

17  
24



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**



**PRINCIPIOS DEL FRACTURAMIENTO  
HIDRAULICO**

**TESIS PROFESIONAL**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE :  
INGENIERO PETROLERO  
P R E S E N T A N :

VICTOR MANUEL LICONA RODRIGUEZ  
VICTOR DANIEL LOPEZ CHARLES  
JOSE ENRIQUE URZUA PEREZ



México, D. F.

**FALLA DE ORIGEN**

1991



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# PRINCIPIOS DE FRACTURAMIENTO HIDRAULICO.

## INDICE.

	Pag.
<b>CAPITULO I. INTRODUCCION.</b>	<b>5</b>
<b>CAPITULO II. CONCEPTOS BASICOS DE MECANICA DE ROCAS.</b>	
II. 1 Definición de mecánica de rocas	6
II. 2 Definición de esfuerzo.	9
II. 3 Definición vectorial de esfuerzo.	9
II. 4 Componentes vectoriales del esfuerzo.	11
II. 5 Tensor esfuerzo.	13
II. 6 Tensión.	16
II. 7 Compresión.	17
II. 8 Definición de deformación.	17
II. 9 Definición vectorial de deformación.	18
II.10 Definición de deformación unitaria.	20
<b>CAPITULO III. PROPIEDADES MECANICAS DE LAS ROCAS.</b>	
III. 1 Relación esfuerzo-deformación.	22
III. 2 Ley de Hooke y módulo de Young.	23
III. 3 Límite elástico.	24
III. 4 Relación de Poisson.	26
III. 5 Compresibilidad.	27
III. 6 Resistencia a la compresión simple.	27
III. 7 Resistencia a la tensión.	28
III. 8 Resistencia a la fractura.	29

	Pág.	
III. 9	Propiedades dinámicas.	32
III.10	Ejemplos de aplicación.	34
<b>CAPITULO IV. ESTADO DE ESFUERZOS EN EL SUBSUELO.</b>		
IV.1	Estado natural de esfuerzos.	39
IV.2	Presión de poro y esfuerzo efectivo.	41
IV.3	Esfuerzos in-situ y su determinación.	45
IV.3.1	Esfuerzos vírgenes.	45
IV.3.2	Esfuerzos tectónicos.	49
IV.3.3	Esfuerzos inducidos.	50
IV.3.4	Importancia de las fuerzas de campo in-situ.	52
IV.3.5	Técnicas de campo ( microfracturamiento)	53
IV.4	Ejemplo de aplicación.	60
<b>CAPITULO V. CRITERIOS DE FALLA.</b>		
V. 1	Definición.	65
V. 2	Criterio del máximo esfuerzo principal.	66
V. 3	Criterio del máximo esfuerzo de corte.	67
V. 4	Criterio de Tresca.	68
V. 5	Criterio de Von Mises.	69
V. 6	Criterio de Von Mises Modificado.	70
V. 7	Criterio de la máxima deformación.	70
V. 8	Criterio del máximo esfuerzo de tensión.	71
V. 9	Criterio de Mohr.	71
V.10	Criterio de Coulomb-Navier.	74
V.11	Criterio del plano simple de debilidad.	76

	Pág.
V.12 Criterio del máximo esfuerzo octaédrico de corte.	77
V.13 Criterio de Griffith ( de la falla frágil ).	78
V.14 Pruebas triaxiales.	80
<b>CAPITULO VI. PRESION DE FRACTURA Y ORIENTACION.</b>	
VI. 1 Presión de fracturamiento.	86
VI. 2 Parámetros que afectan la presión de fracturamiento.	88
VI. 3 Iniciación de la fractura.	87
VI. 4 Propagación de la fractura.	89
VI. 5 Definición de gradiente de fractura.	90
VI. 6 Presión de cierre instantánea.	90
VI. 7 Determinación de la presión de propagación y gradiente de fractura.	91
VI. 8 Orientación de la fractura.	92
VI. 9 Localización de fracturas.	93
VI.10 Geometría de la fractura.	94
VI.11 Conceptos aceptados de manera general.	95
VI.12 Ejemplo de aplicación.	96
<b>CAPITULO VII. HIDRAULICA DEL FRACTURAMIENTO.</b>	
VII.1 Reología.	100
VII.1.1 Fluidos newtonianos.	102
VII.1.2 Fluidos ideales o plásticos de Bingham.	102
VII.1.3 Fluidos pseudoplásticos y fluidos dilatantes.	104
VII.1.4 Ley de potencias.	108
VII.1.5 Fluidos tixotrópicos y fluidos reopéticos.	107

	Pag.	
VII.2	Presión superficial de inyección.	107
VII.3	Presión hidrostática.	109
VII.4	Presión de tratamiento de fondo.	110
VII.5	Pérdidas de presión por fricción en las perforaciones.	110
VII.6	Pérdidas de presión por fricción en las tuberías.	113
VII.6.1	Fluido newtoniano inyectado por T.P. o T.R.	114
VII.6.2	Fluido newtoniano inyectado por el espacio anular.	114
VII.6.3	Fluido no newtoniano inyectado por T.P. o T.R.	114
VII.6.4	Fluido no newtoniano inyectado por el espacio anular.	115
VII.7	Potencia hidráulica.	116
VII.8	Diagrama de flujo para obtener la potencia hidráulica.	116
VII.9	Ejemplos de aplicación.	125
 CAPITULO VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.		 133
	- Nomenclatura.	136
	- Referencias.	142

## CAPITULO I.

### INTRODUCCION.

Uno de los objetivos de la Ingeniería Petrolera es la explotación adecuada de un yacimiento, buscando extraer el mayor volumen de hidrocarburos posible al menor costo, sin que se presente un agotamiento por explotación inadecuada. Las diferentes operaciones que se realizan desde el inicio de la perforación de un pozo hasta su terminación, provocan una alteración en las condiciones naturales de la formación, lo cual repercute en una disminución de su capacidad productiva. Una manera de intentar restituir o mejorar esta capacidad, es mediante un tratamiento de estimulación del pozo, dentro de estos tratamientos uno de los más efectivos y utilizados por los resultados obtenidos es el fracturamiento hidráulico, que se define como el proceso mediante el cual se produce el rompimiento de una formación, como consecuencia de la inyección de un fluido a alta presión, con un gasto elevado, dicho fluido es portador del llamado agente sustentante que tiene la función de mantener abierta la fractura una vez que ésta ha sido creada.

La finalidad del fracturamiento hidráulico es crear un canal altamente conductivo dentro del yacimiento en la zona inmediata al pozo, que facilite el paso de los fluidos de la formación hacia el pozo o de éste hacia el yacimiento, por lo que la fractura inducida y sustentada al ser altamente conductiva, tendrá una marcada influencia en el patrón de flujo y en la

distribución de presiones en el estrato productor.

Esta técnica de estimulación de pozos ha venido a resolver, aunque no de una manera total, si en gran parte problemas que se presentan en los siguientes casos:

- 1) Formaciones de baja permeabilidad.
- 2) Formaciones altamente dañadas.
- 3) Formaciones con sistemas permeables aislados.
- 4) Procesos de recuperación secundaria.
- 5) Almacenamiento en el subsuelo.

El buen resultado de un tratamiento de estimulación por fracturamiento hidráulico depende esencialmente, de tener un conocimiento veraz del estado de esfuerzos a condiciones de yacimiento, así como de las propiedades mecánicas de las rocas en las que se desea efectuar el tratamiento, para que con base en un análisis de éstas y a las características de los fluidos fracturantes, además de considerar el estado mecánico del pozo y el equipo disponible, se pueda diseñar un programa óptimo de fracturamiento hidráulico, es decir, determinar las mejores condiciones de operación que nos permitan efectuar la estimulación proyectada, con los requerimientos de potencia mínima, pero cumpliendo con los objetivos establecidos.

Tomando en cuenta lo expuesto anteriormente, en este trabajo se presentan los conceptos básicos de la mecánica de rocas, sus propiedades, los esfuerzos a los que están sometidas, mencionando también algunos de los criterios de falla más comunes. Cabe aclarar que aunque son resultados de pruebas de laboratorio, proporcionan una idea muy cercana de la manera en que se produce

la falla. Posteriormente se exponen los conceptos de presión de fractura citando algunos de los parámetros que la afectan, así como las condiciones de iniciación y propagación de la misma, además de lo relativo a su orientación. En el penúltimo capítulo se trata lo referente a las propiedades reológicas de los fluidos y su clasificación en base a éstas, además se presentan las ecuaciones necesarias para la determinación de las pérdidas de presión por fricción, presión del tratamiento, la carga debida al peso de la columna de fluido, la pérdida de presión a través de las perforaciones y la potencia hidráulica requerida durante la operación.

Es conveniente mencionar que en la parte final de algunos capítulos se incluyen ejemplos de aplicación que buscan ilustrar de manera simple algunos de los conceptos y propiedades que se manejan en los mismos; como parte final se exponen las conclusiones y recomendaciones obtenidas como resultado de la elaboración de este trabajo.

## CAPITULO II.

### CONCEPTOS BASICOS DE MECANICA DE ROCAS.

Antes de exponer en detalle el mecanismo del fracturamiento hidráulico, es conveniente conocer las propiedades mecánicas que afectan directamente este proceso, así como los esfuerzos ejercidos en el yacimiento, a los cuales están sujetas las formaciones.

#### II.1 Definición de mecánica de rocas.\*\*\*

La mecánica de rocas es la rama de la mecánica, ciencia teórica y aplicada que trata el comportamiento mecánico de las rocas en relación a los campos de fuerza que se encuentran en su entorno físico y que actúan sobre ellas. Para la solución de problemas en ingeniería, relativos a la mecánica de rocas, es necesaria la aplicación de modelos matemáticos por lo que a efecto de facilitar su solución es conveniente hacer ciertas suposiciones, siendo las más importantes: i) considerar que el material es isotrópico, es decir, que sus propiedades elásticas no cambian con relación a la dirección del cuerpo, ii) que es homogéneo, entonces el más pequeño elemento del material posee las mismas propiedades físicas del cuerpo mismo y iii) que tiene comportamiento elástico (se define en el capítulo III).

En el caso de hacer estas consideraciones, las ecuaciones de mecánica de rocas sólo tienen dos constantes: el módulo de Young ( $E$ )\*\* y la relación de Poisson ( $\nu$ ), definidas más adelante,

---

( \* ) Referencias al final del trabajo.

( + ) Nomenclatura al final del trabajo.

pero en caso contrario se hacen necesarias veintinueve constantes independientes para poder identificar el material mecánicamente.

### 11.2 Definición de esfuerzo.<sup>(1)</sup>

Un esfuerzo es la fuerza interna resultante, que se opone a un cambio en el tamaño o forma del cuerpo sobre el que actúan las fuerzas externas. Un cambio en el tamaño o forma se inicia cuando se aplica una carga, y es detenido cuando el esfuerzo resistente interno mantiene las fuerzas externas en equilibrio, si las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo superan el límite que puede desarrollar el máximo esfuerzo resistente, entonces este resulta insuficiente para balancear las fuerzas externas, por consiguiente el cambio en forma se incrementará rápidamente y el cuerpo se romperá.

### 11.3 Definición vectorial de esfuerzo.<sup>(2)</sup>

Si consideramos un cuerpo sometido a un sistema de fuerzas en equilibrio como el mostrado en la figura 11.1, al hacer un corte en cualquier dirección del cuerpo, de tal forma que se

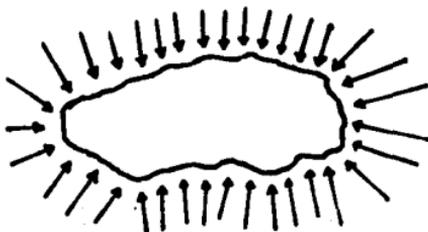


Figura 11.1 Cuerpo sometido a un sistema de fuerzas en equilibrio.

defina una superficie plana (figura 11.2) ; donde la fuerza  $\vec{F}$  es la resultante de las fuerzas exteriores que actúan en la porción separada y si dividimos la fuerza  $\vec{F}$  entre la magnitud del área cortada, obtenemos lo que se denomina esfuerzo medio en el área A.

$$s_m = \frac{F}{A} \quad (11.1)$$

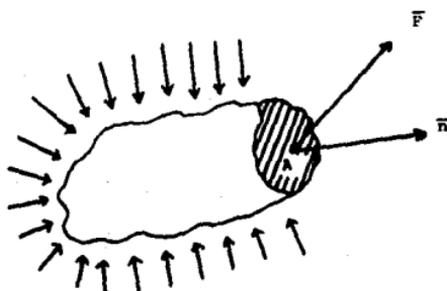


Figura 11.2 Diagrama de cuerpo libre del cuerpo seccionado.

Es decir, el esfuerzo medio o esfuerzo promedio es el cociente de dividir la fuerza  $F$  que actúa sobre una cierta área  $A$  entre la misma área.

Consideremos un área menor  $\Delta A$  contenida en el área cortada  $A$  y obtengamos la fuerza resultante  $\Delta \vec{F}$  sobre el área  $\Delta A$  (figura 11.3), en general, la fuerza  $\Delta \vec{F}$  es diferente a la fuerza  $F$ , tanto en magnitud, dirección y sentido; por lo tanto, la fuerza  $\Delta \vec{F}$  no es proporcional a la fuerza  $F$ .

Al cociente de  $\Delta \vec{F}$  entre  $\Delta A$  se le denomina esfuerzo medio en el área  $\Delta A$ .

$$\bar{S}_m = \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta A} \quad (11.2)$$

de la definición de esfuerzo, se deduce que el valor del vector esfuerzo ( $\bar{S}$ ) depende del área que se tome, por lo que el esfuerzo que se define resulta un vector.

Dado que el valor del esfuerzo depende del área que se considere, al tomar el límite del valor medio cuando el área  $\Delta A$  tiende a cero; se obtiene lo que se denomina esfuerzo en el punto P.

$$\bar{S} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta A} \quad (11.3)$$



Figura 11.3 Elemento diferencial sobre el cual actúa una fuerza diferencial

#### 11.4 Componentes vectoriales del esfuerzo. (11.4)

Dado que la fuerza  $\Delta \bar{F}$ , que actúa sobre un plano se puede descomponer en una componente normal al plano  $\Delta \bar{F}_n$  y en una componente paralela al plano  $\Delta \bar{F}_t$ , (figura 11.4); al tomar límites cuando el área tiende a cero, se pueden obtener los esfuerzos  $\sigma_n$  normal y el  $\tau$  cortante en el punto P.

Por lo que podemos definir al esfuerzo normal sobre una sección, como la fuerza interna que actúa en una dirección perpendicular a la sección considerada y al esfuerzo de corte como la fuerza interna que se ejerce a lo largo de un plano entre las partes adyacentes de un cuerpo cuando las fuerzas iguales paralelas al plano considerado actúan sobre cada parte en direcciones opuestas y el corte resiste la tendencia de una parte a deslizarse sobre la otra.

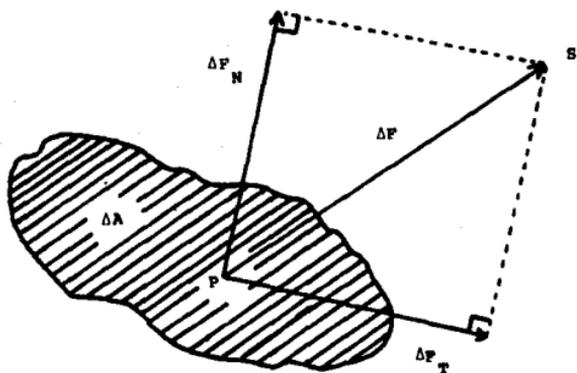


Figura 11.4 Descomposición vectorial de un esfuerzo.

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}_n}{\Delta A} \quad (11.4)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}_t}{\Delta A} \quad (11.5)$$

Dado que:  $\Delta \bar{F} = \Delta \bar{F}_n + \Delta \bar{F}_t$

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta A} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}_n}{\Delta A} + \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}_t}{\Delta A}$$

por lo tanto  $\vec{S} = \sigma + \tau$

(11.6)

### 11.5 Tensor esfuerzo.

Puesto que para definir un esfuerzo completamente debe especificarse su magnitud, dirección y sentido, además de la superficie sobre la cual actúa, es necesario describirlo por tensores.

En tres dimensiones puede mostrarse que son necesarias seis componentes independientes de esfuerzos (tres componentes normales y tres tangenciales) para definir los esfuerzos inequívocamente, como se ilustra a continuación.

Como por el punto P se puede hacer pasar una cantidad infinita de planos, existen una infinidad de esfuerzos en el punto P, uno ligado a cada plano, por lo cual se debe especificar el plano en que se desea calcular el esfuerzo, un plano queda determinado cuando un punto de éste es conocido y además la dirección de la normal al plano; por lo tanto, es necesario conocer el vector unitario  $n$  perpendicular a dicho plano.

Es conveniente obtener el vector esfuerzo en el entorno de un punto, asociado a un plano de dirección cualquiera, consideremos que en el entorno de dicho punto (despreciando las fuerzas del cuerpo) conocemos los esfuerzos normal y cortante en tres planos respectivamente perpendiculares entre sí (figura 11.5).

El subíndice del esfuerzo normal indica el eje al cual este esfuerzo es paralelo; el esfuerzo cortante se designa con dos subíndices: el primero indica la dirección de la normal al plano

donde actúa el esfuerzo cortante y el segundo indica la dirección del eje al cual es paralelo el esfuerzo cortante.

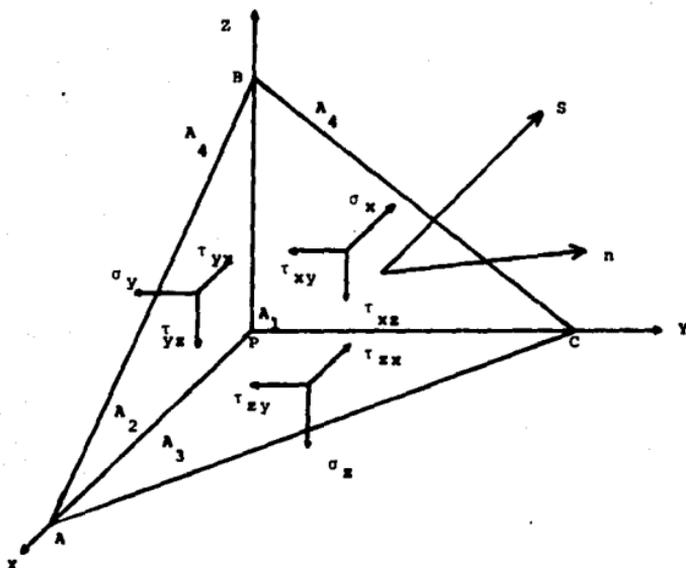


Figura 11.5 Plano asociado a un punto sobre el cual actúan esfuerzos normales y cortantes.

Como lo que nos interesa es determinar el vector esfuerzo  $\vec{S}$  en el plano ABC de la figura.

Tomando en cuenta que las componentes cartesianas del vector esfuerzo son:

$$\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$$

Si se considera que el tetraedro de la figura 11.5 se encuentra en equilibrio.

$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$-\sigma_x A_1 - \tau_{yx} A_2 - \tau_{xy} A_3 + \bar{S}_y A_4 = 0 \quad (1)$$

Se tiene que:

$$\begin{aligned} A_1 &= A_4 \cos \alpha, \\ A_2 &= A_4 \cos \beta, \\ A_3 &= A_4 \cos \gamma, \end{aligned} \quad (2)$$

Al sustituir (2) en (1), resulta:

$$-\sigma_x A_4 \cos \alpha + \tau_{yx} A_4 \cos \beta - \tau_{xy} A_4 \cos \gamma + \bar{S}_y A_4 = 0$$

Al reducir términos y reagrupando nos queda:

$$\bar{S}_y = \sigma_x \cos \alpha + \tau_{yx} \cos \beta + \tau_{xy} \cos \gamma,$$

$$\Sigma \bar{F}_y = 0$$

$$-\sigma_y A_2 - \tau_{xy} A_1 - \tau_{yx} A_3 + \bar{S}_x A_4 = 0 \quad (3)$$

Al sustituir (2) en (3) y reagrupando términos:

$$\bar{S}_x = \tau_{xy} \cos \alpha + \sigma_y \cos \beta + \tau_{yx} \cos \gamma,$$

Análogamente para:

$$\Sigma \bar{F}_z = 0$$

$$\bar{S}_z = \tau_{xz} \cos \alpha + \tau_{yz} \cos \beta + \sigma_z \cos \gamma,$$

De las expresiones para  $\bar{S}_x$ ,  $\bar{S}_y$  y  $\bar{S}_z$  obtenemos:

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (11.7)$$

La matriz que contiene a los esfuerzos normal y cortante se le denomina tensor esfuerzo (T), que al multiplicarla por la matriz de los cosenos directores del vector normal a la superficie obtendremos el vector esfuerzo  $\bar{\mathbf{S}}$ .

El tensor esfuerzo representa físicamente, los esfuerzos que se dan en tres planos mutuamente perpendiculares entre sí; en el caso de un elemento diferencial, para el cual sus dimensiones  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , y  $\Delta z$  tienden a cero, el tensor esfuerzo es simétrico respecto a la diagonal principal, de lo cual se tiene:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

### 11.6 Tensión.

Tensión o esfuerzo tensional es la fuerza interna de un cuerpo que resiste la acción de fuerzas externas tendientes a incrementar la longitud del cuerpo.

La tensión es desarrollada en una barra cuando las fuerzas externas actúan en direcciones hacia fuera de sus límites (figura 11.6). La tendencia es separar la barra en dos partes A y B; para mantener el equilibrio cada parte actúa en la sección mn con esfuerzos tensionales ( $\bar{S}_T$ ), cuya resultante es igual y contraria en dirección a la resultante de las fuerzas que actúan en el extremo de cada parte considerada.

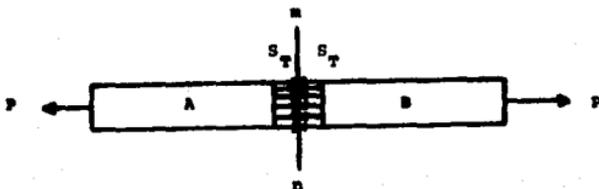


Figura 11.6 Cuerpo sometido a tensión.

## 11.7 Compresión.<sup>(1)</sup>

Compresión o esfuerzo compresivo es la fuerza interna de un cuerpo que resiste la acción de fuerzas externas tendientes a disminuir la longitud de un cuerpo.

La compresión se genera en una barra cuando fuerzas externas actúan en las direcciones hacia adentro con respecto a sus extremos. En la figura 11.7 la tendencia de las fuerzas externas es acortar la barra al empujar alguna de las dos partes, A y B, acercando ambas. Cuando el equilibrio es mantenido la resultante de los esfuerzos compresivos ( $\bar{S}_c$ ) actuando en cada parte de la sección  $n$  es igual y de dirección contraria a la resultante de las fuerzas externas actuando en el extremo de las partes consideradas.

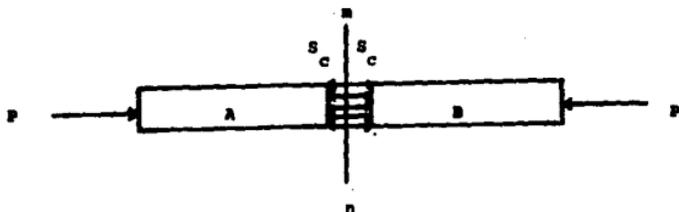


Figura 11.7 Cuerpo sometido a compresión

## 11.8 Definición de deformación.<sup>(1)</sup>

Deformación es la magnitud del cambio en la forma, volumen o posición de un cuerpo, causado por la aplicación de fuerzas externas; cuando las fuerzas externas causan tensión la deforma-

ción se reflejará en una elongación o incremento en la longitud original; cuando se origina una compresión, la deformación es un acortamiento en la longitud y en el caso de fuerzas cortantes, la deformación produce un deslizamiento de una capa del cuerpo sobre otra parte adyacente.

Si la intensidad de las fuerzas aumenta puede ocurrir la ruptura total del cuerpo, lo cual origina el desequilibrio del sistema de las fuerzas ejercidas sobre él.

La deformación ocasionada en un cuerpo por un sistema de fuerzas en equilibrio, depende de las características del sistema de fuerzas y del cuerpo mismo.

Los cuerpos en función de su deformabilidad se pueden clasificar en :

a) Cuerpo rígido: es aquel que no sufre deformación alguna antes de ocurrir la falla del cuerpo.

El análisis del cuerpo rígido trata los efectos exteriores de las fuerzas sobre el cuerpo, al mismo tiempo estudia el cambio de posición de éste.

b) Cuerpo deformable: es aquel que acepta deformaciones grandes inclusive antes de ocurrir la falla del cuerpo.

El análisis del cuerpo deformable trata los efectos internos de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

## 11.8 Definición vectorial de deformación.<sup>(1)</sup>

El vector desplazamiento de un punto  $P$ , se define como el vector cuyo punto inicial es  $P$  y cuyo punto final es  $P'$ , siendo  $P'$ , la posición del punto después de la ocurrencia de un

fenómeno, es decir.

$$\bar{D}_0 = P' - P \quad (11.8)$$

donde  $D_0$  es el vector desplazamiento.

Sea en un cuerpo cualquiera un vector  $\bar{D}_s$  que va de un punto  $P$  a uno  $P_1$  en un tiempo  $t=t_1$ , antes de aplicar un esfuerzo y  $\bar{D}_{s_1}$  el vector de  $P'$  a  $P_1'$  en un tiempo  $t=t_2$ , después de aplicar un esfuerzo y producirse una deformación

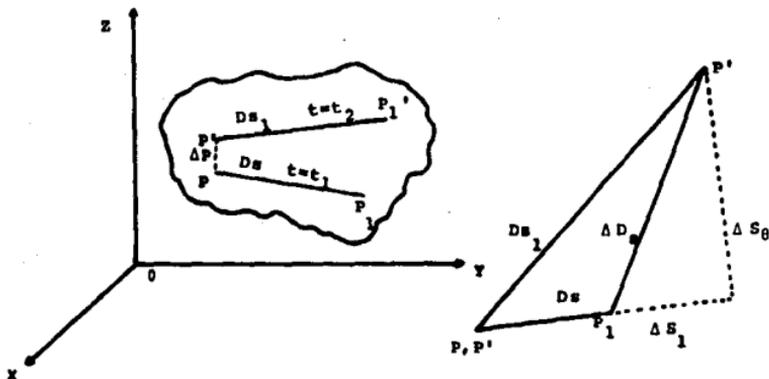


Figura 11.8 Desplazamiento relativo.

Se llama desplazamiento relativo o deformación de un punto  $P_1$  con respecto a otro  $P$ , a la diferencia entre los vectores desplazamiento  $\bar{D}_{s_1}$  y  $\bar{D}_s$ . En la figura 11.8 se observa que el vector deformación se forma de la suma vectorial de dos vectores.

Los dos vectores serán:  $\Delta \bar{S}_1$  que mide la deformación longitudinal y  $\Delta \bar{S}_0$  que mide la deformación en la dirección perpendicular a la dirección del vector  $\Delta P$ .

Es decir:  $\Delta \bar{D}_0 = \Delta \bar{S}_1 + \Delta \bar{S}_0 \quad (11.9)$

### 11.10 Definición de deformación unitaria.<sup>(2)</sup>

Considérese que la figura 11.9 representa la sección transversal de un núcleo de radio  $r_0$  y longitud  $L_0$ , al cual se le ha aplicado una fuerza  $F$ , misma que originó una deformación tanto en el sentido radial como en el longitudinal.

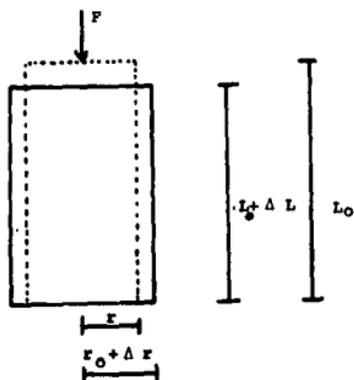


Figura 11.9 Sección transversal de un núcleo sometido a una fuerza.

Sea  $\delta$  la deformación unitaria longitudinal (adimensional), definida por:

$$\delta = \frac{\text{Dimensión Final} - \text{Dimensión Inicial}}{\text{Dimensión Inicial}}$$

Bajo esta definición, para este caso se tiene:

$$\delta = \frac{(L_0 + \Delta L) - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (11.10)$$

En general se tiene que si la deformación unitaria longitudinal es menor que cero, existe una disminución en la longitud de la muestra y para el caso de que la deformación unitaria longitudinal sea mayor que cero, existirá un aumento en la longitud de la muestra

Para el caso de la deformación radial (horizontal) se tendrá.

$$c = \frac{(r_0 + \Delta r) - r_0}{r_0} = \frac{\Delta r}{r_0} \quad (11.11)$$

## CAPITULO III.

### PROPIEDADES MECANICAS DE LAS ROCAS

#### III.1 Relación esfuerzo-deformación.<sup>(\*)</sup>

Al someter un núcleo a diferentes fuerzas, para las cuales se producirán las correspondientes deformaciones unitarias, y graficar los valores medidos experimentalmente, en un sistema cartesiano se obtiene lo que se llama, comportamiento "esfuerzo-deformación" del material. La figura III.1 muestra una curva típica esfuerzo-deformación.

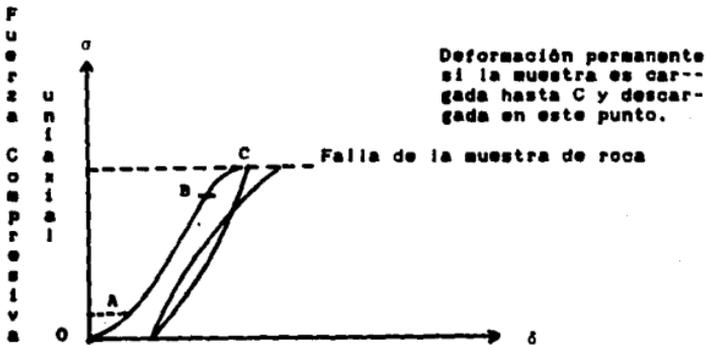


Figura III.1 Curva típica Esfuerzo-Deformación

Durante la etapa inicial de carga, de cero a A, la roca se vuelve más dura, este régimen no lineal es debido al cierre de microfisuras preexistentes extendidas en la muestra; esta región particular de la curva de esfuerzo-deformación, es una huella de la historia de esfuerzos llevada a cabo en la muestra

de roca.

Para incrementos mayores de carga, la curva de esfuerzo-deformación se hace lineal (de A a B).

Cuando la carga en la muestra de roca está más allá del punto B, el daño será irreversible y ocurrirán grandes deformaciones; en esta etapa se hace imposible describir el comportamiento de la roca usando una constante elástica.

Después de la descarga, la muestra de roca exhibirá una deformación permanente y la trayectoria de la descarga será diferente de la de carga; la diferencia corresponde a la energía disipada por semejante proceso irreversible como la creación de nuevas fracturas.

### III.2 Ley de Hooke y Módulo de Young. (22) (23) (24)

En el caso de que el comportamiento de la curva esfuerzo-deformación del material, se ajuste a una línea recta, se dice que el material se ajusta a la Ley de Hooke, este comportamiento lo podemos observar en la figura III.1 en la región que va de A a B y la recta se puede expresar como  $F/A = m \delta$ , es decir:  $S = E \delta$

de donde:

$$E = \frac{S}{\delta} \quad (III.1)$$

la constante de proporcionalidad  $m$  (pendiente de la recta) se le llama Módulo de Young o de Elasticidad (las dimensiones de este módulo son  $(F/L^2)$ ). El módulo de Young puede ser interpretado como una medida de "dureza" de la roca o un parámetro que expresa la resistencia de la roca a la deformación bajo condiciones de

carga, por lo anterior se entiende que el módulo de Young tiene un papel importante en el diseño del fracturamiento hidráulico, por ser un parámetro que influye en la manera en la cual se abrirá la fractura, de aquí que afecte directamente la geometría de la fractura.

Para cada material se tiene un valor diferente de E, por lo que el módulo de Young es una propiedad intrínseca del material. En la tabla III.1 se presentan algunos valores típicos del módulo de Young, para rocas de interés en el fracturamiento hidráulico.

TABLA III.1 VALORES DEL MODULO DE YOUNG

TIPO DE ROCA	[ KG / CM <sup>2</sup> ]	[ LB / DG <sup>2</sup> ]
Arena poco consolidada	10 000 - 50 000	142 106 - 710 529
Arenisca arcillosa	50 000 - 100 000	710 529 - 1 421 057
Marga y caliza suave	60 000 - 100 000	852 634 - 1 421 057
Arenisca consolidada	200 000 - 300 000	2 842 118 - 4 263 172
Arenisca muy consolidada	300 000 - 500 000	4 263 172 - 7 105 286
Caliza dura y muy dura	500 000 - 1 000 000	7 105 286 - 14 210 572

No todos los materiales siguen un comportamiento de acuerdo a la Ley de Hooke, por lo que se tienen básicamente dos casos: Material Elástico (siguen la Ley de Hooke) y Material Plástico (no siguen la Ley de Hooke).

### III.3 Limite Elástico. (21, 17)

Para los materiales elásticos y dentro de ciertos límites, al cesar la fuerza que los deforma, éstos tienden a recuperar sus dimensiones originales; sin embargo, si la fuerza se incrementa paulatinamente se alcanzará un valor, el cual depende del

material del que se trate, en el que ya no se recupera su forma original, es decir para este valor el material se desvía de su comportamiento elástico lineal, este es el denominado límite elástico, mostrado en la figura III.2. Si se continúa aumentando la fuerza aplicada, el material falla (se rompe), a este valor de esfuerzo se le denomina límite de ruptura.

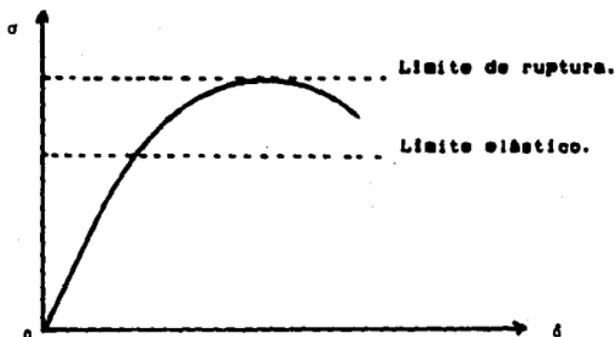


Figura III.2 Límite elástico y de ruptura de un material

La falla del material puede presentarse prácticamente de inmediato al límite elástico, caso en el cual se le llama falla frágil, caracterizada por la nucleación y propagación rápida de una fisura con poca deformación plástica; o bien puede tolerar mayor esfuerzo después del límite elástico, denominándose falla dúctil, este tipo de falla se caracteriza por una propagación lenta de la fisura, siguiendo por lo general una dirección en zig-zag a lo largo de los planos en los cuales se tiene un esfuerzo cortante máximo. En las figuras III.3 y III.4 se representan este tipo de fallas.

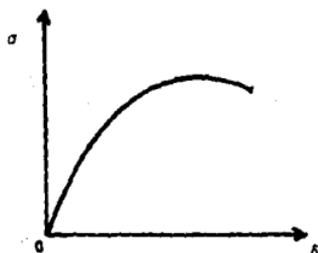


Figura III.3 Falha frágil

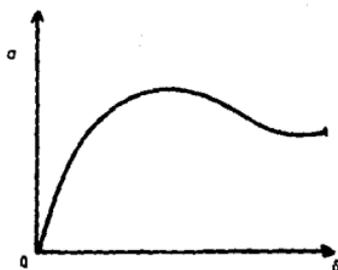


Figura III.4 Falha dúctil

### III.4 Relación de Poisson. (11.11)

El cociente de la deformación unitaria radial (ecuación 11.11) y la longitudinal (ecuación 11.10) se le conoce como la relación de Poisson ( $\nu$ ) siendo esta otra propiedad intrínseca del material.

$$\nu = -\frac{\epsilon_r}{\epsilon_l} \quad (11.12)$$

La relación de Poisson juega un papel importante en las componentes de esfuerzos horizontales, los cuales se relacionan con la profundidad de los depósitos de formación.

En la tabla III.2 se presentan valores típicos de la Relación de Poisson, para rocas de interés en el fracturamiento hidráulico.

TABLA III.2 VALORES DE LA RELACION DE POISSON

TIPO DE ROCA	ε ADIMENSIONAL 3
Areniscas	0.15 - 0.25
Calizas	0.20 - 0.30
Margas	0.20 - 0.45
Roca de sal	0.30 - 0.60

### III.5 Compresibilidad. (11.10)

La compresibilidad de un material está definida por la siguiente expresión:

$$C_p = \frac{1}{\Delta P} \frac{\Delta V}{V} \quad (III.3)$$

es decir, es el cambio en el volumen total de la roca por unidad de volumen para cada unidad diferencial de presión.

Utilizando la relación de Poisson y el módulo de Young la compresibilidad se puede obtener con la siguiente expresión:

$$C_p = \frac{3(1 - 2\nu)}{E} \quad (III.4)$$

En la tabla III.3 se presentan valores típicos de compresibilidad, para rocas de interés en el fracturamiento hidráulico.

TABLA III.3 VALORES DE COMPRESIBILIDAD DE LA FORMACION

TIPO DE ROCA	$E \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kg} \cdot \text{s}$	$E \cdot 10^{-7} \text{ ps}^2/\text{lb} \cdot \text{s}$
Areniscas consolidadas, Calizas duras, Mermas	2 - 6	2.11 - 4.22
Areniscas no consolidadas Calizas suaves	20 - 30	10.10 - 21.10

### III.6 Resistencia a la compresión simple (R.). (11)

Esta propiedad de las rocas, es la resistencia que presentan a la ruptura bajo un esfuerzo compresional y bajo esfuerzos de confinamiento nulos.

La tabla III.4 presenta valores de esta propiedad para

diferentes rocas. Se observa una relativa dispersión la cual se atenúa al estar la muestra sometida a esfuerzos confinantes.

TABLA III.4 VALORES DE RESISTENCIA  
A LA COMPRESION

TIPO DE ROCA	E kg/cm <sup>2</sup> 3	E lb/dg <sup>2</sup> 3
Argas	25 - 50	255 - 711
Calizas suaves	100 - 200	1421 - 2942
Areniscas poco consolidadas	300 - 400	4252 - 5604
Areniscas consolidadas	600 - 700	8526 - 9947
Areniscas muy consolidadas	>1000	>14211
Calizas duras y muy duras	1500 - 2000	21316 - 29421

### III.7 Resistencia a la tensión (R).<sup>(1)</sup>

Esta propiedad es la resistencia que presenta la roca a la ruptura bajo esfuerzo de tensión; los valores correspondientes están sumamente influenciados por la fisuración de la roca, mostrando siempre una dispersión importante. Valores típicos se muestran en la Tabla III.5

TABLA III.5 VALORES DE RESISTENCIA A LA TENSION

TIPO DE ROCA	E kg/cm <sup>2</sup> 3	E lb/dg <sup>2</sup> 3
Arena consolidada	25 - 50	497 - 711
Caliza suave	10 - 15	142 - 213
Caliza dura y muy dura	100 - 150	1421 - 2132

### III.6 Resistencia a la fractura. (11.11)

La resistencia a la fractura se define como la medida de la oposición de la roca para propagar o extender la fractura bajo la acción de esfuerzos externos a ella, su valor se determina en forma experimental y no debe confundirse con la resistencia a la tensión de la roca, aunque cabe mencionar que estas dos propiedades están estrechamente relacionadas. La resistencia a la fractura proviene del concepto "Factor intensidad de esfuerzo"  $K_I$ , desarrollado en la teoría de mecanismos de fractura lineal elástica, además se apoya en las suposiciones hechas en el criterio de Griffith (este criterio de falla se desarrolla en el capítulo V). El factor intensidad de esfuerzo es una función de los parámetros de carga y de la geometría de la fisura mayor que existe en el cuerpo.

En 1957 Irwin, G.R., demostró que la magnitud de los esfuerzos en la vecindad de una fractura está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{K_I}{(2\pi r/c)^{1/2}} f_{ij}(\theta) + \dots \quad (III.5)$$

donde  $f_{ij}(\theta)$  representa una función relacionada con el ángulo  $\theta$  referenciado sobre el ángulo de fractura y  $C$  es la mitad de la longitud de la mayor fisura; además considerando que el esfuerzo máximo que opera en una fisura elíptica se encuentra en el extremo de su eje mayor, se puede decir que la fractura se propagará cuando el factor intensidad de esfuerzo alcance un valor crítico, conocido como factor intensidad de esfuerzo

crítico ( $K_{Ic}$ ), cuyas unidades son: presión por la raíz cuadrada de una constante por la longitud [ $F L^{-3/2} L^{1/2}$ ], por lo que la resistencia a la fractura puede expresarse de la siguiente manera.

$$R_p = \frac{K_{Ic}}{(2 \sigma \pi a C)^{1/2}} \quad (III.6)$$

A partir de las consideraciones anteriores Thiercelin, M. y Rogiers, J.C., desarrollaron la prueba del anillo modificado, esta consiste en que a una "rebanada" obtenida de un núcleo al que se le perfora un agujero en el centro y se le cortan dos superficies planas diametralmente opuestas, misma que se comprime aplicándole esfuerzos perpendiculares a las superficies planas, con un ritmo de desplazamiento constante, tal como se muestra en la figura III.5.

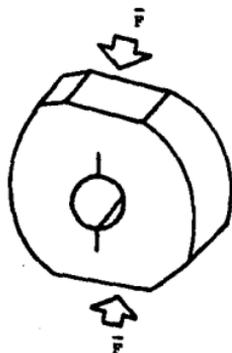


Figura III.5 Prueba del anillo modificado.

El estado de esfuerzos inducidos en la muestra provoca su ruptura, que se inicia en el interior del agujero y se propaga a lo largo del eje de cargas; durante la prueba se registra y grafica la carga contra el desplazamiento, como se muestra en la gráfica III.6.

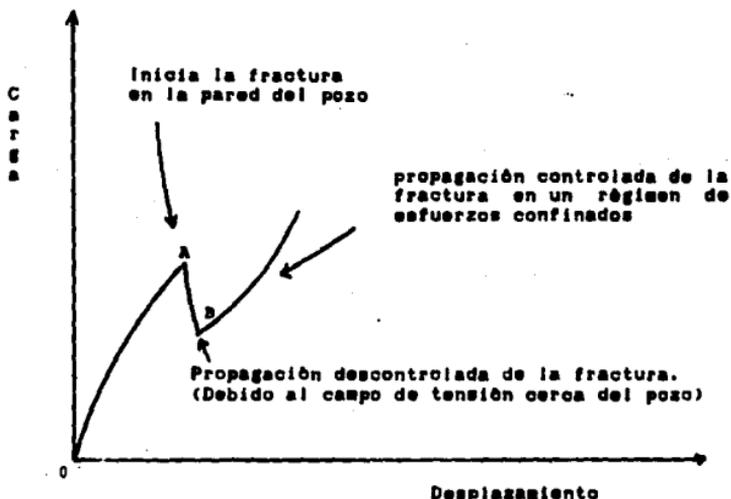


Figura III.6 Curva carga-desplazamiento obtenida durante una prueba de anillo modificada

Durante el registro de esta prueba se pueden distinguir fácilmente tres regiones: en la región O-A los esfuerzos ejercidos sobre la muestra alcanzan el valor del factor intensidad de esfuerzo crítico, por consiguiente un pequeño aumento en el esfuerzo propicia el inicio de la fractura; de A-B

la propagación de la fractura es inestable en la región de proceso, definida en el criterio de Griffith, donde prevalecen altos gradientes esfuerzo-tensión; finalmente más allá de B, el crecimiento de la fractura llega a ser más estable, debido a que al aplicar el esfuerzo sobre las superficies planas, éstas imponen un "confinamiento" sobre la muestra y entonces se requerirá aplicar más energía para propagaciones adicionales. En este punto en particular la zona de proceso está limitada en tamaño y las expresiones mecánicas de fracturamiento lineal pueden usarse para medir  $K_{Ic}$ .

Estas pruebas también pueden ser realizadas bajo presión de confinamiento (pruebas triaxiales) simulando condiciones de fondo, a efecto de obtener valores reales para el diseño de fracturamiento hidráulico, cabe mencionar que la mayoría de las rocas en condiciones de yacimiento exhiben valores mayores de resistencia a la fractura que los determinados durante pruebas sin confinamiento.

### III.9 Propiedades dinámicas. (2)(3)

Otra forma de determinar las constantes elásticas de las rocas es a partir de las propiedades dinámicas de éstas, basadas en las leyes de propagación de las ondas elásticas en un medio isotropo y linealmente elástico; para lo cual puede recurrirse a las pruebas de compresión triaxial simulando las condiciones de fondo, en dicha prueba se provoca un golpe mecánico en la muestra y se mide el tiempo requerido para que la señal recorra la longitud total de la misma, por lo que entonces puede calcularse

la velocidad de onda. Con el procedimiento anterior es factible generar dos tipos de ondas elásticas: 1) longitudinales o compresionales (ondas P) [  $v_L$  ] que se caracterizan por el hecho de que los movimientos de las partículas en el medio en que son transmitidas dichas ondas, son paralelos a la dirección de propagación; 2) las correspondientes a las ondas transversales o de cizallamiento (ondas S) [  $v_T$  ], que se caracterizan porque las partículas al moverse lo hacen en la dirección normal a la dirección de propagación. Al relacionarlas con el módulo de Young y la relación de Poisson resultan las siguientes expresiones:

$$V_L = \left[ \frac{E (1 - \nu)}{\rho (1 + \nu) (1 - 2\nu)} \right]^{1/2} \quad (III.7)$$

$$V_T = \left[ \frac{E}{2 (1 + \nu)} \right]^{1/2} \quad (III.8)$$

Donde  $\rho$  se refiere a la densidad de la muestra de roca,  $V_L$  varía de 1500 a 2000 m/s para rocas suaves y de 4000 a 5000 m/s para areniscas y calizas muy consolidadas (de registros sísmicos).

El módulo de elasticidad obtenido de esta forma se denomina módulo dinámico ( $E_{dinámico}$ ) y difiere de aquel encontrado por métodos directos, además  $E_{dinámico}$  es siempre mayor que  $E_{estático}$ , esto se debe principalmente a que: las cargas dinámicas aplicadas son menores que las estáticas y existe un efecto del tiempo; dependiendo de lo fisurada que se encuentre la roca, puede tenerse para una muy fisurada que:

$$E_{dinámico} \approx 2 E_{estático} \quad (III.9)$$

Pero si la roca no está fisurada, se presenta la siguiente relación aproximada:

$$E_{\text{espaldas}} \approx E_{\text{estratos}} \quad (111.10)$$

### 111.10 Ejemplos de aplicación.\*\*\*

- 1) El ejemplo siguiente muestra la forma en la que partiendo de una prueba de laboratorio, a la que se sometió una muestra de formación, se obtienen de una manera práctica algunos parámetros de interés como son: la curva esfuerzo-deformación, el módulo de Young, la relación de Poisson, el límite elástico, el límite de ruptura, el tipo de falla y el tipo de formación.

Los datos obtenidos de la prueba de laboratorio son:

Esfuerzo (Psi)	Deformación unitaria ( $\times 10^{-4}$ )	
	longitudinal ( $\epsilon$ )	transversal ( $\nu$ )
0	0	0
500	100	22
2,000	420	82
4,000	830	163
5,500	1,240	264
5,750*	1,500	No se midió.

\* Posteriormente a este valor se presentó el rompimiento.

- a) En la figura 111.7 se observa la curva esfuerzo deformación.  
 b) Módulo de Young.- Este se determina calculando la pendiente de la recta de la curva esfuerzo-deformación.

$$E = \frac{2,000-500}{(420-100)(10^{-4})} \quad (\text{psi})$$

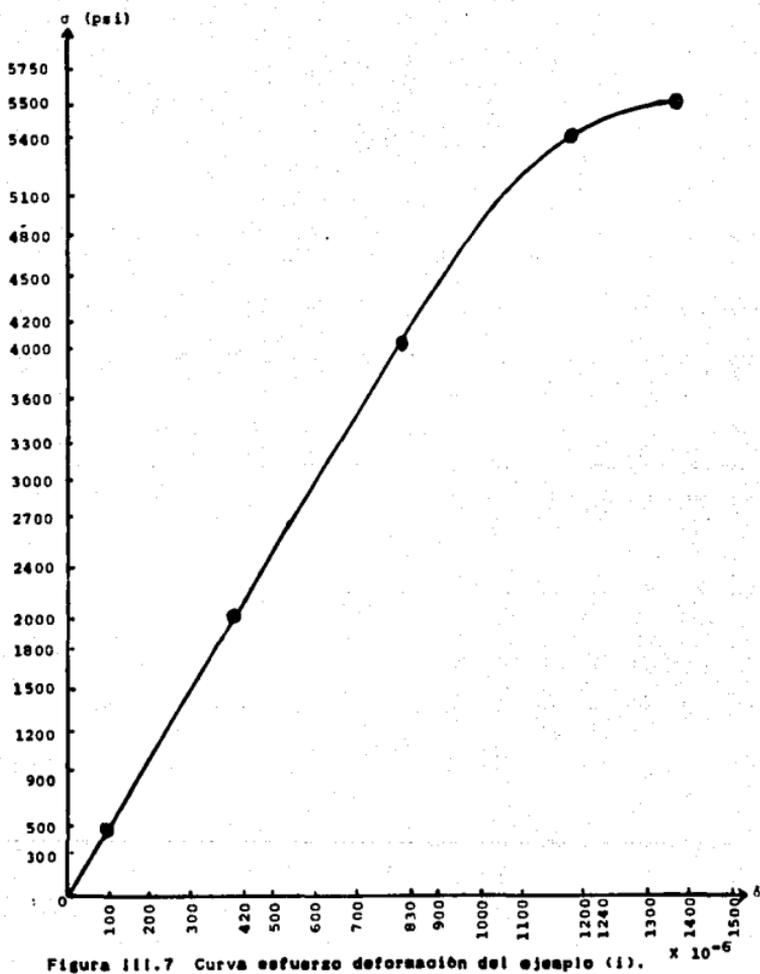


Figura III.7 Curva esfuerzo deformación del ejemplo (i).

$$E = 4.6675 \times 10^6 \text{ [psi]} \quad \delta \quad E = 329.718203 \text{ [Kg/cm}^2\text{]}$$

c) Relación de Poisson.

$$\nu = -\frac{\epsilon}{\delta}$$

$$\nu = 163/830$$

$$= 0.22$$

d) Límite elástico: De la curva esfuerzo-deformación observamos que el límite elástico se tiene para 5,500 [psi].

e) Límite de ruptura: De la información que tenemos notamos que este valor se tiene para 5,750 [psi].

f) Tipo de falla: De acuerdo al comportamiento de la curva esfuerzo-deformación observamos que se tiene una falla frágil.

g) Tipo de formación: Por los valores que presentan el módulo de Young y la relación de Poisson y comparándolos con los valores presentados para diferentes litologías, suponemos que la formación es una arenisca consolidada.

ii) Una manera de ejemplificar como a partir de los datos de un registro geofísico se obtienen, el módulo de Young, la relación de Poisson, así como el tipo de roca y la compresibilidad de la misma se ilustra a continuación.

Los datos que se obtuvieron de un registro sísmico corrido en una formación son los siguientes:

Velocidad sísmica longitudinal ( $V_L$ ) = 3,093 [m/seg]

$$(V_L) = 10,145 \text{ [pie/seg]}$$

Velocidad sísmica transversal ( $V_T$ ) = 1,263 [m/seg]

$$(V_T) = 4,143 \text{ [pie/seg]}$$

Densidad del material

$$(\rho) = 137.2 \text{ [lbm/pie}^3\text{]}$$

$$(\rho) = 4.26 \text{ [lbf/pie}^3\text{]}$$

A partir de las siguientes ecuaciones que relacionan el módulo de Young y la relación de Poisson con la velocidad sónica longitudinal y transversal, obtenemos las propiedades pedidas.

$$V_L = \left[ \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \right]^{1/2}$$

$$V_T = \left[ \frac{E}{2\rho(1+\nu)} \right]^{1/2}$$

$$C_p = \frac{3(1-2\nu)}{E}$$

Substituyendo en las ecuaciones anteriores los valores obtenidos:

$$10,145 = \left[ \frac{E}{4,26} \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \right]^{1/2}$$

$$E = 430'443,566.5 \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)}$$

$$4,143 = \left[ \frac{E}{(2)(4,26)(1+\nu)} \right]^{1/2}$$

$$E = 146'241,105.5 (1+\nu)$$

Igualando ambas ecuaciones, tenemos:

$$430'443,566.5 \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} = 146'241,105.5 (1+\nu)$$

resolviendo la ecuación.

$$\nu = 0.39982$$

$$\nu = 0.4$$

Por lo tanto:

$$E = 204'725,648.4 \text{ (lb/plg}^2\text{)}$$

$$E = 1'421,707.281 \text{ (lb/pg}^2\text{)}$$

$$E = 99,956.326 \text{ (Kg/cm}^2\text{)} \quad \text{o} \quad E = 100,000 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$$

Tipo de roca: De acuerdo a los valores que presentan el módulo de Young y la relación de Poisson, la roca puede clasificarse como una margá.

Por otro lado la compresibilidad se determina de acuerdo a la ecuación

$$C_v = 3 \frac{(1 - 2 \nu)}{E}$$

$$C_v = 3 \frac{1 - 2 (0.39992)}{1'421,707.28}$$

$$C_v = 4.22 \times 10^{-7} \text{ (psi}^{-1}\text{)}$$

$$C_v = 6 \times 10^{-6} \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$$

## CAPITULO IV.

### ESTADO DE ESFUERZOS EN EL SUBSUELO.

Las condiciones normales de formación de las capas terrestres generan un estado de esfuerzos natural, el cual se crea por el peso de los sedimentos.

#### IV.1 Estado natural de esfuerzos.<sup>(2), (3)</sup>

Considerando un elemento diferencial de forma cúbica, cuyas caras tienen una superficie igual a  $\Delta A$ , el cual se encuentra inmerso en el subsuelo como se muestra en la figura IV.1, se puede observar que siempre existen tres orientaciones ortogonales a  $\Delta A$  para las cuales las componentes de los esfuerzos de corte tienden a cero, y que son referidas a los planos principales, dichos esfuerzos normales asociados con estos planos se definen como los esfuerzos principales. Analizando el elemento diferencial citado, se puede observar que éste estará sujeto a una carga geostática  $E_1$ , esfuerzo vertical, llamada también "presión de sobrecarga", debida al peso de los sedimentos superpuestos, este esfuerzo genera en el elemento considerado otros dos esfuerzos totales horizontales, perpendiculares entre sí y que en condiciones ideales serán iguales,  $E_2 = E_3$ .

A cada uno de estos esfuerzos  $E_1$ ,  $E_2$ , y  $E_3$ , le corresponderá una reacción de igual magnitud pero de sentido contrario.

Si el peso específico promedio de los estratos ( $\gamma$ ), se

proporciona en  $[g/cm^3]$  y la profundidad a la que se encuentra el elemento considerado ( $D$ ), en  $[m]$ ; se tiene:

$$\Sigma_1, [Kg/cm^2] = \frac{1}{10} \gamma [g/cm^3] D [m] \quad (IV.1)$$

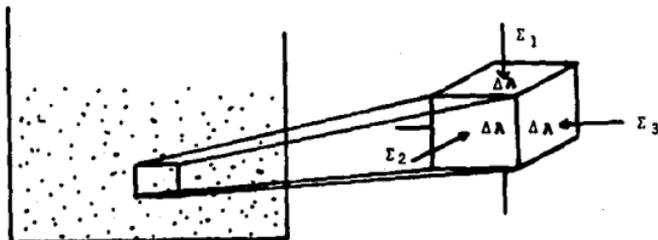


Figura IV.1 Elemento diferencial de formación sometido a esfuerzos principales.

En general  $\rho$  para las rocas comunes varía entre  $2 g/cm^3$  y  $2.6 g/cm^3$ , dependiendo de la profundidad a la que se encuentran.

Bajo este estado natural de esfuerzos  $\Sigma_1 = \Sigma_2$ , y cuyo valor puede calcularse por medio de la ley de Hooke (en tres dimensiones):

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [(\sigma_1 - \nu)(\sigma_1 + \sigma_2)] \quad (IV.2)$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} [(\sigma_2 - \nu)(\sigma_2 + \sigma_1)] \quad (IV.3)$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} [(\sigma_3 - \nu)(\sigma_3 + \sigma_3)] \quad (IV.4)$$

obteniéndose:  $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \Sigma_3 \left( \frac{\nu}{1 - \nu} \right) \quad (IV.5)$

donde  $\nu$  es la relación de Poisson.

El estado natural de esfuerzos así definido raramente se tiene en el subsuelo, debido a la evidencia que presentan las formaciones de estar o haber estado sujetas a fuerzas tectónicas (presencia de plegamientos, fallas, etc.), distorsionando los valores de  $\Sigma_1$  y  $\Sigma_2$ . Entonces en general:

$$\Sigma_1 \neq \Sigma_2 \neq \Sigma_3$$

Sólo en el caso que la región geológica esté tectónicamente en reposo:  $\Sigma_2 = \Sigma_3$ , es posible aplicar la ecuación IV.5 siendo  $\Sigma_3$  calculable en cualquier caso.

#### IV.2 Presión de poro y esfuerzo efectivo. <sup>(1)(2)(3)</sup>

Los fluidos depositados en los poros de la roca juegan un papel importante, dado que ellos soportan una parte del esfuerzo total aplicado; es decir, solo una parte del esfuerzo total, llamado la componente de esfuerzo efectivo, es soportado por la matriz de la roca (como se observa en la figura IV.2).

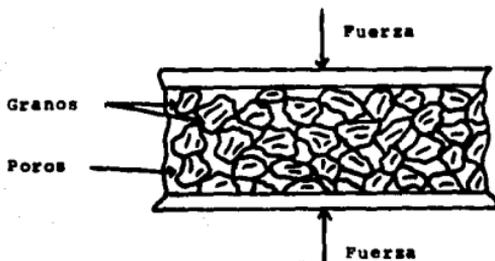


Figura IV.2 Resistencia soportada por la presión de poro

La presencia de un fluido que se mueve libremente dentro de los poros de una roca, introduce un carácter dependiente del

tiempo en la respuesta mecánica de la roca, misma que reaccionará de manera diferente dependiendo si el ritmo de carga es lento o rápido comparado con las características de tiempo que rigen los procesos de difusión de la presión de poro, en otras palabras, para tomar en cuenta los efectos ocasionados por la presencia de la presión de poro, es necesario introducir y diferenciar entre las propiedades de drene y no drene.

Por un lado, cuando se aplica una carga a una roca porosa de manera instantánea, el medio se comporta de una manera "rígida" como si fuera no drenado; por el contrario si el ritmo de presurización es suficientemente lento de tal forma que la difusión tenga un tiempo amplio para drenar áreas con exceso de presión la roca reacciona como si fuera "más suave", este efecto es más importante si el poro está lleno con un fluido relativamente incompresible que con un gas relativamente compresible.

En 1923, Terzaghi introdujo el concepto de esfuerzo efectivo para una consolidación unidimensional y propuso la siguiente relación:

$$\sigma_1 = \Sigma_1 - P_p \quad (IV.6)$$

donde  $\Sigma_1$  es el esfuerzo total aplicado;  $\sigma_1$  es el esfuerzo efectivo que gobierna la falla del material; y  $P_p$  es la presión de poro. Esta "ley" fue modificada significativamente en mecánica de rocas, con la aplicación de un factor de corrección al término presión de poro, el cual implicaba que la cementación existente entre los granos evitaba que la presión de poro total contrarrestara la carga aplicada.

$$\sigma_i = \Sigma_i - \alpha_{ps} P_p \quad (IV.7)$$

En general:  $\sigma_i = \Sigma_i - \alpha_{ps} P_p$  para  $i=1,2,3$

donde  $\alpha_{ps}$  es un parámetro experimental denominado constante poroelástica cuyo valor varía entre cero y uno, para calizas  $\alpha_{ps} = 1.0$ , para areniscas  $0.65 \leq \alpha_{ps} \leq 1.0$ ; normalmente para yacimientos petrolíferos,  $\alpha_{ps}$  es cercano a 0.7, además se consideran como esfuerzos efectivos horizontales a  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ , haciendo la convención siguiente:  $\sigma_1$  es el mayor esfuerzo horizontal, y  $\sigma_3$  el menor.

Esta constante poroelástica,  $\alpha_{ps}$ , describe la "eficiencia" de la presión del fluido para contrarrestar el esfuerzo total aplicado, su valor depende de la geometría del poro y de las propiedades físicas de los constituyentes del sistema sólido, puede ser expresada en función de la relación de Poisson no drenada,  $\nu_{ps}$ , es decir, la relación de Poisson obtenida a partir de una prueba triaxial realizada con una muestra saturada con los fluidos del yacimiento, la relación de Poisson drenada,  $\nu$ , entendiéndose que este valor es el obtenido a partir de una prueba uniaxial efectuada a una muestra seca y el coeficiente de Skempton de presión de poro, (B) definido como la relación de la variación de la presión de poro sobre el cambio de la presión de confinamiento bajo condiciones no drenadas, de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\alpha_{ps} = \frac{3(\nu_{ps} - \nu)}{B(1 - 2\nu)(1 + \nu_{ps})} \quad (IV.8)$$

Debe notarse que la ecuación ( $\sigma = \Sigma - P_p$ ) gobierna la deformación del medio poroso, mientras que la fractura es controlada por la ecuación del esfuerzo efectivo de Terzaghi ( $\sigma = \Sigma - P_p$ ).

Sólo en un caso ideal donde no hay cambio en la porosidad bajo variaciones iguales de la presión de poro y presión de confinamiento la expresión anterior se puede simplificar a:

$$\alpha_{\text{e}} = 1 - \frac{K_v}{K_s} \quad (\text{IV.9})$$

donde  $K_v$  es el módulo volumétrico no drenado, (en muestra saturada) y  $K_s$  es el módulo volumétrico de los constituyentes sólidos, (muestra seca), entendiéndose por módulo volumétrico de elasticidad (también llamado módulo de dilatación o módulo de compresibilidad) a la relación de esfuerzo a deformación volumétrica, para esfuerzo triaxial igual; matemáticamente se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$K_v = \frac{\sigma}{\frac{\Delta V}{V_0}} \quad (\text{IV.10})$$

donde  $\Delta V/V_0$  es el cambio fraccionario en volumen.

De lo expuesto hasta aquí se concluye: el esfuerzo efectivo vertical podrá siempre calcularse estimando la densidad media de los estratos, su profundidad y la presión de poro del yacimiento mientras que los esfuerzos efectivos horizontales solo podrán determinarse si se considera que la zona geológica se encuentra tectónicamente en reposo, lo que significa que,  $\sigma_1 = \sigma_2$ . Para este caso, aplicando la ley de Hooke en tres dimensiones:

$$\sigma_2 = \sigma_1 = \sigma_1 \left( \frac{v}{1-v} \right) \quad (IV.11)$$

El valor así obtenido del esfuerzo horizontal deberá utilizarse con reserva dado que en general  $\sigma_2 \neq \sigma_1$ ; si este es el caso únicamente es posible determinar el valor de esfuerzo efectivo horizontal mínimo ( $\sigma_1$ ) a través del fracturamiento hidráulico.

### IV.3 Esfuerzos in-situ y su determinación

#### IV.3.1 Esfuerzos vírgenes.<sup>(9)</sup>

Un yacimiento en rocas depositadas en una cuenca sedimentaria, está sujeto a una cierta cantidad de presión debida a la sobrecarga de los estratos. La magnitud del esfuerzo vertical a una profundidad específica, D, está dada por:

$$E_1 = \int_0^D \rho (D) g dD \quad (IV.12)$$

Donde  $\rho$  es la densidad de la masa de rocas superpuestas y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

El valor de esta componente de esfuerzo puede obtenerse de la interpretación de un registro de densidad, si este registro no está disponible, una regla práctica consiste en tomar de 1.0 a 1.1 psi/pie ya que constituye una buena aproximación para esta componente vertical de esfuerzo.

La predicción del esfuerzo horizontal está basada sobre dos premisas diferentes fundamentalmente. Estas son confundidas comunmente porque para áreas relajadas tectónicamente, predicen

aproximadamente la misma relación de un tercio entre los esfuerzos efectivos vertical y horizontal. La primera premisa es que la roca está en un estado de fallamiento incipiente, donde para esta condición, el estado de esfuerzos está definido por la envolvente de falla (se define en el capítulo V y se muestra en la gráfica V.9) y es independiente de las propiedades elásticas de la roca, para fallas la constante poroelástica es igual a uno.

La segunda, y fundamentalmente diferente premisa, supone que el esfuerzo horizontal depende sólo del comportamiento elástico de la roca y es independiente de la envolvente de falla o de cualquier actividad tectónica.

Debido al efecto de Poisson, término usado para indicar la deformación lateral originada por un esfuerzo longitudinal, la sobrecarga también produce componentes de esfuerzos horizontales asociados, cuya magnitud dependerá de las condiciones de frontera lateral; en una cuenca no sujeta a deformaciones tectónicas las componentes horizontales de esfuerzos, dentro de una litología específica será la misma en todas direcciones, su magnitud puede determinarse si se recuerdan las relaciones generalizadas esfuerzo-deformación descritas anteriormente; porque secciones adyacentes de una capa o estrato de formación tienden a expandirse lateralmente, su interacción neta en el desplazamiento lateral es cero, y considerando  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$  en las ecuaciones IV.2 y IV.3, nos conduce a la ecuación IV.11 y usando la ecuación IV.7 obtenemos:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \frac{\nu}{1 - \nu} (\epsilon_z - \alpha \rho_o P_o) + \alpha \rho_o P_o \quad (IV.13)$$

Por consiguiente en áreas inactivas tectónicamente, el esfuerzo horizontal efectivo es aproximadamente igual a un tercio de la sobrecarga vertical efectiva, suponiendo que  $\nu = 0.25$ .

La variación del valor de la relación de Poisson para las diferentes litologías, puede conducir a variaciones marcadas en los esfuerzos horizontales con relación a la profundidad. En efecto, si la formación de las rocas fue efectivamente depositada bajo estas condiciones restrictivas: relajación subsecuente, plasticidad, cementación, etc., puede tenerse inducido un régimen de esfuerzo secundario el cual puede afectar significativamente a los esfuerzos deposicionales originales, sin embargo, la ecuación puede ser usada como un indicador de lo supuesto (una capa homogénea) por lo que entonces no se considera el cambio potencial en los esfuerzos horizontales entre los estratos caracterizados con diferente relación de Poisson; despreciando las variaciones litológicas y el proceso de sedimentación por estratificación, el perfil de esfuerzos puede graficarse como se muestra a continuación

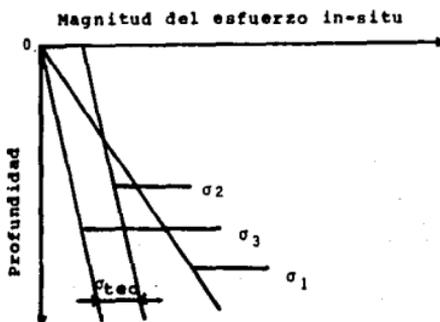


Figura IV.3 Magnitud de los esfuerzos como una función de la profundidad.

Si uno supone que la elevación de la superficie del terreno ha cambiado a través del tiempo geológico (por erosión o postglaciación), el origen de la gráfica se translada a lo largo del eje de las ordenadas, en consecuencia el perfil de sobrecarga cambia, mientras que el perfil de esfuerzos horizontales posiblemente permanece igual debido a la deformación no elástica y/o recristalización, la cual ha ocurrido anteriormente a la variación de la sobrecarga, por consiguiente, el perfil de esfuerzos resultante es afectado como se observa en la figura IV.4.

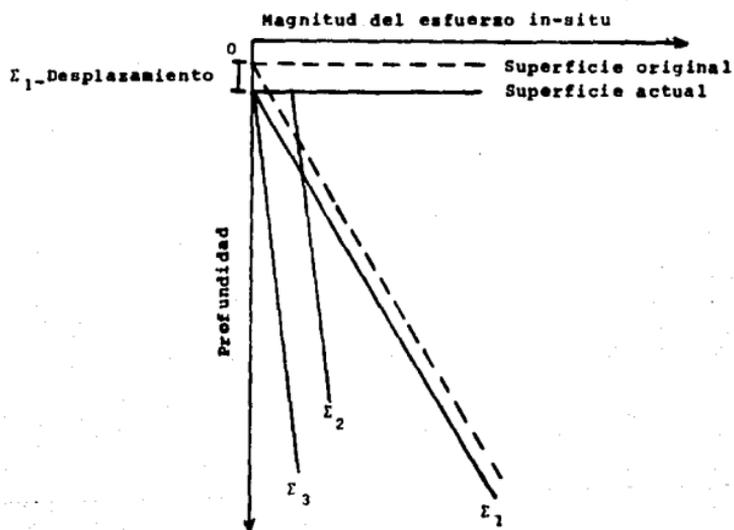


Figura IV.4 Influencia de la subsidencia de la superficie del terreno.

#### IV.3.2 Esfuerzos tectónicos.<sup>131</sup>

Las fuerzas tectónicas resultado de un gran movimiento de la corteza introducen una componente direccional adicional, la que puede añadirse vectorialmente a las componentes de esfuerzos anteriormente descritas; la influencia de estas fuerzas tectónicas conducen a una condición donde las dos componentes de fuerza horizontal son distintas.

Este régimen tectónico también contribuye al marcado contraste en los esfuerzos experimentados entre las litologías adyacentes; para entender este mecanismo, uno podría comparar las diferentes capas a una serie de resortes paralelos, donde su rigidez es proporcional a su módulo de Young como se representa en la figura IV.5.

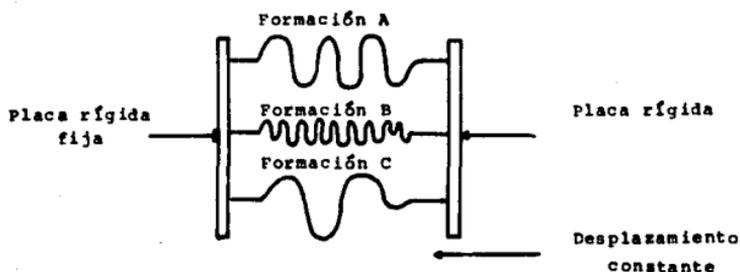


Figura IV.5 Comportamiento de tres elementos de diferente rigidez sometidos a un desplazamiento constante

La aplicación de un desplazamiento constante en un extremo conduce a esfuerzos mayores en las capas o estratos rígidos.

Por lo que una fractura inducida se propaga por "el camino más fácil" (en la dirección que requiere la menor cantidad de energía), y se alinearán perpendicularmente a la componente de

mínimo esfuerzo principal; esto significa que a profundidades someras, los esfuerzos horizontales pueden ser mayores que la sobrecarga y se inducirán fracturas horizontales; abajo de esta profundidad crítica, prevalecen fracturas verticales. Generalmente, esta profundidad crítica, varía en Norte América entre 1000 y 2000 pie, los valores de profundidad han sido asociados con regiones donde se ha creído que han existido glaciares en el pasado tiempo geológico.

#### IV.3.3 Esfuerzos inducidos.<sup>(1)</sup>

Hasta ahora, solo se han considerado a las componentes de fuerzas resultantes de contribuciones geológicas, sin embargo, la magnitud y orientación de las fuerzas de campo in-situ también pueden ser alteradas localmente, como resultado de la influencia del hombre; estos esfuerzos inducidos frecuentemente resultan en grandes concentraciones de esfuerzos, variando significativamente de los valores originales. La perforación de un pozo, por ejemplo, distorsiona los esfuerzos de campo preexistentes. Si uno supone que la roca permanece linealmente elástica, y que el agujero es perforado paralelamente a una de las direcciones del esfuerzo principal, las expresiones siguientes pueden ser obtenidas para los esfuerzos; cabe notar que para esta sección,  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  denotarán los esfuerzos efectivos.

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \left(1 - \frac{4r_0^2}{r^2} + \frac{3r_0^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \quad (IV.14)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{2} (\sigma_z + \sigma_r) \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2} (\sigma_z - \sigma_r) \left(1 + \frac{3r_0^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \quad (IV.15)$$

$$\sigma_{\theta}^{\theta} = \frac{1}{2} (\sigma_z - \sigma_r) \left(1 + \frac{2r_0^2}{r^2} - \frac{3r_0^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \quad (IV.16)$$

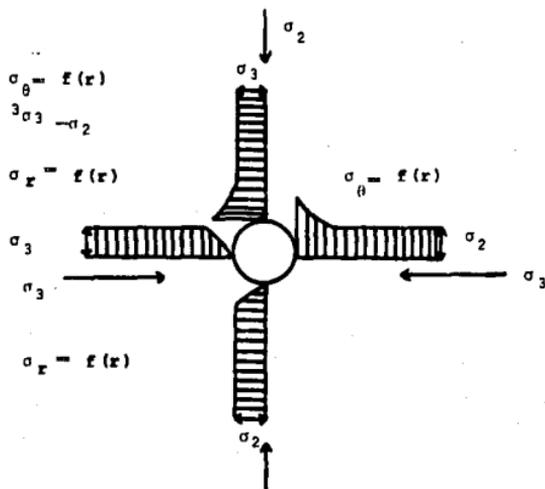


Figura IV.6 Concentración de esfuerzos alrededor de un agujero circular.

Si sólo nos interesa conocer lo que sucede en la pared del pozo, entonces, si  $r$  tiende a  $r_0$ , se obtienen las expresiones siguientes:

$$\sigma_r = 0 \quad (IV.17)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_z + \sigma_r - 2(\sigma_z - \sigma_r) \cos 2\theta \quad (IV.18)$$

$$\tau_{\theta} = 0 \quad (IV.19)$$

Considerando sólo la dirección paralela y perpendicular a la

dirección del mínimo esfuerzo horizontal, es decir,  $\theta = 0$  y  $\theta = \pi/2$ , estas expresiones pueden simplificarse más.

$$(\sigma_{\theta})_{\theta=0} = 3\sigma_2 - \sigma_1 \quad (IV.20)$$

$$(\sigma_{\theta})_{\theta=\pi/2} = 3\sigma_1 - \sigma_2 \quad (IV.21)$$

#### IV.3.4 Importancia de las fuerzas de campo in-situ.<sup>(19)</sup>

Es importante conocer la magnitud, dirección y sentido de los esfuerzos que existen en el interior de una masa de roca, ya que las propiedades de resistencia y de deformabilidad dependen del nivel de esfuerzos al que los bloques se encuentran sometidos. Se puede esperar un comportamiento frágil de una roca a niveles de esfuerzo naturales muy pequeños, mientras que la misma roca puede mostrar un comportamiento plástico a niveles de esfuerzo del orden de 1,000 Kg/cm<sup>2</sup>.

Como se discutió previamente, la mayoría de las propiedades de la roca están afectadas por la magnitud del confinamiento, por consiguiente, si uno quiere usar valores verídicos para propósitos de diseño, las pruebas de laboratorio tendrán que generarse bajo condiciones simuladas de fondo, por lo que se requiere el conocimiento de las condiciones de esfuerzos in-situ; se considera de manera general que el parámetro más importante que determina el grado de contención de la fractura, es la diferencia de estos esfuerzos entre las capas de rocas adyacentes y la zona de interés; por eso el conocimiento del estado de esfuerzos en el yacimiento y en las formaciones aledañas es esencial para

simular condiciones in-situ, para medir exactamente características superficiales verdaderas, y para evaluar el crecimiento potencial del tamaño de la fractura; la determinación del estado de esfuerzos in-situ da una visión de la presión de tratamiento esperada así como de la localización y tipo de la fractura.

En la industria petrolera se usan regularmente varios métodos para estimar la magnitud y orientación de los esfuerzos in-situ a profundidad, algunos de ellos se basan en la interpretación de datos de campo, mientras que otros lo hacen en las mediciones efectuadas en núcleos.

#### IV.3.5 Técnicas de campo.

##### Microfracturamiento.

El microfracturamiento es una técnica de campo que se lleva a cabo durante los trabajos de perforación, consiste en bombear volúmenes pequeños (en un pozo en agujero abierto) de un fluido fracturante a bajos gastos, con la finalidad de crear microfracturas en alguna capa de interés (ver figura IV.7) registrando y determinando entre otros parámetros: la presión de fractura, la presión de extensión, la presión de cierre instantánea, el estado de esfuerzos y la orientación de la fractura, la secuencia de eventos durante el desarrollo de esta prueba es el siguiente:

- 1.- Con la tubería de perforación fuera del pozo, se ensambla el empacador de agujero abierto, en dicho ensamble se colocan 2 tubos de Bourdon, previamente calibrados para medir la presión del fluido dentro del pozo. Para ir cambiando la longitud del

ancia de la tubería, uno puede regular a partir del fondo del pozo a que altura se asentará el espacador, resultando de esta forma la sección en agujero abierto a ser fracturada.

2.- Se introduce lentamente el espacador al pozo con la tubería de perforación, una vez que se encuentra en el fondo, se asienta aplicando una fuerza vertical sobre ésta y se conecta con el equipo de superficie.

3.- Se presurizan las líneas superficiales (entre las bombas y la cabeza del pozo) para detectar y reparar si es que existe alguna fuga, a continuación se hace lo mismo con la tubería de perforación, para asegurar adecuadamente el asentamiento del espacador de agujero abierto, posteriormente se aplica una pequeña presión al espacio anular, para detectar y reparar alguna fuga.

4.- Se comienza a bombear lodo de perforación como fluido fracturante, durante el fracturamiento se registra la presión en la tubería, en el espacio anular y el gasto contra tiempo y se grafica, pudiéndose utilizar equipo computarizado, el gasto se mide de dos formas: con la frecuencia y desplazamiento de la bomba y usando un fluómetro de turbina, cuando se inicia la fractura se registra un incremento en la presión del espacio anular, esto sucede debido a que la fractura se extiende por arriba del espacador hacia el espacio anular, se detienen las bombas para checar si el espacador se quedó fijo en su posición o si el pozo fue fracturado, así como para obtener la presión de cierre instantánea, después de esto se realizan varias secuencias de bombeo y cierre de la fractura (ciclos), para estudiar el

efecto del gasto o para determinar el cierre de la fractura.

5.- Después del microfracturamiento se libera el espacador y se regresa a la superficie, recuperándose también los tubos de Bourdon.

6.- Se corta un núcleo orientado en el fondo del pozo y se lleva a la superficie para medir las propiedades físicas y mecánicas de la roca, así como también para la detección de la orientación de la fractura.

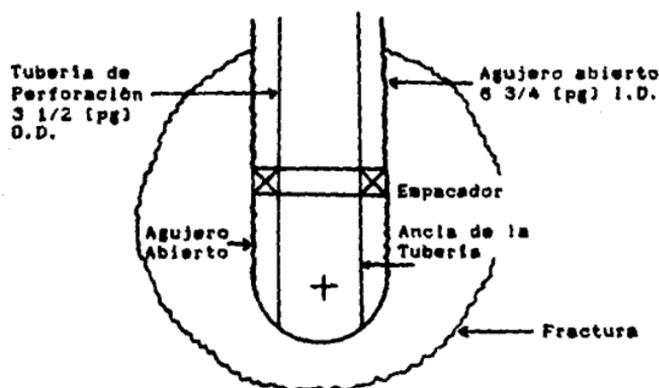


Figura IV.7 Fondo del pozo en un microfracturamiento.

En esta técnica se supone que uno de los esfuerzos principales es paralelo al eje del pozo, esta componente no puede ser el esfuerzo mínimo principal, dado que la prueba es hecha abajo de la profundidad crítica (profundidad en la que el mínimo esfuerzo principal es vertical, es decir,  $\sigma_1 < \sigma_3 < \sigma_2$ ); por otro lado el resultado de una prueba de microfracturamiento puede limitarse a la determinación de la presión de sobrecarga

Si se incrementa la presión dentro del intervalo sellado, donde se está realizando la determinación de esfuerzos (figura IV.6); una fractura radial se inicia tan pronto como el esfuerzo circunferencial supera la resistencia de la roca y la concentración de esfuerzos in-situ.

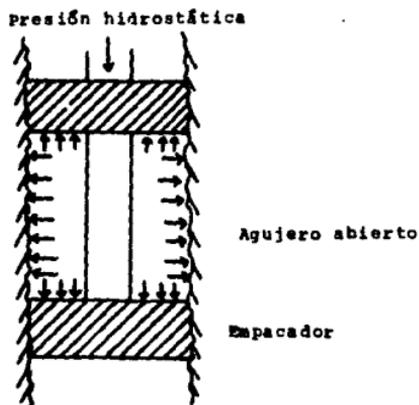


Figura IV.6 Representación de una prueba de microfracturamiento.

Las siguientes expresiones (derivadas anteriormente como la ecuación IV.20) pueden escribirse para la presión de ruptura de un pozo no revestido.

$P_b$  = concentración de esfuerzos debido a la presencia del agujero + resistencia a la tensión de la roca,  $\sigma_c$

$$P_b \text{ superior} = 3E_2 - E_1 - P_0 + R_1 \quad \text{con } E_2 \geq E_1 \quad (IV.22)$$

o en términos de esfuerzos efectivos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ ,

$$P_b \text{ superior} = 3\sigma_2 - \sigma_1 + P_0 + R_1 \quad (IV.23)$$

Esta ecuación es válida sólo en el caso de que no haya penetración de fluido, por ello proporciona un "límite superior" para la presión de ruptura. También, supone que la iniciación y la dirección de propagación son idénticas, sin embargo, si ocurre una filtración antes de la ruptura, la expresión anterior llega a ser más compleja y se necesita definir un límite inferior para la presión de ruptura, correspondiente a:

$$P_{e, \text{ inferior}} = \frac{3 \sigma_p - \sigma_p - 2 \eta P_p + R_f}{2 (1 - \eta)} \quad (IV.24)$$

donde  $\eta$  es un parámetro definido por:

$$\eta = \frac{\alpha_p (1 - 2 \nu)}{2 (1 - \nu)} \quad (IV.25)$$

Debe notarse que un incremento en la presión de poro en la vecindad del pozo corresponde a un decremento en la presión de ruptura, por consiguiente el uso de fluidos de baja viscosidad y/o bajos gastos de bombeo disminuirán la presión de ruptura.

Después que la fractura se ha propagado por un tiempo, se detienen las bombas y se registra la presión de cierre instantánea, debido al principio acción/reacción, esta presión sólo deberá ser ligeramente superior a la magnitud del mínimo esfuerzo principal (suponiendo que la influencia del agujero es despreciable), por lo tanto, puede escribirse una ecuación de la manera siguiente:

$$P_{c1} = \sigma_1 \quad (IV.26)$$

La última incógnita  $R_f$ , se obtiene dejando fluir a la formación e iniciando un segundo ciclo de presurización, usando el mismo fluido fracturante y el mismo gasto de bombeo, como para el primer ciclo. La resistencia a la tensión de la roca del yacimiento es anulada por la presencia de la fractura, y la presión de reapertura puede expresarse ahora, como situada entre los siguientes límites:

$$P_{re} superior = 3 \sigma_3 - \sigma_2 - P_p \quad (IV.27)$$

$$P_{re} inferior = \frac{3 \sigma_3 - \sigma_2 - 2 \eta P_p}{2 (1 - \eta)} \quad (IV.28)$$

El sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas permite la determinación de ambos esfuerzos in-situ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ , y la resistencia a la tensión de la formación  $R_f$ .

Debe señalarse que estas expresiones suponen condiciones de fondo ideales, las que raramente se tienen en la práctica, no obstante, los datos de la prueba de microfracturamiento siempre dan al menos, el valor del mínimo esfuerzo principal; esquemáticamente, el registro de la presión de fondo tiene una traza como la mostrada en la figura IV.9.

La solución del sistema de ecuaciones requiere un conocimiento de la presión de poro  $P_p$ , por lo que para determinarla se requiere utilizar métodos que incluyan las presiones de fondo, las piezométricas o medidas de la presión superficial después de

que el pozo es cerrado y se alcanza el equilibrio. La presión de poro puede ser estimada de experiencias previas en un yacimiento virgen, la suposición de 0.43 psi/pie es una primera aproximación razonable (en el caso de aguas salobres, una mejor aproximación es 0.46 psi/pie); los valores calculados para los esfuerzos in-situ deberán usarse cuidadosamente por ser solamente aproximaciones. Las fuentes de error incluyen efectos de fugas, concentraciones de esfuerzos, presión de poro y la resistencia de la roca. Por ejemplo, uno debe asegurarse que la presión de poro no se altere durante el periodo de prueba, de otro modo, la presión de cierre se incrementará; estos problemas son minimizados cuando son usados fluidos de alta viscosidad.

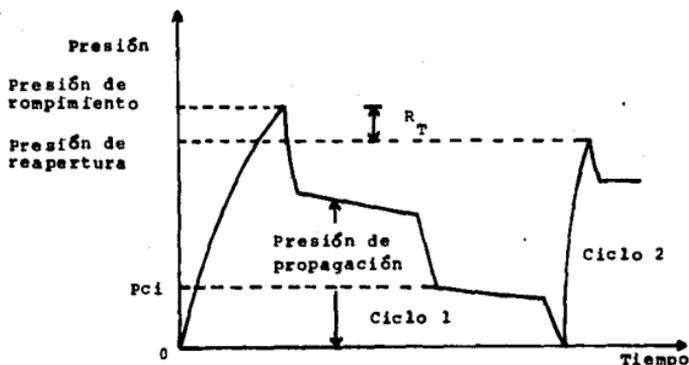


Figura IV.9 Registro de presión en microfracturamiento hidráulico

Debe señalarse que históricamente las pruebas de microfracturamiento han sido desarrolladas por geocientíficos en pozos someros no revestidos sobre espesores de pocos pies, tales

pruebas requieren volúmenes de fluido y gastos de bombeo bajos; para terminaciones petroleras a través de perforaciones en zonas permeables, se requerirán mayores volúmenes para vencer la filtración natural.

#### IV.4 Ejemplo de aplicación.<sup>(2)</sup>

Utilizando las ecuaciones para calcular los esfuerzos inducidos, determine y grafique la variación de los esfuerzos al alejarse del pozo para los ángulos de 0°, 45° y 90°, suponiendo que se trata de una zona tectónicamente relajada.

Solución:

Considerando las relaciones generales (ecuaciones IV.13,14 y 15)

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \left( 1 + \frac{r_w^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \left( 1 + \frac{3r_w^4}{r^4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \left( 1 - \frac{r_w^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \left( 1 + \frac{3r_w^4}{r^4} - \frac{4r_w^2}{r^2} \right) \cos 2\theta$$

resolviendo para  $r = r_w$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} (1 + 1) - \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} (1 + 3) \cos 2\theta$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} (1 - 1) + \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} (1 + 3 - 4) \cos 2\theta$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_2 + \sigma_3 - 2(\sigma_2 - \sigma_3) \cos 2\theta$$

$$\sigma_r = 0$$

$\theta$	$2\theta$	$\cos 2\theta$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	si $\sigma_r = \sigma_\theta$	
					$\sigma_\theta$	$\sigma_r$
0	0	1	$\sigma_1 - \sigma_2$	0	$2\sigma_1$	0
45	90	0	$\sigma_1 + \sigma_2$	0	$2\sigma_1$	0
90	180	-1	$\sigma_1 - \sigma_2$	0	$2\sigma_1$	0

resolviendo para  $r = 2r$ .

$$\sigma_\theta = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) \left( 1 + \frac{1}{4} \right) - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \left( 1 + \frac{3}{16} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \left( \sigma_1 + \sigma_2 \right) \left( \frac{5}{8} \right) - \left( \sigma_1 - \sigma_2 \right) \left( \frac{19}{32} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_r = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right) \left( 1 - \frac{1}{4} \right) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \left( 1 + \frac{3}{16} - \frac{4}{4} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_r = \left( \sigma_1 + \sigma_2 \right) \left( \frac{3}{8} \right) + \left( \sigma_1 - \sigma_2 \right) \left( \frac{3}{32} \right) \cos 2\theta$$

$\theta$	$2\theta$	$\cos 2\theta$	$\sigma_\theta$	$\sigma_\phi$	si $\sigma_1 = \sigma_2$	
					$\sigma_\theta$	$\sigma_\phi$
0	0	1	$\frac{1}{32} \sigma_1 + \frac{39}{32} \sigma_2$	$\frac{15}{32} \sigma_1 + \frac{9}{32} \sigma_2$	$\frac{5}{4} \sigma_1$	$\frac{3}{4} \sigma_2$
45	90	0	$\frac{5}{8} (\sigma_1 + \sigma_2)$	$\frac{3}{8} (\sigma_1 + \sigma_2)$	$\frac{5}{4} \sigma_1$	$\frac{3}{4} \sigma_2$
90	180	-1	$\frac{39}{32} \sigma_1 + \frac{1}{32} \sigma_2$	$\frac{9}{32} \sigma_1 + \frac{15}{32} \sigma_2$	$\frac{5}{4} \sigma_1$	$\frac{3}{4} \sigma_2$

Para el caso de  $r = 4r_0$ .

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \left( 1 + \frac{1}{16} \right) - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \left( 1 + \frac{3}{256} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = (\sigma_1 + \sigma_2) \left( \frac{17}{32} \right) - \left( \frac{259}{512} \right) (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\phi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \left( 1 - \frac{1}{16} \right) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \left( 1 + \frac{3}{256} - \frac{4}{16} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\phi = (\sigma_1 + \sigma_2) \left( \frac{15}{32} \right) + \left( \frac{195}{512} \right) (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\theta$$

$\theta$	$2\theta$	$\cos 2\theta$	$\sigma_\theta$	$\sigma_\phi$	si $\sigma_1 = \sigma_2$	
					$\sigma_\theta$	$\sigma_\phi$
0	0	1	$\frac{13}{512} \sigma_1 + \frac{531}{512} \sigma_2$	$\frac{435}{512} \sigma_1 + \frac{45}{512} \sigma_2$	$\frac{17}{16} \sigma_1$	$\frac{15}{16} \sigma_2$
45	90	0	$\frac{17}{32} (\sigma_1 + \sigma_2)$	$\frac{15}{32} (\sigma_1 + \sigma_2)$	$\frac{17}{16} \sigma_1$	$\frac{15}{16} \sigma_2$
90	180	-1	$\frac{531}{512} \sigma_1 + \frac{13}{512} \sigma_2$	$\frac{45}{512} \sigma_1 + \frac{435}{512} \sigma_2$	$\frac{17}{16} \sigma_1$	$\frac{15}{16} \sigma_2$

Para el caso de  $r = 6 r_0$ .

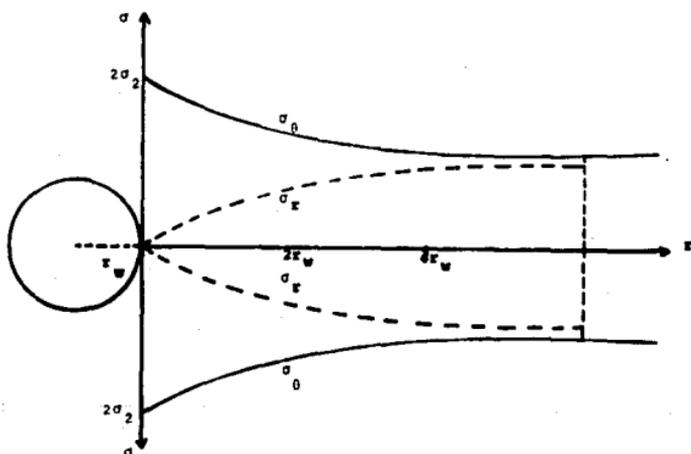
$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \left( 1 + \frac{1}{36} \right) - \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \left( 1 + \frac{3}{1296} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = (\sigma_1 + \sigma_2) \left( \frac{37}{72} \right) - \left( \frac{433}{864} \right) (\sigma_2 - \sigma_1) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\phi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \left( 1 - \frac{1}{36} \right) + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \left( 1 + \frac{3}{1296} - \frac{4}{36} \right) \cos 2\theta$$

$$\sigma_\phi = (\sigma_1 + \sigma_2) \left( \frac{35}{72} \right) + \left( \frac{365}{864} \right) (\sigma_2 - \sigma_1) \cos 2\theta$$

$\theta$	$2\theta$	$\cos 2\theta$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	el $\sigma_x = \sigma_y$	
					$\sigma_\theta$	$\sigma_r$
0	0	1	$\frac{11}{664} \sigma_2 + \frac{677}{664} \sigma_1$	$\frac{605}{664} \sigma_2 + \frac{35}{664} \sigma_1$	$\frac{37}{36} \sigma_2$	$\frac{35}{36} \sigma_1$
45	90	0	$\frac{37}{72} (\sigma_2 + \sigma_1)$	$\frac{35}{72} (\sigma_2 + \sigma_1)$	$\frac{37}{36} \sigma_2$	$\frac{35}{36} \sigma_1$
90	180	-1	$\frac{677}{664} \sigma_2 + \frac{11}{664} \sigma_1$	$\frac{35}{664} \sigma_2 + \frac{605}{664} \sigma_1$	$\frac{37}{36} \sigma_2$	$\frac{35}{36} \sigma_1$



Representación gráfica de la variación de los esfuerzos radial y tangencial, con respecto a la distancia al centro del pozo.

## CAPITULO V.

### CRITERIOS DE FALLA.

#### V.1 Definición.<sup>(1)</sup>

Un criterio de falla es una relación existente entre los esfuerzos efectivos principales aplicados a una formación, estrato o muestra de roca, ecuación V.1. y que representa el límite de resistencia a la falla de la roca, mismo que si es rebasado, ésta se desestabiliza y se produce su ruptura.

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (V.1)$$

Por lo tanto para estimar la falla se determina el estado de esfuerzos en la región en estudio y se ve en que parte se satisface la condición de falla (ecuación V.1). Existen diversas formas de presentar la citada ecuación, mismas que corresponden a distintos criterios de falla que se han propuesto, cabe mencionar que ellos son únicamente aproximados, puesto que se basan en aplicaciones de la mecánica del medio continuo, siendo que en este caso son muy determinantes las discontinuidades intrínsecas, heterogeneidades y anisotropía existentes en el material para este nivel de esfuerzos. Sin embargo dichos criterios son de bastante utilidad, puesto que han demostrado dar una idea muy aceptable de la falla. lo cual se ha podido constatar experimentalmente, a continuación se exponen algunos de los criterios más utilizados.

## V.2 Criterio del máximo esfuerzo principal.

Este criterio fue expuesto por Timoshenko, Nadai y Seely, definen el esfuerzo máximo como el criterio de resistencia y establecen que en los materiales dúctiles blandos la falla comienza cuando el máximo esfuerzo principal es igual al límite de la resistencia a la falla del material, en tensión simple, o cuando el mínimo esfuerzo llega a ser igual al límite de la falla del material, en compresión simple, por lo tanto, la falla empezará cuando  $\sigma$ , iguale el valor de esfuerzo en el límite elástico del material en tensión pura.

considerando

$$\sigma_r = P_i \frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \left( \frac{r_o^2}{r_r^2} + 1 \right) \quad (V.2)$$

y haciendo  $r_r = r_i$ , utilizando la nomenclatura de la figura V.1, se obtiene:

$$(\sigma_r)_{max} = P_i \left( \frac{r_o + r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} \right) \quad (V.3)$$

cuando  $r_o$  es mucho mayor que  $r_i$  se tiene que  $\sigma_r = P_i$ .

Resumiendo, la máxima presión interna a la que un cilindro de espesor infinito puede estar sujeto antes de que ocurra la falla es igual a la resistencia final del material en tensión.

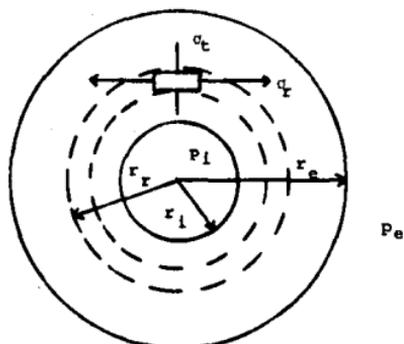


Figura V.1 Nomenclatura y gráfica de esfuerzos en un cilindro de gran espesor.

### V.3 Criterio del máximo esfuerzo de corte ( $\tau_{max}$ ).

Esta teoría también llamada de Guest, propone que la falla se presenta cuando se alcanza el esfuerzo cortante máximo que se registra en la prueba de tensión simple. Esta teoría se aplica mejor en materiales dúctiles, donde el esfuerzo que produce tensión es aproximadamente igual al esfuerzo que produce compresión con esta teoría no se puede predecir adecuadamente fallas en materiales frágiles. La expresión para calcular el máximo esfuerzo de corte ( $\tau_{max}$ ) en cualquier punto a una distancia  $r$  del centro del cilindro de gran espesor, es la siguiente:

$$\tau_{max} = \frac{r^2 r_e^2 (P_i - P_e)}{r^2 (r_e^2 - r^2)} \quad (V.4)$$

El máximo valor de  $\tau$  ocurre sobre un plano que forma un ángulo de  $45^\circ$ , con las direcciones del esfuerzo normal y tangencial de acuerdo a la figura V.2 y en la superficie interior

del cilindro, por lo que, si la muestra se somete únicamente a presión interna, el máximo esfuerzo cortante se determina haciendo  $r_2 = r$  y  $P_2 = 0$ , por lo que

$$\tau_{\max} = P_i \frac{r_o^3}{r_o^3 - r^3} \quad (V.5)$$

Como  $r_o$  es mucho mayor que  $r$ , el valor de  $\tau$  se aproxima a  $P_i$ . Finalmente, podemos resumir esta teoría diciendo que, la máxima presión que se puede aplicar a un cilindro de espesor infinito, antes de que se produzca la falla, es igual a la resistencia de corte del material.



Figura V.2 Planos del máximo esfuerzo cortante.

#### V.4 Criterio de Tresca.<sup>(10), (12)</sup>

Este criterio expresa que la fractura ocurre cuando el esfuerzo máximo de corte alcanza un valor característico,  $\tau_c$ .

para la roca en investigación.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \tau_0 \quad (V.6)$$

Afirma que los esfuerzos cortantes máximos son constantes, es decir,  $\sigma_1 - \sigma_3 = \text{constante}$  y supone que la presión media  $\sigma_2$  no interviene, pues solamente toma en cuenta los otros dos esfuerzos.

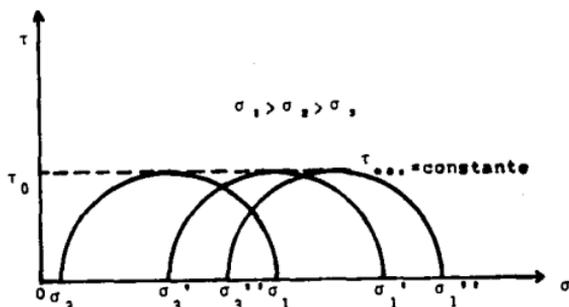


Figura V.3 Criterio de Falla de Tresca.

Otros materiales no se comportan como lo especifica este criterio, usándose en tal caso el criterio de Von Mises.

#### V.5 Criterio de Von Mises.

Este criterio si toma en cuenta al esfuerzo  $\sigma_2$ , afirma que el esfuerzo cortante octaédrico es constante, es decir:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 = \text{constante} \quad (V.7)$$

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{1/2} \quad (V.8)$$

En otras palabras, afirma que la energía de distorsión es constante. Cuando  $\sigma_2 = \sigma_3$ , los criterios de Tresca y Von Mises

son los mismos.

#### V.6 Criterio de Von Mises Modificado.<sup>(10), (11)</sup>

Este fue propuesto por Drucker-Prager, afirma que el esfuerzo cortante octaédrico no es constante, sino es una función del esfuerzo principal menor, por lo que propone la siguiente expresión:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 = f(\sigma_3) \quad (V.9)$$

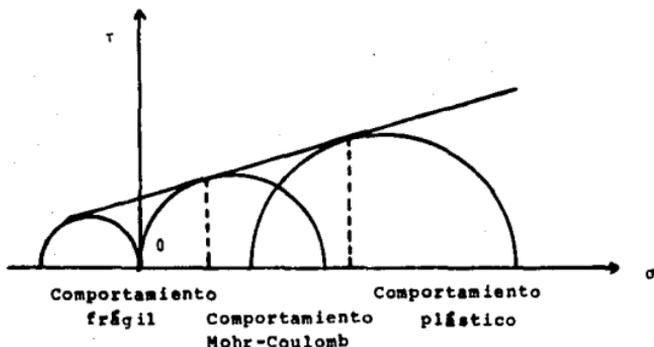


Figura V.4 Criterio de Von Mises Modificado.

#### V.7 Criterio de la máxima deformación.<sup>(12)</sup>

Esta teoría usualmente se atribuye a Saint Venant y supone que la falla ocurre cuando una deformación principal iguala a la deformación máxima ( $\epsilon_e$ ) en tensión simple. Esta deformación restrictiva ( $\epsilon_e$ ) es la que ocurre a la tensión proporcional límite y es igual a  $S_e/E$ , donde  $S_e$  es la tensión límite proporcional y  $E$  es el módulo de elasticidad. Si la presión

externa es cero, entonces:

$$\sigma_{\text{circunferencial}} = P_i \left( \frac{r_o^2 + r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} - \right) \quad (V.10)$$

Este criterio tiene limitaciones, porque en un caso donde existan esfuerzos de tensión en dos direcciones, sobre una placa, no predice correctamente el punto de falla, además de que los resultados de experimentos usando muestras bajo presión hidrostática uniforme, contradicen esta teoría.

Este criterio se puede resumir de la siguiente manera. La máxima presión que puede ser aplicada a un cilindro de espesor infinito, antes de que ocurra la falla, es igual al límite de tensión elástica, dividida por uno más la relación de Poisson.

$$P_i = \frac{\sigma_{\text{elástico}}}{1 + \nu} \quad (V.11)$$

#### V.6 Criterio del máximo esfuerzo de tensión.<sup>(19)</sup>

Este criterio supone que la falla inicia tan pronto como la componente del mínimo esfuerzo principal alcance el valor de la resistencia a la tensión del material. Por ejemplo para la siguiente condición  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ , se tiene

$$\sigma_2 = - (R_T)_{\text{max}} \quad (V.12)$$

Donde  $(R_T)_{\text{max}}$  es la máxima resistencia a la tensión.

#### V.9 Criterio de Mohr.<sup>(19)</sup>

La teoría de Mohr supone que en una falla a lo largo de un

piano, los esfuerzos normal y de corte a través del plano, están conectados por alguna relación funcional, característica de cada material.

$$\tau = f(\sigma) \quad (V.13)$$

Haciendo una gráfica de dicha función en un plano ( $\sigma$ ,  $\tau$ ) llamado plano de Mohr, se observa que la curva es simétrica con respecto al eje  $\sigma$ .

De lo anteriormente expuesto, podemos afirmar que la teoría de Mohr es un método gráfico que nos sirve para determinar los esfuerzos límites de fractura, por ejemplo, si conocemos en un punto los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$ , podemos determinar los esfuerzos normal y de corte utilizando un círculo de Mohr, mismo que se construye como se indica en la figura V.5, donde el origen se indica con 0, el esfuerzo de tensión es positivo y en consecuencia se traza a la derecha del origen y el esfuerzo compresivo es negativo y se grafica a la izquierda del origen.

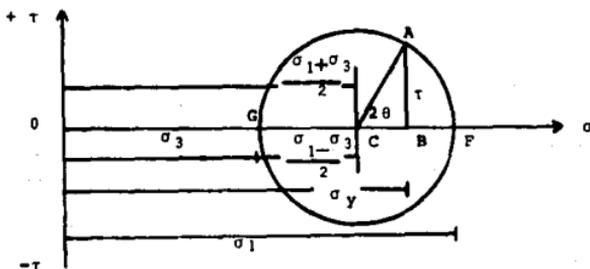


Figura V.5 Círculo de Mohr.

$$\tau = AB = AC \sin 2\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta \quad (V.14)$$

$$\sigma_p = OB = OC + CB = [(\sigma_1 + \sigma_3)/2] + [(\sigma_1 - \sigma_3)/2] \cos 2\theta \quad (V.15)$$

Esta teoría también puede aplicarse cuando los esfuerzos normal y de corte se conocen y se requiere calcular los esfuerzos principales.

Teniendo un número suficiente de datos para construir por lo menos tres círculos de Mohr, se procede posteriormente a dibujar una envolvente que sea tangente a los círculos y simétrica con el eje  $\sigma$ , ver las figuras V.6 y V.7. Los arreglos de esfuerzos  $(\sigma, \tau)$  localizados dentro de la envolvente MNN<sub>1</sub>M<sub>1</sub> llamada envolvente de Mohr, se encuentran por debajo del punto de falla y los que caen fuera de dicha envolvente si producirán falla.

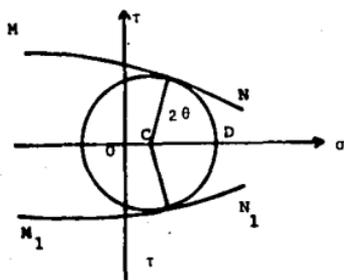


Figura V.6 Envolvente de Mohr en un caso límite.

P= Punto de fractura.

$\theta$ = Angulo entre el plano normal de falla y la dirección del esfuerzo principal mayor.

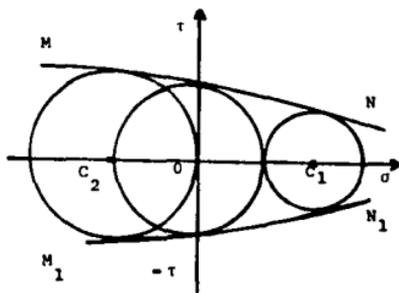


Figura V.7 Envolvente de Mohr con círculos correspondientes a tensión, corte simple y --- compresión.

El círculo de centro C, figura V.6, es un caso límite y en este, la falla ocurrirá en las condiciones correspondientes a los puntos P y P'.

La curva MN de la figura V.7 que envuelve a todos los círculos, proporciona todas las condiciones en las cuales se produce falla. Los círculos de centros C<sub>1</sub>, O y C<sub>2</sub> de la figura citada corresponden a la tensión, corte simple y compresión, respectivamente.

Considerando que es difícil llevar a cabo las pruebas de tensión y de corte en las rocas, se prefiere realizar la prueba triaxial, que se expone más adelante. Se genera un determinado número de círculos, todos a la izquierda del eje  $\tau$ , variando la presión hidrostática y dado que la resistencia a la fractura se incrementa generalmente con la presión hidrostática, la envolvente de Mohr es usualmente abierta a la izquierda.

Una desventaja de esta teoría, es que no predice la fractura en materiales frágiles en tensión, además de que sólo considera el máximo y mínimo esfuerzo principal y desprecia el efecto del esfuerzo principal intermedio, cabe citar que los resultados experimentales no siempre coinciden con los arrojados por esta teoría. Cuando la envolvente de Mohr consiste de dos líneas rectas, se trata como el criterio de Coulomb-Navier.

#### V.10 Criterio de Coulomb Navier. (12)

Es un caso especial de la teoría de Mohr, en la que la envolvente es un par de líneas rectas simétricas con el eje  $\sigma$

ver figura V.8, donde la combinación de esfuerzos ( $\sigma$ ,  $\tau$ ) que se encuentran dentro de la envolvente no producirán falla y por el contrario los que se encuentren fuera de ella si causarán fractura, el resto de la teoría es similar a la anterior. Los resultados de las pruebas triaxiales en la mayoría de las rocas están representados totalmente por las líneas rectas de la envolvente de Mohr.

Nuevamente, en tres dimensiones, en esta teoría sólo se consideran los esfuerzos mayor y menor, por lo que la falla tiene lugar en un plano paralelo al eje del esfuerzo principal intermedio, los resultados experimentales no siempre confirman esto. Una ventaja de esta teoría es que proporciona un criterio para determinar el esfuerzo de falla y la dirección de ésta, aunque una desventaja es que no considera una diferencia entre falla frágil y dúctil.

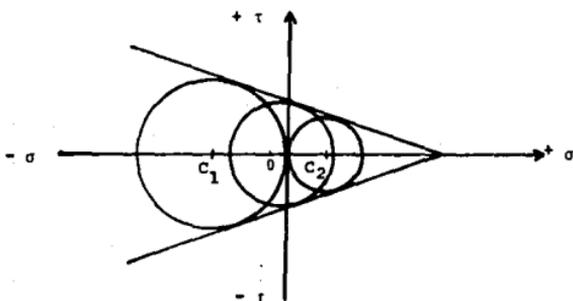


Figura V.8 Envolvente de Mohr en líneas recta (Teoría de Coulomb Navier)

Resumiendo, esta teoría expresa que el esfuerzo de corte que

tiende a causar la falla, es restringido por la cohesión del material y por alguna constante de tiempo, y que el esfuerzo normal actúa a través del plano de falla.

$$\tau = S_0' + \eta, \sigma \quad (V.16)$$

Donde  $\eta$ , es el coeficiente de fricción interna y  $S_0'$  es la fuerza de corte inherente o cohesión.

#### V.11 Criterio del plano simple de debilidad.'''

Esta teoría fue propuesta por Jaeger y supone que la roca falla en corte, es una generalización de la teoría de la envolvente lineal de Mohr-Coulomb y describe un cuerpo isotrópico que contiene un plano simple o un sistema de planos paralelos de debilidad. La falla en la roca matriz está dado por

$$\tau = T_{..} - \sigma \tan \theta \quad (V.17)$$

Mc Lamore y Gray describen la fractura en el plano de debilidad, por

$$\tau = T_{..}' - \sigma \tan \theta' \quad (V.18)$$

Usando la gráfica del círculo de Mohr, que relaciona  $\tau$  y  $\sigma$  con  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  y el ángulo de falla  $\theta$ , la forma final de la teoría del plano simple de debilidad puede ser derivada a partir de las ecuaciones V.17 y V.18. Para una falla dentro de la matriz la ecuación correspondiente es:

$$(\sigma_3 - \sigma_1) = \frac{2 T_{..} - 2 \sigma_1 \tan \theta}{\tan \theta - \sin 2 \theta - \cos 2 \theta \tan \theta} \quad (V.19)$$

El esfuerzo de fractura del material en el plano simple de debilidad, está dado por:

$$(\sigma_3 - \sigma_1) = \frac{2 T_{..}' \cos \theta' - 2 \sigma_1 \sin \theta'}{\sin \theta' - \sin (2 \alpha + \theta')} \quad (V.20)$$

Donde  $\alpha$  es el ángulo entre  $\sigma_1$  y el plano de debilidad y donde en ambos casos,  $\sigma_1$  representa la presión de confinamiento.

La teoría es evaluada corriendo pruebas a orientaciones de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $30^\circ$ , para varias presiones de confinamiento, trazando las envolventes de Mohr-Coulomb y determinando los valores de  $\theta$ ,  $\theta'$ ,  $D$ ,  $T_{..}$  y  $T_{..}'$ , posteriormente el esfuerzo de fractura se calcula para una cierta presión y orientación, utilizando las dos ecuaciones previas, con el valor más bajo tomado como la resistencia del material. El mismo argumento hecho en la sección previa, relativo al esfuerzo de la roca matriz, cerca a orientaciones de  $0^\circ$  y  $90^\circ$  es verdadera aquí también y los esfuerzos de fractura podrían ser calculados para esas orientaciones para finalmente calcular el esfuerzo de la matriz sobre cualquier lado del Área del comportamiento anisotrópico del esfuerzo.

#### V.12 Criterio del máximo esfuerzo octaedral de corte. (12)

Esta teoría fue expuesta por Nadai, y la explica como un estado limitante de esfuerzos mecánicos, básicamente se refiere a los estados de esfuerzos de la teoría de Mohr, aunque el criterio del máximo esfuerzo octaedral de corte supone que el esfuerzo octaedral en el límite de la falla es una función del esfuerzo

normal octaedral (ecuación V.21) y que éste es el promedio de los tres esfuerzos principales, ecuación V.22, lo que implica que el esfuerzo principal intermedio si tiene influencia sobre la fractura, por lo que contradice a la teoría de Mohr.

$$\tau_{oct} = f(\sigma_{oct}) \quad (V.21)$$

$$\tau_{oct} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} \quad (V.22)$$

### V.13 Criterio de Griffith de la falla frágil. (10), (12), (13)

La fractura frágil se produce con poca o ninguna deformación plástica, ocurre a menudo con magnitudes de esfuerzo que no pueden predecirse por la propagación súbita de una fisura. Los materiales amorfos tales como los vidrios y polímeros vítreos son totalmente frágiles, sin embargo, en los materiales cristalinos hay una deformación plástica anterior a la fractura.

Griffith propuso la primer explicación para la discrepancia entre la resistencia teórica y real de los materiales totalmente frágiles, él supuso que en este tipo existen numerosas fisuras microscópicas de forma elíptica, como las mostradas en la figura V.7 y que en el extremo de éstas existe una concentración elevada de esfuerzos, denominada zona de proceso, donde el máximo esfuerzo que actúa en la punta de esta cavidad elíptica puede expresarse como:

$$\sigma_s = 2\sigma_{\infty} (C/\rho_c)^{1/2} \quad (V.23)$$

en donde  $\sigma_s$  es el esfuerzo máximo en la punta de la grieta, C es

la mitad de la longitud de una fisura interior o la longitud total de una cavidad superficial.  $\rho$ , es el radio de curvatura en el extremo del eje mayor y  $\sigma_c$  es el esfuerzo de tensión perpendicular en la fisura. Si la tensión principal en la roca es de tracción y actúa perpendicularmente a la grieta, como se muestra en la figura V.9, por medio de  $\sigma_t$ , entonces se producirá en los extremos de la grieta una tensión mucho mayor que esa tensión pero si la tensión principal es de compresión, entonces se puede inducir una tracción en el punto A en el extremo de la grieta, de la citada figura.

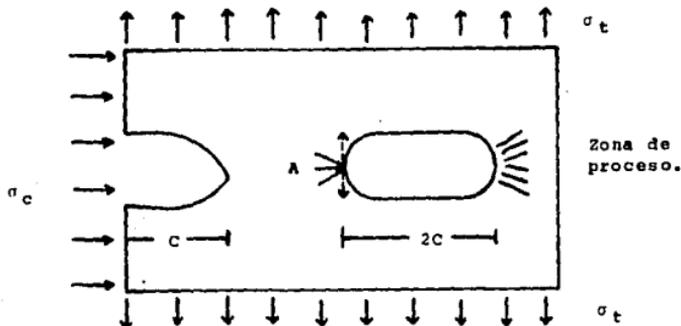


Figura V.9 Geometría elíptica de la grieta según Griffith.

Cuando estas concentraciones de tensión llegan a ser iguales a la resistencia a la tensión del material, las grietas se prolongan. A medida que la longitud de la grieta transversal aumenta, para una determinada tensión del campo de tracción, las concentraciones de tensión se hacen mayores, por consiguiente, es evidente que, una vez iniciada la propagación de la grieta conducirá a la ruptura del material.

Suponiendo que las grietas son de forma elíptica y que están orientadas arbitrariamente, se estableció el siguiente criterio de falla.

$$\sigma_1 = -R_r \text{ cuando } \sigma_1 + \sigma_3 < 0 \quad (V.24)$$

siendo  $R_r$  la resistencia a la tensión uniaxial de la roca.

y

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 / (\sigma_1 + \sigma_3) = 6R_r \text{ cuando } \sigma_1 + \sigma_3 > 0 \quad (V.25)$$

$$\cos 2\psi = (\sigma_1 - \sigma_3) / (2(\sigma_1 + \sigma_3)) \quad (V.26)$$

siendo  $\psi$  el ángulo formado por el plano principal menor y el plano de fractura.

#### V.14 Pruebas triaxiales.<sup>12)</sup>

Al hablar acerca de las propiedades de la roca, debe tenerse cuidado para distinguir las propiedades estáticas y dinámicas, ya que sus magnitudes son muy diferentes. Aunque la elasticidad de por sí no considera límites para valores de carga, éstos fueron aceptados para rangos de deformación menores que  $1 \text{ seg}^{-1}$ , las fuerzas inerciales se despreciaron y el régimen se consideró como cuasiestático.

Sin embargo, en muchos casos las propiedades de la roca se obtienen a partir de mediciones de las ondas acústicas y a través de mediciones nucleares hechas en la roca del yacimiento, es decir, a partir de registros geofísicos. La medición de la velocidad de las ondas compresionales y de corte, junto con las

de densidad volumétrica puede ser de utilidad para calcular las propiedades dinámicas elásticas de la roca.

Esta información combinada con el análisis volumétrico de la roca, nos conduce a una estimación de los esfuerzos in-situ debida a la respuesta elástica de la sobrecarga dentro de la formación. Las pruebas dinámicas de laboratorio permiten hacer una correlación entre las propiedades dinámicas y estáticas de la roca, con lo que se mejora la interpretación de registros.

Las pruebas uniaxial y triaxial, probablemente son las más usadas en el estudio de las propiedades mecánicas de la roca, la diferencia entre ellas reside en la presencia o ausencia de presión de confinamiento aplicada a la muestra.

Un sistema de prueba triaxial típico se muestra esquemáticamente en la figura V.10, donde el cilindro circular recto de roca está sujeto a una presión de confinamiento asimétrica y a una carga longitudinal. Generalmente esas cargas son referidas al estado de esfuerzos in-situ para la roca de formación. Las relaciones entre las propiedades mecánicas de la roca y el grado de confinamiento, se obtienen a partir de una serie de pruebas utilizando condiciones diferentes de esfuerzos y presión de poro. Si la roca es anisotrópica, adicionalmente debe hacerse una serie de pruebas a diferentes orientaciones del eje del cilindro con respecto al plano de anisotropía.

Durante el curso de la prueba, la información primaria, que deberá registrarse, es la relación que existe entre la deformación contra la carga, de donde puede establecerse el módulo de Young y la relación de Poisson.

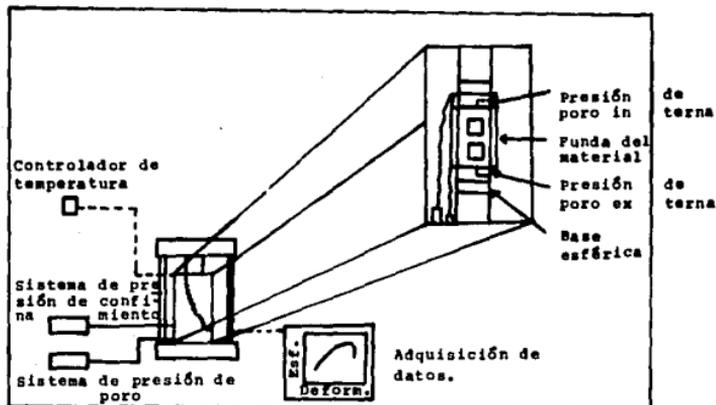


Figura V.10 Configuración de una prueba triaxial.

Puesto que esas constantes elásticas son dependientes de las condiciones de carga, es de suma importancia para obtener datos representativos que al efectuar las pruebas de laboratorio se reproduzcan las condiciones reales del medio ambiente.

La importancia de la buena preparación de la muestra es obvia, el extremo de las caras debe ser paralelo, de otro modo se introducirán momentos extraños de curvatura que dificultan las interpretaciones correctas de los resultados. En suma, porque de la diferencia entre las propiedades de la roca y aquellas de las placas de prueba usualmente existe un confinamiento adicional, formándose una región cónica inmediatamente adyacente al extremo de la muestra, para evitar eso se requiere el uso de muestras que tengan una relación longitud/diámetro de como mínimo dos, también

debe mantenerse la carga dentro de un rango de 70-140 psi/seg. para evitar los efectos dinámicos. Finalmente, solo unos tipos de roca como las lutitas, que son muy sensitivas a la deshidratación de los fluidos naturales de poro, deben cuidarse a fin de conservar la integridad del núcleo, en general evitando un ciclo de secado durante la preparación de la muestra se elimina ese problema.

Para obtener la envolvente de falla característica de un tipo particular de roca, se hacen una serie de pruebas triaxiales bajo diferentes condiciones de confinamiento, hasta que ocurra la falla en la muestra, cada prueba puede entonces graficarse usando los esfuerzos efectivos ( $\sigma_1 = \Sigma_1 - P_c$ ). Un círculo de Mohr tiene un diámetro ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) donde  $\sigma_1$  representa la resistencia final de la muestra medida bajo confinamiento  $\sigma_3$ , figura V.11, la envolvente de esos círculos es un "lugar" que separa las condiciones estables de las no estables.

Esta envolvente de Mohr contiene toda la información necesaria para determinar el estado de esfuerzos en cualquier orientación dentro de la muestra, el eje horizontal de la gráfica se rotuló con  $\sigma$ , que representa el esfuerzo normal efectivo y el eje vertical se rotuló con  $\tau$ , que representa el esfuerzo de corte. Para cualquier momento dentro de la historia de carga de un experimento determinado, el estado de esfuerzos para cualquier punto puede ser representado por un círculo de Mohr, donde las intersecciones de estos círculos con el eje horizontal determinan los valores máximos y mínimos de los esfuerzos normales en el material.

El vértice representa el máximo valor del esfuerzo de corte. El acceso a tal información nos permite hacer uso de la extrapolación para determinar la resistencia de la formación a las condiciones de esfuerzo de interés y para determinar si puede ocurrir la inestabilidad. Debe enfatizarse que la ruptura de las rocas ocurre cuando los esfuerzos en la matriz alcanzan un nivel crítico; por consiguiente la envolvente de falla representa una relación entre los niveles de esfuerzos efectivos. Por lo que el conocimiento de tal característica de la roca también puede ser usado para poner algunos límites sobre la variación permitida de la presión de poro en el yacimiento durante la producción. Verdaderamente un cambio en la presión de poro corresponde a una traslación del círculo de Mohr en cuestión, a lo largo del eje de la fuerza normal.

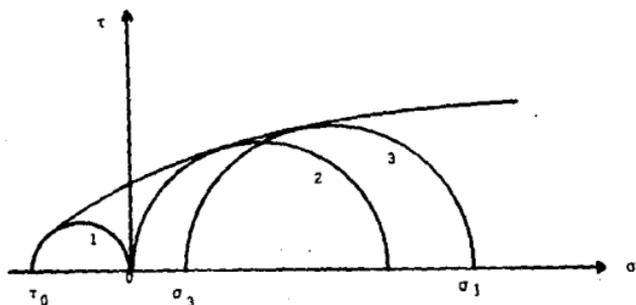


Fig. V.11 Envolvente típica de falla.

En algunas instancias la envolvente de falla puede delinearse como un espacio cerrado. Esto ocurre usualmente con rocas pobremente consolidadas, donde el colapso del poro es un meca-

nismo potencial de ruptura, figura V.12. En este caso es muy importante no sobrecargar el yacimiento, porque una excesiva disminución en la presión puede resultar en un daño irreversible de permeabilidad.

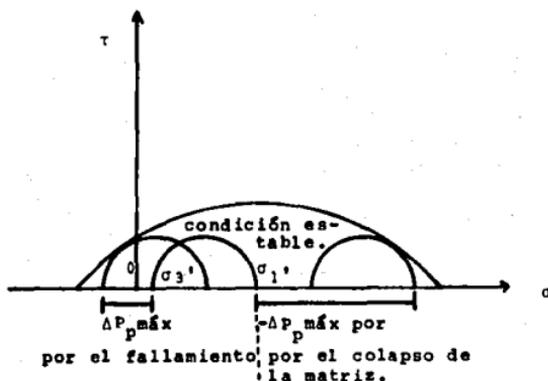


Fig. V.12 Envolvente de falla para yacimientos de arena.

## CAPITULO VI.

### PRESION DE FRACTURA Y ORIENTACION.

#### VI.1 Presión de fracturamiento.<sup>12</sup>

La presión de fracturamiento es aquella presión que se requiere aplicar a una formación para que ésta se rompa, lo anterior se logra mediante la generación de energía por inyección de un fluido descendente en el pozo, dicho fluido es introducido en la formación, el valor de la presión de fracturamiento se obtiene mediante pruebas efectuadas directamente en el pozo.

El conocimiento de la presión de fractura es de suma importancia para programar operaciones de fracturamiento eficientes en las que i) no debe rebasarse ese valor, como es el caso de las operaciones de perforación y de cementaciones y ii) en las que nuestro interés es alcanzar dicha presión como es el caso de la estimulación de pozos por fracturamiento hidráulico.

#### VI.2 Parámetros que afectan la presión de fracturamiento.<sup>12</sup>

Entre los parámetros más importantes que afectan el proceso del fracturamiento hidráulico, se pueden mencionar los siguientes:

- Estado de esfuerzos, el cual está en función de las propiedades mecánicas de las rocas.
- Condiciones de frontera, la manera en que se ven afectados los esfuerzos aplicados en función de las consideraciones que se

hagan respecto al estado que guardan la cima y la base de las formaciones; se pueden tener dos casos: 1) deformación plana, en el cual se considera que la cima y la base permanecen idealmente rígidas y 2) esfuerzo plano, se considera a la cima deformable.

- Condiciones de filtración del fluido inyectado dentro de la formación, se pueden tener los casos de que el fluido sea filtrante o no lo sea; el caso del fluido no filtrante se tendrá cuando las rocas sean impermeables o el fluido sea muy viscoso, es decir la movilidad es despreciable y el caso de fluido filtrante se presenta cuando la movilidad,  $k / \mu > 10^{-11}$  CGS.

- Tipo de entrada del fluido, se tienen dos casos generales: 1) radial circular, se presenta cuando se tiene un gran número de perforaciones o pozos terminados en agujero abierto y 2) esférica, se tendrá para el caso de que las perforaciones sean espaciadas.

### VI.3 iniciación de la fractura.<sup>(14)</sup>

Un tratamiento de estimulación por fracturamiento hidráulico se realiza bombeando un fluido apropiado dentro de la formación, a un gasto mayor del volumen de fluido que pueda filtrarse dentro de la roca. La presión del fluido (o esfuerzo) aumenta lo suficiente para vencer los esfuerzos compresivos que mantienen unido al material de la roca y ésta se parte o fractura a lo largo de un plano perpendicular al mínimo esfuerzo compresivo de la roca matriz de la formación.

### Fractura Horizontal.

Suponiendo que las componentes verticales de la fuerza son ejercidas contra la formación, la condición necesaria para iniciar la fractura horizontal es que la presión del fluido inyectado debe ser mayor que el esfuerzo vertical más la resistencia a la tensión vertical de la roca.

Para las diferentes entradas de fluido y las condiciones de filtración del mismo, la presión necesaria para la iniciación de la fractura se puede determinar por medio de las siguientes expresiones:

- Caso radial circular, fluido filtrante y deformación plana:

$$P_H = \frac{\sigma_1 + R_{TV}}{(1-B_c)(1-2\nu)} \quad (VI.1)$$
$$1 - \frac{\nu}{(1-\nu)}$$

- Caso radial circular, fluido filtrante y esfuerzo plano:

$$P_H = (\sigma_1 + R_{TV}) + P_p \quad (VI.2)$$

Siendo:  $B_c = C_m / C_r$  donde:

$C_m$ .- compresibilidad de la matriz

$C_r$ .- compresibilidad de la roca

### Fractura Vertical

Las condiciones para iniciar la fractura vertical dependen de la resistencia relativa de los dos esfuerzos principales compresivos horizontales. Para causar el rompimiento de la formación, la presión en el pozo debe ser un poco mayor que el mínimo esfuerzo hacia el pozo y debe también superar o vencer la

resistencia a la tensión de la roca, las expresiones para determinar la presión necesaria para iniciar la fractura son las siguientes:

- Caso radial circular, fluido no filtrante:

$$P_v = 2 ( \sigma_s + R_{Tm} ) + P_p \quad (VI.3)$$

- Caso radial circular, fluido filtrante y deformación plana:

$$P_v = (1 - \nu) (2 \sigma_s + R_{Tm}) + P_p \quad (VI.4)$$

- Caso radial circular, fluido filtrante y esfuerzo plano:

$$P_v = \frac{1}{(1 + \nu)} (2 \sigma_s + R_{Tm}) + P_p \quad (VI.5)$$

En el caso de tener entrada de fluido del tipo esférica, las expresiones para determinar la presión de iniciación de la fractura son las siguientes:

- Fluido no filtrante:

$$P = (3 \sigma_s + 2R_r) + P_p \quad (VI.6)$$

- Fluido filtrante:

$$P = \frac{1 - \nu}{1 + \nu} (3 \sigma_s + 2R_r) + P_p \quad (VI.7)$$

#### VI.4 Propagación de la fractura. (11)

Una vez que la fractura ha sido creada por un fluido

presurizado, se reduce la concentración de los esfuerzos cerca del pozo y la presión hidráulica requerida para extender la fractura debe simplemente vencer la componente del campo de esfuerzos no perturbado en el plano de la fractura, por lo que la presión de propagación de la fractura resulta ser menor que la presión de fractura.

#### VI.5 Definición de gradiente de fractura.<sup>121</sup>

El gradiente de fractura es una propiedad de la formación, concepto diferente a un gradiente de presión normal, y se define como la presión de fractura dividida entre la profundidad de la formación.

$$G_f = (\text{Presión de fractura} / \text{Profundidad}) \quad (\text{VI.5})$$

Generalmente los gradientes de presión de fracturamiento están relacionados con la presión de poro, la litología, la edad, la profundidad de las formaciones y los esfuerzos regionales o ambientales a los que se encuentra la roca.

#### VI.6 Presión de cierre instantánea.<sup>122</sup>

La presión de cierre instantánea puede ser definida como la presión estática requerida para mantener una fractura abierta, el valor de esta presión se puede utilizar para determinar: i) El rompimiento exacto y los gradientes de fractura del tratamiento. ii) La efectividad de los reductores de fricción bajo condiciones

de campo, iii) Los requerimientos de potencia para el fracturamiento, iv) El número aproximado de perforaciones conductoras de fluido, y v) La efectividad de los dispositivos mecánicos que están siendo usados para reducir la potencia por fricción.

#### VI.7 Determinación de la presión de propagación y gradiente de fractura.<sup>(10)</sup>

La presión de propagación y el gradiente de fractura pueden ser obtenidos durante el desarrollo del fracturamiento hidráulico, esto se logra registrando gráficamente la presión en la cabeza del pozo contra el tiempo de operación, figura VI.1; al producirse la fractura de la formación se continúa inyectando fluido dentro de la fractura, inmediatamente después se detienen las bombas, por lo que al suspenderse el flujo desaparecen las pérdidas de presión por fricción y la presión superficial decrece, de la gráfica se puede obtener la presión de cierre instantánea, que en ese momento es igual a la presión de propagación de la fractura, si se requiere su valor a condiciones de fondo deberá corregirse sumándole la presión hidrostática de la columna de fluido en el pozo. El gradiente de fractura se determina dividiendo la presión de propagación entre la profundidad del estrato en el cual se produce la fractura.

Cabe mencionar que al inyectar fluido a la formación se propicia un aumento en la presión de poro y en consecuencia también en el gradiente de fractura, por lo que el paro de las bombas debe hacerse antes de que dicho incremento sea significativo.

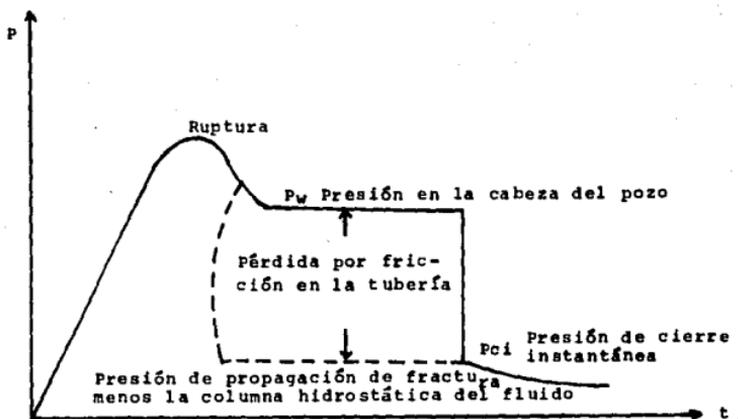


Figura VI.1 Carta típica de presión en un trabajo de fracturamiento.

#### VI.8 Orientación de la fractura.

Como se indicó anteriormente, una fractura se propaga sobre un plano perpendicular a la dirección del esfuerzo principal menor; en la práctica puede determinarse la orientación de la fractura a partir de las expresiones desarrolladas para el cálculo de la presión de iniciación de fracturas horizontales y verticales (ecuaciones VI.1 a la VI.7), entonces tomando en consideración lo anterior podemos expresar que si  $P_w > P_v$  resultará una fractura vertical; por el contrario si  $P_w < P_v$  se producirá una fractura horizontal.

Si no se cuenta con suficientes datos o los que se tienen no son confiables para determinar exactamente la orientación de la fractura inicialmente se pueden hacer especulaciones sobre el resultado de ésta basándose en ciertas condiciones y

observaciones hechas en la región, por ejemplo: en áreas donde ocurren fallas normales es muy probable que el esfuerzo principal menor sea horizontal y entonces resultaría una fractura vertical, ahora bien las formaciones pueden estar bajo considerables esfuerzos compresivos horizontales, por lo que el esfuerzo de sobrecarga puede ser el esfuerzo principal menor y entonces es factible que resulten fracturas horizontales.

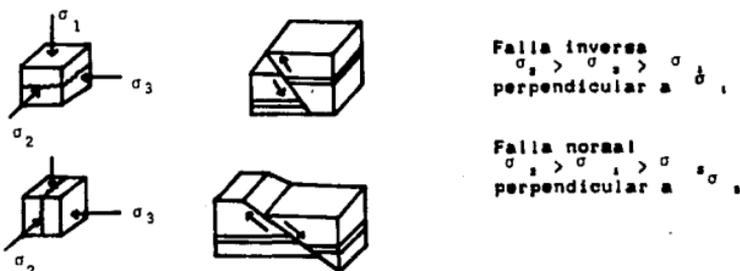


Figura VI.2 Orientación del plano de fractura perpendicular al esfuerzo mínimo.

Los esfuerzos verticales son el resultado del peso de la sobrecarga, que aproximadamente son igual a 1 psi/pie, teóricamente el gradiente de propagación de la fractura debe exceder este valor para extender una fractura horizontal. Un gradiente de fractura menor que 1 psi/pie indica una fractura vertical. Si el gradiente de fractura es 1 psi/pie o más se puede tener una fractura vertical u horizontal.

#### VI.9 Localización de fracturas.<sup>121</sup>

La fractura vertical se presenta hacia la parte superior del yacimiento.

Una capa impermeable de marga, arcilla o lutita de 3 a 4 m de espesor puede limitar la extensión vertical de la fractura.

La fractura horizontal se induce en la vecindad inmediata del nivel superior de la zona presionada.

Los resultados de laboratorio concluyen acerca de la imposibilidad de desarrollar simultáneamente más de una fractura horizontal o vertical dentro de una misma capa.

#### VI.10 Geometría de la fractura.<sup>(2)</sup>

Teóricamente y para facilitar el cálculo, se admite en general que la fractura vertical es simétrica al eje del pozo de extensión  $L=2l_1$  o totalmente asimétrica con extensión  $L=l_1$  y  $l_2=0$ , como se muestra en la figura VI.3, es decir:

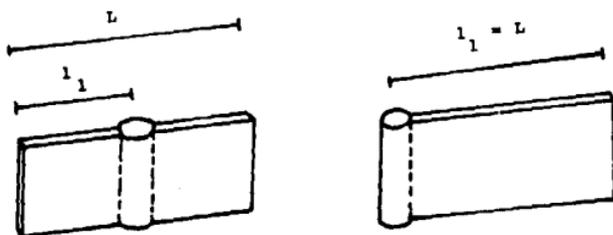


Figura VI.3 Geometría simétrica y asimétrica de la fractura.

En el campo es probable que la fractura se desarrolle asimétrica, siguiendo una dirección preferencial al echado del campo.

Para fractura horizontal la geometría teórica se considera radial circular.

#### VI.11 Conceptos aceptados de manera general. '2'

- 1.- La fractura se desarrolla en un plano perpendicular a la dirección de mínimo esfuerzo principal ejercido sobre el yacimiento.
- 2.- Las fracturas naturales no tienen influencia en la orientación de fracturas inducidas.
- 3.- Fracturas verticales se tienen si  $\sigma_1 / \sigma_3 > 1.5$  a 1.6.  
Fracturas horizontales se tienen si  $\sigma_1 / \sigma_3 < 1.5$ .
4. La orientación de la fractura alejada del pozo está definida por  $\sigma_1 / \sigma_3 > 1$  para fracturas verticales.
- 5.-  $P_f$  es independiente de la variación de la presión de yacimiento;  $P_f$  disminuye con la reducción de la presión de yacimiento.
- 6.- La presión de fractura es mayor en entrada esférica que en la radial.
- 7.- Hay que seleccionar el número óptimo de perforaciones y su distribución y disposición ya que:
  - Muchas perforaciones conllevan a una disipación del fluido inyectado reduciendo la extensión de la fractura.
  - Pocas perforaciones conducen a pérdidas de presión grandes.
- 8.- La presión de fractura disminuye al aumentar la  $k$ , más precisamente con el aumento de la movilidad de fluido, por lo tanto las fracturas se desarrollan preferencialmente

hacia las zonas más permeables, sin embargo en zonas de alta permeabilidad el fluido se puede filtrar sin fracturar la roca.

Por lo que un fluido filtrante se prefiere para iniciar la fractura y uno poco filtrante para extenderla.

- 9.- Uno puede obtener el valor del esfuerzo principal menor horizontal de la estimación o conocimiento del gradiente de fractura vertical.
- 10.- La presión de fractura horizontal es al menos igual al esfuerzo geostático ejercido sobre el yacimiento.
- 11.- Si  $G_r < 0.23$  bar/m (1.0 psi/pie) se tiene una fractura vertical.  
Si  $G_r > 0.23$  bar/m (1.0 psi/pie) se tiene una fractura horizontal.  
Si  $G_r > 0.28$  bar/m se explica como una anomalía debida a la restricción de la formación (taconamiento o falta de permeabilidad).

#### VI.12 Ejemplo de aplicación.<sup>110</sup>

Un pozo terminado en agujero abierto fue fracturado a través de la tubería de revestimiento, los datos de formación y el estado mecánico se indican en la tabla VI.1 y en la figura VI.4 respectivamente, determina:

- a) ¿Qué formación se fracturó?
- b) ¿Dónde se inició la fractura?
- c) ¿Cuál fue su orientación?

- d) ¿Cuántas fracturas se generaron?  
 e) ¿Cuál es la presión de fractura?  
 f) ¿Cuál es el gradiente de fractura?

TABLA VI.1 Datos de las formaciones.

Roca	Resistencia [Kg/cm <sup>2</sup> ]			ν	E(X10 <sup>-4</sup> ) (Psi)	k (mD)	Pws (Psi)
	R <sub>c</sub>	R <sub>r,n</sub>	R <sub>r,v</sub>				
Caliza	1,000	20	1	0.24	6	0.001	2,800
Arenisca	850	15	1	0.19	3	0.9	2,900

Densidad media de los sedimentos 2.3 [g/cm<sup>3</sup>]

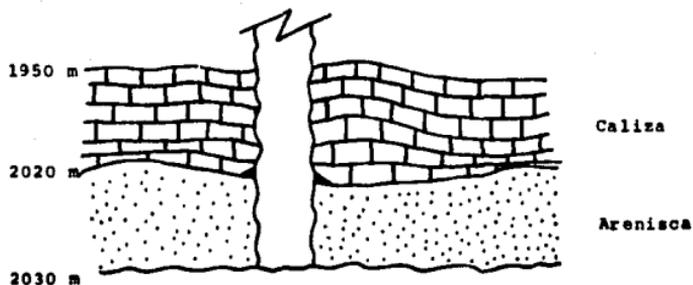


Figura VI.4 Estado mecánico del pozo.

Los cálculos realizados para la cima del estrato de caliza se muestran a continuación.

$$\Sigma_1 = \frac{\rho (D)}{10}$$

$$\epsilon_1 = \frac{1,950 (2.3)}{10} = 448.5 \text{ [kg/cm}^2\text{]} = 6,379 \text{ [psi]}$$

$$\sigma_1 = \epsilon_1 - P_p$$

$$\sigma_1 = 6,379 - 2,800 = 3,579 \text{ [psi]}$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{\nu}{1 - \nu}$$

$$\sigma_2 = 3,579 \frac{(0.24)}{(1 - 0.24)} = 1,130 \text{ [psi]}$$

$$P_u = (\sigma_1 + R_{rv}) + P_p$$

$$P_u = (3,579 + 1 = 14.223) + 2,800 = 6,393 \text{ [psi]}$$

$$P_v = \frac{1}{1 + \nu} (2 \sigma_2 + R_{rv}) + P_p$$

$$P_v = \frac{1}{(1 + 0.24)} (2 = 1,130 + 20 = 14.223) + 2,800$$

$$P_v = 4852 \text{ [psi]}$$

$$G_f = \frac{P_f}{D}$$

Al efectuar los cálculos para las demás profundidades de análisis, obtenemos la siguiente tabla:

**TABLA VI.2 Estado de esfuerzos y presiones de fractura para las formaciones de interés**

Roca	Prof. [m]	$\Sigma \sigma_1$ [psi]	$\sigma_1$ [psi]	$\sigma_3$ [psi]	$P_n$ [psi]	$P_v$ [psi]
caliza	1,950	6,379	5,379	1,130	6,393	4,652
	1,985	6,466	3,666	1,165	6,502	4,908
	2,020	6,603	3,803	1,201	6,617	4,967
Arenisca	2,020	6,603	3,703	669	6,617	<u>4,540</u>
	2,025	6,619	3,719	672	6,633	4,545
	2,030	6,635	3,735	676	6,649	4,552

De acuerdo a la información mostrada en la tabla anterior, podemos decir que:

- a) La formación que se fracturará será la formación de arenisca.
- b) La fractura se iniciará a la profundidad de 2,020 (m).
- c) La orientación de la fractura será vertical.
- d) Se generará una sola fractura.
- e) La presión de fractura será de 4,540 [psi], como podemos observar de los valores mostrados en la tabla VI.2.
- f) Por consiguiente el gradiente de fractura es de 0.685 [psi/pie].

## CAPITULO VII.

### HIDRAULICA DEL FRACTURAMIENTO

A fin de programar eficientemente una operación de fracturamiento hidráulico, optimizando el uso del equipo y material, y en consecuencia reduciendo los costos de la citada intervención al pozo, se requiere del conocimiento de las propiedades reológicas de los fluidos utilizados, de las características físicas y mecánicas del pozo, así como las del equipo que se vaya a utilizar; para realizar un análisis de la hidráulica del fracturamiento y determinar todos aquellos parámetros adicionales que son necesarios conocer, como por ejemplo: la presión de tratamiento, la presión superficial de inyección, las pérdidas de presión por fricción y otras, para concluir con el cálculo de la potencia hidráulica.

#### VII.1 Reología. (1)(2)(3)

El estudio del flujo y deformación de la materia, particularmente el flujo plástico de sólidos y el flujo de líquidos no newtonianos constituye la rama de la ciencia llamada reología, la cual toma su nombre de las palabras "rheo" flujo y "logos" estudio.

Las propiedades reológicas llegan a ser un factor importante dentro de las operaciones de fracturamiento hidráulico, principalmente cuando se manejan gastos altos de inyección o fluidos de alta viscosidad, además debe notarse que la reología de los

fluidos fracturantes es compleja y particularmente la de los fluidos tipo emulsión y viscoelásticos, motivos por lo que se hace necesario conocerla y aplicarla correctamente, ya que influirá grandemente en la potencia hidráulica requerida para efectuar la estimulación.

A continuación se define el concepto de ritmo de corte, por ser un parámetro importante en la clasificación de los fluidos.

El ritmo de corte es la diferencia de velocidades entre dos capas adyacentes de fluido, dividida entre la distancia que hay de una capa a otra, matemáticamente se puede definir, como la derivada de la velocidad con respecto a la distancia, es decir:

$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dr} \quad (VII.1)$$

cuyas dimensiones son:

$$\frac{L T^{-1}}{L} = T^{-1}$$

Para calcular el ritmo de corte en una fractura se requiere el conocimiento de la amplitud y altura de la fractura, dado que estos factores generalmente son desconocidos, usualmente el ritmo de corte en la fractura es muchas veces supuesto, estando en un rango de 10 a 170  $\text{seg}^{-1}$ .

Una ecuación empírica para determinar el ritmo de corte es la siguiente:

$$\dot{\gamma} = \frac{40.464 \cdot q, (\text{BPM})}{W^2 (\text{pg}) \cdot H (\text{pie})} \quad (VII.2)$$

### VII.1.1 Fluidos newtonianos. (10)

Un fluido Newtoniano es aquel en el que manteniendo la presión y la temperatura constantes, exhibe una proporcionalidad directa entre los esfuerzos ejercidos y el ritmo de corte aplicados; en forma de ecuación esta relación queda definida como sigue:

$$\tau = \frac{\mu}{g_s} \left( - \frac{dv_r}{dr} \right) \quad (\text{VII.3})$$

se tiene que  $\tau = \frac{dv_r}{dr}$

donde la constante de proporcionalidad es la viscosidad absoluta del fluido y  $(dv_r/dr)$  es una expresión del ritmo de corte para flujo laminar dentro de una tubería circular, una gráfica de la ecuación VII.3 en coordenadas cartesianas produce una curva de flujo característica de todos los fluidos Newtonianos como se muestra en la gráfica VII.1, que es siempre una línea recta que pasa por el origen y que tiene una pendiente gobernada por  $\mu/g_s$ .

En otras palabras la curva de flujo es únicamente definida por una propiedad física simple, por lo que para determinar las propiedades en flujo laminar sólo se requiere calcular la viscosidad absoluta.

### VII.1.2 Fluido ideal o plásticos de Bingham. (10), (11)

En los fluidos plásticos de Bingham el esfuerzo de corte varía linealmente con el ritmo de corte, a diferencia de los

fluidos newtonianos, debe aplicarse una fuerza mínima para iniciar el movimiento. Esta fuerza es conocida como el punto de cedencia o valor de cedencia.

Estos fluidos se caracterizan por dos constantes:

- a) Punto de cedencia o valor de cedencia ( $\tau_y$ ), la cual corresponde a la fuerza más pequeña requerida para poner al fluido en movimiento.
- b) Viscosidad plástica ( $\mu_p$ ), es la relación entre el incremento del esfuerzo de corte y el correspondiente incremento en el ritmo de corte, es decir, es la pendiente de la curva obtenida al graficar el esfuerzo de corte como una función del ritmo de corte.

La ecuación teórica de flujo para estos fluidos es:

$$\tau = \tau_y + \mu_p \dot{\gamma} \quad (\text{VII.4})$$

al graficar en coordenadas cartesianas, se obtiene una línea recta como se observa en la figura VII.1.

Con el uso de un arreglo geométrico, la viscosidad aparente,

$\mu_a$ , puede obtenerse de la pendiente de una línea recta dibujada desde el origen y terminada en algún punto sobre la curva de flujo, esta posición coincide con un valor dado del esfuerzo de corte, de la pendiente de esta línea, que es equivalente a  $\mu_a/\dot{\gamma}$ , podemos ver que  $\mu_a$  decrece cuando se incrementan los valores del esfuerzo de corte (en exceso de  $\sigma_y$ ).

### VII.1.3 Fluidos pseudoplásticos y fluidos dilatantes.<sup>(10)</sup>

Excluyendo los plásticos de Bingham y los Newtonianos, todos los otros modelos reológicos pueden ser clasificados como no-Newtonianos, los fluidos de este tipo no tienen punto de cedencia, pero su viscosidad aparente es algunas veces una función no lineal del esfuerzo de corte y posiblemente de la duración del corte. Dentro de esta clasificación general, hay dos subgrupos principales definidos como materiales pseudoplásticos y dilatantes. La viscosidad aparente de un fluido pseudoplástico disminuye con el incremento en el valor del esfuerzo de corte, como se muestra en la figura VII.1, la pendiente de la curva característica de flujo, decrece continuamente y frecuentemente se aproxima a un valor constante a ritmos de corte altos. Un fluido dilatante muestra un comportamiento reológico opuesto al de un pseudoplástico, en el cual su viscosidad aparente se incrementa al aumentar el esfuerzo de corte.

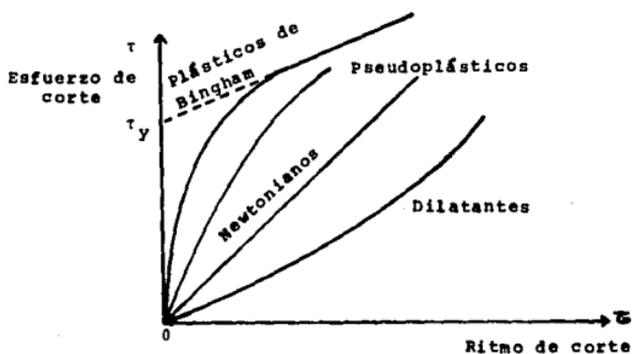


Figura VII.1 Curvas de flujo de fluidos Newtonianos y no-Newtonianos.

#### VII.1.4 Ley de potencias. (17)

Este modelo representa la relación esfuerzo de corte y el ritmo de corte para una gran variedad de fluidos no newtonianos (presentado como caso particular a los fluidos newtonianos). Para un amplio rango de ritmos de corte, este modelo está representado con la siguiente ecuación:

$$\tau = k \dot{\gamma}^n \quad (\text{VII.5})$$

donde  $n$  se conoce como índice de comportamiento de flujo y se emplea para evaluar el grado de comportamiento no newtoniano de un fluido, valores de  $n$  entre cero y la unidad caracterizan a los fluidos pseudoplásticos, por otro lado, valores de  $n$  mayores que la unidad caracterizan a los fluidos dilatantes, si  $n$  toma el valor de la unidad, este modelo toma la forma de la ecuación que define a los fluidos newtonianos, donde:

$$k = \frac{\mu}{\dot{\gamma}_0}$$

De lo anterior se puede observar que entre mayor sea la diferencia entre  $n$  y la unidad, en cualquier dirección, indicará un mayor alejamiento de las características newtonianas para un fluido dado.

Por otro lado, el coeficiente  $k$ , conocido como índice de consistencia indicará en forma proporcional que tan viscoso es un fluido.

Una manera de calcular los valores de las constantes reológicas ( $n'$  y  $k'$ ) en base a los resultados obtenidos de una prueba realizada con un viscosímetro Fann, es la siguiente:

De la ecuación constitutiva de la ley de potencias evaluada a 600 y 300 rpm, resultan dos ecuaciones:

$$\tau_{600} = k' \mathcal{E}^{n'}_{600} \quad (\text{VII.6})$$

$$\tau_{300} = k' \mathcal{E}^{n'}_{300} \quad (\text{VII.7})$$

Para obtener los valores de  $n'$  y  $k'$  se resuelven simultáneamente las ecuaciones, obteniéndose para el índice de comportamiento de flujo ( $n'$ ) lo siguiente:

$$n' = \frac{\log(\tau_{600} / \tau_{300})}{\log(\mathcal{E}_{600} / \mathcal{E}_{300})} \quad (\text{VII.8})$$

En unidades prácticas de campo y en base a la lectura del viscosímetro y suponiendo  $\tau = \theta$ , tenemos:

$$n' = \frac{\log(\theta_{600} / \theta_{300})}{\log(2)} \quad (\text{VII.9})$$

$$n' = 3.32 \log(\theta_{600} / \theta_{300}) \quad [\text{adial}]$$

Despejando el índice de consistencia ( $k'$ ) de la ley de potencias se tendrá:

$$k' = \frac{\tau}{n'}$$

y suponiendo que  $\tau = \theta$ , la ecuación anterior queda de la siguiente manera:

$$k' = \frac{\theta_{600}}{1022^n} = \frac{\theta_{300}}{511^n} = \frac{\text{lb.} \cdot \text{s}^n}{100 \text{ pie}^2} \quad (\text{VII.10})$$

### VII.1.5 Fluidos tixotrópicos y fluidos reopécticos.<sup>(17)</sup>

Estos son otros fluidos clasificados dentro de los no newtonianos, se caracterizan porque sus propiedades reológicas cambian con relación al esfuerzo cortante y al ritmo de corte dentro de ciertos límites a los que son sometidos es decir, dependen del tiempo de reposo a que están sujetos.

Los fluidos tixotrópicos generalmente definidos como geles muestran el fenómeno de hacerse fluidos con el movimiento y al quedar en reposo van perdiendo progresivamente esta propiedad, es decir dicho fenómeno es reversible, por lo que aumenta su resistencia al esfuerzo cortante (gelatinosidad), mientras se encuentran en reposo, pero cuando se someten a ritmos de corte constantes la gelatinosidad se rompe y la curva de esfuerzo de corte contra ritmo de corte se asemeja a la curva de los fluidos pseudoplásticos.

Reopécticos, son otros de los fluidos no newtonianos, que a diferencia de los tixotrópicos, su viscosidad aparente aumenta con el tiempo hasta cierto valor máximo a cualquier velocidad de corte constante.

### VII.2 Presión superficial de inyección.<sup>(18)</sup>

La presión de bombeo o presión superficial de inyección,  $P_s$ , es igual a la suma de la presión de tratamiento de fractura en el fondo  $P_f$ , la caída de presión por fricción en la tubería  $\Delta P_f$ , y la caída de presión a través de las perforaciones  $\Delta P_p$ , menos la presión hidrostática  $\Delta P_h$ , ó

$$P_0 = P_r + \Delta P_f + \Delta P_p - \Delta P_n \quad (\text{VII.11})$$

Si durante el tratamiento, se detienen las bombas, la presión en superficie caerá, por no haber flujo. En la ausencia momentánea de pérdidas de presión por fricción, la presión de tratamiento de fractura en el fondo puede calcularse con la expresión.

$$P_r = P_{c1} + \Delta P_n \quad (\text{VII.12})$$

donde,  $P_{c1}$  es la presión superficial de cierre instantánea, en suma las pérdidas de presión por fricción en el sistema ( $\Delta P_f + \Delta P_p$ ) pueden medirse indirectamente, al usar la ecuación:

$$\Delta P_f + \Delta P_p = P_0 - P_{c1} \quad (\text{VII.13})$$

Si tomamos en cuenta que la caída de presión a través de las perforaciones es usualmente pequeña en comparación con los otros términos de presión, se puede considerar despreciable y obtener la presión superficial de inyección como:

$$P_0 = P_r + \Delta P_f - \Delta P_n \quad (\text{VII.14})$$

Puesto que  $P_r$  y  $\Delta P_f$  en la ecuación VII.11 dependen del gasto de flujo, la presión superficial de inyección también estará en función del gasto, por lo que debe seleccionarse éste, así como una presión superficial de inyección adecuada, ya que generalmente el valor máximo de ésta, se toma como el 70% de la presión de ruptura, si no se cumple lo anterior, un gasto menor de inyección debe elegirse para reducir las pérdidas por fricción.

### VII.3 Presión hidrostática ( $\Delta P_h$ ). (VII.14)

La presión hidrostática  $\Delta P_h$ , es debida a la columna de fluido que se encuentra en el pozo, y ésta se obtiene en función de la densidad del fluido, incluyendo el agente sustentante, es decir de la mezcla fluido-arena, en libras por galón, será el número total de libras dividido por el número total de galones, tomando como base un galón de líquido. El peso específico del fluido fracturante más el sustentante es calculado mediante la siguiente ecuación.

$$Y_s \text{ [lb/gal]} = \frac{8.34 * Y_{\text{fluido}} + C_a \text{ (lb/gal)}}{1 + 0.0456 C_g \text{ (lb/gal)}} \quad (\text{VII.15})$$

donde  $Y$  es el peso específico del fluido fracturante,  $C_a$  la concentración de arena en libras por galón.

Si el peso específico del fluido fracturante está dado a 60°F, y se requiere conocerlo a la temperatura promedio  $T$ , del pozo, se calcula con:

$$(Y_s)_T = Y_{s,60} [1 + \alpha (T - 60)] \quad (\text{VII.16})$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica del fluido. Si el fluido fracturante es aceite crudo, el valor de  $\alpha$  es obtenido de tablas de corrección de volumen. La presión hidrostática en unidades de campo, puede ser calculada mediante las siguientes expresiones:

$$\Delta P_h \text{ [psi]} = 0.052 * Y_s \text{ (lb/gal)} * D \text{ (pie)} \quad (\text{VII.17})$$

o bien 
$$\Delta P_h \text{ [psi]} = 0.45 * \gamma_s \text{ (g/cm}^3\text{)} * D \text{ (pie)} \quad (\text{VII.18})$$

#### VII.4 Presión de tratamiento de fondo ( P<sub>r</sub> ).<sup>121</sup>

Esta presión es la requerida en el pozo a condiciones de fondo para hacer posible la inyección del fluido fracturante hacia la formación, la presión de tratamiento de fondo P<sub>r</sub>, es determinada a partir del gradiente de fractura G<sub>f</sub> y la profundidad D a la que ésta se producirá, de tal forma que:

$$P_r \text{ (psi)} = G_f \text{ (psi/pie)} \cdot D \text{ (pie)} \quad (\text{VII.19})$$

#### VII.5 Pérdida de presión por fricción en las perforaciones ( Δ P<sub>f</sub> ).<sup>121, 115</sup>

Esta pérdida de presión en las perforaciones, es originada por la reducción del área de flujo del fluido fracturante que es inyectado por la T.R., para posteriormente atravesar el área de las perforaciones, esta Δ P<sub>f</sub>, puede ser obtenida en función de la velocidad de flujo, pero tomando en cuenta que la capacidad de una perforación está limitada por la velocidad crítica (velocidad del sonido en el medio o fluido), y que es casi imposible obtenerla en las perforaciones, ya que la presión requerida para el desarrollo de una velocidad crítica generalmente excede la resistencia de la tubería, motivo por lo que se ha optado por calcularla directamente a partir de la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2g_c} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2g_c} \quad (\text{VII.20})$$

donde P<sub>1</sub> = Presión en la tubería de revestimiento [lb/pie<sup>2</sup>]

P<sub>2</sub> = Presión en las perforaciones [lb/pie<sup>2</sup>]

$\rho$  = densidad [lb/pie<sup>3</sup>]

$v_1$  = velocidad en la tubería de revestimiento [pie/s]

$v_2$  = velocidad en la perforación [pie/s]

reagrupando la ecuación VII.20

$$\frac{\Delta P_p \text{ (lb/pie}^2\text{)}}{\rho \text{ (lb/pie}^3\text{)}} = \frac{(v_2^2 - v_1^2) \text{ (pie/s)}^2}{2 g_s \text{ (pie/s}^2\text{)}} \quad \text{(VII.21)}$$

pero considerando que  $v_2^2 - v_1^2 = v_2^2$ , que al substituirlo en la ecuación anterior queda:

$$v_2^2 \text{ (pie/s)} = 2 g_s \text{ (pie/s}^2\text{)} \frac{\Delta P_p \text{ (lb/pie}^2\text{)}}{\rho \text{ (lb/pie}^3\text{)}} \quad \text{(VII.22)}$$

El gasto de inyección ideal es  $q_i = A_p v_2$ , además, suponiendo que  $q = C_d q_i$ , donde  $C_d$  es el coeficiente de descarga para las perforaciones, en un rango de  $0.6 \leq C_d \leq 0.95$ , en la que para las de bala se ha determinado que tienen un valor aproximado de 0.62, substituyendo en la ecuación VII.22 nos resulta:

$$\frac{(q \text{ (pie}^3\text{/s)})^2}{(0.62 A_p \text{ (pie)})^2} = 2 g_s \frac{\Delta P_p}{\rho} \quad \text{(VII.23)}$$

despejando  $\Delta P_p$

$$\Delta P_p \text{ (lb/pie}^2\text{)} = \frac{\rho \text{ (lb/pie}^3\text{)} \cdot q^2 \text{ (pie}^3\text{/s)}^2}{1.345 \cdot g_s \text{ (pie/s}^2\text{)} \cdot A_p^2 \text{ (pg}^2\text{)}} \quad \text{(VII.24)}$$

A continuación se presentan otras ecuaciones para determinar la caída de presión a través de las perforaciones, en las cuales

se utilizan unidades diferentes a las mencionadas anteriormente:

$$\Delta P_p (\text{lb/pg}^2) = \frac{\rho (\text{lb/gal}) * q^2 (\text{gal/min})^2}{8090 * A_p^2 (\text{pg}^2)} \quad (\text{VII.25})$$

$$\Delta P_p (\text{lb/pg}^2) = \frac{1.02 * \rho (\text{g/cm}^3) * q^2 (\text{BPH})}{A_p^2 (\text{pg}^2)} \quad (\text{VII.26})$$

donde  $A_p$  es el área total de las perforaciones y se calcula mediante:

$$A_p (\text{pg}^2) = N * \frac{\pi}{4} * \phi_p^2 \quad (\text{VII.27})$$

Siendo  $N$  el número de perforaciones y  $\phi_p$  el diámetro de las mismas, si se sustituye la expresión del área de las perforaciones en las ecuaciones anteriores, quedan:

$$\Delta P_p (\text{lb/pg}^2) = \frac{1.2053 * \rho (\text{lb/pie}^3) * q^2 (\text{pie}^3/\text{s})}{g_s (\text{pie/s}^2) * N_p^2 * \phi_p^4 (\text{pg})} \quad (\text{VII.28})$$

$$\Delta P_p (\text{lb/pg}^2) = \frac{0.0002 * \rho (\text{lb/gal}) * q^2 (\text{gal/min})}{N_p^2 * \phi_p^4 (\text{pg})} \quad (\text{VII.29})$$

$$\Delta P_p (\text{lb/pg}^2) = \frac{1.98168 * \rho (\text{g/cm}^3) * q^2 (\text{BPH/min})}{C_s * N_p^2 * \phi_p^4 (\text{pg})} \quad (\text{VII.30})$$

## VII.6 Pérdida de presión por fricción en las tuberías ( $\Delta P_f$ ),<sup>(2)</sup>

Esta pérdida de presión es debida al flujo del fluido fracturante dentro de la tubería de producción, en el espacio anular o ambos como se muestra en la figura VII.2.

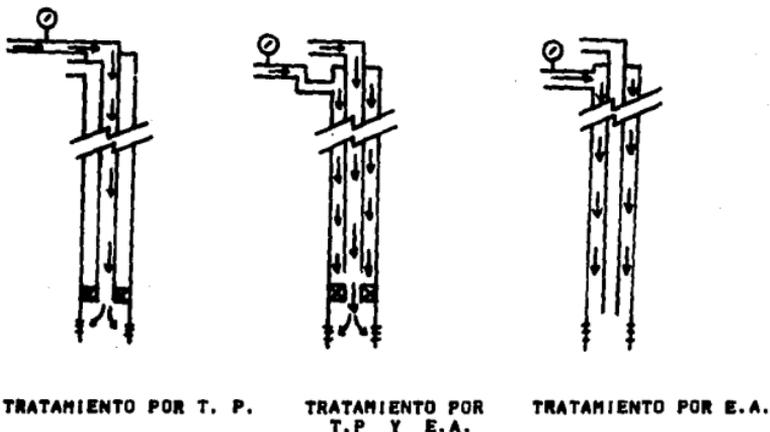


Figura VII.2 Diferentes trayectorias de tratamiento.

La pérdida de presión por fricción puede llegar a ser una cantidad considerable de la potencia utilizada en los tratamientos de fracturamiento hidráulico, por lo que deberá efectuarse un análisis muy cuidadoso tendiente a reducir dentro de lo posible esta pérdida, en las secciones siguientes se presentan las ecuaciones utilizadas para hacer este análisis en los distintos casos que se presentan:

VII.6.1 Fluido newtoniano inyectado por T.P. o T.R.<sup>(2)</sup>

$$N_{Re} = \frac{132725 * q_i \text{ (BPM)} * \gamma_p \text{ (g/cm}^3\text{)}}{\theta_{int} \text{ (pg)} * \mu \text{ (cp)}} \quad \text{(VII.31)}$$

$$\text{si } N_{Re} < 2100 \quad f = \frac{16}{N_{Re}} \quad \text{(VII.32)}$$

$$\text{si } N_{Re} \geq 2100 \quad f = \frac{0.05}{N_{Re}^{0.2}} \quad \text{(VII.33)}$$

$$\Delta P_r \text{ (lb/pg}^2\text{)} = \frac{95.13 * f * D \text{ (pie)} * \gamma_p \text{ (g/cm}^3\text{)} * q^2 \text{ (BPM)}}{\theta_{int}^2 \text{ (pg)}} \quad \text{(VII.34)}$$

VII.6.2 Fluido newtoniano inyectado por espacio anular.<sup>(2)</sup>

$$N_{Re} = \frac{132725 * q \text{ (BPM)} * \gamma_p \text{ (g/cm}^3\text{)}}{(\theta_{int \text{ ca}} + \theta_{ext \text{ ca}}) \text{ (pg)} * \mu \text{ (cp)}} \quad \text{(VII.35)}$$

$$\text{si } N_{Re} < 2100 \quad f = \frac{16}{N_{Re}} \quad \text{(VII.32)}$$

$$\text{si } N_{Re} \geq 2100 \quad f = \frac{0.05}{N_{Re}^{0.2}} \quad \text{(VII.33)}$$

$$\Delta P_r \text{ (lb/pg}^2\text{)} = \frac{95.13 * f * D \text{ (pie)} * \gamma_p \text{ (g/cm}^3\text{)} * q^2 \text{ (BPM)}}{(\theta_{int \text{ ca}} - \theta_{ext \text{ ca}})^2 * (\theta_{int \text{ ca}} + \theta_{ext \text{ ca}})^2} \quad \text{(VII.36)}$$

VII.6.3 Fluido no newtoniano inyectado por T.P. o T.R.<sup>(2)</sup>

$$V = 17.16 \frac{q_i \text{ (BPM)}}{\theta_{int}^2 \text{ (pg}^2\text{)}} \quad \text{(VII.37)}$$

$$N' = \frac{1}{n'} \quad (\text{VII.38})$$

$$Y_v = \frac{6}{2N' + 6} \quad (\text{VII.39})$$

$$Y_v = \frac{3.323}{N'} \quad (\text{VII.40})$$

$$K_p' = \frac{K'}{\left[ \frac{Y_v}{Y_s} \right]^{0.14}} \quad (\text{VII.41})$$

$$N_{ss} = \frac{15.5 * (\theta_{sav}/12)^{0.1} (\text{pg}) * V^{2-n'} * Y_p (\text{g/cm}^3)}{6^{n'} * K_p' (1b - s^{n'} / \text{pie}^2)} \quad (\text{VII.42})$$

$$\text{si } N_{ss} < 2100 \quad f = \frac{10}{N_{ss}} \quad (\text{VII.32})$$

$$\text{si } N_{ss} \geq 2100 \quad f = \frac{(\log n' + 2.5) / 50}{N_{ss}^{11.4 - 100 n'^{1.7}}} \quad (\text{VII.43})$$

$$\Delta P_p (\text{lb/pg}^2) = \frac{8.337 * f D(\text{pie}) * Y_p (\text{g/cm}^3) * V^2}{25.8 * \theta_{sav} (\text{pg})} \quad (\text{VII.44})$$

#### VII.6.4 Fluido no newtoniano inyectado por espacio anular.<sup>(2)</sup>

$$V = \frac{17.16 * q_i (\text{BPH})}{\theta_{sav} v_a^2 - \theta_{sav} v_p^2} \quad (\text{VII.45})$$

$$K_p' = \frac{K_p' (1b - s^{n'} / \text{pie}^2)}{\left[ \frac{9n' + 3}{8n' + 4} \right]^{0.14}} \quad (\text{VII.46})$$

$$N_{Re} = \frac{23.26 [(\theta_{env} r_e - \theta_{ext} r_p / 12)^{0.75} V^{2-n} \gamma_r (\text{g/cm}^3)]}{12^{2n} \cdot K_r (1b - n^2 / \text{pie}^2)} \quad (\text{VII.47})$$

$$\text{si } N_{Re} < 2100 \quad f = \frac{16}{N_{Re}} \quad (\text{VII.32})$$

$$\text{si } N_{Re} \geq 2100 \quad f = \frac{(\log n^2 + 2.5) / 50}{N_{Re}^{(1.75 - \log n^2) / 7}} \quad (\text{VII.43})$$

$$\Delta P_p = \frac{8.337 \cdot f \cdot D(\text{pie}) \cdot \gamma_r (\text{g/cm}^3) \cdot V^2}{25.8 \cdot (\theta_{env} r_e - \theta_{ext} r_p) (\text{pg})} \quad (\text{VII.48})$$

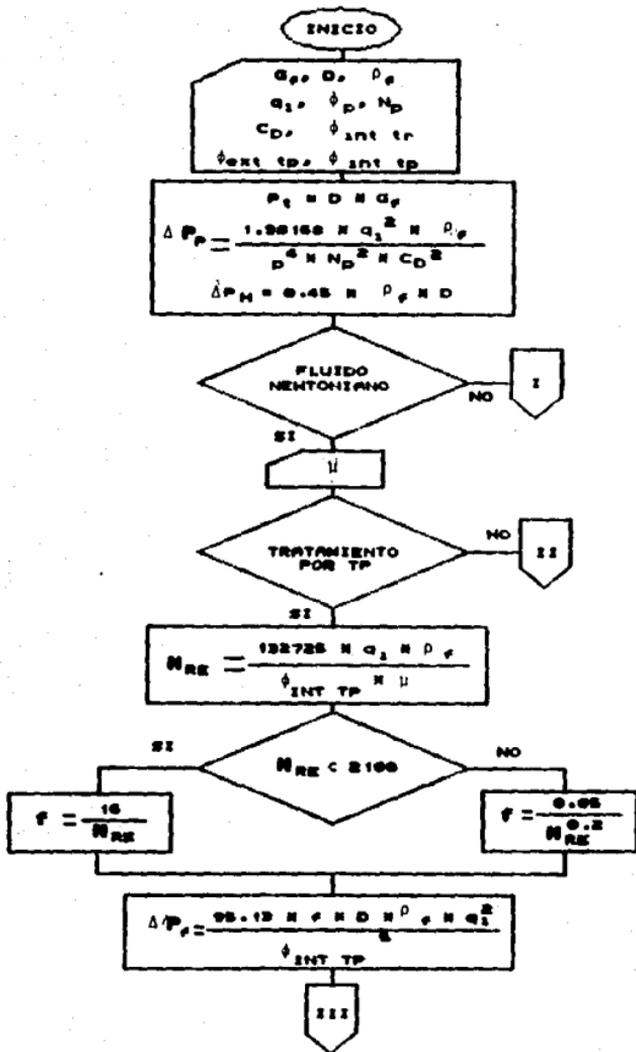
#### VII.7 Potencia hidráulica.<sup>(12)</sup>

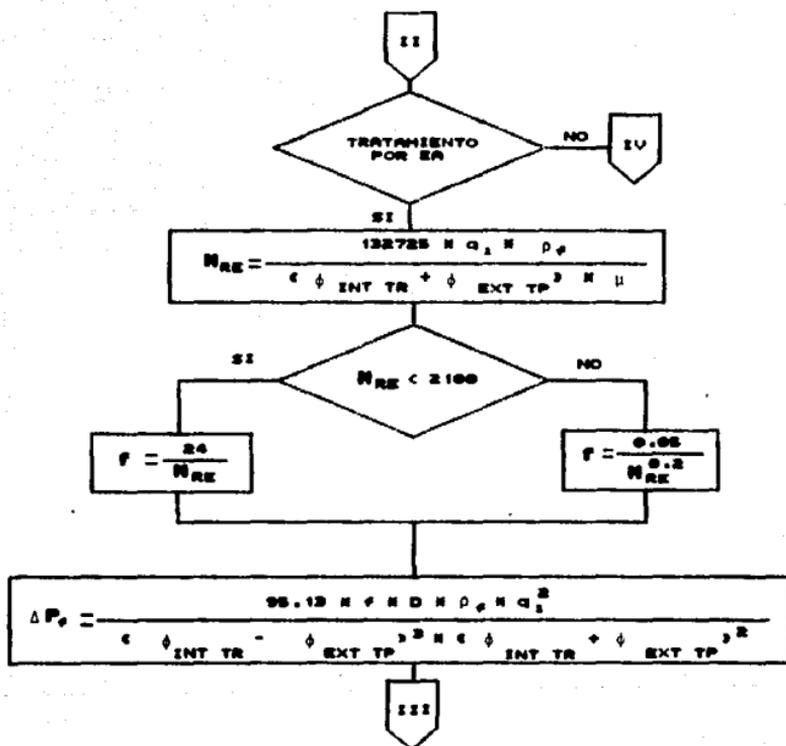
La potencia hidráulica requerida para bombear un gasto determinado de fluido dentro de un pozo, con una presión superficial de inyección, se obtiene por el producto de la presión superficial por el gasto de inyección. Para obtener la potencia en caballos de fuerza se utiliza la siguiente ecuación:

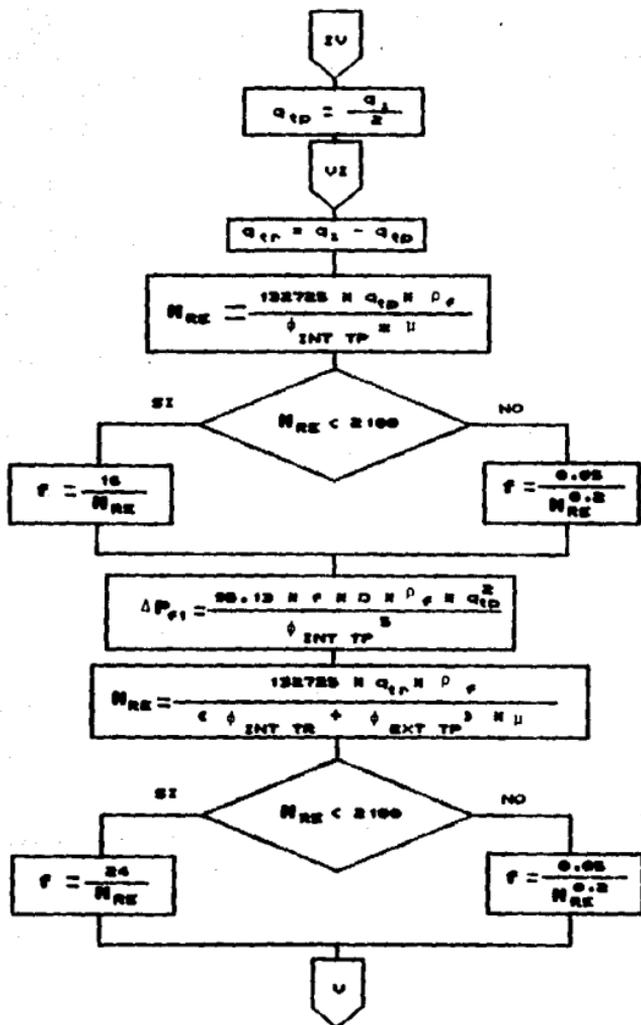
$$HP = 0.0245 \cdot P_s (\text{psi}) \cdot q, (\text{BPM}) \quad (\text{VII.49})$$

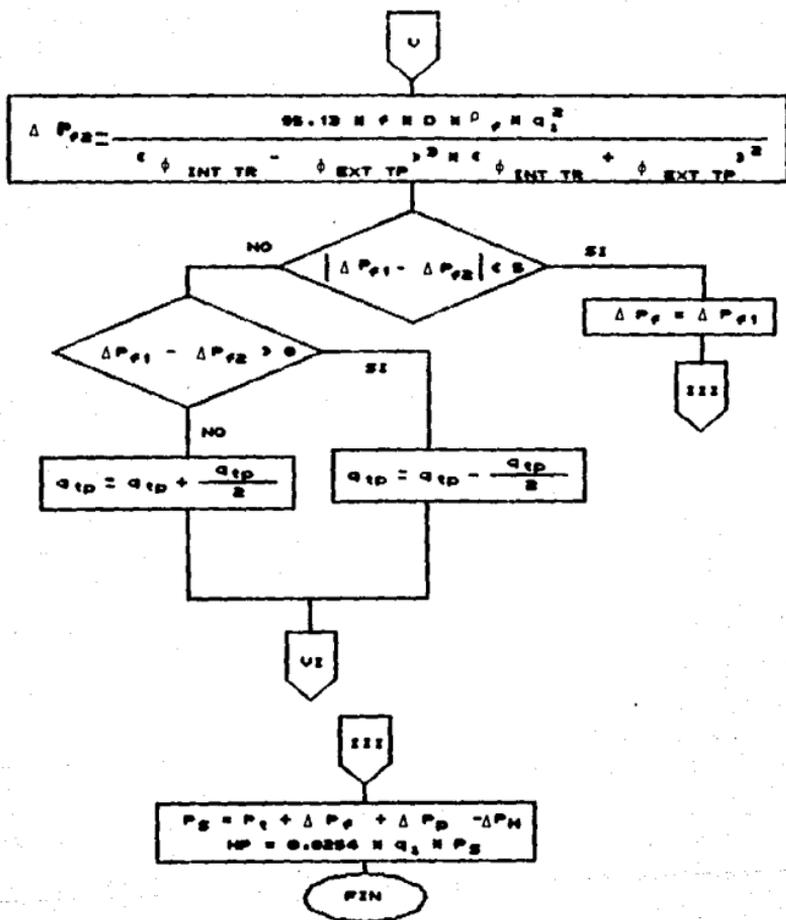
#### VII.8 Diagrama de flujo para obtener la potencia hidráulica.<sup>(12)</sup>

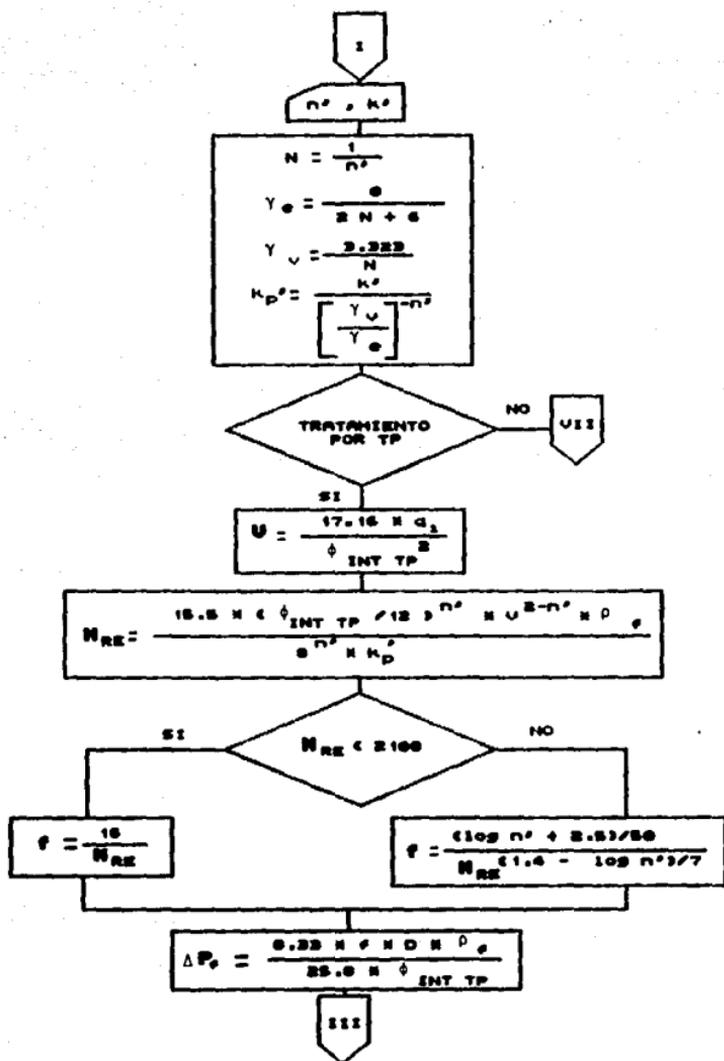
A continuación se presenta un diagrama de flujo, con el cual se puede elaborar un programa de cómputo para obtener la potencia hidráulica. Se considera la circunstancia de que se presente un fluido newtoniano o uno no newtoniano y las diferentes opciones por las cuales se puede efectuar el tratamiento.

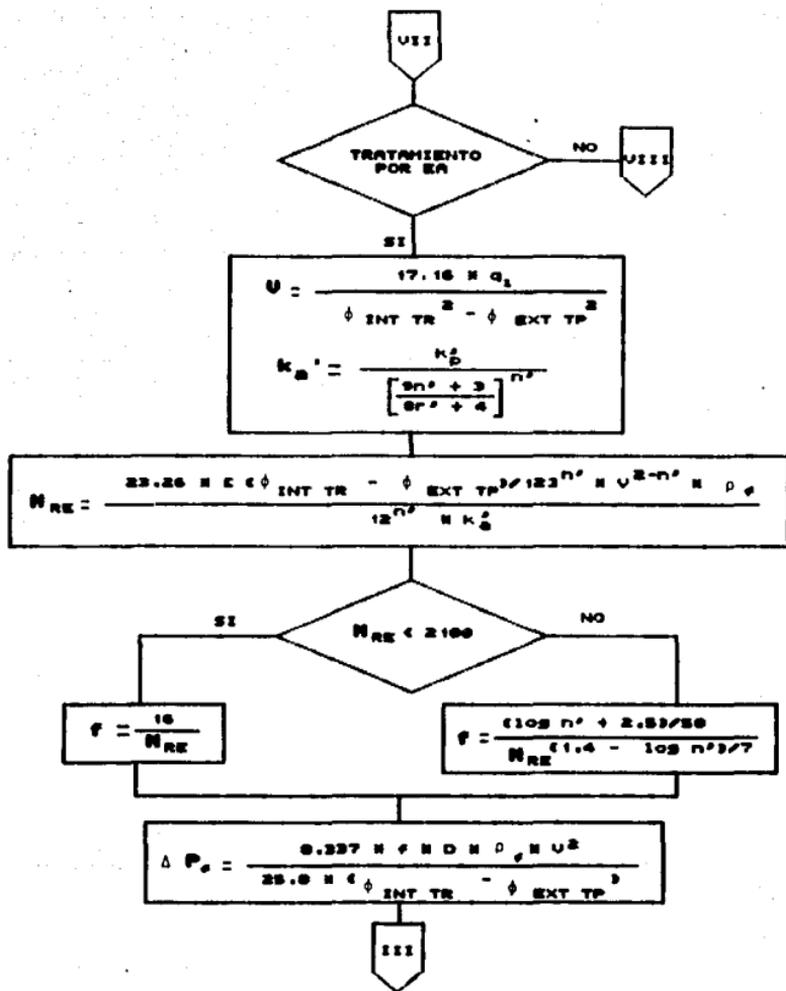


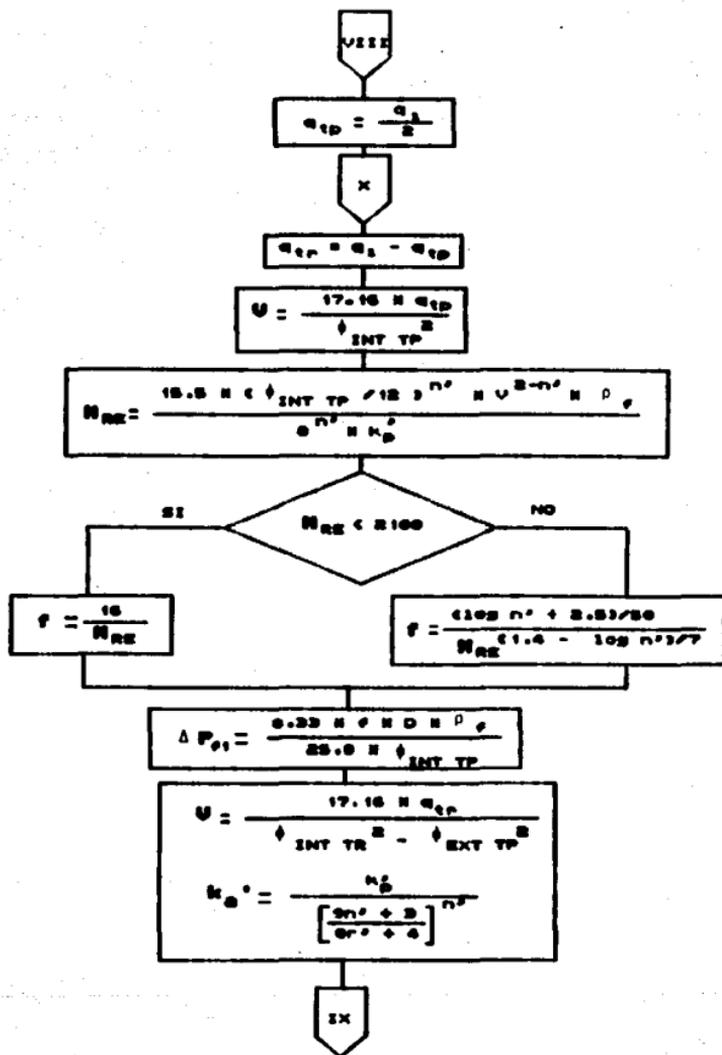


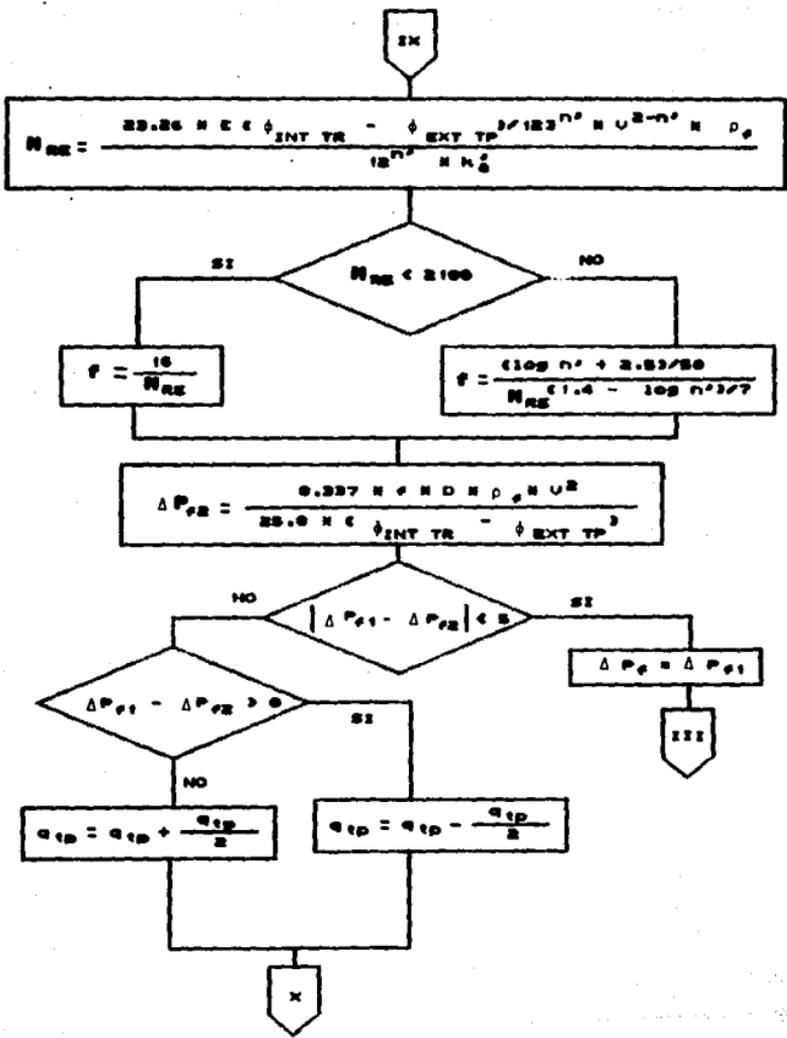












### VII.9 Ejemplos de aplicación.\*\*\*

Se planea realizar un fracturamiento en una formación terminada en agujero entubado. Determinar la presión requerida en la superficie y la potencia hidráulica para los datos siguientes:

Intervalo = 1265 - 1297 m

$\phi_{\text{int}} = 5.791 \text{ pg}$

$\phi_{\text{ext}} = 2 \frac{3}{8} \text{ pg}$

$\phi_{\text{ext}} = 2 \text{ pg}$

60 perforaciones de 1/2 "

$\mu = 142 \text{ cp}$

$q = 15 \text{ BPM}$

$G_f = 0.92 \text{ lb / pg}^2 \text{- pie}$

$\gamma_p = 0.85 \text{ g / cm}^3$

Considerar las tres opciones por las cuales se puede efectuar el tratamiento.

Tratamiento por Tubería de Producción

$$P_f = G_f \cdot D$$

$$P_f = 0.92 \cdot (1265/0.3048) = 3816.2415 \text{ lb / pg}^2$$

$$\Delta P_p = \frac{1.98168 \cdot \rho \cdot q_p^2}{\phi_p^4 \cdot N_p^2 \cdot C_p^2}$$

$$\Delta P_p = \frac{1.98168 \cdot 0.85 \cdot (15)^2}{(0.5)^4 \cdot (60)^2 \cdot (0.9)^2} = 2.0795 \text{ lb / pg}^2$$

$$P_n = 0.45 \cdot \gamma_p \cdot D$$

$$P_n = 0.45 \cdot 0.85 \cdot (1265/0.3048) = 1567.4754 \text{ lb / pg}^2$$

$$N_{Re} = \frac{132\ 725 \cdot q_1 \cdot \gamma_p}{(\theta_{int\ r_p}) \cdot \mu}$$

$$N_{Re} = \frac{132\ 725 \cdot (15) \cdot (0.85)}{2 \cdot 142} = 5958.6048$$

$$f = \frac{0.05}{N_{Re}^{0.25}}$$

$$f = \frac{0.05}{(5958.6048)^{0.25}} = 0.0088$$

$$\Delta P_f = \frac{95.13 \cdot f \cdot D \cdot \gamma_p \cdot q_1^2}{(\theta_{int\ r_p})^2}$$

$$\Delta P_f = \frac{95.13 \cdot (0.0088) \cdot (1265/0.3048) \cdot (0.85) \cdot (15)^2}{(2)^2}$$

$$\Delta P_f = 20764.7735 \text{ lb / pg}^2$$

$$P_0 = P_r + \Delta P_f + \Delta P_p + \Delta P_m$$

$$P_0 = 3818.2415 + 20764.7735 + 2.0795 - 1587.4754$$

$$P_0 = 22997.6191 \text{ lb / pg}^2$$

$$HP = 0.0245 \cdot q \cdot P_0$$

$$HP = 0.0245 \cdot 15 \cdot 22997.6191 = 8451.6250 \text{ HP}$$

#### Tratamiento por espacio anular

Con excepción de las caídas de presión por fricción los otros valores de presión son iguales a los obtenidos en el primer cálculo.

$$N_{Re} = \frac{132\ 725 \cdot q \cdot \gamma_p}{(\theta_{int\ r_a} + \theta_{ext\ r_p}) \cdot \mu}$$

$$N_{Re} = \frac{132\ 725 \cdot (15) \cdot (0.85)}{(5.791 + 2.375) \cdot 142} = 1459.3693$$

$$f = \frac{24}{N_{Re}}$$

$$f = \frac{24}{1459.3693} = 0.0164$$

$$\Delta P_f = \frac{95.13 * f * D * Y_r * q_1^2}{(\theta_{int} v_o - \theta_{ext} v_p)^2 * (\theta_{int} v_o + \theta_{ext} v_p)^2}$$

$$\Delta P_f = \frac{95.13 * (0.0164) * (1265/0.3048) * (0.65) * (15)^2}{(5.791-2.375)^2 * (5.791+2.375)^2}$$

$$\Delta P_f = 467.1626 \text{ lb / pg}^2$$

$$P_o = P_r + \Delta P_f + \Delta P_p + \Delta P_n$$

$$P_o = 3616.2415 + 465.6714 + 2.0795 - 1567.4754$$

$$P_o = 2700.0084 \text{ lb / pg}^2$$

$$HP = 0.0245 * q * P_o$$

$$HP = 0.0245 * 15 * 2700.0084 = 992.2531 \text{ HP}$$

Tratamiento por tubería de producción y por espacio anular efectuándose de manera simultánea.

También en este ejemplo solamente varía la caída de presión por fricción; y por tratarse de un método iterativo se utilizó un programa de cómputo para la obtención de los resultados.

$$\Delta P_f = 435.9216 \text{ lb / pg}^2$$

$$P_o = P_r + \Delta P_f + \Delta P_p + \Delta P_n$$

$$P_o = 3616.2415 + 435.9216 + 2.0795 - 1567.4754$$

$$P_o = 2686.7672 \text{ lb / pg}^2$$

$$HP = 0.0245 * q * P_o$$

$$HP = 0.0245 * 15 * 2686.7672 = 980.7719 \text{ HP}$$

Dada la siguiente información determinar la presión superficial y la potencia hidráulica requerida para realizar un fracturamiento. Considerar las tres opciones por las cuales se puede hacer el tratamiento.

Índice de comportamiento = 0.32

Índice de consistencia = 0.16 lb - s<sup>n</sup> / pie<sup>2</sup>

Intervalo = 2446 - 2586 m

$\theta_{est\ r\ p} = 2\ 3/8\ pg$

$\theta_{int\ r\ p} = 2\ pg$

$\theta_{int\ r\ a} = 5.791\ pg$

Número de disparos = 1000

$\theta_p = 1/2\ pg$

$C_p = 0.82$

$G_f = 0.947\ lb / pg^2 - ft$

$\gamma_p = 1.033\ g / cm^3$

$q = 15\ BPM$

Tratamiento por tubería de producción

$$P_r = G_f \cdot D$$

$$P_r = 0.947 \cdot (2446/0.3048) = 7600\ lb / pg^2$$

$$\Delta P_n = 0.45 \cdot \gamma_p \cdot D$$

$$\Delta P_n = 0.45 \cdot 1.033 \cdot (2446/0.3048) = 3730.3007$$

$$\Delta P_p = \frac{1.98168 \cdot \gamma_p \cdot q_p^2}{\theta_p^2 \cdot N_p^2 \cdot C_p^2}$$

$$\Delta P_p = \frac{1.98168 \cdot 1.033 \cdot (15)^2}{(0.5)^2 \cdot (1000)^2 \cdot (0.82)^2} = 0.011\ lb / pg^2$$

$$N = \frac{1}{n'}$$

$$N = \frac{1}{0.32} = 3.1250$$

$$Y_0 = \frac{0}{2N + 0}$$

$$Y_0 = \frac{0}{2 * 3.125 + 0} = 0.6531$$

$$Y_v = \frac{3.323}{N}$$

$$Y_v = \frac{3.323}{3.125} = 1.0634$$

$$K_p = \frac{K'}{\left[ \frac{Y_v}{Y_0} \right]}$$

$$K_p = \frac{0.16}{\left[ \frac{1.0634}{0.6531} \right]} = 0.1870$$

$$V = \frac{17.16 * q_1}{0.187 * 12^2}$$

$$V = \frac{17.16 * 15}{2^2} = 64.35$$

$$N_{0.2} = \frac{15.5 * (0.187 * 12 / 12)^{0.22} * V^{0.22} * Y_0}{0.22 * K_p'}$$

$$N_{0.2} = \frac{15.5 * (2/12)^{0.22} * 64.35^{0.22} * 1.033}{0.22 * 0.187} = 27089.0947$$

$$f = \frac{(\log n' + 2.5) / 50}{N_{ag} (1.4 - 100 n'^{1/7})}$$

$$f = \frac{(\log 0.32 + 2.5) / 50}{27089.0947^{1.4} - 100 \cdot 0.32^{1/7}} = 0.0025$$

$$\Delta P_f = \frac{0.337 = f \cdot D \cdot Y \cdot V^3}{25.8 = \theta_{INT} \cdot T_F}$$

$$\Delta P_f = \frac{0.337 = 0.0025 \cdot (2448/0.3048) \cdot 1.033 \cdot 64.35^3}{25.8 = 2}$$

$$\Delta P_f = 14035.0837 \text{ lb} / \text{pg}^3$$

$$P_0 = P_f + \Delta P_f + \Delta P_p + \Delta P_m$$

$$P_0 = 7800 + 14035.0837 + 0.011 = 3730.3907$$

$$P_0 = 17904.0837 \text{ lb} / \text{pg}^3$$

$$HP = 0.0245 \cdot q \cdot P_0$$

$$HP = 0.0245 \cdot 15 \cdot 17904.0837 = 6579.9767 \text{ HP}$$

#### Tratamiento por espacio anular

Solo se volverán a calcular los parámetros que varien al existir un cambio en el diámetro a utilizar, si no se anota otra fórmula se considera que se continúan utilizando las empleadas en el inciso anterior.

$$V = \frac{17.16 \cdot q_1}{\theta_{INT} \cdot T_F^2 - \theta_{EXT} \cdot T_F^2}$$

$$V = \frac{17.16 \times 15}{5.791^2 - 2.375^2} = 9.2274$$

$$K_e' = \frac{K_p'}{9n^2 + 3} = \frac{0.187}{8n^2 + 4}$$

$$K_e' = \frac{0.187}{9 \times 0.32 + 3} = 0.1937$$

$$\frac{0.187}{8 \times 0.32 + 4}$$

$$N_{ex} = \frac{23.26 \times [(0.187 \times 12 - 0.187 \times 12/12)^2 + V^2 - 0.32^2] \times Y_p}{12^2 \times K_e'}$$

$$N_{ex} = \frac{23.26 \times [(5.791 - 2.375)/12]^2 + 9.2274^2 - 0.32^2 \times 1.033}{12^2 \times 0.1937}$$

$$N_{ex} = 1566.6192$$

$$f = \frac{16}{N_{ex}}$$

$$f = \frac{16}{1566.6192} = 0.0102$$

$$\Delta P_p = \frac{0.337 \times f \times D \times Y_p \times V^2}{25.8 \times (0.187 \times 12 - 0.187 \times 12)}$$

$$\Delta P_p = \frac{0.337 \times 0.0102 \times (2448/0.3048) \times 1.033 \times 9.2274^2}{25.8 \times (5.791 - 2.375)}$$

$$\Delta P_r = 661.838 \text{ lb} / \text{pg}^2$$

$$P_o = P_r + \Delta P_r + \Delta P_p + \Delta P_u$$

$$P_o = 7600 + 661.0405 + 0.011 - 3730.3907 = 4551.0711 \text{ lb} / \text{pg}^2$$

$$HP = 0.0245 \cdot q \cdot P_o$$

$$HP = 0.0245 \cdot 15 \cdot 4551.0711 = 1672.5186 \text{ HP}$$

Tratamiento por tubería de producción y espacio anular de manera simultánea.

En este caso el fluido fracturante es no newtoniano, pero el método de cálculo es el mismo que en el caso anterior; también para la determinación de las pérdidas de presión por fricción se usó un programa de cómputo y sólo se anotarán los resultados obtenidos.

$$\Delta P_r = 1121.8011 \text{ lb} / \text{pg}^2$$

$$P_o = P_r + \Delta P_r + \Delta P_p + \Delta P_u$$

$$P_o = 7600 + 1121.8011 + 0.011 - 3730.3907 = 4991.0342 \text{ lb} / \text{pg}^2$$

$$HP = 0.0245 \cdot q \cdot P_o$$

$$HP = 0.0245 \cdot 15 \cdot 4991.0342 = 1834.2051 \text{ HP}$$

## CAPITULO VIII.

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Es imposible desarrollar simultáneamente más de una fractura horizontal o vertical dentro de una misma capa, además de que la fractura tiende a desarrollarse hacia las zonas más permeables, de manera preferencial.

En virtud de que los esfuerzos en el subsuelo in-situ, en los que contribuye la presión de poro, son producidos por la carga geostática que a su vez genera otros dos esfuerzos horizontales y perpendiculares entre si y por los esfuerzos tectónicos de la región, se recomienda determinar los valores de cada uno de ellos, toda vez que éstos intervienen en la orientación de la fractura, pues ésta se producirá a lo largo de un plano perpendicular al mínimo esfuerzo compresivo de la roca matriz.

Es de vital importancia registrar y graficar la carta de presión contra gasto durante la operación de fracturamiento.

Es de gran trascendencia seleccionar el fluido fracturante, conteniendo el agente sustentante óptimo y determinar el valor de sus propiedades reológicas ya que son necesarias para desarrollar los cálculos de pérdida de presión por fricción.

Es de hacer notar que uno de los factores primordiales en cualquier operación, lo es el económico por lo que el diseño deberá realizarse junto con un análisis económico y optar por el

más conveniente.

Para comprender y diseñar un programa óptimo de fracturamiento hidráulico se recomienda conocer perfectamente las propiedades mecánicas de las rocas, así como el estado de esfuerzos a que están sujetas, ya que influyen directamente en el desarrollo de la operación.

Tomando en consideración que para definir completamente un esfuerzo debe especificarse su magnitud, dirección y sentido, así como el plano sobre el que actúa; se recomienda tener habilidad en el uso de tensores ya que éstos nos conducen a la determinación del vector esfuerzo.

La curva esfuerzo deformación es de fundamental importancia dado que de ahí se puede observar el comportamiento de las rocas sometidas a esfuerzos y determinar algunas propiedades como son: el módulo de Young, el límite elástico, el límite de ruptura, la relación de Poisson, así como las resistencias a la tensión, a la compresión y a la fractura, por lo que se recomienda recurrir a las pruebas triaxiales o uniaxiales de laboratorio que proporcionen mejores resultados.

Cuando se conocen los esfuerzos normal y de corte y se requieren determinar los esfuerzos principales o viceversa, se recomienda el uso del método gráfico de la teoría de Mohr, ya que al relacionarlos nos sirve para determinar los esfuerzos límites de fractura.

Para calcular correctamente la presión de fractura es necesario el conocimiento y aplicación de los parámetros que la afectan como son: estado de esfuerzos, condiciones de frontera,

condiciones de filtración y el tipo de entrada del fluido.

Para tener una primera idea de la orientación de la fractura se recomienda conocer algunos indicadores de ésta como son: tipo de fallas en la zona circundante, si es que existen, el valor del gradiente de fractura, así como la relación entre la presión de iniciación y la de propagación.

Es conveniente efectuar un análisis tendiente a buscar que las pérdidas de presión por fricción, sean mínimas, debido a que una cantidad significativa de la potencia hidráulica necesaria para efectuar el tratamiento es gastada por este concepto, de ahí la necesidad de reducirlas.

Al realizar el cálculo hidráulico de un fracturamiento, se recomienda analizar las diferentes opciones y combinaciones posibles de diseño y compararlas entre sí para seleccionar la más adecuada, teniendo presente que la presión superficial calculada debe ser menor que la permisible.

Finalmente aunque parezca fuera de tema, se recomienda que al utilizar los diferentes modelos matemáticos se tenga mucho cuidado de trabajar en unidades consistentes, ya que de lo contrario pueden generarse resultados equivocados y en consecuencia efectuarse operaciones deficientes o simplemente imposibles.

## NONENCLATURA

A	Area [pg <sup>2</sup> ].
a.	Tamaño del "mayor" defecto en la muestra [pg].
A <sub>p</sub>	Area de las perforaciones [pg <sup>2</sup> ].
B	Coefficiente de Skempton de presión de poro [adimensional].
C	Similitud mayor de la fractura elíptica en el criterio de falla de Griffith [pg].
C <sub>p</sub>	Compresibilidad de la roca [pg <sup>2</sup> /lb].
C <sub>p</sub>	Coefficiente de descarga para las perforaciones [adimensional].
C <sub>r</sub>	Compresibilidad de la formación o de un material [pg <sup>2</sup> /lb].
C <sub>s</sub>	Concentración de arena [Lb/gal].
C <sub>m</sub>	Compresibilidad de la matriz [pg <sup>2</sup> /lb].
D	Profundidad [Pie].
D <sub>v</sub>	Vector Desplazamiento [pie].
E	Módulo de Young o de elasticidad [lb/pg <sup>2</sup> ].
E <sub>d</sub>	Módulo de Young dinámico [lb/pg <sup>2</sup> ].
F	Fuerza [lb].
f	Factor de fricción de Fanning [adimensional].
F <sub>x</sub>	Componente de la fuerza F en la dirección x [lb].
F <sub>y</sub>	Componente de la fuerza F en la dirección y [lb].
F <sub>z</sub>	Componente de la fuerza F en la dirección z [lb].
g	Constante de la aceleración de la gravedad [pie/seg <sup>2</sup> ].
g <sub>c</sub>	Constante de proporcionalidad para convertir de unidades de masa a fuerza o viceversa [lb.-ft/lb.-s <sup>2</sup> ].
G <sub>f</sub>	Gradiente de fractura [psi/pie].
H	Altura de la fractura (espesor del estrato) [pie].
H.P.	Potencia Hidráulica [H.P.].

i	Vector unitario en la dirección x.
j	Vector unitario en la dirección y.
K	Permeabilidad [mD].
k	Vector unitario en la dirección z.
k'	Índice de consistencia [lb, seg <sup>n</sup> /pie <sup>2</sup> ].
Ka'	Índice de consistencia en el espacio anular [lb,seg <sup>n</sup> /pie <sup>2</sup> ].
KI	Factor intensidad de esfuerzo [psi seg <sup>2</sup> pg <sup>1/2</sup> ].
kic	Factor intensidad de esfuerzo crítico [psi seg <sup>2</sup> pg <sup>1/2</sup> ].
ko	Permeabilidad efectiva al aceite [mD].
Kp'	Índice de consistencia en la tubería [lb seg <sup>n</sup> /pie <sup>2</sup> ].
Ke	Módulo volumétrico de los constituyentes sólidos [pg <sup>2</sup> /lb].
Kv	Módulo volumétrico no drenado [pg <sup>2</sup> /lb].
L	Longitud de la fractura [pie].
Lo	Longitud del núcleo [pie].
l <sub>1</sub> , l <sub>2</sub>	Longitud de los lados de la fractura [pie].
n'	Índice de comportamiento [adimensional].
N <sub>p</sub>	Número de perforaciones [adimensional].
N <sub>Re</sub>	Número de Reynolds [adimensional].
P	Presión [lb/pg <sup>2</sup> ].
Pb	Presión de ruptura en pozo no revestido [lb/pg <sup>2</sup> ].
Pci	Presión de cierre instantánea [lb/pg <sup>2</sup> ].
P <sub>e</sub>	Presión de fractura horizontal [lb/pg <sup>2</sup> ].
Pp	Presión de poro [lb/pg <sup>2</sup> ].
Pr	Presión a una distancia r del centro del pozo [lb/pg <sup>2</sup> ].
Pra	Presión de reapertura [lb/pg <sup>2</sup> ].
Ps	Presión superficial de inyección [lb/pg <sup>2</sup> ].

$P_f$	Presión de tratamiento de fondo [lb/pg <sup>2</sup> ].
$P_v$	Presión de fractura vertical [lb/pg <sup>2</sup> ].
$P_{wh}$	Presión en la cabeza del pozo [lb/pg <sup>2</sup> ].
$q$	Gasto [BPM].
$q_i$	Gasto de inyección [BPM].
$R_c$	Resistencia a la compresión simple [lb/pg <sup>2</sup> ].
$r_{00}$	Radio al final de la elipse de la fractura en el criterio de falla de Griffith [pie].
$r_0$	Radio inicial de un núcleo [pg].
$r_r$	Radio a una distancia $r$ a partir del centro del pozo [pie].
$R_f$	Resistencia a la fractura [lb/pg <sup>2</sup> ].
$R_t$	Resistencia a la tensión [lb/pg <sup>2</sup> ].
$R_{tH}$	Resistencia a la tensión horizontal [lb/pg <sup>2</sup> ].
$R_{tV}$	Resistencia a la tensión vertical [lb/pg <sup>2</sup> ].
$(R_t)_{max}$	Resistencia máxima a la tensión [lb/pg <sup>2</sup> ].
$r_w$	Radio del pozo [pie].
$S$	Esfuerzo en algún punto [lb/pg <sup>2</sup> ].
$S_c$	Esfuerzo compresional [lb/pg <sup>2</sup> ].
$S_m$	Esfuerzo medio [lb/pg <sup>2</sup> ].
$S_t$	Esfuerzo tensional [lb/pg <sup>2</sup> ].
$S_x$	Componente cartesiana del esfuerzo en la dirección $x$ [lb/pg <sup>2</sup> ].
$S_y$	Componente cartesiana del esfuerzo en la dirección $y$ [lb/pg <sup>2</sup> ].
$S_z$	Componente cartesiana del esfuerzo en la dirección $z$ [lb/pg <sup>2</sup> ].
$T$	Tensor esfuerzo [lb/pg <sup>2</sup> ].

T <sub>o</sub>	Esfuerzo de tensión uniaxial o esfuerzo de cohesión de la roca matriz [lb/pg <sup>2</sup> ].
T <sub>o</sub> '	Esfuerzo de tensión uniaxial o esfuerzo de cohesión de la roca matriz en el plano de debilidad [lb/pg <sup>2</sup> ].
V	Volumen [pie <sup>3</sup> ].
v <sub>l</sub>	Velocidad de las ondas longitudinales [pie/seg].
v <sub>t</sub>	Velocidad de las ondas transversales o de cizallamiento [pie/seg].
W	Amplitud de la fractura [pie].
α	Angulo entre el plano de debilidad y [grados].
α <sub>o</sub>	Constante poroelástica [adimensional].
α <sub>1</sub>	Angulo director con el eje x [grados].
β	Coefficiente termal debido al incremento de temperatura por el sepultamiento [°F/pie].
β <sub>o</sub>	Relación de compresibilidades [C <sub>o</sub> /C <sub>1</sub> ]. [adimensional].
β <sub>1</sub>	Angulo director con el eje y [grados].
γ	Peso específico [lb/pie <sup>3</sup> ].
γ <sub>o</sub>	Peso específico de la mezcla fluido fracturante y sustentante [lb/gal].
γ <sub>1</sub>	Angulo director con el eje z [grados].
Δ A	Diferencial de área [pg <sup>2</sup> ].
Δ D <sub>o</sub>	Desplazamiento relativo [pie].
Δ F	Diferencial de fuerza [lb].
Δ F <sub>n</sub>	Componente normal de la diferencial de fuerza [lb].
Δ F <sub>t</sub>	Componente tangencial de la diferencial de fuerza [lb].
Δ L	Variación de longitud [pg].
Δ P	Variación de la presión [lb/pg <sup>2</sup> ].
Δ P <sub>f</sub>	Pérdidas de presión por fricción en tuberías [lb/pg <sup>2</sup> ].
Δ P <sub>h</sub>	Incremento de presión debido a la columna hidrostática [lb/pg <sup>2</sup> ].

$\Delta P_p$	Pérdidas de presión por fricción en las perforaciones [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\Delta r$	Variación del radio [pg].
$\Delta S_l$	Vector deformación longitudinal [pie].
$\Delta S_m$	Diferencial de esfuerzo medio [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\Delta S$	Vector deformación angular.
$\Delta V$	Variación de volumen [pie <sup>3</sup> ].
$\delta$	Deformación unitaria longitudinal [adimensional].
$\epsilon$	Deformación unitaria radial [adimensional].
$\epsilon_c$	Deformación máxima en tensión simple [adimensional].
$\eta_i$	Coefficiente de fricción interna [adimensional].
$\theta$	Angulo entre el plano normal de falla y la dirección del esfuerzo principal mayor [grados].
$\theta_{300}$	Esfuerzo de corte medido a 300 RPM en viscosímetro Fann [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\theta_{600}$	Esfuerzo de corte medido a 600 RPM en viscosímetro Fann [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\lambda$	Movilidad [mD/cp].
$\mu$	Viscosidad absoluta [cp].
$\mu_a$	Viscosidad aparente [cp].
$\mu_{ff}$	Viscosidad del fluido fracturante [cp].
$\mu_p$	Viscosidad plástica [cp].
$\rho$	Densidad [lb/gal].
$E_v$	Esfuerzo total vertical (presión de sobrecarga) [lb/pg <sup>2</sup> ].
$E_h$	Esfuerzo total horizontal mayor [lb/pg <sup>2</sup> ].
$E_s$	Esfuerzo total horizontal menor [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_{e,elastic}$	Límite de esfuerzo en tensión elástica [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_e$	Esfuerzo efectivo normal [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_{e,oct}$	Esfuerzo efectivo octaédrico [lb/pg <sup>2</sup> ].

$\sigma_r$	Esfuerzo efectivo radial [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_t$	Esfuerzo efectivo tangencial [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_{tcc}$	Esfuerzo tectónico [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_\theta$	Componente del esfuerzo efectivo en dirección del ángulo [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_v$	Esfuerzo efectivo vertical [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_h$	Esfuerzo efectivo horizontal mayor [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\sigma_s$	Esfuerzo efectivo horizontal menor [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\dot{\gamma}$	Ritmo de corte [seg <sup>-1</sup> ].
$\tau$	Esfuerzo de corte [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\tau_{max}$	Máximo esfuerzo de corte [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\tau_{oct}$	Esfuerzo octaédrico de corte [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\tau_c$	Punto de cedencia [lb/pg <sup>2</sup> ].
$\nu$	Relación de Poisson [adimensional].
$\nu_u$	Relación de Poisson no drenada [adimensional].
$\theta$	Ángulo de fractura de la roca matriz [grados].
$\phi_{int}$	Diámetro interior de la tubería de producción (T.P.) o de la tubería de revestimiento (T.R.) [pg].
$\phi_{ext}$	Diámetro exterior de la tubería de producción (T.P.) [pg].
$\phi_p$	Diámetro de las perforaciones [pg].
$\theta$	Ángulo de fractura de la roca matriz con el plano de debilidad [grados].
$\beta$	Coefficiente de expansión térmica del fluido fracturante [°F <sup>-1</sup> ].

## REFERENCIAS

- (1) Stag K.G.; Zienkiewicz, O.C.  
Mecánica de Rocas en la Ingeniería Práctica. 1ra. ed.  
Editorial Blume.  
Madrid, España., 1970.
- (2) Islas Silva, Carlos  
Estimulación de Pozos (Notas del curso).  
Facultad de Ingeniería U.N.A.M.  
México, D.F., 1966.
- (3) Eshbach, O. W.  
Handbook of Engineering Fundamentals. 2da. ed.  
Editorial Jhon Wiley & Sons, Inc.  
New York, U.S.A., 1952.
- (4) Demeneghi Colina A.  
Introducción al Comportamiento de Materiales. 1ra. ed.  
Facultad de Ingeniería U.N.A.M.  
México, D.F., 1966.
- (5) Kenneth, G.  
Reservoir Stimulation. 2da. ed.  
Ed. Michel-Prentice-Hall Inc.  
Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A. 1969.
- (6) Shanley, F. R.  
Mecánica de Materiales.  
Versión autorizada al español de la 1ra. ed.  
Editorial Mc Graw-Hill.  
México, D.F. 1972.
- (7) Hayden, W.; Moffat, W. G.; Wulff, J.  
Propiedades Mecánicas.  
Versión autorizada al español de la 1ra. ed.  
Editorial Limusa-Wiley S.A.  
México, D.F., 1966.
- (8) Craft, B. C.; Hawkins, M. F.  
Ingeniería Aplicada a Yacimientos Petrolíferos. 1ra. ed.  
Editorial Tecnos.  
Madrid, España., 1966.
- (9) Irwin, G.R.; Washington, D.C.  
Analysis of Stresses and Strains Near the End of  
a Crack Traversing a Plate.  
Journal of Applied Mechanics, September 1957.  
New York, U.S.A.

- (10) Trujillo Márquez, A.  
Problemas de Aplicación en la Estimulación de Pozos.  
Tesis Profesional, Fac. Ingeniería U.N.A.M.  
México, D.F., 1989.
- (11) Daneshy, A.A.; Slusher, G.L.; Chisholm, P.T. y Magee, D.A.  
In Situ Stress Measurements During Drilling.  
Society of Petroleum Engineers.  
Journal of Petroleum Technology. August 1986.  
Dallas, Texas, U.S.A.
- (12) Howard, G. C.; Fast, C.R.  
Hydraulic Fracturing.  
Monograph V-2.  
Society of Petroleum Engineers.  
Dallas, Texas, U.S.A., 1970.
- (13) Coates, D. F.  
Fundamentos de Mecánica de Rocas.  
Versión autorizada al español de la 3ra. ed.  
Dirección de Minas. Ministerio de Energía, Minas y  
Recursos Naturales.  
Canada. 1973.
- (14) Allen, T. G. & Roberts, A. P.  
Production Operations Vol. 2.  
Well Completions, Workover and Stimulation. Ira. ed.  
Oil and Gas Consultants International, Inc.  
Tulsa, Oklahoma, U.S.A., 1976.
- (15) Craft, B. C.; Holden, W. R.  
Well Design; Drilling and Production. Ira. ed.  
Editorial Prentice-Hall, Inc.  
Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A., 1962.
- (16) Monicard, R. P.  
Drilling Mud and Cement Slurry Rheology Manual.  
Instituto Francés del Petróleo. Ira. ed.  
Editorial TECHNIP.  
Orleans, Francia. 1982.
- (17) Perry, R. M.  
Chemical Engineer's Handbook. 5a. ed.  
Editorial Mc Graw-Hill  
New York, U.S.A., 1973.