



59  
24

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANALISIS DEL CAPITAL MINIMO DE GARANTIA  
Y PROPUESTA DE UN NUEVO MODELO DE  
MARGEN DE SOLVENCIA

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
LICENCIADO EN ACTUARIA  
P R E S E N T A :  
EDGAR ARTURO TARRANGO MENDEZ

MEXICO, D.F.

1991

HECHO CON  
FALTA DE ORDEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**RECONOCIMIENTOS**

<b>INTRODUCCION</b>	<b>I</b>
---------------------	----------

**CAPITULO I****ANTECEDENTES**

- ANTECEDENTES GENERALES	1
- LIBERALIZACION PROGRESIVA DE LOS SEGUROS EN MEXICO	4
- DESREGULACION DEL SECTOR ASEGURADOR MEXICANO	6

**CAPITULO II****CONCEPTOS GENERALES DEL MARGEN DE SOLVENCIA**

- ANTECEDENTES DEL MARGEN DE SOLVENCIA EN MEXICO	11
- NECESIDAD DE LA SOLVENCIA EN UNA INSTITUCION DE SEGUROS	14
- CONCEPTO DEL MARGEN DE SOLVENCIA	19
- OBJETIVOS FUNDAMENTALES DEL MARGEN DE SOLVENCIA	22

**CAPITULO III****LA CONSTITUCION DEL MARGEN DE SOLVENCIA EN OTROS PAISES**

- MARGEN DE SOLVENCIA EN OTROS PAISES	24
- METODO DE CAMPAGNE APLICADO EN EUROPA	26
- METODO DE LA COMUNIDAD ECONOMICA EUROPEA	30
- METODO EMPLEADO EN LOS ESTADOS UNIDOS DE AMERICA	33
- METODO EMPLEADO EN LATINOAMERICA	34

CAPITULO IV

**ANALISIS COMPARATIVO DE LOS MODELOS PROPUESTOS POR DISTINTAS INSTITUCIONES MEXICANAS**

- ASOCIACION MEXICANA DE INSTITUCIONES DE SEGUROS	36
- VIDA	38
- ACCIDENTES Y ENFERMEDADES, DAÑOS Y AUTOMOVILES	43
- QUEBRANTOS POR INVERSIONES	49
- QUEBRANTOS POR ADEUDOS DE REASEGURADORES	51
- CONSIDERACIONES	53
- COMISION NACIONAL DE SEGUROS Y FIANZAS	54
- VIDA	55
- ACCIDENTES Y ENFERMEDADES, DAÑOS	57
- CONSIDERACIONES	60
- INSTITUTO TECNOLOGICO AUTONOMO DE MEXICO	61
- VIDA	62
- ACCIDENTES Y ENFERMEDADES, DAÑOS	67
- TERREMOTO	70
- QUEBRANTO POR INVERSIONES	70
- CONSIDERACIONES	71
- CUADROS COMPARATIVOS I, II, III, IV	73

**CAPITULO V****METODOLOGIA PROPUESTA PARA DETERMINAR EL MARGEN DE SOLVENCIA  
EN MEXICO A TRAVES DEL CAPITAL MINIMO DE GARANTIA**

- CONCEPTO DE CAPITAL MINIMO DE GARANTIA	77
- CONCEPTO DE CAPITAL DE GARANTIA	79
- PREMISAS DEL MODELO	80
- APLICACION DEL METODO ACTUARIAL PARA LA OPERACION DE VIDA	84
- APLICACION DEL ANALISIS DE REGRESION	103
- VIDA CON APLICACION NUMERICA	106
- ACCIDENTES Y ENFERMEDADES, AUTOS, DAÑOS SIN TERREMOTO Y AUTOS CON APLICACION NUMERICA	118
- TERREMOTO	134
- FACTORES DE REASEGURADORAS NACIONALES	135
- QUEBRANTO POR INVERSIONES	135
- RESERVAS ESPECIALES	136
- APLICACION DEL ANALISIS DE ESTADOS FINANCIEROS	138
- RAZONES FINANCIERAS	139
- RAZONES ECONOMICAS	140
- RAZONES TECNICAS	142
- ANALISIS	145

**CAPITULO VI****EL CAPITAL MINIMO DE GARANTIA COMO APLICACION DEL ARTICULO  
60 DE LA LEY GENERAL DE INSTITUCIONES Y SOCIEDADES  
MUTUALISTAS DE SEGUROS**

- EL CAPITAL MINIMO DE GARANTIA COMO LEY 146
- EJEMPLIFICACION DE UN PROBLEMA REAL 151

**CONCLUSIONES FINALES 155****APENDICE A, APLICACION DEL PAQUETE TSP 158****APENDICE B, DESARROLLO DEL METODO ARIMA 168****APENDICE C, PORTAFOLIO DE INVERSIONES 172****APENDICE D, BASE DE DATOS EMPLEADA EN EL ESTUDIO 173****BIBLIOGRAFIA 175**

---

RECONOCIMIENTOS

A Dios, porque me ha permitido llegar a éste momento.

A mi Abuelita, mis Tíos y hermanas, porque con su cariño y apoyo, han hecho posible la realización no sólo del presente trabajo, sino de mi vida.

---

## RECONOCIMIENTOS

Agradezco sinceramente y de manera muy especial, el apoyo prestado por la ACT. Elvia Ojeda Apreza para la realización de éste trabajo, así como la participación de los Actuarios: Ana Luisa Santillán, Dolores Jardón, Jorge Ochoa y Pedro Mejía.



## INTRODUCCION

El objetivo esencial del presente trabajo será, mostrar como un sistema de autorregulación, como lo es el Capital Mínimo de Garantía instituido por medio del artículo 60 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros permitirá en un futuro, la consolidación del Sector Asegurador Mexicano.

El contenido de cada uno de los capítulos lo describimos brevemente:

El Capítulo I permitirá definir cuales son las condiciones necesarias para poder establecer un mecanismo de Márgenes de Solvencia a través del Capital Mínimo de Garantía.

Por medio del Capítulo II se mostrará por que es necesario la constitución del Capital Mínimo de Garantía en una Institución de Seguros.

El Capítulo III determinará las características de otros esquemas de Margen de Solvencia a nivel Mundial; especificando factores de aplicación, fuerzas y debilidades.

En el Capítulo IV describe cada una de las metodologías propuestas por diversas Instituciones Mexicanas. Desarrollando con base en éstos precedentes una metodología que se sustenta en la Teoría de Probabilidad, aplicación de Cálculo Actuarial, Análisis de Regresión y Análisis de Estados Financieros.

Finalmente enmarcamos las características, del actual artículo 60 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros aplicándolas a un ejemplo práctico.

## CAPITULO I

### ANTECEDENTES

#### 1.1 ANTECEDENTES GENERALES

El objetivo fundamental de toda empresa es el de ofrecer productos que satisfagan las necesidades del hombre; en el caso particular de una Institución de Seguros éste principio no se pierde, sin embargo aquí se otorga un servicio de protección especialmente económico contra la diversidad de riesgos que pueden afectar el patrimonio del ser humano. Debido a éste compromiso, es que uno de los propósitos esenciales de la supervisión e inspección que realizan los órganos de regulación, es la de proteger a los asegurados de las consecuencias derivadas de la insolvencia de una Empresa de Seguros.

En México la excesiva regulación, ha representado un grave problema debido a que ha propiciado un mercado inhibido con falta de eficiencia y creatividad, lo cual aunado a la falta de capitalización de las empresas de seguros, ha traído consigo problemas serios y no poco frecuentes de insolvencia; de tal forma que se ha ido presionando a las empresas hacia una competencia desleal, implicando con ello, en caer en uno de los principales problemas del sector asegurador: la insuficiencia en primas.

La desregulación es vista en la mayoría de los países como necesaria para modernizar al sector, hacerlo capaz para competir a nivel internacional y para darle un mejor producto al asegurado. Es por ello que la apertura de la economía mexicana ha hecho necesaria la modernización del aparato regulatorio y la elaboración de esquemas adecuados para garantizar la solvencia de las Instituciones Aseguradoras.

En un proceso de desregulación, debe de estar implícito un cambio fundamental en la legislación, para dar mayor libertad en:

- Tarifas a cobrar
- Inversión de recursos
- Diseño de productos
- Selección de reaseguros

entre otros. Esto significa que el asegurador debe estar preparado para:

- Una mayor responsabilidad
- Una mayor eficiencia operativa
- Una mejor suscripción de negocios
- Una mayor capacidad para ajustarse a cambios
- Una mayor capacidad creativa.

Es importante señalar que, en un mercado desregulado, los reaseguros toman mayor importancia, lo cual implica que las compañías no deben descuidar las políticas relacionadas a éste tópico. Los esquemas de ventas también deben de revisarse, de hecho, una desregulación implica mayor apertura del mercado de tal forma que los productos, los costos de adquisición y de renovación tenderán de manera paulatina hacia los niveles internacionales.

Los puntos fundamentales para un proceso de desregulación se enmarcan en los siguientes puntos:

- 1.- Fortalecer la imagen del Seguro.
- 2.- Contar con un esquema de Márgenes de Solvencia como elemento autorregulatorio, al exigir capital de garantía en función de la naturaleza de los riesgos asumidos.
- 3.- Reducir las facultades discrecionales de las autoridades de control y vigilancia.
- 4.- Eliminación de empresas estatales y especialmente de regímenes de privilegio.

Como se puede observar, el proceso mediante el cual se establece un sistema de Margen de Solvencia no es de ningún modo aleatorio, el sector asegurador ha ido preparándose a lo largo de toda una década. De hecho los primeros pasos se obtuvieron en el sector bancario, en el sistema financiero y en el de las finanzas públicas; los cuales fijaron las bases para un proceso desregulatorio en la industria del seguro.

## 1.2 LIBERALIZACION PROGRESIVA EN LA INDUSTRIA DE SEGUROS EN MEXICO

La integración mundial de la actividad financiera ha traído como consecuencia que los gobiernos revisen las legislaciones correspondientes a cada uno de los sectores financieros. En los últimos 10 años, la mayoría de los países industriales han implementado reformas que han facilitado el acceso de los extranjeros a los mercados nacionales (p.e. los Estados Unidos de América y Canadá).

Aquí, cabe mencionar como ejemplo de necesidad de modernización del sector asegurador, la importancia que representará dentro del Acuerdo de Libre Comercio entre México, E.U.A. y Canadá, la liberación de los seguros, hecho que sin lugar a duda marcará un avance sin precedente alguno en Latinoamérica; sin embargo, aún no ha sido establecido un procedimiento para lograr este propósito.

Con lo que respecta a nuestro país, el Gobierno Mexicano ha sostenido tradicionalmente una liberalización gradual en los productos así como en los servicios. Esto ha sucedido tanto en el GATT en 1979 y 1986 como en Ginebra, durante la actual Ronda de Uruguay.

Desde que México entró a formar parte del GATT en 1986, modificó la estrategia de su desarrollo económico así como del modelo de comercio exterior; pasó de un esquema proteccionista a uno no proteccionista. Esta transformación y modernización de la economía y de las disposiciones legales y comerciales se hicieron en forma gradual y sistemática.

Para que la Industria Aseguradora Mexicana esté en condiciones de poder competir a nivel mundial debe de:

a) Buscar mejores condiciones de desarrollo para las 40 aseguradoras que trabajan en el país, según las características y necesidades del sector asegurador.

b) Llevar a cabo la modernización de los seguros, permitiendo a las instituciones del sector hacer nuevas operaciones como: el Seguro de Gastos Médicos Mayores, el Seguro Obligatorio por el uso de vehículos automotores, los fondos de pensiones.

Con las reformas efectuadas a la Ley en 1990, se abre la posibilidad de que los particulares extranjeros y nacionales puedan adquirir minoritariamente acciones de una aseguradora en nuestro país, es decir se vuelve a una economía mixta. La apertura de la actividad aseguradora deberá de ser de forma gradual; además de que prevalezcan las mismas condiciones de igualdad tanto para las Instituciones Nacionales como Extranjeras, permitiendo con ello una justa competencia.

### 1.3 LA DESREGULACION EN EL SECTOR ASEGURADOR

Como antecedentes al proceso de desregulación podemos citar que, la ley que regulaba anteriormente a la actividad aseguradora era la "Ley General de Instituciones de Seguros" promulgada el 29 de diciembre de 1934 por el Presidente Lic. Lázaro Cárdenas. En 1981 se le hicieron modificaciones que prácticamente no estaban reglamentadas, por lo que la ley que seguía regulando a la actividad del seguro era la de 1934. Esta ley contemplaba entre otros aspectos que:

- 1) Las autoridades debían autorizar previamente a las tarifas a utilizar, comisiones y demás documentos para la venta de cualquier seguro.
- 2) Las inversiones de la compañías de seguros se regulaban por las autoridades.
- 3) No se permitía que las aseguradoras realizaran otra actividad diferente a la operación propia del seguro.
- 4) Se establecía un régimen de preferencia para ciertas aseguradoras (p.e. ASEMEX).



Para los países en desarrollo como lo es México, éste proceso de desregulación ha tenido un singular desarrollo dado que, tanto la situación financiera como económica del país sufría cambios de gran trascendencia, por lo cual se han implementado reformas estructurales y financieras, así como medidas interna para equilibrar el desarrollo económico del sector.

En lo referente a la actividad aseguradora, la iniciativa presidencial de fines de 1989 para la modificación de la Ley General de Instituciones de Seguros fue un documento de gran trascendencia para el sector, y cuyos objetivos principales eran:

1) Responder a las nuevas condiciones económicas del país

2) Que las instituciones y sociedades mutualistas de seguros garanticen el sano y eficiente funcionamiento del mercado asegurador.

3) Otorgar a las instituciones y sociedades mutualistas de seguros la autonomía y la flexibilidad necesarias para que se adecúen a las nuevas condiciones del país y así desarrollen su propio crecimiento.

4) La modernización del sector asegurador busca un fortalecimiento de la competitividad, sin que se abandone la intervención de la autoridad.

Los cambios a la Ley General de Instituciones de Seguros se pueden clasificar en tres grupos de acuerdo al propósito de las modificaciones. Estos grupos son:

a) APERTURA.- que se manifiesta en la aceptación de capital extranjero en la industria aseguradora del país, sin dejar de contemplarse que dicha inversión se mantenga minoritariamente ( un 49% ).

b) MODERNIZACION.- se manifiesta al permitir que las instituciones de seguros puedan realizar otras actividades dentro del sector financiero, como es el reafianzamiento y la creación de grupos financieros.

También se presenta la creación de una Comisión especializada en seguros y fianzas con facultades amplias, que es la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas ( hasta Enero de 1990 Comisión Nacional Bancaria y de Seguros ).

c)DESREGULACION.- se presenta en la función comercial y técnica de las aseguradoras, ya que se establece que cada aseguradora podrá determinar sus tarifas y demás conceptos técnicos que se utilizan en los seguros.

Dentro de las reformas de ésta Ley se establece que las aseguradoras deberán contar con un Capital Mínimo Pagado y son las autoridades quienes determinarán cada año dicho capital de las aseguradoras, para cada operación o ramo que se les haya autorizado (Artículo 29 fracción I). Asimismo se incrementa la reserva legal del 50 al 75%, (Artículo 29 fracción VIII).

Con esta modificación puede existir el riesgo que de un año a otro, las aseguradoras pequeñas no puedan realizar la aportación establecida, pero otro lado se podrá garantizar que las instituciones de seguros existentes sean aquellas que cuenten con un respaldo económico suficiente; asimismo se garantizará la solvencia económica de los nuevos inversionistas que ingresen al mercado asegurador.

El capital mínimo pagado para 1990 fue el siguiente:

Vida	2,000 millones
Accidentes y enfermedades	500 millones
Daños - 1 ramo	1,500 millones
2 ramos	2,000 millones
3 ramos	2,500 millones
Reafianzamiento	1,500 millones

Para el año de 1991 se requieren los siguientes montos:

Vida	2,600 millones
Accidentes y enfermedades	650 millones
Daños - 1 ramo	2,000 millones
2 ramos	2,600 millones
3 ramos	3,250 millones
Reafianzamiento	2,000 millones

Si es una nueva institución de seguros deberá contar además con un 50% adicional al importe del capital mínimo pagado, ya que no se cuenta con las reservas previstas en la ley.

Por otro lado se establece en la misma Ley (Artículo 60) que las instituciones de seguros cuenten con un capital mínimo de garantía con base en la reglamentación que determine la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (S.H.C.P).

Este artículo exige la creación de un Margen de Solvencia para que las instituciones cuenten con un capital mínimo de garantía no solo en función del volumen de los riesgos asumidos sino también de la naturaleza de éstos, incluyendo los relativos al reaseguro y a las inversiones.

## CAPITULO II

### CONCEPTOS GENERALES DEL MARGEN DE SOLVENCIA

#### 2.1 ANTECEDENTES DEL MARGEN DE SOLVENCIA EN MEXICO

Por lo que respecta la Ley General de Seguros, es conveniente destacar que desde sus antecedentes de 1910 y 1926 ya se establecían normas para salvaguardar los intereses de los asegurados. Desde su origen se hace énfasis en las medidas de seguridad para la constitución e inversión de las reservas técnicas y establece un requerimiento de capital mínimo de garantía.

En 1934, año en que se promulga la Ley General de Instituciones de Seguros, se anuncia de manera clara y precisa, en su artículo 78, lo siguiente:

" ARTICULO 78:

En las instituciones de seguros, la suma del capital pagado, las reservas de capital, las utilidades no distribuidas afectas a este fin y la reserva de previsión, nunca deberá de ser menor del 10% de las reservas de riesgos en curso, si se trata de las operaciones Vida y de Accidentes y Enfermedades y si la institución tiene hasta \$10'000,000.00 de dichas reservas técnicas; del 9% en el caso de las reservas técnicas que vayan de \$10'000,000.00 a \$25'000,000.00; del 8% si las reservas son de \$25'000,000.00 a \$50'000,000.00; del 7% si las reservas son de \$50'000,000.00 a \$75'000,000.00; del 6% si las reservas son de \$75'000,000.00 a \$100'000,000.00; y del 5% cuando las reservas alcancen \$100'000,000.00 ó más.

Tratándose de operaciones de Daños, la suma de capital pagado, las reservas de capital, las utilidades no distribuidas afectas a este fin y la reserva de previsión, será por lo menos igual al resultado de calcular el 20% de las primas directas más el 10% de las primas de reaseguro emitidas durante el año.

En operaciones de Daños, si se trata de empresas autorizadas para operar exclusivamente en reaseguro, la suma a la que se refiere el párrafo anterior, será por lo menos igual al 5% de las primas emitidas durante el año.

Cuando a juicio de la Comisión Nacional de Bancaria y de Seguros, tales proporciones no sean suficientes para garantizar las posibles pérdidas por desviaciones estadísticas, la propia Comisión determinará que sean aumentados el capital y las reservas de capital ó de previsión, en los términos y condiciones que estime prudentes.

La falta de cumplimiento a lo dispuesto por este artículo, dará lugar a que la Secretaría de Hacienda y Crédito Público señale un plazo que no excederá de un año, para que sean aumentados el capital, las reservas de capital ó de previsión, y en caso de incumplimiento, transcurrido dicho plazo, se incurrirá en causa de revocación de la autorización."

Concretamente, éste artículo señalaba la obligación de las aseguradoras para constituir un capital para las operaciones de seguro directo tanto en Vida como en Daños y para las operaciones de Reaseguro tomado, determinado por las disposiciones anteriormente expuestas. Este capital también se reglamentaba en cuanto a su inversión y se establecían normas para su control.

En el año de 1981 en la Ley General de Instituciones de Seguros ya se establecía un artículo, para la constitución de un capital mínimo de garantía. No obstante este artículo nunca se reglamentó, razón por lo cual seguía vigente el artículo 78.

En 1990, la nueva Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros como ya se mencionó , establece un nuevo régimen para el Margen de Solvencia de las Instituciones Aseguradoras Mexicanas, por medio del artículo 60.

## **2.2 NECESIDAD DE LA SOLVENCIA EN UNA INSTITUCION DE SEGUROS**

Dentro de la economía de un país, las compañías de seguros se clasifican como intermediarios financieros, debido a que funcionan como tales al manejar ahorros a largo plazo. Este ahorro, se establece cuando el asegurado transfiere un riesgo, aportando una prima con el propósito de desempeñar una función de prevención, y la necesidad de disponer de recursos económicos futuros para reponer las pérdidas ocasionadas por algún siniestro.



Las primas que los asegurados aportan constituyen el medio para que sea posible el pago de algún evento desfavorable, i.e. un siniestro. El efecto anterior descansa en uno de los pilares esenciales de la teoría del seguro: La Ley de Los Grandes Números, por medio de la cual podemos garantizar que, a medida que se tenga un mayor número de asegurados, el costo de los siniestros se distribuirá mejor entre el total de primas pagadas.

Una vez que se ha establecido la necesidad de una entidad aseguradora, así como la de su importancia como intermediaria financiera, pasaremos a ir examinando cada una de las condiciones que son necesarias para garantizar la seguridad del asegurado así como para la propia empresa. Primeramente definiremos que es la solvencia:

La Solvencia es la capacidad financiera que posee una empresa para poder satisfacer sus obligaciones y en el caso especial de una Empresa de Seguros, para cumplir con los compromisos contractuales establecidos con el asegurado al inicio del contrato (póliza), i.e. es la capacidad de poder realizar el pago de indemnización a consecuencia de la ocurrencia de un siniestro.

Por otra parte, una empresa no aseguradora determina sus operaciones comerciales en base a eventos determinísticos, mientras que una aseguradora está sujeta a eventos casuísticos (probabilísticos); siendo ésta última, la principal razón por la que se deberá de constituir una solvencia adicional a la que aportan las reservas.

Dadas las condiciones anteriores, podemos decir que los puntos esenciales para determinar una solvencia los podemos enmarcar como:

- a) Posibilidad de hacer frente las coberturas asumidas.
- b) Garantizar el futuro de la empresa ante las posibles desviaciones que puedan ocurrir principalmente por un exceso de siniestralidad.

Cuando existe una libertad empresarial (desregulación), ésta implica un camino hacia la productividad y eficiencia. Los precios justos y el mejoramiento de la calidad del producto surgen por la competencia entre las empresas obteniendo una mayor eficiencia y optimización de los recursos productivos para minimizar el costo y mejorar la calidad, efecto, en el cual el consumidor termina siendo uno de los beneficiarios principales, finalidad que es siempre perseguida por los órganos de regulación.

Ahora bien por otra parte, si ya existía un mecanismo para afrontar posibles desviaciones extraordinarias en siniestralidad, ¿porqué fue instituido el artículo 60 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros?. La respuesta es bastante sencilla al considerar que el artículo 78 no era totalmente adecuado, debido a que sólo se exigía un capital en función de las primas de la compañía ó bien de las reservas en el caso de Vida, i.e. sobre el volúmen de los riesgos asumidos.

Consideremos dos Compañías de Seguros "A" y "B", las cuales operan el ramo de Automóviles, y supongamos que ambas evalúan riesgos similares en 1,000 unidades monetarias. Sin embargo, la Compañía "B" es bastante más agresiva en su competencia con respecto a la Compañía "A" por lo cual decide aceptar el riesgo con un ingreso de prima anual igual a 50 unidades monetarias, siendo que la Compañía "A" lo asume con una prima anual de 100 unidades monetarias. Por medio del artículo 78 éstas Compañías deberían de constituir como margen el 20% de sus primas directas, es decir:

CONCEPTO	COMPANIA "A"	COMPANIA "B"
RIESGO	1000 U.M.	1000 U.M.
PRIMA	100 U.M.	50 U.M.
ART. 78	20 U.M.	10 U.M.

U.M. = Unidades Monetarias.

Del cuadro anterior podemos deducir que efectivamente la Compañía "B" se está arriesgando el doble que la Compañía "A" al tratar de ser más agresiva en su competencia.

Con apoyo del ejemplo anterior, podemos observar que el artículo 78 permitía asumir riesgos muy altos a precios muy bajos, ésto es, no se considera la naturaleza de los riesgos, lo cual podía llevar a situaciones extremadamente peligrosas de insolvencia.

Si bien es cierto que para llegar a un cierto grado de solvencia es necesaria la correcta funcionalidad de las distintas variables que componen la actividad empresarial, por otro lado se debe tener sumamente presente que estos eventos requieren de un fondo adicional que esté en función de los riesgos asumidos así como de su naturaleza.

La solvencia de una compañía solamente es variable, en la medida en que las tarifas no se adecúen lo suficientemente rápido a la situación del mercado. De ahí que el problema fundamental radica en la correcta valuación de dicho margen y en su correcto financiamiento. Ambos problemas, la valuación y el financiamiento, pueden llevar a caminos difíciles para el asegurador y perder posición competitiva dentro de un mercado.

### 2.3 CONCEPTO DE MARGEN DE SOLVENCIA

Como se ha podido constatar, el establecer una solvencia de las Empresas Aseguradoras es una necesidad insustituible. El elemento principal de la solvencia son las reservas, las cuales técnicamente están calculadas para hacer frente a los posibles siniestros en el futuro, bajo condiciones "normales".

Sin embargo ninguna institución está exenta de sufrir alguna eventualidad desfavorable, por lo que la Ley obliga a las Instituciones a constituir fondos especialmente diseñados para cubrir cualquier contratiempo de índole catastrófica, entre ellos podemos destacar: la Reserva de Previsión, la Reserva de Riesgos Catastróficos y la Reserva por Fluctuación de Valores.

No obstante aún éstas reservas consideran sólo ciertas características cuantitativas de los riesgos asumidos, más no aspectos cualitativos, razón por la cual es necesario establecer un esquema de Márgenes de Solvencia a través del Capital Mínimo de Garantía.

Debemos de entender el Margen de Solvencia como una cantidad adicional a la solvencia de la institución, o bien si deseamos emplear términos más estrictos, procederemos a dar una definición formal y más exacta del concepto, a saber, el Margen de Solvencia es:

la cantidad necesaria y suficiente de los recursos patrimoniales propios de una empresa, para cubrir posibles desviaciones estadísticas en siniestralidad, fluctuaciones de valores e irrecuperabilidad de adeudos de reaseguradores.

El Margen de Solvencia debe de estar constituido por un patrimonio propio no comprometido, no se nutre con primas.

Asimismo un modelo de Margen de Solvencia deberá de asumir en todo momento que, una compañía debe de tener los recursos suficientes para cubrir sus obligaciones, incluyendo las que pudieran presentarse como consecuencia de variaciones extraordinarias en la realización de los riesgos contra las cuales protege a sus clientes.

El Margen de Solvencia es incompatible con una regulación que impida un libre desenvolvimiento de la empresa de acuerdo con la ley de la oferta y la demanda. El llevar un adecuado esquema de Márgenes de Solvencia determinará en forma sustancial la constitución de una empresa financiera y económicamente sana.

Un Margen de Solvencia amplio es deseable en beneficio de la garantía de los asegurados y del sistema a largo plazo; pero por otro lado, un Margen de Solvencia excesivo podría ocasionar:

- 1) Presión sobre los precios de la compañía, implicando con ello, alzas en tarifas y pérdida de mercado.
- 2) Si incrementar las tarifas, limitar en el largo plazo, la capacidad de retención por los difíciles volúmenes que tendría que absorber de riesgos.

Rentabilidad y crecimiento, son dos problemas que están íntimamente ligados con el Margen de Solvencia como consecuencia de una política financiera y en relación a una política de mercado en competencia.

Los sistemas de Margen de Solvencia que han sido propuestos por diferentes instituciones hasta la fecha y aún, el que será propuesto por éste trabajo contemplan:

- a) La composición de la cartera de riesgos de la institución
- b) La calidad de suscripción
- c) La suficiencia en primas
- d) Experiencia en la siniestralidad de su cartera
- e) Eficiencia de sus inversiones
- f) Calidad de sus reaseguradores

#### **2.4 OBJETIVOS FUNDAMENTALES DEL MARGEN DE SOLVENCIA**

- Medir técnica y sistemáticamente

La exposición a desviaciones en la siniestralidad esperada de los distintos ramos del seguro.

La exposición a desviaciones en la productividad esperada de las inversiones.

La exposición a quebrantos por insolvencia o mora de reaseguradores.



- Determinar el monto mínimo de recursos requeridos como Margen de Solvencia, excluyendo las reservas correspondientes como son: la Reserva de Previsión y la de Riesgos Catastróficos.
  
- Establecer un mecanismo, el cual determine un Margen de Solvencia mínimo, con la finalidad que garantice liquidez, permanencia y rentabilidad.
  
- Establecer un sistema de actualización del Margen de Solvencia.

### CAPITULO III

#### LA CONSTITUCION DEL MARGEN DE SOLVENCIA EN OTROS PAISES

##### 3.1 MARGEN DE SOLVENCIA EN OTROS PAISES

En términos prácticos, podemos decir que una de las razones de existencia de las Instituciones de Seguros a nivel mundial, es la de determinar la capacidad necesaria y suficiente para hacer frente a sus obligaciones, implicando con ello, la responsabilidad de mantener un grado de solvencia suficientemente amplio. Es ante tales circunstancias que los órganos de regulación de cada país tienen a su vez el compromiso de vigilar y salvaguardar que los intereses de los asegurados sean cumplidos en todo momento y hasta el límite establecido con la Compañía de Seguros con la cual contrató.

Estas medidas son aplicadas en cada país de acuerdo con el grado de avance que en materia de regulación del sistema asegurador, de infraestructura financiera y económica posea dicho país.

Los esquemas deben de ser diseñados de tal manera que involucren el cálculo de márgenes mínimos para la solvencia, condiciones para el establecimiento y operación de aseguradores, control de tarifas y reservas, fondos

especiales, investigación y seguimiento a través de indicadores, así como visitas de inspección y auditorías.

Como se señaló, no obstante la coincidencia de objetivos, la regulación de la solvencia es variable de país a país y de acuerdo a las experiencias obtenidas ha resultado a veces excesiva, elevando los precios que así pagan los asegurados ó disminuyendo los rendimientos de la actividad aseguradora, ó ambas cosas; ó bien insuficiente, presentando casos de incumplimiento de obligaciones.

Es conveniente resaltar en éste momento que el determinar una cantidad que coadyuve a disminuir la falta de solvencia necesaria en una compañía de seguros a consecuencia de comportamientos inesperados en su cartera, no es tan sólo un problema de los países Latinoamericanos como pudiera pensarse, sino de todos aquellos que tengan un sector asegurado desregulado.

A continuación describiremos algunos de los métodos que son aplicados por distintos países en la determinación de su requerimiento de Margen de Solvencia.

Como primer antecedente nos permitiremos citar la metodología que fue desarrollada en Europa en el año de 1948, la cual era aplicada exclusivamente para los Seguros no-vida.

### 3.2 EL MARGEN DE SOLVENCIA EN LAS COMPAÑÍAS DE SEGUROS NO VIDA, METODO DE CAMPAGNE

No se debe de olvidar que el Margen de Solvencia actúa como un "amortiguador" contra cualquier incertidumbre estadística, i.e. dicha cantidad debe de ser lo suficientemente grande para cubrir todos los riesgos, con límites estipulados de certeza.

En Europa, se ha empleado desde un principio, la esencia pura de riesgo como soporte de un método de Margen de Solvencia; sería conveniente mencionar que las primeras "aproximaciones" realizadas para la constitución de un Margen sobre bases científicas fue establecido por Campagne en 1948 de origen francés.

Campagne se dedicaba a realizar investigaciones en la Industria del Seguro No-vida, y basó sus cálculos en la idea de que los resultados totales de las compañías deberían de ser tales que, la oportunidad de quiebra permaneciera debajo de una norma estipulada<sup>(11)</sup>, ésto es que se pudieran establecer cotas superiores de tal modo que realmente se tuviese un buen fondo preventivo, y las desviaciones originadas en el ejercicio no sobrepasaran los límites predeterminados.

---

<sup>(11)</sup> Nota: Estas mismas ideas fueron realizadas por Campagne en varios países para las Industrias de Seguro Vida y No Vida en un artículo titulado: "Mínimo Estandard de Solvencia", aplicable a Empresas de Seguros O.E.C.D., 11.3 1961.

Dentro de las investigaciones se discutieron varios conceptos importantes, a modo de poder determinar indicadores que reflejaran la situación de 10 compañías Holandesas, si embargo aquí presentaremos los dos indicadores más importantes de tal trabajo, a saber:

a) La proporción de gastos, se definió como los gastos y las comisiones después de la deducción de la comisión recibida por los Reaseguros, expresado como un porcentaje de Primas Netas, i.e en otras palabras,

$$\% \text{ GASTOS} = (\text{GASTOS} + \text{COMISIONES} - \text{COMISIONES REASEGURO}) / \text{PRIMA NETA}$$

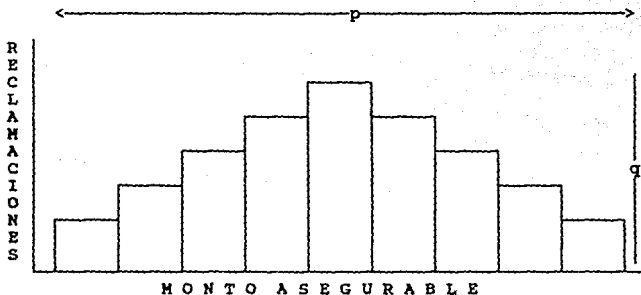
b) La proporción de reclamos se definió como los reclamos pagados, expresado como un porcentaje de la Prima Neta.

$$\% \text{ SINIESTROS} = (\text{SINIESTROS PAGADOS}) / \text{PRIMA NETA}$$

Debido a los estudios realizados por Campagne, se obtuvo que ante tales variables, la mejor manera de poder describir su comportamiento, era mediante la aproximación de una distribución empírica a una curva con Función de Densidad Probabilística conocida. La distribución de las medias de proporción de reclamos se aproximó a una distribución Beta (véase siguiente histograma, como referencia):

$$f(x;p,q) = \begin{cases} x^{p-1}(1-x)^{q-1} / B(p,q) & \text{para } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{para } x \leq 0 \text{ o } x \geq 1, \end{cases}$$

$$\text{con } B(p,q) = \int_0^1 t^{p-1}(1-t)^{q-1} dt$$



$p$  y  $q$  son parámetros de la distribución tales que, definen de manera única a la función Beta correspondiente;  $x$  denota la tasa de reclamación (expresado como % de siniestralidad).

Conociendo los parámetros que determinan la función Beta es posible calcular su primer momento, es decir su media  $y$ , por su puesto su desviación estandard.

la media:

$$\mu = p / (p + q)$$

y la varianza:

$$\sigma = (pq) / (p+q)^2(p+q+1)$$

Dadas las características de los datos muestra, los valores de la función Beta fueron:

$$p = 12.9$$

$$q = 16.9$$

con los cuales fue posible calcular la media y la desviación de la muestra, a saber :

$$\mu = 0.4328859$$

$$\sigma = 0.797060 \text{ ‡}$$

Dichos indicadores permiten la determinación de un Margen de Solvencia, más aún, con la desviación podemos calcular el porcentaje de dispersión de la siniestralidad esperada, para la cartera de una Compañía de Seguros No-vida en el transcurso de un año.

Pero dado que el método se basaba en la construcción de una función empírica basada en el comportamiento de los datos, no fue posible que la función de densidad probabilística, en éste caso una distribución Beta ( $B(x,p,q)$ ) fuera siempre la misma en la aplicación de una compañía a otra.

Dados los problemas mencionados en el párrafo anterior, las compañías europeas empezaron a adoptar otras distribuciones, como por ejemplo: Weibull, Normal, t-Student ó bien la aplicación de distintas metodologías, hasta desarrollar la que actualmente conocemos de la Comunidad Económica Europea (C.E.E.) que, a continuación desarrollamos.

### 3.3 LA COMUNIDAD ECONOMICA EUROPEA

En éste caso en particular, el problema de solvencia ha sido atacado mediante consideraciones teóricamente puras del riesgo. En éstos cálculos, se ha determinado el Margen de Solvencia de manera que la probabilidad de ruina permanezca bajo normas especificadas. El método toma en consideración factores tales como tipo de seguro, tamaño de Portafolio, Reaseguro, que juegan un papel esencial en los resultados finales.

Sin embargo, aún en ésta aplicación de la Teoría pura del riesgo, no se le había dado, en sus inicios, demasiada atención a otros campos que de igual manera representaban papeles importantes en la vida cotidiana de cualquier compañía de seguros, como son: el campo de inversión y el área de costos.



Uno de los más importantes avances en materia de Márgenes de Solvencia lo ha dado a partir de 1973 la Comunidad Económica Europea. Como en todas las ramas económicas, en el seguro se abolieron las restricciones nacionales y las fronteras con el fin de permitir a las compañías vender sus productos y servicios en toda el área la de comunidad tan libremente como fuera posible y bajo condiciones de igualdad. La protección de los consumidores del seguro se obtuvo mediante la definición de condiciones que afectaran del mismo modo a los países miembros de la Comunidad, relativas a un monto mínimo de solvencia.

Desde luego que el sistema de Márgenes de Solvencia de la Comunidad Económica Europea con una experiencia de más de 10 años, tiene toda una serie de elementos que sería muy exhausto desarrollar, por lo que a continuación se resumen los puntos más importantes:

a) El sistema se basa en calcular la probabilidad de ruina de la empresa de acuerdo a los riesgos adquiridos, para que a ésta se le apliquen los índices calculados del monto de operaciones y así obtener un monto teórico suficiente que pudiese absorber las pérdidas, en caso de desviación de la siniestralidad ó insuficiencia en primas.

b) El sistema contiene factores fijos. Para las operaciones de Vida se aplica el 4% a la reserva matemática y el 3% a la cantidad neta en riesgo determinando así el margen mínimo de solvencia necesario para operar en cualquier país. En los seguros temporales éste índice puede variar en 0.1% (temporalidad máxima 3 años) y 0.15% (temporalidad entre 3 y 5 años) sobre la cantidad neta en riesgo.

c) En lo que toca a operaciones de Daños, los porcentajes varían entre el 18% sobre los primeros 10,200,000 dólares y el 16% sobre el exceso de los 10,200,000 dólares tomando como base las primas emitidas; y el 26% sobre los primeros 7,140,000 dólares y 23% aplicable al exceso de los 7,140,000 dólares sobre los siniestros reportados.

d) Al aplicar los factores, en las operaciones de Daños a primas y a siniestros, y elegir la cantidad que resulte mayor de ambas, el sistema está garantizando el tratamiento estrictamente equitativo a todas las aseguradoras de acuerdo con su experiencia siniestral sin importar sus políticas y criterios de tarificación. De ésta manera se logra exigir sobre una base trimestral de siniestros la cantidad necesaria de margen de solvencia que pueda hacer frente a desviaciones estadísticas en la siniestralidad sin perjuicio de que una buena política ó una mala política de suscripción oculte resultados y establezca inequidades.

e) Los recursos que se consideran constitutivos del margen de solvencia son el Capital Social Pagado, las Reservas de Capital, Las Utilidades No Distribuidas de ejercicios anteriores, las Utilidades del ejercicio en curso, los superávit por revaluación de activos, y la cantidades provenientes de sobrevaluación de pasivos.

f) Esta excluida la reserva de igualación ó reserva de previsión.

### 3.4 ESTADOS UNIDOS DE NORTEAMERICA

En los Estados Unidos de América se ha puesto mucha atención al problema de solvencia debido a que durante los años 70's pero especialmente en los 80's se dieron gran número de quiebras y que afectaron a los consumidores del seguro.

En éste país existen comisionados de seguros para cada uno de los estados de la unión americana, quienes son los encargados de vigilar a las compañías de seguros. Estos supervisores están ligados a un órgano central denominado National Association of Insurance Commissioners (NAIC), el cual tiene un carácter exclusivamente coordinador e informativo.

Dicha organización ha emitido recomendaciones para salvaguardar de manera efectiva el margen de solvencia de las instituciones. La más importante que actualmente se está usando es un sistema de indicadores denominado Early Warning System bajo el cual las compañías de seguros están obligadas a proveer cierta información de su situación financiera tomando como base un número de indicadores previamente definido. El margen de solvencia incluye el patrimonio tal cual está registrado en los libros, así como los incrementos mediante provisiones como es el caso de pérdida de crédito. Se han hecho un gran número de estudios para determinar con qué grado de seguridad pueden ser anticipada una quiebra sin caer en falsas alarmas. El sistema de indicadores ha sido creado sobre una base más empírica que técnica.

### 3.5 PAISES DE LATINOAMERICA

La Ley de Seguros Mexicana de 1935 sirvió de modelo para las legislaciones de algunos de los principales países de Centro y Sudamérica. En tal virtud, en la mayoría de los países Latinoamericanos se observan regímenes muy parecidos que tienen las siguientes características:

a) Se utilizan factores fijos, en muchos casos que datan de hace ya muchos años y que han tenido algunos de los problemas que se detectan para México.

b) Para el ramo de Vida se ocupan factores que van entre 3 y el 5% de la reserva matemática del último ejercicio y para los ramos de Daños y Accidentes y Enfermedades se ocupan porcentajes que varían entre el 15 y el 20% de las primas emitidas. En el caso de Reaseguro tomado en operaciones de Daños el índice para exigir Margen de Solvencia mínimo es entre el 8 y 10% sobre la prima de Reaseguro en estos países.

c) Los componentes del margen de solvencia son, en términos generales, el patrimonio y la reserva de previsión, en los casos en que ésta sea constituida. Sin embargo, solamente Argentina y Chile han reconocido en sus legislaciones correspondientes los superávit para revaluación de activos como parte del Margen de Solvencia.

## CAPITULO IV

### ANALISIS COMPARATIVO DE LOS MODELOS DE MARGEN DE SOLVENCIA PROPUESTOS POR DIFERENTES INSTITUCIONES MEXICANAS

#### 4.1.1 METODOLOGIA PROPUESTA POR LA ASOCIACION MEXICANA DE INSTITUCIONES DE SEGUROS, A.C.

A continuación se describe en forma detallada, la metodología que fue desarrollada por la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros en la determinación del Capital Mínimo de Garantía a través de la metodología de esquemas de Margen de Solvencia en el sector asegurador:

##### PREMISAS:

Como consecuencia de la gran diversidad de comportamientos que presentan cada uno de los distintos ramos del sector asegurador mexicano se decidió optar en una clasificación por característica de riesgo como se muestra:

- Vida
- Accidentes y Enfermedades
- Automóviles (Residentes)
- Terremoto
- Daños (Ramos restantes)

la clasificación así determinada, garantiza que los requerimientos obtenidos de Margen de Solvencia serán los que realmente se ajusten a las necesidades del mercado.

Dado que el método involucra desviaciones siniestralas, la obtención de las respectivas desviaciones de los datos, se obtiene para el negocio total, esto es a lo que corresponde a la parte de cesión y retención, la distinción de ambas operaciones se determina a través de la aplicación de los factores correspondientes. Con las características establecidas en los párrafos anteriores, el monto mínimo de recursos de una Compañía de Seguros, se calcularía con base a la siguiente expresión:

$$MMS_i = S_{1i} + S_{2i} + S_{3i} + S_{4i}$$

donde:

$MMS_i$  = Monto mínimo del Margen de Solvencia para el año  $i$ .

$S_{1i}$  = Monto necesario para cubrir desviaciones en siniestralidad en operaciones de Vida, en el año  $i$ .

$S_{2i}$  = Monto necesario para cubrir desviaciones en siniestralidad por siniestralidad a retención en operaciones de Daños sin autos ni terremoto y Accidentes y Enfermedades, en el año  $i$ .

$S_{3i}$  = Monto necesario para cubrir posibles quebrantos en inversiones, en el año  $i$ .

$S_{ii}$  = Monto necesario para cubrir posibles quebrantos por irreuperabilidad en Reaseguro, en el año  $i$ .

Básicamente podemos decir que la obtención de los requerimientos mínimos para cada una de las clasificaciones, se obtuvo al estimar la posible desviación de la siniestralidad ocurrida al final del año de valuación, contra la siniestralidad esperada al inicio del mismo año, sin distinción alguna entre los siguientes casos:

- a) Siniestralidad Ocurrida > Siniestralidad Esperada, ó
- b) Siniestralidad Esperada  $\geq$  Siniestralidad Ocurrida.

Lo cual, al momento de efectuar los cálculos, implicaría la necesidad de constituir un requerimiento de capital para los años "buenos" (inciso b).

#### 4.1.2 OPERACIONES DE VIDA

Como era necesario obtener una medida de dispersión que midiese de manera histórica, la evolución de la operación de vida en el sector, se pensó primeramente en la elaboración de algún indicador conformado por la diferencia entre la mortalidad ocurrida .vs. la mortalidad esperada; sin embargo ésta idea no tuvo una gran aceptación, debido esencialmente a las características inflacionarias del país, sobre todo en el



período de los 80's. Justificación que obligó a emplear otro tipo de estimadores que no fueran afectados de manera significativa por la inflación; denominados en el campo de la Economía como **Números Índice**.

Para efectos del presente problema se decidió emplear el siguiente estimador:

$$I = \text{Índice} = (\text{Sin.Ocurridos} - \text{Rva liberada}) / \text{C. N. R.}$$

donde:

**C.N.R.** = Cantidad Neta en Riesgo.

Los siniestros ocurridos son iguales a la suma de los del seguro directo más los del reaseguro tomado, menos la reserva liberada por siniestros; no se incluye dividendos pagados a asegurados ni vencimientos, por estar prácticamente calculados determinísticamente en la reserva matemática.

La Cantidad Neta en Riesgo es igual al promedio de las Sumas Aseguradas de los últimos doce meses al período de valuación, menos la correspondiente Reserva Terminal del mismo período.

Si suponemos que realmente éste es un buen estimador de la siniestralidad, deberá de ocurrir lo siguiente:

$$\hat{E}[I] = \theta$$

lo cual implica que los valores de la muestra se distribuyan uniformemente alrededor de la media (valor esperado)  $\theta$ , denominado estimador insesgado. Sin embargo al efectuar los cálculos correspondientes, el estimador que fue empleado es el siguiente:

$$I = \text{Indice} = \text{Sin.Ocurridos} / \text{Suma Asegurada}$$

Si nos referimos estrictamente al sentido estrictamente puro de la Estadística, obtendremos:

$$\hat{E}[I] = \tau + \theta$$

tal que  $\tau$  represente el error que se cometió al calcular el número índice, a éste tipo de estimadores se les conoce como sesgados.

Por las características y facilidades que representa el empleo de una distribución Normal al momento de ajustar un conjunto de datos, se decidió emplear la siguiente ecuación, aplicada después de haber obtenido la correspondiente desviación estándar del estimador antes mencionado, a saber:

$$S_{11} = R_1(IM_1 - I'_1)$$

donde:

$IM_1$  = Índice máximo posible de siniestralidad en vida para el año  
i. Estimado como  $2.33\sigma + I'_1$  .

$I'_1$  = Índice estimado de siniestralidad en Vida para el año i.

$R_1$  = Cantidad Neta en Riesgo en Vida en el año i.

Considerando que las probabilidades de obtener  $I'_1$  se distribuyen normalmente y para obtener una confiabilidad del 99.0% de una cola

$$IM_1 = 2.33\sigma + I'_1$$

donde:

$\sigma$  = Desviación estándar; y si  $I'_1$  = índice real de siniestralidad observado y n = número de años en observación.

$$\sigma = \left( \sum_{i=1}^n (I_i - I'_1)^2 / (n-1) \right)^{1/2}$$

de donde se obtiene:

$$S_{11} = R_1(2.33\sigma + I'_1 - I'_1) \text{ y,}$$

$$S_{11} = R_1(2.33\sigma)$$

Fórmula que fue obtenida al aplicar los siguientes resultados:

a) Si X es una variable aleatoria, entonces:

$$Z = (X - \mu) / \sigma \sim N(0,1) \text{ y,}$$

b) Si  $\Pr[ a \leq Z \leq b ] = (1-\alpha)\%$  de Confiabilidad, entonces un Intervalo de Confiabilidad estará dado por:

$$S_{11} \in [ a\sigma \pm \mu ] \text{ con una confiabilidad de } (1-\alpha)\%$$

Ahora bien, para estandarizar procedimientos con el cálculo de  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  y  $S_5$ , a efecto de facilitar su aplicación, conviene expresar la ecuación final como sigue:

$$S_{11} = U_i R_i$$

donde:

$U_i$  = factor aplicable en año i a la cantidad neta en riesgo.

Ahora si tomamos una base de experiencia de 15 años muestra (1974-1988), con los criterios antes mencionados, la desviación obtenida en el período correspondió a 0.058%, la que aplicándole un índice de confianza del 85% resultaría un coeficiente de 0.084% (casi dos veces superior al de la C.E.E.) que multiplicándolo por la Suma Asegurada total del mercado de 208 billones en 1988 dá como Margen mínimo la

cantidad de 173 mil millones de pesos ( 19% de la Reserva Matemática) al que disminuyendo la Reserva de Previsión resulta la cifra negativa de 46 mil millones de pesos, es decir, que la Reserva de Previsión del mercado es suficiente para cubrir el requerimiento de Capital Mínimo de Garantía.

#### 4.1.3 FORMULA DESARROLLADA PARA RIESGOS DE CARTERA A RETENCION DE DAÑOS, ACCIDENTES Y AUTOMOVILES.

De la misma forma que en la Operación de Vida, para neutralizar los efectos de la inflación, se aplicó como estimador un Número Índice, determinado como:

$$I_i = \text{Sins. Ocurridos}_i / \text{Primas Totales Devengadas}_i,$$

donde:

**Siniestros Ocurridos** = Total de siniestros ocurridos del Seguro Directo y del Reaseguro Tomado para el año i y ramo j.

**Primas Totales Devengadas** = Primas totales del seguro Directo más Reaseguro Tomado, menos el incremento a la Reserva de Riesgos en Cursos para el año i y ramo j .

Debido a las características especialmente catastróficas del ramo de Terremoto, será tratado de manera independiente. Con lo que respecta a los demás ramos, aquí se obtendrá el requerimiento de Capital Mínimo de Garantía a través del factor que resulte mayor entre la Base Primas y la Base Siniestros que a continuación explicaremos.

Puesto que no se deseaba establecer un mecanismo que involucrara en su obtención, el mismo error que el artículo 78 de la Ley General de Seguros, se decidió determinar dos criterios:

i) La Base Primas, mediante la cual sería posible determinar el volumen de los riesgos consumidos al inicio de cada período de valuación.

ii) La Base Siniestros, con la cual es posible determinar el comportamiento de los siniestros en el transcurso del período de valuación.

A los cuales se les aplica el criterio del máximo valor, se está garantizando que la constitución del requerimiento sea suficiente para aquellas compañías que tengan una cartera con un potencial siniestral bastante alto, o bien, se presenten problemas de insuficiencia de primas.

**DETERMINACION DEL FACTOR ( $\alpha$ ) APLICABLE A LAS PRIMAS (EXCEPTO TERREMOTO)**

Normalizando la curva resultante de la observación estadística del mismo modo que en el caso de Vida y con un margen de confiabilidad del 99.0% y una cola en la distribución:

$$I_{i,j} = 2.33\sigma_{i,j} + I^{*i,j}$$

entonces:

$$\alpha_{i,j} = 2.33\sigma_{i,j} + I^{*i,j} - I^{*i,j}$$

$\alpha_{i,j} = 2.33\sigma_{i,j}$
-----------------------------------

donde:

( $\alpha_{i,j}$ ) = Factor aplicable a "Base Primas" para el año i y ramo j.

( $P_{i,j}$ ) = Primas de Retención en el año i del ramo j (incluye Reaseguro Tomado).

**DETERMINACION DEL FACTOR ( $\beta$ ) APLICABLE A LOS SINIESTROS (EXCEPTO TERREMOTO).**

En realidad el factor ( $\alpha$ ) es la verdadera y real medida de la desviación posible de los siniestros.

De ésta forma, la fórmula general para encontrar el factor aplicable a siniestros es la siguiente:

$$B_{i,j} = \alpha_{i,j} / (1 - CA_{i,j} - GA_{i,j} - U_{i,j})$$

o bien,

$$B_{i,j} = \{\alpha_{i,j} / (1 - CA_{i,j} - GA_{i,j} - U_{i,j})\} L_{i,j}$$

donde:

$(B_{i,j})$  = Factor aplicable a "Base Siniestros" para el año i y ramo j.

$CA_{i,j}$  = Porcentaje de costo de adquisición esperado para el año i del ramo j.

$GA_{i,j}$  = Porcentaje de gastos de administración para el año i en el ramo j.

$U_{i,j}$  = Porcentaje de utilidad esperado para el año i del ramo j.

$(L_{i,j})$  = Promedio de los 36 meses anteriores a la fecha de valuación de Siniestros a retención, año i del ramo j, (incluye Reaseguro Tomado).



#### 4.1.4 OPERACIONES DE DAÑOS (EXCEPTO AUTOS):

En general, para las operaciones de Daños y Accidentes se ratifica el tratamiento de cifras a nivel sector asegurador, para "negocio bruto" y con historia de 15 años. Por lo que hace a las familias de riesgos, debido a que algunos ramos son de reducida significación en la cartera total y de comportamiento muy irregular en el tiempo, además de que por sus características de riesgos puros se pueden asociar entre sí en la Teoría de la diversificación, es recomendable agrupar todos los ramos de daños excepto automóviles, por su comportamiento y esencia distinta.

De ésta forma, la desviación estándar se estabiliza en 9.6% y los coeficientes aplicables a primas y siniestros son, con un 99% de seguridad, de 22.3% y 34.3%, respectivamente. Para el cálculo de la parte de margen correspondiente a Reaseguro cedido al extranjero, los coeficientes serían de 11.4% y 17.5% respectivamente.

El monto mínimo de margen que se requeriría, seleccionando de acuerdo al modelo de "Base Primas", sería de 213 mil millones de pesos.

#### 4.1.5 RAMO DE AUTOMOVILES:

La insuficiencia tarifaria en largos períodos de tiempo, su desajuste estructural con el nivel general de los precios, el reducido índice de penetración, su carácter de "instrumento de competencia vía precio" y la vulnerabilidad de su operación a los incrementos de costos no proporcionales a la inflación y a absorber ineficiencias y desviaciones, recomendó tratar éste ramo en forma separada.

Si bien en las series de primas y siniestros no es conveniente hacer ajustes para atenuar algunos de los problemas anteriores, si es muy recomendable ampliar la base de datos a 15 años y reducir el grado de seguridad de 99% a 85% para encontrar un coeficiente aplicable a primas de 31.6% (con una desviación estandard de 21.9%) que aún cuando sigue siendo muy alto refleja las condiciones y la peligrosidad financiera de éste ramo, el coeficiente aplicable a siniestros es de 44.5%.

De ésta forma, el monto requerido sería de 412 mil millones, obtenido por la "Base Siniestros".

#### 4.1.6 OPERACIONES DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES:

Los ramos de Enfermedades merecieron igual análisis y similares conclusiones que el de automóviles. La recomendación es en los mismos términos, es decir, reducir el grado de seguridad al 85%, sobre una base de datos de 15 años, con lo que la desviación estandard de 21.3% se traduce en un índice de 31.0% para la "Base Primas" y de 51.7% para la "Base Siniestros".

El monto mínimo de margen que así se obtiene es de 57 mil millones de pesos.

#### 4.1.7 FORMULA DESARROLLADA PARA CUBRIR RIESGO DE QUEBRANTOS POR INVERSIONES.

Debemos de tener en cuenta que, no obstante de la minuciosidad con la cual es tratado éste tema y por consiguiente se ha buscado minimizar la pérdida posible para la algún renglón de inversión a medida que nuestro mercado se liberalice, en mayor medida será necesario aplicar las técnicas del "Portafolio de Inversiones".

FORMULA GENERAL(Del Portafolio de Inversiones).

$$S_{21} = r_{1k} * I_{1k}$$

donde:

k = Renglón de inversión

r = Factor aplicable a "Base de Inversión"

I<sub>1k</sub> = Saldos de inversión al año i en el renglón k.

Lo que realmente nos interesa es determinar cuando un renglón puede convertirse en pérdidas para la Compañía ó inclusive en quebrantos. Calculando las posibles desviaciones de r se podrian prever las cantidades suficientes de recursos para apoyar un quebranto significativo que se pudiese traducir en pérdida neta que es lo que verdaderamente interesa al Margen de Solvencia.

En éstas condiciones r se determinará como la máxima desviación en valor de un renglón de inversiones respecto a su rendimiento, obteniendo:

$$r_{1k} = 2.33 \sigma - R$$

donde:

$\sigma$  = A la desviación estándar del rendimiento esperado del portafolio de inversiones en su totalidad a partir de una participación del valor k relevante.

R = Al rendimiento esperado del portafolio.

**4.1.8 FORMULA DESARROLLADA PARA CUBRIR POSIBLES QUEBRANTOS POR ADEUDOS DE REASEGURADORES POR SINIESTROS.**

En realidad podemos decir que éste tipo de requerimiento puede no tener mucha validez dentro de una compañía, debido a la probabilidad tan baja que representaría el que ocurriese un hecho de ésta naturaleza, sin embargo se considera conveniente aplicarlo de acuerdo con las condiciones financieras de la Empresa( Ver Capítulo VI).

Obtención:

$$S4_i = r_i SSR_i$$

donde:

$r_i$  = Factor aplicable a los saldos por siniestros pendientes de recuperación de Reaseguro al año  $i$ .

$SSR_i$  = Saldos pendientes de recuperación de Reaseguro al año  $i$ .

Para efectos prácticos se considera que el factor de aplicación debería de ser del 50% de los factores obtenidos a Base de Siniestros.

A continuación presentamos en un cuadro resumen los resultados obtenidos:

- i) Desviación de los datos muestra y confiabilidad de ajuste a una curva Normal:

RAMO	DESVIACION	CONFIABILIDAD
VIDA	0.058%	85%
ACCIDENTES Y ENFERM.	21.3%	85%
DAÑOS SIN AUTOS Y TERR.	9.6%	99%
AUTOMOVILES	21.9%	85%

- ii) Factores aplicables a Base primas y Base siniestros, con los datos del cuadro (i):

RAMO	BASE PRIMAS	BASE SINIESTROS
VIDA	0.084%	-
ACCIDENTES Y ENFERM.	31.0%	51.7%
DAÑOS SIN AUTOS Y TERR.	22.3%	34.3%
AUTOMOVILES	31.6%	44.5%

- iii) Cesión en Reaseguro Extranjero:

RAMO	BASE PRIMAS	BASE SINIESTROS
VIDA	-	-
ACCIDENTES Y ENFERM.	15.5%	25.9%
DAÑOS SIN AUTOS Y TERR.	11.2%	17.2%
AUTOMOVILES	15.8%	22.3%

#### 4.1.9 CONSIDERACIONES:

Ante la metodología planteada por la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, deseo hacer algunas observaciones:

La metodología de Margen de Solvencia, sin duda alguna debe de estar respaldada por una base -en éste caso estadística- muy sólida de tal forma que no se permitan errores de tipo estructural.

La A.M.I.S. con su última propuesta de cálculo de Margen de Solvencia (última versión elaborada en Noviembre de 1989) propició diversas polémicas así como el impulso de nuevos estudios por parte de otras Instituciones que finalmente, como se podrá ver en el comparativo global, siguieron básicamente con la propuesta de la Institución antes citada.

Por otra parte debemos aclarar que en el momento de aplicar ciertas técnicas estadísticas, es necesario seguir determinadas especificaciones evitando de ésta forma no provocar resultados erróneos.

El método utilizado por la A.M.I.S. supone el empleo del Análisis de Regresión para el cálculo de los factores correspondientes de cada ramo, pero no fueron efectuadas las pruebas estadísticas No-parámétricas que comprueban los supuestos estructurales. Sin embargo hay que tener presente que el aplicar la estadística "pura" a problemas reales puede diverger a tal punto que, puede ser verdaderamente difícil encontrar un evento que cumpla estrictamente con las condiciones preestablecidas.

#### **4.2.1 METODOLOGIA PROPUESTA POR LA COMISION NACIONAL DE SEGUROS Y FIANZAS**

La metodología de cálculo que estableció la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas se basa fundamentalmente en lo siguiente:

- a) El estudio en general para todas las operaciones se efectuó en base a técnicas de estadística descriptiva.
- b) El conjunto de datos muestra que se empleó corresponde al período (1979-1988)
- c) El criterio de evaluación parte del mismo principio que estableció A.M.I.S., es decir el Margen de Solvencia se establecerá como:



**DIFERENCIA = SINIESTRALIDAD ESPERADA - SINIESTRALIDAD REAL**

d) Se propusieron dos criterios de agrupación, dependiendo del comportamiento estadístico de cada uno de los distintos ramos, a saber:

**GRUPO I:**

Vida  
Accidentes y Enfermedades  
Daños sin Terremoto

**GRUPO II:**

Vida  
Accidentes y Enfermedades  
Daños sin Terremoto y sin Automóviles  
Automóviles

**4.2.2 METODOLOGIA DE CALCULO VIDA**

Al igual que en otras instituciones se decidió trabajar con cantidades relativas en vez de absolutas, esto se consiguió a través de la construcción de un número índice que pudiera reflejar realmente el crecimiento conforme el transcurso de los años, y que además no fuera afectado por la inflación como ocurre con los números índice. El número índice que fué elaborado corresponde al siguiente:

Índice de siniestralidad = sin.ocurridos/k

con  $k = (\text{suma asegurada}_{i-1} + \text{suma asegurada}_i)/2$  y donde  $i$ =número de años muestra. La suma asegurada no incluye dividendos ni vencimientos.

Posteriormente se obtiene la dispersión de éstos mismos datos mediante su desviación estándar insesgada.

$$\sigma_s = \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1) \right\}^{1/2}$$

El paso siguiente es obtener las bandas de confiabilidad mediante una distribución Normal. El intervalo de confianza que fué construido para éste modelo correspondió a una confianza de 99.9% de confianza de 2 colas.

La ponderación que es asignada a tales características corresponde al factor: 2.575 ; por la cual el margen de solvencia propuesto para ésta operación era de:

$$MS = \text{Factor} * \sigma_{s(n-1)}$$

=>

$MS = 2.575 \sigma_{s(n-1)}$
------------------------------

#### 4.2.3 METODOLOGIA DE CALCULO ACCIDENTES Y ENFERMEDADES Y DAÑOS

El método que aplicó la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas para los ramos de Accidentes y Enfermedades y Daños se basó esencialmente en determinar un porcentaje de siniestralidad como:

$$\text{VAR(Siniestralidad)} / \text{Prima de Riesgo} = \% \text{ Siniestralidad}$$

donde se definía:

$$\text{Siniestralidad esperada} = \text{Prima de Riesgo}$$

$$\text{Siniestralidad real} = \text{Costo de Siniestralidad}$$

Cada uno de los factores anteriores fué obtenido bajo procedimientos bastante específicos:

Para la Prima de Riesgo, fue necesario quitar a la prima que se emite, los costos de adquisición y los de operación, éstos es:

$$\text{PRIMA DE RIESGO} = \text{PRIMA EMITIDA} - \text{COSTO DE ADQUISICION} - \text{COSTO DE OPERACION}$$

A la Prima de Riesgo se le restan los siniestros ocurridos en el transcurso de un año póliza.

$$\text{PRIMA DE RIESGO} - \text{SIN.OCURRIDOS} = \text{DIFERENCIA}$$

Si observamos la expresión anterior, tendremos que si la Prima de Riesgo fue suficiente en el transcurso del año, entonces:

$$\text{PRIMA DE RIESGO} - \text{SIN.OCURRIDOS} > 0$$

=>

$$\text{PRIMA DE RIESGO} > \text{SIN. OCURRIDOS}$$

esto es la diferencia sería positiva que es lo que toda Compañía desearía que ocurriese en sus valuaciones.

A dicha diferencia se le aplica la desviación estándar, lo cual nos dá la varianza en siniestralidad.

Como en el caso de Vida, la desviación posteriormente era acotada por bandas de confianza de una distribución Normal(0,1).

$$\text{Factor}_c = \text{VAR}(\text{Siniestralidad}) * 2.575$$

con un grado de confianza de 99.9% de dos colas.

Dado que el comportamiento sobre primas y siniestros es muy distinto se procedió a determinar dos bases:

**BASE PRIMAS:**

Con base a los puntos anteriores el Margen de Solvencia sobre la Base Primas se determinó como:

$$\alpha_t = \text{FACTOR}_t * \% \text{ SIN.RETENCION}_t * \text{PRIMA EMITIDA}_t$$

**BASE SINIESTROS:**

Se establece el promedio de siniestros indexados al Índice Nacional de Precios al Consumidor, de los últimos tres años.

$$(\sum_{i=1}^3 S_i * F_i) / 3 = M_t$$

donde:

S = Siniestros Ocurridos

F = Índice Nacional de Precios al Consumidor

Banco de México ( promedios mensuales )

=>

El Margen de Solvencia será igual:

$$\beta_t = \% \text{ SINIESTRALIDAD}_t * M_t * \% \text{ SINIESTROS RETENIDOS}_t$$

#### 4.2.4 RESULTADOS GENERALES

Con la metodología de la Comisión de Seguros y Fianzas se obtuvieron los siguientes resultados:

RAMO	BASE PRIMAS	BASE SINIESTROS
VIDA	0.063%*	-
ACCIDENTES Y ENFERM.	32.0%	50.1%
DAÑOS	28.3%	42.0%

(\* ) Base suma asegurada, promedio de los dos últimos años.

#### 4.2.5 CONSIDERACIONES:

El método que propuso la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, empleó otro camino distinto a las metodologías de A.M.I.S. y el I.T.A.M., para la obtención de la desviación de la siniestralidad, que es el punto primordial de toda la metodología para la constitución de un Margen de Solvencia.

La técnica que fue aplicada, como se refirió en párrafos anteriores se conoce como: desviación típica estándar e insesgada de los datos muestra. La base técnica sobre la cual se sustenta la desviación estándar es esencial a tal grado que representa uno de los métodos más utilizados en la Estadística. Sin embargo considero que su aplicación ante el presente problema no era muy significativa por la siguiente razón:

"La desviación estándar considera tan sólo a un conjunto de datos muestra."

El problema que se estaba atacando, se enfocaba particularmente en determinar la variación de la siniestralidad con respecto al TIEMPO (i.e. dos variables), ésto es, se buscaba la relación existente entre la diversificación de la siniestralidad a medida que transcurren los años. Es por ello que en otras Instituciones se aplicó directa ó indirectamente el análisis de SERIES DE TIEMPO, en donde se emplean técnicas para determinar la correlación de las variables involucradas así como su tendencia.

#### 4.3.1. INSTITUTO TECNOLÓGICO AUTÓNOMO DE MÉXICO (I.T.A.M.)

El Instituto Tecnológico Autónomo de México, también desarrolló un estudio sobre la constitución del Margen de Solvencia en 1989. A continuación veremos la metodología que propuso:

- Vida
- Accidentes y Enfermedades
- Automóviles (Residentes)
- Terremoto
- Daños sin Automóviles ni Terremoto

La clasificación que empleó por tipo de riesgo fue la misma que utilizó A.M.I.S., a saber:

- Vida
- Accidentes y Enfermedades
- Automóviles (Residentes)
- Terremoto
- Daños (Ramos restantes)

#### 4.3.2 OPERACION DE VIDA

En éste enfoque la suma de recursos necesarios para cubrir una eventual desviación en la siniestralidad en las operaciones del ramo de Vida se calcula a partir de la siguiente fórmula:

$$SI_t = (SMAX_t - SESP_t)$$

donde:

$SMAX_t$  = Siniestros máximos aceptables en el año t.

$SESP_t$  = Siniestros esperados en el año t.

misma expresión que puede ser constituida en base a Números Índice:

$I = \text{Suma Asegurada Reclamada} / \text{Suma Asegurada Expuesta}$

No se incluyen dividendos pagados a asegurados. Debido a la no disponibilidad de información en el denominador no se utiliza



la cantidad neta en riesgo; de hecho en el numerador se deberían utilizar "los siniestros netos": la diferencia entre siniestros brutos y las reservas liberadas.

Además el numerador considera todos los siniestros ocurridos, incluso los cedidos a Reaseguradoras extranjeras, previendo de ésta manera que surja alguna eventualidad en la recuperación de siniestros de las compañías extranjeras.

$IM_t$  = Índice máximo de siniestralidad en Vida para el año  $t$

$IE_t$  = Índice estimado de siniestralidad en Vida para el año  $t$ .

$R_t$  = Cantidad neta en riesgo en Vida en el año  $t$ .

El I.T.A.M. consideró dos caminos para determinar el requerimiento de solvencia, uno de ellos por los métodos de Cálculo Actuarial y el otro por Análisis de Regresión.

Entonces, mediante la aplicación de métodos de Regresión, el modelo más adecuado para éste caso resulta ser el que corresponde a utilizar  $g(t) = 1/t$  con lo cual:

$$I_t = \alpha + B(1/t) + e_t$$

Al hacer el ajuste del modelo se detectó la presencia de correlación serial en los residuales, por lo que se procedió a incorporar el siguiente modelo para los errores:

$$e_t = \alpha e_{t-1} + V_t$$

donde  $V_t$  es ahora un término aleatorio que cumple con los supuestos del modelo de Regresión tradicional.

Con éste modelo se hizo el pronóstico para el año de 1989, obteniéndose la desviación estándar correspondiente, con lo cual:

$$S_{1t} = U_t * R_t$$

donde:

$U_t = t_{(t, \alpha)}(\sigma(IE_t))$  es un factor aplicable en el año  $t$  a la cantidad neta en riesgo.

El ajuste lineal efectuado, fue considerablemente bueno usando el modelo antes citado. Con éste modelo se hizo el pronóstico para el año de 1989, obteniéndose una desviación estándar de 2.37%, con un resultando el factor  $U$  para el año de 1989 de  $0.0237 * 1.74 = 0.0412$  con una confianza de 95%. Conviene aclarar que el trabajar con los siniestros y sumas aseguradas brutas se está cubriendo un Margen de Solvencia por lo cedido en Reaseguro, en el país y al extranjero, por lo que en cierta forma resulta redundante calcular adicionalmente otro Margen por no recuperabilidad de lo reasegurado.

#### 4.3.3 ENFOQUE DEL CALCULO ACTUARIAL

Dentro del enfoque del Cálculo Actuarial para el cálculo de Margen de Solvencia en los Seguros de Vida individual, se partió de la siguiente función de costo:

$$C(t) = V^t - P\ddot{a}_t$$

El valor esperado de éste costo es la reserva. Por tanto, se puede calcular la varianza de C y usarse como una medida de la variabilidad de los costos, de acuerdo al comportamiento de la variable aleatoria, "tiempo a la muerte", Bower's (1986).

Por lo tanto el Margen de Solvencia puede medirse en función de la varianza de la reserva aplicada a una cartera de Seguro de una compañía.

Así, una compañía podrá determinar, en base a una probabilidad, sus obligaciones futuras con respecto a una determinada cartera de seguros.

Por ejemplo, suponiendo que se fija una probabilidad de 95.0% de cubrir el total de las obligaciones futuras y que se utiliza una distribución Normal, se tiene:

$$0.05 = P[Z > C] = P[(z - V_s)/\sigma > (C - V_s)/\sigma]$$

donde Z es el costo de la siniestralidad y  $\sigma = \sqrt{\text{Var}[Z]}$ . Con la normal de 1 cola resulta:

$$\text{Margen de Solvencia} = 1.65\sigma + V_s$$

#### 4.3.4 RIESGOS DE CARTERA A RETENCION DE DAÑOS Y ACCIDENTES

El monto necesario para cubrir desviaciones por siniestralidad a retención en operaciones de daños y accidentes, en el año t, se expresa como sigue:

$$S_{it} = \max (\Sigma[B_{it} - RP_{it}], 0),$$

donde:

$$i=1, \dots, n$$

$B_{it}$  = Monto básico para desviación por siniestros en retención en el año t, para el grupo de riesgo i.

$RP_{it}$  = Reserva de previsión en el año t para el grupo de riesgo i.

Igual que en otros casos, se trabaja con índices. En éstos grupos de riesgos se define el índice observado de siniestralidad como sigue:

Índice de Sins. = Sins. Ocurridos/Primas Totales Devengadas

Los siniestros ocurridos se definen como el total de siniestros ocurridos del seguro directo y del Reaseguro tomado para el año  $t$  y el grupo de riesgo  $i$ . Por su parte el denominador corresponde a las primas totales devengadas, considerando el sistema de reservas a 24avos.

#### 4.3.5 SEGURO DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES

En el caso del seguro de Accidentes y Enfermedades se utilizó, como primera aproximación, el índice de siniestralidad calculado como el cociente de siniestros brutos entre primas devengadas. Se utilizó el modelo de la siguiente ecuación:

$$I_t = \alpha + \beta g(t) + e_t$$

donde  $g(t) = t$ .

En este modelo también se detectó la presencia de autocorrelación de errores de tercer orden procediéndose a incorporarla al modelo mediante la relación:

$$e_t = \delta_1 e_{t-1} + \delta_2 e_{t-2} + \delta_3 e_{t-3} + V_t$$

Obteniendo con la ecuación anterior que:

$$B^{*3} = \alpha_{t1} P_{t1}$$

donde  $\alpha_{t1} = Z\alpha \sigma(I_{t1})$ . El monto correspondiente, calculado con base en siniestros, se puede entonces derivar de la misma manera que en el documento de AMIS. Es decir se calcula el factor  $\beta_{t1}$ , definido arriba, a partir de la expresión  $\beta_{t1} = \alpha_{t1} / (1-\theta)$ , donde  $\theta$  es la suma de los costos de administración, los de adquisición y la posible utilidad. El monto calculado con base en siniestros se define entonces como:

$$B^{t1} = \beta_{t1} L_{t1}$$

#### ACCIDENTES Y ENFERMEDADES:

De al misma manera que en el caso anterior se obtuvo el valor de la siniestralidad esperada para 1989 la cual resultó de 1.38 y el error estandard correspondiente es de 0.0892, resultando  $\alpha_{t1} = 0.0892 * Z_{\alpha}$ . A continuación presentamos un cuadro en el que se señala el valor del factor  $\alpha$  para distintos grados de confianza.

NIVEL DE CONFIANZA	VALOR DE Z EN TABLAS	VALOR DEL FACTOR ( $\alpha$ )
99%	2.326	0.2075
95%	1.645	0.1467
90%	1.282	0.1143
80%	0.842	0.0751
75%	0.674	0.0601

El cálculo con base en siniestros correspondiente resulta en un factor de  $B = 0.346$ , con un nivel de confianza de 99.0%, y de  $B = 0.2445$  si el nivel de confianza es de 95.0%.

**SEGURO DE DAÑOS (EXCLUYENDO SEGURO DE AUTOMOVILES):**

El pronóstico para el índice de siniestralidad en 1989 correspondió a 0.6199 y el error estándar del mismo fue de 0.1057. Se presenta el factor  $\alpha$  para distintos grados de confianza:

NIVEL DE CONFIANZA	VALOR DE Z EN TABLAS	VALOR DEL FACTOR ( $\alpha$ )
99%	2.326	0.2459
95%	1.645	0.1739
90%	1.282	0.1355
80%	0.842	0.0890
75%	0.674	0.0712

para obtener el Margen con base en siniestros se debe aplicar el mismo nivel de confianza de 95%,  $B = 0.02898$ .

**SEGURO DE AUTOMOVILES:**

El pronóstico para el índice de siniestralidad en 1989 correspondiente fue de 1.0673 y el error estándar del mismo es 0.1790. En el siguiente cuadro se presenta el cálculo del Margen de Solvencia correspondiente a éste renglón, se presenta el factor  $\alpha$  para distintos grados de confianza.

NIVEL DE CONFIANZA	VALOR DE Z EN TABLAS	VALOR DEL FACTOR ( $\alpha$ )
99%	2.326	0.4164
95%	1.645	0.2945
90%	1.282	0.2295
80%	0.842	0.1507
75%	0.674	0.1027

#### 4.3.6 RIESGOS CATASTROFICOS (TERREMOTO)

Para el grupo de riesgo correspondiente a Terremoto se propone revisar el valor del 12% que actualmente se debe de aplicar al monto de las responsabilidades retenidas y vigentes a la fecha de su determinación por cobertura de inmuebles ubicados en la zona conurbada del Valle de México y en Acapulco. Este valor se determinó desde 1974, por lo que se cree debe de ser actualizado, sobre todo a la luz de los datos con que se cuenta referentes al sismo del 19 de septiembre de 1985.

#### 4.3.7 RIESGO POR QUEBRANTO POR INVERSIONES

Se propone que se utilice la Teoría del Portafolio, Markowitz (1952), para establecer el margen necesario para cubrir el riesgo de una excesiva canalización de recursos a un renglón de inversiones que fuera muy riesgoso, de tal manera que la cantidad invertida pueda convertirse en quebranto. Se trata de prever los recursos suficientes para apoyar un quebranto y evitar así que éste se convierta en una pérdida.



#### 4.3.8 CONSIDERACIONES:

El estudio que se elaboró por parte del Instituto Tecnológico empleó el Análisis de Regresión para la determinación de los factores correspondientes.

La metodología del I.T.A.M. consideró las pruebas estadísticas usuales, así como ajustes adicionales al modelo propuesto en el caso de ausencia de algún supuesto estructural.

Sin embargo a pesar de estar concientes de que se estaba trabajando con muestras pequeñas como para establecer una distribución Normal en el intervalo de confianza, se empleó para los ramos de Accidentes y Enfermedades, Automóviles y Daños. Como anteriormente se mencionó, en la mayoría de los casos la teoría no se ajusta de una forma natural a la práctica.

Por otra parte debemos de cuidar un aspecto fundamental, al ser el Margen de Solvencia un elemento autorregulatorio debe de permitir el sano desenvolvimiento del mercado así como su crecimiento. Si se establece un Margen de Solvencia excesivo como el que resultó, empleando un modelo estrictamente teórico, podría en el mediano y largo plazo inhibir la competencia entre las Instituciones del sector asegurador, lo cual no es el propósito que se desea.

En los cuadros siguientes se muestra un análisis de las tres metodologías propuestas, en el orden que aquí se presenta:

Cuadro I	Operación de Vida
Cuadro II	Operación de Accidentes y Enfermedades
Cuadro III	Operación de Daños sin Autos ni Terremoto
Cuadro IV	Operación de Automóviles

## ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS MÉTODOS PROPOSTOS

V I D A			
CONCEPTO	A.M.I.S	I.P.A.R	C.H.S.P
1. Factores utilizados para determinar el índice de siniestralidad:	Siniestros O./Soma Asegurada	S.A. Escalonada/S.A. Exposta	Siniestros O./Soma Asegurada
2. Tipo de regresión aplicada: cuyos parámetros son:	Desviación típica Estándar	Elipéctica con ajuste de residuales	Desviación típica Estándar
Total de ajuste del modelo ( $R^2$ ):	-	95.278	-
Desviación del ajuste:	0.0581	0.02378	0.02431
Aplicación del método AEMM:	-	de primer orden	-
3. Pruebas de hipótesis de supuestos estructurales:	No se efectuaron	Si se efectuaron	No se efectuaron
4. Período de los datos muestra:	1974 - 1984	1970 - 1988	1980 - 1979
5. Distribución Probabilística de los errores aplicada:	Distribución Normal (1 cola)	Distribución t-Student (1 cola)	Distribución Normal (2 colas)
6. Cálculo de Margen de Solvencia:	$S = \sigma + Z(\alpha) \cdot Rt$ $S = \sigma + Z(0.99) \cdot Rt$ $S = (0.00954)(2.33) \cdot Rt$	$S = \sigma + t(v, \alpha) \cdot Rt$ $S = \sigma + t(16, 0.05) \cdot Rt$ $S = (0.00237)(1.74) \cdot Rt$	$S = \sigma + Z(\alpha) \cdot Rt$ $S = \sigma + Z(0.99) \cdot Rt$ $S = (0.0243)(2.575) \cdot Rt$
7. Si pedimos que $Rt = 278,762,822$ ; entonces:	$SI = \$ 376,637,913$	$SI = 116,931,140$	$SI = 174,399,823$

ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS MODELOS PROPUESTOS

ACIPIENTES Y DIFERENCIAS			
CONCEPTO	A.N.I.S	I.T.A.N	C.H.S.F
1. Factores utilizados para determinar el índice de siniestralidad:	Siniestros 0./Primas Devengadas	Siniestros 0./Primas Devengadas	Siniestros 0./Primas Devengadas
2. Tipo de regresión aplicada: cuyos parámetros son:	Desviación Típica Estándar	Lineal con ajuste de residuales	Desviación Típica Estándar
Total de ajuste del modelo (R <sup>2</sup> ):	-	96.73%	-
Desviación del ajuste:	21.31	8.97%	10.44%
Aplicación del método ARIEMA:	-	de tercer orden	-
3. Pruebas de hipótesis de supuestos estructurales:	No se efectuaron	Si se efectuaron	No se efectuaron
4. Período de los datos muestra:	1972 - 1988	1974 - 1988	1980 - 1989
5. Distribución Probabilística de los errores aplicada:	Distribución Normal (1 cola)	Distribución Normal (1 cola)	Distribución Normal (2 colas)
6. Cálculo de Margen de Solvencia:			
a) Base Primas:	$et = e + \sum (0.91) \cdot P_{ij}$ $et = (0.213)(1.455) \cdot P_{ij}$ $et = (0.31) \cdot P_{ij}$ Si $P_{ij} = 335,795$ ; entonces: $et = \$ 104,096$	$et = e + \sum (0.85) \cdot P_{ij}$ $et = (0.0892)(1.645) \cdot P_{ij}$ $et = (0.1467) \cdot P_{ij}$ $et = \$ 49,261$	$et = e + \sum (0.99) \cdot P_{ij}$ $et = (0.1044)(2.575) \cdot P_{ij}$ $et = (0.2690) \cdot P_{ij}$ $et = \$ 90,329$
b) Base Siniestros: gastos (g) = 494	$Bt = [et / (1 - g)] \cdot S_{ij}$ $Bt = 0.31 / (0.60) \cdot S_{ij}$ $Bt = 0.5166 \cdot S_{ij}$ Si $S_{ij} = 204,782$ ; entonces: $Bt = \$ 105,790$	$Bt = [et / (1 - g)] \cdot S_{ij}$ $Bt = 0.1467 / (0.60) \cdot S_{ij}$ $Bt = 0.2445 \cdot S_{ij}$ $Bt = \$ 50,069$	$Bt = 0.4020 \cdot S_{ij}$ $Bt = \$ 82,322$

## ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS MODELOS PROPUESTOS

DATOS SIN TERCERO Y AUTOS			
CONCEPTO	A.N.I.S	I.P.A.H	C.N.S.P
1. Factores utilizados para determinar el índice de siniestralidad:	Siniestros O./Primas Devengada	Siniestros O./Primas Devengadas	Siniestros O./Primas Devengadas
2. Tipo de regresión aplicada: cuyos parámetros son:	Desviación Típica Estándar	Lineal no necesita ajuste de residuales	Desviación Típica Estándar
Total de ajuste del modelo (R <sup>2</sup> ):	-	21.704	-
Desviación del ajuste:	9.64	10.574	12.541
Aplicación del método AREGA:	-	-	-
3. Pruebas de hipótesis de supuestos estructurales:	No se efectuaron	Si se efectuaron	No se efectuaron
4. Período de los datos muestra:	1974 - 1988	1969 - 1988	1968 - 1989
5. Distribución Probabilística de los errores aplicada:	Distribución Normal (1 cola)	Distribución Normal (1 cola)	Distribución Normal (2 colas)
6. Cálculo de Margen de Solvencia:			
a) Base Primas:	$et = e * \sum (0.99) * Pij$ $et = (0.096)(2.33) * Pij$ $et = (0.2236) * Pij$ $et = \$ 379,149$	$et = e * \sum (0.95) * Pij$ $et = (0.1057)(1.645) * Pij$ $et = (0.1738) * Pij$ $et = \$ 294,725$	$et = e * \sum (0.99) * Pij$ $et = (0.1254)(2.575) * Pij$ $et = (0.3230) * Pij$ $et = \$ 547,698$
Si $Pij = 1,695,658$ ; entonces:			
b) Base Siniestros: gastos (g) = 40%	$Bt = [et / (1 - g)] * Sij$ $Bt = 0.2236 / (0.60) * Sij$ $Bt = 0.3728 * Sij$ $Bt = \$ 468,437$	$Bt = [et / (1 - g)] * Sij$ $Bt = 0.1738 / (0.60) * Sij$ $Bt = 0.2897 * Sij$ $Bt = \$ 364,018$	$Bt = 0.512 * Sij$ $Bt = \$ 643,346$
Si $Sij = 1,256,536$ ; entonces:			

## ANALISIS COMPARATIVO DE LOS RIESGOS PROPORCIONALES

AUTOMOVILES			
CONCEPTO	A.R.T.S	I.V.A.R	C.S.S.P
1. Factores utilizados para determinar el índice de siniestralidad:	Siniestros C./Primas Devengadas	Siniestros C./Primas Devengadas	
2. Tipo de regresión aplicada: cuyos parámetros son:	Desviación típica Estándar	lineal con ajuste de residuales	
Total de ajuste del modelo (R <sup>2</sup> ):	-	47.164	
Desviación del ajuste:	21.91	17.994	
Aplicación del método ARIMA:	-	de primer orden	
3. Pruebas de hipótesis de supuestos estructurales:	No se efectuaron	Si se efectuaron	
4. Período de los datos muestra:	1974 - 1984	1970 - 1984	
5. Distribución Probabilística de los errores aplicada:	Distribución Normal (1 cola)	Distribución Normal (1 cola)	
6. Cálculo de Margen de Solvencia:			
a) Base Primas:	$et = e + S(0.91) + Pij$ $et = (0.219)(1.455) + Pij$ $et = (0.3184) + Pij$	$et = e + S(0.95) + Pij$ $et = (0.179)(1.645) + Pij$ $et = (0.2944) + Pij$	
Si Pij = 1,630,258 ; entonces:	$et = \$ 519,400$	$et = \$ 475,548$	
b) Base Siniestros:	$Bt = [et / (1 - q)] + Sij$ $Bt = 0.316 / (0.60) + Sij$ $Bt = 0.5210 + Sij$	$Bt = [et / (1 - q)] + Sij$ $Bt = 0.2944 / (0.60) + Sij$ $Bt = 0.4906 + Sij$	
Si Sij = 1,093,954 ; entonces:	$Bt = \$ 580,865$	$Bt = \$ 536,671$	

## CAPITULO V

### METODOLOGIA PROPUESTA PARA LA OBTENCION DE UN MODELO DE MARGEN DE SOLVENCIA

#### 5.1 CAPITAL MINIMO DE GARANTIA (C.M.G.)

Después de haber analizado cada una de las diferentes propuestas elaboradas, primero en Europa y después en nuestro país a consecuencia del establecimiento en 1981 del artículo 60 de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, procederemos a proponer una metodología para la obtención de un Margen de Solvencia, utilizando para ello la experiencia que ha sido posible recabar hasta el momento.

Sin embargo, antes de poder pasar al planteamiento de las respectivas premisas, sería conveniente aclarar un aspecto técnico que no ha sido tocado de una manera un poco más amplia hasta ahora.

El hecho es el siguiente: debemos de tener en cuenta que en el artículo antes citado(60 de la L.G.I.S.M.S), no se emplea el término de Margen de Solvencia como una cantidad adicional constituida por una Institución de Seguros para hacer frente a desviaciones inesperadas. Es decir no se emplea el término de una manera explícita, sin embargo, en dicha Ley se maneja

un concepto más general,- que es el que se ha venido trabajando en el presente documento- a través de la constitución del Capital Mínimo de Garantía. Por lo cual, deberemos de referirnos bajo el siguiente concepto en adelante:

**EL CAPITAL MÍNIMO DE GARANTÍA SE OBTIENE EMPLEANDO LA METODOLOGÍA DEL MARGEN DE SOLVENCIA.**

A lo largo de éstos capítulos se han podido distinguir importantes factores que son indispensables para determinar un mecanismo de autorregulación. El hecho de determinar una solvencia adicional debe de estar sujeta a parámetros preestablecidos que realmente determinen de forma inequívoca las normas mínimas de respaldo económico para la Institución.

Al referirnos a las normas con las cuales deberá contar toda Institución de Seguros para garantizar el cumplimiento oportuno de sus obligaciones, estaremos hablando de determinarlo mediante la aplicación del Capital de Garantía.

Sin embargo éste Capital de Garantía deberá de ser tal que, en el "peor" de los casos sea igual al Capital Mínimo de Garantía, cuyas reglas también se dictaminan en la L.G.I.S.M.S., razón por la cual sea la mínima cantidad con la que se pueda hacer frente a los compromisos contraídos. i.e.:



ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

CAPITAL DE GARANTÍA  $\geq$  CAPITAL MÍNIMO DE GARANTÍA

5.2 CONSTITUCION DEL CAPITAL DE GARANTIA (Art. 29, Fracción I de la L.G.I.S.M.S.)

**DEFINICION:**

El Capital de Garantía es la cantidad constituida por el patrimonio propio de la empresa para cubrir desviaciones sistemáticas y asistemáticas de la siniestralidad. Se integra por:

**CAPITAL PAGADO .**

- + **RESERVAS:** - LEGAL  
- DE CAPITAL PARA FLUCTUACIÓN DE VALORES  
- OTRAS
- + **UTILIDADES:** - DEL EJERCICIO  
- AFECTAS POR APLICAR
- + **SUPERAVIT:** - POR REVALUACIÓN DE INVERSIONES  
- POR REVALUACIÓN DE INMUEBLES
- + **FONDO DE ORGANIZACION**

menos:

**INVERSIONES:** - EN INSTITUCIONES DE SEGUROS Y FIANZAS  
- EN ENTIDADES FINANCIERAS DEL EXTERIOR

**PERDIDAS:** - DEL EJERCICIO  
- DE EJERCICIOS ANTERIORES

**EXCEDENTES:** - GASTOS Ó INVERSIONES SUJETOS A LÍMITE  
(INSTALACIÓN, ORGANIZACIÓN, ETC.)

**CUENTAS POR COBRAR:** - DOCUMENTOS POR COBRAR  
- SALDOS A CARGO DE AGENTES  
- DEUDORES DIVERSOS

### 5.3 PREMISAS DEL MODELO

Los supuestos sobre los cuales se trabajará se describen a continuación:

a ) Definiremos de aquí en adelante el Espacio Muestral, descrito como el conjunto de todas las aseguradoras nacionales. Los resultados que se obtengan de éste estudio serán aplicables a nivel individual de cada una de ellas.

$$\Omega = \{ \omega_i : \omega_i \in \Omega, i = 1, \dots, n \}$$

b ) Debido a la gran heterogeneidad de los riesgos en los distintos ramos, es preciso separar las distintas clases de operaciones; razón por la cual consideraremos los siguientes grupos de riesgo:

**CLASIFICACION I:**

- 1) Vida
- 2) Accidentes y Enfermedades
- 3) Incendio
- 4) Marítimo y Transportes
- 5) Automóviles
- 6) Diversos
- 7) Responsabilidad Civil
- 8) Crédito
- 9) Agrícola
- 10) Terremoto

no obstante, se manejará un subconjunto de la clasificación anterior debido a que, algunos de los ramos anteriormente citados no tiene gran representatividad, originando así la siguiente

**CLASIFICACION II:**

- 1) Vida
- 2) Accidentes y Enfermedades
- 3) Automóviles
- 4) Daños sin Automóviles y sin Terremoto
- 5) Terremoto

La estructura del modelo en la operación de vida será esencialmente distinta de los otros por su naturaleza y duración de coberturas; asimismo por su naturaleza catastrófica se establecerá un modelo especial para Terremoto.

c) Los datos que serán empleados en el estudio estarán basados en los informes de las siguientes fuentes:

1) Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

2) Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, A.C.

d) La metodología se basará en la aplicación de fórmulas fundamentadas en el Cálculo Actuarial para el caso de Vida; Análisis de Regresión para la aplicación de todos los ramos; y para el riesgo de pérdida por inversiones se propone utilizar la Teoría de Portafolio.

e) Con base en estudios anteriores, se ha podido comprobar que los mejores indicadores son aquellos que se obtienen al considerar experiencias de años anteriores. La muestra sobre la cual realizaremos nuestros estudios corresponderá al período 1980-1989. Dicho período se eligió debido a que la Economía Mexicana vivió en éste lapso de tiempo, una época inflacionaria.

f) En el caso de todos los ramos con excepción de Vida, se aplicarán los conceptos anteriormente tratados como: Base Primas y Base Siniestros.

Con las premisas establecidas en los párrafos anteriores, diremos que el monto mínimo para hacer frente a las posibles desviaciones por siniestralidad y/o irrecuperabilidad de inversiones y adeudos de Reaseguradores, será:

$$TMS_t = MS_{1t} + MS_{2t} + MS_{3t} + MS_{4t} + MS_{5t}$$

donde:

$MS_{1t}$ =Cantidad necesaria para cubrir desviaciones en siniestralidad en operaciones de Vida, en el año t.

$MS_{2t}$ =Cantidad necesaria para cubrir desviaciones en siniestralidad en operaciones de Accidentes y Enfermedades, Automóviles y Daños sin Terremoto y autos, en el año t.

$MS_{3t}$ =Cantidad necesaria para cubrir eventos catastróficos a causa de Terremoto en el año t.

$MS_{4t}$ =Cantidad necesaria para cubrir posibles quebrantos por siniestros ocurridos no recuperados de Reaseguro en el año t.

$MS_{5t}$ =Cantidad necesaria para cubrir posibles quebrantos en inversiones en el año t.

## 5.4 OBTENCION DEL MODELO DE MARGEN DE SOLVENCIA PARA VIDA

### 5.4.1 METODO ACTUARIAL

Si observamos claramente la definición de Margen de Solvencia, deducimos que precisamente lo que estamos buscando es un método que pueda ayudarnos a "soportar" desviaciones extraordinarias en siniestralidad. Si bien la Reserva Matemática, constituida por un porcentaje de la prima pura de riesgo es empleada precisamente, para poder hacer frente a las obligaciones contraídas con el asegurado en el inicio del contrato, no prevee en muchas ocasiones otros factores externos que afectan considerablemente la solvencia de la Institución justificación que más adelante dará origen a la función  $\psi(t)$ .

Repasemos ahora unos puntos fundamentales dentro de la Teoría del Seguro:

a) El seguro es un contrato bilateral, establecido generalmente por una Institución de Seguros y un individuo que busca transferir un riesgo mediante el pago de una prima.

b) Las primas del Seguro de Vida (en particular de los seguros individuales), corresponden a riesgos a largo plazo.

Desde el punto de vista matemático, las obligaciones de cada una de las partes involucradas en el convenio las podemos expresar de la siguiente manera:

El asegurado se comprometerá a pagar primas mientras esté con vida ó durante un período previamente acordado.

$$A_x = \sum_{t=0}^{w-x-1} (v^t \cdot P_x)$$

donde:  $v^t = (1+i)^{-t}$  y,

$$P_x = l_{x:t} / l_x$$

La Compañía Aseguradora resarcirá económicamente a los beneficiarios del asegurado si llegase a ocurrir el deceso de éste último.

$$A_x = \sum_{t=0}^{w-x-1} (v^{t+1} \cdot q_x)$$

donde:  $q_x = P_x - (1+i)P_x$

Expresado en otras palabras, las primas de los seguros se calculan como el valor actuarial presente de los pagos por siniestros que se esperan efectuar en el futuro y de los pagos que se espera recibir como primas en un futuro. Por lo tanto, las primas que se calculan y cobran a los asegurados son valores esperados de los costos futuros.

Bajo este principio y al inicio del compromiso se tiene que:

i)  $t=0$ ,

$${}_tV_x = A_{x:t} - P\ddot{A}_{x:t} = 0$$

=>

$$A_{x:t} = P\ddot{A}_{x:t}$$

esto es las obligaciones de la compañía son iguales a las del asegurado al inicio de su contrato; sin embargo a medida que transcurre el tiempo:

ii) si  $t > 0$  y  $t \leq (w-x)$ ,

$${}_tV_x < 0$$

lo cual constituirá técnicamente una cantidad necesaria y suficiente para hacer frente a las obligaciones de la Compañía en el caso de ocurrir algún siniestro.

Una vez que se han repasado los conceptos básicos de la teoría, partiremos del inciso b) en el cual se menciona que las primas que se calculan y cobran a los asegurados son valores esperados de los costos, cuyo comportamiento estará determinado por la curva de mortalidad que halla descrito la cartera de la compañía en estudio.



Debido a la definición misma de Margen de Solvencia sólo nos importarán los años en los cuales la mortalidad ocurrida sea mayor a la mortalidad esperada, dado que en caso contrario, el costo de la mortalidad ocurrida estará solventada por las reservas matemáticas. Dicha pérdida podemos reflejarla matemáticamente mediante la aplicación estadística del factor varianza a una variable aleatoria, la cual nos induce a establecer la:

**DEFINICION 1:**

Sea  $x$  la edad de ingreso de una persona a la cartera de una Compañía.

**DEFINICION 2:**

Sea  $t = w - x$  el momento de fallecimiento de esa misma persona, medido desde el momento en que ingresó a la compañía. Además por otra parte, de aquí en adelante por " $t$ " se designará a la variable aleatoria "tiempo a la muerte de una persona de edad  $x$ ".

**DEFINICIÓN 3:**

Uno de los primeros conceptos que son manejados dentro de la técnica actuarial y que nos son muy útiles en la práctica, lo emplearemos en el presente trabajo con otra perspectiva sin que éste mismo pierda su esencia.

Sea  $V^t$ , el Valor Presente de 1 U.M. (Unidades Monetarias) con una tasa de interés técnica "i" invertida durante "t" tiempo U.T. (Unidades de tiempo), definida como sigue:

$$V^t = (1 + i)^{-t}$$

Como es de esperarse, nuestro modelo reflejará la posible pérdida de una Compañía en sus operaciones en el transcurso de un año. De aquí que definamos la función de pérdida para una compañía como:

**FUNCION DE PERDIDA DE COSTOS  $\varphi(t)$ :**

EL VALOR PRESENTE DE LA SUMA ASEGURADA AL MOMENTO "t" MENOS LAS PRIMAS PAGADAS EN EL MISMO LAPSO DE TIEMPO, Ó BIEN:

$$\varphi(t) = [v^t - P\ddot{a}_t]$$

. DONDE  $t \in [x, w-x]$

En la función anterior implícitamente se asume que  $q_t = 1$  dado que estamos definiendo a  $t$  como tiempo a la muerte, obteniendo una fórmula cierta en vez de una contingente.

En otras palabras podemos interpretar a  $\varphi(t)$  del modo siguiente: si un asegurado fallece al final del primer año el costo para la compañía sería el valor presente de la suma asegurada en un año menos las primas netas niveladas que se habían pagado hasta antes del deceso, invertidas a una cierta tasa de interés.

El siguiente paso ó mejor dicho la siguiente pregunta sería:

¿ Cómo podemos relacionar la función costo de pérdida con un modelo de solvencia adicional ?

Es en éste momentos donde aplicaremos la teoría estadística a la técnica actuarial, bajo las siguientes definiciones estadísticas:

**DEFINICION 4:**

**Variable Aleatoria:** Dado un espacio de probabilidades  $(\Omega, \theta, P[ : ])$ , una variable aleatoria, denotada por  $X$  ó  $X(:)$ , es una función con dominio  $\Omega$  y contradominio la recta real.

La función  $X(\cdot)$  debe de ser tal que el conjunto  $\Lambda_r$ , definido por  $\Lambda_r = \{\omega: X(\omega) \leq r\}$ , pertenece a  $\theta$  para cualquier número real  $r$ .

**DEFINICION 5:**

**Función de Densidad Discreta:** Si  $X$  es una variable aleatoria discreta con distintos valores  $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots$  entonces la función, denotada por  $f_x(\cdot)$  y definida por:

$$f_x(X) = \begin{cases} P[X = x_j], & \text{si } X = x_j, \quad j=1, 2, \dots, n, \dots \\ 0 & , \quad \text{E.O.C.} \end{cases}$$

es la función de densidad discreta de  $X$ . La función  $f_x(\cdot)$  tiene como dominio la recta real y como contradominio el intervalo  $[0, 1]$ , si deseamos involucrar a la función indicadora  $I(\cdot)$  obtenemos la siguiente definición:

$$f_x(X) = \sum_{n=1}^{+\infty} P[X = x_j] I_{(x_n)}(x)$$

donde  $I_{(x_n)} = 1$  si  $X = x_n$  y,  $I_{(x_n)} = 0$  si  $X \neq x_n$ .

**DEFINICION 6:**

**Factor Esperanza:** Sea  $X$  una variable aleatoria y sea  $g(\cdot)$  una función tales que sus dominios y rangos están en la recta real. El valor esperado de la función  $g(\cdot)$  de la variable aleatoria  $X$ , denotado por  $E[g(X)]$ , está definido por:

$$E[g(X)] = \sum_j g(X_j) f_x(X_j)$$

si  $X$  es discreta con puntos de densidad  $X_1, X_2, \dots, X_j, \dots$

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(X) f_x(X) dx$$

si  $X$  es continua con función de densidad probabilística  $f_x(X)$ .

**DEFINICION 7:**

**Varianza:** Sea  $X$  una variable aleatoria, y denotemos  $\mu_x$  a la esperanza de  $X$  ( $E[X]$ ). La varianza de  $X$ , denotada por  $\sigma^2_x$  ó  $\text{Var}[X]$ , es definida por:

i)

$$\text{Var}[X] = \sum_j (x_j - \mu_x)^2 f_x(X_j)$$

si  $X$  es discreta con puntos masa  $X_1, X_2, \dots, X_j, \dots$

ii)

$$\text{Var}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^2 f_x(x) dx$$

si X es continua con función de densidad probabilística  $f_x(X)$ .

Dichas definiciones podemos expresarlas mediante el factor esperanza del siguiente modo:

$$\text{Var}[X] = E[X^2] - (E[X])^2$$

Una vez definidos los conceptos anteriores procederemos a obtener la variabilidad ó dispersión que podría sufrir una Compañía de Seguros mediante la aplicación del factor estadístico varianza a la función  $\varphi(t)$ , i.e.  $\text{VAR}[\varphi(t)]$ .

Dadas las condiciones necesarias y suficientes para construir una fórmula que sea más explícita, a partir de la función de pérdida de costo  $\varphi(t)$ , establecemos la siguiente:

**DEFINICION 8:**

Sea  $t$  la variable aleatoria "tiempo a la muerte de  $x$ ", como anteriormente se había definido y a la función  $g(\cdot)$  como:

$$g(t) = v^t.$$

Ahora bien, por otra parte necesitamos definir una función de densidad probabilística  $f_x(\cdot)$  tales que:

- a) su dominio sea la recta real y,
- b) su rango pertenezca al intervalo  $[0,1]$

estableciendo la

**DEFINICION 2:**

Dado que la probabilidad, de que una persona de edad  $x$ , sobreviva  $(t-1)$  años  $(\cdot, p_x)$  es independiente y mutuamente excluyente de la probabilidad de que una persona de edad  $(x+t-1)$ , fallezca en el transcurso de un año. Deducimos que,

$$\Pr\{ T=t \cap SSS \} = (\cdot, p_x)(\cdot, q_{x+t}) = \Pr\{ T=t \} \Pr\{ SSS \}$$

lo cual en otras, si  $s=1$  tenemos un caso particular de la expresión anterior, determinando así que:

$$f_x(t, X) = [(\cdot, p_x)] [(\cdot, q_{x+t-1})]$$

tale que la función  $f_x(t, X)$  cumple con:

$$f_x(\cdot): \mathbb{R}^+ \longrightarrow [0,1].$$

De las definiciones 8 y 9, podemos establecer las condiciones necesarias para definir el factor  $\text{Var}[\varphi(t)]$ .

**OBTENCION:**

Utilizando las proposiciones anteriores y, dado que éstas cumplen con las condiciones establecidas en las definiciones 1, ..., 9 desarrollaremos la demostración siguiente, bajo la cual comprobaremos que:

$$\text{Var}[\varphi(t)] = ({}^1A_{t,1} - (A_{t,1})^2)(1 + P/d)^2$$

**DEMOSTRACION (por construcción):**

Dada  $\varphi(t)$  procederemos a obtener su dispersión, a saber:

$$\text{Var}[\varphi(t)] = \text{Var}[V^t - P\ddot{a}_t] \dots \dots \dots (1.1)$$

de la expresión (1.1) tenemos que por definición de una anualidad cierta anticipada:

$$\ddot{a}_t = (1 - V^t)/d$$

si sustituimos, obtenemos la siguiente expresión (1.2):

$$\text{Var}[\varphi(t)] = \text{Var}[V^t - P(1 - V^t)/d] \dots \dots \dots (1.2)$$



en la cual si desarrollamos el producto:

$$\text{Var}[V^t - P(1-V^t)/d] = \text{Var}[V^t - P/d + PV^t/d]$$

y factorizamos el valor presente  $V^t$ , se tiene:

$$\text{Var}[V^t(1 + P/d) - P/d] \dots \dots \dots (1.3)$$

En la expresión (1.3), aplicaremos unos resultados inmediatos del factor varianza en una variable aleatoria, a saber:

a) La varianza de una constante es:

$$\text{Var}[C] = 0$$

b) La varianza de una constante "C" por la variable aleatoria es:

$$\text{Var}[CX] = C^2(\text{Var}[X])$$

dado que el factor varianza es cerrado bajo la suma, obtenemos de (1.3) la expresión (1.4):

$$\text{Var}[V^t(1 + P/d)] - \text{Var}[P/d] \dots \dots \dots (1.4)$$

a la cual es posible aplicar la propiedad (a) en (P/d), ya que no depende de la variable aleatoria:

$$\text{Var}[V^x(1 + P/d)] \dots \dots \dots (1.5)$$

y por otra parte aplicando (b) a (1.5), deducimos (1.6):

$$(1 + P/d)^2 \text{Var}[V^x] \dots \dots \dots (1.6)$$

hasta este momento tan sólo se han aplicado propiedades del factor varianza a las variables no aleatorias. Nos valdremos, para continuar con la demostración, de la siguiente equidad:

Por definición:

$$\text{Var}[V^x] = E\{(V^x)^2\} - (E[V^x])^2$$

Es aquí que por medio de las definiciones 8 y 9 efectuaremos el desarrollo para la obtención de  $E\{(V^x)^2\}$  y  $(E[V^x])^2$ .

Empleando la definición 6 del factor esperanza:

$$E[V^x] = \sum_{t=1}^n g(t)f_t(t) = \sum_{t=1}^n (V^x {}_{(t-1)}P_x {}_1q_{x+t-1}) \dots \dots \dots (1.7)$$

desarrollando los conceptos actuariales de  ${}_{(t-1)}P_x$  y  ${}_1q_{x+t-1}$  de (1.7):

$$\sum_{t=1}^n (V^{t-1} p_{x+1} q_{x+t-1}) = \sum_{t=1}^n (V^t (1_{x,t-1}/l_x) (1_{x,t-1} - 1_{x,t}/l_{x,t} - 1)) \dots (1.8)$$

eliminando términos de la expresión (1.8) obtenemos a (1.9)

$$\sum_{t=1}^n (V^t (1_{x,t-1} - 1_{x,t}/l_x)) \dots (1.9)$$

pero de (1.9) es inmediata la aplicación de otras equidades actuariales, a saber:

$$\sum_{t=1}^n (V^t (d_{x,t-1}/l_x)) = \sum_{t=1}^n (V^t (q_{x,t-1})) \dots (1.10)$$

con la cual obtenemos las condiciones necesarias para definir un seguro de vida de la forma:

$$\sum_{t=1}^n (V^t (q_{x,t-1})) = A_{x:\overline{n}|} \dots (1.11)$$

análogamente podemos obtener  $E[(V^t)^2]$  a partir del siguiente hecho:

$$E[(V^t)^2] = \sum_{t=1}^n ((V^t)^2)_{x-1} p_{x+1} q_{x+t-1} = \sum_{t=1}^n (V^{2t} {}_{t-1} p_{x+1} q_{x+t-1}) \dots (1.12)$$

que finalmente se expresaría como:

$$\sum_{t=1}^n (V^{t-1} p_{t-1} q_{t,t-1}) = \sum_{t=1}^n (V^{t-1} q_t) = \sum_{t=1}^n \lambda_{t,n} \dots \dots \dots (1.13)$$

Por lo tanto la máxima pérdida posible de una Compañía de Seguros en su cartera de Seguro Individual sería, restando (1.11) de (1.13) y por (1.6):

$$\text{Var}[\varphi(t)] = (\sum_{t=1}^n \lambda_{t,n} - (\sum_{t=1}^n \lambda_{t,n})^2)(1 + P/d)^t \dots \dots \dots (1.14)$$

Pero, ¿realmente la aplicación de ésta expresión nos garantiza, como es de esperarse, valores siempre positivos o nulos?. La respuesta ante tal pregunta la resolvemos mediante la aplicación de la *Desigualdad de Cauchy-Schwartz*, en la cual se establece que: si se tienen dos series  $a_k$  y  $b_k$ , tales que se  $a_k = \beta b_k$ , entonces:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (\sum_{k=1}^n a_k b_k)^2 &\leq (\sum_{k=1}^n a_k^2) (\sum_{k=1}^n b_k^2) \\ \beta &\geq 0 \\ k &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

desigualdad que puede modificarse salvo una constante, a:

$$\sum_{k=1}^n (\sum_{k=1}^n a_k)^2 \leq (\sum_{k=1}^n a_k^2)$$

con  $b_1=b_2=\dots=b_{n-1}=b_n=1$

$k=1, \dots, n$

hecho sobre el cual nos basaremos para determinar que  $\text{Var}[\varphi(t)] \geq 0$ .

Sea:

De la inequidad (1.14) si definimos a:

$$A_{r, \bar{n}}^1 = \sum_{t=1}^n (V^t)_{(t-1)} | q_r = \sum_{k=1}^n a_k$$

y por otro lado:

$${}^2A_{r, \bar{n}}^1 = \sum_{t=1}^n (V^{2t})_{(t-1)} | q_r = \sum_{k=1}^n a_k^2$$

Obtenemos fácilmente que:

$$\Leftrightarrow {}^2A_{r, \bar{n}}^1 \geq (A_{r, \bar{n}}^1)^2$$

$${}^2A_{r, \bar{n}}^1 - (A_{r, \bar{n}}^1)^2 \geq 0$$

por lo tanto  $\text{Var}[\varphi(t)] \geq 0$

Ahora bien, si deseamos obtener una expresión equivalente, la ecuación (1.14) puede ser reexpresada al emplear que  $P_r = A_r / \bar{a}_r$ , implicando con ello:

$$(1 + P/d) = (1 + A_r / \bar{a}_r) = (d\bar{a}_r + A_r) / d\bar{a}_r = 1 / (d\bar{a}_r)$$

obteniendo (1.15)

$$\text{Var}[\varphi(t)] = ({}^2A_{r, \bar{n}}^1 - (A_{r, \bar{n}}^1)^2) / (d\bar{a}_r)^2 \dots \dots \dots (1.15)$$

Este método es aplicable anualmente dado que generalmente el ingreso de las primas es anual.

Si desearamos aplicar el método anterior a intervalos de tiempo menores a un año, ésto es con ingreso de prima fraccionada, nuestra función de densidad probabilística sufriría cambios en cuanto a la tasa de probabilidad de muerte  $q_{x:t}$ .

Si recordamos, teóricamente al ingresar primas con intervalos de tiempo menores a un año debemos de tener en consideración la forma de poder medir la rapidez con que la mortalidad irá afectando a nuestra cartera de Seguro de Vida.

Una alternativa ante tal hecho sería la aplicación de la hipótesis de Balducci:

$$q_x = (t)q_x$$

pero la hipótesis anterior sólo funcionaría para un número determinado de casos, por lo cual debemos de aplicar otros elementos del Cálculo Actuarial, llegando al siguiente hecho:

$$\lim_{t \rightarrow 0} (q_x) = \lim_{t \rightarrow 0} \{(l_x - l_{x+t}) / (t l_x)\} = -d(\ln(l_{x+t})) = \mu_{x+t}$$

con lo cual se obtendría que para funciones continuas:

$$\text{Var}[\varphi(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{2t} ( {}_tP_x \mu_{x+t} ) - \left( \int_{-\infty}^{+\infty} e^{t} ( {}_tP_x \mu_{x+t} ) \right)^2 \cdot (1.16)$$

donde por la triple igualdad:

$$(1+i)^{-xt} = e^{-xt} y,$$

$$\bar{a}_x = (1 - v^x) / \delta$$

De la expresión (1.16) podemos desarrollar ítem la ecuación (1.14) obteniendo finalmente:

$$\text{Var}[\varphi(t)] = ({}^2\bar{A}_{x:\overline{t}|} - (\bar{A}_{x:\overline{t}|})^2)(1 + P/\delta)^2 \dots \dots \dots (1.17)$$

ó bien

$$\text{Var}[\varphi(t)] = ({}^2\bar{A}_{x:\overline{t}|} - (\bar{A}_{x:\overline{t}|})^2) / (\delta \bar{a}_x)^2 \dots \dots \dots (1.18)$$

Por otra parte, si a la función  $\varphi(t)$  le aplicamos el factor esperanza bajo la mismas condiciones que hemos venido manejando, ésto es con el empleo de la función  $g(t)$  y  $f_x(t)$  obtenemos:

$$E[\varphi(t)] = E[v^t - P\bar{a}_t] = E[v^t] - E[P\bar{a}_t] \dots \dots \dots (1.19)$$

de la expresión anterior, inmediatamente determinamos el primer factor de la ecuación (1.7).

$$E[V^t] = A_{x:t} \dots\dots\dots (1.19)$$

y por otro lado aplicando las definiciones y proposiciones anteriormente tratadas:

$$E[P\bar{A}_x] = E[P(1-V^t)/d] = (P/d)E[1-V^t] \dots\dots\dots (1.20)$$

=>

$$(P/d)E[1-V^t] = (P/d)(1-E[V^t]) = (P/d)(1 - A_{x:t}) \dots\dots (1.21)$$

de donde se tiene que por definición:  $(1 - A_{x:t})/d = \bar{a}_{x:t}$ , por lo cual de (1.21) concluimos (1.22) que es la fórmula de la reserva de un seguro, obtenida a través del método retrospectivo.

$$E[\varphi(t)] = A_{x:t} - P_x(\bar{a}_{x:t}) \dots\dots\dots (1.22)$$

$$\dots E[\varphi(t)] = {}_tV_x$$



## 5.5 ENFOQUE DEL ANALISIS DE REGRESION

La técnica de Análisis de Regresión permite efectuar un análisis más detallado con respecto a la relación entre varias variables. Este es uno de los caminos más usados para establecer una función relacional entre variables. La relación es expresada en la forma de una ecuación conformada, por una parte por una variable de respuesta o variable dependiente, generalmente denotada por  $y$ , y una ó más variables independientes  $x_1, x_2, \dots, x_p$ . La ecuación, ó para ser más precisos, la ecuación de regresión toma la siguiente forma:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p$$

donde  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$  son llamados coeficientes de regresión y son determinados del conjunto de datos muestra.

Cuando la ecuación de regresión consta de una sólo variable independiente y ésta es representativa del tiempo, entonces la ecuación de regresión se conoce como una SERIE DE TIEMPO que será el tema sobre el cual basaremos los resultados que se obtengan de nuestros datos.

Para nuestro caso y para todos los ramos se aplicará una serie de tiempo en la cual se maneje como variable de respuesta un número índice y como variable independiente el tiempo. El objeto de manejar números índices radica esencialmente en que

es más conveniente trabajar con cantidades porcentuales que con las absolutas. En otras palabras, al tomar en consideración un número índice no se estará afectando a los datos por los efectos de la inflación.

La manera en que aplicaremos las técnicas de regresión para determinar un Magen de Solvencia será bajo el siguiente criterio:

Cuando se desea ajustar una curva a un conjunto de datos se espera que, la distancia de cada uno de los puntos empleados en el estudio sea la más pequeña posible con respecto a los nuevos puntos ajustados. Esta diferencia biunívoca entre cada uno de los pares de puntos se denomina residuales ( $e_i = y_i - \hat{y}_i$ ) y pretende medir la calidad del ajuste entre el modelo propuesto y los datos muestra originales.

Por otra parte, por regla general siempre es deseable emplear los residuales obtenidos a partir del modelo de regresión, para poder determinar tanto la calidad de ajuste así como el cumplimiento de los supuestos estructurales que fueron tomados como base para aplicar la técnica antes mencionada. Las pruebas a las que nos estamos refiriendo corresponden a las llamadas pruebas no paramétricas.

A grandes rasgos enunciamos a continuación, los puntos esenciales que se deben de cuidar al aplicar éste tipo de técnicas.

Supuestos estructurales:

a) El conjunto de datos muestra, provienen de una muestra aleatoria ( cada uno de los puntos se distribuye en forma independiente e idénticamente distribuida y son aleatorios). La prueba paramétrica que se emplea para determinar la presencia ó en su caso, tal ausencia se denomina la "Prueba de Rangos o de Rachas".

b) Se trabaja sobre el supuesto de que los datos muestra se distribuyen normalmente con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$   $Y_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ . La prueba aplicada se denomina, "Prueba de Kolmogorof-Smirnov".

c) Cuando se cuenta con varios datos distribuidos en varias muestras, se prueba la igualdad de varianzas entre cada una de las poblaciones.

La prueba se llama "Prueba de Igualdad de Varianzas de Bartlett".

d) Dado que estaremos trabajando con series de tiempo, será conveniente determinar si los resultados de un año con respecto al anterior, son dependientes entre sí, lo cual, es muy común en las Series de Tiempo.

La prueba aplicada se conoce como la "Prueba de Durbin-Watson(Correlación Serial).

#### 5.5.1 OPERACION DE VIDA

(MS<sub>1t</sub>)

Como sabemos, realmente el ramo de Vida no presenta grandes problemas con lo que respecta a la siniestralidad; por lo que es de esperarse que en el momento de ajustar un modelo al conjunto de datos muestra, expresados a su vez mediante un número índice, obtengamos una curva sin muchas variaciones, i.e. un poco más "suave" que lo que se podría esperar para el resto de los demás ramos.

Como anteriormente se había expresado se utilizarán los datos que fueron obtenidos por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, sobre los cuales tomaremos las siguientes consideraciones:

a) Sólo se puede contar para éste estudio de 10 observaciones, en otras palabras, de 10 años (1980-1989). La ausencia de mayor información, por una parte, se debe esencialmente al deseo de poder estudiar el comportamiento del Sector

Asegurador en la época inflacionaria de los 80's, y por otro lado a la escasez de sistemas de información de los 70's.

b) Para el lector que éste familiarizado con la aplicación de técnicas de Regresión, seguramente se preguntará si aún es posible continuar con la metodología propuesta. A lo cual daremos solución si recordamos, que dentro de la Estadística No-Paramétrica existen pruebas especialmente diseñadas para los casos en que la muestra sea considerablemente pequeña, como lo es la que aquí se presenta.

c) Es de vital importancia, tener muy presente que para estudios posteriores, se deberá de contar con muestras más grandes que permitan describir sustancialmente los fenómenos que se pretendan medir.

Una manera mediante la cual determinamos la suficiencia en la operación de Vida, es mediante la comparación de la Mortalidad Esperada VS la Mortalidad Ocurrida. Partiremos de éste hecho para definir:

$$MS_{it} = R_t (IM_{it} - I^{**}) \dots\dots\dots(2.0)$$

$$IM_{it} = U_t + I_t^* \dots\dots\dots(2.1)$$

donde:

$IM_t$  = Índice máximo posible de desviación en siniestralidad, considerando los casos donde: Mortalidad Ocurrida sea mayor a la Mortalidad esperada.

$I_t^v$  = Índice estimado de siniestralidad para el año t. Ajustado a función continua de 2o. grado.

$R_t$  = Cantidad neta en riesgo en el año t.

En el ramo de Vida, como se pudo observar en el comparativo, se manejaron diversos índices de los cuales se empleará el que se describe a continuación:

$$I_t = (\text{Siniestros Ocurridos})_t / (\text{Sumas Aseguradas})_t$$

con t = 1980 a 1989.

Los siniestros no incluyen:

- Dividendos
- Rescates
- Vencimientos

Las sumas aseguradas incluyen:

- Las sumas aseguradas de Vida Individual, Grupo y Colectivo
- Los beneficios adicionales
- Los planes en moneda extranjera convertidos a moneda nacional

- El Reaseguro tomado del extranjero se excluirá
- El Reaseguro tomado en el mercado local.

Es importante señalar que dentro de la información de la C.N.S.F. se incluyen las sumas aseguradas de los planes flexibles que se ofrecen hoy en día, hecho que, a juicio muy particular no deberían de incluirse debido a que no corresponden a eventos casuísticos.

Para la determinación del Capital de Garantía se deducirá del requerimiento de solvencia, la reserva de previsión de Vida.

Debido a que el método propuesto es un modelo "aposteriori", se obtendrá un modelo que permita describir el comportamiento de datos en la "zona de exploración" 80-89. Pero la desviación resultante de éste modelo sólo será significativa al momento de aplicarla al año de proyección, en éste caso en particular, para el año de 1990.

La desviación será ponderada de acuerdo a la cantidad de datos que sean empleados en el estudio. Debido a la escasa información de que se dispone, se conviene en utilizar una función de densidad probabilística conocida como t - Student la cual precisamente se sugiere cuando se tienen pocos datos.

En un futuro cuando sea posible la recopilación oportuna de los datos, no será problema el seguir aplicando ésta distribución dado que a medida que la muestra sea más grande se aproximará a una distribución Normal.

El Margen de solvencia para el ramo de Vida estimado estará dado por la siguiente expresión, al sustituir la ecuación (2.1) en (2.0), así:

$$MS_{it} = R_t (U_t + I_t^v - I_t^*)$$

Este hecho se justifica precisamente, por el mismo resultado que se expuso en el modelo de A.M.I.S., a medida que nuestra distribución t-Student se aproxime a una Normal.

$$MS_{it} = U_t * R_t \dots\dots\dots(2.2)$$

donde:  $U_t = t_{(v,r)} \hat{\sigma}(I_t^*)$  y,

$v = (n-2)$  grados de libertad

$r = 95.0\%$  de confianza de una cola

$$\hat{\sigma}(I_t^*) = [ \sum_{t=1}^n ( I_t - I_t^* ) / (n-1) ]^{1/2}$$

A continuación describiremos los resultados obtenidos en la aplicación del método:



Por la poca cantidad de observaciones es muy fácil que la curva ajustada tenga una gran variabilidad. Sin duda alguna se considera que por la cantidad de datos empleados por el I.T.A.M, son los idóneos para el empleo de éstas técnicas.

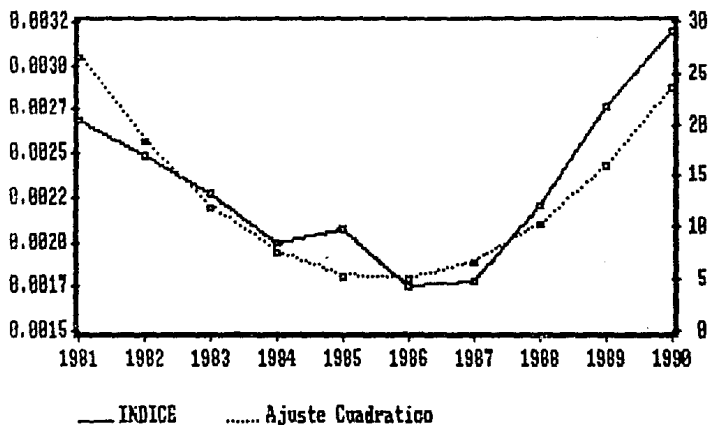
El modeló que el I.T.A.M. ajustó a su conjunto de datos, correspondió a una hipérbola con ajuste de residuales de primer orden. En nuestro caso fue necesario el manejo de otra curva cuadrática, la parábola. Cabe señalar que, si el dato correspondiente al año de 1989 fuese eliminado la curva correspondería a una hipérbola.

La parábola que se ajustó es la siguiente, gráfica 1 (para consultar las corridas correspondientes, referirse al Anexo "A":

$$I_t = C_1 + C_2 * G(t) \dots \dots \dots (2.3)$$

donde:  $G(t) = AT^2 + BT + C$  , sin embargo gráficamente es posible ver que existe una correlación serial en los datos muestra. Los resultados que se obtuvieron con correlación serial, son los que a continuación se muestran:

### OPERACION DE VIDA



CONCEPTO	DESCRIPCIÓN	VALOR NUMÉRICO
COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN	$R^2$	78.76%
COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN AJUSTADO	$R^2_{aj}$	76.11%
DESVIACIÓN DE LA REGRESIÓN	$\sigma_e$	0.0226%
CORRELACIÓN SERIAL DE LA MUESTRA	P	5.05814

Del cuadro anterior es necesario disminuir la correlación que presentan los datos, debido a que la muestra se está trabajando bajo el supuesto de aleatoridad, independencia y varianza constante, ésto es en otras palabras se desea emplear un conjunto de datos que no presenten de antemano un modelo predeterminado.

Para lo cual nos valdremos del siguiente resultado:

Es posible demostrar que por medio de la aplicación del método de ARIMA (Autoregresión y Ajuste de Medias, consultar Apéndice "B") la correlación en los datos tiende a desaparecer. Con lo que se deduce que es necesario realizar un ajuste de residuales, de tal modo que sea posible trabajar con los supuestos estructurales. De la ecuación (2.3) y la aplicación de ARIMA llegamos a la expresión:

$$I_t = C_1 + C_2 * G(t) + e_t \dots \dots \dots (2.4)$$

donde G(t) es como se había descrito anteriormente y e<sub>t</sub> corresponde al ajuste:

$$e_t = e_{t-1} + f_t \dots \dots \dots (2.5)$$

de tal manera que f<sub>t</sub> cumple con los supuestos de independencia y aleatoriedad de los residuales. Los resultados son:

CONCEPTO	DESCRIPCIÓN	VALOR NUMÉRICO
COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN	R <sup>2</sup>	93.60%
COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN AJUSTADO	R <sup>2</sup> <sub>a</sub>	90.40%
DESVIACIÓN DE LA REGRESIÓN	$\hat{\sigma}_e$	0.0143%
CORRELACION SERIAL DE LA MUESTRA	P	4.54956

Del presente cuadro obtenemos una notable mejoría en el ajuste del modelo. Esta corrida incluye dentro de sus cálculos, el pronóstico para el año de 1990, mismo que será empleado en la determinación del factor de ponderación.

Anteriormente establecíamos que para demostrar el cumplimiento de los supuestos estructurales del modelo, era necesario la elaboración de diversas pruebas (literales *a*), ..., *d*), razón por la cual las pruebas antes mencionadas se aplicaron a los residuales obtenidos, antes y después de elaborar el ajuste de residuales.

Pero nuevamente, debido a la falta de observaciones no fue posible la aplicación de pruebas tales como Durbin-Watson. Ante tal situación se recurrió a otra metodología de comprobación de supuestos estructurales: *las pruebas gráficas*.

La primer prueba que es deseable aplicar es mediante la graficación de los residuales en papel "Log-Normal" para probar la normalidad; pero es evidente que una muestra que contiene sólo 10 datos no podrá ser de ninguna forma ajustada mediante una distribución Normal, razón que justifica el empleo de la distribución t-Student.

La correlación serial (i.e. dependencia de los residuales) fue detectada como se explicó anteriormente por un método gráfico. El problema se resolvió al emplear un ajuste de residuales mediante una autoregresión de primer orden y el ajuste de medias correspondiente (2.4) y (2.5).

Del estudio anteriormente señalado nos interesa la desviación provocada por las observaciones incluyendo la proyección efectuada para el año de 1990, ésto es, para el empleo de la expresión (2.2) del cual resulta  $\hat{\sigma}_t = 0.0143\%$  para el período 1980-1990.

La distribución t-Student además de ajustarse a la poca cantidad de datos, se recomienda sea aplicada bajo el empleo de una "cola". La justificación deriva a consecuencia de tomar sólo los puntos que sobrepasen, en éste caso a la mortalidad esperada y evitar constituir un Margen de Solvencia excesivo.

Buscando en tablas la distribución de errores de una t-Student con una cola y una confiabilidad del 95% obtenemos un valor de

$$t_{(v, \alpha)} = t_{(8, 0.95)} = 1.86003$$

utilizando la expresión (2.2):

$$U_t = (1.86)(0.000143) = 0.00026598$$

con lo cual la la cantidad mínima adicional de solvencia requerida para una Institución de Seguros en la operación de Vida será de:

$$MS1_t = 0.026\% * R_t$$

(2.6)

es decir el 0.026% de la cantidad neta en riesgo, donde definimos:

$$\text{Cantidad Neta en riesgo} = \text{Suma Asegurada} - \text{Reserva}$$

Para tener una idea un poco más clara, mostraremos a continuación un ejemplo numérico aplicado al Sector Asegurador Mexicano.

Debido a que la reserva realmente no es significativa al compararse con la suma asegurada, emplearemos como una aproximación de cantidad neta en riesgo sólo a la suma asegurada. Por medio del Anuario Estadístico de La C.N.S.F. obtenemos la Suma Asegurada del sector para el inicio del año 1990 con una cantidad de: \$ 278,702,022,000.

Por lo que aplicando (2.6) llegamos a la constitución de un Margen de Solvencia de:

$$MS_{11} = (0.2659)(278,702,022) = \$ 74,129,164.$$

**5.5.2 METODOLOGIA PROPUESTA PARA LOS RAMOS DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES, AUTOMOVILES Y DAÑOS SIN TERREMOTO NI AUTOS**

(MS<sub>21</sub>)

En ésta parte del trabajo es donde se podrá hacer una distinción mucho más clara entre la utilización de las reservas especiales para desviaciones estadísticas y el empleo de la Metodología del Margen de Solvencia.

En uno de los capítulos anteriores (Capítulo II), se mencionó la forma en la cual operaba el artículo 78 de la Ley General de Instituciones de Seguros, estableciendo un porcentaje en función del volumen de los riesgos asumidos, lo cual traía consigo problemas de gran consideración.

Es precisamente que valiéndose de la aplicación del artículo 78, se pensó en un método que no representase problemas en cuanto a la aceptación de mayor volumen de riesgos a la cartera de una compañía, así como problemas de evasión al Fisco, como solía suceder con la reserva de previsión.

La metodología de Margen de Solvencia resuelve tal situación, al derivar en un método que no sólo constituye el capital mínimo requerido en base al volumen de los riesgos asumidos sino en función de su naturaleza y composición.



Como hemos podido constatar, al ir analizando cada uno de los modelos propuestos en México, se ha empleado, para la determinación del Margen de Solvencia en los ramos de Accidentes y Enfermedades, Automóviles y Daños, la implementación de dos bases técnicas: la Base Primas y la Base Siniestros que si bien, cada una se constituye con conceptos distintos permiten determinar la cantidad necesaria de solvencia adicional mediante el criterio de máximo valor.

Por medio de la Base primas es posible determinar el volumen de los riesgos, mientras que con la Base Siniestros además de medir el volumen de los mismos, permite determinar el comportamiento histórico de los siniestros de la cartera de una Compañía, en el transcurso de los últimos 36 meses a la fecha de la valuación. La razón expuesta es principalmente la causa por la cual se aplica la función máximo valor a la Base Primas y Siniestros, constituyendo así, un Margen de Solvencia realmente necesario.

#### **METODOLOGIA PROPUESTA:**

a) Para la determinación del requerimiento de solvencia se determinarán dos bases: una en base primas ( $\alpha$ ) y otra en base siniestros ( $\beta$ ), y se empleará la que proporcione mayor requerimiento de Margen de Solvencia.

b) La información que se recabó corresponde al Sector Asegurador en general desglosado por operaciones y por ramos, para el período 1980-1989.

Al igual que en el caso de Vida se determinó el índice de "exceso de siniestralidad" como la diferencia entre siniestros esperados y siniestros ocurridos, no obstante que se prefirió trabajar con cantidades reales (números índice) por lo que:

c) Los datos que fueron utilizados para la elaboración de un número índice corresponden a:

- c<sub>1</sub>) Siniestros totales y retenidos
- c<sub>2</sub>) Primas emitidas y retenidas.

El número índice a aplicar es la expresión (3.1):

$$I_i = \text{Siniestros retenidos}_{(t,i)} / \text{Primas Retenidas}_{(t,i)}$$

donde:

(t,i) = año t del ramo i, con t= 1980,...,1989.

De aquí en adelante entenderemos por siniestros retenidos a los correspondientes a los directos más los tomados menos los cedidos en Reaseguro. Las primas retenidas se identificarán como la directas más las tomadas menos cedidas en Reaseguro.

Posteriormente de haber construido los correspondientes indicadores para cada uno de los ramos propuestos, se procedió a la elaboración de los respectivos modelos.

Se obtendrá la desviación  $\hat{\sigma}_i$ , correspondiente de ajustar el modelo al conjunto de datos muestra con la proyección efectuada para el año de 1990; nuevamente se carece de datos que sean los suficientemente significativos como para determinar la certeza de aplicar pruebas no-paramétricas sobre ellos.

La Base Primas se calculará como sigue:

$$\alpha_{ui} = t(v, r) * P_{ui} \dots \dots \dots (3.2)$$

donde:

$t(v, r)$  = Una distribución t-Student con:

$v$  =  $n-2$  grados de libertad

$r$  = 95.0% de confianza y,

$P_{ui} = \hat{\sigma}_i * \% \text{ de siniestros de retención} * \text{prima emitida}$

La Base Siniestros se determinará como:

$$B_{ui} = [ ( \alpha_{ui} ) / ( 1 - \text{gastos} ) ] * S_{ui} \dots \dots \dots (3.3)$$

donde:

$t(v, r)$  = Una distribución t-Student con:

$v = n-2$  grados de libertad

$r = 95.0\%$  de confianza y,

En el caso de la Base Siniestros se tomará el promedio de los siniestros netos ocurridos(SINS) indexados al Índice Nacional de Precios al Consumidor(INPC), de los últimos 36 meses.

$S_{u1} = \bar{t}$  de siniestros de retención \* monto de siniestros,

donde se define:

monto de siniestros:  $(SINS * INPC) / 36$ .

#### RESULTADOS OBTENIDOS POR LA APLICACION DE UNA FUNCION LINEAL:

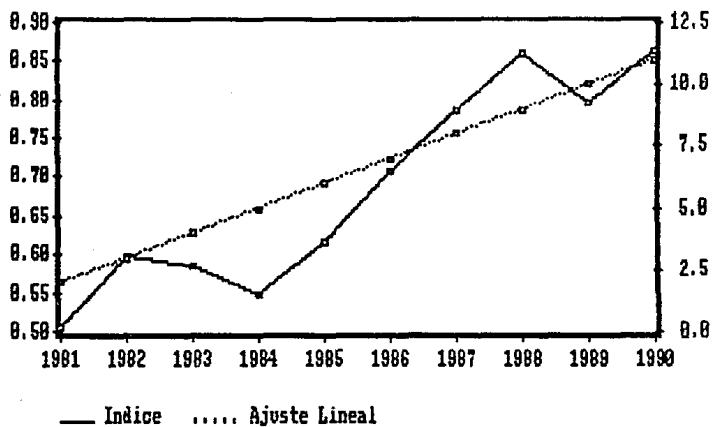
Debido a la gran dispersión de los valores observados así como a la falta de calidad de los mismos fue necesario la aplicación de funciones lineales en el ajuste de los datos.

#### ACCIDENTES Y ENFERMEDADES:

El comportamiento presentado por ésta operación es en general bastante consistente (ver gráfica 2, consultar corridas en el Anexo "A") pero, siempre con un índice creciente. Esto es bastante aceptable si tomamos en cuenta que en la operación mencionada, el ramo de Enfermedades (Gastos Médicos Mayores) representa casi el 90% de las siniestralidad reportada.

CUADRO II

OPERACION DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES



El efecto de la correlación nuevamente se hace presente en la operación como se podrá observar en el siguiente cuadro resumen:

CONCEPTO	DESCRIPCIÓN	VALOR NUMÉRICO
COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN	$R^2$	88.04%
COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN AJUSTADO	$R^2_a$	86.54%
DESVIACIÓN DE LA REGRESIÓN	$\hat{\sigma}_e$	4.8839%
CORRELACIÓN SERIAL DE LA MUESTRA	P	7.03350

Aquí podemos hablar de dos aspectos que están jugando un papel esencial en los ajustes recientes.

Al aplicar éstas técnicas de Regresión se debe de tener mucho cuidado con la clase de datos con la cual se trabaja.

Las características del conjunto de datos muestra las determinaremos bajo las siguientes características:

- i) Aspectos **CUANTITATIVOS**.
- ii) Aspectos **CUALITATIVOS**.

El primer punto ya se ha venido tratando en forma amplia hasta el presente momento. Para el segundo punto mencionaremos los siguiente: debido a que se efectúan las regresiones sobre un número índice, se debe de tener en cuenta que de no contar con información suficientemente precisa se puede estar distorsionando el modelo ajustado. Este punto será crucial a lo largo de todo el análisis, puesto que nos llegará a indicar que el estimador sobre el cual se basan las regresiones, es *insesgado*.

Con las aclaraciones arriba establecidas aplicaremos el método de ARIMA para "corregir" la correlación.

La ecuación ajustada corresponde a:

$$I_t = C_1 + C_2 * G(t) + e_t \dots \dots \dots (3.4)$$

donde:  $G(t)$  es una función lineal de la forma:

$$G(t) = A + BT \dots \dots \dots (3.5)$$

por lo que respecta a los residuales se elaboró un modelo con una autoregresión de primer orden y un ajuste por medias, obteniendo:

$$e_t = \rho e_{t-1} + f_t \dots \dots \dots (3.6)$$

tale que  $f_x$  cumple con los supuestos de estructuralidad de un modelo de regresión.

Los resultados obtenidos son:

CONCEPTO	DESCRIPCIÓN	VALOR NUMÉRICO
COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN	$R^2$	95.27%
COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN AJUSTADO	$R^2_a$	92.90%
DESVIACIÓN DE LA REGRESIÓN	$\hat{\sigma}_x$	3.5464%
CORRELACIÓN SERIAL DE LA MUESTRA	P	3.40365

Con los factores señalados en la tabla obtendremos la Base Primas y la Base Siniestros por medio de las expresiones (3.2) y (3.3).

Así como en el caso de Vida empleamos la distribución conocida como t-Student con una cola, por las causas antes especificadas, tenemos que:

$$t_{(1.95, 8)} = 1.86003$$

=>

$$\alpha_{11} = t_{(1.95, 8)} \cdot \hat{\sigma}_x = (1.86)(0.035464) = 0.065963$$

=> (3.7)

$$\alpha_{11} = 6.5\%(P_{11})$$



si fijamos los gastos de administración, adquisición y utilidad de la fórmula (3.3) en un 40.00% se obtendrá:

$$B_{t1} = [( a_{t1} ) / ( 1 - \text{gastos} )]$$

=>

$$B_{t1} = [( .065 ) / ( 1 - 0.4 ) ] = (0.065/0.6) = 0.1083$$

=> (3.8)

$$B_{t1} = 10.83\%(S_{t1})$$

Presentamos a continuación un ejemplo numérico con la aplicación de las expresiones (3.7) y (3.8):

**Base Primas:**

% de siniestros de retención del mercado asegurador al inicio de 1990: 97.61%

Primas Emitidas: \$ 335,795,000

Cálculo:

$$a_{t1} = 6.5\%(P_{t1}) = (65)(335,795)(0.9761) = \$ 21,305,017.$$

**Base Siniestros:**

% de siniestros de retención del mercado asegurador al inicio de 1990: 97.61%

Siniestros Netos Ocurridos: \$ 204,782,000

Cálculo:

$$B_{u1} = 10.83\%(S_{u1}) = (108.3)(204,782)(0.9761) = \$ 21,647,839.$$

Con lo cual en éste caso el máximo valor corresponde a:

$$\text{MAX}( \alpha_{u1}, B_{u1} ) = B_{u1}$$

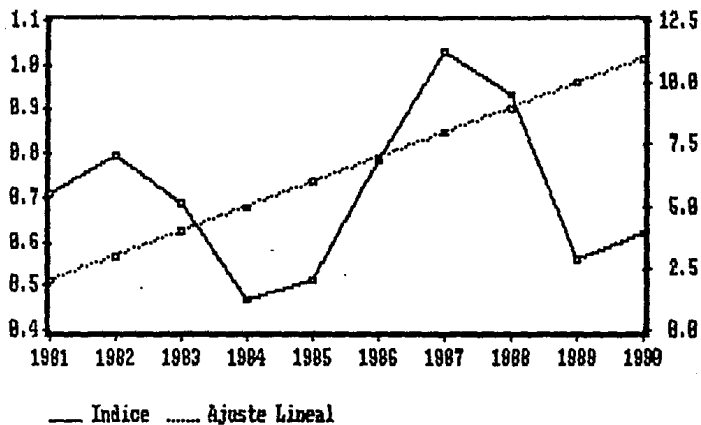
#### AUTOMOVILES:

En la operación de Accidentes y Enfermedades se empezó a hablar de la falta de calidad en las observaciones que constituyen una muestra. En éste caso será también necesario especificar que el comportamiento que ha tenido el ramo de Automóviles no es de ninguna manera satisfactorio (véase gráfica 3, consultar las corridas del Apéndice "A"). Basta que veamos el índice de siniestralidad que se ha presentado en el ramo:

AÑO	INDICE DE SINIESTRALIDAD
1984	46.78%
1985	51.10%
1986	77.31%
1987	103.25%
1988	88.78%
1989	55.24%

CUADRO III

RAMO DE AUTOMOVILES



Como podemos constatar en el cuadro anterior, el índice de siniestralidad( siniestros directos / prima devengada ) mostrado, no refleja una posible tendencia que pueda ser analizada por alguna función analítica periódica<sup>1(2)</sup>.

No obstante si aplicamos las técnicas de regresión a los datos muestra del ramo de Automóviles se tendrá:

CONCEPTO	DESCRIPCIÓN	VALOR NUMÉRICO
Coefficiente de Determinación	$R^2$	54.01%
Coefficiente de Determinación Ajustado	$R^2_{aj}$	31.02%
Desviación de la Regresión	$\hat{\sigma}_e$	15.049%
Desviación estandard	$\hat{\sigma}_\mu$	18.120%

El cuadro anterior realmente refleja el comportamiento del ramo, como se aprecia en el cambio tan abrupto de  $R^2$  y  $R^2_{aj}$ .

---

<sup>1(2)</sup> Nota: Una de las principales causas a las que se debe un comportamiento como el que se describió, es por la inflación.

Por lo que se sugiere emplear en éste caso la desviación estándar de los datos, señalada también en el cuadro, dado que no se aleja demasiado del ajuste lineal.

Determinando una metodología análoga para éste ramo, la base primas se determinará:

$$\alpha_{ei} = t_{(1.99, 8)} * \sigma_x = (1.86)(0.18120) = 0.3370$$

=> (3.9)

$$\alpha_{ei} = 33.70\%(P_{ei})$$

si fijamos los gastos de administración, adquisición y utilidad de la fórmula (3.9) al 40.0%

$$B_{ei} = [ ( \alpha_{ei} ) / ( 1 - \text{gastos} ) ]$$

=>

$$B_{ei} = [ ( 0.337 ) / ( 1 - 0.4 ) ] = (0.337/0.6) = 0.5617$$

=> (3.10)

$$B_{ei} = 56.17\%(S_{ei})$$

Presentamos a continuación un ejemplo numérico con la aplicación de las expresiones (3.9) y (3.10):

**Base Primas:**

% de siniestros de retención del mercado asegurador al inicio de 1990: 97.79%

Primas Emitidas: \$ 1,630,258,000

Cálculo:

$$\alpha_{t1} = 33.7\%(P_{t1}) = (337)(1,630,258)(0.9779) = \$ 537,255,000.$$

**Base Siniestros:**

% de siniestros de retención del mercado asegurador al inicio de 1990: 97.79%

Siniestros Netos Ocurridos: \$ 1,093,908,000

Cálculo:

$$B_{t1} = 56.17\%(S_{t1}) = (561.7)(1,093,908)(.9779) = \$ 600,868,000.$$

Con lo cual en éste caso el máximo valor corresponde a:

$$\text{MAX}( \alpha_{t1}, B_{t1} ) = B_{t1}$$

**DAÑOS SIN TERREMOTO NI AUTOMOVILES:**

Las observaciones que se harán aquí no diferirán mucho del ramo de automóviles debido esencialmente a la gran diversidad de ramos que integran ésta clasificación. Sin embargo al igual que en los otros casos será aplicada la metodología propuesta, resultando con ella:

concepto	descripción	Valor numérico
Coeficiente de Determinación	$R^2$	41.73%
Coeficiente de Determinación Ajustado	$R^2_a$	6.77%
Desviación de la Regresión	$\hat{\sigma}_e$	17.310%
Desviación estandar	$\hat{\sigma}_\mu$	17.930%

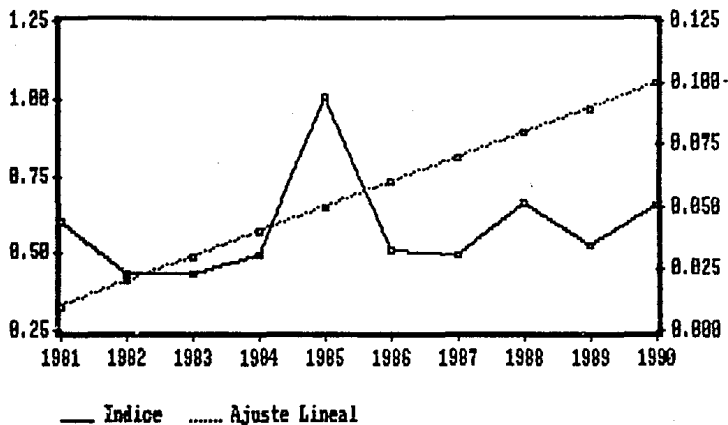
Ante tales resultados tan sólo nos queda emplear la desviación estándar de los datos, la cual comprende el período 1980 - 1990 y proseguir con la obtención de las respectivas bases.

Base Primas:

$$\alpha_{11} = t_{(1,98,8)} * \sigma_e = (1.86)(0.1793) = 0.3334$$

CUADRO IV

OPERACION DE DANOS SIN INCLUIR TERREMOTO NI AUTOMOVILES





=> (3.11)

$$\alpha_{11} = 33.34\%(P_{11})$$

si fijamos los gastos de administración, adquisición y utilidad de la fórmula (3.11) al 40.0%

$$B_{11} = [(\alpha_{11}) / (1 - \text{gastos})]$$

=>

$$B_{11} = [(0.3334) / (1 - 0.4)] = (0.3334/0.6) = 0.5558$$

=> (3.12)

$$A_{11} = 55.58\%(S_{11})$$

Presentamos a continuación un ejemplo numérico con la aplicación de las expresiones (3.11) y (3.12):

**Base Primas:**

% de siniestros de retención del mercado asegurador al inicio de 1990: 62.81%

Primas Emitidas: \$ 1,695,658,000

**Cálculo:**

$$\alpha_{11} = 33.34\%(P_{11}) = (333.4)(1,695,658)(0.6281) = \$ 355,085,000.$$

### Base Siniestros:

% de siniestros de retención del mercado asegurador al inicio de 1990: 62.81%

Siniestros Netos Ocurridos: \$ 1,256,536,000

Cálculo:

$$B_{21} = 55.58\%(S_{21}) = (55.58)(1,256,536)(.6281) = \$ 438,654,000.$$

Con lo cual en éste caso el máximo valor corresponde a:

$$\text{MAX}(a_{21}, B_{21}) = B_{21}$$

Con los ejemplos anteriores es posible determinar el Margen de Solvencia necesario para el Sector Asegurador, sumando las cantidades correspondientes a: Vida, Accidentes y Enfermedades, Automóviles, Daños sin Terremoto y Autos, con una cantidad de: \$ 1,135,290,000 de pesos, sin deducir la correspondiente Reserva de Previsión.

### 5.5.3 TERREMOTO:

Para éste ramo sólo se sugiere revisar el factor del 12% que es aplicado para el requerimiento de Margen de Solvencia.

El Margen de Solvencia se calcula aplicando el 12% a la responsabilidad retenida y vigente restando coaseguros y deducibles correspondientes a la fecha de su determinación, para coberturas de inmuebles ubicados en la zona conurbada del Valle de México y en la zona de Acapulco Guerrero.

A éste saldo se le deduce la suma asegurada total de los contratos de exceso de pérdida, además de los deducibles y coaseguros correspondientes.

#### 5.5.4 REASEGURO:

Las Instituciones de seguros que se dediquen exclusivamente a Reaseguro, emplearan los factores determinados para las compañías aseguradoras al 50%, dado que por la metodología empleada, los factores se obtuvieron con base a la retención.

#### 5.5.5 QUEBRANTOS DE INVERSIONES:

Aquí debemos de tomar en cuenta que mientras más se liberalice un mercado, en éste mercado de seguros, con mayor razón deberá de aplicarse un método técnico de medición de los riesgos.

Para la determinación del requerimiento de solvencia aplicable a la distribución del portafolio de inversiones se aplicará la tabla del apéndice "C".

Las cantidades que se obtengan de aplicar los factores del CAPITAL MÍNIMO DE GARANTÍA( a través de la metodología del Margen de Solvencia ), deberán de ser comparadas con las cantidades que reporte cada Institución de Seguros de acuerdo a lo establecido como CAPITAL DE GARANTÍA ( i.e. por medio de la cuentas de resultados ).

## 5.6 RESERVAS ESPECIALES

### RESERVA DE PREVISION:

La Reserva de Previsión se constituye en base a los criterios siguientes:

operación	reserva de previsión(**)
Vida	1.0% de las Primas Emitidas
Accidentes y Enferm.	8.0% de las Primas Emitidas
Daños	8.0% de las Primas Emitidas

(\*) Aplicable a Primas Emitidas - primas cedidas a Reaseguro - devoluciones - cancelaciones, durante el ejercicio.

La Reserva de Previsión podrá emplearse hasta el 100% de la pérdida técnica de cualquier ramo, siempre y cuando no sea superior a los factores establecidos en Base a Primas.

### RESERVA DE RIESGOS CATASTROFICOS:

La reserva de riesgos catastróficos se constituye en base a los siguientes criterios:

- a) aplicando el 10.5% del total de primas directas del ejercicio.
- b) aumentándose con el 100% de la reserva de riesgos en curso de terremoto que se constituye con el 35% de la prima retenida y liberada en el ejercicio, y

- c) aumentando el producto de inversión de la reserva constituida al 31 de Diciembre anterior, por los meses transcurridos del ejercicio, considerando en caso de moneda nacional el promedio de la tasa de CETES a 28 días y en caso de moneda extranjera el promedio de la tasa LIBOR a 30 días.

La reserva de riesgos catastróficos podrá emplearse:

- a) Para reducir el costo del programa de Reaseguro de exceso de pérdida catastrófico utilizando ésta reserva para disminuir el monto de la cobertura requerida, en éste caso, se deberá reducir el monto de ésta reserva en la cantidad utilizada como cobertura.
- b) Para hacer frente a la ocurrencia de siniestros catastróficos, hasta por un 100% de su monto, sin tener la obligación de reconstituirla, quedando a juicio de las compañías el poder hacerlo en un período máximo de 5 años.

**RESERVA DE FLUCTUACION DE VALORES:**

Desaparece la reserva de fluctuación de valores y se sustituye por el requerimiento de solvencia necesario para cubrir los riesgos de portafolio de inversiones.

## CAPITULO VI

### METODOLOGIA PARA EL CALCULO DE MARGEN DE SOLVENCIA DE UNA COMPAÑIA MEDIANTE LA APLICACION DE RAZONES SIMPLES

Hasta el momento tan sólo nos hemos basado en técnicas tanto Estadísticas como Actuariales para la determinación de una cantidad adicional a la solvencia de una Compañía de Seguros, ésto es para la constitución de su Margen de Solvencia.

No obstante de que los métodos anteriormente descritos poseen una teoría bastante fuerte que los respalda, existe otro método que aún no ha sido tratado en el presente trabajo.

Si recordamos, una de las formas por medio de las cuales es posible determinar el desenvolvimiento diario de cualquier compañía es a través de la Contabilidad y aún más particularmente vía el Análisis de Estados Financieros.

El Análisis de Estados Financieros determina una serie de técnicas especialmente enfocadas a determinar la solvencia de una Institución.

#### 6.1 ANALISIS DE RAZONES SIMPLES O PROPORCIONES

Para el estudio sistemático de la empresa por medio de las razones, podemos estructurarlos en los siguientes grupos ó ramas:

- a) Razones Financieras
- b) Razones Económicas
- c) Razones Técnico-económicas
- d) Razones Técnicas ó de Gestión

Al momento de analizar las razones simples (proporciones) de éstos grupos, no debemos olvidar la conjunción del resultado de los mismos. Es decir, que de los índices sólo se pueden obtener conclusiones si se analizan relacionando todos los grupos en que se han dividido para su estudio. Las razones deben tener un enjuiciamiento global. Cuando una sola razón contradice el resto de las conclusiones, ó existe un error en el cálculo, ó éste tiene muy poca significación.

A continuación se presenta un esbozo de las razones que son más comunes, señalando los elementos que se utilizan para su cálculo, su significado y objetivo.

#### 6.1.1 RAZONES FINANCIERAS (estructura y gestión financiera)

##### Base de cálculo:

Se calcula sobre el Balance.

##### Objetivo:

Tiene por objeto el análisis de la estructura y gestión financiera de la empresa (analizar el origen de los fondos, su aplicación y gestión).

**Significado:**

Marcan las cotas dentro de las cuales debe moverse la empresa.

Es decir, éstas razones señalan:

- Normalidad, mientras se mantienen dentro de la esperada zona de acotamiento.
  
- Situación crítica, cuando los límites de las cotas son sobrepasados.

Por lo tanto, éstas razones son de equilibrio entre puntos máximos y mínimos.

**6.1.2 RAZONES ECONOMICAS (rentabilidad, crecimiento)**

**Base de cálculo:**

Se calculan sobre los datos del Balance y de las Cuentas de Resultados y de Pérdidas y Ganancias.

**Objetivo:**

Tienen por objeto saber si efectivamente se ha cumplido la función económica de la empresa, i.e., si se han logrado los objetivos generales siguientes:

- a) Supervivencia
- b) Rendimiento y rentabilidad
- c) Satisfacer la demanda
- d) Crecimiento



Constituyendo éstos objetivos generales, conviene asegurarse de que éste ha sido bien dirigido aún cuando las razones resulten favorables. En efecto, los objetivos señalados a los responsables de los diferentes servicios ó secciones pueden haberse alcanzado irregularmente y compensar sus diferencias ó incidencias sobre los beneficios.

**Tipos:**

- a) Las "Razones de rentabilidad" en los que se establece la proporción que representan los beneficios respecto del capital total (rentabilidad financiera), del capital propio (rentabilidad económica) y del capital desembolsado.
  
- b) Las "Razones de resultados" en los que el beneficio de explotación y los gastos financieros y de administración se estudian en relación a las ventas.
  
- c) Las "Razones de crecimiento" Los indicadores de crecimiento son los resultados. Cabe mencionar que ciertos renglones de la Cuenta de resultados no puede medir de una forma absoluta e independiente su progresión ó regresión. Por éso se estudian éstas razones.

### **6.1.3 Razones Técnicas.**

#### **6.1.3.1 Análisis de la Solvencia:**

Este análisis tiene por objeto medir la seguridad de que gozan los acreedores de las empresas de ser reembolsados. Cuanto mayor sea ésta razón, mayor será la seguridad. Sin embargo, puede suceder que ésta razón tenga un buen valor a largo plazo, sin que exista por el momento posibilidad de pagar a los acreedores en los plazos estipulados por falta de liquidez.

#### **6.1.3.2 Análisis de la estructura financiera:**

Estas razones se calculan sobre el balance y analizan la estructura y política económica de la empresa, que como es de esperarse, serán distintas según el tipo de empresa. De entre ellos destacamos:

- a) Prueba del ácido
- b) Liquidez absoluta del activo
- c) Financiación de las inmovilizaciones
- d) Financiación propia
- e) Autofinanciación
- f) Amortización
- g) Financiación bancaria
- h) Independencia

### 6.1.3.3 Análisis de la Gestión Económica:

Se analizan sobre los datos del balance y cuenta de resultados y nos permiten apreciar si se han cumplido los fines de la empresa.

entre ellos:

- a) Rentabilidad del capital total
- b) Rentabilidad del capital propio

### 6.2 APLICACION DE RAZONES TECNICAS PARA LA CONSTITUCION DE UN MARGEN DE SOLVENCIA

No obstante que en los párrafos anteriores se han descrito algunas de las razones financieras más conocidas y aplicadas, emplearemos las siguientes debido a que la información de que se dispone permita determinar las siguientes razones:

#### INDICADORES FINANCIEROS

En el siguiente esquema de planteamiento, primero definiremos las razones que se apliquen a los resultados del sector asegurador mexicano en el año de 1990.

### 6.2.1 PRODUCTO DE INVERSIONES

Esta razón financiera nos indica el coeficiente de rendimiento de las inversiones productivas; el método de cálculo es el siguiente:

$$\text{TOTAL DE INVERSIONES} / \text{ACTIVO TOTAL}$$

el cociente anterior es deseable que sea superior a uno para que indique un verdadero rendimiento de las inversiones.

### 6.2.2 RAZON DE CIRCULANTE

La razón es una de las más empleadas no sólo dentro del sector asegurador, sino dentro de todo el marco contable. A dicha razón se le conoce también con el nombre de Capital de Trabajo y nos permite determinar el grado de solvencia a corto plazo. Se define como:

$$\text{ACTIVO CIRCULANTE} / \text{PASIVO CIRCULANTE}$$

el cociente resultante se desea que sea mayor a uno, un cociente menor ó igual a uno detectaría una empresa en malas condiciones de solvencia.

### 6.2.3 RESPALDO FINANCIERO

Este tipo de razón aunado a la anterior, es decir con la razón de circulante determina un método de detección de problemas dentro de una empresa, ya que, la razón de respaldo financiero nos indica de cada peso cuanto es lo que se dispone para hacer frente a las deudas contraídas con los asegurados. Se calcula:

$$\text{TOTAL E INVERSIONES} / \text{RESERVAS TÉCNICAS}$$

#### 6.2.4 PALANCA FINANCIERA

Opera de manera similar a la anterior pero, bajo otros conceptos. Determina la cantidad que se dispone, para hacer frente a mis obligaciones en general. Se expresa como:

#### PASIVO TOTAL / CAPITAL CONTABLE

Si aplicamos los criterios anteriores a los resultados contables del sector en 1990 obtendremos las cifras que se indican a continuación:

CONCEPTO	TOTAL MERCADO	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3
(6.2.1)	61.93%	66.59%	52.05%	35.79%
(6.2.2)	2.73%	2.72%	2.99%	2.32%
(6.2.3)	108.02%	114.95%	93.75%	116.95%
(6.2.4)	3.90%	3.87%	3.66%	2.66%

#### 6.3 ANALISIS:

Como podemos observar en el presente cuadro, la solvencia general del mercado no es muy sana como pudiera esperarse, sin embargo las obligaciones con los asegurados están sumamente amortiguadas por el producto de las inversiones.

Este es un serio problema del Sector Asegurador Mexicano, que todavía es más grave en las Instituciones de Nivel III.

En un futuro si no se desean problemas de insolvencia, se deberán de controlar mejor las políticas de suscripción, cobranza de primas, producto de inversiones así como el mantener un magnífico soporte técnico.

#### 6.4 EL CAPITAL MINIMO DE GARANTIA COMO LEY

A través de las metodologías propuestas fue posible la elaboración del actual reglamento del artículo 60 de la L.G.I.S.M.S. Desarrollo que dió como resultado un método HIBRIDO, el cual tiene un fundamento bastante semejante al que se elaboró en la propuesta de éste trabajo. Los resultados que se aplican al día de hoy son en resumen los siguientes:

- a) El Capital Mínimo de Garantía se determina **TRIMESTRALMENTE** para las periodos comprendidos por:

**MARZO**  
**JUNIO**  
**SEPTIEMBRE**  
**DICIEMBRE**

- b) Como se había mencionado en la propuesta, las cantidades que se obtengan de aplicar los factores del **CAPITAL MINIMO DE GARANTIA**( a través de la metodología del Margen de Solvencia ), deberán de ser comparadas con las cantidades que reporte cada Institución de Seguros de acuerdo a lo establecido como **CAPITAL DE GARANTIA** ( i.e. por medio de la cuentas de resultados ).

En caso de déficit en el Capital Mínimo de Garantía (debido a que ésta es la mínima cantidad con la que se debe de contar), se dispondrá bajo los siguientes términos:

b.1) La Institución propondrá a la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas un plan para alcanzar el monto requerido en un plazo de seis meses.

b.2) De no cumplirse el plan, se procederá a la revocación de la autorización.

<p>REQUERIMIENTOS DE CAPITAL VIDA</p>
---

A) Promediar las sumas aseguradas de los últimos doce meses.

B) Aplicar al promedio obtenido, el 0.06%

C) A la cantidad que sea obtenida, se le restará el saldo de la Reserva de Previsión

<b>REQUERIMIENTOS DE CAPITAL ACCIDENTES Y ENFERMEDADES, DAÑOS Y AUTOMOVILES</b>
---

Se deberá de seleccionar entre las dos cantidades siguientes, la mayor:

A.1) Primas emitidas últimos doce meses

A.2) Aplicar los siguientes porcentajes:

Accidentes y Enferm.	24%
Daños	34%
Automóviles	35%

A.3) Al resultado, aplicar el porcentaje de siniestralidad de retención<sup>(3)</sup>, con los siguientes mínimos:

Accidentes y Enferm.	84%
Daños	31%
Automóviles	95%

A.4) Al resultado, restar la Reserva de Previsión.

es decir:

**FACTOR \* % DE SINIESTROS DE RETENCIÓN \* PRIMA EMITIDA**

B.1) Promedio anual actualizado de los siniestros netos ocurridos de los últimos TRES años, indexados al INPC.

---

<sup>3</sup>(3) Siniestros de retención / siniestros netos ocurridos, referidos ambos conceptos como la suma de los saldos mensuales que corresponda a los últimos doce meses al cierre de cada trimestre.

(4) Se emplea la misma definición que en capítulos anteriores.



B.2) Aplicar los siguientes porcentajes:

Accidentes y Enferm.	38%
Daños	54%
Automóviles	48%

B.3) Al resultado obtenido, aplicar el porcentaje de siniestralidad de retención<sup>(3)</sup>, con los siguientes mínimos:

Accidentes y Enferm.	84%
Daños	31%
Automóviles	95%

B.4) Al resultado, restar la Reserva de Previsión.

es decir:

**FACTOR\*% DE SINIESTROS DE RETENCIÓN\*MONTO DE SINIESTROS**

REASEGURO
-----------

La participación de Reaseguro se reconoce por medio del porcentaje de siniestros de retención.

**TERREMOTO**

A) Sumas aseguradas retenidas y vigentes para edificios en el Valle de México y Acapulco, sin deducibles ni coaseguros.

B) Aplicar el factor del 12%

C) Restar el saldo de Reservas de Previsión y de Riesgos Catastróficos.

D) Restar la suma asegurada total de los contratos de Reaseguro por Exceso de Pérdida.

**CONCENTRACION DE INVERSIONES**

Deberá de ser la mayor de las siguientes cantidades:

A) El saldo de la Reserva de Capital para fluctuación de valores, o

B) El monto que resulte de aplicar determinados porcentajes, a los saldos de los diferentes instrumentos de inversión:

- Valores emitidos por el Gobierno Federal, tales como Cetes, Petrobonos, etc.

- Depósitos en Instituciones Bancarias
- Sociedades de Inversión de Renta Fija
- Acciones
- Préstamos sin garantía real.

C) Los mayores porcentajes (hasta de 23.7%) se aplican a las inversiones de mayor riesgo: Acciones, préstamos sin garantía real.

D) Los menores porcentajes (de 0.3% a cero) se aplican a las inversiones de mínimo riesgo: Depósitos bancarios, Valores de Gobierno Federal.

**Ejemplificación de los factores empleados actualmente:**

**VIDA**

Suma asegurada		278,702,022
Factor	*	0.0006
Capital Mínimo de Garantía		167,221

**ACCIDENTES**

% de siniestralidad directa (sins.ocurridos/primas emitidas)		65.51%
% de siniestros de retención (mayor al estandard del 84%)		97.61%
Primas Emitidas		335,795
Factor	*	0.24
		80,591
% de Siniestros de Retención	*	0.9761
		78,665
Reserva de Previsión	-	51,087
Capital Mínimo de Garantía		27,578

Siniestros Netos Ocurridos		204,782
Factor	*	0.38
		77,817
% de siniestros de retención	*	0.9761
		75,957
Reserva de Previsión	-	51,087
Capital Mínimo de Garantía		24,870

#### DAÑOS SIN AUTOMÓVILES SIN TERREMOTO

% de siniestralidad directa (sins.ocurridos/primas emitidas)		54.41%
% de siniestros de retención (mayor al estandard del 31%)		62.81%
Primas Emitidas		1,695,658
Factor	*	0.34
		576,524
% de Siniestros de Retención	*	0.6281
		362,115
Reserva de Previsión	-	104,195
Capital Mínimo de Garantía		257,920

Siniestros Netos Ocurridos		1,256,536
Factor	*	0.54
		678,529
% de siniestros de retención	*	0.6281
		426,184
Reserva de Previsión	-	104,195
Capital Mínimo de Garantía		321,989

#### AUTOMÓVILES

% de siniestralidad directa (sins.ocurridos/primas emitidas)		55.35%
% de siniestros de retención (mayor al estandard del 95%)		97.79%

Primas Emitidas		1,630,258
Factor	*	0.35
		570,590
% de Siniestros de Retención	*	0.9779
		557,980
Reserva de Previsión	-	138,076
Capital Mínimo de Garantía		419,904

Siniestros Netos Ocurridos		1,093,908
Factor	*	0.48
		525,076
% de siniestros de retención	*	0.9779
		513,472
Reserva de Previsión	-	138,076
Capital Mínimo de Garantía		375,396

**TERREMOTO**

Resp. acumuladas		3,376,744
Factor	*	0.12
		405,209
Coaseguro	-	121,563
Deducible	-	33,767
		249,879
Reserva de Previsión	-	290
Rva. de Riesgos Catastróficos	-	4,313
Capacidad total de Reaseguro de		
Exceso de Pérdida contratada(X/L)	-	242,280
Sobrante ó faltante		2,996
Capital Mínimo de Garantía		0

**INVERSIONES**

Rva. de capital para fluctuación de valores			37,977
Instrumentos de inversión	monto	req.	% part.
Depósitos en bancos de fomento	1,374,369	0	24.30
Depósitos en Instituciones ban.	324,429	0	5.74
Sociedades de inversión de ren.	184,290	0	3.26
Descuento/redescuento y aceptac	755,549	1,511	13.36
Préstamos hipotecarios	37,197	0	0.66
Renta fija de empresas	458,924	4,589	8.11
Inmuebles	757,322	18,933	13.39
Préstamos prendarios C/garantía	51,946	519	0.92
Acciones participación < 3.5%	597,175	29,859	10.56
Acciones 3.5% < partic < 6.5%	181,951	5,459	3.22
Acciones participación > 6.5%	788,417	78,842	13.94
Prest.prendarios, refac. y hab	144,642	5,786	2.56
Total	5,656,211	145,498	100.00
Capital Mínimo de Garantía			145,498

\* Se aplicaron los valores de la tabla del Anexo "C".

En el siguiente cuadro, resumimos los resultados obtenidos en la constitución del Capital Mínimo de Garantía:

CONCEPTO	CAPITAL MÍNIMO DE GARANTÍA
+ VIDA	167,221
+ ACCIDENTES Y ENFERM.	27,578
+ DAÑOS SIN A. Y T.	321,989
+ AUTOMÓVILES	419,904
+ TERREMOTO	0
+ INVERSIONES	145,498
TOTAL DE C.M.G.	1,082,190
CAPITAL DE GARANTÍA	2,106,574
SOBRANTE	1,024,384

### CONCLUSIONES FINALES

Como podemos apreciar de todo el análisis realizado, éste mecanismo autorregulatorio, perfectible en el mediano y largo plazo, será la pauta para que los órganos de supervisión y vigilancia cumplan con su primordial objetivo, la salvaguarda de intereses de los asegurados.

Por otra parte, la constitución del Capital Mínimo de Garantía permitirá una competencia sana, implicando con ello, que en futuro no muy lejano el Mercado Asegurador Mexicano se consolide.

La Desregulación del Sector es uno de los primeros pasos hacia la apertura de la economía mexicana, que se encuentra actualmente en una época de transición ante el Tratado de Libre Comercio.

Sin duda alguna, con cada una de las metodologías que se fueron desarrollando por las Instituciones que describimos en el transcurso de los capítulos que integran éste trabajo, contribuyó de manera importante en la elaboración actual del Capital Mínimo de Garantía elaborada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (S.H.C.P.- Agosto de 1990).

Las investigaciones que antecedieron a la publicación de los resultados, como se pudo ver, involucraron una gran inquietud y esfuerzo por parte del Sector Asegurador Mexicano, lo cual implica que la necesidad de dar una mayor libertad a las aseguradoras era necesario.

El Capital Mínimo de Garantía(C.M.G.), debe de ser visto como la consecuencia de un proceso de desregulación debe de ser un elemento autorregulatorio que se identifique como un método de eficiencia operativa y técnica a tal modo que en el largo plazo no inhiba el desarrollo de un sector que está próximo hacia la apertura internacional.

El propósito fundamental de la presente Tesis consistió en mostrar la metodología de Margen de Solvencia en la obtención del Capital Mínimo de Garantía, a través de la descripción de los modelos propuestos con anterioridad, primero en Europa por medio de la Comunidad Económica Europea y posteriormente por Instituciones Nacionales.

De los resultados obtenidos por los modelos propuestos en la constitución del Margen de Solvencia, obtenemos las siguientes conclusiones:



- 1) Se deben de estudiar en forma muy detallista las características del mercado, en el cual se desee establecer un método de Margen de Solvencia, ya que como se pudo apreciar, los valores numéricos muestran distintos resultados de acuerdo a las características de cada país. En el caso de México, el negocio de Reaseguro tiene una importancia muy significativa, misma que deberá de ir cambiando a fin de poder obtener mejores resultados para las Instituciones de Seguros Nacionales.
  
- 2) Los sistemas de información serán de una importancia trascendental en el futuro, determinando indicadores más feacientes de la situación real y actual del mercado, desarrollo de investigaciones "serias", así como para tener un mejor control del negocio propio de cada aseguradora. La situación anterior la referimos por el siguiente hecho:

Debido a la escasa información de la que fue disponible disponer en el desarrollo de la metodología se hizo necesario el asumir por hechos varios supuestos estructurales, lo cual a gran escala pueda desvirtuar los resultados que se obtengan. Muy particularmente en Estadística es deseable trabajar con muestras que si bien no sean muy numerosas, sean los bastante significativas para su empleo.

APENDICE "A"

LMPL 1981 - 1990

10 Observations

LS // Dependent Variable is INDICE

OPERACION DE VIDA  
ANTES DE ARIMA.

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.0016749	0.0001470	11.052572	0.000
A	5.315D-05	9.756D-06	5.4479061	0.001

R-squared	0.767664	Mean of dependent var	0.002225
Adjusted R-squared	0.761144	S.D. of dependent var	0.000463
S.E. of regression	0.000226	Sum of squared resid	4.09D-07
Durbin-Watson stat	0.824260	F-statistic	29.67966
Log likelihood	70.67073		

Covariance Matrix

C,C	2.16D-06	C,A	-1.25D-09
A,A	7.52D-11		

Residual Plot				obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED	
	*				1981	-0.00035	0.00270	0.00204
		*			1982	-0.00011	0.00247	0.00260
			*		1983	1.6D-05	0.00226	0.00226
			*		1984	-3.3D-05	0.00200	0.00203
				*	1985	0.00017	0.00208	0.00191
		*			1986	-0.00013	0.00176	0.00189
	*				1987	-0.00020	0.00176	0.00198
			*		1988	3.7D-05	0.00221	0.00217
				*	1989	0.00029	0.00277	0.00246
				*	1990	0.00031	0.00320	0.00286

SMPLE 1981 - 1996

10 Observations

IDENT RESID

OPERACION DE VIDA  
ANTES DE ARIMA.

Autocorrelations		Partial Autocorrelations		ar	pac	
***	:	***	:	1	0.3201	0.3201
**	:	***	:	2	-0.2003	-0.2373
*	:	*	:	3	-0.2445	-0.0639
	:	*	:	4	-0.0999	-0.0532
***	:	***	:	5	0.2795	0.3146
*	:	**	:	6	0.1476	-0.1728
*	:		:	7	-0.1006	0.0121
***	:	***	:	8	-0.3353	-0.3243
**	:		:	9	-0.2545	0.0295

S.E. of Correlations .3162278 D-Stat. (9 lags) 5.058145

SMPL 1981 - 1990

OPERACION DE VIDA  
DESPUES DE ARIMA.

10 Observations

LS // Dependent Variable is INDICE

Convergence achieved after 3 iterations

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.0015768	0.0001139	13.842478	0.000
A	5.846D-05	9.905D-06	5.8544305	0.001
MA(3)	-0.8762303	0.6914698	-1.2671997	0.252
AR(1)	0.1286400	0.0542966	2.3692094	0.056
R-squared	0.936022	Mean of dependent var		0.002925
Adjusted R-squared	0.904033	S.D. of dependent var		0.000463
S.E. of regression	0.000143	Sum of squared resid		1.23D-07
Durbin-Watson stat	1.480551	F-statistic		29.26088
Log likelihood	76.86844			

Covariance Matrix

C,C	1.30D-08	C,A	-8.07D-10
C,MA(3)	5.78D-06	C,AR(1)	-4.27D-07
A,A	9.97D-11	A,MA(3)	3.54D-06
A,AR(1)	2.82D-07	MA(3),MA(3)	0.478130
MA(3),AR(1)	0.020383	AR(1),AR(1)	0.002948

Residual Plot				.obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED	
	:		*		1981	1.8D-05	0.00270	0.00268
	•				1982	-0.00019	0.00249	0.00267
	:		*		1983	-5.1D-05	0.00228	0.00233
	:		*		1984	-9.6D-06	0.00200	0.00201
	:		*		1985	3.0D-05	0.00208	0.00205
	•				1986	-0.00018	0.00178	0.00194
	•				1987	-0.00018	0.00178	0.00196
	:		*		1988	8.1D-05	0.00221	0.00213
	:		*		1989	9.2D-05	0.00277	0.00288
	:		*		1990	4.2D-05	0.00320	0.00315

SMPL 1981 - 1980  
 10 Observations  
 IDENT RESID

OPERACION DE VIDA  
 DESPUES DE ARIMA.

Autocorrelations		Partial	Autocorrelations		ac	pac	
	*		*		1	0.1373	0.1373
	****		***		2	-0.4169	-0.4441
	***		**		3	-0.2953	-0.1926
	***		**		4	0.2531	0.1894
	**		*		5	0.1917	-0.0799
	*		*		6	-0.2323	-0.2096
			*		7	-0.1299	0.1210
			***		8	-0.0451	-0.2757
			*		9	0.0374	-0.1135
S.E. of Correlations		.3162278	Q-Stat. (9 lags)		4.549569		

SMPL 1981 - 1990

OPERACION DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES  
 ANTES DE ARIMA.

10 Observations

LS // Dependent Variable is ACC

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.4193254	0.0382407	10.974043	0.000
XACC	0.0412628	0.0053770	7.8739615	0.000

R-squared	0.880400	Mean of dependent var	0.687533
Adjusted R-squared	0.885450	S.D. of dependent var	0.133145
S.E. of regression	0.048839	Sum of squared resid	0.019082
Durbin-Watson stat	1.494550	F-statistic	58.88889
Log likelihood	17.11862		

Covariance Matrix

C,C	0.001460	C,XACC	-0.000188
XACC,XACC	2.88D-05		

Residual Plot

	obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
	1981	0.00541	0.30728	0.50185
	1982	0.05355	0.58888	0.54311
	1983	0.00138	0.58573	0.58438
	1984	-0.07348	0.55015	0.62564
	1985	-0.05191	0.81499	0.86690
	1986	0.00061	0.70878	0.70816
	1987	0.03868	0.78811	0.74943
	1988	0.07093	0.88182	0.79069
	1989	-0.03448	0.78749	0.83145
	1990	-0.00888	0.86453	0.87322

SMPL 1981 - 1990  
 10-Observations  
 IDENT RESID

Autocorrelations		Partial Autocorrelations		ac	pac
	**		**	1	0.2499 0.2499
	****		****	2	-0.4228 -0.5174
	****		***	3	-0.5317 -0.3527
	**		***	4	-0.1973 -0.2774
	***			5	0.2737 -0.0433
	**		**	6	0.2419 -0.2809
	*		***	7	-0.0772 -0.3440
			**	8	-0.0341 0.0210
			**	9	-0.0025 -0.1938
S.E. of Correlations		.3182278	Q-Stat. (9 lags)		7.033508

SMPL 1981 - 1990

10 Observations

LS // Dependent Variable is ACC

OPERACION DE ACCIDENTES Y ENFERMEDADES  
DESPUES DE ARIMA.

Convergence achieved after 4 iterations

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.4263720	0.0319829	13.331233	0.000
XACC	0.0396967	0.0044794	8.8620021	0.000
MA(3)	-0.8585747	0.3631072	-2.3645209	0.036
AR(1)	0.1123234	0.2573947	0.4363860	0.678
R-squared	0.952703	Mean of dependent var		0.687533
Adjusted R-squared	0.829054	S.D. of dependent var		0.133145
S.E. of regression	0.035464	Sum of squared resid		0.007546
Durbin-Watson stat	1.946716	F-statistic		40.28587
Log Likelihood	21.75713			

Covariance Matrix

C,C	0.001023	C,XACC	-0.000131
C,MA(3)	-0.000323	C,AR(1)	0.001148
XACC,XACC	2.01D-05	XACC,MA(3)	0.000194
XACC,AR(1)	-0.000190	MA(3),MA(3)	0.131847
MA(3),AR(1)	0.000578	AR(1),AR(1)	0.066252

Residual Plot				obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED	
	:		:		1981	0.02233	0.50726	0.48493
	:		:		1982	-0.00020	0.59666	0.59686
	:		:		1983	0.01105	0.58573	0.57468
	:		:		1984	-0.05560	0.55015	0.60575
	:		:		1985	-0.04135	0.61499	0.56634
	:		:		1986	0.01959	0.70878	0.88919
	:		:		1987	-0.00408	0.70811	0.78219
	:		:		1988	0.03751	0.86162	0.82410
	:		:		1989	-0.01779	0.79749	0.81528
	:		:		1990	0.00090	0.86453	0.86363



SMPL 1981 - 1990  
 10 Observations  
 IDENT RESID

Autocorrelations		Partial Autocorrelations		ac	pac
				1	-0.0263 -0.0263
	*		*	2	-0.0514 -0.0522
	***		***	3	-0.3937 -0.3979
	***		***	4	-0.3207 -0.4214
	**		*	5	0.2365 0.1438
			***	6	-0.0443 -0.2856
	*		***	7	0.1369 -0.2600
			*	8	-0.0492 -0.0872
				9	0.0123 -0.0186
S.E. of Correlations .3162278				Q-Stat. (9 lags)	3.403647

SMPL 1981 - 1990

OPERACION DE DANOS SIN TERREMOTO Y AUTOS  
DESPUES DE ARIMA.

10- Observations

L5 // Dependent Variable is DSTA

Failure to improve SSR after 6 iterations

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.4775525	0.1153154	4.1412368	0.005
XDST	1.8684186	1.8142585	1.0298524	0.343

MA(2)	-0.7321567	0.4051345	-1.8071942	0.121
AR(1)	-0.4531506	0.1778327	-0.8621755	0.422

R-squared	0.418380	Mean of dependent var	0.581470
Adjusted R-squared	0.129070	S.D. of dependent var	0.170943
S.E. of regression	0.158530	Sum of squared resid	0.152699
Durbin-Watson stat	2.508839	F-statistic	1.444595
Log likelihood	6.718890		

Covariance Matrix

C,C	0.013298	C,XDST	-0.192111
C,MA(2)	0.001634	C,AR(1)	-0.002648
XDST,XDST	3.281534	XDST,MA(2)	-0.086894
XDST,AR(1)	0.080958	MA(2),MA(2)	0.164134
MA(2),AR(1)	-0.005050	AR(1),AR(1)	0.031553

Residual Plot		obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
	: *		1981 -0.04245	0.60290	0.64534
	: *		1982 0.00013	0.42866	0.42953
	: *		1983 -0.14386	0.43378	0.57774
	: *		1984 -0.07355	0.49393	0.56748
	: *		1985 0.32247	1.00779	0.68531
	: *		1986 -0.06434	0.51227	0.57661
	: *		1987 0.11006	0.49415	0.38409
	: *		1988 -0.02563	0.58599	0.86162
	: *		1989 -0.03779	0.52137	0.55916
	: *		1990 -0.04834	0.65285	0.70220

SMPL 1981 - 1990

10 Observations

LS // Dependent Variable is AUT

Convergence achieved after 6 iterations

RAMO DE AUTOMOVILES

DESPUES DE ARIMA.

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.6819073	0.0898546	7.5880112	0.000
XAUT	0.0051377	0.0132260	0.3884545	0.711

MA(1)	1.0942715	1.0774087	1.0156513	0.349
AR(1)	-0.2803346	0.7513873	-0.3730894	0.722

R-squared	0.540191	Mean of dependent var	0.710787
Adjusted R-squared	0.310286	S.D. of dependent var	0.181209
S.E. of regression	0.150493	Sum of squared resid	0.435888
Durbin-Watson stat	1.461218	F-statistic	2.349631
Log likelihood	7.303160		

Covariance Matrix

C,C	0.008074	C,XAUT	-0.001077
C,MA(1)	-0.008017	C,AR(1)	0.006936
XAUT,XAUT	0.000175	XAUT,MA(1)	0.002727
XAUT,AR(1)	-0.002052	MA(1),MA(1)	1.460809
MA(1),AR(1)	-0.749037	AR(1),AR(1)	0.564583

Residual Plot				obs	RESIDUAL	ACTUAL	FITTED
	:		*		1981 0.03142	0.70838	0.67697
	:		*		1982 -0.06910	0.79626	0.72716
	:		*		1983 -0.06428	0.68605	0.75033
	*				1984 -0.17341	0.46845	0.64185
	:		*		1985 -0.07587	0.51415	0.58002
	:		*		1986 0.09438	0.78490	0.69052
	:		*		1987 0.22478	1.03228	0.80750
	:		*		1988 0.04858	0.83588	0.88742
	*				1989 -0.16755	0.58061	0.72816
	:		*		1990 0.01733	0.82081	0.60348

## APENDICE "B"

### MODELO DE AUTORREGRESION AR(k)

Cuando la independencia entre los términos de error (residuales) de la regresión no se cumplen, debemos de considerar el proceso autorregresivo de primer orden, planteado por:

$$e_t = p_1 e_{t-1} + v_t - d_1 v_{t-1}, \text{ con:}$$

$$E[v_t] = 0, \text{ para toda } t$$

$$E[v_t^2] = \sigma^2, \text{ para toda } t$$

$$E[v_t v_{t-m}] = 0, \text{ para toda } t, \text{ con } m > 0$$

$$E[v_t e_{t-1}] = 0, \text{ para toda } t$$

$$-1 < p < +1$$

Considerando las suposiciones anteriores, se sugiere que cualquier perturbación se relaciona a su valor precedente inmediato por un modelo de Regresión Lineal Simple; cada perturbación es igual a una proporción del término de perturbación precedente más una variable aleatoria. Por sustitución sucesiva para  $e_{t-1}$ ,  $e_{t-2}$ ,...

Habiendo considerado el proceso Autorregresivo de primer orden, consideremos la posibilidad de que los residuales se generen por un proceso autorregresivo de orden superior.

Esto puede ser, por ejemplo, que la perturbación se realiza por dos perturbaciones previas. Esto sería consistente con un modelo autorregresivo de segundo orden AR(2) que puede formalizarse como sigue:

$$e_t = P_1 e_{t-1} + P_2 e_{t-2} + v_t$$

$$P_1 + P_2 < 1$$

$$P_2 - P_1 < 1$$

$$-1 < P_2 < 1$$

$$E[e_t] = E[v_t] = E[e_{t-1} v_t] = 0, \quad i \neq 0$$

$$E[v_t] = i_t$$

$$E[v_t v_{t-1}] = 0, \quad i \neq 0$$

La función de autocorrelación de AR(2) es:

$$\lambda_1 = P_1 / (1 - P_2)$$

$$\lambda_2 = P_2 + (P_1 / (1 - P_2))$$

$$\lambda_j = P_1 \lambda_{j-1} + P_2 \lambda_{j-2}, \quad j > 2$$

MODELO DE AJUSTE DE MEDIAS MA(q):

En el proceso de ajuste de medias, el patrón de perturbación está descrito totalmente por una suma de pesos de las perturbaciones aleatorias actuales y anteriores. Las perturbaciones tienen un efecto inmediato sobre la variable dependiente y un efecto de discontinuidad con respecto al

tiempo, y si la discontinuidad es tal que las perturbaciones ejercen una influencia en los  $k$  periodos después de su ocurrencia, entonces un proceso de ajuste de medias de orden  $k$ ,  $MA(q)$ , puede ser un modelo adecuado para el proceso de dependencia de tiempo. El proceso de ajuste de medias de orden " $q$ " se da por la siguiente ecuación:

$$e_t = v_t - d_1 v_{t-1} - d_2 v_{t-2} - \dots - d_q v_{t-q}$$

donde los parámetros,  $d_i$  pueden ser positivos o negativos. Las perturbaciones aleatorias se generan de manera que cada  $v_t$  tiene una media cero una varianza constante, y cero de autocorrelación. En contraste al modelo  $AR(k)$  un proceso de ajuste de medias es el producto aleatorio, que ocurre y perturba la variable dependiente por algún número fijo de periodos antes de desaparecer.

#### **METODO DE ARIMA:**

El modelo de ARIMA (Autorregresión y Ajuste de Medias) se emplea con las bases de la parsimonia (requiere que pocos parámetros se estimen); un proceso de ARIMA se obtiene por medio de procesos autorregresivos de orden superior o promedio de medias.

El proceso más, simple es el que combina los modelos autorregresivos y los modelos de medias móviles. Tal modelo se formaliza como:

$$e_t = p_1 e_{t-1} + v_t - d_1 v_{t-1}$$

La función de autocorrelación para éste proceso es:

$$\lambda_1 = \{(1-p_1 d_1)(p_1 - d_1)\} / \{1 + d_1^2 - 2p_1 d_1\}$$

$$\lambda_1 = p_1 \lambda_{j-1}$$

Para la determinación del Capital Mínimo de Garantía aplicable a la distribución del portafolio de inversiones, se emplea la tabla descrita a continuación:

APENDICE "C"

INSTRUMENTO	% PARTICIPACION						
	0-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35 y +
DEPOSITOS DE BANCOS DE FOMENTO Y VALORES EMITIDOS POR EL GOBIERNO FEDERAL	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
DEPOSITO EN INSTITUCIONES BANCARIAS	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.3
SOCIEDADES DE INVERSION DE RENTA FIJA	0.0	0.0	0.1	0.3	0.6	0.9	1.2
DESCUENTO / REDESCUENTO Y ACEPTACIONES BANCARIAS	0.0	0.2	0.4	0.7	1.1	1.4	1.8
PRESTAMOS HIPOTECARIOS	0.0	0.2	0.4	0.7	1.1	1.4	1.8
RENTA FIJA DE EMPRESAS	1.0	2.5	3.0	3.6	4.3	5.1	5.9
INMUEBLES	1.0	2.5	3.0	3.6	4.3	5.1	5.9
PRESTAMOS PRENDARIOS CON GARANTIA REAL	1.0	2.5	3.0	3.6	4.3	5.1	5.9
ACCIONES: SI LA PARTICIPACION DE UN SOLO EMISOR ES MENOR AL 3.5% RESPECTO A LA BASE NETA DE INVERSION	2.0	5.0	6.0	7.2	8.5	10.1	11.9
ACCIONES: SI LA PARTICIPACION DE UN SOLO EMISOR ES MAYOR AL 3.5% Y MENOR AL 6.5% RESPECTO A LA BASE NETA DE INVERSION	3.0	7.5	9.0	10.8	12.8	15.2	17.8
ACCIONES: SI LA PARTICIPACION DE UN SOLO EMISOR ES MAYOR AL 6.5% RESPECTO A LA BASE NETA DE INVERSION	4.0	10.0	12.0	14.4	17.1	20.2	23.7
PRESTAMOS PRENDARIOS, REFACCIONARIOS, DE HABILITACION Y DE AVIO SIN GARANTIA REAL	4.0	10.0	12.0	14.0	16.3	18.9	21.9



APENDICE "D"  
BASE DE DATOS EMPLEADA EN EL MODELO

AÑO	V I D A		ACCIDENTES Y ENFERMEDADES		DAÑOS SIN TERREMOTO Y AUTOS	
	SUMA ASEGUADA	SINIESTROS OCURRIDOS	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS
1979	992,441		847,424	355,493		
1980	1,286,652	3,144	1,329,148	511,254	17,478,590	10,399,365
1981	1,804,655	4,865	1,840,832	832,311	25,403,050	15,315,438
1982	2,653,358	6,997	2,727,122	1,388,502	41,647,447	26,753,549
1983	4,326,780	9,952	4,371,229	2,179,649	84,431,413	56,388,193
1984	7,457,623	14,984	7,558,013	3,682,472	146,876,447	97,581,104
1985	13,925,795	24,964	14,055,783	6,682,175	236,431,883	151,065,290
1986	24,001,735	42,217	24,159,788	12,349,624	455,280,624	293,221,214
1987	54,001,735	102,519	54,161,407	26,877,868	1,007,340,483	652,440,672
1988	177,315,651	322,668	177,161,407	86,877,868	3,076,804,859	1,982,774,661
1989	241,315,651	668,016	241,413,668	122,211,611	3,303,008,859	2,206,710,779

AÑO	INCENDIO CON TERREMOTO		AUTOMOVILES		AGRICOLA	
	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS
1979	6,992,155	3,059,849	8,163,422	5,149,041	1,265	32,572
1980	9,128,838	5,825,845	10,163,422	5,449,543	59,169	30,572
1981	12,465,205	8,444,341	13,558,545	7,934,113	51,691	45,170
1982	22,368,205	12,522,573	22,019,688	12,107,133	56,625	37,495
1983	42,073,433	22,379,909	42,890,332	22,800,367	102,713	68,681
1984	77,066,343	37,308,008	77,890,332	42,467,575	202,258	146,681
1985	102,610,570	17,481,213	102,552,369	62,856,141	323,217	235,888
1986	202,581,644	33,647,004	202,044,678	118,963,120	445,850	327,205
1987	489,329,225	115,387,648	489,097,495	263,013,052	1,381,914	1,697,058
1988	1,045,329,014	548,384,326	1,045,097,495	583,088,135	1,381,914	1,697,058
1989	1,160,512,709	403,175,360	1,160,238,190	636,306	12,617,752	3,154,320

FUENTE: Anuario Estadístico 1989, de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

APENDICE "D"  
BASE DE DATOS EMPLEADA EN EL MODELO

ANO	RESPONSABILIDAD CIVIL		MARITIMO Y TRANSPORTES		C R E D I T O	
	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS
1979	693,556	596,273	3,512,657	2,542,627	144,379	64,833
1980	846,846	527,886	3,888,351	3,998,869	183,992	69,780
1981	1,075,839	527,931	4,227,888	3,938,066	225,611	70,418
1982	349,912	509,450	2,277,888	3,305,809	451,243	250,577
1983	707,852	965,886	3,598,888	3,426,005	611,243	1,012,889
1984	4,316,932	5,565,889	40,755,067	44,633,499	1,099,480	1,669,889
1985	3,308,732	3,880,889	62,444,586	58,916,717	1,511,950	1,669,889
1986	3,034,001	26,416,921	1,177,921	834,914	1,375,788	1,509,889
1987	555,771	26,409,151	1,177,921	766,974	446,294	4,936,889
1988	787,853	52,649,151	1,177,921	766,974	1,015,408	6,029,889
1989	86,136,558	50,910,843	633,898,823	467,882,569	21,279,619	3,560,521

ANO	D I V E R S O S	
	PRIMA EMITIDA	SINIESTROS OCURRIDOS
1979	1,715,693	1,216,688
1980	2,943,103	1,967,254
1981	3,066,711	1,850,843
1982	3,066,711	1,850,843
1983	3,066,711	1,850,843
1984	3,066,711	1,850,843
1985	3,066,711	1,850,843
1986	3,066,711	1,850,843
1987	3,066,711	1,850,843
1988	3,066,711	1,850,843
1989	530,492,240	287,150,618

FUENTE: Anuario Estadístico 1989, de la Comisión Nacional de Seguros Y Fianzas.

## BIBLIOGRAFIA

- Actuarial Mathematics

Newton L. Bowers, Jr.  
Hans U. Gerber  
James C. Hickman  
Donald A. Jones  
Cecil J. Nesbitt  
Publicado por la Society of Actuaries, 1986.

- Cuadernos del Colegio de México

Serie No. 12, 1975.

- Contabilidad y Análisis de Estados Financieros de Entidades Aseguradoras

J. Merlo Bataller, 1983.

- Diario Oficial de la Federación

12 de Noviembre de 1990.

- Estadística AMIS

Boletín de la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, 1989, 1990.

- Estadística No Paramétrica

Sidney Siegel, 1975.

- Financiamiento AMIS

Boletín de la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, 1989, 1990.

- Margen de Solvencia

Filosofía de Garantía Real y un Nuevo Sistema de Seguridad para la Apertura del Seguro Mexicano, Noviembre 1989.

**- Margen de Solvencia**

Investigación sobre la Modernización de la Industria  
Aseguradora Mexicana, Mayo 1990.

**- Matemáticas Universitarias 3a. Impresión**

Jack R. Britton  
R. Ben Kriegh  
León W. Rutland, 1969.

**- Modern Methods for Statistical Analysis**

Harold L. Pazer  
Syracuse University, 1972.

**- The Astin Bulletin**

International Journal for Actuarial Studies in Non-life  
Insurance and Risk Theory.  
Vol II, Parte 2  
Diciembre 1980.

**- Time Series Analysis**

Regression Techniques  
Charles W. Ostrom, Jr.  
Michigan State University, 1978.

**- Society of Actuaries' Textbook on Life Contingencies**

C.W. Jordan  
Segunda Edición, 1975.