2.)$

3.2 Cálculo de las velocidades lineales media

$$\bar{u}_{1''} = \frac{200\, lit}{min} \times \frac{1\, m^3}{1000\, lit} \times \frac{1\, min}{60\, seg} \times \frac{1}{5.571\, cm^2} \times \frac{10^4\, cm^2}{1\, m^2}$$

$\bar{u}_{1''}$ = 5.983 m/seg. = (19.62) ft./seg.

$$\bar{u}_{1.5''} = \frac{200\, lit}{min} \times \frac{1\, m^3}{1000\, lit} \times \frac{1\, min}{60\, seg.} \times \frac{1}{13.125\, cm^2} \times \frac{10^4\, cm^2}{1\, m^2}$$

$\bar{u}_{1.5''}$ = 2.539 m/seg. = (8.32 ft./seg.)

3.3 Cálculo del Número de Reynolds
Para diámetro de 1" Di = 0.02664 m.

$$N_{Re} = \frac{0.02664\, m \times 5.98\, m/seg \times 1000\, Kg/m^3}{0.88\, cp \times \frac{1\, gr/cm\text{-}seg}{100\, cp} \times 1\, Kg/1000\, gr. \times 100\, cm/1\, m} = 1.81 \times 10^5$$

Para diámetro de 1.5" Di = 0.04089 m.

$$N_{Re} = \frac{0.04089\, m \times 2.53\, m/seg \times 1000\, Kg/m^3}{0.88\, cp \times \frac{1\, gr/cm\text{-}seg}{100\, cp} \times \frac{1\, Kg}{1000\, gr.} \times \frac{100\, cm}{1\, m.}} = 1.17 \times 10^5$$

3.4 Obtención de la rugosidad y del factor de fricción.
ϵ/D de la figura (5.4) para D = 1" de acero comercial - es 0.0018 y el ϵ/D para D = 1.5" de acero comercial es 0.00125
Con el valor de ϵ/D y el N_{Re} leemos en la figura (4.5) - el factor de fricción f' :
Para D = 1" f' = 0.023
Para D = 1.5" f' = 0.021

3.5 Cálculo de la caída de presión

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \left[\frac{0.023 \times (5.983\, m/seg)^2 \times 12\, m}{2 \times 9.78\, \frac{\vec{Kg}-m}{Kg-seg^2} \times 0.02664\, m.}\right]_{1''} + \left[\frac{0.021 \times (2.539)^2 \times 12}{2 \times 9.78 \times 0.04089}\right]_{1.5''}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = 18.9602\, \frac{\vec{Kg} - m}{Kg} + 2.0167\, \frac{\vec{Kg} - m}{Kg}$$

$$P_1 - P_2 = 20.9769\, \frac{\vec{kg} - m}{kg} \times 1000\, \frac{Kg}{m^3}$$

$P_1 - P_2 = 20976.9 \ \overrightarrow{kg}/cm^2.$

m^2

La caída de presión será de 2.09 $\overrightarrow{kg}/cm^2$.

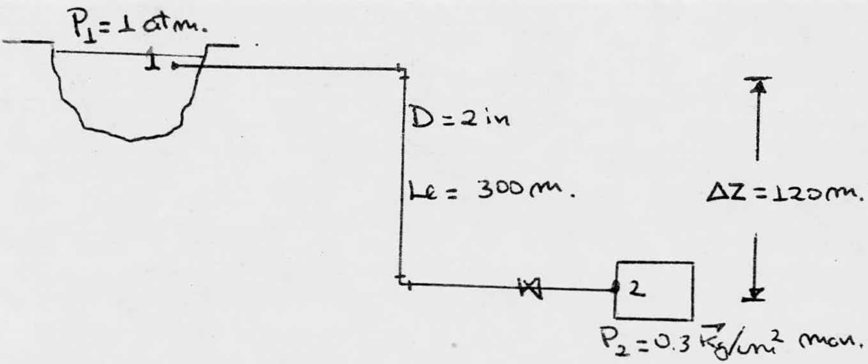
4.0 Conclusiones.- Las pérdidas por fricción son mucho mayo-- res en el tubo de 1" debido a que es mayor su área de flu jo con respecto al tubo de 1.5". Este problema también se puede resolver aplicando el concepto de diámetro equivalen te en el que se debe tener cuidado al tomar el diámetro - interno.

<u>PROBLEMA</u>.- Una casa se alimenta con agua por medio de - una linea desde un manantial que se encuentra 120 metros sobre la casa. La línea está compuesta de 300 metros de tubo recto - y es de 2 pulgadas de diámetro de acero comercial cédula 40. - Se tienen además 2 codos de 90° y una válvula de compuerta. La línea descarga a un tanque que se encuentra a una presión mano métrica de 0.3 Kg/cm^2.

Cual es el flujo de agua que se tiene?

SOLUCION

1.0 Traducción



2.0 Discusión.- Se efectúa el balance de energía y se agrupan los términos conocidos en un lado de la ecuación y en el- otro lado los términos que no se conocen. Se deben suponer valores para la velocidad lineal media y con esos valores efectuar los cálculos hasta encontrar el valor verdadero.

Se toma en cuenta que las velocidades recomendables para-
el agua son de 2 m/seg. a 3 m/seg.

2.1 Balance de energía

Efectuando el balance de energía entre los puntos 1 y 2

$$Z_1 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + \frac{P_1}{\rho} + w'f = Z_2 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + \frac{P_2}{\rho} + Hfs$$

Eliminamos w'f porque no existe trabajo de una bomba.
Si tomamos el punto 2 como referencia $Z_2 = 0$

$\bar{u}_1^2 / 2\alpha gc = 0$ en vista de que la energía cinética en el --
punto 1 es nula.
El balance nos queda de la siguiente forma:

$$Z_1 \frac{g}{gc} + \frac{P_1}{\rho} = \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + \frac{P_2}{\rho} + Hfs$$

en esta ecuación no conocemos $\bar{u}_2$ y Hfs por lo que agrupa--
mos los términos conocidos en un lado

$$\frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} + Z_1 \frac{g}{gc} = \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + Hfs$$

2.2 Velocidad lineal media $\bar{u}_2$

Se debem suponer valores para la velocidad $\bar{u}_2$* y con esos
valores efectuar los cálculos hasta que los dos lados de -
la ecuación en el inciso (2.1) sean iguales.

2.3 Area de la sección transversal

$$S = \pi/4 \ Di^2 = m^2$$

2.4 Gasto volumétrico $\underline{L}$

$$\underline{L} = u^* \times S = m^3/seg.$$

2.5 Número de Reynolds y el factor α

$$N_{Re} = \frac{Di \ \bar{u}^* \rho}{\mu}$$ se le α de la figura (5.2)

2.6 Rugosidad relativa y factor de fricción

La rugosidad ε/D se lee de la figura (5.4)

f' se lee de la figura (4.5)

2.7 Longitud equivalente total

$$Le_T = Le\ (\text{tubo recto}) + Le\ (\text{accesorios})$$

2.8 Pérdidas por fricción

$$Hfs = \frac{f'\ \bar{u}^{*2}\ Le}{2gc\ Di}$$

2.9 Se comprueba ambos lados de la ecuación en el inciso (2.1) hasta que concuerden y una vez que esto sucede se tiene la velocidad correcta y con ello el flujo de agua.

3.0 Cálculos

3.1 Cálculo del área de la sección transversal
La tubería es de 2 pulgadas de diámetro nominal de la tabla (5.2) diámetro interno = (2.067 in.) = 5.25 cm.
$S = 0.785\ (5.25\ \text{cm.})^2 = 21.635\ \text{cm}^2. = (3.355\ \text{in}^2.)$

3.2 Velocidad lineal media supuesta $\bar{u}_2^*$

$$\bar{u}^* = 4.35\ \text{m/seg.}$$

3.3 Cálculo del gasto volumétrico

$$\underline{L} = 4.35\ \text{m/seg.} \times 21.636\ \text{cm}^2 \times 1\ \text{m}^2/10^4\ \text{cm}^2$$

$$\underline{L} = 0.009411\ \text{m}^3/\text{seg.} \times 1000\ \text{lit.}/1\text{m}^3 \times 60\ \text{seg.}/1\ \text{min.}$$

$$\underline{L} = 564.69\ \text{lit./min.}$$

3.4 Número de Reynolds

$$\mu_{H_2O}\Big|^{15.5°C} = 1.2\ \text{cp}$$

$$N_{Re} = \frac{0.0525\text{m} \times 4.35\ \text{m/seg} \times 1000\ \text{Kg/m}^3}{1.2\ \text{cp} \times \frac{1\text{gr/cm-seg}}{100\ \text{CP}} \times 1\text{Kg}/1000\text{gr} \times \frac{100\text{cm}}{1\ \text{m}}} = 1.90 \times 10^5$$

α de la figura (5.2) es 0.95

3.5 Obtención de la rugosidad y del factor de fricción.- ε/D para tubo de acero comercial de 2 in. de diámetro se lee de la figura (5.4) y es 0.0009. f' de la figura (4.5) 0.0204

3.4 Cálculo de la longitud equivalente total

Concepto	No.	L/D	Le unitaria	Le Total
Tubo recto	300	1	1 m (3.28 ft.)	300 m
Entrada del manantial al tubo figura (5.10) K = 0.78	1	40	2.13 m (7 ft.)	2.13 m
Codos 90	2	30	1.52 m (5 ft.)	3.04 m
Válvula de compuerta (totalmente abierta)	1	13	0.76 m (2.5 ft.)	0.76 m
Salida de la tubería al tanque Figura (5.10) K = 1	1	52	2.74 m (9 ft.)	2.74 m
			Le_T = 308.67 m (1012.43 ft.)	

3.7 Cálculo de las pérdidas por fricción

$$H_f s = \frac{0.0205 \times (4.35 \text{ m/seg})^2 \times 308.67 \text{ m}}{2 \times 9.78 \text{ kg m}/\vec{\text{kg}}\text{-seg}^2 \times 0.0525 \text{ m}} = 116.6 \frac{\vec{\text{Kg}} - \text{m}}{\text{kg}}$$

3.8 Reemplazando los datos obtenidos en el inciso (2.1)

$$\frac{(1.0332 - 1.3332)\vec{\text{Kg}}/\text{cm}^2}{1000 \text{ Kg/m}^3 \times 1 \text{ m}^2/10^4 \text{ cm}^2} + \frac{120 \text{ m} \times 9.8}{9.78} = \frac{(4.35 \text{ m/seg})^2}{2 \times 0.95 \times 9.78} + 116.6 \frac{\vec{\text{Kg}} - \text{m}}{\text{Kg}}$$

$$117.24 \frac{\vec{\text{Kg}} - \text{m}}{\text{Kg}} \cong 117.61 \frac{\vec{\text{Kg}} - \text{m}}{\text{kg}}$$

El valor supuesto de 4.35 m/seg. está correcto por lo que el flujo de agua es de 564.69 litros/min.

3.9 En la siguiente tabla están tabulados los valores supuestos hasta el valor obtenido de 4.35 m/seg. para la velocidad.

ΣF

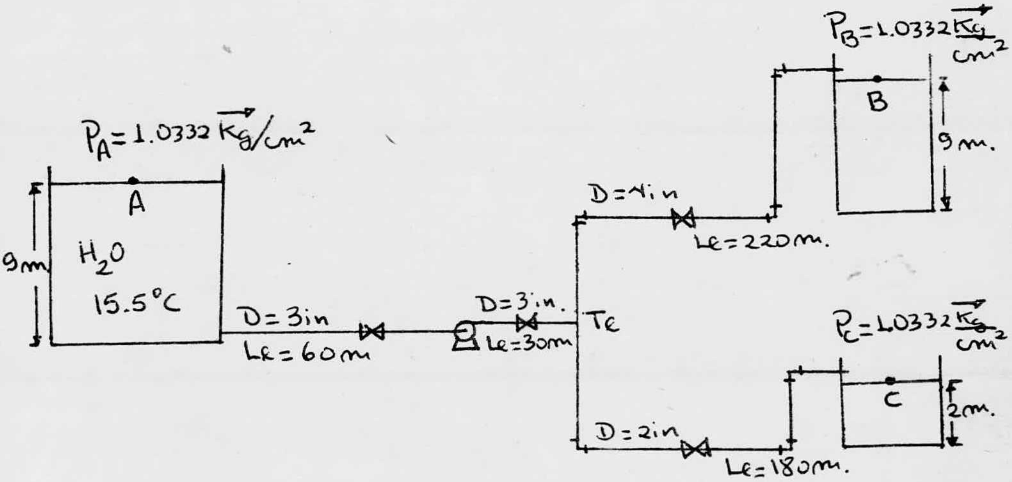
u^* (m/seg)	L (lit/min)	$u_2^*/2\alpha g_c$	N_{Re}	α	f'	Hfs
2	259.62	0.2175	8.75×10^4	0.94	0.0225	27.052
3	389.448	0.489	1.31×10^5	0.94	0.0215	58.163
4	519.264	0.861	1.75×10^5	0.95	0.0208	100.03
4.2	545.226	0.949	1.83×10^5	0.95	0.0205	108.69
4.3	558.204	0.995	1.88×10^5	0.95	0.0205	112.82
4.35	564.69	1.018	1.90×10^5	0.95	0.0205	116.6

4.0 **Conclusiones.-** La velocidad obtenida resultó muy alta con respecto a las velocidades que se recomiendan cuando se tiene flujo de agua.

PROBLEMA.- Se bombea agua a 15.5 °C desde el tanque A a los tanques B y C. La tubería desde el tanque A hasta la entrada a la bomba es de 3 pulgadas de diámetro de acero comercial cédula 40 con una longitud equivalente de 60 metros.- La tubería desde la descarga de la bomba a la bifurcación (Te) donde la tubería se divide en dos secciones es de 3 pulgadas de diámetro con una longitud equivalente de 30 metros. La línea desde la bifurcación al tanque B es de 4 pulgadas de diámetro y con una longitud equivalente de 220 metros y la línea desde la bifurcación al tanque C es de 2 pulgadas de diámetro con una longitud equivalente de 180 metros. Las longitudes equivalentes no incluyen 4 válvulas de compuerta, una entre el tanque A y la bomba, una entre la bomba y la bifurcación y una antes de cada uno de los tanques B y C que dan un gasto volumétrico de 340 litros por minuto al tanque B y 180 litros por minuto al tanque C. También se tienen 6 codos de 90°. El nivel del agua en el tanque A es de 9 metros sobre la bifurcación, en el tanque B el nivel del agua es de 9 metros sobre la bifurcación y en el tanque C el nivel del agua es de 2 metros sobre la bifurcación. Calcular el gasto de agua en la bifurcación (Te). Calcular la presión en la bifurcación (Te) y los HP requeridos por la bomba.

SOLUCION

1.0 Traducción



2.0 Discusión.- En este problema se deben efectuar 3 balances de energía. Uno desde el tanque A hasta la bifurcación y los otros dos desde la bifurcación a los tanques B y C.

2.1 Balance de energía desde el tanque A a la Te.

$$\frac{P_A}{\rho} + \frac{\bar{u}_A^2}{2\alpha gc} + Z_A \frac{g}{gc} + w'f = \frac{P_{Te}}{\rho} + \frac{\bar{u}_{Te}^2}{2\alpha gc} + Z_{Te} + \frac{f' \bar{u}_{Te}^2 \, Le_T}{2 gc \, Di}$$

La energía cinética en A es nula y sitomamos como referencia la Te. $Z_{Te} = 0$

El balance nos queda de la siguiente forma:

$$\frac{P_A}{\rho} + Z_A \frac{g}{gc} + w'f = \frac{P_{Te}}{\rho} + \frac{\bar{u}_{Te}^2}{2\alpha gc} + \frac{f' \bar{u}_{Te}^2 \, Le_T}{2gc \, Di}$$

De esta ecuación no se conoce P_{Te}, w'f, $\bar{u}_{Te}$ y f'

2.2 Balance de energía desde la Te al tanque B.

$$\frac{P_{Te}}{\rho} + \frac{\bar{u}_{Te}^2}{2\alpha gc} + Z_{Te} \frac{g}{gc} = \frac{P_B}{\rho} + \frac{\bar{u}_B^2}{2\alpha gc} + Z_B \frac{g}{gc} + \frac{f' \bar{u}_B^2 \, Le_T}{2gc \, Di}$$

El nivel de referencia es la Te. $Z_{Te} = 0$

La ecuación del balance nos queda:

$$\frac{P_{Te}}{\rho} + \frac{\bar{u}_{Te}^2}{2\alpha gc} = \frac{P_B}{\rho} + \frac{\bar{u}_B^2}{2\alpha gc} + Z_B \frac{g}{gc} + \frac{f' \bar{u}_B^2 L e_T}{2gc\, Di}$$

De esta ecuación no se conoce P_{Te}, $\bar{u}_{Te}$, $\bar{u}_B$ y f'

2.3 Balance de energía desde la Te al tanque C.

$$\frac{P_{Te}}{\rho} + \frac{\bar{u}_{Te}^2}{2\alpha gc} + Z_{Te} \frac{g}{gc} = \frac{P_C}{\rho} + \frac{\bar{u}_C^2}{2\alpha gc} + Z_C \frac{g}{gc} + \frac{f' \bar{u}_C^2 L e_T}{2gc\, Di}$$

$Z_{Te} = 0$

$$\frac{P_{Te}}{\rho} + \frac{\bar{u}^2}{2\alpha gc} = \frac{P_C}{\rho} + \frac{\bar{u}_C^2}{2\alpha gc} + Z_C \frac{g}{gc} + \frac{f' \bar{u}_C^2 L e_T}{2gc\, Di}$$

De esta ecuación no se conoce P_{Te}, $\bar{u}_{Te}$, $\bar{u}_C$ y f'.

2.4 Velocidades lineales medias $\bar{u}_B$ y $\bar{u}_C$

$\bar{u}_B = \underline{L}_B / S_B$ = m/seg. = ft./seg.

$\bar{u}_C = \underline{L}_C / S_C$ = m/seg. = ft./seg.

2.5 Ecuación de continuidad

$$\bar{u}_{Te}\, S_{Te}\, \rho_{Te} = u_B\, S_B\, \rho_B + u_C\, S_C\, \rho_C$$

$$\bar{u}_{Te} = \frac{\bar{u}_B S_B \rho_B + \bar{u}_C S_C \rho_C}{S_{Te}\, \rho_{Te}} = \frac{m}{seg} = \frac{ft.}{seg}$$

ρ = cte.

$$\bar{u}_{Te} = \frac{\bar{u}_B S_B + \bar{u}_C S_C}{S_{Te}} = \frac{m}{seg} = \frac{ft.}{seg}$$

2.6 Gasto de agua en la Te

$\underline{L}_{Te} = \bar{u}_{Te}\ S_{Te}$ = m^3/seg. = lit./min. = ft^3./min.

2.7 Presión en la Te

De la ecuación del balance de energía en 2.3 y despejando P_{Te} :

$$\frac{P_{Te}}{\rho} = \frac{P_C}{\rho} + \frac{\bar{u}_C^2}{2\alpha gc} + Z_C \frac{g}{gc} + \frac{f' \bar{u}_C^2 L e_T}{2gc\, Di} - \frac{\bar{u}_{Te}^2}{2\alpha gc}$$

2.7a Número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{Di\ \bar{u}_C\ \rho}{\mu_b} = \text{se lee } \alpha \text{ de la figura (5.2)}$$

2.7b La rugosidad y el factor de fricción

ε/D se lee de la figura (5.4)
f' se lee de la digura (4.5)

2.7c Longitud equivalente desde la Te al tanque C
Se debe considerar la reducción de la tubería de 3 pulgadas a 2 pulgadas de diámetro

2.8 HP requeridos por la bomba 2.1
De la ecuación del balance de energía en (2.2) y despejando -- w'f:

$$w'f = \frac{P_{Te}}{\rho} - \frac{P_A}{\rho} + \frac{\bar{u}_{Te}^2}{2\alpha gc} + \frac{f'\,\bar{u}_{Te}^2\,Le_T}{2gc\,Di} - Z_A\frac{g}{gc} = HP$$

2.8a Número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{Di\ \bar{u}_{Te}\ \rho}{\mu_b} \quad \text{se lee } \alpha \text{ de la figura (5.2)}$$

2.8b La rugosidad y el factor de fricción
ε/D se lee de la figura (5.4)
f' se lee de la figura (4.5)

2.8c Longitud equivalente del tanque A a la Te

2.9 Conprobar por medio del balance de energía en (2.2) Si
~~Si~~ la presión en la Te es la correcta
Despejando P_{Te} de (2.2)

$$\frac{P_{Te}}{\rho} = \frac{P_B}{\rho} + \frac{\bar{u}_B^2}{2\alpha gc} + Z_B\frac{g}{gc} + \frac{f'\,\bar{u}_B^2\,Le_T}{2gc\,Di} - \frac{\bar{u}_{Te}^2}{2\alpha gc}$$

2.9a Número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{D\bar{u}_B\,\rho}{\mu_b} = \text{se lee } \alpha$$

2.9b La rugosidad y el factor de fricción
ε/D se lee de la figura (5.4)
f' se lee de la digura (4.5)

2.9c Longitud equivalente de la Te al tanque B
Se debe considerar una expansión o ensanchamiento de la tubería de 3 pulgadas a 4 pulgadas de diámetro.

3.0 Cálculos

3.1 Cálculo de las velocidades $\bar{u}_B$ y $\bar{u}_C$

Diámetro nominal de 4 pulgadas de la tabla (5.2) el díametro interior es Di = (4.026 in.) = 10.226 cm. Para el de - 2 pulgadas el diámetro interior es Di = (2.067 in.) = 5.25 cm.
El área de la sección transversal es:

$$S_B = S_{4"} = 0.785\ (10.226\ cm.)^2 = 82.088\ cm^2. = (12.723\ in^2)$$

$$S_C = S_{2"} = 0.785\ (5.25\ cm.)^2 = 21.636\ cm^2. = (3.355\ in^2.)$$

La velocidades $\bar{u}_B$ y $\bar{u}_C$ son:

$$\bar{u}_B = \frac{340\ litros/min.\ x\ 1\ m^3/1000\ litros\ x\ 1\ min./60\ seg.}{0.0082\ m^2}$$

$$\bar{u}_B = 0.69\ m/seg. = (2.26\ ft./seg.)$$

$$\bar{u}_C = \frac{180\ litros/min.\ x\ 1\ m^3/1000\ litros\ x\ 1\ min./60\ seg.}{0.00216\ m^2}$$

$$\bar{u}_C = 1.38\ m/seg. = (4.55\ ft./seg.)$$

Ec. Continuidad

3.2 Cálculo de la velocidad en la Te. $\bar{u}_{Te}$

$$\bar{u}_{Te} = \frac{(0.69\ m/seg.)(0.0082\ m^2)+(1.38\ m/seg.)(0.00216\ m^2)}{0.004763\ m^2}$$

$$\bar{u}_{Te} = 1.813\ m/seg. = (5.94\ ft./seg.)$$

Diámetro nominal de 3 pulgadas tabla (5.2)

Diámetro interno Di = (3.068 in.) = 7.79 cm.

$$S_{Te} = 0.785\ (7.79\ cm.)^2 = 47.63\ cm^2. = (\ 7.382\ in^2.\ )$$

3.3 Cálculo del gasto en la Te

$$\underline{L} = 1.813\ m/seg.\ x\ 0.004763\ m^2 = 0.008635\ m^3/seg.$$

$$\underline{L} = 0.008635\ m^3/seg.\ x\ 1000\ litros/1\ m^3\ x\ 60\ seg./1\ min.$$

$$\underline{L} = 518.1\ litros/min. = (18.29\ ft^3./min.)$$

L = 518.1 litros/min.

3.4 Cálculo del Número de Reynolds para el balance de energía desde la Te a el tanque C. Reemplazando en (2.7a)

$$\mu_{H_2O}\Big|^{15.5°C} = 1.2 cp$$

$$\rho_{H_2O}\Big|^{15.5°C} = 1000\ Kg/m^3$$

$$N_{RE} = \frac{(0.0525 m)(1.38 m/seg)(1000 Kg/m^3)}{1.2 cp \times \frac{1 gr/1 cm\text{-}seg}{100 cp} \times \frac{100 cm}{1 m} \times \frac{1 Kg}{1000 gr}} = 6.03 \times 10^4$$

α de la figura (5.2) es 0.94

3.5 La rugosidad y el factor de fricción
ϵ/D de la figura (5.4) para 2 in. de diámetro de acero - comercial es 0.0009
f' de la figura (4.5) es 0.023

3.6 Cálculo de la longitud equivalente total de la Te al tanque C.

Concepto	N°	L/D	Le unitaria	Le Total
Reducción de la tubería de 3 in. a 2 in. Figura (5.7) K = 0.4	1	22	(3.7 ft.) 1.12 m	1.12 m
Tubo recto	180	1	(3.28 ft.) 1 m	180.00 m
Válvula de compuerta (totalmente -- abierta)	1	13	(2.5 ft.) 0.76 m	0.76 m
Codos de 90°	4	30	(5 ft.) 1.52 m	6.08 m
Te normal con flujo a través de la rama	1	60	(10 ft.) 3.048 m	3.048 m

Salida de la tubería al tanque C (K = 1)- Figura (5.10)	1	52	(9 ft.) 2.74 m	2.74 m
Le_{Te} = 193.74 m. (635.46 ft.)				

3.7 Cálculo del Número de Reynolds del tanque A a la Te

$$N_{Re} = \frac{0.0779 m \times 1.813 m/seg \times 1000 \ Kg/m^3}{1.2 cp \times 1 gr/cm\text{-}seg/100 cp \times \frac{100 cm}{1 m} \times \frac{1 Kg}{1000 gr}} = 1.17 \times 10^5$$

De la figura (5.2) α = 0.95

3.8 Factor de fricción y rugosidad

ϵ/D de la figura (5.4) para 3 in. de diámetro de acero comercial es 0.0006.

f' de la figura (4.5) es 0.018

3.9 Cálculo de la longitud equivalente total del tanque A a la Te.

Concepto	N°	L/D	Le unitaria	Le Total
Entrada del tanque al tubo Figura --- (5.10) K = 0.78	1	45	(12 ft.) 3.65 m	3.65 m
Tubo recto	90	1	(3.28 ft.) 1 m	90.0 m
Válvula de compuerta (totalmente --- abierta)	2	13	(3.4 ft.) 1.036	2.072 m
Te normal con flujo atodo lo largo	1	20	(5 ft.) 1.52 m	1.52 m
Le_{Te} = 97.24 m. (318.94 ft.)				

3.10 Cálculo de la presión en la Te
Reemplazando los valores obtenidos en (2.7):

$$\frac{P_{Te}}{\rho} = \frac{10333\ \vec{Kg}/m^2}{1000\ Kg/m^3} + \frac{(1.38\,m/seg)^2}{2 \times 0.94 \times 9.78\ \frac{Kg-m}{\vec{Kg}-seg^2}} + 2m\ \frac{9.8\ m/seg^2}{9.78\ \frac{Kg-m}{\vec{Kg}-seg^2}} +$$

$$+ \frac{0.023\ (1.38\frac{m}{seg})^2\ 193.74m}{2 \times 9.78\ \frac{Kg-m}{\vec{Kg}-seg^2} \times 0.0525m} - \frac{(1.813\ m/seg)^2}{2 \times 0.95 \times 9.78\ \frac{Kg-m}{\vec{Kg}-seg^2}}$$

$$\frac{P_{Te}}{\rho} = 20.52\ \frac{\vec{Kg}-m}{Kg}$$

3.11 Cálculo de los HP requeridos por la bomba
Reemplazando los valores obtenidos en la ecuación (2.8):

$$w'f = 20.52\ \frac{\vec{Kg}-m}{Kg} - \frac{10.333\,\vec{Kg}-m}{Kg} + \frac{(1.813\,m/seg)^2}{2 \times 0.95 \times 9.78\ \frac{Kg-m}{\vec{Kg}-seg^2}} +$$

$$\frac{0.018\,(1.813\,m/seg)^2\ 97.24m}{2 \times 9.78\ \frac{Kg-m}{\vec{Kg}-seg^2} \times 0.0779m} - \frac{9m \times 9.8\,m/seg^2}{9.78\ \frac{Kg-m}{\vec{Kg}-seg^2}}$$

$$w'f = 5.12\ \frac{\vec{Kg}-m}{Kg} \times \frac{1HP\text{-}min}{3300\,ft\text{-}\vec{lb}} \times \frac{1\,ft\text{-}\vec{lb}}{0.1383\,\vec{Kg}-m} \times 518.1\ \frac{lit}{min} \times \frac{1\,Kg}{1\,lit.}$$

w'f = 5. 81 HP

3.12 Revisión del valor calculado de P_{Te}

Número de Reynolds para el balance de la Te al tanque B.

$$N_{Re} = \frac{0.1022\,m \times 0.69\,m/seg \times 1000\ Kg/m^3}{1.2cp \times \frac{1gr/cm-seg}{100\,cp} \times \frac{100cm}{1m} \times \frac{1Kg}{1000gr}} = 5.87 \times 10^4$$

De la figura (5.2) $\alpha = 0.94$

3.13 Factor de fricción y rugosidad
ϵ/D de la figura (5.4) para 4 in. de diámetro es 0.00045
f' de la figura (5.4) es 0.022

3.14 Cálculo de la longitud equivalente total de la Te al tanque B.

Concepto	N°	L/D	Le unitaria	Le Total
Ensanchamiento de- la tubería de 3 in. a 4 in. de diáme-- tro. Figura (5.7)- K = 0.2	1	12	(4 ft.) 1.21 m	1.21 m
Tubo recto	220	1	(3.28 ft.) 1 m	220.0 m
Válvula de compuer ta (totalmente --- abierta)	1	13	(4.4 ft.) 1.34 m	1.34 m
Codos de 90	4	30	(10 ft.) 3.048 m	12.19 m
Te normal con flujo a través de la rama	1	60	(20 ft.) 6.097	6.097 m
Salida de la tubería al tanque B (K = 1) Figura (5.10)	1	60	(20 ft.) 6.097 m	6.097 m
Le_{Te} = 246.93 m. (809.93 ft.)				

3.15 Reemplazando los valores obtenidos en (2.9):

$$\frac{P_{Te}}{\rho} = \frac{10333\ \overrightarrow{Kg}/m^2}{1000\ Kg/m^3} + \frac{(0.69\ m/seg)^2}{2 \times 0.94 \times 9.78\ \frac{Kg-m}{\overrightarrow{Kg}-seg^2}} + 9m\ \frac{9.8\ m/seg^2}{9.78\ \frac{Kg-m}{\overrightarrow{Kg}-seg^2}}$$

$$+ \frac{0.022\,(0.69\ m/seg)^2\ 246.93\ m}{2 \times 9.78\ \frac{Kg-m}{\overrightarrow{Kg}-seg^2} \times 0.1022\ m} - \frac{(1.813\ m/seg)^2}{2 \times 0.95 \times 9.78\ \frac{Kg-m}{\overrightarrow{Kg}-seg^2}}$$

$$\frac{P_{Te}}{\rho} = 20.4738\ \frac{\overrightarrow{kg.} - m}{kg}$$

Este valor es casi el mismo que el obtenido en el inciso (3.10)

$$P_{Te} = 20.52\ \frac{\vec{Kg}-m}{Kg} \times 1000\ \frac{Kg}{m^3} = 20520\ \vec{Kg}/m^2$$

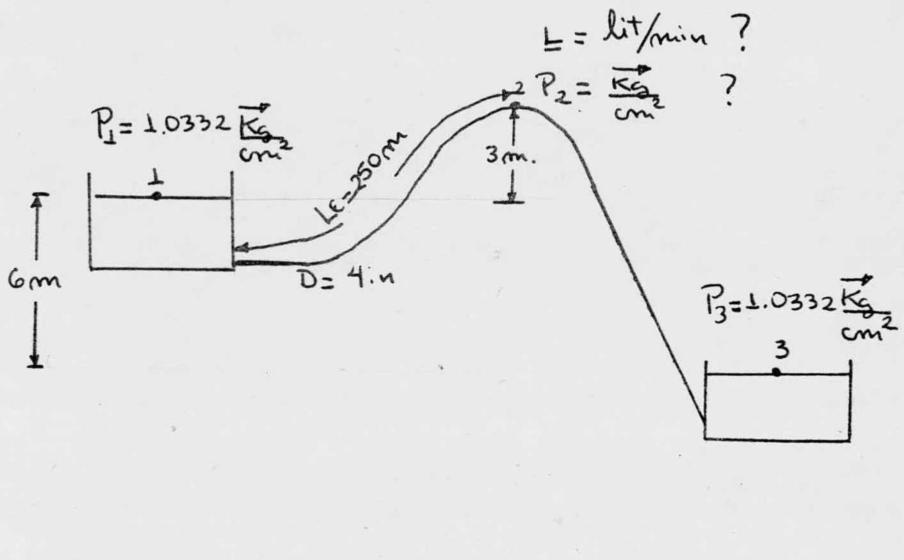
La presión en la bifurcación (Te) será de 2.052 $\vec{kg}./cm^2$

4.0 Conclusiones.- El último balance de energía se efectuo para comprobar que el valor de la presión en la Te estaba - correcto.

PROBLEMA.- Una tubería conecta dos recipientes que tie- una diferencia de nivel entre sí de 6 metros. La longitud total de la tubería es de 700 metros y está trazada de tal forma que se eleva 3 metros sobre el nivel de recipiente- más alto y la distancia al tope es de 250 metros. La tubería es de 4 pulgadas de diámetro cédula 40 de acero comercial. El líquido que se maneja es agua a 15.5 C.
Cálcular la presión en el punto más alto de la tubería y- el gasto que pasa por el mismo punto en litros por minuto.

SOLUCION

1.0 Traducción



2.0 Discusión.- Este problema se resuelve por medio del método del Número de Kárman debido a que este método se utiliza- cuando se disponen de pocos datos; es un método de aproximación.

2.1 Balance de energía

Efectuando el balance de energía entre los puntos 1 y 3

$$Z_1 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + \frac{P_1}{\rho} + w'f = Z_3 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{u}_3^2}{2\alpha gc} + \frac{P_3}{\rho} + Hfs \Big|_1^3$$

Si tomamos como nivel de referencia el punto 3

$Z_3 = 0$

$\bar{u}_1 = \bar{u}_3$

$P_1 = P_3$

$w'f = 0$

La ecuación del balance de energía queda de la siguiente - forma:

$$Hfs \Big|_1^3 = Z_1 \frac{g}{gc}$$

$$\frac{f' \bar{u}^2 Le}{2gc D} = Z_1 \frac{g}{gc}$$

2.2 Número de Kárman

$$N_{Re}\sqrt{f'} = \frac{D\rho}{\mu} \sqrt{\frac{2gc\, D\, Hfs}{Le}}$$

De esta ecuación no conocemos Hfs pero con el inciso (2.1) obtenemos el valor de Hfs y lo reemplazamos para obtener-- un valor para $N_{Re}\sqrt{f'}$

2.3 La rugosidad relativa

ϵ/D lo obtenemos de la figura (5.4)

2.4 Coeficiente de fricción $\frac{1}{\sqrt{f'}}$

Con el valor de $N_{Re}\sqrt{f'}$ y ϵ/D se obtiene un valor para -

$\frac{1}{\sqrt{f'}}$ de la figura (5.8)

2.5 Velocidad lineal media $\bar{u}$

Despejando $\bar{u}$ de la ecuación (5.46)

$$\bar{u} = \frac{1}{\sqrt{f'}} \sqrt{\frac{2gc\, D\, Hfs}{Le}}$$

2.6 Area de la sección transversal

$$S = \pi/4 \quad Di^2 = m^2$$

2.7 Flujo de agua en el punto 2

$$\underline{L} = \bar{u} \times S = \text{litros/min.}$$

2.8 Número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{Di \quad \bar{u} \quad \rho}{\mu} = \text{se lee } \alpha \text{ de la figura (5.2)}$$

2.9 Factor de fricción
Con la rugosidad y el N_{Re} se lee f' de la figura (4.5)

2.10 Presión en el punto 2
Para obtener la presión en el punto 2 se efectúa un balance de energía entre los puntos 1 y 2 del sistema.

$$Z_1 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + \frac{P_1}{\rho} + w'f = Z_2 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + \frac{P_2}{\rho} + Hfs \Big|_1^2$$

Si tomamos el punto 1 como nivel de referencia $Z_1 = 0$

La energía cinética en el punto 1 es nula $\dfrac{\bar{u}^2_1}{2 \alpha gc} = 0$

$w'f = 0$ en vista de que no existe bomba
La ecuación del balance de energía queda de la siguiente forma:

$$\frac{P_1}{\rho} = Z_2 \frac{g}{gc} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + \frac{P_2}{\rho} + Hfs \Big|_1^2$$

$$\frac{P_2}{\rho} = \frac{P_1}{\rho} - Z_2 \frac{g}{gc} - \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} - Hfs \Big|_1^2$$

2.11 Longitud equivalente de 1 a 2

3.0 Cálculos

3.1 Balance de energía del punto 1 al punto 3 (inciso 2.1)

$$H_{fs}\Big|_1^3 = 6m \frac{9.8\ m/seg^2}{9.78\ kg m/\vec{kg}-seg^2} = 6.012\ \frac{\vec{kg}-m}{kg}$$

3.2 Cálculo del Númerode Kármán
Reemplazando en el inciso (2.2) los datos que se tienen:

$$\rho_{H_2O}\Big|^{15.5°C} = 1000\ kg/m^3$$

$$\mu_{H_2O}\Big|^{15.5°C} = 1.2cp \times \frac{1gr/cm-seg}{100cp} \times \frac{1kg}{1000gr} \times \frac{100cm}{1m} = 0.0012\ \frac{kg}{m-seg}$$

Di = 4.026 in. = 10.22 cm.

$$N_{Re}\sqrt{f'} = \frac{0.1022m \times 1000kg/m^3}{0.0012\ kg/m-seg} \sqrt{\frac{2 \times 9.78 \frac{kg-m}{\vec{kg}-seg} \times 0.1022m \times 6.012 \frac{\vec{kg}-m}{kg}}{700\ m}}$$

$N_{Re}\ \sqrt{f'}$ = 85166.66 x 0.13 = 11071.66

3.3 Obtención de la rugosidad relativa
ϵ/D para un diámetro de 4 pulgadas de acero comercial es-- 0.00045

3.4 Obtención de $\dfrac{1}{\sqrt{f'}}$

Con el valor de $N_{Re}\sqrt{f'}$ y el ϵ/D en la figura (5.8)

Se lee un valor para $\dfrac{1}{\sqrt{f'}}$ de 6.8

3.5 Cálculo de la velocidad media $\bar{u}$ inciso (2.5)

$\bar{u}$ = 6.8 x 0.13 = 0.884 m/seg.

3.6 Cálculo del area de la sección transversal

$$S = 0.785\ (0.1022\ m)^2 = 0.008199\ m^2$$

3.7 Cálculo del flujo de agua en el punto 2

$\underline{L} = 0.884$ m/seg. x 0.008199 m^2 x 1000 lit./1 m^3 x 60seg./1 min.

$\underline{L} = 434.87$ lit. /min.

3.8 Cálculo del Número de Reynolds

$$N_{Re} = \frac{0.1022\,m \times 0.884\,m/seg \times 1000\,Kg/m^3}{0.0012\,Kg/m-seg} = 7.52\times10^4$$

$\therefore\ \alpha$ de la figura (5.2) es 0.94

3.9 Factor de fricción

De la figura (4.5) f' es 0.0215

3.10 Cálculo de la longitud equivalente del punto 1 al punto 2

Concepto	N°	L/D	$Le_{unitaria}$	Le_{total}
Entrada del recipiente al tubo Figura (5.10) K = 0.78	1	46	4.87 m (16ft.)	4.87 m
Tubo recto	250	1	1 m	250 m
Le_{total} = 254.87 m (835.97 ft.)				

3.11 Cálculo de la presión en el punto 2

$$\frac{P_2}{\rho} = \frac{1.0332\ \frac{\overline{Kg}}{cm^2}}{1000\ Kg/m^3} - 6\,m\,\frac{9.8}{9.78} - \frac{0.884\,m/seg}{2\times0.94\times9.78} - \frac{0.0215\left(0.884\,\frac{m}{seg}\right)^2 254.87\,m.}{2\times9.78\,\frac{Kg-m}{\overline{Kg}-seg^2}\times0.1022\,m}$$

$$\frac{P_2}{\rho} = 2.13 \ \frac{\overrightarrow{Kg.} - m}{Kg.}$$

$$P_2 = 2.13 \ \frac{\overrightarrow{Kg.} - m.}{Kg.} \times 1000 \ \frac{Kg.}{m^3}$$

$$P_2 = 2130 \ \frac{\overrightarrow{Kg.}}{m^2} = 0.213 \ \frac{\overrightarrow{Kg}}{cm^2}$$

La presión en el punto 2 es de 0.213 $\overrightarrow{Kg.}/cm^2$

4.0 Conclusiones.- Si no se usara el método del número de Kármán este problema se puede resolver a partir de suposiciones para la velocidad.

C A P I T U L O VI

MEDIDORES DE FLUJO

Un aparato medidor del gasto de fluidos es un dispositivo que sirve para determinar la cantidad de fluido que circula- en la unidad de tiempo. Un medidor de flujo suele estar cali-- brado desviando la totalidad de la corriente del fluido de su - conducto a un depósito dispuesto para ver la medida exacta del- fluido en peso o en volúmen durante un determinado intervalo de tiempo.

TIPOS DE MEDIDORES.-

a) Medidores basados en la medida o el pesado directo.-- estos no son muy usados.

b) Medidores de cabeza variable.- entre estos tenemos al medidor Venturi, oroficio, tobera y el tubo de Pitot.

c) Medidores de area.- son los rotámetros y los vertedores.

d) Medidores de corriente.- tenemos al tipo tasa o anemómetro, los medidores de venas y tipo turbina o de inducción.

e) Medidores de desplazamiento positivo.- tenemos a los- medidores de disco, pistón, rotatorios y los de dia-- fragma.

f) Medidores magnéticos.

De todos estos tipos de medidores veremos los más usados que son los medidores de cabeza variable y los de area.

MEDIDOR VENTURI.- En la sección corriente arriba de la - figura (6.1) se encuentra una sección anular y un número pequeño de anillos los cuales se perforan desde el interior del tubo. El anillo anular y los agujeros constituyen lo que se llama el- anillo piezométrico, el cual tiene la función de promediar las- presiones individuales que se trasmiten a través de todos los - agujeros.

La presión promedio se trasmite a través de la conexiónde presión corriente arriba. Un segundo anillo piezométrico se forma en la garganta que es una cámara anular.

Características principales.- En el medidor de Venturi - en el cono corriente arriba la velocidad del fluido aumenta y - por consiguiente la presión disminuye, o sea la energía cinética aumenta a expensas de la energía de presión. La caída de -- presión en el cono corriente arriba se utiliza para medir el -- flujo a través del instrumento. En el cono corriente abajo la- velocidad comienza a disminuir y la presión comienza a recuperar. Para recuperar la mayor parte de la presión el ángulo del segundo cono debe ser pequeño con el objeto de minimizar las -- pérdidas por fricción.

Balance de energía en el Venturi

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + Z_1 \frac{g}{gc} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + Z_2 \frac{g}{gc} + \sum Hfs \Big|_1^2 \qquad (6.1)$$

$Hfs \Big|_1^2$ se consideran despreciables para efecto de todo el balance

$$Z_1 = Z_2$$

el balance nos queda de la siguiente manera:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} \qquad (6.2)$$

en la ecuación de continuidad

$$\bar{u}_1 S_1 \rho_1 = \bar{u}_2 S_2 \rho_2$$

$$L_1 = L_2 \quad \text{en Kg/hr}$$

para fluido incomprensible a temperatura constante $\rho_1 = \rho_2$

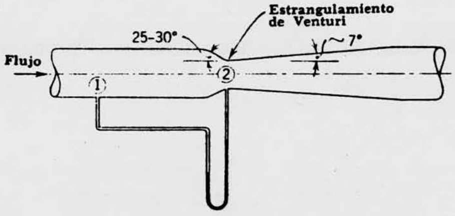


Figura (6.1) medidor venturi

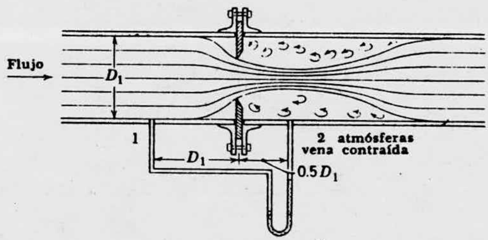


Figura (6.2) medidor de orificio

$$\bar{u}_1 \, S_1 = \bar{u}_2 \, S_2$$

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2 \frac{S_2}{S_1}$$

$$S_2 = 0.785 \, D_2^2$$

$$S_1 = 0.785 \, D_1^2$$

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2 \frac{D_2^2}{D_1^2}$$

haciendo $\beta = \dfrac{D_2}{D_1}$

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2 \, \beta^2$$

reemplazando este valor en la ecuación (6.2)

$$\frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} = \frac{P_1 - P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc}$$

$$\frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} = \frac{P_1 - P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2 \, \beta^4}{2\alpha gc}$$

$$\frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} - \frac{\bar{u}_2^2 \, \beta^4}{2\alpha gc} = \frac{P_1 - P_2}{\rho}$$

$$\frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} (1 - \beta^4) = \frac{P_1 - P_2}{\rho}$$

$$\bar{u}_2^2 = \frac{2\alpha \, gc (P_1 - P_2)}{\rho} \quad \frac{1}{1 - \beta^4}$$

$$\bar{u}_2 = \sqrt{\frac{2\alpha gc (P_1 - P_2)}{\rho}} \quad \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^4}}$$

para flujo turbulento $\alpha = 1$

agrupando todas las pérdidas por fricción en un coeficiente. C_V coficiente de Venturi

$$\bar{u}_2 = \frac{C_V}{\sqrt{1-\beta^4}} \sqrt{\frac{2gc\,(P_1 - P_2)}{\rho}} \qquad (6.3)$$

La ecuación (6.3) es la que se utiliza para calcular la-velocidad. Siempre se toma la sección de la garganta.

Cuando D_2 es menor que $\frac{D_1}{4}$; la velocidad de acercamiento y el coeficiente β son despreciables.

La ecuación (6.3) queda de la forma:

$$\bar{u}_2 = C_V \sqrt{\frac{2gc\,(P_1 - P_2)}{\rho}}$$

Para diámetros de tubo de 2" a 8" el coeficiente de Venturi vale 0.98 y para diámetros mayores de 8" el coeficiente vale 0.99.

Limitaciones.- Teóricamente se podría recuperar toda la-presión original, es decir volver a tener $P_1 = P_2$ pero la fricción no se puede eliminar totalmente y siempre existe una pérdida permanente de presión. En un medidor de Venturi bien diseñado la pérdida permanente es del 10% de la ΔP o sea que sólo -el 90% se recupera.

Otras limitaciones es que es caro, ocupa un considerable espacio y ni se puede cambiar la relación diámetro de la garganta a diámetro del tubo, para un medidor dado y un sistema de manómetro definido.

MEDIDOR DE ORIFICIO.- En la figura (6.2) tenemos un medidor de orificio que basicamente consiste de una placa perforada maquinada y montada en las bridas con un agujero concéntrico --con el tubo en el cual se monta. En este caso las tomas de presión una antes y otra después de la placa se instalan y se co--nectan a un manómetro o aparato similar para medir la presión.

Las posiciones de las tomas son arbitrarias y el coefi--ciente de orificio depende de la posición de éstas.

En la tabla (6.1) están los tipos de tomas

Tipo de toma	Distancia de la toma corriente arriba	Distancia de la toma corriente abajo
Brida	1 in.	1 in.
Tomas en la vena contracta	1 D tubo	0.3 a 0.8 D
Tomas en el tubo	2 1/2 D tubo	8 veces D

Tabla 6.1

D es el diámetro del tubo, cuando se tiene tomas en la-brida corriente arriba y corriente abajo deben ser de 1 pulgada.

La reducción de la sección de la corriente del fluido -- que pasa a través del orificio provoca un aumento en la cabeza-de velocidad a expensas de la cabeza de presión y la reducción-en la presión se mide por medio de un manómetro o aparato similar.

Balance de energía.-

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha g_c} + Z_1 \frac{g}{g_c} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha g_c} + Z_2 \frac{g}{g_c}$$

$$Z_1 = Z_2$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \frac{\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2}{2\alpha g_c}$$

$$u_1 S_1 \rho_1 = \bar{u}_2 S_2 \rho_2$$

$$\bar{u}_1 S_1 = \bar{u}_2 S_2 = \bar{u}_o S_o$$

S_2 es la sección de la vena contracta

So es la sección del orificio

u_o es la velocidad en la garganta del medidor de orificio

$$\bar{u}_1\ 0.785 D_1^2 = \bar{u}_2\ 0.785 D_2^2 = \bar{u}_o\ 0.785\ D_o^2$$

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_o \frac{S_o}{S_1} \qquad ; \qquad \bar{u}_2 = \bar{u}_o \frac{S_o}{S_2}$$

$C_c = \dfrac{S_2}{S_o}$ < 1 coeficiente en la vena contracta

$$\beta = \frac{D_o^2}{D_1^2}$$

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_o\ \beta^2$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \frac{\left(\bar{u}_o \frac{S_o}{S_2}\right)^2}{2\alpha\, gc} - \frac{\bar{u}_o^2\ \beta^4}{2\alpha\, gc}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho} = \bar{u}_o^2 \left[\frac{\left(\frac{S_o}{S_2}\right)^2}{2\alpha gc} - \frac{\beta^4}{2\alpha gc} \right] \qquad (6.4)$$

dividiendo la ecuación (6.4) entre $\left(\dfrac{S_o}{S_2}\right)^2$ y

pasando 2gc al otro miembro

$$\frac{2gc\left(P_1 - P_2\right)}{\left(\frac{S_o}{S_2}\right)^2 \rho} = \frac{\bar{u}_o^2}{\left(\frac{S_o}{S_2}\right)^2} \left[\frac{\left(\frac{S_o}{S_2}\right)^2}{\alpha} - \frac{\beta^4}{\alpha} \right]$$

sustituyendo el valor de C_c

$$2gc\ \frac{(P_1 - P_2)\, C_c^2}{\rho} = \bar{u}_o^2 \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{C_c^2\ \beta^4}{\alpha} \right)$$

$$\bar{u}_o = \sqrt{\frac{2gc(P_1-P_2)\,C_c^2}{\rho}}\;\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\alpha}-\frac{\beta^4 C_c^2}{\alpha}}}$$

$$\bar{u}_o = \frac{C_c}{\sqrt{\frac{1}{\alpha}-\frac{\beta^4 C_c^2}{\alpha}}}\;\sqrt{\frac{2gc(P_1-P_2)}{\rho}}$$

$$C = \frac{C_c}{\sqrt{\frac{1}{\alpha}-\frac{\beta^4 C_c^2}{\alpha}}}$$ C es el coeficiente del orificio

Las pérdidas por fricción no las tomamos en cuenta para-el balance pero en los cálculos se toma en cuenta de acuerdo a-la figura (6.3)

$$\bar{u}_o = C\sqrt{\frac{2gc(P_1-P_2)}{\rho}} = Co'\sqrt{H} \qquad (6.5)$$

$$H = \sqrt{\frac{P_1-P_2}{\rho}}$$

$Co' = C\sqrt{2gc}$

Co' es el coeficiente de descarga

H es la caída de presión

La ecuación (6.5) permite calcular la velocidad del fluido que circula por un orificio cuando se conocen las dimensio-- nes del sistema, la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2 y además el coeficiente del orificio.

Cuando el flujo a través del orificio tiene valores de - número de Reynolds superiores a 30,000 el coeficiente tiene el-valor aproximado de 0.61.

En general para calcular el coeficiente del orificio se-tiene la siguiente ecuación

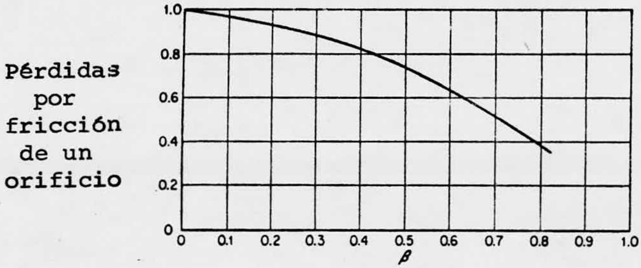


Figura (6.3)

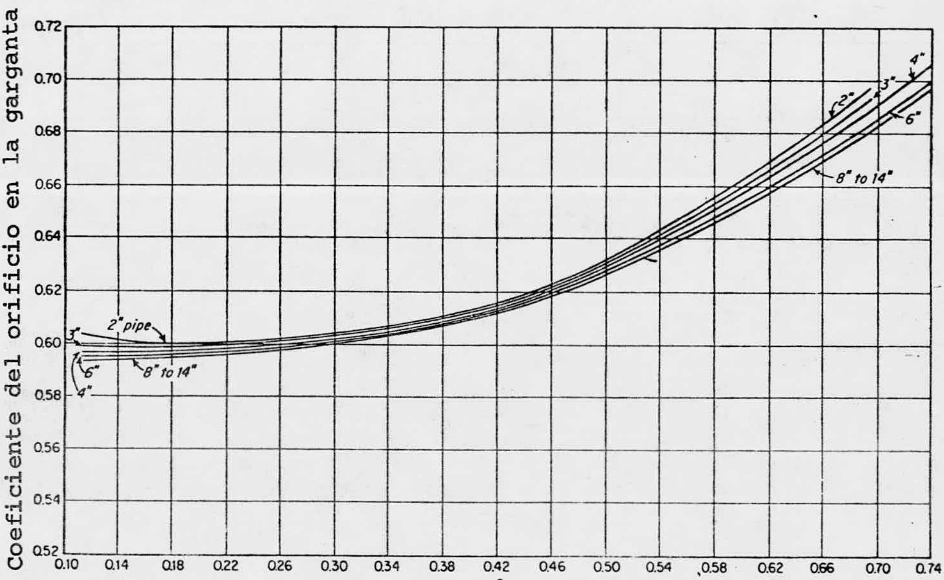


Figura (6.4)

$$C = Co\ F_{Re}\ Y \qquad (6.6)$$

donde:

C es el coeficiente del orificio.
Co es el coeficiente del orificio en la garganta.
F_{Re} es una función de N_{Re} y se denomina corrección por - viscosidad.

Y es un parámetro para extrapolar la ecuación para gases.

En la figura (6.4) se tiene la gráfica para calcular Co- a partir de la relación β para tapas brindadas.

Existen las siguientes restricciones para aplicar la - - ecuación (6.6)

1.- Para números de Reynolds grandes F_{Re} vale 1
2.- Para fluidos incomprensibles Y = 1
3.- Para tomas en las bridas (caso crítico)

$$F_{Re} = 1 + \frac{\beta\, Di}{N_{Re}} \left[\frac{A + 530}{\sqrt{Di}} \right] \qquad (6.7)$$

Di es el diámetro interno del tubo en pulgadas.

A es una función de β y Di y su valor se obtiene de la figura (6.5)

4.- Para gases ideales

$$Y = 1 - \left[\frac{0.41 + 0.35\,\beta^4}{Cp} \right] \frac{(P_1 - P_2)}{P_1} \qquad (6.8)$$

donde el Cp corresponde al gas.

En general para diseño se utiliza la ecuación (6.5).

TUBO DE PITOT.- Este aparato sirve para medir velocida-- des puntuales o locales dentro de un tubo. La abertura del tu- bo de impacto es perpendicular a la dirección de flujo. Figura (6.6). Los dos tubos están conectados a los brazos de un manó- metro o aparato similar.

Para medir las diferencias de presión. La abertura de - impacto incluye un punto estacionario B. El flujo AB termina -

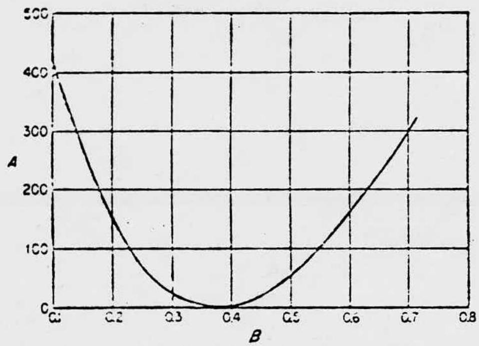


Figura (6.5)

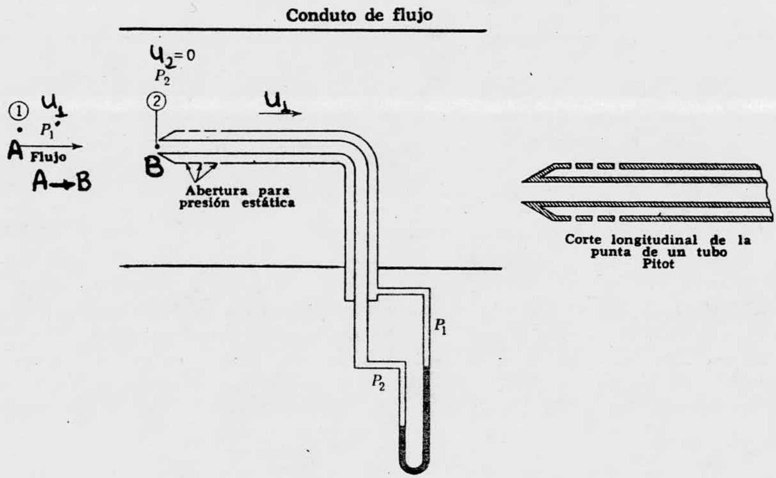


Figura (6.6) Tubo de Pitot

en B.

Construcción.- El instrumento consiste de 2 tubos concéntricos y el tubo interno está en contacto con la corriente y la presión total. P_1 se trasmite a través de él. Las pequeñas aberturas a través de la pared del otro tubo inmediatos a la punta cónica trasmiten la presión estática P_2 al espacio anular entre los tubos. El manómetro se conecta entre las conexiones de presión estática y presión total y mide directamente la diferencia de presiones. Para obtener la velocidad promedio se puede hacer por cualquiera de los siguientes metodos:

1.- El tubo de Pitot se centra aproximadamente en el eje del tubo y la velocidad promedio se calcula a partir de la velocidad máxima por medio de la gráfica de la figura (6.7). Siempre se debe de insertar el tubo de Pitot por lo menos 100 diámetros nominales de tubo a partir de cualquier perturbación para que la distribución de velocidades sea normal.

2.- Tomar lecturas a diferentes posiciones en la sección del tubo y promediarlas por medio de una integración gráfica.

Balance de energía.-

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha g_c} + Z_1 \frac{g}{g_c} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha g_c} + Z_2 \frac{g}{g_c}$$

P_1 es la presión estacionaria.

$u_1 = 0$ debido a que está en un punto estacionario.

$$\frac{P_1}{\rho} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha g_c}$$

u_2 es la velocidad local.

$$u_2 = \sqrt{\frac{(P_1 - P_2)\, 2\alpha g_c}{\rho}} \qquad (6.9)$$

TOBERA.- En la figura (6.8) tenemos una tobera. Este medidor consiste de una salida corta centrada en el tubo por medio de bridas y es un instrumento intermedio entre el Venturi y el orificio.

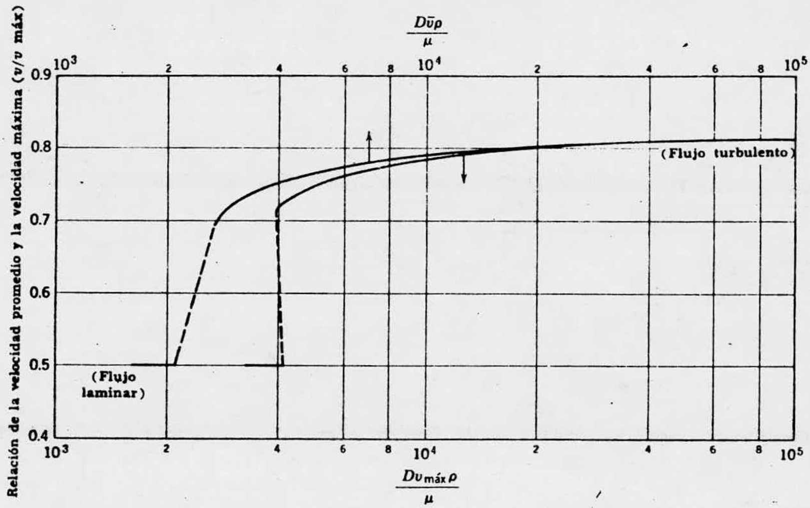


Figura (6.7)

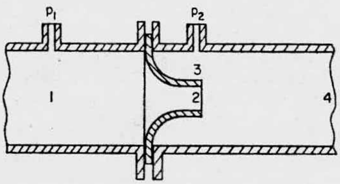


Figura (6.8) Tobera

Las ventajas que tiene la tobera es que provoca caídas - de presión menores que el orificio y generalmente se utiliza pa ra medir vapor y de agua.

C A P I T U L O VII

TRANSPORTE DE FLUIDOS

Para producir un flujo de fluido existen varios medios - por los cuales un fluido puede ser transportado a través de un- ducto o canal.

Estos medios son:

1.- Por la acción de una fuerza centrífuga.- como es el- caso de las bombas centrífugas.

2.- Por un desplazamiento volumétrico.- como en las bombas y compresores reciprocantes y rotatorios.

3.- Por un impulso mecánico.- como en las turbinas y compresores de flujo axial.

4.- Por transferencia de cantidad de movimiento de otro- fluido.

5.- Por una fuerza electromagnética.

De todos estos medios los que nos interesan son las- bombas y a continuación las describimos.

De acuerdo a estos medios podemos definir una bomba como una máquina que se utiliza para proporcionar energía con el objeto de transportar fluidos y se pueden clasificar en dos grandes grupos:

1.- Bombas centrífugas.- que manejan un volúmen variable de fluido con una velocidad constante y una cabeza - de la bomba variable.

2.- Bombas de desplazamiento positivo.- que manejan un - volúmen constante de fluido por cada revolución y -- pueden ser bombas reciprocantes o rotatorias.

Antes de seleccionar un tipo de bomba es necesario conocer ciertos datos.

1.- Naturaleza del fluido.- saber si es corrosivo, su -- viscosidad, presión de vapor, etc.

2.- Capacidad en GPM (galones por minuto.)
3.- Condiciones de succión y descarga.
4.- Definir si el servicio será continuo o intermitente.
5.- Potencia necesaria.
6.- Localización de la bomba.
7.- Eficiencia de la bomba.

BOMBAS CENTRIFUGAS.- Son las más usadas en la industria- porque son más ventajosas que las otras y a continuación las -- describiremos. Figura (7.1). Desarrollan su presión imponiendo una fuerza centrífuga sobre el líquido que pasa a través de- la bomba, estas bombas se aplican generalmente donde se requieren altas capacidades y cabezas pequeñas o medianas. Las par-- tes de que consta son:

El impulsor.- Esto es lo que imparte la energía al fluido para las aplicaciones de proceso. Pueden ser de tres tipos; abierto, totalmente cerrado o semicerrado. El impulsor abierto tiene aplicaciones para cabezas bajas, líquidos con sólidos en- suspensión y flujos muy pequeños. El impulsor totalmente cerrado se aplica para cabezas elevadas y presiones altas y el impulsor semicerrado tiene aplicaciones genrales y se caracteriza -- por tener venas abiertas a la entrada para romper las partículas en suspensión y prevenir el taponamiento.

La carcaza.- Es la parte de la bomba que contiene las -- partes móviles de ésta. Se construye de diferentes materiales- dependiendo de las presiones interiores que se soporten y de -- las características del fluido que se maneja. Existan deseños- en donde se puede desmantelar esta carcaza sin desconectar las- tuberías de succión y descarga.

La flecha.- Es la que mueve el impulsor. Los materiales de la flecha se deben seleccionar en base a las características del fluido manejado.

Los cojinetes.- Deben ser los adecuados para manejar las cargas de la flecha con el objeto de que no tengan un desgaste- excesivo considerando que siempre están lubricados. Todos los- cojinetes deben de ser de tipo exterior, es decir que no debe - de estar en contacto con el fluido manejado.

Sellos mecánicos.- Cuando la presión sea mayor de 50 - - psig o el fluido sea corrosivo se deben de proporcionar medios- adicionales de sellado. Los sellos siempre los proporciona el- fabricante y éstos se deben de limpiar antes de cualquier arranque.

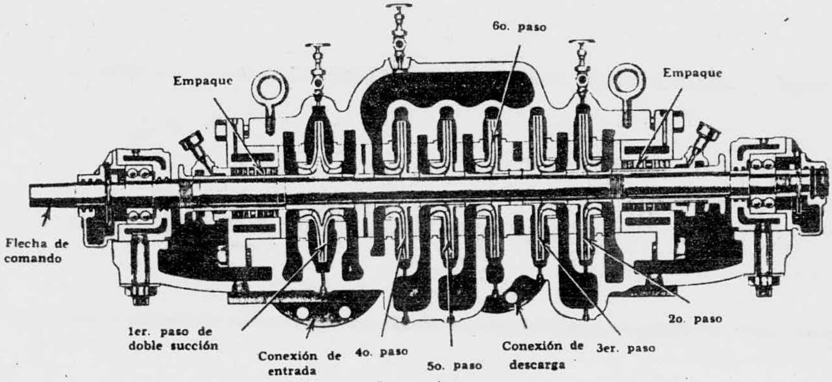


Figura (7.1) Bomba centrifuga

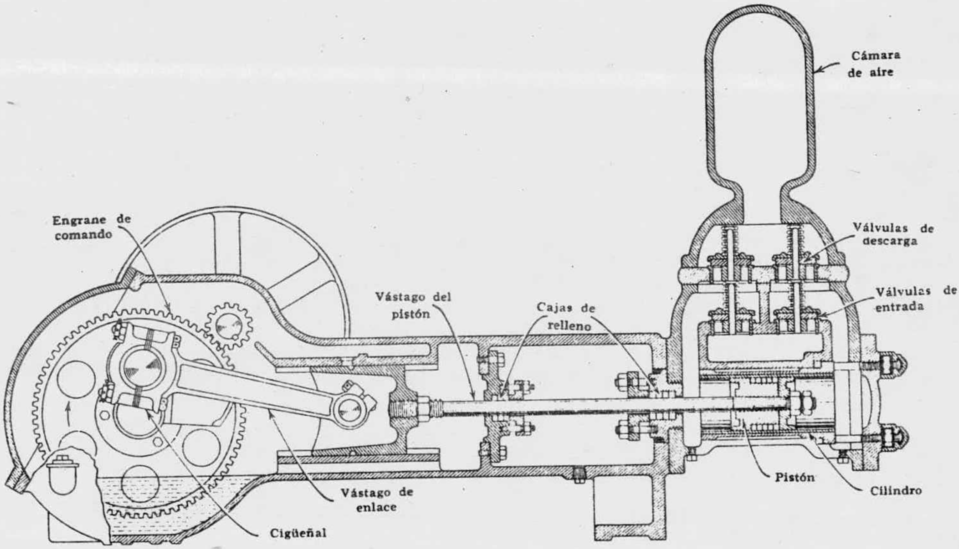


Figura (7.2) Bomba reciprocante de pistón simple

El doble sello.- Sirve para sellado severo, es decir para aquellos casos en donde existe abrasión y corrosión. Las caras de sellado entre los elementos se encuentran en un plano -- normal a la flecha y como características tienen bajo coeficiente de fricción. Para permitir un contacto muy estrecho con poco desgaste, estos sellos normalmente son un interno y otro externo.

CARACTERISTICAS BASICAS DE LAS BOMBAS CENTRIFUGAS.-

1.- Amplio rango de capacidad, presión y condiciones de- operación.

2.- Se adapta facilmente a cualquier tipo de accionador; ya sea con motor eléctrico, banda o turbina de vapor.

3.- Requiere relativamente poco espacio.
4.- Es de bajo costo.

5.- Dificil de obtener flujos muy bajos a presiones elevadas o moderadas.

6.- Desarrollan turbulencias en todos los fluidos manejados.

BOMBAS CENTRIFUGAS TIPO TURBINA.- Características:

1.- Desarrolla cabezas elevadas a bajos flujos, está litada a fluidos no abrasivos y limpios. Con propiedades físicas limitadas.

2.- Los HP. de la bomba centrífuga tipo turbina caen al- aumentar el flujo, disminuyendo la cabeza por lo que esta bomba se sobrecarga a bajos flujos y debe operarse en un amplio rango de HP.

BOMBAS RECIPROCANTES.- Las bombas reciprocantes suministran energía al fluido por medio de un pistón. En este tipo de bombas el flujo del fluido es determinado por la geometría de - la bomba.

El pistón es accionado por un motor que puede ser eléctrico o de vapor. Por cada paso del pistón, la bomba descarga- una cantidad fija de fluido. La cantidad de fluido. La cantidad de fluido depende del volúmen del cilindro y del número de-

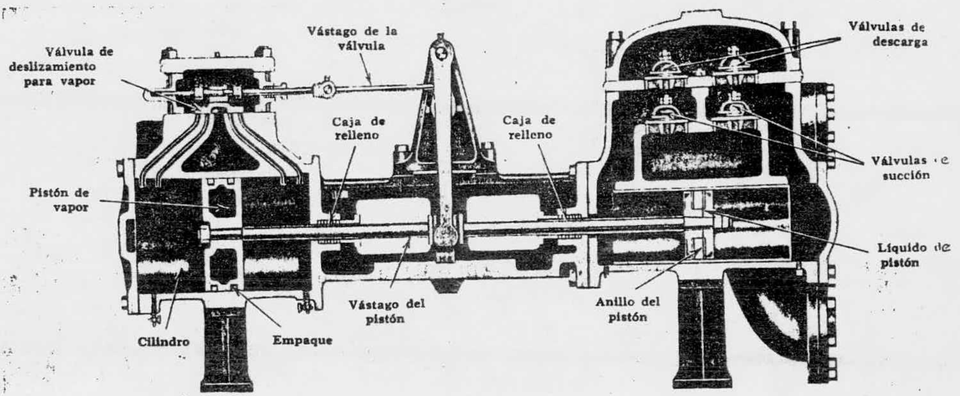


Figura (7.3) Bomba reciprocante de pistón de doble acción

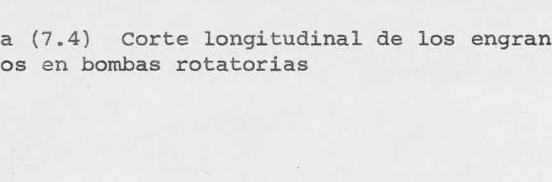


Figura (7.4) Corte longitudinal de los engranajes rotativos en bombas rotatorias veces que se mueve el pistón a través del cilindro.

En las figuras (7.2) y (7.3) tenemos a bombas de pistón-simple y de pistón doble respectivamente.

En una bomba reciprocante mientras el pistón es retirado en el cilindro, la descarga del fluido se para.

En las bombas de pistón simple, el pistón está conectado a una manivela, la cual es accionada por un motor eléctrico. - En las bombas de pistón doble accionadas con vapor una flecha - común conecta el pistón de vapor y el pistón de líquido entra - al cilindro a través de una válvula de seguridad, la cual se -- abre debido a la presión externa que actúa sobre el fluido. El flujo del fluido a través de las válvulas de entrada, sigue el-movimiento del pistón hacia atras, a través del cilindro en su-recorrido de entrada. Cuando el pistón se mueve hacia adelante, la válvula de entrada se cierra y una segunda válvula se abre - forzada por la descarga del líquido.

Las ventajas que ofrecen las bombas reciprocantes son -- que pueden ser utilizadas para bombear fluidos viscosos, para - obtener altas presiones.

Entre las desventajas son su tamaño y su alto costo de - mantenimiento.

BOMBAS ROTATORIAS.- Se caracterizan por la forma como to man y descargan el fluido. Este tipo de bomba atrapa una canti dad de fluido y lo transporta hasta el punto de descarga, En - la figura (7.4) tenemos una vista de los engranajes rotativos,- aquí la parte no dentada de los engranes a la entrada de la bom ba, proporciona un espacio para ser llenado con el líquido. -- Cuando el engrane gira, el líquido es atrapado entre el diente- y el cuerpo de la bomba y luego es llevado al punto de descarga.

Existen varios tipos de bombas rotatorias como la de engranes, detornillo y de lóbulos.

BOMBAS EN SERIE.- En ocasiones es ventajoso y económico- usar dos o más bombas centrífugas en serie con el objeto de alcanzar la presión de descarga deseada. La capacidad del sistema está limitada por la capacidad de la bomba más pequeña (si - es que son diferentes) a la velocidad de operación. La presión de descarga total de la última bomba es la suma de las presiones individuales de descarga de cada bomba. En la figura (7.5) tenemos la representación de 3 bombas en serie.

Para bombas idénticas la capacidad es la de una bomba - y la presión de descarga, es la suma de las cabezas individua-- les de cada bomba, como si actuaran como una unidad simple.

Para 3 bombas indénticas la cabeza de descarga es el tri ple de la presión impuesta por una bomba al flujo de diseño. -

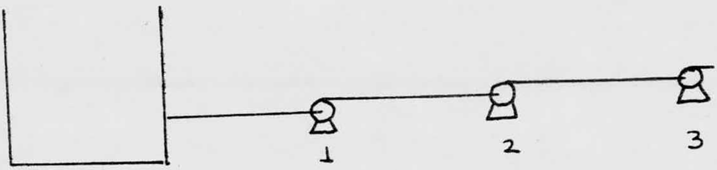


Figura (7.5)

Cuando se diseña para bombas en serie hay que observar que la - carga de cada bomba; particularmente la de la última debe de -- ser de suficiente resistencia como para aguantar la presión to- tal que se desarrolla.

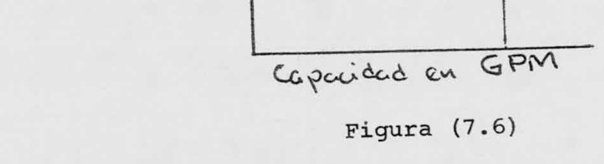


Figura (7.6)

La figura (7.6) muestra las curvas de operación de 3 bom bas idénticas colocadas en serie.

BOMBAS EN PARALELO.- Las bombas en paralelo generalmente se usan para dividir la carga o el flujo de un sistema en unida des pequeñas con el objeto de proporcionar capacidad adicional- en un sistema para diferentes condiciones de proceso. Figura -- (7.7)

La figura (7.8) muestra las curvas de operación de 4 bombas idénticas acopladas en paralelo. Cada bomba maneja la cuarta parte del gasto total a las condiciones de cabeza del sistema. En el arreglo en paralelo de 4 ó más bombas de igual o di-

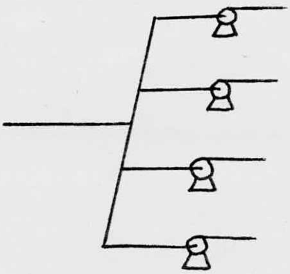


Figura (7.7)

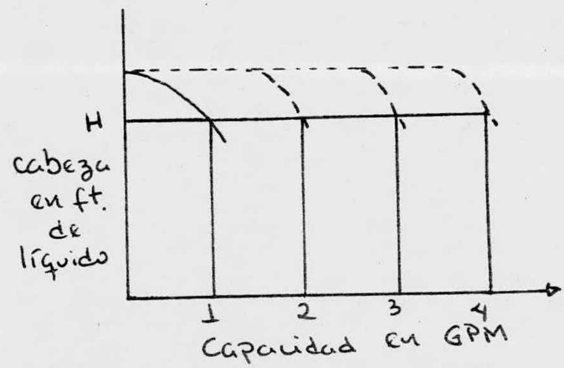


Figura (7.8)

ferentes curvas características las capacidades de las bombas - se suman para obtener la capacidad total. Cada bomba no necesariamente tiene que llevar el mismo flujo, lo que se es que debe operar sobre su curva característica y proporcionar la cabeza - requerida por el sistema en el punto común de unión en la des-- carga de todas las bombas la cabeza será la misma independientemente del flujo manejado.

<u>METODO DE LAS CABEZAS PARA CALCULAR EL TRABAJO DE UNA -- BOMBA</u>.- Para aplicar este método el balance de energía se debe de efectuar en ft. de líquido y las presiones deben de estar como presiones manométricas. Aqui la presión atmosférica es cero.

Aplicaremos el método para el caso de la figura (7.9).

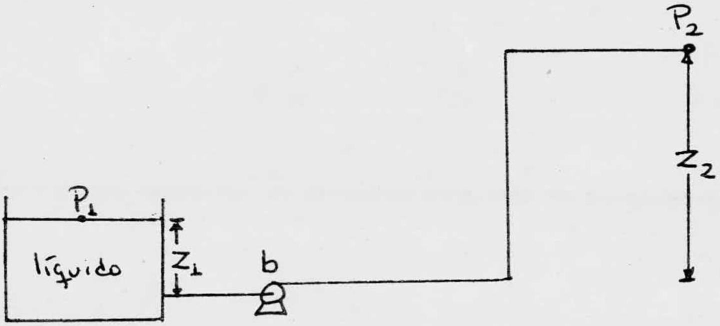


Figura (7.9)

Resolviendo el balance de energía para la figura (7.9)

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha g_c} + Z_1\frac{g}{g_c} + w'f = \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha g_c} + Z_2\frac{g}{g_c} + \sum H_{fs} \qquad (7.1)$$

El trabajo de una bomba w'f es conocido también como la-cabeza total H_T y es igual a:

$$w'f = H_T = H_D - H_S \qquad (7.2)$$

H_D - es la cabeza total de descarga

succion

H_S - es la cabeza total a la solución de la bomba

en la ecuación (7.1)

$$H_D = \left.\frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha g_c} + Z_2\frac{g}{g_c} + \sum H_{fs}\right|_b^2 \qquad (7.3)$$

$$H_s = \frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + Z_1\frac{g}{gc} - \sum H_{fs}\Big|_1^b \qquad (7.4)$$

En estas ecuaciones
Z_2 es la cabeza estática de descarga
Z_1 es la cabeza estática de succión
P_2 es la cabeza de presión a la descarga
P_1 es la cabeza de presión en la succión

$\frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc}$ es la cabeza de descarga de las velocidades

$\sum H_{fs}\Big|_1^b$ es la cabeza dinámica de succión

$\sum H_{fs}\Big|_b^2$ es la cabeza dinámica de descarga

CABEZA NETA DE SUCCION POSITIVA.- El NPSH en ft. de lí-- quido sobre la presión de vapor del fluido a la temperatura de- bombeo es la presión absoluta disponible en la brida de succión de la bomba.

Deducción del NPSH.- En la figura (7.10):

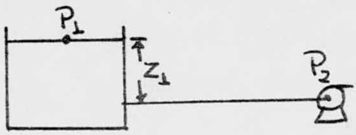


Figura (7.10)

donde tenemos un depósito que contine un fluido que se va a --- bombear. El balance de energía para este caso sería:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + Z_1 \frac{g}{gc} + w'f = \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + Z_2 \frac{g}{gc} + \sum H_{fs} \Big|_1^2 \quad (7.5)$$

aquí $Z_2 = 0$ porque se tomó como nivel de referencia

$w'f = 0$ y $\bar{u}_1 = 0$

la ecuación (7.5) se reduce a:

$$\frac{P_1}{\rho} + Z_1 \frac{g}{gc} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + \sum H_{fs} \Big|_1^2 \quad (7.6)$$

al cambiar de unidades y poner en ft. de líquido el término de-densidad desaparece y tenemos

$$P_1 + Z_1 = P_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} + \sum H_{fs} \Big|_1^2 \quad (7.7)$$

en el punto de succión

$$P_2 = P_1 + Z_1 - \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} - \sum H_{fs} \Big|_1^2 \quad (7.8)$$

$$P_2 - P^\circ = (P_1 - P^\circ) + Z_1 - \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} - \sum H_{fs} \Big|_1^2$$

$$P_2 - P^\circ = NPSH \quad (7.9)$$

P° es la presión de vapor del fluido que se maneja

$$NPSH = (P_1 - P^\circ) \frac{2.31}{\rho_R} + Z_1 - \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha gc} - \sum H_{fs} \Big|_1^2 \quad (7.10)$$

El NPSH es una consideración muy importante al seleccionar una bomba que puede ser capaz de manejar líquidos en su pun to de ebullición o cerca de él y líquidos de elevada presión de vapor.

<u>BHP POTENCIA AL FRENO DE LA BOMBA</u>.- Algunas veces es necesario conocer la potencia necesaria de la bomba para vencer - las fricciones y se utiliza el BHP o la potencia al freno.

$$BHP = \frac{P_T}{\eta} \times 100 \qquad (7.11)$$

la eficiencia mecánica η está generalmente entre 0.6 y 0.8 la - potencia teórica está dada por:

$$P_T = \frac{L\, w'f}{550}$$

donde L es el gasto másico.

w'f es el trabajo de flecha efectuado por la bomba.

C A P I T U L O VIII

BALANCES DE ENERGIA EN FLUJO DE FLUIDOS COMPRESIBLES

En el balance de energía de fluidos comprensibles la solución es más complicada debido a que la densidad varía con respecto a la temperatura y a la presión. Por lo que la ecuación del balance de energía se debe de escribir en forma diferencial.

$$\Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha gc}\right) + \Delta z \frac{g}{gc} + \sum Hfs + \int PdV = - w'f \qquad (8.1)$$

cuando $- w'f = 0$

$$\Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha gc}\right) + \Delta z \frac{g}{gc} + \sum Hfs + \int PdV = 0 \qquad (8.2)$$

$$\frac{\bar{u}\, du}{\alpha gc} + dz \frac{g}{gc} + d\sum Hfs = - VdP \qquad (8.3)$$

En el flujo de gases para resolver el balance de energía tenemos 2 casos:

1.- Gases a baja y media velocidad
2.- Gases a alta velocidad

$$\rho = f\ (P,\ T)$$

al modificarse la densidad se modifica el gasto y la velocidad. Resolviendo para los casos:

1.- <u>FLUJO DE GASES A BAJA Y MEDIA VELOCIDAD.</u>- Sabemos que

$$G_u = u\,\rho$$

G_u= masa velocidad de los gases

Si tenemos un flujo de gases entre dos puntos 1 y 2 debemos calcular la variación en la densidad por medio de:

$$\rho_1 = \frac{PM\ lb\ /\ lbmol}{359\ ft^3} \times \frac{P_1}{14.7\ lb./in.^2} \times \frac{T\ °F+460\ °R}{492\ °R}$$

$$\rho_2 = \frac{PM}{359} \times \frac{P_2}{14.7} \times \frac{T + 460}{492}$$

$$V_1 = \frac{1}{\rho_1} \qquad y \qquad V_2 = \frac{1}{\rho_2}$$

generalmente en problemas se toma $\bar{V}$ que es el volúmen específico medio.

Escribiendo la ecuación (8.3) de la forma:

$$\frac{\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + (Z_2 - Z_1)\frac{g}{gc} + \Sigma Hfs = \bar{V}(P_1 - P_2) \qquad (8.4)$$

Las perdidas por fricción están dadas Por:

$$\Sigma Hfs = \frac{\bar{f}\Big|_1^2 Le_T \, \bar{u}^2}{2 gc \, De} \qquad (8.5)$$

$\bar{f}$ = Fanning promedio entre los puntos 1 y 2 donde De es el -- diámetro equivalente y está dado por De = $4r_H$

r_H es el radio hidráulico

$$r_H = \frac{\text{area de flujo}}{\text{perímetro mojado}} = \frac{\pi/4 \; Di^2}{\pi \; Di} \qquad (8.6)$$

para ductos circulares

$$De = \frac{4\pi/4 \; Di^2}{\pi \; Di} = Di \qquad (8.7)$$

para ductos rectangulares

$$De = \frac{4\ell^2}{4\ell} = \ell \qquad (8.8)$$

ℓ lado del ducto rectangular
por lo que el balance de energía para flujo de gases a baja y media velocidad queda:

$$\bar{V}(P_1 - P_2) = (Z_2 - Z_1)\frac{g}{gc} + \frac{\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2}{2\alpha gc} + \frac{\bar{f}\Big|_1^2 Le_T \, \bar{u}^2}{2gc \, De} \qquad (8.9)$$

2.- <u>FLUJO DE GASES A ALTA VELOCIDAD</u>.- Tenemos la ecuación (8.3)

$$\frac{udu}{\alpha gc} + dZ\frac{g}{gc} + d\Sigma Hfs = -V\,dP \qquad (8.3)$$

$$G_u = u\rho = \frac{u}{V} \qquad (8.10)$$

$$u = G_u V \qquad (8.11)$$

diferenciando la ecuación (8.11)

$$du = G_u \, dV \tag{8.12}$$

si G_u= constante

$$u \, du = u \, G_u \, dV \tag{8.13}$$

$$u \, du = G_u \, V \, G_u \, dV \tag{8.14}$$

$$u \, du = G_u^2 \, V \, dV \tag{8.15}$$

reemplazando (8.15) en (8.3)

$$\frac{G_u^2 \, V dV}{\alpha gc} + dZ + \frac{\bar{f} G_u^2 \, V^2 dLe_T}{2gc \, D} = -V dP \tag{8.16}$$

Consideraciones:

1.- La energía potencial en los gases no tienen ningún-- efecto industrialmente.

$$dZ = 0$$

la ecuación (8.16) queda de la forma

$$-V dP = \frac{G_u^2 \, V \, dV}{\alpha gc} + \frac{\bar{f} \, G_u^2 \, V^2 \, dLe_T}{2gc \, D} \tag{8.17}$$

dividiendo la ecuación (8.17) entre V^2

$$-\frac{dP}{V} = \frac{G_u^2 \, dV}{\alpha \, gc \, V} + \frac{\bar{f} \, G_u^2 \, dLe_T}{2gc \, D} \tag{8.18}$$

2.- Para gases ideales $PV = nR_oT$

cuando $n = 1$ $PV = R_oT$

$$V = \frac{R_oT}{P} \tag{8.19}$$

reemplazando (8.19) en (8.18)

$$-\frac{PdP}{R_oT} = \frac{G_u^2 \, dV}{\alpha gc \, V} + \frac{\bar{f} \, G_u^2 \, dLe_T}{2gc \, D} \tag{8.20}$$

$$-\int_1^2 \frac{PdP}{R_oT} = \int_1^2 \frac{G_u^2}{\alpha gc} \frac{dV}{V} + \int_1^2 \frac{\bar{f} \, G_u^2}{2 \, gc D} dLe_T$$

$$-\frac{P_2^2 - P_1^2}{(2R_oT)_{Prom}} = \frac{G_u^2}{\alpha gc} \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{\bar{f} \, G_u^2 \, Le_T}{2gc \, D} \tag{8.21}$$

cambiando de signo la ecuación (8.21)

$$\frac{P_1^2 - P_2^2}{(2R_oT)_{Prom.}} = \frac{G_u^2}{\alpha gc} \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{\bar{f} G_u^2 Le_T}{2gc\, D} \qquad (8.22)$$

3.- Para cuando existe una variación de volúmen específico pequeña.

tenemos la ecuación (8.18)

$$-\frac{dP}{V} = \frac{G_u^2\, dV}{\alpha gc\, V} + \frac{\bar{f}\, G_u^2\, dLe_T}{2\, gc\, D}$$

multiplicando por V

$$-dP = \frac{G_u^2}{\alpha gc} dV + \frac{\bar{f}\, G_u^2\, dLe_T}{2gc\, D} V \qquad (8.23)$$

integrando la ecuación (8.23)

$$P_1 - P_2 = \frac{G_u^2}{\alpha gc} (V_2 - V_1) + \frac{\bar{f} G_u^2\ Le_T\, \bar{V}}{2gc} \qquad (8.24)$$

ECUACION DE WEYMOUTH.- Para deducir esta ecuación se considera flujo horizontal, que no existen efectos químicos, ni se efectúa ningún trabajo. Y tenemos flujo insortémico.

$$PV = ZR_oT \qquad (1.6)$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$V = \frac{1}{\rho} \text{ volúmen específico}$$

reemplazando en (1.6)

$$\bar{V} = \frac{Z R_o T}{PM\ P} \qquad (8.25)$$

Escribimos la ecuación (8.3) sin considerar la energía - -- potencial.

$$V dP + \frac{u du}{\alpha gc} + \frac{\bar{f}\ \bar{u}^2\ dLe_T}{2gc\, D} = 0 \qquad (8.3)$$

reemplazando la ecuación (8.25) en la ecuacion (8.3)

$$\frac{Z R_o T}{PM\ P} dP + \frac{u du}{\alpha gc} + \frac{\bar{f}\ \bar{u}^2\ dLe_T}{2gc\, D} = 0 \qquad (8.26)$$

multiplicando la ecuación (8.26) por $\frac{2gc}{\bar{u}^2}$

$$\frac{2gc\, ZR_oT}{\bar{u}^2\, PM\ P} dP + \frac{2gc}{\bar{u}^2} \frac{\bar{u} du}{\alpha gc} + \frac{\bar{f}\ \bar{u}^2\ dLe_T\ 2gc}{2gc\ D\bar{u}^2} = 0$$

$$\frac{2gc\ ZR_oT}{\bar{u}^2\,PM\ P}\,dP + \frac{2du}{\bar{u}\,\alpha} + \frac{\bar{f}\,dLe_T}{D} = 0 \qquad (8.27)$$

si el flujo es turbulento $\qquad \alpha \to 1$

$\frac{2du}{\bar{u}}$ despreciable

sabemos que la velocidad u

$$\bar{u} = \frac{\bar{V}G}{A} \qquad (8.28)$$

$\bar{V}$ es el volúmen específico medio
G es el flujo en masa por unidad de tiempo
A es el area de flujo

Si elevamos al cuadrado la ecuación (8.28) y la reemplazamos en la ecuación(8.27)

$$\bar{u}^2 = \frac{\bar{V}^2 G^2}{A^2}$$

$$\frac{2gc\ ZR_oT}{\frac{\bar{V}^2 G^2}{A^2}\,PM\,P}\,dP + \frac{\bar{f}\,dLe_T}{D} = 0 \qquad (8.29)$$

reemplazando $\bar{V}^2$ por su valor de la ecuación (8.25) en la ecuación (8.29)

$$\frac{2gc\ ZR_oT}{\frac{Z^2R_o^2T^2G^2}{(PM)^2P^2A^2}\,PM\,P}\,dP + \frac{\bar{f}\,dLe_T}{D} = 0$$

$$\frac{2gc\ A^2\,PM\,P}{Z\,R_oT\,G^2}\,dP + \frac{\bar{f}\,dLe_T}{D} = 0$$

$$\frac{2gc\ A^2\,PM}{Z\,R_oT\,G^2}\,PdP = -\frac{\bar{f}\,dLe_T}{D}$$

$$PdP = -\frac{\bar{f}\,dLe_T}{D}\ \frac{ZR_oT\,G^2}{2gc\,A^2\,PM}$$

integrando: $$\int P dP = -\int \frac{\bar{f} dLe_T}{D} \frac{Z R_o T G^2}{2 gc A^2 PM}$$

$$\frac{P_2^2 - P_1^2}{2} = -\frac{\bar{f} Le_T Z R_o T G^2}{2 gc A^2 PM D}$$

$$P_2^2 - P_1^2 = -\frac{\bar{f} Le_T Z R_o T G^2}{gc A^2 PM D} \qquad (8.30)$$

Esta es la llamada ecuación de Waymouth que se aplica - cuando la caída de presión ΔP es del 10 al 50% del total ó --- cuando $P_1 - P_2$ es $\leq$ 0.5 P_1.

NUMERO DE MACH.- El número de Mach está definido como - la relación de la velocidad de flujo de un gas entre la velocidad del sonido en este mismo gas a las condiciones de flujo.

$$N°_{Ma} = \frac{u}{u_S} \qquad (8.31)$$

VELOCIDAD DEL SONIDO.- u_S es la velocidad de una onda - de compresión en movimiento adiabático sin fricción através de un medio material continuo.

$$u_S = \sqrt{\gamma\, gc\, P\bar{V}} = \sqrt{\frac{\gamma\, gc\, P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma\, gc\, T R_o}{PM}} \qquad (8.32)$$

donde $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

$$PV = R_o T$$

$$P = \frac{R_o}{PM} \rho T$$

$$R_o = 1545 \frac{\overrightarrow{lb}-ft}{lb-°R}$$

La velocidad del sonido y el número de Mach de un gas-- ideal para una trayectoria isentrópica sigue las siguientes -- ecuaciones

$$P \rho^{-\gamma} = cte. \tag{8.33}$$

$$T P^{-(1-1/\gamma)} = cte. \tag{8.34}$$

Cuando el número de Mach es igual a 1, o sea que la velocidad del fluido es igual a la velocidad del sonido en el mismo fluido $u = u_S$ se dice que se tiene la condición esterisco y se denota por T^*, ρ^*, P^* y H^* a la temperatura, densidad, presión y entalpia.

El flujo se llama sobsónico cuando el número de Mach es menor que 1. Flujo sónico cuando es igual o cercano a la unidad y flujo supersónico cuando es mayor que 1.

LA TEMPERATURA ESTACIONARIA .- La temperatura estacionaria de un fluido a alta velocidad está definida como la temperatura que el fluido alcanaría si estuviera en reposo, adiabáticamente y sin trabajo mecánico.

La temperatura estacionaria está representada por la siguiente ecuación:

$$T_S = T + \frac{u^2}{2 g c J C_P} \tag{8.35}$$

la entalpia estacionaria está definida como:

$$H_S = H + \frac{u^2}{2 g c J} \tag{8.36}$$

J es el equivalente mecánico de calor y es igual a 778 $\overrightarrow{lb}$-ft/BTU.

TOBERAS.- Una tobera es un conducto apropiado para flujo isentrópico. En la figura (8.1) tenemos una tobera que consiste de una sección convergente y una sección divergente unidas por una garganta, donde la pared del conducto es paralela con el eje de la tobera.

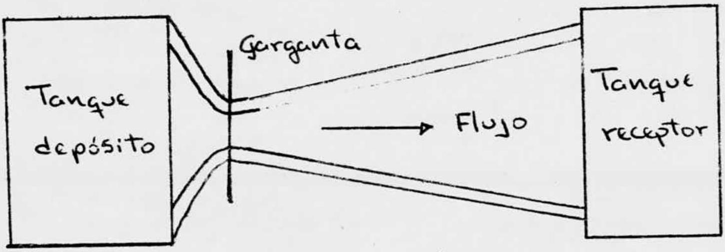


Figura (8.1)

Si un fluido comprensible se expande a través de la tobera su velocidad aumenta y su volúmen también aumenta cuando disminuye la presión. Si la expansión se efectúa en forma reversible y no existen pérdidas por fricción tenemos que

$$\int \bar{V} dP + \frac{\Delta u^2}{2gc} = 0$$

En toda tobera que opera bajo condiciones establecidas, la masa velocidad permanece constante y es posible determinarla sección del fluido como una función de la presión y de las propiedades conocidas del fluido.

FLUJO ISENTROPICO.- En este proceso el area transversal de el conducto cambia, aquí la temperatura estacionaria no cambia en el conducto debido a que el proceso es adiabático.

Los cambios de la temperatura y de la densidad de el gas através de un flujo isentrópico están dadas por las ecuaciones (8.33), 7 (8.34). Las constantes son evaluadas a las condiciones del depósito de donde viene el gas. A éstas las llamamos condiciones del depósito y están denotadas por P_o, ρ_o, T_o, etc.

$$\frac{P}{\rho^{\gamma}} = \frac{P_o}{\rho_o^{\gamma}} \qquad (8.37)-$$

$$\frac{T}{P^{1-1/\gamma}} = \frac{T_o}{P_o^{1-1/\gamma}} \qquad (8.38)-$$

Las ecuaciones (8.37) y (8.38) se aplican a flujos subsónico y supersónico sin fricción.

La velocidad en la tobera la calculamos haciendo un balance de energía y escribiéndolo en forma diferencial.

$$\frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{\alpha \bar{u}^2}{2gc}\right) + \frac{g}{gc}\, dZ + dH_{fs} = 0$$

suponiendo $dZ = 0$ y $\alpha = 1$

$$\frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{\bar{u}^2}{2gc}\right) + dH_{fs} = 0$$

$$dH_{fs} = \frac{\bar{f}\, dLe_T\, \bar{u}^2}{2\, gc\, r_H}$$

$$\frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{\bar{u}^2}{2gc}\right) + \frac{\bar{f}\, \bar{u}^2\, dLe_T}{2\, gc\, r_H} = 0 \qquad (8.39)$$

como no hay fricción el balance de energía queda:

$$\frac{dP}{\rho} = -\, d\left(\frac{\bar{u}^2}{2gc}\right) \qquad (8.40)$$

eliminando ρ sustituyendo por su valor en la ecuación (8.37) e integrando,

$$\int_0^u d\left(\frac{u^2}{2gc}\right) = -\frac{P_o^{1/\gamma}}{\rho_o} \int_{P_o}^{P} \frac{dP}{P^{1/\gamma}}$$

integrando para valores de $P = P_o$, $\rho = \rho_o$ y $u = 0$ hasta u-

$$\frac{u^2}{2gc} = \frac{\gamma\, P_o^{1/\gamma}}{(\gamma - 1)\rho_o} \left(P_o^{\,1-1/\gamma} - P^{\,1-1/\gamma} \right)$$

$$u^2 = \frac{2\gamma\, gc\, P_o}{(\gamma - 1)\rho_o} \left[1 - \left(\frac{P}{P_o}\right)^{1-1/\gamma} \right] \qquad (8.41)$$

de la ecuación (8.41) podemos encontrar una ecuación para el número de Mach al cuadrado.

De las ecuaciones (8.31) y (8.32)

$$u_s = \sqrt{\frac{\gamma\, gc\, P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma\, gc\, T R_o}{PM}} \qquad (8.42)$$

$$N_{Ma}^2 = \frac{\rho\, u^2}{gc\, \gamma\, P} = \frac{u^2}{gc\, \gamma T R_o / PM}$$

sustituyendo el valor de u^2 de la ecuación (8.41) en la ecua-- ción (8.42)

$$N_{Ma}^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \frac{P_o}{P} \frac{\rho}{\rho_o} \left[1 - \left(\frac{P}{P_o}\right)^{1-1/\gamma} \right]$$

$$N_{Ma}^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_o}{P}\right)^{1-1/\gamma} - 1 \right] \tag{8.43}$$

despejando $\frac{P}{P_o}$ de la ecuación (8.43)

$$\frac{P}{P_o} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} N_{Ma}^2\right)^{1/(1-1/\gamma)}} \tag{8.44}$$

De la ecuación (8.44) podemos encontrar la relación crí tica de presión al reemplazar P* por P y 1 por el N_{Ma}

$$r_c = \frac{P^*}{P_o} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{1/(1-1/\gamma)} \tag{8.45}$$

El gasto másico G_u es encontrado al reemplazar los valo res de ρ y u de las ecuaciones (8.37) y (8.41)

$$G_u = u\rho = \sqrt{\frac{2\gamma g_c P_o}{(\gamma-1)\rho_o} \left[1 - \left(\frac{P}{P_o}\right)^{1-1/\gamma} \right]} \rho_o \left(\frac{P}{P_o}\right)^{1/\gamma}$$

$$G_u = \sqrt{\frac{2\gamma g_c P_o \rho_o}{\gamma - 1}} \left(\frac{P}{P_o}\right)^{1/\gamma} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_o}\right)^{1-1/\gamma}} \tag{8.46}$$

FLUJO ADIABATICO EN CONDUCTOS CON FRICCION.- El flujo-- através de un conducto de sección constante es adiabático cuan do la transferencia de calor através de la pared de la tubería es cero. Figura (8.2).

En este caso la velocidad del gas depende de la longi-- tud y el diámetro del conducto y de la presión de descarga. En tuberías largas y con una presión de salida baja la velocidad-del gas puede alcanzar la velocidad sónica. No es posible para un gas tras pasar la barrera del sonido en una tubería. Si el gas entra a la tubería a un número de Mach mayor de 1 o sea a un flujo supersónico, el número de Mach disminuirá hasta 1 pero no será menor de 1 y si se intenta alargando la longitud de la tubería y manteniendo la presión de descarga constante para forzar a que el gas cambie de flujo supersónico a subsónico o viceversa, el flujo másico del gas disminuirá para prevenir -- dicho cambio.

En este tipo de flujo el efecto de la fricción está dado por el parámetro de fricción $\dfrac{\bar{f} L_e}{r_H}$

La temperatura y la viscosidad del gas cambian el igual que el número de Reynolds no es constante y para flujo supersónico el factor de fricción puede tomarse como la mitad del factor de fricción en flujo subsónico para el mismo número de --- Reynolds.

Las ecuaciones para calcular los cambios en presión, -- temperatura y densidad son:

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{N_{Ma,b}}{N_{Ma,a}} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} N^2_{Ma,b}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} N^2_{Ma,a}}} \tag{8.47}$$

$$\frac{T_a}{T_b} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} N^2_{Ma,b}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} N^2_{Ma,a}} \tag{8.48}$$

$$\frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{N_{Ma,b}}{N_{Ma,a}} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} N^2_{Ma,a}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} N^2_{Ma,b}}} \tag{8.49}$$

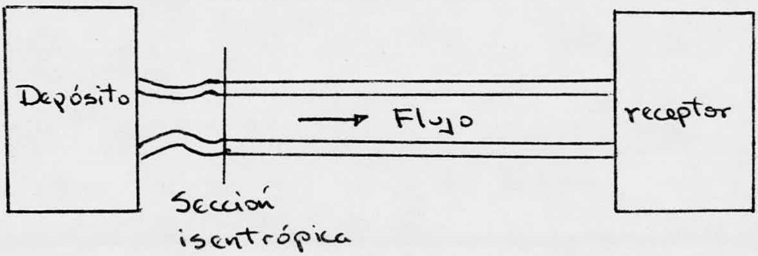


Figura (8.2)

Ecuación para calcular la máxima longitud del conducto

$$\frac{\bar{f}\,L_{max.}}{r_H} = \frac{1}{\gamma}\left[\frac{1}{N^2_{Ma,a}} - 1 - \frac{\gamma+1}{2}\ln\frac{2\left(1+\frac{\gamma-1}{2}N^2_{Ma,a}\right)}{N^2_{Ma,a}(\gamma+1)}\right] \quad (8.50)$$

para calcular la velocidad másica del gas

$$G_u = \rho N_{Ma}\sqrt{\frac{g_c\,\gamma\,T\,R_o}{PM}} \quad (8.51)$$

$$G_u = N_{Ma}\sqrt{\rho\,g_c\,\gamma\,P} \quad (8.52)$$

FLUJO ISOTERMICO CON FRICCION.- Para mantener constante la temperatura en flujo comprensible através de un conducto de- sección constante es necesario una transformación de calor através de la pared del conducto. Para pequeños números de Mach la- presión en flujo isotérmico es casi la misma que para flujo --- adiabático para las mismas condiciones de entrada.

La velocidad máxima accesible en flujo isotérmico es:

$$a' = \sqrt{\frac{g_c\, T\, R_o}{PM}} = \sqrt{\frac{g_c\, P}{\rho}} \qquad (8.53)$$

$$a' = a^2/\gamma \qquad (8.54)$$

$$a = \sqrt{\gamma\, a'} \qquad (8.55)$$

Para aire donde $\sqrt{\gamma}$ = $\sqrt{1.4}$ = 1.2 la veloci-- dad del sonido es aproximadamente 20 por ciento más grande que a. El número de Mach para flujo isotérmico está dado por el -- parámetro

$$N_i = \frac{u}{a'} \qquad (8.56)$$

Un proceso isotérmico no puede pasar las condiciones -- límites en donde N_i = 1.0. Si el flujo es subsónico debe de -- seguir así. La velocidad que se obtiene en flujo isotérmico es menor que en la de flujo adiabático debido a que a es menor -- que a.

La ecuación básica para flujo isotérmico la obtenemos-- introduciendo la masa velocidad G_u en la ecuación (8.39) que- es la ecuación del balance de energía para fluidos compresi--- bles.

$$\frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{u^2}{2g_c}\right) + \frac{\bar{f}\, u^2\, dL_{eT}}{2g_c\, r_H} = 0 \qquad (8.39)$$

multiplicando la ecuación (8.39) por ρ^2

$$\rho\, dP + \frac{\rho^2\, u\, du}{g_c} + \frac{\rho^2\, u^2\, f\, dL}{2g_c\, r_H} = 0 \qquad (8.57)$$

$$G_u = u\,\rho$$

$$u\, du = \frac{G_u}{\rho^3}\, d\rho \qquad \rho = \frac{PM\, P}{R_o\, T}$$

reemplazando estas ecuaciones en la ecuación (8.57)

$$\frac{PM}{R_o T}\, P\, dP + \frac{G_u^2\, d\rho}{g_c\, \rho} + \frac{G_u^2\, f\, dL}{2g_c\, r_H} = 0 \qquad (8.58)$$

$$\frac{PM}{2R_oT}\left(P_a^2 - P_b^2\right) + \frac{G_u^2}{gc}\ln\frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{G_u^2\, f\, \Delta L}{2gc\, r_H} \qquad (8.59)$$

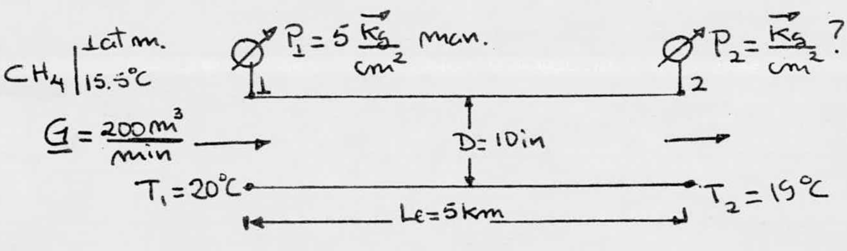
$\frac{Pa}{Pb}$ puede ser usada en lugar de $\frac{\rho a}{\rho b}$

La ecuación (8.59) se usa para un gas que influye através de un conducto de sección constante en un proceso isotérmico.

PROBLEMA.- Determinar la pérdida de presión en una tubería que maneja gas natural a una temperatura de 20 °C. El ducto-- es horizontal. El diámetro es de 10 pulgadas cédula 40 de acero comercial y la longitud del conducto es de 5 km. El gas entra a la tubería a una presión de 5 $\overrightarrow{Kg}$. /cm^2. manométricas, con un - gasto volumétrico de 200 m^3/ minuto medidos a 15.5 °C y 1 atmósfera de presión. La temperatura de salida del gas es de 19 °C.

SOLUCION

1.0 Traducción



2.0 Discución.- En este problema se desconocen algunas-- propiedades del gas en el punto 2; por lo que se procede a calcularlas por medio de una presión que se supone para el punto 2.

2.1 Caída de presión para flujo de gases a alta veloci-- dad. Para calcular la pérdida de presión se aplica la ecuación- (8.24) que resulta de efectuar el balance de energía para gases que fluyen a alta velocidad.

$$P_1 - P_2 = \frac{G_u^2}{\alpha gc}\left(V_2 - V_1\right) + \frac{\bar{f}'\, G_u^2\, Le_T\, \bar{V}}{2gc\ Di} \qquad (8.24)$$

De esta ecuación desconocemos P_2, G_u, V_1, V_2, $\bar{f}$'y $\bar{V}$.

A partir de los datos del problema se puede calcular -- G_u y V_1. El resto se determinará a partir de suposiciones de - valores de P_2^*.

2.2 Determinar la densidad a las condiciones de flujo.

$$\rho_{CH_4}\Big|^1 = \frac{PM_{CH_4}}{22.4\ lit.} \times \frac{P_1 + P_{atm.}}{1.0332\ Kg/cm^2} \times \frac{T°K + 0°C}{T°K + T_1 °C} = \frac{Kg}{m^3}$$

2.3 Determinar V_1

$$V_1 = \frac{1}{\rho} = \frac{m^3}{Kg.}$$

2.4 Determinar el gasto volumétrico $\underline{G}$ a las condiciones de flujo.

$$\underline{G} = 200\ \frac{m^3}{min} \times \frac{P_{atm.}}{P_1} \times \frac{T°K + T_1 °C}{T°K + T°C} = \frac{m^3}{min.}$$

2.5 Determinar el area de la sección transversal S.
Diámetro interior Di

$$S = \pi/4\ Di^2 = m^2$$

2.6 Determinar la velocidad $\bar{u}$

$$\bar{u} = \frac{\underline{G}}{S} = \frac{m.}{seg.}$$

2.7 Determinar la masa velocidad G_u

$$G_u = \bar{u}\,\rho = \frac{Kg.}{seg. - m^2}$$

2.8 Suponer un valor de P_2^*

Se supone un valor para la presión en el punto 2 - basándose en P_1. En $\overrightarrow{Kg}.\ /cm^2$.

2.9 Determinar ρ_2

Con el valor supuesto de P_2^* se determina la densidad en el punto 2.

$$\rho_{CH_4}\Big|^{2} = \frac{PM_{CH_4}}{22.4\ lit} \times \frac{P_2^* + P_{atm.}}{10332\ Kg/cm^2} \times \frac{T°K + 0°C}{T°K + T_2°C} = \frac{Kg}{m^3}.$$

2.10 Determinar V_2

$$V_2 = \frac{1}{\rho_2} = \frac{m^3}{Kg.}$$

2.11 Determinar $\bar{V}$

$$\bar{V} = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{m^3}{Kg.}$$

2.12 Determinar la viscosidad a las condiciones 1 y 2-

$$\mu_{CH_4}\Big|^{1}_{20°C} = Kg/m\text{-}seg$$

$$\mu_{CH_4}\Big|^{2}_{19°C} = Kg/m\text{-}seg$$

2.13 Determinar el Número para las condiciones en 1 y-2.

$N_{Re_1} = \frac{Di\ G_u}{\mu_1}$ se lee α de la figura (5.2)

$N_{Re_2} = \frac{Di\ G_u}{\mu_2}$ se lee α de la figura (5.2)

2.14 Determinar la rugosidad relativa y el factor de -fricción ε/D para D= 10 in. se lee de la figura (5.4)

f' se lee de la figura (4.5)

Se leen dos valores f'_1 y f'_2 y se toma el valor me-dio $\bar{f}' = \frac{f'_1 + f'_2}{2}$

2.15 Reemplazar los valores obtenidos en la ecuación--(8.24) de tal forma que:

$$P_1 - P_2^* = A$$

$$\frac{G_u^2}{\alpha g c}(V_2 - V_1) = B$$

$$\frac{\bar{f}' G_u^2 \, Le_T \, \bar{V}}{2 gc \; Di} = C$$

donde A= B + C

Si se cumple esta igualdad la P_2^* es la correcta.

2.16 Caída de Presión

$\Delta P = P_1 - P_2 =$ $\overrightarrow{Kg}. /cm^2$

3.0 Cálculos

3.1 Cálculo de la densidad ρ_1 a las condiciones de -- flujo.

$$\rho_{CH_4}\Big|^{1} = \frac{16\ g}{22.4\ lit} \times \frac{6.0332\ \overrightarrow{Kg}/cm^2}{1.0332\ \overrightarrow{Kg}/cm^2} \times \frac{273°K}{293\ °K} = 3.88\ \frac{Kg}{m^3}$$

3.2 Cálculo de V_1 volúmen específico en el punto 1

$$V_1 = \frac{1}{3.88\ Kg/m^3} = 0.257\ \frac{m^3}{Kg}$$

3.3 Cálculo del gasto volumétrico $\underline{G}$ a las condiciones de flujo.

$$\underline{G} = \frac{200\ m^3}{min.} \times \frac{1.0332\ \overrightarrow{Kg}/cm^2}{6.0332\ \overrightarrow{Kg}/cm^2} \times \frac{(273+20)°K}{(273+15.5)°K} = 34.78\ \frac{m^3}{min}$$

3.4 Cálculo del area de la sección transversal S
Para un diámetro nominal de 10 pulgadas se tiene un diámetro-- interno de (10.02 in.) o 25.45 cm. para cédula 40 de acero comercial (tabla 5.2). Di = 0.2545 m.

$S = 0.785\ (0.2545\ m)^2 = 0.0508\ m^2 = (0.546\ ft^2)$

3.5 Cálculo de la velocidad $\bar{u}$

$$\bar{u} = \frac{34.78\ m^3/min \times 1\ min/60\ seg}{0.0508\ m^2} = 11.41\ \frac{m}{seg} = \left(37.42\ \frac{ft}{seg}\right)$$

3.6 Cálculo de la masa velocidad G_u

$$G_u = 11.41\ \frac{m}{seg} \times 3.88\ \frac{Kg}{m^3} = 44.27\ \frac{Kg}{m^2-seg}$$

3.7 Se supone un valor para P_2^*

$$P_2^* = 4.24\ \frac{\vec{Kg}.}{cm.^2}$$

3.8 Cálculo de ρ_2 a partir del valor de P_2^*

$$\rho_{CH_4}\Big|^2 = \frac{16\ gr}{22.4\ lit} \times \frac{(4.24+1.0332)\ \vec{Kg}/cm^2}{1.0332\ \vec{Kg}/cm^2} \times \frac{273\ °K}{292\ °K} = 3.408\ \frac{Kg}{m^3}$$

3.9 Cálculo de V_2

$$V_2 = \frac{1}{3.408\ Kg/m^3} = 0.293\ \frac{m^3}{Kg}$$

3.10 Cálculo de $\bar{V}$

$$\bar{V} = \frac{0.257 + 0.293}{2} = 0.275\ \frac{m^3}{Kg}$$

3.11 Determinación de la viscosidad

$$\mu_{CH_4}\Big|^1_{20°C} = 0.012\ cp \times \frac{1\ gr/cm-seg}{100\ cp} \times \frac{1\ Kg}{1000\ gr} \times \frac{100\ cm}{1\ m}$$

$$\mu_{CH_4}\Big|^1_{20°C} = 0.12 \times 10^{-4}\ \frac{Kg}{m-seg}$$

$$\mu_{CH_4}\Big|^2_{19°C} = 0.0115\ cp = 0.115 \times 10^{-4}\ \frac{Kg}{m-seg}$$

3.12 Cálculo del Número de Reynolds en 1 y 2

$$N_{Re_1} = \frac{0.2545\ m \times 44.27\ Kg/m^2-seg}{0.12 \times 10^{-4}\ Kg/m-seg} = 9.38 \times 10^5$$

α de la figura (5.2) es 0.96

$$N_{Re_2} = \frac{0.2545\ m \times 44.27\ Kg/m^2\text{-seg}}{0.115 \times 10^{-4}\ Kg/m\text{-seg}} = 9.79 \times 10^5$$

α es 0.96.

3.13 Determinación de la regosidad relativa y del factor de fricción medio.

ϵ/D para D = 10 in. es o.00018 para acero comercial en la figura (5.4)

$f'_1 = 0.014$ de la figura (4.5)

$f'_2 = 0.0142$ de la figura (4.5)

$$\bar{f}' = \frac{0.014 + 0.0142}{2} = 0.0141$$

3.14 Cálculo de A, B y C.

Con los valores obtenidos reemplazados en el inciso (2.15) de tal forma que A = B + C

$A = 5\ \vec{Kg}./cm^2 - 4.24\ \vec{Kg}./cm^2 = 0.76\ \vec{Kg}./cm^2$

$$B = \frac{(44.27\ Kg/m^2\text{-seg})^2 (0.293 - 0.257)\ m^3/Kg}{0.96 \times 9.78\ Kg\text{-}m / \vec{Kg}\text{-seg}^2} = 7.514\ \vec{Kg}/m^2$$

$B = 0.0007514\ \vec{Kg}./cm^2$

$$C = \frac{0.0141\ (44.27\ Kg/m^2\text{-seg})^2 \times 5000\ m \times 0.275\ m^3/Kg}{2 \times 9.78\ Kg\text{-}m/\vec{Kg}\text{-seg}^2 \times 0.2545\ m}$$

$C = 7632\ \vec{Kg}./m^2 = 0.7632\ \vec{Kg}./cm^2$

$0.76\ \vec{Kg}./cm^2 \cong 0.0007514\ \vec{Kg}./cm^2 + 0.7632\ \vec{Kg}./cm^2$

$0.76\ Kg./cm^2 \cong 0.764\ \vec{Kg}./cm^2$

P_2 es $4.24\ \vec{Kg}./cm^2$

3.15 Caída de presión

$\Delta P = 5\ \vec{Kg}./cm^2 - 4.24\ \vec{Kg}./cm^2 = 0.76\ \vec{Kg}./cm^2$

Tabla de resultados y valores supuestos.- A continua---

ción se colocan los valores supuestos y los resultados obtenidos hasta llegar a la P_2 verdadera.

P_2^* Kg /cm^2	ρ_2 Kg/m^3	V_2 m^3 /Kg	$\bar{V}$ m^3/Kg	A	B	C
4	3.253	0.307	0.282	1	0.00104	0.7827
4.1	3.317	0.301	0.279	0.9	0.000918	0.7743
4.2	3.382	0.295	0.276	0.8	0.0007932	0.766
4.22	3.395	0.294	0.275	0.78	0.000772	0.7632
4.24	3.408	0.293	0.275	0.76	0.000751	0.7632

C A P I T U L O IX

FLUJO EN DOS FASES

LIQUIDO - GAS.- El flujo concurrente de líquido y gas - en tuberías ha sido objeto de numerosos estudios e investigaciones.

TIPOS DE TRAYECTORIAS DE FLUJO PARA-TUBERIAS HORIZONTALES.- En el flujo en dos fases líquido - gas existen los siguientes tipos de trayectorias de flujo:

1.- Flujo de burbujas.- En el cual las burbujas del gas están dispersadas entre el líquido o están formando espuma. Este tipo de flujo ocurre para velocidades superficiales de 1 a 5 ft. /seg. del líquido y para velocidades superficiales del gas de 1 a 10 ft. /seg.

Las velocidades superficiales están desde por:

$$u_L = \frac{\underline{L}_L}{S} \tag{9.1}$$

$$u_G = \frac{\underline{G}_G}{S} \tag{9.2}$$

u_L es la velocidad superficial en la fase líquida en ft/seg

u_G es la velocidad superficial en la fase gaseosa en ft./seg.

$\underline{L}_L$ es el gasto volumétrico en la fase líquida en ft^3 /seg.

$\underline{G}_G$ es el gasto volumétrico en la fase gaseosa en ft^3 / seg.

S es el area transversal de la tubería en ft.^{2}

2.- Flujo tapón.- En el cual se internan cilindros de vapor y de líquido que se mueven a lo largo de la parte superior del tubo. Este tipo de flujo ocurre para velocidades superficiales de líquido menores de 2ft./seg. y para velocidades superficiales de gas menores de 3ft./seg.

3.- Flujo ondular.- En este tipo de flujo el gas está fluyendo en la parte superior del tubo y el líquido cluye formando olas en la parte inferior del tubo. Esto ocurre para velocidades superficiales de líquido menores de 1ft./seg., y para velocidades superficiales de gas de 15ft./seg.

4.- Flujo en capas.- En el cual el líquido y el gas fluyen formando capas. Este tipo de flujo ocurre para velocidades superficiales de líquido menores de 0.5ft./seg. y para gas desde 2ft./seg. hasta 10ft./seg.

5.- Flujo de burbujas de gas fluyendo através del líquido.- Esto ocurre para altas velocidades superficiales de líquido y de gas.

6.- Flujo anular.- En este tipo de flujo el líquido fluye formando continuos anillos en la pared del tubo y el gas fluye por el centro del tubo. Este tipo de flujo ocurre para velocidades superficiales de gas de 20ft./seg.

7.- Flujo disperso.- En el cual el gas y el líquido fluyen dispersados. Esto ocurre para velocidades superficiales de gas mayores de 200ft./seg.

CAIDA DE PRESION EN FLUJO EN DOS FASES.- Para el cálculo de la caída de presión en flujo en dos fases debido a la fricción en tuberías horizontales existen varias correlaciones. Describiremos dos de los principales.

CORRELACION DE LOCKHART Y MARTINELLI.- Se basa en que la caída de presión en las dos fases es igual a la caída de presión simple para cada fase multiplicado por un factor que es una función de las caídas de presión simples de las dos fases.

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{TP} = Y_L \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_L \tag{9.3}$$

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_{TP} = Y_G \left(\frac{\Delta P}{\Delta L}\right)_G \tag{9.4}$$

donde $$Y_L = F_1\ (X) \tag{9.5}$$

$$Y_G = F_2\ (X) \tag{9.6}$$

$$X = \sqrt{\frac{(\Delta P / \Delta L)_L}{(\Delta P / \Delta L)_G}} \tag{9.7}$$

$$Y_G = X^2\ Y_L \tag{9.8}$$

$(\Delta P / \Delta L)_L$ y $(\Delta P / \Delta L)_G$ que son los gradientes de presión para la fase líquida y gaseosa respectivamente los calculamos por medio de la ecuación de Fanning, suponiendo que cada fase está fluyendo sola en el tubo. Aquí se usan las velocidades superficiales.

$$\Delta P = \frac{2f'L\ u^2}{D\ gc} \qquad \Delta P \text{ en } \frac{\overrightarrow{lb}}{ft^2}$$

En las ecuaciones anteriores Y y X son parámetros para la caída de presión en el flujo líquido - gas y F_1 y F_2 son funciones que están graficadas en la figura (9.1). Las curvas están separadas para cada régimen de flujo. Así tenemos en la figura (9.1) que el criterio de transición para flujo viscoso y flujo turbulento no está claramente definido. Para criterios de diseño se toma como un flujo de una sola fase donde el flujo viscoso está considerado para $N_{Re} \leq 2000$ y para el flujo turbulento para $N_{Re} > 2000$. Donde el número de Reynolds está basado en la velocidad superficial.

A continuación describiremos otro método para evaluar la caída de presión.

LA CORRELACION DE BAKER.- La caída de presión para un sistema de tubería horizontal y vertical es la suma de la ---

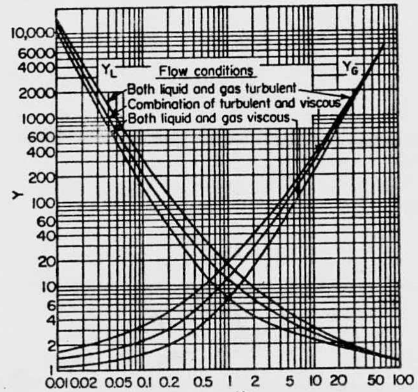


Figura (9.1)

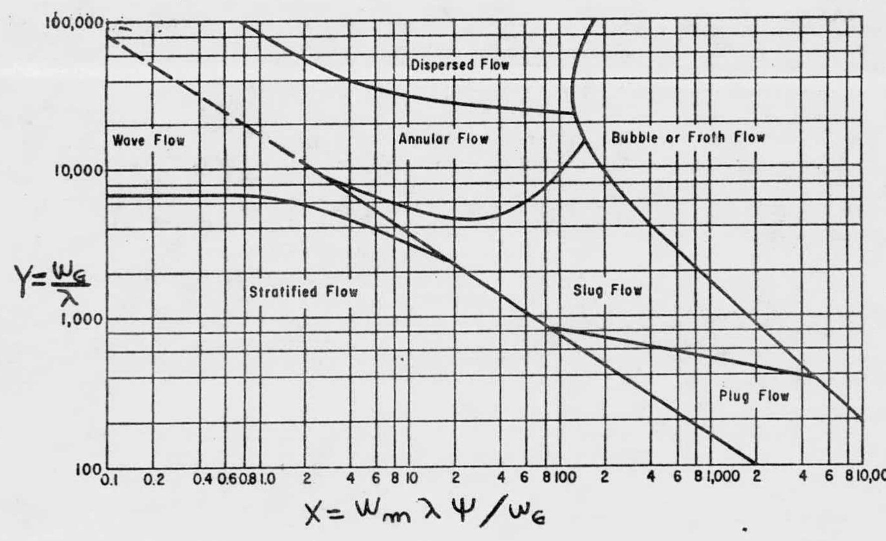


Figura (9.2)

caída de presión horizontal más la caída adicional atribuida a-- cada elevación vertical prescindiendo de las elevaciones ini---- ciales y finales de la tubería.

Esta correlación se basa en la siguiente ecuación:

$$\Delta P_{TPh} = \Delta P_{PT} \text{ (tubería horizontal)} + \frac{m\, h\, F_e\, \rho_L}{144} \qquad (9.9)$$

ΔP_{TPh} es la caída de presión total debida a la fricción esta dada en $\dfrac{\text{psi}}{\text{ft. de longitud}}$

ΔP_{PT} es la caída de presión de la porción horizontal en $\dfrac{\text{psi}}{\text{ft.}}$

m es el número de elevaciones verticales en la tubería.

h altura promedio de todas las elevaciones verticales en ft.

F_e factor de elevación.

ρ_L densidad del líquido.

Metodología.-

Primero se debe de determinar el tipo más probable de --- flujo en dos fases utilizando la figura (9.2).

1.- Se debe de calcular el factor X

$$X = \frac{W_m\, \lambda\, \psi}{W_G} \qquad (9.10)$$

donde W_m

$$W_m = \frac{L}{0.785\, D^2} \qquad (9.11)$$

L es la velocidad de flujo de líquido en lb/hr.

$$W_G = \frac{G}{0.785\, D^2} \qquad (9.12)$$

G es la velocidad de flujo de gas en lb/hr.

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho_G}{0.075} \quad \frac{\rho_L}{62.3}} \qquad (9.13)$$

$$\psi = \frac{73}{\sigma} \quad \sqrt[3]{\mu_L \left(\frac{62.3}{\rho_L}\right)^2} \qquad (9.14)$$

σ es la tensión superficial en dinas/cm.
μ_L es la viscosidad del líquido en centipoises.

2.- Se calcula el factor Y

$$Y = \frac{W_G}{\lambda} \qquad (9.15)$$

3.- En la figura (9.2) se lee la intersección de la --- abscisa y de la ordenada para identificar el probable tipo de flujo.

4.- Se calcula por separado las caídas de presión del - líquido y del gas.

Por medio de la siguiente ecuación se puede calcu-- lar ΔP_L ó ΔP_G

$$\Delta P_L \text{ ó } \Delta P_G = \frac{3.36\, f\, L_e G^2 \; (10^{-6})}{d^5 \rho} \qquad (9.16)$$

G es la velocidad de flujo en $\frac{\text{lb.}}{\text{hr.}}$

5.- Se calcula el factor

$$X = \sqrt{\frac{\Delta P_L}{\Delta P_G}} \qquad (9.17)$$

6.- Se calcula ϕ_{GTT} para tipos de flujo seleccionados de la figura (9.2). En la tabla (9.1) se tienen las ecuaciones de ϕ.

Tipo de flujo	Ecuación para Φ
Burbuja	$= 14.2\ X^{0.75}/W_m^{\ 0.1}$
Tapón	$= 27.315\ X^{0.855}/W_m^{\ 0.17}$
En capas	$= 15400\ X/W_m^{\ 0.8}$
Burbujas de gas através del líquido	$= 1190\ X^{0.185}/W_m^{\ 0.5}$
Anular	$= (4.8 - 0.3125D)X^{0.343 - 0.021D}$
	aquí D vale 10 para tuberías de diámetro mayores de 10 in

Tabla (9.1)

7.- Se calcula la caída de presión en dos fases para la porción horizontal por medio de la siguiente ecuación para todos los tipos de flujo excepto para flujo en ondas y disperso.

$$\Delta P_{TP} = \Delta P_G \quad \Phi^2\ GTT \qquad \text{en } \frac{psi}{ft.} \qquad (9.18)$$

para flujo en ondas se utiliza

$$\Delta P_{TP} = f_{TP}\ (G_u\ g)^2 / 193.2\ d \rho_G \qquad \text{en } \frac{psi}{ft.} \qquad (9.19)$$

$$f_{TP} = 0.0043 \quad (W_m \mu_L / G\ \mu_G)^{0.214} \qquad (9.20)$$

donde f_{TP} es el factor de fricción para flujo ondular

G_u es la velocidad másica en $lb./seg.ft.^2$

para el flujo disperso este método no se puede aplicar.

8.- Calcular la caída de presión que incluye a las secciones vertical y horizontal por unidad de longitud

$$\Delta P_{TPh} = \Delta P_{TP} \quad L + n \quad h \quad F_e \quad \rho_L /144 \qquad (9.21)$$

F_e es el factor de elevación usando la velocidad -- superficial del gas u_G

$$F_e = 0.00967 \; W_m^{\;0.5} / \; u_G^{\;0.7} \qquad (9.22)$$

La ecuación (9.22) se utiliza para velocidades superficiales del gas mayores de 10ft./seg. Para velocidades superficiales menores de 10ft./seg. se utiliza la figura (9.3).

Para flujo disperso se surgiere utilizar la correlación de Martinelli y multiplicar el resultado por 2.

BIBLIOGRAFIA

Brown G. colaboradores
"Unit Operations"
John Wiley & Sons, inc. New York 1950

- Coulson and Richardson
"Chemical Engineering" Vol. I
Mc Graw-Hill Book Co. 1955

Crane Co.
" Flow of Fluids"
Technical paper No. 410

- Foust Alan S. y colaboradores
"Principles of Unit Operations"
John Wiley & Sons, inc. New York

Himmelblau David M.
"Principios y Cálculos básicos de la Ingeniería Química"
Editorial CECSA

Knudsen y Katz
"Fluid Dynamics and Heat Transfer"
Mc Graw-Hill Book Co. 1958.

Ludwig Ernest
"Applied process design for Chemical and Petrochemical Plants"
Vol. 1 Gulf Publishing Co.

Mc Cabe and Smith
"Unit Operations of Chemical Engineering"
Mc Graw-Hill Book Co.

Ocón y Tojo
"Problemas de Ingeniería Química"
Tomo I Editorial Aguilar

- Perry John H.
"Chemical Engineer's Handbook"
Fourth Ed. Mc Graw-Hill Book Co.

Schmidt and List
"Material and Energy Balances"
Prentice-Hall Englewood cliffs N.J. 1962

Streeter
"Handbook of Fluid Dynamics"
Mc Graw-Hill Book Co. 1961

Walker, Lewis, Mc Adams and Gilliand
"Principles of Chemical Engineering"
Mc Graw-Hill Book Co.

Whitwell John C. and Richard K. Toner
"Conservation of Mass and Energy"
Mc Graw-Hill Book Co. 1969.

Centrifugal Pumps
"Chemical Engineering July 4 1966"

Flow of Fluids
"Chemical Engineering June 13 1960"

ESTA TESIS SE IMPRIMIO POR COMPUTADORA EN LOS
TALLERES DE TESIS DE GUADALAJARA, S. A.
FRENTE A LA FACULTAD DE MEDICINA
MEDICINA # 25. CIUDAD UNIVERSITARIA.
TELEFONOS: 550-72-57
548-62-15
550-87-43
548-62-29
548-33-44
548-87-46