

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
FACULTAD DE QUIMICA

APLICACION DE LA PROGRAMACION  
DINAMICA A UN CASO IDEAL  
DE DESTILACION BINARIA.

240

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO QUIMICO  
P R E S E N T A N

LUIS ANTONIO NAPOLES APORTELA  
GILBERTO OCAMPO SANCHEZ



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CLAS. Tesis  
ADQ. 1974  
FECHA 1974  
PROC. Mct. 23

228



M. O. S.

A MIS PADRES

A MI HERMANO

LUIS ANTONIO NAPOLES APORTELA

A LA MEMORIA DE MI PADRE

A MI MADRE

A MIS TIOS

Otilio, Angelina y Marina

A MI ESPOSA E HIJO

GILBERTO OCAMPO SANCHEZ

JURADO ASIGNADO ORIGINALMENTE  
SEGUN EL TEMA

PRESIDENTE: ALEJANDRO ANAYA DURAND  
VOCAL: ANTONIO FRIAS MENDOZA  
SECRETARIO: ABELARDO F. PADIN Y LIMA  
1er. SUPLENTE: ROBERTO ANDRADE CRUZ  
2o. SUPLENTE: GERARDO BAZAN NAVARRETE

Sitio donde se desarrollo el Tema:

PETROLEOS MEXICANOS

Sustentates:

Luis Antonio Nápolés Aportela  
Gilberto Ocampo Sánchez

Asesor del Tema:

I.Q. Antonio Frías Mendoza.

## INDICE DE CAPITULOS

	PAGINA
I. INTRODUCCION.	1
II. DESCRIPCION DEL PROBLEMA.	3
III. MODELO TEORICO.	10
IV. EJEMPLO NUMERICO.	17
V. ANALISIS DE RESULTADOS.	20
VI. CONCLUSIONES Y RESULTADOS.	22
VII. BIBLIOGRAFIA.	23
VIII. APENDICE.	24

## INTRODUCCION

La programación dinámica abarca el área de la toma de decisiones en los procesos de multietapa. En particular, la decisión se debe de tomar teniendo en cuenta el proceso como un conjunto, más que, la consideración particular de cada una de sus etapas como entidad. Esto -- significa que la decisión en cada una de las etapas debe de ser "co--rrecta" tomando en consideración todo el proceso.

La programación dinámica es una herramienta para la optimización de las representaciones matemáticas de los procesos y de este modo se encuentra el máximo o mínimo de importantes clases de funciones. Pues to que la optimización es sobre elecciones de variables para un número de etapas, muchos de los problemas que son estudiados por este método se pueden resolver normalmente por medio del cálculo.

En la industria química hay numerosas decisiones de procesos de multietapa como: la localización de la alimentación en un sistema de reactores múltiples, problemas de reemplazamiento de equipo, de catalizadores, etc.

Un proceso se puede dividir arbitrariamente en unidades de tiempo o espacio, llamadas etapas. Una etapa puede ser, por ejemplo, una unidad de equipo tal como un plato en una columna de destilación o un reactor en un sistema múltiple de reactores. En ambos casos la etapa representa un artificio matemático para la cuantificación de una variable continua como el tiempo, o para la identificación de unidades físicas de un proceso.

El estado del sistema es un conjunto de variables que se pueden usar para describir un sistema en cualquiera de sus etapas, por ejemplo, en problemas de reemplazamiento de equipo el estado del sistema es la edad del equipo.

En la decisión de los procesos de multietapa, así como el proceso se va sucediendo de etapa a etapa, el estado del sistema también cambia. La transición de etapa a etapa y de estado a estado se describe por una ecuación funcional, que puede ser:

$$f_N(x) = \text{Max}_{0 \leq y_N \leq x} [g_N(y_N) + f_{N-1}(x - y_N)] \quad (1)$$

En donde:

$f_N(x)$ : Término a ser evaluado por el principio de optimización.

$N$ : Número de etapas remanentes en el proceso.

$x$ : Representa el estado del sistema en la etapa  $N$ .

$y_N$ : Variable de decisión.

$g_N(y_N)$ : Ganancia en la etapa  $N$  por medio de la elección óptima de  $y_N$  en el intervalo  $(0, x)$ .

Por lo tanto:

La función representa el valor acumulativo de  $f$  sobre las etapas  $N$  remanentes del proceso, empezando con el estado  $x$  y siguiendo el principio de optimización.

Si designamos la elección óptima de  $y_N$  como  $y_N'$ , el estado del sistema se altera de  $x$  en la etapa  $N$  a  $(x - y_N')$  en la etapa  $(N-1)$ . El valor óptimo de la función sobre las etapas remanentes  $(N-1)$  esta dada por  $f_{N-1}(x - y_N')$ , este término representa la ganancia acumulada sobre las etapas remanentes  $(N-1)$  empezando en el estado  $(x - y_N')$  y la expresión para  $f_{N-1}(x - y_N')$  esta evaluada por:

$$f_{N-1}(x - y_N') = \text{Max}_{0 \leq y_{N-1} < x - y_N'} [g_N(y_{N-1}) + f_{N-2}(x - y_N' - y_{N-1})] \quad (2)$$

En esta ecuación se observa que la elección de  $y_{N-1}$  se restringe a la región de cero a  $x - y_N'$ , de esta forma la cantidad original de  $x$  fue reducida a  $x - y_N'$  debido a la localización de  $y_N'$  en la etapa  $N$ . La ecuación funcional (1) es una relación recursiva, dando la interrelación entre un proceso con  $N$  etapas y un proceso con  $(N-1)$  etapas. La solución de la ecuación funcional da el valor de la política correspondiente dentro del conjunto  $(y_1', y_2', \dots, y_N')$ .

Una política es el conjunto de decisiones elegidas para evaluar la ecuación funcional. En particular, una política óptima es el conjunto de funciones  $y_i$  que maximiza el lado derecho de la ecuación -- (1).

El principio de optimización a que se hacía referencia en párrafos anteriores es la base de la programación dinámica, y se expresa como: "Una política óptima tiene la propiedad de que cualesquiera -- que sean el estado y las de i iones iniciales, las decisiones remanentes deben de constituir una política óptima con respecto al estado resultante de la primera decisión". La utilización de éste principio garantiza que la decisión hecha en cada etapa es la mejor decisión desde el punto de vista de todo el proceso.

## DESCRIPCION DEL PROBLEMA

El sistema general bajo consideración es un proceso de multietapa a contracorriente. Una columna de destilación con corrientes laterales de productos se eligió para la investigación como un ejemplo de este tipo de sistemas.

La solución óptima para este caso fue considerada como, el conjunto de condiciones resultantes de la mayor combinación posible de los valores económicos de las corrientes. Todos los costos fueron despreciados.

La ventaja total, en tal caso, es la suma de los valores de las corrientes individuales. Los costos podrían ser incluidos en la solución del problema con relativa dificultad, sin embargo; para propósitos de simplificación se eligió una destilación idealizada de un sistema binario. Asumiéndose el equilibrio entre el vapor y el líquido - saliendo del plato; también se supone un reflujo molar constante, y por lo tanto eliminándose la necesidad de hacer un balance de energía para cada plato.

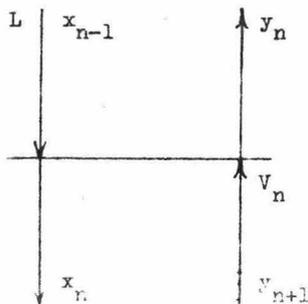
Una relación de equilibrio de la forma

$$y_n = \frac{\alpha x_n}{1 + (\alpha - 1)x_n} \quad (3)$$

fue utilizada, donde alfa es la razón de volatilidad.

Se asume que todos los vapores y líquidos están saturados; se supone que ascenso del líquido y/o vapor a través de la columna no tiene efecto en el balance de material. Todos los balances fueron escritos para la solución a régimen permanente.

Bajo las anteriores suposiciones, cualquier plato "n" puede representarse como:



El balance de material para un componente es:

$$x_{n-1} + \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} = x_n + \left(\frac{V_n}{L}\right)y_n \quad (4)$$

Utilizando la ecuación (3), y resolviendo para  $y_n$  se tiene:  
de (4)

$$x_n = x_{n-1} + \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} - \left(\frac{V_n}{L}\right)y_n$$

substituyendo ésta última en la ecuación (3) se tiene el siguiente desarrollo:

$$y_n = \frac{\alpha x_{n-1} + \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} - \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right)y_n}{1 + \alpha x_{n-1} + \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} - \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right)y_n - x_{n-1} - \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} + \left(\frac{V_n}{L}\right)y_n}$$

$$y_n + \alpha y_n x_{n-1} + \alpha y_n \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} - \alpha y_n^2 \left(\frac{V_n}{L}\right) - y_n x_{n-1} - y_n \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} + y_n^2 \left(\frac{V_n}{L}\right) =$$

$$\alpha x_{n-1} + \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} - \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right)y_n$$

$$y_n^2 \left(\frac{V_n}{L}\right) (1-\alpha) + y_n \left[ 1 + \alpha x_{n-1} + \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} - x_{n-1} - \left(\frac{V_n}{L}\right)y_{n+1} + \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right) \right] -$$

$$\alpha x_{n-1} + \alpha \frac{V_n}{L} y_{n+1} = 0$$

$$y_n^2 \frac{V_n}{L} (1-\alpha) + y_n \left[ 1 + \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right) + (\alpha-1)x_{n-1} + (\alpha-1)\frac{V_n}{L}y_{n+1} \right] - \alpha \left(x_{n-1} + \frac{V_n}{L}y_{n+1}\right) = 0$$

$$y_n^2 \frac{V_n}{L} (1-\alpha) + y_n \left[ 1 + \alpha \left(\frac{V_n}{L}\right) + (\alpha-1)\left(x_{n-1} + \frac{V_n}{L}y_{n+1}\right) \right] - \alpha \left(x_{n-1} + \frac{V_n}{L}y_{n+1}\right) = 0$$

Como esta ecuación es de segundo grado se resuelve por la siguiente manera:

$$y_n = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (5)$$

de donde

$$\begin{aligned} A &= \frac{V_n}{L}(1 - \alpha) \\ B &= 1 + \alpha\left(\frac{V_n}{L}\right) + (\alpha-1)\left(x_{n-1} + \frac{V_n}{L}y_{n+1}\right) \\ C &= -\alpha\left(x_{n-1} + \frac{V_n}{L}y_{n+1}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

Se muestra en el apéndice que sólo la raíz positiva se desea para este caso, y para todos los balances de materia presentados en esta tesis.

Se asume que después del primer plato del domo sigue un condensador perfecto. Por lo tanto,  $x_0 = y_1$ , y el balance de materia para el componente de dicho plato es:

$$y_1 + \frac{V_1}{L} y_2 = x_1 + \frac{V_1}{L} y_1 \quad (7)$$

Utilizando las ecuaciones (3) y (7), y resolviendo para  $y_1$  se tiene el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 + \frac{V_1}{L} y_2 - \frac{V_1}{L} y_1 \\ y_1 &= \frac{\alpha y_1 + \alpha \frac{V_1}{L} y_2 - \alpha \frac{V_1}{L} y_1}{1 + \alpha y_1 + \alpha \frac{V_1}{L} y_2 - \alpha \frac{V_1}{L} y_1 - y_1 - \frac{V_1}{L} y_2 + \frac{V_1}{L} y_1} \\ y_1 + \alpha y_1^2 + \alpha y_1 \frac{V_1}{L} y_2 - \alpha \frac{V_1}{L} y_1^2 - y_1^2 - y_1 \frac{V_1}{L} y_2 + \frac{V_1}{L} y_1^2 &= \alpha y_1 + \alpha \frac{V_1}{L} y_2 \\ &\quad - \alpha \frac{V_1}{L} y_1 \\ y_1^2(\alpha-1) + \frac{V_1}{L} y_1^2(1-\alpha) + y_1 + \alpha y_1 \frac{V_1}{L} y_2 - y_1 \frac{V_1}{L} y_2 - \alpha y_1 + \alpha \frac{V_1}{L} y_1 & \\ &\quad - \alpha \frac{V_1}{L} y_2 = 0 \end{aligned}$$

$$y_1^2 \left[ (\alpha-1) + \frac{V_1}{L}(1-\alpha) \right] + y_1(1-\alpha) + y_1 \frac{V_1}{L} y_2 (\alpha-1) + \alpha \frac{V_1}{L} y_1 - \alpha \frac{V_1}{L} y_2 = 0$$

$$y_1^2 \left[ (\alpha-1) + \frac{V_1}{L}(1-\alpha) \right] + y_1 \left[ (1-\alpha) + \frac{V_1}{L}(\alpha + y_2(\alpha-1)) \right] - \alpha \frac{V_1}{L} y_2 = 0$$

esta es una ecuación de segundo grado y se resuelve por la siguiente manera:

$$y_1 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (8)$$

de donde:

$$A = \alpha - 1 + \frac{V_1}{L}(1-\alpha)$$

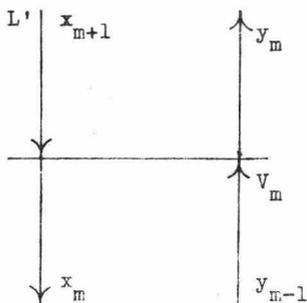
$$B = 1 - \alpha + \frac{V_1}{L} \left[ \alpha + y_2(\alpha-1) \right] \quad (9)$$

$$C = -\alpha \frac{V_1}{L} y_2$$

Los platos arriba del plato de alimentación están designados con la suscripción "n", mientras que aquellos abajo del plato de alimentación están referidos con la suscripción "m".

Los platos más alejados del plato de alimentación son aquellos - con n=1 y m=1, es decir, los platos del domo y del fondo.

El plato m se puede representar como:



El balance de material del componente para el plato  $m$  es:

$$x_{m+1} + y_{m-1} \frac{V_m}{L'} = x_m + y_m \frac{V_m}{L'} \quad (10)$$

Utilizando las ecuaciones (3) y (10), y resolviendo para  $y_m$  se tiene el siguiente desarrollo:

$$x_m = x_{m+1} + y_{m-1} \frac{V_m}{L'} - y_m \frac{V_m}{L'}$$

$$y_m = \frac{\alpha x_{m+1} + \alpha y_{m-1} \frac{V_m}{L'} - \alpha y_m \frac{V_m}{L'}}{1 + \alpha x_{m+1} + \alpha y_{m-1} \frac{V_m}{L'} - \alpha y_m \frac{V_m}{L'} - x_{m+1} - y_{m-1} \frac{V_m}{L'} + y_m \frac{V_m}{L'}}$$

$$y_m + \alpha y_m x_{m+1} + \alpha y_m y_{m-1} \frac{V_m}{L'} - \alpha y_m^2 \frac{V_m}{L'} - y_m x_{m+1} - y_m y_{m-1} \frac{V_m}{L'} + y_m^2 \frac{V_m}{L'} =$$

$$\alpha x_{m+1} + \alpha y_{m-1} \frac{V_m}{L'} - \alpha y_m \frac{V_m}{L'}$$

$$y_m^2 \frac{V_m}{L'} (1-\alpha) + y_m + y_m x_{m+1} (\alpha-1) + y_m y_{m-1} \frac{V_m}{L'} (\alpha-1) + \alpha y_m \frac{V_m}{L'} = \alpha x_{m+1} +$$

$$\alpha y_{m-1} \frac{V_m}{L'}$$

$$y_m^2 \frac{V_m}{L'} (1-\alpha) + y_m \left[ 1 + (\alpha-1) \left( x_{m+1} + \frac{V_m}{L'} y_{m-1} \right) + \alpha \frac{V_m}{L'} \right] - \alpha \left( x_{m+1} + \right.$$

$$\left. y_{m-1} \frac{V_m}{L'} \right) = 0$$

esta es una ecuación de segundo grado que se resuelve por la siguiente manera:

$$y_m = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (11)$$

de donde:

$$A = \frac{V_m}{L'} (1-\alpha)$$

$$B = 1 + (\alpha-1) \left( x_{m+1} + \frac{V_m}{L'} y_{m-1} \right) + \alpha \frac{V_m}{L'} \quad (12)$$

$$C = -\alpha \left( x_{m+1} + y_{m-1} \frac{V_m}{L'} \right)$$

El balance de materia del componente para el plato del fondo, se asume que es:

$$x_2 = y_1 \frac{V_1}{L'} + x_1 \left(1 - \frac{V_1}{L'}\right) \quad (13)$$

utilizando la relación de equilibrio y resolviendo para  $y_1$  se tiene - el siguiente desarrollo:

$$x_1 = \frac{x_2 - y_1 \frac{V_1}{L'}}{\left(1 - \frac{V_1}{L'}\right)}$$

$$y_1 = \frac{\alpha \left[ \frac{x_2 - y_1 \frac{V_1}{L'}}{\left(1 - \frac{V_1}{L'}\right)} \right]}{1 + (\alpha - 1) \left[ \frac{x_2 - y_1 \frac{V_1}{L'}}{\left(1 - \frac{V_1}{L'}\right)} \right]}$$

$$y_1 + \frac{\alpha y_1 x_2}{\left(1 - \frac{V_1}{L'}\right)} - \frac{\alpha y_1^2 \frac{V_1}{L'}}{\left(1 - \frac{V_1}{L'}\right)} - \frac{y_1 x_2}{\left(1 - \frac{V_1}{L'}\right)} + \frac{y_1^2 \frac{V_1}{L'}}{\left(1 - \frac{V_1}{L'}\right)} = \frac{\alpha x_2 - \alpha y_1 \frac{V_1}{L'}}{\left(1 - \frac{V_1}{L'}\right)}$$

$$y_1 \left(1 - \frac{V_1}{L'}\right) + \alpha y_1 x_2 - \alpha y_1^2 \frac{V_1}{L'} - y_1 x_2 + y_1^2 \frac{V_1}{L'} + \alpha y_1 \frac{V_1}{L'} = \alpha x_2$$

$$y_1^2 \frac{V_1}{L'} (1 - \alpha) + y_1 x_2 (\alpha - 1) + y_1 + y_1 \frac{V_1}{L'} (\alpha - 1) - \alpha x_2 = 0$$

$$y_1^2 \frac{V_1}{L'} (1 - \alpha) + y_1 \left[ 1 + (\alpha - 1) \left(x_2 + \frac{V_1}{L'}\right) \right] - \alpha x_2 = 0$$

como en todos los casos anteriores, la última ecuación es de segundo grado y se resuelve por la siguiente ecuación:

$$y_1 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (14)$$

de donde:

$$A = \frac{V_1}{L'} (1 - \alpha)$$

$$B = 1 + (\alpha - 1) \left(x_2 + \frac{V_1}{L'}\right) \quad (15)$$

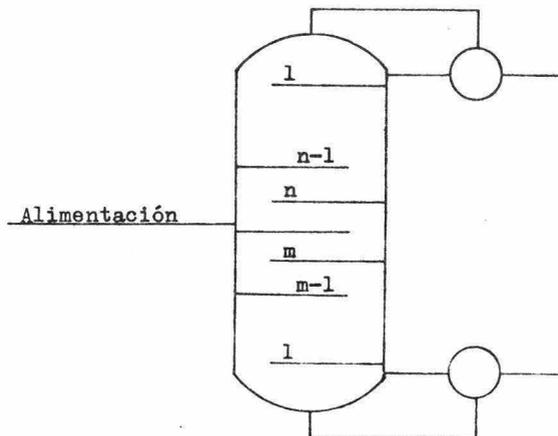
$$C = - \alpha x_2$$

$V_n$  es la cantidad de vapor que entra al plato  $n$ . Puesto que el plato esta a régimen permanente, y se supone un flujo molar constante la cantidad de vapor que sale del plato  $n$  debe ser también  $V_n$ . Sin embargo, la cantidad de vapor que entra al plato  $(n-1)$ , o sea, un plato arriba del plato  $n$ , no necesariamente será la cantidad  $V_n$ , sino que la cantidad de producto que entra al plato  $(n-1)$  será  $V_{n-1}$ . Así, la cantidad de producto removido entre el plato  $n$  y el plato  $(n-1)$  es  $(V_n - V_{n-1})$ .

Una cantidad de vapor  $V_1$  entra al plato superior. Si se asume la existencia de un condensador perfecto, la cantidad de líquido que sale del plato 1 es  $L$ . Entonces, la cantidad de producto que se remueve del plato superior es  $(V_1 - L)$ .

La situación descrita para los platos arriba del plato de alimentación se puede aplicar para los platos abajo del de alimentación. Para el plato inferior, la cantidad de producto que se remueve se expresa como  $(L' - V_1)$ .

Los platos de destilación descritos arriba, combinados con el plato de alimentación para introducir materia, forman una columna de destilación.



El objetivo básico de este problema es desarrollar un modelo de programación dinámica para encontrar las condiciones óptimas de tal columna. Se desea hacer un modelo básico, tal que, pueda ser aplicado a un sistema general de multietapa a contra corriente.

## MODELO TEORICO

Cada una de los platos de una columna de destilación pueden considerarse como una etapa en la formulación de la programación dinámica. Para el presente caso, la decisión en cualquiera de las etapas,  $n$ , es el aumento y composición del producto a ser removido. En otras palabras, ¿es más deseable desde un punto de vista total remover todo, - parte o nada del vapor en la etapa  $n$  en un proceso de  $N$  etapas ?

Se asumió que la corriente de productos tomados de la etapa  $n$  arriba del plato de alimentación es un vapor saturado de composición  $y_n$  y cantidad  $(V_n - V_{n-1})$ . El producto del domo de la columna es de composición  $y_1$  y cantidad  $(V_1 - L)$ .

Los productos de la etapa  $m$  abajo del plato de alimentación se asume que son vapores saturados de composición  $y_{m-1}$  y cantidad  $(V_{m-1} - V_m)$ . El producto de la etapa inferior ( $m=1$ ) es de composición  $x_1$  y cantidad  $(L' - V_1)$ .

Los parámetros de las relaciones recursivas de la programación dinámica pueden ser cualquier variable que se elija.

Para este caso se eligió la relación  $V/L$  y la composición de entrada a la etapa  $m$  o  $n$  desde la etapa  $(m+1)$  o  $(n+1)$ . La razón  $V/L$  se relaciona directamente con el aumento de producto removido antes de entrar en la etapa  $n$ .

Las relaciones recursivas generales que se dan a continuación -- son el corazón de la formulación de la programación dinámica.

$$R_N(\text{parámetros}_n) = \max_{Z'} \left\{ P_n + R_{N-1}(\text{parámetros}_{n-1}) \right\} \quad (16a)$$

$$S_M(\text{parámetros}_m) = \max_{Z'} \left\{ P_m + S_{M-1}(\text{parámetros}_{m-1}) \right\} \quad (16b)$$

$R_N(\text{parámetros}_n)$  se define como la utilidad óptima total de un -- proceso con  $N$  etapas donde las condiciones de entrada a la etapa " $n$ " son expresadas por medio de los "parámetros  $n$ ".

$R_{N-1}(\text{parámetros}_{n-1})$  se define como la utilidad óptima total de -- un proceso con  $(N-1)$  etapas, donde las condiciones de entrada a la etapa  $(n-1)$ , son aquellas resultantes de la etapa " $n$ " y son expresadas por medio de los "parámetros  $n-1$ ".

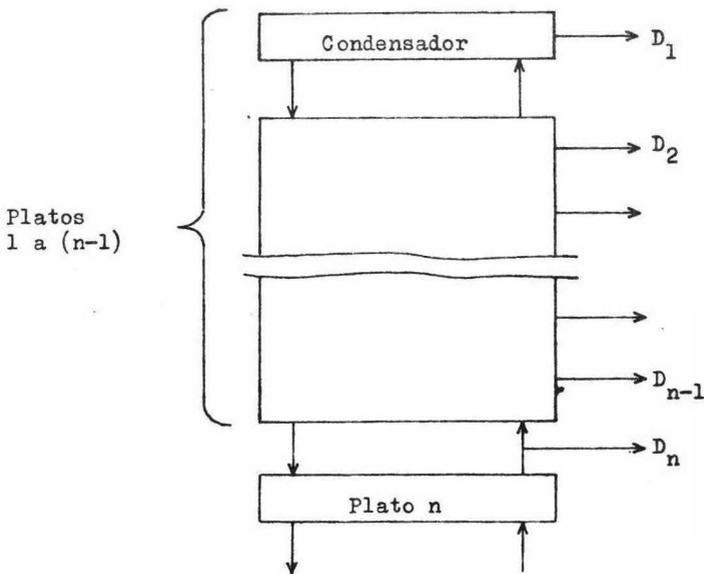
$P_n$  se define como la utilidad óptima total de la  $n$ ésima etapa.  $Z'$  es el rango permisible de la maximización.

Las etapas que se encuentran bajo el plato de alimentación se de

nominan como "S", "M", y "m" y las localizadas por arriba se denominan "R", "N" y "n". Los términos de las ecuaciones (16a) y (16b) son idénticos, la ecuación (16a) se utiliza para las etapas arriba del plato de alimentación y la ecuación (16b) se utiliza para las etapas que se localizan bajo el plato de alimentación.

La ecuación (16) parece simple, pero debe aplicarse con cuidado, ya que la maximización se hace sobre el "rango permisible de las condiciones", esto significa que, en todo el tiempo deben de existir condiciones físicas realistas, por ejemplo, las composiciones deben estar dentro del rango 0.0 y 1.0, la relación máxima de V/L es otra limitación, la composición del componente más ligero no debe disminuir según asciende por la columna etc.

La ecuación (16) se aplica a un proceso como el que se representa, así como para el caso de las etapas arriba del plato de alimentación:



Haciendo un examen de la ecuación (8) el balance de material del componente para el plato superior ( $n = 1$ ), se encuentra que si se especifican dos de las variables el sistema se determina y por lo tanto se puede calcular  $y_1$ . Los parámetros para la etapa 1 son  $\frac{V_1}{L}$  y  $y_2$ , y si como se dijo, son especificadas, las condiciones para ésta etapa son determinadas. Así,

$$R_1(y_2, \frac{V_1}{L}) = \max_{Z'} (P_1) = R'_1 \quad (17)$$

Asumiendo que se pueda disponer de alguna función que relacione la composición con el valor del producto / unidad de aumento, y denotando esta función por  $A(y_n)$ .

$$P_1 = \left\{ \frac{V_1}{L} - 1 \right\} A(y_n) \quad (18)$$

Así se tiene  $P_1$  en base a la cantidad de líquido que fluye en la columna arriba del plato de alimentación. Puesto que el sistema está completamente determinado con la especificación de los parámetros, sólo hay un valor de  $P_1$  para cada conjunto de parámetros. Y  $R'_1$  es éste valor determinado por medio de la ecuación (18).

En el balance de material para el componente en el plato  $n$ , (Ec. 5), aun teniendo la especificación de los parámetros  $y_{n+1}$  y  $\frac{V_n}{L}$  no se determina completamente el sistema en esa etapa, por lo tanto, se debe de elegir una variable más ( $x_{n-1}$ ) y también  $\frac{V_{n-1}}{L}$  para poder determinar  $P_n$ .

$$P_n = \left\{ \frac{V_n}{L} - \frac{V_{n-1}}{L} \right\} A(y_n) \quad (19)$$

Así, para conjunto de parámetros ( $y_{n+1}, \frac{V_n}{L}$ ) en la etapa  $n$  la maximización es sobre todos los valores permisibles de  $x_{n-1}$  y  $\frac{V_{n-1}}{L}$ .

$$Q_N(x_{n-1}, \frac{V_{n-1}}{L}) \Big|_{y_{n+1}, \frac{V_n}{L}} = Q'_N = P_n + R_{N-1}(y_n, \frac{V_{n-1}}{L}) \quad (20)$$

donde  $Q_N(x_{n-1}, \frac{V_{n-1}}{L}) \Big|_{y_{n+1}, \frac{V_n}{L}}$ , o  $Q'_N$ , es la utilidad total de un proceso con  $N$  etapas y teniendo como parámetros  $y_{n+1}, \frac{V_n}{L}$  en la etapa " $n$ " con la elección de  $x_{n-1}$  y  $\frac{V_{n-1}}{L}$ . Por medio de la elección de  $x_{n-1}$  y de  $\frac{V_{n-1}}{L}$  se determina  $y_n$  y por lo tanto, también son determinados  $P_n$  y  $R'_{N-1}$ . El valor máximo de  $Q'_N$  sobre los valores permisibles de  $x_{n-1}$  y  $\frac{V_{n-1}}{L}$  es  $R'_N$ .

El desarrollo para el plato inferior ( $m = 1$ ) es similar al del plato superior ( $n = 1$ ). Por medio de la elección de los parámetros  $x_2$  y  $\frac{V_1}{L}$ , el sistema se especifica en ésta etapa y :

$$S_1(x_2, \frac{V_1}{L'}) = \max_{Z'} (P_1) = \left\{ 1 - \frac{V_1}{L'} \right\} A(y_1) = S_1' \quad (21)$$

Para cualquier etapa "m", bajo el plato de alimentación se tiene una situación similar a la de la etapa "n" que se encuentra arriba -- del mismo plato.

$$P_m = \left\{ \frac{V_{m-1}}{L'} - \frac{V_m}{L'} \right\} A(y_{m-1}) \quad (22)$$

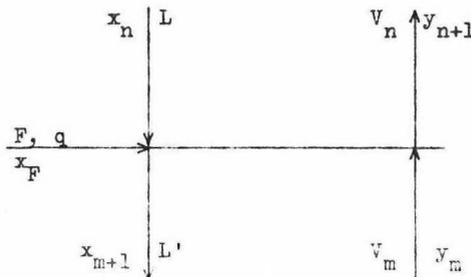
$$Q_M(y_{m-1}, \frac{V_{m-1}}{L'}) \Big|_{x_{m+1}, \frac{V_m}{L'}} = Q_M' = P_m + S_{m-1}(x_m, \frac{V_{m-1}}{L'}) \quad (23)$$

El valor máximo de  $Q_M'$  sobre los valores permisibles de  $y_{m-1}$  y  $\frac{V_{m-1}}{L'}$  es  $S_M'$ .

Se pueden desarrollar tablas de  $R_N'$  y de  $S_M$  por medio de cálculos numéricos para todas las combinaciones necesarias de los parámetros. Tales tablas están incluidas en el apéndice para un ejemplo ficticio.

El procedimiento general es desarrollar una tabla de  $R_1'$  por medio de la solución de la ecuación (18) para cada combinación de los parámetros  $y_2$  y  $\frac{V_1}{L}$ . Esta tabla de  $R_1'$  se usa para desarrollar, a su vez, una tabla de  $R_2'$  resolviendo la ecuación (20). La tabla de  $R_2'$  se usa junto con la ecuación (20) para encontrar  $R_3'$  para todas las combinaciones de los parámetros  $y_4$  y  $\frac{V_3}{L}$ . Este procedimiento se continúa hasta que "N" sea tan grande como se necesite en el uso de las tablas de  $R_N'$ .

El plato de alimentación se puede representar como:



El balance de material del componente para el plato de alimentación es:

$$Lx_n + V_m y_m + qF x_F + (1-q)F y_F = V_n y_{n+1} + L' x_{m+1} \quad (24)$$

donde  $q = 1$ , para una alimentación de líquido saturado;  $q = 0$  para una alimentación de vapor saturado y  $q$  de 0 a 1 para una alimentación que se encuentre entre esos dos valores extremos. Se ha asumido que  $x_{m+1} = x_F$  para una alimentación de líquido saturado, y  $y_{n+1} = y_F$  para una alimentación de vapor saturado, usándose las dos igualdades para el caso de una alimentación de dos fases. La ecuación (24), para el caso de un líquido saturado, se reduce a la expresión:

$$x_n - x_F = \frac{V_F}{L} (y_F - y_m) \quad (25)$$

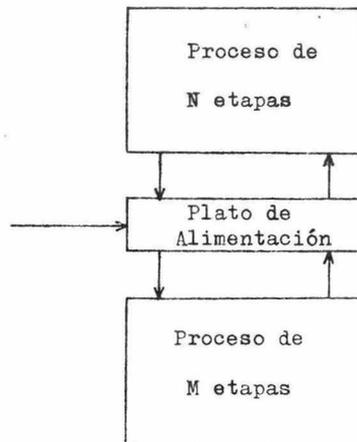
Si tenemos;

$$T_{M+N} \left( \frac{V_F}{L}, \frac{V_F}{L'} \right) \Big|_{\text{Alimentación}} = T_{M+N}^t = R_N \left( y_F, \frac{V_F}{L} \right) + \frac{L'}{L} S_M \left( x_F, \frac{V_F}{L'} \right) \quad (26)$$

y

$$T'_{M+N}(\text{Alimentación}) = \max_{Z'} \frac{L}{F} T_{M+N} \left( \frac{V_F}{L}, \frac{V_F}{L'} \right) \Big|_{\text{Alimentación}} \quad (27)$$

$T'_{M+N}$  se define como la utilidad óptima total de un proceso que tiene "M" etapas óptimas bajo el plato de alimentación y "N" etapas óptimas arriba del mismo plato. Este proceso puede ser representado como:



Entonces,  $T'_{M+N}$  es la mayor utilidad derivada de la alimentación de -- las condiciones y de la composición específica, y por lo tanto será -- el provecho óptimo total de la columna de destilación.

$T_{M+N} \left( \frac{V_F}{L}, \frac{V_F}{L'} \right)$  | Alimentación, o  $T_{M+N}^t$ , es la utilidad total de -- un proceso con "M" etapas óptimas bajo el plato de alimentación ope-- rando con una alimentación específica.  $\frac{V_F}{L}$  y  $\frac{V_F}{L'}$ , son las variables sobre las cuales se puede hacer la maximización de la ecuación (27).

$R'_N$  y  $S'_M$  y sus respectivas condiciones óptimas son conocidas para cada una de las elecciones de los parámetros. Se asume que la composi-- ción y condiciones de la alimentación son conocidas. Entonces,  $T_{M+N}^t$  -- puede ser calculado para todos los valores de  $\frac{V_F}{L}$  y  $\frac{V_F}{L'}$  para encon-- trar el valor mayor, que és  $T'_{M+N}$  (Alimentación). Y haciendo notar que la ecuación (25) se debe satisfacer en todo momento.

Es conveniente usar el mismo valor de la función  $A(y_N)$  para el -- desarrollo de  $R'_N$  y  $S'_M$  aunque se obtengan en términos de  $\$/L$  y  $\$/L'$ , -- respectivamente. Cuando se evalúa  $T_{M+N}^t$ ,  $R'_N$  y  $S'_M$  se deben de tomar en la misma base, por esta razón,  $S'_M$  se multiplica por  $L'/L$  en el cálcu-- lo de  $T_{M+N}^t$ .

$$\frac{\frac{V_F}{L}}{\frac{V_F}{L'}} = \frac{L'}{L} = \frac{F'}{L} + 1 \quad (28)$$

De ésta relación, se vé que  $F/L$  se puede determinar sólo cuando se conocen  $\frac{V_F}{L}$  y  $\frac{V_F}{L'}$ . Para tener todos los valores de  $T'_{M+N}$  (Alimenta-- ción) en una base homogénea de la alimentación "F", el término  $T_{M+N}^t$  -- calculado por medio de la ecuación (27) se divide por  $F/L$ .

Las restricciones en la composición o en el aumento de un cierto producto que tenga que removerse se pueden incluir fácilmente en el -- uso de las tablas de  $R'_N$  y  $S'_M$ , para encontrar las condiciones que -- constituyen la política óptima. Otras restricciones se pueden incluir teniendolas en consideración en el desarrollo de las tablas.

Una tabla de  $T'_{M+N}$  (Alimentación) se puede construir para varias -- "M" y "N", como se muestra a continuación.

N \ M	1	2	3	...	m	m+1
1						
2						
3						
n-1						
n						
n+1						

Para localizar el punto óptimo del plato de alimentación en la columna que tiene un número determinado de platos, se lee a través de la diagonal con  $(M + N) = (\text{Número total de platos} - 1)$ , para encontrar el valor máximo de  $T'_{M+N}$  (Alimentación).

Esta tabla de  $T'_{M+N}$  también se puede utilizar para encontrar la utilidad extraderivada de una etapa o plato extra en una columna, cuando el número de platos es desconocido. Para hacerlo, el valor máximo de  $T'_{M+N}$  (Alimentación) de la diagonal  $(M+N)$  se compara con el valor máximo de  $T'_{M+N}$  (Alimentación) que se obtiene leyendo a través de la diagonal  $(M+N+1)$ . Las diferencias en los dos valores de  $T'_{M+N}$  (Alimentación) es la utilidad extra derivada de un plato extra. Esta utilidad se debe de comparar con el costo derivado de una etapa extra para poder determinar la utilidad neta.

### EJEMPLO NUMERICO

Para mayor claridad e ilustración, de la solución previamente -- descrita de las ecuaciones recursivas de la programación dinámica, un problema típico fue desarrollado, aunque con valores ficticios.

Una proporción de volatilidad de 2.51 fue elegida y suponiendola constante sobre el rango estudiado. Este valor se puede considerar re presentativo de la razón de volatilidad para una mezcla Benceno-Tolue no en condiciones normales. La relación de equilibrio elegida corres ponde a la ecuación (3).

Para el ejemplo numérico, también fue necesario contar con algu- na relación entre el valor de producto/unidad de aumento y la concen- tración del producto. Dos tipos comunes del valor de las funciones -- son; la función de grado y la expresión polinomial. Ambas pueden mane- jarse fácilmente, ya sea por cálculos manuales o por medio de una com putadora digital. Para el ejemplo mostrado en la figura 1 se eligió -- arbitrariamente la función paso a paso o de grado.

Fue escogida porque en la mayoría de los casos, es más realista y fácil de obtener que la otra función. La elección de la forma de la función fue hecha de modo de que se tuviera un caso en donde la polí- tica óptima no fuera meramente la obtención de un máximo en todos los productos. Sino, por el contrario, varios máximos como indicativos -- del caso en donde se deseen productos múltiples. Por otra parte, dema siados máximos podrían llevarnos a la situación en la cual no se mos- trara un cambio particular en la utilidad total junto con un cambio -- en las condiciones de operación. Por lo tanto, ésta función de utili- dad fue desarrollada básicamente, como una tentativa de ilustración -- de un caso físicamente realista en donde pueda ser aplicada la progra mación dinámica y con pretensiones de una utilidad práctica.

Para éste ejemplo numérico, el método de aproximación fue la in- vestigación de las variables en sus rangos permisibles sobre los in- crementos constantes del mencionado rango. Los incrementos de éstas -- variables fueron elegidos arbitrariamente. Para la concentración, se eligieron incrementos de 0.05 y para la relación vapor-líquido los in crementos se fijaron en 0.25. El procedimiento numérico se llevo a ca bo en una computadora digital Control Data 6400 . El programa "1", se gún se describe en el apéndice, fue usado para desarrollar una tabla de  $R_1$  sobre los rangos  $0.50 \leq y_2 \leq 1.0$  y  $1.25 \leq \frac{V_1}{L} \leq 3.50$ . Los mismos -- rangos de las variables fueron usados para todas las concentraciones y relaciones vapor-líquido usadas en este ejemplo.

El programa "2" fue usado para resolver la ecuación (5) para cada conjunto de parámetros  $y_{n+1}$  y  $\frac{V_n}{L}$  sobre el rango de los valores permisibles de  $x_{n-1}$  y para obtener  $L$  conjuntos de valores de  $y_n$  y  $x_{n-1}$  para cada conjunto de parámetros en el rango considerado. Estos datos obtenidos son usados, posteriormente, como alimentación para el programa "3".

Tablas de  $R'_N$  fueron desarrolladas por medio del programa "3" y cuya alimentación incluye una tabla de  $R'_{N-1}$ , donde  $y_n$  y  $\frac{V_{n-1}}{L}$  listados en valores incrementables, el valor de la función  $A(y_n)$  y el resultado obtenido en el programa "B" que es la solución de la ecuación (5).

Varias condiciones fueron "construidas" dentro de estos programas para asegurarse que la maximización de  $P_n + R'_{N-1}$  esté dentro de los rangos permisibles de las variables. En el desarrollo de las tablas de  $R'_N$ , También fue necesario contar con la posibilidad de que el valor máximo de  $Q'_N$ , que es  $R'_N$ , sea permisible sobre el rango de  $x_{n-1}$  y  $\frac{V_{n-1}}{L}$ , más que para un conjunto discreto de valores. Tal resultado es de esperarse toda vez que la función de valor tiene valores constantes sobre un rango de concentración. Esta eventualidad fue prevista en los programas ya que todas las condiciones investigadas que dieron un máximo común fueron impresas con los resultados.

Fue computada la tabla de  $Q'_N$ , pero sólo las secciones que mostraron una utilidad máxima fueron impresas como resultados. Los resultados impresos fueron las condiciones para  $y$  y el valor de  $R'_N$ .

Fueron computadas tablas para  $R'_1$ ,  $R'_2$  y  $R'_3$ , para las condiciones especificadas y que son mostradas en el apéndice. El desarrollo de éstas tablas ilustra una aproximación para usarse en el computador en la solución de las ecuaciones recursivas de la programación dinámica. Programas similares se pueden usar para el cálculo de tablas de  $S'_M$ . También se pueden usar combinaciones de las tablas para resolver  $T'_{M+N}$  (Alimentación).

El procedimiento para el uso de las tablas de  $R'_N$  se describe en el apéndice, así como la inclusión de ejemplos.

En la Tabla 1 se muestran las políticas óptimas para varios parámetros para la tercera etapa en un proceso con tres etapas.

Es de notarse que en muchos de los casos las tablas muestran rangos en los valores óptimos de  $y_n$ ,  $\frac{V_n}{L}$  y  $x_{n-1}$ . En el uso de los rangos de éstas variables, la relación de equilibrio en el plato "n", --

siempre se debe de satisfacer, por ejemplo, si se toman los valores - de  $y_n$  y  $\frac{V_n}{L}$  dentro de su rango específico se debe de cuidar de que también sea tomado en su rango  $x_{n-1}$  para que se cumpla la relación de equilibrio. Este valor de  $x_{n-1}$ , también debe de satisfacer la relación de equilibrio para el plato (n-1).

TABLA 1

Ejemplos de políticas óptimas para elecciones arbitrarias de  $y_4$  y  $\frac{V_3}{L}$  en un proceso de 3 etapas.

$y_4$	$\frac{V_3}{L}$	$R'_3$	$y_3$	$\frac{V_2}{L}$	$y_2$	$\frac{V_1}{L}$	$y_1$
0.50	3.00	3.80	.56-.68	3.00	.70-.79	3.00	.80-.85
0.70	2.50	2.85	.70-.80	2.50	.70-.84	2.50	.80-.90
0.85	3.00	3.78	.85-.89	1.25	.85-.95	1.25	.93-.97
0.50	2.00	1.90	.57-.74	2.00	.70-.80	2.00	.80-.87
0.70	3.50	4.75	.70-.80	3.50	.70-.80	3.50	.76-.85
				6	.80-.85	2.50-3.50	.86-.90
0.85	2.00	1.88	.85-.89	1.25	.85-.95	1.25	.93-.97

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

Un exámen del resultado numérico muestra que para condiciones específicas de alimentación se puede tener varias políticas específicas, así como el aumento y composición del producto a removerse en una etapa determinada. Esto es de esperarse y puede ser un indicativo de que el modelo matemático desarrollado es válido y que representa correctamente la situación física imaginaria.

Es de notarse que las tablas de  $R'_N$  y  $S'_M$  incluyen políticas óptimas para cualquier condición y composición de la alimentación que son incluidas en el rango de las tablas. Así, si la alimentación varía en sus especificaciones o si por alguna razón se desea una política para varias alimentaciones, éstas políticas están, de hecho, incluidas en las tablas de  $R'_N$  y  $S'_M$  y que pueden obtenerse para cualquier estudio -- real. Sólo se necesita repetir el desarrollo de  $R'_N$  y  $S'_M$  para el plato de alimentación para encontrar  $T'_{M+N}$  y la política óptima resultante para cualquier alimentación en particular.

El caso bajo consideración en este estudio es el de un proceso de multietapa a contra corriente idealizado y aún así, nó es necesario idealizar la situación para poder manejar tal tipo de problemas. Si un flujo molal constante no se puede tomar como válido, si se puede aceptar, en muchos de los casos un flujo molal ficticio. Si se obtiene en mayor cantidad el líquido que el vapor se puede tomar como base el vapor a renovar. Todo esto es necesario en alguna variable conveniente -- para usarse como base en el desarrollo de las relaciones recursivas -- dentro de las tablas útiles de  $R'_N$  (Parámetros<sub>N</sub>) y  $S'_M$  (Parámetros<sub>M</sub>).

No necesita existir equilibrio entre el vapor y el líquido en un plato, lo que es necesario es alguna expresión, tabla o gráfica de la relación entre ellos para ése plato. Si un aumento de vapor o líquido tiene algún efecto, se puede computar, siempre que dicho efecto sea -- conocido.

El balance de material no necesita ser el de un plato de destilación, lo que se requiere es alguna relación que exprese lo que en realidad sucede físicamente en la etapa bajo consideración.

La etapa debe de ser algo que se pueda manejar convenientemente en las relaciones recursivas. Esto significa, generalmente, que todas las etapas se pueden describir por medio de las mismas expresiones, -- pero ésto nó necesariamente debe de ser, para las situaciones fuera --

del presente caso también se pueden manejar por medio de las técnicas descritas.

Al riesgo de un sobre énfasis, los requerimientos básicos para el uso del modelo de la programación dinámica se pueden repetir. Lo primero es hacer una descripción de la situación física, lo segundo ; es la "función de valor". La elección cuidadosa de los parámetros podría facilitar la resolución del problema, aunque el modelo se puede aplicar para cualquier elección de las variables que sean recursivas a través de todo el proceso.

El número de los parámetros para el presente caso fueron dos. Las situaciones en las cuales se necesiten uno, dos, tres o más parámetros, es enteramente posible y teóricamente puede resolverse. Sin embargo; el número de dimensiones sobre la cual se debe de hacer la maximización se incrementa en uno por cada parámetro que es adicionado, y el problema se torna demasiado complicado para ser manejado prácticamente. En tales casos, suposiciones razonables podrían simplificar la situación a uno, dos o como máximo, tres parámetros que facilitarían la resolución para la política adecuada.

En éste problema los costos no se incluyeron, pero generalmente se pueden incluir y expresarse como alguna función del número de etapas, de los parámetros o del aumento total del producto, y pueden no ser incluidos en la elaboración de las tablas de  $R'_N$  y  $S'_M$  dependiendo en lo particular la elección de la base de los costos. Es necesario examinar el caso en particular antes de cualquier decisión para saber como evaluar los costos y hacer la optimización.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El modelo de la programación dinámica presentado es aplicable, -- no sólo a una columna de destilación con productos múltiples, sino -- también a problemas de destilación real, y en general, a procesos de multietapa a contracorriente.

Sólo el valor de los productos fueron considerados para el caso tratado, pero se sugieren medios por los cuales pueden ser incluidos los costos y utilidades dentro del modelo.

El procedimiento computacional seguido investigó la región de operación por incrementos. Lo cual se puede hacer por medio de una computadora digital, tal como la Control Data 6400. Los resultados numéricos del ejemplo ficticio tienden a substanciar la aplicación del modelo de la programación dinámica, así como el método general de desarrollo de la política óptima.

Sería recomendable la aplicación de éste modelo a un sistema -- real, para tener una base de comparación de los resultados de la programación dinámica, con las condiciones existentes de los sistemas -- reales.

## BIBLIOGRAFIA

1. Aris, R., "Discrete Dynamic Programming", Blaisdell Publishing - Company, New York, 1964.
2. Bellman, R. E. y Dreyfus, S. E. "Applied Dynamic Programming", -- Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1962.
3. Bellman, R. E., "Dynamic Programming", Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1957.
4. Brown, G. G., y otros, "Operaciones Básicas de la Ingeniería Química", Editorial Marín, S.A., 1965.
5. Dreyfus, S. E., "Computational Aspects of Dynamic Programming", Operations Research, 5, 409-415, 1957.
6. Happel, J., "Chemical Process Economics", Wiley, New York, 1958.
7. Hur, J. J., "Chemical Process Economics in Practice", Reinhold , New York, 1956.
8. Johnson, R.C., Ball, W. E., y otros, "Mathematics, Computers, Operations Research, and Statistics", Industrial & Engineering - Chemistry, (4) 52, 359-367, 1960.
9. McCabe, W. L., y Smith, J. C., "Unit Operations of Chemical Engineering", McGraw-Hill Book Company, 1967.
10. Peters, M. S., "Plant Design and Economics for Chemical Engineers", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1958.
11. Robinson, C. S., y Gilliland, E. R., "Elements of Fractional Distillation", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1950.
12. Schweyer, H. E., "Process Engineering Economics", McGraw-Hill -- Book Company, Inc., New York, 1955.
13. Treybal, R. E., "Mass Transfer Operations", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1955.

A P E N D I C E

## NOMENCLATURA

- $\alpha$  Razón de volatilidad
- $A(y_n)$  Valor de la función expresando la relación entre el valor del aumento de producto/unidad y la concentración del producto.
- F Flujo molal de la alimentación.
- L Flujo molal del líquido arriba del plato de alimentación.
- L' Flujo molal del líquido abajo del plato de alimentación.
- q Calor requerido para convertir 1 mol de alimentación de su -- condición  $H_F$  a un vapor saturado, dividido por el calor latente molal,  $H_G - H_L$ .
- $Q_N(x_{n-1}, \frac{V_{n-1}}{L})$   $y_{n+1}, \frac{V_n}{L}$  se define como la utilidad total de un -- proceso de N etapas con los parámetros  $y_{n+1}$  y  $\frac{V_n}{L}$  en la eta -- pa "n" por medio de la elección de  $x_{n-1}$  y  $\frac{V_{n-1}}{L}$  especifica -- dos en el paréntesis. (También  $Q'_N$ ).
- $R_N(\text{parámetros})$  o  $S_M(\text{parámetros})$  se define como la utilidad total ópti -- ma de un proceso de N o M etapas, donde las condiciones que -- entran a la enésima o emésima etapa están expresadas por los "parámetros" en el paréntesis. (También  $R'_N$  o  $S'_M$ ).
- $T_{M+N}(\frac{V_F}{L}, \frac{V_F}{L'})$  Alimentación es la utilidad total de un proceso con M etapas óptimas abajo del plato de alimentación y N etapas -- óptimas arriba del mismo.  $\frac{V_F}{L}$   $\frac{V_F}{L'}$  son las variables elegidas que determinan el sistema. ( También  $T_{M+N}^t$ ).
- $T'_{M+N}(\text{alimentación})$  es la utilidad total óptima de un proceso que tie -- ne M etapas óptimas abajo del plato de alimentación y N eta -- pas óptimas arriba del mismo. El proceso está operando con -- una alimentación expresada por los parámetros en el paréntesis
- $V_n$  Flujo molal de vapor en la etapa "n" arriba del plato de ali -- mentación.

$V_m$  Flujo molal de vapor en la etapa "m" abajo del plato de alimentación.

$x$  Fracción mol del componente ligero en la fase líquida.

$y$  Fracción mol del componente ligero en la fase vapor.

Subscripciones.

F Se refiere al plato de alimentación.

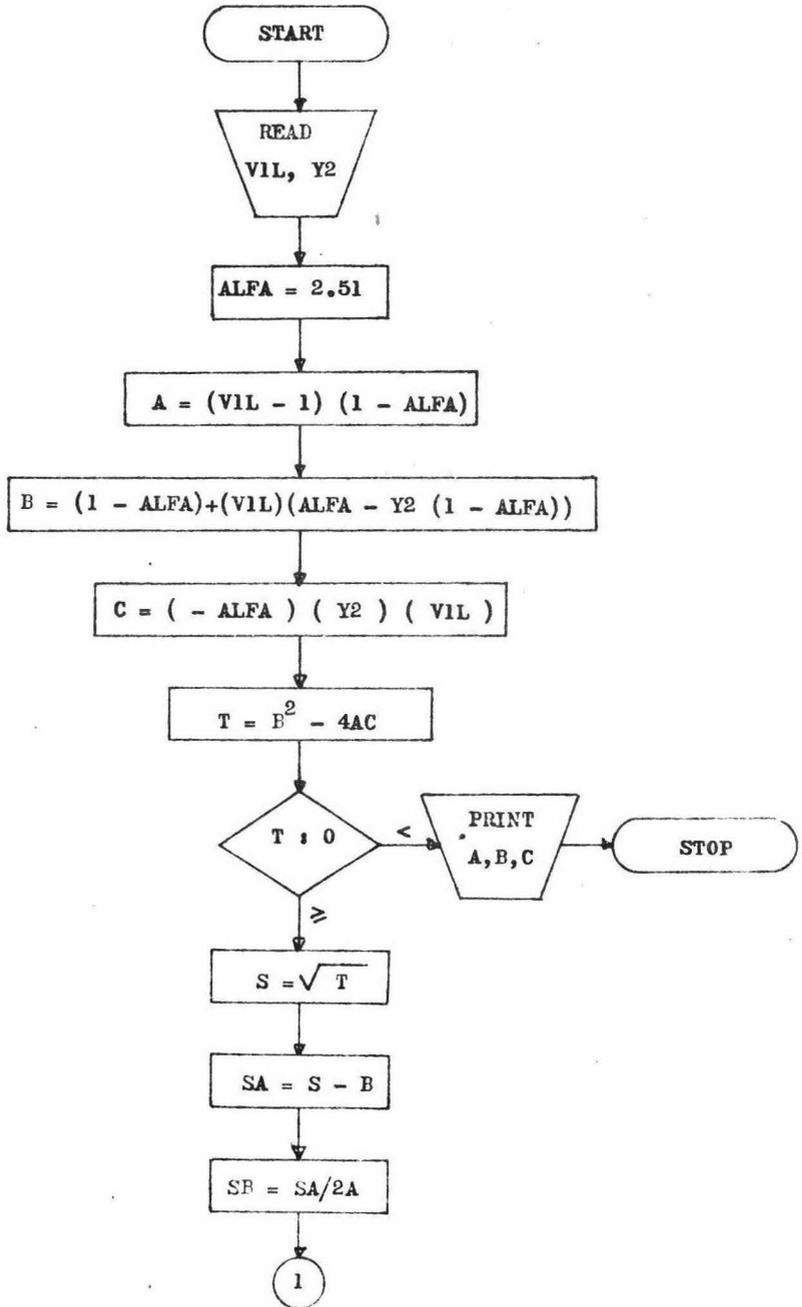
m Se refiere a la emésima etapa o plato.

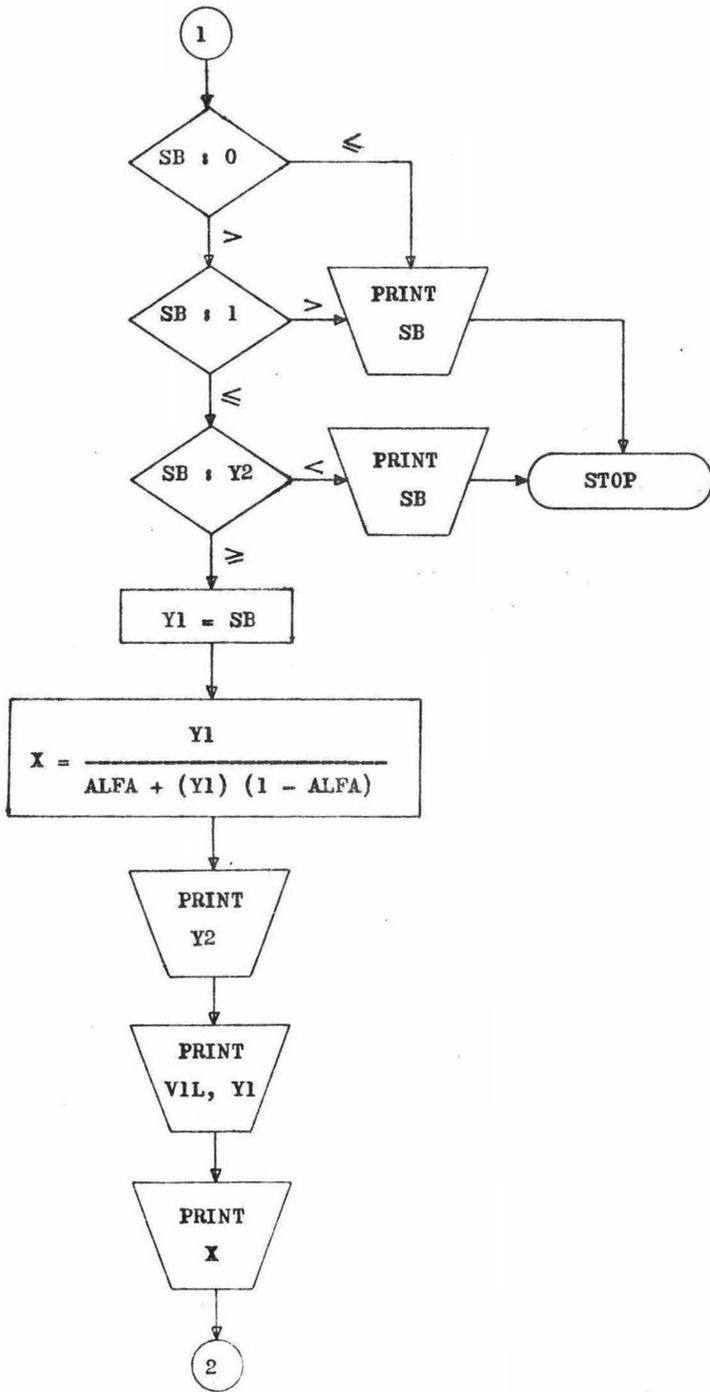
M Se refiere a un proceso de M etapas abajo del plato de alimentación.

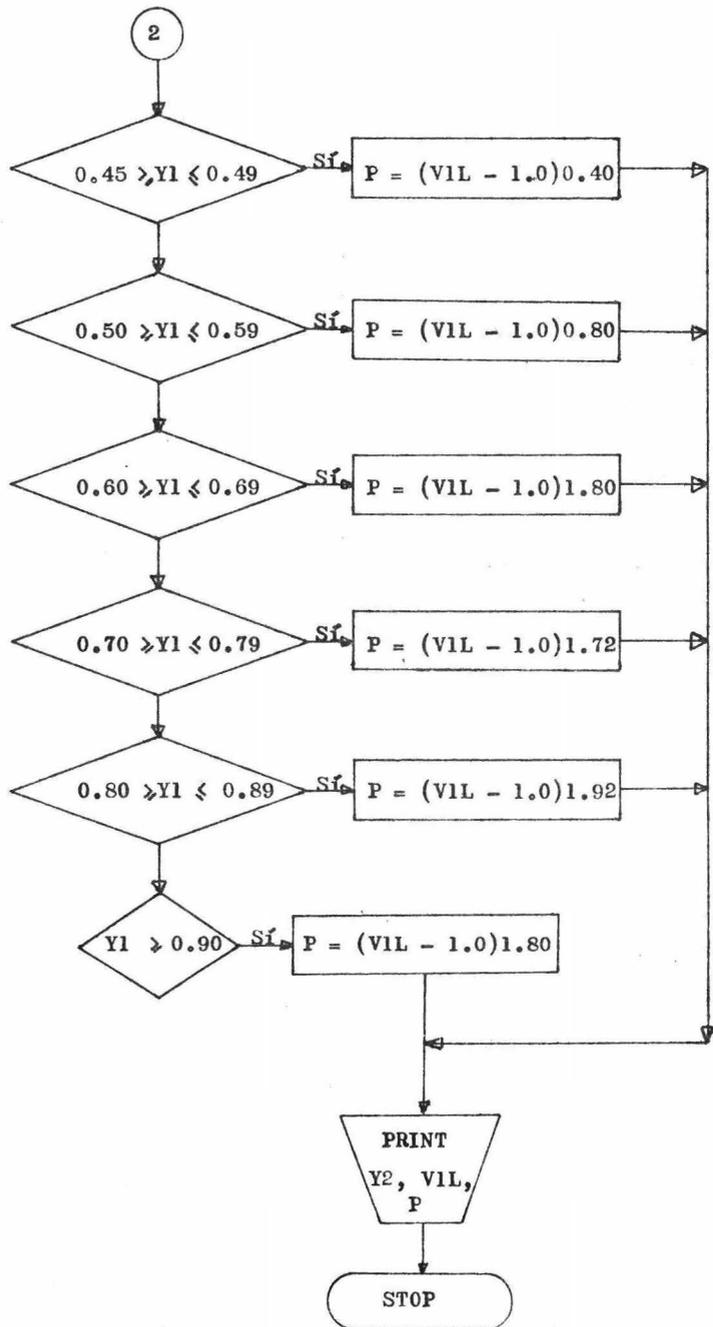
n Se refiere a la enésima etapa o plato.

N Se refiere a un proceso de N etapas arriba del plato de alimentación.

DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA "1".







```

PROGRAM PLATO(INPUT,OUTPUT)
DIMENSION V1L(10),Y2(11),Y1(10,11),X(10,11),P(10,11)
ALFA=2.51
5 READ 1,(V1L(I),I=1,10)
1 FORMAT(10F5.3)
READ 2,(Y2(J),J=1,11)
2 FORMAT(11F5.3)
DO 10 I=1,10
DO 20 J=1,11
10 A=(V1L(I)-1.)*(1.-ALFA)
B=(1.-ALFA)+(V1L(I))*((ALFA)-(Y2(J)*(1.-ALFA)))
C=(-ALFA)*Y2(J)*V1L(I)
T=(B**2)-(.4.*A*C)
IF(T.LT.0.) GO TO 70
15 S=SQRT(T)
SA=S-B
SB=SA/(2*A)
IF(SB.GT.0.OR.SB.LE.1.) GO TO 68
GO TO 71
20 68 IF(SB.GE.Y2(J)) 81,80
81 Y1(I,J)=SB
20 CONTINUE
10 CONTINUE
GO TO 24
25 70 PRINT 72,A,B,C
72 FORMAT(1H0,///,2X,* ES IMAGINARIO *,3F8.2)
GO TO 100
71 PRINT 73,SB
30 73 FORMAT(1H0,///,2X,* NO ESTA DENTRO DEL INTERVALO *,F10.3)
GO TO 100
80 PRINT 82,SB
82 FORMAT(1H0,///,2X,* Y1 ES MENOR QUE Y2*,F10.3)
GO TO 100
24 PRINT 25
35 25 FORMAT(1H1,///,40X,* M A T R I Z D E R E S U L T A D O S D E
3 Y1*,///)
DO 110 I=1,10
DO 109 J=1,11
X(I,J)=Y1(I,J)/(ALFA+(Y1(I,J)*(1.-ALFA)))
40 109 CONTINUE
110 CONTINUE
PRINT 30,(Y2(J),J=1,11)
30 FORMAT(1H0,26X,11F8.2)
DO 40 I=1,10
45 PRINT 60,V1L(I),(Y1(I,J),J=1,11)
PRINT 121,(X(I,J),J=1,11)
60 FORMAT(1H0,18X,F8.2,11F8.2)
121 FORMAT(1H ,26X,11F8.2)
40 CONTINUE
50 DO 132 I=1,10
DO 132 J=1,11
IF(Y1(I,J).GE.0.45.A.Y1(I,J).LE.0.49) GO TO 141
IF(Y1(I,J).GE.0.50.A.Y1(I,J).LE.0.59) GO TO 142
IF(Y1(I,J).GE.0.60.A.Y1(I,J).LE.0.69) GO TO 143
55 IF(Y1(I,J).GE.0.70.A.Y1(I,J).LE.0.79) GO TO 144

```

```
        IF(Y1(I,J).GE.0.80.A.Y1(I,J).LE.0.89) GO TO 145
        IF(Y1(I,J).GE.0.90) GO TO 146
60      141 P(I,J)=(V1L(I)-1.)*0.40
        GO TO 132
        142 P(I,J)=(V1L(I)-1.)*0.80
        GO TO 132
        143 P(I,J)=(V1L(I)-1.)*1.80
        GO TO 132
65      144 P(I,J)=(V1L(I)-1.)*1.72
        GO TO 132
        145 P(I,J)=(V1L(I)-1.)*1.92
        GO TO 132
        146 P(I,J)=(V1L(I)-1.)*1.80
70      132 CONTINUE
        PRINT 155
        155 FORMAT(1H1,///,40X,* M A T R I Z   D E   R E S U L T A D O S   D E
           ) P*,///)
        PRINT 30, (Y2(J),J=1,11)
        DO 151 I=1,10
75      151 PRINT 60, V1L(I), (P(I,J), J=1, 11)
        100 CALL EXIT
        END
```

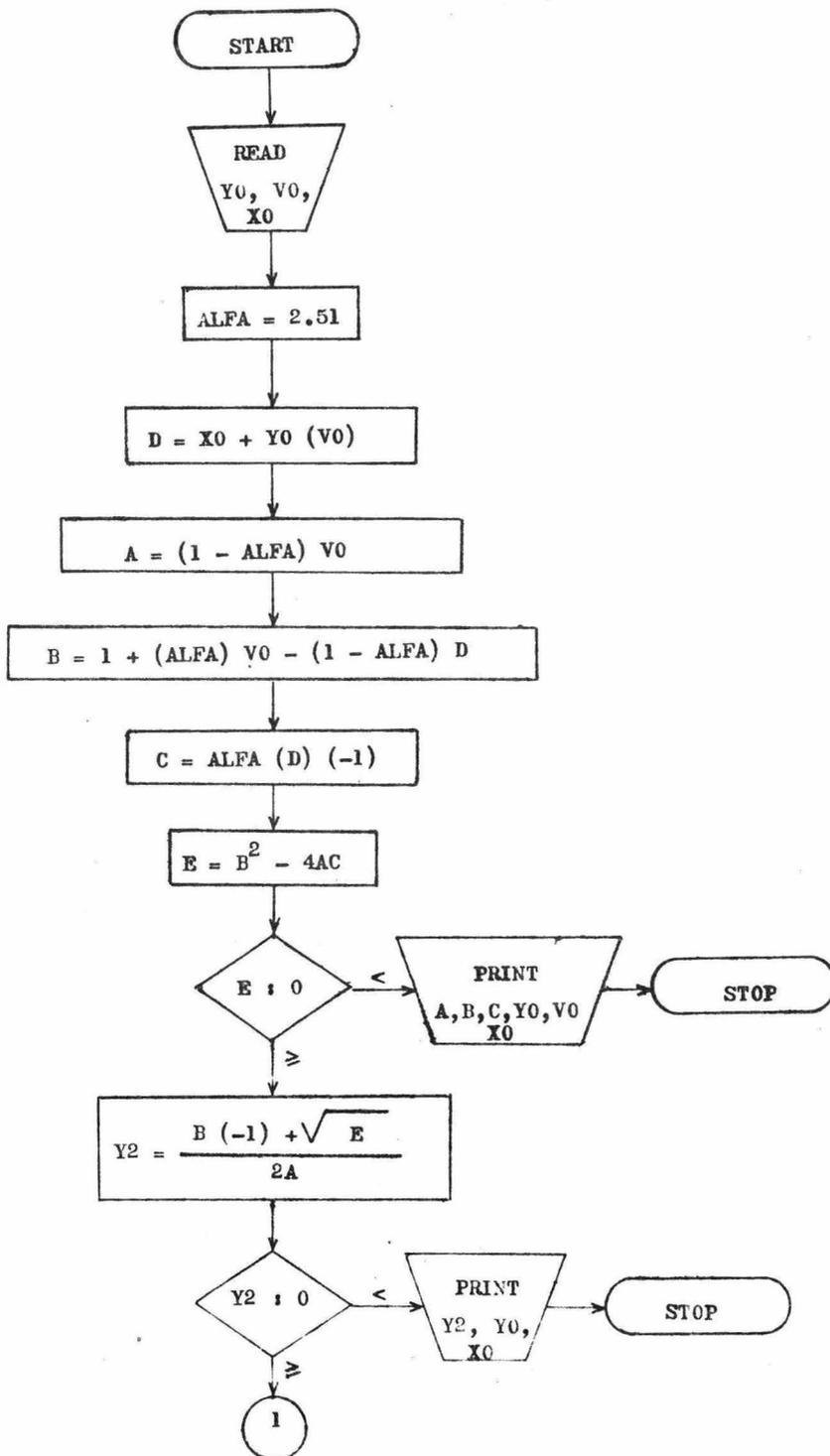
MATRIZ DE RESULTADOS DE Y1

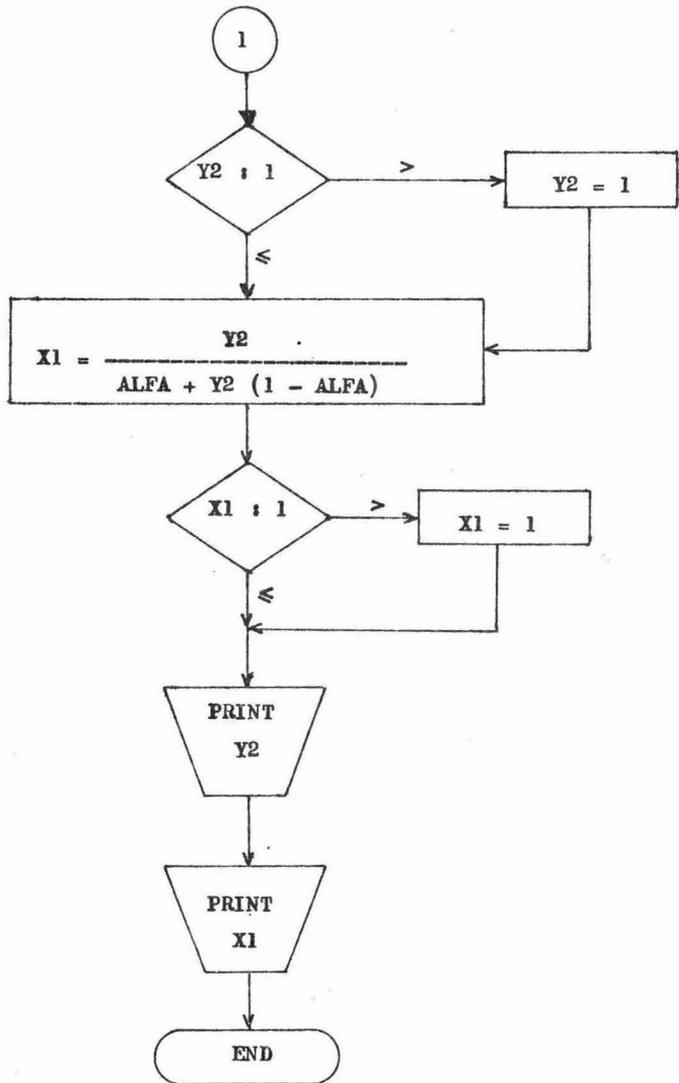
V <sub>1</sub> L	Y <sub>2</sub>		* Y <sub>1</sub> ** X <sub>1</sub>								
	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95	1.00
1.25	.68*	.72	.76	.80	.83	.87	.90	.93	.95	.98	1.00
	.40**	.51	.56	.61	.67	.72	.78	.83	.89	.94	1.00
1.50	.65	.70	.74	.78	.82	.85	.89	.92	.95	.97	1.00
	.43	.48	.53	.59	.64	.70	.76	.82	.88	.94	1.00
1.75	.63	.68	.72	.76	.80	.84	.88	.91	.94	.97	1.00
	.40	.45	.51	.56	.62	.68	.74	.80	.87	.93	1.00
2.00	.61	.66	.71	.75	.79	.83	.87	.91	.94	.97	1.00
	.39	.44	.49	.55	.61	.67	.73	.79	.86	.93	1.00
2.25	.60	.65	.70	.74	.79	.83	.87	.90	.94	.97	1.00
	.37	.43	.48	.53	.59	.65	.72	.79	.85	.93	1.00
2.50	.59	.64	.69	.73	.78	.82	.86	.90	.93	.97	1.00
	.36	.41	.47	.52	.58	.64	.71	.78	.85	.92	1.00
2.75	.58	.63	.68	.73	.77	.81	.86	.89	.93	.97	1.00
	.35	.41	.46	.51	.57	.64	.70	.77	.84	.92	1.00
3.00	.57	.63	.67	.72	.77	.81	.85	.89	.93	.97	1.00
	.35	.40	.45	.51	.57	.63	.70	.77	.84	.92	1.00
3.25	.57	.62	.67	.72	.76	.81	.85	.89	.93	.96	1.00
	.34	.39	.45	.50	.56	.62	.69	.76	.84	.92	1.00
3.50	.56	.61	.66	.71	.76	.80	.85	.89	.93	.96	1.00
	.34	.39	.44	.50	.56	.62	.69	.76	.83	.91	1.00

MATRIZ DE RESULTADOS DE P

$\frac{V_1}{L}$ \ $y_2$	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95	1.00
1.25	.45	.43	.43	.10	.48	.48	.10	.45	.45	.45	.45
1.50	.90	.20	.86	.86	.96	.96	.96	.90	.90	.90	.90
1.75	1.35	1.35	1.29	1.29	1.44	1.44	1.44	1.35	1.35	1.35	1.35
2.00	1.80	1.80	1.72	1.72	.40	1.92	1.92	1.80	1.80	1.80	1.80
2.25	2.25	2.25	.50	2.15	2.15	2.40	2.40	2.25	2.25	2.25	2.25
2.50	.60	2.70	2.70	2.58	2.58	2.88	2.88	.60	2.70	2.70	2.70
2.75	1.40	3.15	3.15	3.01	3.01	3.36	3.36	.70	3.15	3.15	3.15
3.00	1.60	3.60	3.60	3.44	3.44	3.84	3.84	.80	3.60	3.60	3.60
3.25	1.80	4.05	4.05	3.87	3.87	4.32	4.32	4.32	4.05	4.05	4.05
3.50	2.00	4.50	4.50	4.30	4.30	4.80	4.80	4.80	4.50	4.50	4.50

DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA "2".





```

PROGRAM DOS(INEUT,OUTPUT)
DIMENSION YO(11),VO(11),XO(11),D(11,11),A(11,11),B(11,11),C(11,11)
C,Y2(11,11),X1(11,11),E(11,11)
ALFA=2.51
5 READ 10,(YO(I),I=1,11)
  READ 10,(VO(J),J=1,11)
  READ 10,(XO(K),K=1,11)
10 FORMAT(11F5.3)
  DO 15 I=1,11
10 DO 16 J=1,11
    D(I,J)=XO(I)+(YO(J)*VO(J))
    A(I,J)=(1.-ALFA)*VO(J)
    B(I,J)=1.+(ALFA*VO(J))-((1.-ALFA)*D(I,J))
    C(I,J)=ALFA*(D(I,J)*(-1.))
15 E(I,J)=(B(I,J)**2)-4.*A(I,J)*C(I,J)
    IF(E(I,J).LT.0.) GO TO 20
    Y2(I,J)=(B(I,J)*(-1.))+SQRT(E(I,J))/2.*A(I,J)
    IF(Y2(I,J).LT.0.) GO TO 25
    IF(1.-Y2(I,J)) 40,45,45
20 Y2(I,J)=1.00
45 X1(I,J)=Y2(I,J)/(ALFA+(Y2(I,J)*(1.-ALFA)))
55 IF(1.-X1(I,J)) 60,16,16
60 X1(I,J)=1.00
16 CONTINUE
25 CONTINUE
70 DO 80 I=1,11
80 PRINT 81,(Y2(I,J),J=1,11)
81 FORMAT(1H0,3X,11F10.5)
  DO 85 I=1,11
30 85 PRINT 81,(X1(I,J),J=1,11)
20 PRINT 21,A(I,J),B(I,J),C(I,J),YO(J),VO(J),XO(I)
21 FORMAT(1H0,2X,*EL DISCRIMINANTE ES MENOR QUE CERO CON LOS SIGUIENTES VALORES*,//,3X,*A =*,F6.2,*B =*,F6.2,*C =*,F6.2,*YO =*,F6.2,*VO =*,F6.2,*XO =*,F6.2)
  GO TO 100
35 25 PRINT 26,Y2(I,J),YO(J),VO(J),XO(I)
26 FORMAT(1H0,2X,*EL VALOR DE Y2 ES MENOR QUE CERO CON LOS SIGUIENTES VALORES*,//,3X,*Y2 =*,F10.3,2X,*YO =*,F6.2,2X,*VO =*,F6.2,2X,*XO =*,F6.2)
40 100 CALL EXIT
  END

```

FORMAS PARA NEGOCIOS, S. A. DE C. V.

20  
19  
18  
17  
16  
15  
14  
13  
12  
11  
10  
9  
8  
7  
6  
5  
4  
3

T A B L A 4  
R2(Y3, V2/L)

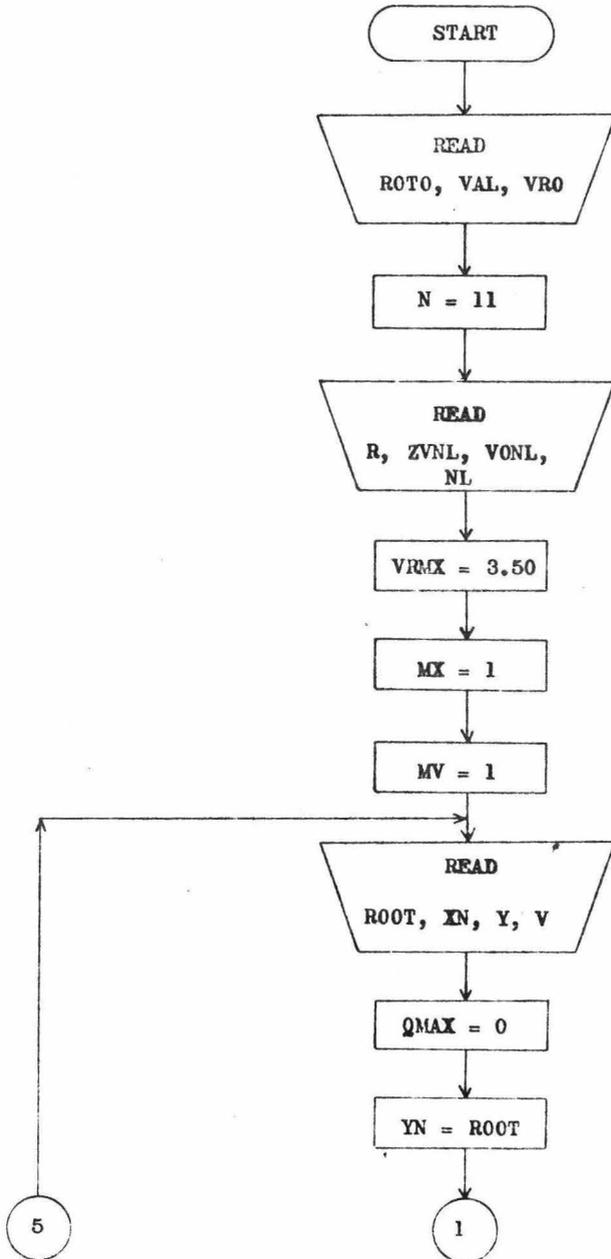
$\frac{V_2}{L} \backslash Y_2$	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95	1.00
1.25	.48	.48	.48	.48	.48	.48	.45	.45	.45	.45	-
1.50	.95	.95	.95	.95	.95	.95	.93	.93	.90	.90	-
1.75	1.43	1.43	1.43	1.43	1.43	1.43	1.40	1.40	1.35	1.35	-
2.00	1.90	1.90	1.90	1.90	1.90	1.90	1.88	1.88	1.80	1.80	-
2.25	2.38	2.38	2.38	2.38	2.38	2.38	2.35	2.35	2.25	2.25	-
2.50	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.70	2.70	-
2.75	3.23	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33	3.30	3.20	3.20	-
3.00	3.68	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.78	3.60	3.60	-
3.25	4.13	4.28	4.28	4.28	4.28	4.28	4.28	4.25	4.28	4.05	-
3.50	4.58	4.58	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.73	4.50	4.50	-

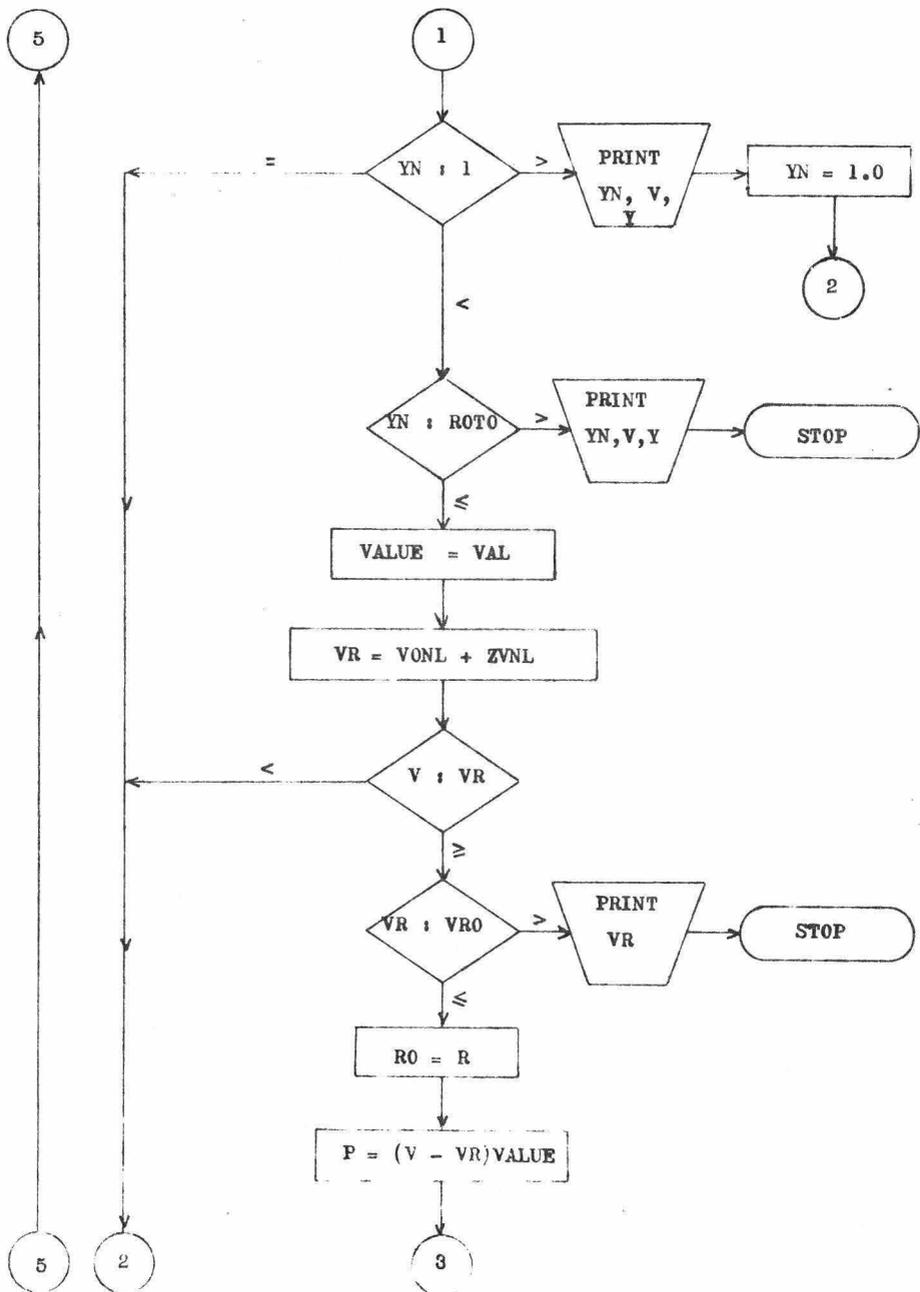
TABLA 5

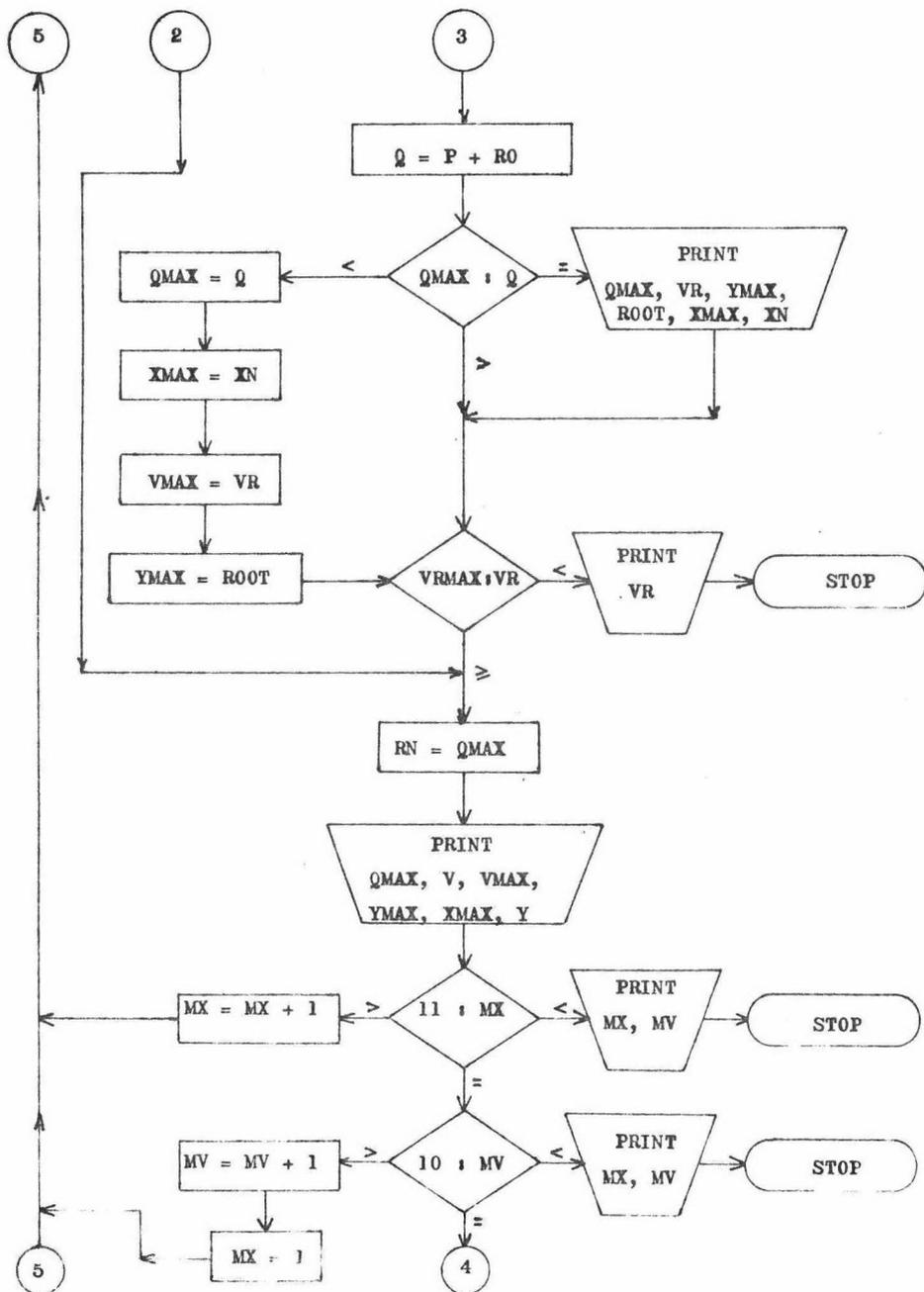
CONDICION PARA R2(Y3,V2/L)

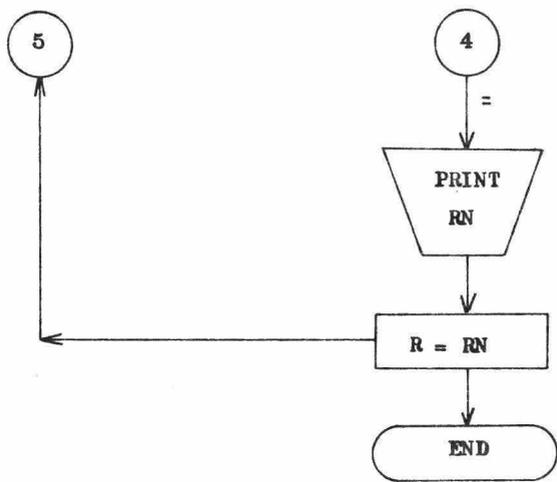
$V_2$ L	$Y_3$	$\begin{matrix} *Y_2 & \bullet & \frac{V_1}{L} & \Delta X_1 \end{matrix}$									
		.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
1.25	*	.67-.79	.67-.79	.66-.79	.68-.80	.70-.79	.75-.79	.81-.93	.85-.95	.90-.97	.95-.98
	o	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
	Δ	.65-.95	.60-.90	.50-.80	.50-.80	.50-.70	.55-.65	.65-1.00	.70-1.00	.80-1.00	.90-1.00
1.50		.67-.79	.66-.79	.67-.80	.68-.79	.70-.80	.75-.79	.81-.89	.85-.90	.90-.97	.95-.98
		1.50-1.50	1.50-1.50	1.50-1.50	1.50-1.50	1.50-1.50	1.50-1.50	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.70-1.00	.60-.95	.55-.90	.50-.80	.50-.75	.55-.65	.65-.90	.70-.85	.80-1.00	.90-1.00
1.75		.65-.76	.67-.78	.66-.80	.68-.79	.70-.79	.75-.80	.81-.90	.85-.89	.90-.95	.95-.98
		1.75-1.75	1.75-1.75	1.75-1.75	1.75-1.75	1.75-1.75	1.75-1.75	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.75	1.25-1.75
		.70-1.00	.65-1.00	.55-.95	.50-.85	.50-.75	.55-.70	.65-.95	.70-.85	.80-1.00	.90-1.00
2.00		.70-.74	.70-.77	.70-.80	.70-.80	.70-.80	.75-.80	.81-.89	.85-.90	.90-.95	.95-.98
		2.00-2.00	2.00-2.00	2.00-2.00	2.00-2.00	2.00-2.00	2.00-2.00	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-2.00	1.25-2.00
		.90-1.00	.80-1.00	.70-1.00	.60-.90	.50-.80	.55-.70	.65-.95	.70-.85	.80-1.00	.90-1.00
2.25		.70-.72	.70-.75	.71-.78	.70-.80	.70-.79	.75-.79	.80-.90	.85-.89	.90-.95	.95-.98
		2.25-2.25	2.25-2.25	2.25-2.25	2.25-2.25	2.25-2.25	2.25-2.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-2.25	1.25-2.50
		.95-1.00	.85-1.00	.75-1.00	.60-.95	.50-.80	.55-.70	.65-1.00	.70-.85	.80-1.00	.90-1.00
2.50		.70-.70	.71-.74	.70-.77	.71-.80	.70-.83	.75-.84	.80-.85	.85-.90	.90-.95	.95-.97
		2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	1.25-1.25	1.25-2.50	1.25-2.50
		1.00-1.00	.90-1.00	.75-1.00	.65-1.00	.50-1.00	.55-.90	.65-.80	.70-.90	.80-1.00	.90-1.00
2.75		.65-.69	.70-.73	.71-.76	.70-.79	.70-.83	.75-.85	.80-.84	.86-.89	.90-.95	.96-.97
		1.75-1.75	2.75-2.75	2.75-2.75	2.75-2.75	2.75-2.75	2.75-2.75	2.50-2.25	1.25-1.25	1.25-2.75	1.25-2.75
		.85-1.00	.90-1.00	.80-1.00	.65-1.00	.50-1.00	.55-.95	.65-.80	.70-.90	.80-1.00	.90-1.00
3.00		.65-.68	.70-.73	.70-.75	.70-.79	.70-.83	.75-.84	.80-.84	.85-.89	.90-.94	.95-.97
		1.75-1.75	3.00-3.00	3.00-3.00	3.00-3.00	3.00-3.00	3.00-3.00	2.50-3.00	1.25-1.25	1.25-3.00	1.25-3.00
		.90-1.00	.95-1.00	.80-1.00	.65-1.00	.50-1.00	.55-.95	.65-.80	.70-.90	.80-1.00	.90-1.00
3.25		.65-.67	.71-.71	.70-.74	.70-.78	.70-.81	.75-.85	.80-.85	.85-.89	.81-.81	.95-.97
		1.75-1.75	3.25-3.25	3.25-3.25	3.25-3.25	2.50-3.25	2.50-3.25	1.25-1.25	1.25-1.25	2.50-3.25	1.25-3.25
		.95-1.00	1.00-1.00	.85-1.00	.65-1.00	.50-1.00	.55-1.00	.65-.85	.70-.90	.65-.65	.90-1.00
3.50		.66-.66	.65-.70	.70-.74	.70-.77	.70-.77	.75-.84	.75-.84	.80-.85	.90-.94	.95-.97
		1.75-1.75	1.75-1.75	3.50-3.50	3.50-3.50	3.50-3.50	3.50-3.50	2.50-3.50	1.25-1.25	1.25-3.50	1.25-3.50
		1.00-1.00	.80-1.00	.85-1.00	.70-1.00	.50-1.00	.55-1.00	.65-.85	.70-.95	.80-1.00	.90-1.00

DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA "3".









```
71 PRINT 19,VP
19 FORMAT(1H0,10X,'EL VALOR DE VP ES',F5.3)
GO TO 5001
69 CONTINUE
RNI(MX,MV)=GMAX
PRINT 21, QMAX,V,VMAX,YMAX,XMAX,Y
21 FORMAT(1H0,10X,'LOS VALORES DE QMAX,V,VMAX,YMAX,XMAX,Y SON',6F5.3)
IF(11-MX) 301,300,302
301 PRINT 22, MX,MV
65 22 FORMAT(1H0,10X,'LOS VALORES DE MX Y MV SON',2F40.3)
GO TO 5001
302 MX=MX+1
GO TO 70
300 IF(10-MV) 401,400,402
70 401 PRINT 22, MX,MV
GO TO 5001
402 MV=MV+1
MX=1
GO TO 70
75 400 511 I=1,11
511 PRINT 23, (RN(I,J),J=1,10)
23 FORMAT(10X,10F10.3)
DO 500 JP=1,11
DO 500 KP=1,10
R(JP,KP)=RN(JP,KP)
80 500 CONTINUE
GO TO 70
5001 CALL EXIT
END
```

```

PROGRAM TRES (INPUT, OUTPUT)
DIMENSION ROTO(11), VAL(11), VRO(10), R(11,10), RN(11,10), ROOT(11), XN(
0 11), Y(11), V(11)
N=11
5 READ 5, (ROTO(I), I=1,11)
  READ 5, (VAL(I), I=1,11)
  READ 5, (VRO(I), I=1,10)
  DO 10 I=1, 11
10 READ 5, (R(I, L), L=1, 10)
  READ 5, (RN(I, NL), NL=1, 10)
  5 FORMAT (16F5.3)
  VPMX=3.50
  MX=1
  MY=1
15 70 READ 5, (ROOT(I), I=1,11)
  READ 5, (XN(I), I=1,11)
  READ 5, (Y(I), I=1,N)
  READ 5, (V(I), I=1,N)
  QMAX=0
20 69 I=1, 11
  YN=ROOT(I)
  IF(1.-YN) 12,69,13
12 PRINT 15, YN, V(I), Y(I)
15 FORMAT (1H0,10X,*VALOR DE YN*,F5.3,* V=*,F5.3,2X,*Y=*,F5.3)
  YN=1.0
25 60 I=69
13 DO 40 J=1, 11
  IF(YN-ROTO(J)) 41,41,43
48 PRINT 15, YN, V, Y
30 40 CONTINUE
  GO TO 50J1
41 VALU=VAL(J)
  DO 79 K=1,NL
35 VR=VDNL+(K*2VNL)
  IF(V(K)-VR) 750,79,73
750 GO TO 60
79 DO 50 L=1, 10
  IF(VR-VRO(L)) 51,51,50
50 CONTINUE
40 PRINT 16, VR
16 FORMAT (1H0,*EL VALOR DE VR=*,F5.3)
  GO TO 5001
51 R=R(J,L)
  P=(V(L)-VR)*VALU
45 Q=P+Q0
  IF(QMAX-Q) 120,121,123
120 QMAX=Q
  XMAX=XN(I)
  VMAX=VR
50 YMAX=ROOT(I)
  GO TO 123
121 PRINT 20, QMAX, VR, YMAX, ROTO(I), XMAX, XN(I)
20 FORMAT (1H0,10X,*LOS VALORES DE QMAX,VR,VMAX =*,3F10.3,/,10X,*Y LO
OS DE ROTO, XMAX, XN SON*,3F10.3)
55 123 IF(VMAX-V) 71,67,60

```

TABLA 7

CONDICION PARA R3(Y4,V3/L)

$\frac{V_3}{L}$	$Y_4$	$\Delta X_2$											
		* $Y_3$	$\bullet \frac{V_2}{L}$	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
1.25	*	.60- .75	.63- .73	.66- .74	.68- .74	.71- .75	.75- .91	.81- .93	.85- .95	.91- .94			
	•	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
	Δ	.50- .85	.50- .75	.50- .70	.50- .65	.50- .60	.55-1.00	.65-1.00	.70-1.00	.80-1.00			
1.50		.59- .74	.62- .73	.65- .74	.68- .73	.71- .74	.75- .90	.81- .89	.85- .90	.90- .95	.95- .98		
		1.50-1.50	1.50-1.50	1.50-1.50	1.50-1.50	1.50-1.50	1.25-1.50	1.25-1.50	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.50- .90	.50- .80	.50- .75	.50- .65	.50- .60	.55-1.00	.65- .90	.70- .85	.80- .95	.90-1.00		
1.75		.58- .74	.61- .74	.65- .75	.68- .74	.70- .75	.75- .89	.81- .90	.85- .89	.90- .94	.95- .98		
		1.75-1.75	1.75-1.75	1.75-1.75	1.75-1.75	1.75-1.75	1.25-1.75	1.25-1.75	1.25-1.25	1.25-1.75	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.50- .95	.50- .85	.50- .80	.50- .70	.50- .60	.55-1.00	.65- .65	.70- .85	.80- .95	.90-1.00		
2.00		.57- .74	.60- .74	.60- .74	.67- .74	.70- .74	.75- .88	.81- .89	.85- .89	.90- .94	.95- .98		
		2.00-2.00	2.00-2.00	2.00-2.00	2.00-2.00	2.00-2.00	1.25-2.00	1.25-2.00	1.25-1.25	1.25-2.00	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.50-1.00	.50- .90	.50- .80	.50- .70	.50- .60	.55-1.00	.65- .95	.70- .85	.80- .95	.90-1.00		
2.25		.57- .72	.60- .74	.64- .74	.67- .74	.70- .75	.75- .87	.80- .90	.85- .89	.90- .94	.95- .98		
		2.25-2.25	2.25-2.25	2.25-2.25	2.25-2.25	2.25-2.25	1.25-2.25	1.25-2.25	1.25-1.25	1.25-2.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.50-1.00	.50- .95	.50- .85	.50- .75	.50- .65	.55-1.00	.65-1.00	.70- .85	.80- .95	.90-1.00		
2.50		.56- .70	.60- .74	.64- .77	.67- .79	.70- .80	.75- .79	.80- .89	.85- .90	.90- .95	.95- .97		
		2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	2.50-2.50	1.25-2.50	1.25-1.25	1.25-2.50	1.25-2.50	1.25-2.50	1.25-2.50
		.50-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50- .95	.50- .85	.55- .70	.65-1.00	.70- .90	.80-1.00	.90-1.00		
2.75		.56- .69	.60- .73	.63- .76	.67- .79	.70- .79	.75- .80	.80- .88	.85- .90	.90- .95	.95- .97		
		2.75-2.75	2.75-2.75	2.75-2.75	2.75-2.75	2.75-2.75	2.75-2.75	1.25-2.75	1.25-1.25	1.25-2.75	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.50-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50- .85	.55- .75	.65-1.00	.70- .90	.80-1.00	.90-1.00		
3.00		.56- .68	.59- .72	.63- .75	.67- .79	.70- .80	.75- .80	.80- .80	.85- .89	.90- .94	.95- .97		
		3.00-3.00	3.00-3.00	3.00-3.00	3.00-3.00	3.00-3.00	3.00-3.00	1.25-3.00	1.25-1.25	1.25-3.00	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.50-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50- .90	.55- .75	.65-1.00	.70- .90	.80-1.00	.90-1.00		
3.25		.55- .67	.59- .71	.63- .74	.67- .78	.70- .79	.75- .79	.86- .88	.85- .89	.85- .86	.95- .97		
		3.25-3.25	3.25-3.25	3.25-3.25	3.25-3.25	3.25-3.25	3.25-3.25	1.25-3.25	1.25-1.25	1.25-3.25	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.50-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50- .90	.55- .75	.90-1.00	.70- .90	.70- .75	.90-1.00		
3.50		.56- .66	.59- .70	.63- .74	.67- .77	.70- .80	.75- .79	.86- .88	.85- .90	.90- .94	.95- .97		
		3.50-3.50	3.50-3.50	3.50-3.50	3.50-3.50	3.50-3.50	3.50-3.50	3.25-3.25	3.25-3.25	1.25-3.50	1.25-1.25	1.25-1.25	1.25-1.25
		.55-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50-1.00	.50- .95	.55- .75	.90-1.00	.70- .95	.80-1.00	.90-1.00		

T A B L E 5  
R3(Y4, V3/L)

$\frac{V_3}{L}$ \ $Y_4$	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95	1.00
1.25	.48	.48	.48	.48	.48	.45	.45	.45	.45	-	-
1.50	.95	.95	.95	.95	.95	.93	.93	.93	.90	.45	-
1.75	1.43	1.43	1.43	1.43	1.43	1.40	1.40	1.40	1.35	.90	-
2.00	1.90	1.90	1.90	1.90	1.90	1.88	1.88	1.80	1.80	1.35	-
2.25	2.38	2.38	2.38	2.38	2.38	2.35	2.35	2.35	2.25	1.80	-
2.50	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.83	2.83	2.70	2.25	-
2.75	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33	3.30	3.30	3.15	2.70	-
3.00	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.80	3.78	3.78	3.60	3.15	-
3.25	4.28	4.28	4.28	4.28	4.28	4.28	4.28	4.28	4.28	3.60	-
3.50	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.75	4.50	4.05	-

Uso de las tablas de  $R_N(y_{n+1}, \frac{V}{L}^n)$  y  $S_M(x_{m+1}, \frac{V}{L}^m)$  para determinar las Políticas Óptimas

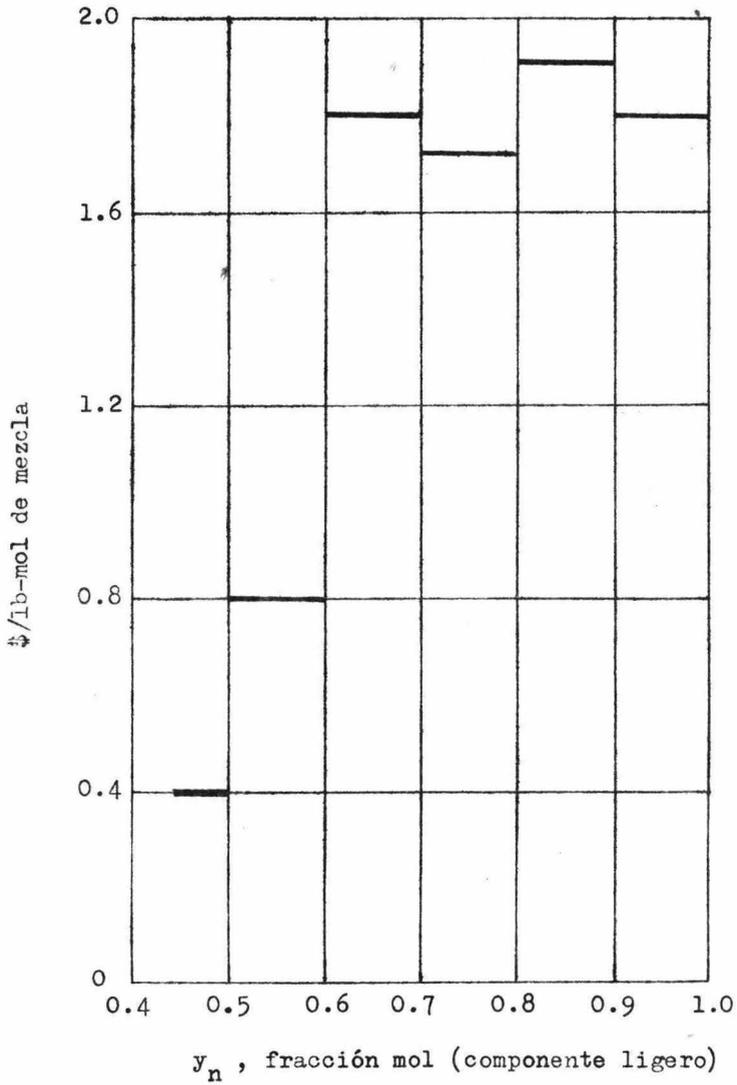
La tabla 1 enlista las políticas óptimas para varias combinaciones de parámetros en la etapa 3 en un proceso de 3 etapas.

El procedimiento general para determinar la política óptima de las tablas de  $R_N(y_{n+1}, \frac{V}{L}^n)$  y  $S_M(x_{m+1}, \frac{V}{L}^m)$  es el siguiente:

- 1.- Encontrar N (o M) de  $T'_{M+N}$  (alimentación)
- 2.- Encontrar el valor de los parámetros de  $R_N(y_{n+1}, \frac{V}{L}^n)$  y  $S_M(x_{m+1}, \frac{V}{L}^m)$  de la tabla que enlista las condiciones que integran  $T'_{M+N}$  (alimentación)
- 3.- Introducir la tabla de condiciones para  $R_N(y_{n+1}, \frac{V}{L}^n)$  en la celda correspondiente a los parámetros particulares de arriba. Esta celda incluye las condiciones que son los parámetros para  $R_{N-1}(y_n, \frac{V}{L}^{n-1})$ .
- 4.- Introducir la tabla de condiciones para  $R_{N-1}(y_n, \frac{V}{L}^{n-1})$  en la celda correspondiente a los parámetros que fueron determinados por el paso anterior. De ésta celda, determinar las condiciones para  $R_{N-2}(y_{n-1}, \frac{V}{L}^{n-2})$ . Se continua así el procedimiento hasta llegar a  $N=1$ .
- 5.- Se aplican los pasos 3 y 4 a  $S_M(x_{m+1}, \frac{V}{L}^m)$  por el mismo método.
- 6.- Con los pasos anteriores se determinan las condiciones a lo largo de la columna. La política óptima consiste de la composición y aumento de producto removido en cada etapa que combinados producen la utilidad total máxima. El aumento de producto removido en la etapa "n" es  $(\frac{V}{L}^n - \frac{V}{L}^{n-1})$ , en tanto que la composición del producto en la etapa "n" es  $y_n$ .

Figura No. 1

Valor de la función  $A(y_n)$



COMPONENTES DE LOS BALANCES DE MATERIALES.

Para los platos "n" ó "m" se tiene:

$$A = \frac{V_n}{L}(1 - \alpha) = -1.51 \frac{V_n}{L} < 0$$

$$B = 1 + \alpha \frac{V_n}{L} + (\alpha - 1)(x_{n-1} + y_{n+1} \frac{V_n}{L})$$

$$= 1 + 2.51 \frac{V_n}{L} + 1.51(x_{n-1} + y_{n+1} \frac{V_n}{L}) > 0$$

$$C = -\alpha(x_{n-1} + y_{n+1} \frac{V_n}{L}) = -2.51(x_{n-1} + y_{n+1} \frac{V_n}{L}) < 0$$

$$(B^2 - 4AC) > 0 \quad y < B^2.$$

Por otra parte para que se cumpla  $0 \leq \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \leq 1.0$  se ne

cesita que la raíz sea positiva  $+ \sqrt{B^2 - 4AC}$ .

Para el plato del Domo:

$$A = -1.51 \left[ \frac{V_1}{L} - 1 \right] < 0$$

$$B = 1 + 2.51 \frac{V_1}{L} + 1.51 y_2 \frac{V_1}{L} > 0$$

$$C = -2.51 y_2 \frac{V_1}{L} < 0$$

Para que se cumpla que:  $0 \leq \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \leq 1.0$  es neces

rio que la raíz sea  $+ \sqrt{B^2 - 4AC}$ .

$$(B^2 - 4AC) es > 0 \quad y < B^2.$$

Para el plato del fondo:

$$A = -1.51 \frac{V_1}{L'} < 0$$

$$B = 2.51 \frac{V_1}{L'} + 1 - \frac{V_1}{L'} + 1.51 x_2 > 0$$

$$C = -2.51 x_2 < 0$$

$$(B^2 - 4AC) es > 0 \quad y < B^2$$

Para que se cumpla  $0 \leq \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \leq 1.0$  la raíz debe ser  $+\sqrt{B^2 - 4AC}$ .